



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
Instituto de Física
Curso de licenciatura em Física

**A descoberta da Teoria da Gravitação Universal: Uma análise desde Aristóteles
aos *Principia***

Monografia apresentada no instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de licenciado em Física.

José Miranda da Rocha

Orientador: Carlos Renato de Carvalho.

Rio de Janeiro

Outubro de 2015

**A descoberta da Teoria da Gravitação Universal: Uma análise desde Aristóteles
aos *Principia***

José Miranda da Rocha

Orientador: Carlos Renato Carvalho

Monografia apresentada ao instituto de Física da Universidade Federal do Rio
de Janeiro como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de
Licenciado em Física

Aprovada por

Prof. Carlos Renato Carvalho (Presidente)

Prof. Antônio Carlos Fontes dos Santos

Prof. Marcos Binderly Gaspar

Prof^ª. Penha Maria Cardoso Dias

Rio de Janeiro
Outubro de 2015

Agradecimentos.

Agradeço aos meus pais por toda dedicação e confiança que sempre depositaram em mim. Pois sempre fizeram que eu acreditasse nos meus sonhos e pudesse sonhar.

À minha vó Luzinea que desde quando eu estudava no primeiro segmento do ensino fundamental acreditou em mim.

Agradeço à todos professores que tive desde a pré-escola até a Universidade, com certeza todos tem um pedaço desse momento.

Aos professores Antônio Carlos, Marcos Gaspar e Penha Maria por aceitarem o convite para participar da banca avaliadora.

Agradeço ao professor Carlos Renato que me guiou nessa árdua tarefa com muita sabedoria e paciência.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	05
1-Antecessores de Newton.....	07
1.1-Aristóteles.....	07
1.2-Galileu.....	10
1.3-Kepler.....	15
1.4-Descartes.....	19
2-A história da descoberta da gravitação universal: da infância de Newton à publicação dos <i>Principia</i>.....	24
3- Principia livro I.....	33
3.1- Definições.....	33
3.2- Axiomas ou leis do movimento.....	36
3.3- Proposições.....	37
4- Principia livro III(O sistema do mundo).....	40
4.1- Regras de raciocínio em filosofia.....	40
4.2 Fenômenos.....	42
4.3 Proposições.....	45
4.4 Escólio Geral.....	48
5- Considerações finais.....	49
6- Referências bibliográficas.....	51

Introdução

O presente trabalho tem por objetivo apresentar de forma sucinta a explicação das quedas dos corpos e o movimento dos corpos celestes numa perspectiva histórica desde à Grécia antiga até a elaboração Teoria da gravitação universal de Isaac Newton.

O ensino de física aparece, muitas das vezes, de forma descontextualizada da realidade dos alunos, parece que somente gênios podem fazer ciência. As descobertas dos cientistas quando apresentadas isoladamente, parece que a descoberta foi fruto de um momento de lampejo. Para que Newton pudesse chegar à teoria da gravitação universal baseou-se nas obras de Kepler, Descartes, Galileu e muitos outros pensadores. Uma das primeiras explicações para a queda dos corpos e o movimento dos corpos celestes foi apresentada por Aristóteles cerca de 300 anos antes de Cristo. Conforme veremos Aristóteles explicava os movimentos dos corpos celestes e terrestres de forma distinta. Foram necessários aproximadamente dois mil anos para que a explicação dos movimentos dos corpos celestes e terrestres pudesse ser unificada. Trabalhos diferentes com objetivos diferentes embasaram Newton na construção da Teoria da Gravitação Universal.

“A Física não é trivial em sua essência, no entanto, o uso dos conceitos ao longo do tempo tende a ‘trivializar’ o que não é fácil e traz a falsa sensação de que os conceitos são ‘óbvios’.” (Dias et ali, 2001 p. 226-7). Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) apontam o modelo vigente de ensino de física. Veja esta passagem dos PCNs:

O ensino de Física tem-se realizado frequentemente mediante a apresentação de conceitos, leis e fórmulas, de forma desarticulada, distanciados do mundo vivido pelos alunos e professores e não só, mas também por isso, vazios de significado. Privilegia a teoria e a abstração, desde o primeiro momento, em detrimento de um desenvolvimento gradual da abstração que, pelo menos, parta da prática e de exemplos concretos. Enfatiza a utilização de fórmulas, em situações artificiais, desvinculando a linguagem matemática que essas fórmulas representam de seu significado físico efetivo. Insiste na solução de exercícios repetitivos, pretendendo que o aprendizado ocorra pela automatização ou memorização e não pela construção do conhecimento através das competências adquiridas. (BRASIL, 2000, p. 22).

Com o uso da história das ciências é possível entender melhor um conceito e descobrir a importância dele no contexto da descoberta. A perspectiva deste trabalho

está alinhado com o artigo de Dias et al. (2004) que diz que a história da física pode servir como um *organizador prévio*.

Organizador prévio é um conceito da Teoria da aprendizagem significativa de David Asubel. Nessa teoria, um conhecimento torna-se significativo por uma interação com alguns conhecimentos prévios relevantes, que existem na mente do aprendiz. Neste processo, há conceitos – chamados subconsores – relevantes aos novos conceitos a serem aprendidos e que os modificam e podem ser por eles modificados. (DIAS et ali,2004, p. 257-258)

A história da física não tem por objetivo somente contar fatos, esta possibilitará que o aluno tenha contato com conceitos próximos ou semelhantes aos seus. A partir da história poderá utilizar suas ideias prévias para “entrar” no contexto da época. A partir da história da Física servirá como um conhecimento prévio para a aula nos moldes tradicional de Gravitação Universal.

O capítulo 1 trata de alguns antecessores importantes de Newton: Aristóteles, Galileu, Kepler e Descartes. Este capítulo tem por objetivo mostrar a evolução das explicações para o movimento dos corpos terrestres e celestes de cada um desses pensadores. A vida e os contextos da criação dos *Principia* foram abordados no capítulo 2. Já no capítulo 3 é feita uma análise das definições, dos axiomas ou leis de movimento e algumas proposições do livro I do *Principia*. As análises feitas no capítulo 3 servirão de base para o capítulo 4. No capítulo 4 é feita uma análise do livro 3 do *Principia*, livro que enuncia a Teoria da Gravitação Universal.

1- Antecessores de Newton

1.1 –Aristóteles.

Aristóteles (384 - 322 a.C.) deu contribuições importantes em diferentes áreas: política, economia, moral, além da científica. Ele introduziu o conceito de classificação de animais e também foi o primeiro a formular o método de raciocínio dedutivo na forma de silogismo¹:

Todos os homens são mortais.

Sócrates é um homem.

Logo, Sócrates é mortal.²

Esta é uma forma de silogismo feita por Aristóteles no seu tratado sobre lógica e raciocínio. Posteriormente raciocínios como acima foram usados na construção de sua teoria. Ele se importava com a observação na Astronomia e nas outras ciências. Para provar que a Terra era uma esfera redonda e não um prato achatado usou os seguintes argumentos:

1- Os eclipses lunares são formados pela Terra ao se posicionar entre a Lua e o Sol, e a sombra da terra na Lua é sempre redonda³.

2- Os gregos viam em suas viagens que as posições da estrela polar variam quando vistas de regiões diferentes. Usando esse fato conseguiu calcular o raio da Terra e encontram um valor que é aproximadamente o dobro do valor aceito atualmente⁴.

Em sua obra *sobre o céu* Aristóteles acreditava que a Terra era estacionária e o Sol, a Lua e todos os corpos celestes estariam rodando em torno da Terra em órbitas circulares. A explicação para o movimento dos corpos celestes era diferente da causa do movimento dos corpos terrestres⁵. Aristóteles baseava-se na teoria de Empédocles, que a natureza era constituída de quatro elementos: a terra, o ar, a água e o fogo⁶. Para

¹Silogismo é um termo filosófico com o qual Aristóteles designou a argumentação lógica perfeita, constituída de três proposições declarativas que se conectam de tal modo que a partir das duas primeiras, chamadas premissas, é possível deduzir uma conclusão. Disponível em : <<https://pt.wikipedia.org/wiki/Silogismo>>. Acesso em 06/09/15

² Cohen, 1967, p. 13.

³ Ibidem, p 14.

⁴ Hawking, 2015, p.10.

⁵ Cohen, 1967, p 15

⁶ Ibidem, p.17.

Aristóteles os corpos celestes eram feitos de um quinto elemento, o éter.⁷ O éter tinha as características de incorruptibilidade e imutabilidade. Para os Gregos a imutabilidade está associada à ideia de perfeição⁸. Com isso há uma separação entre o mundo terrestre e o celeste, havendo uma explicação diferente para cada movimento.

Os elementos estariam dispostos na seguinte ordem: terra, água, ar, fogo e o quinto elemento- éter, este é matéria imutável, pois para Aristóteles, no céu nada muda nunca, tudo continua o mesmo⁹.

O universo poderia ser dividido em duas regiões: A sublunar, contida na esfera abaixo da lua, onde estariam os quatro elementos e o mundo supralunar compostos por corpos animados, que giram em movimento circular e tem o seu movimento eterno e na penúltima esfera do mundo Supralunar estariam as estrelas, estas seriam movidas pelo motor imóvel e primogênito¹⁰.

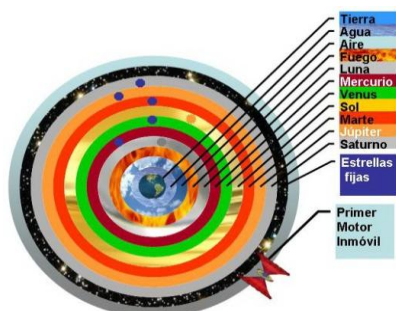


Figura 1 - Esquema do Universo de acordo com Aristóteles

Para explicar os movimentos terrestres, Aristóteles usou a teoria do local natural que pode ser exemplificada com o trecho abaixo, presente no livro *Física*, escrito por ele:

Todo corpo sensível está por natureza em algum lugar, e há um lugar próprio para cada corpo, o mesmo para todo ele e para uma de suas partes; por exemplo, o mesmo para toda a terra e para um pouco de terra, para o fogo e para uma centelha. (...)

(Zingano, 2005, pág 102)

O princípio básico da teoria do lugar natural era que todos os corpos terrestres eram constituídos pelos “quatro elementos”. O corpo seria leve ou pesado segundo a porcentagem de cada elemento que o constituía. A terra era o elemento naturalmente pesado e o fogo era o elemento mais leve, entre eles estariam a água e ar. Se um objeto

⁷ Zingano, 2005, p. 95

⁸ Dias, 2004, p.259

⁹ Ibidem, p.98

¹⁰ Ibidem, p.99

fosse pesado seu movimento natural seria para baixo, caso contrário seria para cima¹¹. Segundo a teoria, a fumaça subiria por ser leve e a pedra desceria por ser pesada. Ao perceber que muitos objetos se movem de forma diferente, como o de uma pedra lançada para cima ou uma bola presa na extremidade de uma corda poderia em movimento circular, cria o conceito de movimento “violento” que é contrário à natureza do corpo e ocorre quando há aplicação de uma força motriz e, quando esta deixa de atuar, o corpo segue o seu movimento natural.¹² Com o uso dos cinco elementos atrelado ao conceito de movimento violento e natural era possível explicar toda a cinemática dos corpos terrestres e celestes¹³.

¹¹ Ibidem, p.101

¹² Zingano, 2005, p.104

¹³ Cohen, 1967, p.17

1.2– Galileu

Galileu nasceu no dia 15 de fevereiro de 1564 em Pisa, na Itália. Em 1592, Galileu tornou-se professor de matemática na Universidade de Pádua. Quando ingressou à Universidade tinha o interesse de estudar medicina, porém descobriu maior desejo de estudar matemática, abandonou o curso de medicina e passou a se dedicar à matemática, à física e à astronomia. Galileu era adepto da teoria heliocêntrica de Copérnico, apesar de dar aulas sobre o geocentrismo¹⁴.

Galileu foi o principal responsável pela introdução do telescópio como instrumento científico, mas deu sua primeira contribuição à astronomia antes de usar o telescópio. Em 1604 observou uma estrela nova na constelação de Serpentário, como essa estrela não tinha paralaxe mensurável, ela deveria estar muito longe da Terra. Para Aristóteles os céus eram imutáveis e as mudanças estariam limitadas à circunvizinhanças da Terra. Para Galileu esta prova era decisiva, pois era a segunda estrela nova observada, a anterior fora observada por Tycho Brahe em 1572 na constelação de Cassiopéia.

Galileu não foi o inventor do telescópio, a história da invenção do telescópio é muito interessante, porém não trataremos dela neste trabalho. Em maio de 1609, ele ouviu falar de um instrumento que o holandês Hans Lippershey havia construído, e que permitia observar à distância.

Um relatório chegou aos meus ouvidos de que certo flamengo tinha construído uns óculos de alcance, por meio dos quais objetos visíveis, embora muito distantes do olho do observador, eram distantemente vistos como se estivessem próximos. Deste feito, verdadeiramente notável, várias experiências eram relatadas, às quais pessoas davam crédito, enquanto outras negavam. Alguns dias após o relato me foi confirmado em uma carta de um nobre francês de Paris, Jaques Badovere (antigo aluno de Galileu), o que me fez dedicar-me com todo o afinco aos meios pelos quais eu poderia chegar à invenção de um instrumento semelhante. Isto fiz pouco depois, sendo minha base a teoria da refração. (Cohen, 1967, pág 63)

Ainda no mesmo relato o cientista Italiano descreve como construiu o seu primeiro telescópio, veja o trecho abaixo:

Primeiro preparei um tubo de chumbo, a cujas extremidades ajustei duas lentes de vidro, ambas planas de um lado ao passo que do outro lado, uma era esfericamente convexa e a outra esfericamente côncava. Colocando então meu olho perto da lente côncava percebi objetos satisfatoriamente grandes e próximos, porque pareciam três vezes mais perto e nove vezes maiores do que quando vistos a olho nu. A seguir construí outro, mais aperfeiçoado que aumentava objetos mais de sessenta vezes. Finalmente, sem poupar trabalho nem despesas consegui construir para mim um experimento tão excelente, que os objetos vistos por seu intermédio apareciam aproximadamente mil

¹⁴ Cohen, 1967, p. 61

vezes maiores e mais de trinta vezes mais próximos do que quando olhados com a vista desarmada. (Cohen, 1967, pág 64)

A Lua foi o primeiro corpo celeste a ser estudado por Galileu com o uso do telescópio. Ele observou que a superfície dela apresentava irregularidades assim como a da Terra. Galileu descobriu que a superfície da Lua não era uniforme nem perfeitamente esférica; ela é desigual, áspera e cheia de cavidades e protuberâncias não sendo diferente da superfície terrestre. Com isso Galileu consegue demonstrar que pelo menos o mais próximo corpo celeste não possui a perfeição atribuída a todos os corpos celestes conforme determinava os filósofos gregos.

A utilização do telescópio possibilitou que Galileu, em 1610, pudesse descobrir novas estrelas no céu, em suas observações descobriu as quatro luas de Júpiter. Ele as chamou de estrelas, vale ressaltar que à época de Galileu quase todos os corpos celestes eram chamados de estrelas.

Outra descoberta importante foi que Vênus apresenta fases de cheia à crescente, modificações cíclicas que confirmariam a teoria de Copérnico. Isso prova que Vênus brilha por luz refletida e não por luz própria, assim como a Lua e a Terra. Se Vênus possui órbita ao redor do Sol, as diferentes fases parecerão ser de diferentes tamanhos por causa das diferentes distâncias entre Vênus e a Terra. As fases de Vênus apresentadas por Galileu eram um poderoso argumento contra a antiga Astronomia.

Estudaremos algumas contribuições feitas por Galileu no campo da mecânica: O princípio da inércia, o movimento retilíneo uniforme e a queda dos corpos. Ele formulou o seu princípio da inércia no seu livro *Diálogo sobre os Dois Sistemas do Mundo: O Ptolomaico e o Copernicano*. O diálogo ocorre entre três personagens Salviati, Simplicio e Segredo que representam respectivamente Galileu, o pensamento aristotélico e um homem leigo inteligente¹⁵. Veja o trecho retirado do deste livro:

Salviati: [...] Agora me diga: Suponha que você tenha uma superfície plana, lisa, feita de um material como o aço. Ela não está paralela com o Solo e, em cima dela, você coloca uma bola perfeitamente esférica e feita de um material pesado, como o bronze. O que você acredita que irá acontecer, quando a bola for Solta? Você não acredita, como eu, que ela permanecerá parada?

Simplício: A superfície está inclinada?

Salviati: Sim, isso foi assumido.

Simplício: Não acredito que ela permanecerá parada; pelo contrário, tenho certeza de que ela irá espontaneamente rolar para baixo.

Salviati: [...]. Durante quanto tempo você acha que a bola permanecerá rolando e com qual velocidade?

¹⁵ Dias, 2004, p.261

Lembre-se que eu disse que era uma bola perfeitamente esférica e uma superfície altamente polida, de modo a remover todos os impedimentos acidentais e externos. Da mesma forma, eu quero que você despreze, também, qualquer impedimento do ar, causado por sua resistência à separação, e todos os outros obstáculos acidentais, se existir algum.

Simplicio: Eu o compreendi perfeitamente e lhe respondo que a bola continuaria a mover indefinidamente, tão longe quanto a inclinação da superfície se estendesse e com um movimento continuamente acelerado. Pois tal é a natureza dos corpos pesados [...]; e, quanto maior a rampa, maior seria sua velocidade.

Salviati: E se alguém quisesse que a bola se movesse para cima, nessa mesma superfície, você acha que a bola [poderia] ir?

Simplicio: Não espontaneamente; não. Mas arrastada ou atirada forçadamente, ela iria.

Salviati: E se a bola fosse arremessada com um ímpeto forçadamente impresso nela, qual seria seu movimento e quão rápido [seria ele]?

Simplicio: O movimento iria constantemente diminuir e seria retardado, sendo contrário à natureza, e teria uma duração maior ou menor, de acordo com um maior ou menor impulso e menor ou maior aclave.

Salviati: Muito bem; até aqui você me explicou o movimento sobre dois planos diferentes. Em um declive, o corpo pesado desce espontaneamente e continua acelerando e mantê-lo em repouso requer o uso de força. No aclave, uma força é necessária para arremessá-lo e até para mantê-lo parado e o movimento impresso diminui continuamente até ser inteiramente aniquilado. Você diz, também, que uma diferença nos dois casos se origina na maior ou menor inclinação do plano, de forma que, em um declive, uma velocidade maior se segue de uma maior inclinação, enquanto que, ao contrário, em um aclave, um dado corpo em movimento, arremessado com uma força dada, move-se mais longe, de acordo com uma menor inclinação.

Agora, diga-me o que aconteceria, se o mesmo corpo em movimento fosse colocado numa superfície sem aclave ou declive .

Simplicio: [...]. Não havendo declive, não haveria tendência natural ao movimento; não havendo aclave, não haveria resistência a ser movido. Assim, haveria uma indiferença quanto à propensão e resistência ao movimento.

Parece-me que a bola deveria permanecer naturalmente estável. [...].

Salviati: [...]. Acho que isso é o que aconteceria, se a bola fosse colocada firmemente. Mas o que aconteceria se fosse dado à esfera um impulso, em qualquer direção?

Simplicio: Deve ser concluído que ela se moveria naquela direção.

Salviati: Mas com que tipo de movimento? Um continuamente acelerado, como no declive, ou um continuamente retardado, como no aclave?

Simplicio: Não havendo aclave ou declive, não posso ver uma causa para desaceleração ou aceleração.

Salviati: Exatamente. Mas, se não existe causa para a retardação da bola, deve haver ainda menos [causa] para que venha ao repouso; assim, até onde você supõe que a bola se moveria?

Simplicio: Tão longe quanto a extensão da superfície continuasse sem se levantar ou abaixar.

Salviati: Então, se tal espaço fosse ilimitado, o movimento nele seria, da mesma forma, ilimitado?

Isto é, perpétuo?

Simplicio: Assim parece-me [...]. (Galileu, 2001, pág 144-148)

A inércia de Galileu difere um pouco da Inércia Newtoniana. Para o primeiro a inércia é circular, enquanto para o segundo, ela é retilínea. Para Galileu a direção

horizontal não é retilínea, mas circular em torno da Terra, assim não possui aclive e nem declive. Para ele, esta era a explicação para o movimento dos corpos celestes¹⁶.

Veja trecho em que Galileu define a direção horizontal como circular:

Salviati:- (...) Mas o movimento pela linha horizontal, que não é aclive nem declive, é movimento circular em torno do centro: o movimento circular, portanto, nunca será adquirido naturalmente, sem o precedente movimento reto, mas uma vez adquirido, ele continuará perpetuamente com velocidade uniforme. (Galileu, 2001, pág 109)

Outra questão defendida por Galileu foi a mobilidade terrestre, questão muito difícil de ser defendida. Desde a antiguidade já se sabia o valor aproximado do raio terrestre e de acordo com esse raio, a Terra teria uma velocidade de rotação em torno de 1700 Km/h. Como não sentir esse efeito?¹⁷ O argumento de Copérnico é que o movimento de rotação da terra seria natural, por isso não o sentimos, veja a passagem.

Por estas e outras razões semelhantes, eles dizem que a Terra permanece em repouso no meio do universo e que não existe dúvida sobre isso. Mas se alguém opina que a Terra gira, ele também dirá que esse movimento é natural e não violento. Ora, coisas que estão de acordo com a natureza produzem efeitos contrários aos que são violentos. Pois as coisas às quais se aplica força ou violência se quebram e são incapazes de subsistir por um longo tempo. Mas as coisas que são causadas pela natureza estão em uma condição correta e são mantidas em sua melhor organização. Por isso, Ptolomeu não tinha razão para temer que a Terra e todas as coisas da Terra se espalhassem por uma revolução causada pelo poder da natureza, que é muito diferente daquela da arte ou do que pode resultar do gênio humano.

(Martins, 1994 Apud COPERNICUS, De revolutionibus, I.8)

Já William Gilbert explica o fenômeno argumentando que há uma influência da Terra que prende os corpos à ela.¹⁸ Já Galileu admite em alguns pontos de sua obra que o movimento da terra é natural assim como Copérnico. Mas Galileu descreve uma experiência em um navio no livro *Diálogo sobre os dois principais sistemas do mundo* que explica porque os corpos não sentem o movimento de rotação da Terra. O navio de trecho estaria em um mar fictício e sem nenhum movimento representaria a Terra; se o navio se movesse em uma determinada direção e uma pedra fosse abandonada do alto de um mastro, esta nunca atingiria o pé do mastro por que ele se distanciaria da pedra?¹⁹ Veja o trecho:

Salviati: Parece-me que a experiência do navio esteja tão bem ajustada a nosso propósito, que se deva razoavelmente acreditar que o que se vê acontecer nela, deva acontecer no globo terrestre?

¹⁶ Pires, 2008, p.138

¹⁷ Martins, 1994, p.201

¹⁸ Martins apud *De Magnetede* William Gilbert.

¹⁹ Takimoto, 2009, p.35

Simplício: Até que pareceu-me que sim; e embora tenhais acrescentado algumas diferenças, não me parecem suficientes para mudar a minha opinião.

Salviati: agora dizei-me, se a pedra deixada cair de cima do mastro, quando o navio navega com grande velocidade, caísse precisamente no mesmo lugar do navio no qual cai quando o navio está parado, qual é o serviço que estas quedas quanto a assegura-vos se o navio está parado ou navegando?

Simplício: Absolutamente nenhum: do mesmo modo que por exemplo, da batida de pulso não se pode saber se alguém dorme ou está acordado. Porque o pulso bate do mesmo modo para os que dormem para os que está despertos. (Galileu, 2001, pág150)

Galileu estudou a queda dos corpos. Ele concluiu através de estudos em planos inclinados que a velocidade de um corpo varia linearmente com o tempo e a distancia percorrida depende do quadrado do tempo, como os estudos valiam para qualquer inclinação, estas proporcionalidades devem valer para a queda livre. Ainda no estudo da queda dos corpos, Galileu afirmou que o corpo pesado cai ligeiramente mais rápido que outro, em razão da força de atrito com o ar.²⁰

²⁰ Cohen, 1967, p.119

1.3–Kepler

Kepler foi apresentado à astronomia desde criança, aos seis anos foi levado por sua mãe para um local elevado para que observasse o cometa de 1577. Aos nove anos observou um eclipse lunar em 1580. Em setembro de 1589 ingressou na prestigiosa Universidade de Tübingen para estudar Teologia. Em todas as faculdades medievais os alunos deveriam iniciar a sua vida acadêmica na faculdade de Artes para depois obter o mestrado, no caso de Kepler em Teologia. As cadeiras obrigatórias eram: Ética, Dialética, Grego, Hebreu, Esférica e Física. Kepler também se dedicou à Astrologia, área na qual fez muito sucesso e logo se tornou referência na elaboração de horóscopos²¹.

Em abril de 1594 chegou a Graz na condição de Matemático Providencial, ele devia redigir os prognósticos anuais para os nobres e preparar as predições. Em outubro do mesmo ano duas de suas predições haviam se confirmado: A de um inverno rigoroso e a de um ataque de tropas Turcas. Como Professor de Matemática Kepler não obteve sucesso, poucos alunos frequentavam suas aulas. Em julho de 1595 ao desenhar uma figura geométrica no quadro negro teve a ideia de associar o sistema de Copérnico à Geometria Euclidiana. No quadro negro desenhou um triângulo com um círculo inscrito e outro circunscrito, notou que a proporção entre o raio do círculo maior e do menor parecia semelhante à proporção existente entre o raio das órbitas de Saturno e de Júpiter. Então tentou determinar a distância entre Marte e Júpiter com o auxílio de um quadrado ao invés de um triângulo, sua tentativa não deu certo. Tentou usando um pentágono e depois um hexágono e não obteve êxito em nenhuma das tentativas²².

Kepler resolveu usar poliedros regulares, pois eram seis os planetas e cinco os sólidos platônicos. Na esfera (órbita) de Saturno inscreveu um cubo e junto à esfera tangente às faces do cubo colocou a esfera de Júpiter. Esta última esfera continha um tetraedro, enquanto na esfera nele contida estava a órbita de Marte. Nesta órbita inscrevia um dodecaedro no qual de encontrava a esfera terrestre. Na esfera terrestre, estava um icosaedro sendo a esfera interior a órbita de Vênus. Na esfera de Vênus colocava-se um octaedro, que envolvia a órbita de Mercúrio. No centro do sistema planetário está o Sol. Com isso era possível calcular gradualmente as proporções

²¹ Mourão, 2007, p.52.

²² Ibidem, p. 54-56.

relativas de cada uma das órbitas e dos poliedros a eles associados e estas proporções eram relativamente parecidas com as dos raios das órbitas dos planetas²³.

Após resolver o problema das proporções dos raios das órbitas dos planetas, Kepler se dedicou a um mais importante: descobrir uma relação matemática entre a distância de um planeta ao Sol e o tempo necessário para completar uma revolução. Esses períodos de revolução eram conhecidos desde a antiguidade. O planeta Mercúrio demora em torno de 3 meses enquanto Vênus um pouco mais de sete meses; Marte vinte e quatro meses; Júpiter, cento e vinte meses e, Saturno trezentos e sessenta meses. Como explicar que Saturno duas vezes mais distante do Sol do que Júpiter não demorava o dobro do tempo para dar uma volta completa no Sol? Para Kepler, o movimento dos planetas era governado por uma força magnética que tinha origem no Sol. Essa força deveria conduzir os planetas em suas órbitas. Os planetas mais exteriores se moveriam mais lentamente pelo motivo desta força diminuir com a distância. Seis meses depois da descoberta das órbitas planetárias e os cinco sólidos perfeitos, acabou de escrever o manuscrito do *Mysterium*. O manuscrito se tornou um livro e foi publicado e impresso²⁴.

Kepler enviou exemplares do *Mysterium cosmographicum* para grandes cientistas da época. Alguns rejeitaram a ideia de Kepler como Galileu Galilei e o filósofo e médico Johannes Proetorius(1546-1608). Tycho Brahe, apesar de rejeitar as especulações metafísicas de Kepler, o convidou-o para trabalhar junto com ele²⁵. Brahe acreditava que Kepler poderia usar o modelo desenvolvido no *Mysterium Cosmographicum* à sua hipótese do geo-heliocêntrico. Neste sistema ao redor da Terra e da Lua girava o Sol em torno do qual girava os outros planetas. Tycho convidou-o para ser seu assistente. Kepler se encheu de esperanças quando recebeu o convite para trabalhar com Tycho, pois este havia acumulado trinta e cinco anos de observações, conforme Kepler escreveu em fevereiro de 1599: “Calemo-nos e escutemos Tycho Brahe, que dedicou às observações trinta e cinco anos, somente por Tycho Brahe é quem espero; ele me explicará a ordem da disposição das órbitas.” (Mourão, 2007, p.170)

Kepler foi trabalhar em Praga para o imperador Rodolfo II junto com Tycho Brahe. Kepler esperava um dia ter acesso a todos os dados de Tycho. Como assistente

²³ Mourão, 2007, p.57.

²⁴ Cohen, 1967, p.143

²⁵ Mourão, 2007, p.150

de Tycho tinha a função de estudar a órbita de Marte. Kepler prometeu resolver o problema em oito dias, porém o trabalho demoraria quase oito anos. Tycho Brahe sofreu uma grave crise de rins em outubro de 1601 e antes de morrer designou Kepler como seu sucessor, Tycho morreu dias depois. Kepler herdou todos os dados astronômicos das observações feitas por Tycho²⁶.

Kepler ainda não estava decidido a abandonar o princípio da circularidade dos movimentos celestes. Antes de resolver o problema da órbita de Marte, Kepler o abandonou para dedicar-se ao da Terra. O problema de Kepler não era somente determinar a órbita de Marte, mas também determinar a órbita da Terra, pois todas as medições eram feitas daqui. Ao tomar a órbita terrestre por base e fixar a Terra no céu, Kepler pode determinar a distâncias de Marte ao Sol²⁷.

A força emanada pelo Sol para Kepler era magnética e responsável por manter os corpos em órbita, esta conclusão falsa conduziu à descoberta da segunda lei dos movimentos dos planetas. Kepler descobriu que, assim como os demais planetas, a Terra não se deslocava com velocidade uniforme. Nas duas extremidades da órbita – afélio e periélio – a velocidade precisa ser inversamente proporcional à distância²⁸.

Tendo comprovado que a Terra não se movimenta com velocidade uniforme e que a velocidade dos planetas depende da distância ao Sol, concluiu que **a área varrida pela linha imaginária ligando o Sol vai percorrer áreas iguais em tempos iguais**, isto é conhecido nos dias atuais como a segunda lei de Kepler. Note que **segunda lei de Kepler** foi descoberta antes da primeira lei²⁹.

Após estabelecer como a velocidade de Marte varia ao longo de sua órbita pela segunda lei dos movimentos planetários, faltava determinar a órbita de Marte. Kepler tentou ajustar os dados de Tycho Brahe à órbitas circulares, às órbitas dos sistemas de Copérnico e de Tycho por três anos, até tentou órbitas ovais, mas não conseguiu obter êxito. Até que viu que os dados se encaixavam perfeitamente em uma órbita elíptica. **A primeira lei de Kepler diz que a órbita de cada planeta é em forma de elipse**, com o Sol localizado em um dos focos³⁰.

A terceira lei de Kepler também conhecida como lei harmônica nos **mostra a relação entre o período de revolução(T) e o raio da órbita de um planeta(D)**. Veja abaixo

²⁶ Mourão, 2007, p.170

²⁷ Ibidem, p.172

²⁸ Ibidem, p.175-177

²⁹ Ibidem, p.180-183

³⁰ Cohen, 1967 p.147

a tabela com os dados do tempo de revolução dos planetas em anos e as suas respectivas distâncias médias do Sol³¹.

	Mercúrio	Vênus	Terra	Marte	Júpiter	Saturno
Tempo de revolução(em anos)	0,24	0,615	1,00	1,88	11,68	29,457
Distância média ao Sol(em UA)	0,387	0,723	1,00	1,524	5,203	9,5939

Tabela 1- *Distância média ao sol e período de revolução dos planetas primários.*³²

Não Há nenhuma relação simples entre D e T. Primeiro ele experimentou tomar o quadrado desses valores, D^2 e T^2 , Não conseguindo obter nenhuma relação matemática entre D e T. Tentou achar uma relação com os valores de D e T^2 , D^2 e T, até tentou D^3 e T^3 , mas não obteve êxito. Até finalmente conseguir chegar a relação da chamada terceira lei de Kepler que afirma: Os quadrados da distância dos tempos de revolução de quaisquer dois planetas do ao redor do Sol são proporcionais aos cubos de suas distâncias médias ao Sol³³.

³¹ Cohen, 1967, p.147

³² Ibidem, p.148

³³ Ibidem, p.149.

1.4– Descartes

René Descarte nasceu em 1596 na cidade francesa de La Haye³⁴, e dedicou grande parte da sua vida aos estudos e à formulação de um novo método científico. Insatisfeito aos métodos da filosofia escolástica procurou constituir um método racional que possibilitasse a formação de uma nova ciência³⁵.

Herdeiro de uma fortuna que lhe permitiu dedicar-se apenas ao saber científico, Descartes passou anos viajando o mundo, não apenas como visitante, mas também como Soldado voluntário nos exércitos do Conde Maurício de Nassau (1618) e do Duque Maximiliano da Baviera (1619), a fim de experimentar novas coisas e aprender novas culturas³⁶, longe das universidades europeias, adepta da escolástica cristã, que unia racionalidade aristotélica ao estudo comentados das obras sagradas³⁷.

Em *Discurso sobre o Método*, Descarte expõe o método científico, conhecido posteriormente como “cartesiano”, através de uma minuciosa autorreflexão das formas pelas quais concebeu verdades e deixou claro as insuficiências dos sentidos, para tal. Em *Discurso sobre o Método*, Descartes faz uma rígida crítica ao ceticismo, doutrina filosófica cujo método era a desconfiança de tudo o que era externo à mente humana, que não concebia a possibilidade da existência de verdades e de uma ciência verdadeira. Descartes ataca com veemência os céticos, pois seu objetivo como intelectual era a constituição de uma nova ciência: uma ciência com métodos bem estabelecidos, que conhecesse a verdade sobre as coisas. No método cartesiano o mundo externo era também objeto de análise, e, portanto dele poderiam ser retiradas verdades. A dúvida faz parte do método, mas não a dúvida cética. A dúvida para Descartes era importante para discernir o falso do verdadeiro, para assim, apenas baseado em verdades, a ciência cartesiana ser estabelecida³⁸.

O ponto de partida para o método é a própria experiência, tida como não confiável, ela é importante para o questionamento dos preconceitos. Descartes não aceitava concepções apenas provenientes das experiências como verdade, para ele só poderia ser verdade aquilo que se apresentava como “evidente”, apenas ideias *inatas*, aquelas que, segundo Descartes, estão no próprio ser desde sua criação, capazes de

³⁴Descartes, 1989, p.21

³⁵ Peduzzi, 2008, p.8

³⁶Ibidem, p.11

³⁷ Peduzzi, 2008, p. 13 apud FATEAUD, 1989, pp. II-III.

³⁸ Ibidem, p.14.

serem teorizadas como as verdades matemáticas(geométricas)³⁹. Por isso a ciência cartesiana foi concebida como fundamentalmente teórica.

A primeira postulação da ciência cartesiana, que rompia fundamentalmente com a tradição cética, foi o “*cogito*” (*cogito ergo sum* que, em português, significa *penso, logo existo*). Através de um esforço minucioso de abstrações, as quais punham em dúvidas no *Discurso*, Descartes chega a conclusão de que existe a capacidade de se conhecer as verdades, verdades essenciais. Como o pensar. Descartes postula: duvidar é pensar. Portanto, pode-se duvidar de tudo, menos de que se pensa. E quem pensa? O eu. Portanto, ser remete a existência: *eu sou eu existo*, logo: *eu penso, eu existo*⁴⁰. Após essa teorização, Descartes desenvolve seu método que descreve com clareza. Além do *cogito*, Descartes postula a existência de Deus, num exercício semelhante ao qual descobre o primeiro. Estabelecendo-o sua existência através da evidencia da ideia inata, Descartes concebe o protagonista do universo. Aquele responsável por sua existência e suas leis: Deus. Ao filósofo é permitida a compreensão do mundo e de suas leis imutáveis, dada a onipotência de Deus, que permite o seu livre-arbítrio.⁴¹

São as regras do método cartesiano:

O primeiro era de nunca aceitar coisa alguma como verdadeira sem que a conhecesse evidentemente como tal; ou seja, evitar cuidadosamente a precipitação e a prevenção, e não incluir em meus juízos nada além daquilo que se apresentasse tão clara e distintamente a meu espírito, que eu não tivesse nenhuma ocasião de pô-lo em dúvida.

O segundo, dividir cada uma das dificuldades que examinasse em tantas parcelas quantas fosse possível e necessário para melhor resolvê-las.

O terceiro, conduzir por ordem meus pensamentos, começando pelos objetos mais simples e mais fáceis de conhecer, para subir pouco a pouco, como por degraus, até o conhecimento dos mais compostos; e supondo certa ordem mesmo entre aqueles que não se precedem naturalmente uns dos outros.

E, o último, fazer em tudo enumerações tão completas, e revisões tão gerais, que eu tivesse certeza de nada omitir. (Descartes, 1989, p.50)

Dessa forma, a ciência de Descartes era essencialmente teórica e dedutiva⁴². A teorização permitia a concepção de verdade e anulações de mentiras provenientes dos sentidos, e a dedução, através de associações de fenômenos semelhantes, permitia a própria teorização.

³⁹ Rosa, 2012, p.58

⁴⁰ Descartes, 1989, p.38-39

⁴¹ Peduzzi, 2008, p.32

⁴² Descartes, 2007, p. 95.

Descartes deu contribuições importantes não só ao método científico mas a formação de uma nova Física. Descartes auxiliou na derrubada da física aristotélica, sobretudo na sua base: a ideia de uma física celeste e outra terrestre. Assim, nessa perspectiva inovadora, o autor escreveu sobre Ótica e contribuiu, sobretudo para a mecânica.

Na Física de Descartes o conceito de quantidade de movimento é fundamental, este é definido como o produto da quantidade de matéria pela velocidade. Para Descartes, a quantidade de matéria está relacionada ao volume do corpo. Conceito de quantidade de matéria diferente da Newtoniana. A quantidade de movimento do Universo se conserva e é numericamente igual a soma das quantidades de movimento individuais de cada corpo⁴³.

Descartes não acreditava em espaço vazio ou ação à distância. O contato e o choque são as únicas formas de ação entre dois corpos. No seu livro *Principia philosophiae* (Princípios da filosofia), ele enuncia três leis atribuídas por Deus à natureza.

Descartes fez postulações a cerca do movimento retilíneo uniforme. Concebeu um princípio de inércia linear, próximo, ainda que diferente, a que Newton formulou no século XVII, e diferente também da concepção de inércia de tipo circular concebida por seu contemporâneo Galileu Galilei.

Segundo Descartes:

Como Deus não está sujeito a mudanças, agindo sempre da mesma maneira, podemos chegar ao conhecimento de certas regras a que chamo as leis da natureza, e que são as causas segundas, particulares, dos diversos movimentos que observamos em todos os corpos, e daí a importância dessas leis. A primeira é que cada coisa particular, enquanto simples e indivisa, se conserva o mais possível e nunca muda a não ser por causas externas. Por conseguinte, se uma parte da matéria é quadrada, ela permanecerá assim se nada vier a alterar a sua figura; e se estiver em repouso, nunca se moverá por si mesma. Mas, uma vez posta em andamento, também não podemos pensar que ela possa deixar de se mover com a mesma força enquanto não encontrar nada que atrase ou detenha o seu movimento. De modo que, se um corpo começou a mover-se, devemos concluir que continuará sempre em movimento, e que nunca parará por si próprio. (Descartes, 2007, p.78)

A segunda lei que observo na natureza é que cada parte da matéria, considerada em si mesma, nunca tende a continuar o seu movimento em linha curva mas sim em linha reta, embora muitas dessas partes sejam muitas vezes obrigadas a desviar-se porque encontram outras no caminho, (...) Embora seja verdade que o movimento não acontece num instante, todavia é evidente que todo o corpo que se move está determinado a mover-se em linha reta e não circularmente. (Descartes, 2007, p.79).

⁴³ Peduzzi, 2008, p.36

Já a terceira lei do movimento se refere à transferência de quantidade de movimento, veja o enunciado dela abaixo:

Se um corpo que se move encontrar outro mais forte [isto é, que tem uma tendência maior a permanecer no estado em que se encontra], o seu movimento não diminui em nada; se encontrar um corpo mais fraco, que consiga mover, só perderá o movimento que lhe transmitir. (Descartes, 2007, p.80)

A terceira lei do movimento de Descartes enuncia a conservação da quantidade movimento de forma escalar. Descartes não concebe a quantidade de movimento como uma grandeza vetorial⁴⁴.

Próximo à linha teórica de Aristóteles, Descartes acredita na existência de elementos que compunham os corpos. A grande diferença era que Descartes não acreditava na existência dos elementos água e éter. Para Descartes os elementos terra, ar e fogo explicam o mundo terrestre e o celeste. Para Descartes, o primeiro elemento é o fogo cujas partículas não possuem tamanho e forma definida, seu tamanho e forma são definidos de acordo com a colisão que sofrem⁴⁵, e complementa Descartes “Assim, não há nunca um espaço tão estreito, nem um ângulo tão pequeno entre as partes dos demais corpos por onde não penetrem as desses elementos, enchendo-as exatamente, sem nenhuma dificuldade.” (Descartes, 1991, p.96). O segundo elemento é o ar, um corpo líquido constituídos de partículas aproximadamente redondas e sempre há espaço entre duas partículas desse elemento que será preenchida pelo elemento fogo⁴⁶. O terceiro elemento é a terra, este tem grande capacidade de resistir ao movimento dos demais corpos, pois suas partes são maiores do que as dos outros elementos e ficam a uma distância bem próxima uma da outra.

Os três elementos fundamentais servem de alicerce para a mecânica cartesiana, tanto a celeste, quanto a terrestre. Para Descartes o movimento retilíneo é natural, então como explicar os movimentos dos corpos celestes? Para isto Descartes utiliza a teoria dosvórtices. Para Descartes o universo é totalmente preenchido pelas matérias dos três elementos, os vórtices são redemoinhos causados pela colisão de partes desses diferentes elementos que possuem tamanhos e formas diferentes. Para Descartes há um número contínuo de vórtices, cada qual com um Sol ou uma estrela no centro e planetas girando ao seu redor. Todas as transformações eram explicadas a partir do movimento

⁴⁴ Peduzzi, 2008, p.39

⁴⁵ DESCARTES, 1991, p. 88

⁴⁶ Ibidem, p. 97

das pequenas partes constituintes da matéria, ele também usou a teoria dos vórtices para explicar a queda dos corpos na superfície da Terra⁴⁷.

Uma das contribuições de Descartes sobre mecânica foi formular uma teoria para o funcionamento da gravidade, diferente do que fez, por exemplo, seu contemporâneo Galileu. A teoria dos vórtices tenta explicar a dinâmica da gravidade. Galileu, apenas chegou ao seu funcionamento, e não à sua causa. Uma explicação mais completa foi possível com Newton.

⁴⁷ Peduzzi, 2008, p.43

2 - A história da descoberta da gravitação universal: da infância de Newton à publicação dos *Principia*.

Isaac Newton nasceu no dia 25 de dezembro de 1642, em Woolsthorpe, Inglaterra. Ele nasceu no ano em que Galileu morreu⁴⁸. O pai de Newton morreu três meses antes do seu nascimento. Aos três anos de idade sua mãe Hannah Smith se casou novamente e deixou Newton com seus avós. Em 1653 seu padrasto morreu e sua mãe voltou a residir com Newton em Woolsthorpe. É provável que a perda do pai e o afastamento da mãe tenham contribuído para a formação da personalidade voltada para o isolamento social. Ele ingressou na escola secundária de Grantham com doze anos, o currículo padrão das escolas Inglesas da época era Latim, Grego e Matemática.⁴⁹

Em quatro de Junho 1661 Newton ingressou em Cambridge para estudar no Trinity College, a admissão no colégio não significava ingresso universitário. Em oito de junho após um juramento de honra e pagamento de uma taxa, teve sua matrícula na Universidade de Cambridge. Newton ingressou como *subsizar*⁵⁰. O currículo da Universidade era praticamente o mesmo que o de quatro séculos antes, tendo o seu foco em Aristóteles, o aristotelismo acadêmico representava um atraso intelectual. Acredita-se que em 1664, Newton teve o seu primeiro contato com as obras de Descartes e depois com as de Galileu e Robert Boyle. Newton leu a obra “Quaestiones” de René Descartes, esta trata sobre filosofia mecânica. Problemas que serão tratados futuramente no *Principia*.

No verão 1665 parte da Inglaterra foi devastada pela peste bubônica. Cambridge decidiu que “todos os alunos e professores que forem agora para o interior em virtude da pestilência deverão receber as verbas usuais para o seu sustento pelo prazo do mês subsequente”. Durante oito meses a Universidade ficou praticamente vazia. Em março de 1666 todos os professores e alunos foram convidados a voltar, mas em junho muitas mortes voltaram acontecer na Inglaterra e houve um novo êxodo. Nesses períodos de peste Newton voltou para a fazenda de sua família em Woolsthorpe. Esse período é denominado *anni mirabilli*. O próprio Newton relata, cinquenta anos após a peste, seus feios no período de 1665-1666.

⁴⁸ Westefall, 1995, conta que a Inglaterra ainda não havia adotado o calendário gregoriano, portanto seu calendário estava defasado em dez dias do continente Europeu, p 2

⁴⁹ Ibidem, p. 5

⁵⁰ Ibidem, pág 21. *Subsizar* – Termo designado para alunos pobres que ganhava o seu sustento prestando serviços domésticos para professores e alunos como melhor condições financeiras.

No início do ano de 1665, descobri o método da aproximação a uma série desse tipo & a regra para reduzir qualquer potência de qualquer binômio a tal série. No mesmo ano, em maio, descobri o método das tangentes de Gregory & Sluius &, em novembro obtive o método direto das fluxões, & no ano seguinte, em janeiro, a teoria das cores & em maio seguinte desvendei o método inverso das fluxões, &, no mesmo ano comecei a pensar sobre a gravidade como se estendendo até a órbita da Lua & (depois de descobrir como calcular a força com que [um] globo girando dentro de uma esfera pressiona a superfície da esfera), a partir da regra de Kepler de que os períodos dos planetas estão numa proporção sesquiáltera com suas distâncias do centro de suas órbitas, deduzir que as forças que mantém os planetas em suas órbitas devem [variar], reciprocamente, como o quadrado de sua distância do centro em torno do qual estes girem: & a partir disso, comparei a força necessária para manter a lua em sua órbita com a força da gravidade na superfície da Terra, & descobri que elas se correspondiam bem de perto. Tudo isso foi nos anos de peste, 1665-1666. Pois, nessa época, eu estava no auge de minha invenção e me interessava mais pela matemática & pela filosofia do que em ocasião posterior. (Westfall, 1995, p.47)

A história da maçã é muito comentada por ter inspirado Newton a descobrir a natureza da gravidade, ela teria ocorrido no verão de 1666. Ele tinha um caderno de anotações que foi guardado e publicado no final do século XX, este mostrava que Newton já pensava sobre a natureza da matéria e suas propriedades em 1666⁵¹. Uma de suas hipóteses era que a gravidade era constituída de uma corrente de éter com grande velocidade impulsiona os corpos para baixo⁵². É difícil acreditar que a queda de uma maçã tenha feito Newton descobrir a origem da gravidade em 1666. “Na época da alegada queda da maçã Newton não estava preparado para descobrir a Gravitação Universal, pois não possuía, ainda, as ferramentas conceituais que, de fato, o levaram a conceber a lei. A “estória” teria sido inventada pelo próprio Newton para fortalecer e tornar crível sua alegação de que a descoberta da Gravitação Universal ocorrera cerca de 20 anos antes de sua publicação, no Princípios; ele se envolveu em uma contenda com Robert Hooke pela paternidade da lei $1/r^2$ e, então, antecipou a descoberta da Gravitação Universal para um período anterior a uma troca de cartas com Hooke. Essa troca de cartas está na origem do Princípios” (Dias et al, 2004, p.265).

William Stukeley, amigo de Newton da época de Cambridge e depois membro da Royal Society, registrou no manuscrito as “Memórias da vida de Sir Isaac Newton”⁵³ uma situação em que Newton o contou o episódio da maçã.

[...] Depois do almoço, como o tempo estava quente, fomos para o jardim e tomamos chá sob a sombra de algumas macieiras, somente eu e ele. Entre outras coisas, disse-me que ele estava na mesma situação em que, muito tempo atrás, a ideia da gravitação veio a sua mente.” Por que uma maçã deve

⁵¹ Cibelle, 2006, p.175 apud Manuscrito Add. 3996, da Cambridge University Library, denominado *Questiones quaedam philosophicae*

⁵² Cibelle, 2006, p.168

⁵³ Manuscrito conservado no arquivo da Royal Society de Londres: Ms. 142

sempre descer verticalmente ao solo? ”pensou ele consigo mesmo, por ocasião da queda de uma maçã, enquanto estava sentado em uma atitude contemplativa. (Silva ,2006,p. apud Stukeley, Royal Society Ms.142)

A história da maçã foi publicada por Voltaire pela primeira vez, como grande admirador da filosofia Newtoniana, visitou Newton antes de seu falecimento e também conversou com Catherine Barton, sobrinha de Isaac Newton que cuidava do tio. Ela o contou sobre a história da maçã e Voltaire a publicou em sua obra *elementos da filosofia Newtoniana* veja a passagem:

\Um dia, no ano de 1666, Newton retirado no campo, e vendo caírem frutos de uma árvore, segundo me contou sua sobrinha(Senhora Conduit), entregou-se em profunda meditação sobre a causa que arrasta assim todos os corpos em uma linha reta, se fosse prolongada, passaria mais ou menos pelo centro da terra. (Voltaire, 1996, p.163)

Um relato de Jonh Conduitt, marido de Catherine Barton, esclarece melhor como caso da maçã, pode ter ajudado Newton a chegar à teoria da gravitação universal. O relato se encontra abaixo:

No ano de 1666 ele novamente se retirou de Cambridge [...] para [a fazenda] de sua mãe em Lincolnshire e enquanto estava meditando em um jardim surgiu em sua mente que o poder da gravidade (que trouxera uma maçã da árvore ao solo) não estava limitado a uma certa distância da Terra mas que este poder deve se estender muito mais longe do que se pensava usualmente. ‘Por que não até a altura da Lua- disse ele a si próprio – e se assim é, deve influenciar o seu movimento e talvez retê-la em sua órbita (Westfall,1995,p.57)

A queda de uma maçã não induz a pensar que a gravidade poderia existir a grandes distâncias da Terra. Se de fato, o episódio da maçã tem alguma coisa de verdadeiro, não foi a queda da fruta que causou essas ideias, mas apenas iniciou uma série de associações na mente de Newton⁵⁴.

A ideia que Newton desenvolveu por completo a teoria da gravitação universal em 1665-1666, mas só a publicou no *Principia* em 1687 é equivocada, Cohen fundamenta que durante os *anos miraculosos* Newton acreditava que a dinâmica das órbitas dos planetas era governada pela força centrífuga de Descartes junto com a ideia de gravidade solar.⁵⁵A estabilidade de um planeta em uma órbita seria a combinação entre a tendência centrífuga do planeta e a força de atração solar, ideia diferente da gravidade desenvolvida no *Principia*. Na continuação do relato de Jonh Conduit podemos observar como Newton estava imbuído das ideias cartesianas:

Ao que ele se pôs a calcular qual seria o efeito dessa suposição, mas, estando afastado dos livros, & tomando a estimativa comumente utilizada pelos

⁵⁴Silva, 2006, p.170

⁵⁵Teixeira, 2010, p.230

geógrafos & nossos navegadores antes de Norwood medir a Terra, de que havia 60 milhas inglesas contidas num grau de latitude na superfície da Terra, seu cálculo não concordou com sua teoria & o inclinou a alimentar a ideia de que, junto com a força da gravidade, poderia haver uma mistura de força que a Lua teria se fosse arrastada por um vórtice. (Westfall, 1995, p.51)

Quanto à dedução da dependência da força gravitacional e a distância é possível que tenha sido feita. Pois nos anos de pestilência teve contato com a obra *Astronomia carolina*, de Thomas Streete, esta o introduziu às leis de Kepler, pois há anotações em seu caderno sobre a obra de Streete⁵⁶.

Westfall(1995,p.49) aponta que os anos de peste podem ser considerado como miraculosos devido ao grande plano de estudos feitos por Newton e seu autodidatismo. Ele leu a Obra *Geometria* de Descartes e também leu o livro *matemática dos infinitesimais* de John Wallis⁵⁷. Destes livros, Isaac Newton extraiu dois problemas centrais estudados para uma nova análise: o problema das curvas das tangentes e a determinação das áreas abaixo das curvas. Ele resolveu problemas de geometria analítica como determinar eixos, diâmetros, centros, assíntotas e vértices de linhas, comparar sua curvatura com a de um círculo, também se dedicou a encontrar linhas cujas áreas, comprimentos e centros de gravidade pudessem ser determinados. De acordo com Wallis as áreas podem ser obtidas através de somas estática de infinitesimais⁵⁸.

Newton estudou a teoria do impacto de Descartes no livro “Quaestiones”, que diz “tudo naturalmente, persiste no estado em que se encontra, a menos que seja interrompido por uma causa externa, donde (...) [um] corpo, uma vez deslocado, manterá sempre a mesma celeridade, quantidade & determinação de seu movimento.” (Westfall, 1995, p.54). Newton pensou se um corpo mantém o seu estado, a menos que alguma causa externa atue sobre ele, deve existir uma relação entre a causa externa e a mudança que ela produz.

Segundo Cohen (1983,p.415), Newton demorou quinze anos após os *annis mirabiles* para escrever algo significativo sobre mecânica. Em 1666 Newton teria feito cálculos tentando achar relação entre a ‘potência’(um tipo de ação da Terra sobre a lua devido a extensão do poder da gravidade terrestre até a Lua) e a gravidade terrestre, mas

⁵⁶ Teixeira, 2010,p.239

⁵⁷ John Wallis foi um matemático britânico cujos trabalhos sobre o cálculo foram precursores aos de Isaac Newton. Disponível em <https://pt.wikipedia.org/wiki/John_Wallis> acesso em 04/09/2015

⁵⁸ Westfall, 1995, p. 44-46

não obteve êxito.⁵⁹ Mais tarde no livro III, proposição 4 do *Princípios*, ele percebeu que a lua “caia” em direção à Terra, interpretando o movimento de rotação da Lua em torno da Terra como um tipo de queda e a comparou a queda da Lua com a queda de um objeto na Terra, veremos mais a frente como ele o fez e obteve sucesso nos cálculos, podendo afirmar que as duas forças realmente tem a mesma origem.

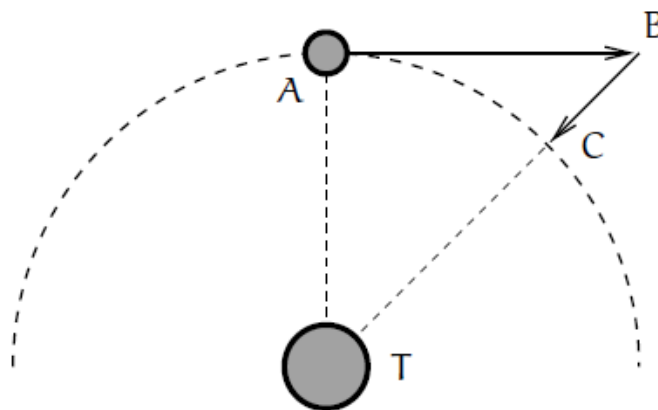


Figura 2: a figura mostra a Lua “caindo” do ponto A para o ponto C em torno da Terra(T)

Se nada puxasse ou empurrasse a Lua em direção à Terra, ela se moveria em linha reta, com velocidade constante de A para B. No entanto, ela é desviada dessa trajetória tangencial e, em vez de ir de A para B em linha reta, move-se de A para C em linha curva. Esse movimento pode ser considerado como a combinação de um movimento tangencial AB e de um movimento radial BC que representa o efeito da força que empurra ou que puxa a Lua em direção a Terra. A ideia de um movimento radial e outro tangencial foi proposta por Hooke a Newton em 1679.⁶⁰

Em abril de 1667, Isaac Newton retorna à Cambridge. Em outubro do mesmo ano se tornou membro júnior do corpo docente. Ele seria promovido ao cargo de professor pleno, logo que se tornasse mestre em humanidades, isto ocorreu em nove meses. Depois disso, ele viveu no Trinity durante vinte e oito anos. Dois anos Isaac Barrow renuncia a sua cátedra de matemática para que Newton assumisse. Ele retornou os seus estudos de ótica e construiu o primeiro laboratório de ótica de Cambridge. Neste período, inventou o telescópio refletor, neste não havia o problema da aberração cromática.

⁵⁹ Teixeira, 2010, p.218

⁶⁰ Teixeira, 2010, p.183

No início de 1684 Robert Hooke, Edmond Halley e Sir Christopher Wren⁶¹ reuniram-se para discutir a seguinte questão: “sob que lei de força seguiria um planeta uma órbita elíptica?” Segundo as leis de Kepler, era claro que o Sol deveria pelo menos afetar os planetas de acordo com sua proximidade. Para Kepler a força emanada pelo Sol, assim como a intensidade de uma fonte luminosa com o inverso do quadrado de sua distância⁶².

Em novembro de 1679, Hooke havia enviado uma carta a Newton, solicitando comentários sobre um método desenvolvido para descrever movimentos curvilíneos. Newton respondeu a Hooke que esse método lhe era desconhecido. Hooke apresentou, ainda, a Newton um problema, que pode ser parafraseado como se segue: “Se um corpo sofre uma atração em direção a um centro, que tipo de curva seria sua órbita, se a ‘atração’ varia inversamente com o quadrado da distância?” Newton não lhe respondeu.

Em 1684, Edmund Halley, o famoso astrônomo, visitou Newton e lhe fez a mesma pergunta, Newton teria respondido, imediatamente, que, segundo seus cálculos, era uma elipse, porém não achou os cálculos. Halley insistiu, então, que ele escrevesse seus cálculos; o resultado, após alguns pequenos tratados (verdadeiros rascunhos do trabalho maior) foi o *Princípios Matemáticos da Filosofia Natural*⁶³.

Esse problema fora discutido por Halley, Wren e Hooke numa reunião da Royal Society em Janeiro de 1684, apesar de Hooke afirmar que era capaz de mostrar as leis do movimento utilizando a relação que a força centrípeta variava com o inverso do quadrado da distância. Ele afirmava que tinha a demonstração e tinha a pretensão de não divulgá-la até que os presentes não conseguissem resolver o problema e aprendessem a valorizá-la. Isso fez com que Halley visitasse Newton em Cambridge em agosto do mesmo ano⁶⁴.

Apesar de Halley ter mencionado esta visita, há um relato escrito pro Abraham DeMoivre⁶⁵:

⁶¹Christopher Wren, (East Knoyle, Wiltshire, 20 de outubro de 1632 – Londres, 25 de fevereiro de 1723) foi projetista, astrônomo, geômetra, e o maior arquiteto da Inglaterra, de seu tempo. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Christopher_Wren>. Acesso em 09/09/2015.

⁶²Cohen, 1967, p.161

⁶³ Westfall, 1995, p.146

⁶⁴ Ibidem, p.148

⁶⁵ Abram de Moivre - Champagne, França, 26 de Maio de 1667 — Londres, Reino Unido, 27 de Novembro de 1754) foi um matemático francês famoso pela *Fórmula de De Moivre*, que relaciona os números complexos com a trigonometria, e por seus trabalhos na distribuição normal e na teoria das probabilidades. Disponível em <https://pt.wikipedia.org/wiki/Abraham_de_Moivre> Acesso em: 08/09/2015.

Em 1684, o dr Halley foi visitá-lo em Cambridge e, depois de passarem algum tempo juntos, o dr. perguntou-lhe como ele pensava que seria a curva descrita pelos planetas, supondo-se que a força de atração do Sol fosse inversa ao quadrado de suas distância a ele. Sir Isaac retrucou imediatamente que seria uma elipse, ao que o dr. com grande alegria e assombro, perguntou como sabia disso; ora. Disse ele, eu a calculei; ao que o Dr. Halley pediu-lhe seu cálculo sem maiores delongas, Sir Isaac procurou entre seus papéis e não conseguiu encontrá-lo, mas prometeu refazê-lo e depois lho enviar.(Westfall,1995,p.147)

Em Novembro Newton enviou à Halley um pequeno tratado de nove páginas , com o título *De motu corporum in gyrum* [Sobre o movimento dos corpos numa órbita]. Este tratado inicialmente continha quatro teoremas e cinco problemas que versavam sobre o movimento no espaço desprovido de resistência, em suma o De motu “não apenas demonstrava que a órbita elíptica implicava uma força inversamente proporcional ao quadrado em direção a um foco, como também esboçava uma demonstração do problema original: a força inversamente proporcional ao quadrado implicava uma órbita cônica, que é uma elipse para velocidades abaixo de certo limite. Partindo dos princípios postulados da dinâmica, o tratado demonstrou também a segunda e a terceira leis de Kepler” (Westfall, 1995, p.149). O texto do De motu começa com as definições de força centrípeta, força inata e resistência⁶⁶. Halley ficou impressionado e fez sua segunda viagem à Cambridge e descobriu que Newton tinha alguns ensaios não publicados e queria financiar as publicações de Newton, Halley como membro da Royal Society logo contou aos membros dela sobre o tratado *De motu*.

Na primeira versão do *De motu* Newton explica o movimento retilíneo uniforme, ele o enunciou nos seguintes termos: “E chamo de força de um corpo ou força intrínseca aquilo que faz com que ele tenda a permanecer seu movimento em linha reta⁶⁷”. Ainda no mesmo tratado, Newton generalizou o conceito de movimento uniforme que foi enunciada como abaixo:

“Por sua força intrínseca apenas, todo corpo segue uniformemente em linha reta para o infinito, a menos que algo extrínseco venha impedi-lo”⁶⁸.

Newton continuou seus estudos e publicou três versões do *De Motu* antes de publicar *Os Princípios Matemáticos da Filosofia Natural*⁶⁹.

⁶⁶Whiteside,2008,pág 8

⁶⁷Westfall(1995),op.cit, pág 153

⁶⁸Whiteside ,2008, pág 10

⁶⁹ Westfall,1995, p.152.

Newton escrevera a Flamsteed⁷⁰ solicitando dados que permitissem tornar suas demonstrações mais precisas. Em dezembro e janeiro de 1684-5, escreveu a Flamsteed quatro vezes solicitando informações e em setembro de 1685 voltou a pedir informações. Há um relato interessante de Humphrey Newton⁷¹ que mostra o quanto Isaac Newton estava focado em resolver o problema e estava com um comportamento excêntrico, veja a seguinte passagem:

Tão absorto tão empenhado em seus estudos que quase não comia, ou melhor, muitas vezes esquecia-se por completo de comer, a ponto de , entrando em seu quarto, eu encontrar intacta sua refeição, da qual , quando eu o lembrava, [ele] respondia, é mesmo: ; e então , dirigindo-se à mesa , comia de pé uma ou duas garfadas(...) Em algumas situações raras vezes que se propunha jantar no refeitório, virava para a esquerda e saía para a rua, onde, parando ao constatar seu erro, fazia meia-volta às pressas e então, às vezes , em vez de ir para o refeitório, voltava novamente para o quarto⁷².

A preocupação de Newton com os dados experimentais e o rigor geométrico em suas demonstrações são as principais marcas de suas obras, mostrando um traço da física da revolução científica. Durante um ano e meio Newton trabalhou desenvolvendo o *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*⁷³.

Halley foi o primeiro a calcular as órbitas dos cometas, utilizando a terceira lei de Kepler para deduzir que a força que o sol faz sobre os planetas é uma força que varia com o inverso do quadrado da distância e publicou em 1705 a obra “Uma sinopse da Astronomia dos cometas”, nela descreveu as órbitas parabólicas de 24 cometas que haviam sido observados de 1337 a 1698. Um fato muito interessante foi ele ter mostrado que os cometas de 1531, 1607 e 1682 deviam, na verdade, ser um único cometa e predisse com precisão a volta dele em 1758. O cometa passou e passou a ser chamado cometa Halley⁷⁴.

Ainda tratando do assunto da construção dos *Principia*, Newton em uma de suas cartas escritas à Flamsteed pediu-lhe suas observações sobre os períodos dos satélites de Júpiter e as dimensões de suas órbitas. Flamsteed indicou que de fato eles obedeciam a

⁷⁰ Flamsteed- Astrônomo Real Britânico no observatório Greenwich e também membro da Royal Society. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/John_Flamsteed> acessado em 06/09/2015.

⁷¹ Westfall, 1995, p.63 Humphrey Newton – trabalhou por cinco anos como amanuense de Newton em Cambridge, Vale ressaltar que ele não possuía nenhum grau de parentesco com Isaac Newton.

⁷² Ibidem, p. 150.

⁷³ Ibidem, p.151

⁷⁴ Ibidem, p.153

terceira lei de Kepler. Newton o respondeu com a seguinte frase “Sua informação sobre os satélites de Júpiter me dão enorme satisfação”⁷⁵.

Com os dados de Flamsteed era possível perceber que todas as vezes que Júpiter se aproximava da conjunção de saturno, este devia reduzir a velocidade de sua órbita e, depois acelerá-la quando Júpiter passasse em conjunção. Para Newton a influencia mútua de Saturno e Júpiter indicava a existência de uma atração universal, apesar de Flamsteed ser cético a essa teoria forneceu os dados pedidos por Newton ⁷⁶. Em 1687, Isaac Newton com ajuda financeira de Edmond Halley publica o seu livro *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*⁷⁷.

⁷⁵ Westfall,1995, p.155

⁷⁶ Ibidem, p.156

⁷⁷ Ibidem, p.165

3- Principia Livro I

3.1 –Definições

Definição I

A quantidade de matéria é a medida da mesma, obtida conjuntamente a partir de sua densidade e volume.

Assim, o ar com o dobro de densidade, num espaço duplicado, tem o quádruplo da quantidade; num espaço triplicado, o sêxtuplo da quantidade. Essa quantidade que doravante sempre denominarei de corpo ou massa, a qual é conhecida através do peso de cada corpo, pois é proporcional ao peso, como encontrei em experimentos com pêndulos.

Newton define a massa como o produto da densidade da massa do corpo pelo volume, a partir de duas grandezas físicas conhecidas define outra não conhecida. O conceito de densidade é conhecido desde o primeiro século D.C.⁷⁸. Essa massa é conhecida como massa gravitacional, pois é proporcional ao peso do corpo.

Definição II

A quantidade de movimento é a medida do mesmo, obtida conjuntamente a partir da velocidade e da quantidade de matéria.

O movimento (quantidade de movimento) do todo é a soma dos movimentos de todas as partes; portanto, em um corpo com o dobro da quantidade, com a mesma velocidade, o movimento é duplo, com o dobro da velocidade, é quádruplo.

Observe que o entendimento de Newton sobre quantidade de movimento difere da definição da mecânica clássica atual. A partir de seus comentários, o máximo que podemos afirmar é que para Newton a quantidade de movimento é diretamente proporcional ao produto da massa pela velocidade. Descartes também definiu a grandeza quantidade de movimento, ele define como o produto da quantidade de matéria pela velocidade. O fator que diferencia Newton de Descartes é a definição de quantidade de matéria

Definição III

Avis insita, ou força inata da matéria, é um poder de resistir, através do qual todo o corpo, estando em um determinado estado, mantém esse estado, seja ele de repouso ou de movimento uniforme em linha reta.

Essa força é sempre proporcional ao corpo ao qual ela pertence e nada difere da inatividade da massa, a não ser pela maneira de concebê-la. A partir da natureza inerte da matéria, um corpo não tem seu estado de repouso ou de movimento facilmente alterado. Sob esse ponto de vista, essa vis insita pode ser chamada, mais significativamente de inércia (*vis inertiae*) ou força de inatividade. Mas um corpo só exerce essa força, quando outra força imprimida

⁷⁸ MOURA, 2013, p.15

sobre ele procura mudar sua condição; e o exercício dessa força pode ser considerado tanto como resistência como impulso; resistência na medida em que, para conservar o seu estado, o corpo opõe-se a força imprimida; e impulso na medida em que o corpo, não cedendo facilmente à força imprimida por outro, esforça-se para mudar o estado deste outro corpo.

Em outras palavras podemos dizer que a inércia não implica somente na tendência que o corpo tem de manter o seu estado de movimento, mas que pela inércia não é possível que um corpo altere o estado de movimento de outro corpo sem ter o seu alterado. No começo de seus comentários Newton diz “nada difere da inatividade da massa”, esta massa pode ser definida como inercial.

Segundo Cohen (1999) não é possível entender de forma clara os *Principia* sem nos atentarmos à diferença entre a força de inércia e força impressa; a primeira sendo uma força interna ao corpo e a segunda, uma força externa.

Para Isaac Newton, a força impressa é a ação exercida num corpo, para mudar o seu estado de repouso ou MRU. A lei de inércia diz que, atuando sobre um corpo, a força impressa é responsável por modificar o seu estado de movimento ou de repouso. Se não houver força, não haverá mudança. É uma força externa, uma força exterior que atua sobre um corpo. Acrescenta Cohen (1999) que a força impressa consiste apenas na ação que é exercida num corpo para mudar o seu estado, quer este seja o repouso ou o movimento. Ou seja, a força impressa é a ação pela qual um novo estado é adquirido, no entanto, é a força da inércia que permite que o corpo se mantenha no novo estado, pois a força impressa não permanece no corpo depois de ação parar de atuar. É o oposto da força da inércia, que é uma força interior do corpo, como já anteriormente foi referido. Explica também o mesmo autor que a definição deste conceito, não só é uma referência parcial ao segundo axioma, como antecipa a primeira lei quando refere que um corpo persevera em todo o novo estado somente pela força da inércia. Não podemos deixar de destacar a ordem em que Newton elabora os conceitos de força nos *Principia*. Primeiramente surge o conceito de força de inércia, que é uma força inata, uma força que o corpo possui e só depois surge o termo força impressa, que é uma ação de caráter transitivo, que não permanece no corpo quando essa ação termina.

Definição –IV- (pág3)

Uma força impressa é uma ação exercida sobre um corpo a fim de alterar o seu estado, seja de repouso ou de movimento uniforme em linha reta.

Essa força consiste apenas na ação e não permanece no corpo quando termina a ação. Pois um corpo mantém todo novo estado que ele adquire, somente por

sua inércia. Mas as forças imprimidas têm origens diferentes, tais como de percussão, de pressão e de força centrípeta.

Com a definição IV e esse respectivo comentário podemos concluir que só há mudança do estado do corpo enquanto há uma força atuando sobre ele.

Definição V- Uma força centrípeta é aquela pela qual os corpos são impelidos, ou tendem de qualquer maneira, para um mesmo centro.

São forças desse tipo: a gravidade, pela qual os corpos tendem para o centro da terra; o magnetismo pelo qual o ferro tende para a magnetita; e aquela força, seja ela qual for, pela qual os planetas são desviados dos movimentos retilíneos – os quais, em caso contrário, eles perseguiriam – e obrigados a revolucionar em órbitas curvilíneas.

Uma pedra girada numa funda tende a escapar da mão que a gira, e por esta tendência, distende a funda, e o faz com força maior à medida que é girada com velocidade maior, e assim que é liberada, voa para longe. À força que se opõe a esta tendência, e pela qual a funda puxa continuamente a pedra de volta para a mão como o centro de órbita, chamo de força centrípeta. Esta força que impede que a pedra escape da funda e ela aponta sempre na direção da mão de quem está girando a pedra.

O mesmo pode ser dito com relação a todos os corpos que girem em quaisquer órbitas. Todos tendem a se afastar dos centros de suas órbitas; e se não fosse pela força contrária que os restringe e os detém em suas órbitas, que, portanto chamo de centrípeta, voaria para longe em linha reta com movimento uniforme.

Se não fosse pela força da gravidade, um projétil não se desviaria em direção à Terra, mas afastar-se-ia dela em linha reta com movimento uniforme, se a resistência do ar fosse removida. É por sua gravidade que ele é desviado continuamente de seu curso retilíneo e forçado a desviar-se em direção à Terra, mais ou menos de acordo com a força de sua gravidade e a velocidade de seu movimento. Quanto menor for sua gravidade ou sua quantidade de matéria, ou quanto maior for a velocidade com a qual é arremessada ela se desviará de uma trajetória retilínea.

Isaac Newton usa o exemplo anterior da pedra girada numa funda para embasar que os planetas ficam em órbita por causa da força centrípeta. A tendência natural do movimento é retilínea, para que um corpo se mova numa trajetória em forma de curva, é necessário que atue uma força denominada centrípeta.

Newton define três tipos de força centrípeta: absoluta, acelerativa e motora. Estas serão explicadas nas próximas três definições.

Definição VI

A quantidade absoluta de uma força centrípeta é a medida da mesma, proporcional à eficácia da causa que a propaga a partir do centro, através dos espaços ao seu redor.

Newton comenta que a força magnética é maior em uma magnetita e menor e outra, dependendo de tamanhos e intensidade, reforçando assim a definição de quantidade absoluta de uma força centrípeta.

Definição VII

A quantidade acelerativa de uma força centrípeta é a medida da mesma, proporcional à velocidade que ela gera em um dado tempo.

A força da gravidade é maior em vales e menor em cumes de montanha extremamente alta. (...) mas a distâncias iguais é a mesma em todos os lugares, pois, removendo ou descontando a resistência do ar, acelera igualmente todos os corpos que caem, sejam grandes ou pequenos”.

A quantidade absoluta de uma força centrípeta está associada à mudança de velocidade imprimida aos corpos, ele exemplifica quais são os fatores que influenciam a mudança dessa quantidade no caso gravitacional.

Definição VIII

A quantidade motora de uma força centrípeta é a medida da mesma proporcional ao movimento que ela gera em um dado tempo

3.2 – Axiomas ou leis do Movimento

Lei I

Todo o corpo persevera no seu estado de repouso ou de movimento uniforme em linha reta, a não ser na medida em que é obrigado a mudar o seu estado pelas forças que lhe são impressas.

Os projéteis perseveram nos seus movimentos a não ser na medida em que são retardados pela resistência do ar e impelidos para baixo pela força da gravidade. Um pião, cujas partes, devido à sua coesão, continuamente se retraem dos movimentos retilíneos, não cessa de rodar a não ser na medida em que é retardado pelo ar. Porém, os corpos maiores dos planetas e dos cometas conservam, por mais tempo, os seus movimentos progressivos e circulares feitos em espaços menos resistentes.

A Lei I deixa claro que repouso e movimento retilíneo uniforme são estados naturais dos corpos quando não há nenhuma força impressa atuando. A força não é a causa do movimento conforme afirmava Aristóteles.

Lei II

A mudança de movimento é proporcional à força motriz impressa, e dá-se ao longo da linha reta em que aquela força é impressa.

Se alguma força gerar qualquer movimento; uma força dupla gerará um movimento duplo, uma (força) tripla (gerará um movimento) um triplo, quer (essa força) seja impressa ao mesmo tempo e de uma só vez, quer gradual e sucessivamente. E este movimento (visto que é sempre orientado para a mesma direção que a força geratriz), se o corpo já se movia antes, acrescenta-se ao seu movimento quando vai na mesma direção, ou subtrai-se quando vai na direção contrária, ou acrescenta-se obliquamente quando vai em direção oblíqua, e combina-se com o movimento do corpo segundo a determinação de ambos.

A força impressa é responsável pela mudança de movimento. Força impressa implica em uma força atuando por um determinado tempo, e conforme afirma Newton, esta força impressa será diretamente proporcional à mudança de velocidade. Em termos modernos o enunciado da lei II, é parecido com o teorema do impulso, este enuncia que

o impulso aplicado é igual à variação da quantidade de movimento. Note que Newton não formulou o “ $F=m.a$ ” esta foi estabelecida por Leonard Euler, na forma diferencial, cerca de cinquenta anos depois de Newton ter publicado a primeira edição dos *Principia*⁷⁹.

Lei III

A uma ação corresponde sempre uma reação contrária e igual: ou seja, as ações de dois corpos entre si são sempre iguais e vão em direções contrárias. O que quer que empurre ou pressione outra coisa, outro tanto será por ela empurrado ou pressionado. Se você pressionar uma pedra com o dedo, o seu dedo também é pressionado pela pedra. Se um cavalo puxa uma pedra atada a uma corda, também o cavalo (por assim dizer) será igualmente puxado para a pedra: na verdade a corda distendida de ambos os lados impelirá, pelo mesmo esforço de se relaxar, o cavalo para a pedra e a pedra para o cavalo; e impedirá tanto o avanço de um quanto favorece o avanço do outro. Se algum corpo embatendo contra outro corpo, mudar com a sua força o movimento deste de qualquer maneira que seja, ele mesmo, por sua vez, sofrerá com a força do outro a mesma mudança no seu próprio movimento em direção contrária, (por causa da igualdade da pressão mútua). Estas ações provocam mudanças iguais, não das velocidades mais dos movimentos; entenda-se, nos corpos não impedidos por outra causa. Na verdade, as mudanças de velocidades feitas do mesmo modo em direções contrárias são inversamente proporcionais aos corpos, porque os movimentos são igualmente mudados.

A lei III será amplamente utilizada no livro III do *Principia*. Newton se baseia na lei III para fundamentar a teoria da gravitação universal, apesar dele não comentar da atração gravitacional nos comentários da lei III. Se a Terra atrai a lua gravitacionalmente a lua também atrairá a Terra e essas forças possuem mesmo módulo⁸⁰.

3.3 – Proposições

Proposição I. Teorema I.

As áreas descritas por corpos girantes a partir dos raios traçados em direção a um centro de força imóvel permanecem nos mesmos planos imóveis e são proporcionais aos tempos em que são percorridos.

Segue a demonstração da Proposição I. Teorema I. Veja a figura 3.1

Área do triângulo SAB = área do triângulo SBC , pois têm bases iguais ($AB = Bc$) e mesma altura (perpendicular de S à direção comum ABc). O restante da prova consiste em mostrar que

área do triângulo SBc = área do triângulo SBC ,

pois o processo pode ser repetido, até terminarem os triângulos. Ora,

área do trapézio $SBcC$ = área do triângulo SBc +
 área do triângulo SCc = área do triângulo SBC +
 área do triângulo BCc ;

⁷⁹Dias,2006,p.206

⁸⁰ Cohen,1967,p.185

porém, área do triângulo BcC = área do triângulo SCc ,

pois têm base comum (Cc) e a altura de B a essa base é igual à altura de S à mesma base (pois $SB \parallel Cc$); cancelando termos iguais em lados opostos da expressão acima para a área do trapézio:

área do triângulo SBc = área do triângulo SBC . (Dias, 2006, p.216).

Proposição II. Teorema II

Todo corpo que se move em qualquer linha curva descrita num plano e por um raio traçado até um ponto imóvel, ou que se move para adiante com um movimento retilíneo uniforme, descreve em torno desse ponto áreas que são proporcionais aos tempos, é impulsionado por uma força centrípeta dirigida para o centro.

As áreas que os corpos em movimento de translação descrevem por raios que passam por um centro imóvel de uma força estão no mesmo plano imóvel e são proporcionais aos tempos em que são descritas, aumenta-se o número de triângulos, e a sua base diminuiu in infinitum; e o seu perímetro final ADF será uma linha curva e, portanto a força centrípeta, pela qual o corpo é continuamente afastada da tangente a esta curva atuará continuamente, e quaisquer áreas descritas $SADS$, $SAFS$ que são sempre proporcionais aos tempos de descrição, serão, também neste caso, proporcionais a esses tempos.

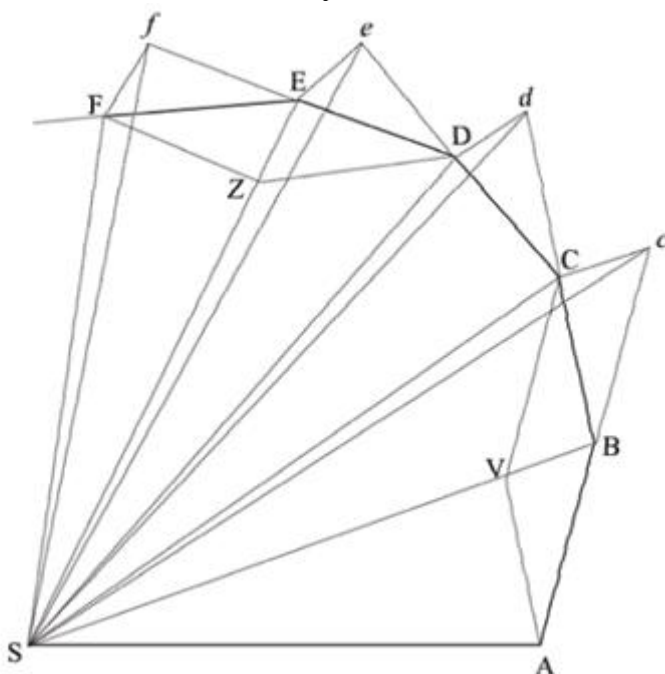


Figura 3- A representação da trajetória de um objeto representado pela linha mais escura que liga os pontos A-B-C-D-E-F quando desviados pela ação de uma força centrípeta .

Considere-se um intervalo de tempo dividido em duas partes iguais. Na primeira parte o corpo percorre AB e, caso nenhuma força atuasse sobre ele, na segunda percorreria Bc, de tal modo que $AB=Bc$ (Primeira Lei). Os triângulos ABS e BcS, porque têm bases iguais ($AB=Bc$) e altura comum, So, as suas áreas são iguais. Se em B intervier uma força centrípeta na forma de impulso o corpo é desviado de Bc e passa a deslocar-se segundo a direção BC. Aplique-se a regra do paralelograma (Corolário I): pelo ponto c traça-se uma paralela à direção SB que vai encontrar a reta BC no ponto C pertencente ao plano do triângulo ASB. Os triângulos BcS e BCS possuem a

mesma base, BS, como a distância dos pontos C e c a este segmento é a mesma (Cc é paralela a BS), então a área dos triângulos é igual. As áreas de ABS e BCS são iguais.

Repetindo os argumentos utilizados conclui-se pela igualdade das áreas BCS e CDS, CDS e DES, ... E, por composição, as diversas somas destas áreas elementares estão entre si como os intervalos de tempo gastos em percorrê-las.

Proposição XI

Se um corpo girar numa elipse, deseja-se descobrir a lei da força centrípeta que tende para o foco da elipse.

A partir de argumentos geométricos, Isaac Newton mostra que a força centrípeta é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre o foco S e o ponto P, onde o corpo se encontra. S e H são focos da elipse. Pela 1ª lei de Kepler, os corpos giram em uma elipse e o Sol se encontra em um dos focos, então podemos concluir que os planetas são governados por uma força que é inversamente proporcional à distância do planeta ao Sol.

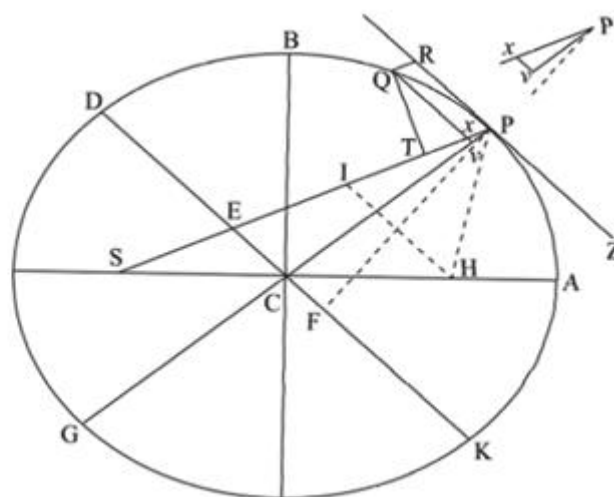


Figura 4-Esquema feito por Newton na proposição XI

Na proposição XVII, Newton prova que um corpo que está submetido à uma força centrípeta que varia com o inverso do quadrado da distância, deve ter como trajetória uma seção cônica: um elipse, uma parábola ou hipérbole. Com isso Newton respondeu a pergunta que Halley o fez em 1684.

No raciocínio sobre a ação de uma força centrípeta o corpo, que se move num movimento curvilíneo, deve estar sujeito a uma força central. Newton descobriu o verdadeiro significado relativo à lei das áreas (2ª lei de Kepler). Esta lei implica num

único centro de força para o movimento de cada planeta⁸¹. Veremos como Newton explora a leis das áreas no Livro III do *Principia*.

4 –Principia livro III (O sistema do mundo).

Esse livro escrito por Newton trata de diversos problemas dos movimentos dos planetas –o movimento da lua, dos satélites de Júpiter e Saturno, dos cometas, da maré– e atribui uma causa comum a todos esses fenômenos apresentados. No início do livro, Isaac Newton mostra a mudança de perspectiva em relação aos livros I e II do *Principia*.

Nos livros precedentes estabeleci princípios de filosofia, não princípios filosóficos, mas matemáticos, isto é, tais que possamos basear nosso raciocínio em investigações filosóficas... Falta demonstrar a partir dos mesmos princípios a estrutura do sistema do mundo.

A seguir Newton alerta os leitores que o livro estará num método popular para que pudesse ser lido por muitos, mas é necessário que os leitores tenham um conhecimento mínimo de parte dos livros anteriores.

(...) Compus, de fato, o terceiro livro num método popular tal que ele pudesse ser lido por muitos. Mas depois, considerando que aqueles que não tivessem sido introduzidos suficientemente nos princípios não poderiam discernir facilmente a força das consequências, nem deixar de lado os preconceitos a que estavam acostumados por anos (...).

Para Newton, a falta de base matemática dos leitores certamente lhes causaria, no mínimo, um entendimento precário da obra, então ele recomenda:

É suficiente que se leia cuidadosamente as Definições, as Leis do Movimento e as três seções do primeiro livro. Pode-se então passar para este livro e consultar as proposições remanescentes dos dois primeiros livros à medida que as referências neste livro e suas razões assim o exigirem.

Após esta introdução, Newton enuncia as REGRAS DE RACIOCÍNIO EM FILOSOFIA que servirão de base durante todo o livro.

4.1 Regras de raciocínio em filosofia.

REGRA I

Não devemos admitir mais causas para as coisas naturais do que as que são verdadeiras e suficientes para explicar suas aparências.

Sobre isto dizem os filósofos que a Natureza não faz nada em vão, mas algo é vão quando menos serve. Pois a Natureza é simples e não se compraz com causas supérfluas

REGRA II

Portanto, aos mesmos efeitos naturais temos de atribuir as mesmas causas, tanto quanto possível.

⁸¹ Cohen, 1967, p.178.

Como acontece com a respiração no homem e num animal, a quedas de pedras na Europa e na América, a luz de nosso fogo culinário e do Sol, a reflexão da luz na terra e nos planetas.

Newton procura esclarecer ao leitor sua REGRAII, mostrando fenômenos já conhecido e que tem a mesma causa.

As duas primeiras regras garantem que os fenômenos serão tratados de forma única e uniforme quanto às suas causas. Contudo, na segunda regra, Newton diz que devemos atribuir as mesmas causas aos fenômenos de mesmo tipo e não deixa claro como se pode classificar se os fenômenos são do mesmo tipo.

REGRA III

As qualidades dos corpos não admitem intensificação e nem diminuição de graus, e que pertencem a todos os corpos dentro do alcance das nossas experiências, devem ser consideradas como qualidades universais de todos os corpos de qualquer tipo.

Newton afirma que as qualidades dos corpos somente podem ser adquiridas pela experiência. Estas qualidades são a extensão, a dureza, a impenetrabilidade, a mobilidade e a força de inércia. Por fim, ele exemplifica a regra III utilizando os corpos celestes.

Por último, se aparece, universalmente por experiências e observações que todos os corpos ao redor da terra gravitam em direção à terra, sendo isto em proporção à quantidade de matéria que cada um deles contém. Que a lua gravita da mesma forma em direção à terra de acordo com a quantidade de matéria; que, por outro lado nosso mar gravita em direção à lua, todos os planetas em direção um ao outro e os cometas de maneira semelhante em direção ao Sol, temos de assumir universalmente como uma consequência desta regra que todos os corpos de qualquer tipo são dotados de um princípio de gravitação mútua

Isaac Newton no trecho acima enuncia o princípio fundamental de sua teoria, “que todos os corpos de qualquer tipo são dotados de um princípio de gravitação mútua”. Newton fundamenta o princípio da Teoria da gravitação universal com base em experiência e observação.

Pois o argumento a partir dos fenômenos demonstra com mais força a gravitação universal do que a impenetrabilidade de todos os corpos, da qual não temos experiências entres os corpos nas regiões celestes, nem qualquer tipo de observação. Não que eu afirme que a gravidade seja essencial aos corpos. Por sua *vis insita* não quero dizer nada além de sua inércia. Esta é imutável. Sua gravidade diminui na medida em que eles afastam-se da terra.

Newton faz uma importante observação para que não atribuamos a gravidade aos corpos, pois esta aumenta ou diminui de acordo com a distância que estamos da terra, para ele a inércia é função da massa, porém a atração entre os corpos está atrelada com a distância entre os corpos, com isso Newton não qualifica a gravidade (força

gravitacional) como uma qualidade inerente à matéria. O corpo não “cai” por que tem massa, mas sim porque é atraído por outro corpo massivo.

REGRA IV

Na filosofia experimental devemos considerar as proposições inferidas pela indução geral a partir dos fenômenos como precisamente ou muito aproximadamente verdadeiras, apesar de quaisquer hipóteses contrárias que possam ser imaginadas, até o momento em que outros fenômenos ocorram pelos quais elas possam ou ser tomadas mais precisas, ou fiquem sujeitas a exceções.

E assim faz a observação “Temos de seguir esta regra para que o argumento da indução não seja iludido por hipóteses”. Na filosofia Newtoniana é preciso se certificar dos dados experimentalmente para depois atribuir propriedades aos conceitos de modo indutivo, ou seja, as hipóteses não podem se impor aos experimentos, porém podem ser confirmadas pelos mesmos.

4.2 Fenômenos

Depois de enunciar as quatro regras de raciocínio em filosofia, Newton analisa seis fenômenos celestes usando como base dados experimentais e suas regras de raciocínio em filosofia.

Os fenômenos I, II e IV têm por objetivo consolidar a validade da 2ª e 3ª lei de Kepler para: Júpiter e seus satélites, Saturno e seus satélites, e os planetas primários ao redor do Sol. Todos os fenômenos celestes envolvendo a gravitação estudada por Newton têm a mesma forma matemática entre o período do movimento e o raio de sua órbita, isso é uma evidência que devem estar submetidos a um mesmo tipo de causa.

Fenômeno I

Que os planetas que circundam Júpiter, por raios traçados ao centro de Júpiter descrevem áreas proporcionais aos tempos de percurso, e que seus tempos periódicos estando as estrelas fixas em repouso, estão com a $3/2^{\circ}$ potência de suas distâncias deste centro.

Apesar de não citar diretamente no enunciado do fenômeno I usa como base a 2ª e a 3ª lei de Kepler, e usa dados de diversos astrônomos com Townly, Cassini e observa a consonância entre as leis de Kepler e as observações astronômicas.

Os tempos periódicos dos satélites de Júpiter
 $1^d 18^h 28^m 34^s$, $3^d 13^h 13^m 42^s$, $7^d 3^h 42^m 36^s$, $16^d 16^h 32^m 9^s$

Tabela 2- *Distância de Júpiter aos seus satélites medidos em semidiâmetros de Júpiter*

	1	2	3	4	
A partir das observações de:					
Borelli	$5^{2/3}$	$8^{2/3}$	14	$24^{2/3}$	Semi- diâmetros de Júpiter
Townly, com micrômetro	5,52	8,78	13,47	24,72	
Cassini, com telescópio	5	8	13	23	
Cassini, pela eclipse dos satélites	$5^{2/3}$	9	$14^{23/60}$	$25^{3/10}$	
A partir dos tempos periódicos	5,667	9,017	14,384	25,299	

Fenômeno II

Que os planetas que circundam Saturno, por raios traçados ao centro de Saturno, descrevem áreas proporcionais aos tempos de percurso, e que seus tempos periódicos estando as estrelas fixas em repouso, estão com a $3/2^{\circ}$ potência de suas distâncias deste centro.

Os tempos periódicos dos satélites de Saturno

1d21h18m27s. 2d17h41m22s. 4d12h25m12, 15d22h41m14s, 79d7h48m00s

Tabela 3 -*As distâncias dos satélites ao centro de Saturno, em semidiâmetros de seu anel:*

<i>A partir das observações</i>	$1^{19/20}$	$2^{1/2}$	$3^{1/2}$	8	24
<i>A partir dos tempos periódicos</i>	1,93	2,47	3,45	8	23.35

Fenômeno III

Que os cinco planetas primários, Mercúrio, Vênus, Marte, Júpiter e Saturno girem em suas diversas órbitas ao redor do Sol

Que Mercúrio e Vênus giram ao do Sol é evidente a partir de seus aspectos lunares. Quando brilham com a face cheia estão com relação a nós, além ou acima do Sol. Quando aparecem meio cheios, estão aproximadamente à mesma altura de um lado ou de outro do Sol. Quando mostram auréolas estão abaixo de nós e o Sol. Eles são vistos algumas vezes, quando estão precisamente debaixo, como pontos atravessando o disco do Sol. Que Marte gira ao redor do Sol é evidente a partir de sua face cheia quando próximo de sua conjunção com o Sol e a partir da forma gibosa que mostra quando em suas quadraturas. E a mesma coisa pode-se demonstrar de Júpiter e Saturno, por eles aparecerem algumas vezes sobre seus discos torna evidente que a luz com que brilham não é deles próprios, mas tomada do Sol.

Newton, com o fenômeno III, tem como objetivo reforçar o sistema heliocêntrico, baseado somente em observações astronômicas.

Fenômeno IV

Que estando as estrelas fixas em repouso, os tempos periódicos dos cinco planetas primários e (seja do Sol ao redor da terra, ou) da terra ao redor do Sol, são como a 3/2ª potência de suas distâncias médias do Sol.

Newton fornece os tempos periódicos de revolução em torno do Sol dos seis planetas em relação às estrelas fixas em dias Saturno(10759,275),Júpiter(4332,514),Marte(686,9785), Terra(365,2565),Vênus(224,6176) e Mercúrio(87,9692)

Tabela 4- Distância dos planetas primários ao Sol

	<i>Saturno</i>	<i>Júpiter</i>	<i>Marte</i>
<i>De acordo com Kepler</i>	951.000	519.650	152.350
<i>De acordo com Boulliau</i>	954.198	522.520	152.350
<i>De acordo com os tempos periódicos</i>	954.006	520.096	152.369
	<i>Terra</i>	<i>Vênus</i>	<i>Mercúrio</i>
<i>De acordo com Kepler</i>	100.000	72.400	38.806
<i>De acordo com Boulliau</i>	100.000	72.398	38.585
<i>De acordo com os tempos periódicos</i>	100.000	72.333	38.710

No fenômeno I, analisando a tabela 4, podemos observar o sucesso da 3ª lei de Kepler, as observações de Kepler e Boulliau são quase iguais aos cálculos feitos teoricamente a partir de suas distâncias médias dos planetas primários ao Sol.

Fenômeno V

Então os planetas primários, por raios traçados à terra, descrevem áreas que não são em absoluto proporcionais aos tempos, mas as áreas que eles percorrem por raios traçados ao Sol são proporcionais aos tempos de percurso.

Fenômeno VI

Que a Lua, por um raio traçado ao centro da terra, descreve uma área proporcional ao tempo de percurso.

A Lua obedece as leis das áreas de Kepler, apesar de sofrer uma pequena perturbação gravitacional do Sol. Pelo Fenômeno VI deve haver uma centrípeta que rege o movimento da Lua cujo centro do movimento é a Terra. Assim como pelo fenômeno IV deve haver uma força centrípeta em direção ao Sol que rege o movimento curvilíneo do planeta Terra.

4.3 Proposições

Proposição I. Teorema I

Que as força com que os planetas que circundam Júpiter são continuamente desviados dos movimentos retilíneos e mantidos em suas próprias órbitas tendem ao centro de Júpiter e são inversamente proporcionais aos quadrados das distâncias dos lugares destes planeta em relação a este centro.

A primeira parte desta Proposição decorre do Fen.I e das Proposições 2 ou 3 do Livro I. A última parte do Fen.I e Corolário VI, proposição 4 do mesmo livro.

O mesmo se aplica com relação aos planetas que circundam Saturno, pelo Fenômeno II

Proposição III. Teorema III.

Que a força com que a Lua é mantida em sua órbita tende para a terra e é inversamente proporcional ao quadrado da distância de seu lugar ao centro da terra.

A primeira parte da Proposição é evidente do fenômeno VI e proposições 2 ou 3, Livro I. A última parte decorre do movimento muito lento do apogeu da lua, que em cada revolução chegando a menos de $3^{\circ}3'$ para frente pode ser desprezado. Pois (pelo Corolário I, Proposição 45, Livro I) decorre que se a distância da lua ao centro da terra está para o diâmetro da terra assim como D está para 1, a força que resultaria de tal movimento é inversamente proporcional a $D^{2 \frac{4}{243}}$, isto é, inversamente com a potência de D com expoente $2 \frac{4}{243}$, isto é, alguma coisa maior do que o inverso do quadrado da distância, mas que é $59^{\frac{3}{4}}$ vezes mais próximo à proporção do quadrado do que ao cubo. Mas como esse aumento é devido à ação do Sol (como mostraremos mais adiante), pode ser desprezado aqui.

Proposição IV. Teorema IV

Que a Lua gravite em direção à terra e que é desviada continuamente de um movimento retilíneo e mantida em sua órbita pela força da gravidade.

Vamos assumir a distância média (entre a lua e a terra) de 60 diâmetros (da terra) nas sizígias e supor que uma revolução da lua em relação à estrela fixa é completada em $27^{\text{d}}7^{\text{h}}43^{\text{m}}$, como os astrônomos determinaram, e que a circunferência da terra chegue a 123.249.600 pés de Paris, como os franceses obtiveram por mensuração. E agora imaginemos a lua, privada de todo movimento, ser Solta de forma a descer em direção à terra com o impulso de toda a força com que ela é mantida em seu orbe, ela descreverá em sua queda $15^{1/2}$ pés de Paris no espaço de tempo de um minuto(...). De onde, como essa força ao aproximar-se da terra aumenta na proporção do inverso do quadrado da distância e, baseado nisto, na superfície da terra é 60×60 vezes maior do que na lua, um corpo em nossas regiões, caindo com esta força, teria de descrever no espaço de tempo de um minuto $60 \times 60 \times 15^{1/2}$ pés de Paris e, no espaço de tempo de um segundo descrever $15^{1/2}$ destes pés, ou mais precisamente 15 pés, 1 polegada e 1 linha^{4/9}. E de fato, encontramos que os corpos sobre a terra caem realmente com esta mesma força, pois um pêndulo oscilando em segundos na latitude de Paris terá um comprimento de 3 pés de Paris e 8 linhas^{1/2}, como observou o Sr. Huygens. E o espaço que um corpo

pesado percorre ao cair no tempo de um segundo está para metade do comprimento deste pêndulo como o quadrado da razão da circunferência de um círculo para o seu diâmetro(como o Sr. Huygens também mostrou), sendo portanto 15 pés de Paris, 1 polegada e 1 linha ^{7/9}.E, portanto, a força com que a lua é mantida em sua órbita torna-se, na superfície da terra, igual à força da gravidade que observamos nos corpos pesados aqui. Logo, (pelas Regras 1 e 2) a força com que a lua é mantida em sua órbita chamamos comumente de gravidade(grifo meu).

Veja outra demonstração, em linguagem moderna, que a força que atrai o objetos na superfície da Terra é do mesmo tipo que a força que mantém a Lua em órbita.

Partindo da comprovação de Galileu de que os corpos, a pequena distância da superfície da Terra, caíram cerca de 15 pés no primeiro segundo e $15 t^2$ em t segundos, concluiu Newton que, em um minuto(60 segundos), qualquer corpo cairá (15×60^2) no nível da Terra. Aplicando a Mecânica terrestre de Galileu ao Universo e decrescendo a gravidade com o quadrado da distância, a Lua, situada a uma distância de 60 raios terrestres, cairia para a Terra 60^2 vezes mais lentamente, isto é, em um minuto cairia apenas $15 \times 60^2 / 60^2 = 15$ pés, enquanto uma maçã, no nível da superfície da Terra, cairia os 15 pés em 1 segundo, o que equivale dizer que a maçã tomba 4.900 milímetros em um segundo para a Lua, em órbita, apenas 1,3 milímetro por segundo, ou 3.600 vezes mais morosamente, de posse de novos dados do meridiano terrestre, fornecidos por Picard, encontrou Newton para o arco percorrido pela Lua, em um segundo, 3.148 pés, e para a queda da Lua 0,0041 pés por segundo ou 15 pés por minuto. Comparando a magnitude dessa força com a força da gravidade atuando na superfície da Terra, descobriu Newton que, descontando a distância, o puxão centrípeto na Lua e a força da gravidade nos objetos terrestres, tinham a mesma magnitude, e concluiu que elas representavam a mesma e única força.(Rosa,2012,p.123)

Proposição V. Teorema V

Que os planetas que circundam Júpiter gravitam em direção a Júpiter, os que circundam Saturno em direção a Saturno, os que circundam o Sol em direção ao Sol, sendo desviados dos movimentos retilíneos e mantidos em suas órbitas pelas forças de suas gravidades.

Corolário I- Há, portanto, um poder de gravidade tendendo a todos os planetas. Pois, sem dúvida, Vênus, Mercúrio e o restante são corpos do mesmo tipo que Júpiter e Saturno. E, portanto, como toda atração (pela lei III) É MÚTUA, Júpiter irá gravitar em direção a todos os seus satélites, Saturno em direção aos seus, a terra em direção à Lua, e o Sol em direção aos planetas primários.

Corolário II- A força de gravidade que tende para qualquer planeta é inversamente proporcional ao quadrado da distância dos lugares ao centro do planeta.

Corolário III- Todos os planetas gravitam em direção um ao outro, pelos corolários I e II. A isto se deve que Júpiter e Saturno, quando próximos de sua conjunção, perturbam sensivelmente os movimentos um do outro por

suas atrações mútuas. Assim também o Sol perturba os movimentos da Lua e tanto o Sol quanto a Lua perturba nossa mar.

Escólio

A força que mantém os corpos celestes em suas órbitas tem sido chamada até aqui de força centrípeta, mas tendo ficado evidente que ela não pode ser outra que não uma força gravitacional, vamos chamá-la daqui por diante de gravidade. Pois a causa desta força centrípeta que mantém a Lua em sua órbita estende-se a todos os planetas, pelas regras 1,2 e 4.

Proposição VI. Teorema VI

Que os corpos gravitam em direção a todos os planetas e que os pesos dos corpos em direção a qualquer um dos planetas, a distâncias iguais do centro do planeta, são proporcional às quantidades de matéria que eles contêm.

Newton reforça o caráter centrípeto da força gravitacional. Pela 1ª lei de Newton, a tendência de todos os corpos é se mover em linha reta. O movimento curvilíneo dos planetas e dos satélites deve ser regido por uma força centrípeta. A força gravitacional é centrípeta. Newton não enuncia isso de forma explícita, mas a força que mantém a órbita dos planetas é centrípeta.

Na proposição VI, Isaac Newton pela primeira vez estabelece a relação de proporcionalidade entre a força gravitacional e a quantidade de matéria de um corpo, estas grandezas são diretamente proporcionais. Quando dois corpos estão à mesma distância do centro de um planeta, sofrerá maior atração gravitacional aquele que possuir maior quantidade de matéria (massa).

Newton por meio de suas regras de raciocínio em filosofia, com base em observações astronômicas e a base matemática construída nos livros anteriores fundamenta a teoria da gravitação universal. Pelos escritos de Newton podemos afirmar que a força gravitacional é diretamente proporcional ao produto da massa dos dois corpos envolvidos e inversamente proporcional entre o quadrado da distância entres eles e pela lei III esta atração é mútua. Em nenhum momento Isaac Newton formulou a equação $F=G.M.m/d^2$, esta relação matemática é apresentada em todos os livros do ensino médio.

4.4 Escólio Geral

No escólio geral Isaac Newton tem como um de seus objetivos refutar a teoria dos vórtices de Descartes. O principal argumento, como veremos adiante, é o fato de vórtices não poderem obedecer à segunda e terceira lei de Kepler, leis que concordaram com as observações. Veja a seguinte passagem:

A hipótese dos vórtices apresentam muitas dificuldades. Para que todos os planetas possam descrever áreas proporcionais aos tempos de percurso por um raio traçado ao Sol, os tempos periódicos de várias partes dos vórtices devem seguir o quadrado de suas distâncias ao Sol. Mas, para que os tempos periódicos dos planetas possam seguir a $3/2^{\text{a}}$ potência de suas distâncias ao Sol, os tempos periódicos das partes dos vórtices devem estar como a $3/2^{\text{a}}$ potência de suas distâncias. Para que os vórtices menores possam manter suas revoluções menores ao redor de Saturno, Júpiter e de outros planetas, deslizando quietamente e sem serem perturbados no vórtice maior do Sol, os tempos periódicos dos vórtices devem ser iguais. Mas a rotação do Sol e dos planetas ao redor do Sol e dos planetas ao redor de seu eixo, que deveria corresponder aos movimentos de seus vórtices, afasta-se muito dessas proporções. O movimento dos cometas são extremamente regulares, são governados pela mesma lei que os movimentos dos planetas, não podendo de forma alguma ser explicado pela ideia dos vórtices. Pois os cometas são levados indiferentemente com movimentos muito excêntricos por todas as partes dos céus, com uma liberdade que é incompatível com a noção de um vórtice.

Na continuação do escólio geral, Newton fala sobre Deus, e admite não conhecer a causa do poder da gravidade. Veja o seguinte trecho:

Explicamos até aqui os fenômenos dos céus e de nosso mar pelo poder da gravidade, mas ainda não designamos a causa deste poder. Isto é certo que ele tem de proceder de uma causa que penetra até os centros do Sol e dos planetas sem sofrer nenhuma diminuição de sua força; que não opera de acordo com a quantidade das superfícies das partículas sobre as quais atua como as causas mecânicas fazem usualmente), mas de acordo com a quantidade de matéria sólida que elas contêm, propagando sua virtude para todos os lados a distâncias imensas, diminuindo sempre com o inverso do quadrado das distâncias. A gravitação em direção ao Sol é composta das gravitações em direção às várias partículas que compõe o corpo do Sol; e ao se afastar do Sol diminui precisamente com o inverso do quadrado da distância até a órbita de Saturno, como demonstra com evidência o repouso do afélio dos planetas, e até o afélio mais remoto dos cometas, se estes afélios também estão em repouso. Mas ainda não fui capaz de descobrir a causa destas propriedades da gravidade a partir dos fenômenos, e não construo hipóteses. Pois tudo aquilo que não é deduzido a partir dos fenômenos é chamado de hipótese.

Newton não faz hipóteses físicas ou metafísicas sobre a natureza da força gravitacional, ele complementa “é suficiente que a gravidade exista realmente e atue de acordo com as leis que explicamos, servindo abundantemente para explicar todos os movimentos dos corpos celestes e de nosso mar.”

5 - Considerações finais

A teoria do local natural de Aristóteles ficou vigente no meio acadêmico até o século XVII, como Westfall (1995) aponta. Quando Newton ingressou em Cambridge, ele estudou Aristóteles. Para Aristóteles os elementos terra, água, fogo e ar explicam o movimento de queda ou subida dos corpos. Ainda no campo da mecânica, ele acreditava que a força é o agente responsável pela manutenção do movimento, se não houver força não haverá movimento. Sobre a queda dos corpos, ele acreditava que se há dois corpos em queda livre e um deles é duas vezes mais pesado, este cairá duas vezes mais rápido. O céu de Aristóteles é imutável e o movimento dos corpos celestes é explicado por um quinto elemento, o éter. A órbita dos planetas tem formato circular e seu movimento é eterno, ele acreditava na imobilidade da Terra.

Galileu tem papel fundamental para falência da mecânica terrestre e celeste de Aristóteles apesar de não formular teoria para substituí-la. Galileu observou uma estrela nova em 1604, uma antes dela havia sido observado por Tycho Brahe, isto é uma grande evidência que o céu não é imutável. Quando apontou o telescópio para o céu e observou as quatro luas de Júpiter adquiriu uma prova contundente que pelo menos quatro dos corpos celestes não giram em torno da Terra. Ele também apresenta evidências que os planetas giram em torno do Sol e não da Terra. Como seguidor de Copérnico visava defender o sistema heliocêntrico. As estruturas da mecânica celeste de Aristóteles foram destruídas pelas observações de Galileu.

Galileu fez estudos sobre a queda dos corpos utilizando um plano inclinado. Nele concluiu que o corpo mais pesado em queda livre chega ligeiramente mais rápido que o mais leve, esta diferença deve ser creditada à resistência do ar e não por ser mais pesada, se não houvesse atrito não haveria diferença entre os tempos de queda. Com o invento da máquina pneumática foi possível observar que corpos de massas diferentes têm o mesmo tempo de queda quando abandonados de uma mesma altura.

Kepler tem papel fundamental para a gravitação universal newtoniana. Kepler com certeza foi um dos gigantes sobre o qual Newton se ergueu. Como vimos as leis de Kepler foram imprescindíveis para Newton no livro III dos *Principia*. Newton usando dados de diversos astrônomos universalizou as leis de Kepler.

A geometria de Descartes junto com a matemática dos infinitesimais de Wallis estudada por Newton no período da peste negra serviram de base matemática para a elaboração dos *Principia*. No campo da mecânica, Newton também teve contado com as

obras de Descartes. Apesar de ter acreditado por um período na teoria dos vórtices, Newton ao formular a teoria da gravitação universal rompe totalmente com a teoria dos vórtices. No escólio geral do seu livro apresenta argumentos a partir das Leis de Kepler para provar inexistência dos vórtices. Newton combinou rigor matemático com os dados experimentais e muita dedicação com toques de genialidade para formular a gravitação universal.

6- Referências bibliográficas

COHEN, B. **La revolución newtoniana y la transformación de las ideas científicas**. Madrid: Alianza Editorial, 1983.

COHEN, B.; WESTFALL, R. S. (org.) **Newton: textos, antecedentes, comentários**. Rio de Janeiro: Contraponto, EDUERJ, 2002.

COHEN, B. **O nascimento de uma nova Física**. São Paulo: Livraria editora Ltda, 1967.

DESCARTES, R. **Discurso do método**. São Paulo: Martins Fontes, 1989.

DESCARTES, R. **El mundo o el tratado de la luz**. Madrid: Alianza Editorial, 1991.

DESCARTES, R. **Princípios da filosofia**. São Paulo: Rideel, 2007.

DIAS, P. M. C. SANTOS, W.M.S. SOUZA, M.T.M. A gravitação Universal (um texto para o Ensino médio). **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 26, n. 3, p. 257 - 271 2004.

DIAS, P. M. C. $F = ma$?! O nascimento da lei Dinâmica. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 28, n. 2, p. 205-234, 2006.

GALILEI, G. **Diálogo Sobre os Dois Máximos Sistemas do Mundo (Ptolomaico e Copernicano)**, Discurso Editorial, 2001;

HAWKING, S.W. Uma breve história do tempo. Rio de Janeiro, Editora Intrínseca, 2015.

NEWTON, I. **Principia: princípios matemáticos de filosofia natural**. São Paulo: Nova Stella/Editora da Universidade de São Paulo, 1990.

NEWTON, I. **Princípios Matemáticos de Filosofia Natural (Livros II e III)**. Editora da Universidade de São Paulo, 2008.

MEC *Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio*, Parte III, 1999.

MARTINS, R. A. Galileo e a rotação da terra. **Cad. Cat. Ens. Fis.**, v.11, n.3: p.196-211, dez.1994

MOURA, B. A densidade e a evolução do densímetro. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 35, n.1, Fev.2013.

MOURÃO, R. Kepler- **A descoberta das leis dos movimentos planetários. Imortais da ciência**. São Paulo: Odysseus Editora Ltda, 2007.

PEDUZZI, L. **Da Física e da Cosmologia de Descartes à Gravitação Newtoniana.** Publicação interna. Departamento de Física, Universidade Federal de Santa Catarina, 2008.

PIRES, A. **Evolução das ideias da Física,** Ed. Livraria da Física, 2008.

ROSA, P. **História da ciência Volume II tomo I.** Brasília: Fundação Alexandre Gusmão, 2012.

SILVA, C. **Estudos de história e filosofia das ciências,**1ª ed., Ed. Livraria da Física, 2006.

TAKIMOTO, E. **História da Física na Sala de Aula,** 1ª ed., Ed. Livraria da Física, 2009.

TEIXEIRA, E. PEDUZZI, L. FREIRE, O. Os caminhos de Newton para a Gravitação Universal: uma revisão do debate historiográfico entre Cohen e Westfall. **Cad. Bras. Ens. Fís.,** v. 27, n. 2: p. 215-254, ago. 2010

VOLTAIRE (AROUET, F. M.) **Elementos da filosofia de Newton.** Campinas: Editora da UNICAMP, 1996.

WESTFALL, R. S. **A vida de Isaac Newton.** Tradução: Vera Ribeiro. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1995.

Whiteside, D.T. **The Mathematical Papers of Isaac Newton: Volume VI, 1684-1691.** Cambridge University Press, 2008.

Zingano, M . **Platão & Aristóteles, o fascínio da filosofia. Imortais da ciência.** São Paulo: Odysseus Editora Ltda, 2005.