UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

INSTITUTO DE FÍSICA
LICENCIATURA EM FÍSICA

PROJETO DE INSTRUMENTAÇÃO PARA O ENSINO DE FÍSICA

A EXPERIÊNCIA DA FONTE DE HERON NO ENSINO MÉDIO

Jorge Romero Monteiro de Souza

Orientador: Prof. Vitorvani Soares

2005/1

Apresentação

Este trabalho foi desenvolvido e apresentado ao Curso de Graduação em Licenciatura em Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro como parte da exigência para obtenção do grau de Licenciatura em Física.

Agradecimentos

A Deus, que me orientou a seguir o caminho que trilho até hoje.

A meus pais, José Cândido de Souza e Carmelita Monteiro de Souza e meus irmãos, por estarem sempre presente na minha vida, nas conquistas e frustrações, propiciaram-me a educação necessária para que eu trilhasse o meu caminho.

Aos amigos, que de forma direta ou indireta participaram da minha vida.

Ao Prof. Vitorvani Soares, pela sua dedicação, apoio e paciência na minha orientação, assim como pela confiança demonstrada no trabalho que iniciou como um projeto de instrumentação e se tornou este trabalho final de conclusão de curso.

Índice

Resumo

Esse trabalho procura discutir os conceitos de pressão, força e massa no ensino da Física aplicada ao ensino médio, empregando uma análise quantitativa de experimentos realizados em sala de aula.

Dos parâmetros Curriculares Nacionais [1] verifica-se que:

> *"O ensino de Física tem se realizado, com certa freqüência, mediante a apresentação de conceitos, leis e fórmulas de forma desarticulada".*

Em consulta a alguns textos didáticos[1] utilizados no ensino médio, também percebemos certa carência de experiências ilustrativas, particularmente em hidrostática. Em geral, esses textos enfatizam o emprego de fórmulas em situações artificiais, privilegiando a linguagem matemática em detrimento do significado físico que elas contém.

Para preencher essa lacuna escolhemos o experimento denominado fonte de Heron[2], como motivador para o ensino médio. Nessa fonte não se faz necessária a aplicação de forcas externas ao sistema, como seria o caso de uma bomba mecânica. Seu principio de funcionamento repousa no uso de três recipientes acoplados, um totalmente aberto à atmosfera e os outros dois fechados. Todos estão conectados por três tubos que os interligam dois a dois. Para se explicar o resultado final da experiência - que é ver a fonte operando sem força externa - empregamos o princípio da conservação da energia adaptada ao problema que envolve fluidos, essa é a equação de Bernoulli.[3]

Realizando essa experiência, em sala de aula, procuramos focalizar pontos que freqüentemente apresentam divergências entre os alunos, tais como o conceito de pressão e de força, diagnosticados por intermédio de questionário prévio aplicado aos alunos.

Nessa proposta, não tratamos de elaborar novas listas de tópicos de conteúdo, e sim atender as idéias contidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), que são a base do ensino atual, para que o conceito de pressão seja mais compreensível e de simples verificação.

Além disso, essa experiência utiliza material de baixo custo, o que torna o experimento economicamente acessível as escolas de ensino médio.

---

[1] Curso de Física, Máximo & Alvarenga 1992 3 ed.; Física, Série Novo Ensino Médio, Paraná 2003, 6 ed., pág. 109, Mecânica, Física para o 2º Grau, Guimarães & Fonte Boa 1998, pág 365.

[2] Heron de Alexandria (20?-62 d.C.), matemático e cientista grego.

[3] Bernoulli, Daniel (1700-1782), cientista suíço nascido na Holanda.

Introdução

Este trabalho tem como objetivo apresentar algumas leis da hidrodinâmica e a conservação de energia mecânica aplicada aos fluidos através da montagem do experimento conhecido por Fonte de Heron.

Nos textos pesquisados do ensino médio também percebemos certa carência de experiências ilustrativas, particularmente em hidrostática. Em geral, esses textos enfatizam o emprego de fórmulas, em situações artificiais, privilegiando a linguagem matemática em detrimento do significado físico.

Procuramos preencher essa lacuna propondo a realização de uma experiência envolvendo a fonte de Heron e empregamos para a explicação desse experimento a equação de Bernoulli aplicada à hidrodinâmica. Para facilitar a aplicação do projeto, apresentamos um roteiro que pode ser utilizado no laboratório ou na sala de aula, associado a uma aula demonstrativa. Com isso, esperamos que o conceito de pressão seja mais compreensível e mais simples.

Motivação para a escolha do tema

Consultando os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), que constituem a base do ensino atual, verificamos que existem recomendações aos professores, quanto aos recursos didáticos a serem utilizados. Os PCNs recomendam o emprego de aulas expositivas como um dos muitos meios mais não os únicos:

> *... A leitura de um texto deve ser sempre um dos recursos e não o essencial de uma aula. ... Aulas e livros, contudo, em nenhuma hipótese resumem a enorme diversidade de recursos didáticos... (PCNs, 1998, p.268).*

Quanto aos textos, os PCNs fazem referência para que não apresentem apenas conteúdo, mas que sejam fatores de transformação e despertem nos alunos a leitura crítica e a capacidade de concluir idéias:

> *... Um texto deve apresentar concepções filosóficas, visões de mundo, e deve estimular o aluno a ler além das palavras, aprender, avaliar e mesmo a se contrapor ao que lê... (PCNs, 1998, p.268).*

Com a realização de experimentos, é nossa preocupação estimular a discussão sobre conceitos que pareçam abstratos e despertar a curiosidade entre os alunos de maneira a ampliar a visão de mundo do educando concernente com as necessidades sociais.

Assim desenvolvemos este projeto visando oferecer um recurso a mais aos professores no ensino de hidrostática.

A matematização pura e simples do ensino de Física, muitas vezes, torna o processo de aprendizado "cansativo" - comentário de vários alunos aos quais foram propostos debates em sala de aula - e que, decorrido um ano lecionando Física, observei que alguns esquecem os conceitos abordados em sala de aula e não conseguem associar a teoria ao dia a dia.

Principiam, ainda, os PCN's, das abordagens quantitativas e qualitativas quanto à apresentação,

> ... *Deve-se iniciar o estudo sempre pelos aspectos qualitativos e só então introduzir tratamento quantitativo. Este deve ser feito de tal maneira que os alunos percebam as relações quantitativas sem a necessidade de utilização de algoritmos... (PCNs, 1998, p.268).*

No desenvolvimento do ensino da Física não podemos descrevê-la apenas como um conjunto de fórmulas. Faz-se necessário um aprofundamento dos textos abordados, trazendo-a a realidade vivenciada pelos alunos, buscando, com isso, aprimorar não somente o ensino dessa ciência, como também o raciocínio crítico, para a formação do cidadão.

Nesse contexto, há uma tendência de que a utilização de fórmulas fique para segundo plano, no entanto elas são necessárias no plano quantitativo, haja vista que a medida é um dos mecanismos fundamentais para a aceitação, comprovação e aperfeiçoamento das leis físicas.

Análise dos modelos apresentados em sala de aula

Os modelos adotados em sala de aula, por várias vezes não agradam a todos, verifica-se, entretanto, que não existem parâmetros perfeitos a serem empregados.

O que observamos nos textos consultados do ensino médio é que após a apresentação das leis, fórmulas e princípios, são propostas listas de exercícios que, ao serem resolvidas, supõe-se que estarão claros para os alunos os conceitos físicos relacionados aos fenômenos. Isso leva o estudante a encontrar resultados que não serão verificados na prática, pois para tornar a matemática "mais fácil" desprezamos quase que totalmente considerações particulares como atrito, rotação, etc, e muitas vezes não fazemos uma análise qualitativa com outras áreas da Física.

Além desses fatores, as diversas origens sociais dos alunos e professores são, às vezes, obstáculos a serem contornados, bem como quando se está estudando Física a primeira impressão é que não se pode utilizar o conhecimento em prática porque são necessários grandes investimentos para a realização. Alguns experimentos exigem um custo expressivo, existem experimentos sofisticados, mas no ensino médio vale mais produzir o conhecimento de base em detrimento ao aprofundamento tecnológico, cabendo, desse modo, ao professor o papel de socializar o conhecimento, aplicando materiais de fácil aquisição e baixo custo.

Para que nosso objetivo seja atingido, propomos, inicialmente, no Capitulo 2, o experimento do jato d'água. Busca-se, por meio do uso das leis da mecânica para uma partícula, verificar a viabilidade da aplicação desse modelo para o estudo dos fluidos.

No Capitulo 3 daremos um breve histórico sobre Bernoulli e sua Lei para que é a base para o estudo da hidrodinâmica.

No Capitulo 4 descreveremos a fonte de Heron e seu funcionamento, buscando uma relação entre a equação de continuidade de Bernoulli, válida para um fluido e a mecânica para uma partícula.

No Capitulo 5, faremos uma abordagem dos conceitos apresentados aos alunos, por meio do qual avaliamos os conhecimentos prévios dos alunos sobre os conceitos de hidrostática, descrevemos como a experiência foi realizada em sala de aula, e apresentamos os resultados obtidos através de questionário.

A Experiência do jato d'água

Uma aula expositiva que trate de assuntos relacionados à mecânica, a ótica, a termodinâmica ou a qualquer área da física, torna-se mais interessante para o aluno, quando o professor dispõe de recursos didáticos como aparelhos ou experiências os quais serão utilizados para a elucidação e comprovação do fenômeno físico que se esteja analisando. Além de atender a necessidade citada, estimulamos os alunos a explicar o fenômeno e apresentar conclusões sobre a experiência.

Material utilizado

a) três recipientes plásticos (tipo para mantimentos),
b) um recipiente plástico retangular (tipo bacia).

Fig. 1.a Material Utilizado para o experimento do alcance do jato d'água

Descrição da experiência

A experiência do jato d'água tem como objetivo observar e compreender as relações entre a pressão hidrostática no recipiente e obter a velocidade de escoamento da água por um orifício, observando o alcance do jato. Propondo a utilização da equação de Bernoulli, podemos determinar a velocidade de saída de um líquido através de um pequeno orifício (Fig. 1b) feito na parte inferior de um recipiente grande.

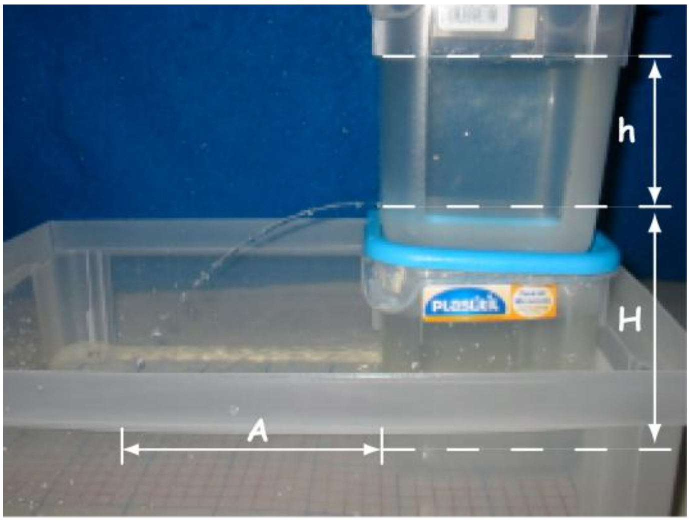


Fig. 1.b Alcance A do jato d’água para uma coluna de água a uma altura h e para um orifício a uma altura H.

Procuramos aqui uma relação entre o alcance do jato d’água e a altura. Nesse propósito fixamos o valor de H e fazemos variar os orifícios no ponto h, para obtermos os valores do alcance e apresentamos os resultados obtidos em um gráfico.

Ressaltamos que as medidas do alcance foram feitas por meio das linhas paralelas que foram traçadas na parte inferior da cuba com intervalo de 1 cm.

Tabela 1. Dados obtidos para o alcance do jato d’água para H = (20,0 ± 0,1) cm

Altura h da coluna d’água em relação ao orifício [(h ±0,3) cm]	**Alcance A do jato d’água [(A ± 0,3) cm]**
12.0	23.0
10.0	22.0
8.0	20.0
6.0	17.0
4.0	13.5
2.0	8.0

A seguir, apresentamos os dados obtidos para o alcance A :

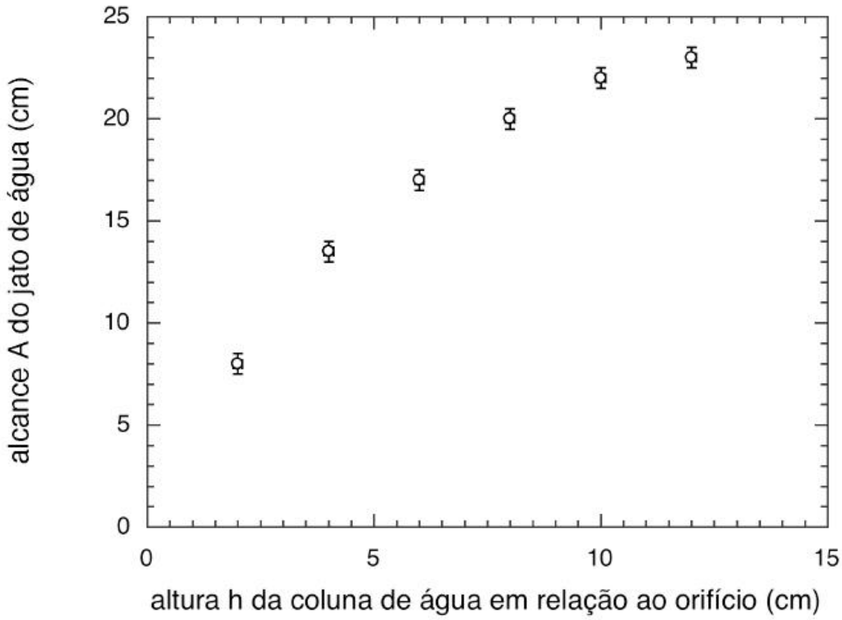


Fig. 2.a. Gráfico do alcance A em função da altura da coluna de água (h). O orifício se encontra a uma altura H = (20,0± 0,1) cm.

Apresentamos a seguir o mesmo gráfico em escala logarítmica e encontramos os parâmetros que melhor representa a relação entre a altura e o alcance do jato d'água.

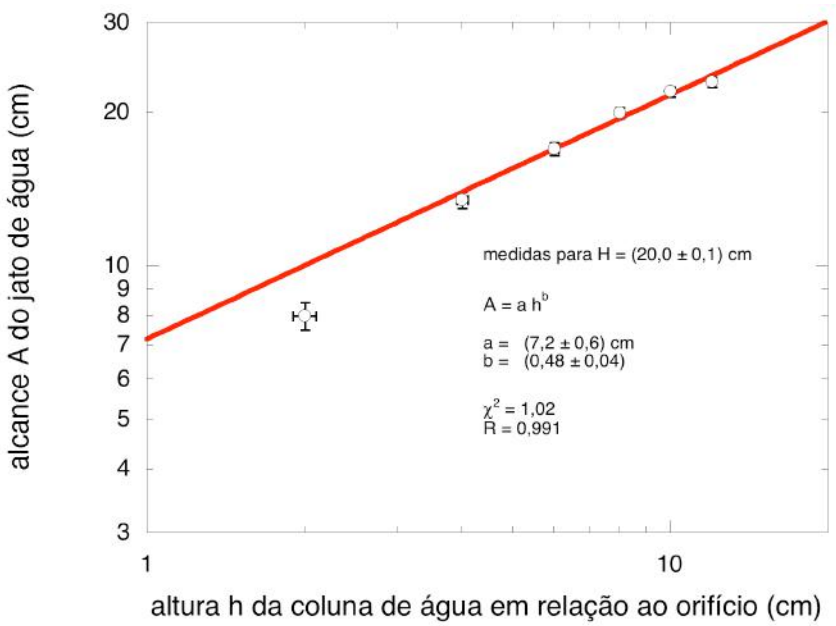


Fig. 2.b. Apresentação em escala logarítmica do alcance A em função da altura h da coluna de água. O orifício se encontra a uma altura H = (20,0+ 0,1) cm.

Com os dados obtidos traçamos a curva representativa do modelo experimental.

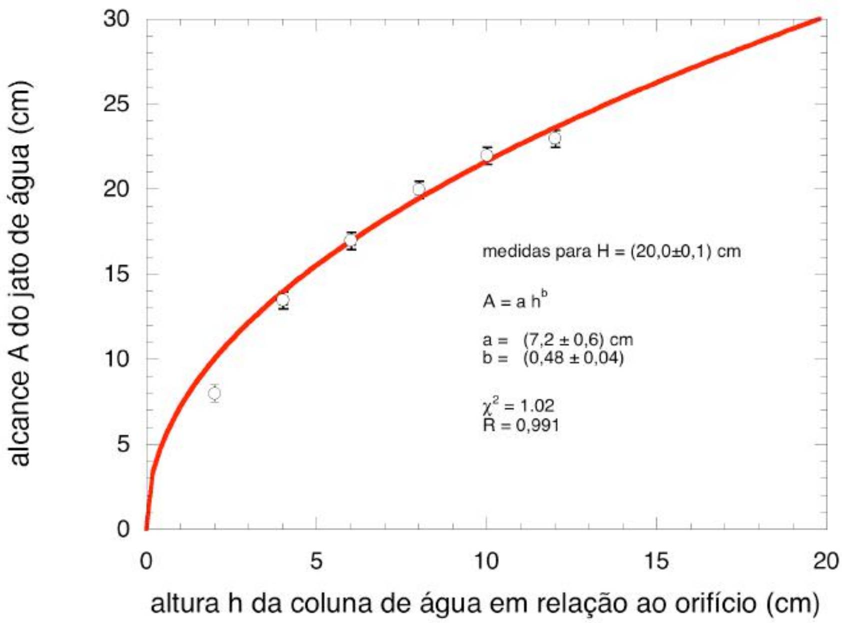


Fig. 2.c. Gráfico do alcance A em função da altura da coluna de água (h). O orifício se encontra a uma altura H = (20,0+ 0,1) cm.. Alinha vermelha representa a relação funcional entre o alcance e a altura da coluna de água, determinada a partir dos pontos experimentais.

Um fato curioso observado é que de acordo com a curva obtida o alcance do jato d'água tende a zero quando a altura do orifício também é nula, porém o dado obtido nos revelou uma tendência em que há uma altura "h" acima de zero em que não mais jorrará água, conforme ilustrado pela seta na figura 2.d. Os gráficos das figuras 21, b, c e d revelam que o alcance "A" que o jato d'água realiza obedece a uma lei de potência com a altura "h" da coluna de água:

$$A = ah^{0,48}.$$

O que indica que o alcance varia aproximadamente com a raiz quadrada da altura da coluna d'água:

$$A \cong ah^{\frac{1}{2}}$$

Com o modelo obtido a partir do gráfico fizemos novas medições fazendo-se variar, dessa vez, o valor de H com o objetivo de que pudéssemos verificar se o padrão obtido persistia, e qual seria a sua influência - se alguma - no alcance do jato d'água.

Sendo assim, utilizamos os novos valores de H para 24,5 cm, 17,0 cm, 12,3 cm, 8,7 cm e 3,3 cm

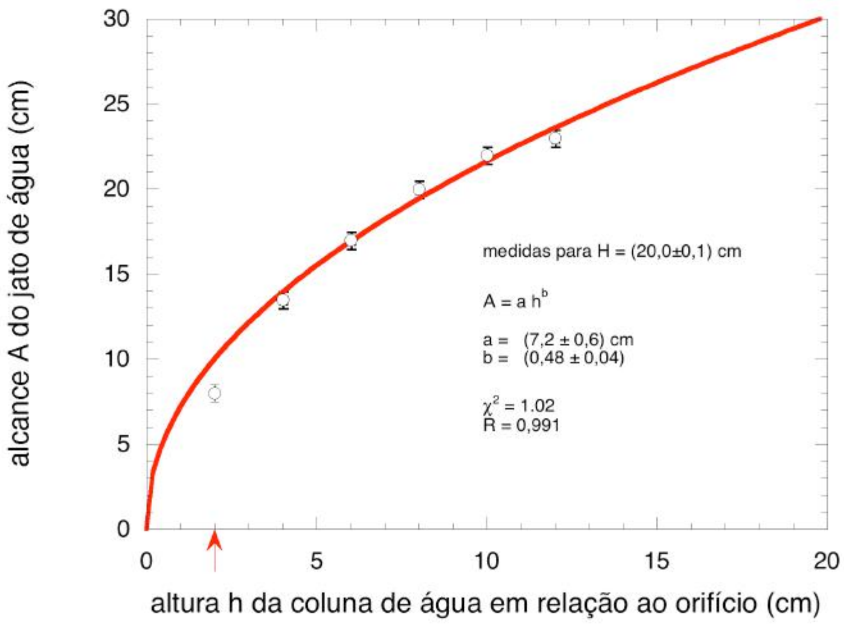


Fig. 2d. Gráfico do alcance A em função da altura da coluna de água (h). O orifício se encontra a uma altura H = (20,0+ 0,1) cm.. Alinha vermelha representa a relação funcional entre o alcance e a altura da coluna de água, determinada a partir dos pontos experimentais. Os dados experimentais sugerem que a uma altura acima do orifício não jorrará água do recipiente.

Tabela 2. Dados obtidos para o valor de H = (24,5 ± 0,1) cm.

Altura h da coluna d'água em relação ao orifício [(h ±0,3) cm]	Alcance A do jato d'água [(A ± 0,3) cm]
12.0	27.0
10.0	25.0
8.0	22.0
6.0	18.0
4.0	13.0
2.0	7.0

.

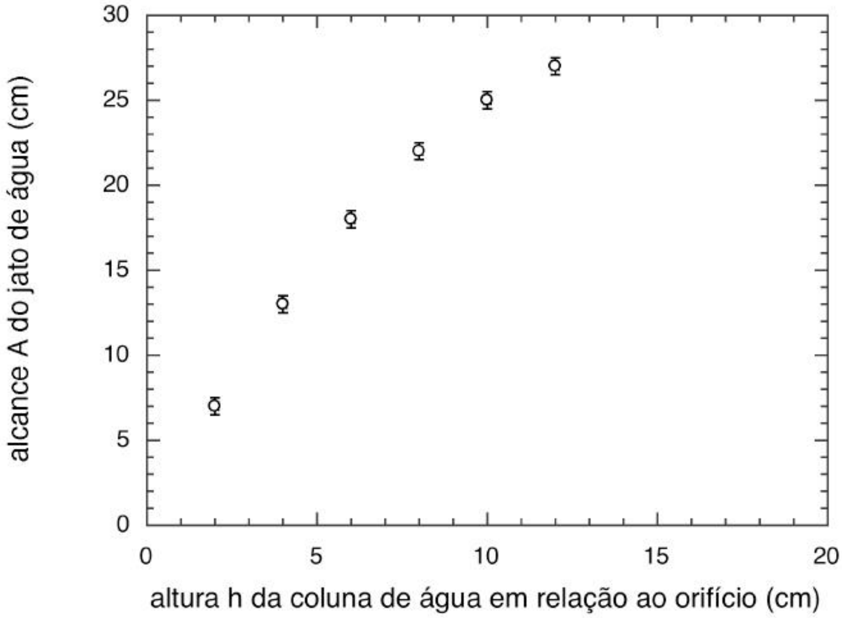


Fig. 3a. Gráfico do alcance A em função da altura da coluna de água (h). O orifício se encontra a uma altura H = (24,5+ 0,1) cm.

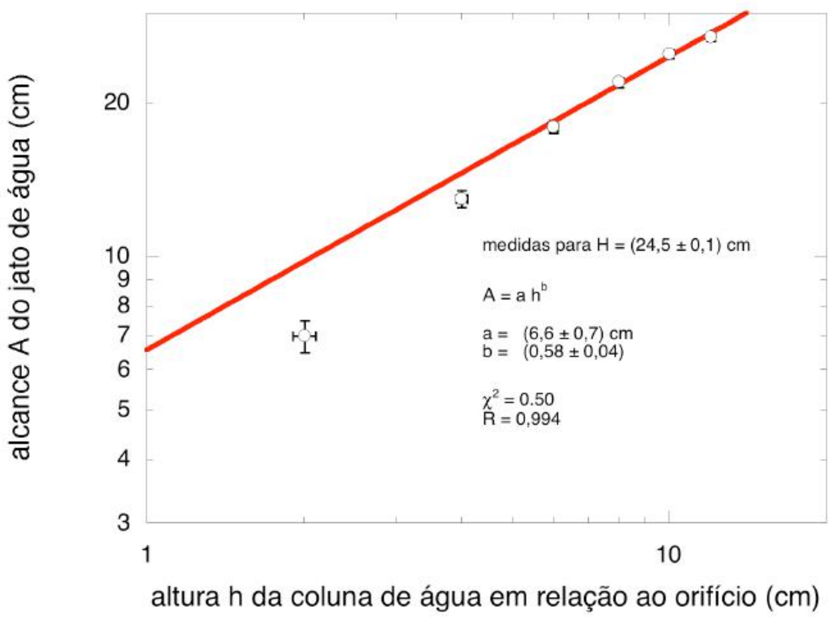


Fig. 3.b. Apresentação em escala logarítmica do alcance A em função da altura h da coluna de água. O orifício se encontra a uma altura H = (24,5+ 0,1) cm.

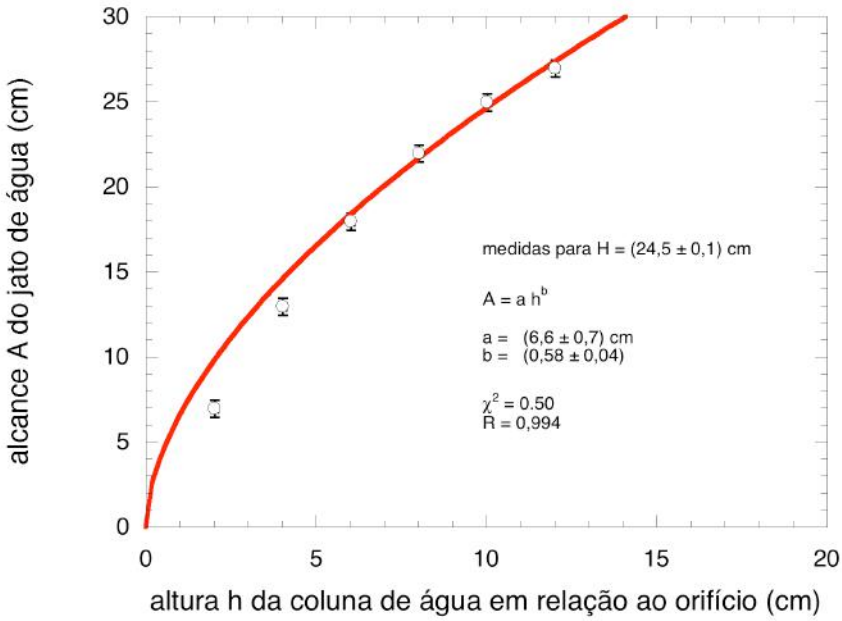


Fig. 3.c. Gráfico do alcance A em função da altura da coluna de água (h). O orifício se encontra a uma altura H = (24,5 ± 0,1) cm.. Alinha vermelha representa a relação funcional entre o alcance e a altura da coluna de água, determinada a partir dos pontos experimentais.

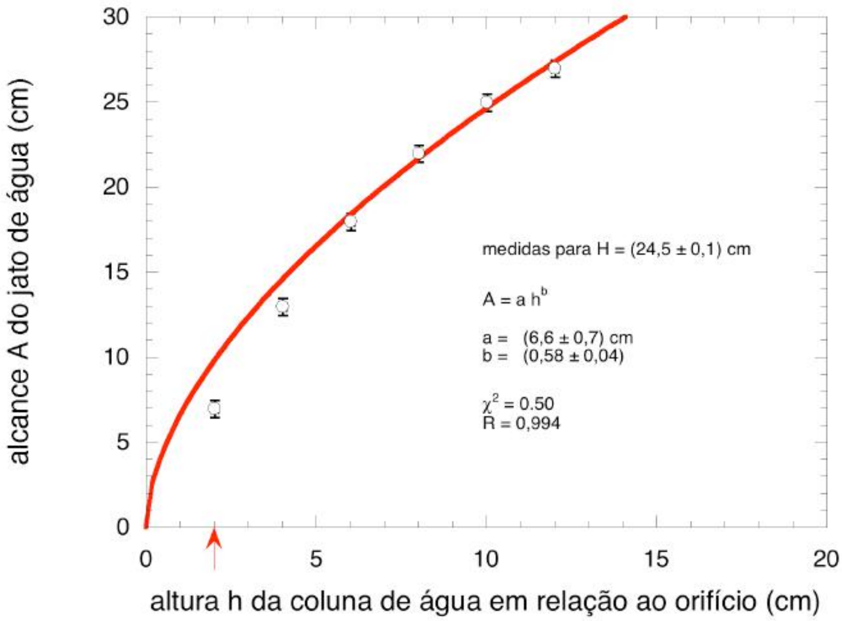
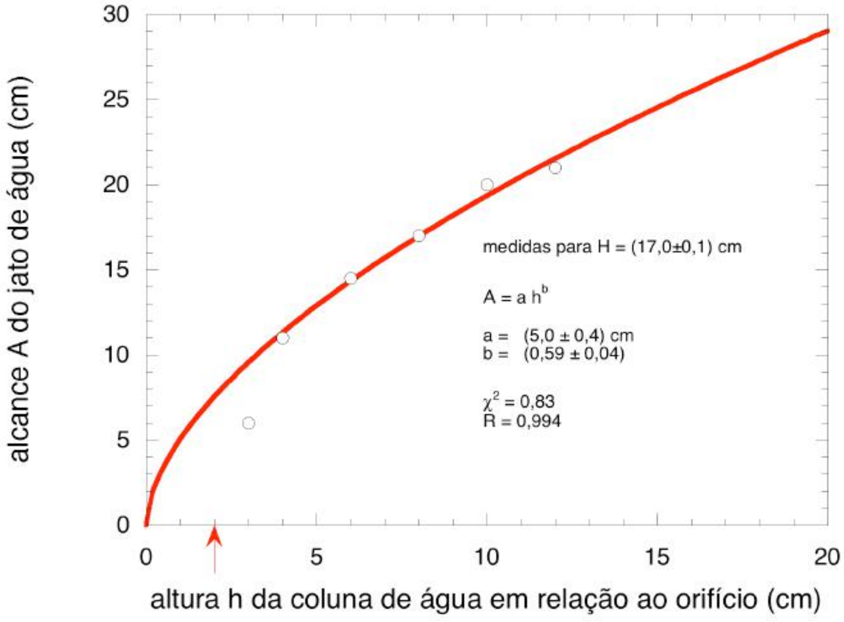


Fig. 3d. Gráfico do alcance A em função da altura da coluna de água (h). O orifício se encontra a uma altura H = (24,5 ± 0,1) cm.. Alinha vermelha representa a relação funcional entre o alcance e a altura da coluna de água, determinada a partir dos pontos experimentais. Os dados experimentais sugerem que a uma altura acima do orifício não jorrará água do recipiente.

Para H = (17,0 ± 0,1) cm e H = (12,3 ± 0,1) cm



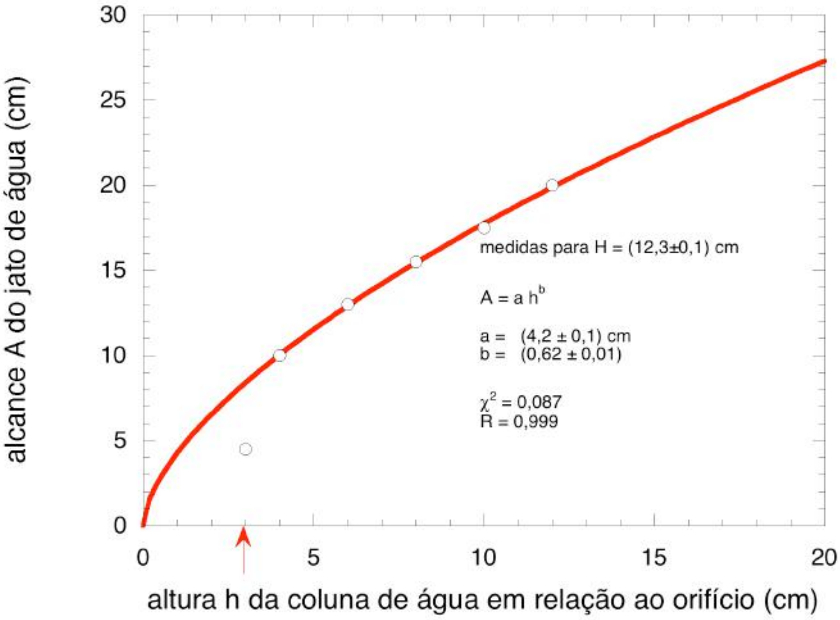


Fig. 4. Gráfico do alcance A em função da altura da coluna de água (h). O orifício se encontra a uma altura H = (17,0 ± 0,1) cm e H = (12,3 ± 0,1) cm. Alinha vermelha representa a relação funcional entre o alcance e a altura da coluna de água, determinada a partir dos pontos experimentais. Os dados experimentais sugerem que a uma altura acima do orifício não jorrará água do recipiente.

Para H = (8,7 ± 0,1) cm e H = (3,3 ± 0,1) cm

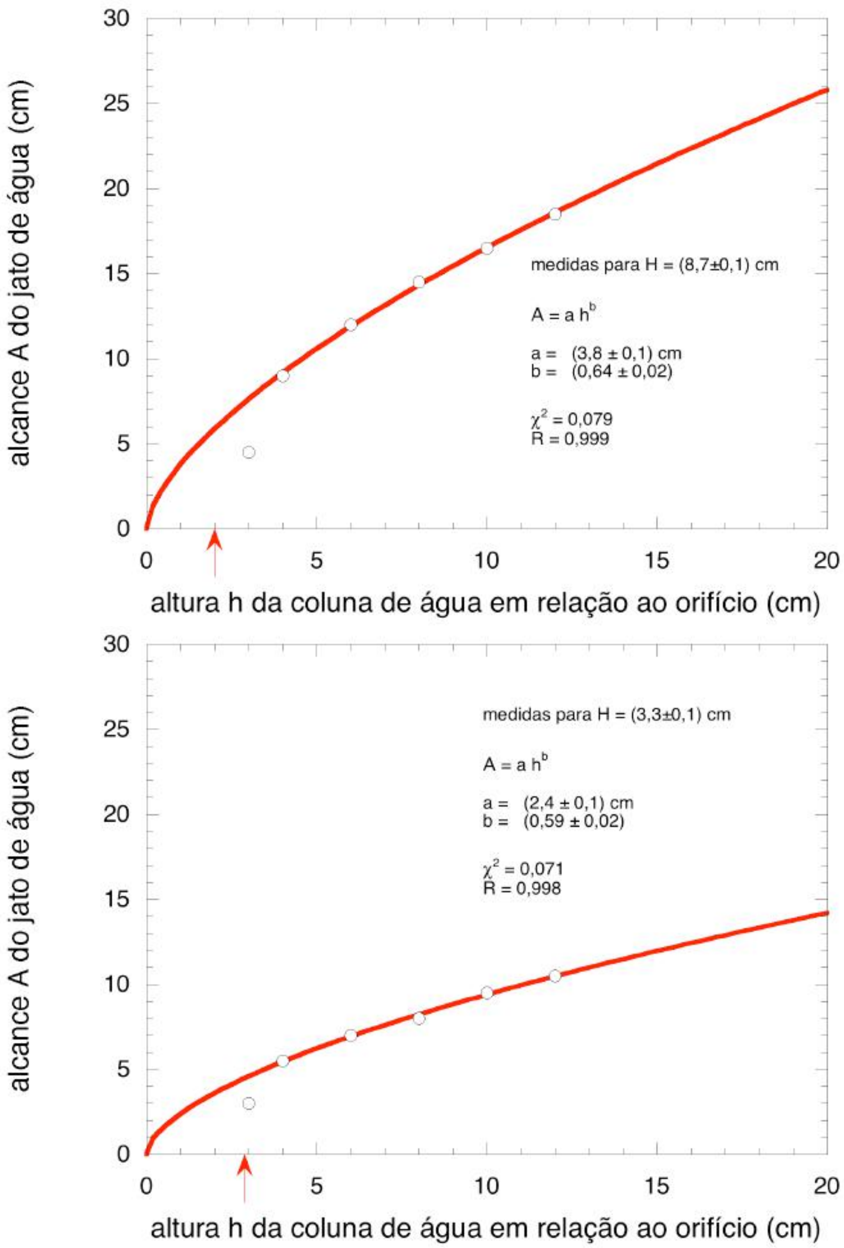


Fig. 5. Gráfico do alcance A em função da altura da coluna de água (h). O orifício se encontra a uma altura H = (8,7 ± 0,1) cm e H = (3,3 ± 0,1) cm. Alinha vermelha representa a relação funcional entre o alcance e a altura da coluna de água, determinada a partir dos pontos experimentais. Os dados experimentais sugerem que a uma altura acima do orifício não jorrará água do recipiente.

Relação empírica entre o alcance do jato e a altura da coluna d'água

A partir dos dados experimentais, observamos que o alcance A realizado pelo jato d'água sempre varia aproximadamente com a raiz quadrada da altura "h" da coluna d'água.

$$A \cong a h^{\frac{1}{2}}.$$

Entretanto, o coeficiente de proporcionalidade "a" varia com a variação da altura do orifício H em relação ao fundo da cuba:

$$a \equiv a(H).$$

Tal comportamento pode ser observado no gráfico da Fig 8.

A partir de um gráfico log-log estabelecemos qual a relação funcional ente este coeficiente de proporcionalidade "a" e a altura "H":

$$a \cong c H^{\frac{1}{2}}.$$

Finalmente, podemos dizer que o alcance "A" realizado pelo jato d'água obedece a relação funcional:

$$A \cong c H^{\frac{1}{2}} h^{\frac{1}{2}}.$$

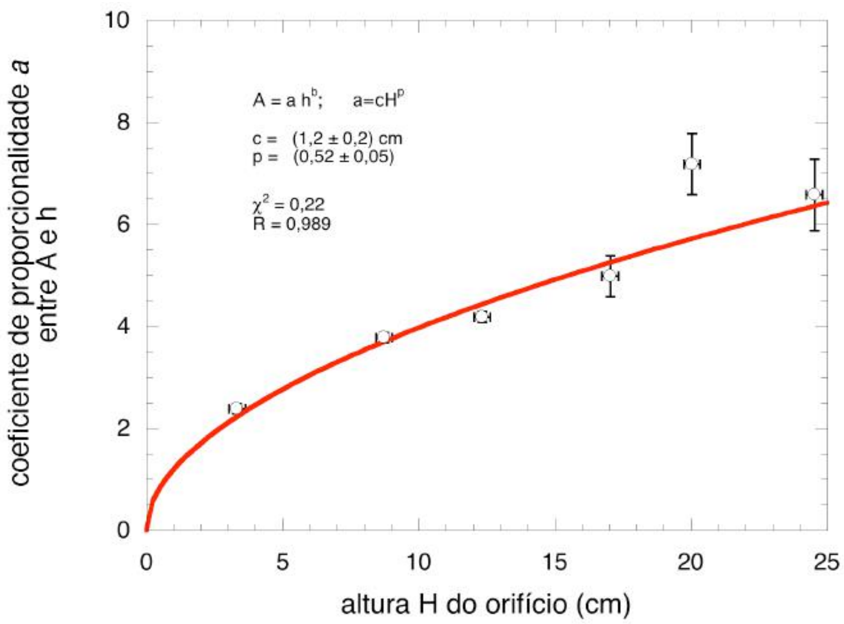


Fig. 8 Gráfico representando o coeficiente de proporcionalidade "a" entre o alcance A e a altura h da coluna de água, em função da altura H do orifício.

A escolha da curva representativa para a determinação do coeficiente “a” na forma diferente de uma reta foi proposital, pois com a reta o coeficiente “a” teria um valor diferente de zero para H = 0, o que não tem significado físico (se H = 0 o orifício já está no fundo da cuba e, assim, o alcance “A” deve ser igualmente nulo).

Do gráfico obtivemos o valor para “c” igual a 1,2 ± 0,2.

Modelando o experimento do jato d’água

A imagem do jato d’água jorrando através do orifício nos lembra fortemente a imagem de uma partícula de massa “m” sendo ejetada de uma canaleta a uma altura “H” a partir do solo, após rolar sobre ela de uma altura “h”.

Se a canaleta tem a sua extremidade inferior perfeitamente paralela ao plano horizontal, a esfera de massa “m” realiza um alcance “A” dado por:

$$A = vt\ .$$

e cai de uma altura H definida por:

$$H = \frac{1}{2}gt^2\ .$$

Usando a Lei de Conservação da Energia, para uma partícula de massa “m” variando sua posição sobre uma canaleta de altura “h”, temos que:

$$mgh + \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}mv_f^2\ .$$

onde v_1 é a velocidade inicial da partícula na posição superior e v_f é a velocidade da partícula na posição inferior da canaleta.

Fazendo v_1 = 0 e v_f = v, obtemos a seguinte expressão para o alcance:

$$A = 2H^{\frac{1}{2}}h^{\frac{1}{2}}\ .$$

Observa-se que o alcance “A” não depende da forma da canaleta. A única exigência é que a extremidade inferior seja paralela a horizontal e que a porção de liquido ejetada “caia” de uma altura *h*. Podemos observar também que a massa do líquido que atravessa a seção da coluna de água, por unidade de tempo, deve ser a mesma em qualquer ponto. Deste modo, podemos expressar a lei de conservação da massa através da equação de continuidade:

$$\rho Sv = const.,$$

onde *S* é a área da seção da coluna, e ρ e *v* são, respectivamente, a densidade e a velocidade do liquido que flui através da seção *S*.

Conclusão

Nesse experimento o modelo para uma partícula representa razoavelmente bem o modelo aplicado nos fluidos. Obtivemos o coeficiente ligeiramente abaixo do valor esperado, pois

$$c = 1{,}2 < 2 \,.$$

Entretanto, atribuímos esse fato ao desprezarmos a viscosidade do líquido. Se incluirmos um termo resistivo E_f , [2] na forma

$$E_f = \frac{1}{2}\frac{f}{m}v^2 \,,$$

— onde f é uma grandeza adimensional e positiva —, o balanço energético pode ser reescrito como

$$mgh + \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}mv_f^2 + \frac{1}{2}\frac{f}{m}v_f^2 \,.$$

Neste caso, a velocidade de saída do recipiente será dada por

$$v_f^2 = \frac{2g}{1+f} \,,$$

e o novo alcance A será menor do que no caso sem o termo resistivo:

$$A = \frac{2}{\sqrt{1+f}} H^{\frac{1}{2}} h^{\frac{1}{2}} \,.$$

Evidentemente, tal análise escapa ao programa do ensino médio e neste caso nos restringimos a uma análise semi-quantitativa do experimento. Este procedimento foi que nos propiciou a fazer uma integração das leis da mecânica clássica e explicar o fenômeno, tornando a aula, assim, mais atraente ao aluno do ensino médio, que é nosso público alvo.

Conforme havíamos verificado experimentalmente, as curvas do alcance A apresentam uma tendência de que há uma altura h, acima do orifício do recipiente, na qual a água não mais jorra. Podemos relacionar esse fato à tensão superficial, que se torna maior que a pressão da coluna líquida acima do orifício (Fig. 9).

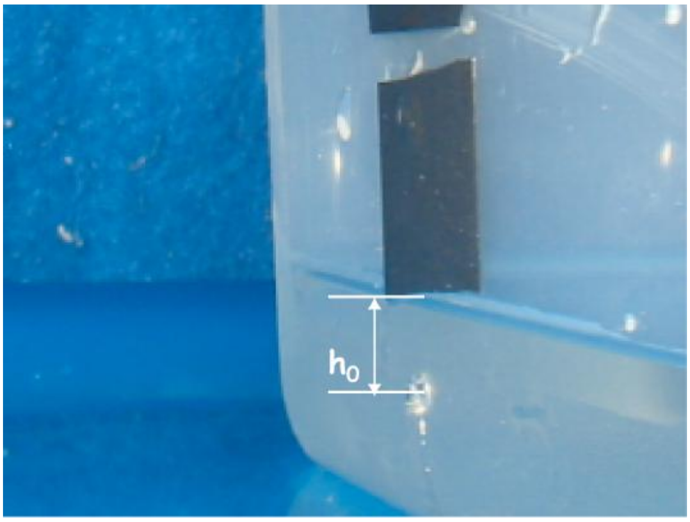


Fig. 9. A pressão da coluna líquida de altura h é insuficiente para vencer a tensão superficial no orifício.

Não discutiremos este problema neste trabalho. Fica como sugestão para trabalhos posteriores sobre tensão superficial dos fluidos.

Bernoulli

Num breve histórico sobre quem foi Bernoulli [3] observa-se que no desenvolvimento da ciência, não foi simplesmente um, mas houve todo um alicerce da família que perdurou mais de três séculos:

Os ancestrais da família Bernoulli fugiram da Holanda em 1583 para escapar da perseguição católica. Fixaram residência em Basiléia, as margens do rio Remo, onde as fronteiras da Suíça, Alemanha e França se encontram. Os membros da família primeiro se estabeleceram como mercadores bem-sucedidos, mas os Bernoullis mais jovens se sentiam irresistivelmente atraídos pela ciência. Eles dominaram o cenário matemático da Europa nos últimos anos do Século XVII e durante a maior parte do Século XVIII.

Três membros se destacaram sobre todos os demais: os irmãos Jakob e Johann, e o segundo filho deste último, Daniel Bernoulli. Os Bernoullis eram conhecidos por suas rivalidades e brigas entre eles e também com os outros. Ao tomarem partido de Leibnitz – na disputa entre este e Newton sobre a invenção do cálculo infinitesimal e integral -, eles se envolveram em numerosas controvérsias. Mas nada disso parece ter exercido qualquer efeito sobre a vitalidade da família. Seus membros, pelo menos oito deles, conseguiram se destacar na matemática. Tinham uma criatividade inesgotável e fizeram contribuições para todos os campos da matemática e da física de sua época. Graças aos esforços dos Bernoullis o cálculo, recém-inventado, tornou-se conhecido em toda a Europa continental.

O primeiro dos Bernoullis a se destacar na matemática foi Jakob. Nascido em 1654, recebeu um grau em filosofia da Universidade da Basiléia, em 1671. Rejeitando a carreira eclesiástica que seu pai Nicolaus desejara para ele, Jakob seguiu seus interesses na matemática, física e astronomia, declarando:

“Contra a vontade de meu pai eu estudei as estrelas.”

Ele viajou e manteve intensa correspondência, encontrando-se com os principais cientistas de sua época, entre eles Robert Hooke e Robert Boyle. Desses encontros Jakob aprendeu os últimos desenvolvimentos na física e na astronomia. Em 1683, ele retornou a sua cidade natal para aceitar um cargo de professor na Universidade da Basiléia, que exerceu até a sua morte, em 1705.

O segundo irmão de Jakob, Johann, nasceu em 1667. Como Jakob, ele desafiou a vontade do pai que queria envolvê-lo nos negócios da família. Primeiro ele estudou medicina e humanidades, mas logo foi atraído pela matemática. Em 1683, ele foi morar com Jakob e, daí em diante, suas carreiras se entrelaçaram. Juntos, estudaram o cálculo recém-inventado, uma tarefa que consumiu seis anos. Devemos lembrar quem naqueles dias, o cálculo era um campo inteiramente novo, de domínio muito difícil até mesmo para os matemáticos profissionais – inclusive porque os livros-texto sobre o assunto ainda não existiam. Assim, os dois irmãos não tinham nada em que se basear, exceto sua própria perseverança e na correspondência ativa com Leibnitz.

Assim que dominaram o assunto eles passaram a transmitir o seu conhecimento, dando aulas particulares para vários matemáticos importantes. Entre eles estava Guillaume François Antoire Marques de l'Hôpital (1661-1704), que ficou famoso por apresentar uma regra para calcular expressões indeterminadas da forma 0/0. Na verdade a “regra de l'Hôpital” , como ficou conhecida, foi descoberta por Johann, entretanto devido a um arranjo financeiro entre Johann e l'Hôpital feito durante as aulas particulares, l'Hôpital tinha o direito, se desejasse, de usar as descobertas do professor.

Daniel Bernoulli

Johann Bernoulli

Fig. 8. Fonte: iihr.uiowa.edu/products/histoy/hoh/bernoullis.html

À medida que a fama dos irmãos Bernoulli aumentava, suas disputas cresciam. Entretanto, para enumerar ainda que superficialmente as realizações dos bernoullis, seria necessário um livro inteiro.

Jakob realizou trabalhos importantes com as equações diferenciais, utilizando-as para resolver numerosos problemas geométricos e mecânicos. Mas talvez a maior contribuição de Jakob seja o seu tratado sobre a teoria das probabilidades, o “Ars conjectandi” (a arte da conjectura), publicado posteriormente em 1713. Este trabalho influente representa para a teoria da probabilidade o mesmo que os “Elementos” de Euclides representa para a geometria.


HYDRODYNAMICÆ

SECTIO PRIMA.

Quæ introitus est, variaque continet prænotanda.

§. 1.


DANIELIS BERNOULLI JOH. FIL.

MED. PROF. BASIL.

ACAD. SCIENT. IMPER. PETROPOLITANÆ, PRIUS MATHESEOS SUBLIMIORIS PROF. ORD. NUNC MEMBRI ET PROF. HONOR.

HYDRODYNAMICA,

SIVE

DE VIRIBUS ET MOTIBUS FLUIDORUM COMMENTARII.

OPUS ACADEMICUM

AB AUCTORE, DUM PETROPOLI AGERET, CONGESTUM.

ARGENTORATI,

Sumptibus JOHANNIS REINHOLDI DULSECKERI, Anno M D CC XXXVIII.

Typis Joh. Henr. Deckeri, Typographi Basiliensis.

Fig. 9. Frontispício do Livro *Hydrodynamica* de Bernoulli (1738b).
[Fonte: iihr.uiowa.edu/products/histoy/hoh/bernoullis.html]

O trabalho de Johann Bernoulli cobriu as mesmas áreas, em geral, estudadas por Jakob: equações diferenciais, mecânica e astronomia.

Ele fez ainda importantes contribuições à mecânica contínua, elasticidade e mecânica dos fluídos - e, em 1738, publicou seu livro “Hydraulica”. Este trabalho, entretanto, logo foi eclipsado pelo tratado de seu filho Daniel, “Hydrodynamica”, publicado no mesmo ano. Nele, Daniel (1700-1782) formula a famosa relação entre a pressão e a velocidade de um fluído em movimento, uma relação conhecida por todos os estudantes de aerodinâmica como a Lei de Bernoulli. Ela é a base para a teoria do vôo.

$$P_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Exatamente com Nicolaus, o pai de Johann, quisera que seu filho seguisse a carreira de mercador, assim o próprio Johann destinou a mesma carreira para o filho Daniel. Mas Daniel estava determinado a seguir seus interesses em matemática e física. O relacionamento entre Johann e Daniel não era melhor do que entre Johann e seu irmão Jakob. Três vezes Johann ganhou o cobiçado prêmio bienal da Academia de ciências de Paris, a terceira vez junto com o filho Daniel, que sozinho ganharia o prêmio dez vezes.

Os Bernoullis continuariam ativos na matemática por mais cem anos. Foi só em meados do século XIX que a criatividade da família finalmente acabou. O último matemático dos Bernoullis foi Johann Gustav (1811-1863), bisneto do irmão Daniel, Johann. Ele morreu no mesmo ano que seu pai, Christoph (1782-1863).

A fonte de Heron

A construção da fonte de Heron [4] , como o próprio nome sugere, foi atribuída ao antigo matemático e cientista grego Heron de Alexandria. (20?-62 d.C.). Nasceu provavelmente no Egito e realizou seus trabalhos na cidade egípcia de Alexandria. Escreveu pelo menos 13 obras sobre mecânica, matemática e física. Mas é conhecido, sobretudo, como matemático, tanto no campo da geometria quanto no da geodésia.

Inventou diversos instrumentos mecânicos, muitos para uso prático: uma espécie de máquina a vapor giratória; a fonte de Heron, aparelho pneumático que produz um jato vertical de água; e a dioptra, instrumento semelhante aos atuais teodolitos.

A fonte de Heron consiste de um vaso aberto e dois esféricos fechados: o primeiro, que chamamos de A, totalmente aberto à atmosfera e os outros dois fechados, que chamamos de B e C. Todos são conectados por três tubos.

Fig.10. Matérias utilizados na construção do experimento da Fonte de Heron.

Material utilizado

A seguir, apresentamos a lista do material utilizado na montagem do experimento da Fonte de Heron ilustrando os materiais na figura 17.

a) três garrafas de refrigerante descartáveis de 2 litros com fundo esférico;

b) 60 cm de tubo de plástico transparente de diâmetro interno aproximadamente igual a 0,5 cm;

c) um canudo de refrigerante;

d) um tubo de cola à base de silicone;

e) fita isolante.

Descrição da experiência

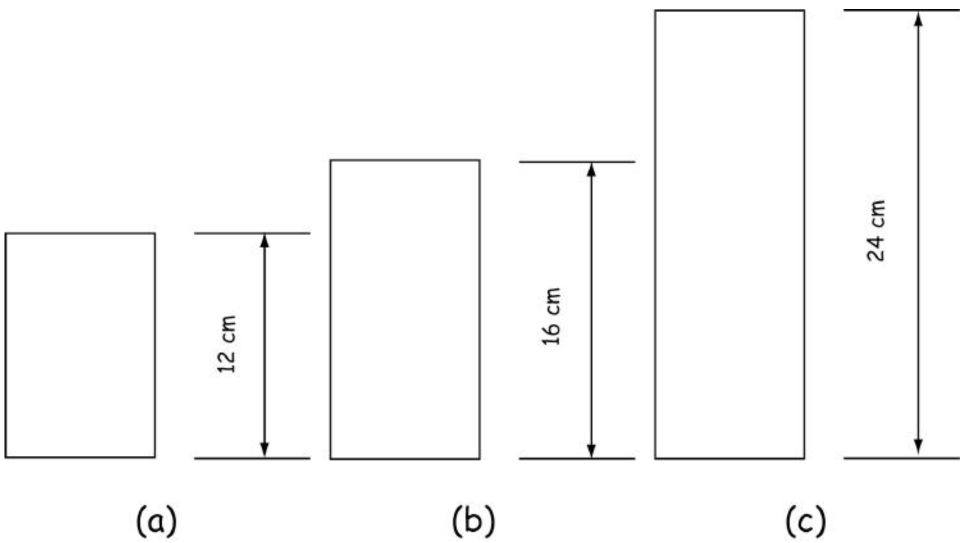


Fig.11. Dimensões dos reservatórios empregados no experimento.

A montagem do experimento foi feita seguindo os passos e comprimentos proposto no Caderno Catarinense de Ensino de Física.[4]

Primeiro Passo - Sem retirar a base de uma das garrafas, corta-se a parte do gargalo de forma que a parte inferior tenha aproximadamente 24 cm (Figura 11c).

Segundo Passo - Retirando a base de outra garrafa corta-se o fundo a uma altura de 16 cm. Fazem-se dois orifícios laterais com diâmetros iguais ao diâmetro externo do tubo plástico transparente (Figura 11b).

Terceiro Passo - Corta-se a terceira garrafa de forma que a parte inferior tenha 12 cm, fazendo um orifício central de diâmetro igual ao do canudo de refrigerante e outro orifício de diâmetro igual ao diâmetro externo do tubo plástico transparente (Figura 11a).

Quarto Passo - Corta-se o tubo plástico transparente em duas partes, uma de 38 cm e outra de 12 cm.

4 Laboratório Caseiro, Fonte de Heron, Vl. 12, nº 1, Abril 1995.

Quinto Passo - Encaixa-se o cilindro da figura 11b e passa-se cola de silicone na emenda do encaixe, obtendo um frasco cilíndrico de aproximadamente 40 cm de altura. Após passa-se o tubo pelo orifício lateral vedando com cola de silicone. Por último encaixa-se o frasco da figura 11a e passa-se cola na emenda entre os frascos e entre o frasco e o tubo transparente, colocando o canudo por último.

A montagem final está ilustrada abaixo na figura 12:

Fig. 12. Figura ilustrando a montagem final da fonte de Heron, empregando as garrafas PET.

Modelando o experimento da Fonte de Heron

Para que a fonte comece a funcionar é necessário que o recipiente B esteja parcialmente cheio de água, o recipiente C e o A com água até o nível do extremo do tubo que interliga os recipientes A e C. Colocando o líquido no recipiente A, suficiente para encher o tubo que interliga A e C, estabelece-se uma coluna de água no tubo aumentando a pressão do ar dentro dos recipientes B e C. A pressão dentro do recipiente B, sendo maior que a pressão atmosférica, faz com que a água deste escoe pelo canudo jorrando no recipiente A. Esta por sua vez flui pelo tubo mantendo a coluna de água e quando toda a água do vaso B escoa, cessa o funcionamento da fonte.

O aumento de pressão causado pela água que escoa no tubo para o recipiente C e pelo ar que sobe pelo tubo para B, empurram a água pelo canudo, fazendo-a jorrar pela ponta fina desse canudo.

Esse experimento nos permite discutir os conceitos de pressão atmosférica e hidrostática, com base na altura da coluna d'água entre os recipientes.

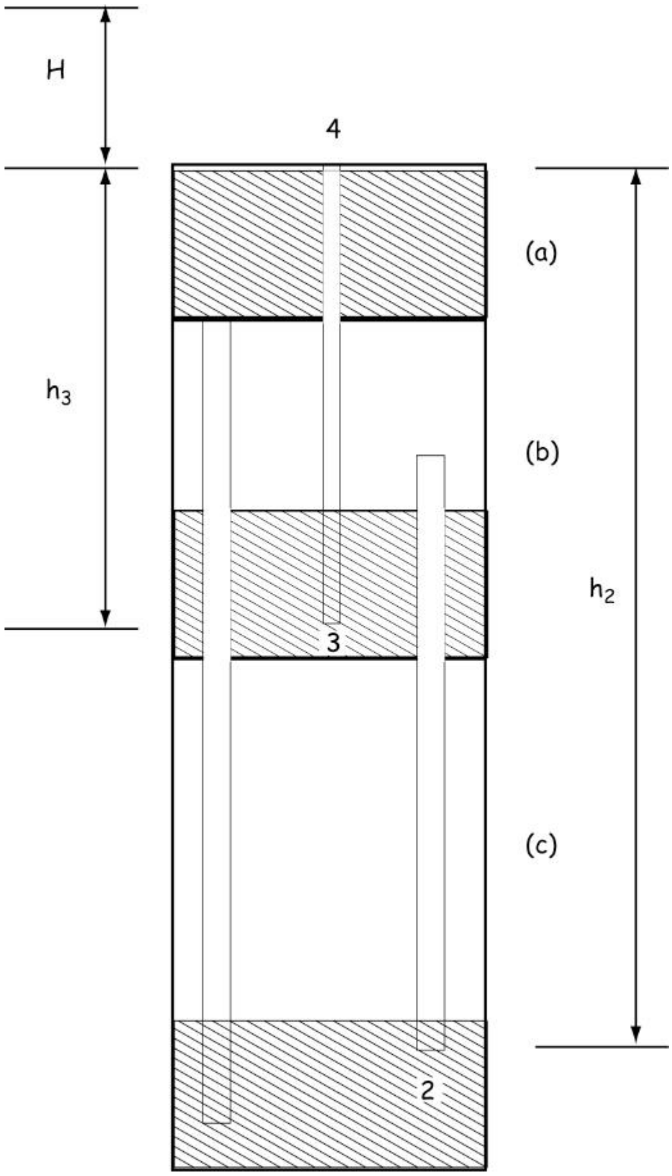


Fig. 13. Figura indicando os parâmetros físicos correlacionados na operação da fonte de Heron. A altura H representa o alcance do jato de água quando a água contida na parte (a) [região achurada] flui para a parte (c). A pressão aumenta na parte (b) e empurra a água aí contida para o exterior da fonte.

A partir dos dados experimentais, observamos que o alcance "*H*" varia à medida que fazemos variar a diferença entre os níveis "h_2" e "h_3".

Fixamos diferentes níveis d'água em "h_2" e "h_3", e apresentamos os resultados na Tabela 3.

Tabela 3. Dados obtidos da Fonte de Heron:

Diferença $h_2 - h_3$ **entre as alturas dos tubos** $[(h_2 - h_3) \pm 0{,}2)$ **cm]**	**altura** H **do jato de água** $[H \pm 0{,}3)$ **cm]**
5,0	4,0
6,0	4,3
7,0	4,7
7,5	5,0
9,0	6,0
12,5	8,2
13,0	8,5

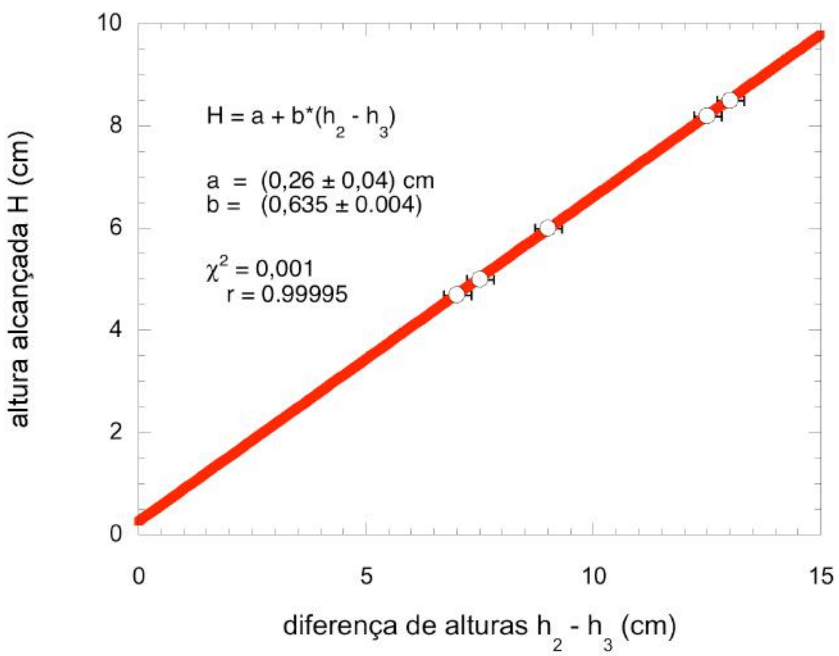


Fig. 14. Desta figura observamos que a altura H, representando o alcance do jato de água, é uma função linear da diferença de alturas entre os pontos 2 e 3 no *interior* da fonte.

Podemos continuar empregando a imagem das partículas jorrando do recipiente, desenvolvida na primeira experiência. Neste caso, a imagem do jato d'água jorrando do canudo no ponto 4, sugere aquela de uma partícula de massa *m* sendo lançada verticalmente para cima. Neste caso, recordando as equações da cinemática, podemos escrever que:

$$h - h_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 ,$$

onde *h* e h_0 são posições final e inicial do movimento da partícula de massa *m*, e v_0 é a velocidade inicial e *a* a aceleração que a partícula está submetida. Lembrando que a velocidade em cada instante é dada por

$$v = v_0 + at ,$$

podemos escrever

$$v^2 - v_0^2 = 2 v_0 a t + a^2 t^2$$

ou, ainda, que

$$v^2 - v_0^2 = 2a\left(h - h_0\right) .$$

Portanto, podemos relacionar a velocidade de saída da fonte com a altura que o jato d'água alcança.

Quando o jato d'água alcança ponto máximo, *H*, a velocidade neste instante é igual a zero e a velocidade inicial é a velocidade na saída da fonte. Indicando esta velocidade por v_4, a diferença de alturas $\left(h - h_0\right) = H$, e a aceleração $a = -g$, obtemos:

$$-v_4^2 = -2gH .$$

Finalmente, podemos concluir que a velocidade de saída da fonte está relacionada com a altura do jato pela expressão:

$$v_4^2 = 2gH .$$

Do resultado obtido no gráfico apresentado na Figura 14, podemos fazer as seguintes considerações. A altura *H* que o jato alcança *quando escapa da fonte* depende linearmente da diferença de alturas $(h_2 - h_3)$ dos pontos 2 e 3 no *interior* da fonte:

$$H \approx 0{,}6\left(h_2 - h_3\right) .$$

Combinando este resultado com aquele para a queda livre, obtemos:

$$v_4^2 \approx 2g\left[0{,}6\left(h_2 - h_3\right)\right] \approx 1{,}2g\left(h_2 - h_3\right) .$$

Este resultado implica em dizer que o liquido real emerge da fonte com uma velocidade menor do que aquela para o fluxo ideal (sem o termo resistivo) e que esta velocidade depende linearmente da diferença de alturas $(h_2 - h_3)$ dos pontos 2 e 3 no *interior* da fonte. Tal comportamento é similar aquele discutido na primeira experiência, onde acrescentamos um termo resistivo proporcional ao quadrado da velocidade de maneira a preservar a conservação da energia. Portanto, considerando o fluxo ideal, podemos escrever que

$$v_4^2 \approx 2g\left(h_2 - h_3\right).$$

Entretanto, devido a conservação de massa, $v_4 = v_3$ e podemos escrever que

$$v_3^2 \approx 2g\left(h_2 - h_3\right).$$

Para um fluido ideal, a velocidade no ponto 3 depende somente da altura de “queda” do fluido entre os pontos 2 e 3.

Conclusão

A comprovação do principio de conservação de energia, é no mínimo curiosa e atrai a atenção pelo fato do alcance *H* obtido pelo jato d’água depender da diferença de altura dos níveis entre os níveis 2 e 3.

Para facilitar a aplicação matemática, consideramos que a água se comporta como um fluido ideal, não se levando em conta a perda de energia por atrito com as paredes dos tubos durante o escoamento. Dessa forma, o alcance obtido ficou abaixo do valor teórico em função da diferença entre os níveis h_2 e h_3.

Abordagem dos conceitos em sala de aula

Fizemos uma análise do conteúdo que trata do ensino de hidrostática apresentado nos livros do ensino médio como parâmetro para nosso experimento.

Constatamos nos textos que a maioria obedece à mesma ordem para tratar do tema. Primeiramente, abordam o conceito de pressão, densidade, pressão atmosférica, pressão hidrostática.

Pressão

O conceito de pressão é representado pela aplicação de uma força sobre uma superfície que se distribui sobre uma área (Fig. 15).

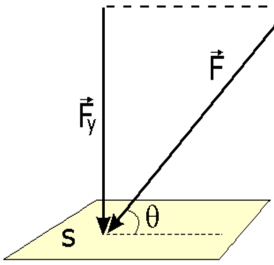


Fig. 15. Representação da força **F** atuando sobre uma unidade de área **S**. Observa-se que a pressão resultante depende efetivamente do angulo entre a força e a unidade de área.

$$p = \frac{F_Y}{S} = \frac{F\,\mathrm{sen}\,\theta}{S}$$

No caso mais simples temos que a força (F) é perpendicular à superfície de área (S) e a equação fica simplificada,

$$p = \frac{F}{S}$$

Pressão Atmosférica

A atmosfera é constituída de ar. A massa de ar que envolve a Terra e atraída pela ação da gravidade e exerce peso sobre a superfície.

Em 1643 o físico Evangelista Torricelli[5] descobriu que podia medir o peso da atmosfera contrabalançando-a com o peso de uma coluna de mercúrio. Ele encheu um tubo de vidro de seção igual a 1 cm^2 de mercúrio, que possuía uma das extremidades fechadas e entornou o mercúrio em uma vasilha. O mercúrio escorreu ate que a pressão da atmosfera o

[5] Torricelli, Evangelista (1608-1647), matemático e físico italiano, conhecido, sobretudo, pelo invento do barômetro.

impediu de continuar saindo. A coluna de mercúrio que ficou no interior do tubo possuía, portanto, o peso equivalente ao da atmosfera. Esta coluna media 76 cm de comprimento.

Pressão em um fluido estático

Em um fluido estático, sob a ação da gravidade terrestre, as forças são perpendiculares à superfície terrestre. Caso exista uma força resultante em uma porção do fluido, esta porção entrará em movimento. A razão é que um fluido pode escoar, ao contrário de um objeto rígido.

Se uma força for aplicada a um ponto de um objeto rígido, o objeto como um todo sofrerá a ação dessa força. Isso ocorre porque as moléculas (ou um conjunto delas) do corpo rígido estão ligadas por forças que mantêm o corpo inalterado em sua forma. Logo, a força aplicada em um ponto de um corpo rígido acaba sendo distribuída a todas as partes do corpo. Já em um fluido isso não acontece, pois as forças entre as moléculas (ou um conjunto delas) são muito menores. Um fluido não pode suportar forças de cisalhamento[6] [5], sem que isto leve a um movimento de suas partes. Logo, a pressão a uma mesma profundidade de um fluido deve ser constante ao longo do plano paralelo à superfície (Fig. 16).

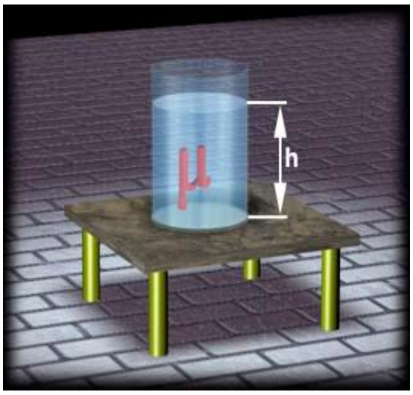


Fig. 16. Pressão no fundo de um recipiente contendo líquido [6].

$$\mu = \rho g h$$

Supondo que a constante da gravidade local, **g**, não varie apreciavelmente dentro do volume ocupado pelo fluido, a pressão em qualquer ponto de um fluido estático depende apenas da pressão atmosférica no topo do fluido e da profundidade do ponto no fluido.

Se houver dois ou mais líquidos não miscíveis, teremos a ilustração da Fig 17.

---

6 Definição extraída do Livro de Física Halliday e Resnick, Vol. 2, 3ª edição.

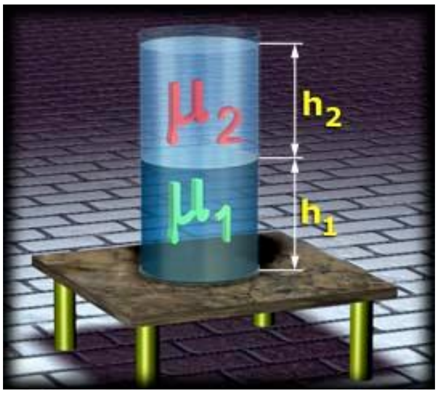


Fig.17. Pressão no interior de dois líquidos não miscíveis.

Teorema de Stevin

A diferença de pressão entre dois pontos, situados em alturas diferentes, no interior de um líquido homogêneo em equilíbrio, é a pressão hidrostática exercida pela coluna líquida entre os dois pontos. Uma conseqüência imediata do teorema de Stevin é que pontos situados num mesmo plano horizontal, no interior de um mesmo líquido homogêneo em equilíbrio, apresentam a mesma pressão (Fig. 18).

$$\Delta p = \rho g (h_1 - h_2)$$

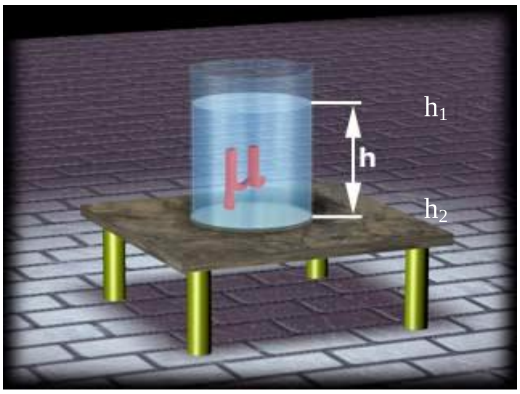


Fig.18. Variação de pressão em função da diferença de altura h_1 e h_2.

Principio da Conservação da Energia aplicada ao fluido

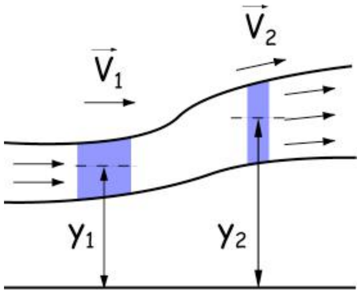


Figura 19. Fluxo no interior de um tubo. O fluxo de líquido que entra na secção de menor diâmetro é igual ao fluxo de liquido que sai na seção do tubo com maior diâmetro.

Pela conservação da energia, temos que a quantidade de líquido que passa pela área da entrada no ponto da figura 19 num intervalo de tempo é a mesma que passa na saída no mesmo intervalo de tempo.

Q - quantidade de líquido que passa numa secção transversal do tubo

A - secção transversal do tubo

t - intervalo de tempo

$$Q_2 - Q_1 = 0$$

para uma variação da quantidade do líquido num intervalo de tempo

$$\frac{\Delta Q_2}{\Delta t_1} - \frac{\Delta Q_1}{\Delta t_1} = 0$$

para o mesmo intervalo de tempo

e fazendo

$$Q = \rho A v \Delta t$$

teremos

$$\frac{\rho A_2 v_2 \Delta t}{\Delta t} = \frac{\rho A_1 v_1 \Delta t}{\Delta t}$$

chegamos a equação de continuidade

$$A_2 v_2 = A_1 v_1$$

Paraná [7] em seu livro Série Novo Ensino Médio (2003), traz uma abordagem resumida do assunto, trata do conceito de densidade de um corpo e pressão média, passando a aplicações de exercícios que se subtende ser suficiente para a compreensão do tema.

Observamos em Antônio Máximo e Beatriz Alvarenga [8] (Curso de Física 1, 1992) um tratamento conceitual com o objetivo de ligar o tema a situações cotidianas com alguns exemplos e ilustrações simples.

Em Guimarães e Fonte Boa [9], são propostas algumas figuras buscando dar uma pequena noção visual dos fenômenos que envolvem a pressão hidrostática, porém observa-se que não há uma relação direta para que o aluno que ingressa no ensino médio faça um relacionamento com situações no cotidiano. Aqui observamos uma primeira introdução sobre a dinâmica dos fluidos, onde aparece pela primeira vez o estudo da equação de continuidade. Dá-se ênfase a discussão sobre fluido com alguns exemplos sobre as aplicações.

Em nossa pesquisa observamos poucas sugestões que estimulem a prática experimental por parte do aluno. Muitos fatos que ocorrem no cotidiano despertam a curiosidade, sendo esta a principal responsável pelos modelos que representam os fenômenos físicos.

Conclusão

O estudo em questão procura observar como o aluno aprende fenômenos físicos em sua complexidade. Enfrenta, portanto, uma questão epistemológica ligada à maneira como o aluno usa seus esquemas de assimilação e sua imaginação para descrever os fenômenos de forma lúdica.

A idéia de elaborar este projeto surgiu do interesse em se desenvolver uma experiência, na qual a conservação de energia mecânica pudesse ser constatada a partir da observação de um fenômeno físico. A demonstração da correlação dos conteúdos da Física permite um melhor entendimento por parte do aluno, que é nosso público alvo.

Uma aula expositiva que trate de assuntos relacionados à mecânica, a ótica a termodinâmica ou a qualquer área da física, torna-se mais interessante para o aluno, quando o professor dispõe de recursos didáticos como aparelhos ou experiências os quais serão utilizados para a elucidação e comprovação do fenômeno físico que se esteja analisando. Além de atender a necessidade citada, estimulamos os alunos a explicar o fenômeno e apresentar conclusões sobre a experiência.

A aplicação de questionários sobre o tema antes da realização do experimento nos permitiu coletar dados preliminares de como os alunos interpretam os fenômenos de força, pressão atmosférica e hidrostática, já que no cotidiano nos deparamos com inúmeras situações que não são explicadas pelo simples fato de haver desconhecimento de noções básicas sobre os temas de força ou pressão.

Referências

[1] Parâmetros Curriculares Nacionais, Ensino Médio, MEC Brasília 1999.

[2] Potter, A e Barnes, F H, “The siphon”, *Phys. Educ.*, **6**, 5 (1971) 2361-367.

[3] “Daniel Bernoulli and the varieties of mechanics”, Grattan-Guiness, NAW 5/1 nr 3 September 2000.

[4] Caderno Catarinense Ensino de Física, Laboratório Caseiro, Fonte de Heron, vol. 12, nº 1, p. 47-52, abr. 1995.

[5] Halliday, D & Resnick, R, “Fundamentos de Física”, Gravitação, Ondas e Termodinâmica, vol. 2, 3ª edição.

[6] http://www.lib.uiowa.edu/spec-coll/Bai/hydraul.html Hydraulics Collection.

[7] Paraná, DNS, “Física”, Série Novo Ensino Médio, 6ª edição, 2003.

[8] Máximo, A.R.L e Alvarenga, B.A, “Curso de Física”, vol. 1, 3ª edição, 1992.

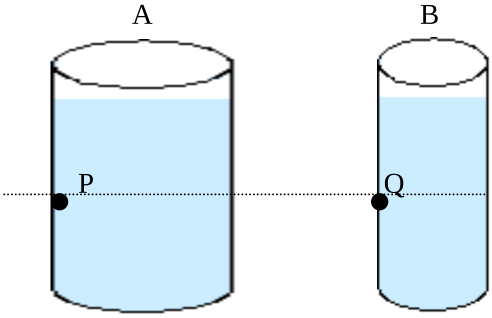
[9] Guimarães, L.A e Boa, MF. Física para o 2º grau: HARBRA, São Paulo.

Anexo 1

Questionário introduzido antes da aplicação dos experimentos

1. A figura mostra dois recipientes contendo água até a borda superior dos recipientes. Há orifícios no mesmo nível e iguais em P e Q. A velocidade de escoamento da água é?

- maior em P do que em Q
- maior em Q do que em P
- a mesma em P e Q



Respostas

- um respondeu a letra a
- dezessete respondeu a letra c

Comentário

A velocidade de escoamento da água depende da pressão exercida pela coluna de líquido situada acima do nível dos orificios e, pôr conseguinte é a mesma em P e Q. Observamos para a resposta que considera que a pressão em P e´maior do que em Q que o raciocinio usado para justificar prende-se ao fato de que o volume de líquido é maior.

Aqui a velocidade de escoamento deve-se exclusivamente à pressão e pressão exercida pelo próprio liquido, pois a pressão atmosferica, que também está presente e se soma à hidrostática, atua também fora do recipiente. Entre o lado interno e o externo do orificio há uma diferença de pressão igual à pressão hidorstática. No mesmo lugar e no mesmo liquido esta depende apnas de H.

2. O que aconteceria com os níveis d'água nos dois recipientes se interligássemos ambos com um cano?

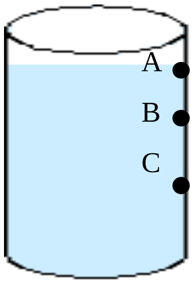
Respostas

- dezessete responderam que não se alteram
- um respondeu que passa de A para B

Comentário

Estando a água em repouso verifica´se que ela não flui de um lado para o outro. Não há, portanto, diferença de pressão ao longo da linha horizontal. A pressão hidrostática independe do volume de água contido em cada recipiente.

3. A figura mostra três níveis (A, B e C) de escoamento num reservatório contendo água até a borda superior. Em qual dos níveis o líquido terá maior velocidade de escoamento? Justifique.



Resposta

- dezoito responderam que a maior velocidade ocorre no ponto C

Resumo das justificativas

- quinze justificaram que a pressão é maior em C.
- um justificou que há maior força em C.
- um justificou que nível do líquido é maior em relação à borda superior.
- um não justificou.

Comentário

Focalizamos alguns exemplos sobre o conceito de pressão e com base nas respostas propusemos discutir sobre cada questão para que houvesse um melhor entendimento sobre o assunto.

Nesta experiência inicial procurou-se observar como os alunos percebem e explicam:

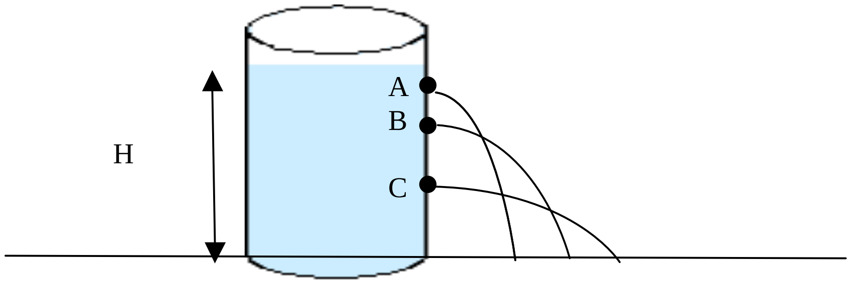
> - *a relação entre a pressão da água e a profundidade do recipiente que a contém;*
>
> - *a pressão e a velocidade de escoamento da água por um orifício, observando o alcance do jato.*

Tais fenômenos envolvem a fórmula de Torricelli e o Principio de Pascal.

A fórmula de Torricelli fornece a velocidade de escoamento da água que sai de um orifício de um recipiente. Se o orifício está situado a uma profundidade h, a velocidade é dada por $(2gh)^{1/2}$.

O alcance do jato de água observado depende da velocidade e do tempo de queda da água. Portanto, o alcance será maior à medida que o furo torna-se mais profundo, partindo da superfície até o meio do recipiente. A partir desta profundidade o alcance diminui na mesma proporção em que cresceu na parte superior do recipiente. Este efeito é compreendido a partir da aplicação da equação de Bernoulli, sendo explicável através de cálculos compreensíveis para alunos a partir do Ensino Médio.

Chama-se a atenção para um problema relacionado a pressão hidrostática em um fluido. Questiona-se um desenho do fenômeno como sendo equivocado e mostra-se outro desenho como sendo correto.



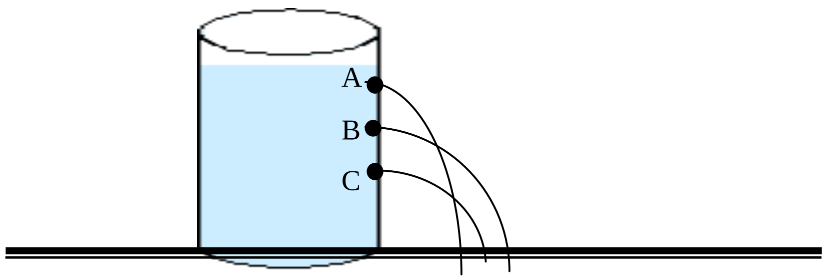
onde **H** é distância do orifício A ao solo

O desenho representa a trajetória de jatos de água provenientes de orifícios em uma garrafa. Este desenho mostra que a pressão hidrostática em um líquido aumenta com a profundidade *(correto!)* e, portanto, a velocidade com que o jato sai do orifício dever aumentar *(correto!)* e, portanto, a água deve alcançar uma distância maior *(errado!)*.

Este raciocínio erra em deduzir que aumentando a velocidade do jato a água vai cair mais longe. Isto está incorreto, pois não leva em consideração a cinemática da trajetória do jato de água: *lançamento horizontal!* O alcance do jato depende tanto da velocidade quanto da altura do lançamento.

Diante dos fatos apresentados, observamos que o aluno é capaz de fazer abstrações simples, a partir das características empiricamente observáveis.

Sendo assim, a representação correta do alcance do jato de líquido está ilustrado abaixo.



O alcance da água pode ser calculado para o lançamento horizontal:

[redacted]

onde [redacted] é a velocidade de lançamento horizontal do jato e [redacted] o tempo de queda.

[redacted]

Usamos a equação de Bernoulli para encontrarmos a velocidade de lançamento:

[redacted] constante

Podemos, ainda, verificar experimentalmente que o alcance máximo se dá para alturas intermediárias próximas a ½ H.

Dados Experimentais

Altura (cm)	Alcance (cm)
4,5	17,0
8,0	16,0
11,0	17,5
14,5	16,0
18,5	15,5

4 No interior de uma bola furada (mais ainda redonda) existe ar. Existe pressão no interior da bola? Justifique.

Respostas

- quatorze responderam que sim.
- três responderam que não.
- um não respondeu.
- Resumo das justificativas
- doze responderam que a pressão atmosférica no interior da bola é igual à pressão no exterior.
- dois responderam que há pressão porque existe ar no interior da bola.
- quatro não responderam.

Comentário

A pressão interna e externa é a atmosférica. Havendo pressão interna deve existir ar dentro da bola.