


INTERAÇÃO SOLO-ESTACA DE

PLATAFORMAS OFFSHORE

Ernesto Daniel Chiang Valenzuela

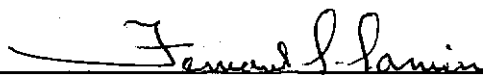
TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO
DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.)

Aprovada por:



AGUSTIN JUAN FERRANTE

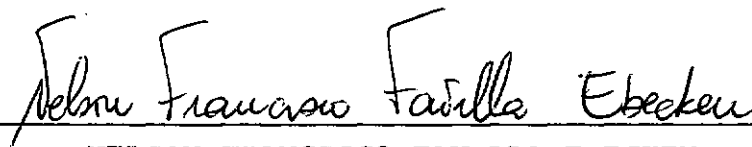
(PRESIDENTE)



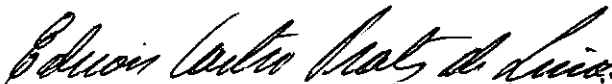
FERNANDO LUIS LOBO BARBOSA CARNEIRO



SERGIO RODOLFO CACACE MUELLER



NELSON FRANCISCO FAVILLA EBECKEN



EDISON CASTRO PRATES DE LIMA

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

DEZEMBRO DE 1980

VALENZUELA, ERNESTO DANIEL

Interação Solo-Estaca de Plataformas
Offshore | Rio de Janeiro | 1980.

IX, 131p. 29.7cm (COPPE/UFRJ, M.Sc,
Engenharia Civil, 1980)

Tese - Univ. Fed. Rio de Janeiro. Fac.
Engenharia

1. Interação Solo-Estaca I. COPPE/UFRJ
II. Título(série)

AGRADECIMENTOS

Aos Professores da COPPE/UFRJ pelos conhecimentos transmitidos, em especial ao Professor Agustin Juan Ferrante por sua orientação, críticas e estímulo constante durante a realização deste trabalho.

Ao Engenheiro Sergio Mueller pela colaboração e incentivo recebidos no desenvolvimento da Engenharia de Plataformas Offshore.

Ao Engenheiro Adolfo Pinheiro Andion pelo apoio recebido para cursar o Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil.

A Eliana Teixeira da Rocha e Aldemir Bonfim dos Santos pela confecção gráfica do trabalho.

A todos os colegas da Divisão de Engenharia do Departamento de Produção da PETROBRÁS pelo apoio, colaboração e amizade que nos une.

RESUMO.

Na Análise Estrutural de Plataformas Offshore Fixas, é usual representar o solo por molas (chamadas também de molas de Winkler), cujo comportamento não linear é definido por curvas força-deformação, provenientes de ensaios de laboratório ou através de testes de provas de carga de estacas em escala real. O método de solução de Winkler consiste então, em colocar em cada extremo do segmento da estaca uma mola representando o comportamento axial e lateral do solo. A Norma API define a relação força-deformação do solo para estacas carregadas lateralmente, através das curvas "P-Y".

No entanto, a relação força-deformação do solo para estacas carregadas axialmente, não está definida pela Norma. É necessário então, utilizar curvas que representem a transferência de carga ao solo em função da profundidade, proveniente de ensaios realizados por diferentes autores.

Este esquema de cálculo dá excelentes resultados numéricos, quando as molas não estão muito afastadas uma da outra. No entanto, para Plataformas de grande porte o método de solução de Winkler aumenta excessivamente o número de graus de liberdade necessários à Análise Estrutural.

O objetivo deste trabalho é apresentar um modelo alternativo de cálculo para reduzir o número de graus de liberdade imposto pela solução de Winkler. Com esta finalidade é obtida uma Matriz de Rigidez para o Sistema Estaca-Solo, proveniente da integração da equação diferencial que controla o estado de tensões do Sistema.

O cálculo da resposta estrutural levando em conta a não linearidade do solo é feita através do método iterativo de Newton-Raphson.

Finalmente é comparado o modelo numérico proposto neste trabalho, com a solução convencional de Winkler, indicando em cada caso o campo de aplicação e os testes de convergência de cada solução.

SUMMARY

Winkler springs are used to represent soil in the Structural Analysis of Offshore Platforms. The soil characteristics for the non-linear soil behaviour are obtained from laboratory tests or using full scale loaded piles.

The API Code through the "P-Y" curves, defines the stress-strain soil characteristics for laterally loaded piles.

Although, the stress-strain relationship for axial behaviour is not well defined by the Codes, a set of curves called the "T-Z" curves, are used in the Analysis of Axially loaded piles.

These curves were obtained from full scale axially loaded piles as a function of depth and the skin friction to undrained shear strength ratio.

The Winkler method usually works out well, for a close Winkler spring distribution. However a deep water Offshore Fixed Platform foundation analysis by the Winkler solution, excessively increases the number of degrees of freedom.

Applying Galerkin Techniques a stiffness matrix for the pile, including the soil properties, is developed, based on the integration of the differential equations for axial and lateral behaviour.

The structural response is obtained using the iterative Newton-Raphson method.

The results obtained for the soil-pile stiffness matrix are plotted against the Winkler solution to compare and test the numerical results provided by this method.

ÍNDICE

PÁGINA

I.	<u>INTRODUÇÃO</u>	
I.1	As Plataformas Offshore no Brasil	1
I.2	Análise Estrutural de Plataformas Fixas de Aço Estaqueadas	2
I.3	O problema da Interação Solo-Estaca	4
I.4	O Sistema ICES STRUDL-II	5
II.	<u>DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS DO SOLO</u>	
II.1	Comportamento de Estacas Isoladas Carregadas Axialmente	10
II.2	Estacas Carregadas Axialmente em Solos Arenosos	11
II.3	Estacas Carregadas Axialmente em Solos Argilosos	19
II.4	Relação Força-Deformação de Estacas Carregadas Axialmente em Solos Arenosos	25
II.5	Relação Força-Deformação de Estacas Carregadas Axialmente em Solos Argilosos	31
II.6	Comportamento de Estacas Carregadas Lateralmente	38
II.7	Relação Força-Deformação - Curvas "P-Y" para Estacas Carregadas Lateralmente em Solos Arenosos	40

II.8	Relação Força-Deformação - Curvas "P-Y" para Estacas Carregadas Lateralmente em Solos Argilosos	45
II.9	Apresentação de quatro (4) tipos de Solos para Verificação do Modelo de Interação Solo-Estaca	56
III.	<u>MODELO PARA SOLUÇÃO NUMÉRICA DE ESTACAS CARREGADAS AXIALMENTE</u>	
III.1	Cálculo da Matriz de Rigidez Axial da Estaca incluindo o Solo	62
III.2	Método de Solução para os Parâmetros $c(x)$ e $\beta(x)$	68
III.3	Matriz de Rigidez Axial da Estaca com Solução Polinomial Linear	70
IV.	<u>MODELO PARA SOLUÇÃO NUMÉRICA DE ESTACAS CARREGADAS LATERALMENTE</u>	
IV.1	Cálculo da Matriz de Rigidez Lateral da Estaca incluindo o Solo	72
IV.2	Método de Solução para o Parâmetro E_s do Solo	78
IV.3	Matriz de Rigidez Lateral da Estaca com Solução Polinomial Cúbica	84

IV.4	Matriz de Rigidez Lateral da Estaca com Solução Polinomial de Quarta Ordem	88
IV.5	Matriz de Rigidez Lateral da Estaca com Solução Polinomial de Quinta Ordem	93

V. VERIFICAÇÃO DO COMPORTAMENTO NUMÉRICO DO MODELO

V.1	Análise dos Resultados para Estacas Carregadas Lateralmente	98
V.2	Análise dos Resultados para Carga Axial	115

VI. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

VI.1	Resumo dos Resultados Obtidos	119
VI.2	Discussão dos Resultados	122
VI.3	Recomendações e Comentários sobre futuras Pesquisas	123

APÊNDICES

A.	Descrição do Programa de Computador Utilizado	124
B.	Matriz de Rigidez Axial para Areias	126

<u>BIBLIOGRAFIA</u>	130
---------------------	-----

I. INTRODUÇÃO

I.1 As Plataformas Offshore no Brasil

As prospecções marítimas no Brasil iniciaram-se em 1967 ao longo do litoral Nordeste.

O primeiro poço produtivo foi encontrado na Costa de Sergipe, no Campo de Guaricema em 1968, seguido pelos Campos de Caioba e Dourado (1969), Camorim (1970) e Robalo em 1974.

Em 1973 foi encontrado também petróleo no litoral do Rio Grande do Norte, no Campo de Ubarana, com apenas 13 metros de lâmina d'água e a 18 km da costa.

Além dos Campos de Sergipe e Rio Grande do Norte, foram encontrados em 1975 áreas produtoras perto de Alagoas no Campo de Agulha.

Os Campos de Guaricema e Caioba já entraram em produção em 1975, e os campos de Camorim e Dourado entraram em produção durante o ano de 1977, bem como Ubarana. Estes Campos se encontram em águas relativamente pouco profundas (15 a 30 metros), não havendo maiores dificuldades para a instalação de plataformas fixas e demais sistemas de produção (oleodutos).

Após a crise do Petróleo de 1973, foram intensificadas as prospecções petrolíferas, especialmente na Bacia de Campos (Estado do Rio de Janeiro), onde em 1974 o navio de Perfuração " PETROBRAS II " obteve o primeiro resultado positivo a 50 milhas da Costa e numa profundidade de 124 metros de lâmina d'água (Campo de Garoupa). Posteriormente vieram outras descobertas em águas mais profundas, como é o caso do Campo de Namorado com 146 e 196 metros de lâmina d'água, o Campo de Enchova com 116 metros de lâmina d'água e o Campo de Badejo com 94 metros de profundidade.

A 20 quilômetros do poço pioneiro de Garoupa a plataforma auto-elevatória " Penrod 62 " encontrava novamente óleo numa profundidade de 92 metros de lâmina d'água (Campo de Pargo). As descobertas mais recente no Estado do Rio de Janeiro , foram o Campo de Cherne com 117 e 142 metros de lâmina d'água e Pampo com 108 metros de profundidade.

Também foram intensificadas as prospecções no Nordeste, no Estado de Ceará, encontrando áreas promissoras nos Campos de Xaréu (30 metros de lâmina d'água), e o Campo de Curimã (48 metros de lâmina d'água) descoberto em 1978.

Até mediados de 1980 as atividades Offshore concentraram-se na area de Ubarana, no Rio Grande do Norte para aumentar o número de plataformas fixas de aço instaladas em águas rasas (10 a 16 metros de lâmina d'água).

I.2 Análise Estrutural de Plataformas Fixas de Aço Estaqueadas

A maioria das Plataformas instaladas ao longo da Costa Brasileira, são estruturas treliçadas de aço e fixadas ao fundo do mar por estacas cravadas até uma profundidade máxima de 80 à 90 metros abaixo do fundo marinho. Esta profundidade de cravação, fica limitada principalmente pelo tipo de solo; martelos de cravação a serem utilizados e a lâmina d'água onde será instalada a Plataforma.

A figura (I-1) mostra o modelo estrutural típico de uma Plataforma fixa de aço. A estrutura possui dois (2) convéses, sendo o superior destinado principalmente aos equipamentos e Sondas de Perfuração, e o inferior destinado a suportar os equipamentos de Facilidades de Produção. Em Plataformas de grande porte, o Convés Superior também é utilizado para suportar Módulos com equipamentos de processo e/ou utilidades, uma vez que a Sonda de Perfuração é retirada depois de completar os poços. A estrutura treliçada que suporta os convéses é chamada de "jaqueta" por vestir e dar suporte aos tubos condutores dos poços. Finalmente esta estrutura é fixada ao fundo do mar por estacas que são cravadas através das pernas da estrutura da jaqueta, e finalmente soldadas conjunta-

mente no topo da perna, ou cimentadas no seu espaço anular para evitar o movimento relativo entre a estrutura da jaqueta e a estaca.

O solo é usualmente representado por molas (chamadas também de molas Winkler), cujo comportamento não linear é definido por curvas força-deformação provenientes de ensaios de laboratório em escala reduzida, ou através de provas de carga de estacas em escala real.

A Norma API define a relação força-deformação do solo, através das curvas "P-Y". Estas curvas representam a reação do solo em função da profundidade sobre uma estaca carregada por forças horizontais.

No entanto, a relação força-deformação do solo para estacas carregadas axialmente não está definido pela Norma. A Norma define somente o valor máximo da reação do solo que está em equilíbrio com a carga máxima aplicada na cabeça da estaca. É necessário então utilizar curvas provenientes de ensaios realizados por diferentes autores, que determinam a razão de transferência de carga da estaca ao solo.

Tendo a superestrutura da plataforma (jaqueta e conveses) um comportamento linear, é usual na análise estática, condensar a superestrutura toda ao nível do fundo marinho. O problema da não linearidade é resolvido então, somente a nível das fundações , uma vez carregada a matriz condensada da superestrutura e o vetor de cargas nodais equivalente.

A análise da interação solo-estaca é realizada segmentando a estaca em vários trechos, e colocando nos extremos de cada segmento duas (2) molas, uma para comportamento axial e a outra para o comportamento lateral do solo.

O Capítulo II está destinado a descrever em detalhe a obtenção das curvas "T-Z" de comportamento axial, e as curvas "P-Y" de comportamento lateral em função dos parâmetros do solo. Para as curvas "T-Z" são dadas as referências que deram origem as curvas, como também os fatores de correlação e ajuste finais , utilizados comumente na prática do dimensionamento e cálculo de estacas carregadas axialmente.

Para as curvas "P-Y" definidas pela Norma API que somente especifica o caso de argilas moles e médias saturadas, são adicio

nadas as curvas para o caso de argilas rijas saturadas e acima do nível d'água. A solicitação pode ser estática ou cíclica, estando esta última curva em função do número de ciclos, permitindo modelar assim a deterioração do solo em função da aplicação da solicitação.

I.3 O Problema da Interação Solo-Estaca

O método de cálculo baseado nas molas de Winkler, da excelentes resultados numéricos quando as molas que representam o solo não estão muito afastadas uma da outra. No entanto, quando a plataforma aumenta de porte, com várias estacas auxiliares por perna, o método de solução de Winkler aumenta excessivamente o número de graus de liberdade necessários a Análise Estrutural.

Se consideramos por exemplo o caso de uma plataforma fixa de oito (8) pernas, com quatro (4) estacas auxiliares por perna até a profundidade de 55 metros e molas de Winkler cada metro, teríamos um total de 1792 nós. Se cada nó tem comportamento de pórtico espacial com 6 graus de liberdade por nó, teríamos somente nas fundações um total de 10752 graus de liberdade. No caso da análise dinâmica onde não é possível condensar a superestrutura ao nível do fundo marinho teríamos que adicionar aos graus de liberdade da fundação, os correspondentes à modelação da jaqueta e conveses.

Vemos assim que o número de graus de liberdade necessários a análise estrutural aumenta consideravelmente, fazendo inviável a análise da estrutura utilizando programas convencionais de computador, sobretudo no caso da análise dinâmica onde o número de graus de liberdade fica restrito, pelo fato que a superestrutura não pode ser condensada ao nível do fundo marinho. O objetivo deste trabalho é apresentar um método alternativo de cálculo para o caso da análise estática, visando reduzir o número de graus de liberdade imposto pela solução de Winkler. Para cumprir tal finalidade foi estudada uma matriz de rigidez que representa o sistema solo-estaca, proveniente da integração da equação diferencial que controla o estado de tensões, tanto no caso de carga axial, como no caso de cargas horizontais.

No Capítulo III é integrada a equação diferencial que controla o estado de tensões de estacas carregadas axialmente.

É obtida assim uma matriz de rigidez axial que é função das propriedades da estaca e dos parâmetros do solo.

No Capítulo IV é integrada a equação diferencial que controla o estado de tensões de estacas carregadas por forças horizontais, obtida do potencial do sistema estaca-solo.

Devido que a deformação lateral da estaca pode ser expressida em função dos deslocamentos nodais, através de funções de interpolação, foram escolhidas soluções polinomiais de 3^a, 4^a e 5^a ordem para testar o comportamento numérico do modelo proposto neste trabalho.

O Capítulo V está destinado a apresentar os resultados numéricos do modelo para quatro (4) tipos de solos. O perfil de alguns desses solos está composto por camadas de propriedades diferentes, para salientar assim, que o método de solução permite trabalhar com curvas de propriedades do solo descontínuas por trechos.

O Capítulo VI apresenta as principais conclusões do comportamento numérico do método de cálculo proposto, como também algumas sugestões sobre futuras pesquisas. Os resultados do modelo proposto são comparados com a solução de Winkler, indicando em cada caso o campo de aplicação e a convergência de cada solução.

I.4 O Sistema ICES STRUDL-II

FERRANTE^{II}, implementou novos comandos no Sistema ICES STRUDL II para analisar a interação fundação-estrutura de Plataforma Fixas de Aço estaqueadas, utilizando a hipótese de Winkler. Esta versão do Sistema ICES, orientada a Análise de Estruturas Offshore está atualmente implementada nos computadores da PETROBRÁS. Parte da informação contida neste trabalho foi utilizada no desenvolvimento dos comandos que definem o solo na linguagem orientada do sistema ICES, e na montagem da matriz de rigidez global do sistema estaca-solo da fundação. A informação apresentada no Capítulo II sobre os métodos de cálculo de estacas e a obtenção das curvas "P-Y" e "T-Z" está orientada

fundamentalmente a servir como bibliografia do trabalho de implementação realizado no Sistema ICES STRUDL II para análise de Plataformas Fixas de Aço.

Paralelamente o método de solução proposto neste trabalho, exprime os parâmetros do solo e propriedades da estaca através de uma matriz de rigidez, permitindo assim, a sua fácil utilização e implementação nos programas de análise dinâmica do Sistema ICES, como também uma modelagem mais real da fundação na análise dinâmica determinística de Plataformas Fixas de Aço de grande porte.

A Plataforma da Figura (I-1) foi projetada para ser instalada no Campo de Dourado de coordenadas UTM $X = 721950$ e $Y = 9770850$ e profundidade da lâmina d'água de 32 metros.

Esta plataforma, denominada de PDO-2 tem quatro (4) pernas de 34 polegadas de diâmetro e quatro (4) estacas de 30 polegadas de diâmetro. A penetração das estacas é de 65 metros. A altura total da estrutura acima do fundo marinho é de 50.69 mts. e seu peso de aproximadamente 700 toneladas métricas. A análise estrutural foi realizada na superestrutura (jaqueta) com um modelo de 88 nós e 177 barras, e na fundação com um modelo de 136 nós e 132 elementos.

Para dar uma noção dos comandos já implementados no Sistema ICES STRUDL II para análise estática de estruturas offshore, damos a continuação uma listagem dos dados da Plataforma PDO-2.

```
STRUDL 'PDO' 'PLATFORM'
TYPE SPACE FRAME
UNITS METERS MTON DEGREES
JOINT COORDINATES
  1  7.6125  7.6125  -1.000
.
.
.
MEMBER INCIDENCES
  1    1    2
.
.
.
MEMBER PROPERTIES
1 TO 20 TUBE '34X1.000' DIAMETER 0.864 THICKNESS 0.025
.
.
.
```

GENERALIZED CONSTRAINTS

59 12 U1 U1 U2 U2

. . .
. . .
. . .

LOADING

WAVE LOAD PERIOD 10.5 HEIGHT 12.527 SWL 32.78 -

ANGW 0. SURFC 1.37 BOTTC 0.305 MARG 4 -

MEMBERS 1 TO 114 301 TO 322 401 TO 406

0. 15.

0.05 22.0

0.075 28.0

0.05 32.0

RETRIEVE STIFFNESS ELEMENT 'CONVES' FILE 'MATRIX' 'CM-20X20'

ELEMENT INCIDENCES

'CONVES' 203 204 201 202

SUBSTRUCTURE

'PDO2' ELEM 1 TO 114 151 TO 'CONVES' -

BOUNDARY NODES 97 98 94 91

SOIL CHARACTERISTICS LAYERS 1

1 SAND MEDIUM DEPTH 65. WEIGHT 0.8 ANGLE 30.

PILE ANALYSIS WITH LAT FRICTION SEGM 2. PILES 4 SUBST 'PDO2'

1 NODE 97 X 15.61 X 15.61 Z -65 ED .762 THIC .044 E 21000000

2 NODE 98 X 15.61 X 15.61 Z -65 ED .762 THIC .044 E 21000000

3 NODE 94 X -15.61 X -15.61 Z -65 ED .762 THIC .044 E 21000000

4 NODE 91 X -15.61 X -15.61 Z -65 ED .762 THIC .044 E 21000000

SUBSTRUCTURE ANALYSIS 'PDO2'

LIST DISPLACEMENTS FORCES ALL

FINISH

A primeira parte da listagem dos comandos de linguagem orientada definem o título da estrutura, coordenadas, incidências e propriedades das barras.

O comando "GENERALIZED CONSTRAINTS" é utilizado para especificar a igualdade de deslocamentos laterais dos nós da jaqueta com a estaca, sem impor restrição nos graus de liberdade de rotação e deslocamento axial. O comando "WAVE LOAD" é utilizado para gerar as forças de uma onda de 12.527 mts. de altura e 10.5 segundos de período sobre a jaqueta. Outros dados incluídos no comando são: nível de águas tranquilas (32.78 mts.), ângulo de ataque da onda (0°), correnteza na superfície e no fundo (1.37 e 0.305 m/s respectivamente), e o número de níveis (4) e espessura das cracas marinhas nas diferentes profundidades. O comando escolhe a teoria de onda a ser aplicada (Airy, Stokes 5^a , Cnoidal e Solitária), e se o "OFFSET" da onda foi dado,

calcula então as forças sobre as barras da Plataforma. Se o "OFFSET" não foi especificado, estas forças são calculadas para diferentes posições da crista em relação a um referencial fixo na Plataforma, e guardadas aquelas forças de maior cisalhante na base.

O comando "RETRIEVE" é utilizado para ler a matriz de rigidez dos conveses que foram definidos numa rodada anterior, e guardada em arquivos de disco magnético (memória secundária).

O comando "SUBSTRUCTURE" é utilizado para condensar a estrutura da jaqueta ao nível do fundo marinho. Como é possível definir uma subestrutura dentro de outra, a subestrutura da jaqueta pode incluir a subestrutura dos conveses. Depois que este comando é executado, jaqueta, conveses e estacas acima do fundo marinho, ficam representados por uma matriz de rigidez e um vetor de cargas nodais equivalentes referidos aos nós 97, 98, 94 e 91 da fundação.

O comando "SOIL CHARACTERISTICS" é utilizado para definir os parâmetros do solo por camadas. No caso da PDO-2 o solo está composto de uma camada única de areia de 65 metros de espessura, peso submerso de 0.8 t/m^3 , e ângulo de atrito interno de 30° .

O comando "PILE ANALYSIS" é utilizado para realizar o estudo da interação fundação-estrutura. As estacas são consideradas em segmentos de 2 mts. tendo em cada extremo do segmento, uma mola de Winkler que representa a resistência axial e lateral do solo. O comando realiza uma análise estática não-linear do sistema estaca-solo, baseado no método iterativo de Newton-Raphson.

Uma vez completada a análise é conhecidos os deslocamentos dos nós 97, 98, 94 e 91, é possível prosseguir com a análise da subestrutura superior, impondo os deslocamentos conhecidos na base da jaqueta. Esquema semelhante de cálculo é utilizado na subestrutura dos conveses.

Finalmente são listados os deslocamentos de todos os nós e os esforços internos de todos os elementos da estrutura através do comando "LIST DISPLACEMENTS FORCES ALL".

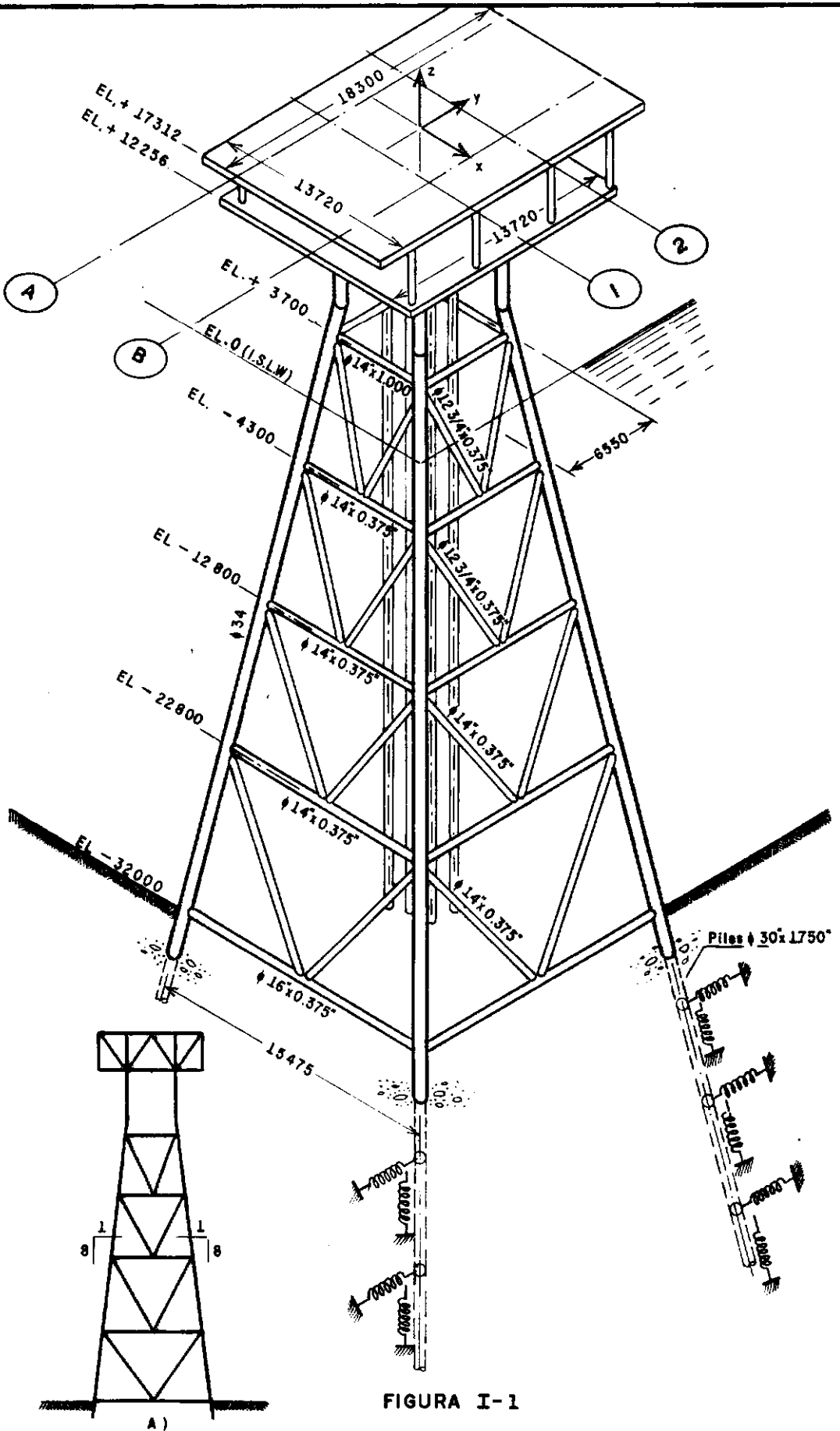


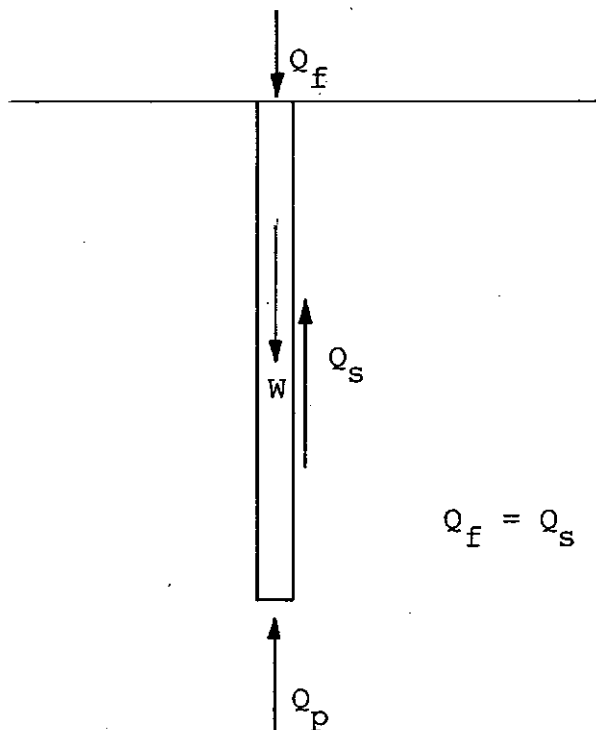
FIGURA I-1

MODELO DE PLATAFORMA FIXA DE AÇO

II. DEFINIÇÃO DOS PARÂMETROS DO SOLO

II.1. Comportamento de Estacas Isoladas Carregadas Axialmente

No comportamento estático de estacas isoladas sujeitas ao efeito de carga axial, as seguintes forças mostradas na figura (II-1), estão em equilíbrio com a carga aplicada:



$$Q_f = Q_s + Q_p - W \quad (II-1)$$

Figura (II-1)

Sendo:

Q_f = Carga axial aplicada

Q_s = Carga resistente desenvolvida na parede da estaca, devido ao atrito lateral.
Esta força é chamada também de força de aderência.

Q_p = Carga resistente desenvolvida no extremo da estaca, devido a resistência de ponta.

Para a maioria das aplicações práticas o peso próprio W da estaca é desprezível em relação as incertezas dos valores de Q_s e Q_p , sendo portanto ignorado.

II.2 Estacas Carregadas Axialmente em Solos Arenosos

Em solos não coesivos, a resistência Q_s está dada principalmente pelo efeito de atrito entre a parede da estaca e o solo.

Se considerarmos uma altura diferencial de estaca/solo:

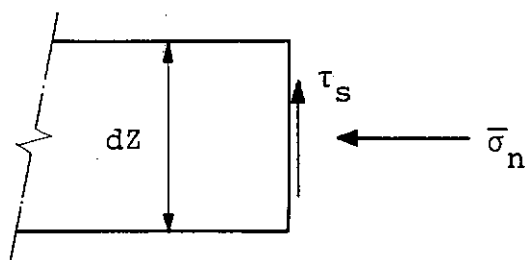


Figura (II-2)

A resistência por atrito lateral está dada por:

$$Q_s = \int \tau_s dA \quad (II-2)$$

Sendo:

τ_s : Tensão cisalhante desenvolvida na parede da estaca

Também:

$$\tau_s = \bar{\sigma}_n \mu = K \bar{\sigma}_v \mu \quad (II-3)$$

Onde:

$\bar{\sigma}_n$: Tensão efetiva normal a parede da estaca

μ : Coeficiente de atrito

$\bar{\sigma}_v$: Pressão normal efetiva

K : Coeficiente de pressão lateral do solo

Portanto:

$$Q_s = \int K \bar{\sigma}_v \mu \, dA \quad (II-4)$$

As seguintes dificuldades aparecem no uso da equação (II-4):

- (a) K é desconhecido. O seu valor é maior para estacas cravadas em areias sobreconsolidadas e, menor para estacas instaladas em furos perfurados.
- (b) μ é desconhecido, mas pode ser estimado por meio de testes de laboratório.
- (c) $\bar{\sigma}_v$ é desconhecido para profundidades maiores de 20 (vinte) diâmetros, já que o valor de $\bar{\sigma}_v$ de interesse é o valor mais próximo da parede da estaca, onde as tensões têm sido alteradas devido a cravação.

Do ponto de vista da engenharia prática é possível obter medições dos valores da tensão de atrito lateral $\bar{\tau}_s = K \bar{\sigma}_v \mu$ baseado em testes experimentais ou de laboratório. Entre os testes experimentais o mais conhecido é o teste no rio de Arkansas, onde estacas foram cravadas e testadas durante a constru

ção de uma barragem. Os resultados foram divulgados por FUGRO and ASSOCIATES, e conhecidos posteriormente como o teste de Arkansas.

Potyondy⁹ concluiu também, que este menor valor era devido que a água atuava como lubrificante entre as partículas do solo e a parede da estaca.

Outra pesquisa realizada por Broms⁹ demonstrou que o ângulo de atrito entre a parede da estaca e o solo é independente da densidade relativa da areia.

Como o atrito lateral depende da expressão $0.5 \gamma h$ que pela sua vez depende de h , aumenta com a profundidade.

Vesic⁵ pesquisou que o atrito lateral aumenta com a profundidade, somente em profundidades rasas, atingindo um valor limite para grandes profundidades.

No entanto, este não é sempre o caso, já que D'Appolonia e Romualdi⁹ acharam que o atrito lateral diminui perto do extremo da estaca, devido a resistência de ponta.

Também foi determinado por estes autores que o valor de K e $\tan \phi$ varia com a profundidade, dependendo da relação de vazios, saturação e pressão lateral do solo.

Portanto o uso indiscriminado da equação (II-4) pode conduzir a valores incorretos do atrito lateral, dependendo dos parâmetros da areia.

A Norma API-RP-2A¹ utiliza a equação (II-4) para estimar a carga última por atrito lateral de estacas cravadas em solos arenosos. A expressão $0.5 \gamma h$ é substituída pela pressão efetiva enterrada (p_o), ficando portanto o atrito lateral:

$$f = K p_o \operatorname{tg} \delta \quad (\text{II-5})$$

Onde K varia de 0.5 a 1.0

Para fundações profundas a Norma API recomenda um valor limite para o atrito lateral, a ser determinado das condições locais, provalmente seguindo a orientação já pesquisada por Vesic⁵, mas sem definir um valor para o valor limite.

Na engenharia prática de fundações os valores limites do atrito lateral utilizados comunmente são mostrados na Tabela (II-1)

TABELA (II-1)

VALORES LIMITES DO ATRITO LATERAL f

Tipo de Areia	ϕ (°C)	δ (°C)	fmax (KSF)	fmax ² (t/m ²)
Areia limpa	35	30	2.0	9.77
Areia siltosa	30	25	1.7	8.31
Silte arenosa	25	20	1.4	6.84
Silte	20	15	1.0	4.89

ϕ : Ângulo de atrito interno da areia

K = 0.5: Para força de tração

K = 0.7: Para força de compressão

O Manual Canadense de Engenharia de Fundações recomenda o uso do atrito lateral como independente da profundidade. Portanto a força de aderência é calculada como:

$$Q_s = f^* \int_0^L dA = f^* A \quad (\text{II-6})$$

Sendo:

f^* : Tensão de atrito lateral média , que é calculada como:

$$f^* = p_{fp} / \alpha \phi \quad (\text{II-7})$$

Sendo:

p_{fp} : Resistência de ponta medido usualmente nos testes de penetração standard (SPT)

$\alpha \phi$: Fator experimental estudado por Vesic (1970) e cujos valores são mostrados na Tabela (II- 2)

TABELA (II-2)

VALORES DO COEFICIENTE EXPERIMENTAL $\alpha \phi$

ϕ	25	30	35	40
$\alpha \phi$	35	50	75	110

ϕ : Ângulo de atrito interno da areia

O problema ainda permanece, devido a que é necessário estimar ϕ . O valor de ϕ pode ser estimado a partir de sondagens utilizando o registro de penetração Standard (SPT), de ensaios de laboratório (cisalhamento direto ou ensaio triaxial), ou de testes experimentais.

Também correlações com os valores do SPT foram feitas. Meyerhof⁹ (1956, 1976) calculou algumas correlações para p_{fp} e f^* , determinando:

$$p_{fp} \approx 4 \text{ SPT} \quad (\text{II-8})$$

$$f^* \approx \text{SPT}^* / 50 \quad (\text{II-9})$$

Onde:

SPT^* : Teste de penetração standard médio
(bpf) ao longo da estaca.

Van der Veen e Boersma (1957), e Beer⁹ (1963) fizeram correlações com os ensaios de CPT ("cone penetration test") obtendo as seguintes fórmulas:

$$p_{fp} \approx q_c \quad (\text{II-10})$$

$$\tau_s \approx f_c \quad (\text{II-11})$$

Onde:

q_c = resistência estática do cone

f_c = cisalhante médio medido na luva do cone

A resistência de ponta Q_p usualmente é calculada através da seguinte fórmula:

$$Q_p = A_p p_o N_q = A_p q \quad (\text{II-12})$$

Sendo:

- A_p : area da base da estaca incluindo o tarugo de solo
- p_o : pressão efetiva
- N_q : coeficiente de capacidade de carga vertical ("bearing capacity factor")
- q : resistência unitária do solo na ponta da estaca

A tabela ₁₂ (II-3) mostra os valores recomendados pela Norma API-RP-2A para o fator N_q . Para estacas muito compridas, a Norma API indica que a fórmula (II-2) pode dar valores exagerados da resistência unitária de ponta q , sendo o seu valor limite a ser determinado das condições locais do solo. Como a Norma não define este valor limite, inclui-se na tabela (II-3) os valores máximos de q usualmente utilizados na engenharia prática de projetos de fundações profundas.

A tabela (II-4) mostra os valores de N_q recomendados pelo Manual Canadense de fundações e baseado nos ensaios de Berezantsev's⁹ (1961):

Tabela (II-3)

Valores de N_q recomendados pela Norma API-RP-2A

Tipo de Areia	ϕ ($^{\circ}$ C)	N_q	q_{max} (ksf)	(t/m ²)
Areia limpa	35	40	200	977.36
Areia siltosa	30	20	100	488.68
Silte arenosa	25	12	60	293.21
Silte	20	8	40	195.47

Tabela (II-4)

Valores de N_q recomendados pelo Manual

Canadense de Fundações

Tipo de Areia	ϕ ($^{\circ}$ C)	N_q
Areia limpa	40	150
Areia siltosa	35	75
Silte arenosa	30	30
Silte	25	15

II.3 Estacas Carregadas Axialmente em Solos Argilosos

A fórmula (II-1) é novamente utilizada para calcular a capacidade axial da estaca. No entanto em solos argilosos o grau de saturação e o tempo de drenagem são fatores que afetam a resistência das argilas. Numa argila, antes de ser cravada uma estaca, a resistência do solo varia principalmente com a profundidade e não com o raio . Uma vez cravada a estaca o solo adjacente é remoldado, passando assim, a resistência da argila a variar com o raio . Assim, o solo é consolidado sob o efeito do solo remoldado e o estado de tensões originais na argila é mudado. A estaca é carregada e o estado de tensões na argila é mudado novamente.

Pelas razões acima, o dimensionamento estático de estacas em solos argilosos, deveria estar baseado em curvas de resistência de ensaios com solos remoldados. Como isto não é possível na maioria dos casos da prática, a força Q_s de atrito lateral usualmente é calculada pela seguinte fórmula:

$$Q_s = \int_0^l \tau_s dA = \int_0^l \alpha c dA_s \quad (II-13)$$

Sendo:

c : cisalhante não drenado da argila

α : fator de ajuste

A_s : area da parede da estaca

Para argilas com valores de c acima de 1000 psf (4.89 t/m²), PECK⁹ (1958) baseado em 21 ensaios determinou valores de α que variam de 0.27 à 1.18.

Tomlinson⁹ (1957) concluiu que α deve ser menor que 1 para argilas rijas, devido que na parte superior cunhas de solo perdem resistência devido ao efeito quebradiço da argila. Também foi pesquisado que α é maior em estacas de madeira e concreto, que em estacas de aço.

A figura (II-3) mostra a curva αc versus c recomendado pelo Manual Canadense de Fundações.

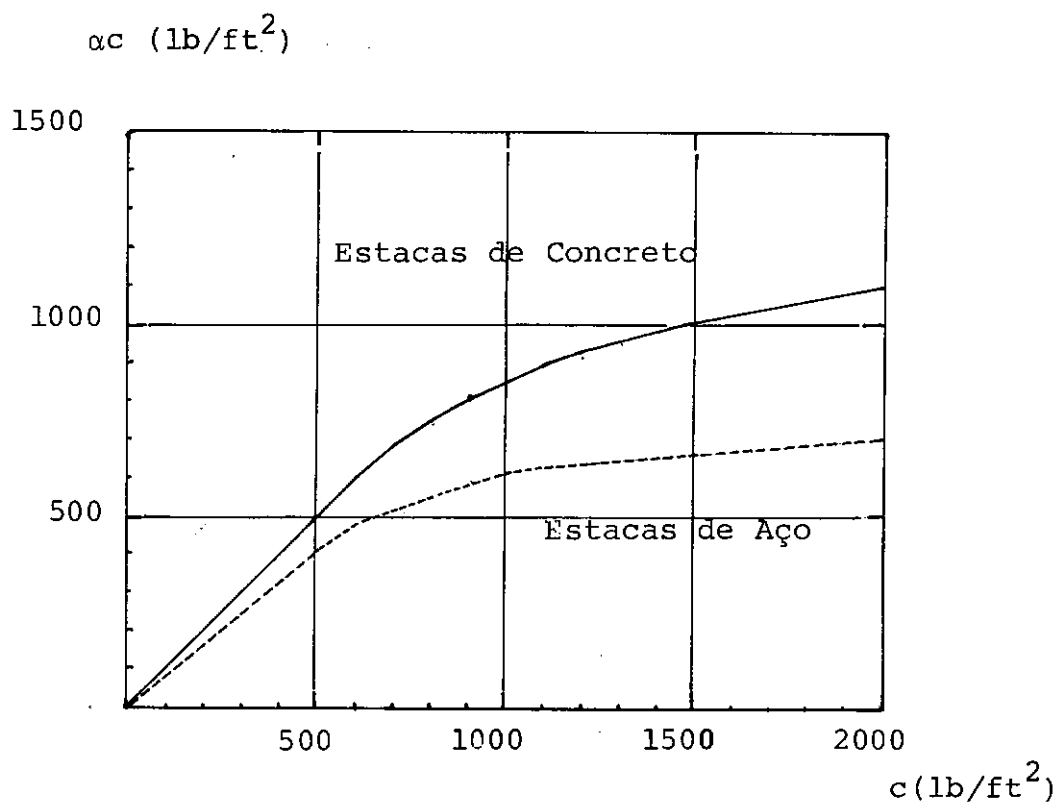


Figura (II-3)

Valores de α recomendados pelo Manual
Canadense de Fundações

Para estruturas offshores, Vijavergiya e Focht (1972) determinaram a força Q_s através da seguinte fórmula:

$$Q_s = \lambda (\bar{p}_o + 2 \bar{c}) A_s \quad (II-14)$$

Sendo:

\bar{p}_o : pressão efetiva média

\bar{c} : cisalhante não drenado do solo médio calculado ao longo da estaca .

λ : fator de ajuste

A_s : area da parede da estaca

A fórmula (II-14) foi baseada no círculo de Mohr, que relaciona as tensões principais com a tensão cisalhante através da seguinte relação:

$$\tau = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad (\text{II-15})$$

A fórmula (II-14) , também chamada de Método Lambda para calcular a força Q_s , tem sido muito criticada devido ao fato que a fórmula (II-15) do círculo de Mohr é válida para pressão total e não para pressão efetiva, como utilizado na fórmula (II-14). No entanto o grande número de ensaios realizados para correlacionar λ , tem feito com que este método seja amplamente utilizado na engenharia prática de plataformas offshore. A Norma da Sociedade Certificadora DNV² recomenda este método para estacas cravadas em argilas normalmente consolidadas ou levemente sobre consolidadas, quando o comprimento da estaca é maior que 15 metros. Os valores de λ recomendados nesta Norma variam entre 0.4 a 0.2 para profundidades menores que 15 metros, diminuindo para 0.1 para profundidades acima de 60 metros.

A figura (II-4) mostra a correlação feita com o parâmetro λ em função da profundidade, e a tabela (II-5) os valores numéricos de λ usualmente adotado em cálculos de fundações para estimar a força Q_s .

Tabela (II-5)

Valores de λ em Função da Profundidade

L (ft)	λ
0	0.5
10	0.37
20	0.30
40	0.22
60	0.18
80	0.16
110	0.14
330	0.11

A Norma API utiliza a fórmula (II-13) para calcular a força Q_s devida ao atrito lateral, substituindo o fator ac para o fator de atrito f , dado pela seguinte relação:

$$Q_s = \int_0^L f \, dA_s \quad (\text{II-16})$$

O valor de f está limitado ao valor de c , segundo as seguintes recomendações:

- (a) Para argilas com um alto índice de plasticidade, f pode ser igual a c para argilas sob e normalmente consolidadas. Para argilas sobre consolidadas f não deve ultrapassar o valor de 1000 psf (4.89 t/m²) para profundidades rasas, e o valor de c equivalente à argilas normalmente consolidadas para maiores profundidades.
- (b) Para outros tipos de argilas f pode ser igual a c para valores de c igual ou menor que 500 psf (2.44 t/m²), e igual a 0.5 c para valores de c maiores que 1500 psf (7.34 t/m²), variando linearmente entre estes dois (2) valores.

A resistência de ponta Q_p é calculada através da seguinte relação:

$$Q_p = 9 c A_p \quad (\text{II-17})$$

Sendo:

c : cisalhante não drenado do solo na profundidade da ponta da estaca

A_p : area da ponta da estaca, incluindo o tarugo do solo

Para solos com propriedades não uniformes abaixo da ponta da estaca, a Norma API recomenda que o ajuste seja feito no valor de c , para calcular a força de resistência de ponta Q_p .

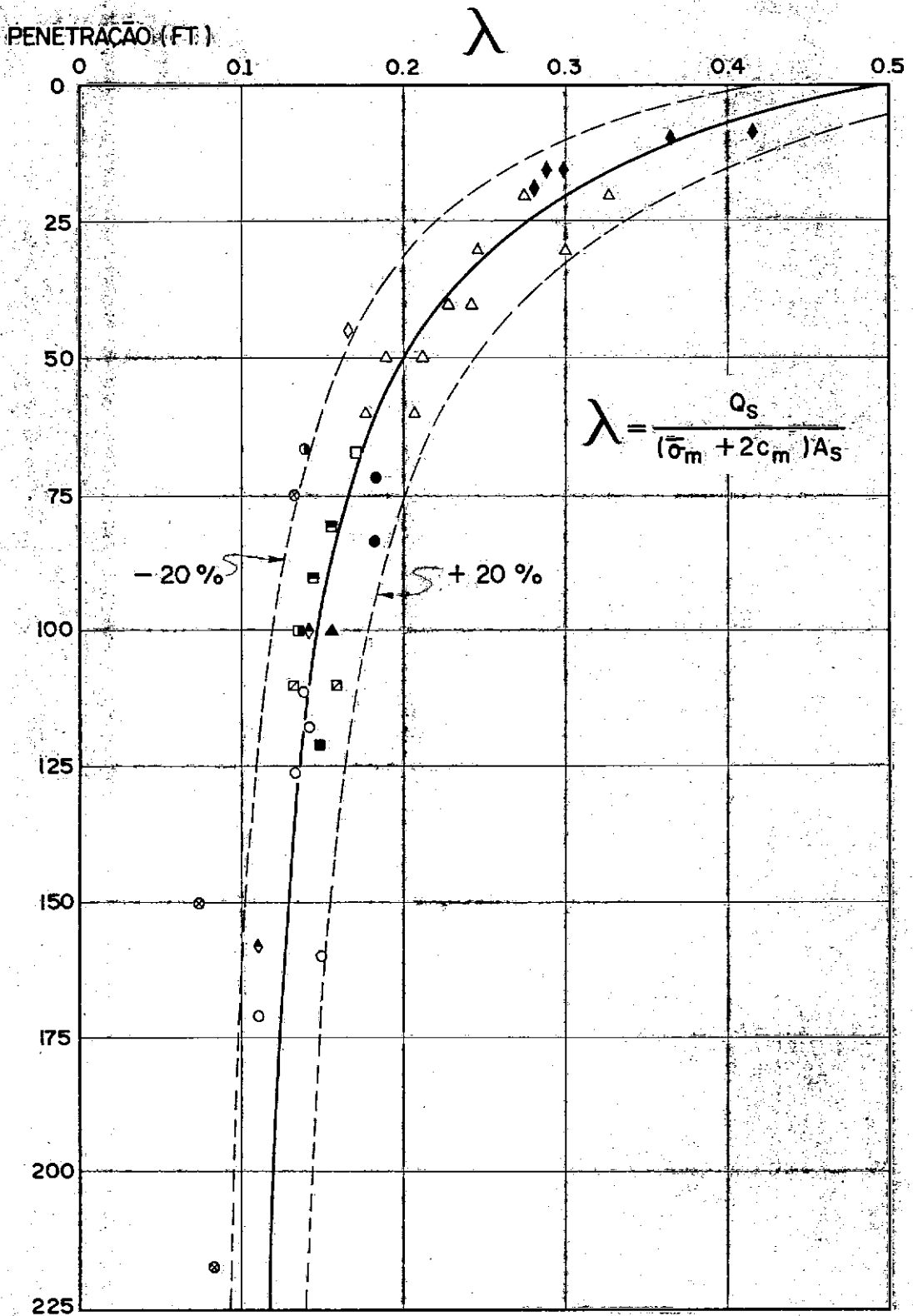


FIGURA II-4

CORRELAÇÃO DE λ VS A PROFUNDIDADE

II.4 Relação Força-Deformação de Estacas Carregadas Axialmente em Solos Arenosos

Para estimar a capacidade axial de uma estaca é necessário não só utilizar fórmulas estáticas e/ou dinâmicas, como aquelas já comentadas nos itens II.2 e II.3, como também dos subsidios de testes em escala real, para determinar os parâmetros que controlam o comportamento axial da estaca.

Na maioria dos casos de estacas cravadas em solos arenosos, uma percentagem importante da capacidade axial é resistida na ponta da estaca, sendo o restante da carga transpassada por atrito lateral ao solo.

Testes de estacas em escala real usualmente fornecem informação do deslocamento na cabeça da estaca versus a carga aplicada.

"Strain Gages" são instalados em várias profundidades, permitindo assim, a medição da transferência de carga ao solo.

A figura (II-5) mostra a forma típica de uma curva de força versus deslocamento axial da estaca.

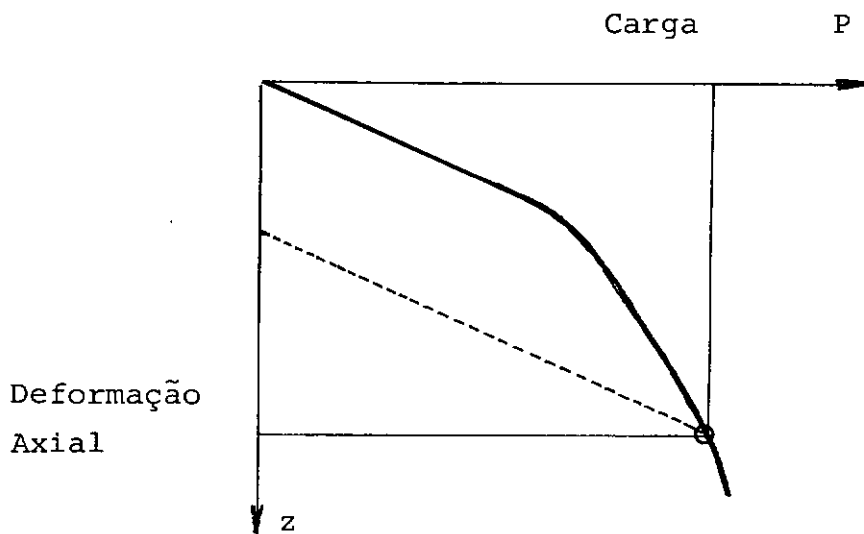


Figura (II-5)

Curvas de Carga Típica de Estacas
Carregadas Axialmente em Areias

Segundo a curva da figura (II-5) a estaca não colapsa afundando no solo, quando a carga axial aumenta, e sim por uma deformação axial contínua. A curva de descarga é indicada pela curva tracejada , que é sempre paralela a tangente inicial da curva.

A figura (II-6) mostra a variação da carga axial em função da profundidade de uma estaca carregada axialmente por uma força Q_f .

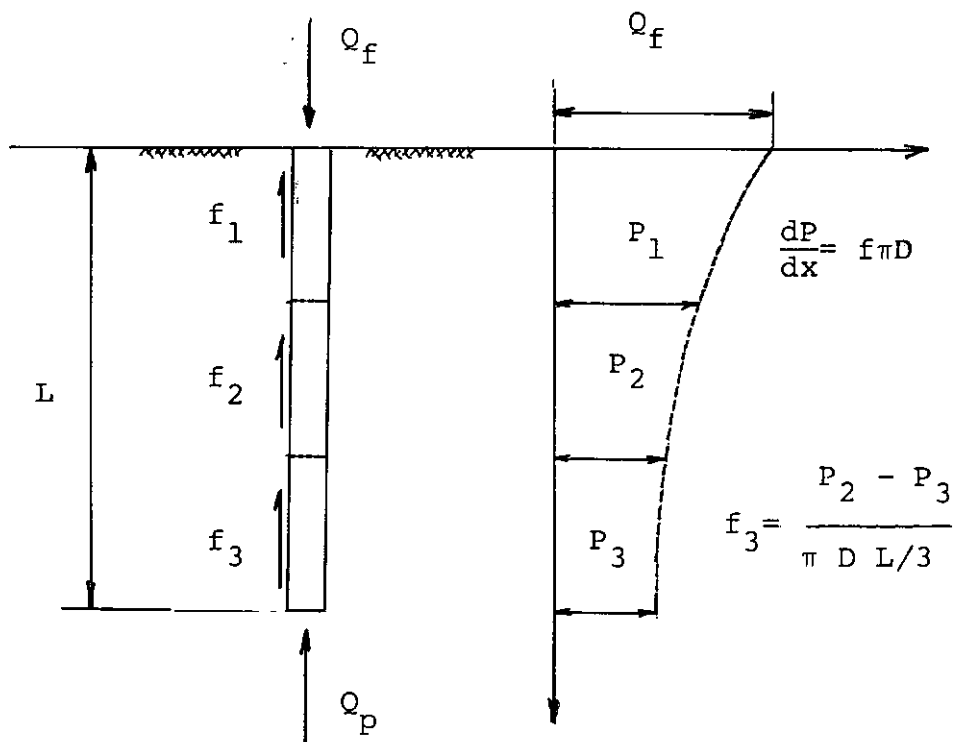


Figura (II-6)

Transferência de Carga de uma Estaca

Carregada Axialmente

O atrito lateral é calculado como a diferença da força axial obtida das medições feita nos extremos de cada segmento da estaca, dividida pela area circunferencial. Segundo este procedimento é possível definir então, o cálculo do atrito lateral f , como a transferência de carga representada pela derivada à curva, dividido pelo fator πD .

A figura (II-7) mostra o atrito lateral f como função da profundidade e a deformação axial da estaca, calculado pelo procedimento descrito acima para o Teste de Arkansas³.

Estas curvas indicam que existe uma relação linear entre o atrito lateral f e a deformação axial z , para pequenas deformações da estaca. Também o valor de f atinge um valor máximo para grandes deformações. É interessante salientar também que, o valor máximo de f diminui quando a profundidade aumenta. Coyle e Reese³, estudando o caso de argilas, correlacionaram o atrito lateral f com o cisalhante não drenado c do solo, versus a deformação axial da estaca.

Utilizando este procedimento é possível definir então curvas em função da razão f/c versus a deformação axial z .

A figura (II-8a) mostra os resultados do Teste de Arkansas em função da razão da transferência de carga para várias profundidades.

É interessante salientar que a razão f/c diminui, quando a profundidade aumenta, e não há um comportamento linear entre esta razão e a deformação z , para pequenos deslocamentos da estaca. A segunda observação interessante é o valor máximo da razão f/c que converge ao valor 0.5 para grandes profundidades. A curva A nesta figura é considerada representativa para profundidades de até 20 ft, e a curva B para profundidades acima de 20 ft. A razão de 7 obtida para a curva na profundidade de 5 ft. é ignorada devido a erros na sua obtenção, segundo explicado na referência 3. A curva A define uma razão de 2 para profundidades rasas, e a curva B uma razão de 0.5 para profundidades maiores. Estas curvas estão de acordo com as correlações feitas em ensaios de laboratório, sendo portanto amplamente utilizadas nos casos da engenharia prática.

A relação força-deformação para o caso da resistência de ponta é usualmente definida através de uma relação parabólica, tendo uma pendente de valor igual a 0.5, quando graficada em papel log-log. O valor máximo da força Q_p já foi definido através da fórmula (II-12), e o deslocamento máximo da ponta da estaca é definido pela seguinte relação:

$$z_u = \frac{0.01 \pi D}{(1 + D_{\zeta}^2)} \quad (\text{ II-18 })$$

Sendo:

D : diâmetro da estaca

D_{ζ} : densidade relativa da areia

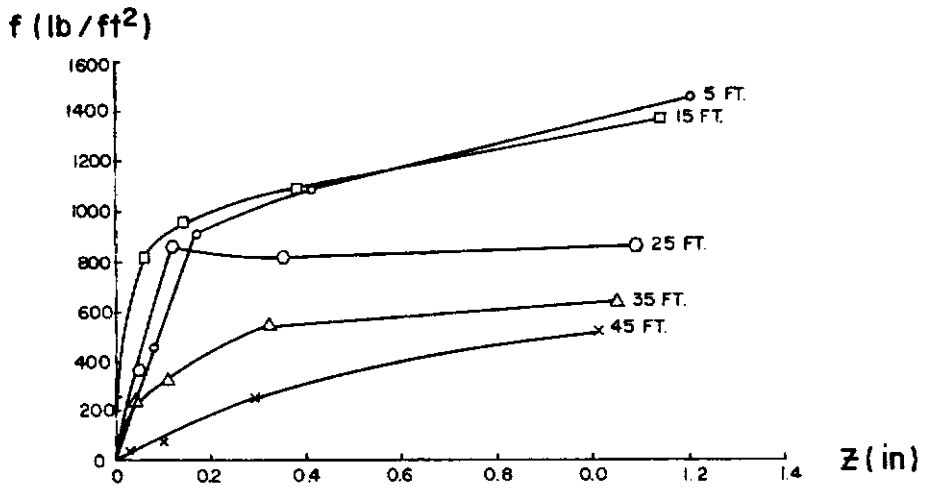
Os valores recomendados para a densidade relativa da areia, estão indicados na tabela (II-6)

Tabela (II-6)

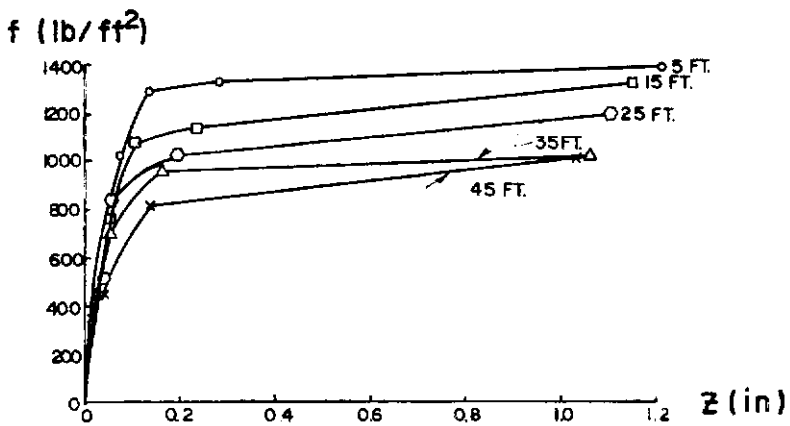
Densidade Relativa da Areia para Cálculo
do Máximo Deslocamento de Ponta

Tipo de Areia	D_{ζ}
Areia Densa	0.6-0.8
Areia Média	0.4-0.6

Finalmente as figuras (II-8b) e (II-8c) mostram as curvas da razão de transferência de carga e resistência de ponta , como função do deslocamento axial da estaca, utilizadas pela firma de Mecânica de Solos e Engenharia de Fundações, McClelland Engineers sediada em Houston-Texas, e também implementadas no Sistema ICES STRUDL II da PETROBRÁS.

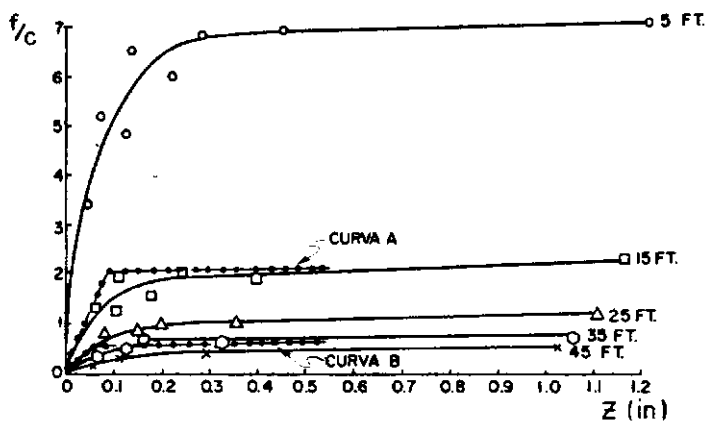


(a) ESTACA DE Ø 12.75" DE DIÂMETRO EXTERNO

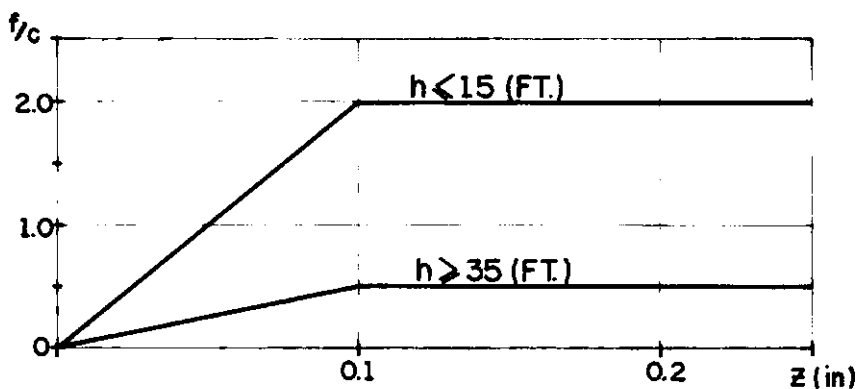


(b) ESTACA DE Ø 16" DE DIÂMETRO EXTERNO

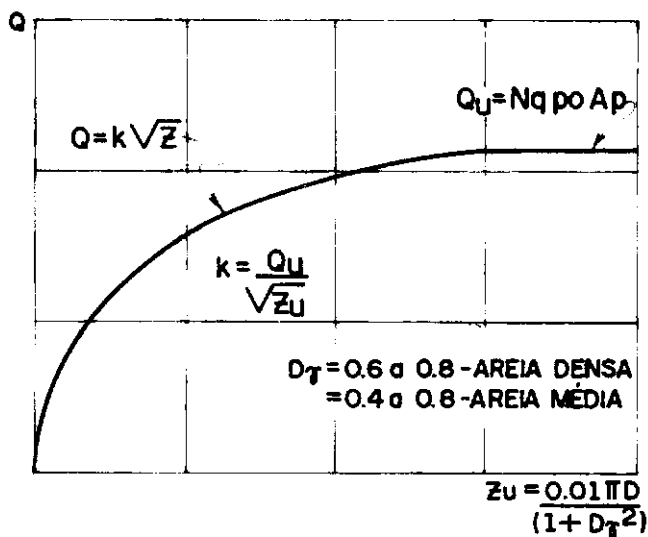
ATRITO LATERAL VS PROFUNDIDADE
PARA O TESTE DE ARKANSAS



(a) RAZÃO DE TRANSFERÊNCIA DE CARGA
TESTE DE ARKANSAS



(b) RAZÃO DE TRANSFERÊNCIA DE CARGA
TÍPICA DE AREIAS



(c) RESISTÊNCIA DE PONTA TÍPICA DE AREIAS

II.5 Relação Força-Deformação de Estacas Carregadas Axialmente em Solos Argilosos

A maioria dos desenvolvimentos analíticos feitos para determinar a relação força-deformação de estacas carregadas axialmente em solos argilosos, foram baseados em testes conduzidos por Reese, Trollope e Schlett⁴, mais conhecidos como teste da Califórnia, Austrália e Nebraska respectivamente.

As figuras (II-9a), (II-9b) e (II-9c) mostram as curvas de transferência de cargas como função da deformação axial da estaca para os diferentes testes.

A figura (II-9c) mostra um resumo de todos os testes em função da razão da transferência de carga e o cisalhante não drenado da argila. Nesta figura, a curva A é representativa para a profundidade de 5 ft. A curva B é representativa para a profundidade de 15 ft. Os pontos restantes apresentam uma relação linear, indicada pela curva C. É interessante salientar que alguns pontos da curva apresentam uma razão f/c maior que 1.0. Isto é devido ao fato que a comparação é feita com o cisalhante não drenado do solo obtido de amostras não perturbadas. Seed e Reese⁴, demonstraram que o cisalhante não drenado do solo adjacente a parede da estaca pode atingir uma resistência de aproximadamente 1.5 vezes maior que a resistência obtida de amostras não perturbadas pela cravação da estaca.

A figura (II-10a) mostra as curvas da figura (II-9c), quando comparada a curvas similares obtidas de ensaios de laboratório. As curvas A' e B' foram obtidas a partir das curvas A e B, dividindo as suas ordenadas pelo fator 1.5, para atender ao salientado por Seed e Reese.

A parte inicial da curva C' foi obtida da curva C, e os pontos restantes, de ensaios de laboratório onde foi possível estudar o comportamento desta curva para grandes deformações da estaca.

As curvas ajustadas A', B', C' são usualmente recomendadas no cálculo dos deslocamentos de estacas carregadas axialmente em argilas saturadas.

A figura (II-10b) mostra o comportamento destas curvas quando utilizadas no cálculo analítico do deslocamento axial da estaca em função da carga aplicada, para o teste da Australia. É possível observar que o ajuste teórico da curva calculada com os valores medidos no ensaio, é bastante satisfatório.

A relação força-deformação para o caso da resistência de ponta, também é definido através de uma relação parabólica com uma pendente de valor igual a 0.5, quando graficada em papel log-log. O valor máximo da tensão unitária já foi definido igual a $9c$ na fórmula (II-17), e o deslocamento máximo da ponta da estaca é definido por:

$$z_u = 2 \epsilon_{50} D \quad (\text{II-19})$$

Sendo:

D : diâmetro da estaca

ϵ_{50} : deformação específica correspondente a metade da máxima diferença das tensões principais. Quando não se dispõe de ensaios de laboratório os valores de 0.01 e 0.02 são recomendados para argilas rijas e moles respectivamente.

Finalmente as figuras (II-11a) e (II-11b) mostram as curvas da razão de transferência de carga e resistência de ponta como função do deslocamento axial da estaca, usualmente utilizadas na prática e atualmente implementadas no Sistema ICES STRUDL II da PETROBRÁS.

As curvas da razão de transferência de carga estão baseados no Teste de Morganza, conduzido na Louisiana por Reese⁴, e cujos valores numéricos estão indicados na tabela (II-7).

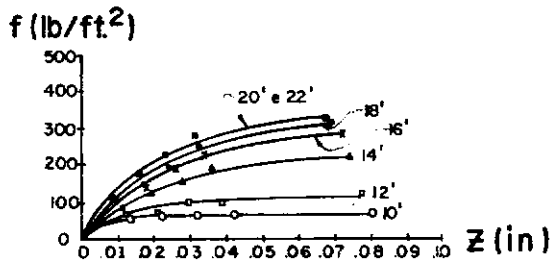
Tabela (II-7)

Razão de Transferência de Carga como Função
da Deformação Axial da Estaca, Recomendados
por Coyle e Reese para Argilas Saturadas

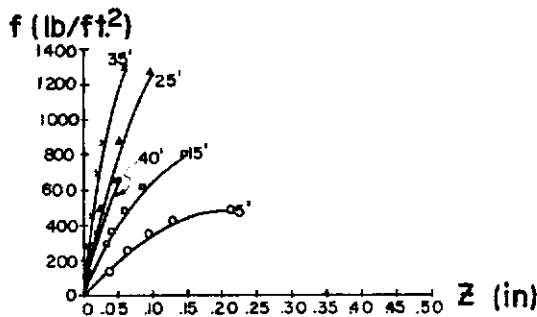
Penetração (ft)	5	15	>20
z (in)	Razão	Razão	Razão
0.00	0.00	0.00	0.00
0.01	0.07	0.12	0.18
0.02	0.12	0.20	0.38
0.04	0.20	0.33	0.79
0.06	0.28	0.45	0.97
0.08	0.35	0.56	1.00
0.12	0.46	0.73	0.97
0.16	0.52	0.83	0.93
0.20	0.53	0.85	0.93
> 0.20	0.53	0.85	0.93

A figura (II-12) mostra o comportamento das curvas implemen_utadas no Sistema ICES STRUDL II, quando utilizadas no cálculo analítico da curva de carga para o teste de Morganza-Louisiana conduzido por Reese.

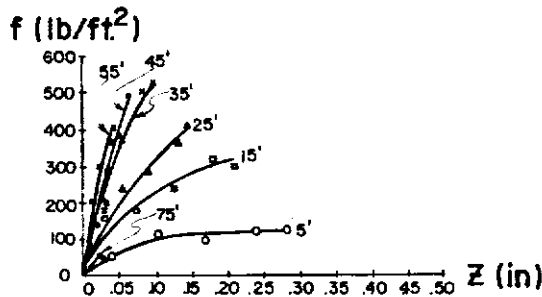
Também é possível observar neste caso que o ajuste teórico da curva calculada é bastante satisfatório, quando comparado com os valores medidos no teste.



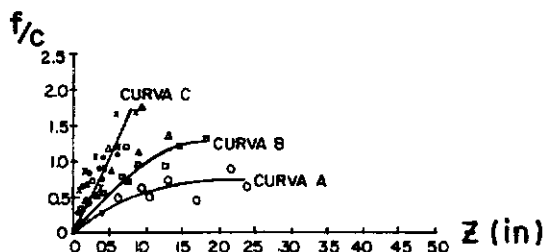
(a) ATRITO LATERAL VS PROFUNDIDADE
TESTE DA CALIFÓRNIA



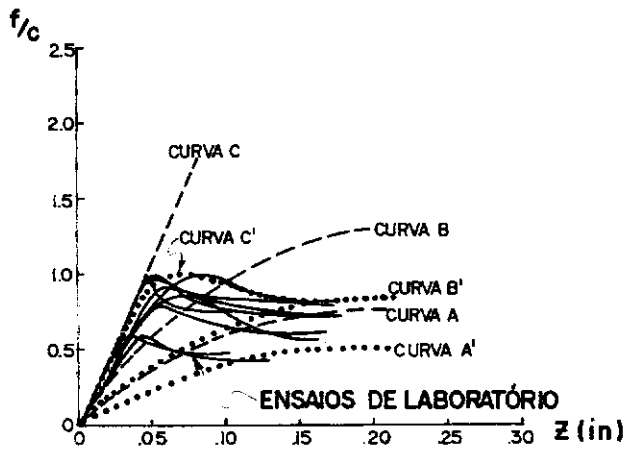
(b) ATRITO LATERAL VS PROFUNDIDADE
TESTE DE NEBRASKA



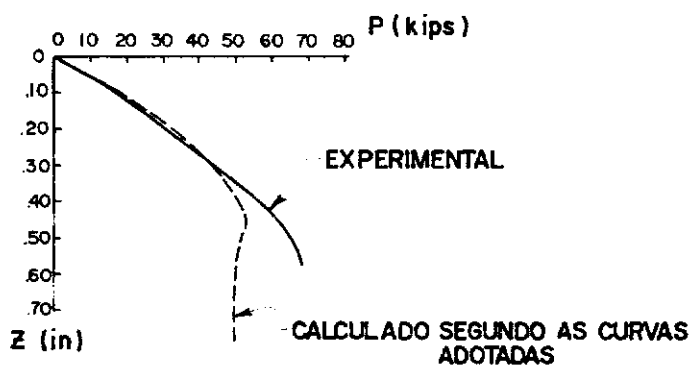
(c) ATRITO LATERAL VS PROFUNDIDADE
TESTE DA AUSTRÁLIA



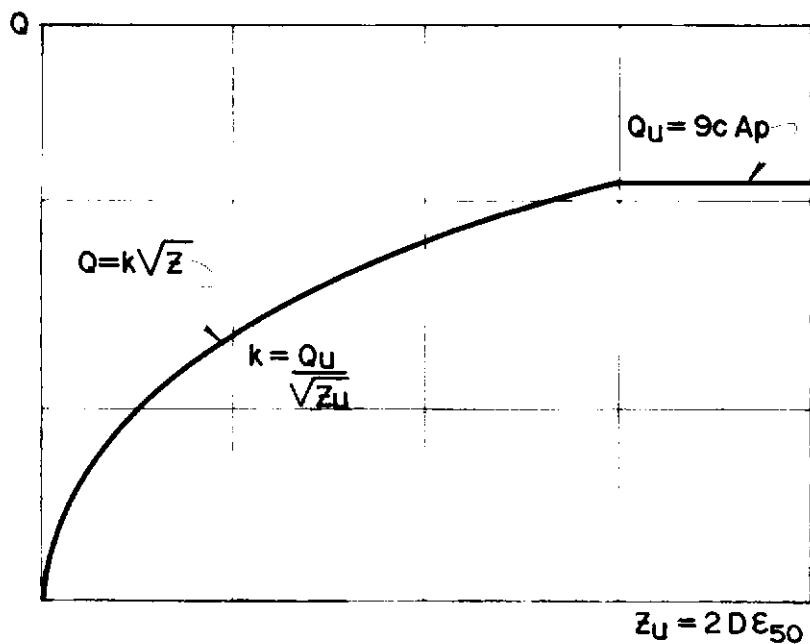
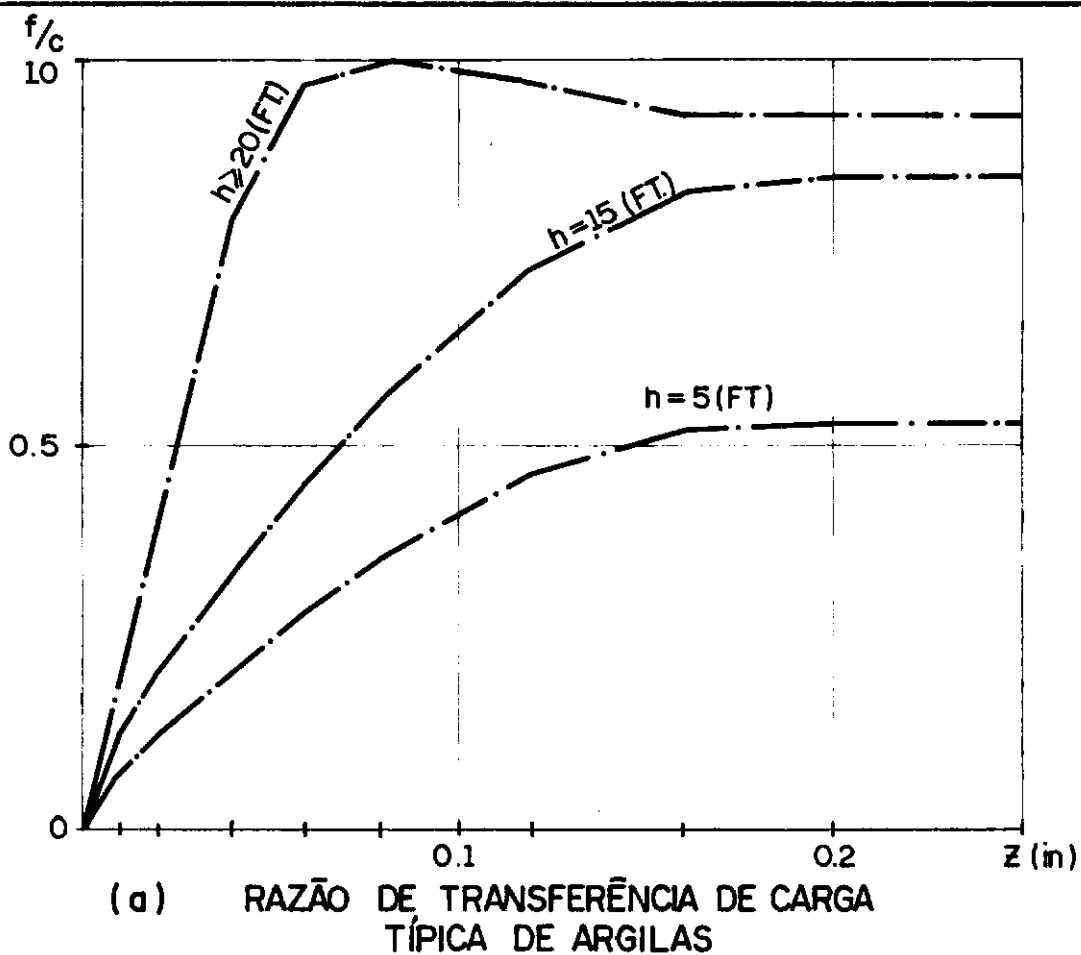
RAZÃO DE TRANSFERÊNCIA DE CARGA
PARA TODOS OS ENSAIOS



(a) RAZÃO DE TRANSFERÊNCIA DE CARGA
DE TODOS OS ENSAIOS VS ENSAIOS DE LABORATÓRIO



(b) CURVA DE CARGA PARA O TESTE DA AUSTRÁLIA



(b) RESISTÊNCIA DE PONTA TÍPICA DE ARGILAS

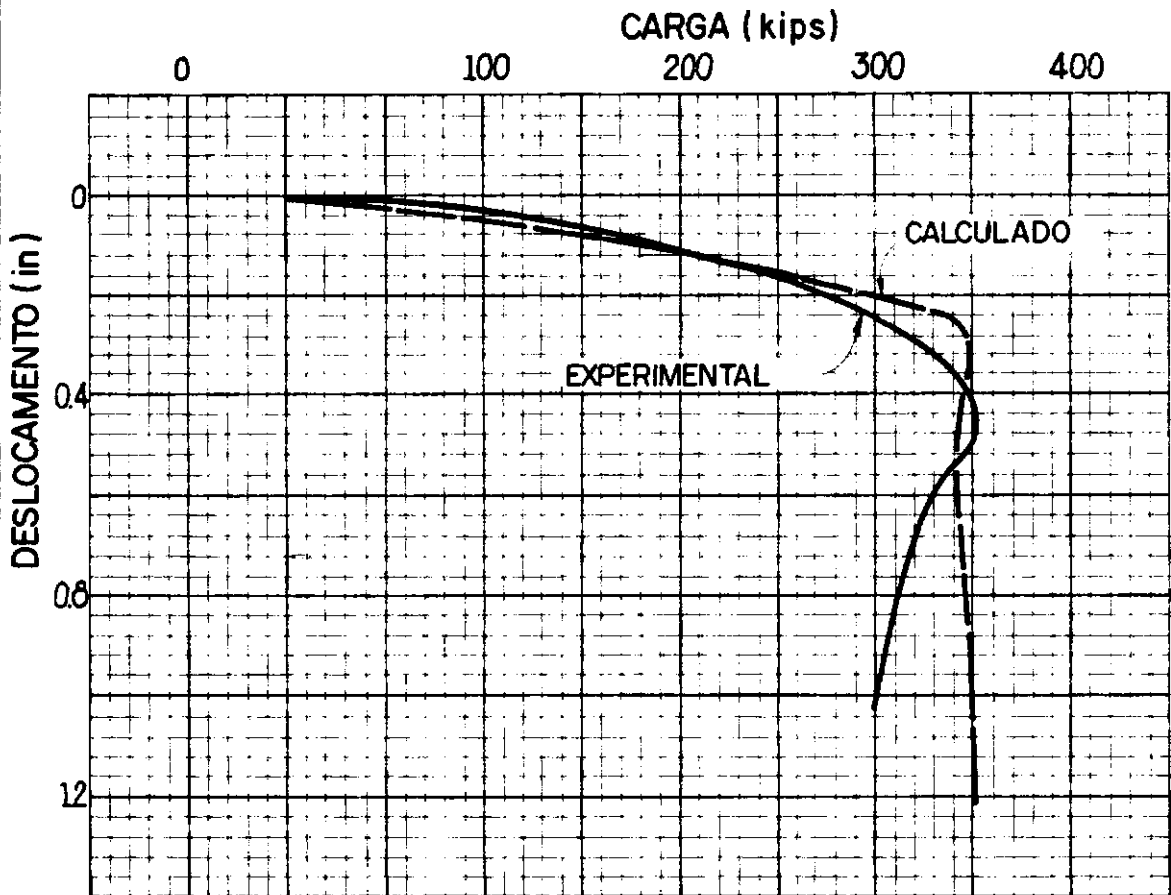


FIGURA II-12
TESTE DE CARGA
MORGANZA - LOUISIANA
Ø 30" OD (L=80 FT.)

II.6 Comportamento de Estacas Carregadas Lateralmente

A solução de estacas carregadas lateralmente é mais complexa que o caso de carga axial devido a que é necessário resolver uma equação diferencial de quarta ordem.

A equação diferencial a ser resolvida é derivada da teoria convencional de vigas:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} - p(x,y) = 0 \quad (II-20)$$

Ou, se levamos em conta o efeito da carga axial no deslocamento lateral da estaca, temos:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} + Q_x \frac{d^2 y}{dx^2} - p(x,y) = 0 \quad (II-21)$$

Onde:

EI : Rigidez de flexão da estaca

y : Deformação lateral da estaca

Q_x : Carga axial

$p(x,y)$: Reação lateral unitária do solo

O comportamento do solo para estacas carregadas lateralmente é representado pelas curvas $p - y$, que relacionam a resistência do solo com a deformação lateral da estaca para varias profundidades, segundo indicado na figura (II-13)

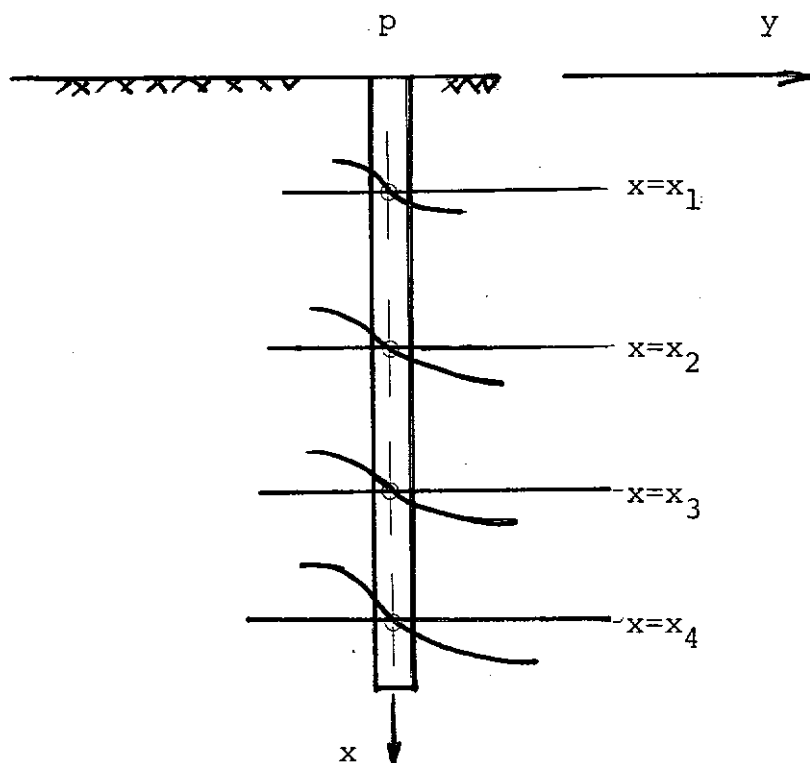


Figura (II-13)

Conjunto de Curvas $p - y$

Em geral estas curvas são não-lineares e dependem de vários parâmetros, tais como: profundidade, resistência ao esforço cisalhante do solo e número de ciclos de carga.

O módulo da reação do solo usualmente é definido como:

$$E_s = \frac{p}{y} \quad (\text{II-22})$$

E_s pode variar arbitrariamente com a profundidade e a de formação lateral da estaca, no entanto, é usual considerar que varia linearmente com a profundidade somente, sendo $E_s = kx$ uma das hipóteses mais aceitas.

As curvas " $p - y$ " foram obtidas de testes experimentais utilizando estacas em escala real e para as seguintes condições:

- (a) Areias submersas e acima do nível freático
- (b) Argilas moles e rijas submersas
- (c) Argilas rijas acima do nível freático

A maior crítica feita as curvas " p - y " é que estão baseadas num número reduzido de ensaios. Também do ponto de vista do carregamento, não são aplicáveis para cargas estáticas permanentes

II.7 Relação Força-Deformação. Curvas "P-Y" para Estacas Carregadas Lateralmente em Solos Arenosos

Reese, Cox and Koop (1974) apresentaram procedimentos para obter curvas p - y de areias. Estas curvas são válidas para cargas estáticas de curta duração e cargas cíclicas. O procedimento de obtenção destas curvas é descrito a seguir:

- (a) Obter as propriedades e parâmetros do solo e estaca tais como: ϕ , γ , D
- (b) Calcular os seguintes parâmetros a serem utilizados no cálculo da resistência do solo:

$$\alpha = \frac{\phi}{2}, \beta = 45 + \frac{\phi}{2}, K_o = 0.4, K_a = \tan^2 \left(45 - \frac{\phi}{2} \right)$$

- (c) Calcular a resistência do solo:

- Resistência para profundidades rasas

$$P_{us} = \gamma H \left\{ \frac{K_o H \tan \phi \sin \beta}{\tan(\beta - \phi) \cos \alpha} + \frac{\tan \beta}{\tan(\beta - \phi)} (D + H \tan \beta \tan \alpha) + K_o H \tan \beta (\tan \phi \sin \beta - \tan \alpha) - K_a D \right\} \quad (II-23)$$

- Resistência para outras profundidades:

$$p_{ud} = K_a D \gamma H (tg^8 \beta - 1) + K_o D \gamma H tg \phi tg^4 \beta \quad (II-24)$$

(d) Calcular o ponto de interseção, X_t das duas equações acima para determinar a profundidade da aplicação da resistência da areia em profundidades rasas ou profundas. Calcular os pontos u, m e k da curva como segue:

(e) Calcular o deslocamento y_u como $3D/80$, e calcular p_u como:

$$p_u = A p_{us} \text{ ou } A p_{ud} \quad (II-25)$$

(f) Determinar o valor de A segundo a figura (II-14) para a profundidade desejada e carregamento estático ou cíclico.

(g) Calcular o deslocamento y_m como $D/60$; e calcular p_m como:

$$p_m = \frac{B}{A} p_u \quad (II-26)$$

(h) Determinar o valor de B segundo a figura (II-14) para a profundidade desejada e carregamento estático ou cíclico.

(i) Determinar o valor da pendente inicial da curva " $p - y$ " escolhendo o valor de k da tabela (II-8), sendo:

$$p_k = \frac{H}{D} k y_k \quad (II-27)$$

$$y_k = \left(\frac{D p_m}{k H y_m^{1/n}} \right)^{n/n-1}$$

(j) Ajustar uma parábola entre os pontos k e m como segue:

$$p = \left(\frac{P_m}{\gamma_m^{1/n}} \right) y^{1/n} \quad (\text{II-28})$$

- A potência, n da curva parabólica está dada por :

$$n = \frac{1.25 B}{(A - B)} \quad (\text{II-29})$$

- Os valores de n estão indicados na tabela (II-9) em função da profundidade e para carregamento estático ou cíclico.

- Para algumas combinações dos parâmetros da areia em profundidades de aproximadamente 30 metros, a utilização do valor de k escolhido, pode resultar num deslocamento y_k maior que y_m . Se esse for o caso, a porção parabólica da curva deve ser omitida. Para as curvas acima descritas, as seguintes variáveis foram utilizadas:

p_u : Resistência última da areia

A, B : Coeficientes empíricos de ajuste

γ : Peso específico submerso do solo

H : Profundidade

K_o : Coeficiente de pressão do solo em repouso

ϕ : Ângulo de atrito interno da areia

D : Diâmetro da estaca

K_a : Coeficiente mínimo de pressão ativa do solo (coeficiente de Rankine)

Tabela (II-8)

Valores de k

Densidade	Areias		Areias acima	
	Submersas		do nível freático	
	k		k	
	(lb/in ³)	(t/m ³)	(lb/in ³)	(t/m ³)
Solta	20	554.10	25	692.62
Media	60	1662.29	90	2493.43
Densa	125	3463.10	225	6233.58

Tabela (II-9)

Valores do Coeficiente de Ajuste "A" e "B",
e da Potência "n" da Curva Parabólica

x/D	Estático			Cíclico		
	A	B	n	A	B	n
0.0	2.92	2.17	3.62	0.75	0.55	3.44
0.5	2.50	1.85	3.56	0.95	0.72	3.91
1.0	2.10	1.55	3.52	1.08	0.83	4.15
1.5	1.77	1.29	3.36	1.10	0.87	4.73
2.0	1.47	1.07	3.34	1.05	0.82	4.46
2.5	1.23	0.86	2.91	1.00	0.73	3.38
3.0	1.07	0.73	2.68	0.98	0.70	3.13
3.5	0.95	0.60	2.14	0.92	0.60	2.34
4.0	0.90	0.52	1.71	0.90	0.51	1.63
4.5	0.88	0.50	1.64	0.88	0.53	1.89
5.0	0.88	0.50	1.64	0.88	0.55	2.08

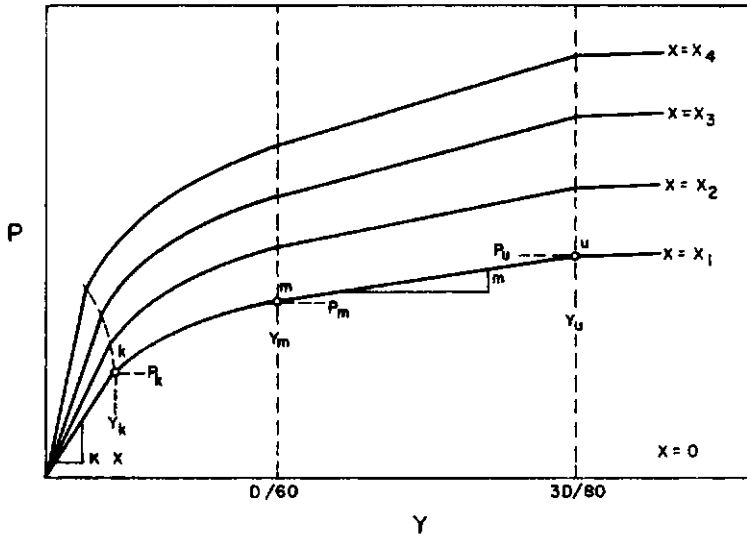


FIGURA II - 14
(a) CURVAS P-Y PARA AREIAS
FORMA TÍPICA DAS CURVAS

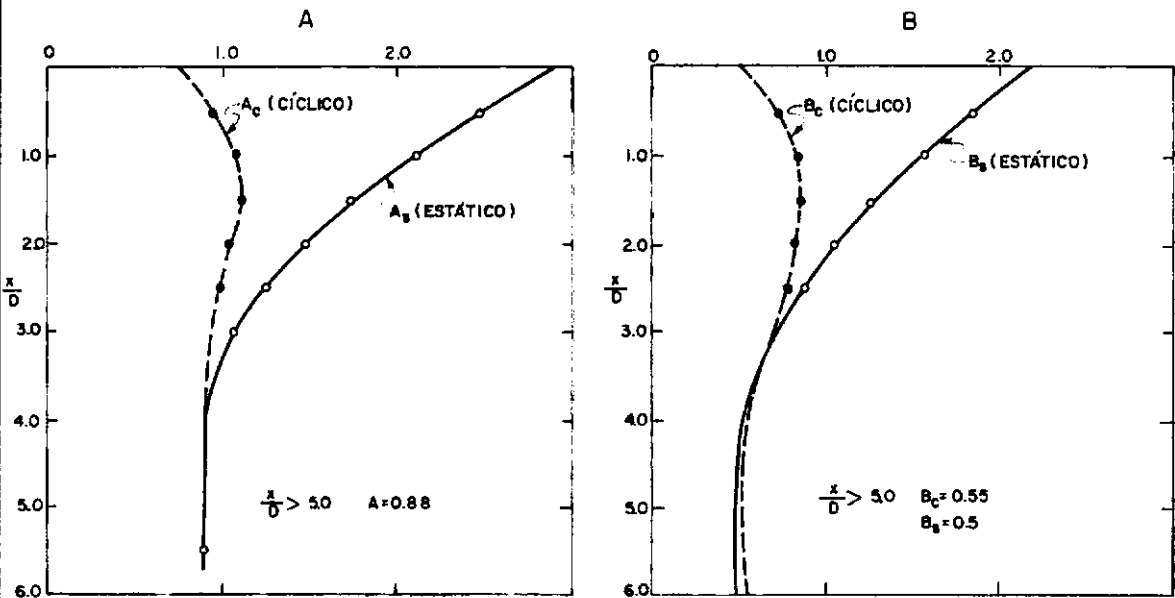


FIGURA II - 14
(b) CURVAS P-Y PARA AREIAS
COEFICIENTES DE AJUSTE EM FUNÇÃO DA PROFUNDIDADE

II.8 Relação Força-Deformação. Curvas "P-Y" para Estacas carregadas Lateralmente em Solos Argilosos

II.8.1 Argilas Médias ou Moles Saturadas (abaixo do nível d'água)

Matlock⁷ (1970) apresentou os procedimentos para determinar as curvas "p-y" em argilas médias saturadas para duas (2) condições de carregamento: estático e cíclico de curta duração. Estes procedimentos são apresentados a continuação:

(a) Carregamento Estático de Curta Duração

(a.1) Calcular o esforço cisalhante não drenado e o peso específico do solo submerso em função da profundidade. Determinar também o valor de ϵ_{50} , a deformação específica correspondente a metade da máxima diferença das tensões principais. Se não é possível obter ϵ_{50} por meio de ensaios de laboratório, Skempton⁷ (1951) recomenda os seguintes valores:

Tabela (II-10)

Valores de ϵ_{50} Segundo Skempton

Consistência da Argila	ϵ_{50}
Mole	0.020
Média	0.010
Rija	0.005

(a.2) Determinar a resistência última do solo, utilizando o menor dos valores dados pelas equações abaixo:

$$p_u = \left(3 + \frac{\gamma x}{c} + \frac{0.5}{D} x \right) c \quad (II - 30)$$

$$p_u = 9c \quad (II - 31)$$

Onde:

γ : valor médio do peso específico submerso entre o fundo do mar e a profundidade de cálculo das curvas "p - y"

X : profundidade

c : esforço cisalhante não drenado na profundidade X

D : diâmetro da estaca

(a.3) Determinar a deformação y_{50} da seguinte relação:

$$y_{50} = 2.5 \epsilon_{50} D \quad (II - 32)$$

(a.4) Os pontos que definem a curva "p - y" podem ser calculados da seguinte relação:

$$p/p_u = 0.5 \left(y/y_{50} \right)^{1/3} \quad (II - 33)$$

O valor de p permanece constante para valores que ultrapassem $y = 8 y_{50}$

A Norma API-RP-2A utiliza a relação (II- 33) para definir as curvas " p-y " de argilas médias carregadas estaticamente com cargas de curta duração. Os pontos da curva são definidos numericamente mudando a denominação de y_{50} para y_c , segundo mostrado na Tabela (II - 11).

Tabela (II - 11)

Curvas "P-Y" para Argilas Médias saturadas sob o efeito de Cargas Estáticas de curta duração segundo Norma API-RP-2A

p/p_u	y/y_c
0	0
0.5	1.0

Tabela (II - 11) continuação

p/p_u	y/y_c
0.72	3.0
1.00	8.0
1.00	∞

A diferença da Norma em relação aos procedimentos sugeridos por Matlock apresentam-se no cálculo da resistência última p_u .

Segundo a Norma API p_u pode ser calculado a partir das seguintes relações:

$$p_u = 3c + \gamma X + \frac{JcX}{D} \quad (\text{ II } - 34)$$

$$p_u = 9c \quad \text{para} \quad X \geq X_r \quad (\text{ II } - 35)$$

Onde:

$$X_r = \frac{6 D c}{\gamma D + Jc} \quad (\text{ II } - 36)$$

Portanto a diferença está no coeficiente adimensional de ajuste J , que deverá ser determinado por meio de testes no campo. A variação do coeficiente J é de 0.25 a 0.5, sendo este último o valor definido por Matlock na relação (II - 30), e típico para as argilas encontradas no Golfo do México.

(b) Carregamento Cíclico

(b.1) Determinar as curvas "P-y" para carregamento estático e valores de p menores que $0.72 p_u$

(b.2) Resolver as equações (II-34) e (II-35) para determinar a profundidade X_r

(b.3) Se a profundidade da curva "p-y" é maior ou igual a X_r , então p é igual a $0.72 p_u$ para todos os valores de y maiores que $3 y_c$

(b.4) Se a profundidade da curva "p-y" é menor que X_r , então o valor de p diminui de $0.72 p_u$ para $y = 3 y_c$ aos valores dados pela fórmula (II-37) para $y = 15 y_c$

$$p = 0.72 p_u \left(X/X_r \right) \quad (\text{II-37})$$

A Norma API adota este mesmo procedimento definindo os pontos da curva "p-y" em forma numérica, segundo a ta ba ela abaixo:

Tabela (II - 12)

Curvas "P-Y" para Argilas Médias saturadas sob o efeito de carregamento cíclico segundo Norma API-RP-2A

$X \geq X_r$		$X \leq X_r$	
p/p_u	y/y_c	p/p_u	y/y_c
0	0	0	0
0.5	1.0	0.5	1.0
0.72	3.0	0.72	3.0
0.72	∞	$0.72 X/X_r$	15.0
		$0.72 X/X_r$	∞

II.8.2 Argilas Rijas acima do nível d'água

Reese and Welch⁷ (1975) apresentaram procedimentos para determinar as curvas "p-y" de argilas rijas acima do nível d'água. Estes procedimentos são apresentados a con tin ua ção.

(a) Carregamento Estático de curta duração

(a.1) O cálculo dos parâmetros e resistência última do solo são similares aos procedimentos já apresentados para argilas médias.

(a.2) Os pontos da curva "p-y" podem ser calculados da seguinte fórmula:

$$p/p_u = 0.5 \left(y/y_c \right)^{1/4} \quad (\text{II-38})$$

O valor de p permanece constante e igual a p_u para valores de y maiores que $y = 16 y_c$

(b) Carregamento Cíclico

(b.1) Determinar as curvas "p-y" para cargas estáticas segundo descrito em (a).

(b.2) Determinar o número de ciclos da carga lateral.

(b.3) Calcular o valor do parâmetro C , que define o efeito da carga cíclica na deformação do solo. Este parâmetro deve ser determinado com a ajuda de ensaios de laboratório, ou pela fórmula abaixo:

$$C = 9.6 \left(p/p_u \right)^4 \quad (\text{II - 39})$$

(b.4) Calcular os novos valores da deformação do solo, para os valores de p correspondentes aos valores de p/p_u .

$$y_c = y_s + y_{50} \cdot C \cdot \text{Log } N \quad (\text{II-40})$$

Sendo:

y_c : deformação do solo depois de N ciclos de carga

y_s : deformação para carregamento estático de curta duração

y_{50} : deformação para carga estática de curta duração e para metade da resistência última do solo

N : número de ciclos de aplicação da carga

(b.5) Os pontos definidos pela curva " $p-y_c$ " definem agora a resposta do solo depois de N ciclos de carga lateral.

II.8.3 Argilas Rijas Saturadas (abaixo do nível d'água)

Reese et. al.⁷ (1975) apresentaram procedimentos para determinar as curvas " $p-y$ " de argilas rijas saturadas. Estes procedimentos são descritos a continuação:

(a) Carregamento Estático de curta duração

(a.1) Calcular os valores da resistência ao esforço cisalhante não drenado C , peso submerso do solo desde o fundo marinho até a profundidade X .

(a.2) Calcular o valor médio de $C = C_a$ para a profundidade X .

(a.3) Calcular a resistência última do solo para profundidade X utilizando as seguintes fórmulas:

$$p_{us} = 2 C_a + \gamma X + 2.83 C_a X/D \quad (II - 41)$$

$$p_{ud} = 11 C \quad (II - 42)$$

Utilizar o menor valor das fórmulas acima:

- (a.4) Determinar o valor do coeficiente de ajuste A da figura (II-15) e para a profundidade desejada.
- (a.5) Calcular a linha reta inicial da curva "P-Y" , sendo:

$$p = k \times y \quad (\text{ II } - 43)$$

Os valores de k estão definidos na tabela (II-13)

- (a.6) Calcular a deformação y_c do solo:

$$y_c = \epsilon_c D \quad (\text{ II } - 44)$$

Os valores de ϵ_c estão definidos na tabela (II - 14)

- (a.7) Calcular a porção parabólica da curva ,

$$p/p_u = 0.5 (y/y_c)^{0.5} \quad (\text{ II } - 45)$$

$$\text{Para: } y \leq A y_c$$

Calcular o ponto de interseção com a linha reta inicial. Caso não houver, equação (II - 45) controla.

- (a.8) Calcular a segunda porção parabólica da curva,

$$p/p_u = 0.5 (y/y_c)^{0.5} - 0.055 (y - A y_c / A y_c)^{1.25}$$

$$\text{Para: } A y_c \leq y \leq 6 A y_c \quad (\text{ II } - 46)$$

- (a.9) Calcular o seguinte trecho linear da curva,

$$p/p_u = 0.5 (6A)^{0.5} - 0.411 + 0.0625 (y - 6 A y_c / y_c)$$

$$\text{Para: } 6 A y_c \leq y \leq 18 A y_c \quad (\text{ II } - 47)$$

(a.10) Calcular o trecho final reto da curva,

$$p/p_u = 0.5 (6A)^{0.5} - 0.411 - 0.75A \quad (II - 48)$$

Para: $y \geq 18 A y_c$

Tabela (II - 13)

<u>Valores de k para Argilas Rijas</u>			
	$C_a \text{ (t/m}^2\text{)}$		
	4.89-9.77	9.77-19.33	19.55-39.1
k_s (estático) (t/m^3)	13852.4	27704.8	55409.6
k_c (cíclico) (t/m^3)	5541.0	11081.9	22163.8

Tabela (II - 14)

<u>Valores de ϵ_c para Argilas Rijas</u>			
	$C_a \text{ (t/m}^2\text{)}$		
	4.89-9.77	9.77-19.55	19.55-39.1
ϵ_c	0.007	0.005	0.004

(b) Cargas Cíclicas

(b.1) Determinar o valor de o coeficiente de ajuste da figura (II - 15) e a profundidade desejada.

(b.2) Calcular a deformação do solo segundo:

$$y_c = \epsilon_c D \quad (II - 49)$$

$$y_p = 4.1 A y_c \quad (II - 50)$$

O valor de ϵ_c está dado na tabela (II - 14)

(b.3) Calcular a porção parabólica da curva,

$$p/p_u = B (1 - (y - 0.45 y_p / 0.45 y_p)^{2.5})$$

$$\text{Para: } y \leq 0.6 y_p \quad (\text{II - 51})$$

Se não há interseção com a linha reta inicial a fórmula (II - 51) controla.

(b.4) Determinar o trecho linear da curva,

$$p/p_u = 0.936B - 0.085 (y - 0.6 y_p / y_c)$$

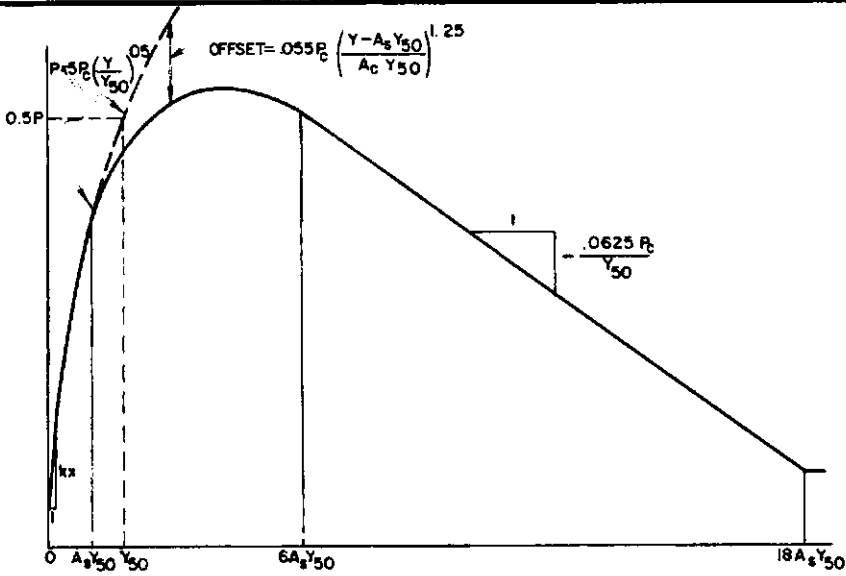
$$\text{Para: } 0.6 y_p \leq y \leq 1.8 y_p \quad (\text{II - 52})$$

(b.5) Calcular o trecho linear final da curva,

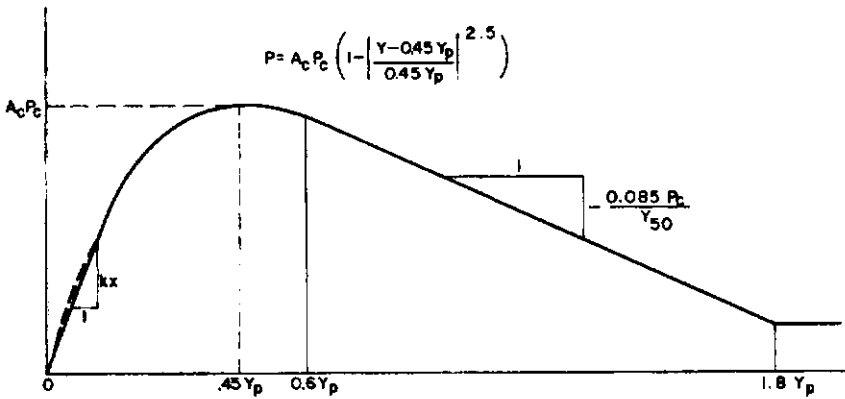
$$p/p_u = 0.936B - 0.102 y_p / y_c \quad (\text{II - 53})$$

$$\text{Para } y \geq 1.8 y_p$$

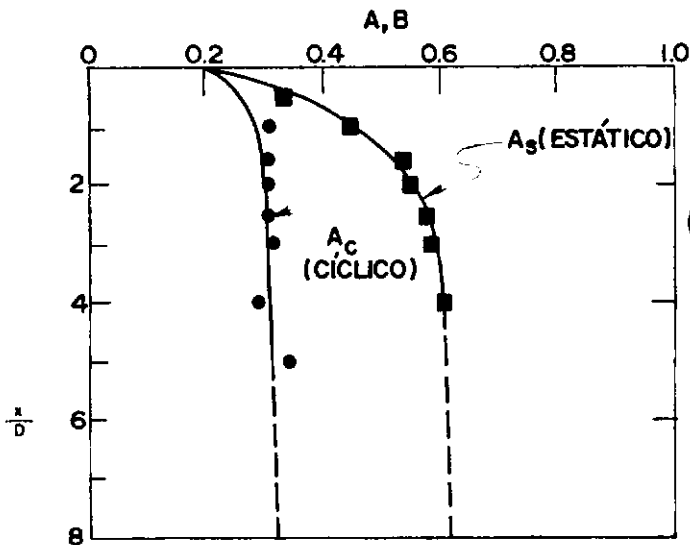
As figuras (II - 15) e (II - 16) mostram as curvas "p-y" de argilas rijas saturadas e acima do nível d'água. A Norma API não explicita as curvas "p-y" para o caso de argilas rijas saturadas. Simplesmente recomenda que o valor da resistência última do solo p_u , para valores de $c > 9.77 \text{ t/m}^2$, pode variar entre $8c$ e $12c$. Na determinação dos pontos da curva "p-y" a Norma API alerta o fato que as argilas rijas são quebradizas e que no caso cíclico, bastante atenção deve ser dada para o caso da rápida deterioração da capacidade de carga do solo para grandes deformações da argila.



(a) CURVA P-Y : CASO ESTÁTICO

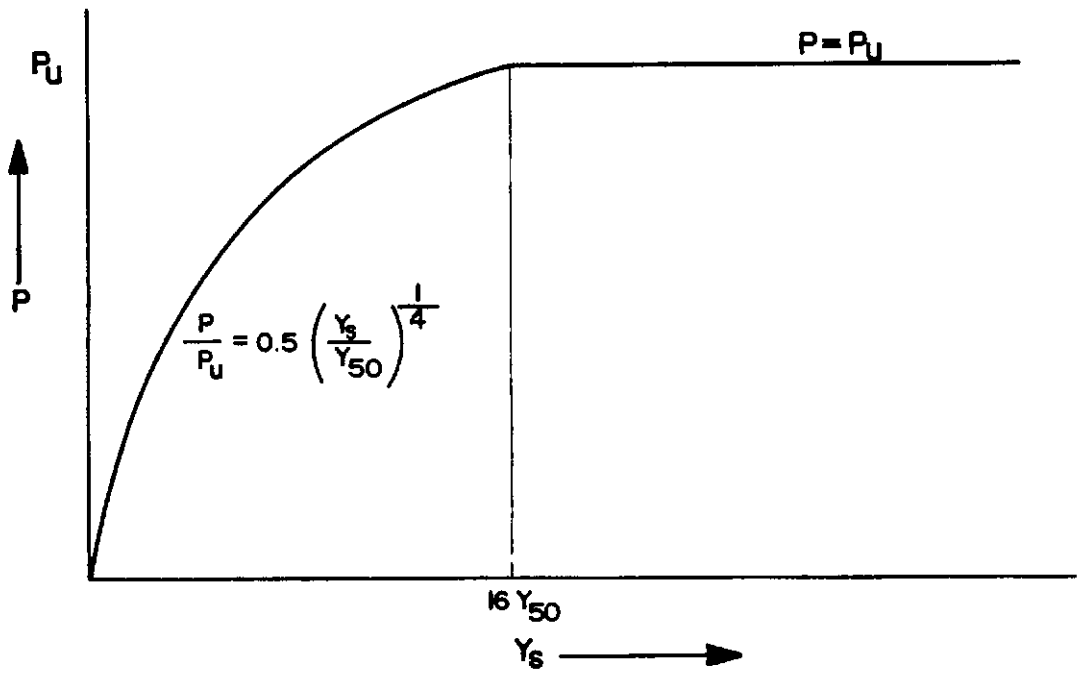


(b) CURVA P-Y : CASO CÍCLICO

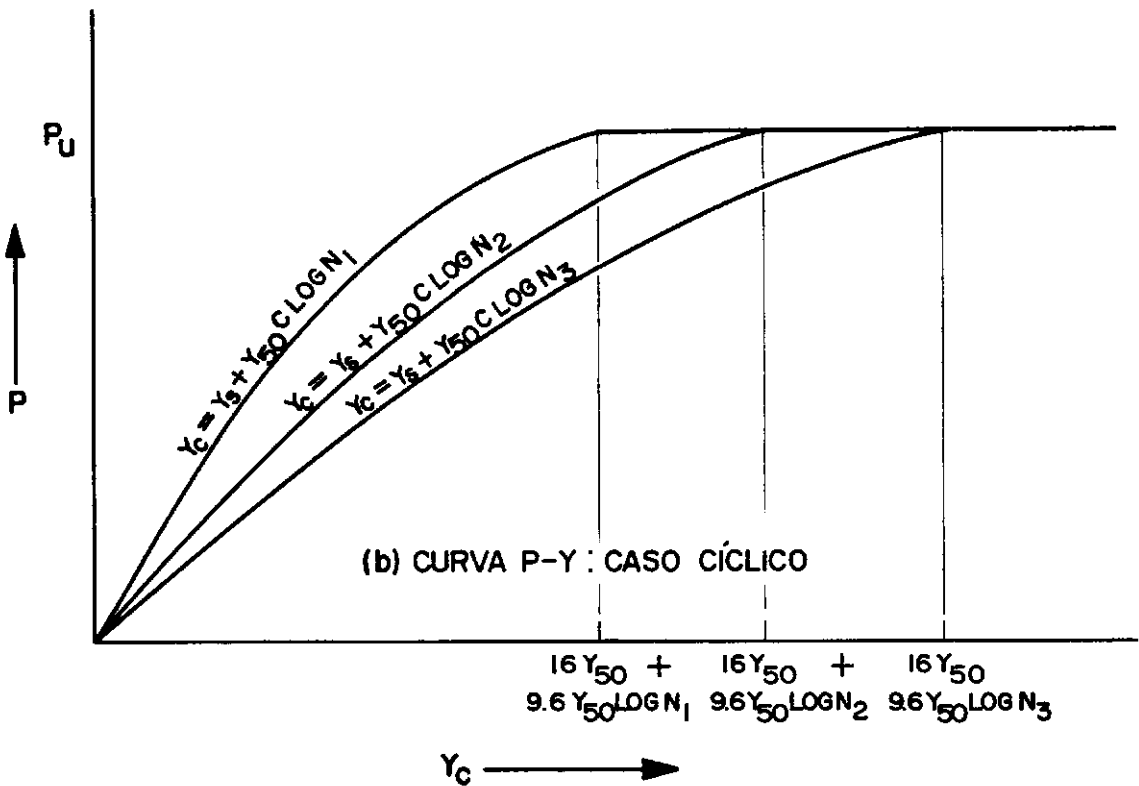


(c) COEFICIENTES DE AJUSTE EM FUNÇÃO DA PROFUNDIDADE

FIGURA II - 15
CURVAS P-Y PARA ARGILAS RIJAS SATURADAS



(a) CURVA P-Y : CASO ESTÁTICO



(b) CURVA P-Y : CASO CÍCLICO

FIGURA II - 16
CURVAS P-Y PARA ARGILAS RIJAS ACIMA DO NÍVEL D'ÁGUA

II.9 Apresentação de Quatro (4) Tipos de Solos para Verificação do Modelo de Interação Solo-Estaca

Com a finalidade de testar o comportamento numérico do modelo solo-estaca proposto neste trabalho, quatro (4) tipos de solos foram escolhidos, sendo alguns deles com propriedades geotécnicas calculadas com a ajuda de ensaios de laboratório provenientes de amostras colhidas de sondagens realizadas nos Campos de Guaricema e Robalo, localizados na Costa de Sergipe e Alagoas respectivamente. Devido a pouca profundidade da lâmina d'água destes Campos (menor que 30 metros), foi utilizado o sino de mergulho para realizar a sondagem, equipamento que permite medir e controlar bem o SPT ("standard penetration test"). Posteriormente utilizando ensaios de laboratório foi determinado o perfil do solo e os parâmetros de resistência em função da profundidade.

Também foram escolhidos dois (2) tipos de solos teóricos com parâmetros mínimos recomendados pela Norma API, para determinar assim a influência dos parâmetros do solo na resposta estrutural. A continuação damos um resumo das propriedades dos quatro (4) tipos de solo escolhidos:

- Solo Tipo 1 : Campo de Robalo

Primeira Camada : areia siltosa até a profundidade de 4.5 metros

$$\gamma_s = 0.9 \text{ t/m}^3$$

$$\phi = 30^\circ$$

Segunda Camada : argila até a profundidade de 9.0 metros

$$\gamma_s = 0.8 \text{ t/m}^3$$

$$c = 2 \text{ t/m}^2$$

$$\phi = 20^\circ$$

Terceira Camada : areia limpa até a profundidade de 30 metros

$$\gamma_s = 0.9 \text{ t/m}^3$$

$$\phi = 35^\circ$$

Quarta Camada : argila média até a profundidade de 44 metros

$$c = 2 \text{ t/m}^2$$

$$\phi = 22^\circ$$

Quinta Camada : areia limpa até a profundidade de 55 metros (fim da sondagem)

$$\gamma_s = 0.9 \text{ t/m}^3$$

$$\phi = 35^\circ$$

Solo Tipo 2 : Campo de Guaricema

Primeira Camada : argilo siltosa mole até a profundidade de 11 metros

$$c = 0.4 \text{ t/m}^2$$

$$\phi = 7^\circ$$

Segunda Camada : areia media até a profundidade de 55 metros (fim da sondagem)

$$\gamma_s = 0.9 \text{ t/m}^3$$

$$\phi = 30^\circ - 32^\circ \text{ (para densidade máxima e mínima respectivamente)}$$

- Solo Tipo 3 : Areia Média

Camada Única : até a profundidade de 55 metros

$$\gamma_s = 0.9 \text{ t/m}^3$$

$$\phi = 20^\circ$$

- Solo Tipo 4 : Argila Média

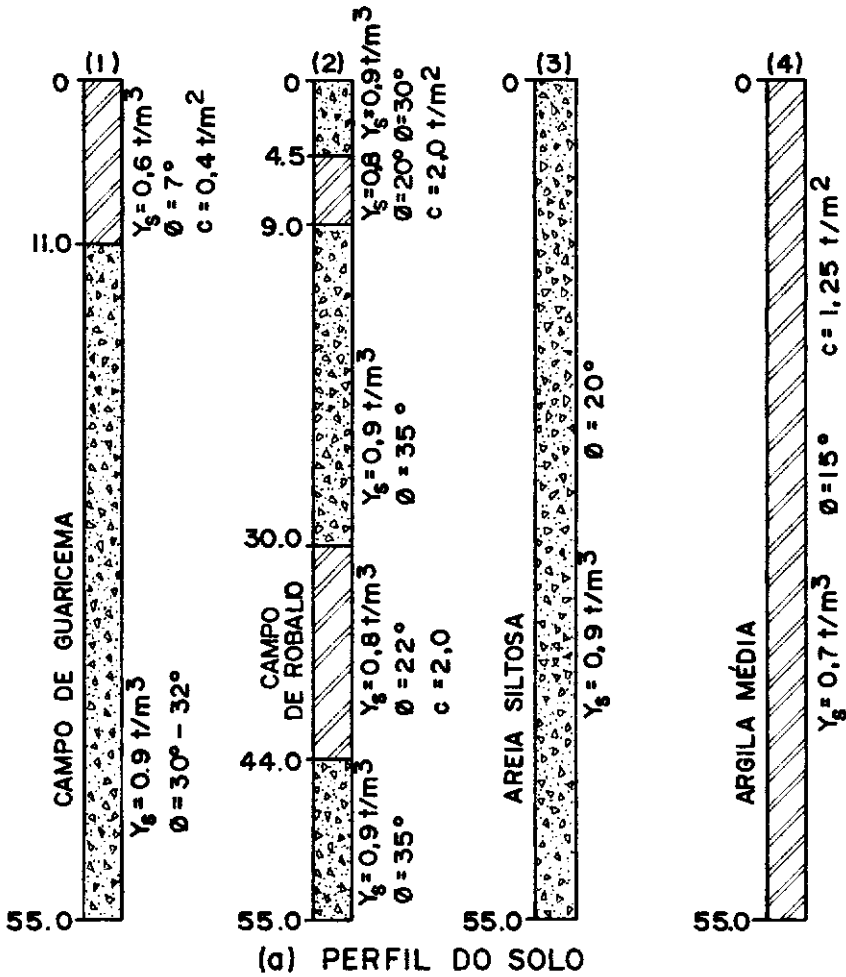
Camada Única : até a profundidade de 55 metros

$$\gamma_s = 0.7 \text{ t/m}^3$$

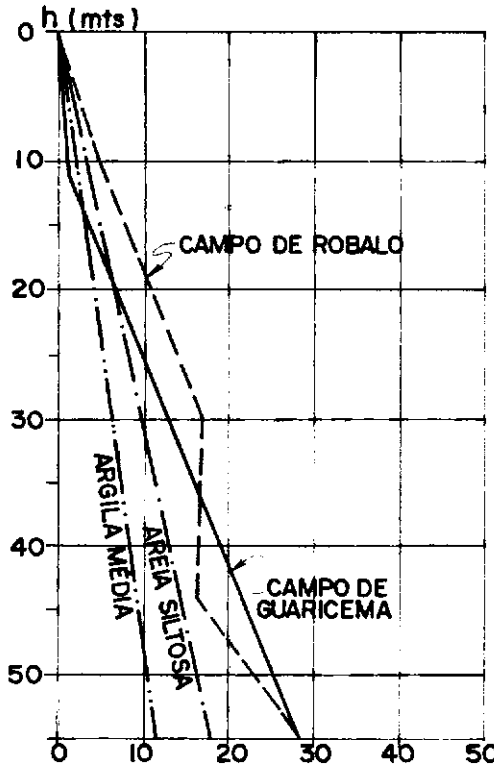
$$c = 1.25 \text{ t/m}^2$$

$$\phi = 15^\circ$$

Finalmente a figura (II-17) mostra as propriedades e o valor do cisalhante não drenado dos quatro (4) tipos de solos, e as figuras (II-18) a (II-21) as curvas "P-Y" de uma estaca de $\phi 30''$ de diâmetro externo.



(a) PERFIL DO SOLO



(b) CISCALHANTE
NÃO DRENADO

FIGURA II-17

APRESENTAÇÃO DE 4 (QUATRO) TIPOS DE SOLOS

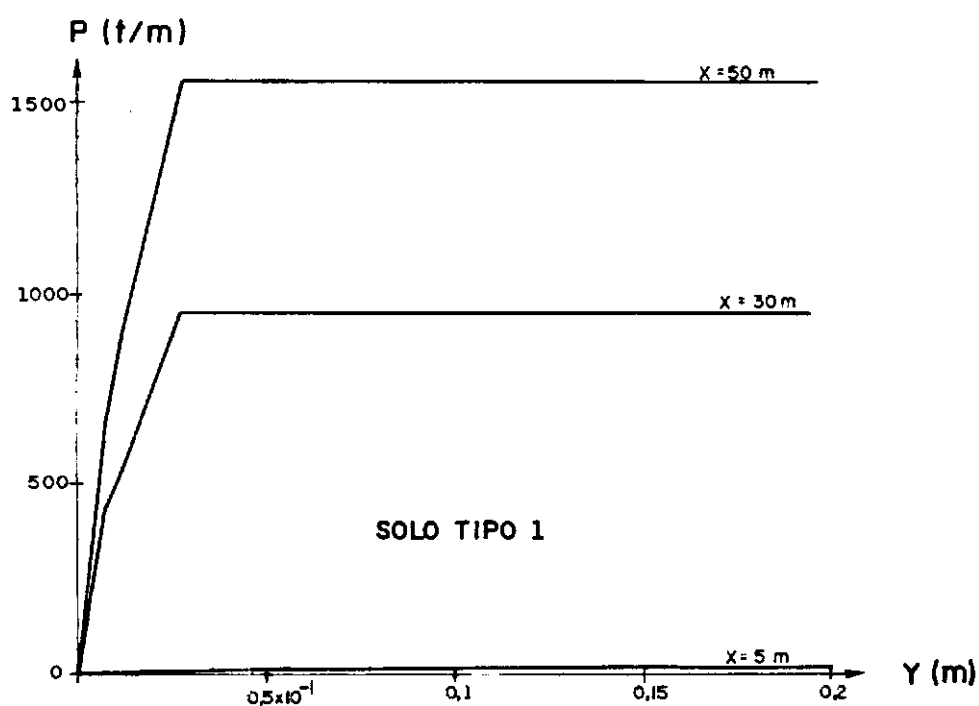


FIGURA II - 18
CURVA P-Y PARA O CAMPO DE ROBALO

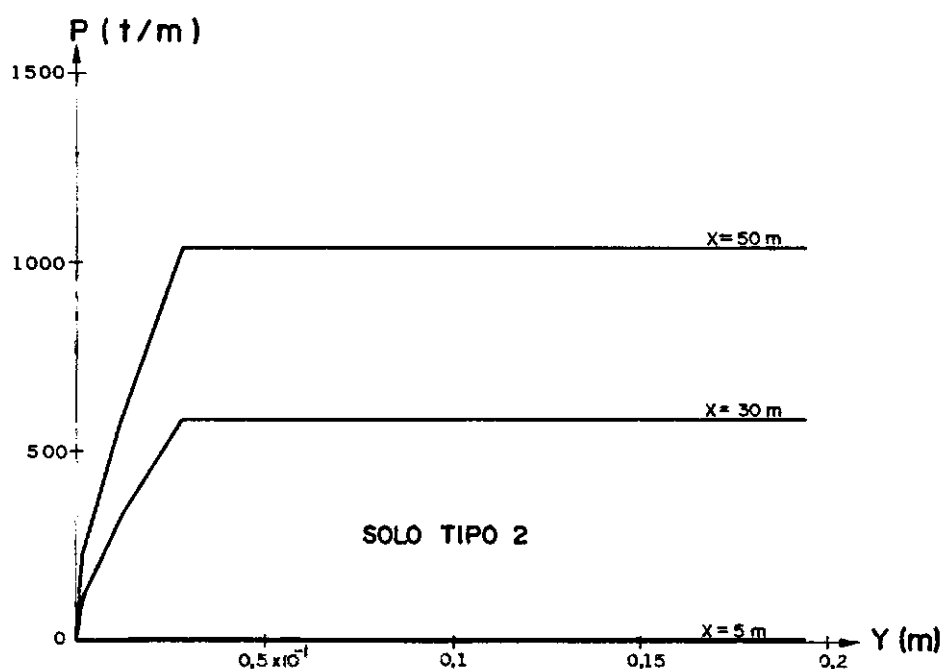


FIGURA II - 19
CURVA P-Y PARA O CAMPO DE GUARICEMA

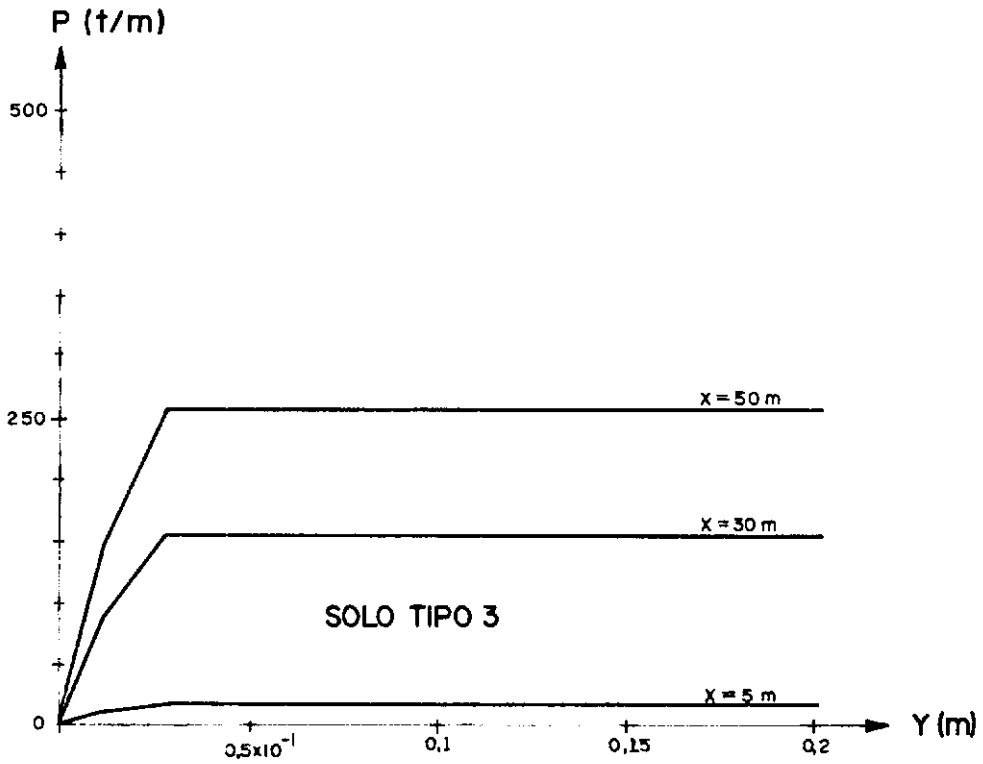


FIGURA II-20
CURVA P-Y PARA AREIA SILTOSA

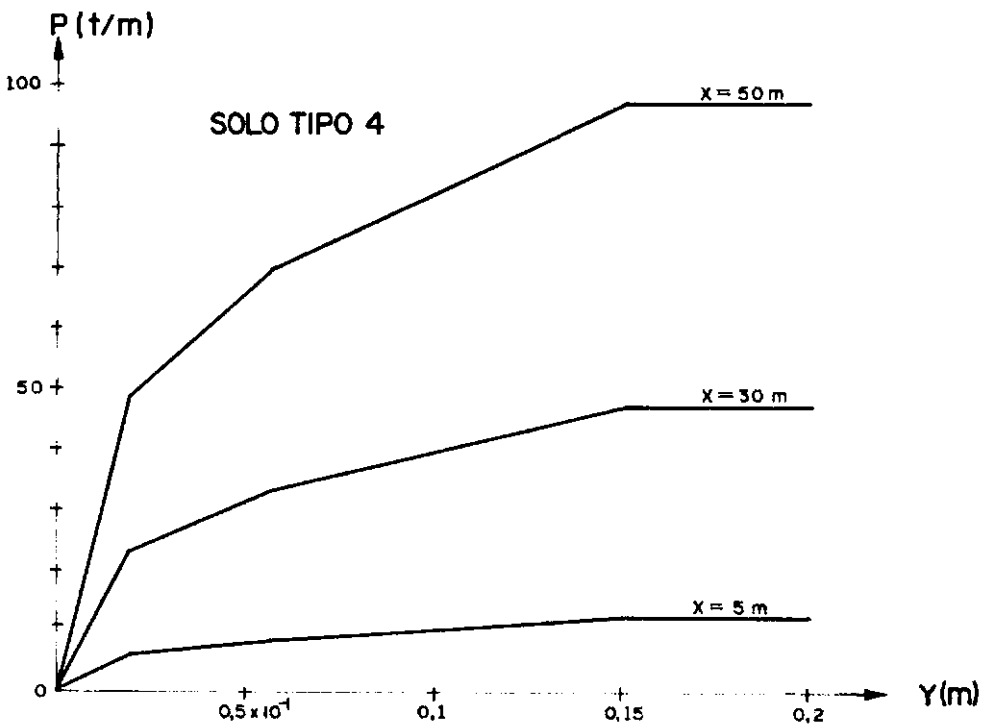


FIGURA II-21
CURVA P-Y PARA ARGILA MÉDIA

III. MODELO PARA SOLUÇÃO NUMÉRICA DE ESTACAS CARREGADAS AXIALMENTE

III.1 Cálculo da Matriz de Rigidez Axial da Estaca incluindo o Solo

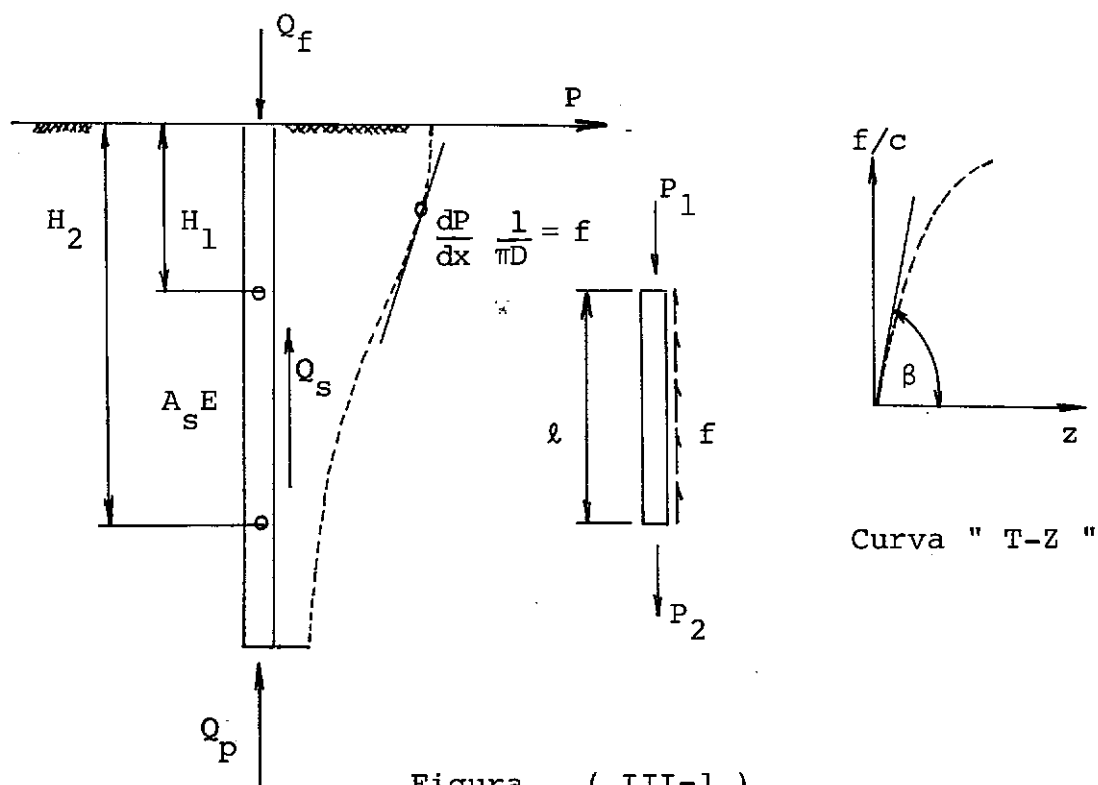


Figura (III-1)

Modelo Mecânico de uma Estaca Carregada Axialmente

A figura (III-1) mostra o caso de uma estaca solicitada por uma força axial Q_f em equilíbrio com a força Q_s de atrito lateral e a força Q_p de resistência de ponta do solo. A variação da carga Q_f na estaca com a profundidade representa a transferência de carga por unidade de comprimento do solo, e usualmente é representada pela derivada da curva. Esta força em função da área de contato entre a parede da estaca e o solo é chamada também de atrito lateral f . Devido que a tensão de atrito lateral f , está relacionada com as curvas "T-Z" através de curvas de razão de transferência de carga, é possível então representar o solo como um conjunto de molas não lineares distribuídas ao longo da parede da estaca, e uma mola não linear no extremo inferior, representando o efeito localizado de resistência de ponta.

Para determinar então a matriz de rigidez axial da estaca incluindo o solo, precisa-se integrar o efeito do atrito lateral ao longo da parede da estaca, e incluir posteriormente o efeito localizado da resistência de ponta, quando a solicitação externa for de compressão.

Se considerarmos um elemento diferencial de estaca da figura (III-1) a relação tensão-deformação específica está dado por:

$$\sigma = E \epsilon \quad (\text{ III-1 })$$

Também:

$$\sigma = \frac{P}{A_s} \quad (\text{ III-2 })$$

$$\epsilon = \frac{dz}{dx} \quad (\text{ III-3 })$$

Logo:

$$P = A_s E \frac{dz}{dx} \quad (\text{ III-4 })$$

Sendo:

E : módulo de elasticidade do material

A_s : área da parede da estaca em contato com o solo

Derivando:

$$\frac{dP}{dx} = A_s E \frac{d^2 z}{dx^2} \quad (\text{ III-5 })$$

Mas, a variação da carga axial na estaca em função da transferência de carga ao solo, está dada por:

$$\frac{dP}{dx} = f \pi D \quad (\text{ III-6 })$$

D : Diâmetro da Estaca

Também, a transferência de carga em função das curvas "T-z" está dada por:

$$\frac{f}{c} = \beta(x) z \quad (III-7)$$

Onde:

f : atrito lateral na parede da estaca

c : esforço cisalhante não drenado do solo

$\beta(x)$: relação funcional entre a transferência de carga e a deformação axial da estaca que depende da profundidade, e que chamaremos simplesmente de β

z : deformação axial da estaca

Portanto, para resolver o problema de uma estaca carregada axialmente, é necessário resolver uma equação diferencial não-linear, definida por:

$$A_s E \frac{d^2 z}{dx^2} - c \pi D \beta z = 0 \quad (III-8)$$

Aplicando Galerkin:

$$\sum_{i=1}^N \int_0^L \left\{ A_s E \frac{d^2 z}{dx^2} - c \pi D \beta z \right\} \delta z dx = 0 \quad (III-9)$$

Integrando por partes:

$$\sum_{i=1}^N \int_0^L \left\{ A_s E \frac{d}{dx} \left(\frac{dz}{dx} \delta z \right) - A_s E \frac{dz}{dx} \frac{\delta dz}{dx} - c \pi D \beta z \delta z \right\} dx = 0 \quad (III-10)$$

Ou :

$$A_s E \frac{dz}{dx} \delta z \Big|_0^H = \sum_{i=1}^N \int_0^L A_s E \frac{dz}{dx} \frac{\delta dz}{dx} dx + \sum_{i=1}^N \pi D \int_0^L c \beta z \delta z dx \quad (III-11)$$

N : número de segmentos da estaca

Expressando a fórmula (III-11) em função das deformações nodais \underline{U}_i , temos que:

$$A_s E \frac{dz}{dx} \bigg|_0^H = \delta \underline{U}_i^T \underline{P} \quad (\text{ III-12 })$$

Onde:

\underline{P} : vetor de cargas externas nodais

$\delta \underline{U}_i$: primeira variação das deformações nodais

Utilizando as funções de interpolação para o elemento temos que:

$$z = \underline{\phi} \underline{U}_e \quad (\text{ III-13 })$$

$$\frac{dz}{dx} = \underline{\phi}_{,x} \underline{U}_e \quad (\text{ III-14 })$$

Onde:

\underline{U}_e : vetor de deslocamentos nodais do elemento

$,x$ indica primeira derivada da função

Para a primeira variação temos que:

$$\delta z = \underline{\phi} \delta \underline{U}_e \quad (\text{ III-15 })$$

$$\frac{d\delta z}{dx} = \frac{\delta dz}{dx} = \underline{\phi}_{,x} \delta \underline{U}_e \quad (\text{ III-16 })$$

Substituindo estas relações em (III-11) e considerando que A_s , D e E permanecem constantes.

$$\delta \underline{U}_i^T \underline{P} = \sum_{i=1}^N A_s E \int_0^L \underline{\phi}_{,x} \delta \underline{U}_e \underline{\phi}_{,x} \underline{U}_e dx + \sum_{i=1}^N \pi D \int_0^L c \beta \underline{\phi} \delta \underline{U}_e \underline{\phi} \underline{U}_e dx$$

(III-17)

Eliminando a variação virtual temos:

$$\tilde{P} = \sum_i^N (A_S E \int_0^l \phi_{,x}^T \phi_{,x} dx + \pi D \int_0^l c \beta \phi^T \phi dx) \tilde{U}_i \quad (\text{III-18})$$

Ou:

$$\tilde{P} = (\tilde{K}_p + \tilde{K}_s) \tilde{U}_i \quad (\text{III-19})$$

Sendo que para cada elemento temos:

$$\tilde{K}_p^e = A_S E \int_0^l \phi_{,x}^T \phi_{,x} dx \quad (\text{III-20})$$

$$\tilde{K}_s^e = \pi D \int_0^l c \beta \phi^T \phi dx \quad (\text{III-21})$$

A relação (III-20) representa a matriz de rigidez axial da estaca e a relação (III-21) a matriz de rigidez do solo, quando se incluye o efeito de atrito lateral somente. Quando a sollicitação axial for somente de tração, estas duas (2) relações permitem resolver de uma forma analítica, o problema de estacas carregadas axialmente.

É necessário salientar que a matriz de rigidez da estaca depende da integração da primeira derivada das funções de interpolação ϕ que deverão ser escolhidas como solução do problema. No entanto, quando a estaca estiver sollicitada por forças de compressão, a fórmula (III-21) continua tendo validade, mas devemos incluir no extremo inferior da estaca o efeito localizado da resistência de ponta .

A relação força-deformação para o solo na ponta da estaca, está dada por uma parábola de segundo grau, tanto em solos argilosos ou arenosos. Assim:

$$Q_p = k \sqrt{z} \quad (\text{III-22})$$

Onde a constante k está dada por :

$$k = \frac{Q_u}{\sqrt{z_u}} \quad (\text{III-23})$$

Sendo:

Q_p : resistência da ponta da estaca

z : deslocamento da ponta da estaca

Q_u : carga última do solo

z_u : deslocamento máximo da ponta da estaca

É necessário salientar que as relações acima são válidas somente quando existir um comprimento de tarugo de solo interno a estaca tal que permita desenvolver a resistência da ponta indicada pela relação (III-22).

A variação da força em função do deslocamento da ponta da estaca está dado por:

$$\frac{dQ_p}{dz} = \frac{k}{2\sqrt{z}} \quad (\text{III-24})$$

Ou:

$$\frac{dQ_p}{dz} = \frac{Q_u}{2\sqrt{z_u} z} \quad (\text{III-25})$$

Esta rigidez axial da ponta da estaca é não linear por depender do produto dos deslocamentos $z_u z$.

Portanto a matriz de rigidez axial do solo incluindo uma incôgnita nodal e para forças de compressão está dado por:

$$K_{S}^e = \pi D \int_0^L c \beta \left(\begin{array}{cc} \phi_1^2 & \phi_1 \phi_2 \\ \phi_1 \phi_2 & \phi_2^2 + \frac{Q_u}{2\sqrt{z_u z}} \end{array} \right) \quad (III-26)$$

Temos assim, que a matriz de rigidez axial da estaca depende da integração direta das funções de interpolação através do cisalhante não drenado do solo e da relação funcional de transferência de carga β . Se a solicitação externa for de compressão o efeito localizado da resistência da ponta deverá ser adicionado segundo indicado na fórmula (III-26).

III.2 Método de Solução para os Parâmetros $c(x)$ e $\beta(x)$

Segundo a fórmula (III-26), a matriz de rigidez da estaca depende da integração direta das funções de interpolação através do cisalhante não drenado do solo $c(x)$, e da razão de transferência de carga $\beta(x)$. Tanto para areias como para argilas, o cisalhante não drenado do solo varia linearmente com a profundidade. No entanto o parâmetro $\beta(x)$ é fortemente não linear para profundidades de até 20 pés, no caso de argilas, permanecendo constante para profundidades acima de 35 pés, tanto no caso de areias como argilas.

É possível pensar então na linearização do produto dos parâmetros $c\beta$, já que para uma certa profundidade, onde o parâmetro β permanece constante, esta relação é linear. Para as camadas mais superficiais onde o parâmetro β é não linear, ou no caso de um perfil do solo estar composto por camadas de diferentes propriedades, a linearização é possível através de uma integração numérica, para obter assim uma distribuição linear equivalente em área a distribuição não linear.

Portanto temos que:

$$c(x) \beta(x) = \alpha_1 + \alpha_2 x \quad (III-27)$$

Onde:

$$\alpha_1 = c_1 \beta_1 \quad (\text{ III-28 })$$

$$\alpha_2 = (c_2 \beta_2 - c_1 \beta_1) / \ell \quad (\text{ III-29 })$$

Utilizando a coordenada natural $\xi = x/\ell$:

$$c(x) \beta(x) = \alpha_1 + \alpha_2 \ell \xi \quad (\text{ III-30 })$$

A matriz de rigidez para um segmento da estaca solicitado por forças de tração fica então definida como:

$$\underline{K}_S^e = \pi D \int_0^\ell c \beta \underline{\phi}^T \underline{\phi} dx = \pi D \ell \int_0^1 (\alpha_1 + \alpha_2 \ell \xi) \underline{\phi}^T \underline{\phi} d\xi \quad (\text{ III-31 })$$

Esta matriz consta de duas (2) parcelas:

$$\underline{K}_S^e = \pi D \ell \alpha_1 \int_0^1 \underline{\phi}^T \underline{\phi} d\xi + \pi D \ell \alpha_2 \int_0^1 \xi \underline{\phi}^T \underline{\phi} d\xi \quad (\text{ III-32 })$$

A primeira parcela depende da integração direta das funções de interpolação e do produto dos parâmetros $c_1 \beta_1$ na profundidade $x=H_1$. A segunda parcela depende da integração das funções de interpolação através da coordenada natural ξ , e do coeficiente α_2 que relaciona a variação linear do parâmetro $c\beta$ entre as profundidades H_1 e H_2 .

Se a força aplicada for de compressão, a fórmula (III-32) de verá ser corrigida para o efeito localizado da resistência de ponta. O cálculo da matriz de rigidez global \underline{K} da estaca é feito segundo o método clássico de somar a matriz de rigidez \underline{K}^e dos diferentes elementos em que foi segmentada a estaca, nos graus de liberdade de deslocamentos correspondentes.

III.3 Matriz de Rigidez Axial da Estaca com Solução Polinomial Linear

As incógnitas nodais e graus de liberdade estão indicados na fi
gura (III-2)

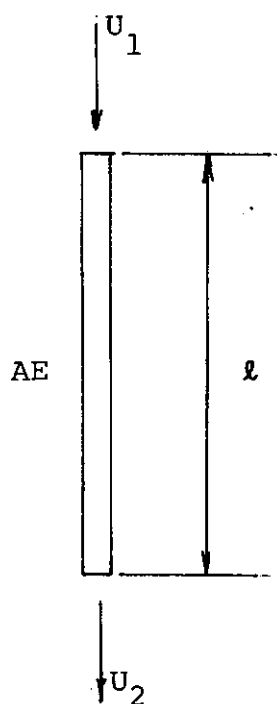


Figura (III-2)

A deformada da estaca em função das incógnitas nodais está da
da por:

$$\underline{z} = \underline{\phi} \underline{U}_e \quad (\text{ III-33 })$$

Se a solução polinomial é linear temos que:

$$\underline{\phi} = [\phi_1 \quad \phi_2] \quad (\text{ III-34 })$$

Utilizando a coordenada natural $\xi = x/l$, temos que:

$$\begin{aligned}\phi_1 &= 1 - \xi \\ \phi_2 &= \xi\end{aligned}\quad (\text{ III-35 })$$

Para esta função de interpolação linear, a matriz de rigidez da estaca é a matriz de rigidez axial clássica definida por:

$$K_P^e = AE \int_0^{\ell} \phi_{,x}^T \phi_{,x} dx = \frac{AE}{\ell} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \quad (\text{ III-36 })$$

Sendo:

A : area da seção transversal da estaca

E : módulo de elasticidade do material

A matriz de rigidez do solo associada ao segmento da estaca está definida por:

$$K_S^e = \pi D \ell \alpha_1 \int_0^1 \phi^T \phi d\xi + \pi D \ell^2 \alpha_2 \int_0^1 \xi \phi^T \phi d\xi \quad (\text{ III-37 })$$

Que após a integração resulta

$$K_S^e = \frac{\pi D \ell \alpha_1}{3} \begin{vmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 1 \end{vmatrix} + \frac{\pi D \ell^2 \alpha_2}{12} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} \quad (\text{ III-38 })$$

Sendo:

D : diâmetro da estaca

ℓ : comprimento do trecho de estaca entre as profundidades H_1 e H_2

$\alpha_1 \alpha_2$: parâmetros definidos pelas fórmulas (III-28) e (III-29) respectivamente

IV. MODELO PARA SOLUÇÃO NUMÉRICA DE ESTACAS CARREGADAS LATERALMENTE

IV.1 Cálculo da Matriz de Rigidez Lateral da Estaca incluindo o Solo

Para uma estaca em que as deformações laterais são devidas principalmente a flexão, é possível calcular uma matriz de rigidez incluindo o solo, utilizando o princípio dos elementos finitos, isto é, o princípio de Rayleigh-Ritz aplicado sobre a potencial da estaca, e princípios de cálculo varacional.

A Figura (IV-1) ilustra o caso de uma estaca, onde tem-se isolado um segmento de barra prismática, cuja deformação por flexão produz uma reação $p(x,y)$ contrária à deformação da estaca, no solo.

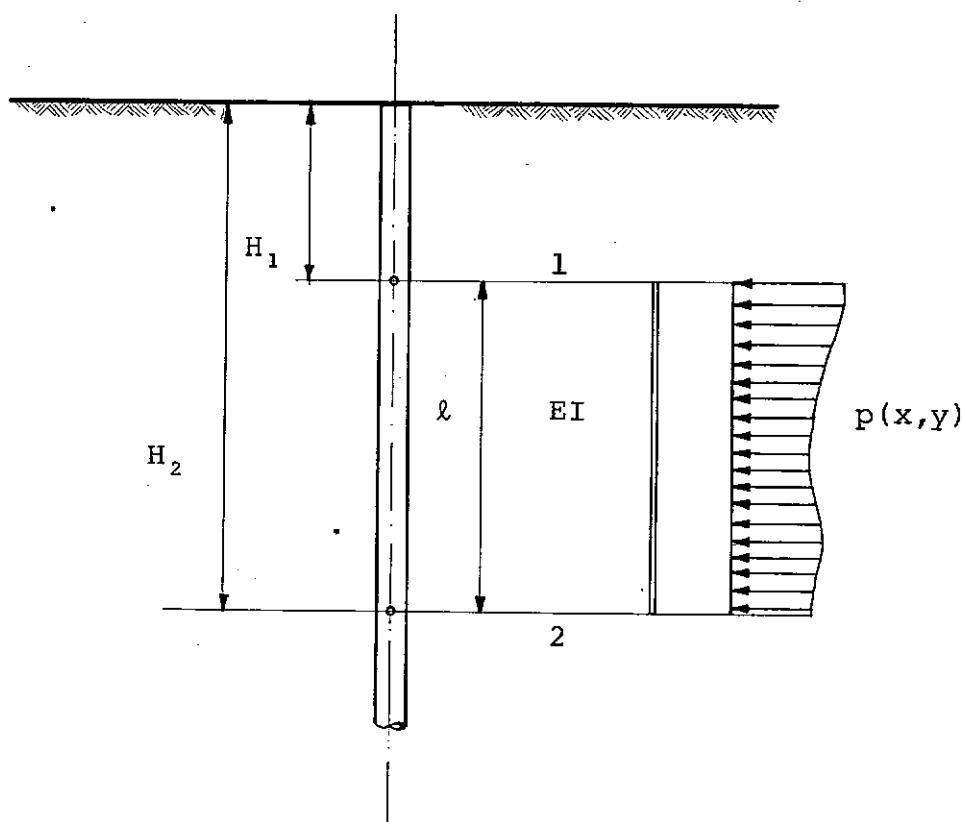


Figura (IV-1)

A expressão para a energia potencial da estaca da figura (IV-1) está dada por:

$$\pi = \sum_{i=1}^N \frac{EI}{2} \int_0^l \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 dx + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \int_0^l p(x,y) y dx - \tilde{P}^T \tilde{U}_i$$

(IV - 1)

Sendo:

\tilde{P} : vetor de forças nodais

\tilde{U}_i : vetor de deslocamentos nodais

\tilde{U}_e : vetor de deslocamentos nodais do elemento

$y(x)$: deformada lateral da estaca

$p(x,y)$: reação lateral do solo, devido a deformação da estaca

Dada o caráter não linear do solo a reação $p(x,y)$ é função da profundidade e da deformação lateral da estaca. Esta relação funcional pode ser expressa através de:

$$p(x,y) = k_h y(x) \quad (IV - 2)$$

O parâmetro k_h é chamado de coeficiente de reação lateral do solo. Mas, alguns autores têm passado a chamá-lo de E_s , ou módulo de reação do solo, por representar a relação funcional entre a força no solo, e a deformação lateral da estaca. Assim, temos:

$$p(x,y) = E_s(x) y(x) \quad (IV - 3)$$

Substituindo (IV - 3) no potencial da estaca, temos:

$$\pi = \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \int_0^L EI \left(\frac{d^2 y}{dx^2} \right)^2 dx + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \int_0^L E_S(x) y^2 dx - \tilde{P}^T \tilde{U}_i \quad (\text{IV-4})$$

Aplicando a primeira variação, temos:

$$\delta \pi = 0 = \sum_{i=1}^N \int_0^L EI \frac{d^2 y}{dx^2} \frac{d^2 \delta y}{dx^2} dx + \sum_{i=1}^N \int_0^L E_S(x) y \delta y dx - \tilde{P}^T \delta \tilde{U}_i \quad (\text{IV-5})$$

Pelo princípio dos elementos finitos, sabemos que a deformada $y(x)$ da estaca pode ser resolvida através de soluções de polinômios:

$$y = \sum_{i=0}^n \alpha_i x^i \quad (\text{IV-6})$$

que escrito em forma matricial:

$$Y = \tilde{A} \tilde{\alpha} \quad (\text{IV-7})$$

Sendo:

\tilde{A} : Matriz linha que contém a solução polinomial

$\tilde{\alpha}$: Vetor de coeficientes α_i a determinar

As incógnitas nodais são função dos coeficientes α_i através de uma valoração direta do polinômio (ou as suas derivadas), nas incógnitas nodais escolhidas para a barra:

$$\tilde{U}_e = \tilde{C} \tilde{\alpha} \quad (\text{IV-8})$$

$$\alpha \approx \underset{\sim}{C}^{-1} \underset{\sim}{U}_e \quad (IV-9)$$

Portanto exprimindo a deformada em função das incógnitas nodais:

$$Y = \underset{\sim}{A} \underset{\sim}{C}^{-1} \underset{\sim}{U}_e \quad (IV-10)$$

Usualmente o produto matricial $\underset{\sim}{A} \underset{\sim}{C}^{-1}$ é denominado de matriz de funções de interpolação ϕ . Portanto temos:

$$Y = \underset{\sim}{\phi} \underset{\sim}{U}_e = \underset{\sim}{U}_e^T \underset{\sim}{\phi}^T \quad (IV-11)$$

$\underset{\sim}{\phi}$: matriz linha de funções de interpolação

Aplicando a primeira variação sobre a função $y(x)$, e a segunda derivada sobre esta variação, temos:

$$\delta y = \underset{\sim}{\phi} \delta \underset{\sim}{U}_e \quad (IV-12)$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \underset{\sim}{\phi}_{,xx} \underset{\sim}{U}_e \quad (IV-13)$$

$$\frac{d^2 \delta y}{dx^2} = \underset{\sim}{\phi}_{,xx} \delta \underset{\sim}{U}_e = \delta \underset{\sim}{U}_e^T \underset{\sim}{\phi}_{,xx}^T \quad (IV-14)$$

Onde o índice $,xx$ indica segunda derivação da função.

A variação do potencial em função das incógnitas nodais fica definida por:

$$\sum_{i=1}^N \int_0^l EI \delta \underset{\sim}{U}_e^T \underset{\sim}{\phi}_{,xx}^T \underset{\sim}{\phi}_{,xx} \underset{\sim}{U}_e dx + \sum_{i=1}^N \int_0^l E_s(x) \delta \underset{\sim}{U}_e^T \underset{\sim}{\phi} \underset{\sim}{\phi} \underset{\sim}{U}_e dx = \delta \underset{\sim}{U}_i^T P \quad (IV-15)$$

Com a variação δU_i é arbitrária, e não depende da posição, temos:

$$\delta U_i^T \left\{ \sum_{i=1}^N \int_0^{\ell} EI \phi_{,xx}^T \phi_{,xx} dx + \sum_{i=1}^N \int_0^{\ell} E_S(x) \phi^T \phi dx \right\} U_i = \delta U_i^T P$$

(IV-16)

Obtendo-se a clássica equação da análise matricial de estruturas:

$$\left\{ \sum_{i=1}^N \int_0^{\ell} EI \phi_{,xx}^T \phi_{,xx} dx + \sum_{i=1}^N \int_0^{\ell} E_S(x) \phi^T \phi dx \right\} U_i = P$$

(IV-17)

Que em forma resumida:

$$K U_i = P \quad (IV-18)$$

Analogamente da fórmula (IV-17) pode ser obtida para o elemento, uma matriz K^e , composta por duas (2) matrizes:

$$K^e = K_p^e + K_s^e \quad (IV-19)$$

Sendo:

$$K_{\tilde{p}}^e = \int_0^{\ell} EI \cdot \phi_{,xx}^T \phi_{,xx} dx \quad (IV-20)$$

$$K_{\tilde{s}}^e = \int_0^{\ell} E_s(x) \phi_{,x}^T \phi_{,x} dx \quad (IV-21)$$

$K_{\tilde{p}}^e$ = Matriz de Rigidez para um segmento da estaca

$K_{\tilde{s}}^e$ = Matriz de Rigidez do solo associada ao segmento da estaca

A Matriz de Rigidez global $K_{\tilde{}}$ pode ser obtida a partir do somatório das matrizes dos elementos nos graus de liberdade de deslocamentos generalizados correspondentes.

IV.2 Método de Solução para o Parâmetro E_s do Solo

Segundo a fórmula (IV-20), a matriz de rigidez da estaca pode ser obtida integrando diretamente as segundas derivadas das funções de interpolação ϕ escolhidas como solução do problema. A matriz de rigidez do solo segundo a fórmula (IV-21), resulta da integração direta das funções de interpolação através do parâmetro E_s do solo. Portanto para resolver o problema analiticamente, é necessário fazer alguma hipótese em relação a distribuição do módulo do solo com a profundidade.

A figura (IV-2) mostra a variação do parâmetro E_s do solo com a profundidade, para os quatro (4) tipos de solos apresentados no capítulo II. Esta distribuição corresponde ao comportamento linear das curvas "p-y", sendo portanto o valor da pendente inicial das curvas, graficado em função da profundidade. Devido a que este parâmetro representa a reação do solo para um certo nível de forças aplicadas na estaca, poderíamos definir então o valor linear de E_s , como o valor da reação do solo resultante de pequenas deformações na estaca, ou quando as forças aplicadas são de pequena magnitude.

É interessante salientar que a variação de E_s é linear ou linear por trechos quando o perfil do solo está composto por varias camadas de propriedades diferentes. No entanto, com as cargas aplicadas no topo da estaca a variação linear de E_s é alterada devido ao comportamento não linear do solo.

A figura (IV-3) mostra para o caso de o Campo de Robalo, a variação de E_s com a profundidade depois de ter sido aplicada no topo da estaca uma força lateral $Q = 49$ tons. e um momento $M = 176$ ton-m. Se observa nesta figura que o comportamento não linear de E_s , em relação ao caso linear, é somente nas camadas superiores do solo, permanecendo a distribuição de E_s linear para as camadas mais profundas. Esta distribuição de E_s determina uma distribuição da reação lateral do solo que está em equilíbrio com as cargas

externas aplicadas. Portanto poderíamos pensar numa distribuição linear de E_s , baseada no conceito do módulo secante. Isto é, a distribuição não linear de E_s seria representada por uma distribuição linear por trechos, equivalente em área a distribuição não linear, obtendo assim uma distribuição da reação do solo em equilíbrio com as cargas externas aplicadas.

Na figura (IV-4) se ilustra o mesmo caso do Campo de Robalo, onde a distribuição linear secante é equivalente a distribuição não linear da figura (IV-3). Estas duas(2) distribuições determinam uma distribuição da reação do solo em equilíbrio com as forças externas aplicadas. Uma das distribuições lineares mais conhecida, é a distribuição de Matlock¹² dada pela reação abaixo:

$$E_s(x) = k x \quad (IV-22)$$

k : Coeficiente de recalque lateral da reação do solo, ou constante que relaciona o módulo secante da reação do solo com a profundidade.

Utilizando a relação (IV-22), Matlock¹² propôs uma série de coeficientes adimensionais, resultantes de resolver a equação diferencial (II-20) para o caso convencional de vigas em flexão, resolvendo assim, analiticamente o caso de estacas carregadas lateralmente.

No entanto, tal como será salientado no capítulo V, esta distribuição é aplicável somente em solos homogêneos, já que o processo iterativo para solucionar o problema não linear, não dá boa convergência quando se trata de solos compostos por várias camadas de propriedades diferentes. Assim, para não perder generalidade a distribuição linear do solo pode ser expressa linearmente através da seguinte relação:

$$E_s(x) = E_1 + k x \quad (IV-23)$$

Sendo:

E_1 : módulo secante da reação do solo na profundidade
 $x = H_1$

k : coeficiente que determina a inclinação da reta ou a variação linear de E_s entre as profundidades
 $x = H_1$ e $x = H_2$.

Definindo $\xi = x/l$ como a coordenada natural, temos que o módulo E_s do solo fica definido por:

$$E_s(\xi) = E_1 + k l \xi \quad (IV-24)$$

A matriz de rigidez do solo associado ao segmento " l " da estaca pode ser resolvida então, em função da variação linear de $E_s(x)$:

$$\tilde{K}_s^e = \int_0^l (E_1 + k x) \tilde{\phi}^T \tilde{\phi} dx \quad (IV-25)$$

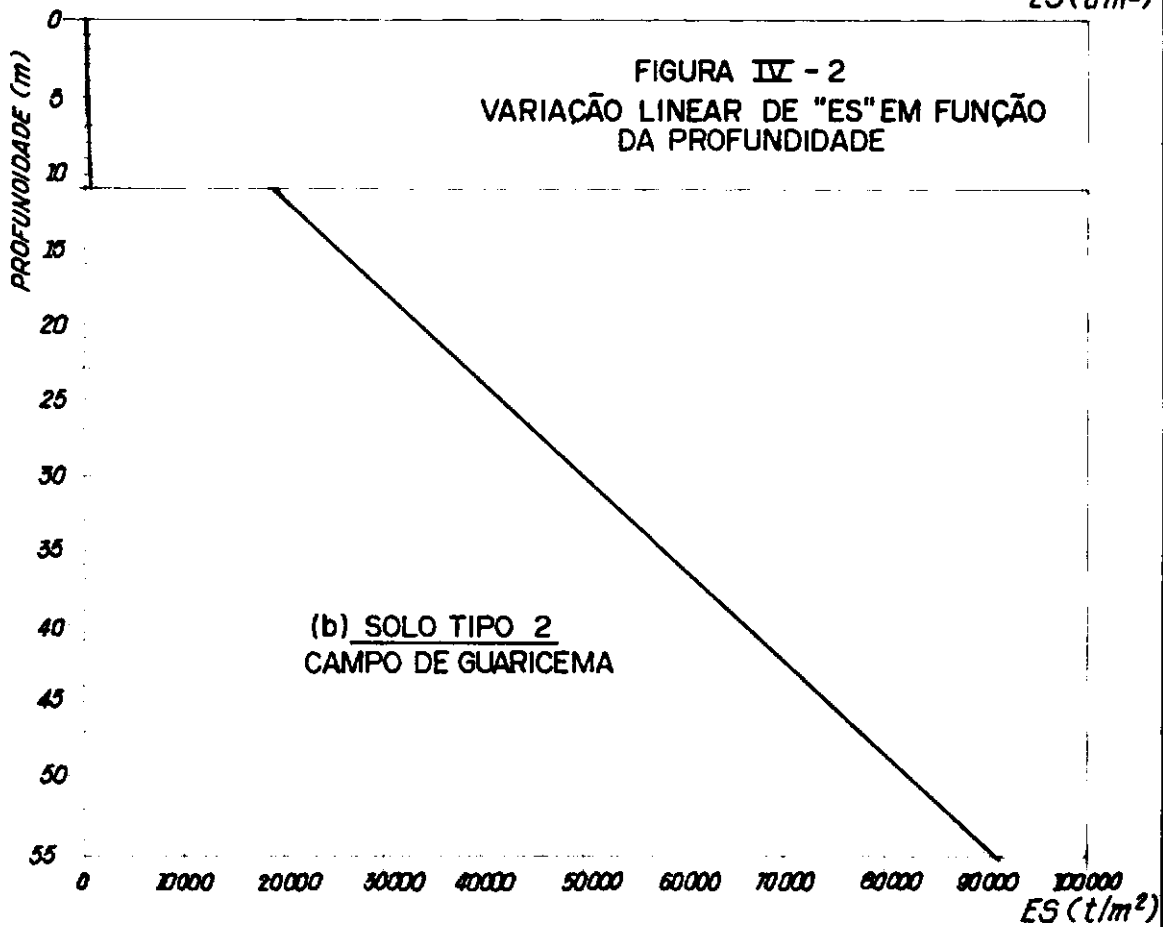
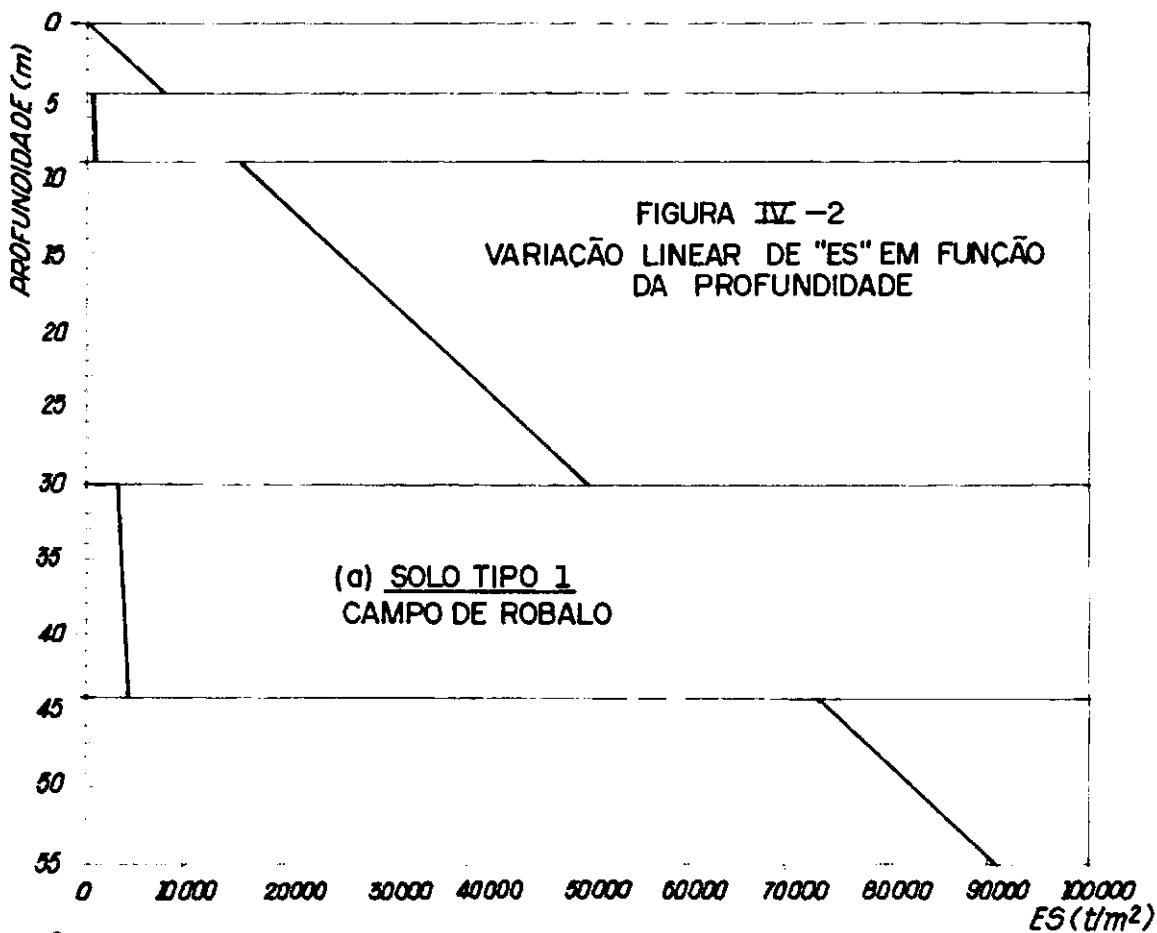
Ou em função da coordenada ξ :

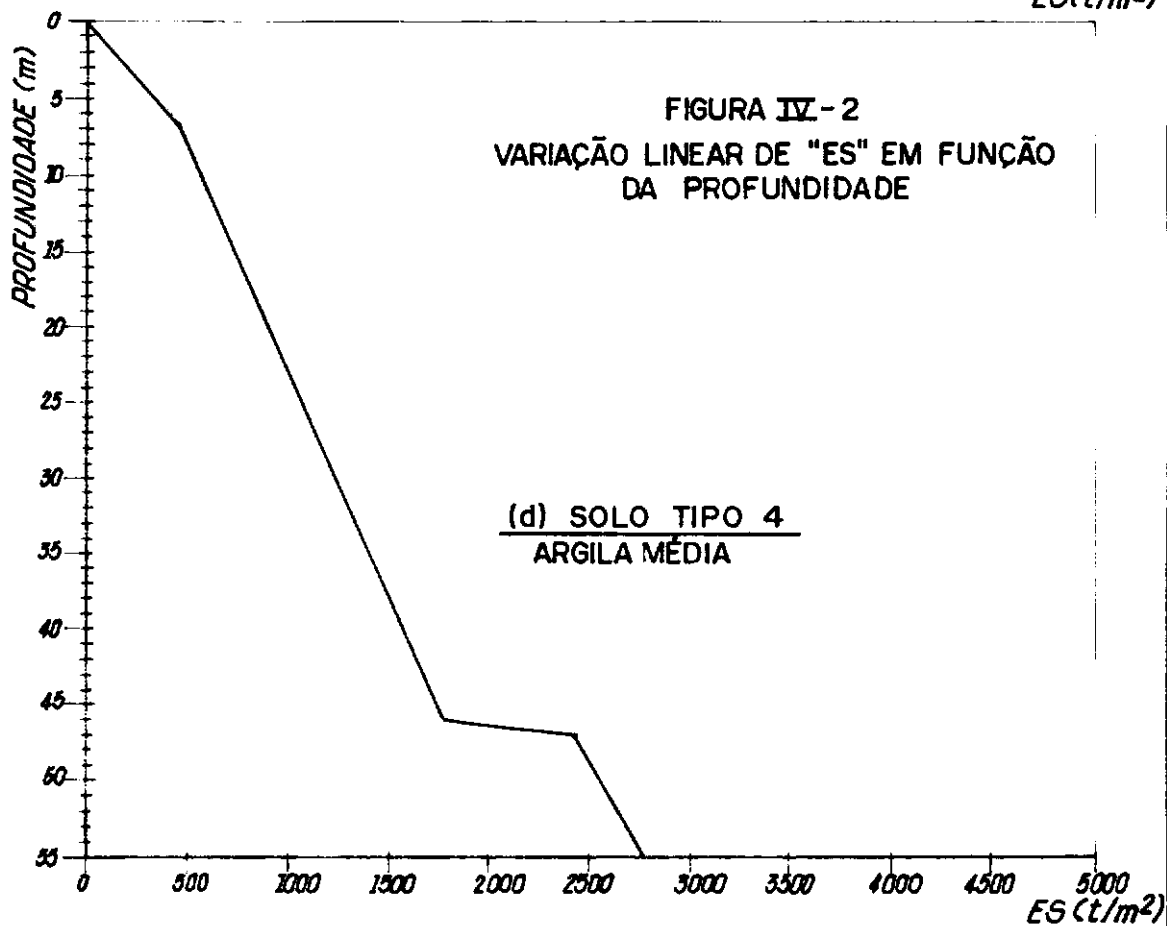
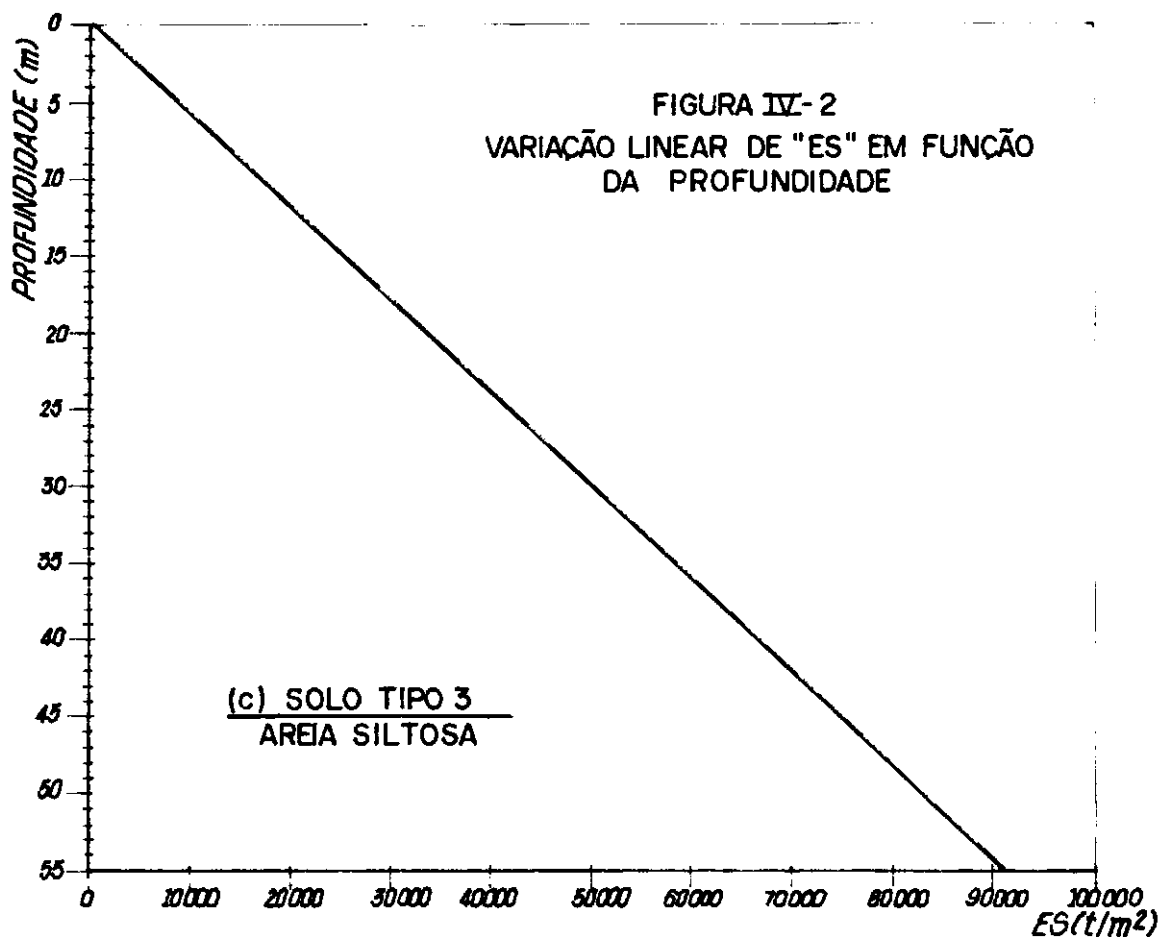
$$\tilde{K}_s^e = l \int_0^1 (E_1 + k l \xi) \tilde{\phi}^T \tilde{\phi} d\xi \quad (IV-26)$$

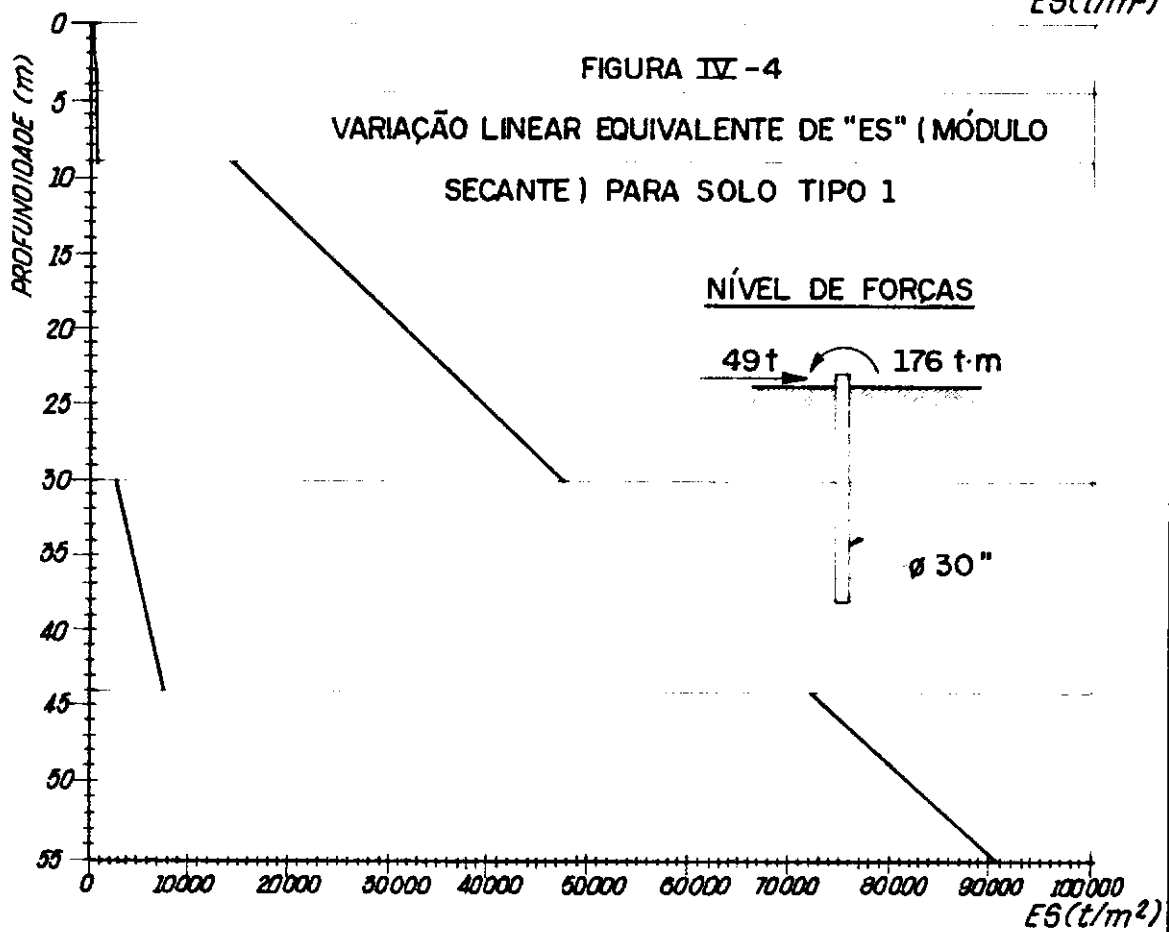
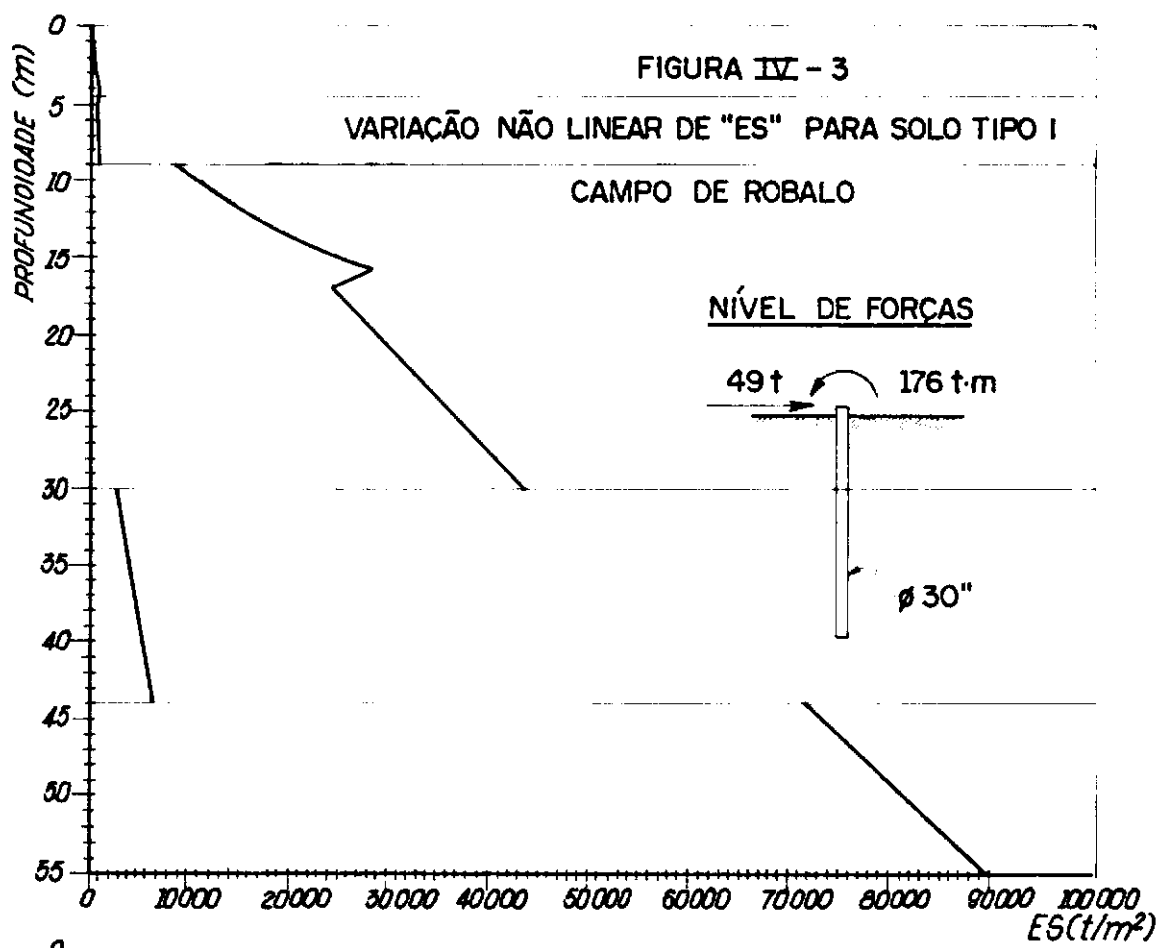
Esta matriz consta de duas (2) parcelas a saber:

$$\tilde{K}_s^e = E_1 l \int_0^1 \tilde{\phi}^T \tilde{\phi} d\xi + k l^2 \int_0^1 \xi \tilde{\phi}^T \tilde{\phi} d\xi \quad (IV-27)$$

A primeira parcela depende da integração direta das funções de interpolação e do módulo da reação do solo na profundidade $x = H_1$. A segunda parcela depende da integração das funções de interpolação através da coordenada ξ , e do coeficiente k que relaciona o módulo secante da reação, do solo entre as profundidades H_1 e H_2 .







IV.3 Matriz de Rigidez Lateral da Estaca com solução Polinomial Cúbica

As incógnitas nodais e graus de liberdade estão indicados na figura (IV-5):

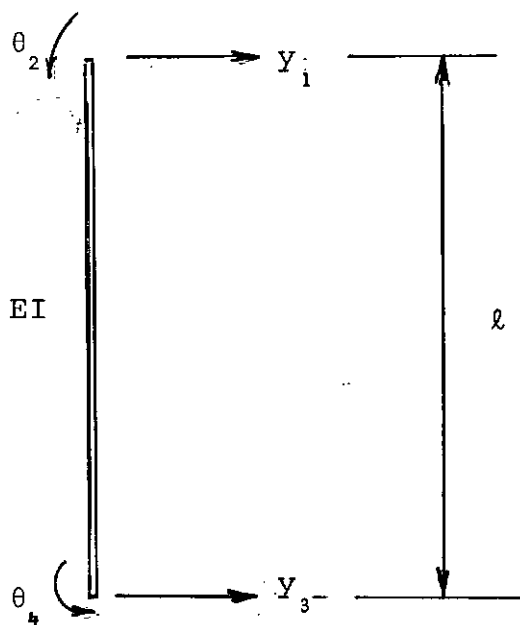


Figura (IV - 5)

A deformada da estaca em função das incógnitas nodais está dada pela seguinte relação:

$$y = \underset{\sim}{\phi} \underset{\sim}{U} e \quad (IV-28)$$

Se utilizarmos um polinômio cúbico para representar a deformada da estaca, temos que a função de interpolação $\underset{\sim}{\phi}$ está dada por:

$$\underset{\sim}{\phi} = \left[\phi_1 \quad \phi_2 \quad \phi_3 \quad \phi_4 \right] \quad (IV-29)$$

Utilizando a coordenada natural $\xi = X/\ell$, temos que:

$$\begin{aligned}\phi_1 &= 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \\ \phi_2 &= \ell(\xi - 2\xi^2 + \xi^3) \\ \phi_3 &= 3\xi^2 - 2\xi^3 \\ \phi_4 &= \ell(-\xi^2 + \xi^3)\end{aligned}\quad (\text{IV-30})$$

Assim a matriz de rigidez para um elemento da estaca es tá definida por:

$$\tilde{K}_p^e = EI \int_0^\ell \tilde{\phi}^T,_{xx} \tilde{\phi},_{xx} dx \quad (\text{IV-31})$$

Estando a deformação lateral definida por uma solução polinomial cúbica, temos que a matriz de rigidez da esta ca é a matriz clássica de flexão com quatro (4) graus de liberdade como incógnitas nodais dada por:

$$\tilde{K}_p^e = EI \begin{vmatrix} 12/\ell^3 & 6/\ell^2 & -12/\ell^3 & 6/\ell^2 \\ & 4/\ell & -6/\ell^2 & 2/\ell \\ & & 12/\ell^3 & -6/\ell^2 \\ \text{Simétrica} & & & 4/\ell \end{vmatrix} \quad (\text{IV-32})$$

A matriz de rigidez do solo associada ao segmento da esta ca está dada por:

$$\tilde{K}_s^e = \int_0^\ell E_s \tilde{\phi}^T \tilde{\phi} dx \quad (\text{IV-33})$$

Se considerarmos o Modulo do Solo variando linearmente:

$$E_S = (1 - \xi) E_1 + \xi E_2 \quad (IV-34)$$

Sendo E_1 e E_2 os valores de E_S no contorno do segmento.

O módulo de elasticidade E_S do solo pode ser exprimido também através da seguinte relação linear:

$$E_S(\xi) = E_1 + k\xi l \quad (IV-35)$$

E_1 = Valor de E_S na profundidade H_1

k = Coeficiente angular da reta ou também chamado de coeficiente de recalque.

A matriz de rigidez do segmento da estaca fica, então dada por:

$$K_{\sim S}^e = l \int_0^1 (E_1 + k\xi l) \phi_{\sim}^T \phi_{\sim} d\xi \quad (IV-36)$$

Esta matriz escrita em forma matricial fica:

$$K_{\sim S}^e = l \int_0^1 \begin{bmatrix} \phi_1^2 & \phi_1 \phi_2 & \phi_1 \phi_3 & \phi_1 \phi_4 \\ \phi_2^2 & \phi_2 \phi_3 & \phi_2 \phi_4 \\ \phi_3^2 & \phi_3 \phi_4 \\ \phi_4^2 \end{bmatrix} (E_1 + k\xi l) d\xi \quad (IV-37)$$

Que após a integração resulta:

$$K_{\sim S}^e = \ell \left[\begin{array}{cccc} \frac{117E_1}{315} + \frac{27\ell k}{315} & \frac{33E_1\ell}{630} + \frac{21\ell^2 k}{1260} & \frac{81E_1}{630} + \frac{81\ell k}{1260} & -\frac{39E_1\ell}{1260} - \frac{9\ell^2 k}{630} \\ & \frac{E_1\ell^2}{105} + \frac{\ell^3 k}{280} & \frac{39E_1\ell}{1260} + \frac{\ell^2 k}{60} & -\frac{E_1\ell^2}{140} - \frac{\ell^3 k}{280} \\ & & \frac{117E_1}{315} + \frac{\ell k}{3.5} & -\frac{33E_1\ell}{630} - \frac{\ell^2 k}{28} \\ \text{Simétrica} & & & \frac{E_1\ell^2}{105} + \frac{\ell^3 k}{168} \end{array} \right]$$

(IV-38)

Sendo:

E_1 : módulo secante da reação do solo na profundidade
 $x = H_1$

k : coeficiente que relaciona a variação linear do mô-
dulo da reação do solo entre as profundidades
 H_1 e H_2

IV.4 Matriz de Rigidez Lateral da Estaca com Solução Polinomial de Quarta Ordem

As incógnitas nodais e graus de liberdade estão indicadas na figura (IV-6)

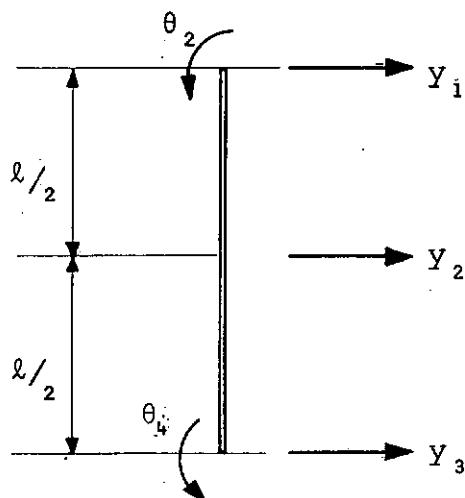


Figura (IV - 6)

A deformada da estaca utilizando uma solução de funções polinomiais, está dada por:

$$\underset{\sim}{Y} = \underset{\sim}{A} \underset{\sim}{\alpha} \quad (IV-39)$$

Sendo para o caso:

$$\underset{\sim}{A} = \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 & x^4 \end{vmatrix} \quad (IV-40)$$

$$\underset{\sim}{\alpha} = \begin{vmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \end{vmatrix}$$

Matriz de coeficientes a determinar.

$$(IV-41)$$

As incógnitas nodais em função dos parâmetros alfa está dada pela expressão:

$$\underline{U}_e = \underline{C} \quad \underline{\alpha} \quad (\text{ IV-42 })$$

Portanto, a matriz \underline{C} está dada por:

$$\underline{C} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \ell & \ell^2 & \ell^3 & \ell^4 \\ 0 & 1 & 2\ell & 3\ell^2 & 4\ell^3 \\ 1 & \frac{\ell}{2} & \frac{\ell^2}{4} & \frac{\ell^3}{8} & \frac{\ell^4}{16} \end{vmatrix} \quad (\text{ IV-43 })$$

As funções de interpolação ficam definidas através da seguinte expressão:

$$\underline{\phi} = \underline{A} \underline{C}^{-1} = \begin{vmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \phi_3 & \phi_4 & \phi_5 \end{vmatrix} \quad (\text{ IV-44 })$$

Sendo:

$$\underline{C}^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{11}{\ell^2} & -\frac{4}{\ell} & -\frac{5}{\ell^2} & \frac{1}{\ell} & \frac{16}{\ell^2} \\ \frac{18}{\ell^3} & \frac{5}{\ell^2} & \frac{14}{\ell^3} & -\frac{3}{\ell^2} & -\frac{32}{\ell^3} \\ -\frac{8}{\ell^4} & -\frac{2}{\ell^3} & -\frac{8}{\ell^4} & \frac{2}{\ell^3} & \frac{16}{\ell^4} \end{vmatrix} \quad (\text{ IV-45 })$$

Portanto as funções de interpolação:

$$\phi_1 = 1 - 11\xi^2 + 18\xi^3 - 8\xi^4$$

$$\phi_2 = \ell(\xi - 4\xi^2 + 5\xi^3 - 2\xi^4)$$

$$\phi_3 = -5\xi^2 + 14\xi^3 - 8\xi^4 \quad (IV-46)$$

$$\phi_4 = \ell(\xi^2 - 3\xi^3 + 2\xi^4)$$

$$\phi_5 = 16\xi^2 - 32\xi^3 + 16\xi^4$$

Sendo $\xi = \frac{x}{\ell}$ a coordenada natural local da estaca.

Finalmente a deformada do segmento da estaca em função das funções de interpolação:

$$Y = \phi_1 Y_1 + \phi_2 \theta_2 + \phi_3 Y_3 + \phi_4 \theta_4 + \phi_5 Y_5 \quad (IV-47)$$

A matriz de rigidez do elemento da estaca está dada por:

$$K_P^e = \int_0^\ell EI \phi^{T}_{,xx} \phi_{,xx} dx \quad (IV-48)$$

As segundas derivadas da função de interpolação:

$$\begin{aligned} \phi_{1,xx} &= \frac{1}{\ell^2} (-22 + 108\xi - 96\xi^2) \\ \phi_{2,xx} &= \frac{1}{\ell} (-8 + 30\xi - 24\xi^2) \\ \phi_{3,xx} &= \frac{1}{\ell^2} (-10 + 84\xi - 96\xi^2) \\ \phi_{4,xx} &= \frac{1}{\ell} (2 - 18\xi + 24\xi^2) \\ \phi_{5,xx} &= \frac{1}{\ell^2} (32 - 192\xi + 192\xi^2) \end{aligned} \quad (IV-49)$$

Sendo ξ a coordenada natural.

Da integração da matriz de rigidez resulta:

$$K_p^e = EI \begin{array}{ccccc} \frac{63.2}{l^3} & \frac{18.8}{l^2} & \frac{39.2}{l^3} & -\frac{6.8}{l^2} & \frac{102.4}{l^3} \\ & \frac{7.2}{l} & \frac{6.8}{l^2} & -\frac{1.2}{l} & -\frac{25.6}{l^2} \\ & & \frac{63.2}{l^3} & -\frac{18.8}{l^2} & -\frac{102.4}{l^3} \\ \text{Simétrica} & & & \frac{7.2}{l} & \frac{25.6}{l^2} \\ & & & & \frac{204.8}{l^3} \end{array}$$

(IV-50)

A matriz de rigidez do solo associada ao elemento da esta-
ca fica dada por:

$$K_s^e = \int_0^l E_s(x) \phi^T \phi dx \quad (IV-51)$$

Considerando que o módulo do solo varia linearmente com
a profundidade:

$$E_s(\xi) = (E_1 + k\xi l) \quad (IV-52)$$

Integrando a matriz de rigidez do solo temos:

$$K_{s \sim}^e = \frac{\ell}{10^3}$$

$$\left[\begin{array}{ccccc} 206.35 E_1 + & 15.873 E_1 \ell + & -36.508 E_1 - & 5.5556 E_1 \ell + & 63.492 E_1 + \\ 28.571 \ell k & 3.1746 \ell^2 k & 18.254 \ell k & 2.381 \ell^2 k & 6.3492 \ell k \\ & 1.5873 E_1 \ell^2 + & -5.5555 E_1 \ell - & 0.79365 E_1 \ell^2 + & 6.3492 E_1 \ell \\ & 0.3968 \ell^3 k & 3.1746 \ell^2 k & 0.3968 \ell^3 k & \\ & & 206.35 E_1 + & -15.873 E_1 \ell - & 63.492 E_1 + \\ & & 177.78 \ell k & 12.698 \ell^2 k & 57.143 \ell k \\ & & & 1.5873 E_1 \ell^2 + & -6.3492 E_1 \ell - \\ & & & 1.1905 \ell^3 k & 6.3492 \ell^2 k \\ \text{Simétrica} & & & & 406.35 E_1 + \\ & & & & 203.17 \ell k \end{array} \right]$$

Sendo:

(IV-53)

E_1 : módulo secante da reação do solo na profundidade $x = H_1$

k : coeficiente que relaciona a variação linear do módulo secante da reação do solo entre as profundidades H_1 e H_2

IV.5 Matriz de Rigidez Lateral da Estaca com Solução Polinomial de Quinta Ordem

As incógnitas nodais e graus de liberdade estão indicados na figura (IV-7)

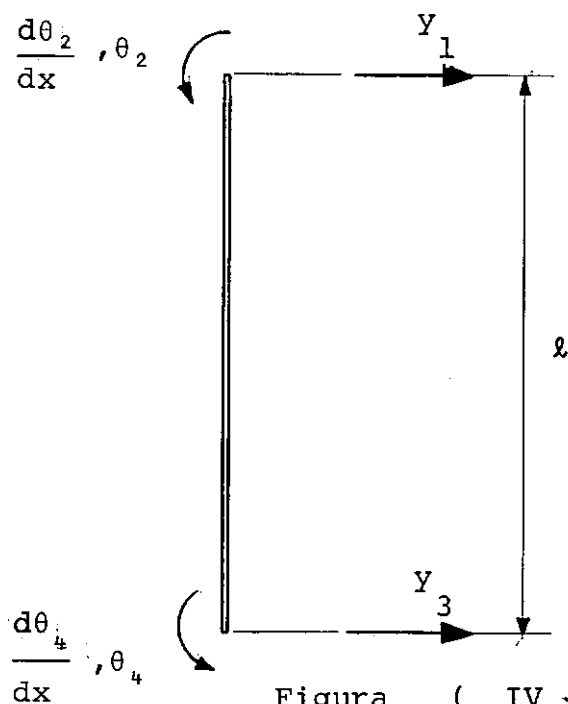


Figura (IV - 7)

A deformada do segmento da estaca está dada por:

$$Y = \tilde{A} \tilde{\alpha} \quad (IV-54)$$

Sendo:

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 & x^4 & x^5 \end{bmatrix} \quad (IV-55)$$

$$\tilde{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \alpha_4 \\ \alpha_5 \\ \alpha_6 \end{bmatrix}$$

(IV-56)

Matriz de coeficientes a determinar.

As incógnitas nodais em função dos coeficientes alfa estão dada por:

$$\underline{U}_e = \underline{C} \underline{\alpha} \quad (IV-57)$$

Sendo :

$$\underline{C} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & \ell & \ell^2 & \ell^3 & \ell^4 & \ell^5 \\ 0 & 1 & 2\ell & 3\ell^2 & 4\ell^3 & 5\ell^4 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 6\ell & 12\ell^2 & 20\ell^3 \end{vmatrix} \quad (IV-58)$$

As funções de interpolação estão dadas por:

$$\underline{\phi} = \underline{A} \underline{C}^{-1} = \begin{vmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \phi_3 & \phi_4 & \phi_5 & \phi_6 \end{vmatrix}$$

(IV-59)

Sendo :

$$\underline{C}^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ -\frac{10}{\ell^3} & -\frac{6}{\ell^2} & \frac{10}{\ell^3} & -\frac{4}{\ell^2} & -\frac{1.5}{\ell} & \frac{0.5}{\ell} \\ \frac{15}{\ell^4} & \frac{8}{\ell^3} & -\frac{15}{\ell^4} & \frac{7}{\ell^3} & \frac{1.5}{\ell^2} & -\frac{1}{\ell^2} \\ -\frac{6}{\ell^5} & -\frac{3}{\ell^4} & \frac{6}{\ell^5} & -\frac{3}{\ell^4} & -\frac{0.5}{\ell^3} & \frac{0.5}{\ell^3} \end{vmatrix} \quad (IV-60)$$

Portanto, as funções de interpolação:

$$\begin{aligned}
 \phi_1 &= 1 - 10\xi^3 + 15\xi^4 - 6\xi^5 \\
 \phi_2 &= \ell (\xi - 6\xi^3 + 8\xi^4 - 3\xi^5) \\
 \phi_3 &= 10\xi^3 - 15\xi^4 + 6\xi^5 \\
 \phi_4 &= \ell (-4\xi^3 + 7\xi^4 - \xi^5) \quad (\text{IV-61}) \\
 \phi_5 &= \frac{\ell^2}{2} (\xi^2 - 3\xi^3 + 3\xi^4 - \xi^5) \\
 \phi_6 &= \frac{\ell^2}{2} (\xi^3 - 2\xi^4 + \xi^5)
 \end{aligned}$$

Assim, a deformada do segmento da estaca:

$$Y = \phi_1 Y_1 + \phi_2 \theta_2 + \phi_3 Y_3 + \phi_4 \theta_4 + \phi_5 \frac{d\theta_2}{dx} + \phi_6 \frac{d\theta_4}{dx} \quad (\text{IV-62})$$

A matriz de rigidez do segmento da estaca está dada por:

$$\tilde{K}_p^e = EI \int_0^\ell \tilde{\phi}^T_{,xx} \tilde{\phi}_{,xx} dx \quad (\text{IV-63})$$

As segundas derivadas das funções de interpolação estão dadas por:

$$\begin{aligned}
 \phi_{1,xx} &= \frac{1}{\ell^2} (-60\xi + 180\xi^2 - 120\xi^3) \\
 \phi_{2,xx} &= \frac{1}{\ell} (-36\xi + 96\xi^2 - 60\xi^3) \\
 \phi_{3,xx} &= \frac{1}{\ell^2} (60\xi - 180\xi^2 + 120\xi^3) \quad (\text{IV-64}) \\
 \phi_{4,xx} &= \frac{1}{\ell} (-24\xi + 84\xi^2 - 60\xi^3) \\
 \phi_{5,xx} &= 1 - 9\xi + 18\xi^2 - 10\xi^3 \\
 \phi_{6,xx} &= 3\xi - 12\xi^2 + 10\xi^3
 \end{aligned}$$

A integração da matriz de rigidez resulta:

$$K_{\sim p}^e = \frac{EI}{315} \begin{vmatrix} \frac{5400}{l^3} & \frac{2700}{l^2} & -\frac{5400}{l^3} & \frac{2700}{l^2} & \frac{135}{l} & -\frac{135}{l} \\ & \frac{1728}{l} & -\frac{2700}{l^2} & \frac{972}{l} & 99 & -36 \\ & & \frac{5400}{l^3} & -\frac{2700}{l^2} & -\frac{135}{l} & \frac{135}{l} \\ & & & \frac{1728}{l} & 36 & -99 \\ & & & & 27l & 4.5l \\ \text{Simétrica} & & & & & 27l \end{vmatrix}$$

(IV-65)

A matriz de rigidez do solo associada ao segmento da esta-
ca:

$$K_{\sim s}^e = \int_0^l E_s \phi_{\sim}^T \phi_{\sim} dx \quad (IV-66)$$

Como o modulo do solo varia linearmente, temos:

$$K_{\sim s}^e = l \int_0^1 (E_1 + \xi lk) \phi_{\sim}^T \phi_{\sim} d\xi \quad (IV-67)$$

Que após da integração resulta:

$$K_s^e = \frac{\ell}{10^3}$$

Simétrica

391.77 E ₁ + 88.745 ℓk	67.316 E ₁ ℓ + 20.851 ℓ ² k	108.23 E ₁ + 54.113 ℓk	-(32.684 E ₁ ℓ + 15.44ℓ ² k)	5.0685 E ₁ ℓ ² + 1.7857 ℓ ³ k	3.2648 E ₁ ℓ ² + 1.4791 ℓ ³ k
	15.007 E ₁ ℓ ² + 5.4113 ℓ ³ k	32.684 E ₁ ℓ + 17.244 ℓ ² k	-(9.596 E ₁ ℓ ² + 4.798 ℓ ³ k)	1.2446 E ₁ ℓ ³ + 0.487 ℓ ⁴ k	0.9379 E ₁ ℓ ³ + 0.4509 ℓ ⁴ k
		391.77 E ₁ + 303.03ℓk	-(67.316 E ₁ ℓ + 46.465ℓ ² k)	3.2648 E ₁ ℓ ² + 1.7857 ℓ ³ k	5.0685 E ₁ ℓ ² + 3.2828 ℓ ³ k
			15.007 E ₁ ℓ ² + 9.596 ℓ ³ k	-(0.9379 E ₁ ℓ ³ + 0.48701 ℓ ⁴ k)	-(1.2446 E ₁ ℓ ³ + 0.75758ℓ ⁴ k)
				0.1082 E ₁ ℓ ⁴ + 0.04509 ℓ ⁵ k	0.09018 E ₁ ℓ ⁴ + 0.04509 ℓ ⁵ k
					0.10823 E ₁ ℓ ⁴ + 0.063131ℓ ⁵ k

(IV-68)

Sendo:

E₁ : módulo secante da reação do solo na profundidade x = H₁

k : coeficiente que relaciona a variação linear do módulo secante da reação do solo entre as profundidades H₁ e H₂

V. VERIFICAÇÃO DO COMPORTAMENTO NUMÉRICO DO MODELO

V.1 Análise dos Resultados para Estacas Carregadas Lateralmente

Para verificar o comportamento numérico do modelo proposto, foi analisado o caso de uma estaca de $\phi 30'' \times 1.75''$ com 55 metros de comprimento e carregada lateralmente por uma força $Q=49t$ e um momento fletor $M = 176 \text{ t-m}$.

A resposta estrutural, esforços internos e deslocamentos laterais da estaca, foi calculada para os quatro (4) tipos de solos apresentados no item II.9.

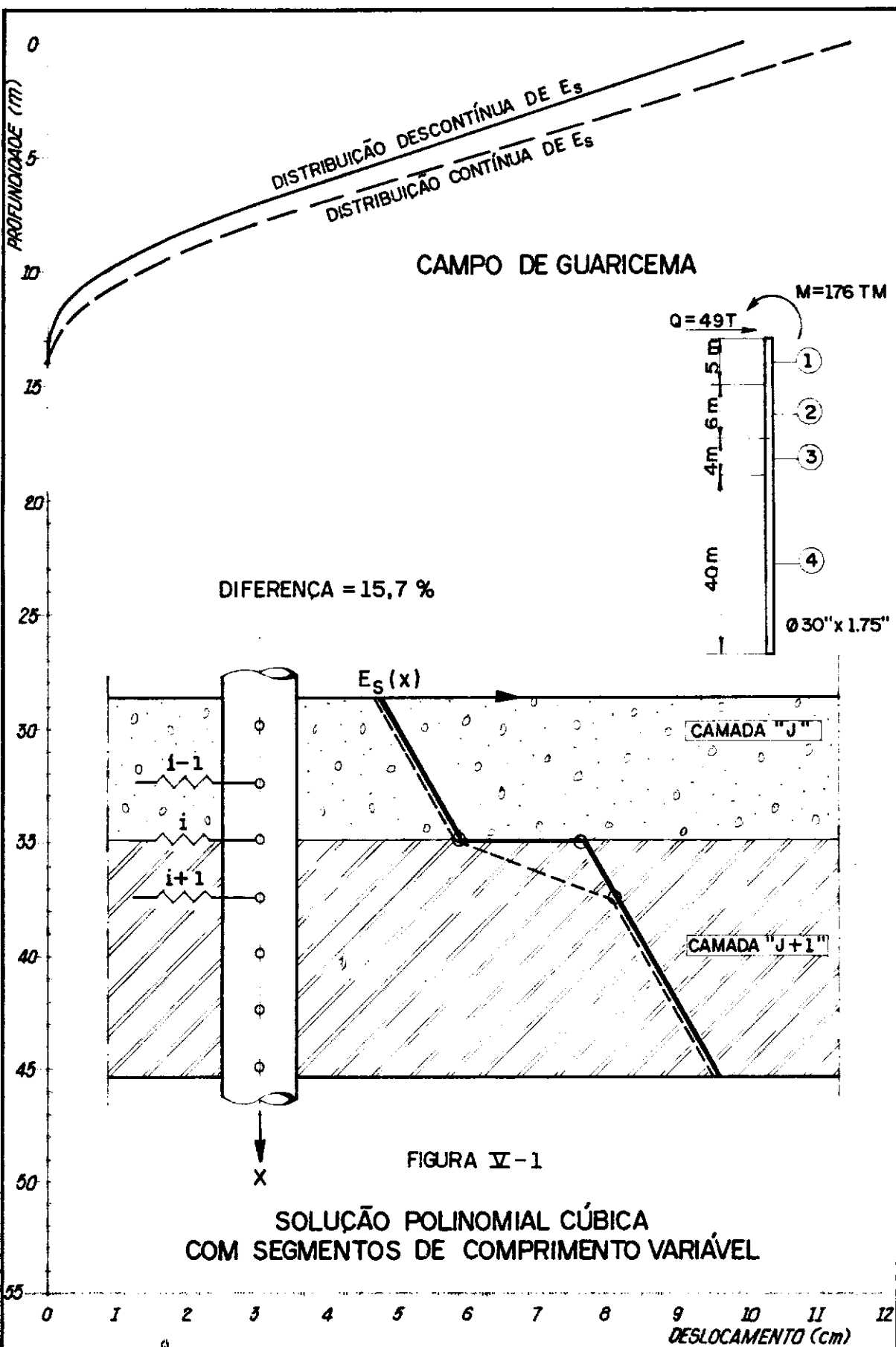
Devido que é necessário dividir a estaca em segmentos, foi analisado primeiro o caso de "n" segmentos de igual comprimento e posteriormente o caso de segmentos de comprimento variável.

Esta última alternativa permite dividir a estaca em segmentos coincidentes com as camadas de diferentes propriedades do solo. Ambas as alternativas foram comparadas à solução com mola de Winkler distribuídas a cada metro.

A figura (V-1) ilustra um segmento de estaca cravada num perfil de solo composto por camadas de diferentes propriedades.

É necessário salientar nesta figura que a mola "i" poderá ser calculada com as propriedades da camada "j" ou a camada "j+1". Também a distribuição do parâmetro $E_s(x)$ poderá ser alterado dependendo do valor adotado no limite das duas (2) camadas.

Se considerarmos o valor do parâmetro E_s determinado pelas propriedades da camada "j" no ponto "i", teremos uma distribuição de E_s indicado pela linha tracejada da figura. Caso contrário a distribuição de E_s corresponderá a uma distribuição descontínua, segundo indicada pela linha de traço cheio da figura.



A tabela (V-1) mostra também os deslocamentos laterais da estaca analisada para o caso do solo tipo 2 (Campo de Guaricema), utilizando duas (2) distribuições do parâmetro E_s .

A estaca foi dividida em quatro (4) segmentos de comprimento variável de 5, 6, 4 e 40 metros respectivamente.

É interessante salientar que a distribuição contínua de E_s diminui a rigidez lateral do solo, obtendo-se uma diferença de 15.7% para os deslocamentos laterais na cabeça da estaca.

As figuras (V-2) à (V-5) ilustram o caso de uma estaca dividida em segmentos de igual comprimento, utilizando a solução polinomial cúbica para as função de interpolação da matriz de rigidez.

Também foi graficado nestas figuras a solução obtida pelo método de Winkler utilizando uma distribuição de molas a cada metro.

É necessário salientar que para efeitos de comparação , a solução de Winkler obriga a dividir a estaca em 55 segmentos, contra um máximo de 11 à 13 elementos alcançados no método da matriz de rigidez para obter uma boa convergência. Também é conveniente salientar que o número de elementos necessários para uma boa convergência, diminui quando o solo está composto por um perfil homogêneo. Temos assim, que foi necessário somente 5 elementos para o caso de uma argila média, contra 11 elementos para o Campo de Robalo.

Como era de esperar, no Campo de Robalo e Guaricema observamos que a curva para 13 elementos apresenta menores deslocamentos que a curva com 9 e 11 segmentos respectivamente. Isto já foi explicado na figura (V-1), onde foi estudado o efeito de variar a distribuição do parâmetro E_s , quando a estaca é dividida em segmentos de igual comprimento.

As figuras (V-6) à (V-9) ilustram o caso dos elementos de comprimento variável, utilizando as soluções polinomiais de

3ª e 5ª Ordem para as funções de interpolação da matriz de rigidez. Para os solos composto por várias camadas o número de elementos foi determinado pelo número de camadas. Para os solos homogêneos foram escolhidos três (3) segmentos de 5, 10 e 40 metros de comprimento respectivamente.

Devido a camada de lama mole de 11 metros de espessura no Campo de Guaricema, foram escolhidos quatro (4) segmentos de 5, 6, 4, e 40 metros respectivamente.

É interessante salientar que tanto no caso do polinômio de 3ª como de 5ª Ordem, foram obtidos excelentes resultados para um número reduzido de elementos, se comparado ao número de 55 elementos necessários à solução de Winkler.

Pelo fato de o elemento ter o mesmo comprimento da camada, o parâmetro E_s do solo não é alterado, permitindo assim a integração numérica da variação descontínua de E_s na matriz de rigidez do sistema estaca-solo. A variação de E_s permanece linear nas camadas inferiores do solo, devido que as deformações da estaca são pequenas.

Isto permite escolher comprimentos do segmento da estaca maiores, sem por isso alterar a qualidade dos resultados numéricos. Tal foi o caso dos solos tipos 2, 3 e 4 onde o comprimento escolhido para o segmento inferior foi de 40 metros.

É conveniente salientar que para o solo tipo 1 da Figura (V-6), a solução polinomial cúbica apresentou resultados que são 15 à 18% inferiores aos obtidos pela solução de Winkler, e pequenas distorções nos deslocamentos para as profundidades de 30 à 40 metros. A solução polinomial de 5ª Ordem comparou bem com os resultados obtidos pela solução de Winkler. Sendo que esta última apresentou deslocamentos levemente maiores (8%) entre as profundidades de 4 à 10 metros.

As figuras (V-10) e (V-11) mostram os momentos fletores em função da profundidade para o Campo de Robalo.

Observa-se nestas figuras que ambas as soluções convergem ao valor exato na cabeça da estaca, cumprindo também com o equilíbrio estático entre as forças aplicadas e a reação do solo, produzida pelo deslocamento lateral da estaca.

A solução polinomial cúbica apresenta curvas descontínuas do momento fletor com a profundidade, devido ao fato que o polinômio cúbico consegue representar somente o caso da carga uniformemente distribuída, não havendo portanto uma concordância entre a reação do solo calculada a partir da deformada da estaca e a reação do solo obtida das curvas "P-Y", que geralmente apresenta uma variação linear com a profundidade. Este efeito pode ser corrigido aumentando o número de elementos na segmentação da estaca.

A solução polinomial de 5ª Ordem apresenta curvas de momento fletor bem comportadas, devido ao fato que as segundas derivadas da deformada nos extremos do segmento da estaca (e portanto também o momento fletor), são incógnitas do problema.

Também a quarta derivada do polinômio de 5ª Ordem apresenta uma variação linear, compatibilizando assim, a reação do solo calculada a partir da deformada da estaca e aquela obtida das curvas "P-Y".

Foram comparados os resultados numéricos dos polinômios de 3ª e 5ª Ordem, por terem as suas matrizes associadas, graus de liberdade consistentes com a formulação do problema da interação solo-estaca, e podendo também estes elementos serem combinados com elementos de barra prismática convencionais.

A matriz de rigidez com polinômio de 4ª Ordem, introduz um nó no meio do segmento alterando assim a montagem clássica da matriz de rigidez global da estaca. Por outro lado, este nó adicional apresenta a desvantagem de não diminuir o número de elementos possíveis na escolha dos segmentos da estaca, dado que inclui somente o deslocamento lateral. Quando utilizado em programas de computador convencionais, é necessário associar ao deslocamento do nó intermediário, outros graus de liberdade nulos, introduzindo assim distorções nos resultados numéricos.

Finalmente, para fazer uma boa utilização da matriz de rigidez

com polinômio de 4º grau, é necessário condensar o nó adicional do elemento, situação que leva aos mesmos graus de liberdade da matriz de rigidez com polinômio cúbico (uma rotação e um deslocamento por nó). Do ponto de vista da matriz de rigidez do solo associada ao elemento da estaca, o nó adicional permitiria utilizar dois segmentos de reta diferentes para modelar a variação do parâmetro E_s do solo, fato que permitiria para alguns casos, modelar melhor a variação fortemente não linear de E_s .

É possível concluir então que a solução com polinômio de 5ª Ordem apresenta bons resultados tanto para deslocamentos como para esforços internos nos segmentos da estaca, mesmo na situação de camadas de solo de diferentes propriedades. Esta solução também permite trabalhar com poucos segmentos, dado que a quarta derivada da função apresenta variação linear, fato que permite representar melhor a reação do solo calculada a partir da deformada da estaca com aquela obtida das curvas "P-Y".

A solução com polinômio de 3ª Ordem apresenta bons resultados para os deslocamentos em solos homogêneos. Para solos compostos por camadas de diferentes propriedades, a solução polinomial cúbica apresenta deslocamentos menores, quando comparado à solução de Winkler e solução polinomial de 5ª Ordem. A curva de momento fletor apresenta discontinuidades com a profundidade, devido ao fato que foram calculadas a partir das segundas derivadas da deformada da estaca, e também porque este polinômio consegue representar bem o caso de carga uniformemente distribuída somente, não havendo portanto uma boa representação da reação do solo quando calculada a partir da quarta derivada da deformada da estaca, e aquela obtida das curvas "P-Y".

Finalmente a solução de Winkler além de aumentar excessivamente o número de graus de liberdade e número de segmentos utilizados na análise da estaca, introduz para alguns casos, uma duplicidade na escolha da mola que representa o solo no ponto de

transição da camada. Segundo os resultados da Tabela (V-1) , existe um 16% de diferença no deslocamento lateral da estaca, se o cálculo é feito no segmento de transição, com a mola que representa a argila ou a mola que representa as propriedades de rigidez da areia na profundidade de 11 mts.

Esta limitação do método de Winkler explica também na Figura (V-6) , os maiores deslocamentos da solução de Winkler entre as profundidades de 4 à 10 metros, quando comparado com a solução polinomial de 5^a Ordem.

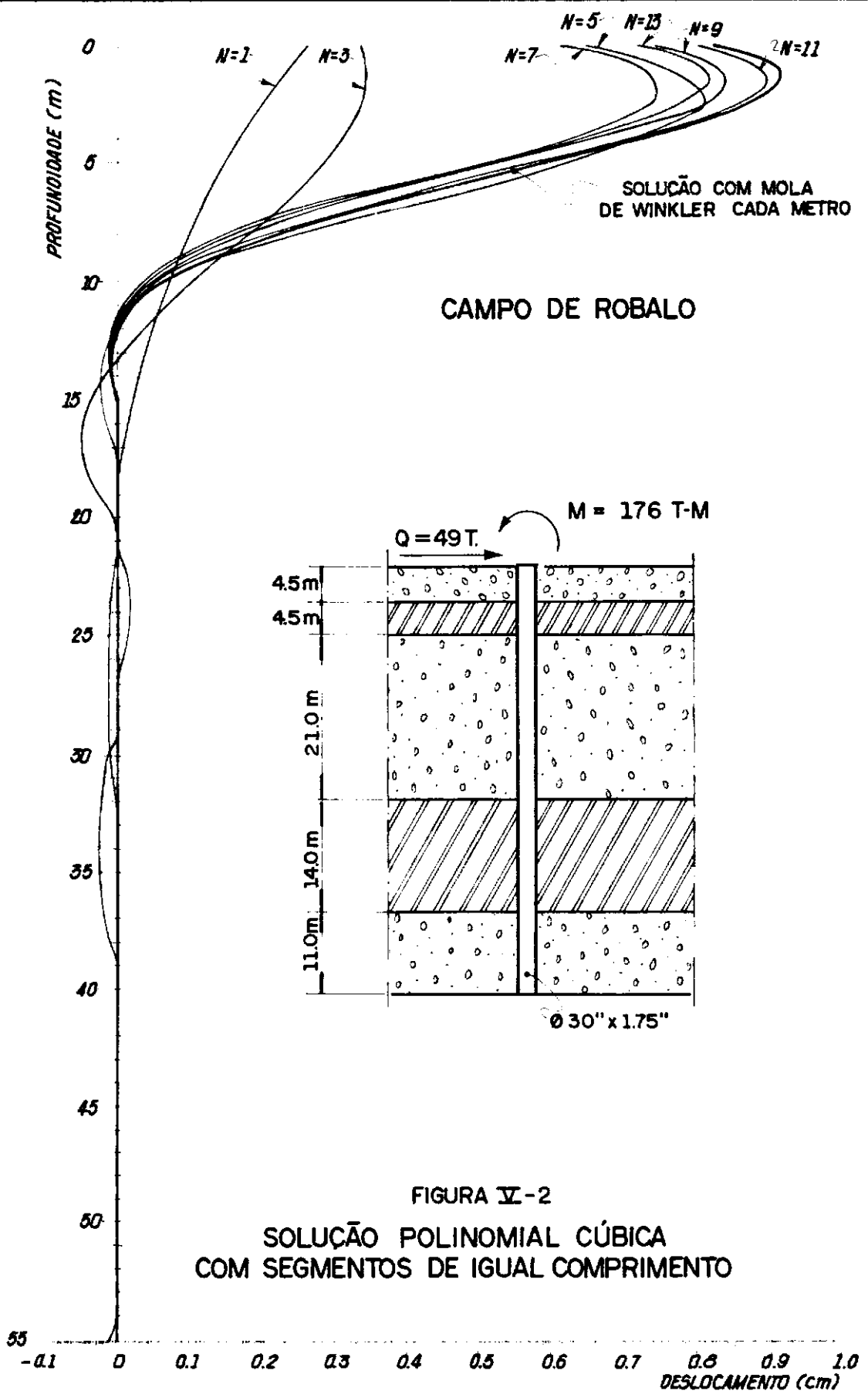
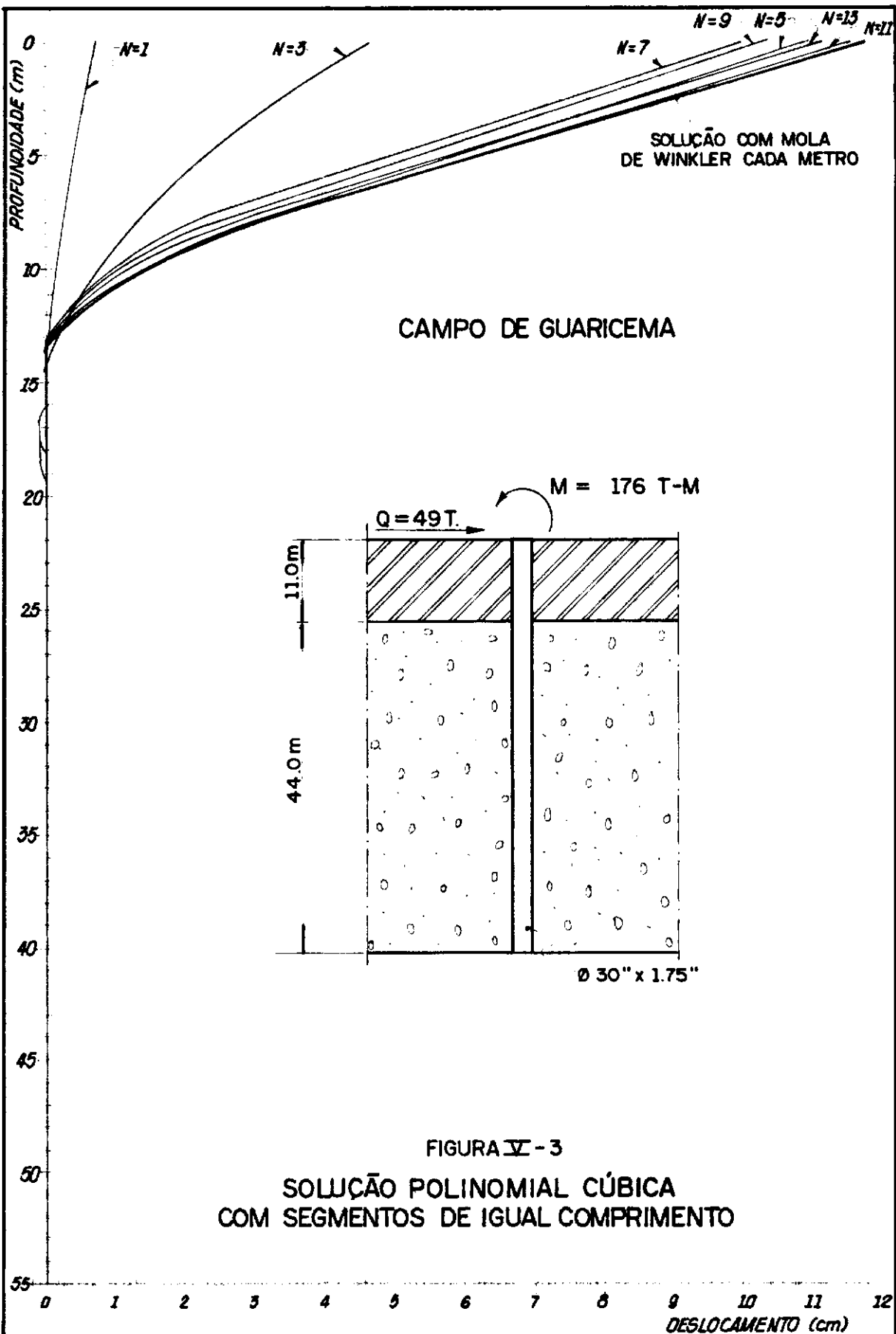
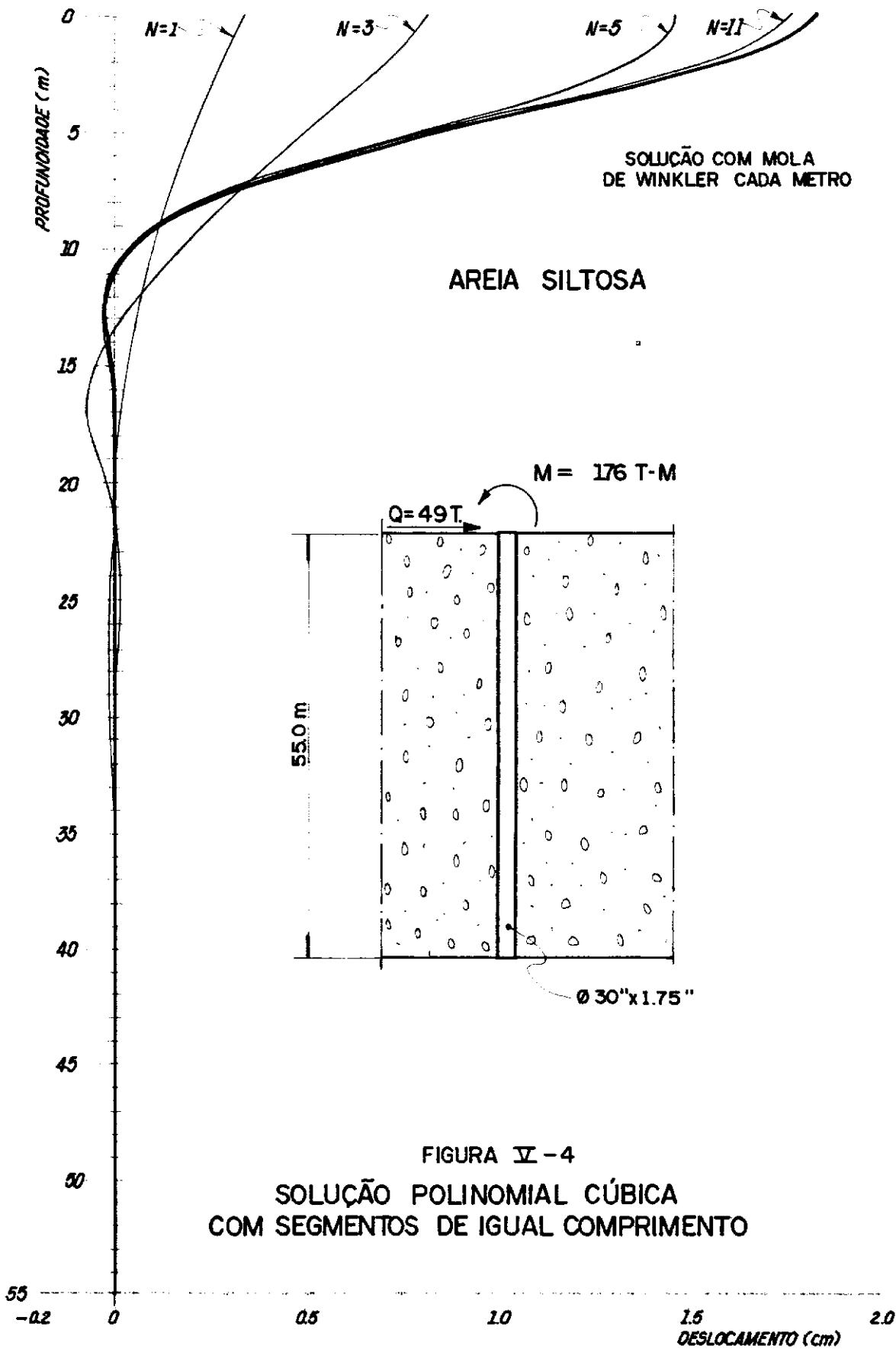
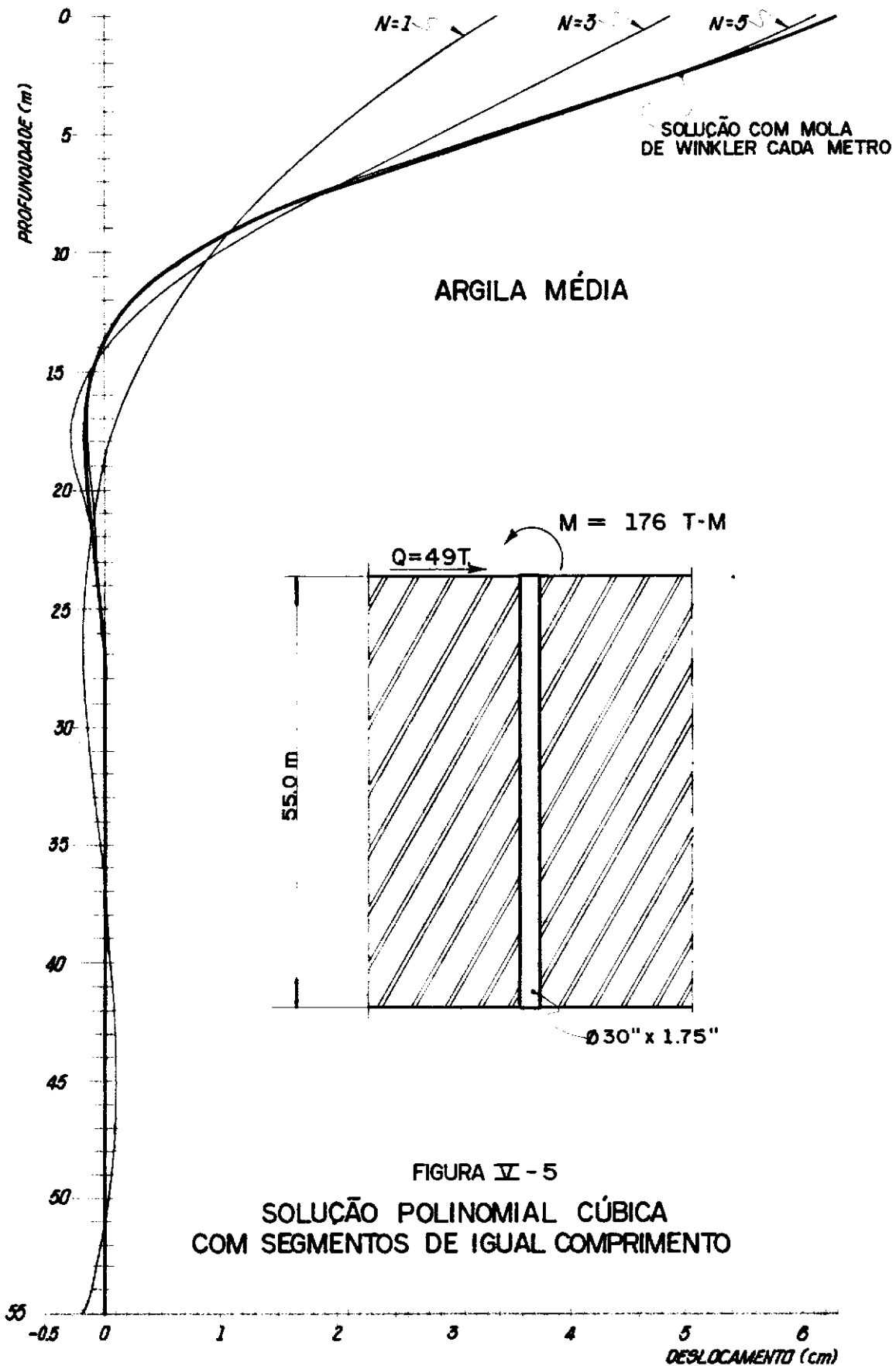
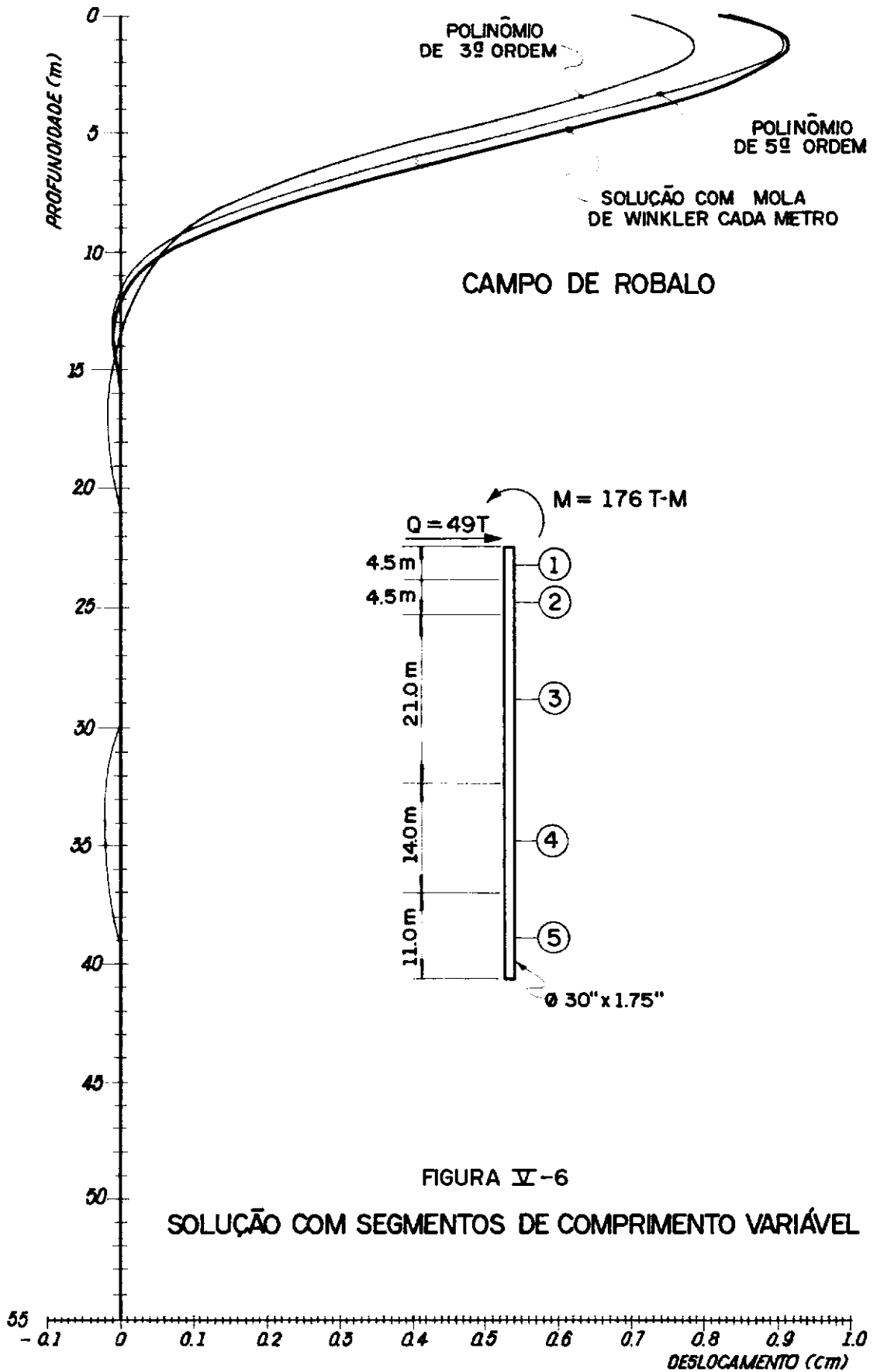


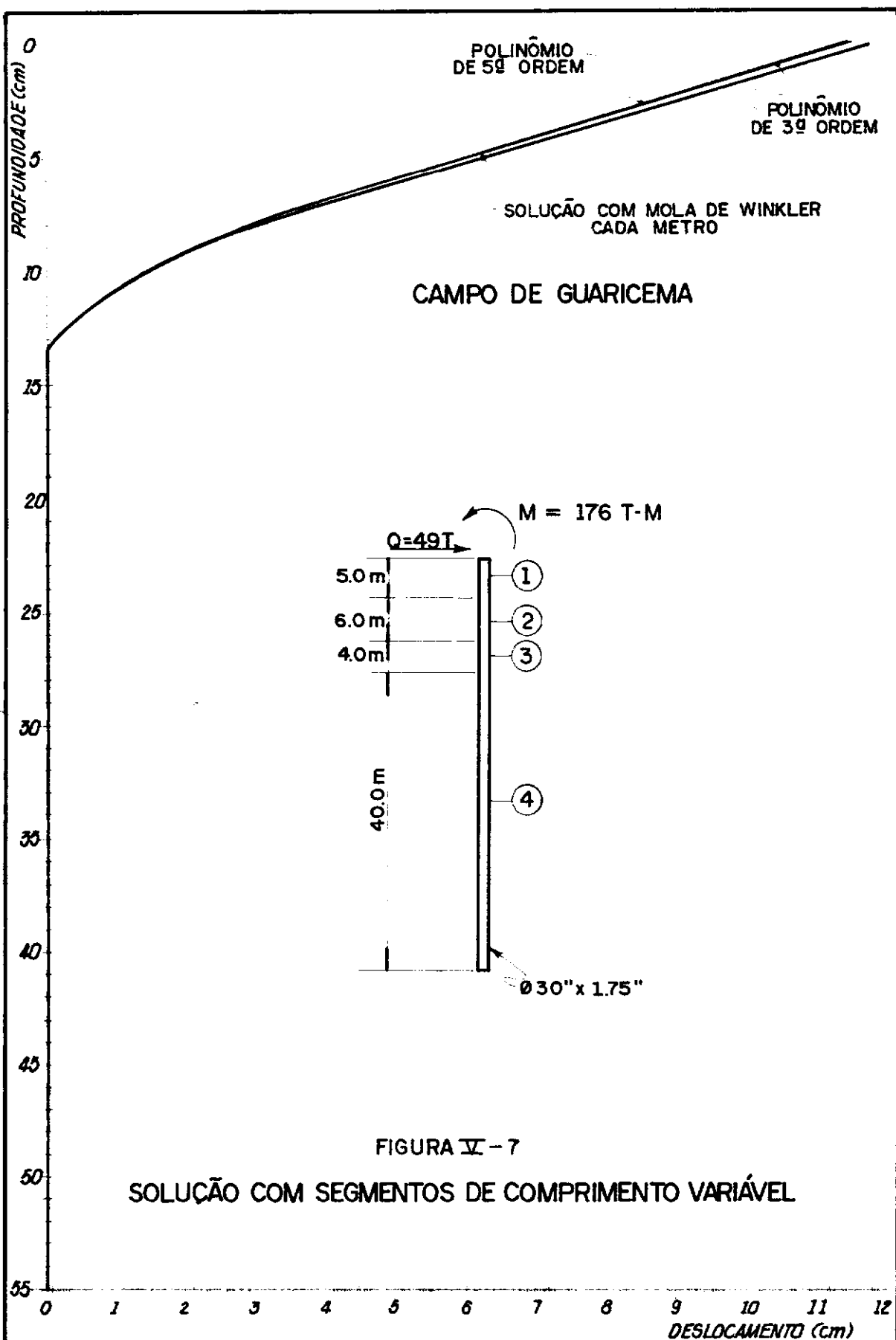
FIGURA V-2
SOLUÇÃO POLINOMIAL CÚBICA
COM SEGMENTOS DE IGUAL COMPRIMENTO

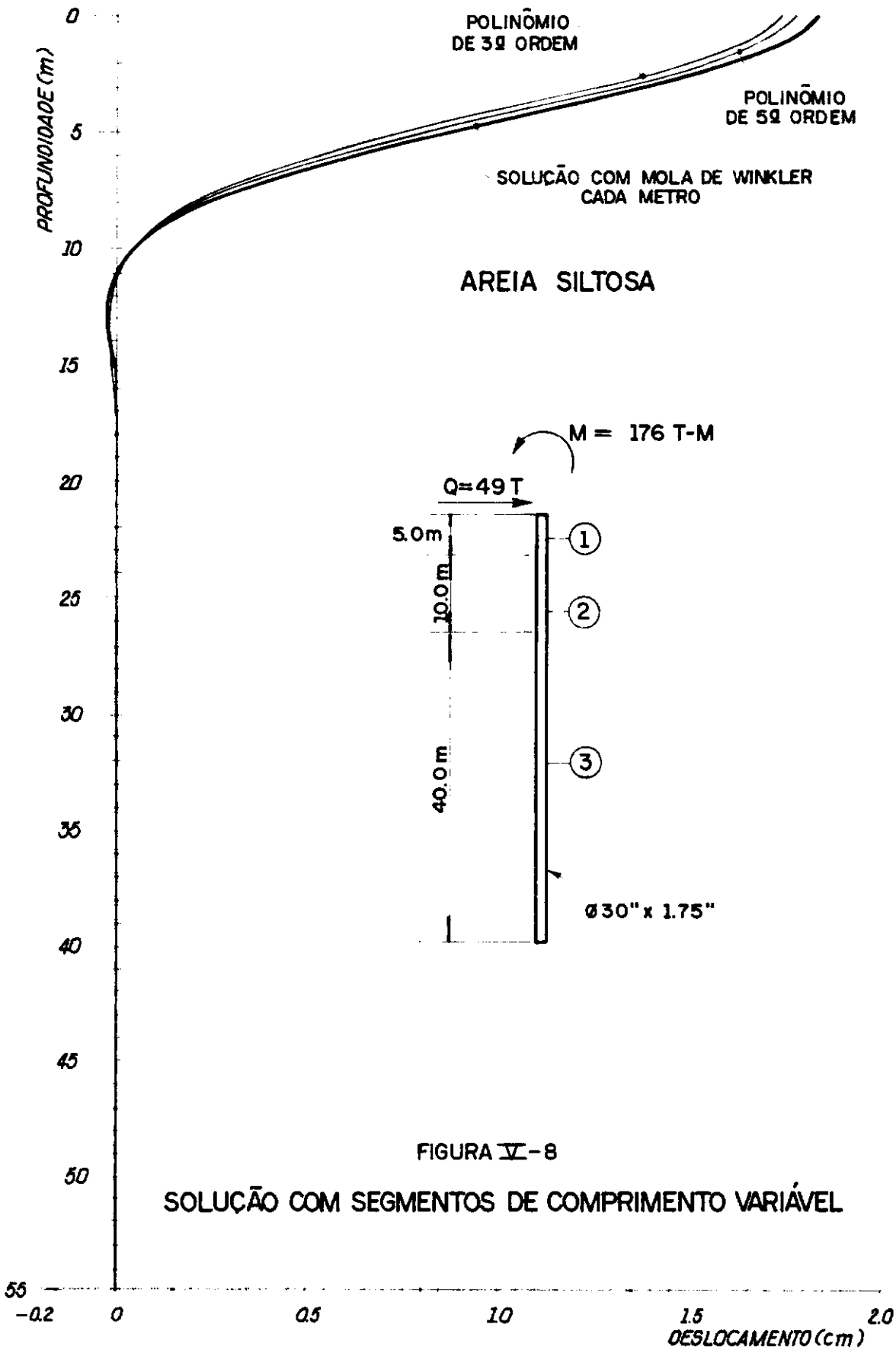


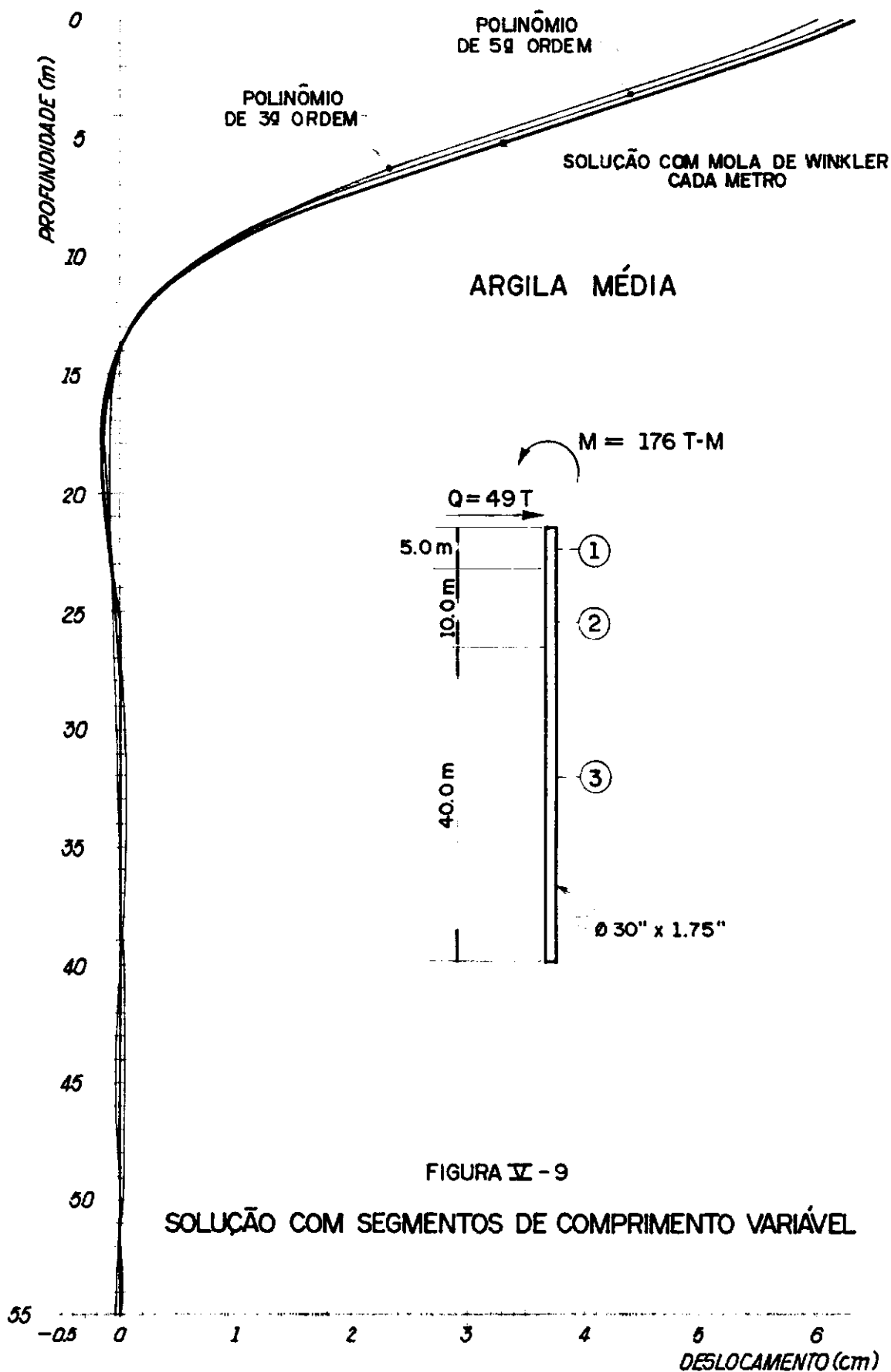












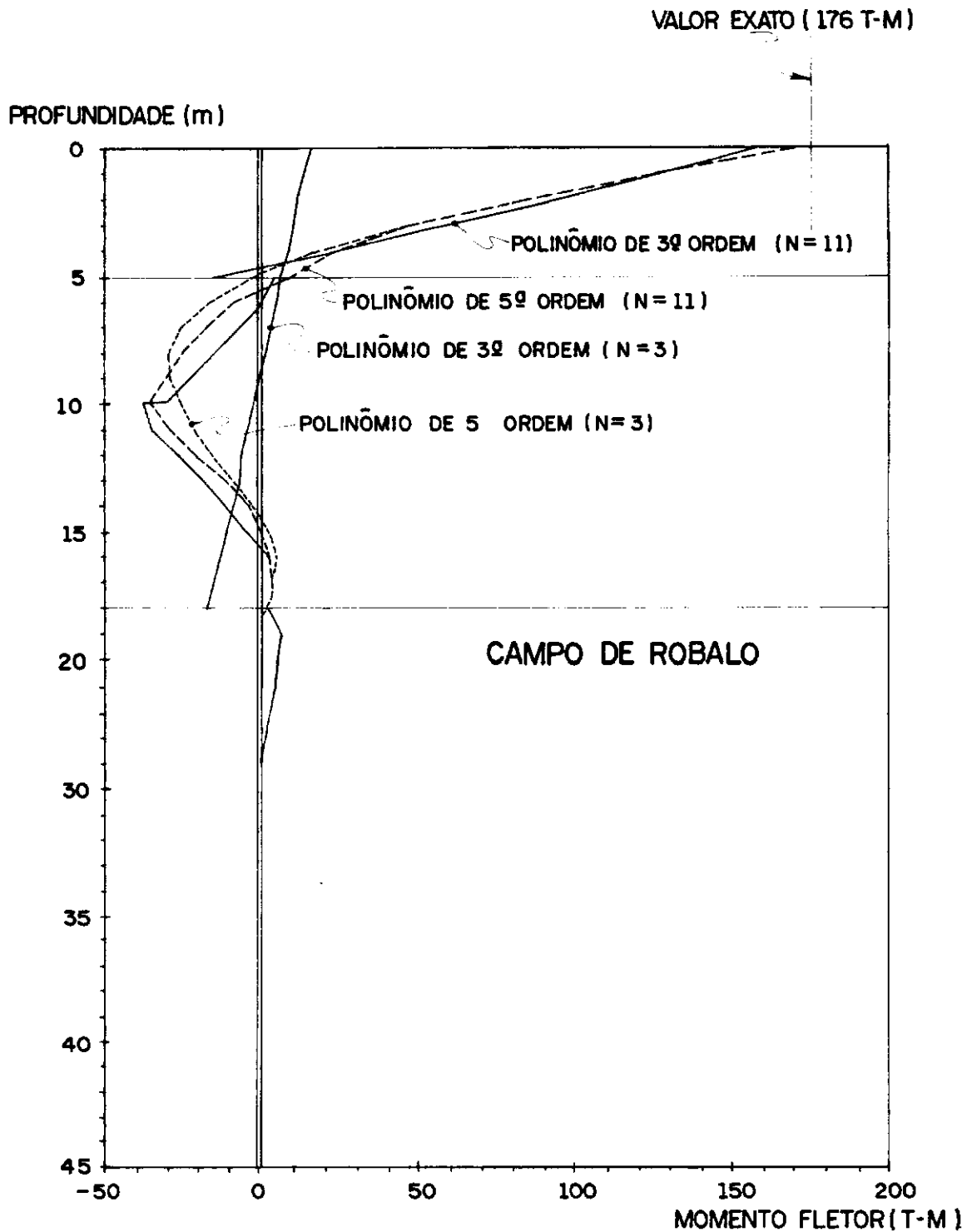


FIGURA V - 10

SOLUÇÃO COM SEGMENTOS DE IGUAL COMPRIMENTO

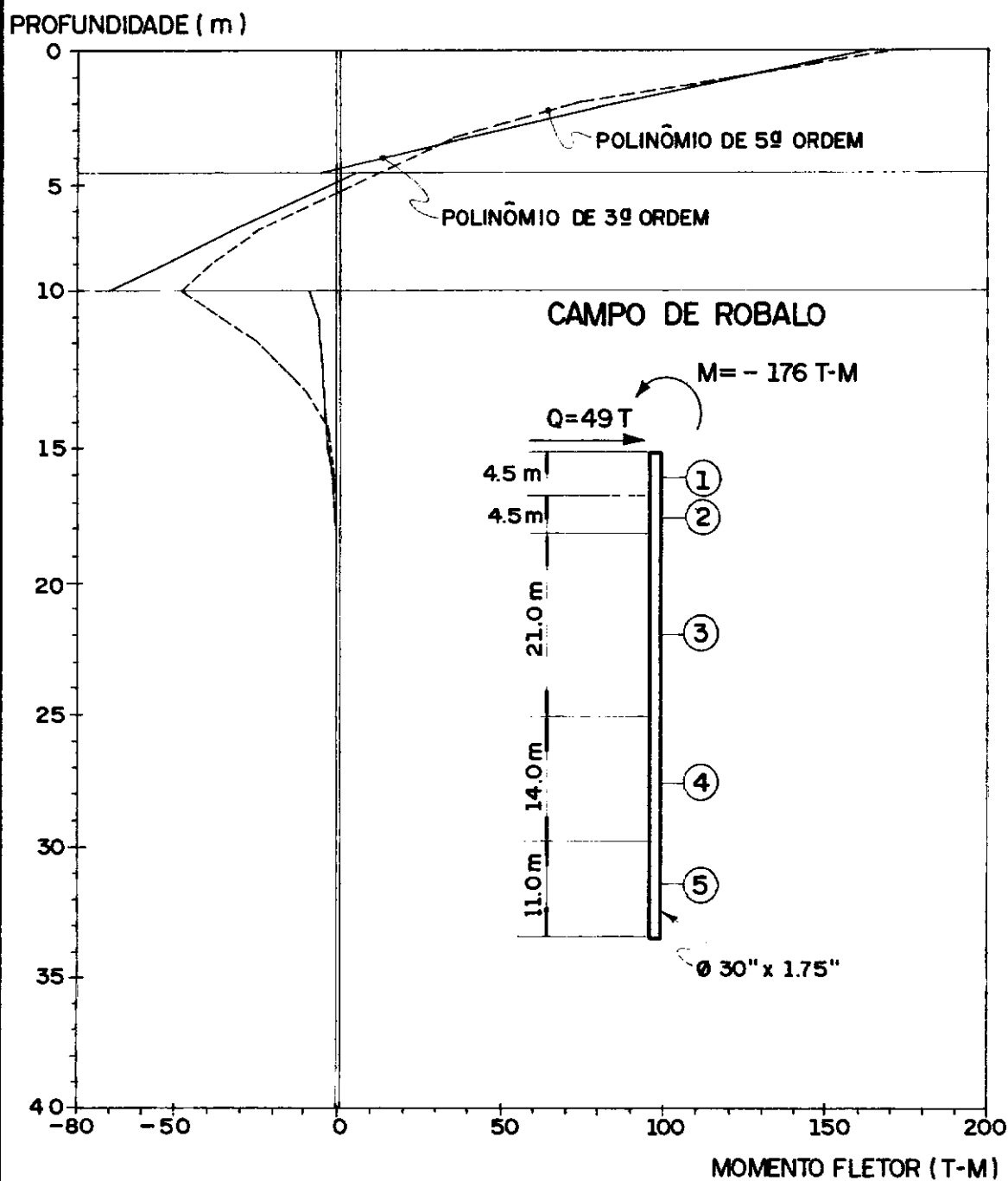


FIGURA V - 11

SOLUÇÃO COM SEGMENTOS DE COMPRIMENTO VARIÁVEL

V.2 Análise dos Resultados para Carga Axial

O objetivo fundamental deste trabalho foi desenvolver um procedimento de cálculo que permitisse resolver o caso não linear de estacas carregadas lateralmente, dado que envolve resolver uma equação diferencial de quarta ordem. Mas, o procedimento adotado no programa de computador (ver Anexo A), também é aplicável ao caso de força axial, dado que o programa considera um elemento estrutural de barra prismática que admite diferentes números de graus de liberdade por nó.

Foi verificado então, o comportamento numérico do modelo proposto, para o caso de uma estaca de $\phi 30'' \times 1.25''$ com 55 metros de comprimento e carregada axialmente por uma força de compressão de $P=100t$.

O solo escolhido foi o solo tipo 3 (areia média, com parâmetros $\gamma_s = 0.9 \text{ t/m}^3$ e $\phi = 20^\circ$)

Devido que é necessário dividir a estaca em segmentos para resolver o problema, foi analisado o caso de 3 segmentos iguais de 18.333 mts. de comprimento, e finalmente o caso de 2 segmentos de comprimento variável de 15.00 mts. e 40.00 mts. de comprimento respectivamente.

Ambas as alternativas foram comparadas à solução com mola de Winkler distribuídas a cada metro.

A função de interpolação de 1º grau foi utilizada na matriz de rigidez dos segmentos da estaca, segundo analisado no item III.3.

A Tabela (V-1) apresenta os deslocamentos axiais da solução de Winkler comparada as outras alternativas. É possível observar que o modelo proposto compara bem com os resultados obtidos pela solução de Winkler, salientando que esta solução envolve implicitamente uma segmentação de 55 elementos.

TABELA (V-1)

SOLO TIPO 3 (AREIA MÉDIA)

DESLOCAMENTO AXIAL DA ESTACA ($\phi 30" \times 1.25"$) VERSUS

A PROFUNDIDADE PARA UMA FORÇA DE COMPRESSÃO DE 100t.

Profundidades (mts)	Solução de Winkler	Deslocamentos (cm)		Comprimento Variável
		N = 3	N _v = 2	
0.0	1.49E-01	1.57E-01	1.59E-01	
11.0	9.70E-02	1.02E-01	9.24E-02	
18.0	7.16E-02	6.78E-02	6.58E-02	
22.0	5.96E-02	5.72E-02	5.87E-02	
33.0	3.51E-02	3.03E-02	3.92E-02	
36.0	3.05E-02	2.30E-02	3.39E-02	
44.0	2.14E-02	1.53E-02	1.97E-02	
55.0	1.43E-02	6.27E-03	2.60E-04	

A Tabela (V-2) apresenta os resultados para a resistência de ponta obtida para as diferentes alternativas.

TABELA (V-2)

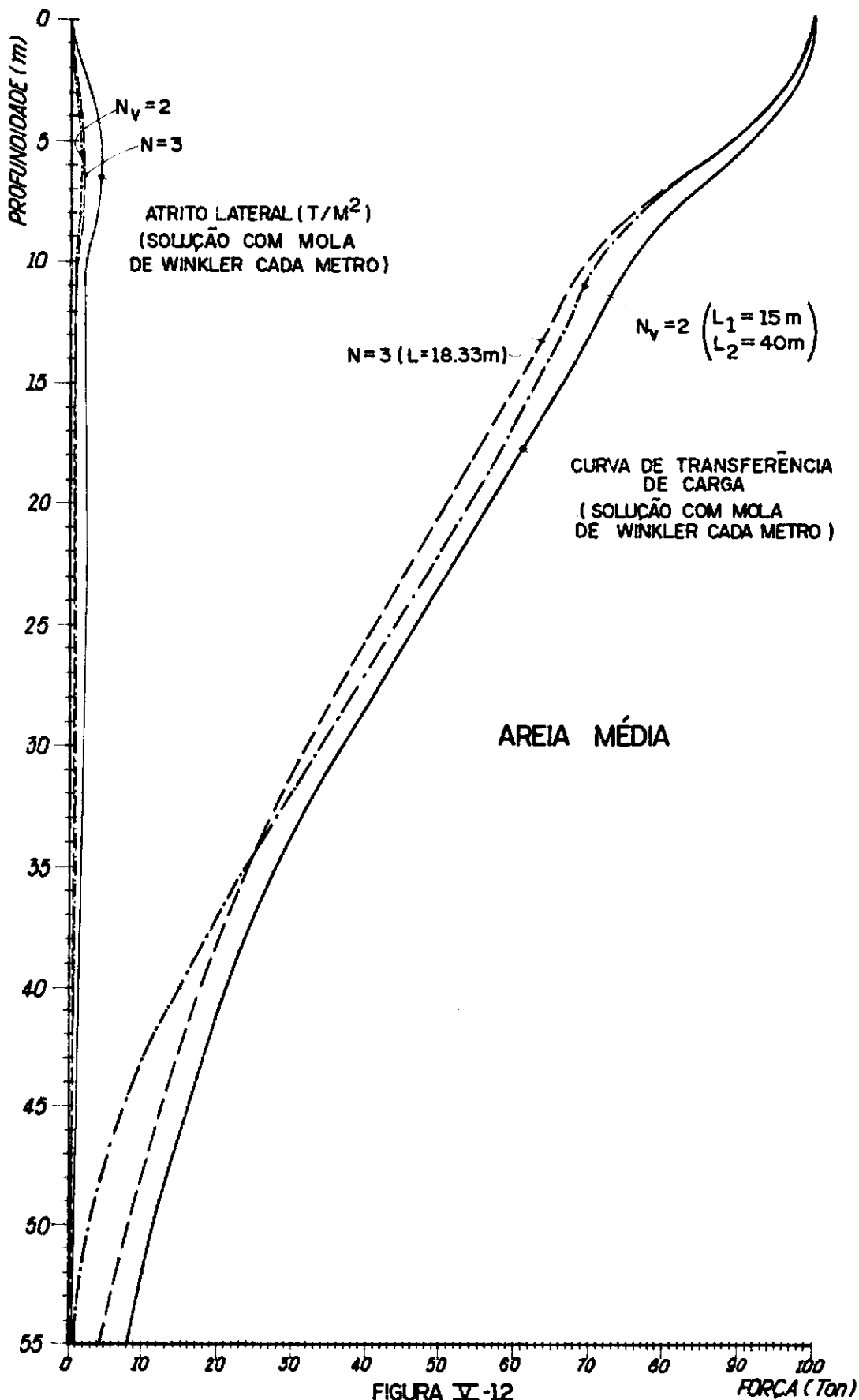
SOLO TIPO 3 (AREIA MÉDIA)

RESISTÊNCIA DE PONTA DA ESTACA ($\phi 30" \times 1.25"$)

PARA UMA FORÇA DE COMPRESSÃO DE 100t.

Alternativa	Resistência de Ponta (toneladas)
Solução de Winkler	7.467
$N = 3$	5.096
$N_v = 2$	1.038

Finalmente a Figura (V-12) apresenta as curvas de transferência de carga e de atrito lateral em função da profundidade para as diferentes alternativas analisadas.



ESTACA DE Ø 30" x 1.25" COM CARGA AXIAL DE 100 T

VI. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

VI.1 Resumo dos resultados obtidos

Dado que a análise da interação solo-estrutura com molas de Winkler para representar o solo, aumenta excessivamente o número de graus de liberdade da fundação de Plataformas Fixas de grande porte, foi pesquisado e desenvolvido neste trabalho um procedimento de cálculo alternativo que permita exprimir as propriedades da estaca e os parâmetros do solo através de uma matriz que representa a rigidez do sistema estaca-solo.

Para atingir tal objetivo foi utilizada a técnica do método de Galerkin para integrar a equação diferencial de 2ª Ordem que controla o estado de tensões de uma estaca carregada axialmente num solo que pode ser homogêneo ou composto por camadas de diferentes propriedades.

Para o caso de estacas carregadas lateralmente, foi utilizado o método do potencial mínimo aplicado ao sistema estaca-solo, para resolver a equação diferencial da 4ª Ordem que controla o estado de tensões de estacas solicitadas lateralmente sem interação da carga axial.

Como a deformada da estaca pode ser exprimida em função das incógnitas nodais, através de funções de interpolação, foi utilizada a função linear para a matriz de rigidez axial e funções polinomiais de 3ª, 4ª e 5ª Ordem para a matriz de rigidez lateral da estaca.

O objetivo fundamental deste trabalho foi desenvolver um procedimento de cálculo para resolver a análise estática não linear de estacas solicitadas por cargas laterais, dado que envolve resolver uma equação diferencial de quarta ordem.

Para tal efeito foram escolhidos quatro (4) tipos de solos para testar o comportamento numérico do modelo proposto, comparando os deslocamentos e esforços internos da estaca para as diferentes alternativas de análise.

Devido que é necessário dividir a estaca em vários segmentos para resolver o problema, foi analisado primeiro o caso de segmentos de igual comprimento e posteriormente o caso de segmentos de comprimento variável.

Como a variação do parâmetro E_s com a profundidade, é fortemente não linear nas camadas superficiais do solo, permanecendo inalterado nas camadas mais profundas, a utilização de segmentos de comprimento variável é interessante pois evita uma segmentação inecessária da estaca para as camadas mais profundas.

Foram comparados os resultados numéricos dos polinômios de 3ª e 5ª Ordem, por terem as matrizes associadas, graus de liberdade consistentes com a formulação do problema da interação solo-estrutura.

A matriz de rigidez com polinômio de 4ª Ordem, introduz um nó no meio do segmento alterando a montagem clássica da matriz de rigidez global da estaca. Também, este nó adicional apresenta a vantagem de não diminuir o número de elementos possíveis na escolha dos segmentos da estaca, já que inclui somente o deslocamento lateral.

Quando utilizado em programas de computador convencionais é necessário associar ao deslocamento do nó intermediário, graus de liberdade fictícios nulos, introduzindo assim distorções nos resultados numéricos. Para fazer uma boa utilização desta matriz é necessário condensar o nó adicional, situação que leva aos mesmos graus de liberdade da matriz de rigidez com solução polinomial de 3ª Ordem (uma rotação e um deslocamento por nó).

A única vantagem de considerar um nó intermediário no segmento da estaca, seria a representação de E_s por dois (2) segmentos de reta para um mesmo segmento da estaca, fato que para alguns casos permitiria modelar melhor a variação não linear de E_s .

A conclusão mais importante é que o objetivo deste trabalho foi alcançado, já que mesmo no caso de segmentos de igual comprimento e o solo estar composto por várias camadas de propriedades diferentes, a convergência dos resultados numéricos foi obtida com um máximo de 11 a 13 segmentos, contra 55 elementos utilizados na solução de Winkler.

Também é conveniente salientar que o número de segmentos necessários para uma boa convergência, diminui quando o solo está composto por um perfil homogêneo. Temos assim, que para o caso de segmentos de igual comprimento, foi necessário somente 5 elementos para o caso do solo tipo 4 (argila média), contra 11

elementos para o solo tipo 1 (Campo de Robalo).

No caso de segmentos de comprimento variável a matriz com solução polinomial de 5ª Ordem apresentou excelentes resultados tanto para deslocamentos como para esforços internos. Foi utilizado o mesmo número de segmentos que camadas para o solo tipo 1, e quatro (4) e três (3) segmentos, para os solos tipo 2, 3, 4 respectivamente. O fato de poder trabalhar com poucos elementos no caso do polinômio de 5ª Ordem, se atribui a quarta derivada do polinômio, que tendo uma variação linear, representa melhor a reação do solo calculada a partir da deformada da estaca com aquela obtida das curvas "P-Y".

A matriz de rigidez com solução polinomial de 3ª Ordem apresentou bons resultados para os deslocamentos em solos homogêneos somente. Para solos com propriedades diferentes por camadas, a solução polinomial cúbica apresentou deslocamentos menores, quando comparados a solução de Winkler e solução polinomial de 5ª Ordem. As curvas de momento fletor calculadas a partir da segunda derivada da deformada resultaram descontínuas, devido ao fato que este polinômio consegue representar o caso da carga uniformemente distribuída somente, não havendo portanto uma boa representação da reação do solo, quando calculada a partir da quarta derivada da deformada da estaca, e a reação obtida das curvas "P-Y".

Finalmente a solução de Winkler além de aumentar excessivamente o número de segmentos e portanto o número de graus de liberdade, introduz no caso de solos com várias camadas, uma duplicidade na escolha da mola que apresenta o solo no ponto de transição da camada. Foi observado uma diferença de 16% nos deslocamentos da cabeça da estaca, para o solo tipo 2 (Campo de Guaricema), se o cálculo é feito no segmento de transição com a mola que representa as propriedades da argila, ou a mola que representa as propriedades da rigidez da areia na profundidade de 11 mts.

No Sistema ICES STRUDL II o cálculo das molas de Winkler é feito de cima para baixo. Portanto no ponto de transição do exemplo citado, o programa STRUDL escolheria a mola que representa as propriedades de rigidez da argila mole.

VI.2 Discussão dos Resultados

O método de cálculo proposto é adequado tanto para o caso da matriz de rigidez axial como para o caso da matriz de rigidez lateral com solução polinomial de 3ª e 5ª Ordem. Também a utilização de segmentos de comprimento variável é adequada, não se justificando a utilização de segmentos de comprimento constante, quando utilizados em camadas de solos mais profundas onde os parâmetros do solo não mudam de características durante a análise.

Para obter bons resultados no caso de poucos segmentos de comprimento variável, é necessário utilizar a matriz de rigidez com solução polinomial de 5ª Ordem.

Este elemento, quando combinado com elementos convencionais de barra prismática, introduz uma sofisticação de programação.

Antes de combinar os elementos de 5ª Ordem com elementos de solução polinomial de 3ª Ordem (barras de pórtico espacial), é necessário condensar os graus de liberdade correspondentes as segundas derivadas (curvaturas) das incógnitas nodais.

Talvez um esquema eficiente de programação seria utilizar elementos de 5ª Ordem na parte superior das fundações e elementos de 3ª Ordem na parte inferior, onde os esforços laterais da estaca transferidos ao solo são pequenos. A utilização de elementos de 3ª Ordem na parte inferior das fundações, modelaria fundamentalmente a rigidez da estaca, diminuindo assim ainda mais os graus de liberdade (se comparados aos do elemento de 5ª Ordem), necessários a análise da interação solo-estaca da fundação.

Nenhuma outra limitação foi encontrada na utilização do método de cálculo proposto.

VI.3 Recomendações e Comentários sobre futuras Pesquisas

O maior interesse de desenvolver uma matriz que representa a rigidez em forma condensada do sistema estaca-solo, está orientado a Análise Dinâmica da fundação de Plataformas Fixas de Aço de grande porte.

As matrizes de 3^a e 5^a Ordem resultaram adequadas para o cálculo da interação solo-estrutura, e representam bem a rigidez da fundação através de curvas "P-Y" ou "T-Z" implícitas nos parâmetros da matriz.

O número de segmentos necessários a análise estrutural da estaca resultaram também reduzidos, permitindo assim uma modelação mais real das fundações de Plataformas de grande porte.

Resta somente então, a pesquisa de um método de cálculo alternativo que permita representar a perda de energia na fundação (a mortecimento), através de uma matriz de amortecimento que exprima os parâmetros da estaca e do solo conjuntamente.

Uma pesquisa orientada com esse objetivo, como também a preparação de um programa de computador eficiente que possa incluir estas alternativas, facilitará enormemente no futuro a Análise Dinâmica de Plataformas Fixas de Aço.

APÊNDICES

A. Descrição do Programa de Computador utilizado

Tal como foi explicado no item I.4 , durante a implementação dos comandos de interação solo-estrutura no sistema ICES STRUDL II, foi preparado um programa independente para analisar uma estaca solicitada por cargas laterais ou axial, em solos com um perfil composto por várias camadas de propriedades diferentes. Os resultados obtidos neste trabalho para a solução com mola de Winkler cada metro, são fruto da utilização deste programa.

Portanto foi preparado um programa independente para calcular uma estaca solicitada por força axial ou lateral, incluindo as matrizes de rigidez desenvolvidas neste trabalho. Como a segmentação da estaca corresponde ao arranjo geométrico de uma viga contínua, as coordenadas das juntas e incidências dos elementos foram gerados internamente no programa. Foi utilizada a rotina "ELASS" da referência 8, para carregar a matriz de rigidez do elemento na matriz de rigidez global da estaca. Esta rotina admite barras prismáticas, com diferentes graus de liberdade por nó. Também foi utilizada a rotina "SLBSI", da mesma referência, para invertir a matriz de rigidez da estaca que obedece a um esquema de banda de viga contínua, e achar assim os deslocamentos generalizados do problema. Com os deslocamentos laterais ou axiais da estaca, é calculada a Norma Euclidiana que será comparada à tolerância dada para os deslocamentos. Se a tolerância dos deslocamentos é satisfeita o programa calcula os esforços internos em cada segmento, utilizando as derivadas da deformada da estaca.

A Figura (A-1) mostra o diagrama de fluxo do programa utilizado.

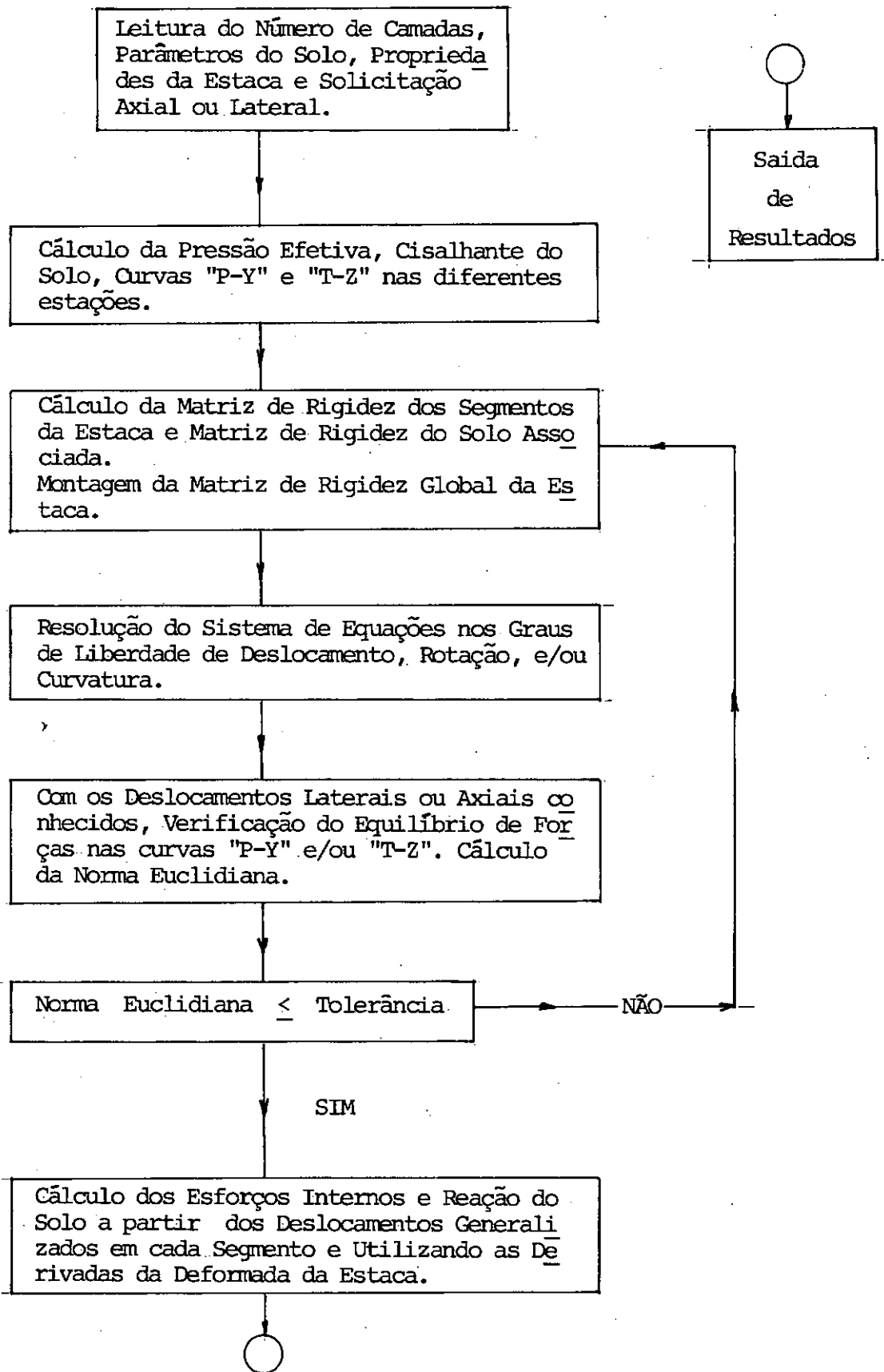


FIGURA (A-1)

B. Matriz de Rigidez Axial para Areias

A matriz de rigidez do solo dada pela fórmula (III-21), pode ser integrada diretamente se os parâmetros $c(x)$ e $\beta(x)$ tem uma distribuição conhecida.

No caso de areias o cisalhante não drenado do solo está dado por:

$$c = p_o \operatorname{tg} \phi \quad (B-1)$$

Sendo:

p_o : pressão efetiva

ϕ : ângulo de atrito interno da areia

Também a pressão efetiva pode ser expressida através da seguinte relação:

$$p_o = \gamma_s X \quad (B-2)$$

Sendo:

γ : peso específico submerso do solo

X : profundidade

Da figura (II-8) temos que a razão de transferência de carga β em função da profundidade está dada por:

$$\begin{aligned} \beta(x) &= \beta_{1s} & 0 \leq x \leq \ell_1 \\ \beta(x) &= \beta_{1s} - m (x - \ell_1) & \ell_1 < x \leq \ell_2 \\ \beta(x) &= \beta_{3s} & x > \ell_2 \end{aligned} \quad (B-3)$$

Sendo:

$$\beta_{15} = 20 \text{ in}^{-1} \quad (787.40 \text{ m}^{-1})$$

$$m = 0.75 \text{ in}^{-1} \text{ ft}^{-1} \quad (129.17 \text{ m}^{-2})$$

$$\beta_{35} = 5 \text{ in}^{-1} \quad (196.85 \text{ m}^{-1})$$

$$\ell_1 = 15 \text{ pés}$$

$$\ell_2 = 35 \text{ pés}$$

O valor do índice 15 ou 35 indica o valor dos parâmetros na profundidade de 15 e 35 pés respectivamente.

Portanto a matriz de rigidez axial do solo associada ao segmento da estaca, para efeito de atrito lateral está dada por :

$$\tilde{K}_S^e = \pi D \int_0^{\ell} c \beta \tilde{\phi}^T \tilde{\phi} dx = \gamma_S \operatorname{tg} \phi \pi D \int_0^{\ell} x \beta(x) \tilde{\phi}^T \tilde{\phi} dx \quad (\text{B-4})$$

Substituindo o valor da função β :

$$\tilde{K}_S^e = \gamma_S \operatorname{tg} \phi \pi D \ell^2 \left\{ \beta_{15} \tilde{F} \Big|_0^{\xi_1} + m \ell_1 \tilde{F} \Big|_{\xi_1}^{\xi_2} + \beta_{35} \tilde{F} \Big|_{\xi_2}^1 - m \ell G \Big|_{\xi_1}^{\xi_2} \right\} \quad (\text{B-5})$$

Sendo:

$$\tilde{F} = \int \xi \tilde{\phi}^T \tilde{\phi} d\xi$$

$$\tilde{G} = \int \xi^2 \tilde{\phi}^T \tilde{\phi} d\xi$$

$$\xi_1 = \ell_1 / \ell$$

$$\xi_2 = l_2/l$$

Os limites da integral da função \tilde{F} e \tilde{G} estão indicados na fórmula (B-5)

Como a função de interpolação ϕ é linear temos que:

$$\tilde{F} = \begin{vmatrix} f_{11} & f_{12} \\ f_{21} & f_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \int (1-\xi)^2 \xi d\xi & \int (1-\xi)^2 \xi d\xi \\ \int (1-\xi)^2 \xi d\xi & \int \xi^3 d\xi \end{vmatrix} \quad (B-6)$$

$$\tilde{G} = \begin{vmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \int (1-\xi)^2 \xi^2 d\xi & \int (1-\xi)^3 \xi^3 d\xi \\ \int (1-\xi)^3 \xi^3 d\xi & \int \xi^4 d\xi \end{vmatrix} \quad (B-7)$$

Que após a integração resulta:

$$f_{11} = \frac{\xi^2}{2} - \frac{2\xi^3}{3} + \frac{\xi^4}{4}$$

$$f_{12} = f_{21} = \frac{\xi^3}{3} - \frac{\xi^4}{4} \quad (B-8)$$

$$f_{22} = \frac{\xi^4}{4}$$

Analogamente para a função \tilde{G} temos:

$$g_{11} = \frac{\xi^3}{3} - \frac{\xi^4}{2} + \frac{\xi^5}{5}$$

$$g_{12} = g_{21} = \frac{\xi^4}{4} - \frac{\xi^5}{5}$$

(B-9)

$$g_{22} = \frac{\xi^5}{5}$$

Temos assim, que a matriz de rigidez axial do solo no caso de areias depende diretamente das propriedades da estaca, diâmetro e comprimento, como também das propriedades do solo através dos parâmetros de peso específico submerso e ângulo de atrito interno da areia.

Esta matriz pode ser obtida da valoração direta da fórmula (B-5) que depende da integração das funções \tilde{F} e \tilde{G} cujos valores poderão ser tabelados utilizando as fórmulas (B-8) e (B-9).

Para forças de compressão a fórmula (B-5) deverá ser corrigida pelo efeito localizado da resistência de ponta.

BIBLIOGRAFIA

1. API-RP-2A - Planning, Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms, Eleventh Edition, January 1980
2. DET NORSKE VERITAS - Rules for the Design and Inspection of Offshore Structures, Appendix F, Foundations, 1977
3. COYLE, M. Harry - Skin Friction for Steel Piles in Sand, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, November 1967
4. REESE, C. Lymon - COYLE, M. Harry - Load Transfer for Axially Loaded Piles in Clay, Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, March 1966
5. VESIĆ, S. Aleksander - Design of Pile Foundations, Published Report of the National Cooperative Highway Research Program, Washington, D.C. 1977
6. REESE, C. Lymon - Laterally Loaded Piles: Program Documentation, Journal of the Geotechnical Engineering Division, April 1977
7. REESE, C. Lymon - Laterally Loaded Piles, Seminar Series of "Design, Construction, and Performance of Deep Foundations, Held at the University of California at Berkeley, March 20, 1975
8. FERRANTE, A.J. - BREBBIA, C.A. - Computational Methods for the Solution of Engineering Problems, Pentech Press Limited, 1978

9. OLSON, R. E. - Notes on the Design of Pile Foundations.
A set of notes prepared for use in the Deep Foundations Short Course at the University of Texas at Austin, August 1978
10. KIRBY, C. Robert - MELVIN, I. Esrig - Soil Capacity for Supporting Deep Foundation Members.
Woodward - Clyde Consultants, Clifton New Jersey. Prepared for ASTM Symposium on Behavior of Deep Foundations. Session II Boston, Massachusetts, 25-30 June 1978
11. FERRANTE, A. J., VALENZUELA, E.C., ELLWANGER, G.B. - A Generalized Computational procedure for The Analysis of Offshore Structures Supported by Piles.
Advances in Engineering Software, Volume 2, Number 4, October 1980.
12. MATLOCK, H., REESE, L.C. - Generalized Solutions for Laterally Loaded Piles. American Society of Civil Engineers. Paper No. 3370
(Vol. 127, 1962, Part. I)