



Universidade Federal do Rio de Janeiro
Centro de Ciências Matemáticas e da Natureza
Observatório do Valongo



Análise da composição do anel externo de (50000) Quaoar

Victor De Luca Simões Nascimento Silva

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2026

Análise da composição do anel externo de (50000) Quaoar

Victor De Luca Simões Nascimento Silva

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao Observatório do Valongo, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito necessário para a obtenção do título de Astrônomo.

Orientador: Bruno Eduardo Morgado (OV-UFRJ)

Co-orientador: Chrystian Luciano Pereira (ON)

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2026

CIP - Catalogação na Publicação

D586a De Luca Simões Nascimento Silva, Victor
Análise da composição do anel externo de (50000)
Quaoar / Victor De Luca Simões Nascimento Silva. --
Rio de Janeiro, 2026.
53 f.

Orientador: Bruno Eduardo Morgado.
Trabalho de conclusão de curso (graduação) -
Universidade Federal do Rio de Janeiro, Observatório
do Valongo, Bacharel em Astronomia, 2026.

1. Quaoar. 2. Anéis. 3. Limite de Roche. 4.
Composição. 5. Sistema Solar. I. Morgado, Bruno
Eduardo, orient. II. Título.



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
CCMN - OBSERVATÓRIO DO VALONGO
DEPARTAMENTO DE ASTRONOMIA



PROJETO FINAL

RELATÓRIO DA COMISSÃO JULGADORA

ALUNO: Victor de Luca Simões Nascimento Silva (DRE 117154015)

TÍTULO DO TRABALHO: “ANÁLISE DA COMPOSIÇÃO DO ANEL EXTERNO DE (50000) QUAOAR”

DATA DA DEFESA: 26 de fevereiro 2026 às 14:00h

MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA:

Prof. Bruno Morgado – Presidente/Orientador – (OV/UFRJ)

Documento assinado digitalmente



GUSTAVO OLIVEIRA MADEIRA

Data: 27/02/2026 09:41:57-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>



Documento assinado digitalmente

BRUNO EDUARDO MORGADO

Data: 27/02/2026 09:45:26-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Dr. Gustavo Oliveira Madeira – (ON/MCTI)

Documento assinado digitalmente



BARBARA CELI BRAGA CAMARGO

Data: 27/02/2026 09:36:23-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Dr.^a Bárbara Celi Braga Camargo – (OV/UFRJ)



Documento assinado digitalmente

CHRYSIAN LUCIANO PEREIRA

Data: 27/02/2026 09:51:03-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Dr. Chrystian Luciano Pereira - (ON/MCTI)



Documento assinado digitalmente

VICTOR DE LUCA SIMOES NASCIMENTO SILVA

Data: 27/02/2026 09:54:57-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

CANDIDATO:

Victor de Luca Simões Nascimento Silva

Rio de Janeiro, 26 de fevereiro de 2026.

Prof. Adrian Rodriguez Colucci
Coord. de Grad. do Curso de Astronomia

Aos que vieram antes e aos que virão depois

Agradecimentos

A minha família e amigos, pela caminhada;

Ao orientador Bruno Morgado, por todo apoio e paciência;

A Chrystian Pereira, pelo apoio e pelos dados utilizados neste trabalho;

A Gustavo Madeira, pelo apoio e oportunidade de continuar;

A Bárbara Camargo, pelo apoio e comentários enriquecedores;

A toda comunidade valonguiana, por todo acolhimento;

Aos verdadeiros cientistas e aspirantes que cruzaram meu caminho;

There is no dark side of the Moon, really. Matter of fact, it's all dark

Eclipse - Pink Floyd

Resumo

Análise da composição do anel externo de (50000) Quaoar

Victor De Luca Simões Nascimento Silva

Orientador: Bruno Eduardo Morgado (OV-UFRJ)

Co-orientador: Chrystian Luciano Pereira (ON)

RESUMO DO TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO SUBMETIDO AO OBSERVATÓRIO DO VALONGO, UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO, COMO REQUISITO NECESSÁRIO PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE ASTRÔNOMO.

A existência de satélites naturais e sistemas de anéis ao redor de corpos massivos já é conhecida há bastante tempo pelos astrônomos, e teorias sobre suas formações, transformações e condições de existência são constantemente alvos de estudos. Um critério importante é a distância mínima em que um satélite pode existir sem ser destruído pela força de maré causada pelo corpo central, este é o conhecido Limite de Roche. Caso um satélite atravesse para dentro deste limite, é esperado que ele quebre e se torne um disco ou anel de partículas pequenas, e de maneira complementar, se um anel se expande e passa para fora do limite de Roche, é esperado que as partículas comecem a se aglutinar, o que resultaria, em última instância, em um satélite. Com a descoberta de anéis claramente fora do limite de Roche de (50000) Quaoar (Morgado et al., 2023; Pereira et al., 2023), houve um impacto nas teorias sobre a formação e evolução dinâmica destes sistemas de anéis e do nosso Sistema Solar. Este trabalho tem como objetivo analisar e delimitar as propriedades físicas e químicas das partículas que compõem o anel externo de Quaoar. Desta forma, visamos trazer mais pistas sobre os processos de formação destes sistemas. Para isso, utilizamos dados observacionais de uma ocultação estelar, observada em 2022 e que foi captada em diferentes bandas do espectro, e modelos simulados computacionalmente para que fosse possível realizar uma comparação. Este trabalho resultou em limites inferiores para os tamanhos das partículas deste anel de Quaoar.

palavras chave: *Quaoar, anéis, limite de Roche, composição, sistema solar*

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2026

Abstract

Composition analysis of (50000) Quaoar outer ring

Victor De Luca Simões Nascimento Silva

Advisor: Bruno Eduardo Morgado (OV-UFRJ)

Co-Advisor: Chrystian Luciano Pereira (ON)

ABSTRACT SUBMITTED TO THE VALONGO OBSERVATORY, FEDERAL UNIVERSITY OF RIO DE JANEIRO,
IN FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS FOR THE DEGREE OF ASTRONOMER.

The existence of natural satellites and ring systems around massive bodies is well known by astronomers, and theories about their formations, transformations and existence conditions are often studied. An important parameter is the minimum distance in which a satellite can exist without being destroyed by tidal forces caused by the central body, this is known as Roche Limit. If a satellite crosses this limit going inwards, it's expected that it breaks and turns into a disc or ring composed of small particles, and similarly, if a ring expands and crosses the Roche limit going outwards, it's expected that the particles start to fuse, resulting in a satellite in last instance. With the discovery of rings clearly outside the Roche limit of (50000) Quaoar (Morgado et al. (2023); Pereira et al. (2023)), some theories about the formation and dynamic evolution of this ring system and of our Solar System have been impacted. In this work, we analysed Quaoar outer ring's and constrained its physical and chemical properties. By doing this, we have the goal of bringing some hints about the formation processes of these systems. To achieve this, we used observational data from a stellar occultation, that took place in 2022 and its data was captured in different bands of the spectrum, and computer-simulated models in order to make a comparison between the model and the observations. This work resulted in lower limits for particle sizes contained in this Quaoar ring.

keywords: *Quaoar, rings, Roche limit, composition, solar system*

Rio de Janeiro

February 2026

Lista de Figuras

1.1	Montagem de imagens obtidas dos planetas do Sistema Solar, em ordem, e da Lua ao lado da Terra, fora de escala (Créditos: JPL-NASA).	15
1.2	Concepção artística de anéis, limites de Roche e dimensões de diversos objetos do Sistema Solar, a contar da direita para a esquerda, temos: Júpiter, Saturno, Urano, Netuno, Haumea, Chariklo e Quaoar. Figura original em Hedman (2023).	18
2.1	Imagem ilustrativa de um evento de ocultação estelar. Fonte: o autor . . .	21
2.2	Imagem ilustrativa das etapas de um evento de ocultação. (a): Antes do evento. (b): Ocultação por anéis antes da passagem do corpo principal. (c) Ocultação pelo corpo principal. (d): Ocultação por anéis depois da passagem do corpo principal. (e): Depois do evento. Fonte: o autor . . .	21
2.3	Pipeline deste projeto, os detalhes estão presentes no texto principal. Fonte: o autor.	22
2.4	Exemplo de uma curva Lorentziana com $p' = 1$, $r_0 = 0$ e $w = 1$	24
2.5	Exemplo de distribuição de energia espectral com $T = 5000$ K	25
2.6	Exemplo de função $\kappa(\lambda)$ gerada pelo <i>optool</i> para o caso de partículas de $1.0 \mu\text{m}$ de piroxênio.	26
2.7	Exemplo de função $p'(\lambda)$ calculada para um conjunto de partículas de $1 \mu\text{m}$ de piroxênio e com Σ igual a 10^{-4} g/cm^2	27
3.1	Mapa da região de visibilidade da ocultação (Pereira et al., 2023). Chamamos a atenção para o CFHT e o Gemini North que estão virtualmente sobrepostos dado a escala do mapa.	30
3.2	Gráfico da taxa de transmissão dos filtros Ks do CFHT e dos SDSS-r e SDSS-z do <i>Gemini North</i> (International Gemini Observatory, 2026a; Canada-France-Hawaii-Telescope, 2026a)	31
3.3	Curvas de ocultação completas em função da distância radial (dados fornecidos por Chrystian Pereira).	32
3.4	Curvas lorentzianas ajustadas	33
3.5	Gráfico dos parâmetros de Q1R-egress ajustados por filtro, com os respectivos erros no eixo vertical	34
3.6	Teste T do parâmetro w para dados do CFHT-Ks e Gem-r	36
3.7	Teste F do parâmetro w para dados do CFHT-Ks e Gem-r	36
3.8	Distribuição de energia espectral da estrela com $T = 4569$ K	39
3.9	χ^2 por Σ para gelo de água de $4\mu\text{m}$	40
3.10	Espectro do gelo de água de $4\mu\text{m}$ e $\Sigma = 4.1 \times 10^{-5} \text{ g/cm}^2$ que minimiza o χ^2	40
3.11	χ^2 por Σ para gelo de água de $1\mu\text{m}$	41

3.12	Espectro do gelo de água de $1\mu m$ e $\Sigma = 8.0 \times 10^{-6} g/cm^2$ que minimiza o χ^2	41
3.13	Gráfico das ordens de grandeza do Σ e o χ^2 mínimo correspondente, em função das ordens de tamanho da partícula	43
3.14	Ajuste fino do Σ e χ^2 mínimo correspondente, em função do tamanho da partícula	45
3.15	Zoom do gráfico de ajuste fino do Σ e χ^2 para determinação do limite mínimo	46

Lista de Tabelas

1.1	Parâmetros de físicos e orbitais de Quaoar.	16
3.1	Valores dos parâmetros da lorentziana obtidos pelo <i>scipy</i>	32
3.2	Valores de p_N obtidos por Pereira et al. (2023) e os calculados neste trabalho. As incertezas obtidas neste procedimento podem estar subestimadas dado o método de ajuste.	33
3.3	Valores de T e F obtidos calculados para o parâmetro p' ajustado	36
3.4	Valores de T e F obtidos calculados para o parâmetro r_0 ajustado	37
3.5	Valores de T e F obtidos calculados para o parâmetro w ajustado	37
3.6	Valores de T e F obtidos calculados para o parâmetro $Area$ ajustado . . .	37
3.7	Valores de T e F obtidos calculados para o parâmetro L_{99} ajustado	37
3.8	Σ que minimiza o χ^2 em função do tamanho da partícula em cada ordem de grandeza	42
3.9	Limites para os tamanhos mínimos das partículas que satisfazem o teste do χ^2 para o ajuste das opacidades modeladas aos dados experimentais .	45

Abreviações

IAU	I nternational A stronomical U nion (União Astronômica Internacional)
CFHT	C anada- F rance- H awaii T elescope
FWHM	F ull W idth at H alf M aximum (Largura a Meia Altura)
GNT	G emini N orth T elescope
NIR / IVP	N ear I nfra R ed / I nfra V ermelho P róximo
Q1R	Q uaoar 1 st R ing
Q2R	Q uaoar 2 nd R ing
SDSS	S loan D igital S ky S urvey
RA	R ight A scension
DEC	D E C lination
TNO	T rans N eptunian O bject (Objeto Trans Netuniano)
UTC	C oordinated U niversal T ime (Tempo Universal Coordenado)
Gaia DR3	G aia D ata R elease 3 (Terceiro grande lançamento de dados da missão Gaia)

Constantes Físicas

Constante de Planck	h	$=$	$6.62607015 \times 10^{-34} \text{ J s}$
Velocidade da Luz no Vácuo	c	$=$	$2.99792458 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
Constante de Boltzmann	K_B	$=$	$1.380649 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$
Unidade Astronômica	au	$=$	$1.495978707 \times 10^{11} \text{ m}$

Sumário

1	Introdução	14
1.1	O Sistema Solar	14
1.2	Quaoar – Um Pequeno corpo peculiar	16
1.3	Motivação do trabalho	18
2	Metodologia	20
2.1	Observações e dados	22
2.2	Modelos físicos e químicos	24
2.3	Comparação entre os modelos e os dados observados	28
3	Resultados e Discussão	29
3.1	Observação do evento e instrumentação	29
3.2	Curvas de luz e ajuste dos parâmetros observacionais	31
3.3	Testes estatísticos dos parâmetros das curvas	33
3.4	Análise físico-química	38
3.5	Ajuste do modelo físico-químico às observações	39
3.5.1	Análise (i) – Avaliando a ordem de grandeza	41
3.5.2	Análise (ii) – Limites para o tamanho das partículas	43
4	Conclusão	47
	Referências Bibliográficas	49

Capítulo 1

Introdução

1.1 O Sistema Solar

Nosso Sistema Solar é a região do Universo em que está o Sol, oito planetas, incluindo a Terra, e milhões de outros objetos menores como asteroides, cometas e planetas-anões. Em geral, se define o Sistema Solar como a zona em que o Sol domina gravitacionalmente (Oliveira-Filho & Saraiva, 2014; Jet Propulsion Laboratory - NASA, 2026).

Como normatizado pela IAU (International Astronomical Union, 2006), a definição de um planeta do nosso Sistema Solar requer três critérios para que um objeto seja considerado um, eles são: (a) orbitar o Sol; (b) estar em equilíbrio hidrodinâmico, isto é ser aproximadamente esferoidal; (c) ser grande suficiente para ser o corpo gravitacionalmente dominante em sua vizinhança. Os planetas do nosso Sistema Solar são, em ordem de distância do Sol, Mercúrio, Vênus, Terra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano e Netuno, cada um com suas particularidades e características. Uma imagem montada dos planetas e da Lua, o satélite natural da Terra, pode ser vista na figura 1.1.

Em particular, os quatro primeiros planetas são menores em tamanho e de composição rochosa, enquanto os outros quatro são maiores e têm composição majoritariamente de gás e de gelos, sendo estes últimos por isso divididos em “gigantes gasosos” e “gigantes gelados”.

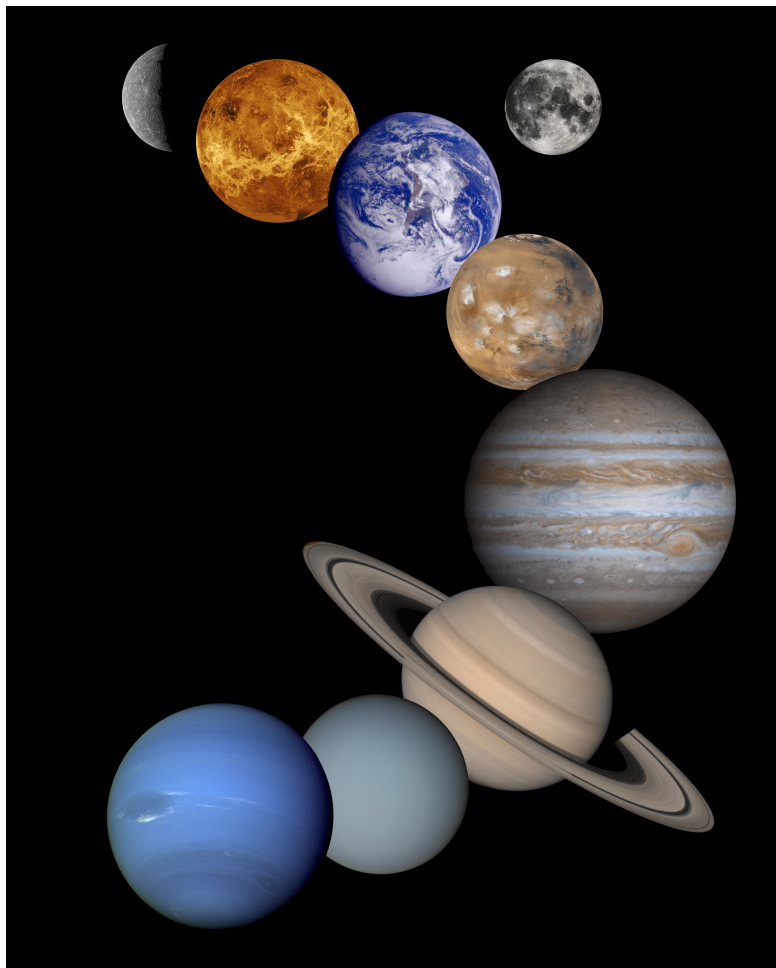


FIGURA 1.1. Montagem de imagens obtidas dos planetas do Sistema Solar, em ordem, e da Lua ao lado da Terra, fora de escala (Créditos: JPL-NASA).

Além disso, vários destes planetas também possuem outros corpos menores orbitando ao seu redor, chamados de satélites naturais ou luas, e os planetas gigantes possuem também sistemas de anéis formados por pequenas partículas em seu entorno. Entre eles, os mais proeminentes são os anéis de Saturno, conhecidos desde o século XVII.

Além dos planetas e satélites, existe a categoria dos planetas anões, que se diferenciam dos planetas por não dominarem gravitacionalmente suas vizinhanças (International Astronomical Union, 2006). Até este momento, existem 5 planetas anões reconhecidos oficialmente pela IAU: Ceres (localizado no cinturão de asteroides), Plutão, Éris, Makemake e Haumea (localizados além de Netuno, sendo também Objetos Transnetunianos ou TNOs) (International Astronomical Union, 2026).

Além destes, existe também a categoria de Pequenos Corpos do Sistema Solar, que

engloba todos os demais objetos que não sejam satélites nem se encaixem nos critérios das definições anteriores (International Astronomical Union, 2006). Apesar disso, alguns destes pequenos corpos possuem tamanho suficiente para serem candidatos a planeta anão.

O estudo tanto dos pequenos corpos quanto dos planetas anões é de grande importância, pois estes podem fornecer pistas cruciais sobre a formação e evolução do nosso Sistema Solar. Em particular, o estudo dos TNOs é especialmente relevante por estarem mais distantes e terem sido pouco afetados pelo Sol (Sicardy et al., 2024).

Como mencionado, todos os planetas gigantes do nosso Sistema Solar possuem sistemas de anéis. Além destes, anéis também já foram descobertos em pequenos corpos como os Centauros (10199) Chariklo, (2060) Chiron e os TNOs (136108) Haumea e (50000) Quaoar (Braga-Ribas et al., 2014; Ortiz et al., 2017; Morgado et al., 2023; Pereira et al., 2023, 2025; Sicardy et al., 2024).

A existência deste tipo de estrutura levanta perguntas importantes sobre suas origens e processos dinâmicos que a mantêm. Em particular, a existência destes anéis densos e estreitos é um dos indícios que sugere que possam existir mecanismos dinâmicos que causem o confinamento destas estruturas (Sicardy & Salo, 2025).

1.2 Quaoar – Um Pequeno corpo peculiar

Quaoar é um pequeno corpo localizado além de Netuno, sendo portanto um TNO. Ele foi descoberto em 2002 com base em dados obtidos no observatório Palomar, na Califórnia (SBDB/JPL, 2026). Organizamos na tabela 1.1 alguns parâmetros físicos e orbitais do Quaoar (Kiss et al., 2024; Morgado et al., 2023; Pereira et al., 2023; SBDB/JPL, 2026).

Parâmetro	Valor	Referência
Raio equivalente (km)	555.0 ± 2.5	Braga-Ribas et al. (2013)
Semieixo maior orbital (au)	43.14767 ± 0.00003	SBDB/JPL (2026)
Período orbital (anos)	283.4290 ± 0.0003	SBDB/JPL (2026)
Massa (kg)	$(1.20 \pm 0.05) \times 10^{21}$	Morgado et al. (2023)
Período de rotação (h)	17.6788 ± 0.0004	Kiss et al. (2024)
Satélites conhecidos	1 (Weywot)	SBDB/JPL (2026)
Anéis conhecidos	2 (Q1R e Q2R)	Pereira et al. (2023)

TABELA 1.1. Parâmetros de físicos e orbitais de Quaoar.

Até o momento, foram descobertos dois anéis em Quaoar (Morgado et al., 2023; Pereira et al., 2023). A descoberta deles veio com um fato curioso de que se encontram em uma região onde não deveriam existir, fora do limite de Roche (Morgado et al., 2023; Pereira et al., 2023). Apesar deste ser o único sistema encontrado claramente fora do limite de Roche, Chariklo também apresenta estruturas de anéis que podem ou não estar fora deste limite, mas é importante ressaltar que o caso de Quaoar é peculiar por conta de seus anéis estarem mais distantes do que qualquer margem de erro obtida a partir dos erros dos parâmetros físicos conseguiria incluir, o que não ocorre com Chariklo (Morgado et al., 2021).

O limite de Roche é definido como a distância radial a partir de um objeto massivo na qual as forças de maré provenientes do mesmo são capazes de destruir um outro objeto menor e evitar a aglutinação de partículas soltas (Oliveira-Filho & Saraiva, 2014). Um objeto extenso que se aproxima e, eventualmente, ultrapassa este limite tende a ser destruído e formar um anel dentro do limite de Roche. Analogamente, mesmo que não esteja explícito no enunciado original é comum ser usada a mesma definição para se referir ao processo inverso, ou seja, conjuntos densos de partículas que se afastem do corpo massivo e saiam do limite podem se aglutinar e formar estruturas como satélites naturais (Oliveira-Filho & Saraiva, 2014; de Pater & Lissauer, 2015; Morgado et al., 2023). Na formulação original, o valor numérico deste limite depende principalmente da densidade dos corpos primário e secundário, ou analogamente a densidade das partículas suspensas no lugar deste último, e de um valor multiplicativo que varia conforme a composição e se o satélite é um corpo rígido ou deformável.

Para Quaoar, este limite de Roche estimado é de 1780 km de distância do centro do objeto, enquanto as distâncias em que os anéis se encontram são em média 4057 km para o primeiro a ser descoberto, chamado de Q1R, e 2520 km para o segundo, chamado de Q2R (Pereira et al., 2023). A existência destes anéis talvez se relacione ao fato deles estarem em regiões de ressonâncias, em particular Q1R se situa entre a região de ressonância 1:3 de spin-órbita e a região de ressonância 6:1 de movimento médio com o satélite natural Weywot, e Q2R coincide com a região de ressonância 5:7 de spin-órbita (Morgado et al., 2023; Kiss et al., 2024; Sicardy & Salo, 2025). Uma ilustração dos anéis e limites de Roche de diversos corpos do Sistema Solar, incluindo Quaoar, pode ser vista na figura 1.2.

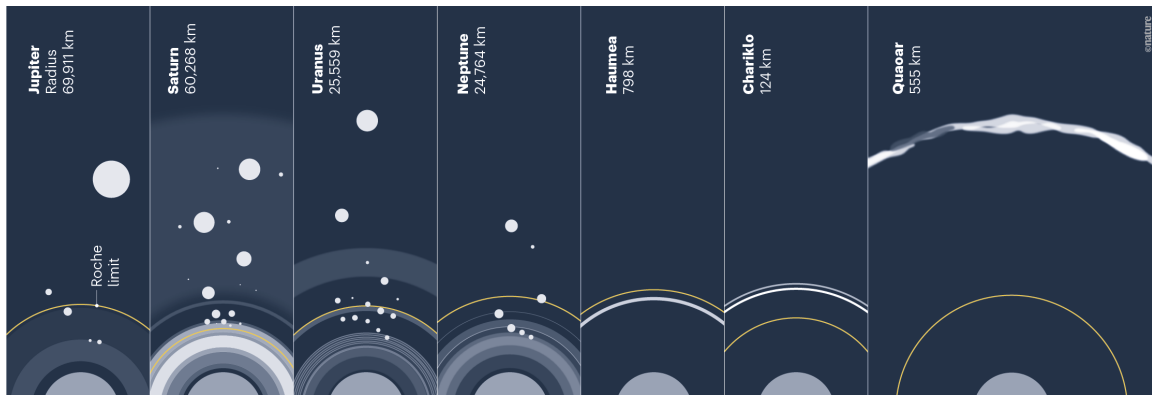


FIGURA 1.2. Concepção artística de anéis, limites de Roche e dimensões de diversos objetos do Sistema Solar, a contar da direita para a esquerda, temos: Júpiter, Saturno, Urano, Netuno, Haumea, Chariklo e Quaoar. Figura original em Hedman (2023).

1.3 Motivação do trabalho

Antes da descoberta dos anéis de Quaoar somente se conheciam sistemas de anéis densos dentro ou muito próximos do limite de Roche (Morgado et al., 2023; Hedman, 2023), e a teoria formulada sobre acreção de partículas, anéis e suas dinâmicas tem funcionado bem desde a sua formulação no século XIX por Édouard Roche para explicar todos os sistemas de anéis densos observados até a detecção dos anéis de Quaoar (Oliveira-Filho & Saraiva, 2014; de Pater & Lissauer, 2015).

Neste contexto, a descoberta dos anéis ao redor de (50000) Quaoar claramente fora do limite de Roche indica que são necessários estudos mais detalhados sobre a dinâmica do sistema e sobre a formulação teórica para acreção de partículas e a formação e manutenção de anéis (Morgado et al., 2023; Pereira et al., 2023).

Dado que a observação direta destes sistemas de anéis é uma tarefa não trivial, técnicas alternativas são necessárias. Em particular, a técnica das ocultações estelares (Sicardy et al., 2024) nos permite caracterizar estes sistemas e determinar parâmetros locais dos anéis, como sua profundidade ótica e largura, e também parâmetros globais dos anéis, como raio e o polo de orientação.

Em particular, se as observações forem feitas com filtros de diferentes bandas, podemos determinar mais a fundo algumas propriedades físicas e químicas deste sistema de anéis, como a composição e o tamanho de suas partículas (Santos-Sanz et al., 2025). Estes estudos podem trazer insumos importantes. Neste contexto, as informações obtidas a partir deste método baseado em ocultações podem ser usadas com modelos dinâmicos

de anéis para se avaliar a acreção de material e a formação de satélites. Esses estudos são especialmente relevantes uma vez que este anel de Quaoar se encontra tão além do limite de Roche.

Capítulo 2

Metodologia

Dada a importância do estudo dos pequenos corpos do Sistema Solar, podem ser empregadas diversas formas diferentes para estudarmos estes objetos (Oliveira-Filho & Saraiva, 2014; de Pater & Lissauer, 2015). No contexto deste projeto, focaremos na técnica das ocultações estelares.

A técnica da ocultação estelar consiste em observar um objeto do Sistema Solar durante a sua passagem na frente de uma estrela distante para um dado observador. Na figura 2.1 é possível ver uma ilustração simplificada de como ocorre um destes eventos. Ao longo desta passagem, é possível observar por meio de telescópios que há uma redução na luz observada que vem da estrela, como mostra a figura 2.2. A partir desta variação de brilho, é possível estimar parâmetros da forma, tamanho e geometria do objeto ocultador. Além disso, também é possível inferir a existência e determinar os parâmetros observacionais de estruturas como anéis e satélites naturais em torno destes objetos (Sicardy et al., 2024).

Para aplicar esta técnica, inicialmente selecionamos o objeto a ser estudado e comparamos com um catálogo de estrelas que estejam em uma posição aparente próxima da órbita do objeto. Então, utilizamos os parâmetros orbitais deste objeto para prever se e quando haverá a ocultação e qual a região da Terra em que o evento será visível (Gomes-Júnior et al., 2022).

A partir desta previsão, diversos observadores podem realizar medidas de fluxo da estrela ao longo do tempo durante a janela prevista deste evento. Cada uma destas observações resultará em uma curva de luz, e a partir destes dados podemos obter

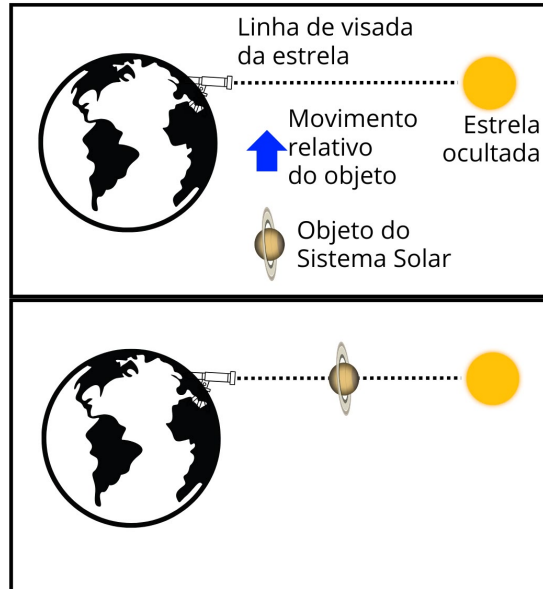


FIGURA 2.1. Imagem ilustrativa de um evento de ocultação estelar. Fonte: o autor

os parâmetros de interesse, incluindo a detecção de anéis e satélites. Uma ilustração conceitual tanto das etapas do evento quanto da curva de luz obtida para um corpo com anéis pode ser vista na figura 2.2.

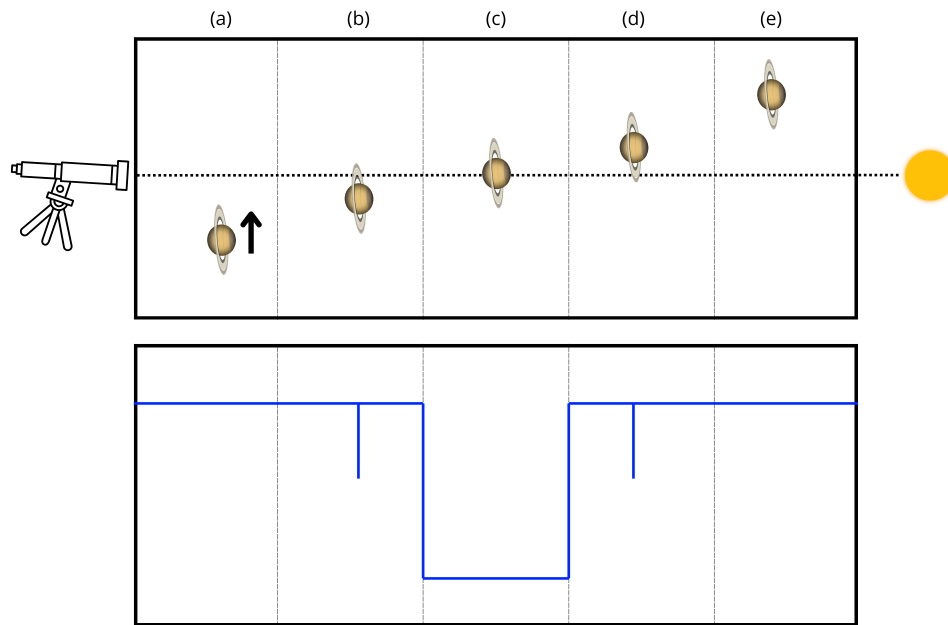


FIGURA 2.2. Imagem ilustrativa das etapas de um evento de ocultação. (a): Antes do evento. (b): Ocultação por anéis antes da passagem do corpo principal. (c) Ocultação pelo corpo principal. (d): Ocultação por anéis depois da passagem do corpo principal. (e): Depois do evento. Fonte: o autor

Neste capítulo detalharemos de maneira simplificada a metodologia deste projeto de pesquisa. Este projeto segue a *pipeline* presente na figura 2.3, onde a partir dos dados

das ocultações estelares é feita a análise destas imagens, a obtenção da curva de luz e por fim, o ajuste do modelo de queda que resultará em parâmetros observacionais do anel, com particular interesse na opacidade óptica observada. Neste contexto, aqui já iniciamos o presente projeto com as curvas publicadas por Pereira et al. (2023).

Por outro lado, utilizamos o pacote Python *optool* para obter o coeficiente de extinção de partículas dados um determinado tamanho e uma determinada composição, representando a quantidade de luz que é absorvida ou espalhada após viajar uma certa distância dentro deste material (Rybicki & Lightman, 1986). Este coeficiente depende do comprimento de onda da observação, e a partir da opacidade específica calculada dele é feita a convolução pelo brilho da estrela e pelo filtro da observação para obtermos as opacidade óticas esperadas segundo o modelo das partículas. Por fim, comparamos as observações com os modelos a fim de encontrar os melhores cenários que reproduzem os dados observados.

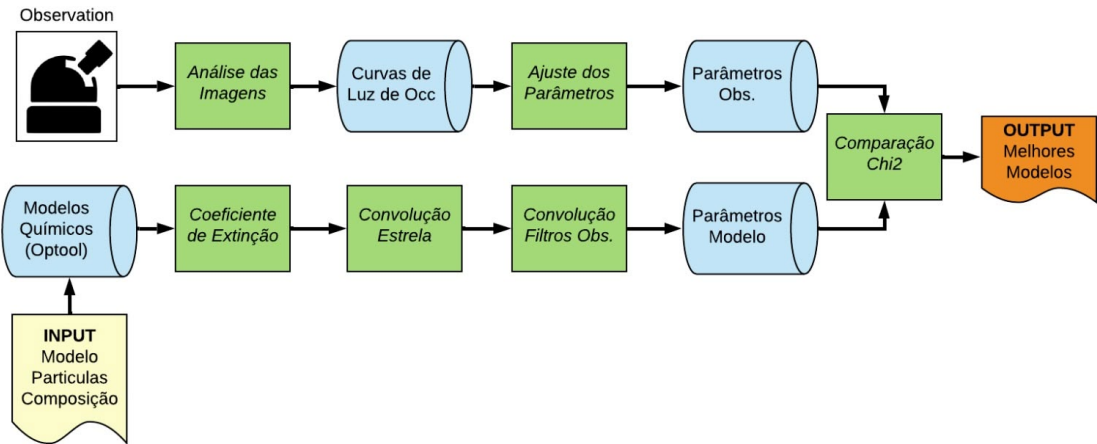


FIGURA 2.3. Pipeline deste projeto, os detalhes estão presentes no texto principal. Fonte: o autor.

2.1 Observações e dados

Tendo as curvas de luz citadas anteriormente, são geradas as chamadas curvas de luz normalizadas indicando a fração do fluxo recebido em função do tempo. Para obtê-la, o fluxo original da estrela combinado com a passagem do objeto do Sistema Solar é normalizado, com o valor 1 indicando o máximo recebido, fora do evento de ocultação, e o valor 0 indicando o bloqueio total da luz da estrela pelo objeto. Em geral,

quando uma estrutura semitransparente (como um anel) oculta a estrela, produzirá valores intermediários dentro destes extremos.

Em particular, no caso de anéis, um estudo mais detalhado requer a conversão desta curva de luz para a forma de fluxo normalizado observado versus a distância radial em relação ao corpo principal no plano do anel. Originalmente, a curva está na forma fluxo normalizado observado versus tempo, e para obter a curva final deve-se primeiro converter tempo em distância, levando em conta a velocidade aparente do objeto no céu, a geometria do evento e o ângulo de abertura do anel (B) (Pereira et al., 2023). Para este trabalho específico, os dados já foram fornecidos com esta conversão realizada e foram disponibilizados pelo Dr. Chrystian Pereira do Observatório Nacional, autor do artigo “The two rings of (50000) Quaoar”.

A partir desta curva convertida, podemos ajustar modelos numéricos para descrever os parâmetros da detecção. Neste contexto, a curva pode ser ajustada por diversos métodos que comparam dados experimentais com um perfil de curva pré-determinado, como, por exemplo, a técnica dos mínimos quadrados, que procura os parâmetros da curva que minimizam a distância entre os pontos obtidos experimentalmente e a curva modelada. Aplicamos este método por meio da função *curve_fit* da biblioteca *scipy* (Virtanen et al. (2020)), que pode ser usada para ajustar qualquer perfil de curva dado como entrada. Neste contexto, será usada uma curva do tipo Lorentziana seguindo os passos desenvolvidos por Pereira et al. (2023), seguindo a equação (2.1).

$$\begin{aligned} x &= \frac{r - r_0}{w/2}, \\ Lor(x) &= 1 - \frac{p'}{1 + x^2}, \end{aligned} \tag{2.1}$$

onde r é a distância radial, x é uma variável auxiliar, r_0 é a posição radial do pico da curva, p' é a opacidade aparente, correspondente à queda relativa no fluxo observado ou a fração bloqueada do fluxo de luz, e w é a largura à meia altura. Um exemplo desta função para $p' = 1$, $r_0 = 0$ e $w = 1$ pode ser visto na figura 2.4.

Em primeiro momento, a opacidade medida é a opacidade aparente (p'), como vista no plano do céu. Porém, um outro parâmetro de opacidade relevante é a opacidade calculada normal ao plano do anel (p_N), e ela pode ser calculada pela equação (2.2).

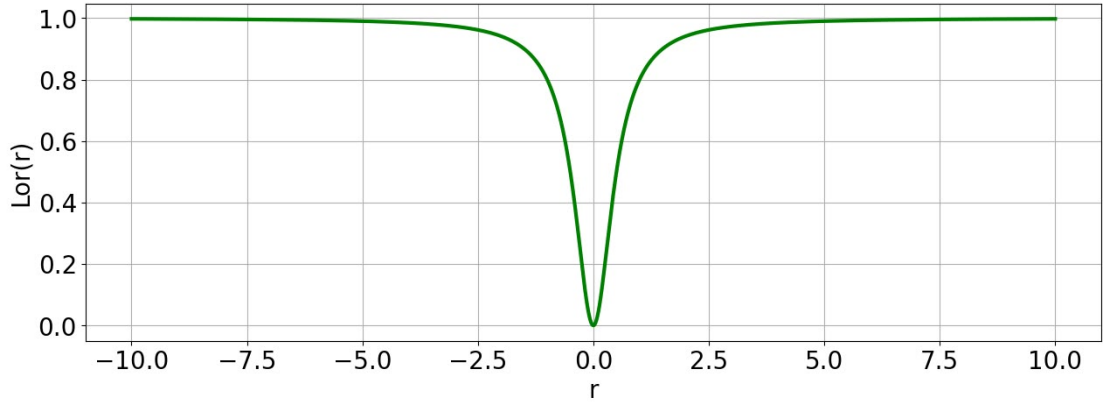


FIGURA 2.4. Exemplo de uma curva Lorentziana com $p' = 1$, $r_0 = 0$ e $w = 1$.

$$p_N = |\sin(B)|(1 - \sqrt{1 - p'}), \quad (2.2)$$

sendo B o ângulo de abertura do anel, onde com $B = 90^\circ$ estamos observando o anel pelo polo, e com $B = 0^\circ$ pelo equador.

Por fim, podemos definir a razão do fluxo de luz observada (ou transmitida) durante a ocultação como:

$$r_i^{\text{obs}} = 1 - p_{N_i}, \quad (2.3)$$

Então, a partir deste ajuste, obtemos os parâmetros observacionais de cada ocultação. Em particular, neste trabalho, estamos interessados em comparar as curvas de ocultações obtidas para um mesmo evento e em localizações próximas, porém em diferentes filtros, isto é em diferentes regiões de comprimentos de onda. Este tipo de dado é essencial para que possamos analisar os parâmetros físicos e químicos do anel. Em particular, diferentes materiais interagem com a luz que vem da estrela em formas diferentes para diferentes comprimentos de onda.

2.2 Modelos físicos e químicos

Usando a metodologia expressa em Santos-Sanz et al. (2025), utilizada originalmente para estimar a composição dos anéis de Chariklo, é possível adaptar o processo e obter uma estimativa dos parâmetros para outros sistemas.

Iniciamos a análise a partir do espectro da estrela ocultada. Quando dispomos diretamente deste espectro por meio de um catálogo, podemos utilizar diretamente sua função de densidade de fluxo por comprimento de onda. Infelizmente nem todas as estrelas catalogadas possuem uma medição de espectro disponível publicamente, mas mesmo quando não é o caso de termos o espectro observado podemos aproximar a estrela como um corpo negro ideal com a mesma temperatura efetiva da estrela ocultada. Esta modelagem é feita por meio da distribuição de energia espectral de Planck $f_*(\lambda)$ descrita na equação (2.4), que nos fornece a potência irradiada por unidade de área por comprimento de onda (Young & Feedman, 2016).

$$f_*(\lambda) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(\frac{hc}{\lambda K_B T}) - 1}, \quad (2.4)$$

onde h é a constante de Planck, c a velocidade da luz no vácuo, K_B a constante de Boltzmann, T a temperatura absoluta e λ o comprimento de onda. Um exemplo desta função para uma estrela de temperatura igual a 5000 K pode ser visto na figura 2.5.

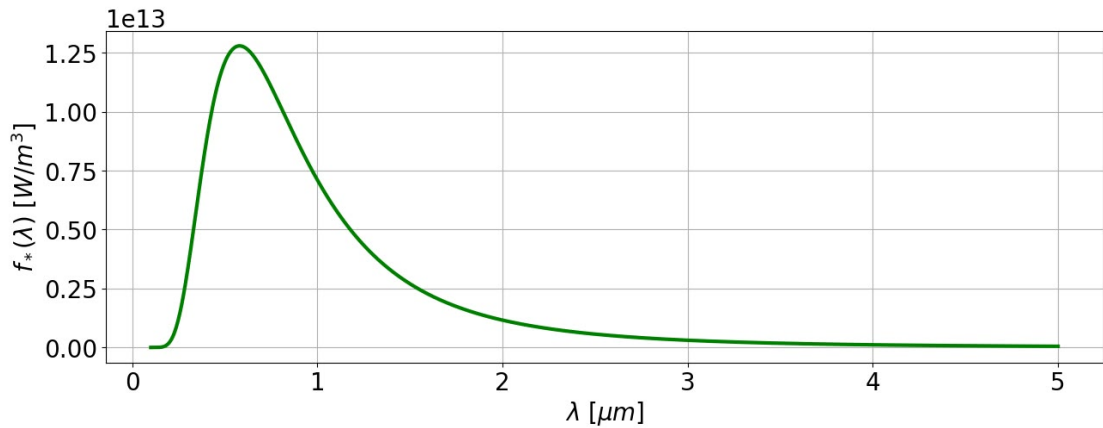


FIGURA 2.5. Exemplo de distribuição de energia espectral com $T = 5000$ K

É necessário também conhecer a função de transmissão de cada filtro utilizado nas observações, aqui especificada por $R(\lambda)$. Em geral, esta função é disponibilizada pelos próprios observatórios em que se obtiveram os dados.

Por fim, precisamos gerar as funções de opacidade aparente específica $p'(\lambda)$, que neste caso provêm de modelos teóricos gerados por meio da biblioteca *optool* (Dominik et al. (2021)). A própria biblioteca já fornece alguns modelos prontos, dentre eles estão

o DHS (*Distribution of Hollow Spheres*), bastante usado para modelar tanto grãos irregulares quanto agregados de baixa porosidade (Min et al. (2005)), e o modelo padrão de Mie, que é uma idealização do DHS para esferas sólidas perfeitamente regulares.

Alguns dos materiais mais comuns que podem formar estruturas como anéis são silicatos, gelos diversos ou carbono amorfo (Oliveira-Filho & Saraiva, 2014; de Pater & Lissauer, 2015). Em particular, os silicatos mais comuns são piroxênios de fórmula geral $Mg_xFe_{1-x}SiO_3$ e olivinas de fórmula geral $Mg_xFe_{1-x}SiO_4$ (Dorschner et al., 1995), e os gelos são de materiais voláteis, sendo a água (H_2O) ou dióxido de carbono (CO_2) os mais comuns (Oliveira-Filho & Saraiva, 2014; Hudgins et al., 1993; Warren & Brandt, 2008; Santos-Sanz et al., 2025; Duffard et al., 2014).

Com o *optool*, fixamos o intervalo de comprimentos de onda que desejamos estudar e, para cada iteração, selecionamos a composição química desejada e uma distribuição de tamanhos de partícula. A partir desta ferramenta obtemos o coeficiente de extinção modelado, que fornece a redução da luz tanto por absorção quanto por espalhamento ($\kappa_{abs}(\lambda)$ e $\kappa_{sca}(\lambda)$ respectivamente). Estes dois valores são somados para obter o $\kappa(\lambda)$ resultante, indicando a extinção total da luz por conta da interação com os materiais selecionados. Um exemplo pode ser visto na figura 2.6 para o caso de partículas de $1.0 \mu m$ de piroxênio.

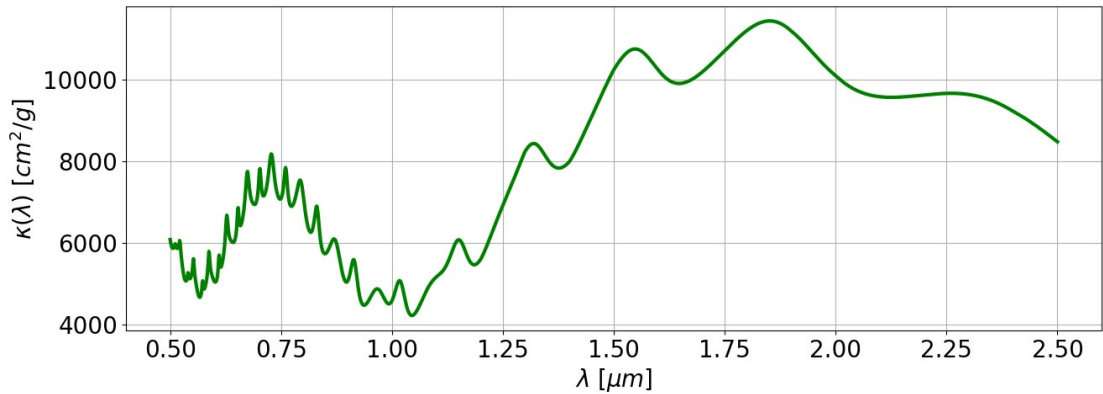


FIGURA 2.6. Exemplo de função $\kappa(\lambda)$ gerada pelo *optool* para o caso de partículas de $1.0 \mu m$ de piroxênio.

A partir dos valores de $\kappa(\lambda)$ simulados e de uma densidade superficial de material no anel (Σ) em g/cm^2 , podemos usar a equação (2.5) para obter a profundidade óptica específica $\tau(\lambda)$ modelada para um único material em função do comprimento de onda

(Rybicki & Lightman, 1986).

$$\tau(\lambda) = \kappa(\lambda) \times \Sigma, \quad (2.5)$$

onde Σ é um parâmetro que vai depender da densidade volumétrica do material, da sua porosidade e da espessura do anel. Como existe uma degenerescência natural entre essas grandezas, neste trabalho, as contas e ajustes serão deixados em função de Σ para simplificar.

A partir desta função $\tau(\lambda)$, podemos obter a opacidade aparente específica $p'(\lambda)$ para os diferentes comprimentos de onda por meio da equação (2.6), onde um valor de $p'(\lambda)$ igual a 1 indica o bloqueio total da luz e um valor 0 indica transparência total. Um exemplo pode ser visto na figura 2.7 para um conjunto de partículas de $1 \mu\text{m}$ de piroxênio e com Σ igual a 10^{-4} g/cm^2 .

$$p'(\lambda) = 1 - \exp(-\tau(\lambda)), \quad (2.6)$$

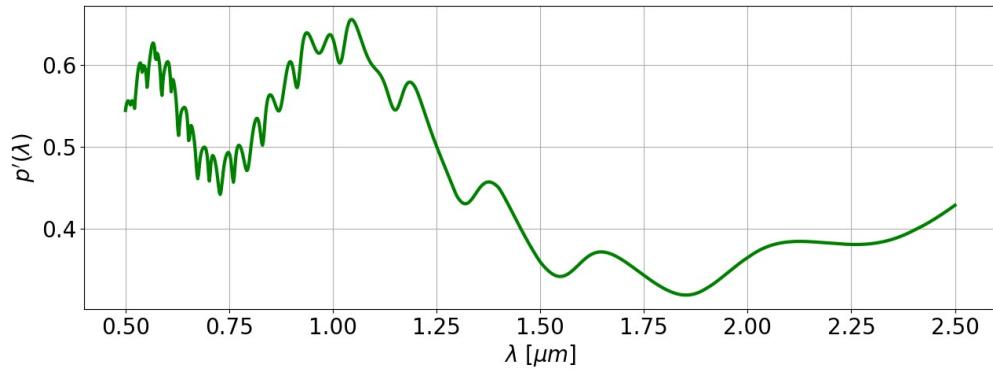


FIGURA 2.7. Exemplo de função $p'(\lambda)$ calculada para um conjunto de partículas de $1 \mu\text{m}$ de piroxênio e com Σ igual a 10^{-4} g/cm^2

Tendo estes valores em mãos, podemos integrar o fluxo modelado antes e durante a ocultação em todo o intervalo de comprimentos de onda, e assim determinar os seus valores para cada filtro pelas equações (2.7) e (2.8) respectivamente.

$$N_* = \int_0^\infty f_*(\lambda) R(\lambda) \lambda d\lambda, \quad (2.7)$$

$$N_{\text{occ}} = \int_0^\infty f_*(\lambda) R(\lambda) [1 - p'(\lambda)] \lambda d\lambda, \quad (2.8)$$

Por fim, passamos para o cálculo da razão r_i do fluxo recebido pelo fluxo total da estrela no filtro de índice i . Este valor está relacionado com a opacidade no plano do anel p_{N_i} calculada em cada banda, na forma descrita na equação (2.3), e seu valor modelado para cada banda pode ser descrito pela equação (2.9). É importante notar que a equação (2.8) traz uma lógica que gera um r_i invertido em relação ao $p'(\lambda)$ e também ao p_{N_i} , implicando que um valor de r_i igual a 0 indica o bloqueio total da luz e um valor 1 indica transparência total, o que é resolvido também pela equação (2.3) e torna possível uma comparação entre valores modelados e experimentais.

$$r_i^{mod} = \frac{N_{occ}}{N_*}. \quad (2.9)$$

Desta forma, para se obter uma boa estimativa, o procedimento descrito na seção anterior deve ser repetido para diversos tipos de materiais, diversos tamanhos de partícula e para diferentes Σ . Ao final deste processo, estaremos com uma coleção de diversos valores de r_i^{mod} calculados com os diferentes parâmetros.

2.3 Comparação entre os modelos e os dados observados

Por fim, a comparação entre os dados obtidos experimentalmente (Pereira et al., 2023) e cada modelo pode ser feita por meio de uma função chi quadrado ou χ^2 , que consiste em obter o erro quadrático para os dados de cada banda e ao fim somar estes valores.

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(r_i^{mod} - r_i^{obs})^2}{\sigma_{r_i}^2}, \quad (2.10)$$

onde σ_{r_i} é o erro da medida de r_i^{obs} .

Ao final deste trabalho, desenvolvemos uma ferramenta computacional que pode ser usada para se determinar restrições sobre os tamanhos das partículas e a composição dos anéis a partir de dados de ocultações estelares em diferentes filtros. Em particular, aplicamos essa metodologia ao caso do anel externo do TNO Quaoar (Q1R).

Capítulo 3

Resultados e Discussão

Neste capítulo, aplicamos na prática a metodologia explicada no capítulo 2 para se determinar alguns intervalos possíveis para os parâmetros físicos e químicos do anel externo de Quaoar a partir de dados de uma ocultação estelar observada em outubro de 2022. Utilizamos ferramentas computacionais como a linguagem de programação *Python* (Van Rossum & Drake, 2009) e as bibliotecas *numpy* (Harris et al., 2020), *scipy* (Virtanen et al., 2020), *pandas* (The pandas development team, 2020), *matplotlib* (Hunter, 2007) e *optool* (Dominik et al., 2021).

3.1 Observação do evento e instrumentação

Os dados utilizados neste trabalho foram obtidos a partir da ocultação da estrela **Gaia DR3 4098214367441486592** (RA = 275.42862458988; DEC = -15.21276895351) pelo TNO **(50000) Quaoar** ocorrida em **2022-08-09 06:34:04 UTC**. Detalhes deste evento podem ver vistos em Pereira et al. (2023). Em especial, este evento foi observado pelos telescópios *Gemini North Telescope* (GNT) e pelo *Canada-France-Hawaii Telescope* (CFHT), ambos localizados em Mauna Kea, Havaí. Aproveitamos o fato de que a proximidade física destes dois telescópios garante que a mesma seção do anel foi observada em ambos (Pereira et al., 2023). Um mapa da região de ocultação pode ser visto na figura 3.1.

O Observatório Internacional *Gemini* consiste de dois telescópios gêmeos com espelhos parabólicos de 8.1m de diâmetro, montagem altazimutal e foco Cassegrain, sendo

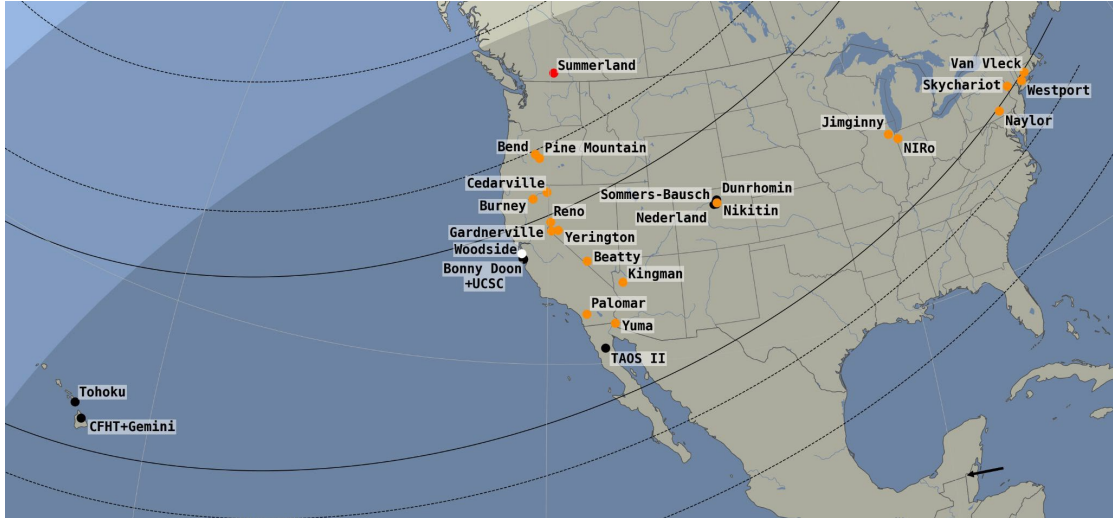


FIGURA 3.1. Mapa da região de visibilidade da ocultação (Pereira et al., 2023). Chamamos a atenção para o CFHT e o Gemini North que estão virtualmente sobrepostos dado a escala do mapa.

um no hemisfério norte em Mauna Kea no Havaí e o outro no hemisfério sul na Cordilheira dos Andes no Chile, e possibilitam observações tanto na faixa do óptico quanto do infravermelho. Para este trabalho, foram utilizados dados obtidos com o telescópio localizado no hemisfério norte, o *Gemini North Telescope* (GNT). Além disso, a câmera acoplada a este telescópio é a *Alopeke*, um equipamento de alta velocidade, alta resolução, baixo ruído e capaz de obter dados em duas bandas simultaneamente. Para este arranjo instrumental, os filtros utilizados foram os correspondentes às chamadas bandas SDSS-r e SDSS-z, que estão na região de 620.0 ± 72.0 nm próximas da região do óptico vermelho, e de 946.75 ± 117.75 nm na região do infravermelho próximo, respectivamente (International Gemini Observatory, 2026b,c).

O observatório onde está o *Canada-France-Hawaii Telescope* (CFHT) também fica em Mauna Kea no Havaí, bastante próximo ao GNT. Este telescópio possui espelho parabólico de 3.6m de diâmetro, montagem equatorial e foco Cassegrain. A câmera utilizada em conjunto com este telescópio foi a *WIRCam* de alta resolução, em conjunto com o filtro da banda Ks, correspondente a 2150.0 ± 163.5 nm em uma banda um pouco mais distante do infravermelho, mas ainda na faixa do infravermelho próximo (Canada-France-Hawaii-Telescope, 2026b,c,d,e).

Com este conjunto de equipamentos, conseguimos realizar observações abrangendo as faixas demarcadas na figura 3.2, que abrangem desde a região visível do vermelho até o infravermelho próximo.

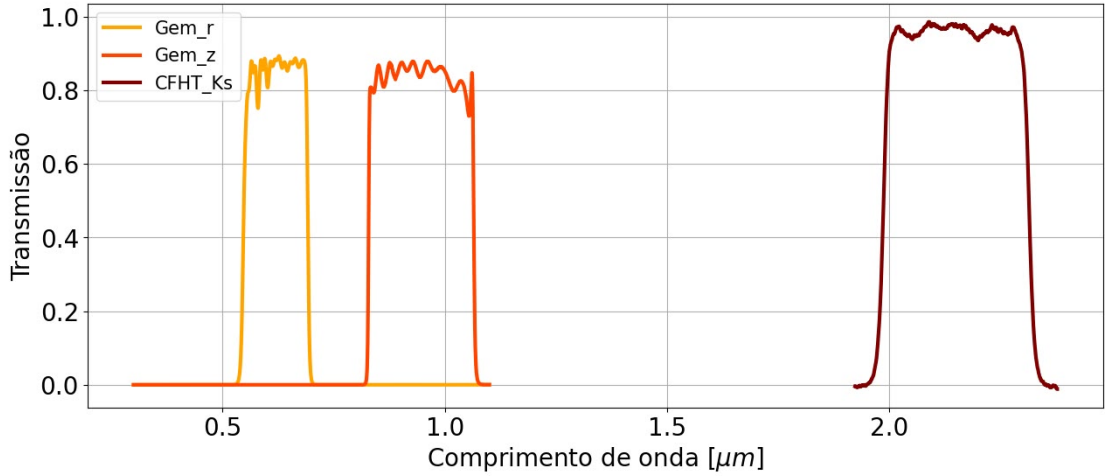


FIGURA 3.2. Gráfico da taxa de transmissão dos filtros Ks do CFHT e dos SDSS-r e SDSS-z do *Gemini North* (International Gemini Observatory, 2026a; Canada-France-Hawaii-Telescope, 2026a)

3.2 Curvas de luz e ajuste dos parâmetros observacionais

A partir dos dados obtidos, foi feita a fotometria de abertura, o que resultou em uma curva de ocultação indicando o fluxo recebido em função do tempo. A curva foi então normalizada, com o valor 1 indicando a quantidade de luz total da estrela e de Quaoar, captadas fora do evento de ocultação, e o valor 0 indicando o bloqueio total da estrela pelo corpo principal de Quaoar. Os dados já foram fornecidos por Chrystian Pereira tanto na forma de fluxo normalizado observado versus tempo quanto já convertidos na forma de fluxo normalizado observado versus distância radial e estão ilustrados na figura 3.3.

Para esta análise, foram utilizados os dados correspondentes ao *Q1R-egress*, ou seja, os dados da detecção da região densa do primeiro anel descoberto, na etapa do evento em que o sistema de Quaoar está saindo da ocultação após a passagem do corpo principal pela frente da estrela, gerando o gráfico mostrado nos pontos da figura 3.4.

Para os dados de cada faixa de comprimentos de onda, foram feitos ajustes da função que melhor se encaixa aos pontos observados, sendo considerada para todos uma curva da forma Lorentziana. A equação que descreve esta curva está descrita na equação (2.1).

Com isso, por meio do método de mínimos quadrados implementado na biblioteca *scipy* (Virtanen et al. (2020)) foram obtidos os parâmetros de largura à meia altura (*FWHM* ou *w*), amplitude do pico ou opacidade aparente (*p'*) e localização do mesmo

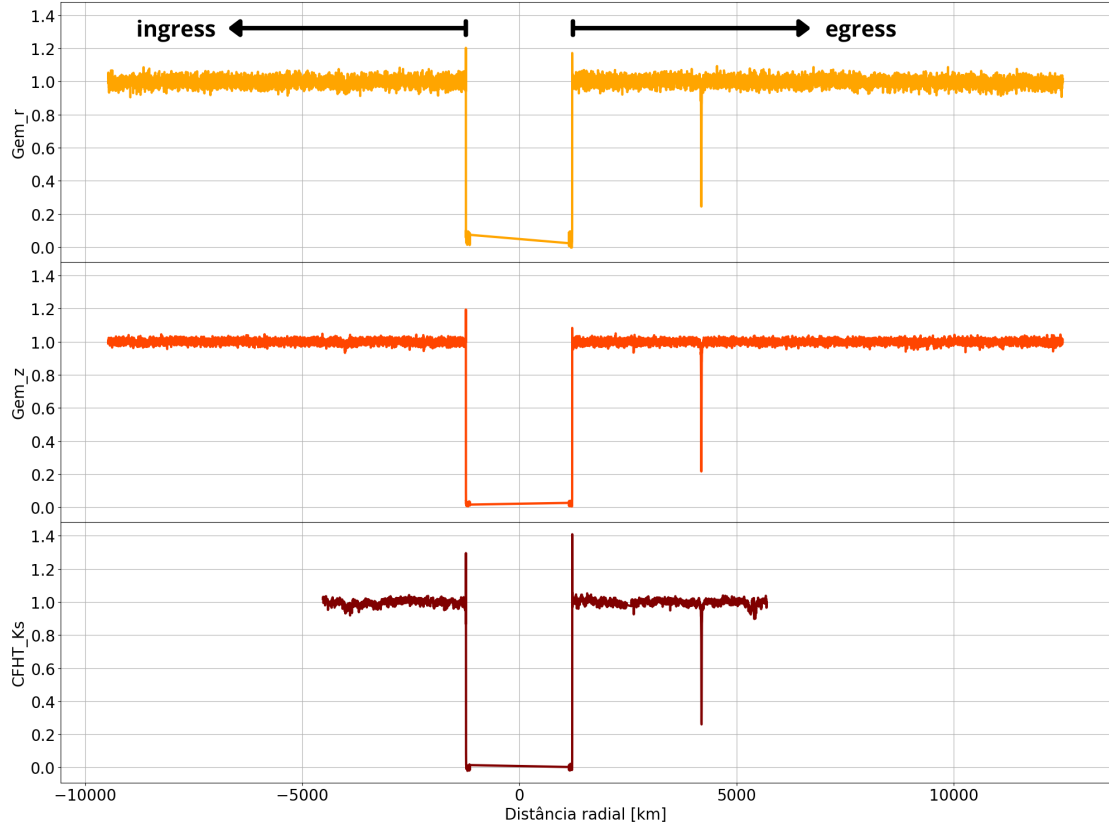


FIGURA 3.3. Curvas de ocultação completas em função da distância radial (dados fornecidos por Chrystian Pereira).

Parâmetros obtidos	Gem-r	Gem-z	CFHT-Ks
$p'(adimensional)$	0.77 ± 0.02	0.79 ± 0.01	0.79 ± 0.01
$r_0(km)$	4187.52 ± 0.08	4187.78 ± 0.05	4192.32 ± 0.07
$w(km)$	7.3 ± 0.2	7.6 ± 0.1	8.1 ± 0.2
$Area(km)$	8.6 ± 0.4	9.1 ± 0.3	9.7 ± 0.4
$L_{99}(km)$	64 ± 3	67 ± 2	72 ± 2

TABELA 3.1. Valores dos parâmetros da lorentziana obtidos pelo *scipy*

no eixo radial (r_0), junto com suas respectivas barras de erro. A partir destes parâmetros e seus erros, foram também calculados alguns parâmetros adicionais, como a área no interior da curva calculada por integração numérica trapezoidal (chamada de *Area* neste trabalho) e a largura total da curva entre os dois pontos onde ela atinge um valor de opacidade de 99% (chamada de L_{99}), em conjunto com suas respectivas barras de erro estimadas por um procedimento de *montecarlo* (Wall & Jenkins, 2012). Os parâmetros e seus erros podem ser vistos na tabela 3.1 e a curva ajustada junto com os pontos observados na imagem 3.5.

A partir do valor da opacidade aparente p' e do ângulo B de abertura do anel (Pereira et al., 2023), também foi calculado pela equação (2.2) o valor da opacidade

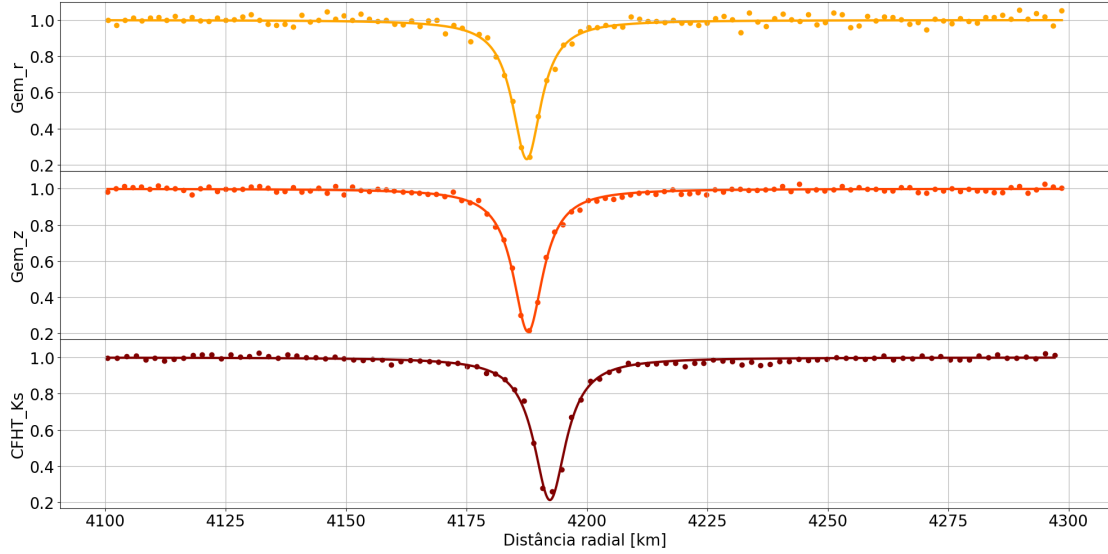


FIGURA 3.4. Curvas lorentzianas ajustadas

normal ao plano do anel (p_N), e os valores obtidos de p_N foram comparados com os descritos em Pereira et al. (2023) na tabela 3.2.

Filtro	p_N de Pereira et al. (2023)	p_N calculado neste trabalho
GNT-r	0.17 ± 0.03	0.178 ± 0.007
GNT-z	0.18 ± 0.02	0.185 ± 0.005
CFHT-Ks	0.17 ± 0.02	0.184 ± 0.005

TABELA 3.2. Valores de p_N obtidos por Pereira et al. (2023) e os calculados neste trabalho. As incertezas obtidas neste procedimento podem estar subestimadas dado o método de ajuste.

3.3 Testes estatísticos dos parâmetros das curvas

A fim de certificar que os parâmetros obtidos nos ajustes provêm de distribuições diferentes em cada filtro, ou seja, que as diferenças observadas não são obra do acaso mas sim dos parâmetros físico-químicos do anel, foram feitos testes para comparar respectivamente as médias e erros dois a dois (Wall & Jenkins, 2012)

Inicialmente, definimos uma comparação a partir de uma distribuição paramétrica, neste caso a Gaussiana ou Normal por ser simples e também por ser uma função em que outras distribuições convergem quando se trabalha com grandes quantidades de amostragens (Wall & Jenkins, 2012). Além disso, os testes pressupõem que existe uma hipótese nula que será testada, neste caso a semelhança das médias ou dos erros, e foi definido também um limite $p_{lim} = 0.99$ ou uma margem de aproximadamente 3σ a partir da média, e com ele determinamos o intervalo de confiança de cada teste a partir da

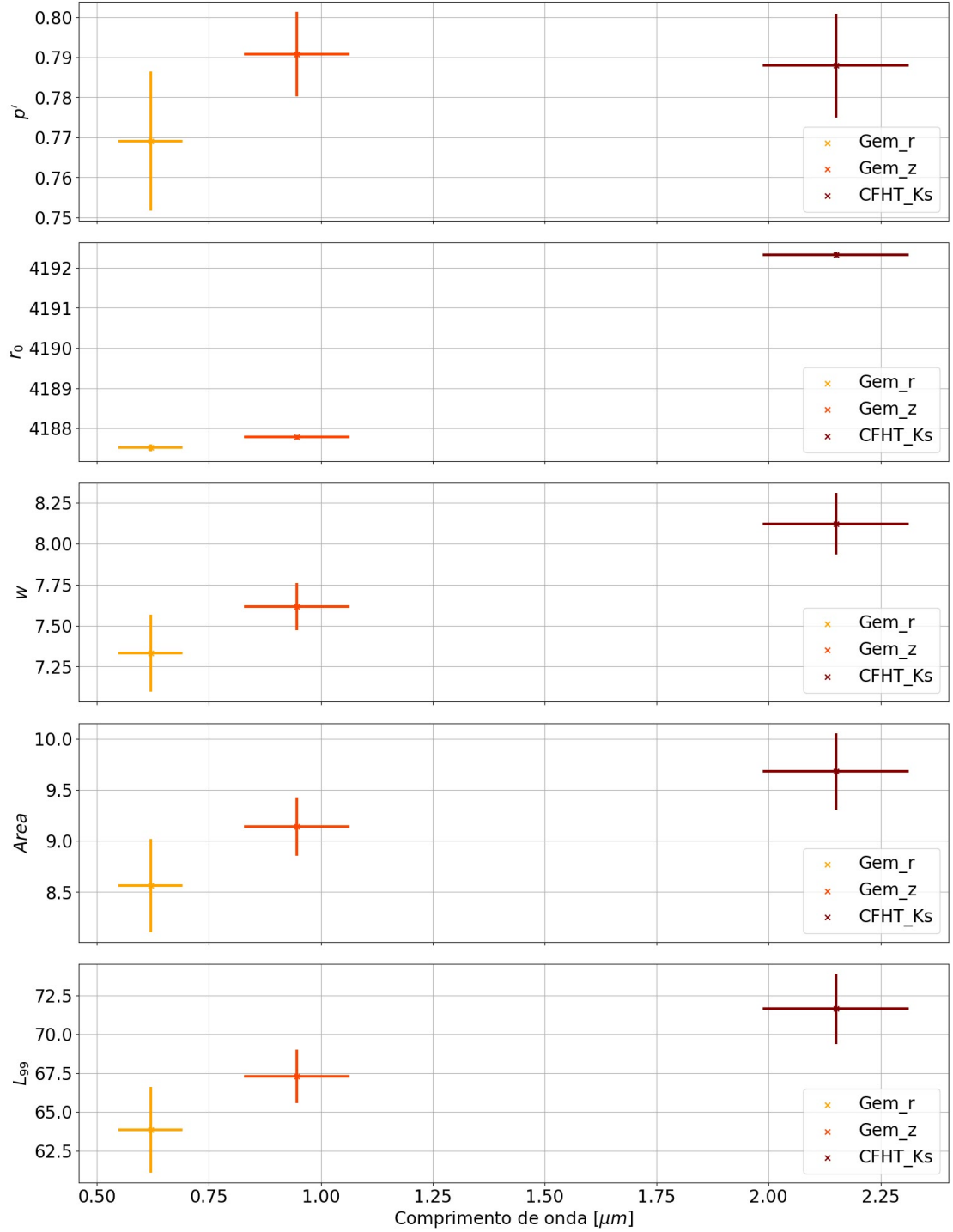


FIGURA 3.5. Gráfico dos parâmetros de Q1R-egress ajustados por filtro, com os respectivos erros no eixo vertical

função ponto percentual, a inversa da função distribuição cumulativa, a partir do *scipy* (Virtanen et al., 2020). Após isso, calculamos o p de cada teste por seus respectivos métodos, o que significa obter as probabilidades de que a diferença observada seja obra do acaso, e por isso precisamos encontrar um valor de p fora do intervalo de confiança para podermos rejeitar a hipótese nula de cada teste.

As comparações das médias dos parâmetros obtidos anteriormente pelo *scipy* foram executadas a partir dos testes t de *Student*, a fim de se verificar se seus valores seriam iguais dentro das margens de erro. Como o teste t padrão pressupõe que as distribuições a serem testadas possuem incertezas iguais, desta forma recorreremos ao teste de Welch que tem o mesmo objetivo de comparação mas não possui o requisito de incertezas iguais. O valor de $p = t$ é calculado a partir da equação 3.2, e o intervalo de confiança é dado pela função ponto percentual de uma distribuição t com dof_{welch} graus de liberdade, onde dof_{welch} é calculado pela equação 3.4.

$$s_{m1} = \frac{\sigma_1}{n_1}, s_{m2} = \frac{\sigma_2}{n_2}, \quad (3.1)$$

$$T_{welch} = \frac{\mu_1 - \mu_2}{\sqrt{s_{m1}^2 + s_{m2}^2}}, \quad (3.2)$$

$$dof_1 = n_1 - 1, dof_2 = n_2 - 1, \quad (3.3)$$

$$dof_{welch} = \frac{\left(\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{s_1^4}{dof_1 \times n_1^2} + \frac{s_2^4}{dof_2 \times n_2^2}}, \quad (3.4)$$

sendo n_i o número de pontos de cada curva ajustada, μ_i o valor do parâmetro encontrado pelo ajuste, σ_i o erro do ajuste para o mesmo parâmetro e as demais são variáveis auxiliares.

Já para se comparar os erros é usado o teste F, podendo para este caso ser usado o teste padrão e o valor de $p = F$ é calculado a partir da equação 3.6, e o intervalo de confiança é dado pela função ponto percentual de uma distribuição F com dof_i , sendo um valor de grau de liberdade para cada parâmetro que pode ser calculado pela equação 3.5.

$$dof_1 = n_1 - 1, dof_2 = n_2 - 1, \quad (3.5)$$

$$F = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}, \quad (3.6)$$

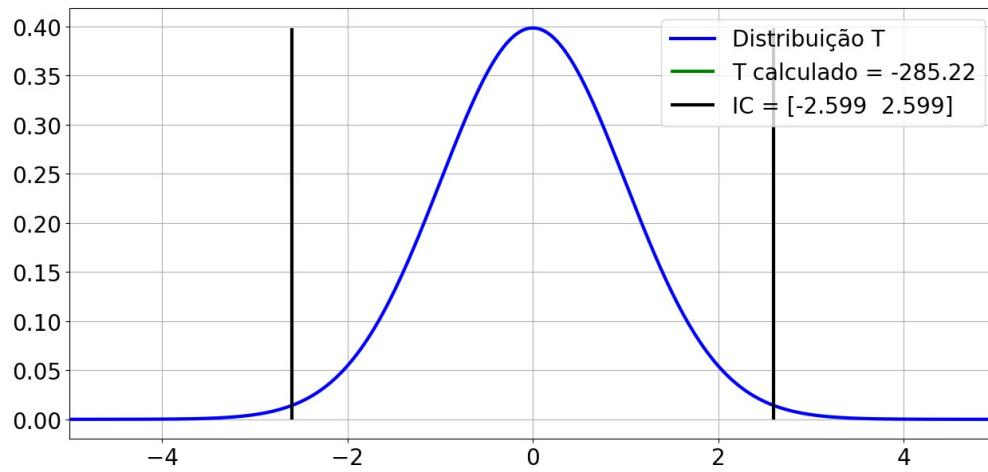
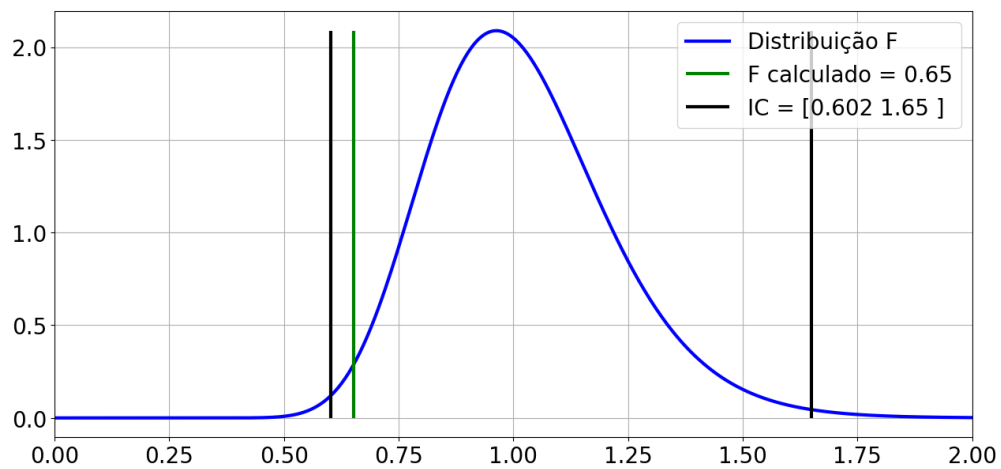
Tendo os intervalos de confiança e os respectivos valores de p calculados para cada teste, podemos simplesmente avaliar se p está dentro do intervalo. Se estiver fora, podemos rejeitar com segurança a hipótese nula da igualdade. Os intervalos de confiança de 99% e os valores de T e F calculados em cada teste podem ser vistos nas tabelas 3.3 a 3.7, com os valores de teste na parte superior direita e intervalos de confiança na parte inferior esquerda, e alguns exemplos gráficos nas figuras 3.6 e 3.7. Com base

Teste $t - p'$	CFHT-Ks	GNT-r	GNT-z
CFHT-Ks	X	-94.68	18.11
GNT-r	$IC_{0.99} = [-2.60, 2.60]$	X	121.9
GNT-z	$IC_{0.99} = [-2.60, 2.60]$	$IC_{0.99} = [-2.61, 2.61]$	X

Teste F - p'	CFHT-Ks	GNT-r	GNT-z
CFHT-Ks	X	0.56	1.51
GNT-r	$IC_{0.99} = [0.60, 1.65]$	X	2.72
GNT-z	$IC_{0.99} = [0.60, 1.65]$	$IC_{0.99} = [0.61, 1.63]$	X

TABELA 3.3. Valores de T e F obtidos calculados para o parâmetro p' ajustado

nestes valores, é possível notar que para qualquer caso podemos considerar que os dados vem de distribuições com médias diferentes, o que também torna as distribuições em si diferentes mesmo que os erros possam ser semelhantes.

FIGURA 3.6. Teste T do parâmetro w para dados do CFHT-Ks e Gem-rFIGURA 3.7. Teste F do parâmetro w para dados do CFHT-Ks e Gem-r

Teste $t - r_0$	CFHT-Ks	GNT-r	GNT-z
CFHT-Ks	X	-4890.63	-5686.33
GNT-r	$IC_{0.99} = [-2.60, 2.60]$	X	309.31
GNT-z	$IC_{0.99} = [-2.60, 2.60]$	$IC_{0.99} = [-2.61, 2.61]$	X
Teste F - r_0	CFHT-Ks	GNT-r	GNT-z
CFHT-Ks	X	0.65	1.72
GNT-r	$IC_{0.99} = [0.60, 1.65]$	X	2.64
GNT-z	$IC_{0.99} = [0.60, 1.65]$	$IC_{0.99} = [0.61, 1.63]$	X

TABELA 3.4. Valores de T e F obtidos calculados para o parâmetro r_0 ajustado

Teste $t - w$	CFHT-Ks	GNT-r	GNT-z
CFHT-Ks	X	-285.22	-224.4
GNT-r	$IC_{0.99} = [-2.60, 2.60]$	X	118.83
GNT-z	$IC_{0.99} = [-2.60, 2.60]$	$IC_{0.99} = [-2.61, 2.61]$	X
Teste F - w	CFHT-Ks	GNT-r	GNT-z
CFHT-Ks	X	0.65	1.73
GNT-r	$IC_{0.99} = [0.60, 1.64]$	X	2.66
GNT-z	$IC_{0.99} = [0.60, 1.64]$	$IC_{0.99} = [0.61, 1.63]$	X

TABELA 3.5. Valores de T e F obtidos calculados para o parâmetro w ajustado

Teste $t - Area$	CFHT-Ks	GNT-r	GNT-z
CFHT-Ks	X	-204.13	-120.37
GNT-r	$IC_{0.99} = [-2.60, 2.60]$	X	121.44
GNT-z	$IC_{0.99} = [-2.61, 2.61]$	$IC_{0.99} = [-2.61, 2.61]$	X
Teste F - $Area$	CFHT-Ks	GNT-r	GNT-z
CFHT-Ks	X	0.67	1.7
GNT-r	$IC_{0.99} = [0.60, 1.65]$	X	2.52
GNT-z	$IC_{0.99} = [0.60, 1.65]$	$IC_{0.99} = [0.61, 1.63]$	X

TABELA 3.6. Valores de T e F obtidos calculados para o parâmetro $Area$ ajustado

Teste $t - L_{99}$	CFHT-Ks	GNT-r	GNT-z
CFHT-Ks	X	-236.11	-160.93
GNT-r	$IC_{0.99} = [-2.60, 2.60]$	X	120.88
GNT-z	$IC_{0.99} = [-2.61, 2.61]$	$IC_{0.99} = [-2.61, 2.61]$	X
Teste F - L_{99}	CFHT-Ks	GNT-r	GNT-z
CFHT-Ks	X	0.67	1.74
GNT-r	$IC_{0.99} = [0.60, 1.65]$	X	2.59
GNT-z	$IC_{0.99} = [0.60, 1.65]$	$IC_{0.99} = [0.61, 1.63]$	X

TABELA 3.7. Valores de T e F obtidos calculados para o parâmetro L_{99} ajustado

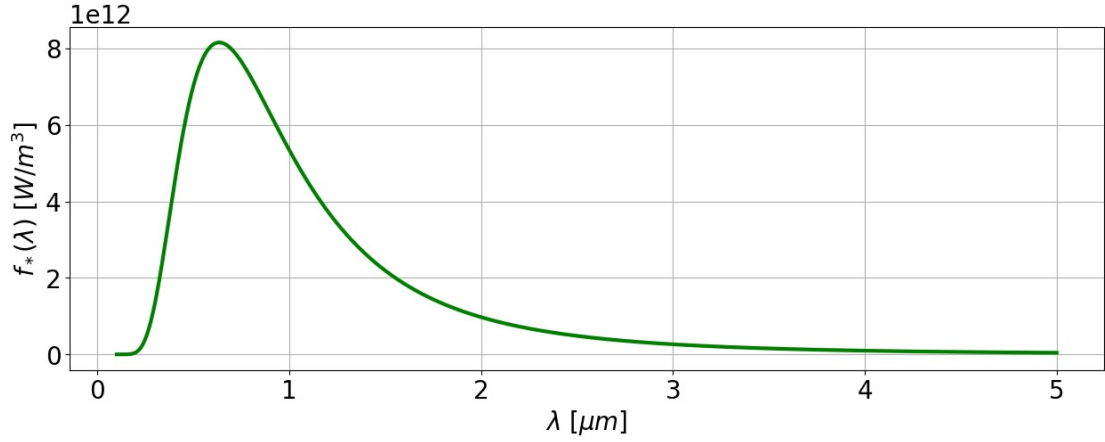
3.4 Análise físico-química

A análise de parâmetros físicos e químicos a partir da ocultação será um procedimento adaptado de Santos-Sanz et al. (2025). Esta metodologia consiste em simular com a ferramenta *optool* o espectro de extinção de luz com algumas diferentes combinações de material e tamanho de partícula (Dominik et al. (2021)) e comparar este valor simulado com aquele obtido através dos dados observacionais.

Com esta ferramenta, foram gerados espectros de extinção $\kappa(\lambda) = \kappa_{abs}(\lambda) + \kappa_{sca}(\lambda)$ simulados de materiais como piroxênios de fórmula geral $Mg_{0.7}Fe_{0.3}SiO_3$ (Dorschner et al., 1995), olivinas de fórmula geral $MgFeSiO_4$ (Dorschner et al., 1995), gelo de água tanto amorfo (Hudgins et al., 1993) quanto cristalino (Warren & Brandt, 2008) e carbono amorfo (Zubko et al., 1996). Ainda durante a fase de simulação, verificamos que os espectros gerados para os dois tipos de gelo de água eram idênticos dentro dos limites dos comprimentos de onda das observações, então optamos por prosseguir somente com a variante amorfa para o gelo de água.

Foram definidos também alguns intervalos de tamanhos de partícula (o raio de uma partícula esférica) em diversas ordens de grandeza, escolhidos de forma que pudéssemos ter um bom ajuste dentro de cada ordem de grandeza. Cada espectro simulado $\kappa(\lambda)$ consistiu somente em esferas maciças perfeitas de porosidade nula (modelo de Mie) todas tendo tamanhos iguais e utilizando somente um tipo de material por vez. Tendo os valores de $\kappa(\lambda)$, calculamos também os valores de $\tau(\lambda)$ e $p'(\lambda)$, descritos nas equações (2.5) e (2.6). Conforme dito anteriormente, neste trabalho as contas e ajustes serão deixados em função da densidade superficial Σ para simplificar (Rybicki & Lightman, 1986).

Além disso, se faz necessário obter a distribuição de Planck de um corpo negro (Young & Feedman, 2016) com a temperatura da estrela ocultada de $T = 4569K$ obtida do catálogo SHBoost (Khalatyan et al., 2024), e sua distribuição de energia espectral pode ser vista na imagem 3.8. Em conjunto com esta temperatura, também precisamos das funções de transmissão de cada filtro $R(\lambda)$, obtidas a partir das páginas *web* dos respectivos telescópios, mostradas na figura 3.2 (International Gemini Observatory, 2026a; Canada-France-Hawaii-Telescope, 2026a).

FIGURA 3.8. Distribuição de energia espectral da estrela com $T = 4569$ K

Como realizamos um ajuste em larga escala e outro ajuste fino, em cada uma destas etapas definimos diferentes intervalos de Σ , a serem explicitados posteriormente. Cada combinação de material, tamanho de partícula e densidade superficial gerou um modelo simulado com parâmetros específicos.

Finalmente, calculamos através das equações (2.7), (2.8) e (2.9) o valor de r_i^{mod} , que é a razão modelada do fluxo da estrela transmitida pelo material presente no anel. Este valor é análogo à opacidade obtida observacionalmente p_N para cada filtro, e estas grandezas estão relacionadas pela equação (2.3). As integrais foram calculadas numericamente pelo método do trapézio implementado na biblioteca *scipy* (Virtanen et al., 2020).

Tendo em mãos todas as combinações de parâmetros desejadas e suas opacidades correspondentes modeladas, podemos realizar a comparação com os valores observacionais, sabendo que a variável Σ ainda precisa ser definida.

3.5 Ajuste do modelo físico-químico às observações

A partir destes dados, realizamos uma comparação dos valores de p_N obtidos em Pereira et al. (2023), usados como referência, e dos valores de r_i^{mod} calculados a partir dos espectros simulados anteriormente. A comparação foi feita a partir do teste estatístico do χ^2 , para então verificarmos quais possuem os menores valores de χ^2 . Estes valores podem ser calculados pela equação (2.10).

Assim como cada combinação de parâmetros gera diferentes valores de opacidade, cada uma delas também gera um valor de χ^2 . Um exemplo de gráfico de χ^2 por Σ , com material e tamanho fixados, pode ser visto na figura 3.9. É possível verificar que existe um valor de Σ em que o erro é mínimo para este subconjunto de parâmetros.

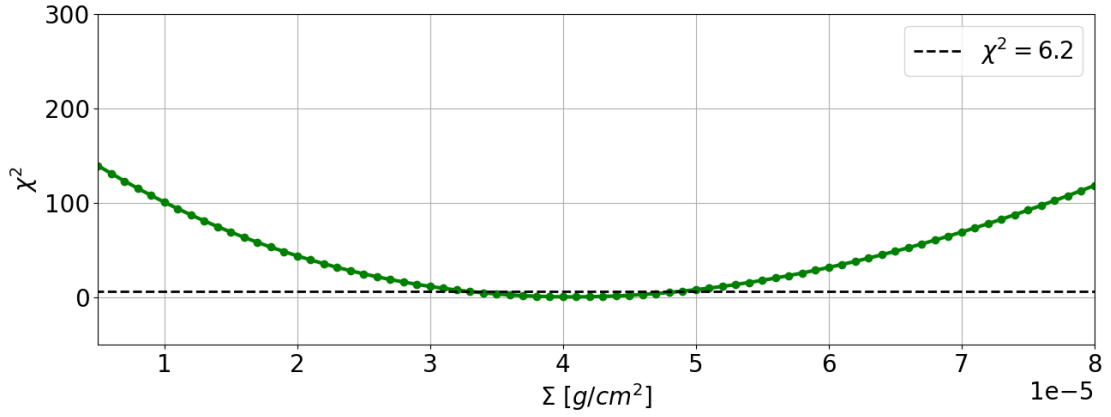


FIGURA 3.9. χ^2 por Σ para gelo de água de $4\mu m$

Neste cenário, onde temos partículas de gelo de água de $4\mu m$, o Σ que minimiza o χ^2 foi de $4.1 \times 10^{-5} g/cm^2$, e a figura 3.10 mostra como esse resultado se compara com os dados observacionais. O χ^2 mínimo observado para este caso foi de 0.36.

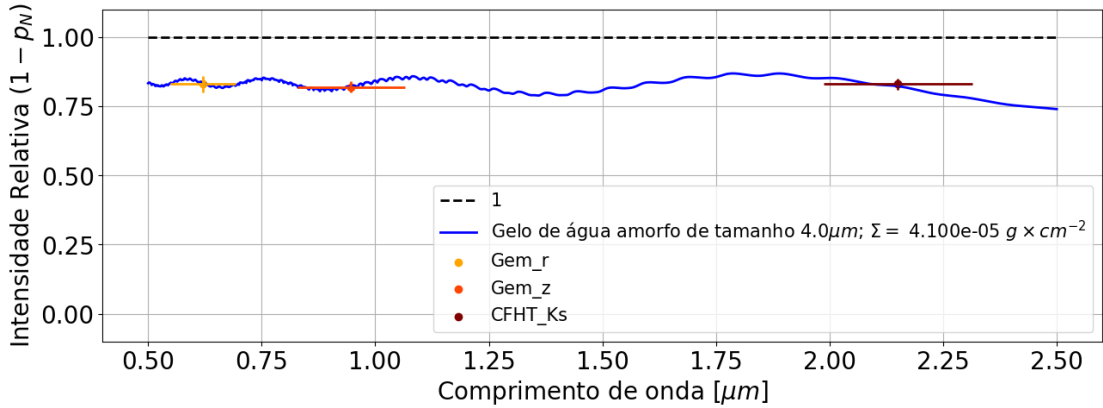
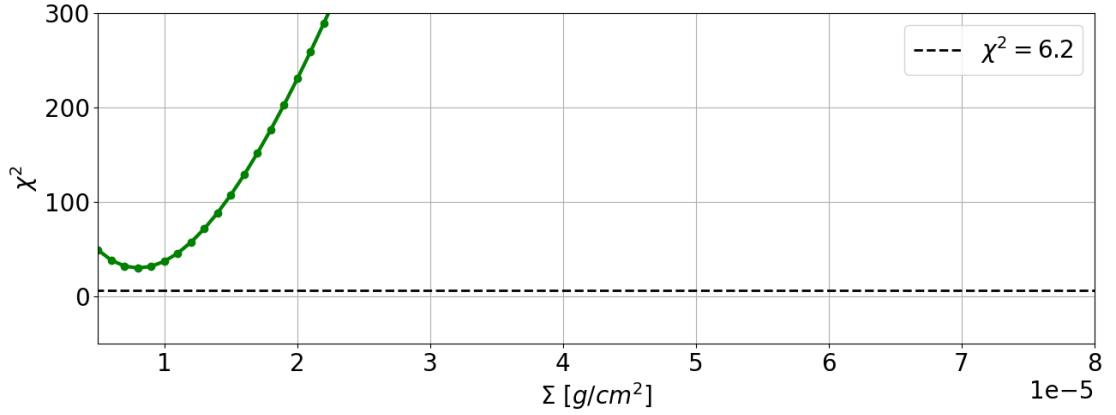
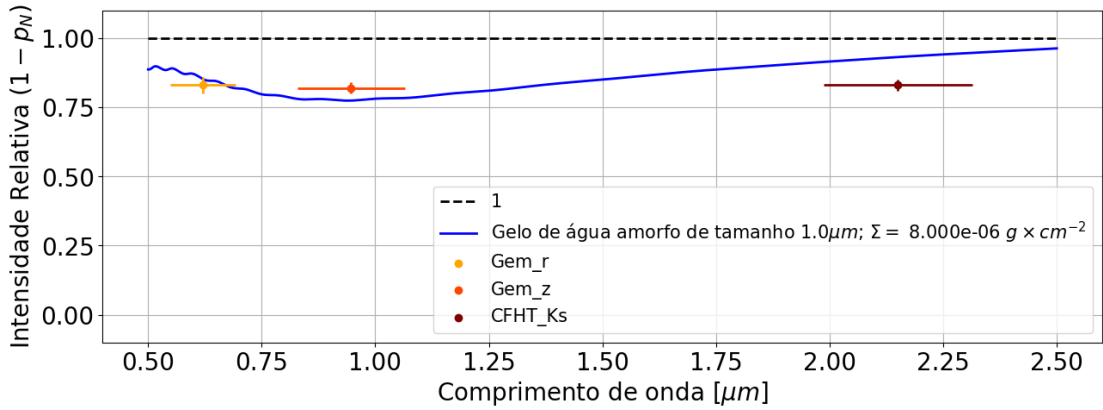


FIGURA 3.10. Espectro do gelo de água de $4\mu m$ e $\Sigma = 4.1 \times 10^{-5} g/cm^2$ que minimiza o χ^2

Por outro lado, podemos refazer este processo para um segundo exemplo, o gelo de água de $1.0\mu m$. Agora a curva de χ^2 pode ser vista na figura 3.11, onde temos que o mínimo χ^2 foi de 29.8 com um Σ de $8 \times 10^{-6} g/cm^2$. A figura 3.12 mostra como esse resultado se compara com os dados observacionais, onde fica evidente, tanto pelo alto valor de χ^2 quanto pela figura, que este modelo não se adequa bem aos dados.

FIGURA 3.11. χ^2 por Σ para gelo de água de $1\mu m$ FIGURA 3.12. Espectro do gelo de água de $1\mu m$ e $\Sigma = 8.0 \times 10^{-6} g/cm^2$ que minimiza o χ^2

Desta forma, para cada modelo físico-químico gerado, nós podemos calcular o Σ que minimiza o teste do χ^2 e o próprio valor do χ^2 mínimo. Assim, podemos definir limites onde existe um ajuste adequado aos dados observacionais e as regiões paramétricas que não produzem resultados adequados. Neste contexto, fizemos duas análises principais: (i) primeiro avaliamos a ordem de grandeza dos parâmetros e como Σ varia com o tamanho das partículas; (ii) determinamos os limites inferiores dos tamanhos das partículas, abaixo dos quais os modelos não conseguem explicar os dados observacionais.

3.5.1 Análise (i) – Avaliando a ordem de grandeza

Para este ajuste em grande escala, escolhemos os tamanhos de partícula entre $0.1 \mu m$ e $10 m$, de forma que fossem fisicamente possíveis de ocorrer (isto é, não sendo muito menores que os comprimentos de onda usados nem da ordem de satelitesimais). Fizemos o processo de minimização do Σ como mencionado anteriormente. Os dados de

Σ e χ^2 em função do tamanho da partícula podem ser vistos na figura 3.13 e na tabela 3.8.

Material	Tamanho [μm]	Σ [g/cm^2]	χ^2 mínimo
Carbono amorfo	10^{-2}	5.0×10^{-6}	61.49
	10^{-1}	3.0×10^{-6}	68.20
	10^0	1.7×10^{-5}	0.97
	10^1	2.1×10^{-4}	0.31
	10^2	2.0×10^{-3}	2.17
	10^3	2.3×10^{-2}	0.16
	10^4	2.3×10^{-1}	0.15
	10^5	8.5×10^1	0.15
	10^6	8.5×10^1	0.15
	10^7	8.5×10^1	0.15
Olivinas	10^{-2}	1.2×10^{-4}	58.04
	10^{-1}	2.2×10^{-5}	99.47
	10^0	2.8×10^{-5}	12.11
	10^1	4.4×10^{-4}	0.33
	10^2	5.0×10^{-3}	1.00
	10^3	4.7×10^{-2}	0.15
	10^4	4.7×10^{-1}	0.15
	10^5	4.7×10^0	0.15
	10^6	4.7×10^1	0.15
	10^7	4.7×10^2	0.15
Piroxênios	10^{-2}	2.0×10^{-3}	56.15
	10^{-1}	3.1×10^{-5}	114.81
	10^0	2.5×10^{-5}	15.46
	10^1	3.6×10^{-4}	0.30
	10^2	4.0×10^{-3}	0.71
	10^3	3.8×10^{-2}	0.16
	10^4	3.8×10^{-1}	0.15
	10^5	3.8×10^0	0.16
	10^6	2.1×10^2	0.16
	10^7	2.1×10^2	0.16
Gelo de água amorfo	10^{-2}	5.0×10^{-3}	91.98
	10^{-1}	4.1×10^{-5}	112.69
	10^0	8.0×10^{-6}	29.82
	10^1	1.1×10^{-4}	0.30
	10^2	1.0×10^{-3}	2.97
	10^3	1.2×10^{-2}	0.26
	10^4	1.2×10^{-1}	0.15
	10^5	1.2×10^0	0.23
	10^6	1.2×10^1	0.15
	10^7	1.2×10^2	0.23

TABELA 3.8. Σ que minimiza o χ^2 em função do tamanho da partícula em cada ordem de grandeza

Neste contexto, é perceptível que partículas maiores que 10^0 e menores que 10^7

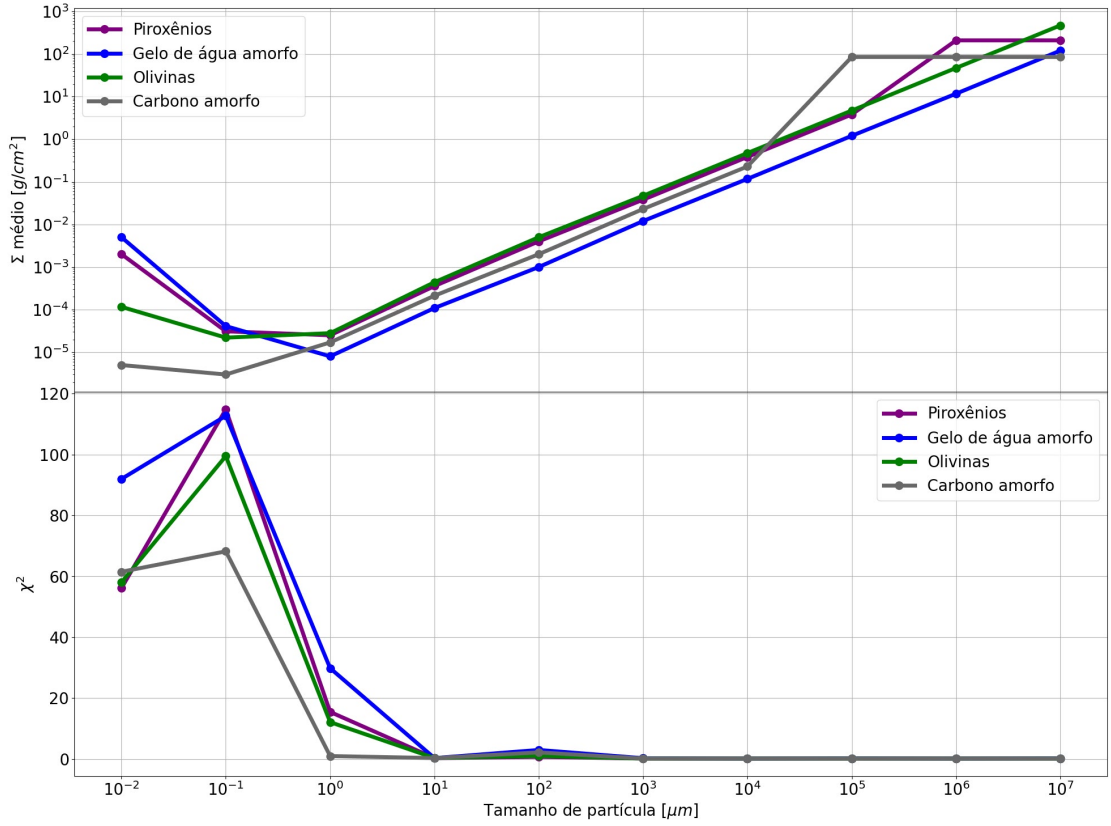


FIGURA 3.13. Gráfico das ordens de grandeza do Σ e o χ^2 mínimo correspondente, em função das ordens de tamanho da partícula

micrômetros se ajustam de maneira adequada às observações. É possível perceber, pelo gráfico, que no intervalo de comprimentos de onda aproximadamente entre 10⁰ e 10⁴ μm existe uma correlação quase linear entre os logaritmos das grandezas na forma $\log_{10}(\Sigma) = a \times \log_{10}(\mu m) + b$, o que equivale a uma lei de potência entre as variáveis em si, e a e b sendo constantes dependentes do material.

Com base neste primeiro resultado, selecionamos as ordens de tamanhos de partícula e de Σ que seriam testados em conjunto para obter um ajuste mais fino a seguir.

3.5.2 Análise (ii) – Limites para o tamanho das partículas

Dada a degenerescência dos modelos e a multitude de resultados possíveis, nesta análise mais detalhada e otimizada estamos interessados não só no χ^2 mínimo, mas também nos parâmetros que geram um valor baixo suficiente deste mesmo indicador para que possam ser considerados soluções possíveis. Para este caso estamos considerando $\chi^2 \leq 6.2$ como valores apropriados. Ao se tratar de uma distribuição de χ^2 , é conhecido que esta distribuição está centrada no valor de graus de liberdade, e possui

como variância σ^2 também o número de graus de liberdade, neste contexto temos 3 pontos observacionais e 1 parâmetro sendo ajustado (Σ), assim, temos que o número de graus de confiança é igual a 2, e o σ da distribuição é igual a $\sqrt{2}$. Logo, $\chi^2 \geq 6.2$ corresponde a um valor acima de 3σ ou um grau de confiança de pertencer a distribuição inferior a 0.3%.

A partir da análise do gráfico na figura 3.13, definimos a ordem de grandeza onde o ajuste parece deixar de funcionar. Nesta forma, selecionamos os conjuntos de parâmetros para elaborar modelos que seriam usados para ajuste mais fino, que pode ser visto na figura 3.14. Sendo assim, ainda existe uma tendência de linearidade entre os logaritmos em parte do intervalo, e uma melhor visualização de que partículas maiores que 3×10^{-1} e menores que 1×10^7 micrômetros se ajustam de maneira adequada às observações, e prosseguimos para uma análise ainda mais detalhada focando especialmente nas regiões próximas do limite inferior, abaixo do qual não é possível explicar a opacidade observada utilizando os valores dos parâmetros testados. Além disso, por mais que não seja o foco deste trabalho, é possível perceber nesta mesma figura que perto do limite superior testado já não há uma tendência de linearidade tão clara entre as grandezas, o que pode ser devido às barras de erro intrínsecas.

O gráfico mais detalhado da região onde o erro χ^2 chega perto do limite pode ser visto na figura 3.15, também com linhas que indicam o limite de erro admitido ($\chi^2 = 6.2$). Mesmo que as soluções possíveis não sejam únicas, na tabela 3.9 podem ser vistos os limites mínimos de tamanho e os parâmetros que tornam o χ^2 adequado e estável dentro da divisão por cada material. É possível notar que, principalmente mais próximo deste limite inferior de tamanho, existem parâmetros onde o χ^2 sai do limite estipulado, mas uma pequena variação nestes valores já torna o χ^2 adequado novamente, o que pode indicar que os valores reais não estejam muito próximos de alguns destes limites inferiores onde isso ocorre. Por conta disso, também foram colocados nas tabelas os valores onde o erro se estabiliza abaixo do limite de $\chi^2 = 6.2$, e não simplesmente o primeiro valor onde o erro está abaixo do limite.

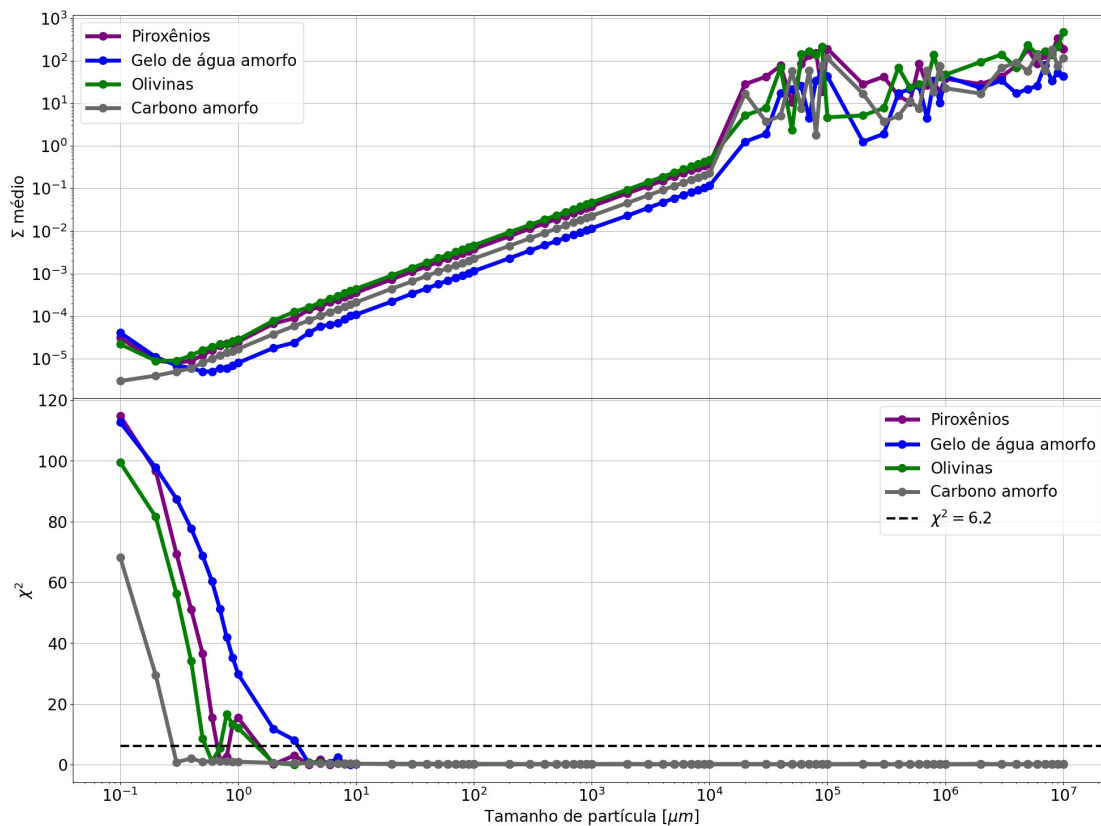


FIGURA 3.14. Ajuste fino do Σ e χ^2 mínimo correspondente, em função do tamanho da partícula

Material	Tamanho mínimo (μm)	Densidade $\Sigma(g/cm^2)$	χ^2
Carbono amorfo	0.3	5.0×10^{-6}	0.81
Olivinas	1.2	3.8×10^{-5}	4.60
Piroxênios	1.7	5.0×10^{-5}	5.01
Gelo de água amorfo	3.6	3.4×10^{-5}	5.06

TABELA 3.9. Limites para os tamanhos mínimos das partículas que satisfazem o teste do χ^2 para o ajuste das opacidades modeladas aos dados experimentais

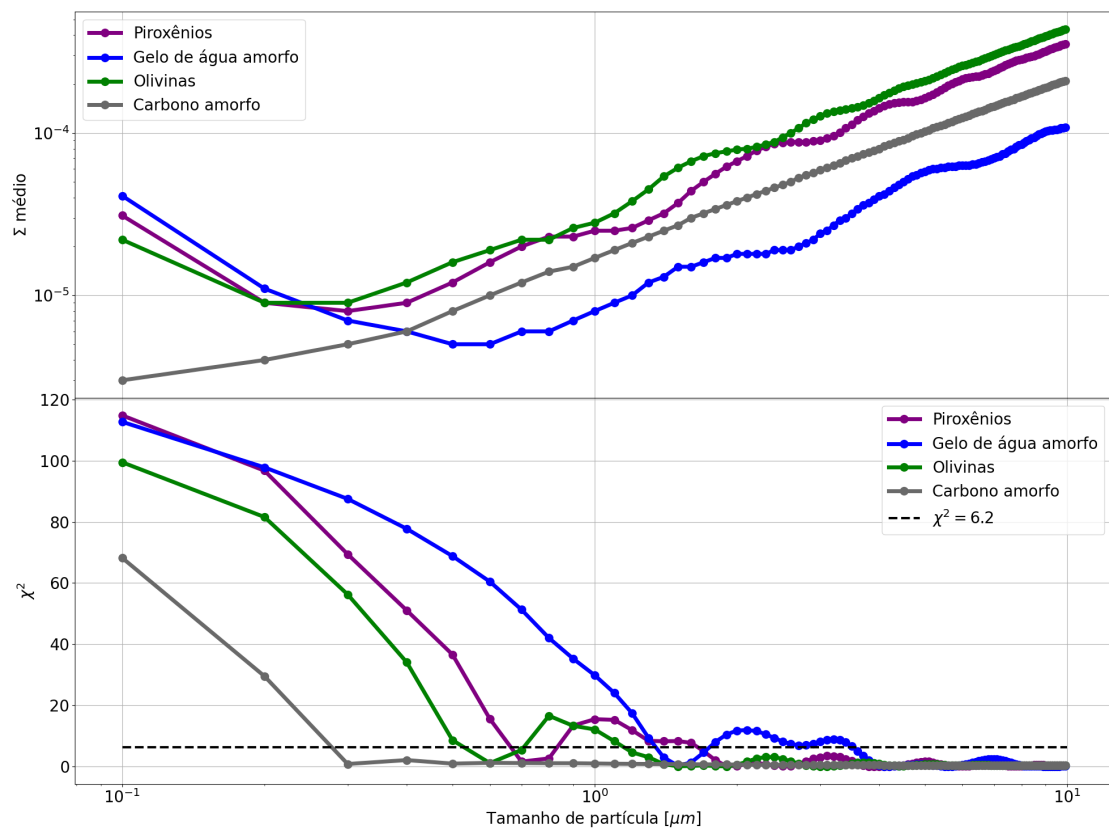


FIGURA 3.15. Zoom do gráfico de ajuste fino do Σ e χ^2 para determinação do limite mínimo

Capítulo 4

Conclusão

Este trabalho visa contribuir com o entendimento dos pequenos corpos do Sistema Solar. Em particular, exploramos dados de ocultações estelares em múltiplos filtros para determinarmos limites sobre propriedades físicas e químicas do anel externo do TNO (50000) Quaoar.

De forma mais específica, usando a aproximação de um único componente de iguais tamanhos, alcançamos o objetivo de obter uma primeira estimativa para os parâmetros físicos e químicos do anel externo de Quaoar. Avaliamos anéis de gelo de água, piroxênio, olivina e carbono, seguindo os passos de Duffard et al. (2014) com tamanhos de partículas variando entre uma fração de micrômetro e algumas dezenas de metros.

Conseguimos recuperar resultados da literatura que relacionam o valor da densidade superficial (Σ) com o tamanho das partículas, além disso, determinamos limites inferiores de tamanhos para partículas de gelo de água de $3.6\mu\text{m}$, de piroxênio de $1.7\mu\text{m}$, de olivina de $1.2\mu\text{m}$ e de carbono de $0.3\mu\text{m}$. Aqui, nos focamos apenas em uma das detecções do anel externo de Quaoar, porém a metodologia desenvolvida pode ser aplicada diretamente a outras detecções, podendo mostrar diferenças longitudinais ou então temporais, se considerarmos diferentes eventos de ocultações.

Como continuidade, para fazermos uma análise mais complexa destes sistemas, também é possível avaliar diferentes distribuições de tamanhos de partículas e também explorar misturas de diferentes componentes. Porém, vale ressaltar que a limitação dos dados observacionais se mantém o maior desafio na presente metodologia.

Uma outra maneira de melhor restringir os modelos físico-químicos é acoplar este estudo com estudos dinâmicos, que nos revelem como cada tipo de cenário evolui dinamicamente, se haveria coagulação de um satélite ou se o sistema permaneceria na forma de um anel.

Por fim, é importante frisar que a metodologia desenvolvida neste trabalho pode ser também utilizada para o estudo de outros sistemas de anéis.

Referências Bibliográficas

Braga-Ribas, F., Sicardy, B., Ortiz, J. L., et al. 2013, The Astrophysical Journal, 773, 26, doi: 10.1088/0004-637X/773/1/26

Braga-Ribas, F., Sicardy, B., Ortiz, J. L., et al. 2014, Nature, 508, 72, doi: 10.1038/nature13155

Canada-France-Hawaii-Telescope. 2026a, Wircam Filters. <https://www.cfht.hawaii.edu/Instruments/Filters/wircam.html>

Canada-France-Hawaii-Telescope. 2026b, CFHT Science. <https://www.cfht.hawaii.edu/en/science/>

Canada-France-Hawaii-Telescope. 2026c, CFHT Cosmic Web: More Information and Images. <https://www.cfht.hawaii.edu/News/CFHTLS0802/PRIm.html#:~:text=CFHT%20%2D%20The%20telescope%20with%20MegaPrime,due%20to%20the%20Earth's%20rotation.>

Canada-France-Hawaii-Telescope. 2026d, CFHT Observatory Manual. https://www.cfht.hawaii.edu/Instruments/ObservatoryManual/CFHT_ObservatoryManual_%28Sec_4%29.html

Canada-France-Hawaii-Telescope. 2026e, CFHT WIRCam Home Page. <https://www.cfht.hawaii.edu/Instruments/Imaging/WIRCam/>

de Pater, I., & Lissauer, J. J. 2015, Planetary Sciences

Dominik, C., Min, M., & Tazaki, R. 2021, OpTool: Command-line driven tool for creating complex dust opacities, Astrophysics Source Code Library, record ascl:2104.010. <http://ascl.net/2104.010>

- Dorschner, J., Begemann, B., Henning, T., Jaeger, C., & Mutschke, H. 1995, *A&A*, 300, 503
- Duffard, R., Pinilla-Alonso, N., Ortiz, J. L., et al. 2014, *A&A*, 568, A79, doi: 10.1051/0004-6361/201424208
- Gomes-Júnior, A. R., Morgado, B. E., Benedetti-Rossi, G., et al. 2022, *MNRAS*, 511, 1167, doi: 10.1093/mnras/stac032
- Harris, C. R., Millman, K. J., van der Walt, S. J., et al. 2020, *Nature*, 585, 357, doi: 10.1038/s41586-020-2649-2
- Hedman, M. M. 2023, *Nature*, 614, 232, doi: 10.1038/d41586-023-00270-3
- Hudgins, D. M., Sandford, S. A., Allamandola, L. J., & Tielens, A. G. G. M. 1993, *ApJS*, 86, 713, doi: 10.1086/191796
- Hunter, J. D. 2007, *Computing in Science & Engineering*, 9, 90, doi: 10.1109/MCSE.2007.55
- International Astronomical Union. 2006, Resolutions B5 and B6 - "Definition of a Planet in the Solar System" and "Pluto". https://iauarchive.eso.org/static/resolutions/Resolution_GA26-5-6.pdf
- International Astronomical Union. 2026, IAU Minor Planet Center - Dwarf Planets. [https://minorplanetcenter.net/dwarf_planets#:~:text=Dwarf%20Planets,motion%20\(in%20degrees%20per%20day\)](https://minorplanetcenter.net/dwarf_planets#:~:text=Dwarf%20Planets,motion%20(in%20degrees%20per%20day))
- International Gemini Observatory. 2026a, Filters. https://noirlab.edu/science/filters?field_telescope_target_id=605&field_instrument_target_id=606
- International Gemini Observatory. 2026b, Instrument Support Structure. <https://www.gemini.edu/observing/telescopes-and-sites/telescopes#:~:text=the%20science%20instrument.-,Acquisition%20and%20Guidance%20Unit,to%20de%20rotate%20the%20field.>
- International Gemini Observatory. 2026c, 'Alopeke and Zorro. <https://www.gemini.edu/instrumentation/alopeke-zorro>
- Jet Propulsion Laboratory - NASA. 2026, JPL Solar System Dynamics. <https://ssd.jpl.nasa.gov/>

- Khalatyan, A., Anders, F., Chiappini, C., et al. 2024, *A&A*, 691, A98, doi: 10.1051/0004-6361/202451427
- Kiss, C., Müller, T. G., Marton, G., et al. 2024, *A&A*, 684, A50, doi: 10.1051/0004-6361/202348054
- Min, M., Hovenier, J. W., & de Koter, A. 2005, *A&A*, 432, 909, doi: 10.1051/0004-6361:20041920
- Morgado, B. E., Sicardy, B., Braga-Ribas, F., et al. 2021, *A&A*, 652, A141, doi: 10.1051/0004-6361/202141543
- Morgado, B. E., Sicardy, B., Braga-Ribas, F., et al. 2023, *Nature*, 614, 239, doi: 10.1038/s41586-022-05629-6
- Oliveira-Filho, K. d. S., & Saraiva, M. d. F. O. 2014, *Astronomia e Astrofísica* (Porto Alegre: UFRGS)
- Ortiz, J. L., Santos-Sanz, P., Sicardy, B., et al. 2017, *Nature*, 550, 219, doi: 10.1038/nature24051
- Pereira, C. L., Sicardy, B., Morgado, B. E., et al. 2023, *A&A*, 673, L4, doi: 10.1051/0004-6361/202346365
- Pereira, C. L., Braga-Ribas, F., Sicardy, B., et al. 2025, *ApJ*, 992, L19, doi: 10.3847/2041-8213/ae0b6d
- Rybicki, G. B., & Lightman, A. P. 1986, *Radiative Processes in Astrophysics*
- Santos-Sanz, P., Gomes-Júnior, A. R., Morgado, B. E., et al. 2025, arXiv e-prints, arXiv:2510.06366, doi: 10.48550/arXiv.2510.06366
- SBDB/JPL. 2026, JPL Small-Body Database Lookup - Quaoar. https://ssd.jpl.nasa.gov/tools/sbdb_lookup.html#/?sstr=2050000
- Sicardy, B., Braga-Ribas, F., Buie, M. W., Ortiz, J. L., & Roques, F. 2024, *A&A Rev.*, 32, 6, doi: 10.1007/s00159-024-00156-x
- Sicardy, B., & Salo, H. 2025, in *EPSC-DPS Joint Meeting 2025*, Vol. 2025, EPSC-DPS2025-111, doi: 10.5194/epsc-dps2025-111

- The pandas development team. 2020, pandas-dev/pandas: Pandas, latest, Zenodo, doi: 10.5281/zenodo.3509134
- Van Rossum, G., & Drake, F. L. 2009, Python 3 Reference Manual (Scotts Valley, CA: CreateSpace), doi: 10.5555/1593511
- Virtanen, P., Gommers, R., Oliphant, T. E., et al. 2020, Nature Methods, 17, 261, doi: 10.1038/s41592-019-0686-2
- Wall, J. V., & Jenkins, C. R. 2012, Practical Statistics for Astronomers
- Warren, S. G., & Brandt, R. E. 2008, Journal of Geophysical Research (Atmospheres), 113, D14220, doi: 10.1029/2007JD009744
- Young, H. D., & Feedman, R. A. 2016, Física IV: Sears e Zemansky: Ótica e física moderna (São Paulo: Pearson Education do Brasil)
- Zubko, V. G., Mennella, V., Colangeli, L., & Bussolletti, E. 1996, MNRAS, 282, 1321, doi: 10.1093/mnras/282.4.1321

Nenhum tipo de Inteligência Artificial foi usado na confecção deste trabalho