



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO (UFRJ)
INSTITUTO DE ECONOMIA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS ECONÔMICAS

RAFAEL NEVES MONTEIRO

**“ESTUDO DE CASO DE DIFERENTES MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO NO
MODELO MERTON”**

RIO DE JANEIRO

2024

RAFAEL NEVES MONTEIRO

“ESTUDO DE CASO DE DIFERENTES MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO NO
MODELO MERTON”

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto de
Economia da Universidade Federal do Rio de Janeiro como
exigência para obtenção do título de Bacharel Em Ciências
Econômicas.

Orientadora: Professora Dra. Susan Schommer

RIO DE JANEIRO

2024

CIP - Catalogação na Publicação

N775e Neves Monteiro, Rafael
ESTUDO DE CASO DE DIFERENTES MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO
NO MODELO MERTON / Rafael Neves Monteiro. -- Rio de
Janeiro, 2024.
31 f.

Orientador: Susan Schommer.
Trabalho de conclusão de curso (graduação) -
Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto
de Economia, Bacharel em Ciências Econômicas, 2024.

1. Variância. 2. Risco de crédito. 3. Merton. 4.
Incerteza. I. Schommer, Susan, orient. II. Título.

RAFAEL NEVES MONTEIRO

“ESTUDO DE DIFERENTES ESTIMADORES DE VARIÂNCIA NO MODELO MERTON”

Trabalho de conclusão de curso apresentado
ao Instituto de Economia da Universidade
Federal do Rio de Janeiro, como requisito
para a obtenção do título de Bacharel em
Ciências Econômicas.

Rio de Janeiro, 26/04/2024.

SUSAN SCHOMMER - Presidente

Professora Dra. do Instituto de Economia da UFRJ

ALEXANDRE BARROS DA CUNHA

Professor Dr. do Instituto de Economia da UFRJ

DANIEL LEAL DE PAULA ESTEVES DOS REIS

Mestre em Economia Aplicada pela UFJF

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus. Agradeço a minha família, que sempre foi meu apoio emocional nesse percurso. Agradeço a Felipe Paiva, Breno Aroeira, Nathan Jardim, Antônia Jaeger, Allan Blanco e Luiz Madoreira, encarecidos amigos que fiz na UFRJ que me ajudaram no meu desenvolvimento acadêmico e profissional. Agradeço aos professores Daniel Reis e Gabriel Vasconcelos, por serem fontes de inspiração e estimularem minha busca por conhecimento. Agradeço a Bernardo Ferreira, meu chefe, que me ensinou tudo que sei sobre risco e ética de trabalho. Agradeço aos meus colegas de trabalho e estagiários que estiveram ao meu lado nos dias mais onerosos. Agradeço a todo corpo docente da UFRJ, que viabilizou minha trajetória acadêmica e profissional. Finalmente, gostaria de agradecer à professora Susan Schommer por, além de se mostrar diligente e paciente como orientadora, ter sido a pessoa que instigou meu percurso na carreira de risco de crédito.

RESUMO

O objetivo deste trabalho é testar a eficiência de duas diferentes metodologias para calcular probabilidade de default no Modelo Merton (Merton, 1974) aplicado em casos específicos de inadimplência, mensurando a acurácia do modelo de risco fazendo uso de diferentes métodos para estimar variância e valor de ativos. Por meio do uso de uma série histórica de valores de empresas abertas na bolsa de valores e seus respectivos níveis de dívida, coletados entre os anos de 2018 e 2023, o Modelo Merton possibilita estimar a probabilidade de default de uma companhia pela distribuição de diferentes probabilidades de trajetória de preços. A partir dessas amostragens, duas metodologias são aplicadas: assume-se que o valor dos ativos muda da mesma forma que preço das ações com uma variância estimada por GARCH ou valor dos ativos implícito é calculado pelo preço da ação com uma variância estimada por EWMA. O resultado da aplicação desses métodos é testado por meio de uma curva *cumulative accuracy profile* (CAP), que permite averiguar qual estimador de variância retorna os melhores ARs. A conclusão é que utilizar o modelo GARCH é mais preciso para calcular probabilidade de inadimplência com um ganho marginal de acurácia quando comparado ao EWMA.

Palavras-chave: Merton, default, Incerteza, Variância

ABSTRACT

The aim of this work is to test the accuracy of different methods to measure probability of default in Merton's Model (Merton, 1974) by assessing the accuracy of each risk model applied to default cases using different variance estimators and asset value while observing how each one fares compared to the other. By using a data series of publicly traded companies' stock value and its respective liabilities values acquired between the years 2018 and 2023, the Merton model allows one to estimate a company's probability of default expressing a distribution of price trajectories. With the data series obtained by stock price sampling, the following 2 methods shall be used: the assumption that asset value varies the same as stock price with variance estimated by GARCH or underlying asset value found in the stock price with variance estimated by EWMA. To measure the level of accuracy of each, the cumulative accuracy profile (CAP) curve was used, which allows to inspect which estimator returns the higher ARs. This work concludes that GARCH model is more accurate to compute probability of default at a marginal gain of accuracy when compared to EWMA.

Keywords: Merton, default, uncertainty, Variance

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Distribuição Normal no Modelo Merton	14
Figura 2 – Série de Probabilidade de Default Eternit	18
Figura 3 – Série de Probabilidade de Default Americanas	19
Figura 4 – Série de Probabilidade de Default Light	20
Figura 5 – Série de Probabilidade de Default Oi	21
Figura 6 – Teste Curva CAP	23

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Probabilidade de default de empresas inadimplentes	22
Tabela 2 – Probabilidade de default de empresas adimplentes	22
Tabela 3 – Resultados AR	23

ABREVIATURAS

AR – Accuracy Ratio

EWMA – Exponential Weighted Moving Average

CAP – Cumulative Accuracy Profile

FMI – Fundo Monetário Internacional

PD – Probability of Default

RJ – Recuperação Judicial

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	10
1. DEFINIÇÃO DO MODELO MERTON	11
1.1. O modelo Merton	11
2. METODOLOGIA	13
2.1. Default	13
2.2. Os estimadores	14
2.3. Valor do ativo	17
2.4. Horizonte temporal	17
3. RESULTADOS.....	22
4. CONCLUSÃO	24
5. REFERENCIAS	28

ANEXO I – Tabela pesos EWMA

ANEXO II – Probabilidade de default contrafactual

ANEXO III – Modelo Merton

INTRODUÇÃO

Análise de risco é um dos componentes mais importantes no âmbito de gestão de ativos financeiros; poder categorizar o perfil de risco de determinados ativos ou operações é uma etapa essencial do processo de *decision making* no mercado financeiro.

A compreensão de risco se torna, nesse contexto, importante como uma variável de incerteza que precisa ser analisada no processo de construção de portfólio dentro do mercado financeiro.

Uma vez que se entende a aversão a risco do investidor, é interessante pensar no portfólio como uma variável probabilística cujo valor varia de acordo com a forma com a qual o mercado reprecifica os retornos esperados dos ativos que compõem o portfólio em tempo real. Dessa maneira, os valores ativos se tornam uma ferramenta de estudo estatístico em que se permite estimar diferentes cenários de preços.

Ações são, nesse caso, interessantes objetos para análise de risco por serem um título financeiro amplamente disseminado, cuja liquidez e volume de comercialização facilitam o estudo de seu preço como variável estocástica. A visualização de possíveis tendências ou rumos que o valor do empreendimento subjacente pode representar permite fazer uso das ações para estipular, por exemplo, a probabilidade de uma empresa se tornar insolvente e, eventualmente, entrar em *default*, tal como Merton faria (Merton, 1974).

Foi a partir da natureza estocástica do percurso de preços de ações que Merton desenvolveu um modelo que permitiu observar as chances de uma empresa se tornar inadimplente com base no movimento histórico de preços de suas ações, a variância dos preços e dívidas totais da respectiva empresa; dados que são facilmente acessíveis em função da obrigatoriedade da publicação deles por decreto da lei 6404.

Apesar da facilidade de aquisição dos dados, a variância apresenta um desafio: enquanto mudanças de preços e dívida são variáveis observáveis, a variância é uma variável latente pode ser estimada por diferentes métodos.

O objetivo desse trabalho, portanto, seria procurar um modelo que retorna a estimação de variância com maior precisão para o modelo Merton para achar qual tratamento de dados permitiria ilustrar o risco de crédito de uma empresa da forma mais fidedigna.

Para elaborar esse estudo comparativo serão descritas diferentes formas de estimar a variância pelos seguintes métodos: GARCH (1,1), ARIMA – GARCH (1,1) e EWMA.

A variância estimada pelos modelos GARCH será aplicada para calcular a

probabilidade de default (PD) a partir da metodologia de Bharath (2004), onde o valor do ativo da empresa varia no mesmo valor de seu valor de mercado, permitindo simplificar o cálculo do modelo Merton. Variância estimada pelo EWMA, entretanto, será usada para calcular a PD da forma original com a qual Merton executou em seu trabalho, em que o valor dos ativos é uma variável implícita no valor de mercado de uma empresa e sua dívida podendo ser achada por meio da resolução de um sistema linear.

1. DEFINICAO DO MODELO MERTON

1.1. Modelo Merton

O modelo considera as seguintes premissas:

- Não há custos de transação
- Não há distribuição de dividendos

O modelo opera como um contrato de opção sobre os ativos de uma companhia. Sendo assim, a opção de compra é exercida somente se o valor de seus ativos excede o valor de sua dívida, uma vez que se seu volume de dívida for maior do que suas posses em ativos, a companhia fica com patrimônio líquido negativo e, no caso de vencimento da dívida no ponto de patrimônio líquido menor do que zero, a companhia entra em *default*.

Dessa maneira o modelo Merton tenta precificar a probabilidade de default com base na chance do equity da empresa analisada atingir um valor negativo. O valor de equity da companhia no tempo t pode ser definido como:

$$E_t = \max(V_T - D_t, 0)$$

em que

$$E_t = \text{Equity no tempo } T$$

$$V_t = \text{Valor dos ativos no tempo } T$$

$$D_T = \text{Valor da dívida no tempo } T$$

Se o valor for 0, a companhia entra em default.

O modelo de Merton define o valor de equity presente da seguinte forma:

$$E_0 = V_0 N(d_1) - D e^{-rT} N(d_2) \quad (1)$$

Onde

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{V_0}{D}\right) + \left(r + \frac{\sigma_v^2}{2}\right)T}{\sigma_v\sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_v\sqrt{T}$$

Em que N é a função de distribuição normal padrão acumulada, r é a taxa livre de risco e σ_v é o desvio-padrão do valor dos ativos.

O modelo Merton, como se observa pela equação (1), faz uso do Movimento Browniano para modelar o componente estocástico do preço das ações. O Movimento Browniano foi primeiramente descrito por Louis Bachelier em seu trabalho “Théorie de la Spéculation” (Louis, 1900), em que Louis trata o valor do preço de uma ação como uma variável dependente do tempo e seu valor no passado. Sprenkle (1961) incorporaria a ideia de uma variável dependente do horizonte temporal por meio da modelagem da dispersão do preço ao longo do tempo, em que a amostragem de mudanças de preços em uma série de ativos teria a configuração de uma distribuição log-normal. Futuramente Fischer e Scholes (Fischer & Scholes, 1973) usariam a modelagem de Sprenkle para desenvolver a precificação de opções.

O Movimento Browniano, no contexto de Merton, é representado pela função normal cumulativa observada em (1). A razão ativo (V_0) e dívida (D), portanto, será decisiva para definir o valor esperado do preço da ação e a variância, objeto de estudo deste trabalho, irá definir a curtose da distribuição normal.

Enquanto as variáveis dívida (D) e equity são observáveis, tanto a variável V_0 quanto σ_v não são. Dessa forma, para achá-las, Merton faz uso do lema de Itô, uma técnica que, por meio de expansão de Taylor de segunda ordem, permite explicar a variável de interesse, nesse caso valor dos ativos (V), como derivada do componente determinístico tempo (t), e o componente estocástico, referido como movimento Browniano. A partir do Lema de Itô, temos a seguinte equação (Dias, 2005):

$$\sigma_E E_0 = N(d_1) \sigma_v V_0 \quad (2)$$

O sistema das equações (1) e (2), permite achar σ_v e V_0 . Neste trabalho, a estimação do ativo e variância pelo sistema de equações será usado para estimar a variância e valor dos ativos no modelo EWMA.

Apesar de útil, o sistema de equações simultâneas é preterido por Crosbie e Bohn, que optam por precificar ativos de acordo com a variação do valor de mercado da companhia; eventuais depreciações ou apreciações de ativos são embutidas no preço da ação da companhia. Essa metodologia mais simples será aplicada no GARCH

O método tradicional, usado originalmente por Merton, busca encontrar a variância e valor dos ativos resolvendo o sistema de equações. Para este trabalho será usado o algoritmo de Newton Raphson, como no trabalho de Khoeler (Khoeler, 1982) com o modelo Black-Scholes. Pelo algoritmo Newton Raphson será possível achar o valor e variância dos ativos para cada dia. Trata-se do processo mais complexo, mas pode ser facilitado com o auxílio do pacote de python (numpy) que, ao utilizar o algoritmo Newton Raphson, permite calcular o E_0 por meio do método iterativo usando as seguintes séries históricas: preço da ação e dívida total.

O método mais simples, contudo, que trata o delta do valor dos ativos como o delta das ações da companhia, é demonstrado como crível por Bharath (Bharath, 2004). Sob essa metodologia, a variância dos ativos pode ser estimada como se fosse a variância do preço das ações. Para a estimação de GARCH, será usada essa metodologia simplificada para cálculo de PD.

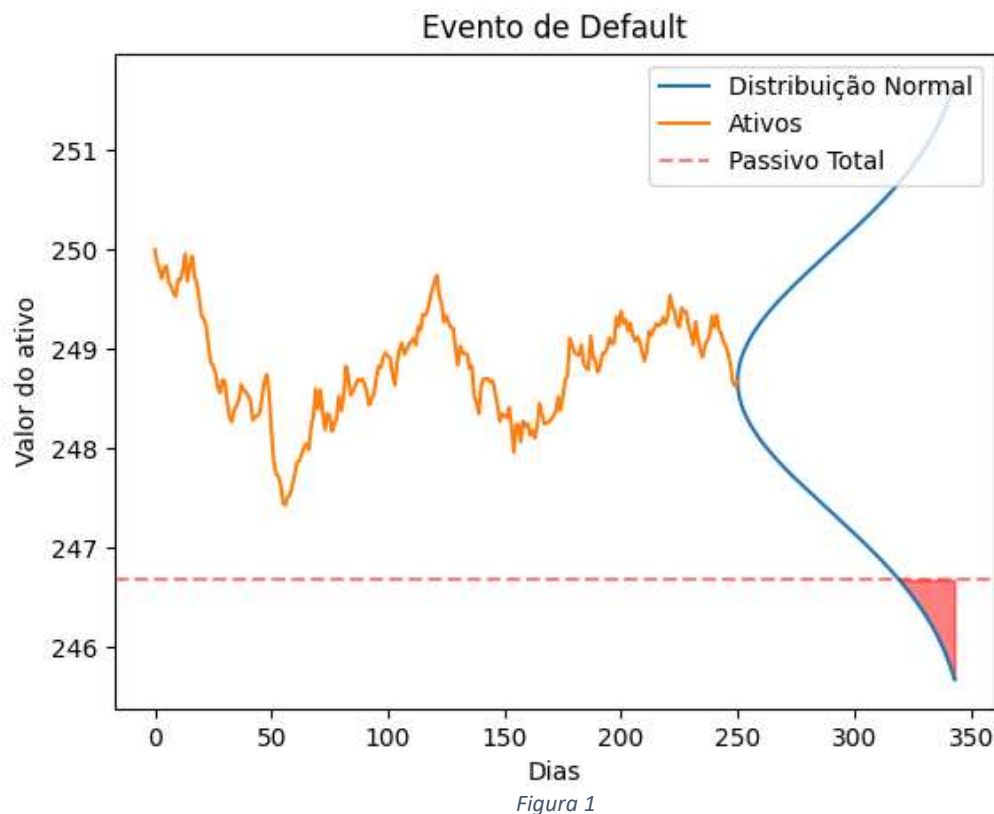
2. METODOLOGIA

2.1. Default

O modelo tradicionalmente define como default o momento em que o passivo de uma empresa excede a soma de seu patrimônio líquido com seus ativos, em outras palavras, trata-se do momento em que o patrimônio líquido se torna negativo. Desta forma, a probabilidade de default de uma empresa está diretamente ligada a sua razão entre passivo e ativo.

A distribuição normal que conseguimos auferir pela simulação de diversos movimentos brownianos permite visualizar as chances de ocorrer o evento no qual o valor dos ativos de uma companhia é menor do que o valor dos passivos.

No evento do valor dos ativos cruzar a linha vermelha tracejada, a empresa está em default. A distribuição normal nos permite avaliar a probabilidade desse evento acontecer:



A área ressaltada em vermelho, abaixo da linha tracejada, seria a probabilidade de default da empresa uma vez que a chance de default é dada pela probabilidade cumulativa definida pela integral do intercepto do passivo total na distribuição de valores do ativo. Dessa forma a relevância de estimar corretamente a variância do modelo se torna explícita: a variância vai determinar o formato da distribuição normal e, portanto, alterar o intercepto da distribuição com a linha de passivo total da empresa, levando a diferentes probabilidades de default.

2.2 Os estimadores de variância

Para estimar variância do equity serão usados os seguintes modelos: GARCH e EWMA. No caso GARCH, será replicado o método de precificação de opções usando a variância estacionária (Duan, 1995).

I. GARCH

O modelo GARCH é definido como:

$$\sigma^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i p_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma_{t-i}^2$$

Onde p é o preço da ação no dia t , σ^2 é a variância do preço da ação e q e p são as ordens do GARCH, que no estudo em questão será (1,1) devido a sua simplicidade e uso disseminado no meio de finanças. Adicionalmente, o GARCH (1,1) apresentou robustez nos testes de autocorrelação do resíduo e significância estatística para todos os casos estudados, com exceção da Oi, cuja autocorrelação residual relevante exigiu o uso de um ARIMA-GARCH. A variância usada no modelo GARCH será a *unconditional variance*, variância estimada pelo GARCH que, no longo prazo, converge em um único valor definido por:

$$\sigma^2 = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \beta_1}$$

Uma vez encontrada a *unconditional variance*, dentro do escopo do GARCH, aplica-se a premissa de Bharath: a variância e preço das ações caminha em consonância com os ativos, logo os choques sobre o valor das ações é igual sobre os ativos. Com as variâncias e preços dos ativos e equity, basta aplicá-los na equação (1) para achar a PD a partir do GARCH (1,1).

II. EWMA

EWMA, estimador mais simples, pode ser definido da seguinte forma:

$$\sigma_{t+1}^2 = (1 - \lambda) \sum_{i=0}^n \lambda^i r_{t-i}^2$$

Onde r seria o retorno da ação no dia e λ o peso dado aos retornos passados, que vão progressivamente caindo. Para fins de modelagem, considera-se $\lambda = 0,97$ com base nas recomendações da RiskMetrics (1996) para previsão de índices de equity.

O EWMA possibilita, então estimar variância de ações de forma simples do ponto de vista computacional, assemelhando-se ao GARCH salvo o componente autorregressivo e o erro. Entretanto, diferentemente do que está sendo feito com GARCH,

neste trabalho a variância e valor de ativos a serem aplicados na equação (1) serão obtidos pelo método iterativo de resolução de sistemas

A metodologia iterativa foi brevemente revelada na explicação do modelo Merton, quando mencionado o uso do lema de Ito para resolução do sistema linear de equações geradas pelas indefinições do valor e variância dos ativos.

A partir do lema de Ito, consegue-se criar um sistema de equações lineares com as equações (1) e (2), em que será usado o algoritmo Newton Raphson replicado no python para calcular o valor ótimo dos ativos e suas variâncias a partir da raiz desses sistemas.

O algoritmo de Newton Raphson é uma forma iterativa de achar resoluções para sistemas lineares a partir de um input inicial que, por meio da iteração de diferentes valores, o sistema converge em uma raiz.

Os primeiros inputs para iteração, x_0 e y_0 , são definidos da seguinte forma:

$$x_0 = E * i + K * p$$

$$y_0 = 0.1$$

Onde E é o valor de mercado da empresa, i o peso do valor de mercado, K é a dívida total da empresa e p o peso da dívida. Uma vez que a soma de dívida ao valor de mercado deveria ser uma aproximação do valor dos ativos, trata-se de uma aproximação adequada. Entretanto, como as equações (1) e (2) são um sistema linear de funções com variáveis que possuem múltiplas raízes, algumas das raízes potencialmente retornam resultados exorbitantes se o valor de x_0 não for calibrado pelos pesos i e p , especialmente para grupos alavancados. A seleção dos parâmetros i e p escolhida para cada grupo estudado foi colocado no anexo

Em contrapartida, $y_0 = 0.1$ se trata de uma escolha mais simples uma vez que, diferentemente do valor dos ativos, não possui uma divergência grande de ordem de grandeza.

Quando comparado ao Bharath, trata-se do estimador mais demandante do ponto de vista computacional por exigir o uso de milhares de iterações em cada ponto do espaço amostral estudado neste trabalho. Em contrapartida, se espera melhor performance do

EWMA resolvido pelo método iterativo relação ao GARCH simplificado pelo método Bharath.

2.3 Valor dos ativos

O valor dos ativos de uma companhia é uma variável publicada trimestralmente na divulgação dos resultados das empresas listadas na B3. Sua incidência trimestral, entretanto, é de menor frequência do que o valor diário de fechamento do preço das ações. Para sanar essa discrepância estima-se que diariamente, para o prazo de um ano, o ativo disponível no último release do trimestre analisado evolui igual ao preço da ação, como pelo método de Bharath usado no GARCH, ou resolvendo o sistema de equações (1) e (7) como no caso EWMA.

É importante ressaltar que a atualização trimestral da razão dívida ativo implica em eventuais choques de descontinuidade no cálculo da PD em casos de balanços que apresentem alta alavancagem, como nos casos de recuperação judicial a serem estudados. Assim como potencialmente podem revelar a queda de risco para empresas em recuperação judicial em fase de desalavancagem.

2.4 Teste dos estimadores

Para se testar os estimadores, serão analisadas empresas que entraram em processo de recuperação judicial e empresas cujas finanças estejam saudáveis; empresas inadimplentes estressarão o modelo Merton permitindo ver quais estimadores capturam melhor a precificação de risco de crédito. Em contrapartida, empresas que não têm contas problemáticas ou não estão na iminência de default deveriam apresentar a menor probabilidade de default.

Com base no trabalho do Fundo Monetário Internacional (FMI) para mensuração de risco de crédito (John & Timothy, 2012), será usada uma curva de *Cumulative Accuracy Profile* (CAP), para observar qual modelagem performa melhor em eventos de default e não default.

2.5 Horizonte temporal

As amostras utilizadas por esse trabalho são preços de fechamento diários de ações de companhias listadas compreendidos pelas datas entre os anos 2015 e 2023. Esse intervalo de anos captura eventos disruptivos, sendo o mais relevante deles a pandemia provocada pelo vírus COVID 19, que desencadeou uma sequência de cortes de preços de

equity devido ao clima de apreensão e aversão a risco que a crise sanitária provocou. É de se esperar, portanto, que o efeito de desconto sobre o valor de mercado das companhias crie um viés altista sobre as PDs nas amostras dos dias no ano de 2020.

ESTUDO DE CASO

ETERNIT

Eternit é uma empresa envolvida no setor de construção civil especializada na construção de telhas. Sua principal matéria prima era o amianto, que veio a ser proibido pelo STF em 2017. A proibição reforçada pela corte tornou sua estruturação produtiva obsoleta e fez definhar diversos investimentos na exploração de Amianto. Esse evento contribuiria para que Eternit perdesse o controle de suas dívidas e apelasse para recuperação judicial como única saída.

Em vista da evidência das causas que contribuíram para o descontrole da dívida da Eternit, torna-se interessante usá-la como controle para análise da PEC uma vez que temos o momento em que aconteceu a proibição do amianto e pedido de recuperação judicial.

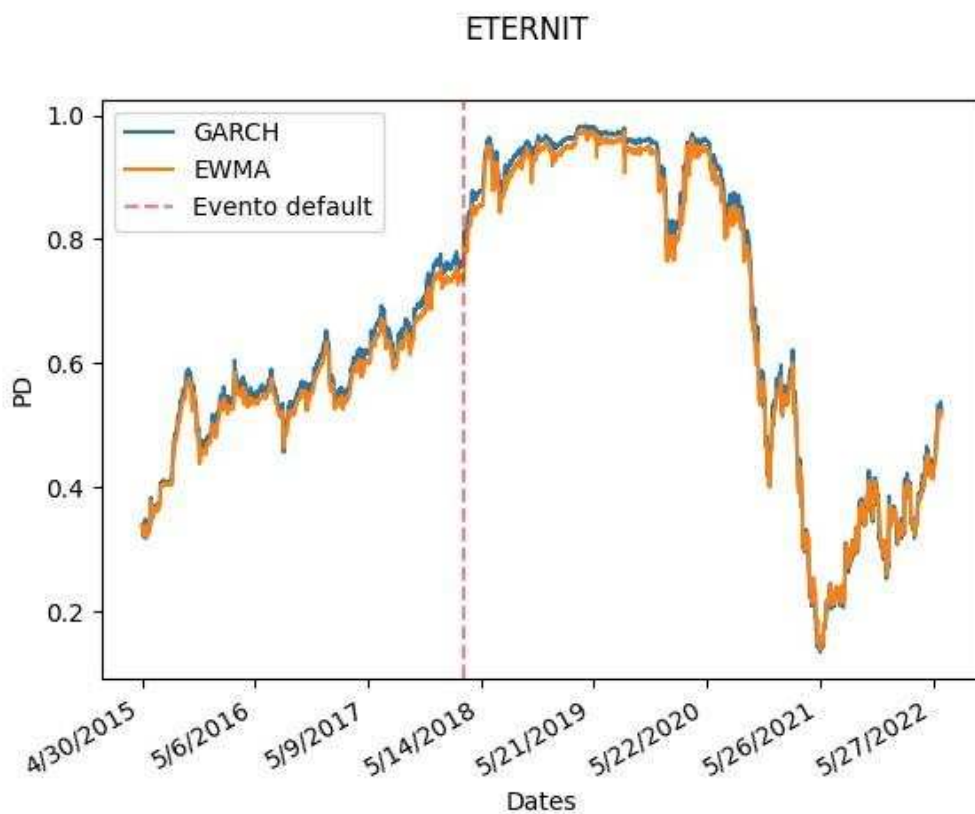


Figura 2

A linha vertical marca o dia 20 de março de 2018, quando Eternit pediu recuperação judicial. Nota-se que em 2017, ano em que o STF tornou pública a decisão de banir o amianto, gerou uma tendência crescente para a probabilidade de default da empresa, consequência do movimento dos investidores antecipando um corte no fluxo de caixa da empresa sobre o preço das ações; o aumento da variância e desvalorização das ações pressionam tanto GARCH(1,1) quanto EWMA.

É notável que tanto GARCH quanto EWMA possuem trajetórias semelhantes. Entretanto, GARCH apresenta um padrão mais errático, provavelmente fruto do componente heteroscedástico.

CASO AMERICANAS

No dia 20 de março de 2023 a empresa Lojas Americanas entrou com um pedido de recuperação judicial depois de uma denúncia da própria companhia da existência de erros contábeis que escondiam a dívida total da companhia. O evento causou um grande choque na precificação das ações, o que torna o estudo de caso interessante para fins de risco.

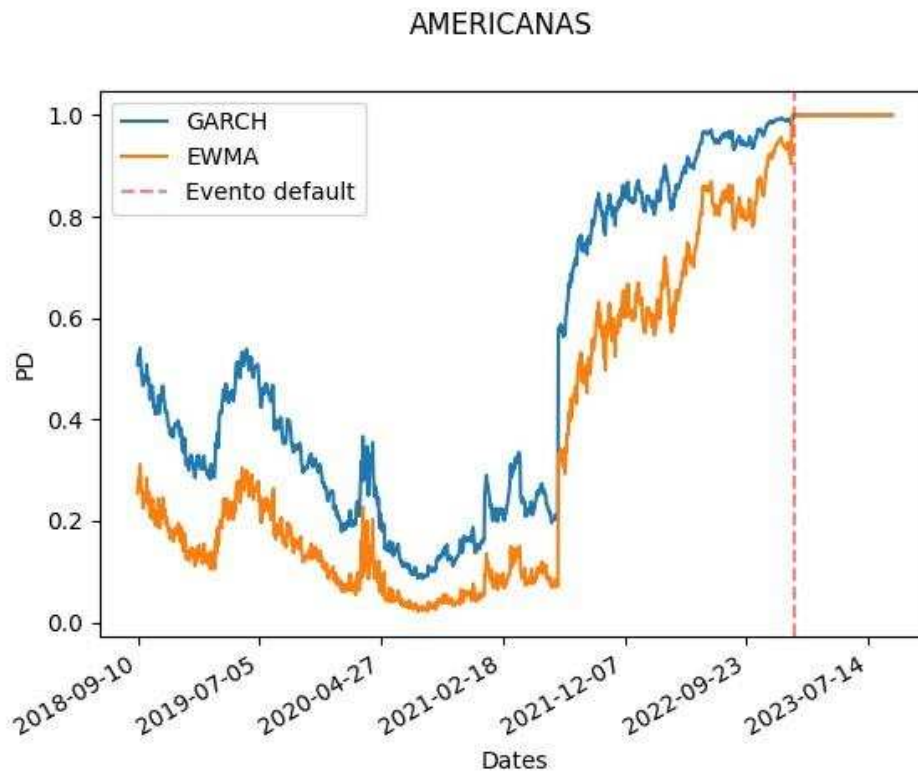


Figura 3

A linha vertical marca a data da descoberta das fraudes do balanço, marcado pela renúncia do presidente Sergio Rial no dia 17 de Janeiro de 2023.

Percebe-se que no segundo trimestre de 2021, em todos os modelos a PD salta para níveis maiores. Trata-se de um choque provocado pelo aumento do total de passivos, que saiu de 10,391 bilhões para 27,233 bilhões de reais. A companhia vinha colocando despesas de forfaiting como dívida com fornecedores, o que permitiu mitigar a dívida líquida financeira, mas no modelo Merton tal alocação não surte efeito uma vez que ambas dívidas financeiras e com fornecedores entram na conta passivo, que gera a PD.

CASO LIGHT

A Light, de todos os casos supramencionados, é o que teve o choque mais antecipado em função da ausência de um evento exógeno que deteriorasse as contas da companhia. A companhia vinha sofrendo um problema crônico de furto de energia que agravou sua geração de caixa.

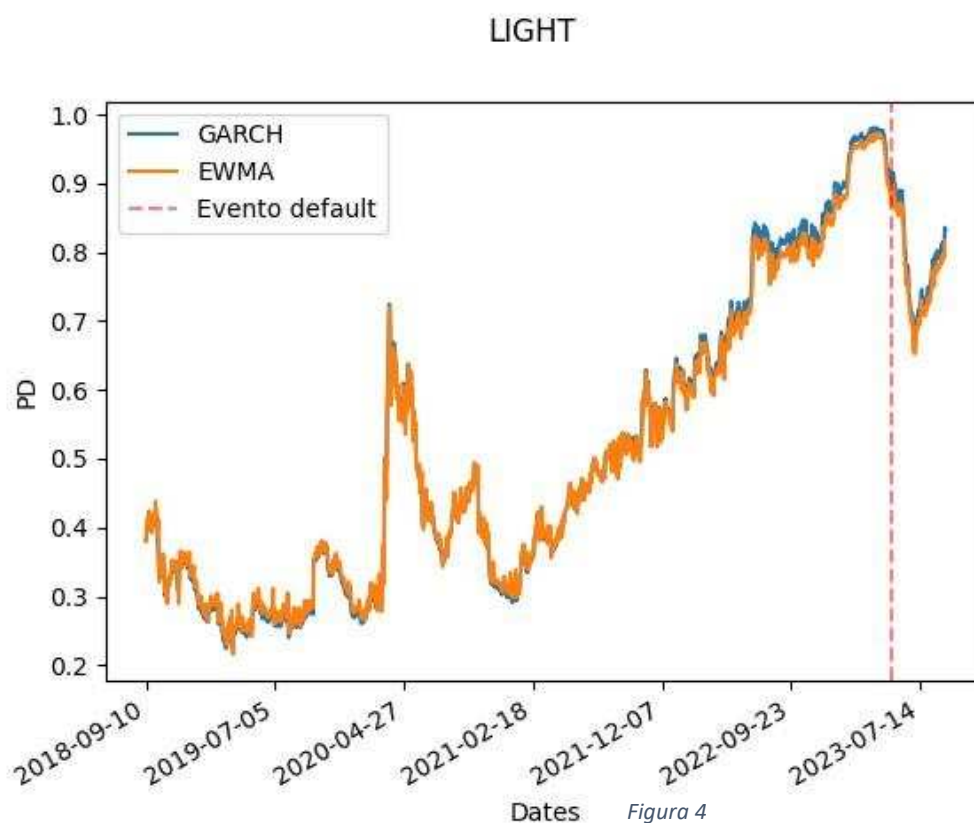


Figura 4

O pedido de recuperação judicial da Light, no dia 12 de maio de 2023, é marcado pela linha vertical vermelha e é precedida por uma evidente tendência de alta de PD em todos os modelos conforme a alavancagem da empresa continuamente aumenta fruto da

deterioração da geração de caixa, consequência dos furtos de energia presentes em locais classificados como de risco pela empresa.

A leve queda que precede o pedido de Recuperação judicial se deve a antecipação do mercado do resgate da empresa por meio de aportes de equity.

CASO OI

A Oi passou pelo maior pedido de recuperação judicial do Brasil. A empresa se alavancou severamente para fazer aquisições, mas com a tendência de abandono de telefonia fixa no Brasil a aposta nas aquisições não rendeu dividendos, levando a um efeito “bola de neve” sobre a dívida, que culminou em um pedido de recuperação judicial (RJ) em 2016 seguido por outro em 2023 depois que a empresa não conseguiu entrar em um acordo com os credores para evitar o congelamento das contas da empresa.

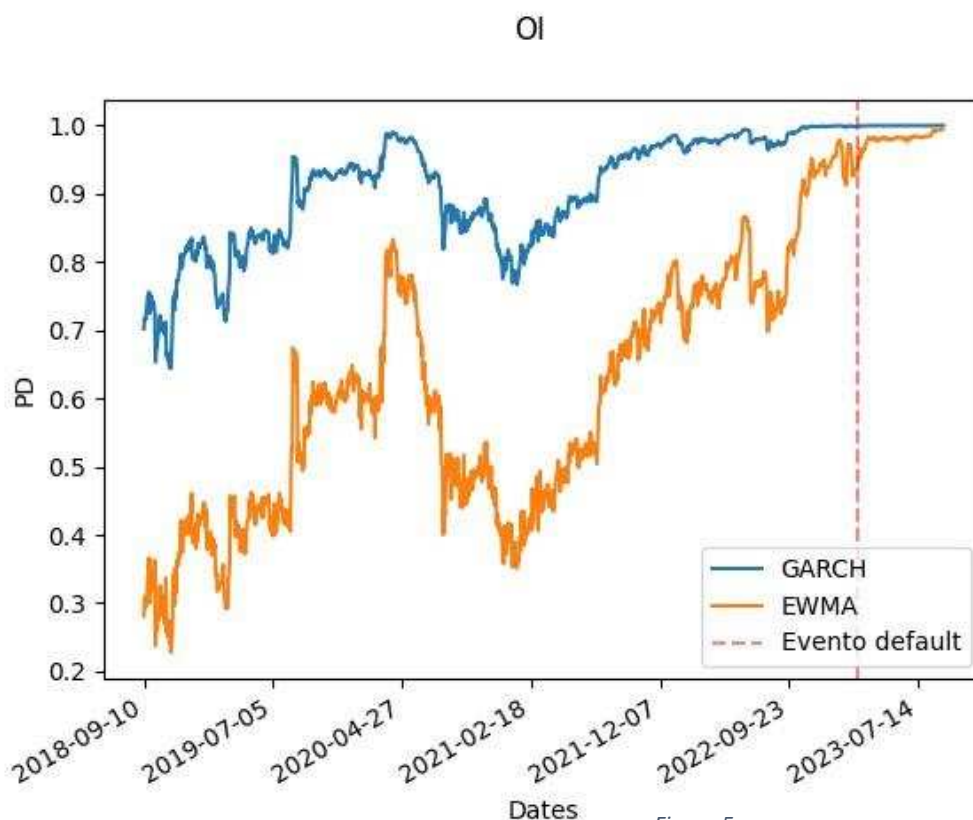


Figura 5

A Oi, em função de sua maior alavancagem e vulnerabilidade de ter vindo de um processo de recuperação judicial em 2016, apresenta um padrão gráfico de PD mais errático, especialmente no EWMA. No caso específico de Oi, o uso do GARCH (1,1) não foi robusto o suficiente para modelagem por rejeitar a hipótese nula no Ljung box. Desta forma, foi usado um ARIMA-GARCH, que retornou um ruído descorrelacionado.

No modelo GARCH, vale notar que, durante o período da crise sanitária do Covid, a PD salta o suficiente para sinalizar um default, entretanto, esse salto deve-se a depreciação implícita dos ativos que o mercado precifica em momentos de maior risco, algo característico da modelagem de Bharath (2008).

3. RESULTADOS

Com as PDs calculadas anteriormente, foram extraídas as médias diárias das PDs 1 ano dos seus respectivos eventos de default. Foi escolhido o espaçamento de 1 ano pois o modelo foi calculado tentando estimar a chance de inadimplência em 1 ano. Ao mesmo tempo, como controle, foram auferidas as PDs das seguintes companhias: Vale do Rio Doce, Petrobras, Vivo, Copel e Weg; empresas que não tiveram inadimplência e possuem um rating de crédito melhor e, portanto, apresentam uma oportunidade para controlar os falsos positivos do modelo. Desses grupos com finanças saudáveis, foram extraídas as PDs mais recentes tanto pelo GARCH (1,1) e ARIMA GARCH, no caso da Oi, quanto pelo EWMA para comparar com as PDs dos casos de default.

Agregando as médias de PDs 1 ano antes do default temos as seguintes estatísticas de PDs em cada modelo:

Grupo	GARCH	EWMA
Oi	89.21%	59.57%
AMERICANAS	80.22%	67.35%
ETERNIT	77.76%	76.14%
LIGHT	72.04%	70.82%

Tabela 1

Para o contrafactual observa-se a seguinte estrutura de PDs em empresas sem default:

Grupo	GARCH	EWMA
VALE	38.65%	31.30%
PETROBRAS	36.63%	33.28%
VIVO	30.32%	10.75%
COPEL	22.72%	12.48%
WEG	0.00%	0.08%

Tabela 2

Com base nesses números, podemos montar uma curva CAP para testar a acurácia de cada modelo:

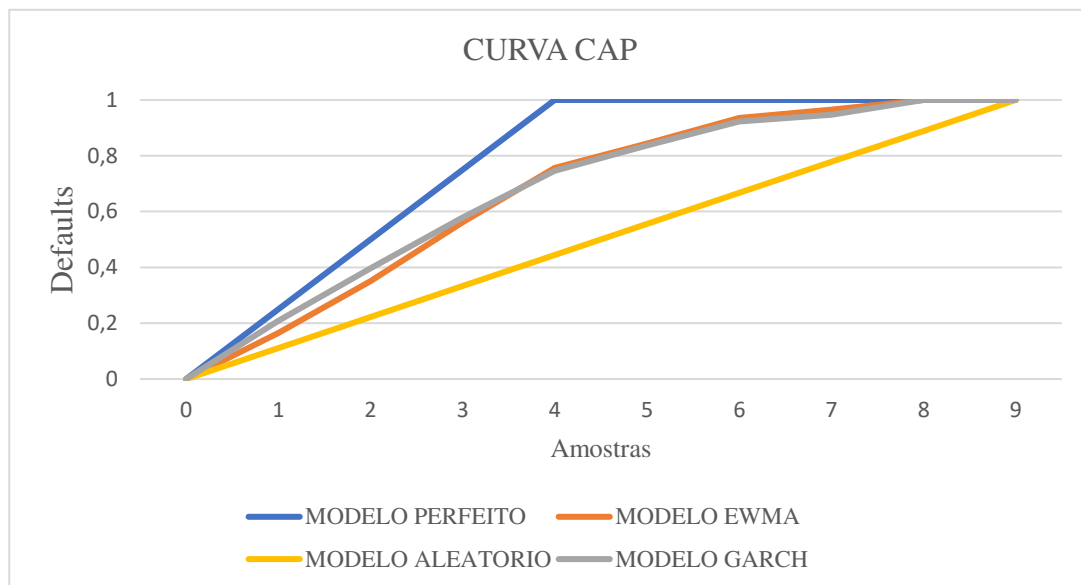


Figura 6

	GARCH	EWMA
AR	85.61%	84.64%

Tabela 3

O modelo GARCH com ativos estimados pelo método Bharat, em que a variação da ação é simétrica à variação de ativos, possui o maior Accuracy Ratio. Apesar de se tratar de um resultado em linha com o que foi apresentado por Bharat, trata-se de um resultado inesperado porque o poder computacional da otimização do valor dos ativos e pela resolução de sistemas no método de Merton tradicional, em valor de face, deveria induzir a um modelo de PD com uma responsividade maior. Adicionalmente, a solução do sistema de equações requer inputs iniciais cujos valores podem afetar a estimação final do valor do ativo e, portanto, a PD.

GARCH aplicado ao método Bharat, portanto, se torna uma metodologia preferível uma vez que sua simplicidade está acompanhada de maior precisão. Entretanto, as amostragens de casos em que não acontecem falência revelam que o GARCH tem uma incidência maior de falsos positivos, mas no caso VIVO a modelagem via ARIMA-GARCH se mostra muito mais responsiva a eventos de choque de risco. Pela análise gráfica das empresas em default, o componente heteroscedastico do GARCH gera ruídos maiores do que o EWMA em períodos de aumento de variância, o que faz com que o

GARCH capture tendencias de alta de PD mais rápido, com o trade off de superestimar a PD em casos de não default.

4. CONCLUSÃO

Quando se trata de análise de risco, o elevado volume de dados exigido para fazer estimações e elaborar cenários mantendo consistência demanda uma conciliação entre precisão e praticidade para produzir resultados de forma mais eficiente. Dessa maneira o GARCH com método de Bharath, se mostra mais atraente como um modelo conservador de precisão boa de baixo custo computacional mas com um viés de alta.

A observação dos gráficos de evolução da PD nos casos em que houve recuperação judicial mostra que, em muitos dos casos, GARCH e EWMA andam alinhados com a diferença que o primeiro modelo tem um maior carregamento de ruídos, enquanto o EWMA captura somente tendência pelo seu coeficiente λ .

Nos casos em que as PDs entre os modelos obtiveram discrepâncias maiores, se devem ao fato de terem sido usadas formas diferentes de estimar valor e variância de ativos.

Finalmente, em todas as modelagens neste trabalho analisadas, o modelo não discrimina o tipo de passivo dos grupos analisados; empresas com elevado passivo com fornecedores são penalizadas tal qual empresas com elevado passivo de crédito frente a instituições financeiras. Do ponto de vista de análise de crédito, é possível que essa falta de segmentação da dívida gere problemas de viés de alta para negócios que lidam com baixo giro de caixa e possuam muitos fornecedores, tal como distribuidores, por exemplo.

Outro ponto importante a se atentar no modelo é a limitação de se usar uma distribuição normal. Assim como aponta Crosbie (2003, p.18) no seu trabalho na moodys do modelo de default proprietário:

In addition, the Normal distribution is a very poor choice to define the probability of default. There are several reasons for this but the most important is the fact that the default point is in reality also a random variable. That is, we have assumed that the default point is described by the firm's liabilities and amortization schedule. Of course we know that this is not true. In particular, firms will often adjust their liabilities as they near default. It is

common to observe the liabilities of commercial and industrial firms increase as they near default while the liabilities of financial institutions often decrease as they approach default. The difference is usually just a reflection of the liquidity in the firm's assets and thus their ability to adjust their leverage as they encounter difficulties.

Apesar das ressalvas e potenciais melhoras, ambos GARCH com Bharat e EWMA com Merton tradicional possuem ARs elevados, com GARCH possuindo uma leve vantagem.

REFERÊNCIAS

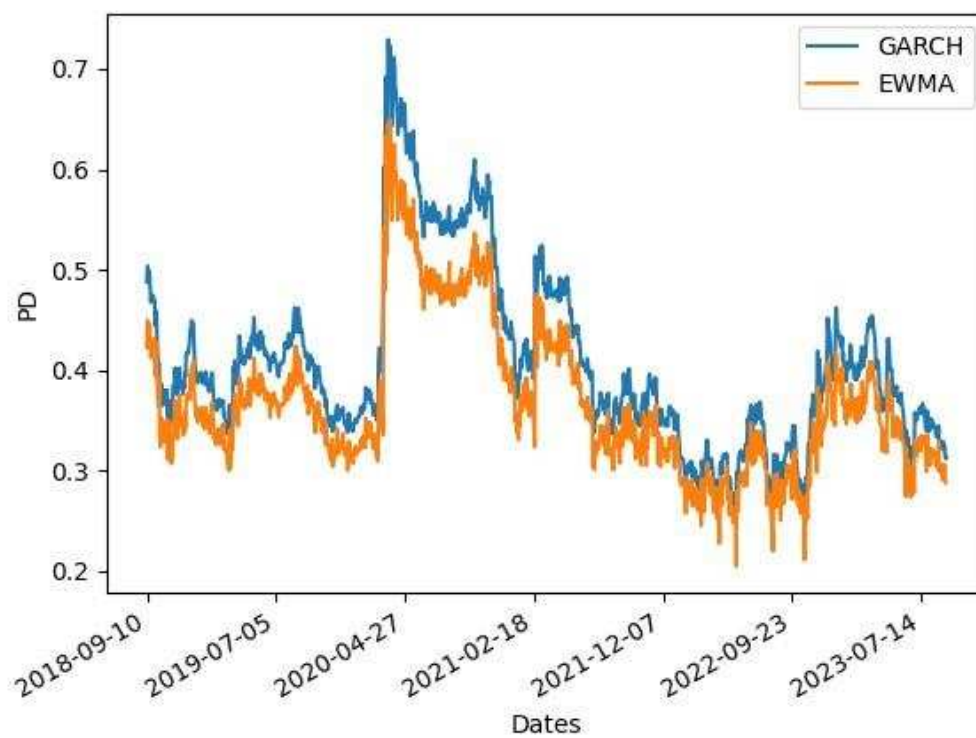
- BACHELIER, L. Théorie de la speculation. **Annales Scientifiques de l'École Normale Supérieure**, p. 21–86, 1900.
- BHARATH, S. T.; SHUMWAY, T. Forecasting Default with the KMV-Merton Model. **University of Michigan**, 2004.
- BHARATH, S. T.; SHUMWAY, T. Forecasting Default with the Merton Distance to Default Model. **Oxford University Press**, p. 1339–1369, 2008.
- Como o gato de luz “quebrou” a Light? Entenda. Disponível em: <<https://valor.globo.com/empresas/noticia/2023/05/13/como-o-gato-de-luz-quebrou-a-light-entenda.gh.html>>.
- CROSBIE, P.; BOHN, J. Modeling Default Risk. Moody's KMV. **Moody's KMV Company**, 2003.
- DIAS, M. A. G. **Análise de Investimentos com Opções Reais e Jogos de Opções**, 2005. Disponível em: <http://marcoagd.usuarios.rdc.puc-rio.br/pdf/or_ind2072_parte_3.pdf>
- DUAN, J.-C. The GARCH option pricing model. **Mathematical Finance**, p. 13–32, 1995.
- FELTRIN, R. TV paga “sangra” e perde mais 156 mil assinantes brasileiros em abril. Disponível em: <<https://www.uol.com.br/splash/noticias/ooops/2021/06/09/tv-paga-sangra-e-perde-mais-156-mil-assinantes-brasileiros-em-abril.htm>>.
- FINGER, C.; ATHAIDE, C. **RiskMetrics - Technical Document**. [s.l.: s.n.]. Disponível em: <<https://www.msci.com/documents/10199/5915b101-4206-4ba0-ae2-3449d5c7e95a>>.
- FISCHER, B.; SCHOLES, M. **The Pricing of Options and Corporate Liabilities**. **Journal of Political Economy**. [s.l.] The Pricing of Options and Corporate Liabilities. **Journal of Political Economy**, 1973.
- JOHN IRWIN, R.; IRWIN, T. C. **Does the CAP Fit Better than ROC?** 12-122: IMF Working Paper, 2012.
- MANASTER, S.; KOEHLER, G. The Calculation of implied Variances from the Black-Scholes Model: A Note. **The Journal of Finance**, p. 227–230, 1982.
- MERTON, R. C. On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates. **The Journal of Finance**, p. 449–470, 1974.
- SPRENKLE, C. M. Warrant Prices as Indications of Expectations. **Yale Economic Essays**, p. 25–46, 1961.
- TOLEDO, L. **A cegueira que levou a Eternit à recuperação judicial**. Disponível em: <<https://exame.com/negocios/a-cegueira-que-levou-a-eternit-a-recuperacao-judicial/>>.

ANEXO I

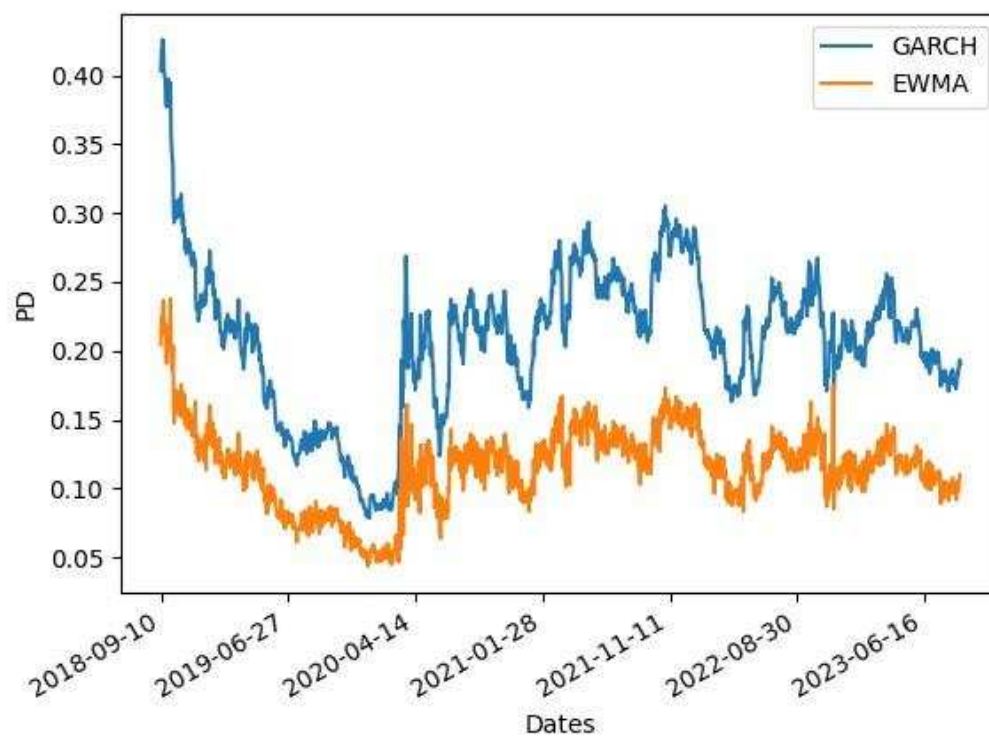
Grupo	i	p
PETROBRAS	0,05	0,7
WEG	0,05	0,7
VIVO	0,05	0,4
COPEL	0,05	0,9
VALE	0,08	0,9
LIGHT	0,05	0,5
ETERNIT	0,02	0,1
OI	0,05	0,5
AMERICANAS	0,015	0,4

ANEXO II

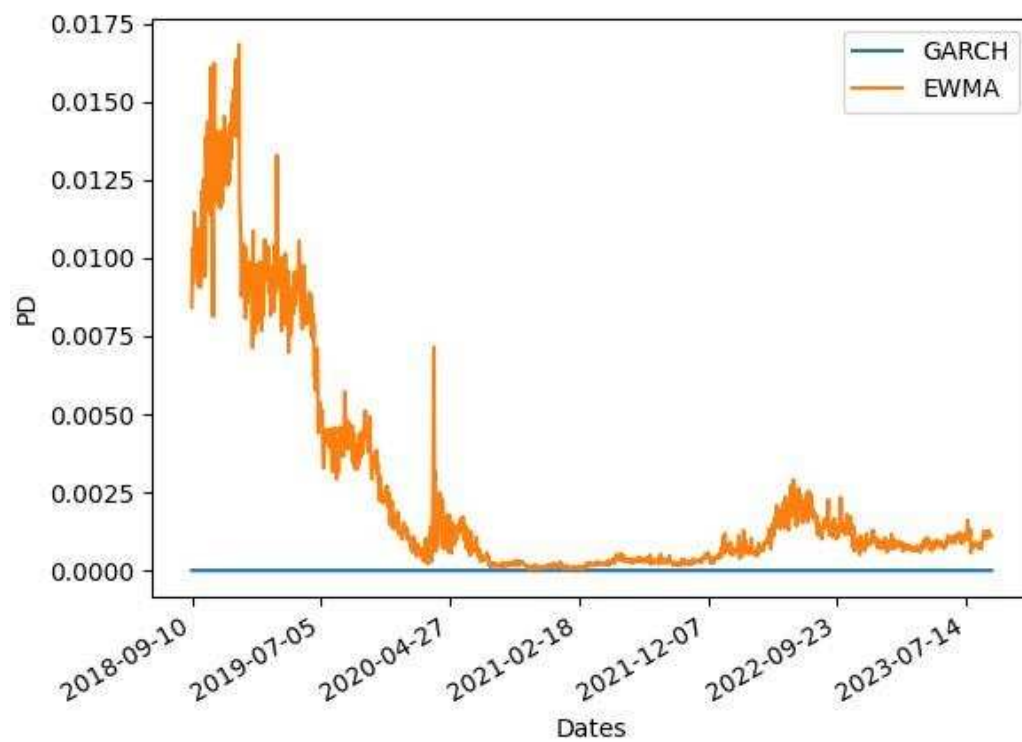
PETROBRAS



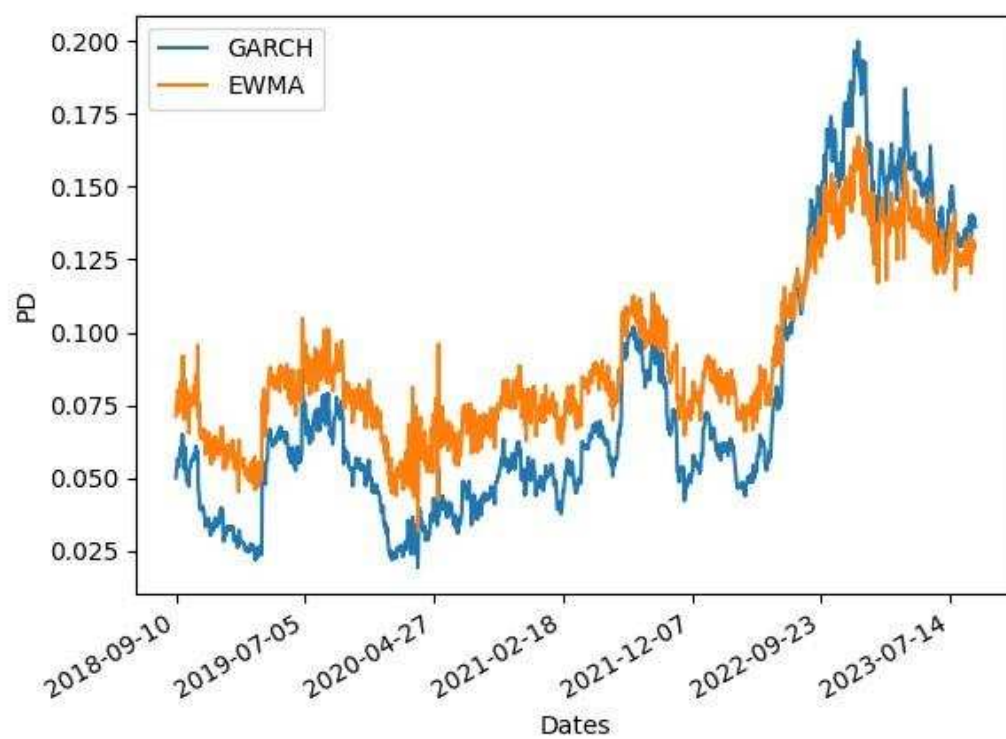
COPEL



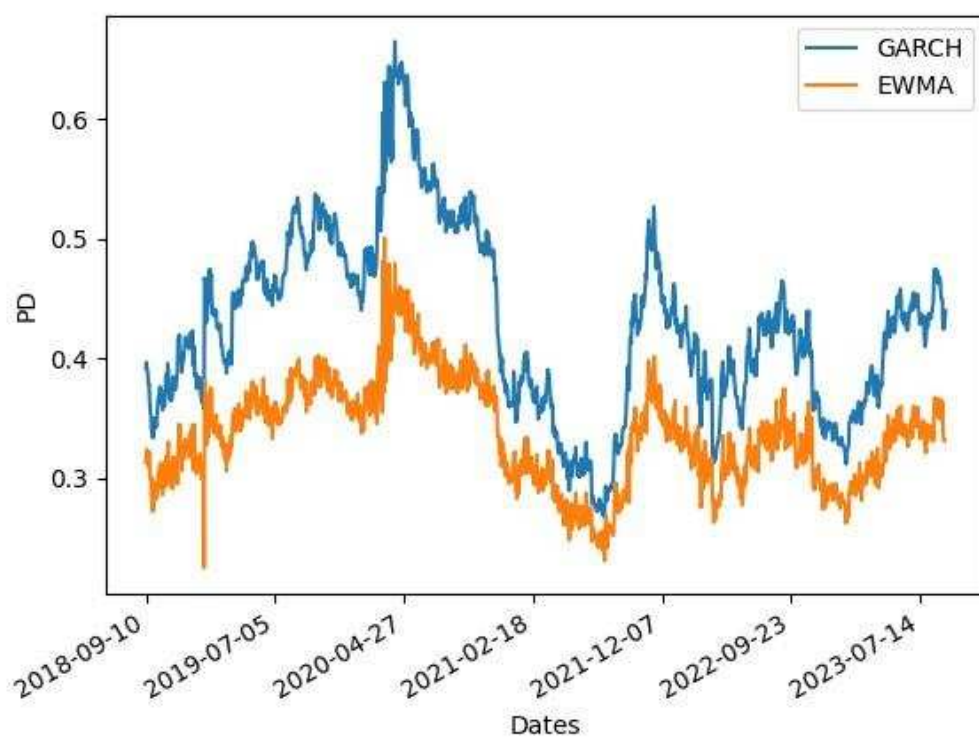
WEG



VIVO



VALE



ANEXO III

```
def MertonDefault(debt,asset,var,r,T,lista):
    for D,V in zip(debt,asset):
        PEC = (np.log(D/V)-(r-var/2)*T)/(np.sqrt(T)*np.sqrt(var))
        PD = NORMDIST(PEC)
        lista.append(PD)
```

```
for i,x in zip(data["Equity"],data["Liabilities"]):
    global K,S,T,r,σS
    S = i*peso_S
    K = x*peso_K
    r= 0.1
    T = 1
    σS = 0.1
    c = fmin(ImpliedMerton,[K+S,0.1])
    impl_asset.append(float("{:.2f}".format(c[0])))
    impl_vol.append(float("{:.2f}".format(c[1])))
```

```
def GARCH(data):
    model = arch_model(data,mean = 'zero',vol='GARCH',p=1,q=1)
    model_fit = model.fit()
    return(model_fit)
```

```
def MertonDefault_EWMA(debt,asset,var,r,T,lista):
    for D,V,VOL in zip(debt,asset,var):
        PEC = (np.log(D/V)-(r-VOL/2)*T)/(np.sqrt(T)*np.sqrt(VOL))
        PD = NORMDIST(PEC)
        lista.append(PD)
```