



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO  
Instituto de Física  
Licenciatura em Física

## Simulação Computacional do Interferômetro de Mach-Zehnder

Raphael Guimarães Pontes

Monografia submetida ao Curso de Licenciatura do  
Instituto de Física da Universidade Federal do Rio  
de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à  
obtenção do título de Licenciado em Física.

Orientador: Carlos Eduardo Aguiar

Rio de Janeiro  
Janeiro de 2016

# Simulação Computacional do Interferômetro de Mach-Zehnder

Raphael Guimarães Pontes

Orientador: Carlos Eduardo Aguiar

Monografia submetida ao Curso de Licenciatura do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Licenciado em Física.

Aprovada por:

---

Prof. Carlos Eduardo Aguiar (Presidente)

---

Prof. Alexandre Carlos Tort

---

Profa. Malena Osório Hor-Meyll

---

Prof. Marcelo Cordeiro Fonte Boa

Rio de Janeiro  
Janeiro de 2016

## FICHA CATALOGRÁFICA

P811s Pontes, Raphael Guimarães  
Simulação Computacional do Interferômetro de Mach-Zehnder / Raphael Guimarães Pontes. – Rio de Janeiro: UFRJ/IF, 2016.  
vii, 39 f. : il. ; 30 cm.  
Orientador: Carlos Eduardo Aguiar.  
Monografia (licenciatura) – UFRJ / Instituto de Física / Curso de Licenciatura em Física, 2016.  
Referências Bibliográficas: f. 38-39.  
1. Ensino de Física. 2. Mecânica quântica. 3. Simulação computacional. I. Aguiar, Carlos Eduardo. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Física. III. Simulação Computacional do Interferômetro de Mach-Zehnder.

## **Agradecimentos**

Ao meu orientador, professor Carlos Aguiar, por todo o tempo (que não foi pouco) dispensado pacientemente para as explicações e encaminhamentos necessários ao desenvolvimento deste trabalho.

Aos amigos, Rodrigo, Vinicius e Kainã, pelas dicas, auxílios e retiradas de dúvidas, muitas vezes em momentos inoportunos.

Aos professores do IF-UFRJ, com os quais tive o prazer de conviver durante os anos do curso de licenciatura e que moldaram parte do que sou atualmente.

E por fim, aos meus pais, irmãos, familiares e demais amigos, pelos subsídios financeiro e moral e por seu carinho e atenção.

## RESUMO

### Simulação Computacional do Interferômetro de Mach-Zehnder

Raphael Guimarães Pontes

Orientador: Carlos Eduardo Aguiar

Resumo da Monografia submetida ao Curso de Licenciatura do Instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Licenciado em Física.

O interferômetro de Mach-Zehnder é um instrumento ótico com o qual se pode discutir de maneira particularmente simples os aspectos ondulatórios e corpusculares da luz. Apresentaremos uma simulação virtual, desenvolvida por nós, deste interferômetro. A simulação ilustra experimentos de interferência e de “qual-caminho” no interferômetro virtual, mostrados de maneira a facilitar a compreensão da dualidade onda-partícula por estudantes de cursos introdutórios de física. Embora o foco seja o ensino médio, o programa também pode ser usado em cursos universitários de física básica. O programa de simulação foi escrito em HTML5/JavaScript e pode ser executado via internet (ou localmente) em praticamente qualquer computador que possua um navegador moderno. Isso inclui a maioria dos tablets e smartphones, o que aumenta consideravelmente as possibilidades de utilização didática da simulação. Em conjunto com a simulação, apresentaremos um roteiro para sua utilização em salas de aula do ensino médio.

Palavras chave: Ensino de Física, Mecânica quântica, Simulação computacional.

Rio de Janeiro  
Janeiro de 2016

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Princípios da mecânica quântica</b>	<b>3</b>
2.1	O princípio da superposição . . . . .	3
2.2	Grandezas físicas e operadores . . . . .	4
2.3	Amplitudes de probabilidade . . . . .	5
2.4	A redução do vetor de estado . . . . .	7
2.5	Princípio da incerteza . . . . .	7
2.6	A equação de Schrödinger . . . . .	8
<b>3</b>	<b>O interferômetro de Mach-Zehnder</b>	<b>11</b>
3.1	Fonte de luz clássica . . . . .	12
3.2	Fonte de fótons únicos . . . . .	13
3.2.1	Evolução unitária num semiespelho . . . . .	14
3.2.2	Evolução unitária no interferômetro . . . . .	16
3.2.3	Experimento de anticoincidência . . . . .	18
<b>4</b>	<b>Simulação computacional do interferômetro</b>	<b>21</b>
4.1	Descrição da simulação . . . . .	22
<b>5</b>	<b>Dualidade onda-partícula: uma sugestão para o ensino médio</b>	<b>26</b>
5.1	A evolução das ideias sobre a luz . . . . .	26
5.2	O interferômetro de Mach-Zehnder . . . . .	27
5.3	Interferência com luz “fraca” . . . . .	28
5.4	O experimento de anticoincidência . . . . .	28
5.5	A experiência de “qual-caminho” . . . . .	29
5.6	Bloqueio de um dos braços por um terceiro detector . . . . .	30
5.7	O testador de bombas de Elitzur-Vaidman . . . . .	30
5.8	Aplicação em sala de aula . . . . .	33

<b>6 Comentários finais</b>	<b>35</b>
<b>Referências bibliográficas</b>	<b>37</b>

# Capítulo 1

## Introdução

O presente trabalho descreve uma forma de apresentação a alunos do ensino médio de um tema pouco tratado nesse nível de ensino: a mecânica quântica. Nossa abordagem será focada num fenômeno básico associado à teoria quântica, a dualidade onda-partícula, que será discutida a partir de experimentos que podem ser realizados com um interferômetro de Mach-Zehnder.

Como não é fácil realizar esses experimentos fora de um laboratório avançado de ótica, o interferômetro de Mach-Zehnder será apresentado por meio de um aplicativo computacional que simula seu funcionamento. É possível encontrar uma quantidade razoável de simulações semelhantes na internet, como a desenvolvida na Universidade Federal do Rio Grande do Sul por Fernanda Ostermann e Sandra Prado [1, 2]. Outra ótima simulação do interferômetro de Mach-Zehnder está disponível no *Quantum Mechanics Visualisation Project*, da Universidade de St. Andrews [3, 4]. A maior parte das simulações mais antigas foram escritas em *Flash* ou *Java*, e por isso enfrentam problemas de compatibilidade com novos sistemas operacionais e dispositivos móveis como *tablets* e *smartphones*. A simulação desenvolvida na Universidade de St. Andrews não tem esse problema por ser baseada em *HTML5*, uma plataforma que permite criar programas compatíveis com qualquer computador ou dispositivo móvel que possua um navegador de internet moderno. Entretanto, esta simulação não tem uma versão em língua portuguesa e inclui aspectos matemáticos da mecânica quântica (vetores de



estado, matrizes de transição, etc.), o que a torna de difícil utilização em uma sala de aula do ensino médio brasileiro. Nosso programa de simulação do interferômetro de Mach-Zehnder também está baseado em *HTML5*, com codificação em *Javascript*. Além de estar em português, o programa não faz referência explícita ao formalismo matemático da mecânica quântica.

Esta monografia está organizada da seguinte maneira. No Capítulo 2 fazemos uma apresentação sucinta dos princípios da mecânica quântica. O objetivo aqui é apenas fixar as ideias e notação utilizadas na discussão do interferômetro, e não o de introduzir material a ser discutido com alunos do ensino médio. No Capítulo 3 descrevemos o interferômetro de Mach-Zehnder e seu funcionamento nos regimes clássico e quântico, visando professores familiarizados com os princípios básicos da mecânica quântica. No Capítulo 4 apresentamos a simulação computacional que desenvolvemos e descrevemos sua operação. Em seguida, no Capítulo 5, propomos um roteiro para a utilização da simulação em salas de aula do ensino médio, com ênfase na fenomenologia da dualidade onda-partícula. No Capítulo 6 apresentamos nossos comentários finais, incluindo possíveis desdobramentos para este trabalho.

## Capítulo 2

# Princípios da mecânica quântica

Neste capítulo trataremos dos conceitos básicos da teoria quântica, bem como mostraremos qual será a notação utilizada no decorrer do trabalho. Os conceitos serão apresentados como uma série de postulados. A organização que optamos por dar a esses postulados tem um grau de arbitrariedade, que parece inevitável tendo em vista a variedade de escolhas encontradas nos livros texto. Beck ressalta isso em seu livro [5], afirmando que nem todas as apresentações da mecânica quântica: “*concordam com o número de postulados [...] ou na sua ordenação*”. Como já dissemos, a discussão que será feita pretende apenas fixar ideias e notações, supondo que o leitor já possui conhecimentos básicos de mecânica quântica. Da mesma forma, conceitos e resultados de álgebra linear serão considerados como conhecidos.

### 2.1 O princípio da superposição

Nosso primeiro postulado, o *princípio da superposição*, pode ser apresentado da seguinte maneira. Os estados de um sistema físico são representados por vetores de um espaço vetorial complexo, o *espaço de estados*  $\mathcal{H}$ . Os elementos desse espaço – *os vetores de estado* – serão denotados como  $|\varphi\rangle, |\chi\rangle$  etc. O vetor de estado contém toda a informação observável sobre o sistema físico. O fato dos estados físicos serem representados por vetores e a linearidade do espaço de estados implicam no princípio da superposição: Se  $|\varphi\rangle$  e  $|\chi\rangle$

representam estados físicos do sistema, então o vetor

$$|\psi\rangle = \lambda |\varphi\rangle + \mu |\chi\rangle, \quad (2.1)$$

onde  $\lambda$  e  $\mu$  são números complexos, também representará um estado físico.

## 2.2 Grandezas físicas e operadores

As grandezas físicas observáveis (posição, momento linear, energia, momento angular etc.) são representadas matematicamente por operadores hermitianos que atuam no espaço de estados  $\mathcal{H}$ . Em outras palavras, para toda grandeza física  $\mathcal{A}$ , existe um operador  $A$  associado. Se um operador  $A$ , um vetor de estado  $|n\rangle$  e um número  $a_n$  satisfazem a equação,

$$A|n\rangle = a_n |n\rangle, \quad (2.2)$$

dizemos que  $|n\rangle$  e  $a_n$  são, respectivamente, um *autovetor* (ou *autoestado*) e um *autovalor* de  $A$ .

Nosso segundo postulado será o *princípio da quantização*: ao medir o valor da grandeza  $\mathcal{A}$ , só poderemos ter como resultado um autovalor do operador  $A$ . O fato de  $A$  ser um operador hermitiano implica em seus autovalores serem números reais, como é de se esperar do resultado de uma medida.

Um resultado importante da álgebra linear é que autovetores correspondentes a autovalores diferentes são ortogonais entre si (ignoraremos em nossa discussão a possibilidade de degenerescência, diferentes autovetores para o mesmo autovalor). O conjunto  $\{|n\rangle, n = 1, 2, 3, \dots\}$ , formado pelos autovetores normalizados de  $A$ , forma uma base ortonormal do espaço de estados  $\mathcal{H}$ . O número de elementos desse conjunto é igual a dimensão do espaço, que pode ser infinita.

Como os autovetores formam uma base ortonormal de  $\mathcal{H}$ , qualquer vetor  $|\varphi\rangle$  desse espaço pode ser escrito como

$$|\varphi\rangle = \sum_n c_n |n\rangle. \quad (2.3)$$

A componente  $c_n$  do vetor  $|\varphi\rangle$  na base  $\{|n\rangle\}$  é dada pelo produto escalar

$$c_n = \langle n|\varphi\rangle. \quad (2.4)$$

Substituindo (2.4) em (2.3) obtemos

$$|\varphi\rangle = \sum_n \langle n|\varphi\rangle |n\rangle,$$

que pode ser escrita como

$$|\varphi\rangle = \left( \sum_n |n\rangle \langle n| \right) |\varphi\rangle,$$

o que leva à *relação de completudeza*

$$I = \sum_n |n\rangle \langle n|, \quad (2.5)$$

onde  $I$  é o operador identidade.

A chamada *decomposição espectral* pode ser obtida multiplicando-se o operador  $A$  pela identidade:

$$A = AI = A \sum_n |n\rangle \langle n| = \sum_n A |n\rangle \langle n| = \sum_n a_n |n\rangle \langle n|,$$

de modo que o operador  $A$  pode ser escrito como

$$A = \sum_n |n\rangle a_n \langle n|. \quad (2.6)$$

## 2.3 Amplitudes de probabilidade

Nosso terceiro postulado, a *regra de Born*, trata do que podemos prever sobre uma medida da grandeza  $\mathcal{A}$ , quando o sistema está no estado  $|\varphi\rangle$ . Segundo essa regra, podemos prever apenas a *probabilidade* da medida de  $\mathcal{A}$  resultar num certo autovalor  $a_n$ . Se o vetor de estado está normalizado, essa

probabilidade é dada por

$$P(\varphi \rightarrow n) = |\langle n|\varphi \rangle|^2. \quad (2.7)$$

O produto escalar  $\langle n|\varphi \rangle$  é conhecido como *amplitude de probabilidade*; algumas vezes representaremos essa amplitude como  $a(\varphi \rightarrow n)$ .

De maneira mais geral, podemos enunciar a regra de Born em termos de dois estados quaisquer: se um dado sistema está no estado  $|\varphi\rangle$  e  $|\chi\rangle$  representa outro estado físico, a *amplitude de probabilidade*  $a(\varphi \rightarrow \chi)$  de uma medida achar o sistema no estado  $|\chi\rangle$  é

$$a(\varphi \rightarrow \chi) = \langle \chi|\varphi \rangle.$$

A probabilidade  $P(\varphi \rightarrow \chi)$  do sistema passar no teste  $|\chi\rangle$  é dada então por

$$P(\varphi \rightarrow \chi) = |a(\varphi \rightarrow \chi)|^2 = |\langle \chi|\varphi \rangle|^2.$$

Quando vários sistemas quânticos estão no mesmo estado  $|\varphi\rangle$ , dizemos que estes sistemas foram *preparados* neste estado. Ao realizarmos uma série de medidas da grandeza  $\mathcal{A}$ , se o número  $\mathcal{N}$  de medidas for muito grande, podemos obter experimentalmente a distribuição estatística dos resultados. Um parâmetro importante dessa distribuição é o *valor esperado* (ou *médio*). Podemos usar a regra de Born para prever o valor esperado  $\langle A \rangle_\varphi$  de  $\mathcal{A}$  no estado  $|\varphi\rangle$ :

$$\begin{aligned} \langle A \rangle_\varphi &= \sum_n P(\varphi \rightarrow n) a_n = \sum_n |\langle n|\varphi \rangle|^2 a_n = \\ &= \sum_n \langle \varphi|n \rangle a_n \langle n|\varphi \rangle. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Usando a relação de completeza (2.6) podemos escrever o resultado acima como

$$\langle A \rangle_\varphi = \langle \varphi|A|\varphi \rangle \quad (2.9)$$

onde o *elemento de matriz*  $\langle \varphi|A|\varphi \rangle$  representa o produto escalar  $\langle \varphi|(A|\varphi \rangle)$ .

## 2.4 A redução do vetor de estado

Vamos supor que o aparelho de medição da grandeza  $\mathcal{A}$  nos informa que o valor encontrado numa medida foi  $a_n$ , onde  $a_n$  é um dos autovalores de  $A$ . Para que essa medida tenha algum significado físico, seu resultado deve ser repetível, ou seja, uma segunda medição de  $\mathcal{A}$ , feita imediatamente após a primeira, deve necessariamente indicar o mesmo resultado numérico  $a_n$ . É claro que essa exigência só faz sentido se o sistema não tiver sido destruído pela primeira medida, como frequentemente acontece (por exemplo, um fotodetector típico absorve o fóton detectado e não permite uma segunda medida).

O argumento acima leva a uma conclusão importante: se o estado do sistema antes da primeira medida era dado pelo vetor  $|\varphi\rangle$ , após essa medida o estado será necessariamente  $|a_n\rangle$ , pois este é o único estado para o qual a probabilidade de uma segunda medida resultar em  $a_n$  será 100%. Portanto, ao longo do processo de medida o vetor de estado deve sofrer uma *redução* (também chamada de colapso ou projeção)

$$|\varphi\rangle \rightarrow |a_n\rangle.$$

## 2.5 Princípio da incerteza

Já vimos que o valor médio de uma grandeza  $\mathcal{A}$  no estado  $|\varphi\rangle$  é dado por

$$\langle A \rangle = \langle \varphi | A | \varphi \rangle.$$

Definiremos a incerteza no valor de  $A$  como sendo o *desvio padrão* das medidas que determinaram  $\langle A \rangle$ . A incerteza  $\Delta A$  será então a raiz quadrada da variância

$$(\Delta A)^2 = \langle (A - \langle A \rangle)^2 \rangle = \langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2 \quad (2.10)$$

onde a média  $\langle A^2 \rangle$  é calculada de maneira semelhante a  $\langle A \rangle$ :

$$\langle A^2 \rangle = \langle \varphi | A^2 | \varphi \rangle.$$

Se  $A$  e  $B$  são dois operadores hermitianos, correspondentes a duas grandezas físicas  $\mathcal{A}$  e  $\mathcal{B}$ , é possível demonstrar a *relação de incerteza* [5, 6]:

$$\Delta A \Delta B \geq \frac{1}{2} | \langle [A, B] \rangle |, \quad (2.11)$$

onde  $\langle [A, B] \rangle$  é o valor médio para o *comutador* entre os operadores  $A$  e  $B$ , definido por

$$[A, B] = AB - BA.$$

O comutador será diferente de zero se  $AB \neq BA$ . Nesse caso dizemos que  $A$  e  $B$  não comutam e que as grandezas  $\mathcal{A}$  e  $\mathcal{B}$  são *incompatíveis*, ou seja, não podem ser determinadas simultaneamente com precisão arbitrária. A relação de incerteza limita o conhecimento que podemos ter sobre duas grandezas incompatíveis: quanto menor a incerteza  $\Delta A$  maior será  $\Delta B$ , e vice-versa.

## 2.6 A equação de Schrödinger

Discutimos até agora os vetores de estado em um instante de tempo fixo, ou sua mudança devido à realização de uma medida. No entanto o estado de um sistema físico muda mesmo quando este não é objeto de uma medida e é importante que estudemos a maneira como se dá esta evolução no tempo. Para tal, consideraremos nosso vetor de estado como explicitamente dependente do tempo:  $|\varphi(t)\rangle$ . A equação que rege a evolução temporal desse vetor é a *equação de Schrödinger*:

$$i\hbar \frac{d|\varphi(t)\rangle}{dt} = H |\varphi(t)\rangle, \quad (2.12)$$

onde  $H$  é um operador hermitiano, o *hamiltoniano* do sistema, que está associado à sua energia.

A equação de Schrödinger é de primeira ordem no tempo e sua evolução é determinística. Dado o vetor  $|\varphi(t_0)\rangle$  em  $t = t_0$ , a evolução de (2.12) nos dá  $|\varphi(t)\rangle$  para qualquer tempo posterior  $t > t_0$ , desde que se saiba o hamiltoniano.

A aplicação de (2.12) em um sistema quântico se dá após a realização de uma medida que determina o vetor de estado inicial de nosso sistema e antes de se realizar a medida de uma segunda grandeza física que nos interesse. No momento em que se realiza esta segunda medida, a evolução do vetor de estado já não é mais governada por leis determinísticas, e passa a seguir a regra de Born descrita anteriormente.

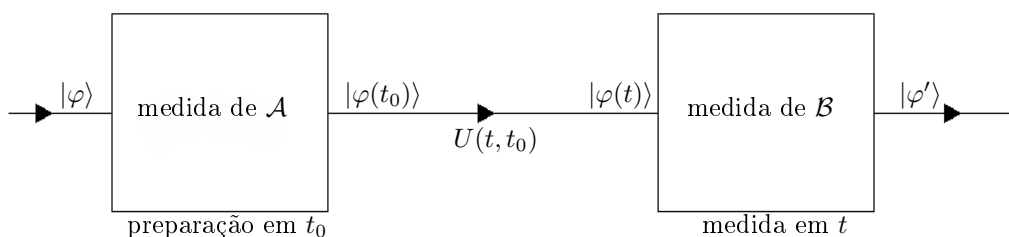


Figura 2.1: Preparação e medida em um sistema quântico, em uma adaptação de [6].  $U(t, t_0)$  é o operador evolução unitária.

O estado vetor  $|\varphi(t)\rangle$  pode ser considerado como o resultado de uma transformação de  $|\varphi(t_0)\rangle$ , dada pela aplicação de um operador unitário  $U(t, t_0)$ , chamado de *operador de evolução*:

$$|\varphi(t)\rangle = U(t, t_0) |\varphi(t_0)\rangle. \quad (2.13)$$

A equação de Schrödinger implica no operador de evolução obedecer à equação

$$i\hbar \frac{dU(t, t_0)}{dt} = HU(t, t_0). \quad (2.14)$$

Se o hamiltoniano  $H$  for independente do tempo, a solução dessa equação será o operador

$$U(t, t_0) = \exp[-iH(t - t_0)/\hbar]. \quad (2.15)$$

Como o operador  $U$  é unitário ( $U^\dagger U = UU^\dagger = I$ ), dizemos que a evolução temporal do vetor de estado é uma *evolução unitária*. Essa unitariedade tem três consequências importantes:

- A evolução é linear:

$$|\varphi_1(t_0)\rangle + |\varphi_2(t_0)\rangle \rightarrow U(t, t_0) |\varphi_1(t_0)\rangle + U(t, t_0) |\varphi_2(t_0)\rangle = |\varphi_1(t)\rangle + |\varphi_2(t)\rangle$$



- O produto escalar é conservado:

$$\langle \varphi_1(t) | \varphi_2(t) \rangle = \langle \varphi_1(t_0) | U^\dagger(t, t_0) U(t, t_0) | \varphi_2(t_0) \rangle = \langle \varphi_1(t_0) | \varphi_2(t_0) \rangle$$

- A norma do vetor de estado é conservada:

$$\|\varphi(t)\|^2 = \langle \varphi(t) | \varphi(t) \rangle = \langle \varphi(t_0) | \varphi(t_0) \rangle = \|\varphi(t_0)\|^2$$

Essas propriedades não são independentes umas das outras. Elas foram destacadas porque serão essenciais à nossa discussão do interferômetro de Mach-Zehnder, que será realizada no próximo capítulo.

## Capítulo 3

# O interferômetro de Mach-Zehnder

Neste capítulo apresentaremos o interferômetro de Mach-Zehnder, o instrumento que é a base deste trabalho. Esse interferômetro foi proposto de maneira independente por Ludwig Zehnder em 1891 e Ludwig Mach em 1892. Sua versatilidade fez com que fosse um aparato útil tanto no regime clássico, onde os feixes luminosos podem ser tratados a partir da teoria ondulatória de Maxwell, quanto no regime quântico, quando apenas um fóton por vez incide no instrumento.

O arranjo básico do interferômetro de Mach-Zehnder faz uso de uma fonte emissora de luz, dois semiespelhos (espelhos semitransparentes), dois espelhos e dois detectores (ou simples anteparos), onde é possível registrar a incidência de luz. Podemos ver um exemplo desta montagem na Figura 3.1. O feixe vindo da fonte incide sobre o primeiro semiespelho,  $SE_1$ , onde é dividido em dois feixes secundários, 1 e 2. Esses feixes são dirigidos pelos espelhos  $E_1$  e  $E_2$  na direção do segundo semiespelho,  $SE_2$ , onde são recombinados em dois outros feixes. Essa recombinação pode dar origem a interferência construtiva ou destrutiva entre as ondas superpostas, e as intensidades luminosas resultantes são registradas nos detectores  $D_1$  e  $D_2$ .

Consideraremos que os espelhos são perfeitamente refletores e que os semiespelhos refletem 50% da intensidade incidente, transmitindo os 50% restantes. Os semiespelhos serão considerados simétricos, com as mesmas propriedades (inclusive defasagens) em suas duas superfícies de incidência, o

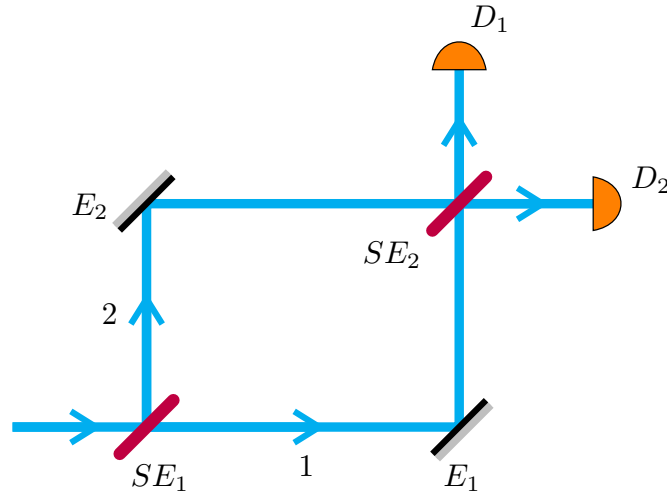


Figura 3.1: O interferômetro de Mach-Zehnder.  $SE_1$  e  $SE_2$  são semiespelhos,  $E_1$  e  $E_2$  são espelhos, e  $D_1$  e  $D_2$  são fotodetectores. Os braços inferior e superior do interferômetro são chamados de 1 e 2, respectivamente.

que nem sempre ocorre na prática [8]. Iremos supor que a reflexão por qualquer um dos lados do semiespelho dará origem a uma defasagem de  $\pi/2$  da onda refletida em relação à incidente, e que a onda transmitida não sofrerá nenhuma mudança de fase. Nos espelhos tomaremos a troca de fase como sendo  $\pi/2$ .

É sempre possível “balancear” o interferômetro de modo que a diferença entre os caminhos óticos nos dois braços seja um múltiplo do comprimento de onda. Com isso obtemos interferência construtiva (100% da intensidade) em um dos detectores, e interferência destrutiva (0% da intensidade) no outro. Iremos sempre supor que nosso interferômetro estará balanceado desta maneira.

### 3.1 Fonte de luz clássica

Vamos supor que a luz que atravessa o interferômetro seja “clássica”, ou melhor, que possa ser descrita pela teoria ondulatória usual. Um laser ou a luz (monocromatizada e colimada) de uma lâmpada incandescente produzem um feixe com essas características. De início, o feixe de luz sai da fonte e

incide no primeiro semiespelho ( $SE_1$ ), que o separa em dois outros feixes, um refletido e um transmitido. O feixe transmitido (feixe 1) segue pelo braço 1 do interferômetro e o refletido (feixe 2) segue pelo braço 2, tendo sofrido uma alteração de  $\pi/2$  em sua fase devido à reflexão.

Os feixes 1 e 2 sofrem reflexão nos espelhos  $E_1$  e  $E_2$  presentes nos dois braços, tendo suas fases alteradas em  $\pi/2$ . Agora com fases iguais a  $\pi/2$  (feixe 1) e  $\pi$  (feixe 2), os raios incidem no semiespelho  $SE_2$ . Este, por sua vez, os divide em dois novos feixes, transmitidos, refletidos e superpostos, que se dirigem aos fotodetectores  $D_1$  e  $D_2$ . O feixe 1, ao ser transmitido por  $SE_2$ , conserva sua fase de  $\pi/2$ . A componente refletida defasa-se de mais  $\pi/2$  e sua fase final é  $\pi$ . Analogamente, a componente do feixe 2 que sofre reflexão passa a ter a fase de  $3\pi/2$  e o feixe transmitido mantém sua fase de  $\pi$ .

Com isso, o detector  $D_2$  recebe feixes que interferem construtivamente (ambas as fases são  $\pi$ ), com suas amplitudes somadas. Já o detector  $D_1$  registra a superposição de feixes com fase de  $\pi/2$  e  $3\pi/2$ . Isso resulta em um defasamento igual a  $\pi$  entre os dois feixes ( $3\pi/2 - \pi/2 = \pi$ ), que interferem de maneira destrutiva, cancelando a amplitude resultante. Desse modo, somente o detector  $D_2$  acusará a presença de luz.

Vejamos agora como descrever nosso sistema quando a fonte emite a luz fóton a fóton.

## 3.2 Fonte de fótons únicos

Vamos supor agora que a fonte luminosa emita um fóton por vez (ao invés de uma onda maxwelliana “clássica”). Embora agora trate-se de uma partícula e não mais de uma onda, o mesmo comportamento visto na seção anterior é observado: num interferômetro balanceado, apenas um dos detectores registra a chegada de luz.

Para descrever a passagem do fóton pelo interferômetro, vamos considerá-lo como um sistema quântico de dois níveis (estados),  $|1\rangle$  e  $|2\rangle$ , correspondentes aos possíveis caminhos, 1 e 2 (os braços do interferômetro), que ele pode tomar. Estes estados estão representados nas Figuras 3.2 e 3.3 e são

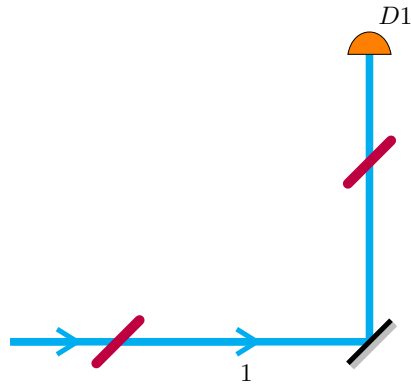


Figura 3.2: Caminho correspondente ao estado  $|1\rangle$ .

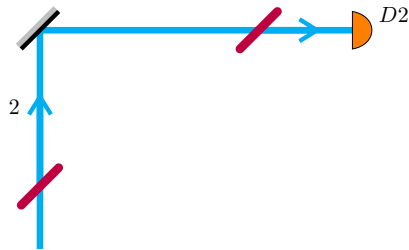


Figura 3.3: Caminho correspondente ao estado  $|2\rangle$ .

uma escolha conveniente, dentre outras opções, para a descrição do sistema em questão.

### 3.2.1 Evolução unitária num semiespelho

A evolução do vetor de estado ao encontrar um semiespelho pode se dar de duas maneiras: caso ele incida pelo braço 1,

$$|1\rangle \xrightarrow{\text{semiespelho}} |S_1\rangle = t|1\rangle + r|2\rangle,$$

ou pelo braço 2,

$$|2\rangle \xrightarrow{\text{semiespelho}} |S_2\rangle = r|1\rangle + t|2\rangle.$$

Os coeficientes  $t$  e  $r$  são as amplitudes de transmissão e de reflexão, respectivamente. A transição no semiespelho é uma evolução unitária (2.13)

cuja representação matricial é

$$U = \begin{pmatrix} t & r \\ r & t \end{pmatrix}.$$

Já vimos que a unitariedade tem duas consequências importantes: a conservação da norma e a conservação do produto escalar, ou seja,

$$\langle S_1|S_1 \rangle = \langle S_2|S_2 \rangle = |t|^2 + |r|^2 = 1, \quad (3.1)$$

$$\langle S_1|S_2 \rangle = t^*r + r^*t = 0. \quad (3.2)$$

A utilização de um semiespelho 50%-50% implica no módulo de  $r$  ser igual ao módulo de  $t$ , ou seja, as amplitudes refletidas e transmitidas são iguais em módulo. A partir da relação (3.1), vemos que

$$\begin{aligned} |t|^2 + |t|^2 &= 2|t|^2 = 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow |t| &= \frac{1}{\sqrt{2}} = |r|. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Vamos escrever as amplitudes de transmissão e reflexão como

$$t = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\alpha},$$

$$r = \frac{1}{\sqrt{2}}e^{i\beta},$$

que substituídos em (3.2), levam a

$$e^{i(\beta-\alpha)} + e^{-i(\beta-\alpha)} = 0.$$

Fazendo uso da fórmula de Euler,  $e^{i\theta} = \cos \theta + i \operatorname{sen} \theta$ , é fácil ver que

$$[\cos(\beta - \alpha) + i \operatorname{sen}(\beta - \alpha)] + [\cos(\beta - \alpha) - i \operatorname{sen}(\beta - \alpha)] = 0$$

ou seja,

$$\cos(\beta - \alpha) = 0.$$

Para que a função cosseno seja igual a zero, seu argumento deve ser igual a  $\pm\pi/2$  (módulo  $2\pi$ ). Isto acarreta que

$$\beta - \alpha = \pm\frac{\pi}{2}.$$

Uma escolha possível e conveniente para as fases é tomar  $\alpha = 0$  e  $\beta = \pi/2$ . Isto é equivalente a dizer que a transmissão pelo semiespelho não gera mudança de fase, enquanto a reflexão gera mudança de  $\pi/2$ . Adotaremos esta escolha de fases, que é consistente com aquela usada na análise ondulatória.

As amplitudes podem ser reescritas como

$$t = \frac{1}{\sqrt{2}},$$

$$r = \frac{i}{\sqrt{2}},$$

já que  $e^{i0} = 1$  e  $e^{i\pi/2} = i$ . Com isso, o operador de evolução  $U$  passa a ser

$$U = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix}.$$

Os estados do fóton após a passagem por um semiespelho são, portanto,

$$|S_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}} |2\rangle \quad \text{e} \quad |S_2\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}} |1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |2\rangle.$$

### 3.2.2 Evolução unitária no interferômetro

Se o fóton vindo da fonte incidir no primeiro semiespelho ( $SE_1$ ) pelo caminho 1, como mostrado na Figura 3.1, o estado inicial do sistema será dado por

$$|\varphi_{ini}\rangle = |1\rangle.$$

Ao passar por  $SE_1$ , o fóton tem seu estado alterado para

$$|1\rangle \xrightarrow{SE_1} \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}} |2\rangle,$$

Podemos ver no estado final a representação matemática do fato de que, após passar por um semiespelho, o fóton encontra-se num estado de superposição entre os braços 1 e 2; a menos que seja realizada uma medida que reduza o vetor de estado, não é possível afirmar com certeza em qual dos braços está o fóton.

Em seguida o fóton é refletido pelos espelhos  $E_1$  e  $E_2$ . Vamos ignorar a mudança de fase que esses espelhos (idênticos) produzem sobre o estado do fóton, pois esta se reduz a uma fase global. Da mesma forma, não iremos nos preocupar com a diferença de caminhos óticos entre os braços 1 e 2, pois estamos considerando que o interferômetro está balanceado, ou seja, essa diferença é um múltiplo inteiro do comprimento de onda.

O próximo passo da passagem pelo interferômetro é o encontro com o segundo semiespelho,  $SE_2$ . A incidência em  $SE_2$  ocorre em ambos os lados do semiespelho, já que o fóton está num estado de superposição. O operador evolução  $U$  continua o mesmo. Como a evolução é linear, a mudança do estado do fóton será

$$\frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|2\rangle \xrightarrow{SE_2} \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|1\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|2\rangle\right) + \frac{i}{\sqrt{2}}\left(\frac{i}{\sqrt{2}}|1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|2\rangle\right).$$

Ao reagrupar os termos obtemos

$$\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right)|1\rangle + \left(\frac{i}{2} + \frac{i}{2}\right)|2\rangle = i|2\rangle = |\varphi_{final}\rangle \quad (3.4)$$

Se lembrarmos, pela Regra de Born, que a probabilidade de medirmos o fóton no detector  $D_2$  é

$$P(2) = |\langle 2|\varphi_{final}\rangle|^2 = |i|^2 = 1.$$

Isto significa que existe 100% de probabilidade do fóton ser encontrado pelo detector  $D_2$ . Da mesma forma, podemos ver que

$$P(1) = |\langle 1|\varphi_{final}\rangle|^2 = 0,$$

Ou seja, a probabilidade do fóton chegar ao detector  $D_1$  é zero, como seria



de se esperar já que a probabilidade total deve ser 1. Esses resultados são exatamente iguais aos que encontramos com a fonte de luz clássica.

### 3.2.3 Experimento de anticoincidência

Vimos que a descrição quântica da luz no interferômetro exibe características muito semelhantes às encontradas com o modelo ondulatório clássico: em ambos os casos, em um interferômetro balanceado, apenas um dos detectores registra a chegada de luz. Um fato interessante, entretanto, ocorre quando bloqueamos um dos braços do interferômetro (ver a Figura 3.4) e, conseqüentemente, passamos a ter certeza de que os fótons que chegam aos detectores passaram por apenas um caminho. Nesta nova experiência, veremos que as descrições ondulatória e quântica já não apresentarão o mesmo resultado.

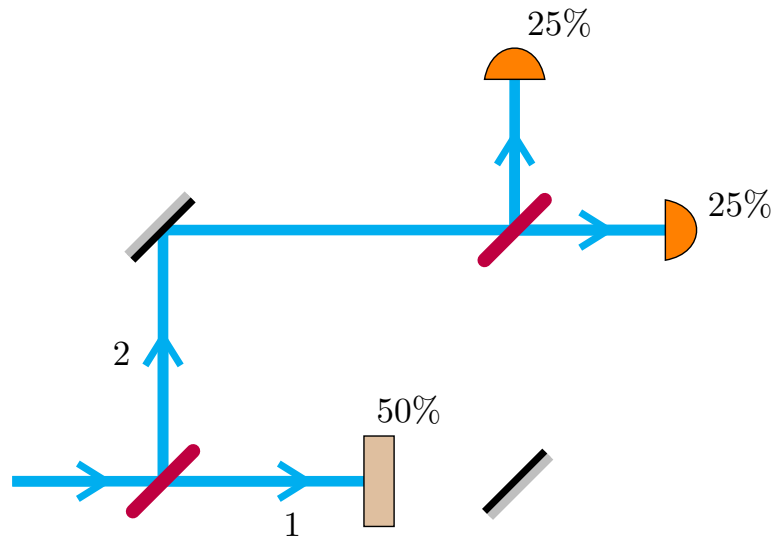


Figura 3.4: Interferômetro com o braço 1 bloqueado.

Vamos supor que a fonte de fótons únicos continua a ser usada, e que o braço 1 foi bloqueado. O resultado observado é que 25% dos fótons vão para o detector  $D_1$ , 25% vão para  $D_2$  e os 50% restantes são bloqueados, como ilustrado na Figura 3.4. O mais importante, entretanto, é que os fótons nunca atingem os dois detectores ao mesmo tempo [9]. Esses detectores disparam em *anticoincidência*.

Da mesma forma que na discussão anterior, quando o fóton incidente passa pelo primeiro semiespelho, a mudança de estado é

$$|1\rangle \xrightarrow{SE_1} \frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}} |2\rangle.$$

Ao encontrar o bloqueio, o estado do fóton torna-se

$$\frac{1}{\sqrt{2}} |1\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}} |2\rangle \xrightarrow{\text{bloqueio}} \frac{1}{\sqrt{2}} |B\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}} |2\rangle,$$

onde  $|B\rangle$  é o vetor de estado que representa o sistema de bloqueio quando um fóton é absorvido.

No segundo semiespelho temos

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}} |B\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}} |2\rangle &\xrightarrow{SE_2} \frac{1}{\sqrt{2}} |B\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}} \left( \frac{i}{\sqrt{2}} |1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |2\rangle \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} |B\rangle - \frac{1}{2} |1\rangle + \frac{i}{2} |2\rangle. \end{aligned}$$

Ao utilizar a Regra de Born neste último resultado, obtemos

$$P(1) = \left| -\frac{1}{2} \right|^2 = \frac{1}{4} = 25\%,$$

$$P(2) = \left| \frac{i}{2} \right|^2 = \frac{1}{4} = 25\%,$$

$$P(B) = \left| \frac{1}{\sqrt{2}} \right|^2 = \frac{1}{2} = 50\%,$$

ou seja, os mesmos valores encontrados experimentalmente.

Quanto à *anticoïncidência*, o estado final representa um fóton que pode ser registrado ou pelo detector  $D_1$  ou pelo detector  $D_2$ , nunca pelos dois ao mesmo tempo, pois trata-se de um estado de uma única partícula (ou de nenhuma partícula para o caso de  $|B\rangle$ ).

Uma descrição ondulatória desse experimento daria resultado diferente. O primeiro semiespelho divide o feixe incidente em duas partes, cada uma com metade da intensidade inicial. O feixe transmitido segue pelo braço 1 e

vai de encontro ao bloqueio. Portanto este recebe 50% da luz que incide no interferômetro. O feixe que foi refletido e que segue pelo braço 2 termina por incidir no segundo semiespelho. Novamente há uma divisão da intensidade em duas partes iguais, uma que segue para  $D_1$  e outra que vai para  $D_2$ , cada qual com 50% da intensidade incidente no segundo semiespelho, ou seja, com 25% da intensidade inicial no interferômetro. Este é o mesmo resultado obtido pela descrição quântica. Entretanto, a previsão quanto à anticoincidência é radicalmente diferente. Como a onda clássica atinge os dois detectores ao mesmo tempo, não há anticoincidência na chegada de luz: os detectores podem disparar simultaneamente. Esta é uma das evidências mais fortes de que a luz pode apresentar, em certas situações, comportamento corpuscular.

## Capítulo 4

# Simulação computacional do interferômetro

Neste capítulo descreveremos a simulação computacional do interferômetro de Mach-Zehnder que foi desenvolvida por nós. Conforme mencionado na introdução deste trabalho, a linguagem escolhida para escrever o programa de simulação foi o *HTML5*, uma linguagem recente e com uma compatibilidade mais ampla do que as ferramentas de desenvolvimento mais antigas, como o *Flash* e o *Java*. O fato de ser uma ferramenta multiplataforma – incluindo os *smartphones* e *tablets* – a torna particularmente útil pois consegue alcançar um público muito amplo, basicamente qualquer pessoa que tenha acesso a algum navegador de internet moderno [10]. O código fonte do programa está disponível mediante solicitação ao autor desta monografia.

O HTML5, como o próprio nome sugere, é a quinta versão da famosa linguagem de programação para web, o HTML. Dentre as modificações introduzidas, há uma da maior utilidade: o elemento *canvas* (literalmente, uma “tela de pintura”). Este elemento é, basicamente, de um retângulo de determinado tamanho definido na tela do computador e dentro do qual é possível, por exemplo, criar figuras “programáveis” [12]. Pode ser usado para criar animações, jogos, fazer composição de fotos e até mesmo processamento e renderização de vídeos em tempo real [11]. A utilização desses novos elementos envolve programação em *JavaScript* (JS), uma linguagem desenvolvida

para controlar, entre outras coisas, o comportamento das páginas de internet. Embora possuam nomes parecidos, Java e JavaScript são linguagens diferentes, sendo a segunda de aprendizagem mais fácil. O JS permite a execução de programas apenas no lado do usuário, sem necessitar de contato com o servidor, o que agiliza as operações [13]. Conforme o nome diz, esta é uma linguagem de *scripts*, o que significa que ela é usada principalmente para ser executada dentro de outro programa/linguagem, de modo a ampliar sua funcionalidade. Deste fato e por conta de ter se desenvolvido para melhor atender à programação na internet, o JS é de extrema utilidade para o desenvolvimento de páginas em HTML5.

Foi a partir da combinação do HTML5 com o JS que desenvolvemos nossa simulação.

## 4.1 Descrição da simulação

A interface da simulação está mostrada na Figura 4.1. No canto superior esquerdo estão opções sobre o tipo de fonte: fóton a fóton ou laser. A opção de laser exibirá na tela feixe azuis cujo tom representa a intensidade (Figura 4.2) . Para a fonte de fótons únicos, os caminhos acessíveis a cada fóton são indicados por linhas tracejadas (Figura 4.3).

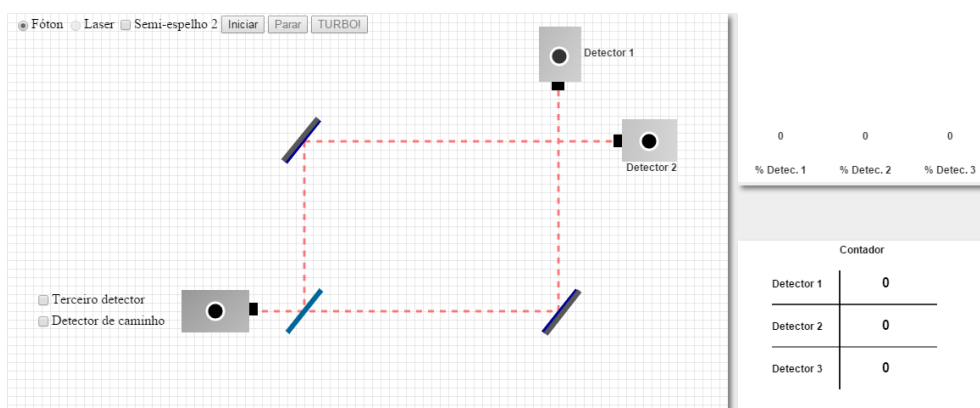


Figura 4.1: Interface da simulação.

Os detectores 1 e 2 registram a presença de luz, indicada pelo acendimento da “lâmpada” amarela desenhada no detector. A fonte laser acende os dois

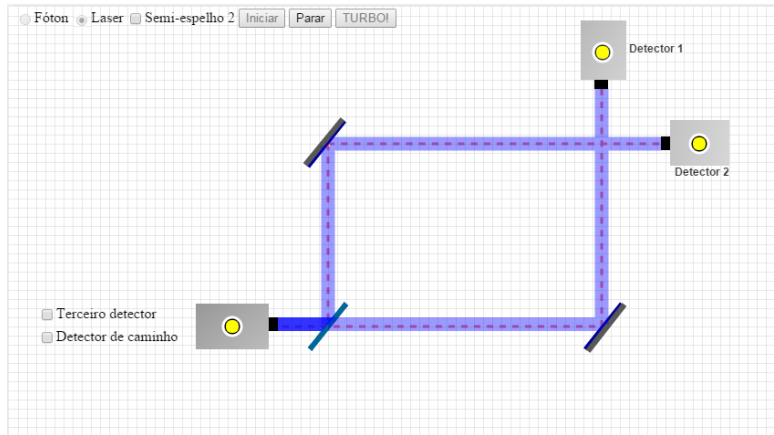


Figura 4.2: A simulação com a opção “laser” selecionada. Note que os dois detectores são acionados.

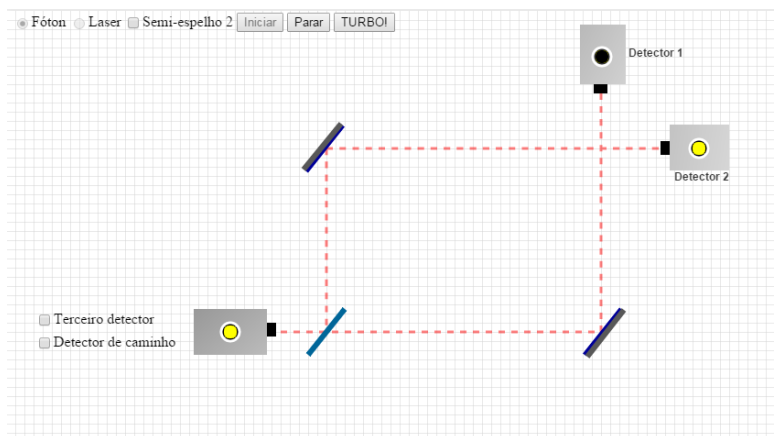


Figura 4.3: A simulação com a opção “fóton” selecionada. Note que apenas um detector é acionado.

detectores, enquanto a fonte de fótons únicos dispara o detector 1 ou o 2.

Ao lado das opções de fonte, encontra-se a caixa de seleção para o segundo semiespelho. É a colocação deste elemento que produz a interferência entre os feixes (ou fótons) que percorrem os dois braços do interferômetro, como mostrado nas Figuras 4.4 e 4.5. Como o interferômetro está supostamente balanceado, apenas o detector 2 recebe luz (interferência construtiva) e o detector 1 permanece no escuro (interferência destrutiva).

Na parte superior direita da simulação (ver Figura 4.1) existem barras de contagem utilizadas para a apresentação dos dados coletados pelos detectores.

Essas barras representam, para cada detector, a intensidade da onda, no caso da fonte laser, ou a porcentagem de fótons no caso da fonte de fótons únicos. Abaixo das barras está uma tabela com os valores numéricos da contagem de fótons.

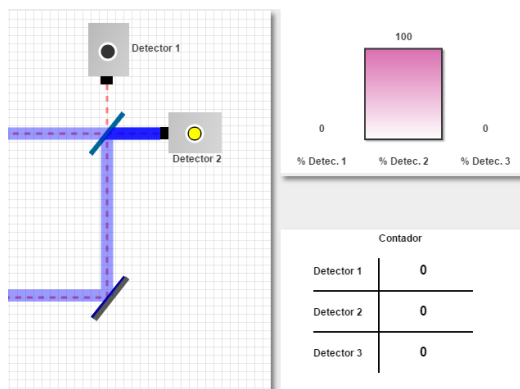


Figura 4.4: Introdução do segundo semiespelho, na opção “onda”.

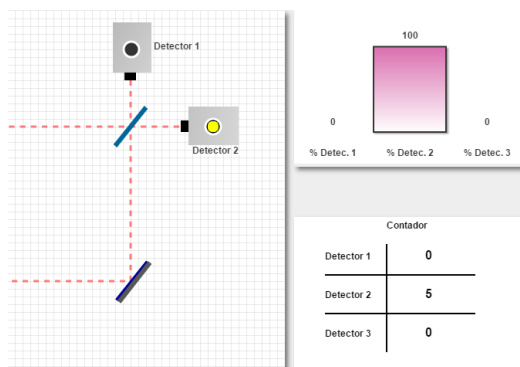


Figura 4.5: Introdução do segundo semiespelho, na opção “fóton”.

Os botões “Iniciar” e “Parar” fazem o que seu nome indica: iniciam e param a simulação. Ao lado deles está o botão “*TURBO!*”, que acelera momentaneamente a taxa de emissão da fonte de fótons, de modo a aumentar o número de dados coletados e dessa maneira facilitar a análise das porcentagens de chegada de fótons em cada detector.

A simulação também mostra duas caixas de seleção ao lado esquerdo da fonte (ver Figura 4.1). A primeira coloca um terceiro detector no caminho do braço inferior, como mostrado na Figura 4.6. Isto é semelhante ao bloqueio

discutido no capítulo 3. Nessa configuração só há um caminho possível da fonte a qualquer um dos três detectores.

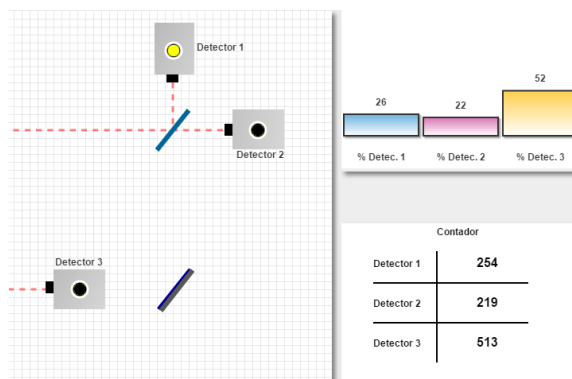


Figura 4.6: Um terceiro detector é inserido interferômetro. Há um único caminho para a luz chegar a cada detector.

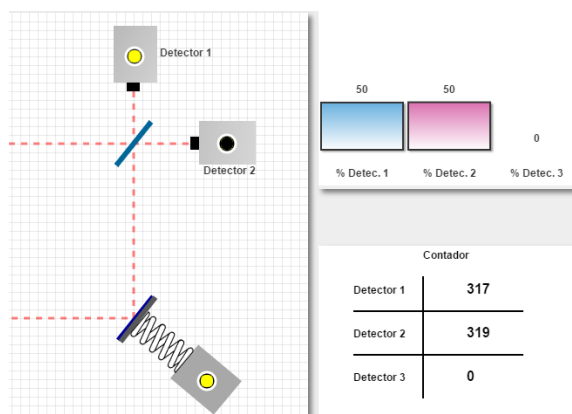


Figura 4.7: O detector de caminho no interferômetro. Há dois caminhos *distintivos* para a luz chegar a cada detector.

A segunda caixa de seleção aciona um detector que indica qual caminho o fóton percorreu após passar pelo primeiro semiespelho, sem que ocorra uma destruição do fóton como a causada pelo terceiro detector. O detector de caminho é representado esquematicamente na simulação por uma mola acoplada a um dos espelhos, como vemos na Figura 4.7. Esta mola é, supostamente, tão sensível que pode indicar a reflexão de um único fóton pelo espelho. Um experimento semelhante, mas não realizado com molas mecânicas, está descrito na referência [14].



## Capítulo 5

# Dualidade onda-partícula: uma sugestão para o ensino médio

Neste capítulo apresentaremos um pequeno roteiro para a discussão da dualidade onda-partícula em sala de aula, baseada na utilização da simulação do interferômetro de Mach-Zehnder. A ideia principal é apresentar a dualidade enquanto um fenômeno da natureza, ainda que simulada no computador. A discussão é mantida num nível puramente fenomenológico, sem introduzir explicações que envolvam o formalismo da mecânica quântica. Isso não impede que aplicações interessantes dessa dualidade sejam exploradas, como, por exemplo, o “testador de bombas” de Elitzur-Vaidman [15]. O roteiro visa turmas de ensino médio, mas pode ser utilizado também em aulas no ensino superior, particularmente nos cursos de licenciatura em Física.

O roteiro apresentado é apenas uma base para a orientação do professor que porventura venha a fazer uso de nossa simulação, sendo possível e desejável que modificações sejam introduzidas, de acordo com as necessidades de cada turma e com o tipo de abordagem que o professor pretende fazer.

### 5.1 A evolução das ideias sobre a luz

Como primeira etapa deste roteiro, sugerimos uma breve discussão histórica acerca da evolução de nossa compreensão da natureza da luz. Embora este

seja um tema que precede o nascimento da ciência tal como a conhecemos, para abreviar um pouco a apresentação tomaremos como ponto de partida o século XVII e as ideias de Isaac Newton e Christiaan Huygens.

Deve ser ressaltada a incompatibilidade entre os modelos propostos: Newton trouxe a ideia da luz como sendo formada por corpúsculos em um de seus primeiros trabalhos, *Nova teoria sobre luz e cores*, de 1672, enquanto Huygens propôs a luz como uma onda em 1690, em seu *Tratado sobre a luz*. É importante descrever como essa discussão evoluiu, chegando ao século XIX, época em que foi realizado o experimento crucial de Thomas Young (1803), que “decidiu” a questão em favor da teoria ondulatória. No mesmo século, em 1865, James Clerk Maxwell desenvolveu sua teoria eletromagnética das ondas luminosas.

Finalmente, propomos que sejam feitos comentários sobre a retomada dessa discussão no século XX, a partir da proposta heurística de Einstein de que a luz apresenta, em certas circunstâncias, comportamento que é característico de partículas (os fótons). Esses comentários devem servir de introdução histórica ao fenômeno da dualidade onda-partícula, o tema central deste roteiro.

## 5.2 O interferômetro de Mach-Zehnder

O passo seguinte no roteiro é a apresentação aos alunos do interferômetro de Mach-Zehnder e sua utilidade para o estudo da luz através do fenômeno da interferência. Isso é feito com auxílio da simulação, que deve ser iniciada com a fonte no modo “laser”. Também deve-se ter o cuidado de inserir o segundo semiespelho, do contrário não teremos um interferômetro. Deve-se comentar com os alunos sobre como os semiespelhos funcionam, refletindo e transmitindo as ondas que os atingem. Os semiespelhos da simulação transmitem 50% da intensidade incidente e refletem a outra metade.

Aos alunos deve ser explicado cuidadosamente que, no modelo ondulatório da luz, o segundo semiespelho superpõe os feixes provenientes dos dois braços do interferômetro, produzindo interferências construtivas ou destrutivas nos detectores 1 e 2.

É importante ressaltar que o interferômetro simulado pelo programa foi “balanceado” de modo a gerar interferência construtiva no detector 2 e destrutiva no detector 1, mostrando aos alunos que este é o resultado fornecido pelos detectores.

### 5.3 Interferência com luz “fraca”

Aqui tem início a principal etapa deste roteiro, que se estenderá pelas próximas seções. Na simulação troca-se a fonte de “laser” para “fóton”, mantendo-se o segundo semiespelho. Neste estágio a fonte de fótons é apresentada aos alunos como uma fonte de luz “muito fraca”. Antes de iniciar a simulação, pode-se perguntar aos alunos acerca do resultado que se irá obter. Isso é uma boa maneira de checar se houve boa compreensão do fenômeno de interferência apresentado na etapa anterior, principalmente no que diz respeito ao fato do comportamento ondulatório não depender da intensidade da onda.

Com a fonte de fótons os detectores emitem sinais intermitentes, ao invés do sinal contínuo encontrado no modo laser. Nesta etapa podemos “explicar” isso como sendo resultado da luz ser muito fraca.

### 5.4 O experimento de anticoincidência

Mantendo a fonte no modo fóton, remove-se o segundo semiespelho. É interessante perguntar aos alunos o que eles esperam que aconteça nessa situação. As respostas podem motivar a discussão de como o modelo ondulatório descreve o experimento: a onda incidente é dividida em duas partes de igual amplitude no primeiro (e agora único) semiespelho, que chegam simultaneamente aos dois fotodetectores.

Ao executar a simulação, pode-se observar que os fotodetectores jamais disparam ao mesmo tempo; há uma *anticoincidência* entre os sinais luminosos, contrária à previsão do modelo ondulatório. Nesse momento pode-se apresentar a perspectiva corpuscular da luz, através da noção de fóton, partículas que transportam a energia luminosa e que mantêm a sua individua-

lidade, não se dividindo em duas metades ao passar pelo semiespelho, fato que ocorreria com uma onda.

Esse é o ponto central da apresentação da dualidade onda-partícula proposta neste roteiro. Deve ser discutido com os alunos que corpúsculos “clássicos” (que seguem apenas um caminho entre dois pontos) não apresentariam o fenômeno de interferência encontrado quando o segundo semiespelho está presente. A interferência exige que a luz passe simultaneamente pelos dois braços do interferômetro. Estamos supondo que a fonte luminosa é tão fraca que a cada instante há apenas um fóton no interior do interferômetro, de modo que nunca tenhamos dois fótons, um em cada braço. Assim, um modelo corpuscular clássico não é capaz de descrever o experimento de interferência, embora descreva o de anticoincidência. O modelo ondulatório, por sua vez, tem uma função “complementar”: explica a interferência mas não a anticoincidência.

Essa dualidade é conhecida como “dualidade onda-partícula”. Deve ser enfatizado com os alunos que tal dualidade reflete um conflito entre interpretações clássicas de fatos experimentais. Segundo a física clássica, ondas e partículas são conceitos completamente distintos que não podem ser intercambiados. Também deve ser ressaltado que dualidade onda partícula é o nome do problema conceitual gerado pelos experimentos com a luz, não a sua “solução”, como muitas vezes encontramos em livros-texto e de divulgação científica. A solução do problema é a mecânica quântica, que também explica a dualidade onda-partícula apresentada pelos elétrons e as demais partículas microscópicas.

## 5.5 A experiência de “qual-caminho”

Aspectos ainda mais surpreendentes dos resultados anteriores são obtidos ao se observar qual o caminho tomado pelo fóton após passar pelo primeiro semiespelho. Uma vez que a interferência exige que a luz passe pelos dois braços do interferômetro, e uma partícula clássica só pode percorrer um deles de cada vez, o que aconteceria se determinássemos qual foi o caminho tomado pelo fóton após passar pelo primeiro semiespelho? A simulação possui uma

opção para isso: o “detector de caminho”. Este é uma “mola” ultrasensível acoplada a um dos espelhos, capaz de registrar a reflexão de um único fóton. Isso torna possível identificar o caminho seguido pelo fóton. Se a mola for colocada em vibração, o caminho será aquele que passa pelo espelho a ela acoplado; caso contrário, o caminho só poderá ser o outro.

Colocando o segundo semiespelho (sem retirar o detector de caminho), observa-se que os dois detectores passam a receber luz, ou seja, a interferência deixou de existir. Num experimento em que “forçamos” a luz a revelar seu caminho, ela comporta-se como uma partícula clássica.

## 5.6 Bloqueio de um dos braços por um terceiro detector

A simulação apresenta também a possibilidade de introduzir um terceiro detector em um dos braços do interferômetro. Se esse detector é inserido, a interferência também desaparecerá, assim como ocorreu com o detector de caminho. Num certo sentido o terceiro detector é um detector de caminho, com a diferença de que absorve os fótons incidentes sobre ele, eliminando um dos caminhos disponíveis. O terceiro detector permite retomar a discussão da dualidade de uma forma alternativa, sem remover o segundo semiespelho. Sem ele temos dois caminhos indistinguíveis (não há detector de caminho) e interferência. Com ele há apenas um caminho possível até cada detector; estes disparam sempre em anticoincidência e não temos interferência.

## 5.7 O testador de bombas de Elitzur-Vaidman

Como tópico final, sugere-se apresentar uma aplicação “prática” da dualidade onda-partícula, resolvendo um problema que não teria solução no contexto da física clássica. O problema, conhecido como o testador de bombas de Elitzur-Vaidman, foi proposto em 1993 [15] e uma implementação experimental da solução (sem “bombas”) foi realizada em 1995 [16].

O testador de Elitzur-Vaidman parte da ideia de que existe uma coleção de

bombas, algumas “boas” e outras ruins. As bombas boas possuem um sensor de luz sensível ao ponto de detonar a bomba ao absorver um único fóton. Nas bombas ruins o sensor não funciona: o fóton passa direto e a bomba não explode. O problema proposto é como preparar um lote de bombas contendo apenas bombas boas.

Se tratarmos esta situação com conceitos da física clássica, para sabermos se uma bomba é boa teremos que incidir luz sobre ela e observar se irá explodir ou não. Isso identifica as bombas boas mas não resolve o problema de preparar um lote delas, pois agora o melhor que poderemos obter será uma coleção de bombas que identificamos como ruins e bombas que identificamos como originalmente boas, mas que explodiram.

A pergunta que se faz é: existe uma maneira de separar algumas bombas boas sem ter de explodi-las? Veremos que sim, ao fazer uso do interferômetro de Mach-Zehnder. A primeira coisa que se precisa ter em mente é que colocar um bomba boa em um dos braços do interferômetro, digamos, no braço 1, produz o mesmo efeito do terceiro detector em nossa simulação, pois uma bomba boa possui um sensor que absorve o fóton e registra sua presença pela explosão (ver Figura 5.1). Já uma bomba ruim não irá afetar o caminho do fóton pelo braço 1 (ver Figura 5.2), o que corresponde à ausência do terceiro detector.

Temos então duas situações, que já exploramos quando introduzimos o terceiro detector na simulação. Caso a bomba esteja ruim, haverá detecção de fótons apenas no segundo detector; *o primeiro detector nunca dispara*. Caso a bomba esteja boa, o fóton terá 50% de chance de ir diretamente para a bomba e explodi-la, 25% de chegar no segundo detector e *25% de chance de chegar no primeiro detector*.

Assim, se o primeiro detector registra o fóton, sabemos que a bomba é boa sem explodi-la, pois o fóton não atingiria esse detector se ela estivesse ruim. Se o fóton chega ao segundo detector, não sabemos dizer se a bomba está boa ou ruim, pois nos dois casos fótons podem chegar até ele. E, é claro, se a bomba explode, sabemos com certeza que ela estava boa, mas não é mais útil.

Assim, 25% das bombas boas podem ser identificadas sem serem explodi-

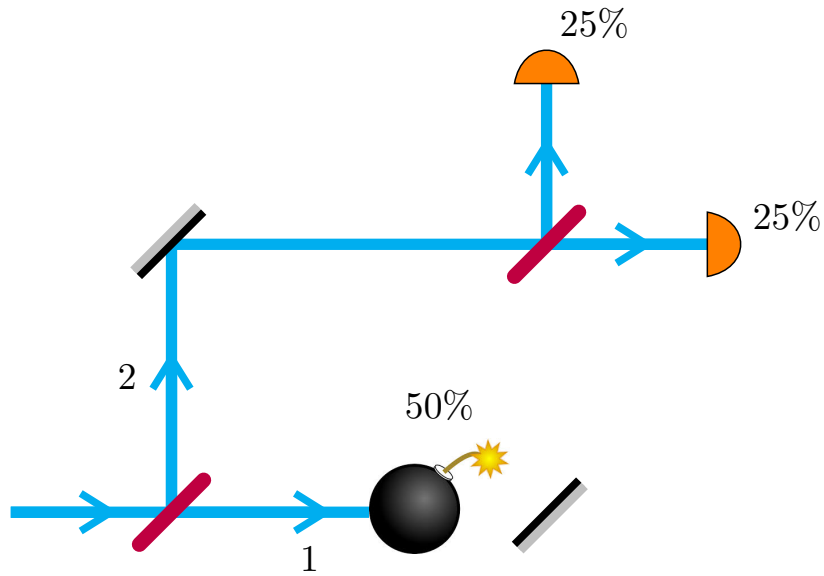


Figura 5.1: Bomba boa no braço 1, repare que ela opera com um detector de fótons.

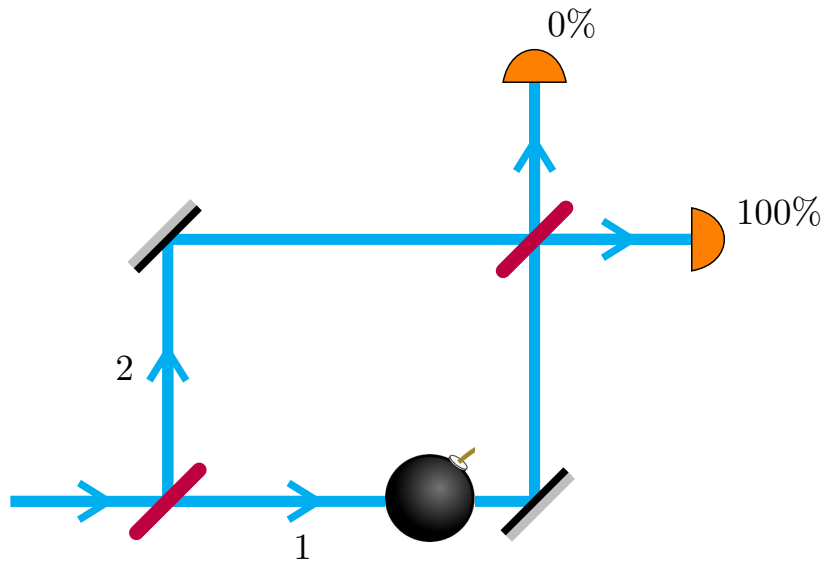


Figura 5.2: Bomba ruim no braço 1, repare que ela é “invisível” para o fóton e portanto não afeta a superposição de estados.

das, 50% são detonadas e os 25% restantes não são identificadas como boas ou ruins. O lote de bombas boas pode então ser preparado com as bombas

identificadas como boas e não-explodidas. Isso corresponde a um quarto das bombas originalmente boas, o que parece não ser um bom rendimento (uma provável avaliação a que os alunos podem chegar). Entretanto, é importante ressaltar que esse “baixo” rendimento deve ser comparado com o resultado de uma análise clássica, o de que é impossível separar qualquer bomba boa pois todas seriam explodidas. É interessante também enfatizar que a dualidade onda-partícula torna possível realizar uma determinada medida (saber se uma bomba está boa) sem interagir com o objeto medido.

## 5.8 Aplicação em sala de aula

Durante o ano de 2014 fui estagiário da professora Erika Takimoto no CEFET-RJ, na unidade do Maracanã. Neste período tive chance de apresentar para os alunos de duas turmas do primeiro ano do ensino médio, uma de alunos do curso técnico de Administração e outra de Informática, um trabalho muito próximo ao que foi discutido no roteiro acima.

Durante dois tempos de aula, pude apresentar uma série de slides sobre a história e a evolução do conceito de luz, culminando com a apresentação da simulação, que embora estivesse ainda em desenvolvimento, já possuía seu funcionamento básico implementado. Assim como no roteiro, iniciei a discussão a partir dos trabalhos de Newton e Huygens, evoluindo o conceito até as discussões do início do século XX, sobre o advento da mecânica quântica e a noção de fóton. Por tratarem-se de alunos do primeiro ano, as discussões mantiveram-se de maneira qualitativa.

Apresentar a simulação e explicar seu funcionamento foi uma boa maneira de captar a atenção da maioria dos alunos, inclusive dos que se mantiveram dispersos no início. O fato de alguns alunos fazerem indagações de incredulidade ao final da simulação da experiência foi uma boa maneira de perceber que os alunos estavam de fato pensando e tentando compreender a situação. Mesmo na turma que se manteve menos participativa (curiosamente, a de Informática), alguns alunos perguntaram a razão de haver interferência num experimento feito com partículas.

Por falta de tempo, não tive oportunidade de conversar com os alunos so-



bre a experiência da medida sem interação, entretanto a inquietude causada pela apresentação da dualidade onda-partícula como sendo um fenômeno real demonstra que as aulas foram, de certa maneira, uma experiência bem sucedida que poderia inclusive ser estendida com a discussão de outros experimentos envolvendo o interferômetro – como, por exemplo, a experiência de escolha retardada ou o apagador quântico.

# Capítulo 6

## Comentários finais

Ao final deste trabalho, é importante que se reserve um espaço para comentar as ideias apresentadas e possíveis desenvolvimentos futuros. Embora tenhamos discutido em algum detalhe os princípios da mecânica quântica e sua aplicação ao interferômetro de Mach-Zehnder, nosso objetivo não foi o de apresentar esse instrumento como um exercício envolvendo o formalismo quântico. Ao contrário, nossa ideia é que a simulação que desenvolvemos seja utilizada para introduzir a dualidade onda-partícula como um fenômeno que pode ser observado experimentalmente. A descrição quântica desse fenômeno, em diferentes níveis de profundidade, pode ou não seguir-se à apresentação da simulação.

O roteiro que apresentamos no Capítulo 5 é um exemplo “mínimo” de utilização, pensado com foco no ensino médio. Com algumas modificações, é possível estender seu alcance ao ensino superior, onde pode vir a ser útil nos cursos de física básica ou de licenciatura. Mesmo no ensino médio, até certo ponto não há restrição de série para a apresentação da dualidade onda-partícula, desde que os alunos já tenham conhecimentos básicos sobre fenômenos ondulatórios, em particular a interferência. A boa recepção que tivemos entre alunos de 1º ano corrobora essa expectativa, embora isto não possa ser considerado como regra.

Ainda é cedo para declarar que a simulação e o roteiro proposto estão finalizados ou plenamente utilizáveis; somente o uso repetido poderá testá-los

e levar a uma melhor eficácia. Para o roteiro, é importante reafirmar que ele é apenas uma base a partir da qual professores podem fazer as modificações que melhor se encaixem em seu ambiente pedagógico.

Conforme mencionado anteriormente, a simulação que desenvolvemos não pretendeu “inventar a roda”, posto que já existiam programas similares. Uma diferença em relação a algumas das simulações anteriores está na grande facilidade de acesso associada à nossa opção pelo HTML5. Mas a grande vantagem de termos desenvolvido nossa própria simulação está no fato de podermos aperfeiçoá-la em função do que viermos a aprender com sua aplicação em sala de aula.

Para o futuro, existem algumas modificações importantes a serem feitas na simulação do interferômetro, como, por exemplo, criar meios que permitam a discussão de temas como o apagador quântico [17], onde é possível apagar a informação sobre o caminho que o fóton percorreu (que é obtida com o detector de caminho), e a escolha retardada, onde se escolhe colocar ou não o segundo semiespelho após o fóton estar dentro do interferômetro. Outra modificação que pensamos ser importante é a colocação de um defasador em um dos braços do interferômetro, para que se possa controlar a diferença de fase entre os feixes que se superpõem após o segundo semiespelho. Ainda para o futuro, pensamos ser uma boa ideia o desenvolvimento de simulações de experimentos como o de Stern-Gerlach, que também permite apresentar uma série de fenômenos quânticos importantes.

## Referências Bibliográficas

- [1] F. Ostermann, S. D. Prado, *Interferômetro Virtual de Mach-Zehnder*, programa de simulação disponível em <http://www.if.ufrgs.br/~fernanda/IMZ>
- [2] T. F. Ricci, F. Ostermann, S. D. Prado, *O tratamento clássico do interferômetro de Mach-Zehnder: uma releitura mais moderna do experimento da fenda dupla na introdução da física quântica*, Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 29, n. 1, p. 79-88 (2007).
- [3] *Quantum Mechanics Visualisation Project*, Universidade de St. Andrews, programa de simulação disponível em <http://www.st-andrews.ac.uk/physics/quvis/>
- [4] A. Kohnle et al.; *A new introductory quantum mechanics curriculum*, European Journal of Physics, v. 35, n. 1, art. 015001 (2014).
- [5] M. Beck, *Quantum Mechanics: Theory and Experiment*, Oxford University Press (2012).
- [6] M. Le Bellac, *Quantum Physics*, Cambridge University Press, 2006.
- [7] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands, *Feynman Lectures on Physics*, vol. III, Bookman, 2008. Original em inglês disponível em [www.feynmanlectures.info/](http://www.feynmanlectures.info/)
- [8] K. P. Zetie, S. F. Adams, R. M. Tocknell, *How does a Mach-Zehnder interferometer work?*, Physics Education, v.38(1), p. 46-48 (2000).
- [9] P. Grangier, G. Roger, A. Aspect, *Experimental evidence for a photon anticorrelation effect on a beam splitter: A new light on single-photon interferences*, Europhysics Letters v. 1(4), p. 173-179 (1986).
- [10] *HTML5 Browser Support*; [http://www.w3schools.com/html/html5\\_browsers.asp](http://www.w3schools.com/html/html5_browsers.asp), acessado em 31/05/2015.

- [11] *Canvas API*; [https://developer.mozilla.org/en-US/docs/Web/API/Canvas\\_API](https://developer.mozilla.org/en-US/docs/Web/API/Canvas_API), acessado em 06/07/2015.
- [12] D. M. Geary, *Core HTML5 canvas: graphics, animation, and game development*, Prentice Hall, first edition (2012).
- [13] Introduction to JavaScript; <https://developer.mozilla.org/en-US/docs/Web/JavaScript/Guide/Introduction>, acessado em 19/08/2015.
- [14] P. Bertet, S. Osnaghi, A. Rauschenbeutel, G. Nogues, A. Auffeves, M. Brune, J. M. Raimond, S. Haroche, *A complementarity experiment with an interferometer at the quantum-classical boundary*, Nature, v. 411, p. 166-170 (2001).
- [15] A. C. Elitzur, L. Vaidman, *Quantum mechanical interaction-free measurements*. Foundations of Physics, v. 23(7), p. 987-997 (1993).
- [16] P. G. Kwiat, H. Weinfurter, T. Herzog; A. Zeilinger, M. A. Kasevich, *Interaction-free Measurement*, Physical Review Letters, v. 74(24), p. 4763-4766 (1995).
- [17] J. M. Ashby, Peter D. Schwarz, M. Schlosshauer, *Delayed-choice quantum eraser for the undergraduate laboratory*, American Journal of Physics, v. 84, p. 95-105 (2016).