


ANÁLISE DE ABERTURAS SUBTERRÂNEAS CIRCULARES
PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

PAULO ROBERTO PEREIRA

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO
DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO
PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO
DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.).

Aprovada por :


Humberto Lima Soriano (Presidente)


Willy Alvarenga Lacerda


Mauro Lúcio Guedes Werneck

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

SETEMBRO DE 1977

aos meus pais
e à minha noiva

AGRADECIMENTOS

Aos professores Humberto Lima Soriano e Willy Alvarenga Lacerda responsáveis pela orientação.

Ao professor Cláudio Fernando Mahler pela amizade e incentivo.

À Coordenação dos Programas de Pós - Graduação de Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico pelo apoio financeiro dado a esta pesquisa.

Ao Núcleo de Computação Eletrônica, onde o autor pode desenvolver toda a programação automática.

Aqueles que diretamente colaboraram na apresentação deste trabalho :

Anselmo Góis de Andrade - normografia dos desenhos ;

Antônio Rosemberg - datilografia ;

Sônia Maria Piva - perfuração de cartões .

SUMÁRIO

O presente trabalho consta de um programa automático para o estudo bidimensional de aberturas subterrâneas sob condições de deformação plana.

As análises numéricas são realizadas através do Método dos Elementos Finitos (MEF) utilizando-se o elemento isoparamétrico quadrático.

São assumidas relações tensão-deformação elásticas linear e bi-linear considerando-se a heterogeneidade do maciço e o processo sequencial de escavação.

Em algumas simulações adota-se o processo construtivo de túneis pela couraça.

Idealiza-se um modelo estrutural analítico para o tratamento numérico de escavações subterrâneas por meio dos elementos finitos, cujos resultados tornam-se confiáveis a partir de comparações com algumas soluções disponíveis.

ABSTRACT

The present dissertation is about a two-dimensional computer program for the analysis of underground openings under plane-strain conditions.

The numerical analyses are carried out by means of Finite Element Method (FEM) the quadratic isoparametric element being used.

Linear and bi-linear elastic behaviours are assumed. Soils heterogeneity and sequential excavation are taken into account.

The shield construction method for tunneling in soils is simulated in some examples.

A structural modelling is assumed for the study of underground excavations through the finite elements. Comparisons of numerical results with existing solutions show that the FEM is reliable.

ÍNDICE

CAPÍTULO		PÁGINA
I	- INTRODUÇÃO.....	1
	I.1 - OBJETIVOS.....	1
	I.2 - HISTÓRICO DE CONSTRUÇÕES SUBTERRÂNEAS..	3
II	- O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS NESTA PESQUISA	9
	II.1 - INTRODUÇÃO.....	9
	II.2 - O ELEMENTO ISOPARAMÉTRICO QUADRÁTICO..	13
	II.2.1 - FUNÇÕES DE INTERPOLAÇÃO.....	15
	II.2.2 - MATRIZ DE RIGIDEZ DO ELEMENTO	16
	II.2.3 - DEFORMAÇÕES E TENSÕES.....	19
	II.2.4 - INTEGRAÇÃO NUMÉRICA.....	19
	II.3 - APLICAÇÕES À MECÂNICA DOS SOLOS.....	20
III	- O MÉTODO CONSTRUTIVO DE TÚNEIS PELA COURAÇA..	23
	III.1 - O DESENVOLVIMENTO DESTES MÉTODOS.....	23
	III.2 - DESCRIÇÃO DO PROCESSO CONSTRUTIVO....	24
	III.2.1 - CARACTERÍSTICAS ESTRUTURAIS	
	DA COURAÇA.....	24
	III.2.2 - ETAPAS DE CONSTRUÇÃO.....	26
	III.3 - VANTAGENS DURANTE A CONSTRUÇÃO.....	30
IV	- SIMULAÇÃO SEQUENCIAL DE ESCAVAÇÕES PELO	
	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.....	32
	IV.1 - ESTADO INICIAL DE TENSÕES.....	32
	IV.2 - CONCEPÇÃO DO DESCARREGAMENTO DEVIDO	
	À ESCAVAÇÃO DO MACIÇO.....	36
	IV.3 - SIMULAÇÃO DA ABERTURA DE TÚNEIS EM	
	COURAÇA.....	37

CAPÍTULO	PÁGINA
V - IDEALIZAÇÃO ANALÍTICA DO SISTEMA FÍSICO REAL.	41
V.1 - RELAÇÃO TENSÃO-DEFORMAÇÃO.....	41
V.1.1 - FORMULAÇÃO ELÁSTICA LINEAR.....	42
V.1.2 - FORMULAÇÃO ELÁSTICA BI-LINEAR..	43
V.2 - CONFIGURAÇÃO GEOMÉTRICA DAS REDES E CONDIÇÕES DE CONTORNO.....	47
V.3 - POSICIONAMENTO DA FRONTEIRA LATERAL....	52
VI - ANÁLISE DOS DESLOCAMENTOS E DAS TENSÕES DESENVOLVIDAS NUM MACIÇO DEVIDO À CONSTRUÇÃO DE TÚNEIS.....	55
VI.1 - DESENVOLVIMENTO DA RUPTURA DURANTE O PROCESSO DE ESCAVAÇÃO.....	57
VI.2 - APRECIACÕES DE ALGUMAS SOLUÇÕES DISPONÍVEIS.....	60
VI.2.1 - ANÁLISE DOS DESLOCAMENTOS VERTICAIS.....	60
VI.2.2 - DISTRIBUIÇÕES DE TENSÕES EM TORNO DE UMA ESCAVAÇÃO SUBTER RÂNEA CIRCULAR.....	65
VI.3 - APLICAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS AO PRO CESSO DE ABERTURA DE TÚNEIS EM COURAÇA	68
VII - CONCLUSÕES FINAIS E SUGESTÕES PARA NOVAS PESQUISAS.....	72
FIGURAS.....	77
TABELAS.....	125
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	132

APÊNDICE

PÁGINA

A	-	PROGRAMA AUTOMÁTICO.....	138
		A.1 - MANUAL DE UTILIZAÇÃO.....	138
		A.2 - FLUXOGRAMA E LISTAGEM.....	149
B	-	RESUMO DE ALGUMAS SOLUÇÕES CLÁSSICAS RELATIVAS ÀS ABERTURAS SUBTERRÂNEAS.....	190
		B.1 - RECALQUES DA SUPERFÍCIE - SOLUÇÃO DE LIMANOV.....	191
		B.2 - TENSÕES VERTICAIS ACIMA DE ABERTURAS SUBTERRÂNEAS.....	195
		B.2.1 - SOLUÇÃO DE TERZAGHI.....	195
		B.2.2 - SOLUÇÃO DE BIERBAUMER.....	198
C	-	RESULTADOS DE ANÁLISES PELO MÉTODO DOS ELEMEN <u>TOS</u> FINITOS DE UMA ESCAVAÇÃO A CÉU ABERTO NÃO ESCORADA.....	201

LISTA DE FIGURAS

FIGURA		PÁGINA
II-1	Numeração dos pontos nodais - Largura de faixa do sistema.....	78
II-2	Elemento isoparamétrico quadrático da família Serendipity.....	79
III-1.a	Elementos estruturais do método de abertura de túneis pela couraça.....	80
III-1.b	Avanço da couraça com atuação dos macacos hidráulicos.....	80
III-1.c	Colocação de um anel de revestimento do túnel	80
IV-1	Estado inicial de tensões - Maciço homogêneo com superfície horizontal.....	81
IV-2	Distribuição de forças de massa constantes no elemento isoparamétrico quadrático.....	81
IV-3	Região circunvizinha ao túnel de raio r - Simulações pelo Método dos Elementos Finitos.	82
V-1	Posicionamento das fronteiras no sistema de coordenadas cartesianas (x,z)	83
V-2.a	Representação bi-linear da curva tensão-deformação.....	84
V-2.b	Formulação bi-linear - Influência do estado inicial de tensões.....	84
V-2.c	Formulação bi-linear - Critério de ruptura..	84
V-3	Representação gráfica das condições de contorno adotadas.....	85
V-4	Rede TS1 com 93 elementos e 318 pontos nodais Largura de faixa do sistema igual a 80.....	86

FIGURA		PÁGINA
V-5	Rede TS2 com 91 elementos e 314 pontos nodais Largura de faixa do sistema igual a 52.....	87
V-6	Rede TS3 com 144 elementos e 483 pontos nodais Largura de faixa do sistema igual a 64.....	88
V-7	Rede TS4 com 117 elementos e 396 pontos nodais Largura de faixa do sistema igual a 64.....	89
V-8	Rede TS5 com 101 elementos e 344 pontos nodais Largura de faixa do sistema igual a 86.....	90
V-9	Efeitos das condições de contorno nos recalques da superfície - Soluções elásticas lineares pelo MEF.....	91
V-10	Efeitos de discretização da região próxima à seção transversal do túnel - Tensões verticais ao longo dos eixos de simetria - Soluções elásticas lineares pelo MEF.....	92
V-11	Efeitos das condições de contorno e do posicionamento da fronteira lateral - Recalques da superfície - Soluções elásticas lineares pelo MEF.....	93
V-12.a	Rede TF100 com 135 elementos e 454 pontos nodais	94
V-12.b	Rede TF100 com 30 elementos e 107 pontos nodais	95
VI-1	Perfil geológico típico e linha de instrumentação C, seção teste Lafayette Park (Hansmire e Cording, 1975).....	96
VI-2	Rede TDP com 144 elementos e 483 pontos nodais	97
VI-3	Rede THC com "308" elementos e "203" pontos nodais.....	98

FIGURA

PÁGINA

VI-4.a,b,c	Simulações de aberturas subterrâneas pelo MEF - Desenvolvimento progressivo da ruptura no maciço.....	99
VI-5	Zonas de ruptura em torno de uma abertura subterrânea circular de raio $r=3,2$ m.....	102
VI-6	Deslocamentos verticais provocados pela abertura de um túnel de raio $r=3,2$ m à uma profundidade $Z_0=14,6$ m - Soluções elásticas linear e bi-linear pelo MEF.....	103
VI-7	Recalques da superfície devido à escavação de um túnel à uma profundidade $Z_0=14,6$ m Soluções elásticas lineares.....	104
VI-8	Deslocamentos verticais (δ_v) ao longo da superfície exposta pela escavação de um túnel a uma profundidade $Z_0=14,6$ m - Soluções elásticas lineares.....	104
VI-9	Recalques da superfície - Variação da profundidade Z_0 de um túnel com raio $r=3,2$ m - Soluções elásticas lineares.....	105
VI-10	Deslocamentos verticais (δ_v) ao longo da superfície exposta pela escavação - Variação da profundidade Z_0 de um túnel com raio $r=3,2$ m - Soluções elásticas lineares.....	106
VI-11.a	Representação dos recalques da superfície através da curva normal de probabilidade (após Peck, 1969).....	107
VI-11.b	Diagrama de i/r em função de $Z_0/2r$ e das condições geológicas do maciço (após Peck)	107

FIGURA		PÁGINA
VI-12	Recalques da superfície devido à escavação consecutiva de dois túneis - Aproximação com a curva normal de probabilidade.....	108
VI-13.a,b	Recalques da superfície durante o avanço da couraça - Seção teste Lafayette Park, linha de instrumentação C.....	109-10
VI-14	Tensões verticais e horizontais nos eixos de simetria de uma abertura subterrânea circular - Soluções elásticas lineares.....	111
VI-15	Trajetórias de tensões durante a escavação de túneis - Diagrama p-q.....	112
VI-16	Tensões verticais e horizontais nos eixos de simetria de uma abertura subterrânea circular - Soluções elasto-plástica e elástica bi-linear pelo MEF.....	113
VI-17	Tensões verticais e horizontais nos eixos de simetria de uma abertura subterrânea circular - Soluções elásticas lineares com $E=10000$; $\nu=0,20$; $\sigma_z^0=1,0$ e $\sigma_x^0=0,25$	114
VI-18	Tensões na superfície exposta pela escavação subterrânea de seção transversal circular - Soluções elásticas lineares com $E=10000$; $\nu=0,20$; $\sigma_z^0=1,0$ e $\sigma_x^0=0,25$	115
VI-19	Diagrama das tensões radiais na periferia de um túnel com revestimento - Simulação de cada etapa da abertura de túneis em couraça Soluções elásticas lineares pelo MEF.....	116

FIGURA		PÁGINA
VI-20	Deformações do revestimento do túnel - Simulação de cada etapa da abertura de túneis em couraça - Soluções elásticas lineares pelo MEF.....	117
VI-21	Recalques da superfície - Simulação de cada etapa da abertura de túneis em couraça - Soluções elásticas lineares pelo MEF.....	118
A-1.1	Incidência de um elemento isoparamétrico quadrático NE - Numeração dos lados.....	119
A-1.2	Representação gráfica de um elemento NE, em cujo lado (de número 4) atua um carregamento de superfície (pressão d'água).....	119
B-1.1	Deformada elástica da superfície, devida à pressão interna \bar{p}	120
B-1.2	Curva de recalques da superfície - Sistema de coordenadas bi-polares (após Limanov)....	120
B-2.1	Concepções básicas da solução de Terzaghi para o cálculo de tensões verticais.....	121
B-2.2	Túneis à grandes profundidades - Zona de arqueamento (após Terzaghi).....	121
B-2.3	Bulbo de pressões verticais (após Bierbaumer).....	122
B-2.4	Concepções básicas da solução de Bierbaumer, para o cálculo de tensões verticais.....	122
C-1	Rede RCK com 210 elementos quadrilaterais e 240 pontos nodais.....	123
C-2	Rede RPR com 100 elementos isoparamétricos quadráticos e 341 pontos nodais.....	124

LISTA DE TABELAS

TABELA		PÁGINA
V-1	Deslocamentos verticais, tensões normais verticais e tensões cisalhantes provocadas por uma escavação subterrânea - Efeitos da configuração geométrica das redes de elementos finitos isoparamétricos quadráticos....	126
V-2	Deslocamentos verticais, tensões normais verticais e tensões cisalhantes provocadas por uma escavação subterrânea - Influências da fronteira lateral numa rede de elementos finitos isoparamétricos quadráticos.....	127
VI-1	Deslocamentos verticais (em milímetros) provocados por uma escavação subterrânea...	128
VI-2	Deslocamentos verticais (em milímetros) provocados por uma escavação subterrânea...	129
C-1	Deslocamentos horizontais (δ_h) e verticais (δ_v) nos pontos nodais, em milímetros (mm)- Simulação sequencial de uma escavação a céu aberto não escorada - Soluções elásticas lineares pelo MEF.....	130
C-2	Tensões horizontais (σ_x), verticais (σ_z) e cisalhantes (τ_{xz}), em toneladas força por metro quadrado - Simulação sequencial de uma escavação a céu aberto não escorada - Soluções elásticas lineares pelo MEF.....	131

LISTA DE SÍMBOLOS

a	- distância, sistema de coordenadas bi-polares
b	- largura da abertura subterrânea
B	- largura da região que se movimenta devido à abertura de túneis
$[B]$	- matriz da relação deformação-deslocamento
c	- coesão do maciço
d	- diferença máxima entre os valores nodais
$[D]$	- matriz de elasticidade
$\{\delta\}$	- vetor dos deslocamentos
∂	- derivação
dx, dz	- incrementos, sistema de coordenadas cartesianas
$d\xi, d\eta$	- incrementos, sistema de coordenadas curvilíneas
$d\sigma_v$	- incremento de tensão vertical
δ_v	- deslocamento na direção vertical
δ_h	- deslocamento na direção horizontal
$\delta_{m\acute{a}x}$	- recalque máximo da superfície
$\det [J]$	- determinante do Jacobiano
e	- neperiano
E	- módulo de elasticidade
E^*, ν^*	- constantes elásticas fictícias
E_A	- empuxo ativo
$\{\epsilon\}$	- vetor das deformações
ϵ_{oct}	- deformação octaédrica
ϵ_a	- deformação axial
f	- coeficiente de atrito
F	- força resultante
$\{F\}$	- vetor de cargas consistentes

$\{F_e\}$	-	vetor das forças nodais equivalentes
G	-	módulo de elasticidade ao cisalhamento
$\{g\}$	-	vetor das forças de massa
γ	-	peso específico do maciço
γ_a	-	peso específico d'água
γ_{oct}	-	deformação cisalhante octaédrica
$\gamma_{m\acute{a}x}$	-	deformação cisalhante máxima
h	-	altura de um carregamento parabólico
H	-	distância do teto do túnel à superfície do maciço
H_1	-	distância do arqueamento à superfície do maciço
H_2	-	extensão do arqueamento devido à abertura de túneis
I	-	ponto inferior da seção transversal do túnel
\int	-	integração
$[J]$	-	matriz Jacobiana ou Jacobiano
K	-	módulo de deformação volumétrica
K_f	-	envoltória de ruptura
K_o	-	coeficiente de empuxo no repouso
K_o^*	-	coeficiente de empuxo no repouso, em tensões totais
K_p	-	coeficiente de empuxo no estado passivo
LFS	-	largura de faixa do sistema
m	-	altura da abertura subterrânea
MEF	-	Método dos Elementos Finitos
n	-	número total de pontos nodais
ne	-	número total de elementos na rede
$[N]$	-	matriz das funções de interpolação
N_i	-	função de interpolação num ponto nodal i
NA	-	nível d'água
NT	-	superfície do maciço
p	-	média aritmética das tensões principais

\bar{p}	-	pressão média no centro do túnel
p_v, p_h	-	pressões vertical e horizontal
$\{p\}$	-	vetor das forças de superfície
$p_{v\text{máx}}$	-	pressão vertical máxima
q	-	diferença média entre as tensões principais
\bar{q}	-	carregamento vertical
r	-	raio da seção transversal do túnel
r_1, r_2	-	raios vetores, sistema de coordenadas bi-polares
S	-	ponto na altura média da seção transversal do túnel
$[S]$	-	matriz de rigidez global
$[S]^e$	-	matriz de rigidez do elemento
ST	-	ponto na superfície do maciço
$\{\sigma\}$	-	vetor das tensões
$\{\sigma_0\}$	-	vetor das tensões iniciais
σ_x, σ_h	-	tensão normal horizontal
σ_z, σ_v	-	tensão normal vertical
σ_x^0, σ_z^0	-	tensões iniciais horizontal e vertical
σ_x', σ_z'	-	tensões normais efetivas horizontal e vertical
σ_1, σ_3	-	tensões principais maior e menor
σ_{1r}, σ_{3r}	-	tensões principais maior e menor na ruptura
σ_{oct}	-	tensão normal octaédrica
t	-	espessura do elemento
T	-	ponto superior da seção transversal do túnel
τ, τ_{xz}	-	tensão cisalhante ou resistência ao cisalhamento
$\tau_{\text{máx}}$	-	tensão cisalhante máxima
τ_{rup}	-	tensão cisalhante na ruptura
τ_{oct}	-	tensão cisalhante octaédrica
u, v	-	deslocamento horizontal e vertical de um ponto no interior do elemento

u_i, v_i	- deslocamentos horizontal e vertical de um ponto nodal i
x, z	- coordenadas cartesianas
x_i, z_i	- coordenadas cartesianas de um ponto nodal i
X	- posição da fronteira lateral na rede de elementos finitos
Z	- posição da fronteira inferior na rede de elementos finitos
z_a	- altura do lençol d'água
Z_o	- posição da fronteira superior na rede de elementos finitos
ν	- coeficiente de Poisson
ξ, η	- coordenadas curvilíneas
ξ_i, η_i	- coordenadas curvilíneas de um ponto nodal i
π	- funcional da energia potencial total de um meio elástico
Σ	- somatório
U	- união
ω_1, ω_2	- ângulos centrais, sistema de coordenadas bi-polares
ϕ	- ângulo de atrito interno do maciço
α	- inclinação da envoltória de ruptura
α_1	- coeficiente de redução
θ	- ângulo central da seção transversal do túnel
$^\circ$	- graus de um ângulo
%	- percentual
\geq	- maior ou igual
\leq	- menor ou igual
Δ	- espaço vazio deixado pela couraça entre o revestimento do túnel e o maciço

I - INTRODUÇÃO

I.1 - OBJETIVOS

Essencialmente esta pesquisa objetiva a programação automática de um método numérico para o tratamento teórico de escavações a céu aberto e subterrâneas. Com esta finalidade adota-se o Método dos Elementos Finitos (MEF) o qual tem correspondido satisfatoriamente nas aplicações à Engenharia Geotécnica.

As aberturas subterrâneas são escolhidas para um estudo específico devido à importância dada pela Engenharia a este tipo de obra, visando estabelecer vias de acesso diretas além de permitir a otimização dos meios de transportes em centros urbanos densamente edificados.

O programa automático desenvolvido admite análise sequencial de qualquer processo de escavação não levando em consideração, entretanto, escoramentos temporários e variações do lençol freático. O processo construtivo de aberturas subterrâneas que mais se enquadra dentro da simulação proposta é o método pela couraça ("shield method"), onde a sequência de construção é bem definida dispensando a utilização de esco

ramentos temporários e o lençol freático é impedido de penetrar na cavidade.

Após a definição dos objetivos básicos, é apresentada uma descrição sucinta da estrutura deste trabalho.

No capítulo II descreve-se a forma sob a qual o MEF é utilizado nesta pesquisa, apresenta-se também considerações a respeito da formulação do elemento isoparamétrico quadrático. Também são relacionadas algumas aplicações do MEF à Mecânica dos Solos.

O método construtivo de túneis pela couraça e seus elementos estruturais são apresentados no capítulo III.

A simulação sequencial pelo MEF é tratada no capítulo IV, onde também são feitas considerações sobre o estado inicial de tensões no maciço.

No capítulo V é idealizado o modelo estrutural do problema, sendo pesquisadas diversas configurações geométricas de redes além dos efeitos de fronteira. Ainda neste capítulo, são discutidos os comportamentos tensão - deformação do maciço assumidos no presente trabalho.

Os efeitos induzidos pelas aberturas subterrâneas circulares são analisados no capítulo VI. Realizam-se comparações com outras soluções teóricas, ressaltando-se que, somente nos estudos feitos através do MEF são incluídos a heterogeneidade dos materiais, o comportamento do maciço após a ruptura e a escavação sequencial.

As conclusões finais e sugestões para novas pesquisas são reservadas ao capítulo VII.

Para finalizar o trabalho apresenta-se a bibliografia e os apêndices A, B e C contendo, respectivamente, o programa automático (manual de utilização, fluxograma e listagem), resumo de algumas soluções clássicas relativas às aberturas subterrâneas e resultados de análises pelo MEF de uma escavação a céu aberto não escorada.

No próximo item a evolução das construções subterrâneas é relatada sob a forma de um resumo histórico.

I.2 - HISTÓRICO DE CONSTRUÇÕES SUBTERRÂNEAS

A construção de aberturas subterrâneas data da era pré-histórica quando o homem primitivo, já habitando as cavernas naturais, procurava cada vez mais se proteger contra as intempéries climáticas e seus inimigos. Apesar da utilização de técnicas de construção pouco eficientes e de equipamentos rudimentares, descobertas arqueológicas revelaram que a execução dessas obras subterrâneas seguia um determinado padrão.

A primeira abertura subterrânea, do nosso conhecimento, foi construída há 4 000 anos sob o Rio Eufrates na Babilônia durante o reinado da rainha Semiramis. A obra com 1 km de extensão e uma seção transversal de 3,6 x 4,5 m tinha a finalidade de comunicar o palácio real com o templo de Jove. Dois aspectos podem ser enfocados no sentido de assinalar a grandiosidade desta obra. O primeiro deles diz respeito ao desvio do rio Eufrates de seu curso normal através de u-

ma obra de escavação a céu aberto considerada de grande vulto mesmo diante dos padrões técnicos mais modernos e o segundo é que somente em 1843, ou seja 4 000 anos depois, foi construído outro túnel subaquático, desta vez em Londres sob o rio Tâ-misa. Técnica semelhante foi empregada também na construção do túnel sob o rio Chicago.

Há 2 600 anos foi construído o mais famoso túnel grego localizado na Ilha de Samos, com 1,5 km de extensão e uma seção interna de 1,8 x 1,8 m destinado ao abastecimento d'água.

Durante o Império Romano foram construídos diversos aquedutos que se caracterizaram, como todas as obras romanas de engenharia, pela conservação ao longo do tempo. Um desses túneis foi construído em Atenas há 1 800 anos o qual em 1925 após uma reforma foi colocado novamente em funcionamento (Széchy, 1973). Também pode ser atribuída à Civilização Romana, a construção executada há 2 000 anos de um túnel rodoviário com 900 m de extensão e 7,5 m de largura sob o Monte Posilipo no caminho de Nápoles e Pozzuolli.

Também como recursos eficientes nas guerras da Idade Média, foram construídas passagens subterrâneas dentro e fora das fortalezas. Esses objetivos militares foram conservados pelo homem ao longo do tempo, porém com uma finalidade mais defensiva caracterizada pela construção de abrigos antiaéreos.

Por volta do ano de 1400 foi executado em Selmechbánya na Hungria, um projeto de drenagem para mineração com 5,6 km de túnel.

Em 1679, época em que se davam maiores atenções às construções de túneis hidroviários, foi executado no canal de Languedoc, França, um túnel onde pela primeira vez neste tipo de obra foi utilizada a pólvora. Diversos túneis-canaís de navegação foram construídos na França e Inglaterra, constituindo-se num meio econômico para o transporte de produtos agrícolas, industriais e de mineração como o carvão de pedra (hulha).

No ano de 1826 surgiram os primeiros túneis ferroviários tanto na França como na Inglaterra, quando os vagões eram movimentados por tração animal e por máquinas a vapor, respectivamente.

No período de 1857 a 1871 foram escavados 610 000 m³ de rocha na construção de 12,7 km do túnel ferroviário "Mont Cenis", estabelecendo uma ligação entre a França e a Itália.

Com relação a túneis destinados ao tráfego o túnel Simplon situado na Itália pode ser considerado o maior em extensão já construído no mundo, com 19 730 m. Sua construção foi iniciada em 1895 terminando em 1921 após uma paralização de suas obras durante seis anos (1906-1912).

Durante a construção dos túneis Alpinos, Austríacos e Italianos surgiram novas técnicas de aberturas subterrâneas, os equipamentos foram aperfeiçoados, ocasião em que também foram consideradas as teorias de pressão na rocha e a análise estrutural com o dimensionamento dos revestimentos de túneis.

Em Marseille, na França, de 1911 a 1922 foi construído o túnel Rove para fins de navegação, sendo o maior do mundo em volume escavado, com $2\,170\,000\text{ m}^3$. Deve-se lembrar que nessa classificação não estão incluídos os túneis metropolitanos (ferrovias subterrâneas).

No campo dos túneis ferroviários merece desta que o túnel Tanna, no Japão, cuja construção realizada de 1918 a 1934, foi dificultada pela ocorrência de repetidas inundações nas galerias de avanço, a 200 m de profundidade, por um fluxo d'água a uma temperatura de 31°C .

Uma obra de grande vulto foi realizada de 1920 a 1931 em Prato (Itália), com a construção do túnel ferroviário "Great Apennine", ocasião em que foram escavados $1\,970\,000\text{ m}^3$ de rocha correspondente a uma extensão de 18 510 m.

Ainda com a utilização dos métodos conservativos de perfuração, a mais rápida construção de túneis já realizada teve lugar nos Estados Unidos da América no período de 1924 a 1927, quando foi possível executar o túnel rodoviário "New Cascade" com um avanço na razão de 4,5 km por ano.

Em São Francisco (EUA) no ano de 1934, foi construído o túnel rodoviário "Yerba-Buena" com uma seção transversal de 432 m^2 , sendo considerada a maior do mundo.

Os túneis metropolitanos formam outro grupo de obras subterrâneas as quais são caracterizadas pelo grande volume de material escavado, destacando-se o metropolitano de Moscou cuja escavação totalizou $4\,500\,000\text{ m}^3$. Esta obra

foi realizada em 30 anos (1934-1964).

No Brasil pode-se citar as construções dos metropolitanos do Rio de Janeiro e de São Paulo este último com a linha Norte-Sul já em funcionamento, colocando nosso país numa posição de vanguarda nos meios de transportes urbanos uma vez que nessas obras tem sido aplicada a mais moderna tecnologia em construções de ferrovias subterrâneas.

Dois aspectos dão ao metropolitano de São Paulo características inéditas em todo o mundo:

- Nunca se fez um túnel em couraça numa região de edifícios com mais de 20 andares;
- Pela primeira vez foram construídos pelo método em couraça dois túneis superpostos numa área tão densamente edificada (Construção Pesada - Fevereiro/74).

Estudos de viabilidade técnico-econômica permitiram o traçado da rede básica para o metropolitano do Rio de Janeiro, o que possibilitou a definição da linha prioritária cuja construção foi iniciada em 1968, tendo a finalidade de estabelecer uma nova ligação entre o centro da cidade e os bairros de Ipanema e da Tijuca cobrindo uma extensão de 18 km.

Um destaque especial deve ser dado ao túnel rodoviário Noel Rosa com seus 714 m de extensão localizado no município do Rio de Janeiro e projetado no sentido de atender a exigência de túnel em dois andares. Sua seção transversal de 176 m^2 é considerada, neste gênero, a maior da América do Sul (Construção Pesada - Outubro/74).

Pode-se perceber a importância das aberturas subterrâneas desde os tempos mais remotos, solucionando diversos problemas humanos à medida que surgiam novas técnicas de projeto e modernos equipamentos eram introduzidos na execução dessas desafiantes obras de engenharia.

II - O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS NESTA PESQUISA

II.1 - INTRODUÇÃO

O Método dos Elementos Finitos (MEF) desenvolveu-se na era dos computadores eletrônicos digitais, com um aproveitamento significativo da capacidade e rapidez de processamento oferecida por essas máquinas.

Na resolução de problemas complexos o MEF permite considerações importantes, tais como:

- condições geométricas e carregamentos complicados;
- não-linearidade física e geométrica;
- heterogeneidade e anisotropia dos materiais;
- modelos reológicos quaisquer e;
- simulação da construção sequencial.

Contribuições para o desenvolvimento do MEF podem ser encontradas na literatura e serão citadas oportunamente quando consideradas relevantes para o complemento deste trabalho.

Em resumo pode-se dizer que o MEF baseia-se na divisão de um meio contínuo, em subdomínios chamados elementos finitos, interligados por pontos discretos denominados pontos nodais. Nesses subdomínios são arbitrados os campos de algumas grandezas desconhecidas.

Utilizando-se o método da rigidez no qual as incógnitas primárias são os deslocamentos, as condições de equilíbrio do elemento são encontradas com a minimização da energia potencial total (energia interna de deformação + ener-

gia potencial das forças externas) de um material elástico , satisfazendo determinadas condições de compatibilidade inter-e lemento e de contorno. O funcional da energia potencial total é dado pela seguinte expressão:

$$\pi = \left[\frac{1}{2} \int_V \{\epsilon\}^T \{\sigma\} d(vol) - \int_V \{\epsilon\}^T \{\sigma_0\} d(vol) \right] - \int_V \{\delta\}^T \{g\} d(vol) - \int_A \{\delta\}^T \{p\} d(\tilde{area}) \quad (II-1)$$

onde, $\{\epsilon\}$ - vetor das deformações
 $\{\sigma\}$ - vetor das tensões
 $\{\sigma_0\}$ - vetor das tensões iniciais
 $\{\delta\}$ - vetor dos deslocamentos
 $\{g\}$ - vetor das forças de massa
 $\{p\}$ - vetor das forças de superfície

A primeira parcela representa a energia interna de deformação e as restantes são referentes à energia potencial das forças externas. A partir desse funcional o MEF é essencialmente um método que busca equações de equilíbrio, as quais podem ser expressas sob a forma matricial:

$$\{F_e\} = [S] \{\delta\} \quad (II-2)$$

Na determinação dos deslocamentos nodais $\{\delta\}$, o vetor das forças nodais equivalentes $\{F_e\}$ e a matriz de rigidez global $[S]$ são definidos, respectivamente por:

$$\{F_e\} = \sum_{e=1}^{ne} \left[\int_V [N]^T \{g\} d(vol_e) + \int_A [N]^T \{p\} d(\tilde{area}_e) \right] \quad (II-3)$$

$$[S] = \sum_{e=1}^{ne} \int_V [B]^T [D] [B] d(vol_e) \quad (II-4)$$

onde, n_e - número total de elementos na rede;
 $[N]$ - matriz das funções de interpolação;
 $[B]$ - matriz da relação deformação-deslocamento;
 $[D]$ - matriz de elasticidade.

A análise estrutural conduz à matriz de rigidez simétrica $[S]$. Esta matriz é obtida de um somatório conveniente das contribuições de rigidez dos elementos, para os quais são definidas as propriedades físicas e topológicas.

Admitindo-se dois graus de liberdade para cada um dos n pontos nodais, o sistema de equações algébricas lineares simultâneas (equação II-2) terá ordem igual a $2n$.

A partir de uma numeração adequada dos pontos nodais (figura II-1), os coeficientes não nulos da matriz de rigidez ficam dispostos numa faixa ao longo da diagonal principal. Denominando a largura de faixa do sistema por LFS temos $LFS = 2 \times d + 2$, onde d é a diferença máxima entre os valores nodais em cada elemento.

A escolha da menor largura de faixa possível não só reduz a memória necessária para o armazenamento da matriz de rigidez, como também facilita a resolução do sistema pois, somente os coeficientes pertencentes a ela são gravados e operados. Na programação automática desenvolvida nesta pesquisa a montagem desses coeficientes na memória do computador é feita sob a forma retangular.

O sistema não poderá ser resolvido sem que sejam introduzidas as condições de contorno. Essas condições de contorno são impostas com a prescrição de deslocamentos ao

longo das fronteiras.

Os métodos diretos que melhor se aplicam às características da matriz de rigidez, para a resolução do sistema de equações lineares, são os métodos de Gauss e o de Cholesky (Soriano, 1972). Para a obtenção dos deslocamentos nodais adota-se o método de eliminação de Gauss.

Conhecidos os deslocamentos em qualquer ponto no interior do elemento, em função dos deslocamentos nodais, as deformações podem ser obtidas com o auxílio de um operador diferencial adequado. A relação geométrica deformação-deslocamento pode então ser escrita:

$$\{\epsilon\} = [B] \{\delta\} \quad (\text{II-5})$$

Considerando-se a relação tensão - deformação como sendo linear, tem-se:

$$\{\sigma\} = [D] \{\epsilon\} \quad (\text{II-6})$$

Para materiais isotrópicos nas condições de tensão plana a matriz de elasticidade $[D]$ é dada por:

$$[D] = \frac{E}{1 - \nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{II-7})$$

sendo, E o módulo de elasticidade e ν o coeficiente de Poisson. Em problemas nas condições de deformação plana a matriz $[D]$ passa a ser:

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (II-8)$$

Na presente programação automática a matriz de elasticidade \tilde{e} é definida pela equação II-7. Como os problemas analisados são de deformação plana, devem ser introduzidas as constantes elásticas fictícias em II-7 do tipo

$$E^* = \frac{E}{1 - \nu^2}$$

$$\nu^* = \frac{\nu}{1 - \nu}$$

para se obter a equação II-8.

II.2 - O ELEMENTO ISOPARAMÉTRICO QUADRÁTICO

Diversas famílias de elementos são definidas dentro de configurações uni , bi e tridimensionais (Zienkiewicz, 1971; Desai e Abel, 1972). Inicialmente em análises bidimensionais, foram utilizados os elementos triangulares de três pontos nodais e os retangulares. Quanto a esses dois tipos de elementos pode-se observar que os triangulares possuem maior flexibilidade no acompanhamento de contornos irregulares enquanto que, nos retangulares os campos de deslocamentos são mais refinados que nos anteriores.

O elemento isoparamétrico quadrático da famí-

lia Serendipity (figura II-2) adotado nesta pesquisa, admite campos de deslocamentos refinados e a utilização numa forma distorcida para discretização de estruturas com geometrias irregulares. Esse elemento tem sido utilizado com sucesso em várias aplicações a problemas de deformação plana na Mecânica dos Solos (Mahler, 1974; Tsutsumi, 1975).

Na formulação isoparamétrica os deslocamentos e a geometria do elemento são representados pelas mesmas funções de interpolação. Se o campo de deslocamentos no domínio do elemento é arbitrado sob a forma

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = [N_i] \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix} \quad (\text{II-9})$$

a geometria é definida por

$$\begin{Bmatrix} x \\ z \end{Bmatrix} = [N_i] \begin{Bmatrix} x_i \\ z_i \end{Bmatrix} \quad (\text{II-10})$$

sendo, u, v - deslocamentos horizontal e vertical de um ponto no interior do elemento;

u_i, v_i - deslocamentos horizontal e vertical de um ponto nodal;

x, z - coordenadas cartesianas de um ponto no interior do elemento;

x_i, z_i - coordenadas cartesianas de um ponto nodal;

$[N_i]$ - matriz da função de interpolação num ponto nodal;

i - variando de 1 a 8 (número de pontos nodais por elemento).

II.2.1 - FUNÇÕES DE INTERPOLAÇÃO

As funções de interpolação são definidas em termos de coordenadas curvilíneas (ξ, η) para cada ponto nodal do elemento (figura II-2):

nos pontos nodais de canto

$$(i = 1 \text{ a } 4) \quad N_i = \frac{1}{4} (1 + \xi_0) (1 + \eta_0) (\xi_0 + \eta_0 - 1)$$

nos pontos nodais médios

$$(i = 6 \text{ e } 8) \quad N_i = \frac{1}{2} (1 - \xi^2) (1 + \eta_0)$$

$$(i = 5 \text{ e } 7) \quad N_i = \frac{1}{2} (1 + \xi_0) (1 - \eta^2)$$

onde, N_i - função de interpolação num ponto nodal;

$$\xi_0 = \xi \xi_i ;$$

$$\eta_0 = \eta \eta_i ;$$

ξ_i, η_i - coordenadas curvilíneas de um ponto nodal;

Determinados critérios de convergência devem ser atendidos pelas funções de interpolação (Desai e Abel, 1972):

PRIMEIRO CRITÉRIO - As funções de interpolação devem ser contínuas no interior e nas interfaces dos elementos, de forma que exista compatibilidade de deslocamentos entre elementos adjacentes.

SEGUNDO CRITÉRIO - As funções de interpolação devem incluir os deslocamentos de corpo rígido do elemento.

TERCEIRO CRITÉRIO - As funções de interpolação devem abranger os estados de deformação constante do elemento.

Em elementos finitos as formulações que satisfazem o primeiro critério são chamadas compatíveis ou conformes e as que atendem ao segundo e terceiro critérios são conhecidas como completas. O elemento isoparamétrico é conforme uma vez que as funções de interpolação escolhidas são intrinsecamente contínuas no seu interior e os deslocamentos em cada face do elemento ficam perfeitamente definidos pelos deslocamentos nodais deste lado. A condição de completude também é satisfeita pelo referido elemento sendo possível demonstrar que a representação paramétrica contém um polinômio completo do primeiro grau.

II.2.2 - MATRIZ DE RIGIDEZ DO ELEMENTO

Na determinação da matriz de rigidez $[S]^e$ do elemento é necessário o conhecimento das respectivas matrizes $[B]$ e $[D]$:

$$[S]^e = \int_A [B]^T [D] [B] t d(\text{área}) \quad (\text{II-11})$$

onde t é a espessura do elemento (igual a 1 no caso de deformação plana).

Nos estudos bidimensionais envolvendo materiais isotrópicos, a matriz $[D]$ é definida pela relação II-7 ou II-8 e a matriz $[B]$ é constituída por submatrizes $[B_i]$:

$$[Bi] = \begin{bmatrix} \frac{\partial Ni}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial Ni}{\partial z} \\ \frac{\partial Ni}{\partial z} & \frac{\partial Ni}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (II-12)$$

i variando de 1 a 8.

Sendo as funções de interpolação definidas em termos de coordenadas curvilíneas (ξ, η) , suas derivadas em II-12 devem ser obtidas em relação às mesmas variáveis. Com base na diferenciação parcial, tem-se:

$$\frac{\partial Ni}{\partial \xi} = \frac{\partial Ni}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial Ni}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \xi} \quad (II-13)$$

$$\frac{\partial Ni}{\partial \eta} = \frac{\partial Ni}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial Ni}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial \eta}$$

As equações em II-13 podem ser escritas sob a forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial Ni}{\partial \xi} \\ \frac{\partial Ni}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial Ni}{\partial x} \\ \frac{\partial Ni}{\partial z} \end{Bmatrix} = [J] \begin{Bmatrix} \frac{\partial Ni}{\partial x} \\ \frac{\partial Ni}{\partial z} \end{Bmatrix}$$

sendo $[J]$ denominada "Matríz Jacobiana".

As derivadas de Ni em relação às coordenadas cartesianas (x, z) são obtidas com a inversão da matriz jacobiana, o que só é permitido se $|J|$ for diferente de zero (Mahler e outros, 1976):

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{Bmatrix} = [J]^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{Bmatrix}$$

A matriz Jacobiana pode ser expressa em função das coordenadas cartesianas dos pontos nodais. Recorrendo-se à equação II-10, obtém-se:

$$[J] = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \xi} z_i \\ \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \sum_{i=1}^8 \frac{\partial N_i}{\partial \eta} z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} & \dots & \frac{\partial N_8}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_1}{\partial \eta} & \dots & \frac{\partial N_8}{\partial \eta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & z_1 \\ \vdots & \vdots \\ x_8 & z_8 \end{bmatrix}$$

Para que se possa resolver a equação em coordenadas curvilíneas é necessário alterar adequadamente os limites de integração, o que é feito com o auxílio do determinante do Jacobiano, de modo que:

$$dx dz = \det [J] d\xi d\eta$$

Portanto pode-se escrever a equação II-11 na forma:

$$[S]^e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D] [B] \det [J] d\xi d\eta \quad (II-14)$$

Para a resolução de II-14 emprega-se a integração numérica de Gauss-Legendre (item II.2.4).

II.2.3 - DEFORMAÇÕES E TENSÕES

O campo de deslocamentos assumido no contorno e no interior do elemento é quadrático e como as deformações são derivadas de primeira ordem dos deslocamentos, os campos de deformações e de tensões são lineares.

Os estados de deformações e de tensões podem ser obtidos em qualquer ponto do elemento. Devido à descontinuidade de deformações e de tensões nas interfaces dos elementos, é assumido nos pontos nodais a média aritmética das contribuições dos elementos que incidem nesses pontos.

II.2.4 - INTEGRAÇÃO NUMÉRICA

A integração numérica de Gauss-Legendre consiste na adoção de determinados pontos no interior do elemento cujas coordenadas locais e coeficientes de ponderação são tabulados. O número mínimo necessário de pontos é aquele em que a integração numérica é suficiente para avaliar exatamente o volume do elemento (Zienkiewicz, 1971).

Para o elemento isoparamétrico quadrático são necessários no mínimo dois pontos de integração em cada direção. No trabalho de Mahler e outros (1976), são apresenta

das considerações quanto ao número de pontos de integração relacionado com o emprego de elementos distorcidos de sua forma original. Também são analisados o tempo e custo de processamento quanto à utilização de um número maior de pontos de integração.

II.3 - APLICAÇÕES À MECÂNICA DOS SOLOS

O trabalho pioneiro de aplicação do MEF à problemas de Mecânica dos Solos foi apresentado por Clough e Woodward (1967). Nessa pesquisa foram avaliados os efeitos provenientes da construção incremental e da flexibilidade da fundação no desenvolvimento de tensões e deformações em a-têrros. O comportamento não-linear do solo foi considerado e os resultados dessa análise comparados com observações de campo feitas durante a construção da barragem de Otter Brook. Foi revelado pela primeira vez que o MEF pode prever com a ceitável precisão os movimentos durante a construção de uma Barragem de terra.

Girijavallabham e Reese (1968) aplicaram o MEF em problemas de deformação plana e axi-simétricos. Consideraram uma sapata flexível circular apoiada num meio elástico linear, homogêneo e isotrópico. Os recalques da superfície fornecidos pelo MEF foram comparados com a solução de Steinbrenner e a de Boussinesq. Verificou-se boa concordância entre a solução de Steinbrenner e a do MEF uma vez que em ambas a espessura da camada de solo foi considerada igual a cinco vezes o raio da sapata e limitada por uma superfície rígida. As diferenças ocorridas entre a solução de

Boussinesq e a do MEF não foram significativas para os autores pois na primeira o meio é suposto semi-infinito, o que é assumido de forma aproximada pelo MEF. Ainda nesse trabalho foram conduzidas análises não-lineares pelo MEF para o caso de uma sapata rígida circular. Os resultados comparados com observações experimentais mostraram-se satisfatórios.

Aplicando o processo incremental e assumindo relações tensão-deformação não-lineares, Clough e Duncan (1969) realizaram uma série de análises pelo MEF em Port Allen Lock, cujos resultados apresentaram-se bem de acordo com os fornecidos pela instrumentação. Estudos semelhantes foram realizados por Kulhawy e outros (1969) durante a construção da barragem de Otter Brook, onde as medições de campo também confirmaram as previsões feitas pelo MEF dos movimentos da barragem.

Os resultados de análises não-lineares pelo MEF junto com observações de campo, oferecem um meio eficiente para o estudo de problemas complexos da engenharia de solos, fato também verificado na escavação da Estação Elevatória de Buena Vista, California (Chang e Duncan, 1970).

Análises dos movimentos e das tensões na barragem de Oroville foram conduzidas por Kulhawy e Duncan (1970) e por Nobari e Duncan (1972), esta última na fase de enchimento do reservatório.

A influência da posição do filtro na fissuração de barragens de terra foi verificada através de análises pelo MEF. Esses estudos foram aplicados na barragem de Ma-

rimbondo (Souto Silveira e Zagottis, 1970).

A simulação pelo MEF do atêrro principal da barragem de Empingham foi realizada a partir de observações obtidas de um atêrro experimental, quando também foi possível verificar o método de análise utilizado, o MEF (Vaughan e outros, 1973; citado por Mahler, 1974).

III - O MÉTODO CONSTRUTIVO DE TÚNEIS PELA COURAÇA

III.1 - O DESENVOLVIMENTO DESTES MÉTODOS

As técnicas de projeto e execução de túneis pela couraça ("shield method") foram patenteadas em 1818 por Marc Isambard Brunel. A primeira aplicação aconteceu em Londres com a construção de um túnel sob o rio Tâmisa a partir de 1825. A abertura deste túnel foi iniciada em 1807 ocorrendo a paralização de suas obras devido a problemas no escoramento do solo e às cheias do rio. A obra com 150 m de extensão e seção de 6,7 m x 11,3 m foi concluída pelo próprio Brunel em 1843. A couraça de Brunel era composta por células as quais podiam mover-se independentemente.

Duas patentes de couraça foram registradas na Inglaterra. Uma em 1849 por S. Dunn que constava de uma única peça e a outra por Peter W. Barlow em 1864 utilizada com anéis de revestimento de ferro fundido permitindo o preenchimento com argamassa ("grouting") do vazio, deixado na parte externa do revestimento do túnel.

Sir Thomas Cōchrane registrou em 1830 uma patente para o emprego do ar comprimido em túneis porém, este equipamento somente foi utilizado junto com o método pela couraça no ano de 1888 em Londres. Para os 10 km de metrô politano com um diâmetro médio de 3,3 metros construídos pela couraça, o ar comprimido só foi empregado nos trechos onde ocorriam camadas aquíferas. Nessa construção James Henry Greathead projetou e patenteou um equipamento para o preenchimento com argamassa do espaço vazio deixado pela couraça, en-

tre o maciço e o revestimento do túnel (Souto Silveira,1974).

A utilização da couraça com ar comprimido foi aprimorada pelo engenheiro inglês G. Talbot, empregando o mê todo com sucesso no ano de 1894 em Glasgow.

III.2 - DESCRIÇÃO DO PROCESSO CONSTRUTIVO

Este método construtivo de túneis consiste no deslocamento de um cilindro rígido de aço, denominado couraça, a berto em ambas as extremidades. Na parte dianteira é feita a escavação do maciço e na parte posterior a colocação do reves timento pré-fabricado. A couraça é impulsionada para frente pela ação de macacos hidráulicos apoiados no revestimento pre viamente colocado, sendo a grandeza deste avanço função das ca racterísticas de resistência do maciço e das condições do lençol freático.

Nas aberturas subterrâneas onde o emprego de explosivos se faz necessário, o método pela couraça deve ser e vitado devido à sensibilidade de seus equipamentos, principalmente com relação à dirigibilidade da couraça.

III.2.1 - CARACTERÍSTICAS ESTRUTURAIS DA COURAÇA

O principal elemento estrutural da couraça é moldado em placas de aço na forma da seção do túnel e pode ser subdividido em três partes: a lâmina cortante, a parte central ou tronco e a cauda (figura III-1.a).

- lâmina cortante: localizada na extremidade dianteira, participa efetivamente da escavação. Tem como objetivo principal fornecer uma distribuição tão uniforme quanto possível

das enormes pressões induzidas por ela ao ser impelida contra o maciço, vencendo a sua resistência e permitindo o avanço da couraça. Como função adicional a lâmina cortante assegura um certo suporte à frente de trabalho.

A seção e forma da lâmina cortante devem satisfazer determinadas exigências com relação ao corte do maciço (parte horizontal) e como apoio dos macacos hidráulicos (parte vertical).

Devido à eventual ocorrência de minerais duros no maciço, tal como o quartzo, a superfície pontiaguda das lâminas cortantes recebe um tratamento especial com a finalidade de aumentar a sua resistência ao desgaste.

Em maciços resistentes a lâmina cortante é levemente inclinada para cima deixando um espaço vazio em torno dela o que provoca um decréscimo de pressões no maciço devido ao afrouxamento da região circunvizinha. O mesmo não deve ser feito em maciços não resistentes uma vez que a ocorrência desse afrouxamento proporcionaria um acréscimo de pressões (Széchy, 1973).

- parte central ou tronco: funciona como suporte durante o processo de construção oferecendo proteção ao equipamento hidráulico necessário para o impulsionamento da couraça. Sua espessura varia de 1,5 a 7,0 centímetros. Em couraças mais espessas a parte central é fabricada em placas sobrepostas, soldadas ou rebitadas. Quaisquer saliências são gastas rapidamente pelo maciço aumentando a resistência de atrito, devendo-se portanto evitar ondulações nas placas.

Para couraças de pequenos diâmetros as placas são fabricadas em aço doce simplesmente nervuradas. Em couraças de grandes diâmetros a parte central é reforçada por anéis de seção I, escorada por colunas e vigas formando divisões onde várias turmas de trabalho podem executar a escavação simultaneamente. Essas divisões têm no mínimo 1,8 m de altura por 1,2 m de largura.

- cauda: é uma das partes da couraça que mais sofre deformações. Sua estrutura não pode receber qualquer suporte uma vez que sob ela é colocado o revestimento permanente do túnel. O comprimento da cauda é determinado em função da largura dos anéis de revestimento, cobrindo pelo menos um a nel e meio além do anel de distribuição de pressões colocado entre os macacos hidráulicos e o revestimento previamente armado (figura III-1.a).
- equipamentos auxiliares: na construção de túneis pela couraça são utilizados alguns equipamentos independentes de sua estrutura necessários para o seu impulsionamento, escavação do maciço, remoção do entulho, colocação do revestimento permanente e preenchimento de argamassa do espaço vazio, deixado após o deslocamento da couraça, entre o maciço e o revestimento do túnel (figura III-1.b).

III.2.2 - ETAPAS DE CONSTRUÇÃO

O processo sequencial de abertura de túneis pela couraça compreende as seguintes etapas:

- escavação do maciço;
- remoção do entulho;

- avanço da couraça;
- colocação do revestimento permanente, e
- preenchimento com argamassa, calafetagem e drenagem.

Para efeito da simulação realizada pelo Método dos Elementos Finitos são consideradas somente quatro etapas desse processo: a escavação do maciço, o avanço da couraça, a colocação do revestimento permanente e o preenchimento dos vazios na parte externa do túnel.

- escavação do maciço: é a tarefa mais perigosa durante o processo de abertura de túneis uma vez que a escavação é executada em seção plena, o que abala sensivelmente a estabilidade do maciço. Diversos processos são utilizados na estabilização das zonas perturbadas.

O equipamento de escavação é escolhido de acordo com as características do maciço, a fim de reduzir as perturbações no mesmo. Em maciços de baixa resistência torna-se necessária a utilização de uma cobertura especial que será parte integrante da lâmina cortante. O comprimento dessa cobertura é proporcional ao diâmetro da couraça, cobrindo em geral um terço do seu perímetro.

Para reduzir a resistência oferecida pelo maciço escarifica-se ao longo do perímetro da lâmina cortante, numa extensão tal que não permita pressões desiguais durante o impulsionamento da couraça, o que afetaria a sua dirigibilidade.

- avanço da couraça: o impulsionamento da couraça é uma etapa delicada deste processo construtivo uma vez que o túnel

deve seguir um alinhamento previamente estabelecido.

O avanço da couraça é realizado mediante atuação de macacos hidráulicos dispostos ao longo do seu perímetro interno, apoiados no anel de reforço e na parte vertical da lâmina cortante (figura III-1.b). Nessa operação têm que ser vencidas as resistências:

- do atrito externo entre a couraça e o revestimento do túnel;
- do atrito interno entre a cauda da couraça e o revestimento do túnel;
- passivas contra a penetração da lâmina cortante, e
- parciais da seção livre, dependendo se ela é escorada durante o avanço.

A direção correta da couraça é orientada por instrumentos geodésicos instalados na cauda.

- colocação do revestimento permanente: no método pela couraça o revestimento permanente é composto por segmentos (figura III-1.c) subdivididos em elementos de aço ou de concreto. Em túneis de pequenos diâmetros estes elementos são içados por um sistema simples de guincho, orientados e posicionados manualmente.

A fixação dos elementos que constituirão o revestimento de túneis com grandes diâmetros, é realizada por meio de um equipamento hidráulico adaptado sobre um eixo, atuando em qualquer posição no perímetro interno da cauda.

A formação do revestimento é iniciada pelo

fundo ("invert"), proporcionando um suporte aos elementos ascendentes. A partir da altura central do túnel ("spring-line") torna-se necessária a utilização de um escoramento temporário para os elementos suspensos. Também são usados elementos nervurados encaixados uns aos outros.

- preenchimento do vazio entre o revestimento e o maciço: o espaço vazio deixado entre o revestimento e o maciço, após o avanço da couraça, deve ser preenchido tão rápido quanto possível a fim de reduzir os recalques da superfície bem como o desenvolvimento de elevados gradientes de tensões. A grandeza deste espaço vazio depende da formação geológica do maciço e do tipo de couraça utilizado.

O preenchimento tem como objetivos:

- ocupação do espaço vazio;
- impermeabilização do túnel;
- estabilização do maciço circunvizinho, contribuindo para a redução das pressões sobre o revestimento do túnel.

Entretanto, os aspectos citados não podem ser considerados simultaneamente por uma única espécie de preenchimento, cuja eficiência depende do tipo dos elementos que o constituem e da natureza geológica do maciço. Portanto, quanto às suas finalidades, o preenchimento é dividido em duas fases distintas:

- a) o preenchimento primário - simplesmente objetiva a ocupação do espaço vazio. Uma argamassa de cimento, cascalho ou areia grossa é injetada por um equipamento específico sob uma pressão em torno de $5,0 \text{ kgf/cm}^2$;

b) o preenchimento secundário - tem dupla função, impermeabilização do túnel e estabilização do maciço circunvizinho. A injeção de uma suspensão de cimento, bentonita e betume aquecido, é feita sob uma pressão de 10,0 a 30,0 kgf/cm².

O preenchimento é efetuado através de furos de injeção com um diâmetro médio de cinco centímetros. Estes orifícios são feitos no revestimento do túnel, ficando vedados durante a sua colocação.

III.3 - VANTAGENS DURANTE A CONSTRUÇÃO

Na apreciação dos métodos construtivos de túneis alguns aspectos são considerados relevantes, tais como:

- o desenvolvimento de tensões devido à escavação do maciço , com eventual ocorrência de deslocamentos antes e durante a instalação dos escoramentos temporários;
- os recalques intermediários que surgem durante o intervalo de tempo decorrido entre a escavação do maciço e a conclusão do revestimento permanente ou devido às descontinuidades na periferia do túnel;
- o demorado avanço da obra uma vez que a escavação do maciço e o revestimento permanente são feitos alternadamente e por partes, perturbando a frente de trabalho;
- o atraso da construção devido a repetidas instalações e demolições dos escoramentos temporários ;
- escoramentos temporários mais densamente espaçados são requeridos quanto maiores forem as dimensões do túnel e menor a

resistência do maciço, ocasionando um elevado consumo de material para os escoramentos e dificuldades no seu transporte.

Conhecidos alguns dos efeitos induzidos pelos processos construtivos de túneis, certas vantagens do método pela couraça podem ser destacadas:

- o túnel é aberto em seção plena;
- são eliminados os inconvenientes causados pelos escoramentos temporários, com armação direta do revestimento permanente;
- a couraça oferece proteção constante ao local de trabalho, e
- a rapidez em que a obra é executada impede o desenvolvimento de grandes deformações no maciço.

O método pela couraça é utilizado na abertura de túneis em solos ou em rochas decompostas, principalmente dentro de regiões urbanas nas quais os recalques da superfície são considerados críticos.

IV - SIMULAÇÃO SEQUENCIAL DE ESCAVAÇÕES PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

As obras de engenharia são normalmente projetadas e realizadas dentro de uma determinada sequência de operações. Em aterros e escavações a sequência é previamente definida na programação das etapas em que estas obras são executadas. Uma das potencialidades do Método dos Elementos Finitos (MEF) é justamente a simulação de um problema sequencial - mente, etapa por etapa.

No processo incremental pelo MEF a hipótese básica é assumir o meio contínuo inicialmente em equilíbrio, o que significa considerar o estado de tensões no repouso.

IV.1 - ESTADO INICIAL DE TENSÕES

Em análises de escavações as tensões iniciais são consideradas fundamentais. Na simulação do problema pelo MEF, o descarregamento aplicado na fronteira exposta pela escavação é calculado em função do estado inicial de tensões e o nível de tensão após um estágio da obra é obtido através do somatório das tensões iniciais com as variações ocorridas.

Na obtenção do estado inicial de tensões a inclinação da superfície do maciço e sua heterogeneidade são consideradas.

Num maciço homogêneo com a superfície horizontal, as direções principais coincidem com as direções vertical e horizontal e neste caso tem-se um estado geostático de tensões caracterizado pela inexistência de tensões cisalhantes

de z da superfície do maciço com um peso específico γ (figura IV-1) as tensões efetivas podem ser obtidas pelas seguintes relações:

$$\sigma_z' = \gamma z - \gamma_a z_a \quad (\text{IV-1})$$

$$\sigma_x' = K_o \sigma_z' \quad (\text{IV-2})$$

onde, σ_z' - tensão vertical efetiva,
 γ_a - peso específico da água,
 z_a - altura do lençol d'água,
 σ_x' - tensão horizontal efetiva e,
 K_o - coeficiente de empuxo no repouso.

Nos estudos em tensões totais (σ_x e σ_z) o coeficiente de empuxo no repouso deve ser admitido de forma corente (K_o^*). Recorrendo-se à equação IV-2 e sabendo - se que $\sigma_x = \sigma_x' + \gamma_a z_a$, tem-se:

$$K_o^* \sigma_z = K_o \sigma_z' + \gamma_a z_a \quad (\text{IV-3})$$

Na equação IV-3 é introduzida a equação IV-1:

$$K_o^* \gamma z = K_o (\gamma z - \gamma_a z_a) + \gamma_a z_a$$

de onde obtem-se a relação esperada,

$$K_o^* = \frac{K_o (\gamma z - \gamma_a z_a) + \gamma_a z_a}{\gamma z} \quad (\text{IV-4})$$

Pode-se facilmente perceber que em análises onde não há interferência do lençol freático ($z_a = 0$) os valores dos coeficientes K_o e K_o^* coincidem.

O coeficiente de empuxo no repouso em maciços naturais tem uma faixa de variação muito grande tanto em solos como em rochas, uma vez que, sendo uma relação entre as tensões horizontal e vertical, seu valor dependerá da forma em que a deposição se processa, da história de carregamento e dos movimentos tectônicos.

As variações do coeficiente de empuxo no repouso também são provocadas por ações externas. A remoção do material pela erosão na superfície de um maciço natural, permite expansões verticais e decréscimos de tensões enquanto que nenhuma expansão horizontal é verificada (Scott e Schoustra, 1968).

Para um solo muito pré-adensado estudos de campo e de laboratório mostram que o valor de K_0 pode ser comparado de forma aproximada ao coeficiente de empuxo no estado passivo K_p (Skempton, 1961; Brooker e Ireland, 1965). Apoiado nessas pesquisas Chen (1972) estabeleceu algumas relações para o cálculo de tensões iniciais num maciço homogêneo com um talude de inclinação i e extensão infinita, utilizando também o diagrama de Mohr e a teoria de Rankine modificada.

A concepção de tensões geostáticas não pode ser estendida aos maciços com a superfície inclinada devido à ocorrência de tensões cisalhantes nos planos horizontal e vertical. Neste caso as tensões iniciais são obtidas através de análises "Gravity Turn-On" realizadas pelo MEF. Estas análises se caracterizam pela aplicação instantânea do peso próprio do maciço sob a forma de cargas consistentes $\{F\}$, as quais são calculadas, em cada ponto discreto da rede, através

de integrações do tipo:

$$\{F\} = - \int_V [N]^T \{g\} d(vol) \quad (IV-5)$$

onde, $[N]$ - matriz das funções de interpolação,

$\{g\}$ - vetor das forças de massa.

No elemento isoparamétrico quadrático a distribuição das forças supracitadas é feita de forma consistente com a sua formulação (figura IV-2), fornecendo maior precisão nos resultados do que a distribuição uniforme empregada no elemento triangular de três pontos nodais (Zienkiewicz, 1971).

No processo "Gravity Turn-On" o coeficiente de empuxo no repouso (K_0) mantém o vínculo com o coeficiente de Poisson (ν), sob a forma $K_0 = \frac{\nu}{1 - \nu}$, condição necessária em análises de deformação plana no domínio elástico.

A heterogeneidade dos materiais é facilmente assumida no processo "Gravity Turn-On" para o cálculo das tensões iniciais, uma vez que, as propriedades físicas do maciço são fornecidas, no caso mais geral, através de cada elemento individualmente.

IV.2 - CONCEPÇÃO DO DESCARREGAMENTO DEVIDO À ESCAVAÇÃO DO MACIÇO

Em escavações a remoção de material provoca o rompimento do estado de equilíbrio inicial do maciço. Este descarregamento é representado numericamente por forças nodais equivalentes. O cálculo destas forças envolve apenas os elementos adjacentes, removidos e remanescentes, dispostos ao longo da fronteira da escavação. A partir das tensões iniciais nos pontos nodais dos elementos em questão, as forças equivalentes $\{Fe\}$ são obtidas resolvendo-se integrais do tipo:

$$\{Fe\} = \int_v [B]^T \{\sigma\} d(vol) \quad (IV-6)$$

sendo, $[B]$ - matriz da relação deformação-deslocamento,
 $\{\sigma\}$ - vetor das tensões iniciais.

Com a intenção de moderar os erros provenientes da descontinuidade de tensões inter-elementos, considera-se a média aritmética entre as contribuições de forças dos elementos remanescentes e removidos, tomados dois a dois.

Quanto às parcelas de rigidez dos elementos removidos pela escavação, estas são eliminadas da matriz global e com o objetivo numérico de se evitar a singularidade desta matriz, são prescritos deslocamentos nulos para todos os pontos nodais localizados no interior da região escavada.

Na simulação de uma escavação em múltiplas etapas, ao término de cada uma delas, são calculadas as variações de forças nas fronteiras correspondentes às etapas posteriores.

Esta determinação é feita através de produtos matriciais entre as variações de deslocamentos ocorridas no final de uma etapa e os coeficientes de rigidez da estrutura global. Nestas operações a matriz de rigidez global recebe modificações sucessivas, quando são eliminadas as contribuições dos elementos que compõem cada uma das etapas subsequentes da escavação. Desta forma, considerando-se estas variações de forças equivalentes, podem ser estimados os descarregamentos intermediários que serão aplicados durante a simulação do problema.

IV.3 - SIMULAÇÃO DA ABERTURA DE TÚNEIS EM COURAÇA

No método de abertura de túneis em couraça, a sequência de construção é bem definida o que facilita a sua simulação através do MEF. As diferentes etapas deste processo construtivo são analisadas individualmente, sem que os efeitos de uma determinada etapa sejam considerados nas subsequentes, tendo-se em vista que, na realidade a escavação é feita em seção plena. Além disto, a própria concepção sequencial de abertura de túneis sugere um tipo de modelo tridimensional e reológico para reproduzir melhor o comportamento do maciço. Tal formulação não foi desenvolvida na programação automática deste trabalho.

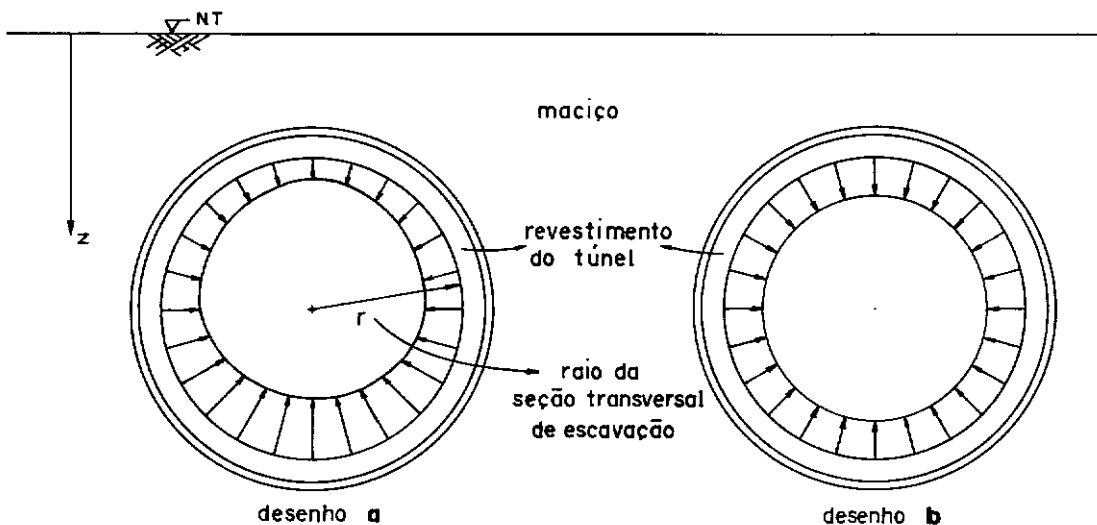
Portanto, nas análises propostas assume-se que:

- o maciço seja homogêneo e isotrópico, com um comportamento tensão-deformação elástico linear independente do tempo ;
- a couraça e o revestimento do túnel sejam introduzidos no maciço sem qualquer perturbação do seu estado inicial ;
- não exista o efeito de atrito entre os elementos constituintes do túnel e o maciço .

Peck (1969) sugeriu simplificações semelhantes reconhecendo inclusive a complexidade das cargas que atuam sobre a couraça. Tornam-se dispensáveis maiores esclarecimentos, uma vez que quaisquer comentários a cerca destas hipóteses simplificadoras indubitavelmente viriam a coincidir com aqueles apresentados pelo referido autor.

Estabelecida a representação estrutural do contínuo, através de uma rede de elementos finitos, e definidas as tensões iniciais em seus pontos discretos, determinam-se as forças nodais equivalentes, ao longo da superfície escavada. Estas forças ao serem aplicadas simulam o descarregamento provocado pela escavação do maciço.

Nas simulações realizadas não são considerados os pesos próprios do revestimento e da couraça. Numa tentativa de reduzir os erros provenientes desta simplificação, admite-se um descarregamento uniforme, calculado em função das tensões iniciais no centro da escavação. Este artifício de cálculo permite que se aumente a solicitação na parte superior do revestimento do túnel ao mesmo tempo que se diminua a solicitação na parte inferior do mesmo. Os desenhos apresentados a seguir ilustram a concepção deste descarregamento :



No desenho a o descarregamento é obtido a partir das tensões iniciais variando com a profundidade z , entretanto, nas análises propostas neste item adota-se um descarregamento uniforme (desenho b) atuando ao longo do perímetro interno do revestimento do túnel. É conveniente ressaltar que o atual programa automático dispõe de uma subrotina auxiliar (apêndice A) para o cálculo do carregamento devido ao peso próprio, apenas por simplicidade admite-se a concepção apresentada anteriormente.

A seção transversal do túnel em estudo, é escolhida numa posição tal que permite tratar o problema sob condições de deformação plana, sem grandes aproximações (corte AA, figura III-1.b). A circunvizinhança desta seção é subdividida em quatro regiões. As regiões A , B e D representam , respectivamente, a escavação, o revestimento do túnel e o maciço, enquanto que a região C pode receber uma das seguintes caracterizações físicas (figura IV-3) :

- de aço, para representar a couraça (análise RCM) ;
- de "vazio", simulando o espaço deixado, após o avanço da couraça, entre o revestimento do túnel e o maciço (análise RVM), e
- de argamassa, assumindo o preenchimento deste espaço vazio (análise RPM).

Na análise RVM , além do alívio induzido pela escavação considera-se também uma distribuição de forças nodais equivalentes aplicadas ao longo da fronteira CD.

Estas forças, que variam com a profundidade z , simulam o descarregamento do maciço após o avanço da couraça. Na representação do espaço "vazio" entre o revestimento do túnel e o maciço, são estabelecidos pequenos coeficientes de rigidez para os elementos localizados na região C. Desta forma garante-se uma ligação estrutural entre as regiões B e D, além de favorecer a concepção de um eventual efeito de arqueamento acima do túnel. Todavia, estudos paramétricos devem ser realizados para reproduzir convenientemente o fenômeno citado.

V - IDEALIZAÇÃO ANALÍTICA DO SISTEMA FÍSICO REAL

A discretização do meio contínuo possibilita a análise numérica do problema, cuja solução é influenciada pela representatividade do modelo estrutural. Este modelo deve ser estabelecido adequadamente de tal forma que não introduza erros significantes nos resultados pois, o tratamento matemático dado pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) ao sistema físico real, é aproximado. Além disso são adotadas formulações simplificadas para a representação do comportamento tensão-deformação do maciço.

Para uma análise bidimensional de deformação plana assume-se um problema simétrico de aberturas subterrâneas circulares num domínio limitado pelas fronteiras representadas na figura V-1. Deve-se notar nesta figura que o posicionamento das fronteiras é feito em relação ao centro da seção transversal do túnel.

V.1 - RELAÇÃO TENSÃO-DEFORMAÇÃO

As dificuldades de se estabelecer leis constitutivas para os solos provêm da complexidade de seu comportamento, impondo diversas aproximações aos estudos que tentam a sua melhor representação. Várias pesquisas foram desenvolvidas no sentido de formular relações tensão-deformação para os solos (Tan, 1957; Rowe, 1962; Roscoe e Poorooshasb, 1963 - citados por Dunlop e outros, 1968).

Nos trabalhos de Kondner (1963) e Kondner e Zelasko (1963) foi proposta uma representação hiperbólica

das curvas tensão-deformação não lineares, cuja adequação foi comprovada em análises de elementos finitos envolvendo uma variedade de solos (Kulhawy e outros, 1969).

O comportamento não linear dos solos pode ser considerado no MEF também sob a forma digital, quando a curva tensão-deformação é dividida em segmentos lineares.

Através do processo iterativo a não linearidade física dos solos pode ser assumida tanto sob a forma funcional (hiperbólica) como sob a forma digital.

Para os objetivos propostos nessa pesquisa, são adotados dois tipos de comportamento tensão-deformação para os solos:

- elástico linear;
- elástico bi-linear.

V.1.1 - FORMULAÇÃO ELÁSTICA LINEAR

Através de análises elásticas lineares tem sido possível a realização de vários estudos pelo MEF, tais como, sobre as influências das tensões iniciais, dos parâmetros elásticos, do posicionamento e condições de fronteira, etc. No domínio elástico aplica-se a lei de Hooke sob a forma:

$$\{\sigma\} = [D] \{\epsilon\} \quad (V-1)$$

onde, $\{\sigma\}$ - vetor das tensões;
 $[D]$ - matriz de elasticidade;
 $\{\epsilon\}$ - vetor das deformações.

A verificação da unicidade de solução num processo sequencial envolvendo materiais com um comportamento iso

trópico elástico linear e independente do tempo, assegura o emprego de análises não-lineares nas quais o estado final de deslocamentos, de deformações e de tensões dependem das etapas intermediárias.

Com base na prova de unicidade de soluções (Ishihara, 1970) e seguindo a simulação sequencial de escavações pelo MEF proposta por Chandrasekaran e King (1974), foi possível desenvolver uma programação automática coerente com as relações tensão-deformação adotadas.

V.1.2 - FORMULAÇÃO ELÁSTICA BI-LINEAR

O desenvolvimento da ruptura local dentro de um maciço pode ser observado durante a simulação sequencial de aberturas subterrâneas utilizando-se a formulação elástica bi-linear, na qual a curva tensão-deformação é representada por dois segmentos de reta (figura V-2.a).

Com base no critério de ruptura de Mohr-Coulomb, ao final de cada etapa são determinadas as tensões cisalhantes máxima $\tau_{\text{máx}}$ e de ruptura τ_{rup} , em todos os pontos discretos na rede de elementos finitos, através das equações:

$$\tau_{\text{máx}} = \sqrt{\tau_{xz}^2 + \left(\frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}\right)^2} \quad (\text{V-2})$$

$$\tau_{\text{rup}} = \text{sen } \phi \left(\frac{c}{\text{tg } \phi} + \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \right) \quad (\text{V-3})$$

onde, σ_x - tensão normal horizontal;

σ_z - tensão normal vertical;

τ_{xz} - tensão cisalhante;

c - coesão do maciço;

ϕ - ângulo de atrito interno do maciço.

A ruptura é suposta ocorrer quando $\tau_{\text{máx}} \geq \tau_{\text{rup}}$ ou se uma das tensões principais (σ_1 ou σ_3) for de tração.

Como as tensões em maciços terrosos são em geral diferentes (coeficiente de empuxo no repouso $K_0 \neq 1$), a representação da curva tensão-deformação deve ser feita a partir de um ponto com abscissa nula e ordenada correspondente ao valor da diferença entre as tensões principais ($\sigma_1 - \sigma_3$). Nas condições de tensões iniciais com $K_0 < 1$ em que a direção da tensão principal maior σ_1 é vertical, surgem dois casos típicos de orientação das variações de tensões, nos quais os eixos principais permanecem nas direções horizontal e vertical. Quando $\sigma_z > \sigma_x$ (caso V) a tensão principal maior na ruptura σ_{1r} atua verticalmente e para $\sigma_x > \sigma_z$ (caso H) σ_{1r} atua horizontalmente (figura V-2.b). Estudos realizados por Duncan e Seed (1966) revelam que a deformação na ruptura para um caso V é aproximadamente igual a 3,6 %, enquanto que, num caso H atinge cerca de 10,2%. Palmer e Kenney (1974) sugerem uma redução de 10% da tensão cisalhante de ruptura τ_{rup} quando $\sigma_x > \sigma_z$.

Durante a análise numérica da escavação é estabelecido um valor para o módulo de elasticidade dependendo do nível de tensão verificado em cada ponto do maciço. O valor do coeficiente de Poisson permanece constante no decorrer de toda a análise.

O tratamento numérico adotado para a condição de ruptura faz com que no referido ponto seja assumido um

módulo de elasticidade igual a 0,001 do seu valor inicial , proporcionando ao maciço, após a ruptura, capacidade de deformar-se com pequenas variações no nível de tensão.

Em problemas típicos de deformação plana a lei constitutiva, para materiais elásticos lineares e isotrópicos, é estabelecida pela seguinte equação:

$$\{\sigma\} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \{\epsilon\} \quad (V-4)$$

onde, $\{\sigma\}$ - vetor das tensões;

E - módulo de elasticidade;

ν - coeficiente de Poisson;

$\{\epsilon\}$ - vetor das deformações.

A redução do valor do módulo de elasticidade nesta equação não caracteriza o comportamento real de alguns solos após a ruptura. Areias compactas e argilas pré-adensadas são susceptíveis de variações volumétricas durante o cisalhamento.

Na formulação com tensões e deformações octaédricas, distingue-se o estado hidrostático que representa as variações de volume e o estado desviatório definindo o cisalhamento (Harr, 1966). Nestes termos, para um material elástico linear e isotrópico podem ser escritas as relações:

$$\begin{aligned} \sigma_{oct} &= 3K \epsilon_{oct} && \text{"hidrostático"} \\ \tau_{oct} &= G \gamma_{oct} && \text{"desviatório"} \end{aligned} \quad (V-5)$$

onde, σ_{oct} - tensão normal octaédrica;

K - módulo de deformação volumétrica;

ϵ_{oct} - deformação octaédrica;

τ_{oct} - tensão cisalhante octaédrica;

G - módulo de elasticidade ao cisalhamento;

γ_{oct} - deformação cisalhante octaédrica.

A partir da equação V-4, definindo

$$K = \frac{E}{2(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \text{e} \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)}, \quad \text{Clough e Woodward (1967)}$$

apresentaram a relação tensão-deformação sob a forma:

$$\{\sigma\} = \begin{bmatrix} K+G & K-G & 0 \\ K-G & K+G & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \{\epsilon\} \quad (V-6)$$

utilizando esta relação os referidos autores estabeleceram um comportamento mais real para os solos após a ruptura. Segundo estes pesquisadores, ao ser verificada a condição de ruptura o módulo de elasticidade ao cisalhamento G é feito igual a zero, enquanto que o valor do módulo de deformação volumétrica K é mantido constante.

Estudos realizados na barragem de Otter Brook permitiram constatar no final da análise em que o valor de G foi anulado, uma região rompida menor em comparação com aquela proveniente da análise onde o módulo de elasticidade E assumiu um valor igual a 0,001 após a ruptura. Nos dois casos o coeficiente de Poisson foi considerado constante e igual a 0,2 (Kulhawy e outros, 1969). No caso de aberturas subterrâneas circulares, as duas concepções para o comportamen

to do maciço após a ruptura são analisadas no capítulo VI.

Nas aplicações da formulação elástica bi-linear efetuadas no presente trabalho, proporciona-se ao maciço a capacidade de readquirir resistência durante o processo de escavação. Se numa determinada etapa da simulação sequencial um ponto genérico do maciço deixa de pertencer a uma região de ruptura, com relação às etapas subsequentes é arbitrado um novo valor para o módulo de elasticidade ao cisalhamento G ou de elasticidade E , dependendo da análise, equivalente a 50% do seu valor inicial antes da ocorrência de ruptura. Ensaio de cisalhamento direto com reversão e triaxiais em múltiplos estágios podem ser úteis na atribuição do ganho de resistência.

Na verificação da ruptura através do critério de Mohr-Coulomb, pode-se observar que a tensão cisalhante máxima $\tau_{\text{máx.}}$ é, algumas vezes, excessivamente maior do que a tensão cisalhante de ruptura τ_{rup} (figura V-2.c). A grandeza deste excesso ("overshoot") pode ser minimizada com a simulação do problema em etapas menores ou aplicando-se processos iterativos dentro de cada etapa. Dunlop e Duncan (1970) realizando análises em etapas suficientemente pequenas, verificaram reduções do "overshoot" de até 10%.

V.2 - CONFIGURAÇÃO GEOMÉTRICA DAS REDES E CONDIÇÕES DE CONTORNO

No ajustamento do tamanho, forma e disposição dos elementos numa rede, dois aspectos são considerados importantes:

- o elemento utilizado não deve ser excessivamente distorcido

de sua forma regular, sob o risco de introduzir dificuldades numéricas na solução (Mahler e outros, 1976);

- a região onde elevados gradientes de tensão são esperados deve ser discretizada com um maior número de elementos.

A representação gráfica do problema que se quer analisar às vezes é dificultada por certos detalhes geométricos. Nas análises de aberturas subterrâneas num maciço heterogêneo, estas dificuldades surgem com a necessidade de acompanhamento do perfil geológico assim como do refinamento que se deve dispensar à região circunvizinha à seção transversal da escavação.

Para investigar os efeitos da configuração geométrica das redes de elementos finitos isoparamétricos quadráticos, idealiza-se um problema de abertura subterrânea circular simulada em uma única etapa. Sob as condições de contorno adotadas, casos a e b (figura V-3), utiliza-se as redes TS1, TS2, TS3, TS4 e TS5 (figuras V-4, 5, 6, 7 e 8), mantendo-se o mesmo posicionamento das fronteiras, com $X=13,3r$ $Z=11,4r$ e $Z_0=4,6r$, sendo r o raio da seção transversal do túnel, igual a 3,2 m. Os objetivos deste estudo são conseguidos através de análises elásticas lineares, considerando-se o maciço homogêneo e isotrópico com as seguintes propriedades físicas:

- módulo de elasticidade, $E=3500 \text{ tf/m}^2$;
- coeficiente de Poisson, $\nu = 1/3$;
- peso específico, $\gamma = 2,08 \text{ tf/m}^3$.

Os resultados destas análises sumarizados na Tabela V-1, são

apreciados de forma quantitativa, o que justifica a não apresentação, neste ítem, de outras soluções que não as de elementos finitos.

Os valores dos deslocamentos verticais nos pontos escolhidos, praticamente não variam. Comparando-se os deslocamentos obtidos através da rede TS3 com os valores médios fornecidos pelas demais, verificam-se variações de 8% num ponto situado na superfície do maciço (ponto ST), de 3, 16 e 1% em pontos localizados, respectivamente, no topo (ponto T), na altura média (ponto S) e na parte inferior (ponto I) da secção transversal do túnel. As curvas de recalques da superfície referentes às redes supracitadas, apresentam-se levemente modificadas, como pode ser visto na figura V-9. A curva correspondente à rede TS3 destaca-se das demais até um ponto situado a meia distância entre o centro do túnel e a fronteira lateral, a partir do qual todas as linhas de recalques da superfície obtidas praticamente coincidem.

Quanto maior o número de graus de liberdade numa idealização estrutural mais flexível ela se torna. Entretanto, para que isto se verifique não é suficiente apenas aumentar o número de elementos, torna-se necessário manter a mesma configuração inicial, acrescentando-se novos pontos nodais conservando-se o posicionamento dos anteriores. A comprovação disto surge com os recalques da superfície fornecidos através da rede TS3, a qual apesar de possuir maior número de elementos apresenta-se mais rígida do que as demais configurações adotadas.

As descontinuidades das tensões verticais no

topo e na parte inferior da seção transversal do túnel (figura V-10) podem ser atribuídas às diferentes discretizações assumidas para estas análises. As redes TS2, TS3 e TS4 não idealizam corretamente a região circunvizinha ao túnel, visto que a lei quadrática para os campos de deslocamentos no interior de cada elemento é definida em termos das coordenadas curvilíneas ξ e η , as quais não acompanham, nestas configurações, a forma da seção transversal do túnel. A disposição dos elementos na rede TS1 possibilita uma representação mais adequada do campo real de deslocamentos. Entretanto, é conveniente ressaltar que, análises "Gravity Turn-On", para o cálculo de tensões iniciais geostáticas, mostram que a orientação dos elementos estabelecida na rede TS1 provoca alterações na distribuição de cargas devido ao peso próprio (figura IV-2), induzindo tensões cisalhantes não nulas além de pequenas variações nas tensões verticais e horizontais esperadas. Um detalhe geométrico que deve ser mencionado diz respeito ao perfil geológico de um maciço heterogêneo, em geral composto por camadas praticamente horizontais, o que dificulta a sua representação em configurações circulares.

Na figura V-10 observa-se também que as tensões verticais, ao longo do eixo de simetria horizontal do túnel, coincidem e que os efeitos da escavação atingem uma distância aproximadamente igual a três vezes o raio de sua seção transversal, a partir do centro desta.

Os baixos valores das tensões cisalhantes tornam menos expressivas as suas variações, onde as maiores ocorreram no ponto I.

A região onde estão localizados os pontos ST, T, S e I, recebeu idêntica discretização nas redes TS2 e TS4. A concordância dos resultados fornecidos por estas duas redes demonstra a ineficiência de uma concentração maior de elementos a partir de uma linha vertical distante do centro da seção transversal do túnel aproximadamente três vezes o seu raio.

Um outro aspecto relacionado à configuração geométrica das redes é que a resultante das forças nodais equivalentes aplicadas na simulação do problema (Tabela V-1) independe das dimensões dos elementos que compõem a fronteira de escavação. Prevvia-se inicialmente uma ligação mais estreita entre a grandeza do descarregamento e as dimensões destes elementos, devido a forma sob a qual as forças nodais equivalentes são calculadas (item IV-2).

Os resultados apresentados na Tabela V-1 são obtidos adotando-se as condições de contorno do caso a. As mesmas análises foram realizadas utilizando-se as condições de contorno do caso b, não se verificando qualquer alteração tanto nos valores dos deslocamentos como nos das tensões. Portanto, pode-se admitir que, nas posições em que se encontram as fronteiras lateral e inferior, a modificação das condições de contorno não interfere no comportamento da região próxima à escavação. Ainda com referência às condições de contorno adotadas (casos a e b), são observadas pequenas variações nos recalques da superfície, somente a partir de um ponto situado à meia distância entre o centro da seção transversal do túnel e a fronteira lateral (figura V-9).

As condições de contorno exercem maior influência sobre os recalques da superfície à medida que a fronteira lateral, na rede TS2, é posicionada mais próxima da seção transversal do túnel (figura V-11). O posicionamento da fronteira lateral é o assunto tratado no item V.3.

Baseando-se nos aspectos questionados neste item pode-se concluir que, a disposição dos elementos na região circunvizinha ao túnel deve acompanhar tanto quanto possível a forma de sua seção transversal, evitando-se também que estes elementos sejam distorcidos de forma excessiva. Além de uma distância equivalente a três vezes o raio do túnel, a partir do seu centro, torna-se dispensável uma grande concentração de elementos. Portanto, entre as redes de elementos finitos isoparamétricos quadráticos apresentadas e para as características físicas do maciço adotadas, recomenda-se a configuração geométrica idealizada em TS1, não esquecendo as variações nas tensões iniciais quando estas forem calculadas pelo processo "Gravity Turn-On".

V.3 - POSICIONAMENTO DA FRONTEIRA LATERAL

A localização das fronteiras tem influência relevante nos resultados fornecidos pelas aplicações do MEF, tendo em vista que a delimitação da região de interesse introduz aproximações na representação física do problema real. Para verificar a grandeza dos efeitos do posicionamento das fronteiras, é realizada uma série de análises elásticas lineares simulando numa única etapa uma abertura subterrânea circular simétrica, onde o maciço assume as mesmas propriedades físicas do item anterior. São então selecionadas para este estudo

as redes TF100 (figuras V-12, a e b) e TS2 (figura V-5).

Admitindo-se que a profundidade do túnel (fronteira superior) seja fixada em projeto e que a posição da fronteira inferior fique determinada pela linha de rocha, somente é pesquisado o posicionamento da fronteira lateral, estando os resultados sumarizados na Tabela V-2. Dessa forma, são adotados os limites superior e inferior, respectivamente, em $Z_0 = 5r$ e $Z = 10r$, onde r é o raio da seção transversal do túnel, igual a 3,2 metros.

Inicialmente é processada uma análise utilizando-se a rede TF100 na qual a fronteira lateral é colocada numa posição $X = 100r$. Os resultados assim obtidos comparados com aqueles fornecidos através da mesma rede porém, com a fronteira lateral em $X = 12r$, indicam uma variação dos deslocamentos verticais nos pontos ST e S em torno de 7% e nenhuma alteração nos valores das tensões verticais e cisalhantes em todos os pontos referidos na tabela V-2, comprovando ser desnecessária a colocação do limite lateral à grandes distâncias da escavação.

Em seguida são conduzidas análises variando se a posição da fronteira lateral na rede TS2, com $X = 12r$, $9r$, $6r$ e $3r$. Dos resultados fornecidos com o limite lateral em $X = 12r$ até $X = 6r$ observa-se apenas uma diferença de 8% no deslocamento vertical do ponto S, não sendo constatada qualquer variação significativa nas tensões verticais e cisalhantes relativas a todos os pontos em destaque.

Uma outra análise é realizada ainda com a rede TS2, sendo que desta vez a fronteira lateral é posi -

cionada em $X=3r$. Os valores dos deslocamentos verticais nos pontos ST, T e I diferem, respectivamente, em 10, 8 e 5% daqueles encontrados através da mesma rede TS2 porém, com $X=12r$. No ponto S não houve nenhuma diferença. Quanto às tensões verticais são observadas nos pontos T e I variações em torno de 8% e de 5% no ponto S. Os reduzidos valores das tensões cisalhantes tornam inexpressivas as suas variações, tal como no caso da tensão vertical na superfície do maciço (ponto ST).

Com base nestas informações e mais aquelas fornecidas no item anterior, assumindo o maciço características físicas específicas, conclui-se que o limite lateral das redes de elementos finitos isoparamétricos quadráticos pode ser admitido numa posição aproximadamente igual a quatro vezes o raio da seção transversal do túnel, a partir do seu centro.

Considerando um maciço rochoso homogêneo, Kulhawy (1974) sugeriu um critério para o estabelecimento dos limites das redes de elementos finitos quadrilaterais de deformação linear, apoiado em análises elásticas lineares sob condições de deformação plana, nas quais foi simulada, numa única e tapa, uma abertura subterrânea circular. Neste trabalho o referido autor mostrou que os valores dos deslocamentos e das tensões diferiam em menos de 10% de uma solução que não envolvia o MEF, quando o limite de uma rede circular foi estabelecido a uma distância, do centro da seção transversal do túnel, igual a seis vezes o seu raio.

VI - ANÁLISE DOS DESLOCAMENTOS E DAS TENSÕES DESENVOLVIDAS NUM MACIÇO DEVIDO À CONSTRUÇÃO DE TÚNEIS

O comportamento de um maciço durante a simulação de túneis é analisado a partir de uma seção transversal do metropolitano de Washington (figura VI-1). São utilizados os mesmos parâmetros físicos definidos para os solos da seção teste Lafayette Park (Hansmire e Cording, 1975).

As análises elásticas lineares e bi-lineares realizadas nesta pesquisa permitem que sejam apreciados os deslocamentos e as tensões induzidas pelas aberturas subterrâneas circulares. Para os estudos através do Método dos Elementos Finitos (MEF) são estabelecidas as redes TS1, TF100, TDP e THC (figuras V-4, V-12, VI-2 e VI-3) sendo as três primeiras constituídas por elementos isoparamétricos quadráticos e a última delas por elementos quadrilaterais e triangulares. Os resultados obtidos com a rede THC foram apresentados por Hansmire e Cording (1975), sendo a solução elástica linear fornecida pelo programa SAP (Wilson, 1970) e a elasto-plástica pelo programa em Chang e Nair (1973).

A escavação subterrânea de raio $r = 3,2 \text{ m}$ é simulada à uma profundidade $Z_0 = 14,6 \text{ m}$, assumindo-se um maciço homogêneo e isotrópico com as seguintes características:

- módulo de elasticidade, $E = 3500 \text{ tf/m}^2$;
- coeficiente de Poisson, $\nu = 1/3$;
- peso específico, $\gamma = 2,08 \text{ tf/m}^3$;
- ângulo de atrito interno, $\phi = 33^\circ$ e
- coesão, $c = 1,4 \text{ tf/m}^2$.

Na simulação consecutiva de dois túneis (figura VI-2) também são incluídas as características heterogêneas do maciço. Esta heterogeneidade é estabelecida em função dos parâmetros obtidos nos ensaios de laboratório realizados por Hansmire e Cording (1975). Nas análises por meio dos elementos finitos a seção transversal adotada é dividida em seis camadas diferentes, definindo-se então um perfil geológico com as seguintes propriedades:

propriedades dos materiais camadas	módulo de elasticidade, E (tf/m ²)	peso específico, γ (tf/m ³)	coeficiente de Poisson, ν
① areia siltosa, aterro	1300	1,87	0,33
② areia e argila siltosa marrom	1500	1,87	0,33
③ areia e cascalho com lentes de areia siltosa	1800	1,80	0,25
④ areia e argila siltosa marrom	2060	1,70	0,33
⑤ argila siltosa cinza e areia siltosa	1800	1,57	0,40
⑥ areia densa e cascalho, rocha Gnaiss xistoso alterado	3500	1,96	0,25

VI.1 - DESENVOLVIMENTO DA RUPTURA DURANTE O PROCESSO DE ESCA- VAÇÃO

Para acompanhar o desenvolvimento progressivo da ruptura no maciço, são conduzidas análises elásticas bi-li-neares pelo MEF utilizando-se a rede TS1, quando a escavação de um túnel sem revestimento é simulada em doze etapas. O volume médio de material escavado em cada uma das etapas equivale a $1,34 \text{ m}^3/\text{m}$, totalizando $16,09 \text{ m}^3/\text{m}$. Devido à simetria vertical, considera-se apenas a metade da seção transversal do túnel.

O comportamento do maciço após a ruptura é admitido sob duas formas distintas (veja item V.1.2):

1a. - O módulo de elasticidade E assume um valor equivalente a 0,001 do seu valor inicial, sendo que o coeficiente de Poisson ν permanece constante;

2a. - O módulo de elasticidade ao cisalhamento $G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$ é anulado, enquanto que o módulo de deformação volumétrica $K = \frac{E}{2(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$ mantém-se invariável.

Nestas análises a sequência de escavação é definida com a retirada dos elementos de cima para baixo, a partir do núcleo central. Até a quarta etapa não se observa qualquer sinal de ruptura no maciço remanescente. A partir da quinta etapa começam a surgir na região acima do túnel, os primeiros sinais de ruptura, a qual se estende até o último estágio da escavação (figuras VI-4.a, b e c).

Observando-se a etapa final de cada uma das simulações supracitadas conclui-se que a zona de ruptura estabelecida em função dos parâmetros G e K é mais representativa, visto que as condições de após ruptura assumidas nesta análise estão mais próximas do comportamento real do maciço. Alguns estados dos solos são susceptíveis de experimentar deformações volumétricas durante o cisalhamento. Esta mesma asserção foi apresentada por Kulhawy e outros (1969) nos estudos realizados na barragem de Otter Brook.

O delineamento das zonas de ruptura fornecidas pelas análises elástica bi-linear (rede TS1) e elasto-plástica (rede THC) é apresentado na figura VI-5. Como se pode verificar nesta figura, a ruptura desenvolve-se em torno da abertura subterrânea, expandindo-se um pouco mais na região acima dela. O acréscimo de tensões verticais é mais significativo numa região até seis metros acima da escavação, onde são verificadas deformações cisalhantes máximas ($\gamma_{\text{máx}}$) em torno de 10% (Hansmire e Cording, 1975). Entretanto, a zona de ruptura determinada pela análise elasto-plástica se estende a uma curta distância na periferia da escavação.

Os deslocamentos obtidos pelas análises citadas anteriormente, estão sumarizados no seguinte quadro :

REDE	deslocamentos dos pontos solução	ST	T	S		I
		δ_v	δ_v	δ_h	δ_v	δ_v
TS1	elástica linear	13,6	35,9	-11,7	-4,1	-52,2
	elástica bi-linear	30,9	82,0	-28,6	-11,6	-47,7
THC	elástica linear	10,2	30,7	-12,2	-6,4	-50,8
	elasto-plástica	13,2	36,1	-26,9	-4,8	-54,1

obs.: δ_h , δ_v - deslocamentos horizontais e verticais em milímetros

Verifica-se uma significativa diferença entre as soluções elásticas bi-linear e elasto-plástica, ao mesmo tempo que uma estranha concordância pode ser observada entre os resultados das análises elástica linear (rede TS1) e elasto-plástica (rede THC). Na apreciação destas soluções deve-se considerar as influências que determinados fatores podem exercer sobre os resultados finais, tais como :

- o tipo de elemento finito utilizado e sua disposição em cada uma das redes ;
- o critério de ruptura adotado ;
- a sequência e o número de etapas de escavação .

As curvas de recalques da superfície (figura VI-6) obtidas em função da rede TS1 , mostram o grau de aproximação introduzido pela solução elástica linear. Nota-se, por exemplo, que a variação do recalque máximo chega a ser de 127% . Para os pontos destacados num pequeno quadro colocado nesta mesma figura, também se observam elevadas percentagens de variação dos deslocamentos verticais. Entretanto, para aumentar a confiabilidade da solução elástica bi-linear torna-se necessária uma comparação destes resultados com as medições de uma instrumentação convenientemente instalada nas construções subterrâneas.

VI.2 - APRECIACÕES DE ALGUMAS SOLUÇÕES DISPONÍVEIS

VI.2.1 - ANÁLISE DOS DESLOCAMENTOS VERTICAIS

Na obtenção dos deslocamentos provocados por uma escavação subterrânea, são utilizadas as fórmulas de Limanov (apêndice "B") e o MEF. A solução de Limanov admite duas hipóteses:

- 1a. - o meio contínuo é considerado semi-infinito e os deslocamentos como sendo deformações elásticas;
- 2a. - na superfície exposta pela escavação atua um descarregamento fictício e uniforme \bar{p} (decorrente das tensões iniciais no centro da abertura subterrânea).

Por meio dos elementos finitos, um descarregamento não uniforme, proveniente da escavação, é calculado em função das tensões iniciais variando com a profundidade. Entretanto, para efeito de comparação também é assumida nos estudos pelo MEF a segunda hipótese de Limanov. Visando analisar os movimentos no maciço utiliza-se a rede TSl considerada a mais adequada entre todas aquelas apresentadas no capítulo anterior.

Com relação aos recalques da superfície, são obtidas três diferentes curvas, observando-se na figura VI-7 uma relativa aproximação entre a solução de Limanov e aquela fornecida pelo MEF quando é aplicada em ambas o mesmo descarregamento fictício uniforme. Resultados semelhantes são verificados com relação aos deslocamentos verticais na superfície exposta pela escavação (figura VI-8). Na tabela VI-1 destacam-se os pontos ST, T, S e I onde as variações são

mais notórias, em que o valor do recalque máximo no ponto ST permanece com uma diferença em torno de 21% da solução de Limanov.

Numa tentativa de aproximar ainda mais as soluções supracitadas, idealiza-se a rede TF100 (figuras V-12.a, b) na qual a fronteira lateral é posicionada a uma distância, do centro da abertura subterrânea, equivalente a cem vezes o seu raio r . Assume-se assim de forma simplificada a primeira hipótese de Limanov. A escavação subterrânea é então analisada em três diferentes profundidades (Z_0) correspondentes a 16 m (5r), 32 m (10r) e 64 m (20r).

Nas análises pelo MEF, aplicando-se na superfície exposta pela escavação um descarregamento não uniforme, obtêm-se deslocamentos verticais que se afastam cada vez mais daqueles fornecidos pela solução de Limanov, à medida que a profundidade do túnel aumenta. Entretanto, tanto os recalques da superfície como os deslocamentos verticais ao longo da escavação, tornam-se bastante próximos quando na solução por meio dos elementos finitos também se admite a segunda hipótese de Limanov (figuras VI-9 e VI-10). Os pontos onde as diferenças destes deslocamentos são mais pronunciadas, relativamente à solução de Limanov, estão destacados na tabela VI-2. Observa-se nesta tabela que as percentagens de variação no ponto T tendem a crescer com a profundidade Z_0 , enquanto que no ponto I a tendência é diminuir, visto que na região superior da abertura subterrânea o descarregamento fictício uniforme, sugerido por Limanov, torna-se cada vez maior do que o não uniforme, ocorrendo o inverso na parte inferior da escava-

ção. Desta forma presume-se que as fórmulas de Limanov sejam mais aplicáveis aos túneis escavados numa profundidade tal, que permita considerar iguais as tensões iniciais no maciço. É conveniente ressaltar que nas análises pelo MEF realizadas no presente trabalho, o aumento de Z_0 é feito incluindo-se na rede TF100 elementos de dimensões grosseiras. Apesar de ter uma estrutura geométrica menos refinada do que a rede TS1, a rede TF100 permite obter valores de deslocamentos mais compatíveis com aqueles calculados pelas fórmulas de Limanov.

Peck (1969), usando a curva normal de probabilidade, sugeriu um processo empírico para estimar os recalques da superfície. A maior ordenada desta curva é definida pelo recalque máximo $\delta_{\text{máx.}}$, enquanto as ordenadas dos pontos de inflexão, a uma distância i do eixo vertical de simetria do túnel, são iguais a $0,61 \delta_{\text{máx.}}$ (figura VI-11.a). O valor de i é determinado através de um gráfico adimensional onde também são consideradas as características físicas do maciço (figura VI-11.b). No caso de dois túneis com o mesmo raio r , a uma profundidade Z_0 e suficientemente próximos um do outro de tal forma que produzam uma curva simétrica de recalques, considera-se um valor $r' = r + d/2$, onde d é a distância entre os centros dos túneis.

A partir do deslocamento vertical máximo $\delta_{\text{máx.}}$ calculado por meio dos elementos finitos, estima-se a distribuição empírica dos recalques da superfície (figura VI-12). As soluções pelo MEF também apresentadas nesta mesma figura, são obtidas utilizando-se a rede TDP (figura VI-2) onde a escavação é simulada em duas etapas, sendo a primeira corres -

pondente ao túnel A e a segunda ao túnel B , adotando-se para o maciço características homogêneas e heterogêneas. A aproximação com a curva normal de probabilidade pode ser considerada satisfatória, desde que os parâmetros físicos assumidos nas soluções pelo MEF sejam aceitos como representativos do tipo de material adotado no diagrama de Peck (figura VI-11.b). Em função dos resultados apresentados na figura VI-12 observa-se que tanto para um maciço homogêneo como para um heterogêneo as diferenças entre as soluções por meio dos elementos finitos e a curva normal de probabilidade permanecem praticamente as mesmas. Portanto, para estes casos específicos pode-se deduzir que no diagrama de Peck os tipos de materiais se enquadram em grandes faixas e que a representação dos deslocamentos verticais da superfície pela curva normal de probabilidade depende basicamente do recalque máximo adotado ($\delta_{\text{máx.}}$) .

Torna-se importante salientar que a configuração geométrica da rede TDP carece de maiores refinamentos. Na referida discretização procurou-se reproduzir tanto quanto possível as diversas camadas de solo assim como acompanhar a instrumentação da seção teste Lafayette Park (figura VI-1), o que não permitiu um melhor ajustamento dos elementos.

Algumas medidas de deslocamentos verticais feitas na seção teste Lafayette Park também são apresentadas junto com as soluções pelo MEF. Os movimentos no maciço foram observados durante e após a passagem da couraça sob a linha de instrumentação C . A figura VI-13.a mostra os recalques da superfície provocados pela construção do túnel A . Nesta figura a solução pelo MEF , em traço interrompido, está locali-

zada abaixo da curva correspondente à posição 2, ressaltando-se que na referida posição a couraça encontra-se sob a linha dos extensômetros, impedindo maiores movimentos no maciço. A solução pelo MEF representa uma posição imediatamente após a passagem da couraça. Nesta análise, todavia, não se leva em conta o suporte oferecido pelo revestimento do túnel, os desmontamentos eventuais durante a escavação, além da influência do fator tempo.

Da mesma forma, durante e após a passagem da couraça sob a linha de instrumentação C, foram medidos os recalques da superfície provocados pela escavação do túnel B (figura VI-13.b). Também neste caso a relativa aproximação verificada entre a solução pelo MEF e a curva correspondente à posição 2, pode ser considerada razoável dentro das limitações apresentadas anteriormente.

VI.2.2 - DISTRIBUIÇÕES DE TENSÃO EM TORNO DE UMA ESCAVAÇÃO SUBTERRÂNEA CIRCULAR

As análises por meio dos elementos finitos realizadas neste trabalho fornecem uma primeira estimativa das variações de tensão desenvolvidas na vizinhança de uma abertura subterrânea circular. As simulações são conduzidas em termos da rede TS1 (figura V-4), assumindo-se um maciço homogêneo. Nas figuras VI-14 e VI-16 adota-se o sistema de unidades inglesas para facilitar a comparação com as soluções apresentadas por Hansmire e Cording (1975) em função da rede THC (figura VI-3). As referidas figuras mostram as distribuições de tensão ao longo dos eixos transversais de simetria da escavação subterrânea.

A partir de soluções elásticas lineares (figura VI-14) verifica-se que no topo (ponto T) da escavação a tensão vertical σ_z é nula. Aplicando-se as fórmulas de Terzaghi e de Bierbäumer (apêndice "B") para o cálculo da tensão vertical imediatamente acima de um túnel aberto num maciço arenoso com $\phi=33^\circ$, obtem-se respectivamente, $\sigma_z = 18,3 \text{ tf/m}^2$ e 20 tf/m^2 . Nestas fórmulas, porém, não é considerado o estado inicial de tensões. As tensões verticais ao longo do eixo de simetria horizontal da abertura subterrânea também são obtidas pela solução de Terzaghi e Richart (1952), tendo-se observado uma boa concordância com a solução fornecida pelo MEF.

Aproximadamente 2,5 m acima do ponto T, a tensão σ_z inicialmente igual a $18,6 \text{ tf/m}^2$ diminui para

8,3 tf/m², enquanto que a tensão horizontal σ_x aumenta de 9,3 tf/m² para 15,2 tf/m².

Na altura média da seção transversal da escavação subterrânea (ponto S), a tensão σ_z atinge um valor equivalente a 77,5 tf/m², sendo nula a tensão σ_x . A uma distância horizontal de 1,5 m deste ponto, o valor de σ_z sofre um acréscimo de 32% em relação ao seu valor inicial de 30,4 tf/m², ao passo que σ_x decresce cerca de 5% passando de 15,2 tf/m² para 14,4 tf/m².

A variação do estado de tensão num ponto durante a escavação do maciço pode ser representada no diagrama p-q (figura VI-15), onde $p = \frac{\sigma_z + \sigma_x}{2}$ e $q = \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2}$ admitindo-se neste caso os planos horizontal e vertical como sendo os planos principais. A envoltória de ruptura designada pela linha K_f possui uma inclinação α sendo $\text{tg}\alpha = \text{sen } \emptyset$. Portanto, para uma resistência ao cisalhamento dada pelo ângulo de atrito $\emptyset = 33^\circ$ tem-se $\alpha = 28,6^\circ$.

Em relação ao ponto T, se a tensão horizontal σ_x permanecesse constante as variações de tensão seguiriam a trajetória T_1 , ocorrendo a ruptura quando a tensão vertical σ_z atingisse um valor em torno de 3,6 tf/m². Entretanto, análises numéricas por meio dos elementos finitos revelam que nos pontos localizados acima da escavação subterrânea ocorrem variações crescentes da tensão σ_x , ao mesmo tempo que o valor da tensão σ_z decresce (figura VI-14). Simulando-se a escavação sequencialmente, etapa por etapa, obtém-se um caminho de tensões do tipo definido pela trajetória

T_2 (figura VI-15).

Para o ponto \underline{S} , a trajetória S_1 representaria as variações do estado de tensão se durante o acréscimo de σ_z a tensão σ_x permanecesse invariável. Neste caso a ruptura ocorreria para $\sigma_z = 52,0 \text{ tf/m}^2$. Todavia, o decréscimo da tensão horizontal σ_x estabelece uma trajetória semelhante a S_2 (figura VI-15).

As soluções que permitem considerar o estado de ruptura do maciço são sem dúvida alguma as que melhor representam as variações de tensão na vizinhança da abertura subterrânea (figura VI-16). Alguns comentários sobre estes resultados são apresentados no item VI.1, ressaltando-se que na solução elástica bi-linear as distribuições de tensão no maciço estão relacionadas com a sequência de escavação adotada (figuras VI-4.a, b, c).

Aberturas subterrâneas em campos homogêneos de tensão

As equações sugeridas por Terzaghi e Richart (1952) para o cálculo de tensões em torno de uma escavação subterrânea, permitem comprovar os resultados fornecidos pelo MEF. Nestas soluções elásticas lineares são assumidas tensões iniciais constantes com a profundidade, sendo σ_z^0 e σ_x^0 respectivamente iguais a 1,0 e 0,25 e consequentemente o coeficiente de Poisson $\nu = 0,20$. As variações de tensões mostram-se independentes do módulo de elasticidade \underline{E} , adotando-se neste caso um valor equivalente a 10000. Na rede TS1 são impostas as condições de contorno do caso c (figura V-3).

As distribuições de tensões tanto nos eixos de simetria da abertura subterrânea (figura VI-17) como na superfície exposta pela escavação (figura VI-18) revelam uma excelente aproximação entre a solução de Terzaghi e Richart e aquela obtida por meio dos elementos finitos. Estes resultados confirmam a escolha da rede TS1 como sendo a mais adequada para os estudos de aberturas subterrâneas circulares conduzidos no presente trabalho.

VI.3 - APLICAÇÃO DE ELEMENTOS FINITOS AO PROCESSO DE ABERTURA DE TÚNEIS EM COURAÇA

As aberturas subterrâneas são estruturalmente projetadas para resistir às pressões horizontais e verticais do maciço, considerando-se que estas estruturas devem ocupar uma parte do espaço vazio deixado pela escavação. O cálculo das tensões desenvolvidas torna-se menos complicado quando o maciço receber o mínimo de perturbações. A execução de túneis pela couraça é talvez o processo construtivo que menos influencia o comportamento inicial do maciço. As simulações deste processo construtivo por meio dos elementos finitos fornece uma primeira estimativa das tensões. As análises elásticas lineares são realizadas em função da rede TS5 (figura V-8) atribuindo-se à couraça e ao revestimento do túnel espessuras respectivamente iguais a 10 e 36 centímetros. A escavação subterrânea é simulada numa única etapa a uma profundidade $Z_0 = 14,6$ metros.

Para caracterizar o maciço e os materiais envolvidos nestes estudos, são assumidos os seguintes parâmetros físicos :

parâmetros material	módulo de elasticidade, E (tf / m ²)	Coeficiente de Poisson, ν	peso específico, γ (tf/m ³)
maciço	3500	0,33	2,08
revestimento	3500000	0,20	2,40
preenchimento	2000000	0,20	2,00
couraça	21000000	0,30	7,85
"vazio"	50	0,10	0,00

A validade dos resultados apresentados a seguir pode ser discutida dentro das limitações impostas ao problema real que se está analisando (veja item IV.3) .

Os diagramas na figura VI-19 representam as tensões radiais em pontos no maciço distantes 10 centímetros da parte externa do revestimento do túnel. Cada um destes três diagramas é subdividido em setores apenas para facilitar a sua interpretação.

A análise RCM comprova a eficiência do suporte oferecido pela couraça, aliviando desta forma o estado de tensões e deformações no revestimento do túnel. Nesta análise as tensões radiais nos setores A e C estão sujeitas a um decréscimo médio de 4% , enquanto que no setor intermediário B ocorre um acréscimo médio de 9% .

O estado imediatamente após o avanço da couraça é representado pela análise RVM simulando-se novamente a escavação e assumindo-se neste caso, o espaço "vazio" entre o revestimento do túnel e o maciço. No diagrama correspondente à análise RVM verificam-se nos setores A , C e E decréscimos médios das tensões radiais, respectivamente iguais a 51 , 26 e 48%, ao mesmo tempo que nos setores B e D estas tensões sofrem acréscimos respectivos de 58 e 71%.

Até que o maciço se acomode sobre o revestimento do túnel, após o avanço da couraça, decorre um intervalo de tempo que é função da deformabilidade dos solos circunvizinhos. Na análise RPM supõe-se que o espaço "vazio" deixado pela couraça, entre o revestimento do túnel e o maciço, seja imediatamente preenchido com argamassa não se considerando, entretanto, a pressão de injeção desta operação. Através da análise RPM pode-se constatar a real importância deste preenchimento em relação ao desenvolvimento de tensões radiais. Nos setores A e C os decréscimos médios passam a ser de 9 e 4% respectivamente, ocorrendo no setor B um acréscimo médio de 17%.

Quanto às deformações do revestimento do túnel (figura VI-20) observa-se , na análise RVM , um aumento da espessura deste revestimento, a qual está relacionada com as tensões normais desenvolvidas ao longo do seu comprimento. Por coincidência este fato se verifica nas regiões onde as tensões radiais são máximas. O preenchimento do espaço "vazio", deixado pela couraça entre o revestimento do túnel e o maciço, executado de forma imediata sob condições ideais, pode efetivamente reduzir as deformações deste revestimento, tal como indicam os

resultados da análise RPM . Todavia, na análise RVM é provável que uma consideração mais exata do peso próprio do revestimento possa reduzir as deformações encontradas.

Os recalques da superfície (figura VI-21) apresentam-se compatíveis dentro das simplificações assumidas para simular cada uma das etapas do processo de abertura de túneis em couraça. As curvas que representam estes deslocamentos verticais permanecem com o formato da curva normal de probabilidade que Peck (1969) utilizou para desenvolver seus estudos .

VII - CONCLUSÕES FINAIS E SUGESTÕES PARA NOVAS PESQUISAS

CONCLUSÕES

As análises realizadas nesta pesquisa mostram que o Método dos Elementos Finitos (MEF) é sem dúvida um processo numérico eficiente também para o tratamento de aberturas subterrâneas. A definição adequada de alguns fatores iniciais contribuem para a confiabilidade dos resultados obtidos, destacando-se :

- o tipo de elemento finito: suas dimensões, forma e disposição numa rede ;
- o posicionamento e condições de fronteiras adotadas no modelo estrutural ;
- o comportamento tensão-deformação do maciço ;
- o processo sequencial da escavação, etc.

O elemento isoparamétrico quadrático apresenta-se como uma boa alternativa na idealização do sistema físico real. Além de permitir a utilização de um menor número de elementos, facilita a representação de contornos irregulares tal como acontece na região próxima à escavação. Desta forma, o referido elemento possibilita que se acompanhe suavemente a seção transversal circular das aberturas subterrâneas. Sugere-se ainda a utilização de três pontos nas integrações numéricas, a menos que o elemento apresente-se bastante distorcido de sua forma original, sendo aconselhável neste caso usar cinco pontos de integração.

As configurações geométricas das redes apresentadas reproduzem satisfatoriamente o campo real de deslocamentos, entretanto, com relação ao campo de tensões, maiores refinamentos devem ser introduzidos tal como é feito na rede TS1.

Considerando-se que o tratamento numérico proporcionado pelo MEF ao problema físico real é aproximado, torna-se conveniente estabelecer um modelo estrutural o mais representativo possível. Do ponto de vista prático é indesejável uma discretização além da região influenciada pela escavação. Uma otimização neste sentido visa a redução do custo das análises, assim como evita uma perda de tempo na preparação dos dados de entrada para o programa automático. Nestes termos admitindo-se que a profundidade do túnel fique estabelecida em projeto e que a linha de rocha determine a posição da fronteira inferior, nas redes de elementos finitos isoparamétricos quadráticos a fronteira lateral pode ser posicionada numa distância equivalente a quatro vezes o raio da abertura subterrânea ($4r$), a partir do seu centro. Este posicionamento é válido, entretanto, para um maciço dentro das características físicas assumidas e ainda, com as fronteiras superior e inferior especificadas, respectivamente, em $5r$ e $11r$.

Numa posição suficientemente distante as fronteiras livres ou engastadas não influenciam o comportamento da região próxima à escavação. Todavia, aproximando-se a fronteira lateral os resultados obtidos com as duas condições de contorno tornam-se cada vez mais divergentes. Pretendendo-se ficar a favor da segurança adota-se a condição de fronteiras livres.

A caracterização do comportamento tensão - deformação dos solos envolvidos numa análise por meio dos elementos finitos tem uma importância relevante na acurácia dos resultados. Entretanto, para determinadas finalidades nem sempre se justifica a adoção de um modelo refinado, quando a sua utilização pode requerer um tempo maior de reposta. Análises elásticas bi-lineares realizadas neste trabalho fornecem resultados tão representativos quanto aqueles obtidos através de uma análise elasto-plástica. Sendo assim, a formulação elástica bi-linear, pela sua simplicidade, torna-se uma boa opção para representar o comportamento do maciço após a ruptura auxiliando também a escolha de uma conveniente sequência de escavação.

O empirismo das soluções apreciadas junto com aquelas encontradas por meio dos elementos finitos não desvaloriza a boa concordância verificada entre elas. A constatação desta afinidade de resultados só é possível quando são assumidas as mesmas hipóteses simplificadoras ou quando na solução empírica adota-se um valor fornecido através do MEF .

A instalação de uma instrumentação eficiente permite avaliar com maior precisão os resultados obtidos por meio dos elementos finitos. Dentro de determinadas limitações pode-se considerar satisfatória a previsão, feita pelo MEF, dos recalques iniciais da superfície referentes à construção de túneis pela couraça. Entretanto, as medições destes deslocamentos no decorrer do processo de construção sugerem a inclusão do fator tempo nas simulações pelo MEF do comportamento tensão - deformação.

O bom rendimento obtido pelo programa automático desenvolvido nesta pesquisa, garante a sua aplicação aos problemas de escavações. Nos casos em que a idealização do estado plano de deformação de fato se cumpre a certas distâncias da frente de escavação, o referido programa automático simula exatamente o problema físico real com exceção da deformabilidade do solo em função do tempo.

Em se tratando de túneis com revestimento, o efeito tridimensional torna-se mais importante do que nos casos anteriores. As simulações das etapas de construção de túneis em couraça podem ser consideradas satisfatórias dentro das limitações de uma análise de deformação plana. Nestes termos, os resultados têm um significado mais qualitativo do que quantitativo, a menos que se introduzam maiores refinamentos nestas análises, tais como :

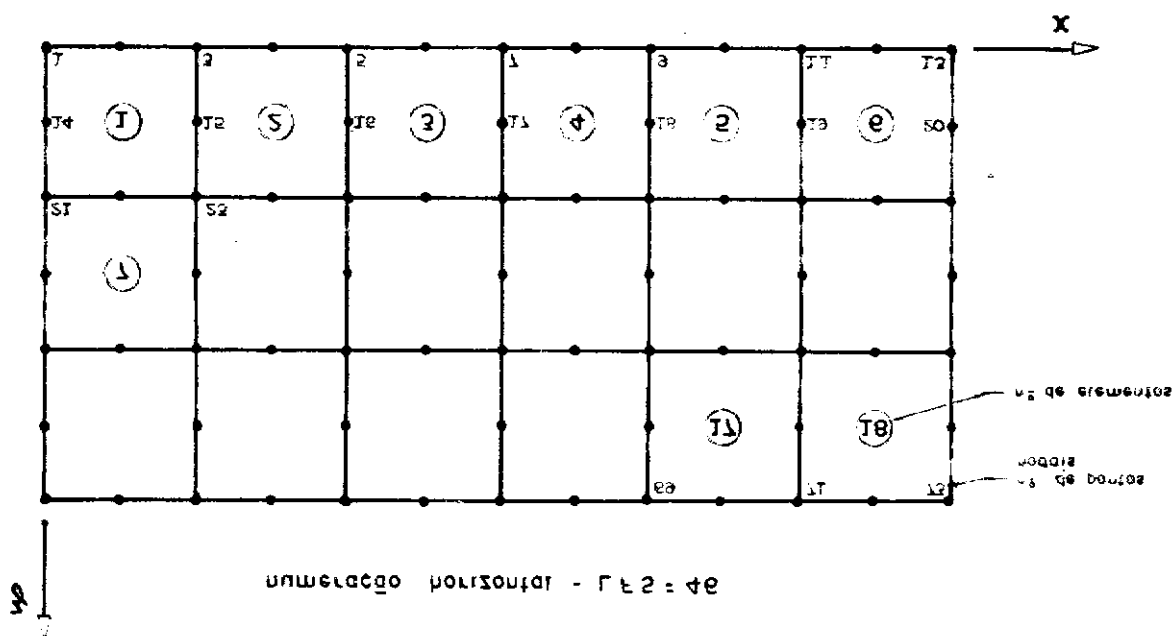
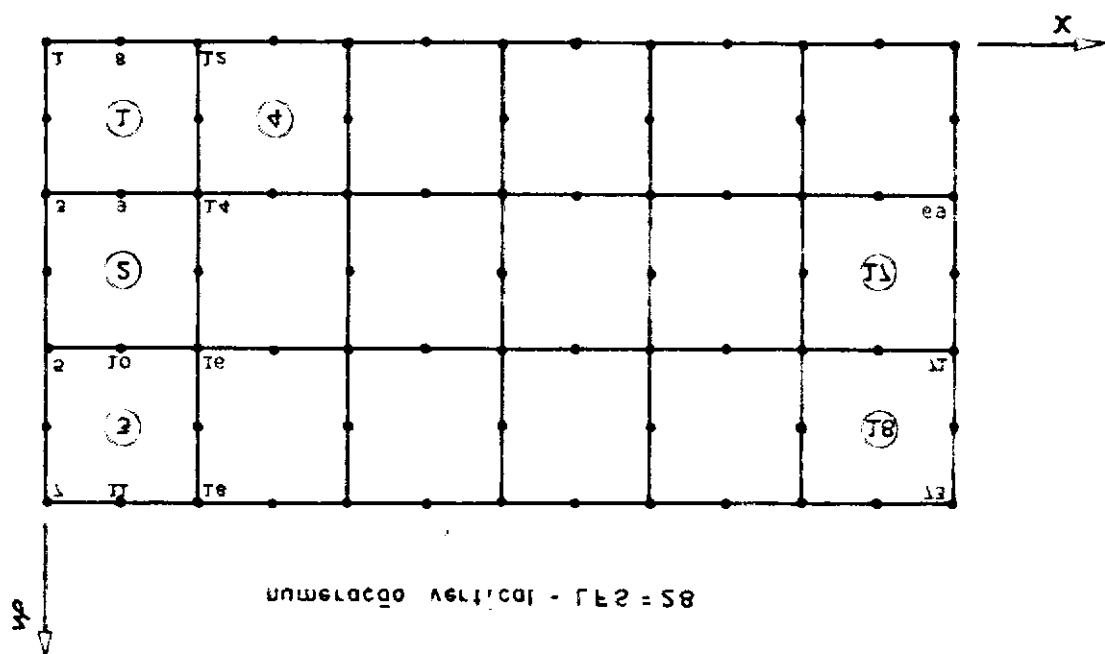
- consideração exata do peso próprio do revestimento do túnel, utilizando-se para isto a subrotina de cargas equivalentes (subrotina GAMAL, veja o apêndice A) ;
- concepção de um descarregamento, que atua na face interna do revestimento do túnel, variando com a profundidade z ;
- a segunda, terceira e quarta sugestões para novas pesquisas apresentadas a seguir .

SUGESTÕES

- 1- desenvolver formulações analíticas para o estudo de aberturas subterrâneas, preferivelmente em solos brasileiros, a partir dos resultados fornecidos pelo Método dos Elementos Finitos e acompanhadas por uma instrumentação conveniente ;
- 2- adotar na programação automática um comportamento reológico para o maciço no qual sejam consideradas as deformações de origem viscosa. Estas deformações lentas se desenvolvem ao longo do tempo ;
- 3- considerar nas simulações de túneis com revestimento, uma interação solo-concreto mais real, sabendo-se que a grandeza dos deslocamentos nesta interface depende do ângulo de atrito interno do solo e da rugosidade do concreto ;
- 4- realizar estudos paramétricos que possibilitem determinar as constantes elásticas utilizadas na representação do espaço vazio deixado pela couraça, entre o revestimento do túnel e o maciço, permitindo também a simulação do efeito de arqueamento .

F I G U R A S

FIGURA II-1 NUMERAÇÃO DOS BOMITOS MODAIS - TABELETA



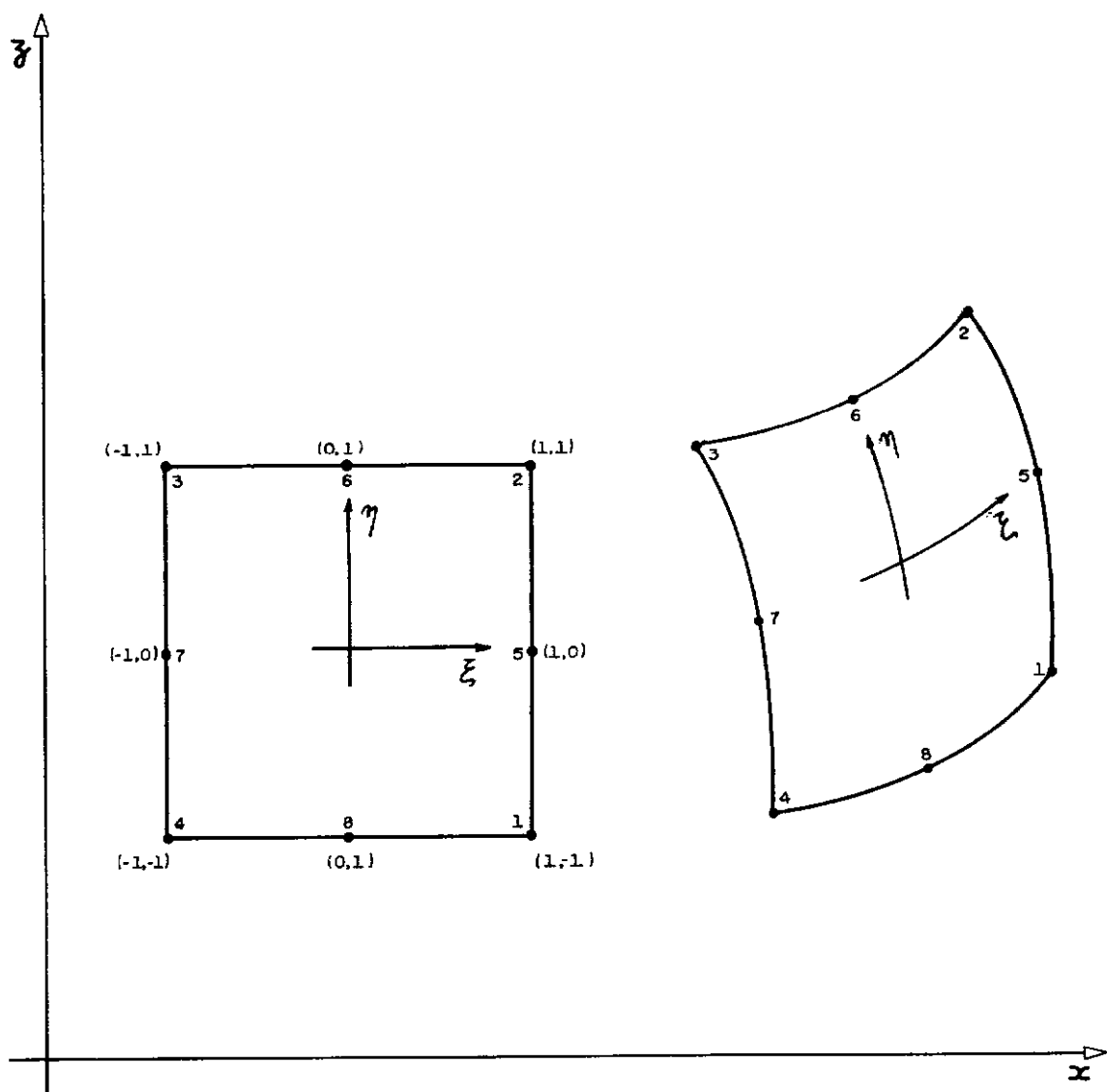


FIGURA II-2 ELEMENTO ISOPARAMÉTRICO QUADRÁTICO DA FAMÍLIA SERENDIPITY

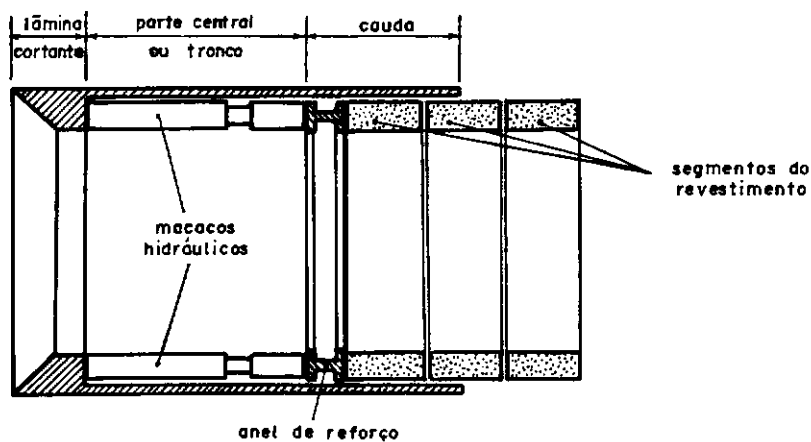


FIGURA III-1a ELEMENTOS ESTRUTURAIS DO MÉTODO DE ABERTURA DE TÚNEIS PELA COURAÇA

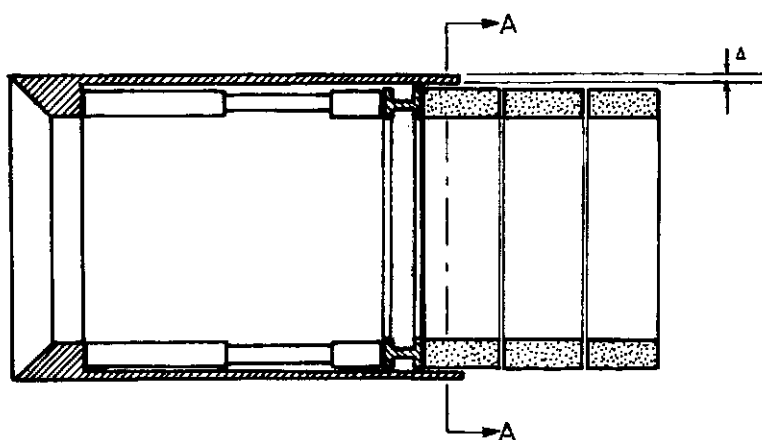


FIGURA III-1b AVANÇO DA COURAÇA COM ATUAÇÃO DOS MACACOS HIDRÁULICOS

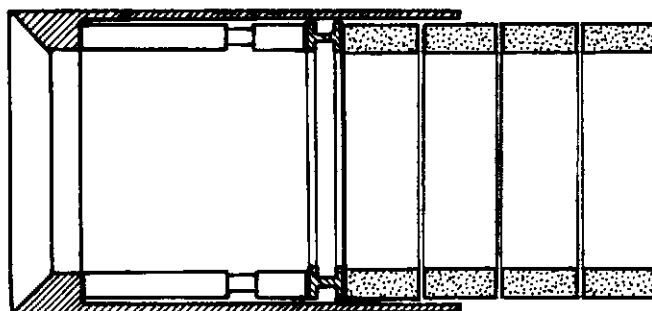


FIGURA III-1c COLOCAÇÃO DE UM ANEL DE REVESTIMENTO DO TÚNEL

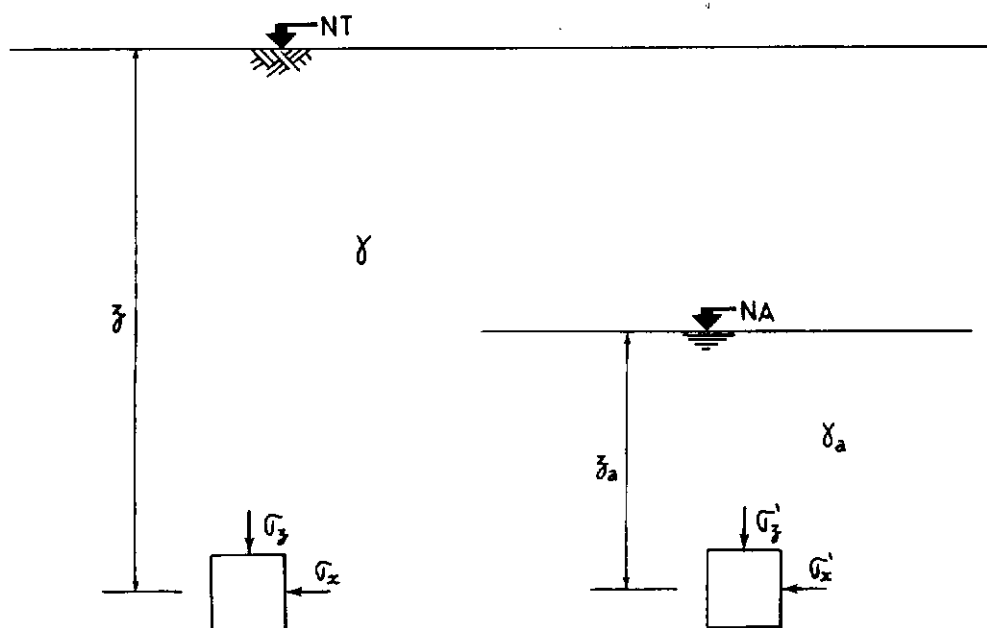


FIGURA IV-1 ESTADO INICIAL DE TENSÕES - MACIÇO HOMOGÊNEO COM SUPERFÍCIE HORIZONTAL

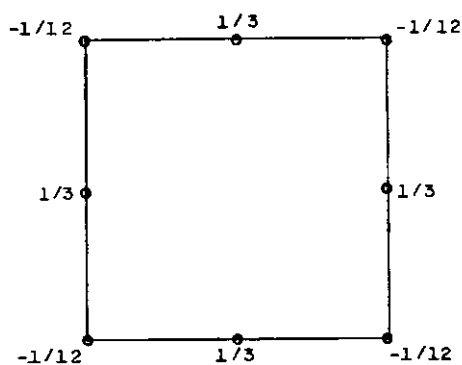
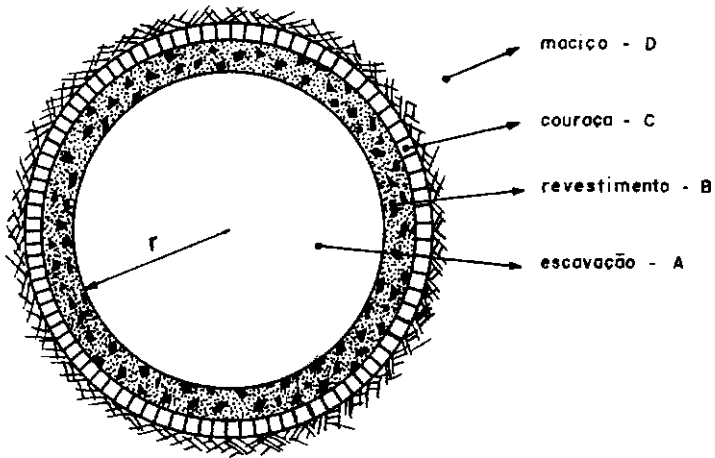
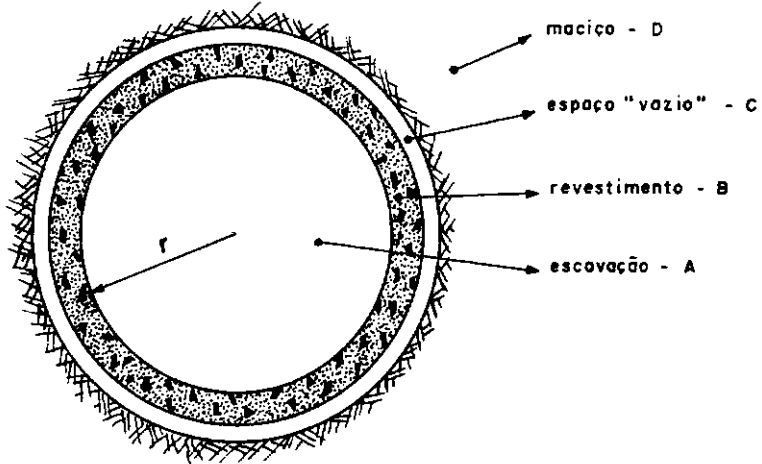


FIGURA IV-2 DISTRIBUIÇÃO DE FORÇAS DE MASSA CONSTANTES NO ELEMENTO ISOPARAMÉTRICO QUADRÁTICO

análise **RCM**



análise **RVM**



análise **RPM**

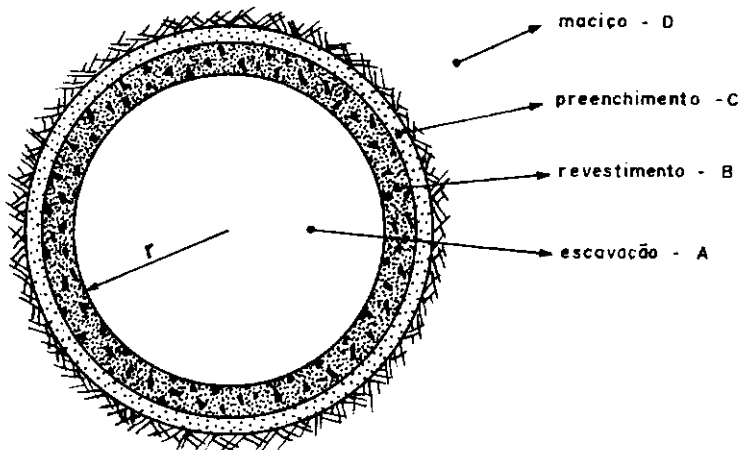


FIGURA IV-3 REGIÃO CIRCUNVIZINHA AO TÚNEL DE RAIO r -
SIMULAÇÕES PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

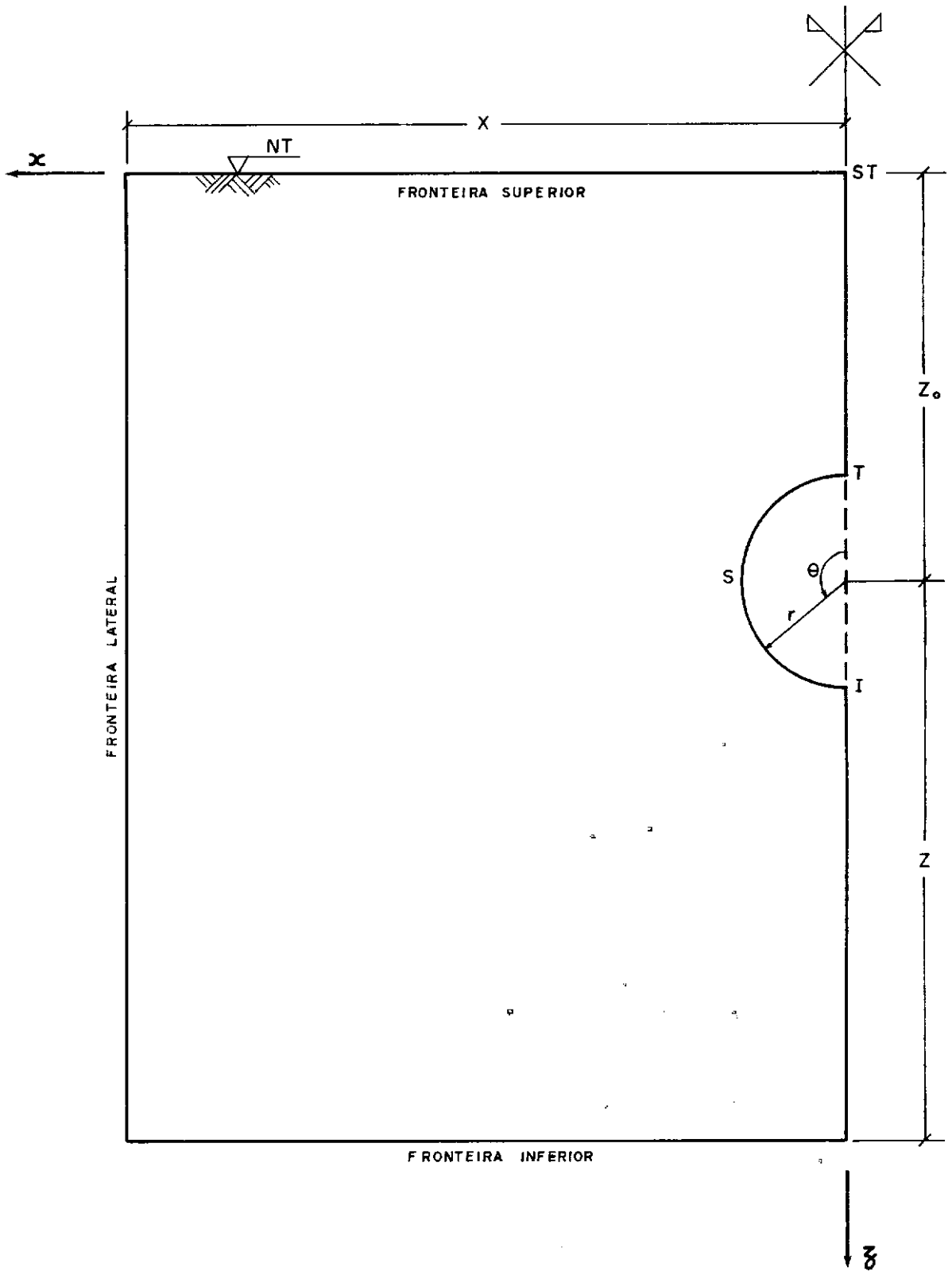


FIGURA V-1 POSICIONAMENTO DAS FRONTEIRAS NO SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS (x, z)

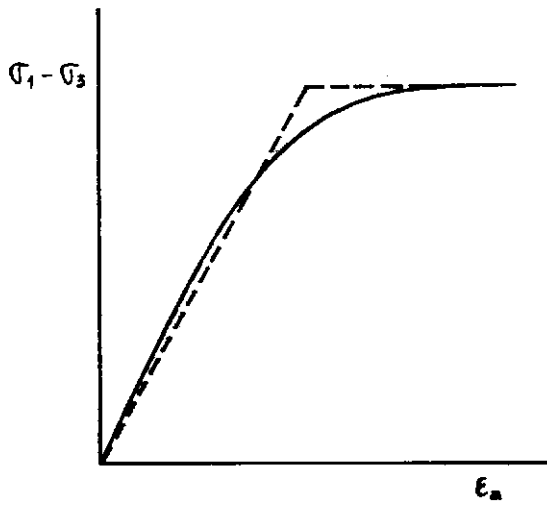


FIGURA V-2.a REPRESENTAÇÃO BI-LINEAR DA CURVA TENSÃO-DEFORMAÇÃO

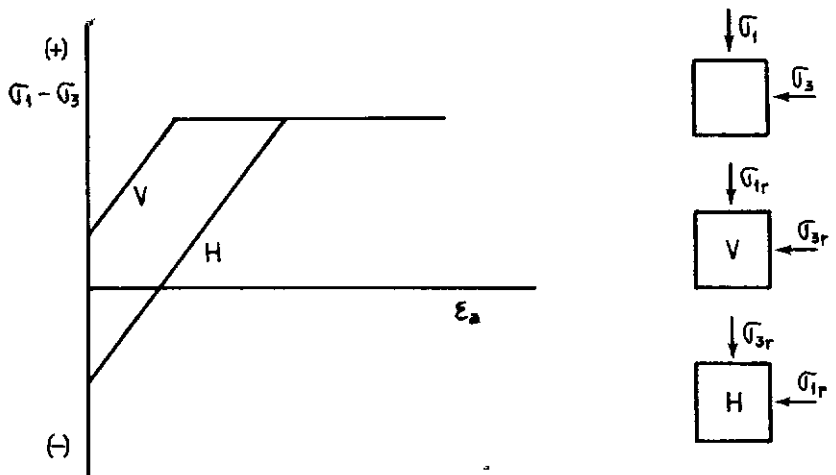


FIGURA V-2.b FORMULAÇÃO BI-LINEAR-INFLUÊNCIA DO ESTADO INICIAL DE TENSÕES

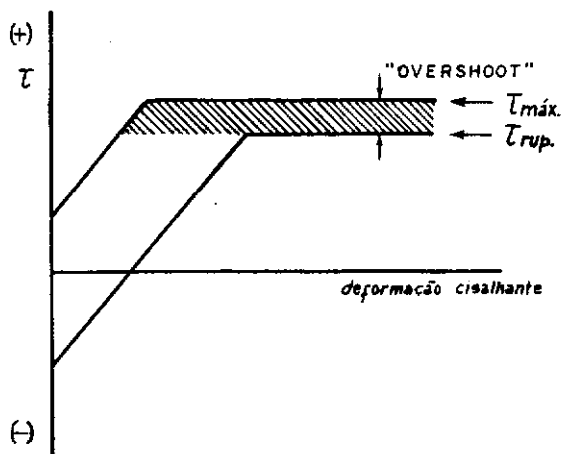


FIGURA V-2.c FORMULAÇÃO BI-LINEAR - CRITÉRIO DE RUPTURA

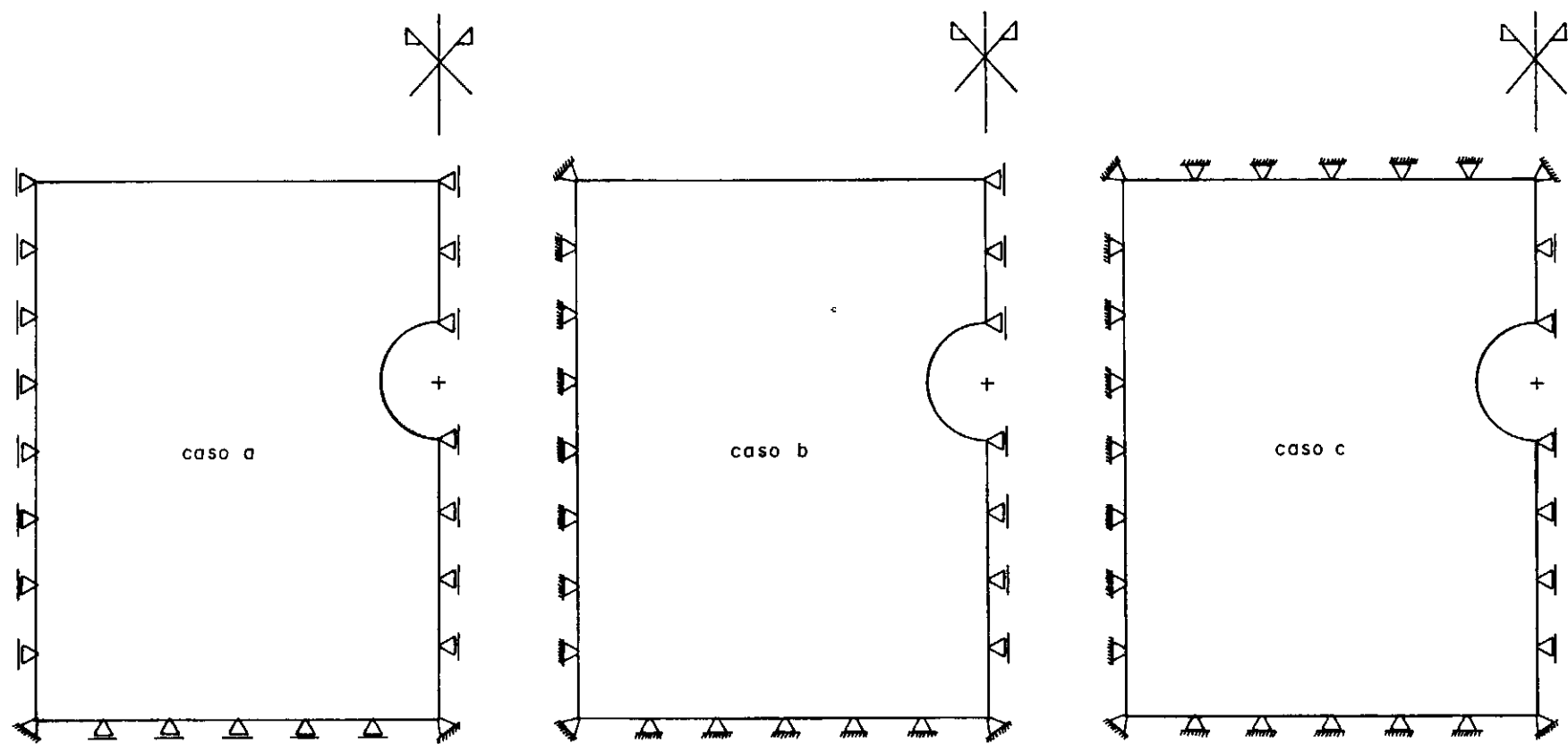


FIGURA V-3 REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO ADOTADAS

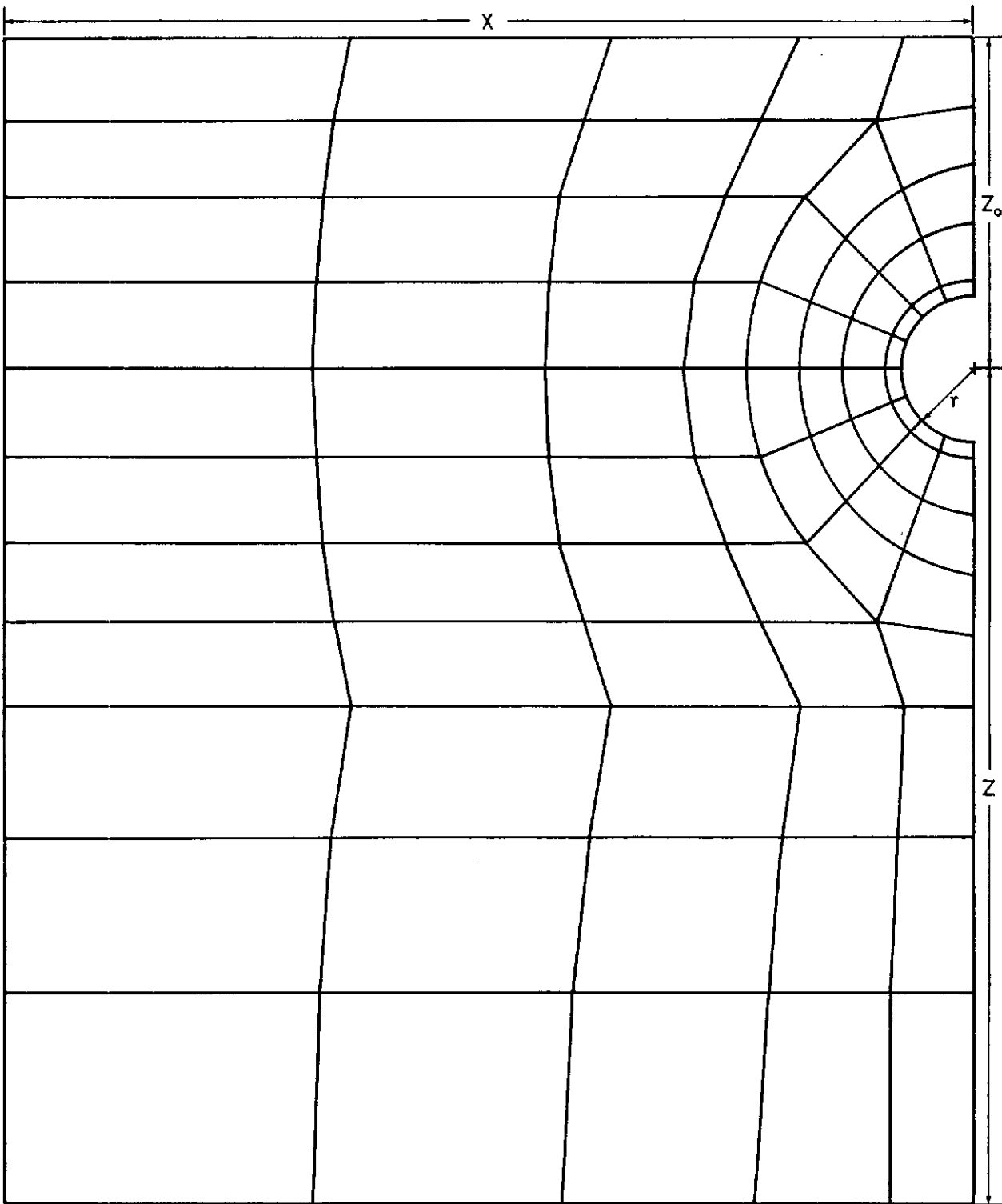


FIGURA V-4 REDE TS1 COM 93 ELEMENTOS E 318 PONTOS NODAIS -
LARGURA DE FAIXA DO SISTEMA IGUAL A 80

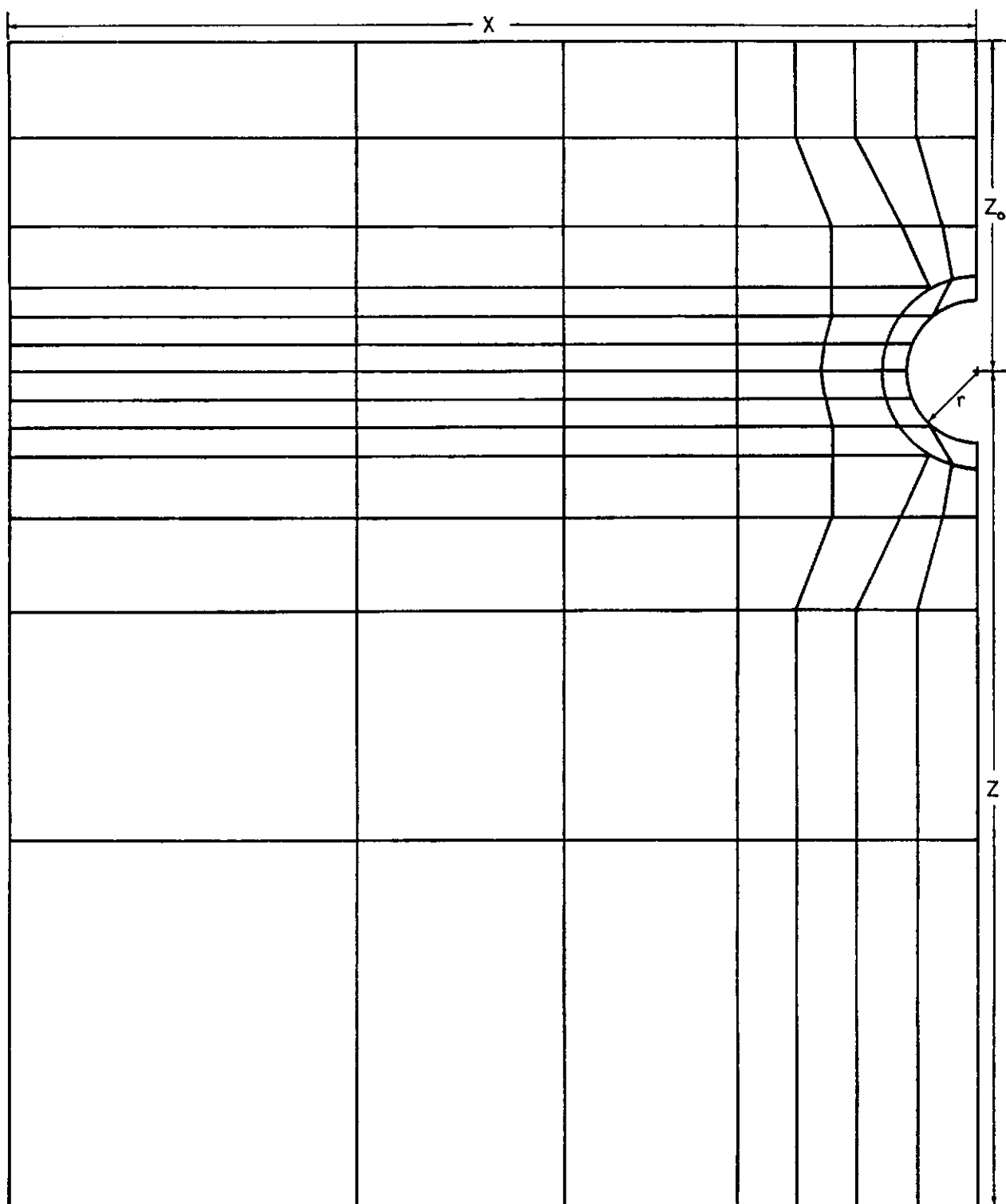


FIGURA V-5 REDE TSZ COM 91 ELEMENTOS E 314 PONTOS NODAIS -
LARGURA DE FAIXA DO SISTEMA IGUAL A 52

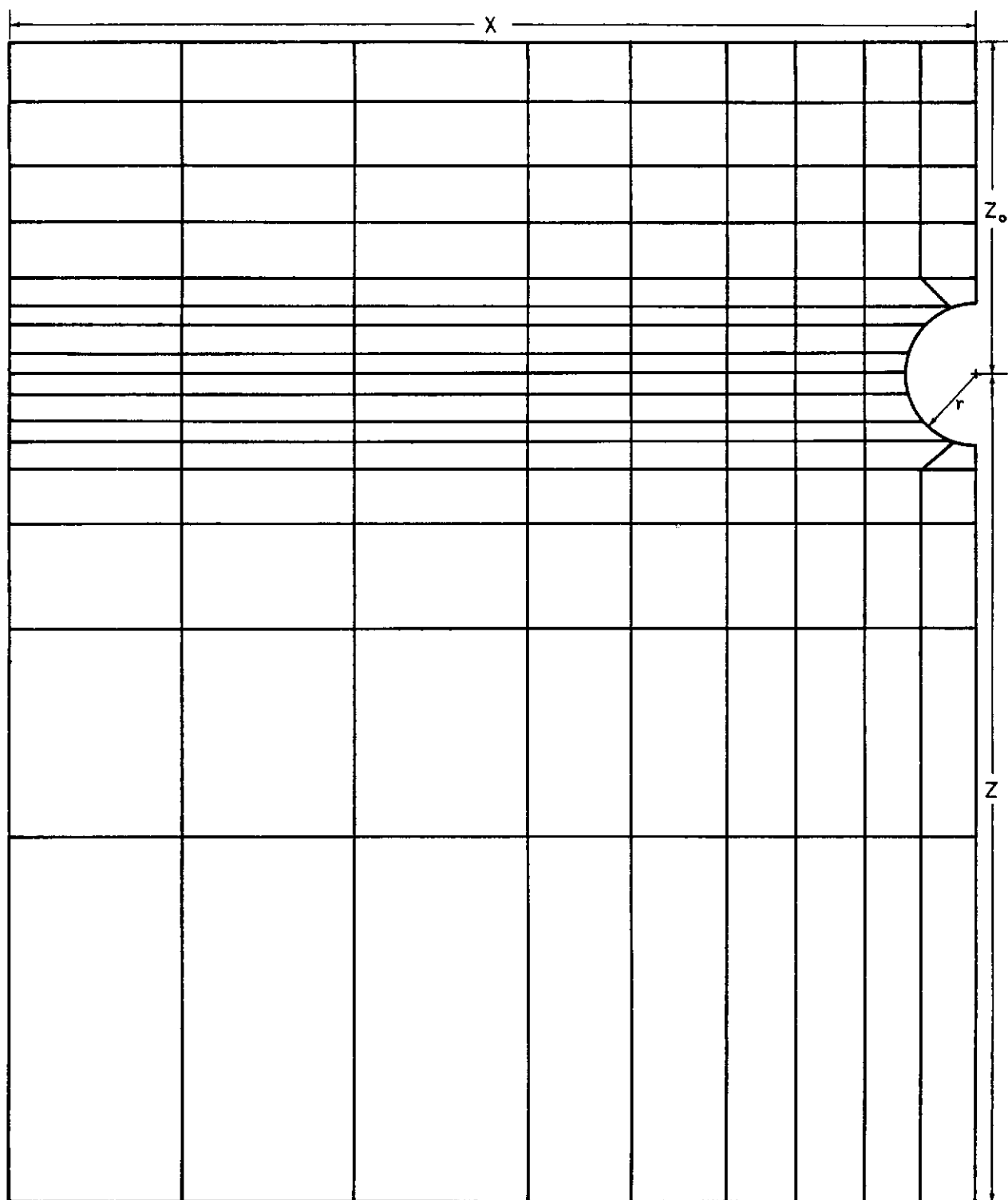


FIGURA V-6 REDE TS3 COM 144 ELEMENTOS E 483 PONTOS NODAIS -
LARGURA DE FAIXA DO SISTEMA IGUAL A 64

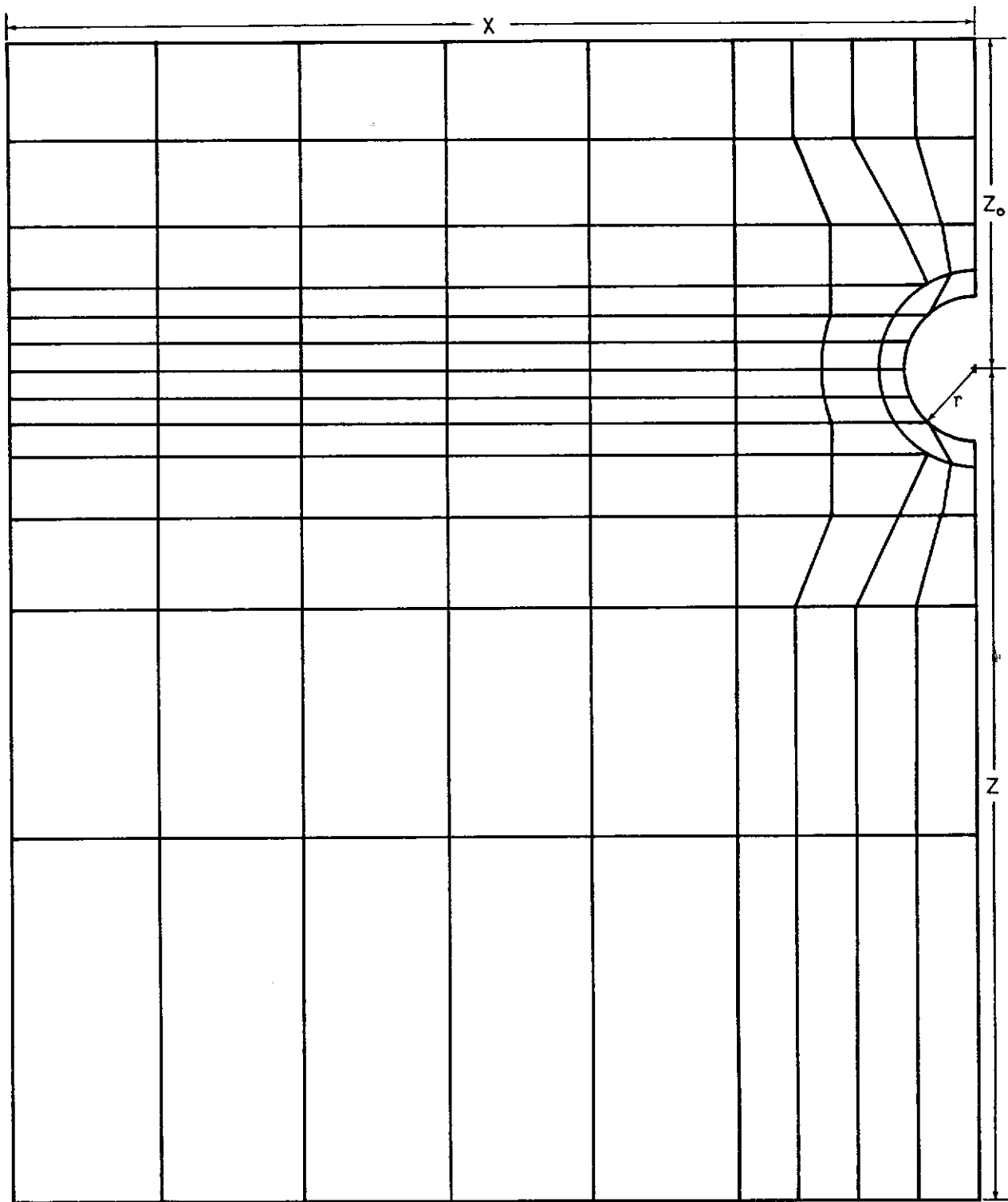


FIGURA V-7 REDE TS4 COM 117 ELEMENTOS E 396 PONTOS NODAIS -
LARGURA DE FAIXA DO SISTEMA IGUAL A 64

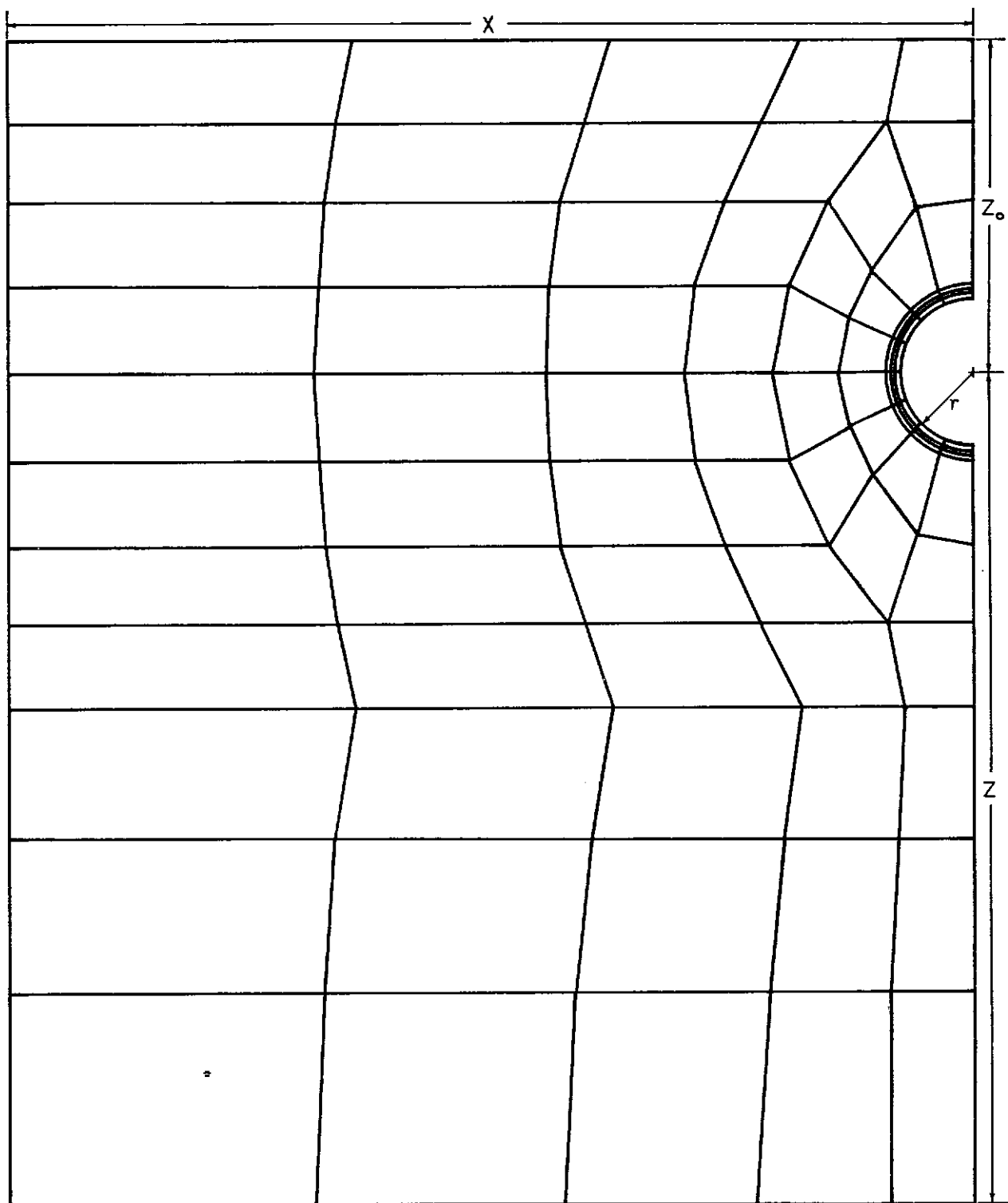


FIGURA V-8 REDE TS5 COM 101 ELEMENTOS E 344 PONTOS NODAIS -
LARGURA DE FAIXA DO SISTEMA IGUAL A 86

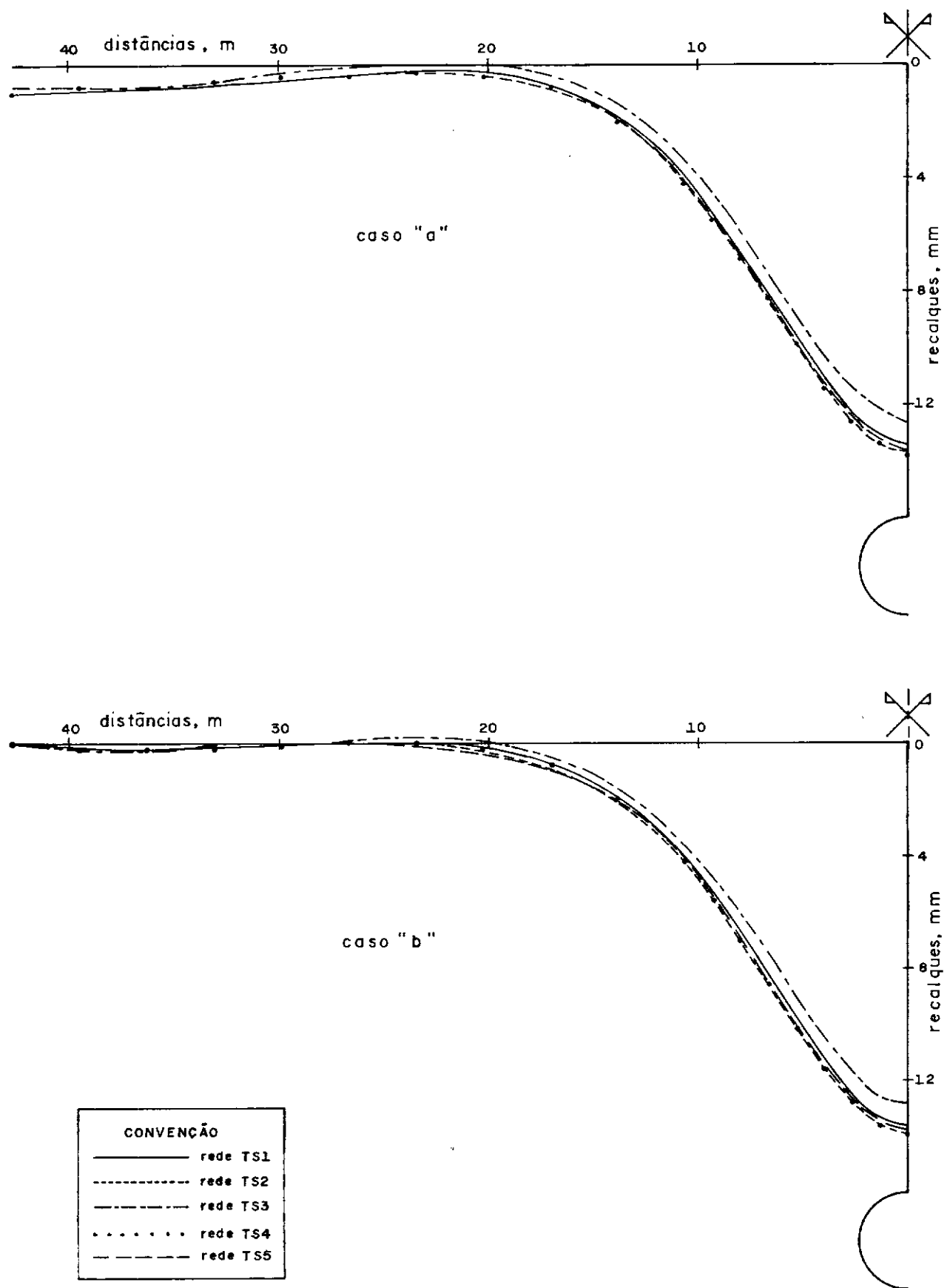


FIGURA V-9 EFEITOS DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO NOS RECALQUES DA SUPERFÍCIE - SOLUÇÕES ELÁSTICAS LINEARES PELO MEF

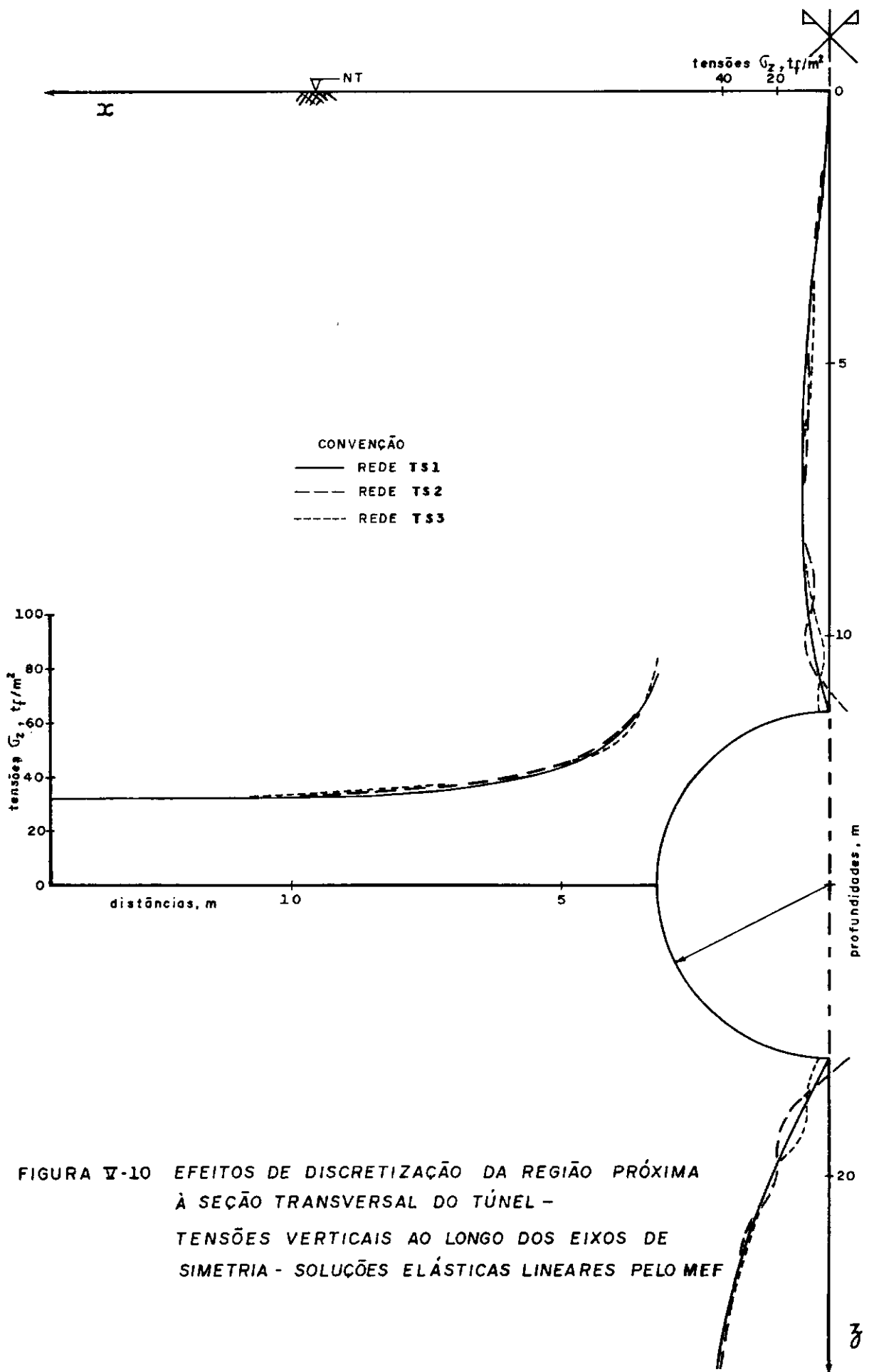


FIGURA V-10 EFEITOS DE DISCRETIZAÇÃO DA REGIÃO PRÓXIMA À SEÇÃO TRANSVERSAL DO TÚNEL - TENSÕES VERTICAIS AO LONGO DOS EIXOS DE SIMETRIA - SOLUÇÕES ELÁSTICAS LINEARES PELO MEF

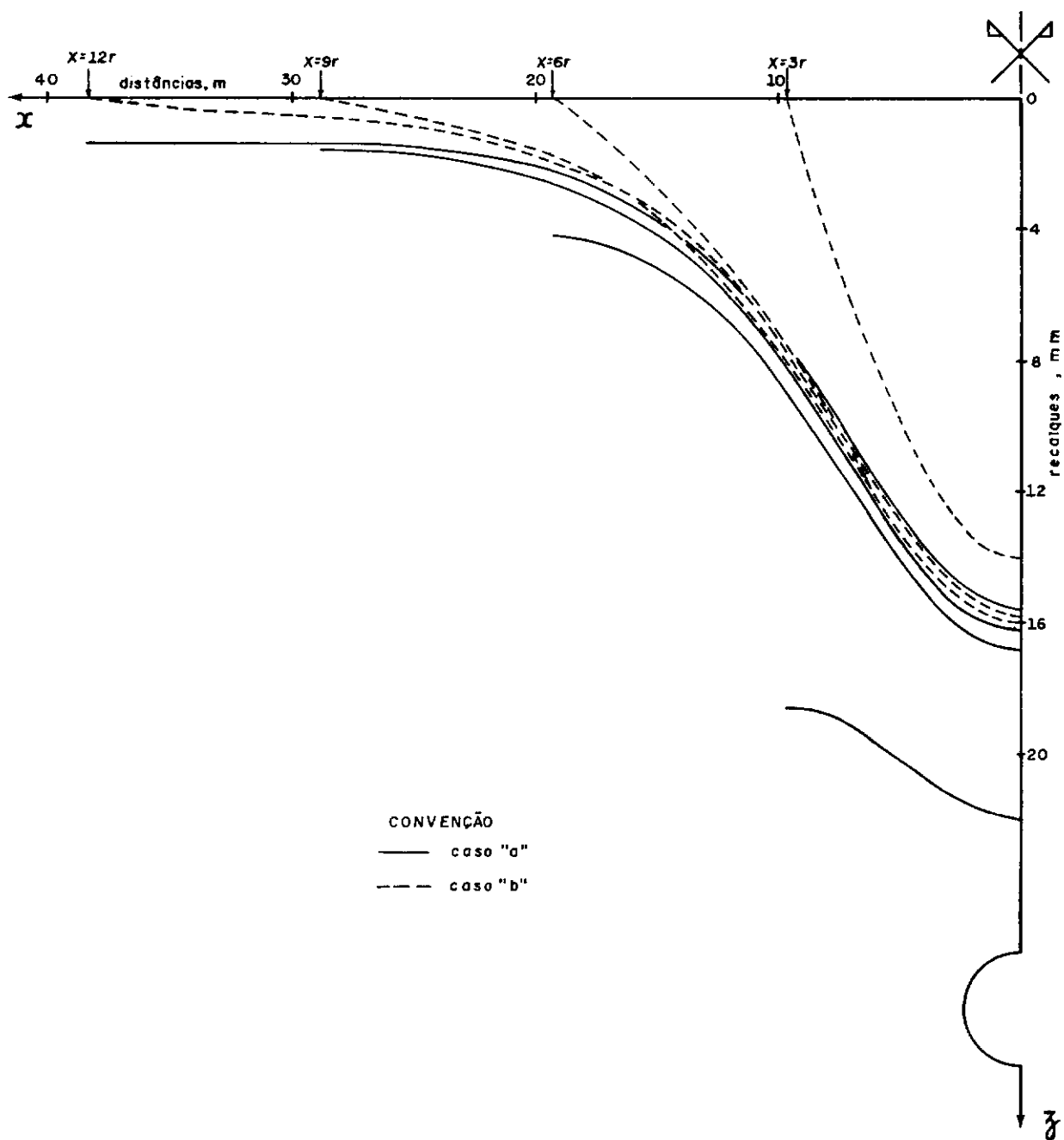


FIGURA V-11 EFEITOS DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO E DO POSICIONAMENTO DA FRONTEIRA LATERAL - RECALQUES DA SUPERFÍCIE - SOLUÇÕES ELÁSTICAS LINEARES PELO MEF

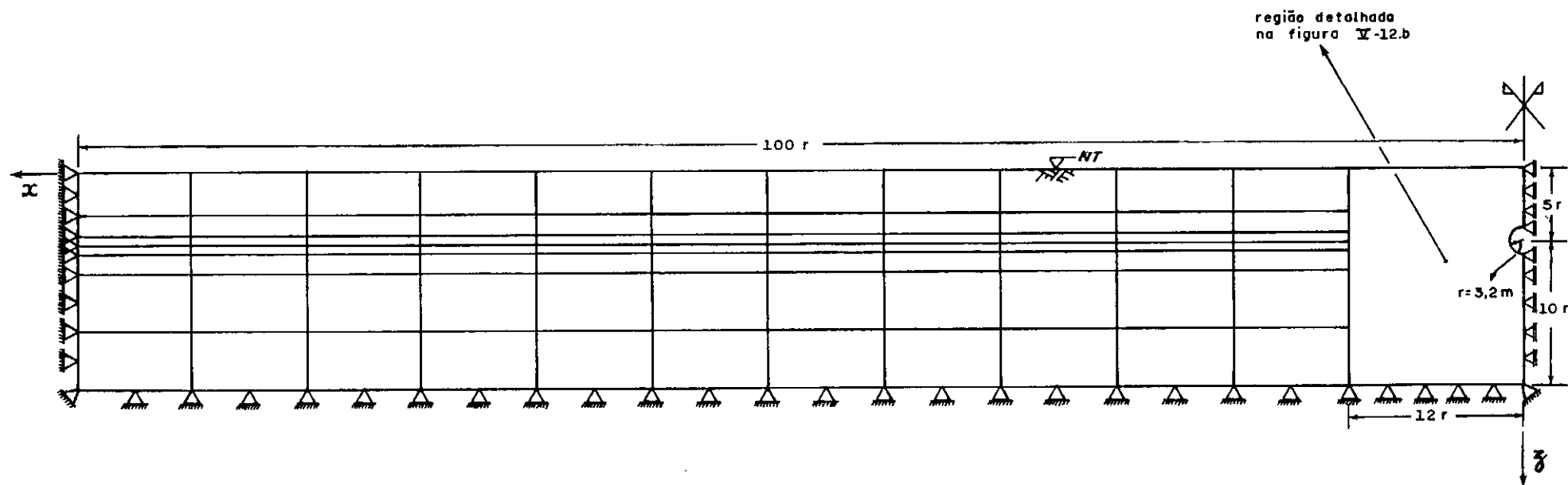


FIGURA V-12.a REDE TF100 COM 135 ELEMENTOS E 454 PONTOS NODAIS

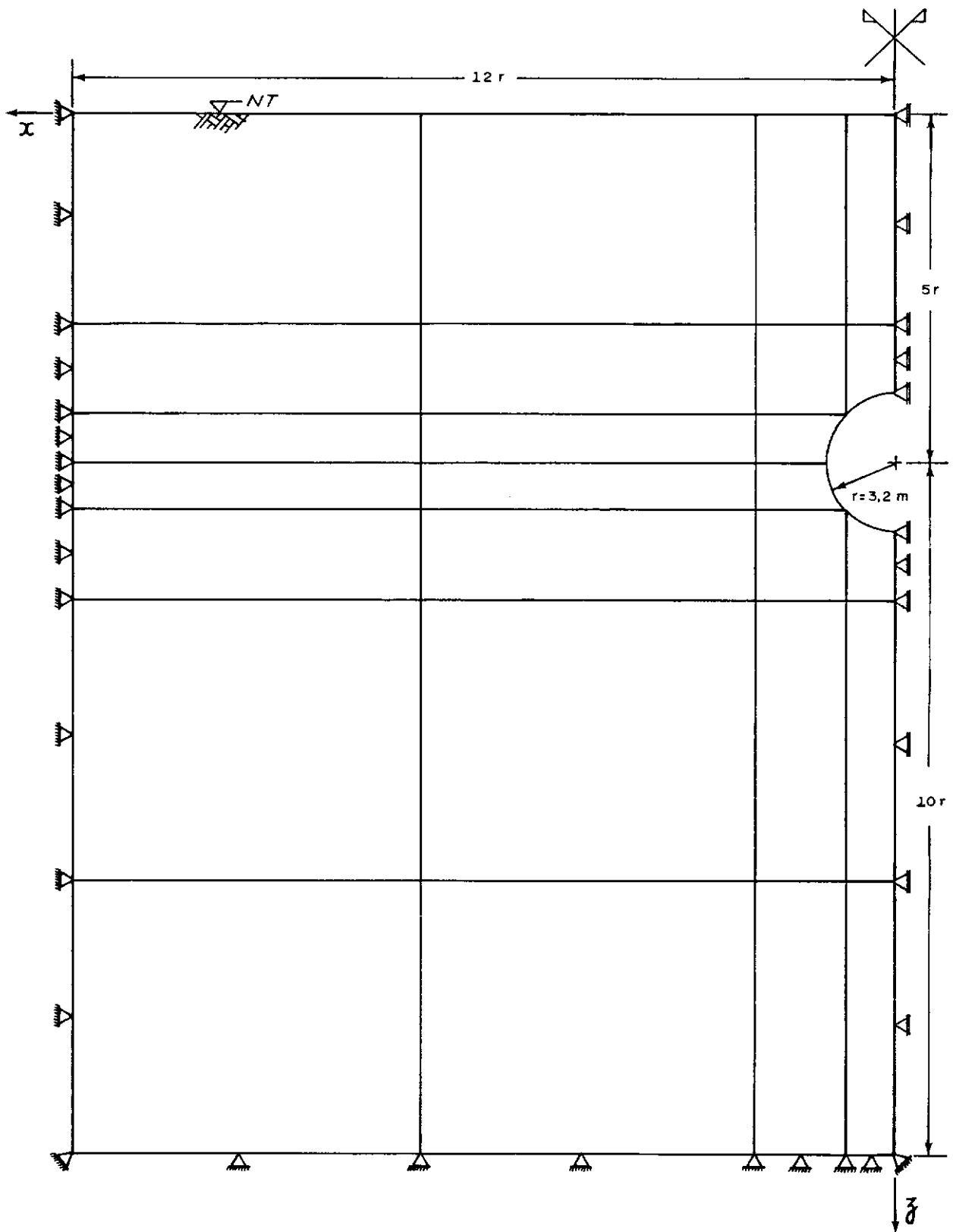


FIGURA V-12.b REDE **TF100** COM 30 ELEMENTOS E 107 PONTOS NODAIS

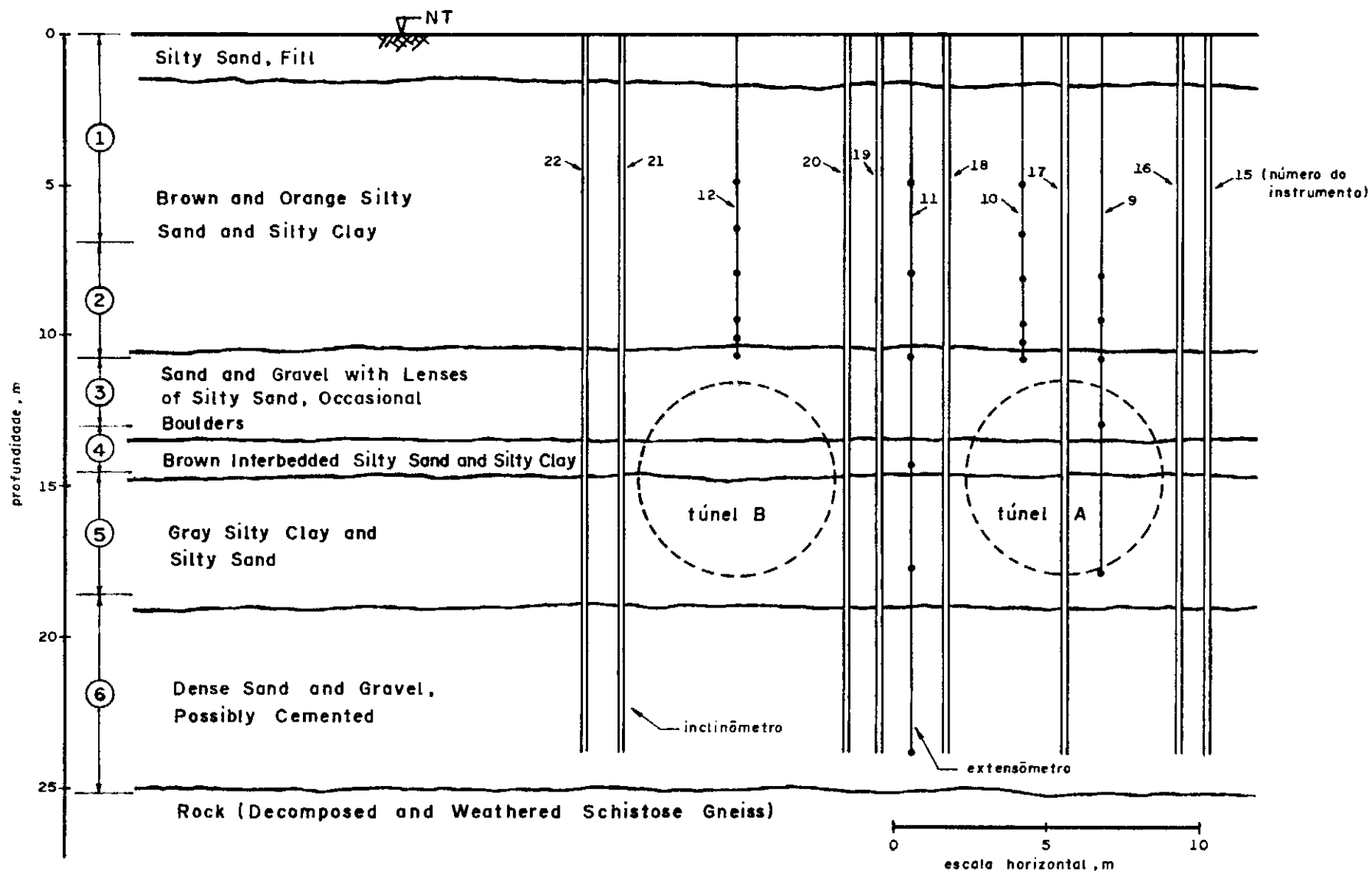


FIGURA VI -1 PERFIL GEOLÓGICO TÍPICO E LINHA DE INSTRUMENTAÇÃO C, SEÇÃO TESTE LAFAYETTE PARK (Hansmire e Cording, 1975)

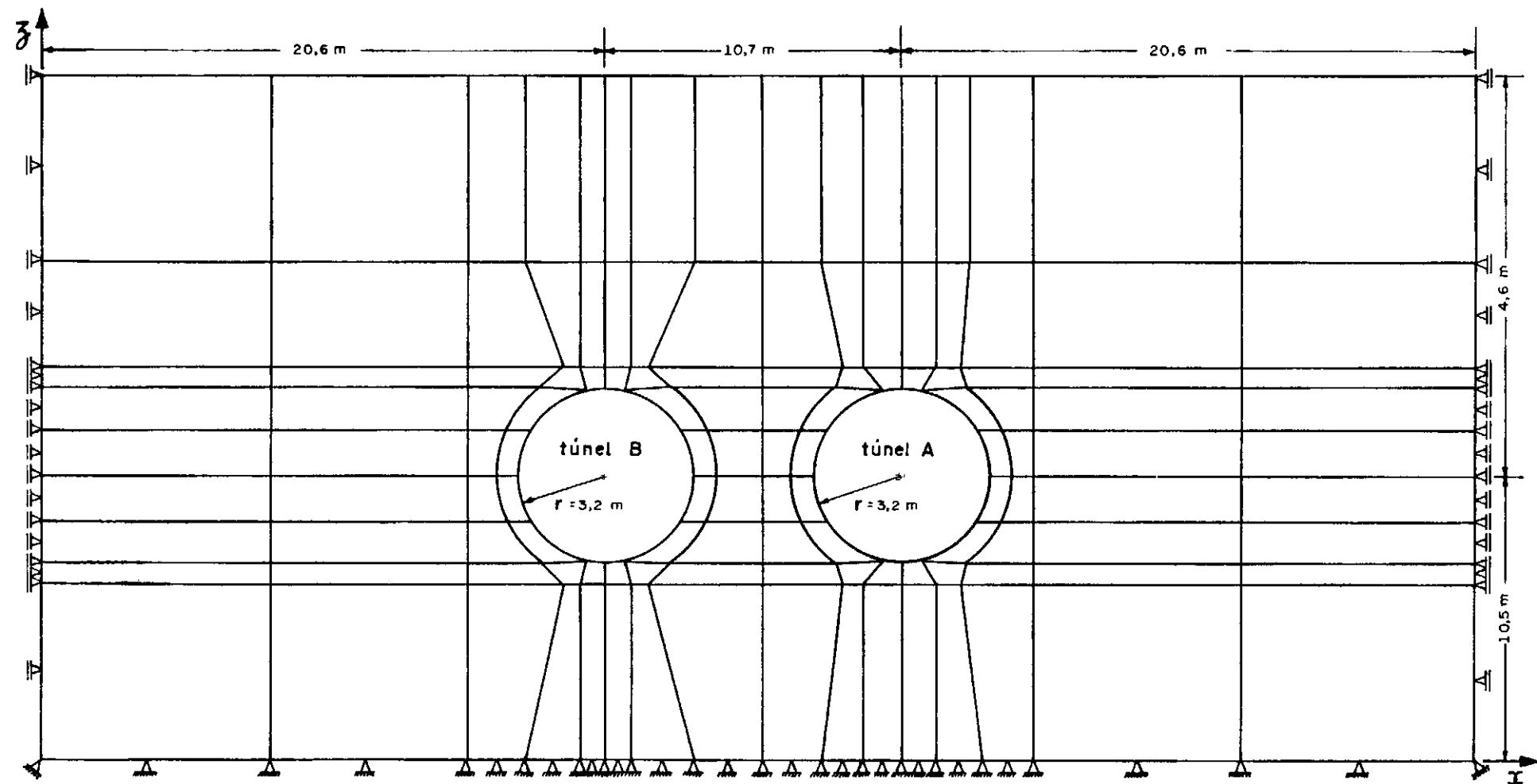


FIGURA VI - 2 REDE TDP COM 144 ELEMENTOS E 483 PONTOS NODAIS

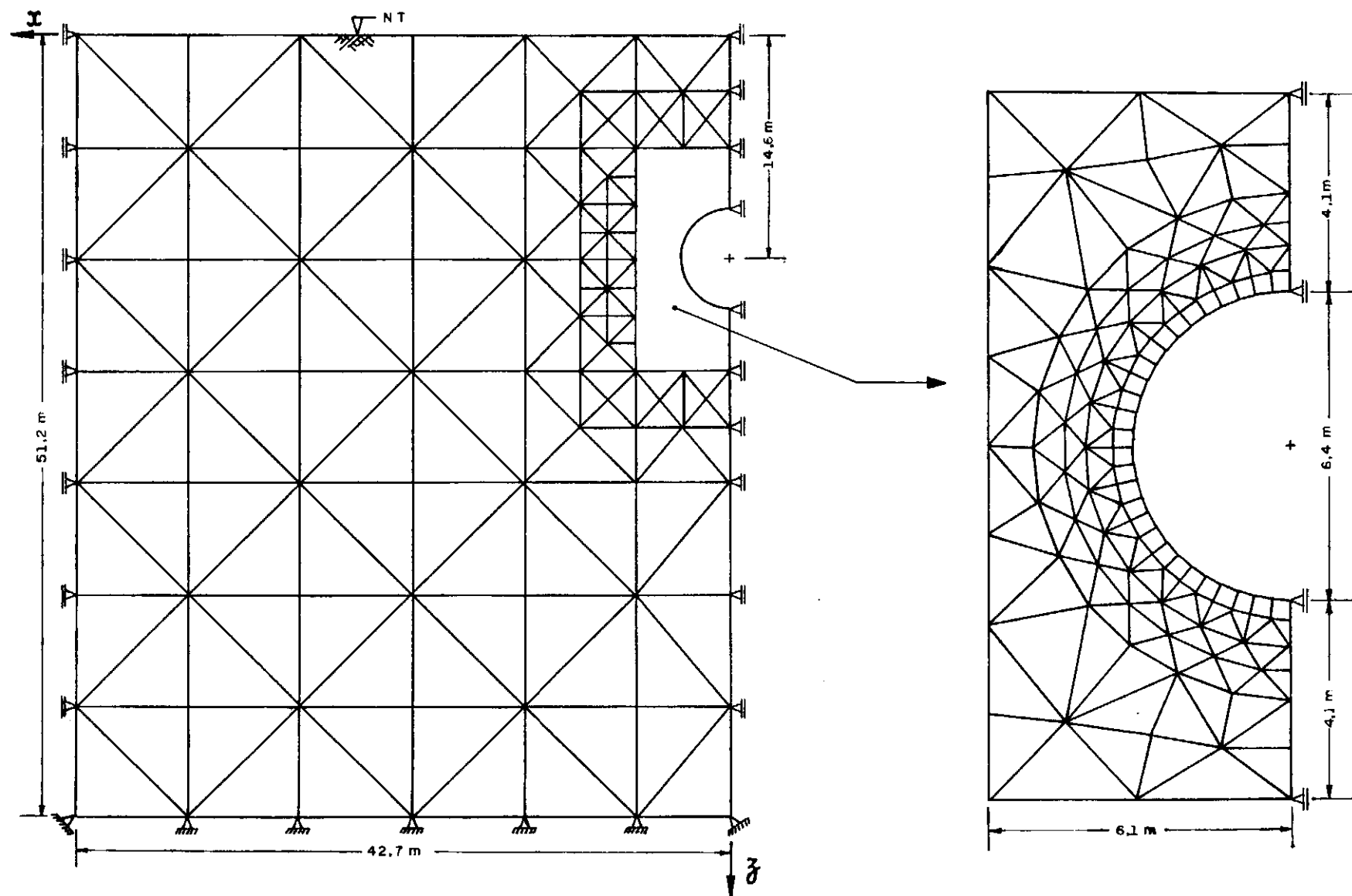
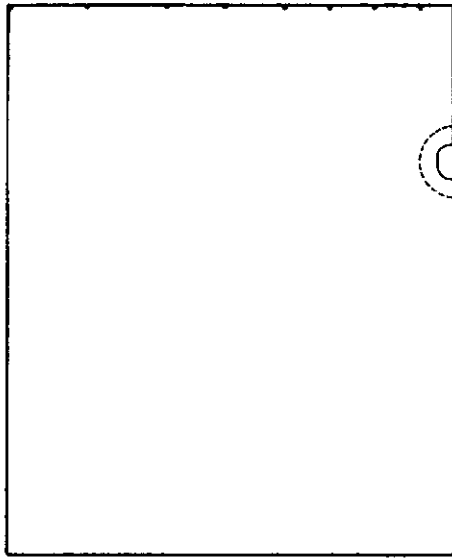
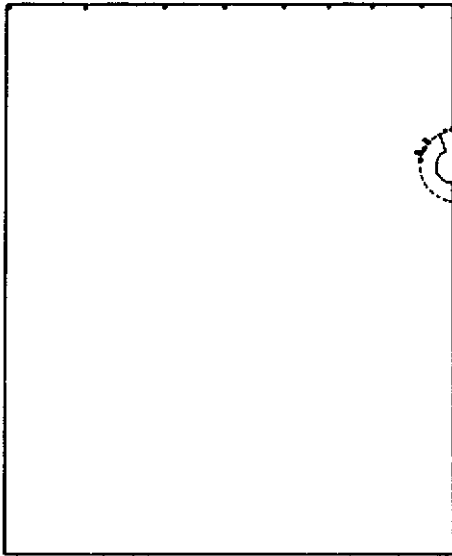
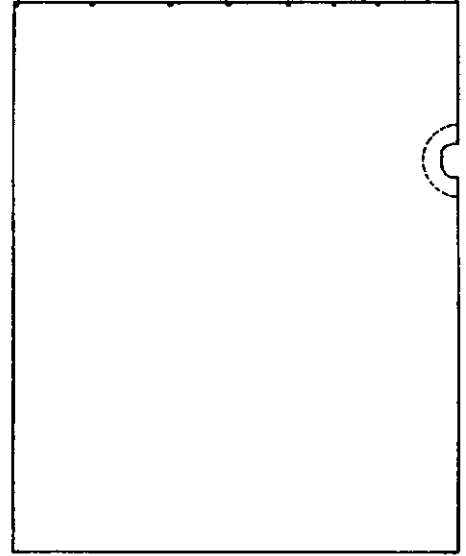


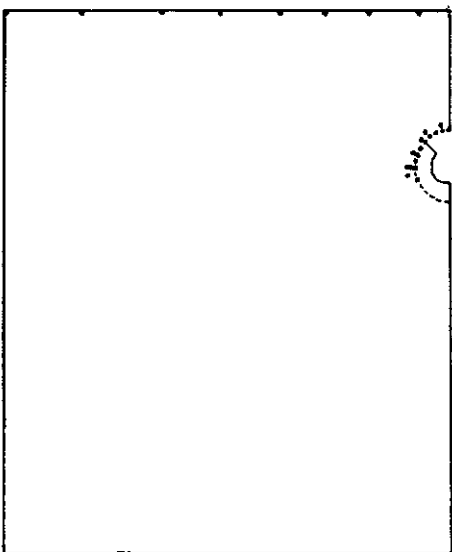
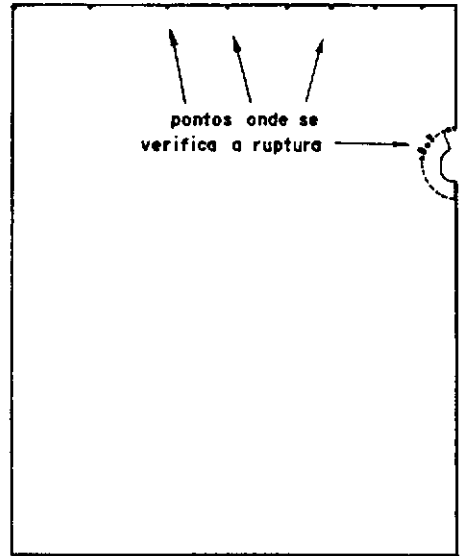
FIGURA VI-3 REDE THC COM "308" ELEMENTOS E "203" PONTOS NODAIS



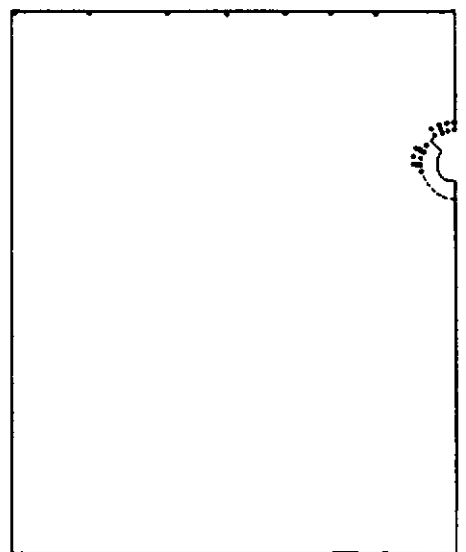
4ª etapa



5ª etapa



6ª etapa



após a ruptura $\begin{cases} E = 0,001 E_i \\ \nu = \text{constante} \end{cases}$

após a ruptura $\begin{cases} \theta = 0 \\ K = \text{constante} \end{cases}$

FIGURA VII-4.a SIMULAÇÕES DE ABERTURAS SUBTERRÂNEAS PELO MEF - DESENVOLVIMENTO PROGRESSIVO DA RUPTURA NO MACIÇO

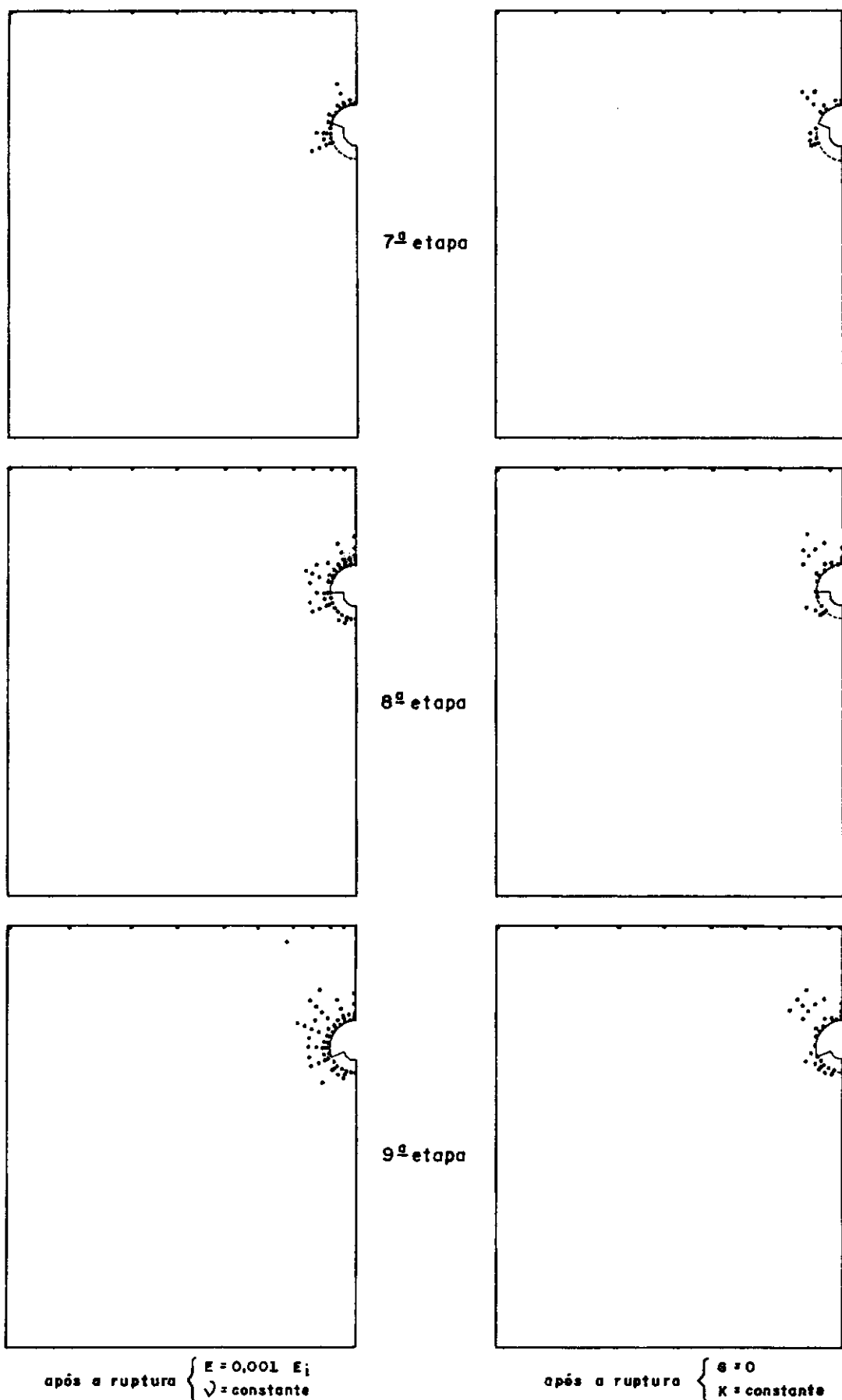
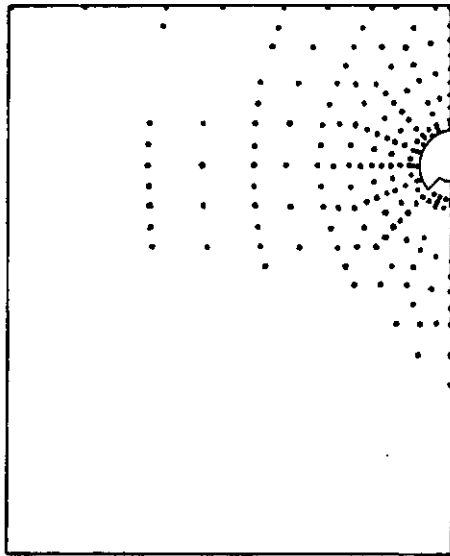
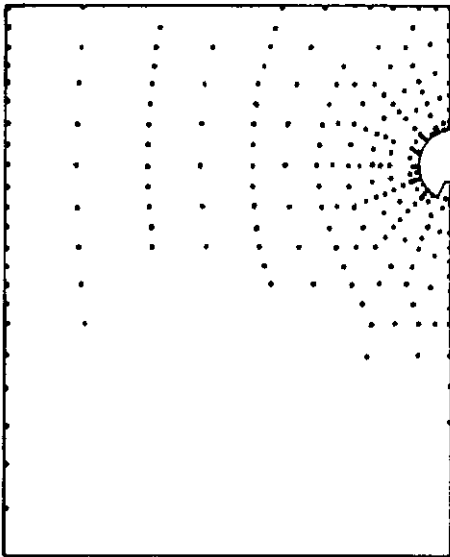
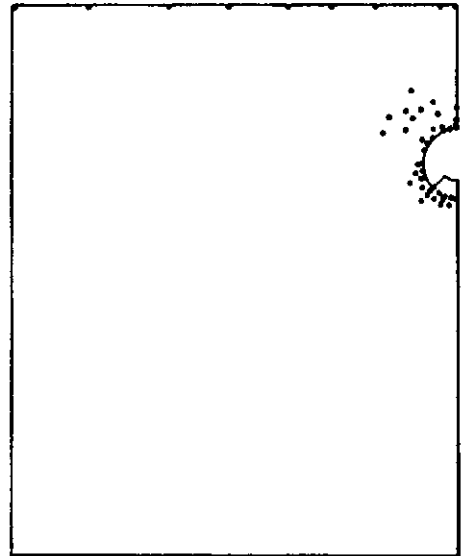


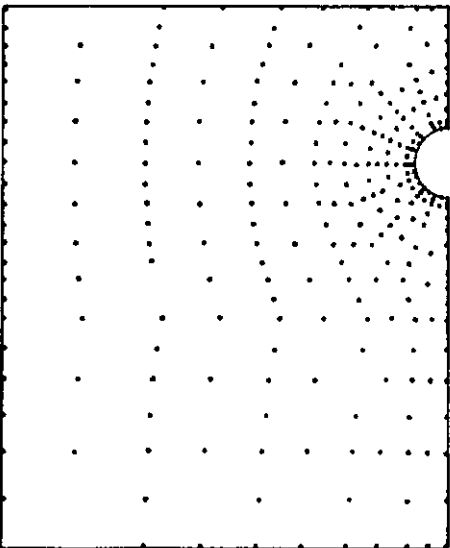
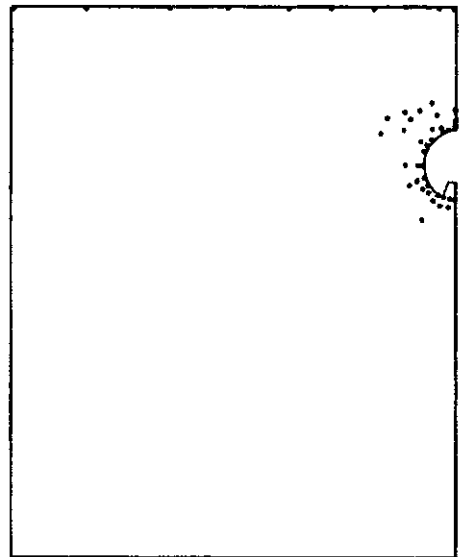
FIGURA VI - 4.b SIMULAÇÕES DE ABERTURAS SUBTERRÂNEAS PELO MEF - DESENVOLVIMENTO PROGRESSIVO DA RUPTURA NO MACIÇO



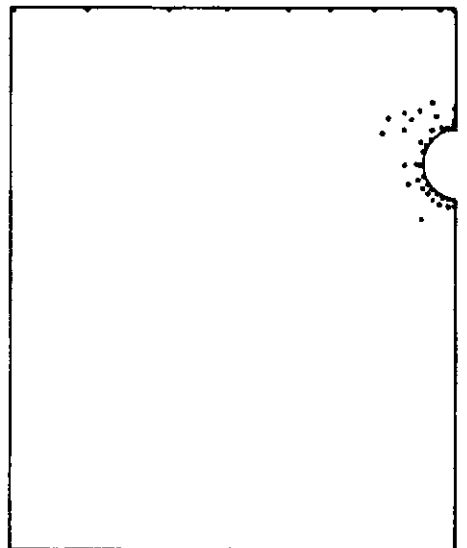
10ª etapa



11ª etapa



12ª etapa



após a ruptura $\begin{cases} E = 0,001 E_i \\ \nu = \text{constante} \end{cases}$

após a ruptura $\begin{cases} \theta = 0 \\ K = \text{constante} \end{cases}$

FIGURA VI-4.c SIMULAÇÕES DE ABERTURAS SUBTERRÂNEAS PELO MEF - DESENVOLVIMENTO PROGRESSIVO DA RUPTURA NO MACIÇO

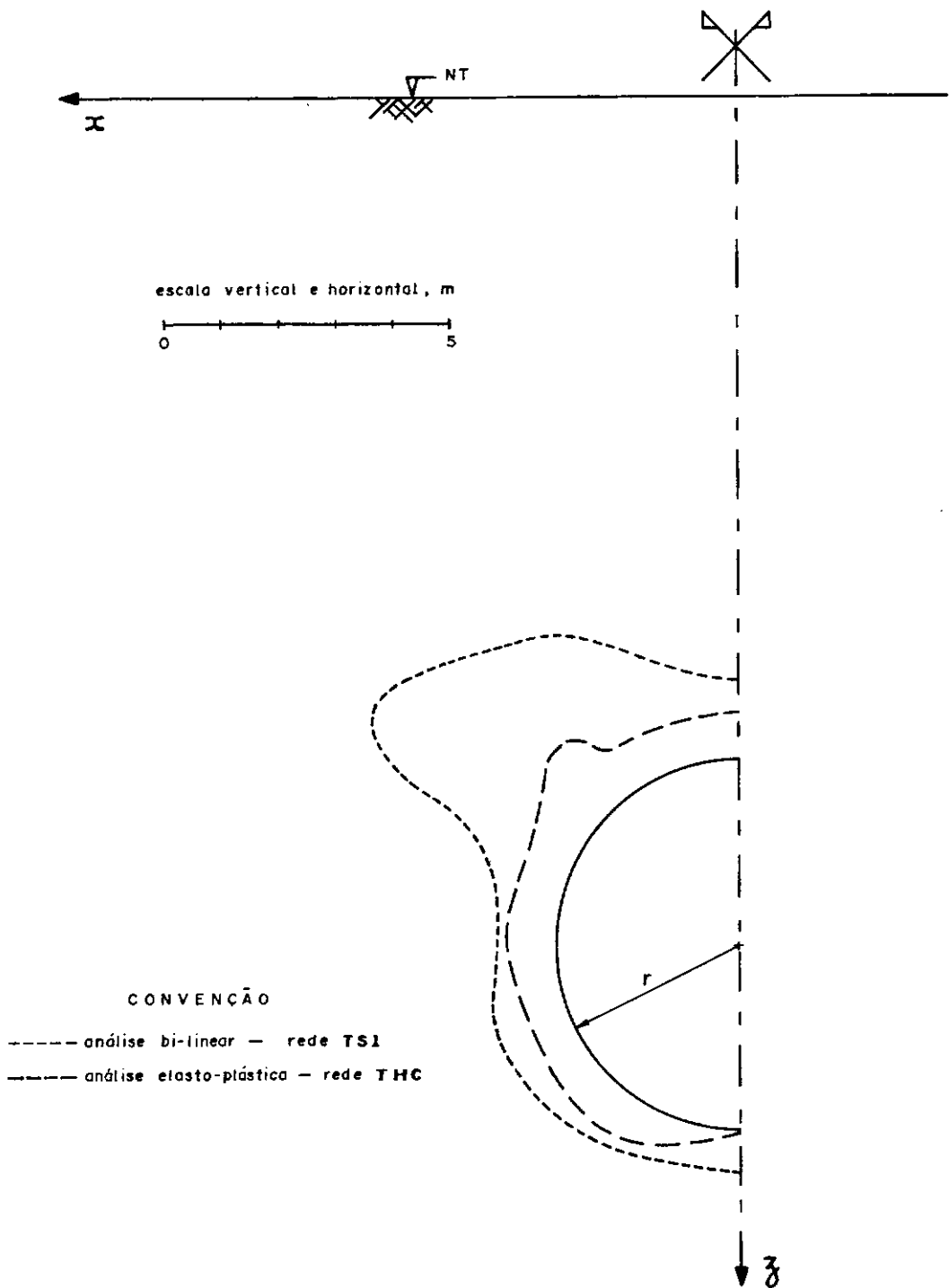


FIGURA VI-5 ZONAS DE RUPTURA ENTORNO DE UMA ABERTURA SUBTERRÂNEA CIRCULAR DE RAIO $r = 3,2$ m

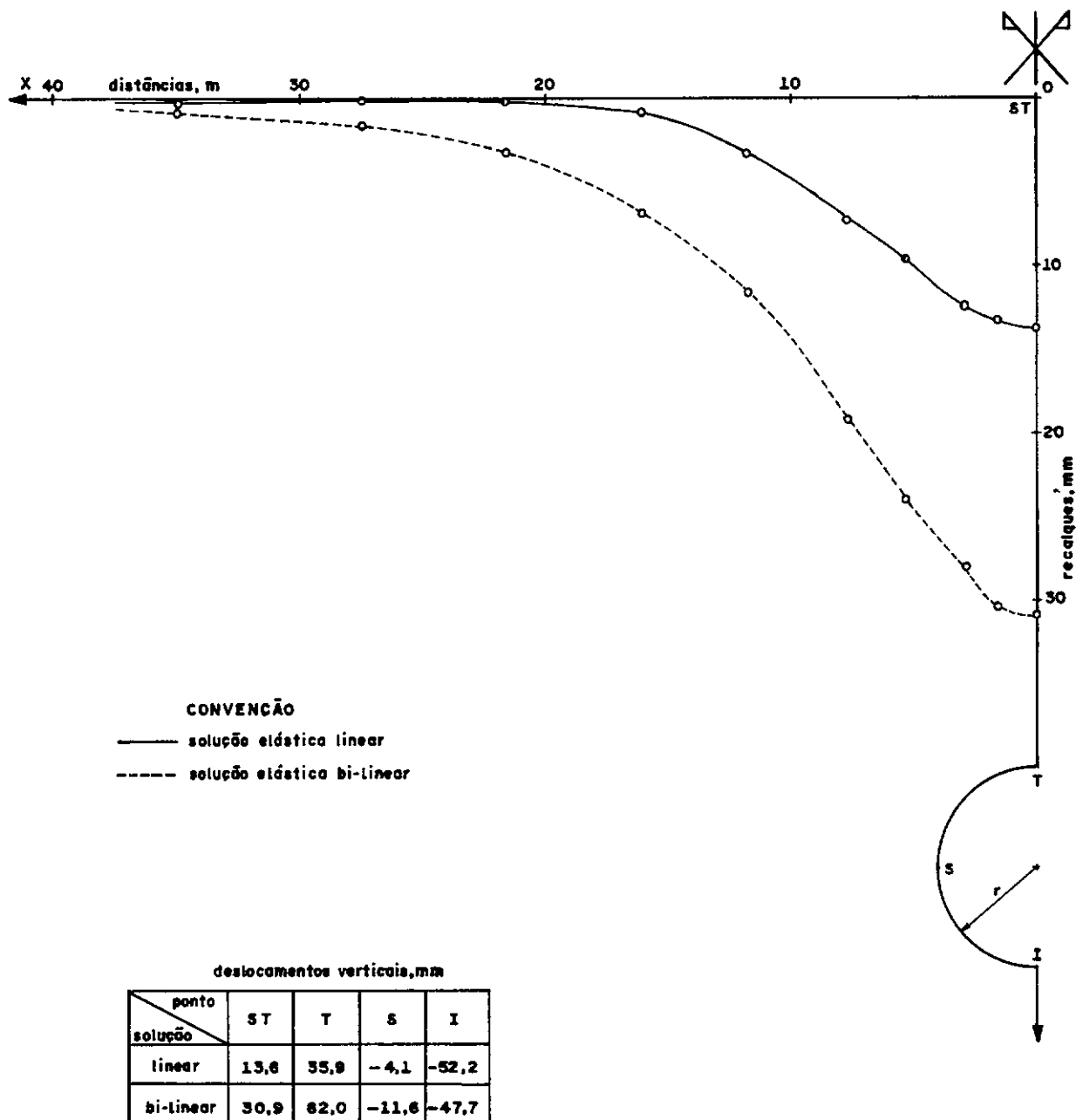


FIGURA VI-6 DESLOCAMENTOS VERTICAIS PROVOCADOS PELA ABERTURA DE UM TÚNEL DE RAIO $r = 3,2 \text{ m}$ À UMA PROFUNDIDADE $Z_0 = 14,6 \text{ m}$ - SOLUÇÕES ELÁSTICAS LINEAR E BI-LINEAR PELO MEF

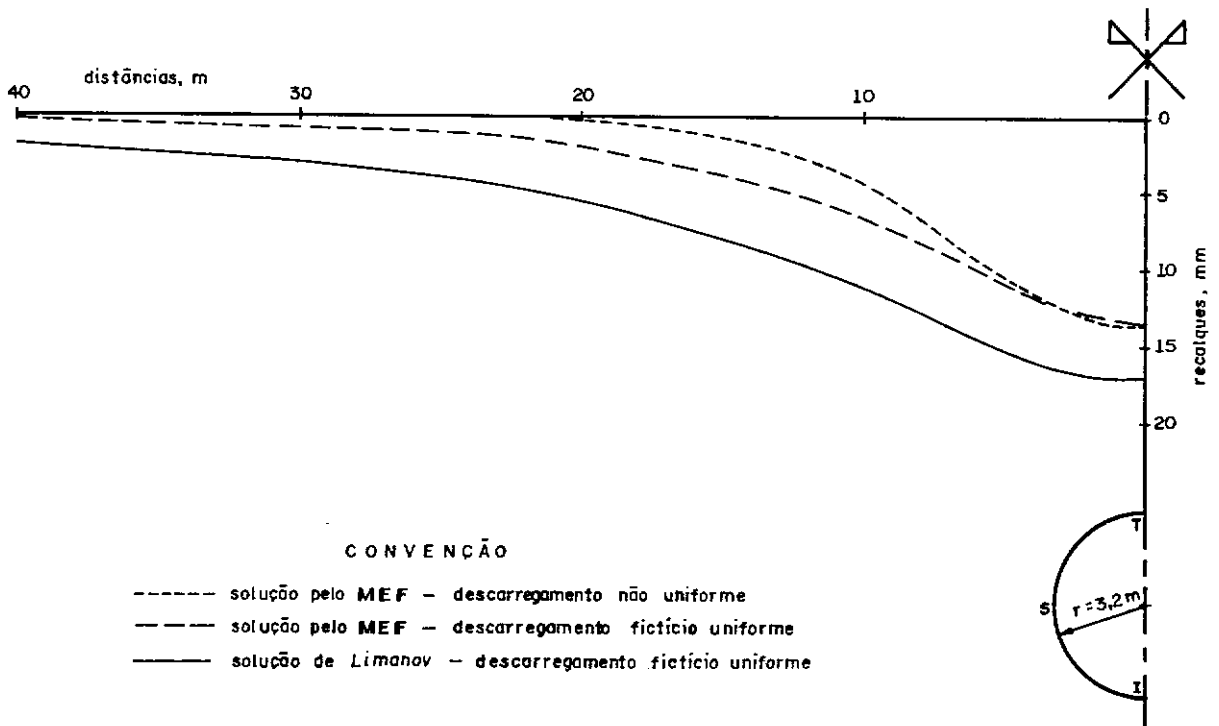


FIGURA VI-7 RECALQUES DA SUPERFÍCIE DEVIDO À ESCAVAÇÃO DE UM TÚNEL A UMA PROF. $z_0 = 14,6 \text{ m}$ - SOLUÇÕES ELÁSTICAS LINEARES

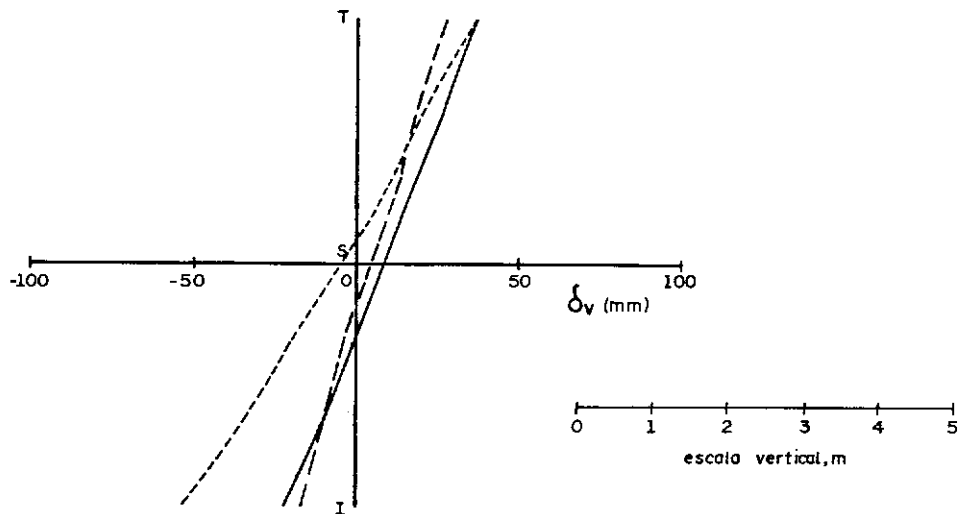


FIGURA VI-8 DESLOCAMENTOS VERTICAIS (δ_v) AO LONGO DA SUPERFÍCIE EXPOSTA PELA ESCAVAÇÃO DE UM TÚNEL A UMA PROF. $z_0 = 14,6 \text{ m}$ - SOLUÇÕES ELÁSTICAS LINEARES

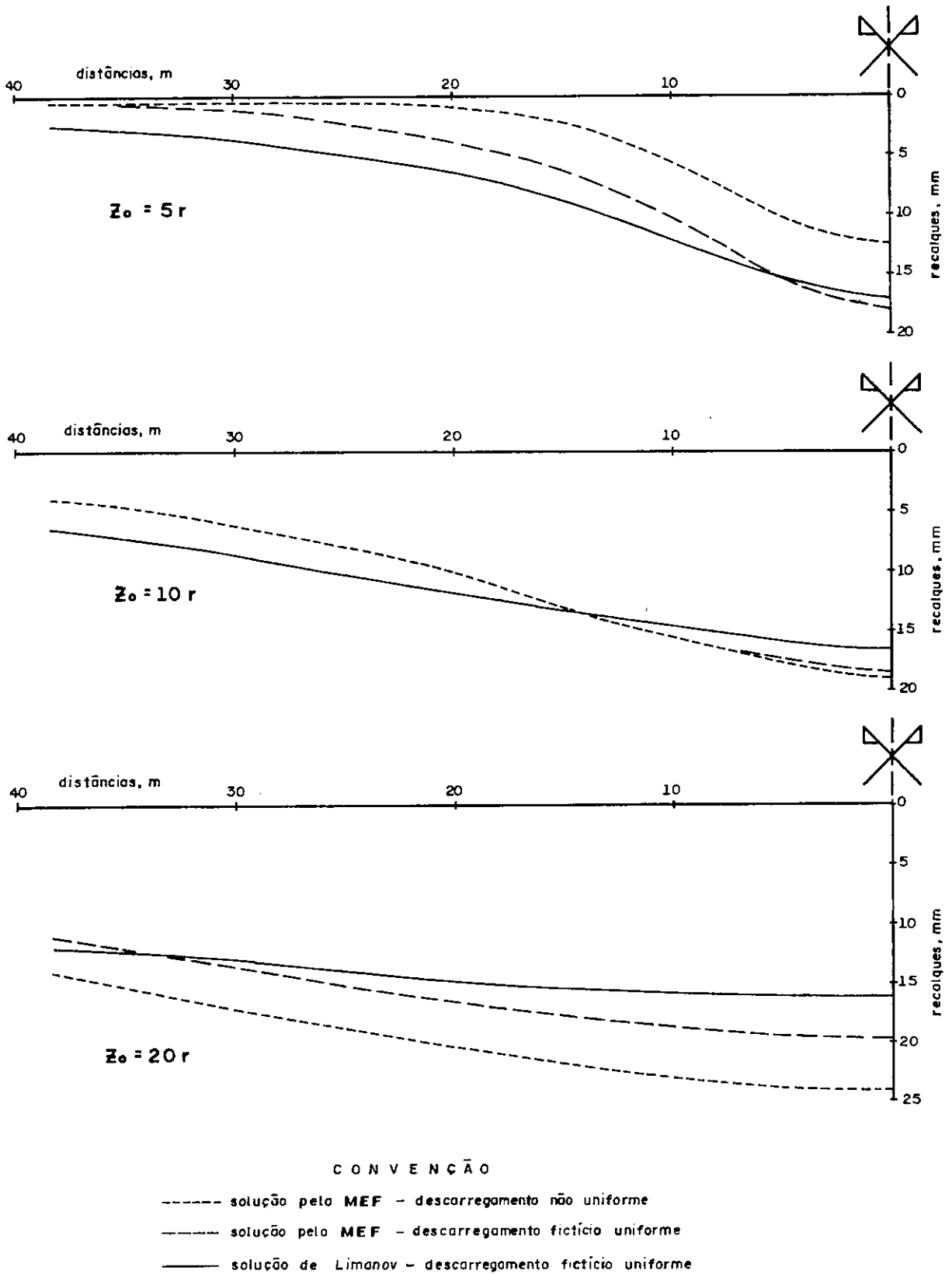


FIGURA VII-9 RECALQUES DA SUPERFÍCIE - VARIAÇÃO DA PROFUNDIDADE z_0 DE UM TÚNEL COM RAIO $r = 3,2$ m - SOLUÇÕES ELÁSTICAS LINEARES

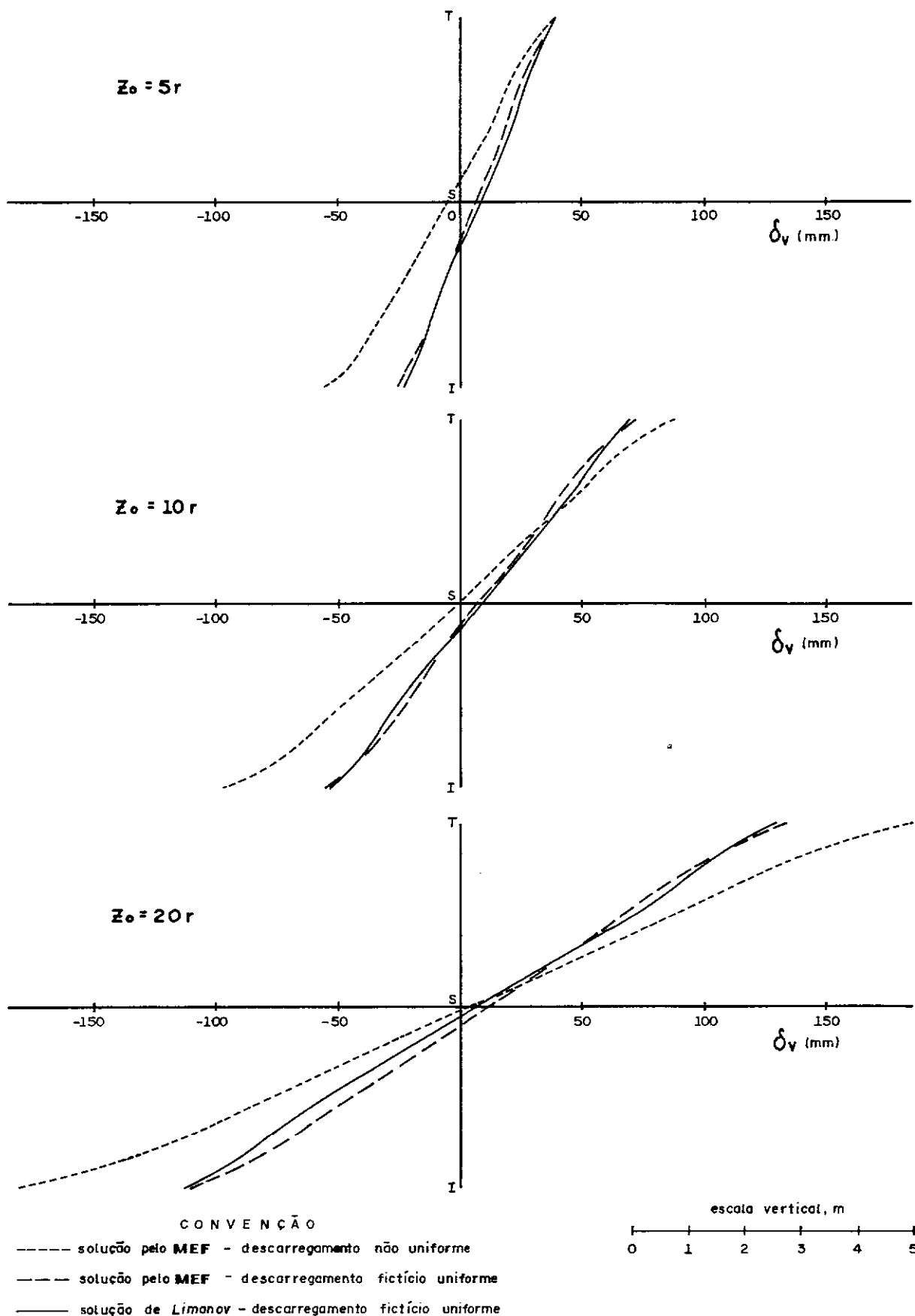


FIGURA VI - 10 DESLOCAMENTOS VERTICAIS (δ_v) AO LONGO DA SUPERFÍCIE EXPOSTA PELA ESCAVAÇÃO - VARIAÇÃO DA PROFUNDIDADE Z_0 DE UM TÚNEL COM RAIO $r = 3,2 \text{ m}$ - SOLUÇÕES ELÁSTICAS LINEARES

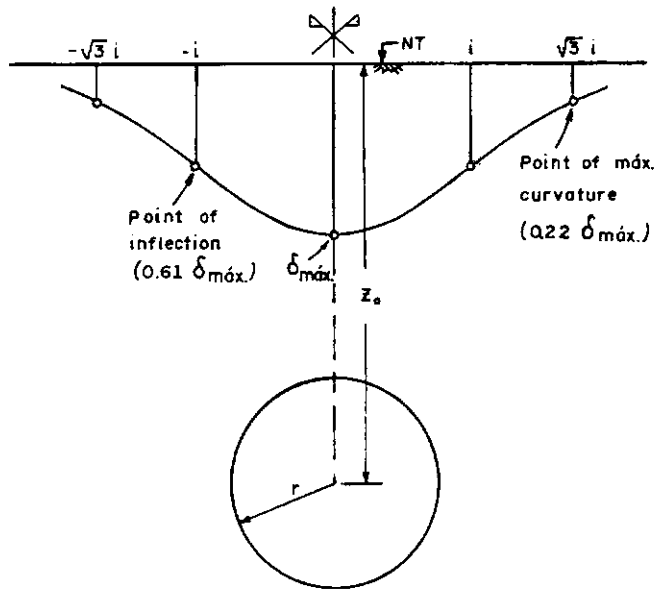


FIGURA VI-11a REPRESENTAÇÃO DOS RECALQUES DA SUPERFÍCIE ATRAVÉS DA CURVA NORMAL DE PROBABILIDADE (após Peck)

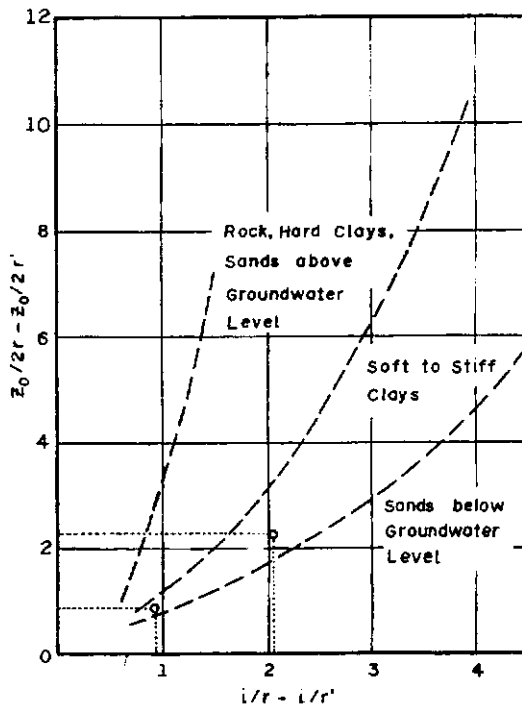


FIGURA VI-11b DIAGRAMA DE i/r EM FUNÇÃO DE $z_0/2r$ E DAS CONDIÇÕES GEOLÓGICAS DO MACIÇO (após Peck)

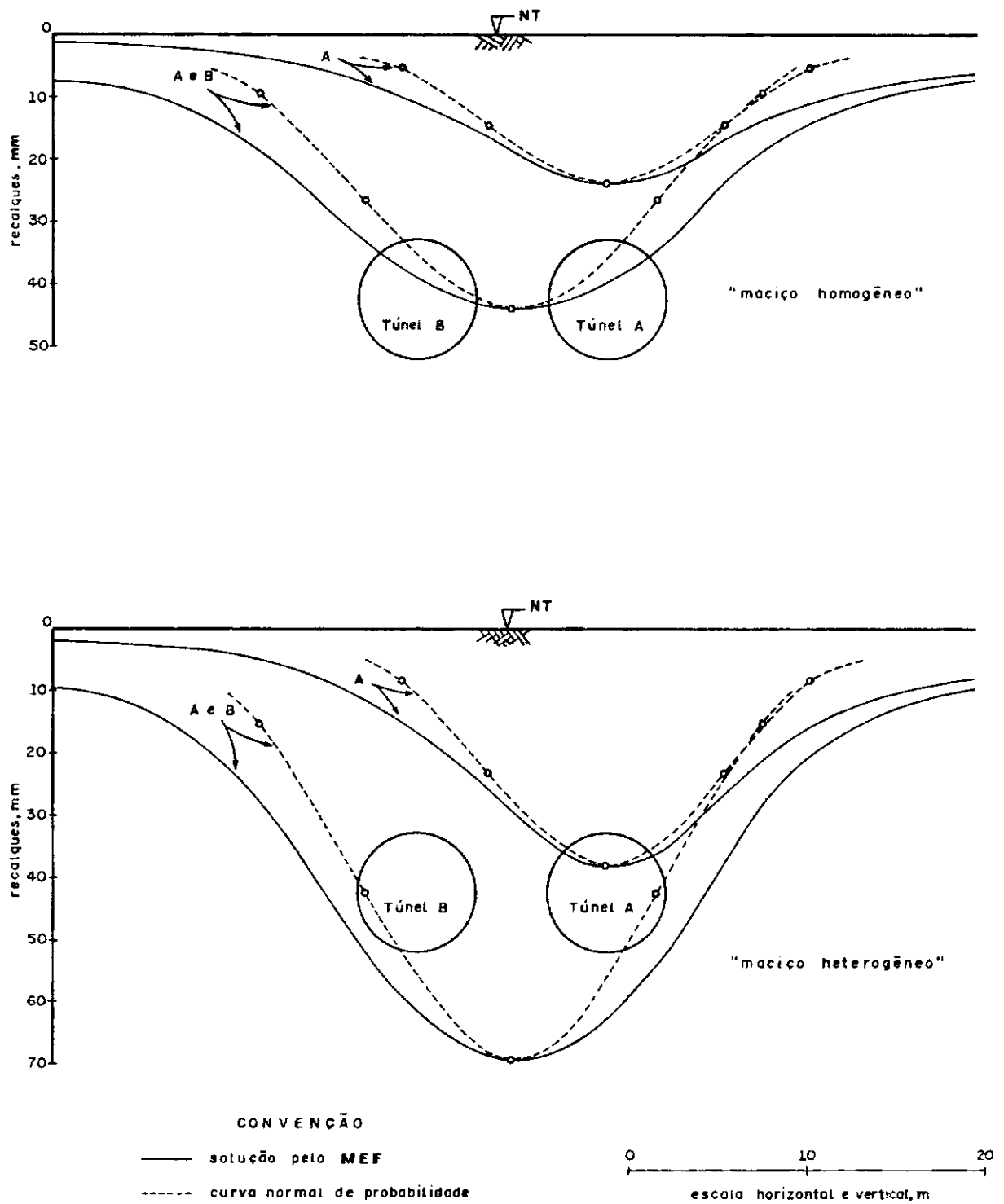


FIGURA VI-12 RECALQUES DA SUPERFÍCIE DEVIDO À ESCAVAÇÃO CONSECUTIVA DE DOIS TÚNEIS - APROXIMAÇÃO COM A CURVA NORMAL DE PROBABILIDADE

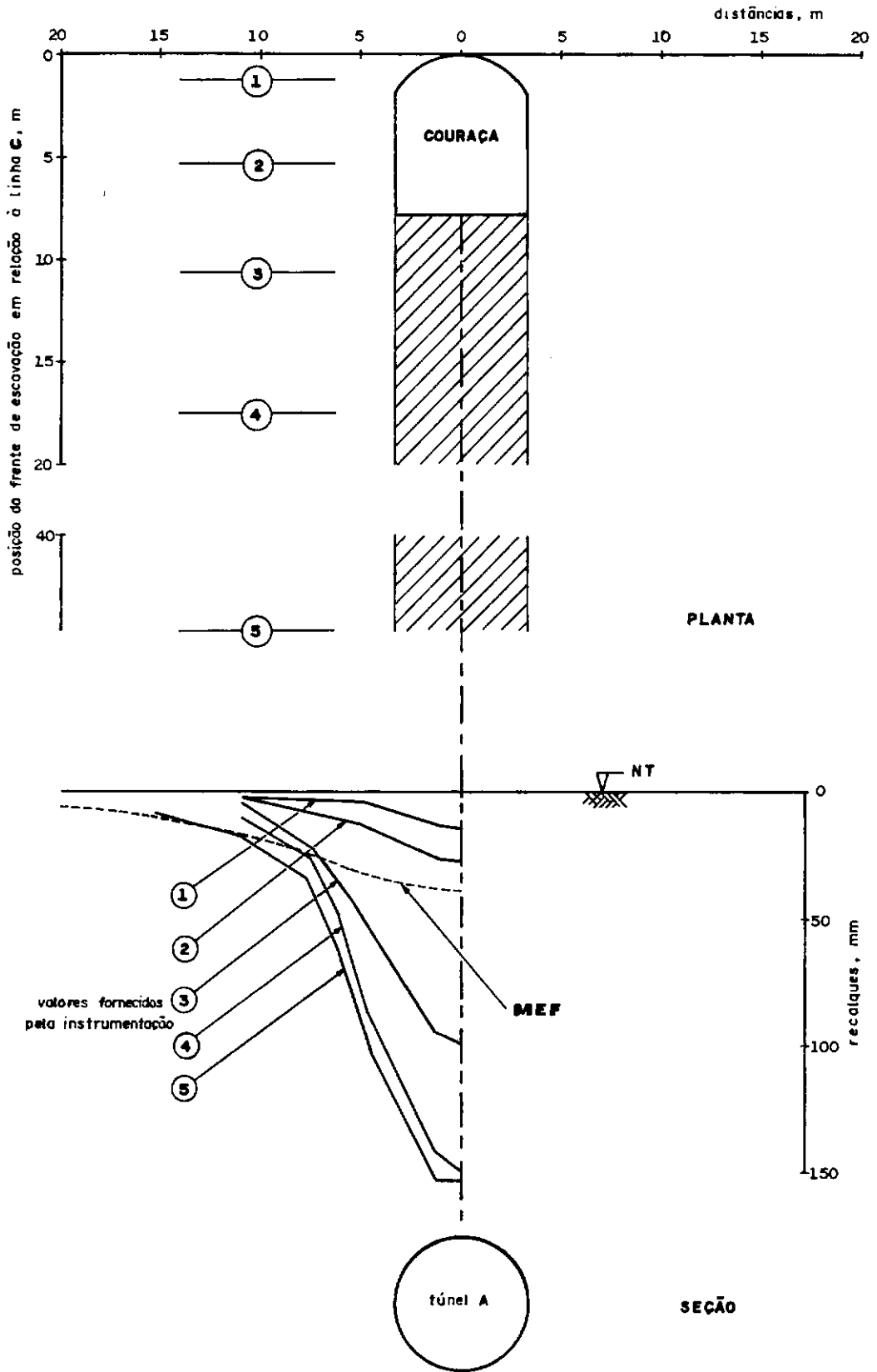


FIGURA VI-13.0 RECALQUES DA SUPERFÍCIE DURANTE O AVANÇO DA COURAÇA - SEÇÃO TESTE LAFAYETTE PARK, LINHA DE INSTRUMENTAÇÃO C

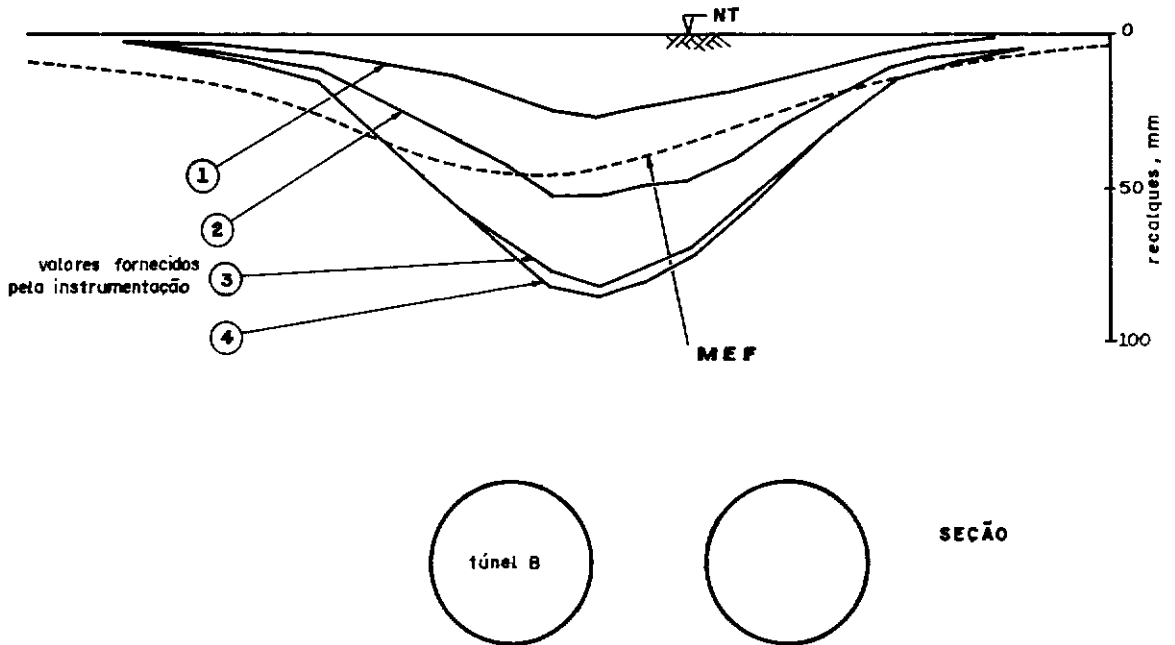
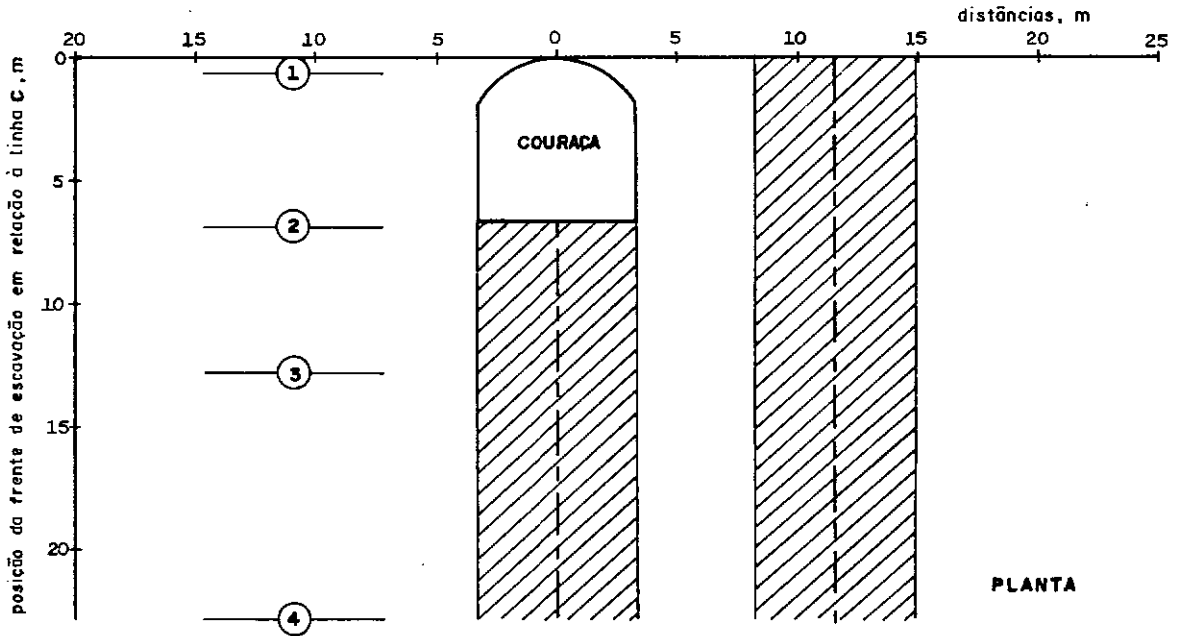


FIGURA VI - 13.b RECALQUES DA SUPERFÍCIE DURANTE O AVANÇO DA COURAÇA - SEÇÃO TESTE LAFAYETTE PARK, LINHA DE INSTRUMENTAÇÃO C

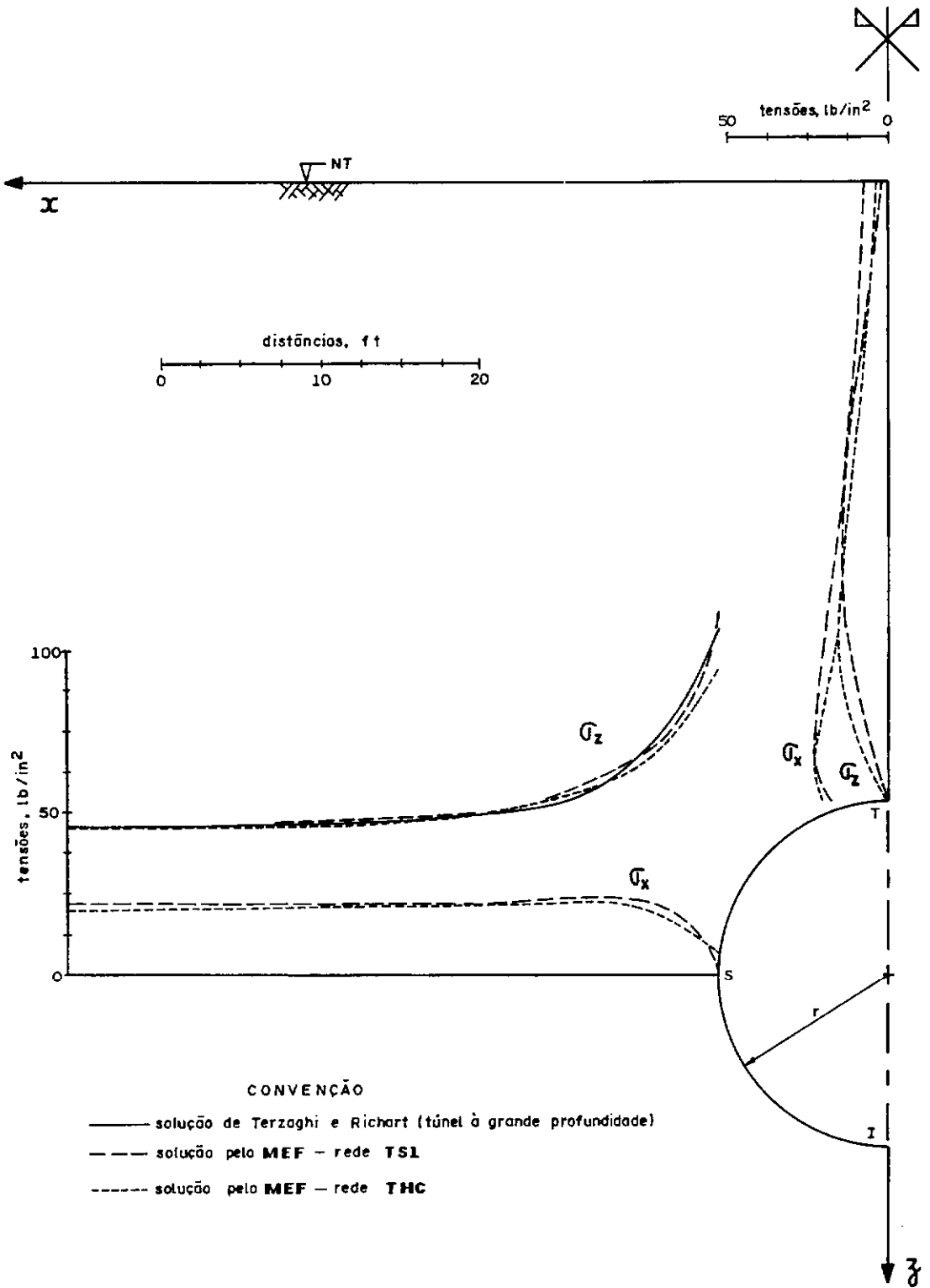


FIGURA VI - 14 TENSÕES VERTICAIS E HORIZONTAIS NOS EIXOS DE SIMETRIA DE UMA ABERTURA SUBTERRÂNEA CIRCULAR - SOLUÇÕES ELÁSTICAS LINEARES

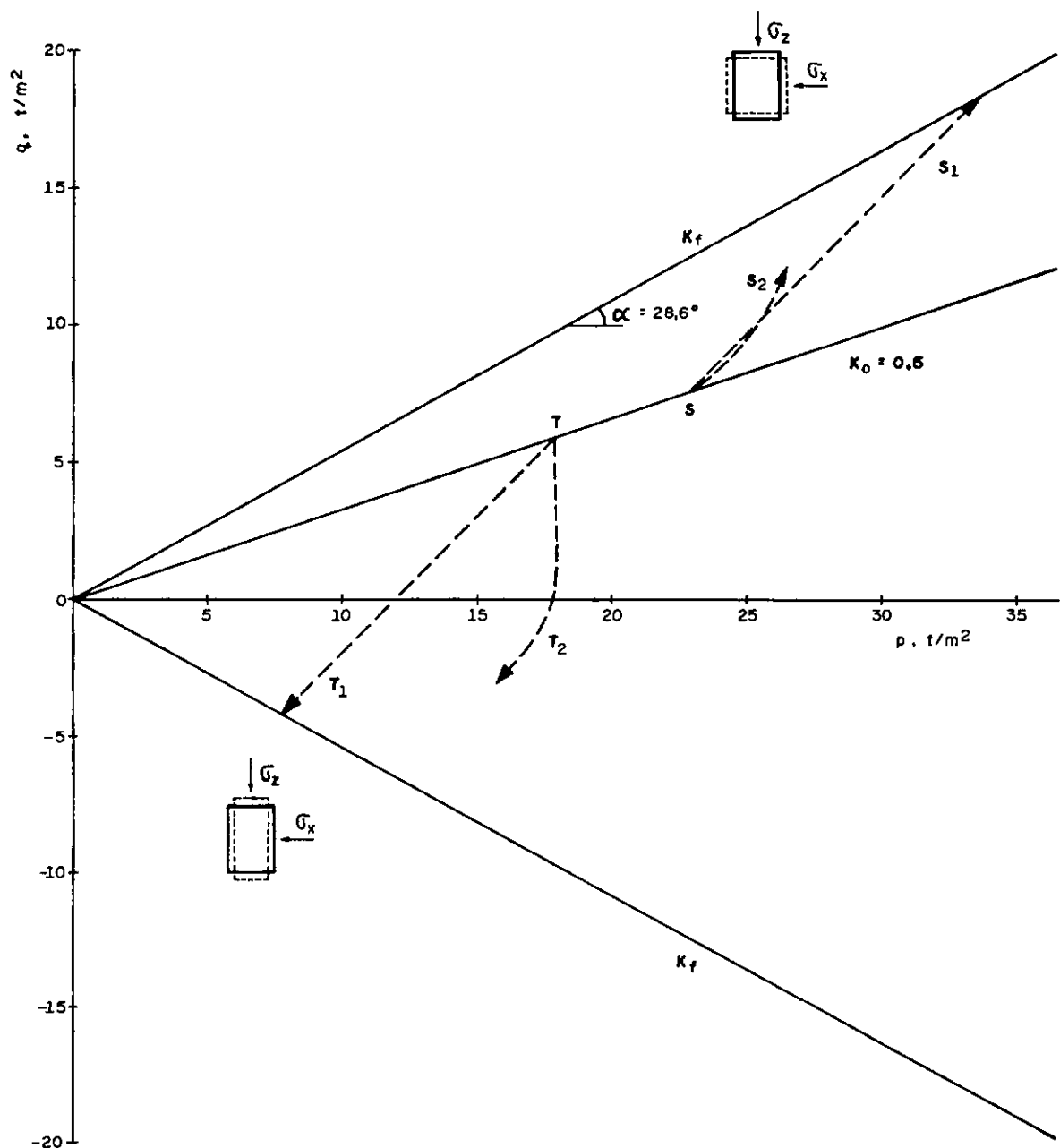


FIGURA VI - 15 TRAJETÓRIAS DE TENSÕES DURANTE A ESCAVAÇÃO DE TÚNEIS - DIAGRAMA p - q

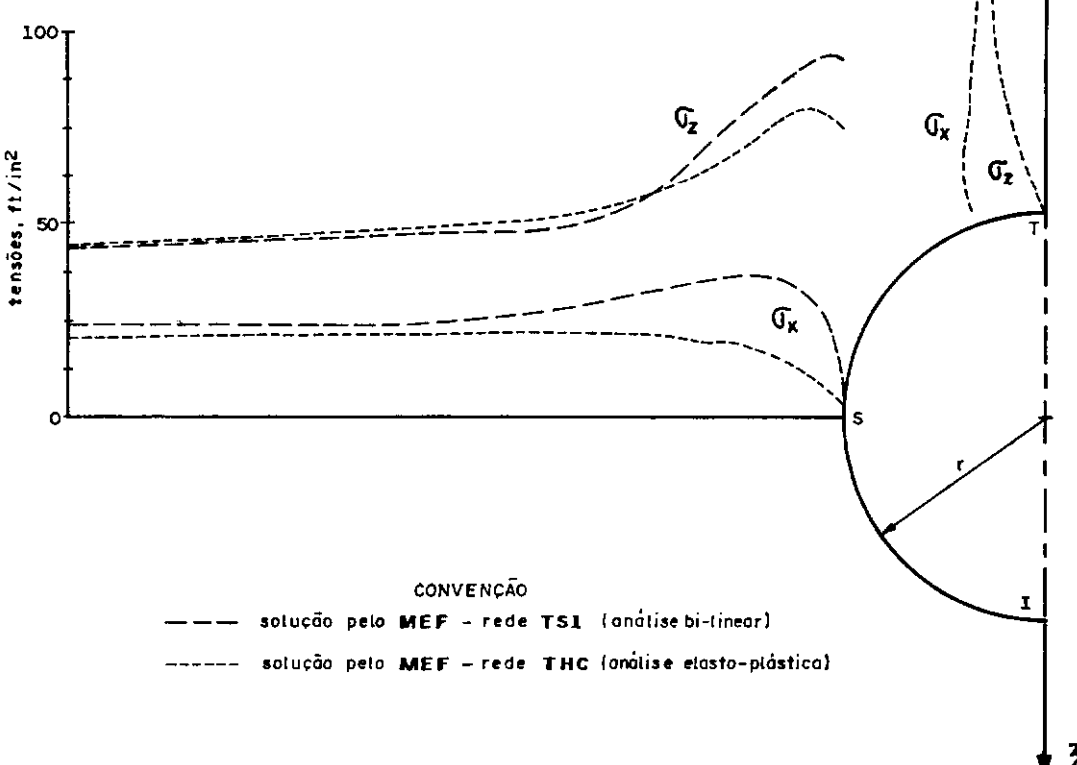


FIGURA VI - 16 TENSÕES VERTICAIS E HORIZONTAIS NOS EIXOS DE SIMETRIA DE UMA ABERTURA SUBTERRÂNEA CIRCULAR - SOLUÇÕES ELASTO-PLÁSTICA E ELÁSTICA BI-LINEAR PELO MEF

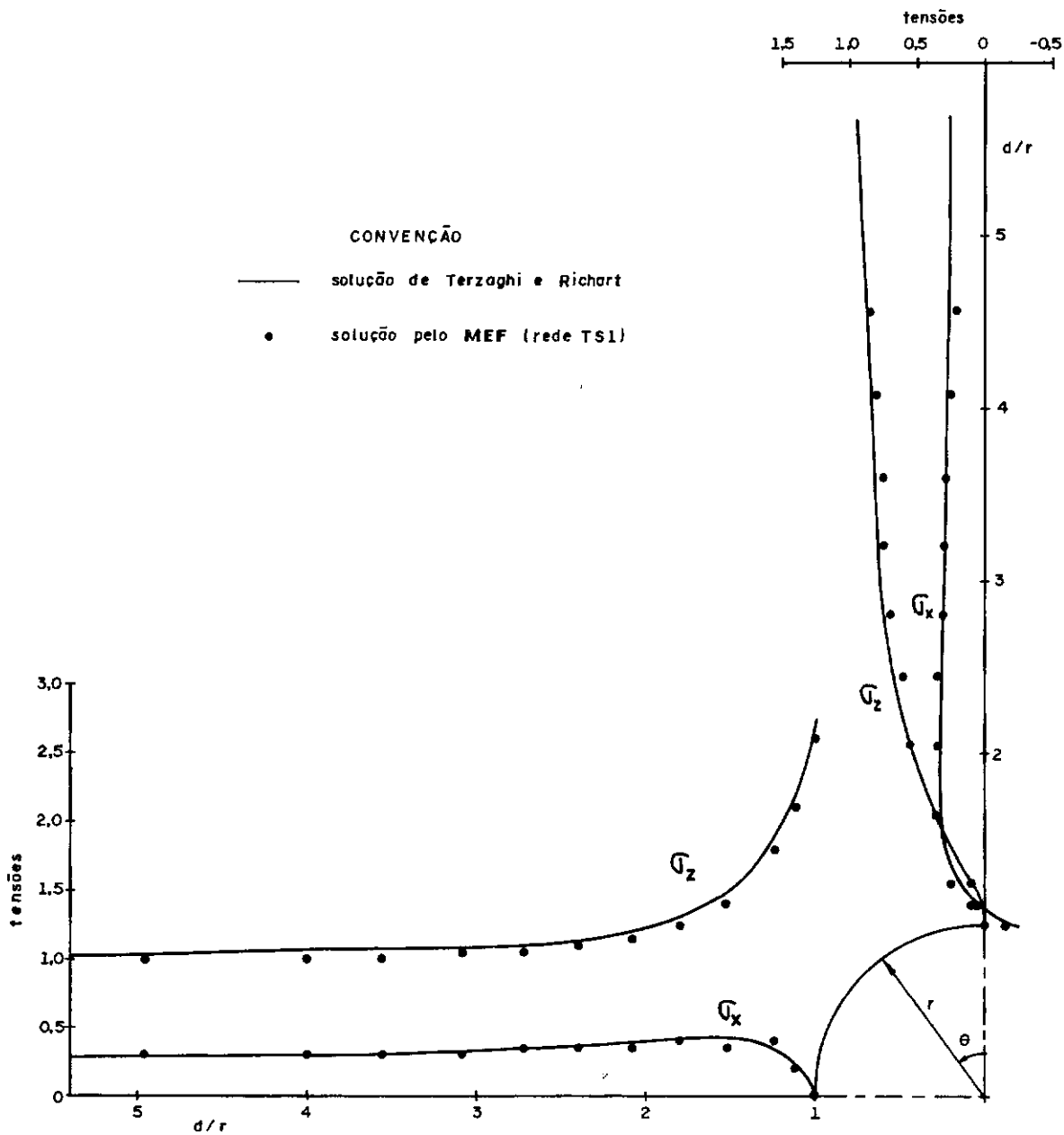


FIGURA VI-17 TENSÕES VERTICAIS E HORIZONTAIS NOS EIXOS DE SIMETRIA DE UMA ABERTURA SUBTERRÂNEA CIRCULAR - SOLUÇÕES ELÁSTICAS LINEARES COM $E = 10000$; $\nu = 0,20$; $\sigma_z^0 = 1,0$ e $\sigma_x^0 = 0,25$

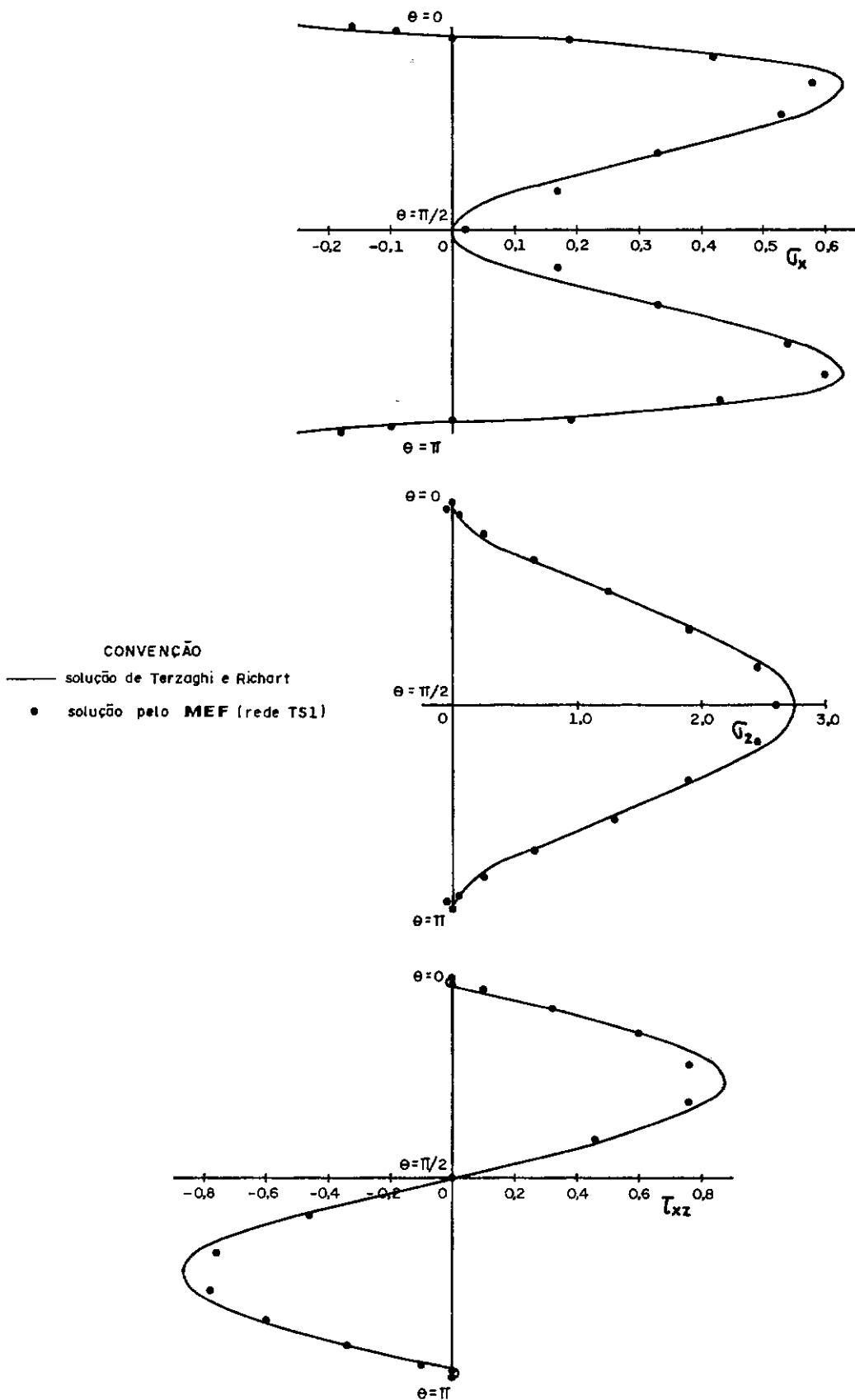


FIGURA VI-18 TENSÕES NA SUPERFÍCIE EXPOSTA PELA ESCAVAÇÃO SUBTERRÂNEA DE SEÇÃO TRANSVERSAL CIRCULAR - SOLUÇÕES ELÁSTICAS LINEARES COM $E = 10000$; $\nu = 0,20$; $\sigma_z^0 = 1,0$ e $\sigma_x^0 = 0,25$

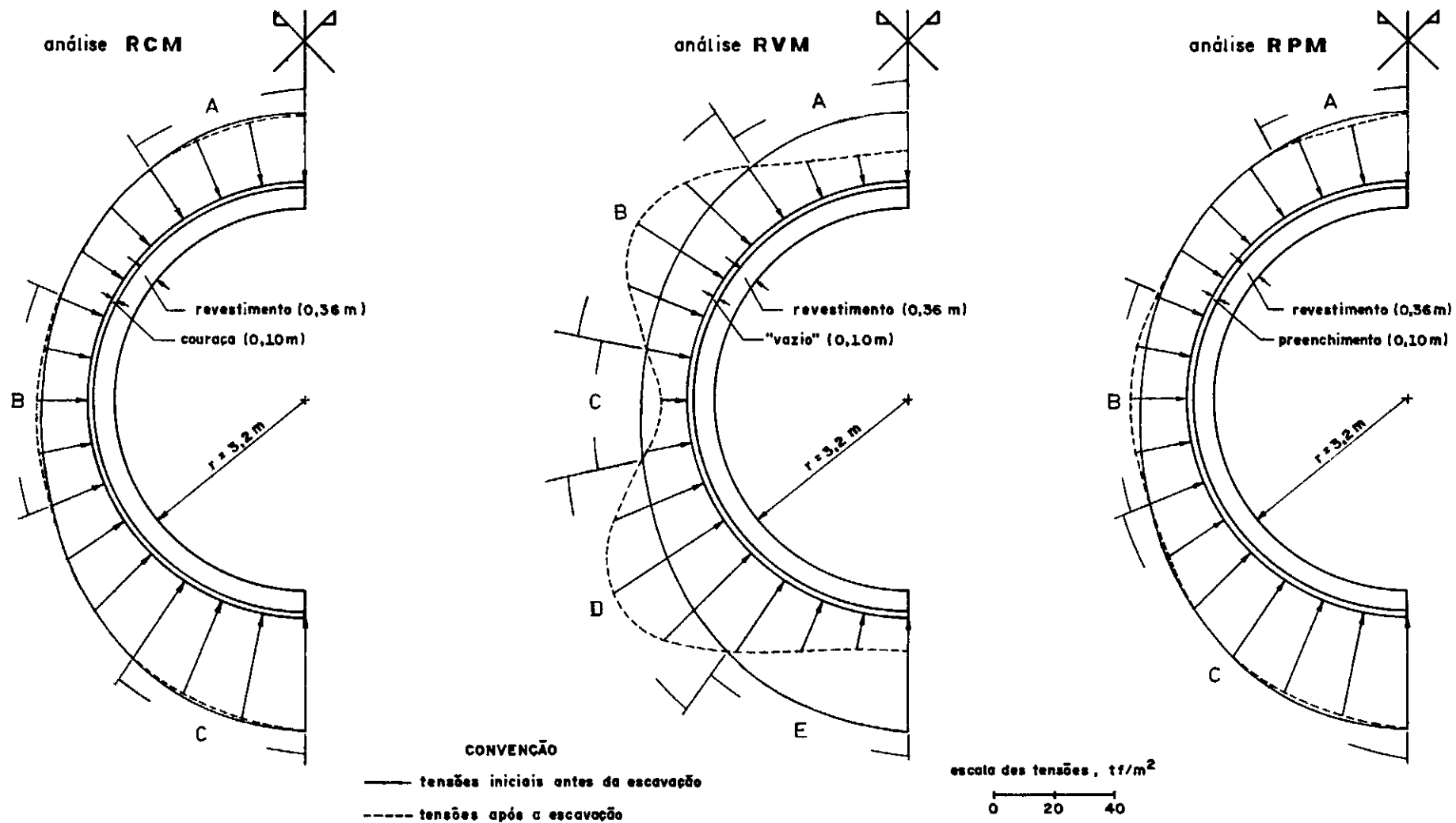


FIGURA VI -19 DIAGRAMA DAS TENSÕES RADIAIS NA PERIFERIA DE UM TÚNEL COM REVESTIMENTO - SIMULAÇÃO DE CADA ETAPA DA ABERTURA DE TÚNEIS EM COURÇA - SOLUÇÕES ELÁSTICAS LINEARES PELO MEF

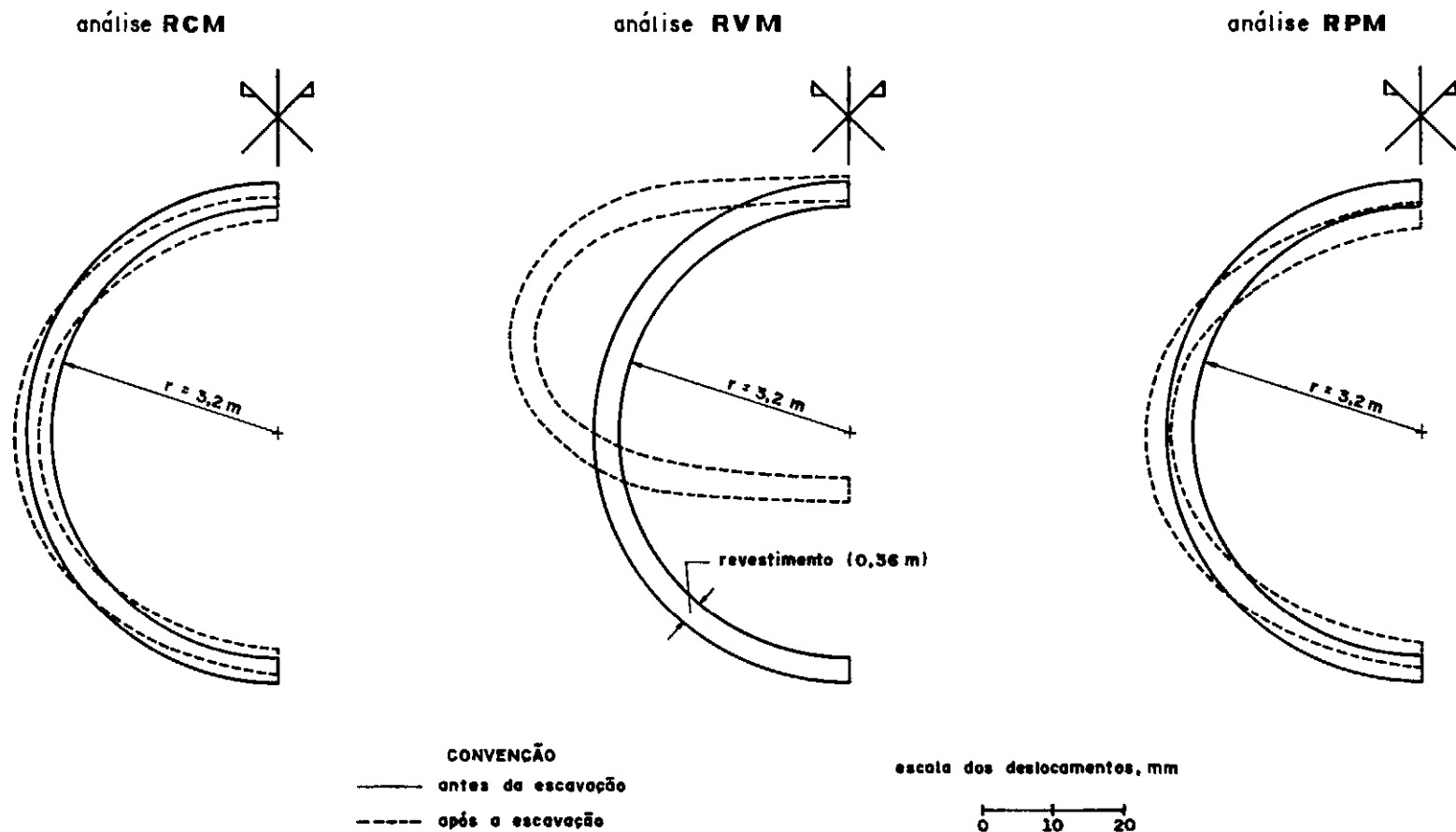


FIGURA VI -20 DEFORMAÇÕES DO REVESTIMENTO DO TÚNEL - SIMULAÇÃO DE CADA ETAPA DA ABERTURA DE TÚNEIS EM COURAÇA - SOLUÇÕES ELÁSTICAS LINEARES PELO **MEF**

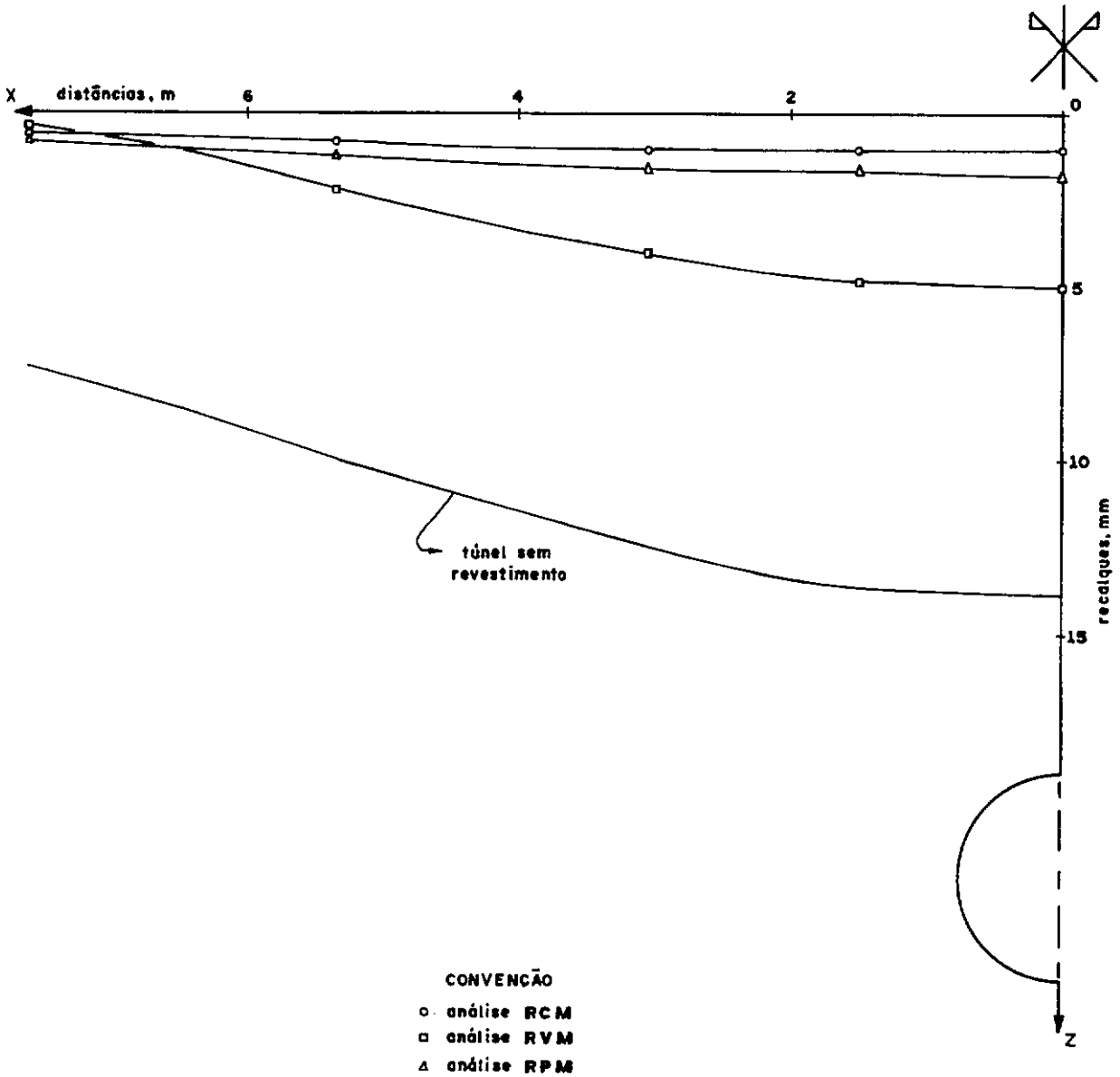


FIGURA VI -21 RECALQUES DA SUPERFÍCIE - SIMULAÇÃO DE CADA ETAPA DA ABERTURA DE TÚNEIS EM COURAÇA-SOLUÇÕES ELÁSTICAS LINEARES PELO MEF

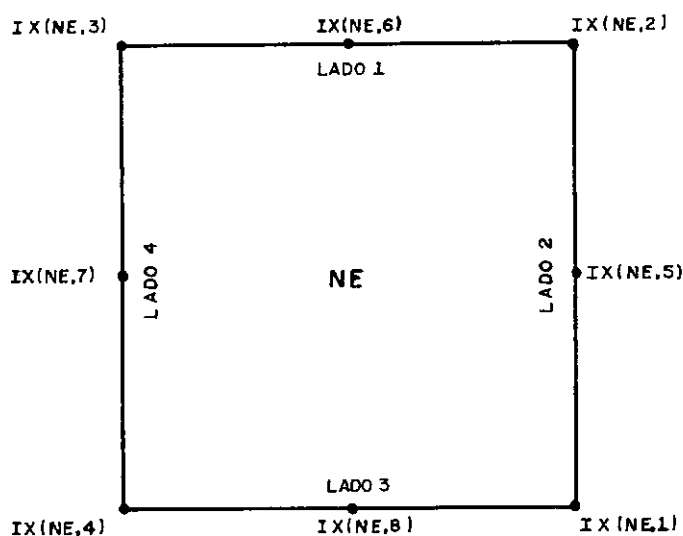


FIGURA A-1.1 INCIDÊNCIA DE UM ELEMENTO ISOPARAMÉTRICO QUADRÁTICO NE - NUMERAÇÃO DOS LADOS

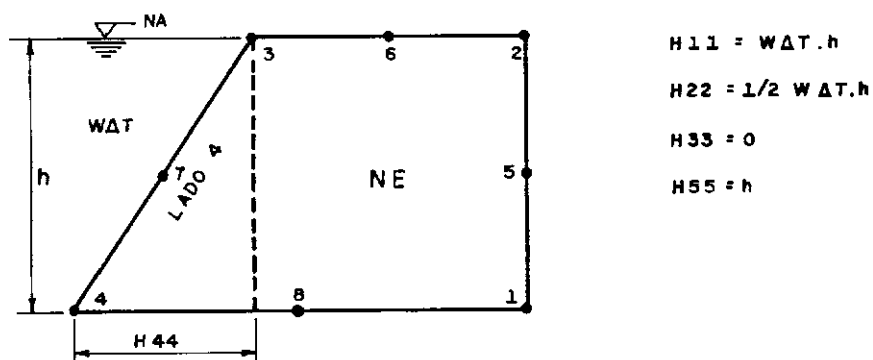


FIGURA A-1.2 REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE UM ELEMENTO NE, EM CUJO LADO (de número 4) ATUA UM CARREGAMENTO DE SUPERFÍCIE (pressão d'água)

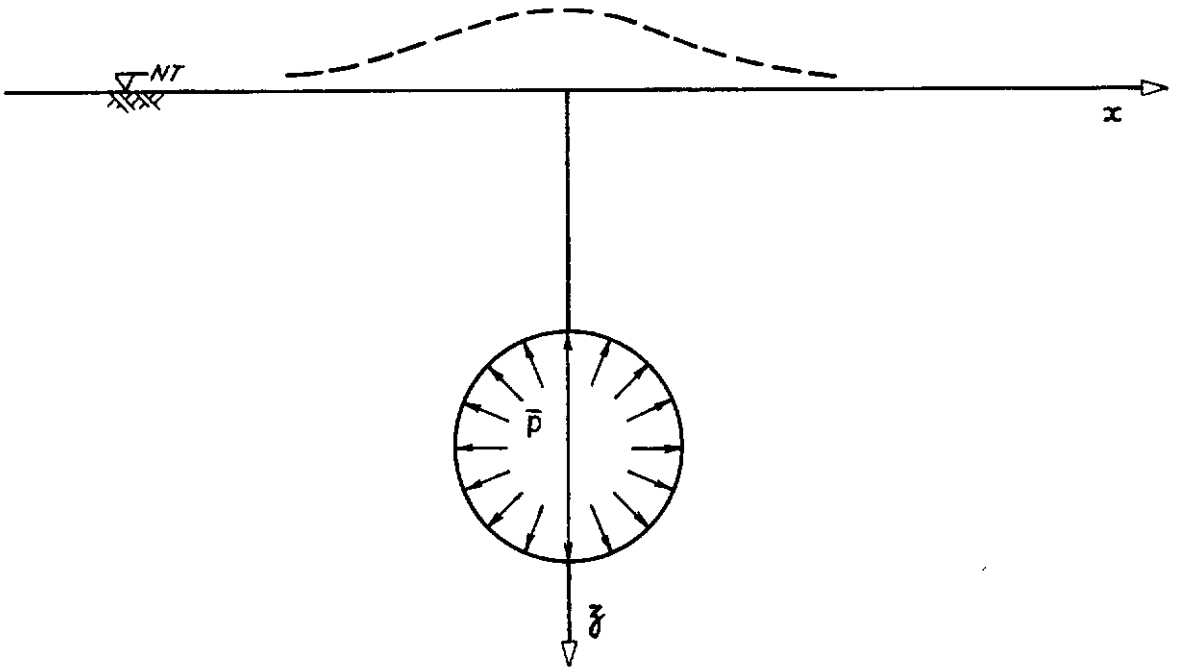


FIGURA B-1.1 DEFORMADA ELÁSTICA DA SUPERFÍCIE, DEVIDA À PRESSÃO INTERNA \bar{p}

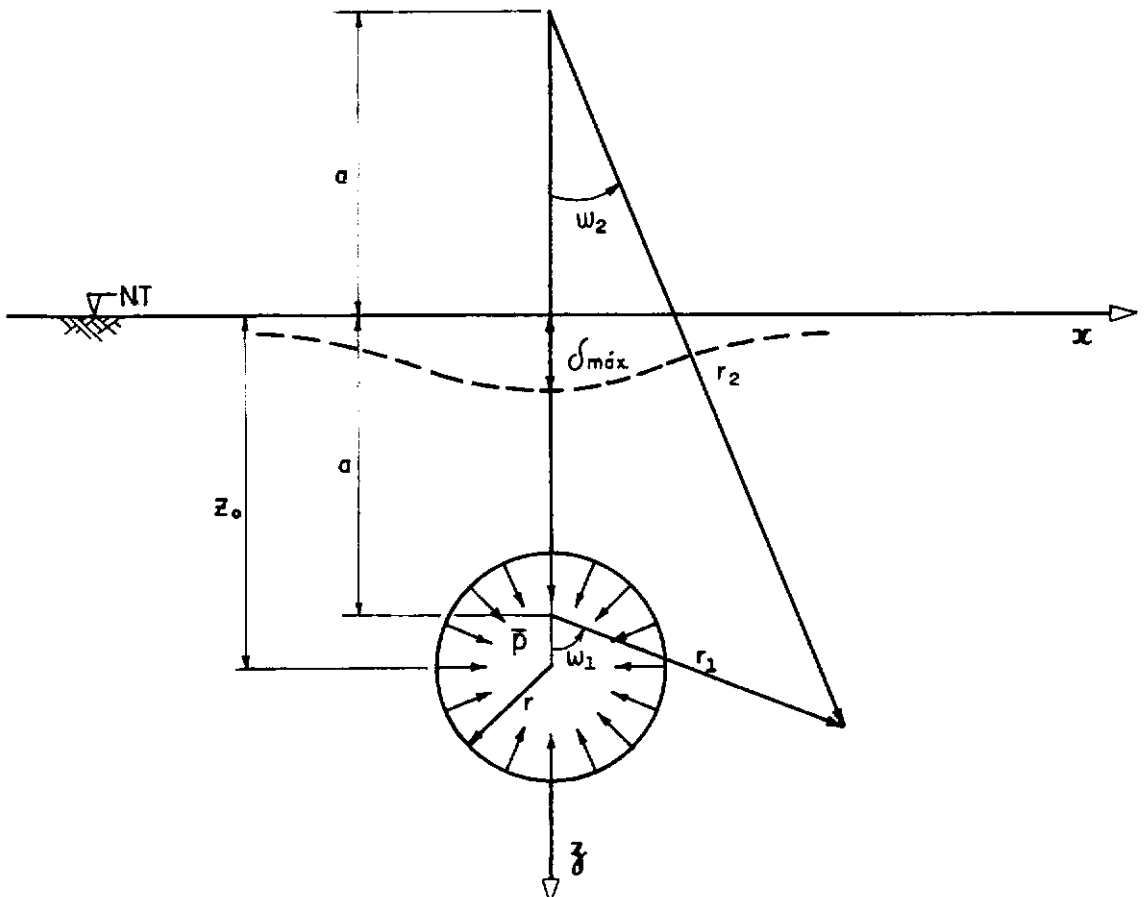


FIGURA B-1.2 CURVA DE RECALQUES DA SUPERFÍCIE - SISTEMA DE COORDENADAS BI-POLARES (após Limanov)

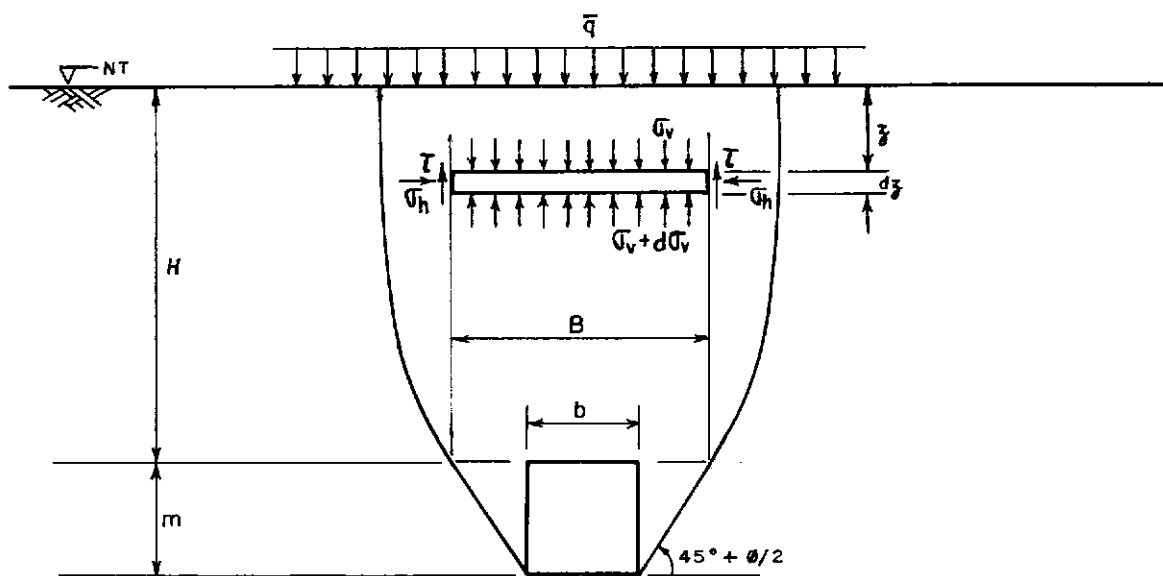


FIGURA B-2.1 CONCEPÇÕES BÁSICAS DA SOLUÇÃO DE TERZAGHI, PARA O CÁLCULO DE TENSÕES VERTICAIS

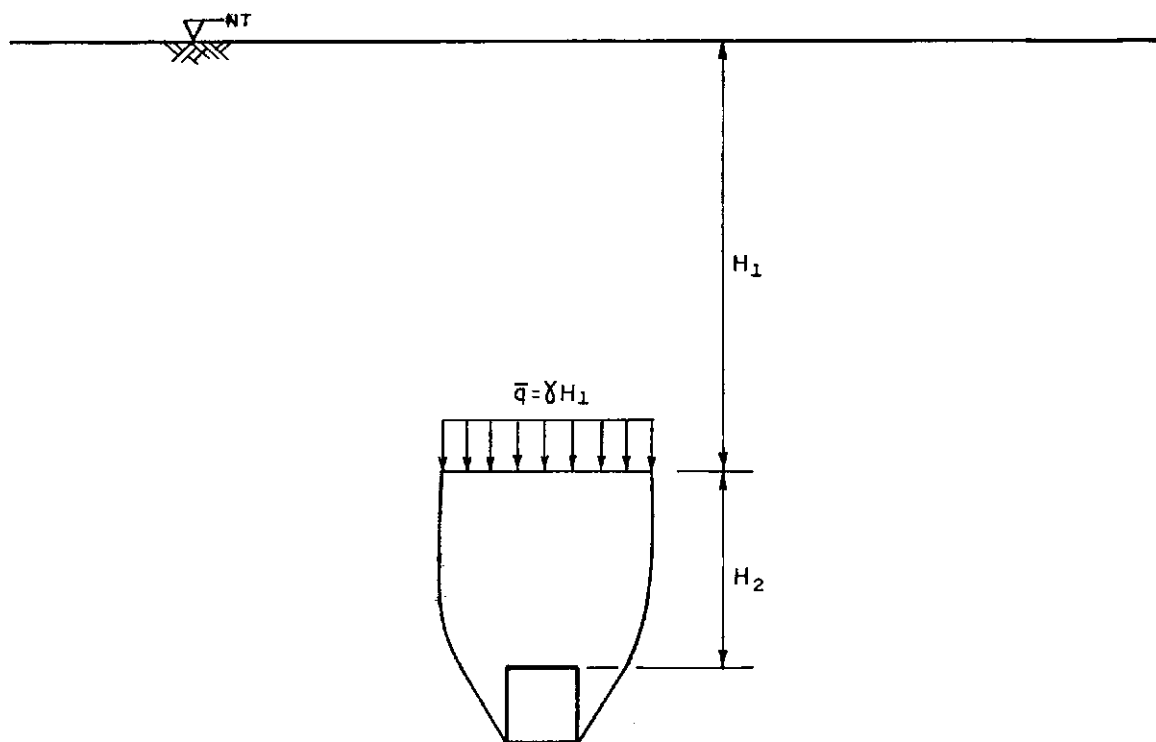


FIGURA B-2.2 TÚNEIS À GRANDES PROFUNDIDADES - ZONA DE ARQUEAMENTO (após Terzaghi)

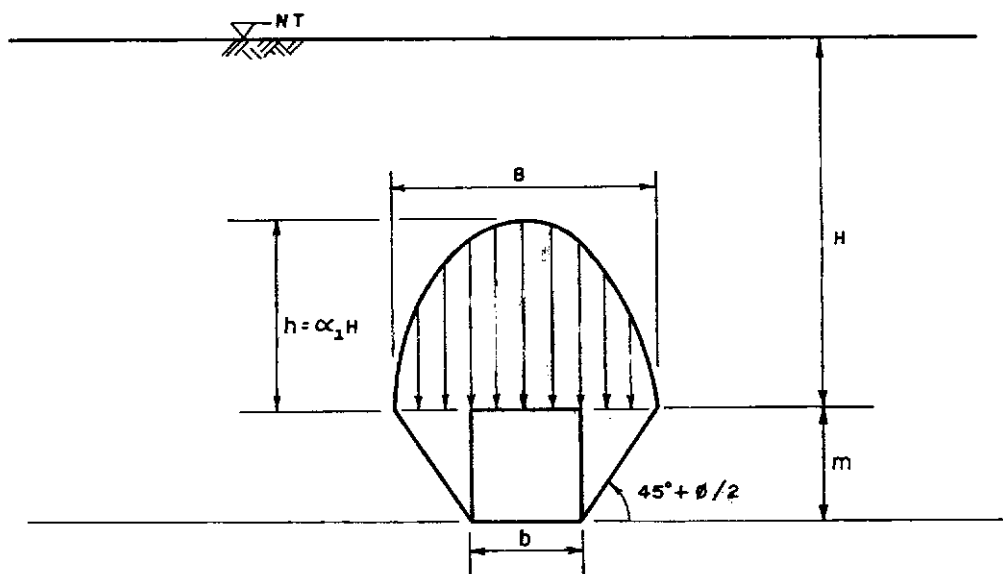


FIGURA B-2.3 BULBO DE PRESSÕES VERTICAIS (após Bierbäumer)

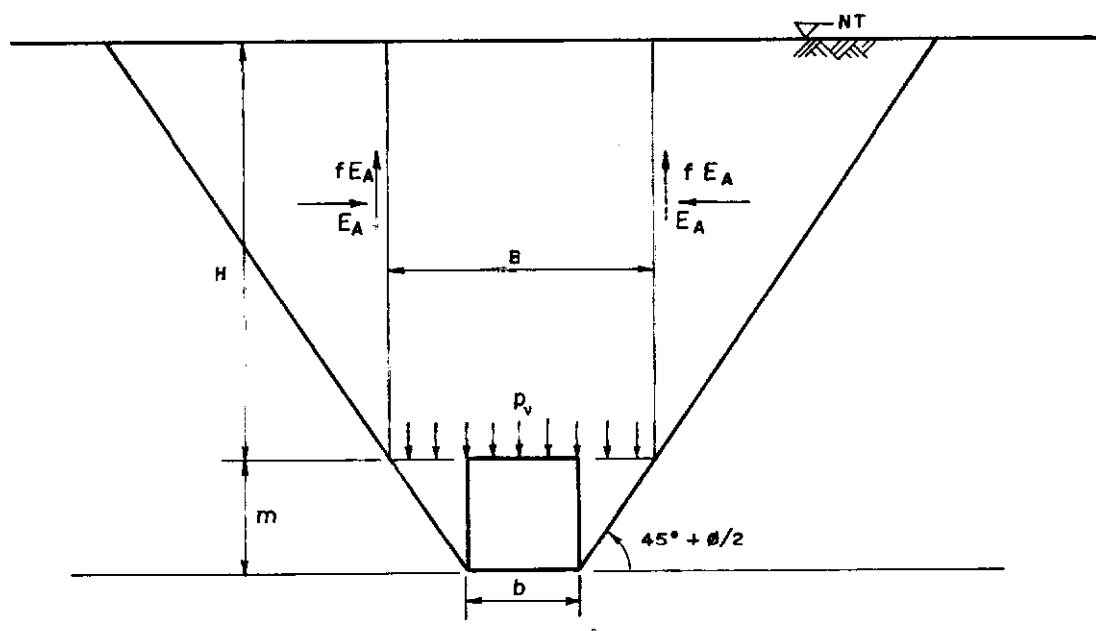


FIGURA B-2.4 CONCEPÇÕES BÁSICAS DA SOLUÇÃO DE BIERBÄUMER, PARA O CÁLCULO DE TENSÕES VERTICAIS

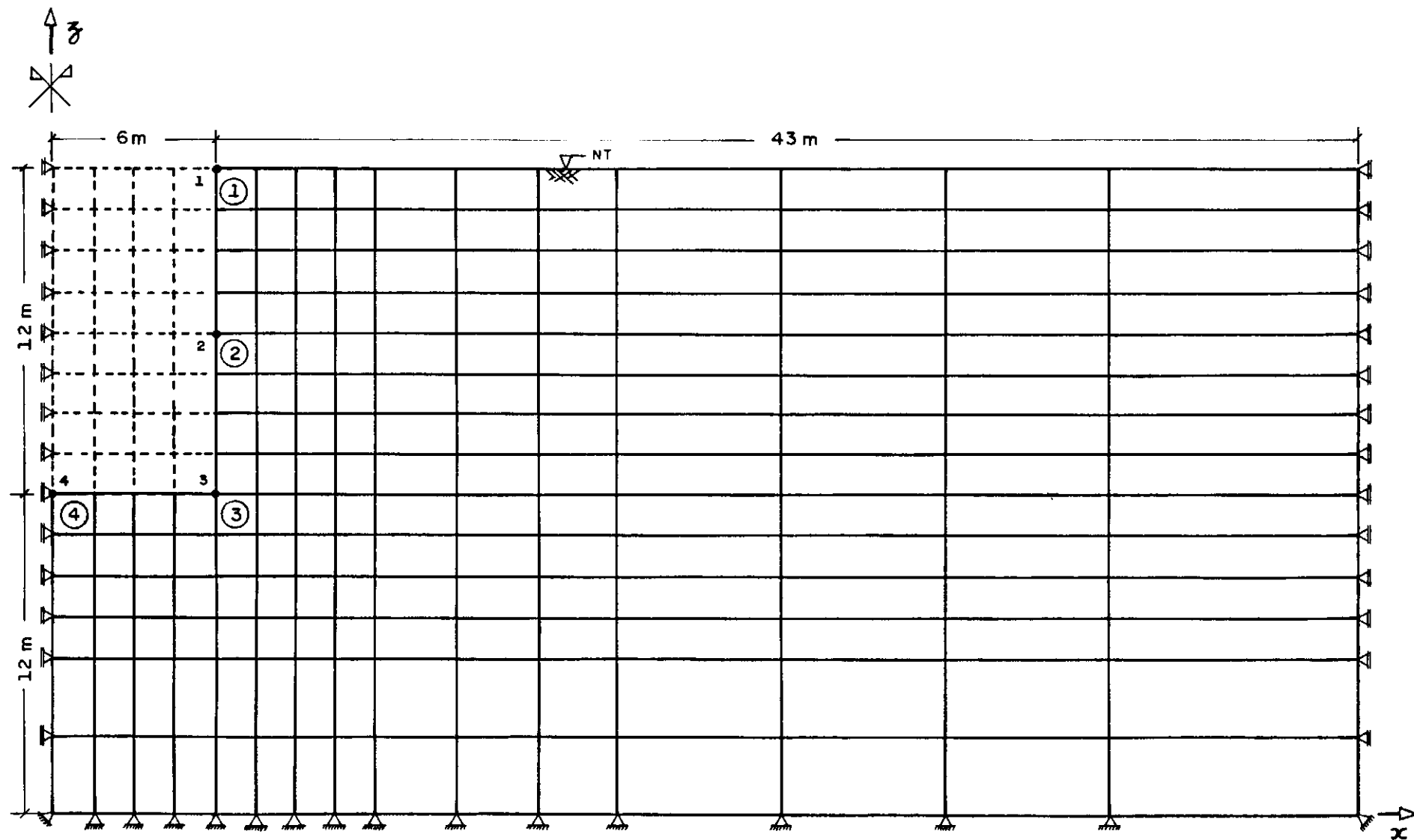


FIGURA C-1 REDE RCK COM 210 ELEMENTOS QUADRILATERAIS E 240 PONTOS NODAIS

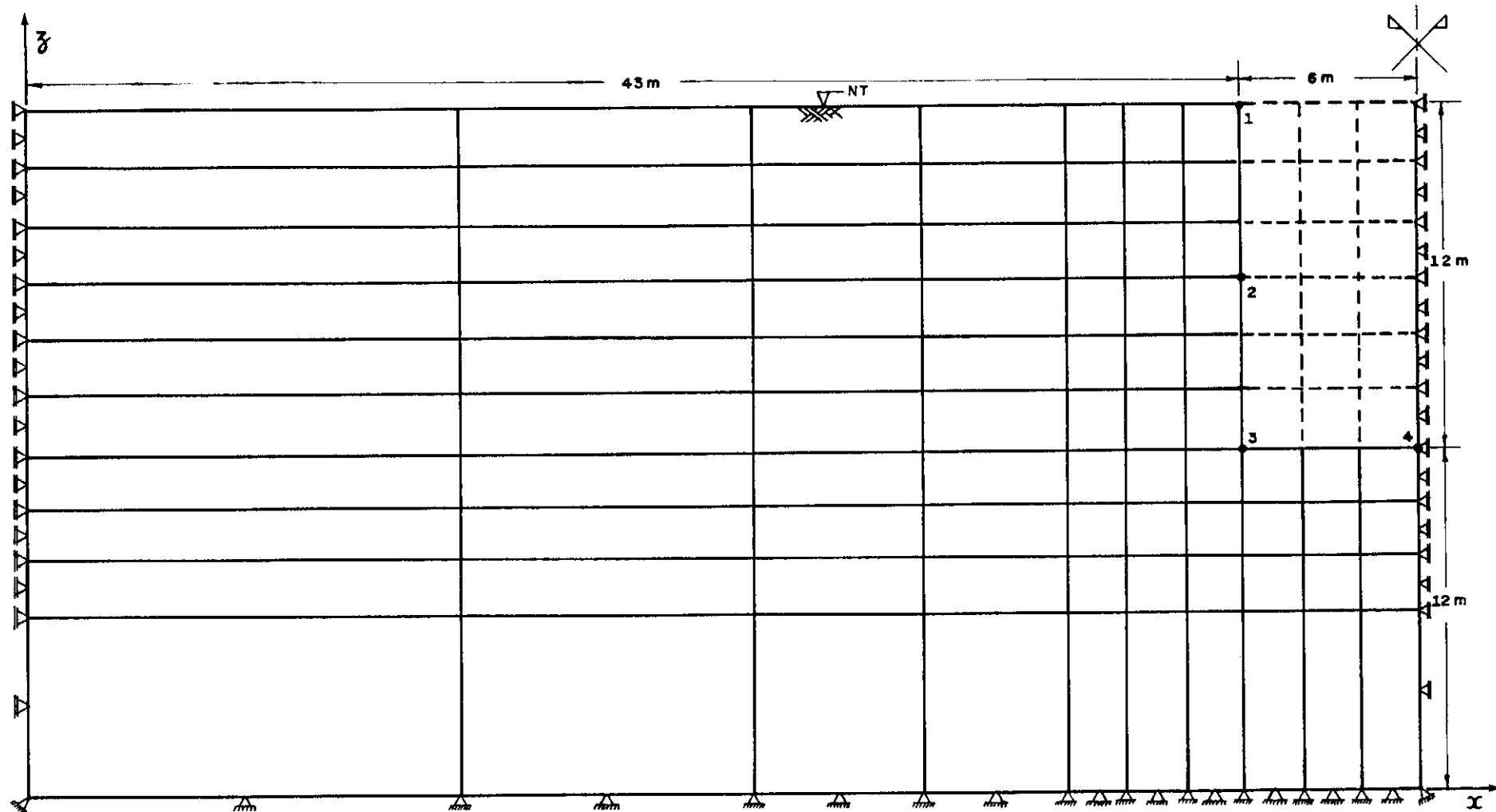


FIGURA C-2 REDE RPR COM 100 ELEMENTOS ISOPARAMÉTRICOS QUADRÁTICOS E 341 PONTOS NODAIS

T A B E L A S

TABELA V-1

Deslocamentos verticais, tensões normais verticais e tensões cisalhantes provocadas por uma escavação subterrânea - efeitos da configuração geométrica das redes de elementos finitos isoparamétricos quadráticos

REDE	Nº DE ELEMENTOS	Nº DE PONTOS NODAIS	Σ FORÇA	PONTO ST			PONTO T			PONTO S			PONTO I		
				δ_v	G_z	T_{xz}	δ_v	G_z	T_{xz}	δ_v	G_z	T_{xz}	δ_v	G_z	T_{xz}
TS2	91	314	104,2	13,7	0,7	0,01	36,2	-6,4	-0,06	-4,2	78,0	0,13	-53,0	-8,2	-1,18
TS1	93	318	102,5	13,4	0,8	0,06	35,6	0,3	-0,22	-4,5	77,6	0,07	-52,7	0,5	-0,27
TS5	101	344	102,3	13,6	0,7	0,02	35,6	0,4	-1,18	-4,3	77,1	0,01	-51,9	-1,1	0,89
TS4	117	396	104,2	13,7	0,7	0,01	36,3	-6,4	-0,06	-4,2	78,0	0,13	-53,0	-8,2	-1,18
TS3	144	483	102,0	12,5	0,3	-0,00	34,7	3,4	-0,69	-5,1	81,2	-0,18	-53,4	4,6	0,97

OBS.: - Σ FORÇA - resultante das forças nodais equivalentes aplicadas na fronteira exposta pela escavação, em toneladas força por metro (tf/m);

- Os pontos ST, T, S e I tomados como referência, estão representados na figura V-1;

- δ_v - deslocamento vertical, em milímetros (mm),

G_z e T_{xz} - tensão normal vertical e tensão cisalhante, em toneladas força por metro quadrado (tf/m²).

TABELA V-2

Deslocamentos verticais, tensões normais verticais e tensões cisalhantes provocadas por uma escavação subterrânea - influências da fronteira lateral numa rede de elementos finitos isoparamétricos quadráticos

REDE	X	PONTO ST			PONTO T			PONTO S			PONTO I		
		δ_v	G_z	T_{xz}	δ_v	G_z	T_{xz}	δ_v	G_z	T_{xz}	δ_v	G_z	T_{xz}
TF 100	100 r	12,7	2,8	0,48	38,7	-4,3	1,22	-4,2	76,1	-0,66	-54,5	-4,8	-1,74
	12 r	13,5	2,8	0,49	39,1	-4,3	1,21	-3,9	76,2	-0,66	-54,3	-4,8	-1,73
TS 2	12 r	15,7	0,9	0,06	41,9	-7,1	-0,01	-2,4	84,9	0,13	-55,0	-8,9	-1,24
	9 r	16,0	0,9	0,06	42,0	-7,1	-0,02	-2,2	84,9	0,13	-54,8	-8,9	-1,23
	6 r	16,1	0,9	0,06	41,8	-7,0	-0,02	-2,2	84,5	0,13	-54,6	-8,8	-1,22
	3 r	14,1	1,1	0,04	38,6	-6,5	-0,05	-2,4	80,4	0,10	-52,2	-8,3	-1,19

OBS.: - X - posição da fronteira lateral com relação ao centro da seção transversal de uma abertura subterrânea de raio $r = 3,2$ m ;

- os pontos ST, T, S e I tomados como referência, estão representados na figura V-1 ;

- δ_v - deslocamento vertical, em milímetros (mm) ,

G_z e T_{xz} - tensão normal vertical e tensão cisalhante, em toneladas força por metro quadrado (tf/m²) .

TABELA VI-1

Deslocamentos verticais (em milímetros) provocados por uma escavação subterrânea

SOLUÇÃO	PONTO ST		PONTO T		PONTO S		PONTO I	
	δ_v	%	δ_v	%	δ_v	%	δ_v	%
MEF	13,6	20	35,9	5	-4,1	151	-52,2	152
MEF*	13,3	22	26,9	29	4,6	44	-16,9	19
<i>Limanov</i>	17,0	0	37,8	0	8,1	0	-20,7	0

OBS.: - rede TS1 - fronteira lateral em $X = 13,3r$ fronteira superior em $Z_0 = 4,6r$ (profundidade da abertura subterrânea circular de raio $r = 3,2$ m)

- MEF - solução pelo Método dos Elementos Finitos - descarregamento não uniforme

- MEF* - descarregamento fictício uniforme (2ª hipótese da solução de Limanov)

- % - diferenças percentuais com relação à solução de Limanov

TABELA VI - 2

Deslocamentos verticais (em milímetros) provocados por uma escavação subterrânea

SOLUÇÃO	PONTO ST						PONTO T						PONTO S						PONTO I					
	$Z_0 = 5r$		$Z_0 = 10r$		$Z_0 = 20r$		$Z_0 = 5r$		$Z_0 = 10r$		$Z_0 = 20r$		$Z_0 = 5r$		$Z_0 = 10r$		$Z_0 = 20r$		$Z_0 = 5r$		$Z_0 = 10r$		$Z_0 = 20r$	
	δ_v	%	δ_v	%	δ_v	%	δ_v	%	δ_v	%	δ_v	%	δ_v	%	δ_v	%	δ_v	%	δ_v	%	δ_v	%	δ_v	%
MEF	12,7	25	18,9	16	24,3	50	38,7	4	87,7	26	185,2	43	-4,2	152	-0,4	105	5,7	29	-54,5	134	-96,3	81	-181,0	59
MEF*	17,8	5	18,3	12	19,5	20	39,8	1	70,7	2	135,1	4	6,5	20	7,8	4	11,3	39	-25,8	11	-54,5	3	-111,8	2
<i>Limanov</i>	16,9	0	16,3	0	16,2	0	40,2	0	69,5	0	129,8	0	8,1	0	8,1	0	8,1	0	-23,3	0	-53,2	0	-113,6	0

OBS.: — rede **TF 100** - fronteira lateral em $X=100r$
fronteira superior Z_0 (profundidade da abertura subterrânea circular de raio $r = 3,2m$)

— **MEF** - solução pelo Método dos Elementos Finitos - descarregamento não uniforme

— **MEF*** - descarregamento fictício uniforme (2ª hipótese da solução de *Limanov*)

— % - diferenças percentuais com relação à solução de *Limanov*

TABELA C-1

Deslocamentos horizontais (δ_h) e verticais (δ_v) nos pontos nodais, em milímetros (mm) - simulação sequencial de uma escavação a céu aberto não escorada - soluções elásticas lineares pelo MEF

DESLOCAMENTOS	1 ETAPA		2 ETAPAS		4 ETAPAS		6 ETAPAS		8 ETAPAS	
	RCK	RPR	RCK	RPR	RCK	RPR	RCK	RPR	RCK	RPR
δ_{v_1}	40,02	37,28	40,05	37,28	40,08	37,28	—	37,28	40,11	—
δ_{h_1}	-83,42	85,13	-83,39	85,13	-83,36	85,13	—	85,13	-83,33	—
δ_{v_2}	47,09	44,00	47,09	44,00	47,12	44,00	—	44,00	47,15	—
δ_{h_2}	-138,38	141,21	-138,38	141,21	-138,35	141,21	—	141,21	-138,35	—
δ_{v_3}	117,35	113,24	117,38	113,24	117,38	113,24	—	113,24	117,38	—
δ_{h_3}	-71,20	67,12	-71,20	67,12	-71,20	67,12	—	67,12	-71,20	—
δ_{v_4}	311,90	314,72	311,93	314,72	311,93	314,72	—	314,72	311,93	—

OBS.: — RCK - rede de elementos quadrilaterais de deformação linear

— RPR - rede de elementos isoparamétricos quadráticos

TABELA C-2

Tensões horizontais (G_x), verticais (G_z) e cisalhantes (T_{xz}), em toneladas força por metro quadrado - simulação sequencial de uma escavação a céu aberto não escorada - soluções elásticas lineares pelo MEF

TENSÕES	1 ETAPA		2 ETAPAS		4 ETAPAS		6 ETAPAS		8 ETAPAS	
	RCK	RPR	RCK	RPR	RCK	RPR	RCK	RPR	RCK	RPR
G_{x1}	0,1212	0,1094	0,1204	0,1094	0,1198	0,1094	—	0,1094	0,1194	—
G_{z1}	-1,1823	0,1105	-1,1821	0,1105	-1,1818	0,1105	—	0,1105	-1,1817	—
T_{xz1}	0,0500	-0,0233	0,0499	-0,0233	0,0498	-0,0233	—	-0,0233	0,0497	—
G_{x2}	-0,1093	-0,4186	-0,1093	-0,4186	-0,1094	-0,4186	—	-0,4186	-0,1097	—
G_{z2}	-10,4093	8,0240	-10,4081	8,0240	-10,4077	8,0240	—	8,0240	-10,4071	—
T_{xz2}	-0,0953	0,0884	-0,0955	0,0884	-0,0959	0,0884	—	0,0884	-0,0963	—
G_{x3}	-11,1547	23,6600	-11,1547	23,6600	-11,1545	23,6600	—	23,6600	-11,1544	—
G_{z3}	-19,9891	32,5100	-19,9885	32,5100	-19,9878	32,5100	—	32,5100	-19,9871	—
T_{xz3}	-4,7742	-13,5100	-4,7741	-13,5100	-4,7741	-13,5100	—	-13,5100	-4,7741	—
G_{x4}	-5,1690	1,4050	-5,1690	1,4050	-5,1685	1,4050	—	1,4050	-5,1678	—
G_{z4}	-1,3401	-0,9172	-1,3399	-0,9172	-1,3391	-0,9172	—	-0,9172	-1,3384	—
T_{xz4}	-0,1681	-0,0187	-0,1681	-0,0187	-0,1681	-0,0187	—	-0,0187	-0,1681	—

OBS.: RCK - rede de elementos quadrilaterais de deformação linear (tensões no centro do elemento)

RPR - rede de elementos isoparamétricos quadráticos (tensões nos pontos nodais)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 - BROOKER, E.W. and IRELAND, H.O., " Earth Pressures at Rest Related to Stress History ", Canadian Geotechnique Journal, Toronto, Vol.2, No.1, pp.1-15 Frebruary, 1965.
- 2 - CHANDRASEKARAN, V.S. and KING, G.J.W., " Simulation of Excavation Using Finite Elements ", Journal of the Geotechnical Engineering Division, Vol.100, No.GT9, pp.1086-1089, September, 1974.
- 3 - CHANG, C.Y. and DUNCAN, J.M., " Analyses of Soil Movement Around a Deep Excavation ", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol.96 No.SM5, Proc. Paper 7512, pp.1655-1681, September, 1970.
- 4 - CHANG, C.Y. and NAIR, K., " Development and Applications of Theoretical Methods for Evaluating Stability of Openings in Rock ", Final Report, U.S. Bureau of Mines Contract No.H0220038, 1973.
- 5 - CHEN, S.F., " Earth Pressures Against Excavation Support Structures ", thesis presented to the University of Washington, in partial fulfilment of the requirements for the degree of Doctor of Engineering, 1972.
- 6 - CLOUGH, G.W. and DUNCAN, J.M., " Finite Element Analyses of Port Allen and Old River Locks ", Report No.TE-69-3, Office of Research Services, University of California, Berkeley, September, 1969.

- 7 - CLOUGH, G.W. and WOODWARD, R.J.III, " Analysis of Embankment Stress and Deformations ", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol.93, No.Sm4, Proc. Paper 5329, pp.529-549, July, 1967.
- 8 - CONSTRUÇÃO PESADA, Novo Grupo Editôra Técnica Ltda. s/c, São Paulo, No.37, pp.9-28, Fevereiro, 1974.
- 9 - CONSTRUÇÃO PESADA, Novo Grupo Editôra Técnica Ltda. s/c, São Paulo, No.45, pp.30-38, Outubro, 1974.
- 10 - DESAI, C.S. and ABEL, J.F., " Introduction to the Finite Element Method ", Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1972.
- 11 - DUNCAN, J.M. and SEED, H.B., " Strength Variation Along Failure Surfaces in Clay ", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol.92 No.SM6, Proc. Paper 4971, pp.81-104, November, 1966.
- 12 - DUNLOP, P., DUNCAN, J.M. and SEED, H.B., " Finite Element Analyses of Slopes in Soil ", Report No.TE-68-3, Office of Research Services, University of California, Berkeley, May, 1968.
- 13 - DUNLOP, P. and DUNCAN, J.M., " Development of Failure Around Excavated Slopes ", Journal of the Soils Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol.96 No.SM2, Proc. Paper 7162, pp.471-493, March, 1970
- 14 - EBECKEN, N.F.F., " Processo Semi-Analítico para Análise de Estruturas pelo Método dos Elementos Finitos ", tese de mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Março, 1973.

- 15 - FUJJI, J., " Método dos Elementos Finitos Aplicado à Análise de Escavação ", tese de mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Novembro, 1976.
- 16 - GIRIJAVALLABHAM, C.V. and REESE, L.C., " Finite Element Method for Problems in Soil Mechanics ", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol.94, No.Sm2, Proc. Paper 5864, pp.473-496, March, 1968.
- 17 - HANSMIRE, W.H. and CORDING, E.J., " Field Measurements of Ground Displacements About a Tunnel in Soil ", Report submitted in partial fulfilment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy in Civil Engineering in the Graduate College of the University of the Illinois at Urbana-Champaign by the first author. The research and thesis preparation were supervised by Dr. E. J. Cording, September, 1975.
- 18 - HARR, M.E., Foundations of Theoretical Soil Mechanics, McGraw-Hill Book Company, Tokyo, 1966.
- 19 - ISHIHARA, K., " Relations Between Process of Cutting and Uniqueness of Solutions ", Soils and Foundations Vol.10, No.3, pp.50-65, September, 1970.
- 20 - JEFFERY, G.B., " Plane Stress and Plain Strain in Bi-polar Coordinates ", Trans. Roy. Soc., London, pp.265-293, 1920.
- 21 - KULHAWY, F.H., DUNCAN, J.M. and SEED, H.B., " Finite Element Analyses of Stresses and Movements in Embankments During Construction ", Report No.Te-69-4, Office of Research Services, Univer

- 22 - KULHAWY, F.H. and DUNCAN, J.M., " Nonlinear Finite Element Analyses of Stresses and Movements in Oroville Dam ", Report No.TE-70-2, Office of Research Services, University of California, Berkeley, January, 1970.
- 23 - KULHAWY, F.H., " Finite Element Modeling Criteria for Underground Openings in Rock ", Int. J. Rock Mech. Sci. and Geomech. Abstr. Vol.11, pp.465-472, May, 1974.
- 24 - KONDNER, R.L., " Hyperbolic Stress - Strain Response : Cohesive Soils ", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, Vol.89, No.SM1, pp.115-143, February, 1963.
- 25 - KONDNER, R.L. and ZELASKO, J.S., " A Hiperbolic Stress-Strain Formulation for Sands ", Proc. Second Pan-Am Conf. Soil Mech. & Found. Eng., Vol.1, Brazil, 1963.
- 26 - LIMANOV, I.A., " Surface Settlements in Cambrian Clay due to Tunnel Construction ", Inst. Inzh. Zhelezn. Transport, Leningrad, 1957.
- 27 - MAHLER, C.F., " Estudo e Aplicação do Método dos Elementos Finitos a Barragens de Terra ", tese de mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Julho, 1974.
- 28 - MAHLER, C.F., SORIANO, H.L. e PEREIRA, P.R., " Sobre um Estudo do Elemento Finito Isoparamétrico Quadrático em Análise Estrutural ", Colóquio Franco Brasileiro sobre Métodos Numéricos em Engenharia, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Agosto, 1976.

- 29 - NOBARI, E.S. and DUNCAN, J.M., " Effect of Reservoir Filling on Stresses and Movements in Earth and Rockfill Dams ", Report No. TE-72-1, Office of Research Services, University of California , Berkeley, January, 1972.
- 30 - PACITTI, T., Fortran Monitor - Princípios, Livro Técnico S.A., Rio de Janeiro, 1969.
- 31 - PALMER, J.H.L. and KENNEY, T.C., " FESSE: Finite Element Solution of Supported Excavations ", Department of Civil Engineering of University of Toronto, Publication No. 74-09, May, 1974.
- 32 - PECK, R.B., " Deep Excavations and Tunneling in Soft Ground ", Proceedings, 7th International Conference of Soil Mechanics, State-of-the-Art Vol., pp. 225-290, 1969.
- 33 - SCOTT, R.F. and SCHOUSTRA, J.J., / Soil Mechanics and Engineering, McGraw-Hill Book Company, New York, 1968.
- 34 - SKEMPTON, A.W., " Horizontal Stresses in an Overconsolidated Eocene Clay ", Proc. 5th Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., pp. 351-357, 1961.
- 35 - SORIANO, H.L., " Formulação dos Métodos de Gauss e de Cholesky para a Análise Matricial de Estruturas " Publicação da COPPE/UFRJ, Março, 1972.
- 36 - SOUTO / SILVEIRA, E.B. e DE ZAGOTIS, D., / " Elementos Finitos em Barragens de Terra. Influência da Posição do Filtro na Fissuração ", Anais do VI Seminário Nacional de Grandes Barragens, 1970.

- 37 - SOUTO SILVEIRA, E.B., " Metrô e Túneis em Solos ", Anais do V Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos, São Paulo, Vol.III, pp.23-96, Outubro, 1974.
- 38 - SZÉCHY, K., The Art of Tunneling, Akadémiai Kiadó, Budapest, 1973.
- 39 - TERZAGHI, K., Theoretical Soil Mechanics, John Wiley and Sons, New York, 1943.
- 40 - TERZAGHI, K. and RICHART, F.E., " Stresses in Rock About Cavities ", Géotechnique, Vol.III, pp.57-90, 1952-53.
- 41 - TSUTSUMI, M., " Simulação de Escavação Escorada por meio de Elementos Isoparamétricos ", tese de mestrado COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Dezembro, 1975.
- 42 - ZIENKIEWICZ, O.C., The Finite Element Method in Engineering Science, McGraw-Hill Company, London, 1971.
- 43 - WILSON, E.L., " SAP : A General Structural Analysis Program ", Report to Walla District, U.S. Engineers Office, Contract DACW 68-67-C-004, Structural Engineering Laboratory, University of California, Berkeley, 1970.

A P Ê N D I C E "A"

P R O G R A M A A U T O M Á T I C O

A.1 - MANUAL DE UTILIZAÇÃO

A programação automática é desenvolvida em linguagem científica FORTRAN-IV (Pacitti, 1969), usando-se o computador BURROUGHS modelo B-6700.

O programa simula sequencialmente escavações sem escoramentos, fornecendo tensões, deformações e deslocamentos em pontos discretos no domínio da rede de elementos finitos idealizada

As análises podem ser realizadas utilizando - se o seguinte manual:

<u>1º CARTÃO</u>	-	FORMATO (I5, 3F16.12)
01-05 NUDI	-	Código para identificar a direção em que foi feita a numeração da rede;
		0 - direção horizontal
		1 - direção vertical
06-21 FCUC	-	Fator de correção da unidade de comprimento.
22-37 FCUP	-	Fator de correção da unidade de pressão.
38-53 FCUPE	-	Fator de correção da unidade de peso específico.

<u>2º CARTÃO</u>	-	FORMATO (18A4/5I5, 2F15.8)
01-72 HED	-	Variável reservada para títulos.
01-05 NTET	-	Número total de etapas em que o problema

- 06-10 NUMEL - Número total de elementos da rede.
- 11-15 NUMNP - Número total de pontos nodais da rede.
- 16-20 NPSPS - Código para identificar o tipo de parâmetros de rigidez a serem utilizados:
0 - parâmetros E e ν
1 - parâmetros K e G
- 21-25 NEPCN - Código para identificar o tipo de análise a ser considerada:
0 - análise elástica linear
2 - análise bi-linear.
- 26-40 TH - Espessura do elemento (em geral considerada igual a unidade em problemas de deformação plana).
- 41-55 SIZ - tensão normal vertical no centro da seção transversal do túnel (Método pela couraça).
- 39 CARTÃO - FORMATO (4I5)
- 01-05 NUMMAT - Número de materiais diferentes para uma análise elástica linear ou para uma análise bi-linear.
- 06-10 NNLDPN - Número de pontos nodais no contorno da rede.
- 11-15 NTNDPN - Número total de pontos nodais com deslocamento(s) prescrito(s) nulo(s).

16-20 LC - Código para indicar saída em cartões:
0 - não haverá saída em cartões
7 - haverá saída em cartões.

4º CARTÃO - FORMATO (I2,F15.5, F6.5, F9.5, F7.4,F5.2,
9A4)

01-02 LK - Número de cada material (de 1 a 20, sendo o 15 reservado aos elementos inativos) considerado numa análise elástica linear ou numa análise bi-linear.

03-17 EMAT - Módulo de elasticidade do material LK.

18-23 PMAT - Coeficiente de Poisson do material LK.

24-32 V - Peso específico do material LK.

33-39 COESAO - Coesão do material LK.

40-44 FI - ângulo de atrito interno do material LK.

45-80 HED - Variável reservada para títulos.

5º CARTÃO - FORMATO (I5, 2F10.4)

01-05 NP - Número de cada ponto nodal.

06-15 X - Ordenada do ponto nodal NP.

16-25 Z - Abcissa do ponto nodal NP.

/ OBS /:

A priori deverá ser fornecido um 5º cartão para cada ponto nodal. O programa gera as coordenadas cartesianas dos pontos nodais omitidos, a intervalos iguais ao longo de u-

ma linha, devendo ser dadas as coordenadas do primeiro e do último ponto nodal dessa linha.

6º CARTÃO - FORMATO (11I5)

01-05 NE - Número de cada elemento.

06-10 IX(NE,1) - Número do primeiro ponto nodal.

11-15 IX(NE,2) - Número do segundo ponto nodal.

16-20 IX(NE,3) - Número do terceiro ponto nodal.

21-25 IX(NE,4) - Número do quarto ponto nodal.

26-30 IX(NE,5) - Número do quinto ponto nodal.

31-35 IX(NE,6) - Número do sexto ponto nodal.

36-40 IX(NE,7) - Número do sétimo ponto nodal.

41-45 IX(NE,8) - Número do oitavo ponto nodal.

Ver figura A-1.1.

46-50 IX(NE,9) - Número do material para o elemento NE.

51-55 IX(NE,10) - Número de pontos de integração com relação ao elemento NE.

/ OBS /:

A priori deverá ser fornecido um 6º cartão para cada elemento. O programa gera os elementos omitidos bastando que esses elementos sejam de um mesmo material. Neste caso é preciso apenas fornecer o primeiro elemento de cada camada homogênea. A incidência do último elemento da rede

7º CARTÃO

- FORMATO (15I5)

01-05 NA - Número de cada ponto nodal com deslocamento(s) prescrito(s) nulo(s).

06-10 IA(NA,1) - Prescrição do deslocamento na direção x.

11-15 IA(NA,2) - Prescrição do deslocamento na direção z.

/ OBS /:



IA(NA,1) = 0

IA(NA,2) = 0



IA(NA,1) = 1

IA(NA,2) = 0



IA(NA,1) = 0

IA(NA,2) = 1

8º CARTÃO

- FORMATO (15I5)

01-05 INCL - Código para indicar a característica geológica do maciço e a inclinação de sua superfície:

0 - maciço homogêneo com superfície horizontal.

1 - maciço heterogêneo.

06-10 NTEFFE - Número total de elementos cujos lados comuns compõem a(s) fronteira(s) exposta(s) pela escavação.

11-15 NTNFE - Número total de pontos nodais situados na(s) fronteira(s) exposta(s) pela esca-

vação.

16-20 NTELR - Número total de elementos removidos pela escavação.

21-25 NTELIN - Número total de elementos inativos. Essa variável é constituída do valor de NTELR mais o número de elementos que se deseje tornar inativos na estrutura global, sem alterar a sua geometria. No caso geral $NTELIN = NTELR$.

/ OBS /:

Ainda nesse mesmo cartão, para cada etapa do problema, são fornecidas as três seguintes variáveis:

26-30 NANFE - Número acumulado de pontos nodais situados na fronteira exposta pela escavação.

31-35 NELR - Número de elementos removidos.

36-40 NNIR - Número de pontos nodais removidos.

/ OBS /:

INCL = 0 - A sequência continuará no 9º cartão.

INCL \neq 0 - A sequência continuará no 10º cartão.

9º CARTÃO - FORMATO (6F10.5)

01-10 AKO - Coeficiente de empuxo no repouso.

11-20 COTA - Cota do nível do maciço com relação ao sistema de coordenadas cartesianas adotado.

- 21-30 PESPN - Peso específico natural do maciço.
- 31-40 ONIAG - Cota do nível d'água com relação ao sistema de coordenadas cartesianas adotado.
- 41-50 PESPA - Peso específico d'água.
- 51-60 PESPS - Peso específico submerso, do maciço.

10º CARTÃO - FORMATO (15I5)

- 01-05 NPFE - Número de cada ponto nodal situado na(s) fronteira(s) exposta(s) pela escavação.

11º CARTÃO - FORMATO (8I5)

- 01-05 NE - Número do elemento que tenha um de seus lados pertencentes a uma fronteira exposta pela escavação.
- 06-10 LADO - Número do lado do elemento NE (figura A-1.1).
- 11-15 IFE(1) - Índice correspondente ao primeiro ponto nodal do LADO.
- 16-20 IFE(2) - Índice correspondente ao segundo ponto nodal do LADO.
- 21-25 IFE(3) - Índice correspondente ao terceiro ponto nodal do LADO.
- 26-30 IFEC(I)- Índice correspondente a um ponto comum a duas fronteiras expostas pela escavação. I variando de 1 a 3, sendo IFEC(I)=IFE(I).

/ OBS /:

Os números dos elementos NE devem ser fornecidos alternadamente, primeiro o número do elemento remanescente e, em seguida o número do elemento removido.

12º CARTÃO - FORMATO (15I5)

01-05 NEIN - Número de cada elemento inativo.

13º CARTÃO - FORMATO (2I5)

01-05 NUMDL - Número de forças de superfície.

06-10 NUMNF - Número de forças concentradas.

/ OBS /:

NUMDL = 0 - A sequência continuará após o 15º cartão.

NUMDL ≠ 0 - O 14º e 15º cartões serão repetidos tal o valor de NUMDL.

14º CARTÃO - FORMATO (6F10.5)

01-10 H11 - Força no primeiro ponto nodal do lado, de um elemento, onde atua o carregamento.

11-20 H22 - Força no segundo ponto nodal do lado, de um elemento, onde atua o carregamento.

21-30 H33 - Força no terceiro ponto nodal do lado, de um elemento, onde atua o carregamento.

31-40 H44 - Projeção horizontal do lado, de um elemento, onde atua o carregamento.

41-50 H55 - Projeção vertical do lado, de um ele-

51-60 WAT - Peso específico da água, quando o lençol freático é considerado como sendo uma carga de superfície.

/ OBS /:

- Se o valor absoluto da variável H44 for menor ou igual a 0,01 o 15º cartão não deve ser fornecido, caso contrário a sequência continua.

- A figura A-1.2 representa graficamente as variáveis do 14º cartão.

15º CARTÃO - FORMATO (2I5)

01-05 NE - Número de cada elemento onde atua uma força de superfície.

06-10 LADO - Número do lado do elemento NE sobre o qual atua o carregamento.

/ OBS /:

NUMNF = 0 - A sequência retornará ao 13º cartão caso haja nova etapa do problema. Sendo a última etapa, a entrada de dados é finalizada.

NUMNF ≠ 0 - O 16º cartão é repetido tal o valor de NUMNF.

16º CARTÃO - FORMATO (I5, 2F10.4)

01-05 NCA - número do ponto nodal carregado.

06-15 FH - valor da força concentrada na direção horizontal.

16-25 FV - valor da força concentrada na direção
vertical.

/ OBS /:

Havendo nova etapa do problema a ser realizada, a sequência retorna ao 13º cartão. Sendo a última etapa, a entrada de dados é finalizada.

A.2 - FLUXOGRAMA E LISTAGEM

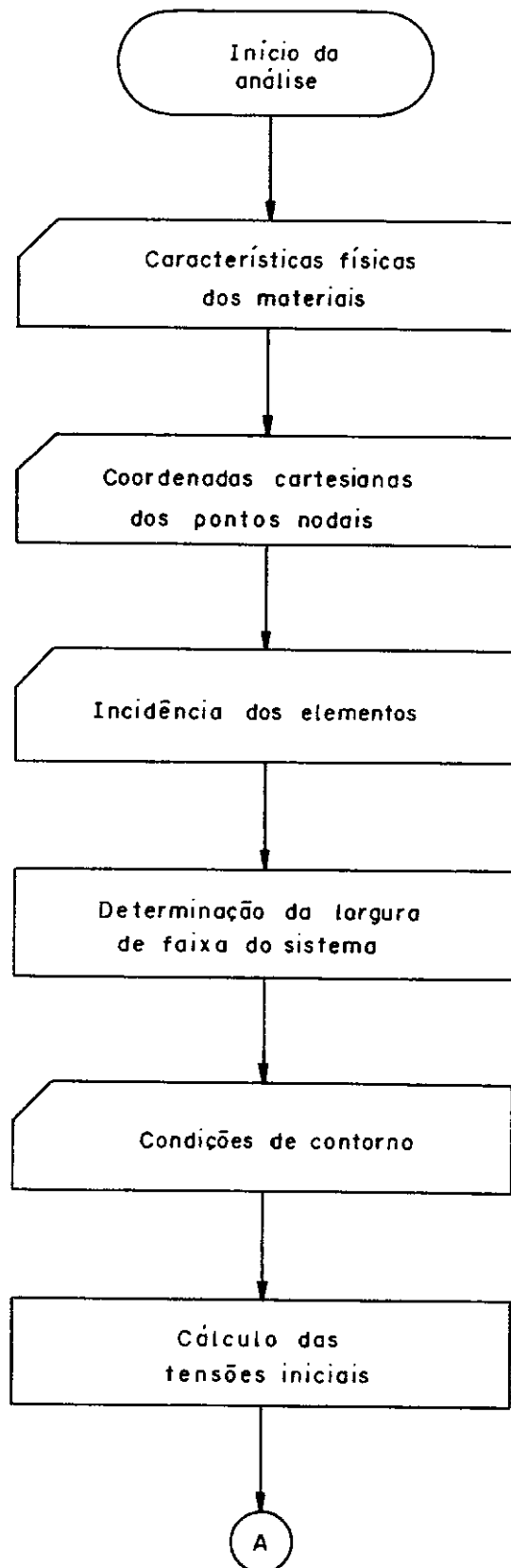
Neste trabalho a simulação de escavações é realizada no programa principal, auxiliado pelas seguintes subrotinas (ver Listagem):

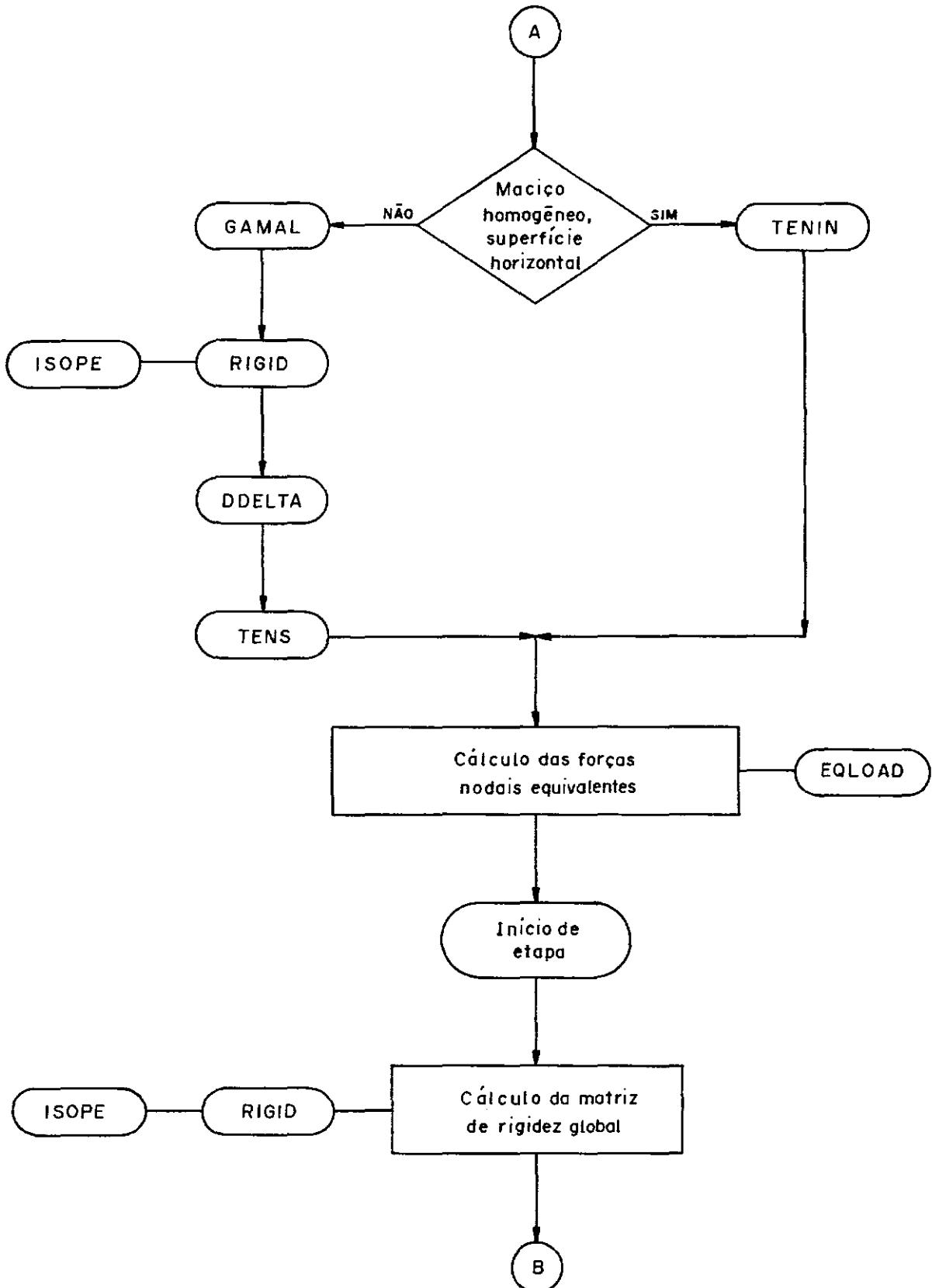
- RIGID, TENIN e DEFE - Codificadas por Paulo R. Pereira (1976);
- DDELTA - Adaptada por Paulo R. Pereira (1976);
- EQLOAD - Codificada por Nelson Ebecken (1973) e adaptada por Paulo R. Pereira (1976);
- ISOPE e TENS - Codificadas por Cláudio F. Mahler (1974) e adaptadas por Paulo R. Pereira (1976);
- DLOAD - Codificada por Nelson Ebecken (1973);
- GAMAL e TEPRIN - Codificadas por Cláudio F. Mahler (1974);

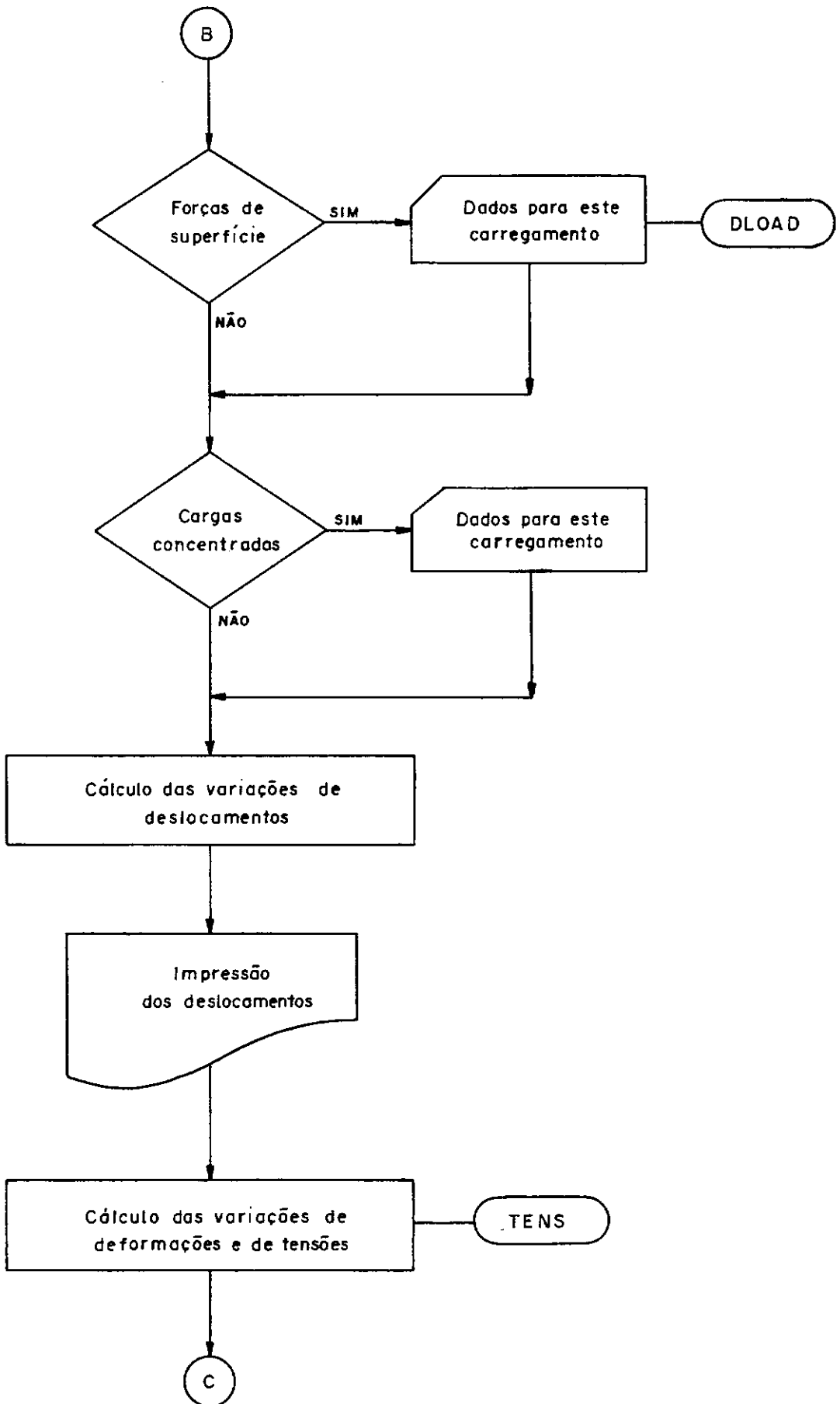
Cada uma destas subrotinas tem sua finalidade específica:

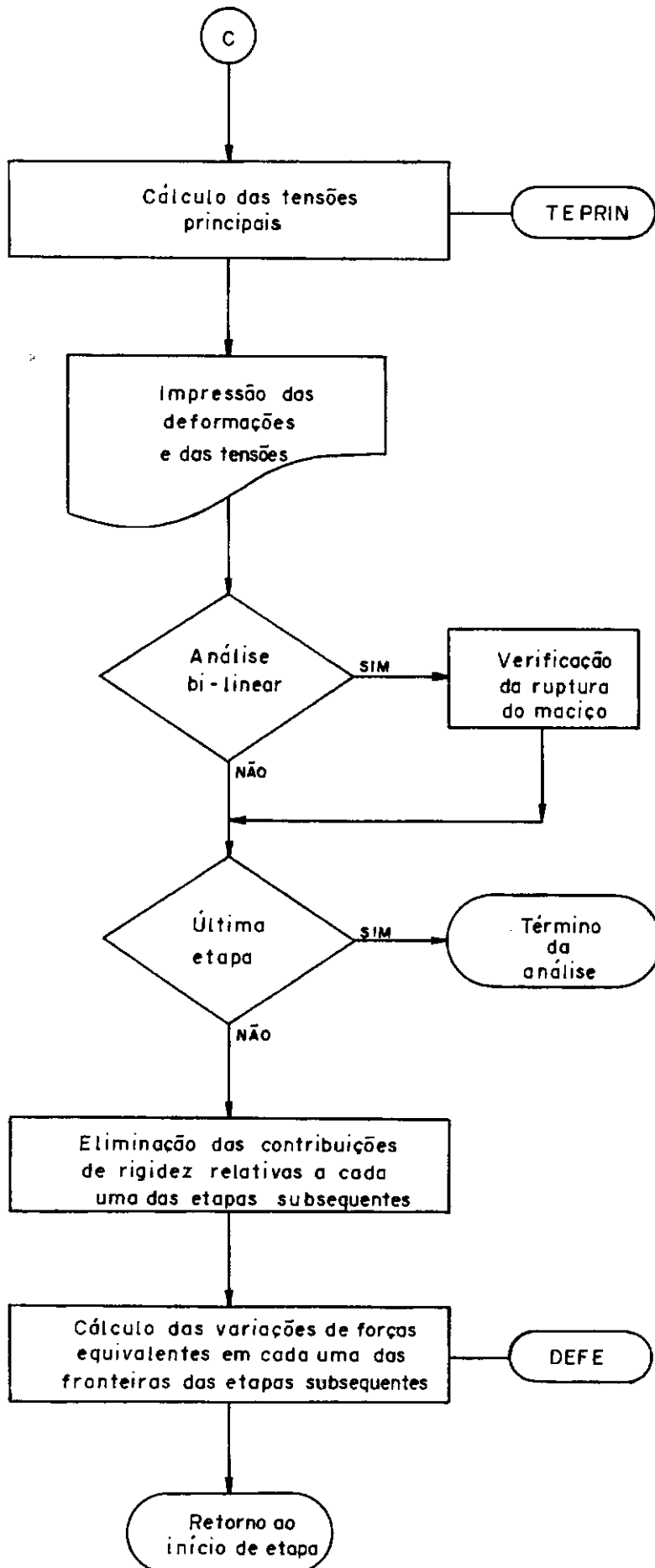
- RIGID - Efetua a montagem da matriz de rigidez global, efetivando determinadas condições de contorno.
- ISOPE - Calcula a matriz de rigidez de cada elemento da estrutura global.
- TENIN - Calcula as tensões iniciais quando o maciço for considerado homogêneo com a superfície horizontal. Nesse cálculo a influência do lençol freático pode ser incluída.

- EQLOAD - Calcula as forças nodais equivalentes ao estado inicial de tensões.
- GAMAL - Calcula o peso próprio de cada elemento da estrutura global, distribuindo-o em seus pontos nodais (figura IV.2).
- DDELTA - Resolve o sistema de equações lineares pelo método de eliminação de Gauss, fornecendo as variações de deslocamentos nodais.
- DEFE - Calcula as variações de forças nodais.
- TENS - Calcula as variações de deformações e de tensões em cada ponto nodal.
- DLOAD - Fornece o vetor de cargas consistentes em cada lado de um elemento sujeito à forças de superfície.
- TEPRIN - Calcula as tensões principais (σ_1 e σ_3), a tensão cisalhante máxima ($\tau_{m\acute{a}x.}$) e as respectivas orientações com relação ao eixo horizontal em cada ponto nodal da estrutura global.









SUBROUTINE RIGID(S)

```

C*****
C
C      S U B R O T I N A          R I G I D
C
C*****
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION SE(16,16),S(688,86)
      COMMON/ONE/NUMNP,NUMEL
      COMMON/SIX/NE,MBAND,IX(101,10)
      COMMON/TWELVE/NEIN(28),NA(155),IA(155,2)
      COMMON/THIRTE/NGLN,NNPE,NP2,NERI,NERF,NNDPNF
      COMMON/FOURTE/NTELIN,NTELR
      LW=6
      DO 150 M=1,NP2
      DO 150 N=1,MBAND
150  S(M,N)=0.0
      JBMAX=0
      DO 195 NE=1,NUMEL
      IF(NERI.EQ.0) GO TO 190
      DO 180 M=NERI,NERF
      IF(NE.NE.NEIN(M)) GO TO 180
      IX(NE,9)=15
      GO TO 195
180  CONTINUE
      IF(NTELR.EQ.NTELIN) GO TO 190
      DO 185 ML=NTELR+1,NTELIN
      IF(NE.NE.NEIN(ML)) GO TO 185
      IX(NE,9)=15
      GO TO 195
185  CONTINUE
190  CALL ISOPE(SE)
      DO 194 L=1,NNPE
      DO 194 K=1,NNPE
      DO 194 J=1,NGLN
      J1=NGLN*(IX(NE,L)-1)+J
      JE=NGLN*(L-1)+J
      DO 194 I=1,NGLN
      IB=NGLN*(IX(NE,K)-1)+I
      IE=NGLN*(K-1)+I
      JB=J1-IB+1
      IF(JB.LE.0) GO TO 194
      IF((JB-JBMAX).LE.0) GO TO 192
      JBMAX=JB
      IF((MBAND-JBMAX).LT.0) GO TO 200
192  S(IB,JB)=S(IB,JB)+SE(IE,JE)
194  CONTINUE
195  CONTINUE
      DO 199 I=1,NNDPNF
      DO 199 J=1,NGLN
      IF(IA(I,J).NE.0) GO TO 199
      IB=NGLN*(NA(I)-1)+J
      DO 196 KJ=2,MBAND
196  S(IB,KJ)=0.0

```

```
DO 197 KAR=1,IB
  JL=IB-KAR+1
  IF(JL,GT,MBAND) GO TO 197
  S(KAR,JL)=0.0
197 CONTINUE
  S(IB,1)=1.0
199 CONTINUE
  GO TO 205
200 WRITE(LW,1000) JBMAX
1000 FORMAT(///,10X,'LARGURA DE BANDA INSUFICIENTE',/,'MBAND'
1'DEVE SER = ',14)
205 RETURN
END
```

SUBROUTINE TENIN

```
C*****
C
C      S U B R O T I N A      T E N I N
C
C*****
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      COMMON/ONE/NUMNP
      COMMON/TWO/X(344),Z(344)
      COMMON/FIVE/SIGX(344),SIGZ(344),TAUXZ(344)
      COMMON/ELEVEN/AK0,COTA,PESPN,ONIAG,PESPA,PESPS
      LW=6
      A=PESPS*COTA
      B=PESPA*ONIAG
      C=ONIAG-COTA
      D=PESPN*COTA
      E=AK0*PESPS
      DO 14 NP=1,NUMNP
      IF((Z(NP)-COTA),LE,C) GO TO 10
      F=A-PESPS*Z(NP)-B
      AK0L=(AK0*A-E*Z(NP)-B)/F
      SIGZ(NP)=-F
      SIGX(NP)=AK0L*SIGZ(NP)
      GO TO 12
10  SIGZ(NP)=- (D-PESPN*Z(NP))
      SIGX(NP)=AK0*SIGZ(NP)
12  TAUXZ(NP)=0.0
14  CONTINUE
      RETURN
      END
```

SUBROUTINE GAMAL

```
C*****
C
C      S U B R O T I N A      G A M A L
C
C*****
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION F1(8),P1(8),P2(8),TE(16),W(25),A(2,25),FIN(2,8),
1  IT(2,2),XE(8,2),E(8,8)
      COMMON/TWO/X(344),Z(344)
      COMMON/THREE/NPFE(68),VFD(688)
      COMMON/SIX/NE,MBAND,IX(101,10)
      COMMON/SEVEN/TH,V(20)
      Lw=6
      ANG1=180.000
      K1=IX(NE,9)
      DO 5 I=1,16
5  TE(I)=0.
      GO TO(60,6,8,60,12),IX(NE,10)
6  Q=0.577350269189626
      A(1,1)=Q
      A(2,1)=-Q
      A(1,2)=Q
      A(2,2)=Q
      A(1,3)=-Q
      A(2,3)=Q
      A(1,4)=-Q
      A(2,4)=-Q
      DO 7 K=1,4
7  W(K)=1.0000000000000000
      GO TO 14
8  Q1=0.774596669241483
      Q2=0.0000000000000000
      D1=0.5555555555555556
      D2=0.8888888888888889
      A(1,1)=Q1
      A(2,1)=-Q1
      A(1,2)=Q1
      A(2,2)=Q1
      A(1,3)=-Q1
      A(2,3)=Q1
      A(1,4)=-Q1
      A(2,4)=-Q1
      A(1,5)=Q1
      A(2,5)=Q2
      A(1,6)=Q2
      A(2,6)=Q1
      A(1,7)=-Q1
      A(2,7)=Q2
      A(1,8)=Q2
      A(2,8)=-Q1
      A(1,9)=Q2
      A(2,9)=Q2
      DO 10 I=1,4
```



```
10 W(I)=D1*D1
   DO 11 I=5,8
11 W(I)=D1*D2
   W(9)=D2*D2
   GO TO 14
12 Q1=0.906179845938664
   Q2=0.538469310105683
   Q3=0.000000000000000
   D1=0.236926885056189
   D2=0.478628670499366
   D3=0.5688888888888889
   DO 13 I=1,21,5
   A(1,I)=-Q1
   A(1,I+1)=-Q2
   A(1,I+2)=Q3
   A(1,I+3)=Q2
   A(1,I+4)=Q1
   J=(I+4)/5
   A(2,J)=-Q1
   A(2,J+5)=-Q2
   A(2,J+10)=Q3
   A(2,J+15)=Q2
   A(2,J+20)=Q1
13 CONTINUE
   W(1)=D1*D1
   W(5)=W(1)
   W(21)=W(1)
   W(25)=W(1)
   W(2)=D1*D2
   W(4)=W(2)
   W(6)=W(2)
   W(10)=W(2)
   W(16)=W(2)
   W(20)=W(2)
   W(22)=W(2)
   W(24)=W(2)
   W(3)=D1*D3
   W(11)=W(3)
   W(15)=W(3)
   W(23)=W(3)
   W(7)=D2*D2
   W(9)=W(7)
   W(17)=W(7)
   W(19)=W(7)
   W(8)=D2*D3
   W(12)=W(8)
   W(14)=W(8)
   W(18)=W(8)
   W(13)=D3*D3
14 DO 15 I=1,8
   J=IX(NE,I)
   XE(I,1)=X(J)
   XE(I,2)=Z(J)
15 CONTINUE
```

```

DO 19 I=1,8
DO 19 J=1,8
19 E(I,J)=0.
TETI=ANG1*3.141592653589793/180.
SENTI=DSIN(TETI)*V(K1)
COSTI=DCOS(TETI)*V(K1)
CIL=TETI-3.141592653589793
CCIL=DABS(CIL)
IF(CCIL-0.001)23,23,31
23 DO 27 I=1,8
P1(I)=0.0
27 P2(I)=-V(K1)
GO TO 39
31 DO 35 I=1,8
P1(I)=SENTI
35 P2(I)=COSTI
39 NPI2=IX(NE,10)**2
DO 47 K=1,NPI2
FI( 1)=(1.+A(1,K))*(1.-A(2,K))*(A(1,K)-A(2,K)-1.)/4.
FI( 2)=(1.+A(1,K))*(1.+A(2,K))*(A(1,K)+A(2,K)-1.)/4.
FI( 3)=(1.-A(1,K))*(1.+A(2,K))*(-A(1,K)+A(2,K)-1.)/4.
FI( 4)=(1.-A(1,K))*(1.-A(2,K))*(-A(1,K)-A(2,K)-1.)/4.
FI( 5)=(1.+A(1,K))*(1.-A(2,K)**2)/2.
FI( 6)=(1.+A(2,K))*(1.-A(1,K)**2)/2.
FI( 7)=(1.-A(1,K))*(1.-A(2,K)**2)/2.
FI( 8)=(1.-A(2,K))*(1.-A(1,K)**2)/2.
FIN(1,1)=(1.-A(2,K))*(2.*A(1,K)-A(2,K))/4.
FIN(1,2)=(1.+A(2,K))*(2.*A(1,K)+A(2,K))/4.
FIN(1,3)=(1.+A(2,K))*(2.*A(1,K)-A(2,K))/4.
FIN(1,4)=(1.-A(2,K))*(2.*A(1,K)+A(2,K))/4.
FIN(1,5)=(1.-A(2,K)**2)/2.
FIN(1,6)=-(1.+A(2,K))*A(1,K)
FIN(1,7)=-(1.-A(2,K)**2)/2.
FIN(1,8)=-(1.-A(2,K))*A(1,K)
FIN(2,1)=(1.+A(1,K))*(2.*A(2,K)-A(1,K))/4.
FIN(2,2)=(1.+A(1,K))*(2.*A(2,K)+A(1,K))/4.
FIN(2,3)=(1.-A(1,K))*(2.*A(2,K)-A(1,K))/4.
FIN(2,4)=(1.-A(1,K))*(2.*A(2,K)+A(1,K))/4.
FIN(2,5)=-(1.+A(1,K))*A(2,K)
FIN(2,6)=(1.-A(1,K)**2)/2.
FIN(2,7)=-(1.-A(1,K))*A(2,K)
FIN(2,8)=-(1.-A(1,K)**2)/2.
DO 43 I=1,2
DO 43 J=1,2
T(I,J)=0.
DO 43 M=1,8
43 T(I,J)=T(I,J)+FIN(I,M)*XE(M,J)
DET=T(1,1)*T(2,2)-T(1,2)*T(2,1)
DET=DET*W(K)
DO 47 I=1,8
DO 47 J=1,8
47 E(I,J)=E(I,J)+FI(I)*FI(J)*DET
DO 51 I=1,15,2
II=I/2+1

```

```
DO 51 J=1,15,2
  JJ=J/2+1
  TE(I)=TE(I)+E(I1,JJ)*P1(JJ)
51  TE(I+1)=TE(I+1)+E(I1,JJ)*P2(JJ)
  DO 55 J=1,8
    NP=IX(NE,J)
    VFD(2*NP-1)=VFD(2*NP-1)+TE(2*J-1)
    VFD(2*NP)=VFD(2*NP)+TE(2*J)
55  CONTINUE
60  RETURN
    END
```

SUBROUTINE EQLOAD

```

C*****
C
C      S U B R O T I N A      E Q L O A D
C
C*****
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION LM(4,3),FIL(4),SI(3),W(25),FI(8),FE(16),B(3,16),
1 TEN(4,3),FIN(2,8),T1(2,2),T(2,2),FIX(2,8),XE(8,2),A(2,25)
      COMMON/TWO/X(344),Z(344)
      COMMON/FIVE/SIGX(344),SIGZ(344),TAUXZ(344)
      COMMON/SIX/NE,MBAND,IX(101,10),SIZ
      COMMON/EIGHT/LADO,ID,IFE(3),IFEC(3),PP(6),FNEQ(136),
1 FEQ(136,2)
      COMMON/ELEVEN/AK0
      DATA LM/3,1,2*4,6,5,8,7,2*2,1,3/
      LW=6
      DO 10 J=1,4
      NP=IX(NE,J)
      TEN(J,1)=SIGX(NP)
      TEN(J,2)=SIGZ(NP)
      IF(SIZ.EQ.0.) GO TO 10
      TEN(J,1)=SIZ*AK0
      TEN(J,2)=SIZ
10  TEN(J,3)=TAUXZ(NP)
      DO 16 I=1,16
16  FE(I)=0.0
      GO TO(100,20,30,100,40),IX(NE,10)
20  Q=0.577350269189626
      A(1,1)=Q
      A(2,1)=-Q
      A(1,2)=Q
      A(2,2)=Q
      A(1,3)=-Q
      A(2,3)=Q
      A(1,4)=-Q
      A(2,4)=-Q
      DO 22 K=1,4
22  W(K)=1.0000000000000000
      GO TO 50
30  Q1=0.774596669241483
      Q2=0.0000000000000000
      D1=0.5555555555555556
      D2=0.8888888888888889
      A(1,1)=Q1
      A(2,1)=-Q1
      A(1,2)=Q1
      A(2,2)=Q1
      A(1,3)=-Q1
      A(2,3)=Q1
      A(1,4)=-Q1
      A(2,4)=-Q1
      A(1,5)=Q1
      A(2,5)=Q2

```

```
A(1,6)=Q2
A(2,6)=Q1
A(1,7)=-Q1
A(2,7)=Q2
A(1,8)=Q2
A(2,8)=-Q1
A(1,9)=Q2
A(2,9)=Q2
DO 32 I=1,4
32 W(I)=D1*D1
DO 34 I=5,8
34 W(I)=D1*D2
W(9)=D2*D2
GO TO 50
40 Q1=0.906179845938664
Q2=0.538469310105683
Q3=0.000000000000000
D1=0.236926885056189
D2=0.478628670499366
D3=0.5688888888888889
DO 42 I=1,21,5
A(1,I)=-Q1
A(1,I+1)=-Q2
A(1,I+2)=Q3
A(1,I+3)=Q2
A(1,I+4)=Q1
J=(I+4)/5
A(2,J)=-Q1
A(2,J+5)=-Q2
A(2,J+10)=Q3
A(2,J+15)=Q2
A(2,J+20)=Q1
42 CONTINUE
W(1)=D1*D1
W(5)=W(1)
W(21)=W(1)
W(25)=W(1)
W(2)=D1*D2
W(4)=W(2)
W(6)=W(2)
W(10)=W(2)
W(16)=W(2)
W(20)=W(2)
W(22)=W(2)
W(24)=W(2)
W(3)=D1*D3
W(11)=W(3)
W(15)=W(3)
W(23)=W(3)
W(7)=D2*D2
W(9)=W(7)
W(17)=W(7)
W(19)=W(7)
W(8)=D2*D3
```

```
W(12)=W(8)
W(14)=W(8)
W(18)=W(8)
W(13)=D3*D3
50 DO 54 I=1,8
  NP=IX(NE,I)
  XE(I,1)=X(NP)
54 XE(I,2)=Z(NP)
  NPI2=IX(NE,10)**2
  DO 82 K=1,NPI2
    FIL(1)=(1.+A(1,K))*(1.-A(2,K))/4.
    FIL(2)=(1.+A(1,K))*(1.+A(2,K))/4.
    FIL(3)=(1.-A(1,K))*(1.+A(2,K))/4.
    FIL(4)=(1.-A(1,K))*(1.-A(2,K))/4.
    FIN(1,1)=(1.-A(2,K))*(2.*A(1,K)-A(2,K))/4.
    FIN(1,2)=(1.+A(2,K))*(2.*A(1,K)+A(2,K))/4.
    FIN(1,3)=(1.+A(2,K))*(2.*A(1,K)-A(2,K))/4.
    FIN(1,4)=(1.-A(2,K))*(2.*A(1,K)+A(2,K))/4.
    FIN(1,5)=(1.-A(2,K)**2)/2.
    FIN(1,6)=-(1.+A(2,K))*A(1,K)
    FIN(1,7)=-(1.-A(2,K)**2)/2.
    FIN(1,8)=-(1.-A(2,K))*A(1,K)
    FIN(2,1)=(1.+A(1,K))*(2.*A(2,K)-A(1,K))/4.
    FIN(2,2)=(1.+A(1,K))*(2.*A(2,K)+A(1,K))/4.
    FIN(2,3)=(1.-A(1,K))*(2.*A(2,K)-A(1,K))/4.
    FIN(2,4)=(1.-A(1,K))*(2.*A(2,K)+A(1,K))/4.
    FIN(2,5)=-(1.+A(1,K))*A(2,K)
    FIN(2,6)=(1.-A(1,K)**2)/2.
    FIN(2,7)=-(1.-A(1,K))*A(2,K)
    FIN(2,8)=-(1.-A(1,K)**2)/2.
  DO 58 J=1,3
    SI(J)=0.0
  DO 58 L=1,4
58 SI(J)=SI(J)+FIL(L)*TEN(L,J)
  DO 62 I=1,2
    DO 62 J=1,2
      T(I,J)=0.
  DO 62 M=1,8
62 T(1,J)=T(1,J)+FIN(I,M)*XE(M,J)
  DET=T(1,1)*T(2,2)-T(1,2)*T(2,1)
  T1(1,1)=T(2,2)/DET
  T1(1,2)=-T(1,2)/DET
  T1(2,1)=-T(2,1)/DET
  T1(2,2)=T(1,1)/DET
  DO 66 J=1,8
    DO 66 I=1,2
      FIX(I,J)=0.0
  DO 66 M=1,2
66 FIX(I,J)=FIX(I,J)+T1(I,M)*FIN(M,J)
  DET=DET*W(K)
  DO 70 I=1,3
    DO 70 J=1,16
70 B(I,J)=0.0
  DO 74 J=1,8
```

```
M=2*(J-1)
B(1,M+1)=FIX(1,J)
B(2,M+2)=FIX(2,J)
B(3,M+1)=FIX(2,J)
74 B(3,M+2)=FIX(1,J)
DO 78 I=1,16
DO 78 J=1,3
78 FE(I)=FE(I)+B(J,I)*SI(J)*DET
82 CONTINUE
DO 90 J=1,3
JJ=LM(LADO,J)
N2=2*IFE(J)
N1=N2-1
FEQ(N1,ID)=FE(2*JJ-1)
FEQ(N2,ID)=FE(2*JJ)
IF(ID.NE.2) GO TO 90
FEMX=(FEQ(N1,1)-FEQ(N1,2))/2.
FEMZ=(FEQ(N2,1)-FEQ(N2,2))/2.
FNEQ(N1)=FNEQ(N1)+FEMX
FNEQ(N2)=FNEQ(N2)+FEMZ
IF(IFEC(J).EQ.0) GO TO 90
M2=2*IFEC(J)
M1=M2-1
FNEQ(M1)=FNEQ(M1)+FEMX
FNEQ(M2)=FNEQ(M2)+FEMZ
90 CONTINUE
100 RETURN
END
```

SUBROUTINE DLOAD

```

C*****
C
C   S U B R O T I N A   D L O A D
C
C*****
  IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
  DIMENSION MP(16),LM(4,3),SN(3),PN(2),Q(8),QQ(6),FF(2,8),
1A(2,8),SNN(2,6),R(3,2),D(2,8),F(2,3),DD(2,2),XE(8,2)
  COMMON/TWO/X(344),Z(344),UX(344),UZ(344)
  COMMON/SIX/NE,MBAND,IX(101,10)
  COMMON/EIGHT/LADO,ID,IFE(3),IFEC(3),PP(6)
  COMMON/THIRTE/NGLN,NNPE
  DATA FF/1.,-1.,2*1.,-1.,1.,2*-1.,1.,2*0.,1.,-1.,2*0.,-1./
  DATA MP/1,2,5,6,3,4,7,8,1,-1,-1,1,1,1,-1,-1/
  DATA LM/3,1,2*4,6,5,8,7,2*2,1,3/
  LW=6
  DO 10 I=1,8
    NP=IX(NE,I)
    XE(I,1)=X(NP)
10  XE(I,2)=Z(NP)
    AB=0.577350269189626
    DO 14 J=1,4
      L=MP(J)
      K=MP(J+4)
      A(1,L)=AB*MP(J+8)
14  A(1,K)=MP(J+12)
      DO 18 J=1,NNPE
        I=NNPE-J+1
18  A(2,I)=-A(1,J)
      DO 20 I=1,6
20  QQ(I)=0.00
      LLL=2*LADO-1
      KKK=2*LADO
      DO 70 K=LLL,KKK
      DO 26 I=1,6
      DO 26 J=1,2
26  SNN(J,I)=0.
      DO 50 J=1,3
      JJ=LM(LADO,J)
      R(J,1)=XE(JJ,1)
      R(J,2)=XE(JJ,2)
      F(1,J)=FF(1,JJ)
      F(2,J)=FF(2,JJ)
      GO TO (34,34,34,34,42,46,42,46),JJ
34  SN(J)=(1.+A(1,K)*F(1,J))*(1.+A(2,K)*F(2,J))*(A(1,K)*
1F(1,J)+A(2,K)*F(2,J)-1)*0.25
      DO 38 I=1,2
      N=3-I
38  D(I,J)=((1.+A(N,K)*F(N,J))*F(I,J)*(2.*A(1,K)*
      *F(1,J)+A(N,K)*F(N,J)))/4.
      GO TO 50
42  SN(J)=(1.+A(1,K)*F(1,J))*(1.-A(2,K)**2)*0.5
      D(1,J)=(1.-A(2,K)**2)*F(1,J)/2.

```



```

D(2,J)=-((1,+A(1,K)*F(1,J))*A(2,K))
GO TO 50
46 SN(J)=(1,-A(1,K)**2)*(1,+A(2,K)*F(2,J))*0.5
D(1,J)=-((1,+A(2,K)*F(2,J))*A(1,K))
D(2,J)=(1,-A(1,K)**2)*F(2,J)/2.
50 CONTINUE
DO 54 J=1,3
SNN(1,2*J-1)=SN(J)
54 SNN(2,2*J)=SN(J)
DO 58 M=1,2
DO 58 N=1,2
DD(M,N)=0.
DO 58 L=1,3
58 DD(M,N)=DD(M,N)+D(M,L)*R(L,N)
G22=(DD(1,1)**2+DD(1,2)**2)**0.5
G11=(DD(2,1)**2+DD(2,2)**2)**0.5
Q(1)=G22
Q(2)=G22
Q(3)=G11
Q(4)=G11
Q(5)=G22
Q(6)=G22
Q(7)=G11
Q(8)=G11
DO 62 I=1,2
PN(I)=0.
DO 62 L=1,6
62 PN(I)=PN(I)+SNN(I,L)*PP(L)
DO 66 II=1,6
DO 66 KK=1,2
66 QQ(II)=QQ(II)+SNN(KK,II)*PN(KK)*Q(K)
70 CONTINUE
DO 76 J=1,3
JJ=LM(LADO,J)
NP=IX(NE,JJ)
UX(NP)=UX(NP)+QQ(2*J-1)
76 UZ(NP)=UZ(NP)+QQ(2*J)
RETURN
END

```

SUBROUTINE ISOPE(SA)

```
C*****
C
C      S U B R O T I N A      I S O P E
C
C*****
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION W(25),FI(8),ET(8),POI(8),A(2,25),
1FIN(2,8),T(2,2),T1(2,2),XE(8,2),FIX(2,8),SA(16,16)
      COMMON/ONE/NUMNP,NUMEL,NUMMAT,NEPCN,NPSPS
      COMMON/TWO/X(344),Z(344)
      COMMON/SIX/NE,MBAND,IX(101,10)
      COMMON/SEVEN/TH
      COMMON/TEN/EMAT(20),PMAT(20)
      COMMON/TWELVE/NEIN(28),NA(155),IA(155,2),NPRUP(101,8)
      LW=6
      DO 7 I=1,16
      DO 7 J=1,16
7  SA(I,J)=0.0
      GO TO(60,8,10,60,15),IX(NE,10)
8  Q=0.577350269189626
      A(1,1)=Q
      A(2,1)=-Q
      A(1,2)=Q
      A(2,2)=Q
      A(1,3)=-Q
      A(2,3)=Q
      A(1,4)=-Q
      A(2,4)=-Q
      DO 9 K=1,4
9  W(K)=1.0000000000000000
      GO TO 31
10 Q1=0.774596669241483
      Q2=0.0000000000000000
      D1=0.5555555555555556
      D2=0.8888888888888889
      A(1,1)=Q1
      A(2,1)=-Q1
      A(1,2)=Q1
      A(2,2)=Q1
      A(1,3)=-Q1
      A(2,3)=Q1
      A(1,4)=-Q1
      A(2,4)=-Q1
      A(1,5)=Q1
      A(2,5)=Q2
      A(1,6)=Q2
      A(2,6)=Q1
      A(1,7)=-Q1
      A(2,7)=Q2
      A(1,8)=Q2
      A(2,8)=-Q1
      A(1,9)=Q2
      A(2,9)=Q2
```

```
DO 12 I=1,4
12 W(I)=D1*D1
DO 14 I=5,8
14 W(I)=D1*D2
W(9)=D2*D2
GO TO 31
15 Q1=0.906179845938664
Q2=0.538469310105683
Q3=0.000000000000000
D1=0.236926885056189
D2=0.478628670499366
D3=0.5688888888888889
DO 16 I=1,21,5
A(1,I)=-Q1
A(1,I+1)=-Q2
A(1,I+2)=Q3
A(1,I+3)=Q2
A(1,I+4)=Q1
J=(I+4)/5
A(2,J)=-Q1
A(2,J+5)=-Q2
A(2,J+10)=Q3
A(2,J+15)=Q2
A(2,J+20)=Q1
16 CONTINUE
W(1)=D1*D1
W(5)=W(1)
W(21)=W(1)
W(25)=W(1)
W(2)=D1*D2
W(4)=W(2)
W(6)=W(2)
W(10)=W(2)
W(16)=W(2)
W(20)=W(2)
W(22)=W(2)
W(24)=W(2)
W(3)=D1*D3
W(11)=W(3)
W(15)=W(3)
W(23)=W(3)
W(7)=D2*D2
W(9)=W(7)
W(17)=W(7)
W(19)=W(7)
W(8)=D2*D3
W(12)=W(8)
W(14)=W(8)
W(18)=W(8)
W(13)=D3*D3
31 DO 32 I=1,8
NP=IX(NE,I)
XE(I,1)=X(NP)
32 XE(I,2)=Z(NP)
```

```

K1=IX(NE,9)
DO 46 N=1,8
GO TO (44,40,42),NPRUP(NE,N)
40 IF(NPSPS,EQ.0) GO TO 41
POI(N)=0.0
GO TO 45
41 POI(N)=PMAT(K1)
ET(N)=0.001*EMAT(K1)
GO TO 46
42 IF(NPSPS,EQ.0) GO TO 43
POI(N)=0.50*PMAT(K1)
GO TO 45
43 POI(N)=PMAT(K1)
ET(N)=0.50*EMAT(K1)
GO TO 46
44 POI(N)=PMAT(K1)
45 ET(N)=EMAT(K1)
46 CONTINUE
NPI2=IX(NE,10)**2
DO 55 K=1,NPI2
FI( 1)=(1.+A(1,K))*(1.-A(2,K))*(A(1,K)-A(2,K)-1.)/4.
FI( 2)=(1.+A(1,K))*(1.+A(2,K))*(A(1,K)+A(2,K)-1.)/4.
FI( 3)=(1.-A(1,K))*(1.+A(2,K))*(-A(1,K)+A(2,K)-1.)/4.
FI( 4)=(1.-A(1,K))*(1.-A(2,K))*(-A(1,K)-A(2,K)-1.)/4.
FI( 5)=(1.+A(1,K))*(1.-A(2,K)**2)/2.
FI( 6)=(1.+A(2,K))*(1.-A(1,K)**2)/2.
FI( 7)=(1.-A(1,K))*(1.-A(2,K)**2)/2.
FI( 8)=(1.-A(2,K))*(1.-A(1,K)**2)/2.
FIN(1,1)=(1.-A(2,K))*(2.*A(1,K)-A(2,K))/4.
FIN(1,2)=(1.+A(2,K))*(2.*A(1,K)+A(2,K))/4.
FIN(1,3)=(1.+A(2,K))*(2.*A(1,K)-A(2,K))/4.
FIN(1,4)=(1.-A(2,K))*(2.*A(1,K)+A(2,K))/4.
FIN(1,5)=(1.-A(2,K)**2)/2.
FIN(1,6)=- (1.+A(2,K))*A(1,K)
FIN(1,7)=- (1.-A(2,K)**2)/2.
FIN(1,8)=- (1.-A(2,K))*A(1,K)
FIN(2,1)=(1.+A(1,K))*(2.*A(2,K)-A(1,K))/4.
FIN(2,2)=(1.+A(1,K))*(2.*A(2,K)+A(1,K))/4.
FIN(2,3)=(1.-A(1,K))*(2.*A(2,K)-A(1,K))/4.
FIN(2,4)=(1.-A(1,K))*(2.*A(2,K)+A(1,K))/4.
FIN(2,5)=- (1.+A(1,K))*A(2,K)
FIN(2,6)=(1.-A(1,K)**2)/2.
FIN(2,7)=- (1.-A(1,K))*A(2,K)
FIN(2,8)=- (1.-A(1,K)**2)/2.
DO 48 I=1,2
DO 48 J=1,2
T(I,J)=0.
DO 48 M=1,8
48 T(I,J)=T(I,J)+FIN(I,M)*XE(M,J)
DET=T(1,1)*T(2,2)-T(1,2)*T(2,1)
IF(DET,NE.0.) GO TO 49
WRITE(LW,1000) K,NE
DET=0.0001
49 T1(1,1)=T(2,2)/DET

```

```
T1(1,2)=-T(1,2)/DET
T1(2,1)=-T(2,1)/DET
T1(2,2)=T(1,1)/DET
DO 50 J=1,8
DO 50 I=1,2
FIX(I,J)=0,
DO 50 M=1,2
50 FIX(I,J)=FIX(I,J)+T1(I,M)*FIN(M,J)
DET=DET*W(K)
EE=0,
POISS=0,
DO 52 I=1,8
EE=EE+FI(I)*ET(I)
52 POISS=POISS+FI(I)*POI(I)
IF(NPSPS,EQ,0) GO TO 53
C1=EE+POISS
C2=POISS
C3=EE-POISS
GO TO 54
53 C1=EE*TH/(1,-POISS**2)
C2=EE*TH/(2.*(1,+POISS))
C3=EE*POISS*TH/(1,-POISS**2)
54 DO 55 I=1,15,2
DO 55 J=1,15,2
II=I/2+1
JJ=J/2+1
AA=FIX(1,JJ)*DET
BB=FIX(2,JJ)*DET
SA(I,J)=SA(I,J)+C1*FIX(1,II)*AA+C2*FIX(2,II)*BB
SA(I+1,J)=SA(I+1,J)+C3*FIX(2,II)*AA+C2*FIX(1,II)*BB
SA(I,J+1)=SA(I,J+1)+C3*FIX(1,II)*BB+C2*FIX(2,II)*AA
55 SA(I+1,J+1)=SA(I+1,J+1)+C2*FIX(1,II)*AA+C1*FIX(2,II)*BB
1000 FORMAT(/,5X,'SUBROTINA ISOPE,DET=0,K=',I5,' N=',I5,/)
60 RETURN
END
```

SUBROUTINE TEPRIN (SIGX,SIGZ,TAUXZ)

```

C*****
C
C      S U B R O T I N A      T E P R I N
C
C*****
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      COMMON/FOUR/SIG1,SIG3,ALFA,TMAX,OMEGA
      IF(SIGX.EQ.0..AND.SIGZ.EQ.0..AND.TAUXZ.EQ.0.) GO TO 20
      CC=(SIGX+SIGZ)/2.
      DD=(SIGZ-SIGX)/2.
      BB=DSQRT(DD**2+TAUXZ**2)
      TMAX=BB
      SOM1=DABS(CC+BB)
      SOM2=DABS(CC-BB)
      IF(SOM1.GE.SOM2)GO TO 10
      SIG1=CC-BB
      SIG3=CC+BB
      GO TO 12
10  SIG1=CC+BB
      SIG3=CC-BB
12  BD=DABS(DD)
      IF(BD.LT.0.001) GO TO 18
      TETA=DATAN2(-TAUXZ,DD)
      ALFA=90.*TETA/3.141592653589793
      CCA=DABS(CC-SIGX)
      IF(CCA.LT.0.001)GO TO 22
      IF(TAUXZ.GE.0.) GO TO 14
      OME=DATAN2((BB+TAUXZ),CCA)
      GO TO 16
14  OME=DATAN2((-BB+TAUXZ),CCA)
16  OMEGA=180.*OME/3.141592653589793
      GO TO 24
18  TETA=0.
      ALFA=0.
      OMEGA=0.
      GO TO 24
20  SIG1=0.0
      SIG3=0.0
      TMAX=0.0
      ALFA=0.0
22  OMEGA=0.
24  CONTINUE
      RETURN
      END

```

SUBROUTINE DDELTA (S)

```

C*****
C
C      S U B R O T I N A      D D E L T A
C
C*****
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION A(688,86),S(688,86)
      COMMON/THREE/NPFE(68),VFD(688)
      COMMON/SIX/NE,M
      COMMON/THIRTE/NGLN,NNPE,N
      DO 1 I1=1,N
      DO 1 I2=1,M
1  A(I1,I2)=S(I1,I2)
      NM1=N-1
      DO 4 I=1,NM1
      XA=A(I,1)
      DO 4 J=2,M
      II=I+J-1
      IF(II-N)2,2,4
2  F=-A(I,J)/XA
      VFD(II)=VFD(II)+F*VFD(I)
      MJ1=M-J+1
      DO 3 K=1,MJ1
      L=K+J-1
3  A(II,K)=A(II,K)+F*A(I,L)
4  CONTINUE
      VFD(N)=VFD(N)/A(N,1)
      DO 6 L=2,N
      I=N-L+1
      C=VFD(I)
      DO 5 K=2,M
      IK1=I+K-1
      IF(IK1-N)5,5,6
5  C=C-A(I,K)*VFD(IK1)
6  VFD(I)=C/A(I,1)
      RETURN
      END

```

SUBROUTINE DEFE(NPFEI,NPFEF,S)

```

C*****
C
C      S U B R O T I N A      D E F E
C
C*****
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION S(688,86)
      COMMON/THREE/NPFE(68),DDE(688),DF(68,2)
      COMMON/SIX/NE,MBAND
      COMMON/THIRTE/NGLN,NNPE,NLINHA
      LW=6
      DO 7 JM=NPFEI,NPFEF
      DO 5 MJ=1,2
5  DF(JM,MJ)=0.0
7  CONTINUE
      DO 26 NP=NPFEI,NPFEF
      DO 24 L=1,NGLN
      I=NGLN*NPFE(NP)+L-2
      IF(I.EQ.1) GO TO 14
      IF(I.EQ.2) GO TO 12
      IF(I.GT.MBAND) GO TO 18
      LF=I-1
      L2=I
      DO 10 L1=1,LF
      DF(NP,L)=DF(NP,L)+S(L1,L2)*DDE(L1)
10  L2=L2-1
      GO TO 14
12  CONTINUE
      DF(NP,L)=DF(NP,L)+S(1,I)*DDE(1)
14  DO 16 J=1,MBAND
      M=I+J-1
      IF(I.EQ.MBAND.AND.M.GT.NLINHA) GO TO 24
      DF(NP,L)=DF(NP,L)+S(I,J)*DDE(M)
16  CONTINUE
      GO TO 24
18  N2=MBAND
      NI=I-MBAND+1
      NF=I-1
      DO 20 N1=NI,NF
      DF(NP,L)=DF(NP,L)+S(N1,N2)*DDE(N1)
20  N2=N2-1
      DO 22 K=1,NLINHA
      IF(N2.GT.MBAND) GO TO 24
      DF(NP,L)=DF(NP,L)+S(N1,N2)*DDE(K)
22  N2=N2+1
24  CONTINUE
26  CONTINUE
      RETURN
      END

```


SUBROUTINE TENS(NELR)

```

C*****
C
C      S U B R O T I N A      T E N S
C
C*****
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION IU(344),NELR(4),ET(8),POI(8),XE(8,2),A(2,8),
1H(3,8),T(2,2),T1(2,2),FIN(2,8),FIX(2,8),TT(2,8),DEFOR(3,8)
      COMMON/ONE/NUMNP,NUMEL,NUMMAT,NEPCN,NPSPS
      COMMON/TWO/X(344),Z(344)
      COMMON/THREE/NPFE(68),VD(688)
      COMMON/SIX/NE,MBAND,IX(101,10)
      COMMON/NINE/ZG(3,344),DEFOM(3,344)
      COMMON/TEN/EMAT(20),PMAT(20)
      COMMON/TWELVE/NEIN(28),NA(155),IA(155,2),NPRUP(101,8)
      COMMON/FOURTE/NTELIN,NTELR,NETA
      DATA A/1.,-1.,2*1.,-1.,1.,2*-1.,1.,2*0.,1.,-1.,2*0.,-1.,/
      LW=6
      DO 9 NP=1,NUMNP
      IU(NP)=0
      DO 8 L=1,3
      DEFOM(L,NP)=0.
8 ZG(L,NP)=0.
9 CONTINUE
      NERA=1
      DO 10 JQ=1,NETA
10 NERA=NERA+NELR(JQ)
      DO 58 NE=1,NUMEL
      K1=IX(NE,9)
      IF(K1,GE,15) GO TO 58
      IF(NERA,GT,NTELIN) GO TO 14
      DO 12 JP=NERA,NTELIN
      IF(NE,EQ,NEIN(JP)) GO TO 58
12 CONTINUE
14 DO 15 I=1,8
      NP=IX(NE,I)
      XE(I,1)=X(NP)
      XE(I,2)=Z(NP)
      TT(1,I)=VD(2*NP-1)
15 TT(2,I)=VD(2*NP)
      DO 16 I=1,8
      DO 16 J=1,3
16 DEFOR(J,I)=0.0
      DO 27 N=1,8
      GO TO (25,21,23),NPRUP(NE,N)
21 IF(NPSPS,EQ,0) GO TO 22
      POI(N)=0.0
      GO TO 26
22 POI(N)=PMAT(K1)
      ET(N)=0.001*EMAT(K1)
      GO TO 27
23 IF(NPSPS,EQ,0) GO TO 24
      POI(N)=0.50*PMAT(K1)

```

```
GO TO 26
24 POI(N)=PMAT(K1)
   ET(N)=0.50*EMAT(K1)
   GO TO 27
25 POI(N)=PMAT(K1)
26 ET(N)=EMAT(K1)
27 CONTINUE
   DO 38 K=1,8
     FIN(1,1)=(1.-A(2,K))*(2.*A(1,K)-A(2,K))/4.
     FIN(1,2)=(1.+A(2,K))*(2.*A(1,K)+A(2,K))/4.
     FIN(1,3)=(1.+A(2,K))*(2.*A(1,K)-A(2,K))/4.
     FIN(1,4)=(1.-A(2,K))*(2.*A(1,K)+A(2,K))/4.
     FIN(1,5)=(1.-A(2,K)**2)/2.
     FIN(1,6)=- (1.+A(2,K))*A(1,K)
     FIN(1,7)=- (1.-A(2,K)**2)/2.
     FIN(1,8)=- (1.-A(2,K))*A(1,K)
     FIN(2,1)=(1.+A(1,K))*(2.*A(2,K)-A(1,K))/4.
     FIN(2,2)=(1.+A(1,K))*(2.*A(2,K)+A(1,K))/4.
     FIN(2,3)=(1.-A(1,K))*(2.*A(2,K)-A(1,K))/4.
     FIN(2,4)=(1.-A(1,K))*(2.*A(2,K)+A(1,K))/4.
     FIN(2,5)=- (1.+A(1,K))*A(2,K)
     FIN(2,6)=(1.-A(1,K)**2)/2.
     FIN(2,7)=- (1.-A(1,K))*A(2,K)
     FIN(2,8)=- (1.-A(1,K)**2)/2.
     DO 30 I=1,2
       DO 30 J=1,2
         T(I,J)=0.
       DO 30 M=1,8
30   T(I,J)=T(I,J)+FIN(I,M)*XE(M,J)
       DET=T(1,1)*T(2,2)-T(1,2)*T(2,1)
       IF(DET.NE.0) GO TO 31
       WRITE(LW,1000) NE,K
       DET=0.0001
31   T1(1,1)=T(2,2)/DET
       T1(1,2)=-T(1,2)/DET
       T1(2,1)=-T(2,1)/DET
       T1(2,2)=T(1,1)/DET
       DO 32 J=1,8
         DO 32 I=1,2
           FIX(I,J)=0.
         DO 32 M=1,2
32   FIX(I,J)=FIX(I,J)+T1(I,M)*FIN(M,J)
       IF(NPSPS.EQ.0) GO TO 33
       C1=ET(K)+POI(K)
       C2=ET(K)-POI(K)
       C3=POI(K)
       GO TO 34
33   C1=ET(K)/(1.-POI(K)**2)
       C3=ET(K)/(2.*(1.+POI(K)))
34   DO 35 I=1,8
     DEFOR(1,K)=DEFOR(1,K)+FIX(1,I)*TT(1,I)
     DEFOR(2,K)=DEFOR(2,K)+FIX(2,I)*TT(2,I)
35   DEFOR(3,K)=DEFOR(3,K)+FIX(2,I)*TT(1,I)+FIX(1,I)*TT(2,I)
     IF(NPSPS.EQ.0) GO TO 36
```

```
H(1,K)=C1*DEFOR(1,K)+C2*DEFOR(2,K)
H(2,K)=C2*DEFOR(1,K)+C1*DEFOR(2,K)
GO TO 37
36 H(1,K)=C1*(DEFOR(1,K)+POI(K)*DEFOR(2,K))
   H(2,K)=C1*(POI(K)*DEFOR(1,K)+DEFOR(2,K))
37 H(3,K)=C3*DEFOR(3,K)
38 CONTINUE
   DO 50 I=1,8
   NP=IX(NE,I)
   DO 45 L=1,3
   DEFOM(L,NP)=DEFOM(L,NP)+DEFOR(L,I)
45 ZG(L,NP)=ZG(L,NP)+H(L,I)
50 IU(NP)=IU(NP)+1
58 CONTINUE
   DO 62 NP=1,NUMNP
   IF(IU(NP).EQ.0) GO TO 62
   DO 60 J=1,3
   DEFOM(J,NP)=DEFOM(J,NP)/IU(NP)
60 ZG(J,NP)=ZG(J,NP)/IU(NP)
62 CONTINUE
1000 FORMAT(///,5X,'O ELEMENTO NUMERO',I5,' TEM DET = 0 E K=',I
15,/)
   RETURN
   END
```

```

C*****
C
C
C*****      P R O G R A M A      P R I N C I P A L      *****
C
C
C*****
      IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
      DIMENSION NELR(4),NANFE(4),NNIR(4),KRP(8),
      1HED(18),COESAO(20),FI(20),
      2SE(16,16),SEL(16,16),DISLOC(2,344),DFORM(3,344),S(688,86)
      COMMON/ONE/NUMNP,NUMEL,NUMMAT,NEPCN,NPSPS
      COMMON/TWO/X(344),Z(344),UX(344),UZ(344)
      COMMON/THREE/NPFE(68),VFD(688),DF(68,2)
      COMMON/FOUR/SIG1,SIG3,ALFA,TMAX,OMEGA
      COMMON/FIVE/SIGX(344),SIGZ(344),TAUXZ(344)
      COMMON/SIX/NE,MBAND,IX(101,10),SIZ
      COMMON/SEVEN/TH,V(20)
      COMMON/EIGHT/LADD,ID,IFE(3),IFEC(3),PP(6),FNEQ(136),
      1FEQ(136,2)
      COMMON/NINE/ZG(3,344),DEFOM(3,344)
      COMMON/TEN/EMAT(20),PMAT(20)
      COMMON/ELEVEN/AKO,COTA,PESPN,ONIAG,PESPA,PESPS
      COMMON/TWELVE/NEIN(28),NA(155),IA(155,2),NPRUP(101,8)
      COMMON/THIRTE/NGLN,NNPE,NP2,NERI,NERF,NNDPNF
      COMMON/FOURTE/NTELIN,NTELR,NETA
      LR=5
      LW=6
      NNPE=8
      NGLN=2
      READ(LR,1002)NUDI,FCUC,FCUP,FCUPE
      READ(LR,1004)(HED(I),I=1,18),NTET,NUMEL,NUMNP,NPSPS,NEPCN,
      1TH,SIZ
      READ(LR,1000)NUMMAT,NNLDPN,NTNDPN,LC
      NP2=NUMNP*NGLN
      WRITE(LW,1008)(HED(I),I=1,18)
      WRITE(LW,1012)NUMEL,NUMNP,NTET,NEPCN,NPSPS,NUMMAT,NNLDPN,
      1NTNDPN,TH
C-----
C
C      LEITURA DOS MATERIAIS DIFERENTES PARA UMA
C      ANALISE LINEAR OU BI-LINEAR
C
C-----
      DO 109 NE=1,NUMEL
      DO 109 IE=1,8
      109 NPRUP(NE,IE)=1
      IF(NEPCN.EQ.2) GO TO 110
      WRITE(LW,1056)
      GO TO 111
      110 WRITE(LW,1054)
      111 WRITE(LW,1057)
      DO 116 I=1,NUMMAT
      READ(LR,1058)LK,EMAT(LK),PMAT(LK),V(LK),COESAO(LK),FI(LK),

```

```

1(HED(J),J=1,9)
  IF(NPSPS.EQ.0) GO TO 112
  CK=FCUP*(EMAT(LK)/(2*(1.+PMAT(LK))*(1.-2*PMAT(LK))))
  CG=FCUP*(EMAT(LK)/(2*(1.+PMAT(LK))))
  EMAT(LK)=CK
  PMAT(LK)=CG
  GO TO 113
112 EMAT(LK)=FCUP*(EMAT(LK)/(1.-PMAT(LK)**2))
  PMAT(LK)=PMAT(LK)/(1.-PMAT(LK))
113 COESAO(LK)=FCUP*COESAO(LK)
  V(LK)=FCUPE*V(LK)
  WRITE(LW,1060)LK,EMAT(LK),PMAT(LK),V(LK),COESAO(LK),FI(LK),
1(HED(J),J=1,9)
  FI(LK)=FI(LK)*3.141592653589793/180.
116 CONTINUE

```

```

C-----
C
C   LEITURA DAS COORDENADAS DOS PONTOS NODAIS
C-----

```

```

  IF(NTET.NE.1) GO TO 130
  WRITE(LW,1076)
  WRITE(LW,1080)
130 L=0
132 READ(LR,1084)NP,X(NP),Z(NP)
  NL=L+1
  ZX=NP-L
  IF(L.EQ.0) GO TO 136
  DR=(X(NP)-X(L))/ZX
  DZ=(Z(NP)-Z(L))/ZX
136 L=L+1

```

```

C-----
C
C   GERACAO DAS COORDENADAS CARTESIANAS
C   DOS PONTOS NODAIS NAO FORNECIDOS
C-----

```

```

  IF(NP=L)148,144,140
140 X(L)=X(L-1)+DR
  Z(L)=Z(L-1)+DZ
  GO TO 136
144 DO 146 KK=NL,NP
  X(KK)=X(KK)*FCUC
146 Z(KK)=Z(KK)*FCUC
  IF(NTET.EQ.1)WRITE(LW,1088)(K,X(K),Z(K),K=NL,NP)
  IF(NUMNP=NP)148,150,132
148 WRITE(LW,1089) NP
  GO TO 434

```

```

C-----
C
C   LEITURA DA INCIDENCIA DOS ELEMENTOS
C-----

```

```

150 IF(NTET.NE.1)GO TO 152

```

WRITE(LW,1092)

WRITE(LW,1096)

152 N=0

153 READ(LR,1000) NE,(IX(NE,I),I=1,10)

154 N=N+1

IF(NE-N)156,156,155

```
C-----
C
C      GERACAO DA INCIDENCIA DOS ELEMENTOS
C      NAO FORNECIDOS
C-----
```

155 IN1=N-1

IX(N,1) = IX(IN1,1)+2

IX(N,2) = IX(IN1,2)+2

IX(N,3) = IX(IN1,3)+2

IX(N,4) = IX(IN1,4)+2

IX(N,5) = IX(IN1,5)+1+NUDI

IX(N,6) = IX(IN1,6)+2-NUDI

IX(N,7) = IX(IN1,7)+1+NUDI

IX(N,8) = IX(IN1,8)+2-NUDI

IX(N,9) = IX(IN1,9)

IX(N,10) = IX(IN1,10)

156 IF(NTET.EQ.1)WRITE(LW,1104)N,(IX(N,I),I=1,10)

IF(NE-N)164,164,154

164 IF (NUMEL=N) 174,174,153

```
C-----
C
C      DETERMINACAO DA LARGURA DE FAIXA DO SISTEMA
C-----
```

174 J=0

DO 188 NE=1,NUMEL

MAX=IX(NE,1)

MIN=IX(NE,1)

DO 180 I=2,8

IF(IX(NE,I).LE.MAX) GO TO 176

MAX=IX(NE,I)

GO TO 180

176 IF(IX(NE,I).LT.MIN) MIN=IX(NE,I)

180 CONTINUE

KK=MAX-MIN

IF(KK.LE.J) GO TO 188

J=KK

188 CONTINUE

MBAND=2*J+2

```
C-----
C
C      LEITURA DOS PONTOS NODAIS
C      COM DESLOCAMENTO(S) PRESCRITO(S) NULO(S)
C-----
```

IF(NTET.EQ.1) WRITE(LW,1105)

READ(LR,1000)((NA(I),(IA(I,J),J=1,NGLN)),I=1,NTNDPN)

```
IF (NTET, EQ, 1) WRITE (LW, 1000) ((NA(I), (IA(I, J), J=1, NGLN)), I=1,
INTNDPN)
```

```
C-----
C
C      CALCULO DAS TENSOES INICIAIS
C
C-----
```

```
      READ (LR, 1000) INCL, NTEFFE, NTNFE, NTELR, NTELIN, (NANFE(I),
1NELR(I), NNIR(I), I=1, NTET)
      IF (INCL, NE, 0) GO TO 206
      IF (NTET, EQ, 1) WRITE (LW, 1112)
      READ (LR, 1032) AK0, COTA, PESPN, ONIAG, PESPA, PESPS
      COTA=COTA*FCUC
      PESPN=PESPN*FCUPE
      ONIAG=ONIAG*FCUC
      PESPA=PESPA*FCUPE
      PESPS=PESPS*FCUPE
      IF (NTET, NE, 1) GO TO 200
      GAMA=DABS(PESPN)
      WRITE (LW, 1114) AK0, COTA, GAMA, ONIAG, PESPA, PESPS
200  CONTINUE
      CALL TENIN
      GO TO 215
206  IF (NTET, EQ, 1) WRITE (LW, 1112)
      DO 209 NE=1, NUMEL
      CALL GAMAL
209  CONTINUE
      NERI=0
      NNDPNF=NNLDPN
      CALL RIGID(S)
      CALL DDELTA(S)
      CALL TENS(NELR)
      DO 214 NP=1, NUMNP
      SIGX(NP)=ZG(1, NP)
      SIGZ(NP)=ZG(2, NP)
214  TAUXZ(NP)=ZG(3, NP)
215  IF (NTET, NE, 1) GO TO 216
      WRITE (LW, 1116)
      WRITE (LW, 1124) ((NP, SIGX(NP), SIGZ(NP), TAUXZ(NP)), NP=1, NUMNP)
```

```
C-----
C
C      CALCULO DAS FORCAS NODAIS EQUIVALENTES
C
C-----
```

```
216  READ (LR, 1000) (NPFE(I), I=1, NTNFE)
      DO 220 N=1, NTNFE
      FNEQ(2*N-1)=0.0
220  FNEQ(2*N)=0.0
      ID=0
      DO 222 I=1, NTEFFE
      READ (LR, 1000) NE, LADO, (IFE(J), J=1, 3), (IFEC(K), K=1, 3)
      ID=ID+1
      IF (ID, GT, 2) ID=1
      CALL EQLOAD
```

```
222 CONTINUE
    READ(LR,1000) (NEIN(I),I=1,NTLIN)
    WRITE(LW,1126)
    DO 227 I=1,NTNFE
227  WRITE(LW,1127)NPFE(I),FNEQ(2*I-1),FNEQ(2*I)
    NETA=0
    NER=0
    NPNF=1
```

```
C-----
C
C      I N I C I O   D E   E T A P A
C
C-----
```

```
228 NETA=NETA+1
    READ(LR,1000)NUMDL,NUMNF
```

```
C-----
C
C      CALCULO E MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL
C      COM RELACAO A ETAPA QUE SE INICIA
C
C-----
```

```
    NERI=1
    NERF=0
    NNR=0
    DO 242 I=1,NETA
    NNR=NNR+NNIR(I)
242  NERF=NERF+NELR(I)
    NNDPNF=NNLDPN+NNR
    CALL RIGID(S)
    DO 244 NP=1,NUMNP
    VFD(2*NP-1)=0.0
    VFD(2*NP)=0.0
    UX(NP)=0.0
244  UZ(NP)=0.0
    WRITE(LW,1128)NETA,NELR(NETA),NUMDL,NUMNF,NANFE(NETA),
1NNIR(NETA)
    WRITE(LW,1132)
    WRITE(LW,1000)(NEIN(J),J=NER+1,NER+NELR(NETA))
    NER=NER+NELR(NETA)
    IF(NUMDL.EQ.0) GO TO 248
```

```
C-----
C
C      CALCULO DAS FORÇAS DE SUPERFICIE
C
C-----
```

```
    WRITE(LW,1144)
    DO 247 I=1,NUMDL
    READ(LR,1032)H11,H22,H33,H44,H55,WAT
    T44=DABS(H44)
    IF(T44.LE.0.01) GO TO 245
    READ(LR,1000)NE,LADO
    FIO=DATAN2(H55,H44)
    PP(1)=H11*DSIN(FIO)*WAT
    PP(2)=-H11*DCOS(FIO)*WAT
```



```
PP(3)=H22*DSIN(FIO)*WAT
PP(4)=-H22*DCOS(FIO)*WAT
PP(5)=H33*DSIN(FIO)*WAT
PP(6)=-H33*DCOS(FIO)*WAT
GO TO 246
245 PP(1)=H11*WAT
PP(2)=0.0
PP(3)=H22*WAT
PP(4)=0.0
PP(5)=H33*WAT
PP(6)=0.0
246 WRITE(LW,1148)NE,LADO
WRITE(LW,1156)(PP(J),J=1,6)
CALL DLOAD
247 CONTINUE
248 IF(NUMNF,EQ,0) GO TO 256
```

```
C-----
C
C   LEITURA DAS CARGAS CONCENTRADAS
C
C-----
```

```
WRITE(LW,1160)
WRITE(LW,1164)
DO 249 ILA=1,NUMNF
READ(LR,1084)NCA,FH,FV
WRITE(LW,1168)NCA,FH,FV
UX(NCA)=UX(NCA)+FH
```

```
249 UZ(NCA)=UZ(NCA)+FV
```

```
C-----
C
C   CALCULO DAS VARIACOES DE DESLOCAMENTOS
C
C-----
```

```
256 WRITE(LW,1138)
DO 264 I=NPNF,NANFE(NETA)
NP=NPFE(I)
VFD(2*NP-1)=FNEQ(2*I-1)+UX(NP)
264 VFD(2*NP)=FNEQ(2*I)+UZ(NP)
DO 280 I=1,NNLDPN
DO 280 J=1,NGLN
IF(IA(I,J),NE,0) GO TO 280
IB=NGLN*(NA(I)-1)+J
VFD(IB)=0.0
280 CONTINUE
DO 290 L=NPNF,NANFE(NETA)
NP=NPFE(L)
290 WRITE(LW,1127)NP,VFD(2*NP-1),VFD(2*NP)
NPNF=NANFE(NETA)+1
CALL DDELTA(S)
DO 294 NP=1,NUMNP
DISLOC(1,NP)=DISLOC(1,NP)+VFD(2*NP-1)
294 DISLOC(2,NP)=DISLOC(2,NP)+VFD(2*NP)
IF(NETA,NE,NTET) GO TO 303
WRITE(LW,1172)
```

```
WRITE(LW,1180)
DO 302 NP=1,NUMNP
IF(VFD(2*NP-1).EQ.0.,.AND,VFD(2*NP).EQ.0.) GO TO 302
WRITE(LW,1184)NP,DISLOC(1,NP),DISLOC(2,NP)
```

302 CONTINUE

```
-----
C
C      CALCULO DAS VARIACOES DE DEFORMACOES E DE TENSOES
C
C-----
```

303 CALL TENS(NELR)

```
IF(NETA.EQ.NTET) WRITE(LW,1188)
DO 304 NP=1,NUMNP
DFORM(1,NP)=DFORM(1,NP)+DEFOM(1,NP)
DFORM(2,NP)=DFORM(2,NP)+DEFOM(2,NP)
DFORM(3,NP)=DFORM(3,NP)+DEFOM(3,NP)
SIGX(NP)=SIGX(NP)-ZG(1,NP)
SIGZ(NP)=SIGZ(NP)-ZG(2,NP)
TAUXZ(NP)=TAUXZ(NP)-ZG(3,NP)
CALL TEPRIN (SIGX(NP),SIGZ(NP),TAUXZ(NP))
IF(NETA.NE.NTET) GO TO 304
IF(DEFOM(1,NP).NE.0.OR.DEFOM(2,NP).NE.0)WRITE(LW,1192)NP,
1DFORM(1,NP),DFORM(2,NP),DFORM(3,NP),SIGX(NP),SIGZ(NP),
2TAUXZ(NP),SIG1,SIG3,TMAX,ALFA,OMEGA
```

304 CONTINUE

```
IF(LC.EQ.7)WRITE(LC,1084)NP,X(NP),Z(NP),DISLOC(1,NP),
1DISLOC(2,NP),SIG1,SIG3,ALFA
IF(NEPCN.NE.2) GO TO 400
```

```
-----
C
C      MODIFICACAO DA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL
C      COM RELACAO A RUPTURA DO SOLO
C
C-----
```

```
WRITE(LW,1189)
DO 340 NE=1,NUMEL
KRUP=0
KONT=0
K7=IX(NE,9)
IF(K7.GE.15) GO TO 340
DO 313 N=1,8
KRP(N)=NPRUP(NE,N)
NP=IX(NE,N)
CALL TEPRIN(SIGX(NP),SIGZ(NP),TAUXZ(NP))
TAURUP=DSIN(FI(K7))*(COESAO(K7)/DTAN(FI(K7)))+
1(SIGX(NP)+SIGZ(NP))/2.)
IF(SIG1.LT.0..OR.SIG3.LT.0.) GO TO 308
IF(TMAX.GT.0..AND.TAURUP.GT.0.) GO TO 307
IF(TMAX.LT.0..AND.TAURUP.LT.0.) GO TO 307
GO TO 313
307 IF(SIGX(NP).GT.SIGZ(NP)) TAURUP=0.9*TAURUP
IF(TMAX.LT.TAURUP) GO TO 310
308 CONTINUE
GO TO (309,313,309),NPRUP(NE,N)
```

```

309 KRP=1
   KRP(N)=2
   WRITE(LW,1191) NE,N
   GO TO 313
310 IF(NPRUP(NE,N),NE,2) GO TO 313
   KRP=1
   KRP(N)=3
   WRITE(LW,1193) NE,N
313 CONTINUE
   IF(KRP,EQ,0) GO TO 340
314 KONT=KONT+1
   IF(KONT,EQ,1) GO TO 316
   DO 315 M=1,8
   NPRUP(NE,M)=KRP(M)
315 CONTINUE
316 CALL ISOPE(SEL)
   IF(KONT,EQ,2) GO TO 325
   DO 320 J=1,16
   DO 320 K=1,16
320 SE(J,K)=SEL(J,K)
   GO TO 314
325 DO 328 L=1,NNPE
   DO 328 K=1,NNPE
   DO 328 J=1,NGLN
   J1=NGLN*(IX(NE,L)-1)+J
   JE=NGLN*(L-1)+J
   DO 328 I=1,NGLN
   IB=NGLN*(IX(NE,K)-1)+I
   IE=NGLN*(K-1)+I
   JB=J1-IB+1
   IF(JB,LE,0) GO TO 328
   S(IB,JB)=S(IB,JB)-SE(IE,JE)+SEL(IE,JE)
328 CONTINUE
340 CONTINUE
400 IF(NETA,GE,NTET) GO TO 434

```

```

C-----
C
C   MODIFICACAO DA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL
C   COM RELACAO A CADA UMA DAS ETAPAS SUBSEQUENTES
C
C-----

```

```

   NEST=NETA
   WRITE(LW,1170)
402 NEST=NEST+1
   IF(NEST,GT,NTET)GO TO 228
   NERI=1
   DO 413 KN=1,NEST-1
   NERI=NERI+NELR(KN)
413 NERF=NERI+NELR(KN+1)-1
414 NE=NEIN(NERI)
   CALL ISOPE(SE)
   DO 415 L=1,NNPE
   DO 415 K=1,NNPE
   DO 415 J=1,NGLN

```

```

J1=NGLN*(IX(NE,L)-1)+J
JE=NGLN*(L-1)+J
DO 415 I=1,NGLN
IB=NGLN*(IX(NE,K)-1)+I
IE=NGLN*(K-1)+I
JB=J1-IB+1
IF(JB.LE.0) GO TO 415
S(IB,JB)=S(IB,JB)-SE(IE,JE)
415 CONTINUE
NERI=NERI+1
IF(NERI.LE.NERF) GO TO 414
NNDPNF=NNDPNF+NNIR(NEST)
DO 419 I=1,NNDPNF
DO 419 J=1,NGLN
IF(IA(I,J),NE.0) GO TO 419
IB=NGLN*(NA(I)-1)+J
DO 417 KJ=2,MBAND
417 S(IB,KJ)=0.0
DO 418 KAR=1,IB
JL=IB-KAR+1
IF(JL.GT,MBAND) GO TO 418
S(KAR,JL)=0.0
418 CONTINUE
S(IB,1)=1.0
VFD(IB)=0.0
419 CONTINUE

```

```

C-----
C
C   CALCULO DAS VARIACOES DE FORÇAS NODAIS EQUIVALENTES
C   EM CADA UMA DAS FRONTEIRAS SUBSEQUENTES DE ESCAVACAO
C-----

```

```

NPFEI=NPFE(NEST-1)+1
NPFEF=NPFE(NEST)
CALL DEFE(NPFEI,NPFEF,S)
DO 423 I=NPFEI,NPFEF
NP=NPFE(I)
FNEQ(2*I-1)=FNEQ(2*I-1)-DF(I,1)
FNEQ(2*I)=FNEQ(2*I)-DF(I,2)
423 WRITE(LW,1194)NP,DF(I,1),NP,DF(I,2)
GO TO 402
1000 FORMAT(15I5)
1002 FORMAT(15,3F16.12)
1004 FORMAT(18A4/5I5,2F15.8)
1008 FORMAT('1',////////,T25,'*****'
1'*****',/,
2T25,'*** ',72X,' ***',/,T25,'*** ',18A4,' ***',/,
3T25,'*** ',72X,' ***',/,T25,'*****'
4'*****'
5, /)
1012 FORMAT('1',//,T45,
1'*****',/,T45,
2'*** ***',/,T45,
3'*** DADOS DO PROBLEMA ***',/,T45,

```

```

4'***                               ***',/,T45,
5'*****',,,,,,T15,
6'NUMERO DE ELEMENTOS.....',I3,
7',T15,
8'NUMERO DE PONTOS NODAIS.....',I3,
9',T15,
*'NUMERO TOTAL DE ETAPAS.....',I3,
*',T15,
*'NEPCN = 0 ; 2 : ANALISE = LINEAR ; BI-LINEAR.....',I3,
*',T15,
*'NPSPS = 0 ; 1 : PARAMETROS = E-NI ; K-G.....',I3,
*',T15,
*'NUM. DE MAT. (ANALISE LINEAR OU BI-LINEAR).....',I3,
*',T15,
*'NUM. DE NOS NO CONTOURNO COM DESL. PRESCR. NULO(S)....',I3,
*',T15,
*'NUM. TOTAL DE NOS COM DESL. PRESCR. NULO(S).....',I3,
*',T15,
*'ESPESSURA DO ELEMENTO.....',
*F5.2,/)
1032 FORMAT(8F10,5)
1054 FORMAT('1',,,,,,T45,
1'*****',/,T45,
2'***                               ***',/,T45,
3'*** PARAMETROS PARA *****',/,T45,
4'*** ANALISE BI-LINEAR *****',/,T45,
5'***                               ***',/,T45,
6'*****',,,,,)
1056 FORMAT('1',,,,,,T45,
1'*****',/,T45,
2'***                               ***',/,T45,
3'*** PARAMETROS PARA *****',/,T45,
4'*** ANALISE LINEAR *****',/,T45,
5'***                               ***',/,T45,
6'*****',,,,,)
1057 FORMAT(T5,'NUMERO DO',T19,'MODULO DE',T36,'COEFICIENTE',
1T55,'PESO',T67,'COESAO',T78,'ANGULO DE',T92,'TIPO DO',/,
2T5,'MATERIAL',T19,'ELASTICIDADE',T36,'DE POISSON',T52,
3'ESPECIFICO',T79,'ATRITO',T92,'MATERIAL',/)
1058 FORMAT(I2,F15.5,F6.5,F9.5,F7.4,F5.2,9A4)
1060 FORMAT(SX,I4,6X,F15.5,6X,F7.2,8X,F9.5,5X,F7.4,6X,F5.2,7X,
19A4)
1076 FORMAT('1',,,T45,
1'*****',/,T45,
2'***                               ***',/,T45,
3'*** COORDENADAS DOS *****',/,T45,
4'*** PONTOS NODAIS *****',/,T45,
5'***                               ***',/,T45,
6'*****')
1080 FORMAT(/,T20,'PONTO NODAL',14X,'ORDENADA X  ORDENADA Z')
1084 FORMAT(I5,7F10.4)
1088 FORMAT(T20,I11,14X,F10.3,2X,F10.3)
1089 FORMAT(///,5X,'ERRO NO CARTAO DO PONTO NODAL NUMERO',I5)
1092 FORMAT('1',,,T45,

```

```

1'*****',/,T45,
2'***          ***',/,T45,
3'*** INCIDENCIA DOS *****',/,T45,
4'*** ELEMENTOS *****',/,T45,
5'***          ***',/,T45,
6'*****')
1096 FORMAT(/,T20,'ELEM. NO.',7X,'KI',4X,'KJ',4X,'KK',4X,'KL',
14X,'LI',4X,'LJ',4X,'LK',4X,'LL',2X,'MATERIAL',2X,'NPI',/)
1104 FORMAT(T20,I12,8I6,2I7)
1105 FORMAT(////,'          PONTOS NODAIS COM DESLOCAMENTO(S)',
1'PRESCRITO(S) NULO(S)          ',//)
1112 FORMAT('1',//,T45,
1'*****',/,T45,
2'***          ***',/,T45,
3'*** ESTADO INICIAL DE TENSOES          ***',/,T45,
4'***          ***',/,T45,
5'*****',//)
1114 FORMAT(T15,
1'COEF. DE EMPUXO NO REPOUSO - K0.',F9.4,/,T15,
2'COTA DO NIVEL DO TERRENO .....',F9.4,/,T15,
3'PESO ESP. NAT. DO SOLO .....',F9.4,/,T15,
4'COTA DO NIVEL DE AGUA .....',F9.4,/,T15,
5'PESO ESP. DA AGUA .....',F9.4,/,T15,
6'PESO ESP. SUB. DO SOLO .....',F9.4,/)
1116 FORMAT(/,T20,'PONTO NODAL',T40,' TENSÃO',T60,' TENSÃO',
1T80,' TENSÃO',/,T20,'          NUMERO',T40,' SIGMA-X',
2T60,' SIGMA-Z',T82,'CISALHANTE')
1124 FORMAT(T20,I11,T37,E11.4,T57,E11.4,T79,E11.4)
1126 FORMAT(1H1,/,15X,'FORÇAS NODAIS INICIAIS NA(S)',
1'FRONTEIRA(S) DE ESCAVACAO',/,14X,'PONTO NODAL          ',
2'FORÇA HORIZONTAL          FORÇA VERTICAL')
1127 FORMAT(18X,13,12X,F12.4,9X,F12.4)
1128 FORMAT('1',//,T45,
1'*****',/,T45,
2'***          ***',/,T45,
3'*** DADOS DA ETAPA EM EXECUCAO ***',/,T45,
4'***          ***',/,T45,
5'*****',//,T15,
6'ETAPA NUMERO.....',I3,/,T15,
7'NUMERO DE ELEMENTOS RETIRADOS.....',I3,/,T15,
8'NUMERO DE FORÇAS DE SUPERFICIE.....',I3,/,T15,
9'NUMERO DE CARGAS CONCENTRADAS.....',I3,/,T15,
*'NUM. ACUM. DE P. NODAIS DE FRONT.....',I3,/,T15,
*'NUM. DE NOS INTERNOS RETIRADOS.....',I3,//)
1132 FORMAT(14X,'ELEMENTOS RETIRADOS NESSA ETAPA',/)
1138 FORMAT(1H1,14X,'FORÇAS NODAIS NA FRONTEIRA DESTA ETAPA ',
1'DE ESCAVACAO',/,14X,'PONTO NODAL          FORÇA HORIZONTAL          ',
2' FORÇA VERTICAL')
1144 FORMAT('1',//,T45,
1'*****',/,T45,
2'***          ***',/,T45,
3'*** CARGAS DISTRIBUIDAS *****',/,T45,
4'***          ***',/,T45,
5'*****')

```

```
1148 FORMAT(T15,  
1'ELEMENTO NUMERO .....',I3,/,T15,  
2'FACE CARREGADA.....',I3)  
1156 FORMAT(/,2(2X,F15.5),3X,2(2X,F15.5),3X,2(2X,F15.5))  
1160 FORMAT('1',//,T45,  
1'*****',/,T45,  
2'***          ***',/,T45,  
3'*** CARGAS CONCENTRADAS ***',/,T45,  
4'***          ***',/,T45,  
5'*****')  
1164 FORMAT(T14,'PONTO NODAL CARREGADO',T35,'FORCA HORIZONTAL',  
1T55,'FORCA VERTICAL')  
1168 FORMAT(20X,I5,16X,F10.3,9X,4F10.3)  
1170 FORMAT(1H1,15X,'VARIACOES DE FORCAS NODAIS NA(S)',  
1'FRONTEIRA(S) SEGUINTE(S) DE ESCAVACAO',//)  
1172 FORMAT('1',//,T30,  
1'*****',/,T30,  
2'***          ***',/,T30,  
3'*** DESLOCAMENTOS - ESTADO DE DEFORMACAO PLANA ***',/,T30,  
4'***          ***',/,T30,  
5'*****',/)  
1180 FORMAT(/,T20,'PONTO NODAL',T50,'DESLOCAMENTO',T80,  
1'DESLOCAMENTO',/,T20,'NUMERO',T50,  
2'HORIZONTAL',T80,'VERTICAL')  
1184 FORMAT(T20,I11,T50,F12.8,T80,F12.8)  
1188 FORMAT(1H1,1X,3HNPN,3X,6HDEFOMH,6X,6HDEFOMV,6X,6HDISTHV,7X,  
14HSIGX,8X,4HSIGZ,8X,5HTAUXZ,7X,4HSIG1,8X,4HSIG3,8X,4HTMAX,  
27X,4HALFA,4X,SHOMEGA,//)  
1189 FORMAT(1H1)  
1191 FORMAT(10X,'ELEMENTO NUM.',I5,'CUJO PONTO NODAL',I5,  
1'ENCONTRA-SE NUMA REGIAO DE RUPTURA')  
1192 FORMAT(I4,9(1X,E11.4),2(1X,F8.3))  
1193 FORMAT(5X,'ELEMENTO NUM.',I5,'CUJO PONTO NODAL',I5,  
1'ENCONTRA-SE FORA DE UMA REGIAO DE RUPTURA')  
1194 FORMAT(20X,'DFH('',I3,'')=',F12.4,5X,'DFV('',I3,'')=',F12.4)  
434 CALL EXIT  
END
```

A P Ê N D I C E "B"

RESUMO DE ALGUMAS SOLUÇÕES CLÁSSICAS

RELATIVAS ÀS ABERTURAS SUBTERRÂNEAS

B.1 - RECALQUES DA SUPERFÍCIE - SOLUÇÃO DE LIMANOV

A previsão e controle dos movimentos num maciço, tornam-se fundamentais no projeto e construção de aberturas subterrâneas uma vez que esses movimentos podem causar grandes prejuízos nas regiões circunvizinhas à obra.

Durante a construção do metropolitano de Leningrado, Limanov (1957) desenvolveu algumas fórmulas empíricas para o tratamento dos deslocamentos do maciço. Este túnel, com seção transversal circular, foi aberto num solo argiloso de origem Cambriana, pelo processo em couraça.

Apesar da solução de Limanov prever os possíveis deslocamentos de qualquer ponto num maciço, neste trabalho são mencionados especificamente os recalques da superfície.

Na solução sugerida por Limanov duas hipóteses são assumidas:

- os recalques da superfície são considerados como deformações elásticas num espaço semi-infinito;
- é assumida uma pressão interna fictícia e uniformemente distribuída (\bar{p}), atuando no sentido radial da cavidade. Se um revestimento hipotético exercendo uma pressão \bar{p} sobre o maciço circunvizinho ocasiona um levantamento da superfície (figura B-1.1), considerando-se o problema inverso, uma pressão \bar{p} do maciço sobre um revestimento hipotético induzirá a mesma deformada, apenas com sinal oposto, a qual representará os recalques da superfície (figura B-1.2). A pres-

pressões vertical p_v e horizontal p_h no centro da abertura, o que corresponderia, no caso de tensões geostáticas, assumir a média aritmética entre as pressões verticais e horizontais ao longo da superfície exposta pela escavação. Dessa forma:

$$\bar{p} = \frac{p_v + p_h}{2} \quad (B-1.1)$$

onde, $p_v = \gamma Z_o$ (B-1.2)
 $p_h = K o p_v$

γ - peso específico do maciço,

Z_o - profundidade do centro da abertura,

K_o - coeficiente do empuxo no repouso $K_o = \frac{\nu}{1 - \nu}$,

ν - coeficiente de Poisson.

Os recalques da superfície provocados pela abertura de túneis, são estimados através das fórmulas de Limanov, dentro de uma determinada faixa dependendo do grau de aceitação dessas duas hipóteses, como verdadeiras.

Portanto, admite-se um maciço elástico linear, homogêneo e isotrópico e, uma abertura subterrânea com seção transversal circular de raio r a uma profundidade Z_o , em cuja fronteira de escavação atuará uma pressão uniformemente distribuída \bar{p} .

As deformações resultantes serão compostas por duas componentes. As componentes verticais representam os deslocamentos verticais de acordo com a primeira hipótese assumida na solução de Limanov.

O problema é analisado num sistema de coordenadas bipolares (Jeffery, 1920) e, neste caso o raio do círculo em torno de um dos polos é nulo (figura B-1.2).

Sejam δ_h e δ_v as componentes da deformação resultante nas direções x e z , respectivamente:

$$\delta_h = - \frac{(1+\nu) p r^2}{E} \left\{ \left[2(1-\nu) - (1-2\nu) \frac{Z_0}{a} \right] \frac{\sin \omega_1}{r_1} + \right. \\ \left. + \left[2(1-\nu) + (1-2\nu) \frac{Z_0}{a} \right] \frac{\sin \omega_2}{r_2} + \right. \\ \left. + \frac{z}{a} \left[(Z_0-a) \frac{\sin 2\omega_1}{r_1^2} - (Z_0+z) \frac{\sin 2\omega_2}{r_2^2} \right] \right\} \quad (B-1.3)$$

$$\delta_v = - \frac{(1+\nu) p r^2}{E} \left\{ \left[2(1-\nu) \frac{Z_0}{a} - (1-2\nu) \right] \frac{\cos \omega_1}{r_1} - \right. \\ \left. - \left[2(1-\nu) \frac{Z_0}{a} + (1-2\nu) \right] \frac{\cos \omega_2}{r_2} + \right. \\ \left. + \frac{z}{a} \left[(Z_0-a) \frac{\cos 2\omega_1}{r_1^2} - (Z_0+z) \frac{\cos 2\omega_2}{r_2^2} \right] \right\} \quad (B-1.4)$$

onde,

- ν - coeficiente de Poisson do maciço,
- p - pressão média no centro da abertura ,
- r - raio da abertura,
- E - módulo de elasticidade do maciço,
- Z_0 - profundidade do centro da abertura,

$$a = \sqrt{z_0^2 - r^2},$$

x, z - coordenadas de um ponto genérico do maciço,

$$r_1 = \sqrt{(z-a)^2 + x^2},$$

$$r_2 = \sqrt{(z+a)^2 + x^2},$$

$$\omega_1 = \arctg \frac{x}{z-a},$$

$$\omega_2 = \arctg \frac{x}{z+a}.$$

Limanov, a partir das equações B-1.3 e B-1.4, definiu o recalque máximo da superfície no eixo vertical de simetria do túnel, pela expressão:

$$\delta_{\max} = \frac{(1-\nu)^2 \bar{p} 4 r^2 z_0}{E (z_0^2 - r^2)} \quad (B-1.5)$$

B.2 - TENSÕES VERTICAIS ACIMA DE ABERTURAS SUBTERRÂNEAS

B.2.1 - SOLUÇÃO DE TERZAGHI

Essa teoria foi desenvolvida visando os problemas envolvendo solos não-coesivos (arenosos e secos) podendo ser estendida aos solos coesivos. De acordo com as condições reais do problema, é assumido um teor de umidade para o solo arenoso, garantindo uma coesão necessária para manter as paredes das pequenas galerias de avanço, na posição vertical.

A região do maciço arenoso afetada pela escavação sofre movimentos contínuos até que o escoramento temporário seja colocado. Esses deslocamentos são suficientes para provocar o desenvolvimento de uma série de planos de deslizamento caracterizando o estado de ruptura iminente. A largura B da parte do maciço que se movimenta é determinada tomando-se uma inclinação de $45^\circ + \phi/2$ para os planos de ruptura, associados ao empuxo no estado ativo. Dessa forma, tem-se:

$$B = b + 2 m \operatorname{tg} (45^\circ - \phi/2) \quad (B-2.1)$$

onde, b - largura da abertura subterrânea,
 m - altura da abertura subterrânea,
 ϕ - ângulo de atrito interno do maciço.

O deslocamento induzido é resistido pelo atrito que se desenvolve nos planos verticais de deslizamento, representados pelas verticais que limitam o elemento $B.dz$ (figura B-2.1). A resistência ao cisalhamento τ ao longo desses planos verticais, é dada pela expressão:

$$\tau = c + \sigma_h \operatorname{tg} \phi \quad (B-2.2)$$

c - coesão do maciço,

σ_h - tensão horizontal normal ao plano vertical de
deslizamento $\sigma_h = K_o \sigma_v$,

σ_v - tensão vertical,

K_o - coeficiente de empuxo no repouso.

O sistema de forças que atua no elemento $B.dz$, si
tuado a uma profundidade z , é dado por:

$$2 \tau dz + B(\sigma_v + d\sigma_v) = B\sigma_v + B \gamma dz \quad (B-2.3)$$

onde, γ - peso específico do maciço.

Substituindo a equação B-2.2 em B-2.3 e simpli
ficando, encontra-se:

$$2c dz + 2K_o \sigma_v dz \operatorname{tg} \phi + B d\sigma_v = B \gamma dz \quad (B-2.4)$$

dividindo ambos os membros da relação acima por $B.dz$, tem-se:

$$\frac{d\sigma_v}{dz} = \gamma - \frac{2c}{B} - 2K_o \sigma_v \frac{\operatorname{tg} \phi}{B} \quad (B-2.5)$$

Resolvendo-se a equação diferencial B-2.5 e, assu
mindo-se a condição de contorno $\sigma_v = \bar{q}$ para $z=0$, pode - se
escrever:

$$\sigma_v = \frac{B\left(\gamma - \frac{2c}{B}\right)}{2K_o \operatorname{tg} \phi} \left(1 - e^{-K_o \operatorname{tg} \phi \frac{2z}{B}}\right) + \bar{q} e^{-K_o \operatorname{tg} \phi \frac{2z}{B}} \quad (B-2.6)$$

onde, z - profundidade do elemento $B.dz$,

\bar{q} - carregamento na superfície do maciço.

A pressão vertical p_v acima de um túnel ($z = H$)
aberto num maciço não-coesivo ($c = 0$), pode ser obtida atra-

vês da expressão:

$$p_v = \frac{BY}{2K\cot\theta} \left(1 - e^{-K\cot\theta \frac{2H}{B}} \right) + \bar{q} e^{-K\cot\theta \frac{2H}{B}} \quad (B-2.7)$$

onde, H - distância da superfície ao teto da abertura subterrânea.

Terzaghi verificou que para um valor de $H > 2,5B$, nenhum arqueamento se processa nas camadas superiores de areia devido aos deslocamentos das camadas inferiores. Denominando a extensão de arqueamento por H_2 e a distância a partir de H_2 até a superfície do maciço por H_1 (figura B-2.2), a zona do maciço de altura H_1 pode ser considerada como sendo uma carga externa de valor $\bar{q} = \gamma H_1$. Portanto, a pressão vertical de um túnel aberto num maciço não-coesivo ($c = 0$) a grandes profundidades pode ser expressa por:

$$p_v = \frac{BY}{2K\cot\theta} \left(1 - e^{-K\cot\theta \frac{2H_2}{B}} \right) + \gamma H_1 e^{-K\cot\theta \frac{2H_2}{B}} \quad (B-2.8)$$

A medida que $H = H_1 + H_2$ aumenta, o valor de H_2 também aumenta e H_2 atingindo um valor em torno de $\frac{H}{5}$ a parcela $e^{-K\cot\theta \frac{2H_2}{B}}$ da equação B-2.8 tende para zero, resultando:

$$p_{v\text{máx.}} = \frac{BY}{2K\cot\theta} \quad (B-2.9)$$

A solução de Terzaghi pode ser estendida aos problemas envolvendo maciços coesivos quando p_v é obtida pela seguinte equação:

$$p_v = \frac{B\left(\gamma - \frac{2c}{B}\right)}{2K \operatorname{tg} \emptyset} \left(1 - e^{-K \operatorname{tg} \emptyset \frac{2H}{B}}\right) + \bar{q} e^{-K \operatorname{tg} \emptyset \frac{2H}{B}} \quad (\text{B-2.10})$$

O caso de $B < \frac{2c}{\gamma}$ indica o desenvolvimento de trações no maciço, acima da abertura subterrânea.

Pelas próprias concepções básicas em que se apoia, a solução de Terzaghi fornece resultados satisfatórios para os casos de túneis abertos em maciços granulares secos à profundidades $H \leq 3B$ (Széchy, 1973). Em maciços argilosos as tensões cisalhantes τ diminuem cerca de 30 a 50% com o tempo, ocasionando um aumento das pressões verticais $p_v = H\left(\gamma - \frac{\tau}{B}\right)$, sobre as aberturas subterrâneas (Goldstein e Viriumsky, 1954, citado por Széchy, 1973).

B.2.2 - SOLUÇÃO DE BIERBAUMER

De acordo com essa teoria, desenvolvida durante a construção dos grandes túneis Alpinos, a escavação subterrânea estará sob ação de uma carga limitada por uma parábola de altura $h = \alpha_1 H$ (figura B-2.3).

Na determinação do coeficiente de redução α_1 assume-se que, com a abertura do túnel, uma parte do maciço tende a deslizar para baixo ao longo de planos de ruptura inclinados de $45^\circ + \emptyset/2$ (figura B-2.4).

O peso do maciço deslizando é resistido pela força de atrito $2fE_A$, desenvolvida ao longo dos planos verticais de deslizamento dada pela expressão:

$$2fE_A = 2 \operatorname{tg} \emptyset \operatorname{tg}^2(45^\circ - \emptyset/2) \frac{H^2 \gamma}{2} \quad (\text{B-2.11})$$

onde, \emptyset - ângulo de atrito interno do maciço,
 γ - peso específico do maciço,
 H - distância da superfície ao teto da abertura subterrânea.

A pressão sobre o lado $B = b + 2m \operatorname{tg}(45^\circ - \emptyset/2)$ no topo da abertura subterrânea, assumindo-se para efeito de cálculo uma profundidade $\alpha_1 H$, será fornecida por:

$$P_v = \alpha_1 \gamma H \quad (B-2.12)$$

Considerando-se o diagrama representado na figura B-2.4, o valor de α_1 surge da seguinte dedução: pelo equilíbrio de forças,

$$F = \gamma H \left[b + 2m \operatorname{tg}(45^\circ - \emptyset/2) \right] - \gamma H^2 \operatorname{tg}^2(45^\circ - \emptyset/2) \operatorname{tg} \emptyset \quad (B-2.13)$$

a pressão vertical sobre uma superfície de largura unitária será:

$$P_v = \frac{F}{b + 2m \operatorname{tg}(45^\circ - \emptyset/2)}$$

ou

$$P_v = \gamma H \left[1 - \frac{H \operatorname{tg}^2(45^\circ - \emptyset/2) \operatorname{tg} \emptyset}{b + 2m \operatorname{tg}(45^\circ - \emptyset/2)} \right] \quad (B-2.14)$$

finalmente comparando as expressões B-2.12 e B-2.14 conclui-se que:

$$\alpha_1 = 1 - \frac{H \operatorname{tg} \emptyset \operatorname{tg}^2(45^\circ - \emptyset/2)}{b + 2m \operatorname{tg}(45^\circ - \emptyset/2)} \quad (B-2.15)$$

onde, b - largura da abertura subterrânea,
 m - altura da abertura subterrânea.

Os melhores resultados com a aplicação da fórmula de Bierbäumer, foram obtidos com aberturas executadas a grandes profundidades em maciços dispendo de elevada resistência ao cisalhamento, ângulo de atrito interno (Széchy, 1973).

A P Ê N D I C E "C"

RESULTADOS DE ANÁLISES PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS
DE UMA ESCAVAÇÃO A CÉU ABERTO NÃO ESCORADA

C.1 - EXEMPLO DE UMA ESCAVAÇÃO A CÉU ABERTO NÃO ESCORADA

Simulações de uma escavação vertical sem escoramentos, realizadas pelo Método dos Elementos Finitos (MEF), possibilitaram apreciações dos deslocamentos e das tensões desenvolvidas num maciço possuindo as seguintes características físicas:

- módulo de elasticidade, $E = 488,2 \text{ tf/m}^2$;
- coeficiente de Poisson, $\nu = 1/3$;
- coeficiente de empuxo no repouso, $K_0 = 0,5$;
- peso específico, $\gamma = 1,6 \text{ tf/m}^3$.

Através de análises elásticas lineares, é assumido um problema bi-dimensional de deformação plana, sendo também estabelecidas condições de contorno cuja representação é feita nas redes de elementos finitos utilizadas neste estudo (figuras C-1 e C-2).

Os efeitos da escavação observados através de uma rede elementos isoparamétricos quadráticos, foram anteriormente analisados por Chandrasekaran e King (1974) a partir de uma rede com elementos quadrilaterais de deformação linear.

A escavação é simulada pelo MEF em uma, duas, quatro, seis e oito etapas, cujos resultados estão sumarizados nas Tabelas C-1 e C-2. Estes estudos permitem comprovar a unicidade de solução, fundamentada teoricamente no princípio dos trabalhos virtuais (Ishihara, 1970). Pode-se afirmar que, a simulação sequencial de uma escavação tem uma única solução quando for assumido um modelo elástico linear independente do tempo. Nestes termos, uma escavação que na prática é realiza

da em múltiplos estágios, pode ser simulada em uma única etapa. Entretanto, na realidade os maciços possuem comportamentos tensão-deformação não-lineares e, neste caso os estados finais de deslocamentos e de tensões dependem das etapas intermediárias.

Os pontos escolhidos para apresentação dos resultados, estão representados nas figuras C-1 e C-2, ressaltando-se que, através da rede RCK os valores das tensões são fornecidos nos centros dos elementos quadrilaterais.

Chandrasekaran e King (1974) constataram diferenças desprezíveis entre as respostas das análises elásticas lineares, variando o número de etapas. Essas discrepâncias foram atribuídas, pelos referidos autores, às pequenas rigidezas dos elementos retirados pela escavação. As análises conduzidas utilizando a rede RPR comprovam esta justificativa, uma vez que as variações desaparecem completamente quando as contribuições de rigidez dos elementos escavados são eliminadas da estrutura global. Recentes pesquisas também verificaram tal afirmativa (Tsutsumi, 1975; Fujji, 1976).