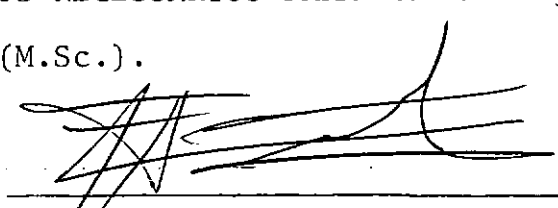


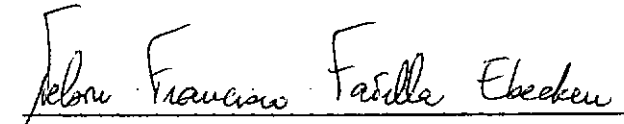
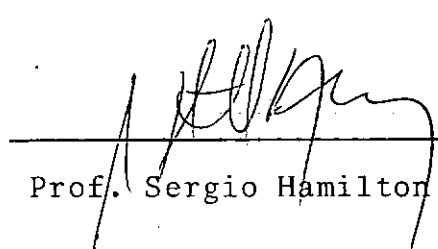
ANALISE DA RESPOSTA DE ESTRUTURAS  
OFFSHORE SUBMETIDAS À AÇÃO DO MAR

Miguel Enrique Cerrolaza Rivas

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE  
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE  
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO  
DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.).

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Agustin Juan Ferrante

Aprovada por:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Fernando L.L.B. Carneiro  
\_\_\_\_\_  
Prof. Nelson F. Favilla Ebecken  
\_\_\_\_\_  
Prof. Sergio Hamilton Sphaier  
\_\_\_\_\_  
Prof. Edison C. Prates de Lima

Rio de Janeiro, RJ - Brasil

Março de 1981

CERROLAZA RIVAS, MIGUEL ENRIQUE

Análise da Resposta de Es-  
truturas Offshore Submetidas à  
Ação do Mar  
Rio de Janeiro, 1980

M.Sc., Engenharia Civil, 1980

Tese - Univ. Fed. Rio de  
Janeiro.

1. Análise da Resposta de  
Estruturas Offshore Submetidas  
à Ação do Mar.

aos meus pais  
Haydée e Lorenzo

## AGRADECIMENTOS

Agradecemos aos professores e funcionários do Programa de Engenharia Civil da COPPE/UFRJ que colaboraram na nossa formação, muito especialmente ao Professor Agustin J. Ferrante, pela orientação indispensável na execução deste trabalho.

Também agradecemos ao Núcleo de Computação Eletrônica da UFRJ, pela excelente colaboração prestada nos desenvolvimentos computacionais.

Finalmente, a Wilma Barros, pela dedicação e empenho na datilografia e tradução deste trabalho.

## RESUMO

No presente trabalho são analisadas as variações na resposta das estruturas offshore, empregando técnicas e teorias diversas para o cálculo de ondas do mar e forças atuando sobre a plataforma.

Discutem-se os aspectos relativos ao problema da interação solo-fundações, assim como também, as suas características não lineares.

Desenvolve-se um procedimento computacional que permite o acoplamento e a análise da superestrutura com as suas fundações, de uma forma eficiente e minimizando o esforço computacional.

Finalmente, são apresentados e discutidos dois exemplos ilustrativos.

## ABSTRACT

In the present work, the offshore structures response is analyzed using different theories and techniques for wave action.

The aspects relative to the soil-foundation interaction problem, including their non linear characteristics, are discussed.

A computational procedure, taking into account the coupling between the superstructure and its foundations, is developed in an efficient way, which minimizes the computational effort.

Finally, two illustrative examples are presented and discussed.

## ÍNDICE

I.	INTRODUÇÃO	1
II.	TEORIAS DE ONDAS DO MAR	5
2.1	INTRODUÇÃO	5
2.2	SELEÇÃO DA TEORIA ADEQUADA	6
2.3	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA	8
2.4	TEORIA LINEAR DE AIRY	11
2.5	TEORIA NÃO LINEAR DE STOKES (V ORDEM)	12
2.6	OUTROS EFEITOS AMBIENTAIS	22
2.7	COMPARAÇÕES E DISCREPÂNCIAS ENTRE AS DUAS TEORIAS	23
III.	CÁLCULO DE SOLICITAÇÕES	28
3.1	INTRODUÇÃO	28
3.2	A FÓRMULA DE MORISON	30
3.3	CÁLCULO DE SOLICITAÇÕES PARA BARRAS TUBULARES INCLINADAS	34
3.4	COMPARAÇÕES E DISCREPÂNCIAS ENTRE AS DIVERSAS TÉCNICAS APRESENTADAS	52
IV.	INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA EM ESTRUTURAS OFFSHORE	58
4.1	INTRODUÇÃO	58
4.2	MODELO DE ANÁLISE PARA A ESTACA	60
4.3	MODELO DE ANÁLISE PARA O SOLO	66
4.3.1	AS CURVAS P-Y	67
4.4	EFEITOS DA VARIAÇÃO DA ESPESSURA NA RESPOSTA DAS ESTACAS	77

V.	ESQUEMA GLOBAL DE ANÁLISE	84
5.1	INTRODUÇÃO	84
5.2	OS COMPONENTES DO SISTEMA	87
5.2.1	O FLUIDO	87
5.2.2	A SUPERESTRUTURA	93
5.2.3	SUBSISTEMA ESTACAS-SOLO	98
VI.	ESTRUTURAS ANALISADAS	116
APÊNDICE.	DESENVOLVIMENTOS COMPUTACIONAIS	135
	CONCLUSÕES	145
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	147



## CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

As fontes de energia são , hoje em dia, um dos problemas mais graves que requerem a maior atenção, visando uma melhor exploração e aproveitamento racional para nossas sociedades. Estas fontes energéticas têm sua definição e crescimento em matérias primas tais como o petróleo, madeira, carvão, etc, e nos últimos anos, tentativas pioneiras de criação de fontes alternativas, como por exemplo, a partir do sol.

Todavia, é bem sabido que atualmente o petróleo é o centro de interesse da grande maioria dos países, interesses estes não só energéticos, como políticos, sociais e econômicos . Os países produtores podem classificar-se em duas grandes categorias: os que possuem e produzem tecnologia próprias para extrair petróleo, e os que não as tendo nem produzindo, se vêm na necessidade de importá-la através de companhias multinacionais . Para este segundo grupo de países, dentre eles a Venezuela, esta situação traz necessariamente graves prejuízos de índole econômica e social. Em consequência disso torna-se imperiosa a necessidade de se criar uma tecnologia própria, que permita independe-se da tecnologia importada. Por outro lado, o panorama atual do petróleo apresenta características particulares que resumiremos brevemente a seguir.

Existem cerca de 20 países exportadores de petróleo e gás natural e um total de 80 países os quais precisam importar petróleo para satisfazer suas necessidades energéticas básicas.

Uma análise da situação mundial, em termos de população, de acordo com publicações das Nações Unidas, em 1977, revela que, de 3740 milhões de habitantes, cerca de 916 milhões vivem em 10 países que importam petróleo e o produzem em pequena escala, enquanto que cerca de 531 milhões vivem em paí

ses importadores de petróleo. Visto de outra forma, o 25% da população mundial têm a consciência mais tranquila, pensando que algum dia poderão suprir suas necessidades, enquanto que o outro 15% continuara, inevitavelmente, dependente da importação do petróleo.

Todas estas condições têm criado e impulsionado um desenvolvimento impressionantemente acelerado na tecnologia offshore. Desde o ano de 1947, quando foi instalada uma das primeiras estruturas offshore, na costa de Louisiana, no Golfo do México, até nossos dias, a construção das plataformas para extração de petróleo experimentou um brusco crescimento. Consequentemente, as teorias e métodos para análises e projeto que constituem a tecnologia offshore, têm tido que se desenvolver paralelamente, surgindo alternativas diferentes e novas, que transformam o problema da análise em um problema de múltiplas variações e até certo ponto, subjetivo.

Tal é o caso, por exemplo das teorias de onda para representar as ondas do mar. Existe um número considerável delas, podendo se citar a de Airy, Cnoidal, Stream Function, Solitary Wave, Stokes III, Stokes V, Extended Velocity Potential, etc. A seleção da teoria adequada para cada situação tem sido objeto de vários e numerosos estudos de diversos autores que, todavia ainda não chegaram a conclusões definitivas.

Outro ponto relevante é o cálculo das forças atuantes sobre os elementos estruturais. Se o membro não perturba significativamente a onda incidente, utiliza-se a fórmula de Morison para membros esbeltos. Outra vez, aqui, existem na literatura técnica diversas maneiras de se aplicar a conhecida fórmula, não existindo, até o momento, um critério unificado o qual permita assegurar que se efetua uma análise "correta".

É de se esperar que estas incertezas influam na resposta da estrutura, assim como também, no comportamento das fundações, do tipo não linear.

Um terceiro aspecto de importância relevante a mencionar é o referente à utilização racional do computador ao analisar as estruturas offshore.

Hoje em dia as plataformas offshore são tão complexas que uma análise global da estrutura, incluindo a análise não linear do solo e teorias complexas de representação dos fluidos, requerem um computador de grande porte, com grande capacidade de memória e alta velocidade. Evidentemente, se se faz uso indiscriminado de sua potencialidade, incorrer-se-á em custos excessivos, tanto monetários como em termos de tempo.

É necessário então, utilizar esta poderosa ferramenta ao nosso alcance de uma maneira sensata, criando programas e esquemas de trabalho que minimizem o esforço computacional.

No CAPÍTULO II se dá uma visão geral do problema de valores de contorno (PVC) que governa o comportamento do fluido, assim como também, das condições de contorno necessárias para se conseguir uma solução.

Desenvolve-se brevemente as formulações da teoria linear de Airy e da não linear de Stokes V ( $5^a$  ordem), efetuando comparações entre os resultados obtidos ao aplicar uma ou outra teoria.

O CAPÍTULO III resume as ações produzidas pelas cargas ambientais sobre as estruturas offshore, enfatizando as produzidas pelas ondas marítimas.

Desenvolve-se, em detalhe, cinco técnicas diferentes, baseadas na fórmula de Morison, para calcular as forças atuantes sobre elementos estruturais. Posteriormente, se põem em evidência as diferenças encontradas ao aplicar as diversas técnicas através de um exemplo ilustrativo numérico.

O CAPÍTULO IV é dedicado à análise dos modelos utilizados para representar o problema da interação solo-funda-

ções.

Dentro do esquema adotado para o solo, são descritas as curvas P-Y para areia e argila. Finalmente, são estudadas as variações na resposta das estacas ao variar a espessura da parede.

No CAPÍTULO V se descreve, de forma detalhada, o processo utilizado para a análise de cada um dos macro-componentes do sistema SUPERESTRUTURA-FLUIDO-FUNDAÇÕES-SOLO, empregando técnicas de condensação estática e de análise não linear. Descreve-se o método de NEWTON-RAPHSON como via de solução não linear. Desenvolve-se um procedimento computacional que permite acoplar e analisar os componentes do sistema de forma eficiente.

O CAPÍTULO VI exemplifica e ressaltas as diferenças resultantes da aplicação das diversas teorias e métodos, através de dois exemplos ilustrativos: uma estrutura localizada na costa brasileira e outra operando no Mar do Norte.

Finalmente, no APÊNDICE se faz um resumo das rotinas que constituem o programa e das operações que elas efetuam.

Como conclusão, diremos que o objetivo do presente trabalho é o de avaliar a magnitude dos erros cometidos ao se aplicar uma ou outra alternativa e de se obter um procedimento computacional eficiente, que permita a análise de estruturas offshore de tamanho considerável com esforço reduzido, em termos humanos e computacionais.

## CAPITULO II

## TEORIAS DE ONDAS DO MAR

## 2.1) INTRODUÇÃO

A seleção da teoria adequada para representar o comportamento do fluido representa um papel de grande importância na análise da plataforma offshore.

Devemos destacar que, considerando o grande número de publicações [1,2,3,4,5] e estudos disponíveis neste tema, incluimos este capítulo por razões de consistência e com a finalidade de dar unidade a nosso estudo sobre os efeitos produzidos pela ação da onda sobre as estruturas offshore. Assim sendo, faremos um breve resumo das considerações essenciais e das formulações existentes que governam a representação analítica do fluido.

Em torno de uma teoria ou de outra foram efetuados vários estudos, alguns dos quais determinam o campo de validade destas teorias, tomando-se certos parâmetros característicos da onda. Geralmente, quando se vai proceder o estudo de uma certa região do mar, é preciso que se conheça certos aspectos fundamentais, tais como: o comportamento das ondas, a velocidade do vento, a influência das marés, etc. Os dados que permitirão a análise destes fenômenos, são obtidos normalmente de estações de observação oceanográficas, as quais, em geral, têm registros concernentes a largos períodos de tempo sobre o comportamento dessa zona do mar. Com base nesses registros, é possível se determinar, de forma estatística, quais são as características da onda máxima, necessária para o projeto da plataforma offshore.

Normalmente esta onda máxima é denominada "onda de projeto" ou "onda centenária" e, como o nome indica, é a maior onda em um período de cem anos, selecionada de acordo com os dados estatísticos da região [6].

Os parâmetros que definem a onda de projeto são: o período e a altura da onda, a profundidade da lâmina d'água, e para que sejam considerados os efeitos de ventos e marés, as estações oceanográficas também fornecem as velocidades desses dois fatores.

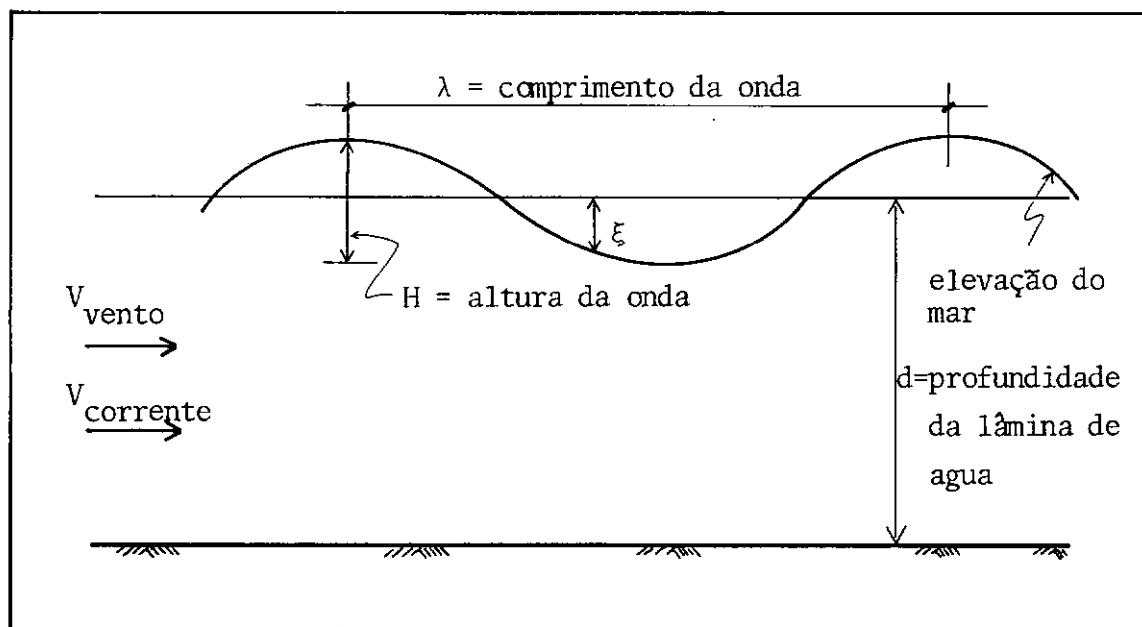


Figura 2.1

### Características Gerais da Onda

#### 2.2) SELEÇÃO DA TEORIA ADEQUADA

Uma vez de posse das características da onda de projeto, faz-se então a seleção da teoria de onda que melhor re presente o comportamento do fluido. Na literatura disponível existem vários estudos relacionados com a aplicação de uma ou outra teoria dependendo das condições existentes. R.G. Dean [5] desenvolveu e apresentou um critério determinando o campo de validade de algumas das teorias de ondas disponíveis, indicando a margem de aplicação da teoria Cnoidal, teoria de Airy, e a teoria de Stokes de V ordem. A determinação da teoria se efetua com base em dois parâmetros independentes:  $d/T^2$  e  $H/T^2$ .

Tal como é mostrado na Figura 2.2, a teoria de Stokes Vê a mais adequada para águas profundas, sendo a Cnoidal preferível para águas pouco profundas. Na prática, entretanto, estas duas teorias não são lineares e introduzem complicações consideráveis ao serem aplicadas, razão pela qual se prefere usar uma teoria do tipo linear, como a de Airy. Assim sendo, quando se emprega um procedimento de análise estrutural que implique linearidade, a teoria de Airy é recomendada, por ser linear.

Em seguida descreveremos duas dessas teorias, a de Airy e a de Stokes V.

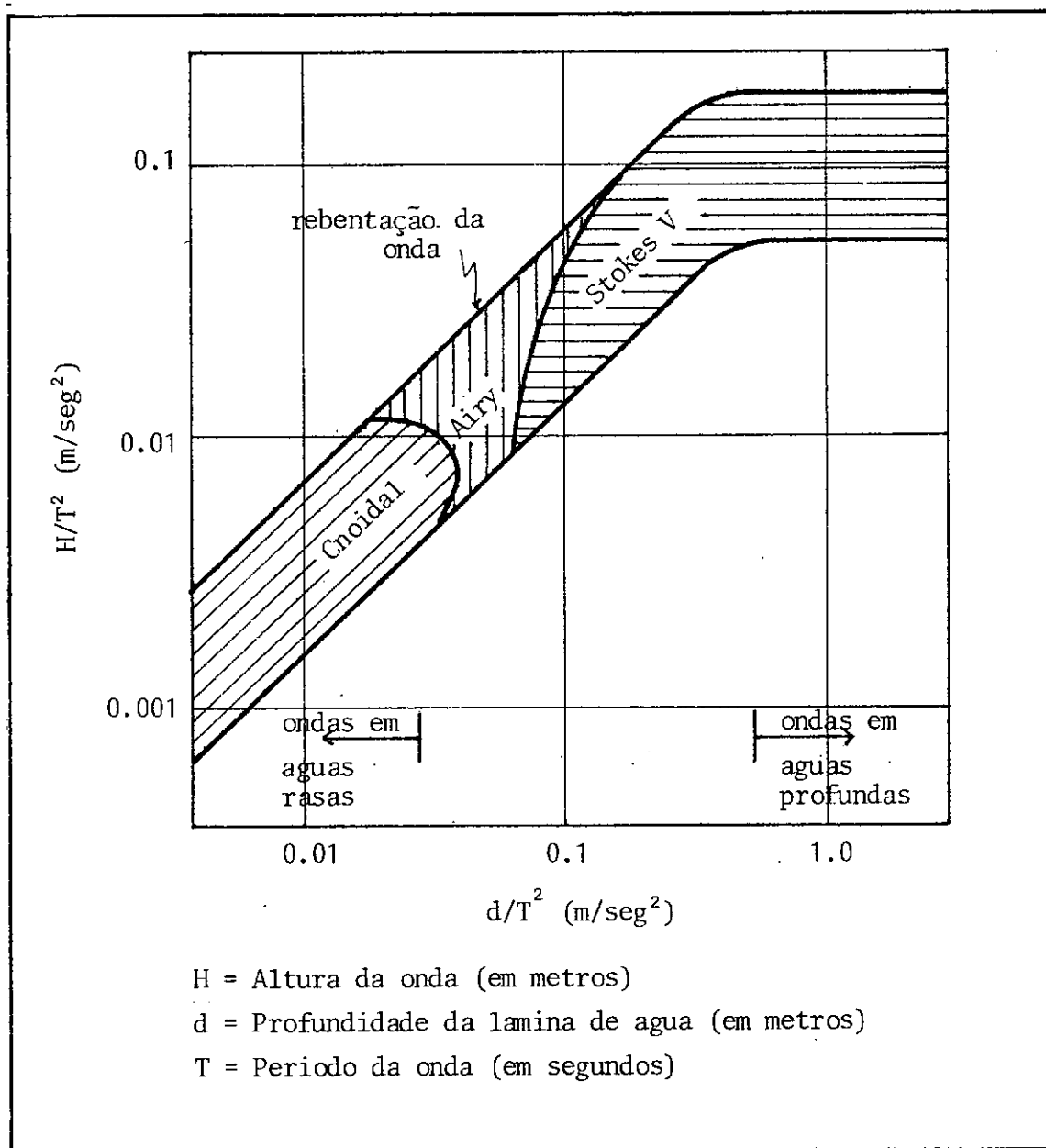


Figura 2.2  
Faixas de Validade da Teoria de Onda

### 2.3) DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

O desenvolvimento das teorias que representam o movimento dos fluidos é, basicamente, um problema de valores de contorno (PVC). Seu estudo é bastante complicado, tanto pelo comportamento aleatório do mar, como pelas características não lineares implícitas no problema hidrodinâmico.

A busca de uma solução aproximada começa no século passado com a solução linearizada do problema, por Airy [7]. Posteriormente Stokes [1], [8], Kortweg e De Vries [9] e outros apresentaram soluções numéricas para o problema não linear, as quais resolvem o problema de uma forma aproximada, encontrando-se resultados satisfatórios ao serem comparados com estudos experimentais.

A formulação do problema começa, assumindo-se que o fluido seja ideal e incompressível, tendo-se, então, a equação de continuidade

$$\text{div } \underline{V} = \nabla \cdot \underline{V} = 0 \quad (2.1)$$

onde

$$\nabla \text{ é o operador } \frac{\partial}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial}{\partial z} \hat{k}$$

e  $V$  = vetor velocidade

adotando-se o sistema de Referência da Figura 2.3,

Outra hipótese estabelece que o fluido é irrotacional, ou seja

$$\text{rot } \underline{V} = \nabla \times \underline{V} = 0 \quad (2.2)$$

Por outro lado, assume-se uma função  $\phi$  potencial de velocidades, tal que

$$\nabla \phi = \underline{V} \quad (2.3)$$

Substituindo, agora (2.3) em (2.1), obteremos

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (2.4)$$



ou

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \phi = 0, \text{ em } \mathbb{R}^3 \quad (2.5)$$

onde  $\nabla^2$  é denominado "operador Laplaceano tridimensional". Por outro lado, supõe-se que a onda é bidimensional, logo

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0, \text{ em } \mathbb{R}^2 \quad (2.6)$$

A equação (2.6) representa o comportamento do fluido em  $\mathbb{R}^2$ .

Agora torna-se necessário que a função  $\phi$ , incôgnita do problema, satisfaça a (2.6) e, ademais, cumpra com as condições de fronteira não lineares que enunciaremos a seguir (ver Figura 2.3).

### 2.3.1) Condições de Contorno

O PVC no qual (2.6) é válida, requer a aplicação de certas limitações nas fronteiras de  $\mathbb{R}^2$  denominadas "condições de contorno". Juntando estas condições de contorno com a equação (2.6) chega-se à formulação do PVC.

As condições de contorno básicas são as seguintes:

2.3.1.1) Condição Dinâmica: obtém-se aplicando-se a equação de Bernoulli na superfície do fluido e estabelecendo que as pressões na superfície livre devem guardar equilíbrio, o que quer dizer que a pressão do fluido nessa zona é igual à pressão atmosférica. Matematicamente:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \phi)^2 + g\xi = 0, \text{ em } z = \xi \quad (2.7)$$

onde:  $\phi$  = função potencial de velocidades  
 $\xi$  = elevação da superfície livre  
 $g$  = gravidade

2.3.1.2) Condição Cinemática: a superfície tem que se mover de tal forma que as componentes de velocidades normais à superfície no ponto e naquele instante sejam iguais

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0, \quad \text{em } z = \xi \quad (2.8)$$

2.3.1.3) Condição de Impermeabilidade: consideraremos a hipótese aceita de que certa região da fronteira do meio contínuo é impermeável à passagem do fluido. Em nosso caso tratamos com o fundo do recinto,  $z = -d$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0, \quad \text{em } z = -d \quad (2.9)$$

Na Figura seguinte representamos graficamente a aplicação destas condições.

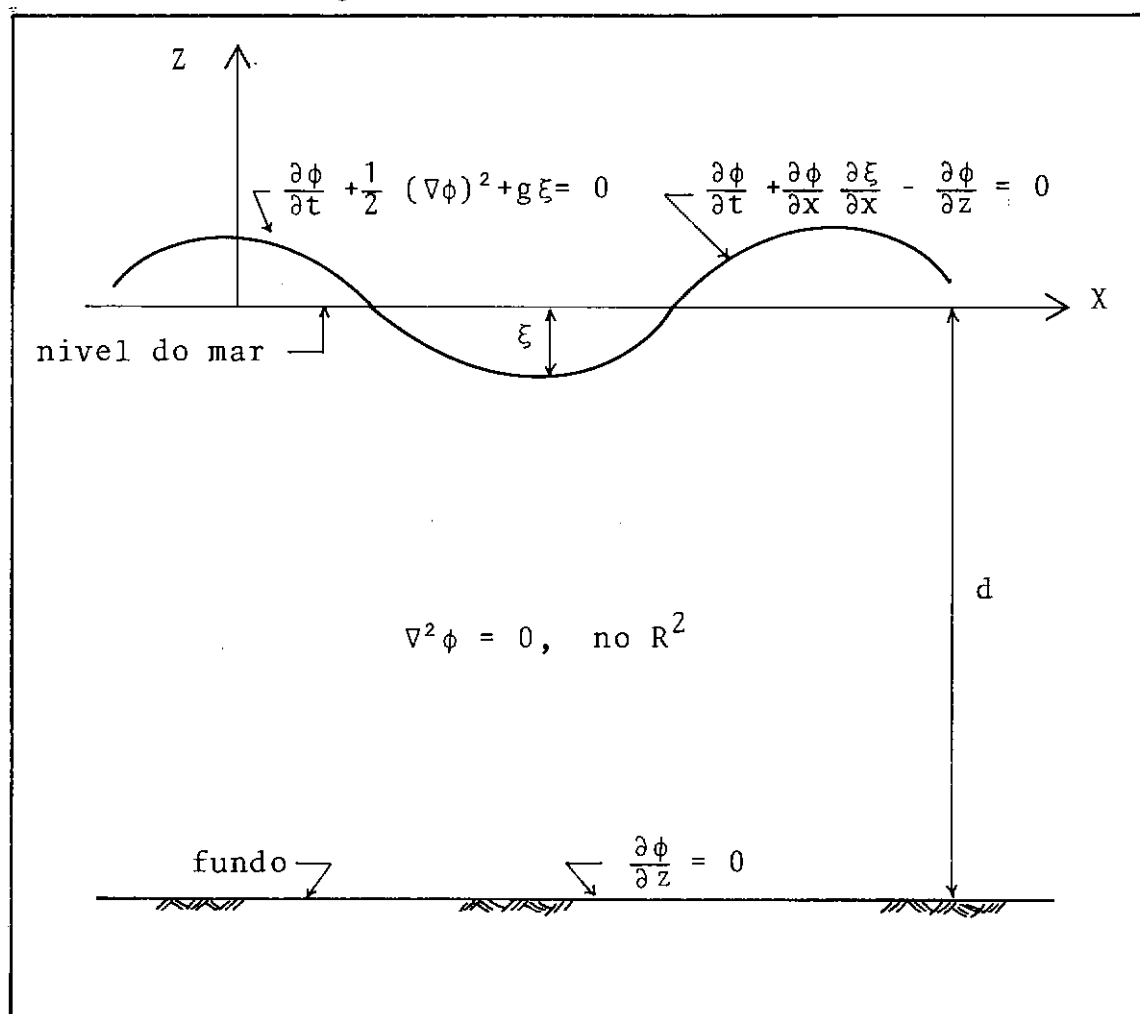


Figura 2.3  
Condições de Contorno

## 2.4) TEORIA LINEAR DE AIRY

A simplificação principal no desenvolvimento da teoria linear de Airy consiste em se supor que a elevação da crista é muito pequena em relação à longitude da onda. Assim as equações (2.7) e (2.8) podem ser aplicadas em  $z = 0$ , eliminando-se o inconveniente de aplicá-las em uma superfície desconhecida, como é  $z = \xi$ .

A outra consequência derivada desta simplificação, é que o termo  $(\nabla\phi)^2$  na equação (2.7) desaparece, linearizando-se assim a equação.

Posteriormente, com as equações (2.6), (2.7), (2.8) e (2.9), obtêm-se uma função  $\phi$  potencial de velocidades e o perfil  $\xi$  que descreve a crista. Estas equações são [11] [13]:

$$\phi(x, z, t) = \frac{ag}{\omega} \frac{\cosh[k(z+d)] * \sin(kx - \omega t)}{\cosh(k.d)} \quad (2.10)$$

$$\xi(x, t) = a \cos(kx - \omega t) \quad (2.11)$$

onde  $\omega$  = frequência natural da onda  
 $k$  = número de onda  
 $x, z$  = coordenada do ponto

A constante de onda,  $k$ , se calcula a partir de uma relação não linear

$$\omega^2 = k.g \tanh(kd) \quad (2.12)$$

Resolvendo (2.12) por iterações sucessivas, obtêm-se  $k$  e assim (2.10) e (2.11) ficam determinadas.

As velocidades e acelerações no meio fluido se calculam por derivação de (2.10) obtendo-se

$$v_x = \frac{\partial \phi}{\partial x} = a\omega \frac{\cosh[k(z+d)]}{\sinh(kd)} \cos(kx - \omega t) \quad (2.13)$$

$$v_z = \frac{\partial \phi}{\partial z} = a\omega \frac{\sinh[k(z+d)]}{\sinh(kd)} \sin(kx - \omega t) \quad (2.14)$$

$$a_x = \frac{\partial v_x}{\partial t} = a\omega^2 \frac{\cosh[k(z+d)]}{\sinh(kd)} \sin(kx - \omega t) \quad (2.15)$$

$$a_z = \frac{\partial v_z}{\partial t} = -a\omega^2 \frac{\sinh[k(z+d)]}{\sinh(kd)} \cos(kx - \omega t) \quad (2.16)$$

onde

- $v_x$  = velocidade em direção x
- $v_z$  = velocidade em direção z
- $a_x$  = aceleração em direção x
- $a_z$  = aceleração em direção z

Com estas equações é possível avaliar as velocidades e acelerações decorrentes do movimento da onda para qualquer ponto de coordenadas (x,z,t) no meio fluido.

## 2.5) TEORIA NÃO LINEAR DE STOKES (V Ordem)

A teoria de Stokes V [1], é muito mais complexa uma vez que leva em consideração efeitos não lineares.

As condições de contorno na superfície livre não são linearizadas, e por conseguinte a busca de uma solução se faz bastante mais complicada.

Em particular, as soluções de Stokes são obtidas mediante expansões aproximadas da função  $\phi$ , da seguinte maneira

$$\phi = \phi^1 + \phi^2 + \phi^3 + \phi^4 + \dots + \phi^n + o(\epsilon^{n+1}) \quad (2.17)$$

onde

- $\phi^1$  = função potencial de 1ª ordem
- $\phi^2$  = função potencial de 2ª ordem

$\phi^3$  = função potencial de 3ª ordem

·  
·  
·

$o(\epsilon^{n+1})$  = erro cometido, de ordem superior a n

O resultado das teorias de Stokes dependerão do número de termos adotados na expansão (2.17). No nosso caso, teoria de ordem 5ª, selecionam-se os cinco primeiros termos de (2.17), com o que, matematicamente, fica expressa como, [11]

$$\phi(x, z, t) = \sum_{n=1}^5 \lambda_n \cosh(n.k.z) \text{EXP} [-in(kx - \omega t)] \quad (2.18)$$

Diferindo da teoria linear de Airy, a teoria de Stokes V apresenta características marcadamente não lineares. Em geral, a onda de Stokes V difere da de Airy de diversas maneiras:

1. - O perfil da onda de Stokes está muito longe de ser senoidal e apresenta alturas maiores que o perfil da onda de Airy.
2. - Sua utilização é muito mais vantajosa quando o comprimento de onda supera o dobro da profundidade da lâmina d'água, o que quer dizer, águas profundas.
3. - A amplitude da crista é maior que a amplitude da depressão por debaixo de águas tranquilas.
4. - A solução é obtida pela resolução de um sistema de 3 equações não lineares, cujas incógnitas são parâmetros fundamentais, entre eles, o número de onda k.

Todavia, as condições de contorno (2.7), (2.8) e (2.9) permanecem válidas para sua utilização, não se fazendo simplificações em termos não lineares.

Recentemente, Chappellear [10] e Skjelbreia [4] planejaram o desenvolvimento numérico da teoria de Stokes de quin-

ta ordem, chegando a formulações viáveis de serem aplicadas com o uso do computador. O núcleo da onda de Stokes V descansa na obtenção de três parâmetros fundamentais, a saber:

$K$  = número de onda

$l$  = parâmetro que depende da profundidade

$A$  = parâmetro que depende da amplitude da onda ( $a$ )

O cálculo dos coeficientes  $A, K$  e  $L$  é realizado mediante a resolução de um sistema de três equações não lineares. Para o caso de águas pouco profundas é possível se fazer o cômputo desses coeficientes sem maiores problemas. No entanto, no caso de águas profundas, quando a profundidade alcança ou supera um valor igual a 2 vezes a longitude da onda ( $\lambda$ ) o sistema de equações toma características divergentes, razão pela qual se torna necessário adotar outra estratégia.

Este inconveniente foi solucionado por Dailey [3] mediante a introdução de pseudo-parâmetros que eliminam a influência da profundidade nas equações, conseguindo-se soluções assintóticas e convergentes para o sistema de equações.

### 2.5.1) Equações Paramétricas em Águas Rasas

O sistema de equações não lineares para o caso de águas rasas é assim expresso:

$$F_1(A, k, l) = \frac{-\omega^2}{gk} + \tanh(kl) * (1 + A^2 F_{12} + A^4 F_{14}) = 0$$

$$F_2(A, k, l) = -2ak + \sinh(kl) * (2A + A^3 F_{23} + A^5 F_{25}) = 0$$

$$F_3(A, k, l) = -kd + kl + \frac{A^2}{2} \sinh(kl) \cosh(kl) +$$

$$A^4 F_{34} \sinh(kl) \cosh(kl) = 0$$

(2.19)

$\omega$  = Frequência da onda

$$F_{12} = \frac{1}{4D} \left( \frac{2 + 2D + 5D^2}{1 - D} \right)$$

$$F_{14} = \frac{1}{64D^2} \left( \frac{56 + 84D - 8D^2 - 104D^3 - 6D^4 + 59D^5}{1 - 3D + 3D^2 - D^3} \right)$$

$$F_{23} = \frac{3}{8D} \left( \frac{4 + 4D + D^3}{1 - 2D + D^2} \right)$$

$$F_{25} = \frac{1}{32D^2} \frac{R5}{R6}$$

$$R5 = 1304 + 2476D - 846D^2 - 3776D^3 - 1799D^4 + 159D^5 + \\ + 127D^7 + 18D^8$$

$$R6 = 12 - 37D + 30D^2 + 10D^3 - 20D^4 + 3D^5 + 2D^6$$

$$F_{34} = \frac{1}{8D} \left( \frac{4 + 3D + 2D^3}{1 - 2D + 2D^2} \right)$$

$$D = \frac{1}{\cosh(kl)}$$

Para o caso de águas rasas, os valores iniciais para o processo iterativo são: '

$$l = d$$

$$k = \frac{\omega^2}{g}$$

$$A = \frac{ka}{\sinh(kl)}$$

## 2.5.2) Equações Paramétricas em Águas Profundas

O sistema de equações será então:

$$F_1 = \frac{-\omega^2}{g} + 1 + \frac{1}{4} e^{-2(b+kr)} + \frac{56}{256} e^{-4(b+kr)} = 0$$

$$F_2 = -2ka + e^{-(b+kr)} \left( 1 + \frac{3}{8} e^{-2(b+kr)} + \frac{1304}{3072} e^{-4(b+kr)} \right) = 0 \quad (2.20)$$

$$F_3 = -kr + \frac{1}{8} e^{-2(b+kr)} + \frac{1}{16} e^{-4(b+kr)} = 0$$

Para o caso de águas profundas, os parâmetros iniciais para o processo iterativo são:

$$r = \frac{a}{5}$$

$$k = \frac{\omega^2}{g}$$

$$b = \ln\left(\frac{e^{-kr}}{2ka}\right)$$

A partir da obtenção dos pseudo-parâmetros  $r$ ,  $k$  e  $b$ , é possível se determinar os parâmetros  $A$ ,  $k$  e  $l$  para águas profundas, mediante

$$l = d - r$$

$$k = k$$

$$A = e^{-(b+kd)}$$

### 2.5.3) Solução do Sistema de Equações

Baseia-se no cálculo numérico do Jacobiano, [12], o que evita definir explicitamente as derivadas. Para isso faz-se necessário definir uma variável auxiliar, a qual chamaremos "t", a seguir

$$t^{(m)} = x_i^{(m)} + \beta_{ij}^{(m)} * F_j(x^{(m)}) \quad (2.21)$$



onde

$m$  = iteração

A aproximação sucessiva do Jacobiano se realiza segundo a equação

$$J_{ij}^{(m)} \begin{bmatrix} X^{(m)} \\ t^{(m)} \end{bmatrix} = \frac{F_i \left[ X_i^{(m)}, \dots, t_j^{(m)}, \dots, X_n^{(m)} \right]}{t_j^{(m)} - X_j^{(m)}} - \frac{F_i \left[ X_i^{(m)}, \dots, X_j^{(m)}, \dots, X_n^{(m)} \right]}{t_j^{(m)} - X_j^{(m)}} \quad (2.22)$$

Para a iteração seguinte, a matriz  $\beta_{ij}^{(m)}$  é calculada mediante a inversão do Jacobiano

$$\beta_{ij}^{(m)} = -J_{ij} \begin{bmatrix} X^{(m-1)} \\ t^{(m-1)} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Os valores do vetor  $X$  das incógnitas para a iteração seguinte são assim calculados

$$X_i^{(m+1)} = X_i^{(m)} + \beta_{ij}^{(m)} * F_j^{(m)} \quad (2.24)$$

onde

$X = (A, k, l)$  = o vetor das incógnitas

$F = (F_1, F_2, F_3)$  = vetor das funções

Os valores iniciais do arranjo  $X$  dependem do tipo de problema a ser resolvido, e foram enunciados nos parágrafos anteriores.

Mesmo assim, a matriz  $\beta_{ij}$  da iteração inicial se

constroi como uma matriz diagonal, cujos termos dependem do vetor  $X$  e do vetor  $F$

$$\beta_{ij} = \frac{0.1 \cdot X_i}{F_i}, \text{ para todo } i = j, i = 1, 2, 3$$

$$\beta_{ij} = 0 \quad i \neq j$$
(2.25)

O critério de convergência é estabelecido mediante a comparação de valores de  $X_i$  em etapas sucessivas com uma certa tolerância,

$$\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^3 (X_i^{(m+1)} - X_i^{(m)})^2}}{\sum_{i=1}^3 \text{ABS}(X_i^{(m)})} \leq \text{TOL}$$
(2.26)

onde

$m$  = iteração  
 $\text{TOL}$  = tolerância  
 $X$  =  $(A, k, L)$

#### 2.5.4) Campos de Velocidades e Acelerações

Conhecidos os parâmetros  $A, K, L$  é possível avaliar-se numericamente as componentes da velocidade e da aceleração dos fluidos através das seguintes equações [4, 10, 14]

— Componente horizontal da Velocidade

$$V_x = c(a \cos kx \cosh kz - (B_{22} + B_{24}) \cos 2kx \cosh 2kz - (B_{33} - B_{35}) \cos 3kx \cosh 3kz - B_{44} \cos 4kx \cosh 4kz - B_{55} \cos 5kx \cosh 5kz)$$
(2.27)

— Componente Vertical da Velocidade

$$\begin{aligned}
 V_z = & c(a \operatorname{sen} kx \operatorname{senh} kz - (B_{22} + B_{24}) \operatorname{sen} 2kx \operatorname{senh} 2kz - \\
 & - (B_{33} - B_{35}) \operatorname{sen} 3kx \operatorname{senh} 3kz - B_{44} \operatorname{sen} 4kx \operatorname{senh} 4kz - \\
 & - B_{55} \operatorname{sen} 5kx \operatorname{senh} 5kz).
 \end{aligned}
 \quad (2.28)$$

— Componente Horizontal da Aceleração

$$a_x = \frac{2\pi c}{T} \left[ \left( \frac{V_x}{c} - 1 \right) \frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{V_x}{c} \right) + \frac{V_z}{c} \frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{V_x}{c} \right) \right] \quad (2.29)$$

operando em (2.27) e (2.28) obtemos:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{V_x}{c} \right) = & -a \operatorname{sen} kx \cosh kz + 2(B_{22} + B_{24}) \operatorname{sen} 2kx \cosh 2kz + \\
 & + 3(B_{33} - B_{35}) \operatorname{sen} 3kx \cosh 3kz + 4B_{44} \operatorname{sen} 4kx \cosh 4kz + \\
 & + 5B_{55} \operatorname{sen} 5kx \cosh 5kz
 \end{aligned}
 \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{V_x}{c} \right) = & a \cos kx \operatorname{senh} kz - 2(B_{22} + B_{24}) \cos 2kx \operatorname{senh} 2kz - \\
 & - 3(B_{33} - B_{35}) \cos 3kx \operatorname{senh} 3kz - 4B_{44} \cos 4kx \operatorname{senh} 4kz - \\
 & - 5B_{55} \cos 5kx \operatorname{senh} 5kz
 \end{aligned}
 \quad (2.31)$$

— Componente Vertical da Aceleração

$$a_z = \frac{2\pi c}{T} \left[ \left( \frac{V_x}{c} - 1 \right) \frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{V_z}{c} \right) + \frac{V_z}{c} \frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{V_z}{c} \right) \right] \quad (2.32)$$

e, de (2.26) e (2.27), têm-se:

$$\frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{V_z}{c} \right) = + \frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{V_x}{c} \right) \quad (2.33)$$

$$\frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{V_z}{c} \right) = - \frac{1}{k} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{V_x}{c} \right) \quad (2.34)$$

onde

$$c = \text{velocidade da onda} = \frac{\lambda}{T}$$

$$T = \text{período da onda}$$

$$\lambda = \text{longitude de onda} = \frac{k}{2\pi}$$

$$B_{22} = \frac{3a^2}{2} \cdot D \left( \frac{1}{1-D} \right)$$

$$B_{33} = \frac{3a^3}{16} \cdot D \left( \frac{2 - 11D}{1 - 2D + D^2} \right)$$

$$B_{24} = \frac{a^4}{48D} \cdot \left( \frac{12 + 4D - 66D^2 - 36D^3 + 5D^4}{1 - 3D + 3D^2 - D^3} \right)$$

$$B_{44} = \frac{a^4}{48} D \left( \frac{10 - 174D + 291D^2 + 278D^3}{3 - 7D + 3D^2 + 3D^3 - 2D^4} \right)$$

$$B_{35} = \frac{a^5}{256D} \cdot \left( \frac{3(8 + 138D + 168D^2 - 712D^3 - 768D^4 - 87D^5 + 38D^6)}{3 - 10D + 10D^2 - 5D^4 + 2D^5} \right)$$

$$B_{55} = \frac{a^5}{256} D \cdot \left( \frac{5(6 - 272D + 1552D^2 - 852D^3 - 2029D^4 - 430D^5)}{12 - 37D + 30D^2 + 10D^3 - 20D^4 + 3D^5 + 2D^6} \right)$$

$$D = \frac{1}{\cosh(2 \cdot k \cdot l)}$$

O perfil que descreve a onda pode ser assim escrito

$$\xi = \left[ (A_{11} + A_{13} + A_{15}) \cos kx - (A_{22} + A_{24}) \cos 2kx + \right. \\ \left. (A_{33} + A_{35}) \cos 3kx - A_{44} \cos 4kx + A_{55} \cos 5kx \right] / k \quad (2.35)$$

onde

$$A_{11} = a \sinh kl$$

$$A_{22} = \frac{a^2}{2} \left( \frac{1 + 2D}{1 - D} \right) \sinh kl \cosh kl$$

$$A_{13} = \frac{3a^3}{16D} \left( \frac{3 + 4D + D^2}{1 - D} \right) \sinh kl$$

$$A_{33} = \frac{3a^3}{16D} \left( \frac{1 + 3D + 3D^2 + 2D^3}{1 - 2D + D^2} \right) \sinh kl$$

$$A_{24} = \frac{a^4}{8D} \left( \frac{44 + 20D - 108D^2 - 47D^3 + 10D^4}{6(1 - 3D + 3D^2 - D^3)} \right) \sinh kl \cosh kl$$

$$A_{44} = \frac{a^4}{8D} \left( \frac{24 + 92D + 122D^2 + 66D^3 + 67D^4 + 34D^5}{6(3 - 7D + 3D^2 + 3D^3 - 2D^4)} \right) \sinh kl \cosh kl$$

$$A_{15} = \frac{a^5}{256D^2} \left( \frac{769 + 1031D - 710D^2 - 793D^3 + 229D^4 + 122D^5}{3(1 - 3D + 3D^2 - D^3)} \right) \sinh kl$$

$$A_{35} = \frac{a^5}{256D^2} \cdot \frac{N_1}{N_2} \cdot \sinh kl$$

$$N_1 = 945 + 2124D - 801D^2 - 5310D^3 - 4077D^4 - 576D^5 + 315D^6 + \\ + 90D^7$$

$$N_2 = 2(3 - 10D + 10D^2 - 5D^4 + 2D^5)$$

$$A_{55} = \frac{a^5}{256D^2} \cdot \frac{N_3}{N_4} \sinh kl$$

$$N_3 = 1500 + 7895D + 15880D^2 + 14745D^3 + 5940D^4 + 3375D^5 + \\ + 6630D^6 + 4135D^7 + 650D^8$$

$$N_4 = 6(12 - 37D + 30D^2 + 10D^3 - 20D^4 + 3D^5 + 2D^6)$$

Evidentemente, visto a complexidade e laboriosidade das equações anteriores, deduz-se que é praticamente impossível avaliar-se ondas deste tipo sem a ajuda do computador. O programa de computador desenvolvido como parte deste trabalho [13] permite a definição de ondas lineares (Airy) e não lineares (Stokes V), tanto em águas rasas como em águas profundas e, também, mudanças de direção e/ou variação no tempo. Estes aspectos serão discutidos com mais detalhes no apêndice.

## 2.6) OUTROS EFEITOS AMBIENTAIS

Além da geração dos campos de velocidades e acelerações produzidos pela onda presente, faz-se necessário também levar-se em conta os efeitos devidos às correntes marítimas e efeitos do vento.

Quando não se dispõe de dados de campo mais precisos, as velocidades produzidas pelas correntes marítimas e pelos ventos podem ser avaliadas com as seguintes fórmulas extraídas das normas correspondentes [6]:

$$V(z) = V_c(z) + V_v(z) \quad (2.36)$$

onde

$V_c(z)$  = velocidade produzida pelas correntes marítimas

$V_v(z)$  = velocidade produzida pelo vento

$V(z)$  = velocidade total

$$V_c(z) = \bar{V}_c \left( \frac{d+z}{d} \right)^{1/7} \quad z \leq 0 \quad (2.37)$$

$$V_c(z) = \bar{V}_c \quad z > 0 \quad (2.38)$$

$$V_v(z) = \bar{V}_v \left( \frac{d_o+z}{d_o} \right) \quad 0 \leq z \leq d_o \quad (2.39)$$

$$V_v(z) = 0 \quad z < -d_o \quad (2.40)$$

onde

$\bar{V}_c$  = velocidade da corrente no nível de águas tranquilas (N.A.T)

$z$  = coordenada medida de acordo com N.A.T.

$\bar{V}_v$  = velocidade do vento no N.A.T.

$d_o$  = profundidade de referência, usualmente tomada como sendo de 50 metros.

No caso de não se conhecer  $\bar{V}_v$ , esta pode ser tomada como

$$\bar{V}_v = 0,02 V_{1hr(10mts)} \quad (2.41)$$

donde  $V_{1hora(10mts)}$  é a velocidade média do vento, medida durante uma hora, a uma altura de 10 mts. sobre o N.A.T.

## 2.7) COMPARAÇÕES E DISCREPÂNCIAS ENTRE AS DUAS TEORIAS

Com a finalidade de fazer uma estimativa dos erros cometidos ao se aplicar uma ou outra teoria sobre um componente estrutural, foram analisadas duas ondas utilizando-se as duas teorias descritas neste capítulo.

Estas ondas foram selecionadas do gráfico de validade de R.G. Dean [5], fig. 2.2, tendo ambas um período de 10 seg. Os campos de velocidades e acelerações foram gerados, nos

dois casos, sobre uma linha reta vertical (fig. 2.4), fracionada em segmentos de igual distância, com o objetivo de se obter uma visão mais representativa dos perfis gerados.

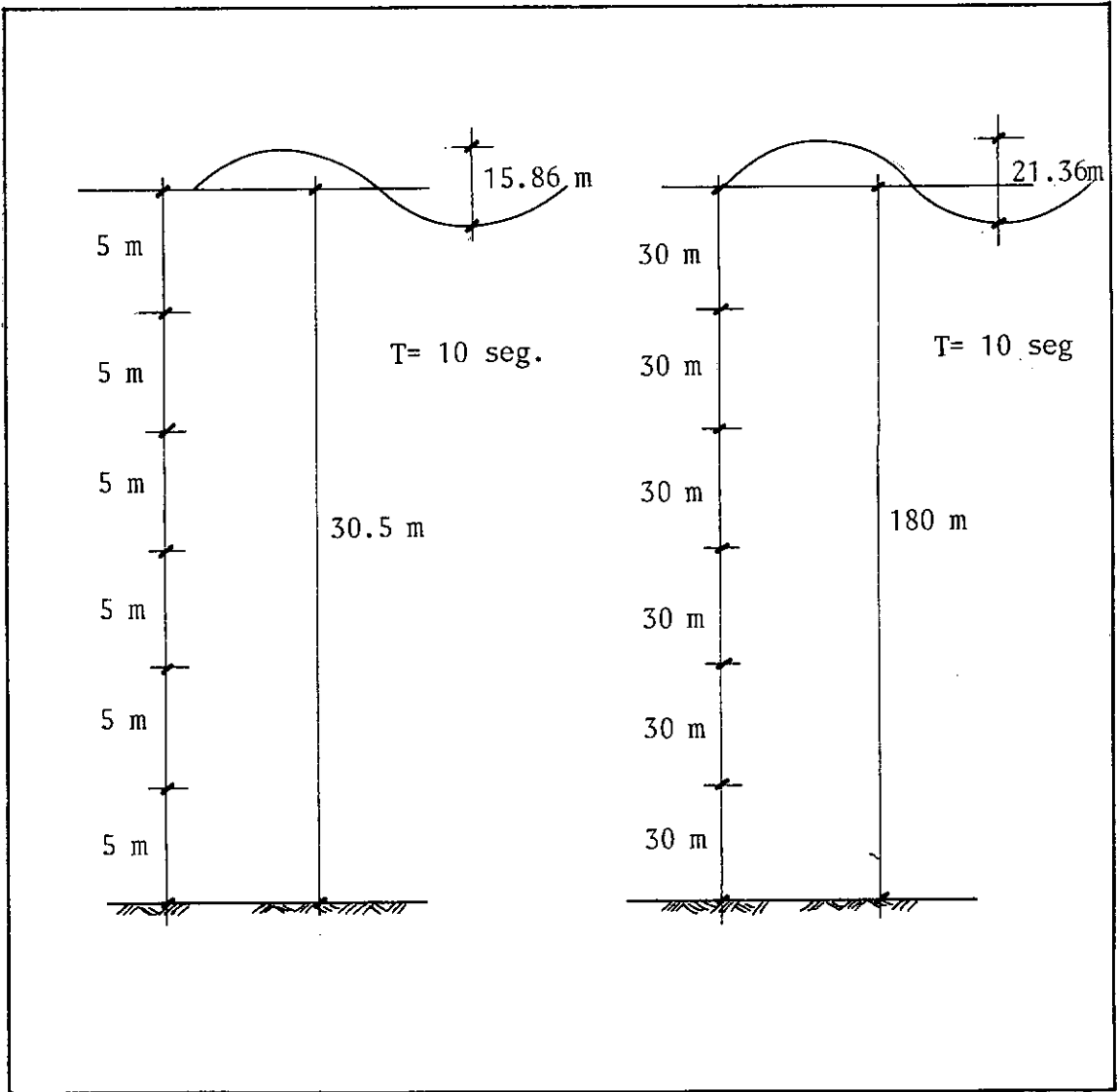


Fig. 2.4  
Ondas Analisadas

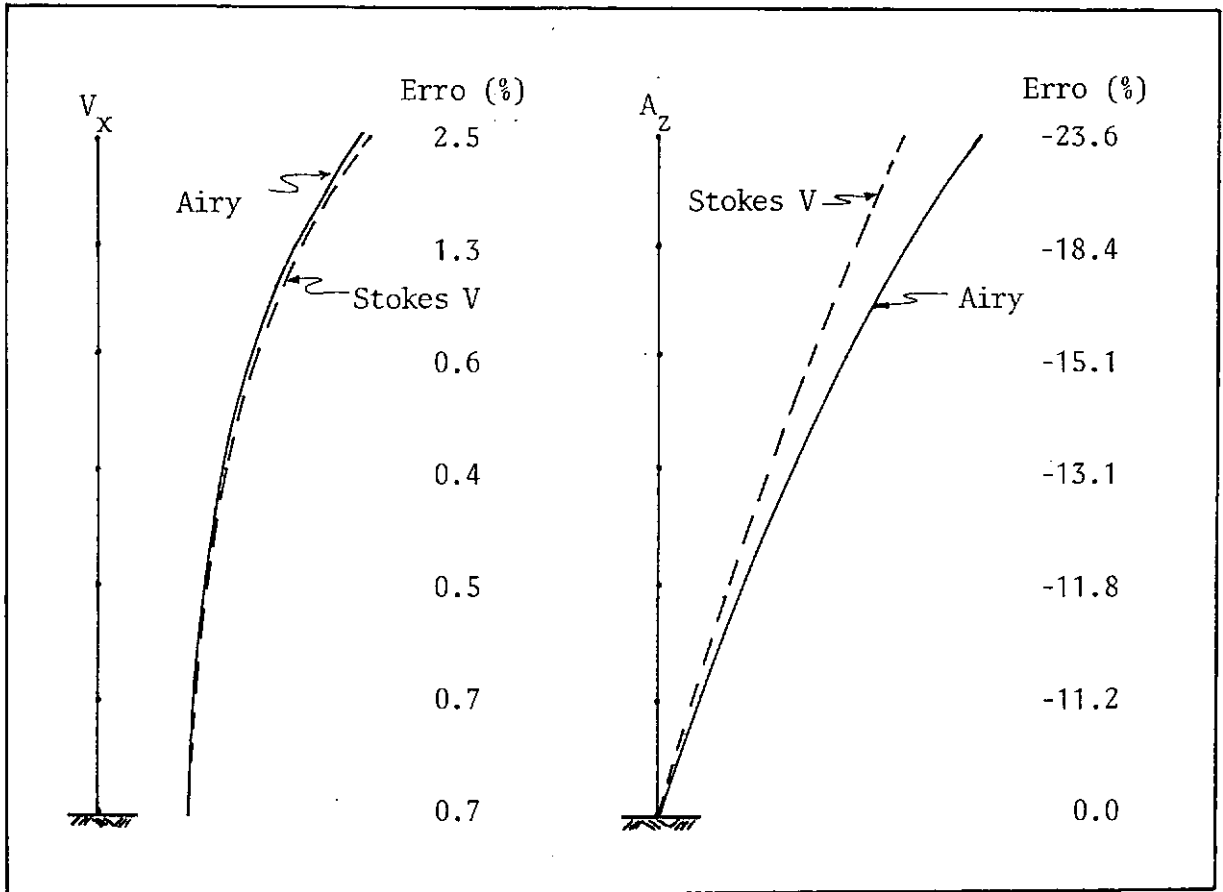
Os resultados obtidos das análises mencionadas estão quantificados nas tabelas 2.1 e 2.2. Os perfis gerados estão representados nas figuras 2.5 e 2.6, assim como também os erros percentuais encontrados.



d = 30.5 mts;      a = 7.93 mts;      T = 10 seg.				
	TEORIA DE AIRY		TEORIA DE STOKES V	
Cota	$V_x$	$A_z$	$V_x$	$A_z$
30	5.530	-3.051	5.666	-2.330
25	4.558	-2.332	4.615	-1.901
20	3.824	-1.734	3.848	-1.471
15	3.289	-1.227	3.304	-1.066
10	2.926	-0.784	2.941	-0.691
5	2.716	-0.382	2.734	-0.339
0	2.647	0	2.666	0

Tabela 2.1

Velocidades e Acelerações com as Duas Teorias

Figura 2.5  
Perfis de  $V_x$  e  $A_z$

d = 180 mts.;      a = 10.68 mts.;      T = 10 seg.				
	TEORIA DE AIRY		TEORIA DE STOKES V	
Cota	$V_x$	$A_z$	$V_x$	$A_z$
180	6.710	-4.216	6.061	-2.593
150	2.006	-1.261	2.039	-1.146
120	0.600	-0.376	0.696	-0.421
90	0.179	-0.112	0.239	-0.148

Tabela 2.2

Velocidades e Acelerações com as Duas Teorias

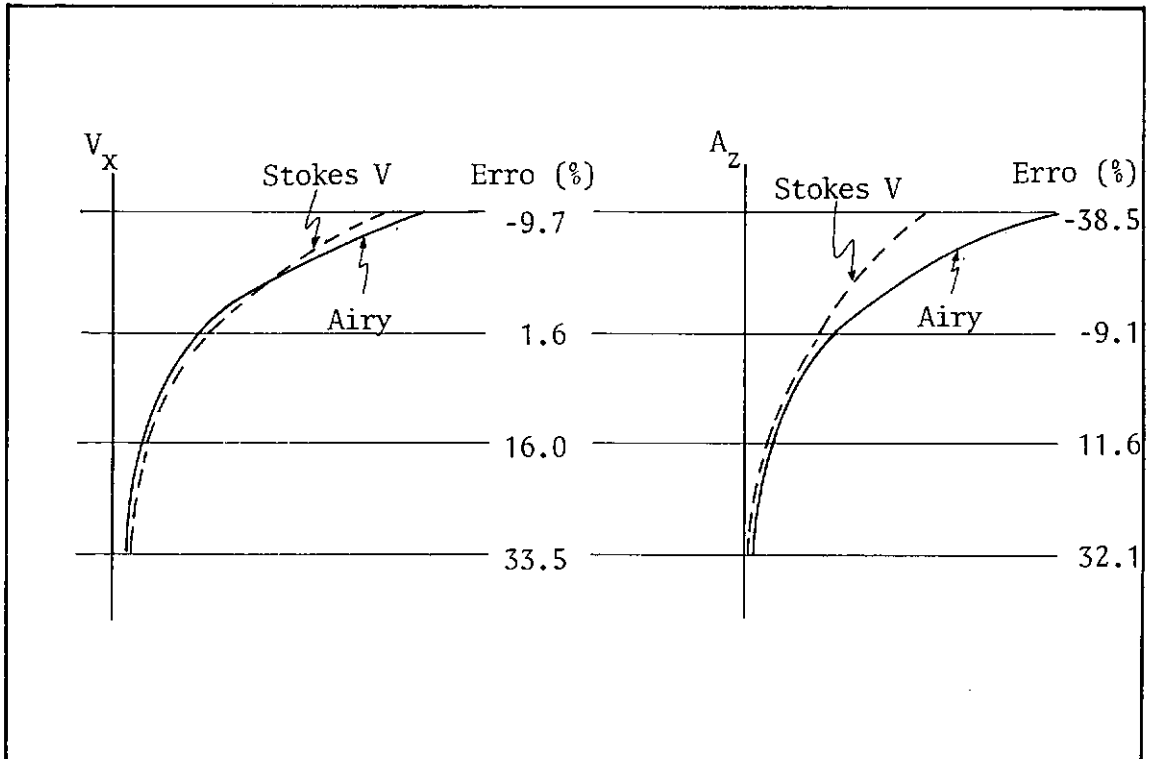


Fig. 2.6

Como é observado nas tabelas 2.1 e 2.2, e nas figuras 2.5 e 2.6, obtém-se diferentes resultados na aplicação das duas teorias de onda, teoria linear de Airy e teoria não linear de Stokes (5ª ordem). Estas diferenças decorrem do fato de que a teoria de Stokes V não lineariza as condições de contorno na superfície livre, como se faz na teoria linear de Airy.

Conclui-se que é necessário fazer uma escolha adequada da teoria de onda a ser empregada, na hora de efetuar a análise da estrutura. Esta escolha pode ser feita baseando-se em critérios existentes na literatura técnica, tais como por exemplo, o estudo apresentado por R.G. Dean [5], no ano de 1965

## CAPÍTULO III

## CÁLCULO DE SOLICITAÇÕES

## 3.1) INTRODUÇÃO

O projeto de estruturas offshore é geralmente governado pelas cargas que provêm da ação das ondas contra os elementos estruturais. O cálculo das forças induzidas, realiza-se, normalmente, em duas etapas. Na primeira calculam-se os campos de velocidades e acelerações do fluido em movimento. Na segunda, essas velocidades e acelerações devem ser transformadas em forças atuantes sobre os componentes estruturais da plataforma.

No caso das estruturas offshore, as cargas principais as quais ela estará submetida durante sua vida útil, são as cargas ambientais e operacionais, além das de peso próprio. As cargas ambientais são de grande importância e incluem cargas devidas à ação das ondas, do vento, correntes e marés, neve, gelo e terremotos, dentre outras.

As correntes marinhas induzem forças adicionais nas plataformas offshore. Estas forças, especialmente quando a direção da corrente e da onda coincidem, podem ser muito importantes. A velocidade da corrente é normalmente acrescentada de forma vetorial às velocidades produzidas pela onda.

As cargas produzidas pelo vento são também importantes para alguns tipos de estruturas offshore. Diversos modelos têm sido estudados extensivamente, existindo fórmulas disponíveis na literatura, que permitem definir os perfis de velocidades gerados pelo vento, baseadas em velocidades de vento medidas a uma altura dada como referência, com relação ao nível de águas tranquilas (NAT). Por outro lado, as forças críticas produzidas pela onda sobre a estrutura são variáveis no tempo e tipicamente de natureza dinâmica, apresentando períodos que oscilam entre 10 e 14 seg. [16]. Por conseguinte, quando se trata de estruturas relativamente rígidas, cujo período de vibração não exceda um valor aproximado de 2.5 segundos, é possível efetuar uma análise estática das ações produzidas pelas cargas ambientais.

Todavia, em estruturas mais flexíveis com períodos superiores a 2.5 segundos, onde os efeitos de amplificação dinâmica se tornam mais relevantes, é recomendável que se efetue uma análise dinâmica das cargas ambientais. Nesse caso é necessário que se leve em conta as velocidades e acelerações experimentadas pelos elementos estruturais, para se calcular as forças atuantes sobre eles.

Existem duas alternativas básicas para se transformar os campos de velocidades e acelerações em forças atuantes. A primeira leva em conta o fato de que a presença do componente estrutural modifica as características da onda incidente. Se isto sucede, as forças devem ser calculadas utilizando-se teorias de difração, (fig. 3.1). O limite para este caso é normalmente aceito como a relação  $\lambda/d$ , donde  $\lambda$  é a longitude da onda e  $d$  é o diâmetro do membro. Para casos em que  $\lambda/d$  seja menor que cinco é necessário que se faça uso das teorias de difração [11].

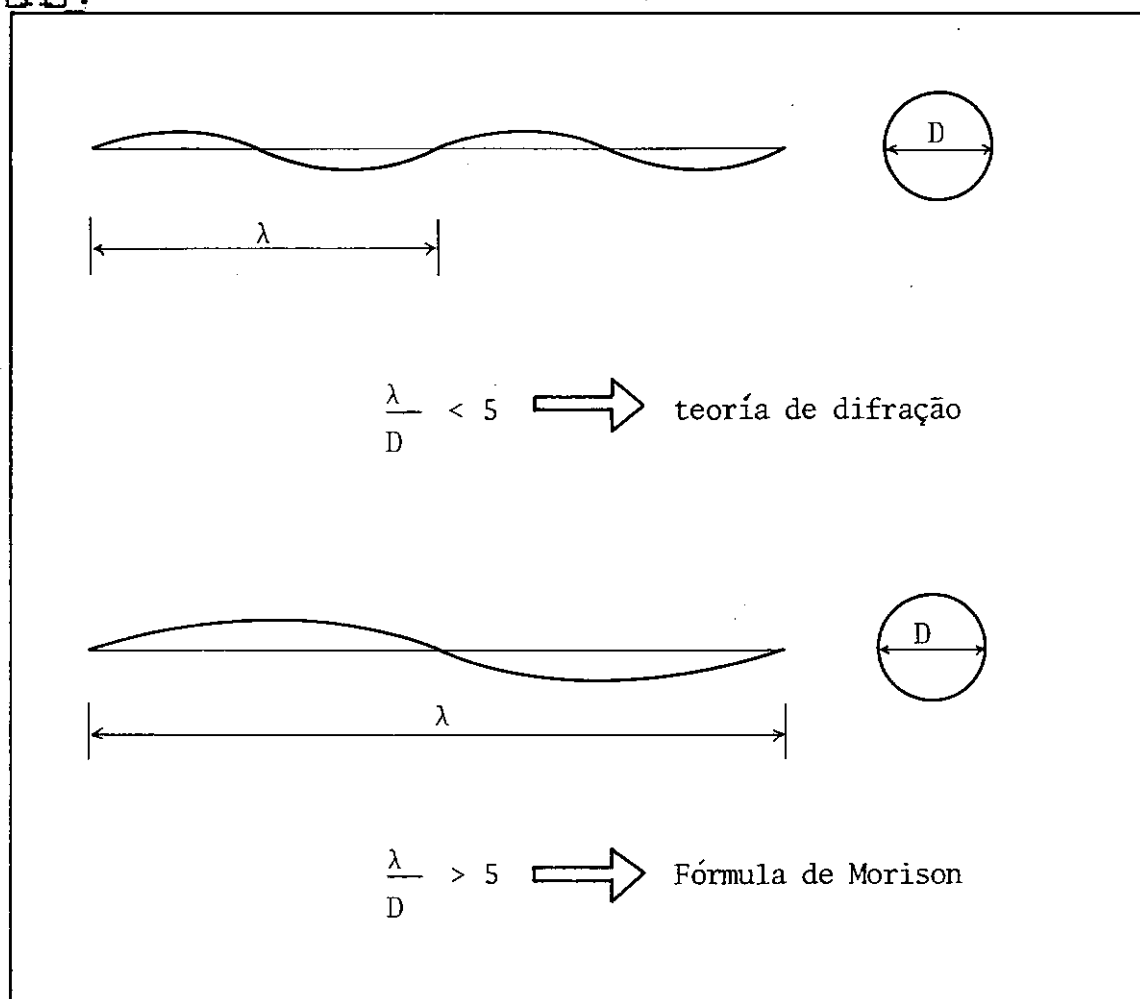


Figura 3.1

A segunda dessas alternativas pressupõe que as características da onda não são perturbadas pelo membro quando a relação  $\lambda/d$  é maior que cinco. Este é o caso de membros esbeltos, geralmente usados nas estruturas offshore onde as longitudes de onda superam normalmente 100 mts. Nessa situação as forças atuantes são calculadas utilizando-se a fórmula de Morison. No presente trabalho, só nos ocuparemos desta última alternativa.

### 3.2) A FÓRMULA DE MORISON

Morison e col. [17] apresentaram, no ano de 1950, uma fórmula para avaliação de forças sobre cilindros, baseados em experimentos realizados sobre cilindros verticais, colocados em posição perpendicular ao plano da onda incidente; esta equação é conhecida sob a forma

$$F = C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \dot{u} + C_D \rho \frac{D}{2} |u| u \quad (3.1)$$

onde

- F = força por unidade de longitude
- $C_M$  = coeficiente de inercia
- $C_D$  = coeficiente de arraste
- $\rho$  = densidade do fluido
- D = diâmetro do elemento
- u = velocidade normal
- $\dot{u}$  = aceleração normal
- A = área projetada do membro

O primeiro termo da equação (3.1) corresponde à denominada força de inércia e é diretamente proporcional à aceleração do fluido.

O segundo termo de (3.1) é proporcional ao quadrado da velocidade do fluido e é denominado força de arraste.

Os valores de  $C_M$  e  $C_D$  serão selecionados de acordo com a estrutura e as características da onda incidente. Numero -

estes estudos [18] têm sido efetuados para se determinar os coeficientes  $C_M$  e  $C_D$  assim como a sua validade. No entanto, na prática, geralmente se recomenda para  $C_D$  os valores dados na fig. 3.2 [19].

O coeficiente de arraste,  $C_D$ , dependerá diretamente do número de Reynolds

$$Re = \frac{u \cdot D}{\nu} \quad (3.2)$$

onde

$Re$  = número de Reynolds  
 $u$  = velocidade da onda  
 $D$  = diâmetro do membro  
 $\nu$  = viscosidade cinemática do fluido

Sendo indentificadas 3 regiões na fig. 3.2:

- 1.- Regime sub-crítico:  $Re < 10^5$   
 $C_D$  é aproximadamente igual a 1.2
- 2.- Regime de transição:  $10^5 < Re < 4 \cdot 10^5$   
 $C_D$  varia linearmente com o número de Reynolds
- 3.- Regime super-crítico:  $Re > 4 \cdot 10^5$   
 $C_D$  é outra vez constante e igual a 0.7

O coeficiente de inércia  $C_M$ , também dependerá do número de Reynolds. Na tabela 3.1 [19] se resumem alguns dos valores, baseados em diversas experiências efetuadas por alguns investigadores.

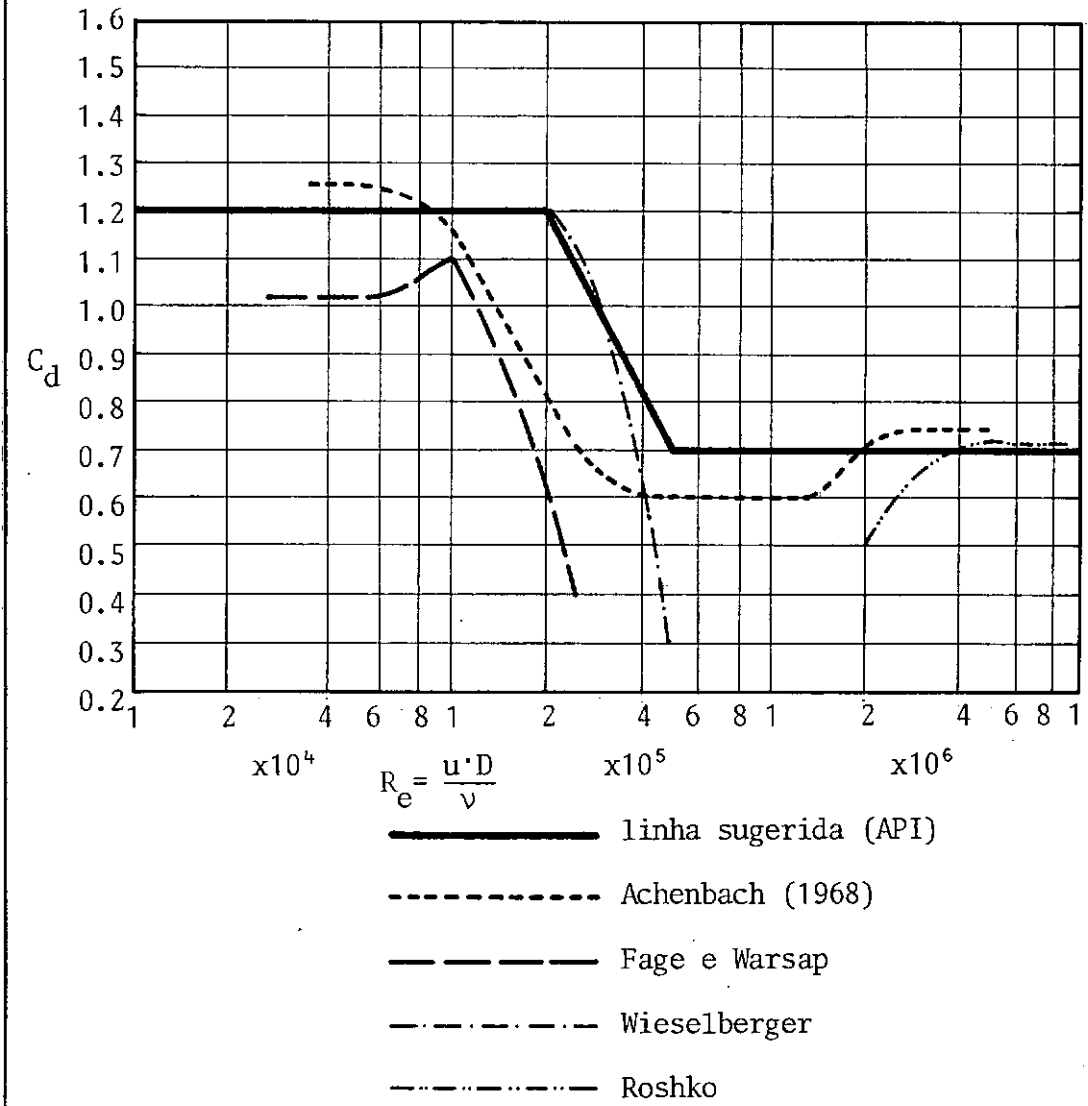


Fig. 3.2

Valores do coeficiente  $C_D$  em função do número de Reynolds



Pesquisador	$R_e$ Aproximado	$C_M^*$	Tipo de Experiência e Teoria Usada
Keulegan and Carpenter (1956)	$< 3 \times 10^4$	1.5 a 2.5	Fluxo oscilatório em laboratório
Bretschenëider (1957)	$1.6 \times 10^5$ a $2.3 \times 10^5$ $3.8 \times 10^5$ a $6 \times 10^5$	2.26 a 2.02 1.74 a 1.23	Experiência de campo Teoria Linear
Wilson (1965)	$(> 5 \times 10^5)$	1.53	Experiência de campo, espectro
Skjelbreia (1960)	$(> 5 \times 10^5)$	$1.02 \pm 0.53$	Experiência de campo, Teoria de Stokes V
Dean and Aagaard (1970)	$2 \times 10^5$ a $2 \times 10^6$	1.2 a 1.7	Experiência de campo Teoria da Função de Corrente
Evans (1970)	$(> 5 \times 10^5)$	$1.76 \pm 1.05$	Experiência de campo Teoria Numérica de Onda Teoria de Stokes V
Wheeler (1970)	$(> 5 \times 10^5)$	1.5	Experiência de campo, Análise espectral modificada usando $C_D=0.6$ e $C_M=1.5$ o desvio padrão da força de pico calculada foi de 33%.

\* Campo de variação do desvio padrão

Tabela 3.1  
Valores Experimentais de  $C_M$

Na prática, os seguintes valores são recomendados

[19]

$R_e$	$C_M$
$< 2,5 \cdot 10^5$	2,0
$2,5 \cdot 10^5 < < 5 \cdot 10^5$	$2,5 - \frac{R_e}{5 \cdot 10^5}$
$> 5 \cdot 10^5$	1,5

Tabela 3.2  
Valores Recomendados de  $C_M$

No programa descrito no Apêndice , os valores de  $C_M$  e  $C_D$  podem ser dados de três formas: globalmente, para toda a estrutura; por elementos, ou, como terceira opção, no caso de não serem dados, o programa os calcula por ponto, seguindo as recomendações da Fig. 3.1 e da Tabela 3.2.

Até agora discutimos a aplicação da fórmula de Morison, quando o eixo do membro estrutural é perpendicular ao plano de incidência da onda, mas no caso de uma estrutura offshore real, a maioria dos elementos estará colocada em posições arbitrárias com relação à onda. Surge então, um aspecto de importância relevante, como é o da aplicação da fórmula de Morison à onda incidente, do qual nos ocuparemos na sessão seguinte.

### 3.3) CÁLCULO DE SOLICITAÇÕES PARA BARRAS TUBULARES INCLINADAS

Quando o elemento estrutural se encontra situado em uma posição arbitrária em relação ao plano da onda, não é possível aplicar a equação (3.1), sendo necessário que se efetuem algumas mudanças.

Existem várias técnicas na literatura [20,21,22,23...], para se calcular as forças sobre cilindros inclinados pela aplicação da fórmula de Morison, não obstante, não existe concordância entre elas.

Em anos recentes, Wade e Dwyer [24], discutiram e compararam quatro das referidas técnicas. Estas quatro técnicas, juntamente com uma quinta alternativa serão apresentadas e discutidas neste trabalho. Posteriormente, efetuaremos uma análise comparativa das discrepâncias encontradas ao calcular as forças, com os diferentes métodos, sobre um cilindro [16], [24], [25].

### 3.3.1) Técnica I

A estrutura de (3.1) sugere que as forças sobre o cilindro vertical podem ser calculadas considerando a velocidade e a aceleração normais ao membro. Sendo assim, é razoável supor-se que as forças atuantes sobre um cilindro orientado arbitrariamente com relação à onda, podem ser computadas de uma forma análoga utilizando as componentes da velocidade e da aceleração perpendiculares ao eixo do cilindro e ignorando as componentes paralelas a esse mesmo eixo. Consequentemente, (3.1) pode ser reescrita como se segue:

$$\vec{F} = C_M \cdot \rho \cdot \Pi \frac{D^2}{4} \vec{a}_n + C_D \cdot \rho \cdot \frac{D}{2} |\vec{v}_n| \vec{v}_n \quad (3.2)$$

onde

$\vec{a}_n$  = componente da aceleração normal ao cilindro

$\vec{v}_n$  = componente da velocidade normal ao cilindro

O problema, delineado dessa forma, requer o cálculo prévio dos vetores  $\vec{a}_n$  e  $\vec{v}_n$ .

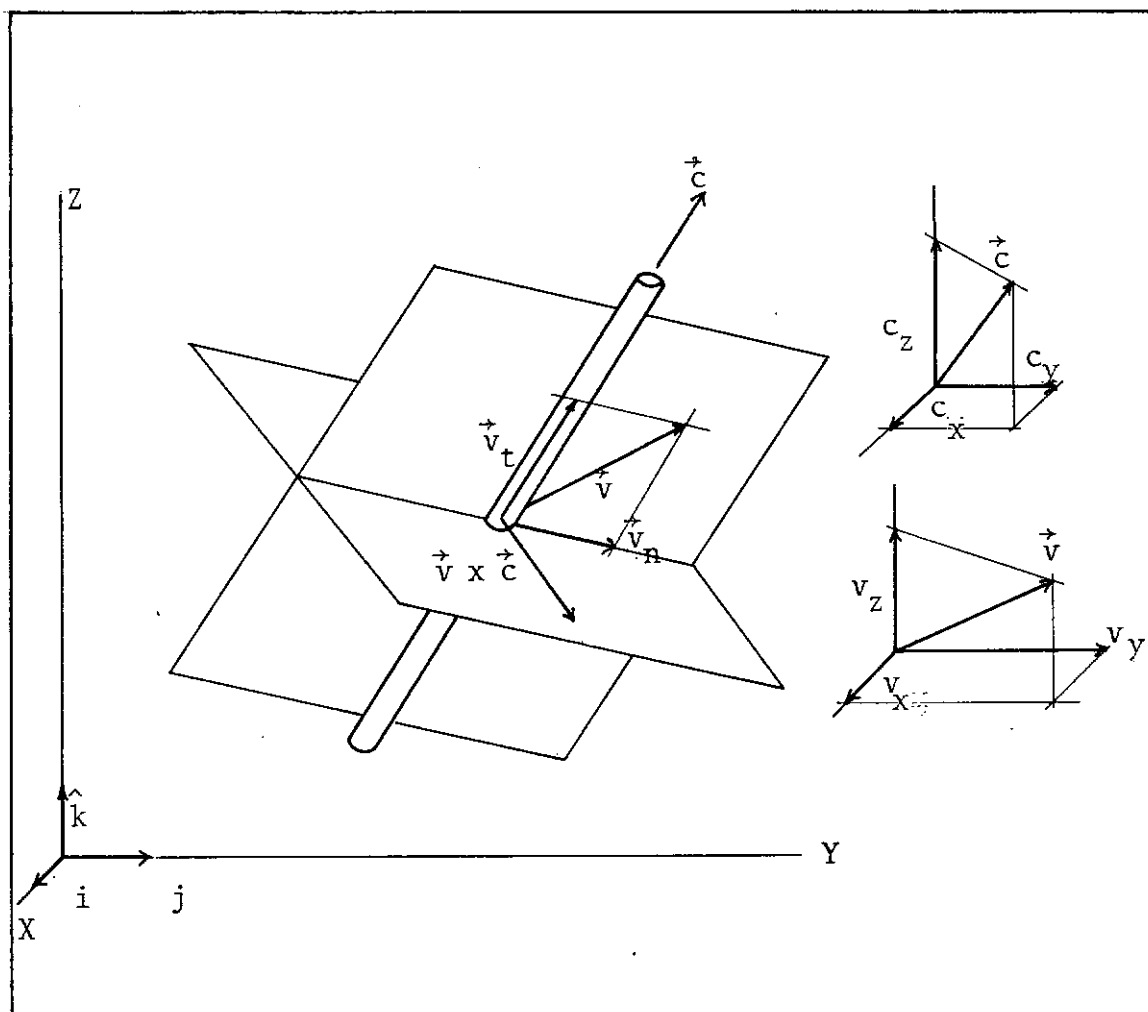


Figura 3.3

Relações Geométricas entre  $\vec{v}$  e  $\vec{c}$

Definiremos os seguintes vetores:

$$\vec{c} = c_x \hat{i} + c_y \hat{j} + c_z \hat{k} \quad (3.3)$$

$$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} + v_z \hat{k} \quad (3.4)$$

$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k} \quad (3.5)$$

Observando a Fig. 3.3, deduz-se que

$$\vec{v}_n = \vec{c} \times [\vec{v} \times \vec{c}] \quad (3.6)$$

Avaliando a expressão entre colchetes de (3.6), temos:

$$\left[ \vec{v} \times \vec{c} \right] = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix} = (v_y c_z - v_z c_y) \hat{i} + (v_z c_x + v_x c_z) \hat{j} + (v_x c_y - v_y c_x) \hat{k}$$

Operando agora em (3.6)

$$\vec{v}_n = \vec{c} \times (\vec{v} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ c_x & c_y & c_z \\ (v_y c_z - v_z c_y) & (v_z c_x + v_x c_z) & (v_x c_y - v_y c_x) \end{vmatrix}$$

ou seja,

$$\begin{aligned} \vec{v}_n = & \left[ c_y (v_x c_y - v_y c_x) - c_z (v_z c_x + v_x c_z) \right] \hat{i} + \\ & + \left[ c_z (v_y c_z - v_z c_y) - c_x (v_x c_y - v_y c_x) \right] \hat{j} + \\ & + \left[ c_x (v_z c_x + v_x c_z) - c_y (v_y c_z - v_z c_y) \right] \hat{k} \end{aligned}$$

Sabendo que

$$c_x^2 + c_y^2 + c_z^2 = 1$$

e chamando

$$R = c_x v_x + c_y v_y + c_z v_z \quad (3.7)$$

resta

$$\vec{v}_n = (v_x - c_x R) \hat{i} + (v_y - c_y R) \hat{j} + (v_z - c_z R) \hat{k} \quad (3.8)$$

e então

$$\vec{v}_n = \left[ v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 - R^2 \right]^{1/2} \quad (3.9)$$

Analogamente:

$$\vec{a}_n = (a_x - c_x \cdot S) \hat{i} + (a_y - c_y \cdot S) \hat{j} + (a_z - c_z \cdot S) \hat{k} \quad (3.10)$$

onde

$$S = a_x c_x + a_y c_y + a_z c_z \quad (3.11)$$

Substituindo (3.8), (3.9) e (3.10) em (3.2) obtemos uma expressão modificada da fórmula de Morison para calcular as forças produzidas pelas componentes da velocidade e aceleração normais ao eixo do cilindro expressada nas coordenadas globais  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$ ,  $\hat{k}$ :

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} = C_m \cdot \rho \cdot \Pi \cdot \frac{D^2}{4} \begin{bmatrix} a_x - c_x \cdot S \\ a_y - c_y \cdot S \\ a_z - c_z \cdot S \end{bmatrix} + C_D \cdot \rho \cdot \frac{D}{2} \cdot \left[ v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 - R^2 \right]^{1/2} \begin{bmatrix} v_x - c_x \cdot R \\ v_y - c_y \cdot R \\ v_z - c_z \cdot R \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Basicamente esta técnica é devida a Borgman [20] e na qual os efeitos produzidos pelas velocidades e acelerações na direção do eixo do membro são desprezados "a priori", não considerando no cálculo das forças que estes produzem sobre o elemento estrutural.

## 3.3.2) Técnica II

Basicamente as características gerais desta segunda técnica [16] são similares às apresentadas na técnica I. A diferença fundamental se encontra no fato de que a componente tangencial da aceleração é levada em conta no cálculo da força de inércia em (3.1).

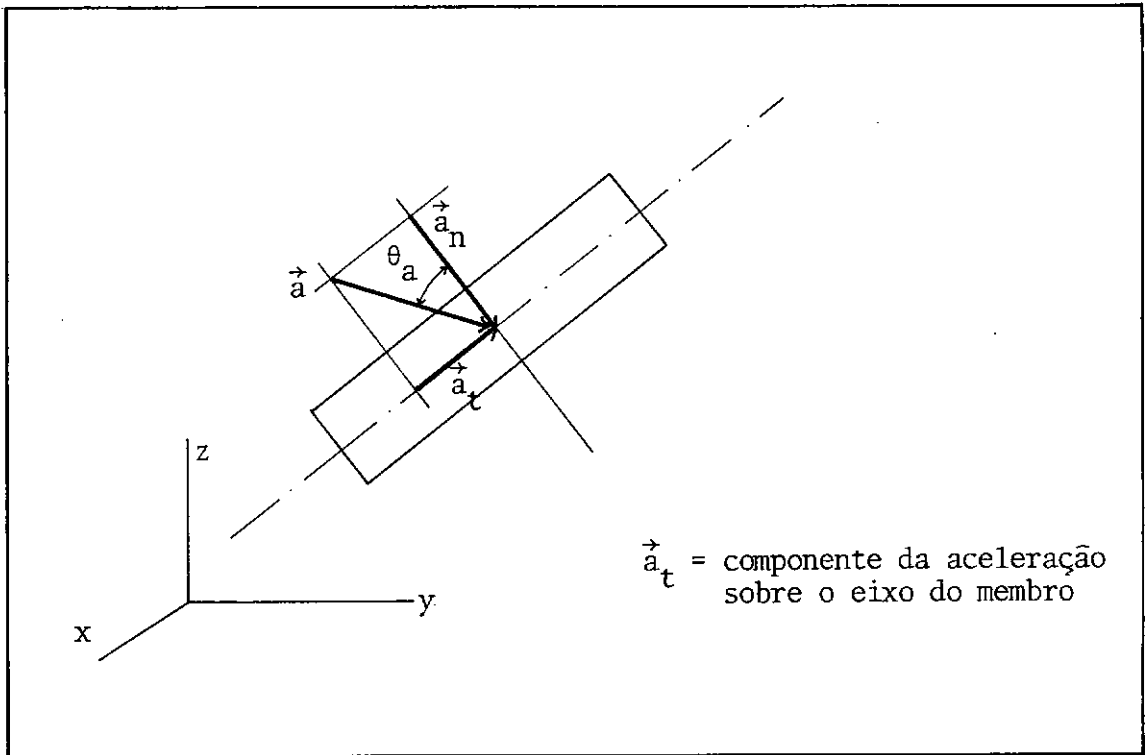


Figura 3.4  
Componentes da Aceleração  
Sobre o Cilindro

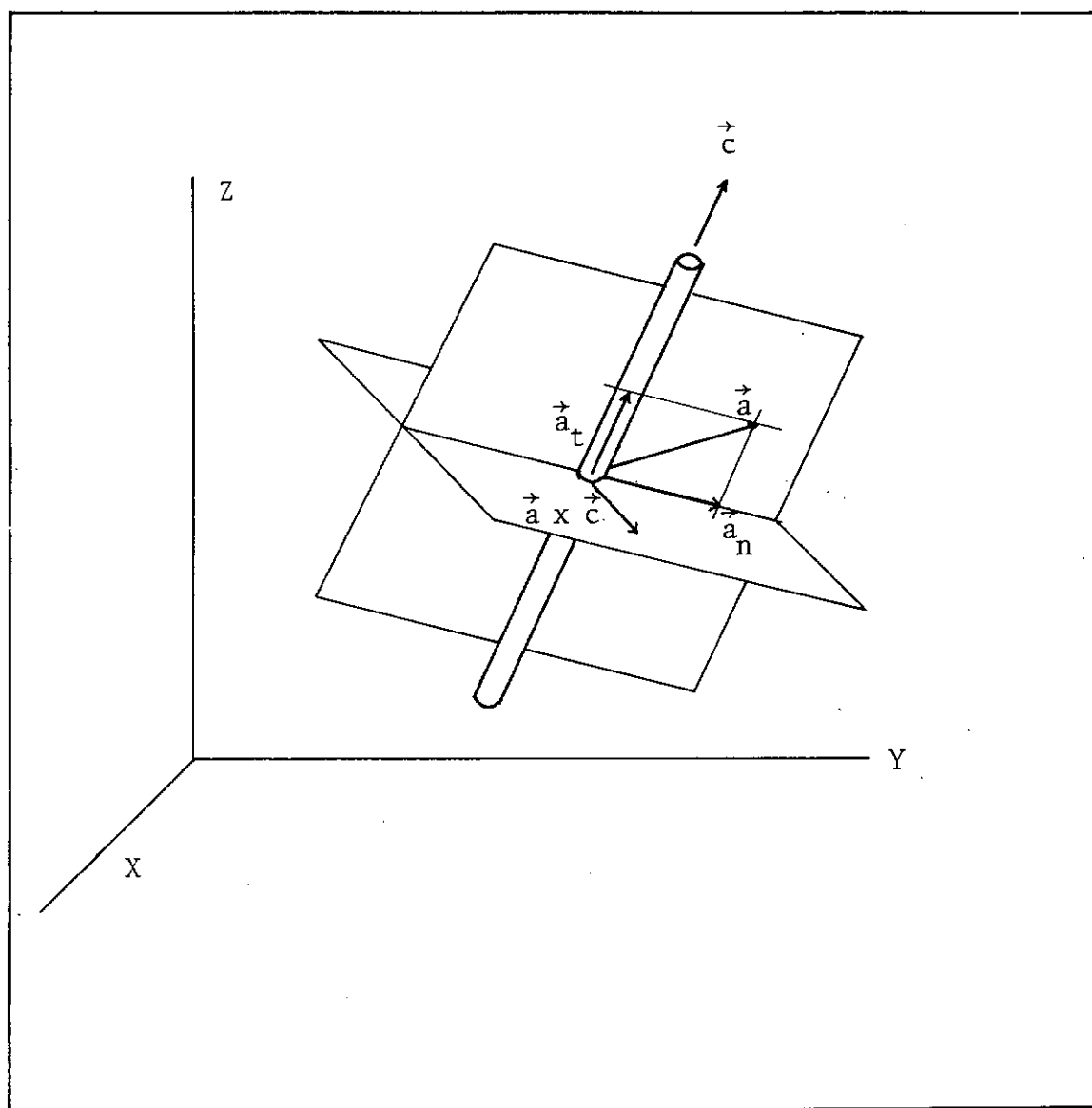


Fig. 3.5  
Conjunto membro-aceleração

Necessitamos, agora, calcular a componente tangencial da aceleração. Podemos escrever

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t \quad (3.13)$$

con o que

$$\vec{a}_t = \vec{a} - \vec{a}_n \quad (3.14)$$



Da Figura 3.5 e, analogamente à equação (3.6)

$$\vec{a}_n = \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{c}) \quad (3.15)$$

Substituindo (3.10) em (3.14), resta

$$\begin{aligned} \vec{a}_t = & a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k} - \\ & - (a_x - c_x \cdot S) \hat{i} - (a_y - c_y \cdot S) \hat{j} - (a_z - c_z \cdot S) \hat{k} \end{aligned}$$

e operando

$$\vec{a}_t = S \cdot [c_x \hat{i} + c_y \hat{j} + c_z \hat{k}] \quad (3.16)$$

com S definido por (3.11).

Agora, a equação modificada de Morison (3.2) pode ser reescrita levando-se em conta a aceleração tangencial  $\vec{a}_t$  como

$$\vec{F} = C_m \rho \cdot \Pi \frac{D^2}{4} \vec{a}_n + \rho \Pi \frac{D^2}{4} \vec{a}_t + C_D \cdot \rho \cdot \frac{D}{2} \left| \vec{v}_n \right| \vec{v}_n \quad (3.17)$$

onde o termo  $\rho \Pi \frac{D^2}{4} \vec{a}_t$  é a componente tangencial da força atuante sobre o cilindro, sendo o produto da aceleração tangencial por massa, por unidade de longitude.

Substituindo agora (3.8), (3.9), (3.10) e (3.16) em (3.17), obtemos

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} = \rho \Pi \frac{D^2}{4} \left\{ C_M \begin{bmatrix} a_x - c_x \cdot S \\ a_y - c_y \cdot S \\ a_z - c_z \cdot S \end{bmatrix} + S \begin{bmatrix} c_x \\ c_y \\ c_z \end{bmatrix} \right\} +$$

$$+ C_D \cdot \rho \cdot \frac{D}{2} \left[ v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 - R^2 \right]^{1/2} \begin{bmatrix} v_x - c_x R \\ v_y - c_y R \\ v_z - c_z R \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

equação que permite computar as forças atuantes sobre o cilindro, levando em conta os efeitos normais e tangenciais.

Deve-se notar que a velocidade tangencial foi desprezada também nesse caso. A justificativa disso se baseia no fato de que o coeficiente de arrastre devido à fricção tangencial é usualmente entre 30 e 120 vezes menor que o coeficiente de arrastre para fluido transversal ou perpendicular ao cilindro [24].

### 3.3.3) Técnica III

Este método opera calculando as pressões de arrastre e inércia com os vetores de velocidade e aceleração totais  $\vec{u}$  e  $\vec{a}$ ; em uma segunda etapa, essas pressões são transformadas em forças assumindo que atuam sobre a área projetada do cilindro na direção normal aos campos geradores de pressões.

As características essenciais deste terceiro método estão representadas nas Figs. 3.6

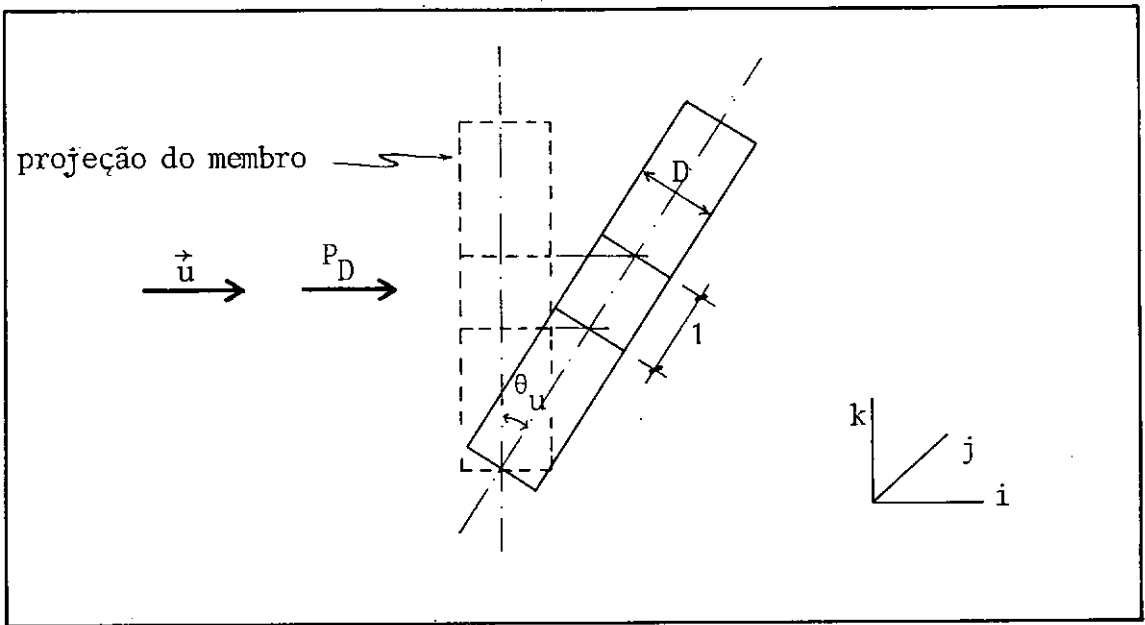


Fig. 3.6 a.

Pressão de arrastre sobre o cilindro

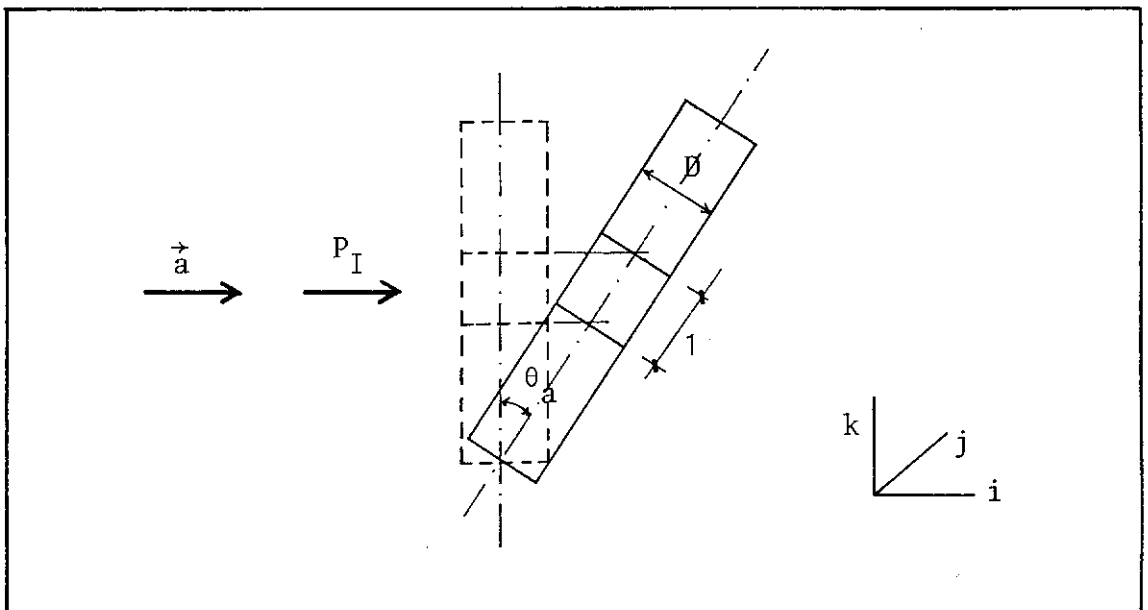


Fig. 3.6 b.

Pressão de Inércia sobre o Cilindro

onde

$P_D$  = pressão de arrastre

$P_I$  = pressão de inércia

$\theta_u$  = ângulo formado entre a normal ao vetor velocidade e o eixo do membro

$\theta_a$  = ângulo formado entre a normal ao vetor aceleração e o eixo do membro.

A equação de Morison (3.1) pode ser reescrita como

$$\vec{F} = C_M \rho \frac{\pi}{4} D^2 \cdot \cos \theta_a \cdot \vec{a} + C_D \rho \frac{1}{2} D \cos \theta_u |\vec{u}| \vec{u} \quad (3.19)$$

onde o termo  $\frac{\pi D^2}{4} \cos \theta_a$  é a projeção do volume unitário sobre a direção normal à aceleração e  $D \cos \theta_u$  a projeção do diâmetro sobre a normal à velocidade do fluido.

Os vetores  $\vec{u}$  e  $\vec{a}$  são resolvidos em componentes concernentes ao sistema de referência global  $\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  e  $\hat{k}$ , ficando

$$\vec{u} = u_x \hat{i} + u_y \hat{j} + u_z \hat{k}$$

$$\vec{a} = a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$$

Substituindo em (3.19), obtemos

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} = C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \cos \theta_a \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} + C_D \frac{D}{2} \cos \theta_u \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)^{1/2} \quad (3.20)$$

Os ângulos  $\theta_u$  e  $\theta_a$  são diferentes entre si, já que os vetores velocidade e aceleração não atuam na mesma direção, e podem ser calculados em função das direções do membro e dos vetores referidos, como ilustra a Fig. 3.7.

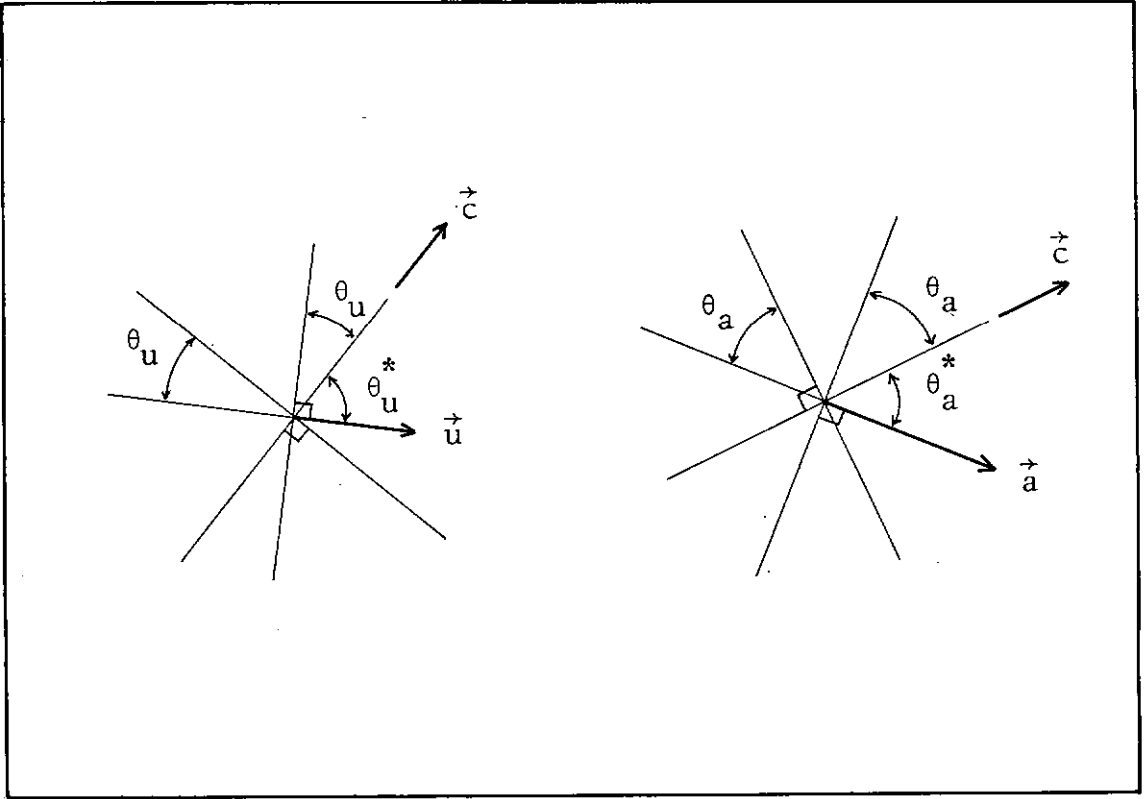


Fig. 3.7  
Notação de  $\theta_u$  e  $\theta_a$

Sabendo que:

$$\vec{u} \cdot \vec{c} = |\vec{u}| |\vec{c}| \cos \theta_u^* \quad (3.21)$$

e que

$$|\vec{c}| = 1$$

temos

$$\cos \theta_u^* = \frac{u_x c_x + u_y c_y + u_z c_z}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}} = R^*(u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)^{-1/2} \quad (3.22)$$

analogamente

$$\cos \theta_a^* = S^*(a_x^2 + a_y^2 + a_z^2)^{-1/2} \quad (3.23)$$

com  $R$  e  $S$  definidos por (3.7) e (3.11)

Logo:

$$\cos \theta_u = \cos \left[ \Pi/2 - \arccos (R. (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)^{-1/2}) \right] \quad (3.24)$$

$$\cos \theta_a = \cos \left[ \Pi/2 - \arccos (S. (a_x^2 + a_y^2 + a_z^2)^{-1/2}) \right] \quad (3.25)$$

Substituindo (3.24) e (3.25) em (3.20), obteremos uma nova equação modificada de Morison, para o cálculo de forças segundo a presente alternativa

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} = C_D \rho \frac{D}{2} \cdot \cos \left[ \Pi/2 - \arccos (R. (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)^{-1/2}) \right] \cdot \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)^{1/2} + \\ + C_M \rho \frac{\Pi D^2}{4} \cdot \cos \left[ \Pi/2 - \arccos (S. (a_x^2 + a_y^2 + a_z^2)^{-1/2}) \right] \cdot \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

aqui, outra vez a força tangencial no cilindro é desprezada.

Deve ser notado que os vetores velocidade e aceleração atuam sobre seções elípticas, produto da projeção, cujo eixo maior sempre estará na mesma direção da velocidade ou aceleração atuante. Por essa razão, e dentro de um esquema rigoroso de cálculo, os coeficientes  $C_M$  e  $C_D$  variam de um extremo ao outro do membro se são calculados como pertencentes a seções elípticas. Todavia, para nossos propósitos, isto não se mostra muito prático e os calcularemos como representativos de seções circulares em cada ponto onde a força seja avaliada. (Ver Ref. [18]).

## 3.3.4) Técnica IV

Assume-se que só irão produzir cargas as componentes das forças que atuam normalmente ao cilindro. Também neste método, são descartadas as forças tangenciais ou paralelas ao eixo do cilindro. A Figura 3.8 esquematiza a base desta alternativa

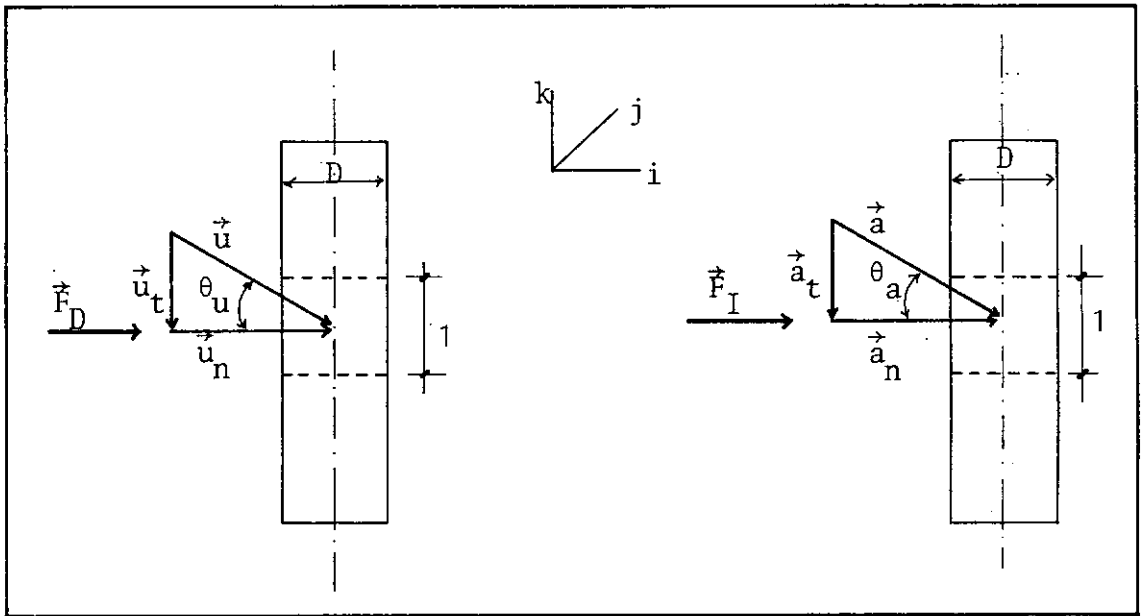


Fig. 3.8  
Técnica IV

Consequentemente, poderíamos reformular a equação de Morison (3.1) como segue;

$$F = C_D \rho \frac{D}{2} |\vec{u}|^2 \cdot \cos \theta_u + C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} |\vec{a}| \cos \theta_a \quad (3.27)$$

Deve se notar que (3.27) não apresenta características direcionais devido ao fato de ser considerada como uma magnitude escalar. Para resolver esta dificuldade é preciso designar direções a (3.27), o qual é possível efetuar, mediante vetores unitários normais ao cilindro representativos das direções dos vetores  $\vec{u}_n$  e  $\vec{a}_n$ , e expressados em coordenadas globais

$\hat{i}$ ,  $\hat{j}$  e  $\hat{k}$ , como mostra a Fig. 3.9.

Chamando

$$\vec{u}_c = u_{cx}\hat{i} + u_{cy}\hat{j} + u_{cz}\hat{k}$$

= vetor unitário normal na direção da velocidade

$$\vec{a}_c = a_{cx}\hat{i} + a_{cy}\hat{j} + a_{cz}\hat{k}$$

= vetor unitário normal na direção da aceleração

e substituindo em (3.27), obteremos

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} = C_D \rho \frac{D}{2} |\vec{u}|^2 \cos \theta_u \begin{bmatrix} u_{cx} \\ u_{cy} \\ u_{cz} \end{bmatrix} + C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} |\vec{a}| \cos \theta_a \begin{bmatrix} a_{cx} \\ a_{cy} \\ a_{cz} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Substituindo (3.24) e (3.25) em (3.28):

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} = C_D \rho \frac{D}{2} \left[ u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 \right] \cdot \cos \left[ \pi/2 - \arccos(R \cdot (u_x^2 + u_y^2 + u_z^2)^{-1/2}) \right] \begin{bmatrix} u_{cx} \\ u_{cy} \\ u_{cz} \end{bmatrix} + C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \left[ a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 \right]^{1/2} \cdot \cos \left[ \pi/2 - \arccos(S \cdot (a_x^2 + a_y^2 + a_z^2)^{-1/2}) \right] \begin{bmatrix} a_{cx} \\ a_{cy} \\ a_{cz} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$



equação que permite avaliar as forças aplicadas, após o cálculo dos vetores unitários  $\vec{u}_c$  e  $\vec{a}_c$ .

Morgan e col. [21] recomendaram este método utilizando coeficientes  $C_m$  e  $C_D$  para seções elípticas, mas pelas razões citadas anteriormente, aqui foram usados coeficientes  $C_M$  e  $C_D$  de seções circulares e calculados em cada ponto como uma função do número de Reynolds.

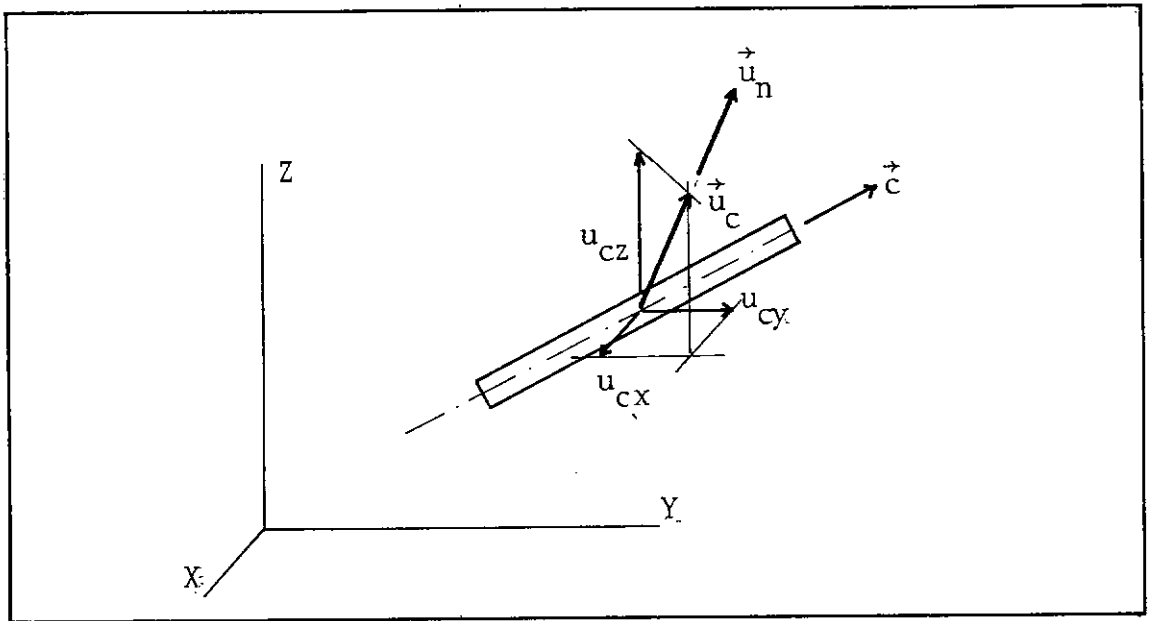


Fig. 3.9

Vetor Unitário Normal na Direção da Velocidade

### 3.3.5) Técnica V

A quinta alternativa atua numa faixa um tanto mais conservadora que as apresentadas anteriormente [22].

Basicamente, despreza-se a força tangencial sobre o cilindro e é considerada somente a força normal atuante. O cálculo da força normal se realiza assumindo-se que ela seja produzida pelas velocidades e acelerações totais presentes no membro.

Posteriormente se aplica um fator de redução à força normal, o qual depende da direção da velocidade e/ou aceleração totais em relação ao cilindro.

Este fator foi desenvolvido experimentalmente por Bursnall e col. [23], efetuando cálculos de forças de onda sobre cilindros inclinados em diversas posições. A formulação sugerida por Bursnall é a seguinte:

$$Q_u = \frac{\text{tang} (\pi/2 - \theta_u)}{\text{tang} (\pi/6)} \quad (3.30)$$

$$Q_a = \frac{\text{tang} (\pi/2 - \theta_a)}{\text{tang} (\pi/6)} \quad (3.31)$$

onde

$Q_u$  = fator relativo à velocidade

$Q_a$  = fator relativo à aceleração

$\theta_u$  = ângulo entre a velocidade e a normal ao membro

$\theta_a$  = ângulo entre a aceleração e a normal ao membro

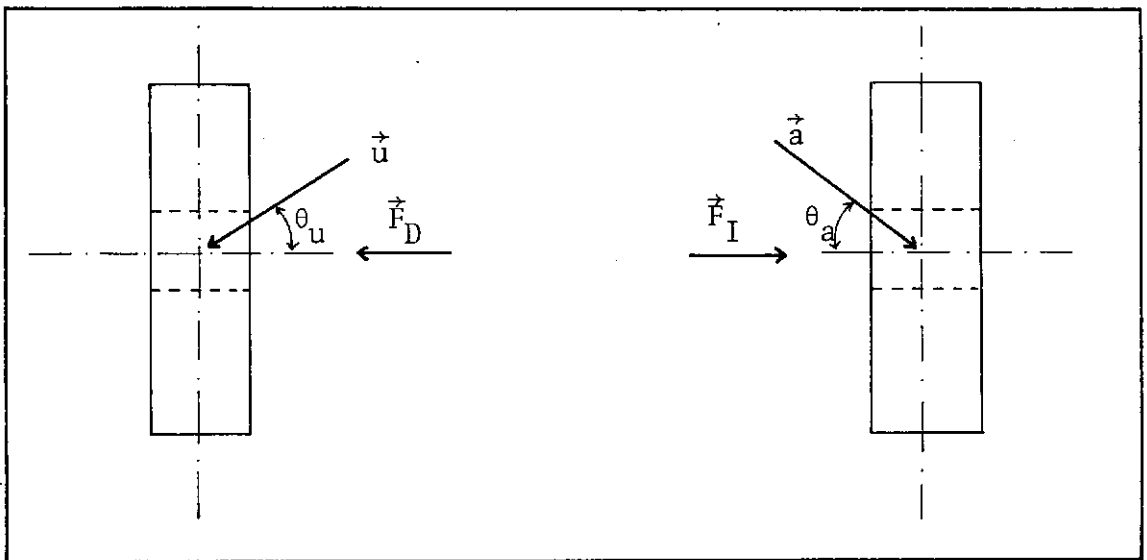


Figura 3.10  
Quinta Alternativa

No entanto, estes fatores têm uma margem de validade dependendo dos valores que tomem  $\theta_u$  e  $\theta_a$ , para levar em consideração o fato de que quando a velocidade e/ou aceleração são paralelas ao eixo do cilindro, a força atuante deve anular-se.

$$\begin{aligned}\theta_u < \pi/3 & \rightarrow Q_u = 1. \\ \theta_u > \pi/3 & \rightarrow Q_u = (3.30) \\ \theta_a < \pi/3 & \rightarrow Q_a = 1. \\ \theta_a > \pi/3 & \rightarrow Q_a = (3.31)\end{aligned}$$

A fórmula (3.1) de Morison pode ser agora assim de  
lineada

$$\begin{aligned}\vec{F} = C_{D\rho} \frac{D}{2} \cdot Q_u \cdot |\vec{u}|^2 \vec{u}_c + \\ + C_{M\rho} \frac{\pi D^2}{4} \cdot Q_a \cdot |\vec{a}| \vec{a}_c\end{aligned}\quad (3.32)$$

e também

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} = C_{D\rho} \frac{D}{2} \cdot Q_u \cdot \begin{bmatrix} u_x^2 + u_y^2 + u_z^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{cx} \\ u_{cy} \\ u_{cz} \end{bmatrix} + \\ + C_{M\rho} \frac{\pi D^2}{4} \cdot Q_a \cdot \begin{bmatrix} a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 \end{bmatrix}^{1/2} \begin{bmatrix} a_{cx} \\ a_{cy} \\ a_{cz} \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (3.33)$$

onde

$$\theta_u = \pi/2 - \theta_u^* \quad (3.34)$$

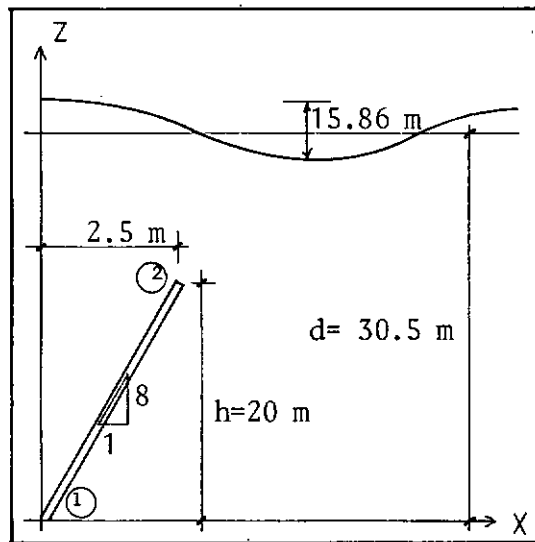
$$\theta_a = \pi/2 - \theta_a^* \quad (3.35)$$

com  $\theta_u^*$  e  $\theta_a^*$  definidos por (3.22) e (3.23).

### 3.4) COMPARAÇÕES E DISCREPÂNCIAS DAS DIVERSAS TÉCNICAS APRESENTADAS

Tendo em vista que as cinco técnicas apresentadas ao longo deste capítulo possuem formulações diferentes, é razoável que se esperem resultados diferentes no cálculo de intensidade de força sobre o cilindro inclinado.

Com o objetivo de avaliar essas diferenças, apresentaremos um exemplo ilustrativo dos passos a seguir na sequência do cálculo de intensidades de força e os resultados conseguidos.



#### Membro:

Posição : plano X-Z

Diâmetro: 1,0 mts.

Espessura: 0,1 mts.

#### Fluido:

$d = 30,5$  mts.

$T = 10$  seg.

$a = 15,86$  mts.

$C_m = 2.0$

$C_d = 1.2$

$\rho = \frac{\gamma}{g} = 105 \frac{\text{Kg} \cdot \text{seg}^2}{\text{m}^4}$

Fig. 3.11

Exemplo Ilustrativo

Dos dados do fluido, aplicando a teoria de Airy, podemos calcular as velocidades e acelerações no ponto (2), as quais são:

$$\begin{aligned}
 V_x &= 3,800 \text{ m/seg} \\
 V_z &= 0,313 \text{ m/seg} \\
 A_x &= 0,273 \text{ m/seg}^2 \\
 A_z &= -1,723 \text{ m/seg}^2 \\
 V_y &= 0 \\
 A_y &= 0
 \end{aligned}
 \tag{3.36}$$

#### Cálculos Preliminares:

$$D_x = X_2 - X_1 = 2,5 - 0 = 2,5 \text{ mts}$$

$$D_z = D_z - Z_1 = 20 - 0 = 20 \text{ mts}$$

$$D_y = 0$$

$$\therefore \text{LONG} = \sqrt{(2,5)^2 + (20)^2} = 20,16 \text{ mts}$$

LONG = comprimento do membro

portanto

$$C_x = \frac{D_x}{\text{LONG}} = 0,124$$

$$C_z = \frac{D_z}{\text{LONG}} = 0,992$$

$$C_y = 0$$

de (3.7) e (3.11):

$$R = C_x \cdot V_x + C_z \cdot V_z = 0,782$$

$$S = C_x \cdot A_x + A_z \cdot C_z = -1,675$$

$$C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} = 164,93 \cdot \frac{K \text{seg}^2}{\text{m}^2}$$

$$C_D \rho \frac{D}{2} = 63,00 \cdot \frac{K \cdot \text{seg}^2}{\text{m}^3}$$

Técnica I

Seguindo (3.12) temos:

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_z \end{bmatrix} = 164,93 \begin{bmatrix} 0,273 - 0,124 (-1,675) \\ -1,723 - 0,992 (-1,675) \end{bmatrix} + \\ + 63,0 \left[ 3,8^2 + 0,313^2 - 0,782^2 \right]^{1/2} \begin{bmatrix} 3,8 - 0,124(0,782) \\ 0,313 - 0,992(0,782) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 949,8 \\ -118,9 \end{bmatrix}$$

ou

$$f_n = (f_x^2 + f_z^2)^{1/2} = 957,2 \text{ kgf /m}$$

onde  $f_n$  = força normal ao cilindro

Técnica II

Aplicando (3.18):

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_z \end{bmatrix} = 82,47 \begin{bmatrix} 2,0 \begin{bmatrix} 0,481 \\ -0,061 \end{bmatrix} - 1,675 \begin{bmatrix} 0,124 \\ 0,992 \end{bmatrix} + 63,0 \begin{bmatrix} 13,819 \\ -1,727 \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 932,8 \\ -255,8 \end{bmatrix}$$

ou

$$f_n = 967,2 \text{ kgf /m}$$

Técnica III

Aplicando (3.26)

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_z \end{bmatrix} = 63,00 \cdot \cos \left[ \pi/2 - 1,364 \right] \begin{bmatrix} 3,80 \\ 0,313 \end{bmatrix} (3,813) +$$

$$+ 164,93 \cdot \cos \left[ \pi/2 - 2,858 \right] \begin{bmatrix} 0,273 \\ -1,723 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 905,9 \\ -5,9 \end{bmatrix}$$

ou seja

$$f_n = 905,9 \text{ kgf/m}$$

#### Técnica IV

#### Cálculos Prévios:

de (3.8):

$$\vec{U}_n = [3,703; -0,463]$$

ou seja

$$\vec{U}_c = \frac{\vec{U}_n}{|\vec{U}_n|} = \frac{(3,703; -0,463)}{3,732} = (0,992; -0,124)$$

analogamente

$$\vec{a}_c = \frac{(0,481; -0,061)}{0,486} = (0,992, -0,126)$$

Aplicando (3.29) obtemos:

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_z \end{bmatrix} = 63,00(14,538) \cos (\pi/2 - 1,364) \begin{bmatrix} 0,992 \\ -0,124 \end{bmatrix} + \\ + 164,93(1,744) \cos (\pi/2 - 2,858) \begin{bmatrix} 0,987 \\ -0,125 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 968,6 \\ -121,2 \end{bmatrix}$$

ou seja:

$$f_n = 976,2 \text{ kg f/m}$$

Técnica VCálculos Prévios:

Utilizando (3.24) e (3.25):

$$\theta_u = 0,207 \text{ rad}$$

$$\theta_a = -1,287 \text{ rad}$$

$$\theta_u < \frac{\pi}{3} \rightarrow Q_u = 1.$$

$$\theta_a < \pi/3 \rightarrow Q_a = 1.$$

Aplicando (3.33):

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_z \end{bmatrix} = 63,0(1.)(14.538) \begin{bmatrix} 0,992 \\ -0,124 \end{bmatrix} +$$

$$+ 164,93 (1.)(1,744) \begin{bmatrix} 0,992 \\ -0,126 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1193,9 \\ -149,8 \end{bmatrix}$$

ou seja

$$f_n = 1203,2 \text{ kgf/m}$$

Na Tabela 3.3 se mostram as diferenças obtidas ao aplicar-se os cinco métodos disponíveis para o membro ilustrado pela Fig. 3.11. Como se pode observar na Tabela 3.3, estas diferenças são de magnitude considerável, o que transforma o problema de cálculo de forças em um problema espinhoso que todavia não possui um critério único para sua solução. O método 5 se mostrou demasiado conservador, enquanto que o método 1, talvez o mais utilizado na prática, ofereceu resultados intermediários.

Algumas diferenças também foram observadas entre o método 1 e o 2, o que sugere que o efeito da aceleração tangencial deve ser maior, sobretudo, em membros de grande diâmetro, onde os efeitos inerciais são predominantes. O método 1 foi escolhido como padrão para o cálculo das diferenças percentuais.



METODO	INTENSIDADE DE FORÇA (k/mt)	ERRO (%)
1	957,2	0
2	967,2	1,04
3	905,9	-5,36
4	976,2	1,98
5	1203,2	25,7

Tabela 3.3  
Diferenças entre as Alternativas

Em definitivo, observa-se uma diferença global de aproximadamente 31%, ressaltando a necessidade de se efetuar em saios experimentais que permitam selecionar o método que melhor represente o problema real.

## CAPITULO IV

### INTERAÇÃO SOLO-ESTRUTURA EM ESTRUTURAS OFFSHORE

#### 4.1) INTRODUÇÃO

As plataformas offshore fixas podem ser divididas basicamente em duas categorias:

- plataformas de gravidade
- plataformas de aço sobre estacas

As estruturas de gravidade são normalmente fabricadas em concreto protendido reforçado e mantêm sua posição devido ao enorme peso que possuem. As estruturas de aço, bastante mais leves são construídas e fundadas sobre estacas, elementos encarregados de suportar e transmitir ao solo as cargas a que estará submetida a estrutura ao longo de sua vida útil. A este segundo tipo de estrutura estará limitada a nossa discussão.

Atualmente, o número de estruturas de aço,operando em diversas partes do mundo,é muito superior ao número de plataformas de gravidade construídas. Como exemplo disto citaremos o Golfo do México, que pelo o ano de 1973 estava sendo explorado por na da menos que 1935 plataformas de aço sobre estacas. Hoje em dia cresceu para mais de 2600 estruturas.

A busca do petróleo tem sido enfocada, com o transcurso dos anos, em setores de mar com águas profundas,com a consequente necessidade de se construir estruturas de maior envergadura, no que se refere a tamanho e altura. Assim, as primeiras plataformas operavam com alturas próximas de 50 mts. Em 1976, a companhia americana EXXON pôs em funcionamento a plataforma Hondo,per to de Santa Bárbara, California, a qual operava em uma profundidade de 260 mts. Posteriormente, foram erigidas, no Golfo do México, plataformas em águas de 300 mts. de profundidade. Tendo em conta este desenvolvimento acelerado, o tratamento e projeto das fundações se tornou um fator crítico na tecnologia offshore. Em consequência disso, faz-se necessário realizar uma análise

exaustiva da interação solo-estrutura com o fim de modelar corretamente as características essenciais do solo e prever sua resistência sob as cargas atuantes.

As figs. 4.1 ilustram as solicitações e os efeitos sobre as fundações

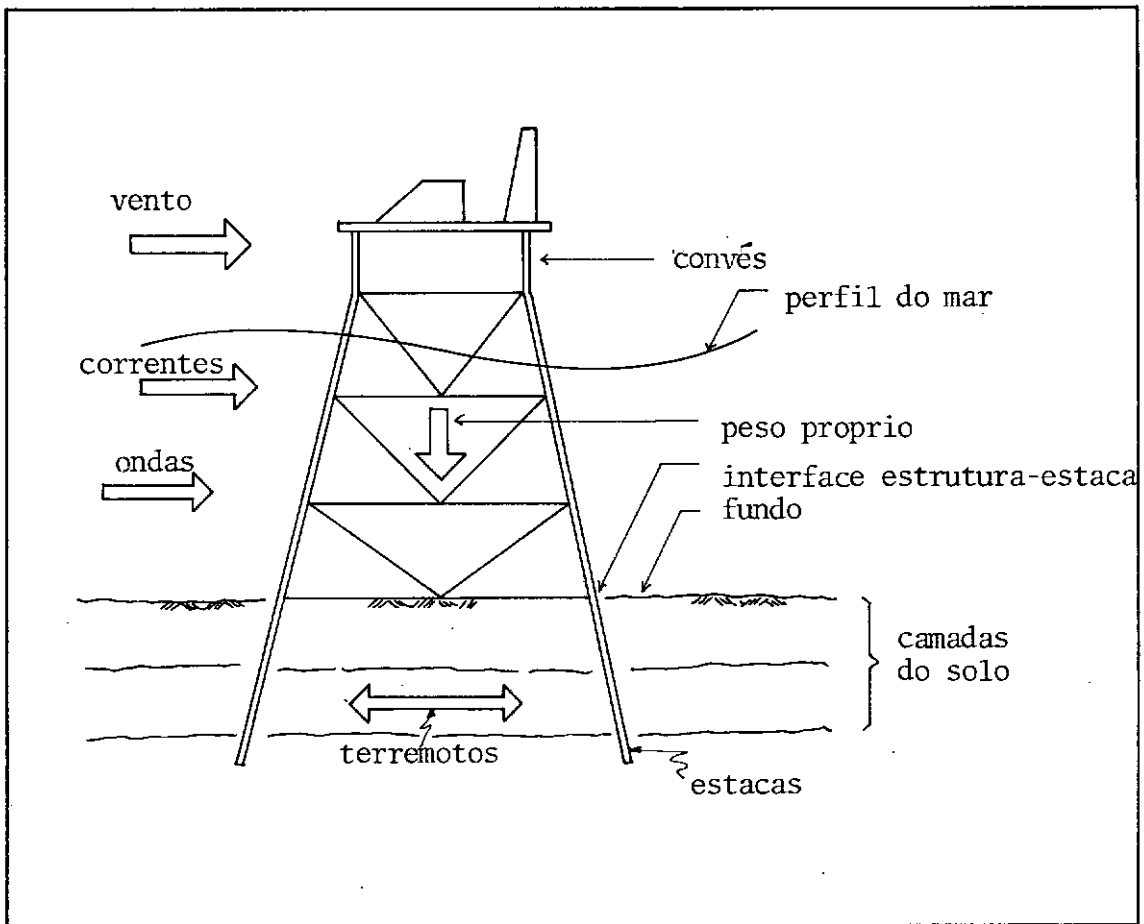


Figura 4.1 a  
Solicitações

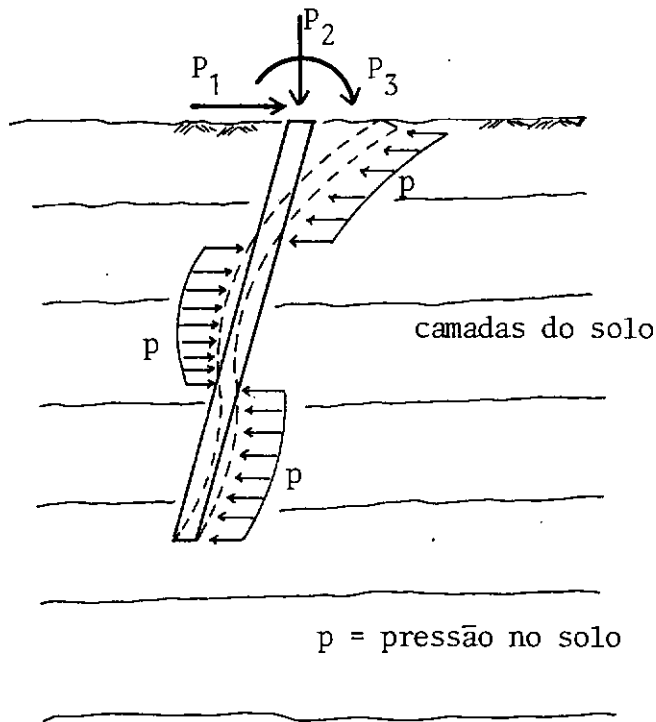


Fig. 4.1 b  
Efeitos sobre as Estacas

onde

$P_1, P_2, P_3$  = ações da estrutura sobre a estaca

$p$  = reação do solo

#### 4.2) MODELO DE ANÁLISE PARA A ESTACA

No caso de estruturas de aço, as fundações são materializadas em um sistema de estacas, as quais penetram no fundo do mar de forma a assegurar uma boa ancoragem da plataforma.

Essas estacas são, geralmente, elementos estruturais cilíndricos ocos, de aço, os quais são soldados e/ou introduzidos nas pernas da estrutura ao nível do fundo do mar. Com o objetivo de obter um comportamento satisfatório, estas estacas são normalmente construídas com características variáveis, tais como diâmetro, espessura da parede e longitude dos segmentos, as quais variam com a profundidade, tal como ilustra a Fig. 4.2

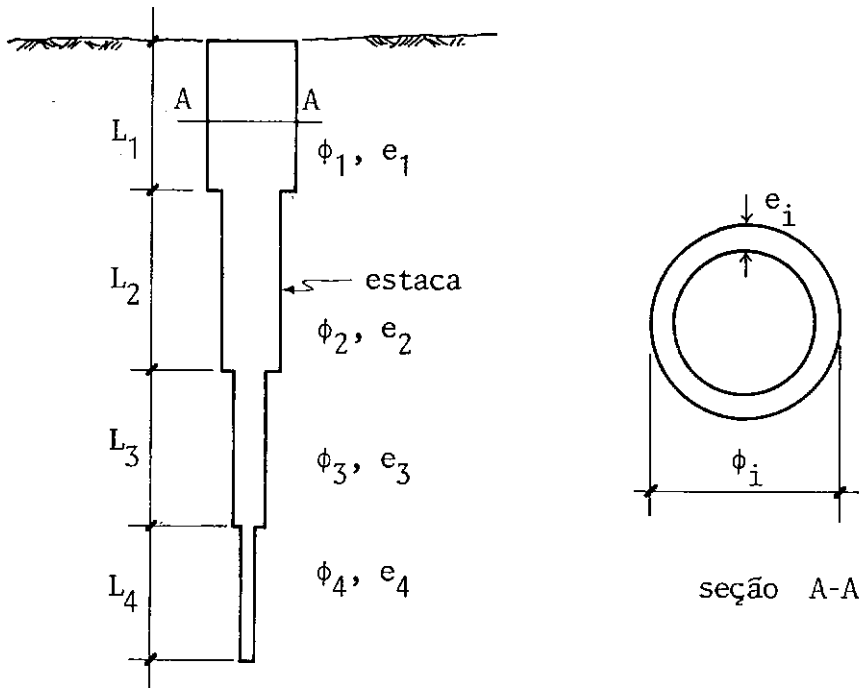


Fig. 4.2

Modelo e Características das Estacas

Devido à permanente interação estaca-solo, o problema pode ser considerado como o de uma viga sobre fundação elástica. Este problema é governado pela bem conhecida equação [37]

$$EI \cdot \frac{d^4 v}{dx^4} + K_s v = 0 \quad (4.1)$$

sendo E o módulo de elasticidade da estaca, I o momento de inércia da estaca, v a sua deflexão lateral e  $K_s$  é o coeficiente de rigidez equivalente do solo, ou fundação elástica.

Teoricamente, poderiam ser achadas soluções analíticas e contínuas para a equação (4.1), no entanto, levando em conta que o solo é composto de diferentes camadas, variando com a profundidade, que o seu comportamento é não linear, e que a estaca apresenta diferentes características, uma solução analítica seria dificultosa, senão impossível de se obter. Por conseguinte é mais conveniente analisar o modelo com soluções numéricas viáveis de se obter no computador. Este ponto será discutido com mais detalhes no capítulo seguinte.

A equação (4.1) pode ser expressada em forma matricial como

$$(\underline{K}_p + \underline{K}_s) \underline{v} = \underline{P} \quad (4.2)$$

donde

$\underline{K}_p$  = matriz de rigidez total da estaca

$\underline{K}_s$  = matriz de rigidez do solo

$\underline{v}$  = vetor de deslocamentos

$\underline{P}$  = vetor de carga

Por sua vez, a matriz  $\underline{K}_p$  estará composta pelas diferentes submatrizes dos segmentos em que se divide a estaca (Fig. 4.2). Para cada segmento, conhecidos seu diâmetro e espessura, se calculam a área e os momentos de inércia respectivos com as seguintes fórmulas

$$A = \pi * ESP * (DIAM - ESP) \quad (4.3)$$

$$I_z = I_y = \frac{\pi}{64} * [DIAM^4 - (DIAM - 2.ESP)^4] \quad (4.4)$$

onde

DIAM = diâmetro externo do segmento

ESP = espessura da parede do segmento

A = área transversal do segmento

$I_z = I_y$  = momento de inércia à flexão

$I_x = 2 * I_z$  = momento de inércia à torção

$I_z$  e  $I_y$  são iguais por ser o membro circular, apresentando eixos principais em todas as direções. Os eixos de referência locais podem ser seleccionados como mostra a Fig. 4.3

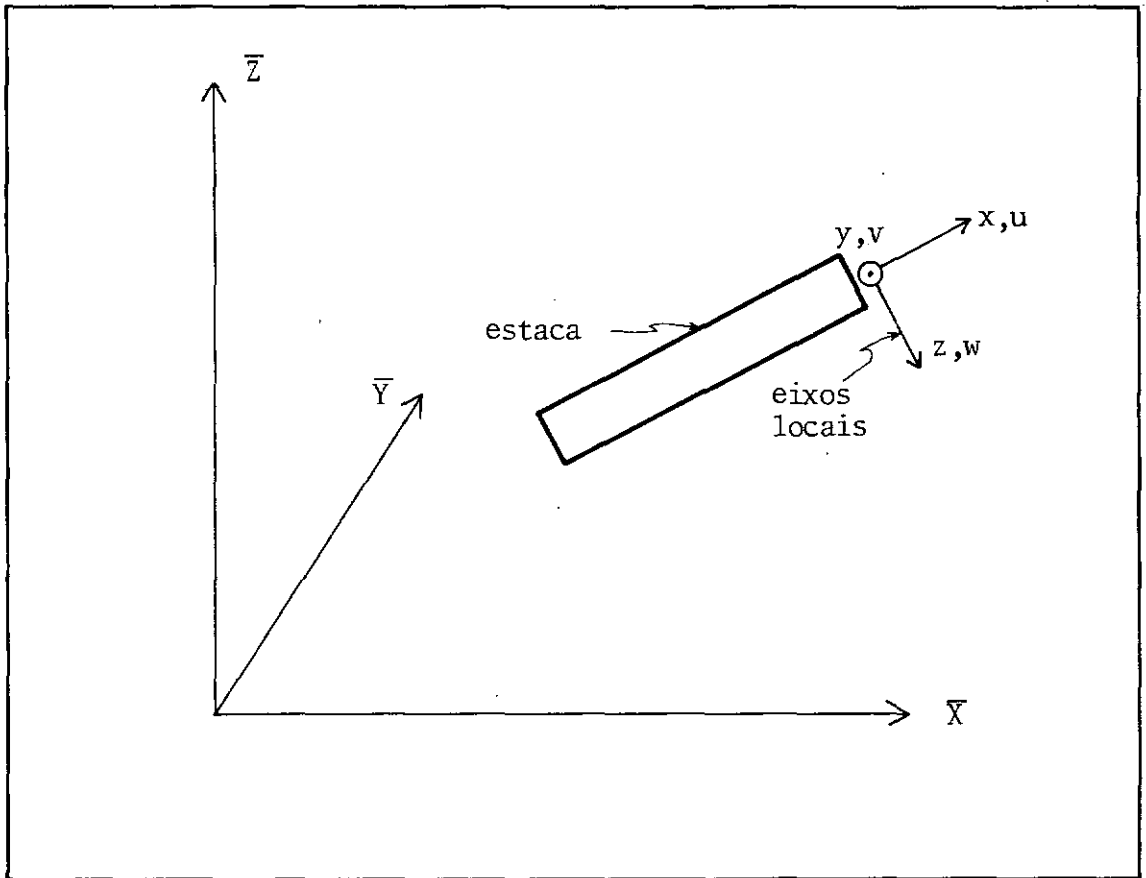


Fig. 4.3

Eixos Locais do Membro

Uma vez conhecidos os parâmetros  $A$ ,  $I_z$  e  $I_y$ , entra-se na matriz de rigidez de um elemento de viga tridimensional (expressão 4.3), obtendo-se a matriz de rigidez de um elemento circular oco.





onde

$$\beta = 1 + \frac{12 \cdot E \cdot I_y}{G \cdot A_z \cdot L^2}$$

$$\gamma = 1 + \frac{12 \cdot E \cdot I_z}{G \cdot A_y \cdot L^2}$$

$A_z$  = área de corte em direção z

$A_y$  = área de corte em direção y

$L$  = longitude do segmento

$G$  = módulo de corte do material

Posteriormente, a matriz  $K_p$  total da estaca é junta-da com todas as submatrizes (4.3') dos elementos que conformam a estaca, como veremos no Capítulo V. O vetor de deslocamentos do segmento de estaca,  $\underline{U}$ , é ordenado como segue e de acordo com a con-venção da Fig. 4.4

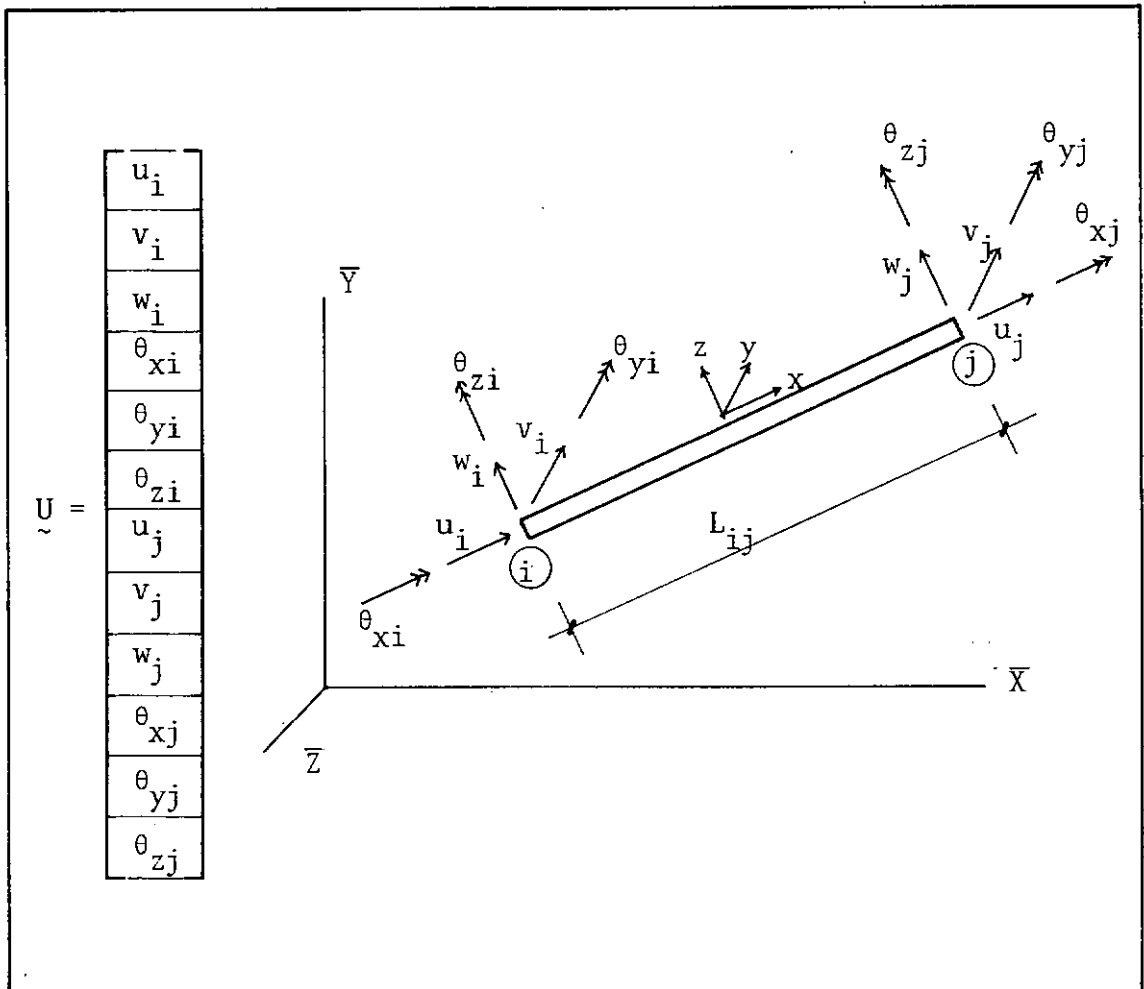


Fig. 4.4

Deslocamentos em Coordenadas Locais

#### 4.3) MODELO DE ANÁLISE PARA O SOLO

O segundo componente básico no problema estudado é o solo no qual se introduz a estaca. O projeto adequado da fundação para uma plataforma offshore requer um conhecimento tão preciso como possível, das propriedades das diferentes camadas de solo encontradas ao longo da estaca. As normas para a análise e projeto de plataformas [6], [19], ... indicam as investigações mínimas a serem realizadas, incluindo também as provas "in situ" e de laboratório necessárias para a determinação dos parâmetros fundamentais. Uma vez obtidos estes parâmetros, o comportamento do solo pode ser modelado corretamente.

Dois aspectos básicos de relevante importância devem ser levados em conta para a análise do comportamento do solo:

- 1 - Propriedades diferentes do solo, variando com a profundidade, o que significa, a estratificação diferente que apresenta um leito do solo;
- 2 - o comportamento não linear na relação tensão-deformação do solo.

É evidente que uma solução geral deste problema resulta complexa, tanto conceitualmente, como numericamente. Na prática se deseja um equilíbrio entre o esforço computacional empregado e o grau de precisão na modelagem do solo.

As técnicas que na grande maioria dos casos são utilizadas para representar o comportamento do solo, consistem em substituir o meio contínuo por um modelo discreto com determinado número de molas. Estas molas são colocadas nos nós do modelo discreto assumido, sendo que a rigidez das molas representa a rigidez do solo.

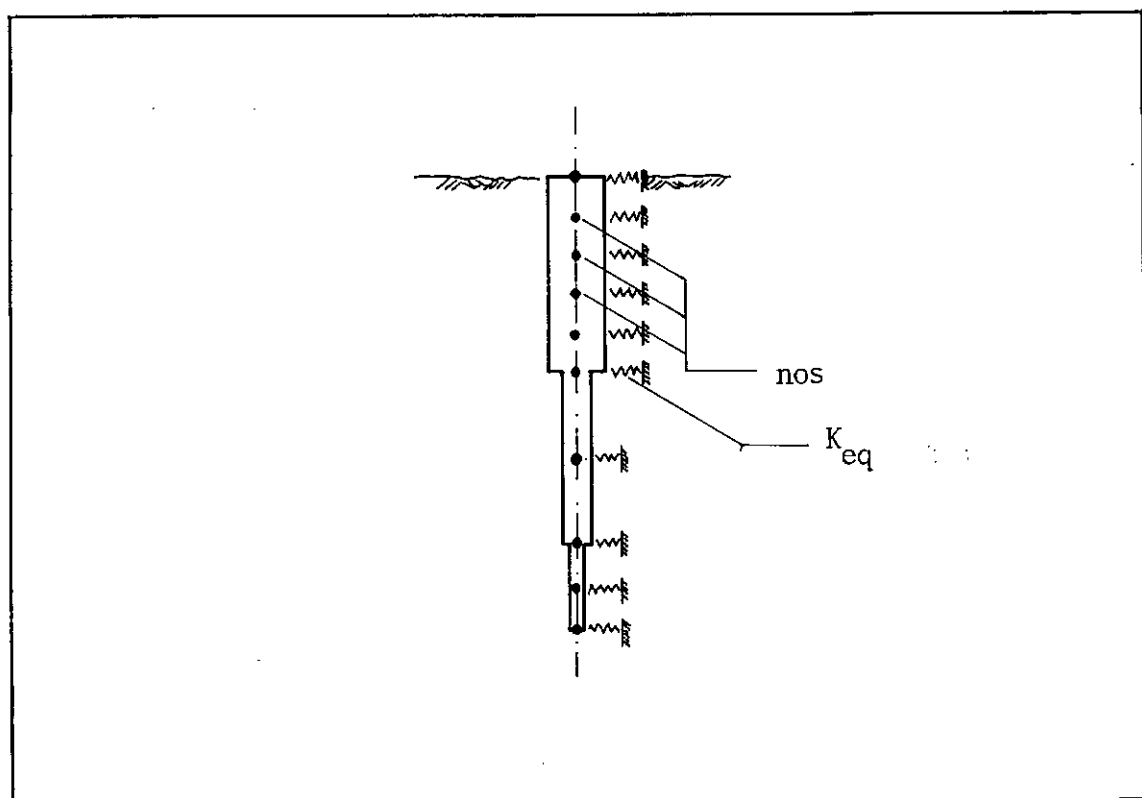


Fig. 4.5  
Modelo Discreto da Interação Solo-Estaca

Por outro lado, presume-se que o solo não apresenta rigidez rotacional e que sua resistência em tração também é nula.

Adicionalmente, o comportamento das molas é do tipo não linear e depende da profundidade na qual estão situadas. As características destas molas, tais como rigidez e força produzidas são obtidas das curvas P-Y, calculadas no ponto de ação da mola.

#### 4.3.1) As Curvas P-Y

##### 4.3.1.1) Areias

Em 1974, Reese, Cox e Koop [27] apresentaram trabalhos descrevendo a construção e utilização de famílias de curvas representativas do comportamento da areia na interação solo-estaca.

A Figura 4.6 ilustra uma curva P-Y típica de areias

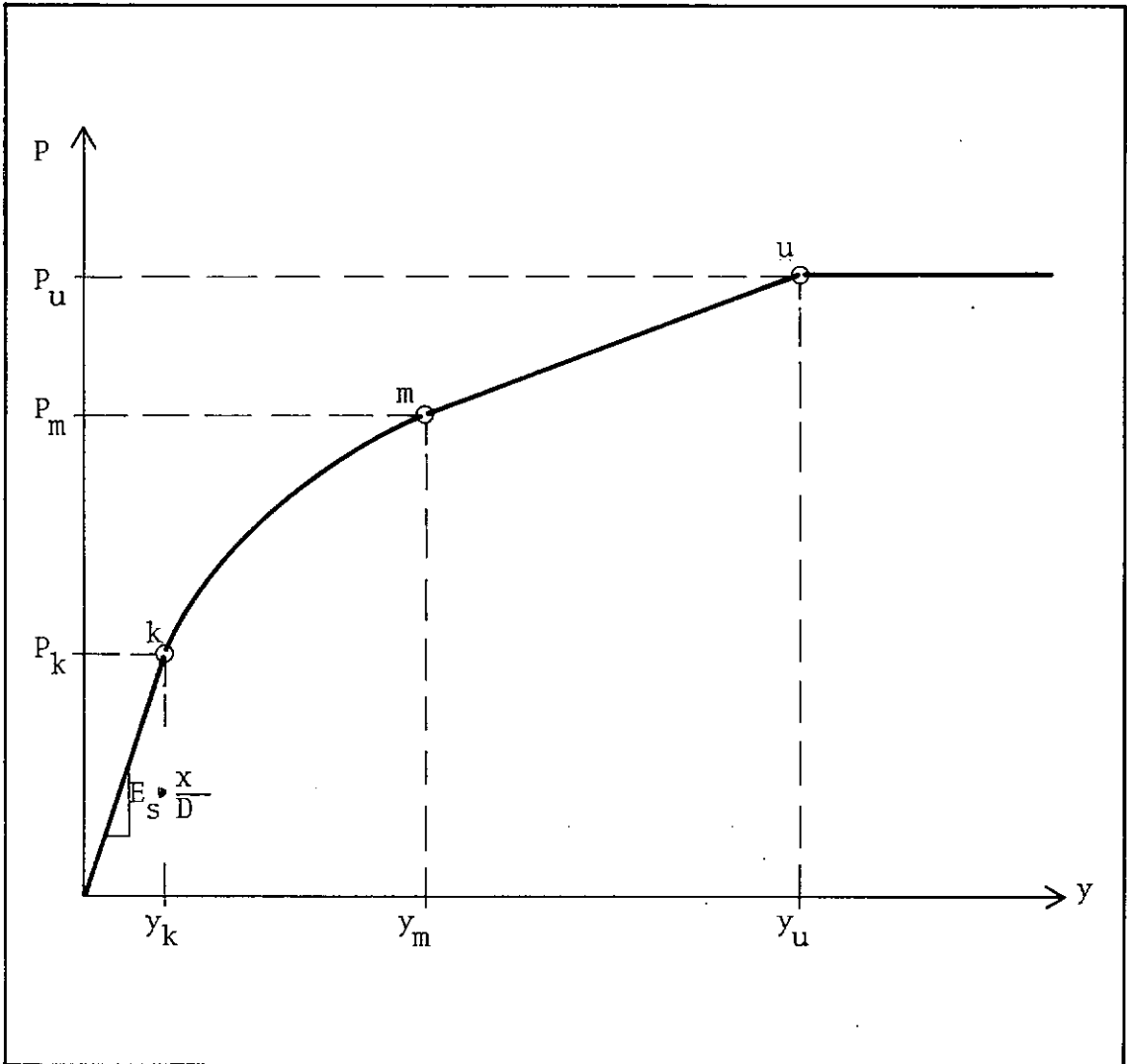


Fig. 4.6  
Relação Deslocamento-Carga em Areias

onde

$X$  = profundidade do ponto em consideração, medida com relação à superfície do solo

$D$  = diâmetro da estaca

$E_s$  = densidade do solo

Como pode ser notado na Figura 4.6, a porção inicial da curva é essencialmente uma linha definida pelo parâmetro  $E_s$ . Esta porção da curva pode ser considerada como a representação do comportamento elástico do solo. Terzaghi [28] sugeriu valores numéricos para  $E_s$  como uma função do peso específico do solo e de sua densidade relativa; também sugeriu que  $E_s$  é zero na superfície do solo e incrementa linearmente com a profundidade.

No entanto, ensaios mais recentes, "The Mustang Island Test" reportava valores 2.5 vezes maiores para o caso de carga estática e 3.9 vezes maiores para o caso de carga cíclica. Este valores são recomendados pela API (American Petroleum Institute) em seu código de normas [19] e são mostrados na Tabela 4.1.

CARGA ESTÁTICA E CÍCLICA			
$E_s$	POUCO DENSA	MÉDIA	DENSA
K/CM <sup>3</sup>	0,554	1,661	3,460
lib/pul <sup>3</sup>	20	60	125

Tabela 4.1

## Densidade das Areias

O procedimento sugerido para se calcular as curvas P-Y é o seguinte:

1. Computar a carga última  $P_{cs}$  para profundidades pequenas:

$$P_{cs} = \frac{\gamma \cdot X}{D} \left[ \frac{K_o \cdot \bar{\chi} \cdot \text{tg} \phi \cdot \text{sen} \beta}{\text{tg}(\beta - \phi) \cos \alpha} + \frac{\text{tg} \beta}{\text{tg}(\beta - \phi)} (D + \chi \cdot \text{tg} \beta \cdot \text{tg} \alpha) + K_o \cdot \chi \cdot \text{tg} \beta (\text{tg} \phi \text{ sen} \beta - \text{tg} \alpha) - K_s \cdot D \right] \quad (4.4)$$

2. Computar a carga última  $P_{cp}$  para profundidades grandes

$$P_{cp} = \gamma \cdot \chi \cdot \left[ K_s (\text{tg}^8 \beta - 1) + K_o \cdot \text{tg} \phi \cdot \text{tg}^4 \beta \right] \quad (4.5)$$

3. Calcular a profundidade limite,  $\chi_t$ , interseção das equações (4.4) e (4.5).

$$\chi_t = D \cdot \frac{K_s (\text{tg}^8 \beta - 1) + K_o \cdot \text{tg} \phi \cdot \text{tg}^4 \beta - \frac{\text{tg} \beta}{\text{tg} (\beta - \phi)} + K_s}{\frac{\text{tg} \phi \cdot \text{sen} \beta}{\text{tg} (\beta - \phi) \cos \alpha} + \frac{\text{tg}^2 \beta \text{tg} \alpha}{\text{tg} (\beta - \phi)} + K_o \text{tg} \beta (\text{tg} \phi \text{sen} \beta - \text{tg} \alpha)} \quad (4.6)$$

4. Decisão:

$$\begin{array}{ll} \text{Se } \chi > \chi_t & \text{use } P_c = (4.5) \\ \text{Se } \chi < \chi_t & \text{use } P_c = (4.4) \end{array}$$

onde

$\chi$  = profundidade do ponto considerado  
 $D$  = diâmetro da estaca  
 $\gamma$  = peso específico do solo  
 $K_o$  = coeficiente = 0.4  
 $\phi$  = ângulo em graus, de fricção interna da areia  
 $\beta = 45^\circ + \phi/2$   
 $\alpha = \phi/2$   
 $K_s$  = coeficiente de pressão ativa de Rankine =  
 $= \text{tg}^2 (45 - \phi/2)$

Os valores de  $\gamma$  e  $\phi$  recomendados [40] estão na Tabela 4.2

	$\phi$	$\gamma (\text{T/m}^3)$
POUCO DENSA	$30^\circ$	0,9
MÉDIA	$35^\circ$	1,0
DENSA	$40^\circ$	1,1

Tabela 4.2

Valores Recomendados de  $\phi$  e  $\gamma$

5. Computar pontos característicos "m" e "u"

$$Y_m = \frac{D}{60}$$

$$P_m = B \cdot P_c$$

$$Y_u = \frac{3 \cdot D}{80}$$

$$P_u = A \cdot P_c$$

onde

A = fator adimensional de ajuste (ver Fig. 4.7)

B = fator adimensional de ajuste (ver Fig. 4.8)

6. Calcular o ponto "K": (ver Fig. 4.6)

$$P_k = \frac{\chi}{D} \cdot E_s \cdot Y_k \quad (4.7)$$

$$Y_k = \left( \frac{D \cdot P_m}{E_s \cdot \chi \cdot Y_m^{1/n}} \right)^{\frac{n}{n-1}} ; \quad n = \frac{P_m (Y_u - Y_m)}{Y_m (P_u - P_m)} \quad (4.8)$$

7. A porção parabólica de uma curva P-Y se interpola com-se segue:

$$P = \left( \frac{P_m}{Y_m^{1/n}} \right) Y^{1/n} \quad (4.10)$$

onde Y é a deflexão da estaca e P é a reação do solo.

Os fatores de ajuste A e B dependem da relação  $\chi/D$  e do tipo de carga a que está submetida a estaca (estática ou cíclica). Foram também sugeridos por Reese, Cox e Koop [27], as Figuras 4.7 e 4.8 mostram os valores recomendados

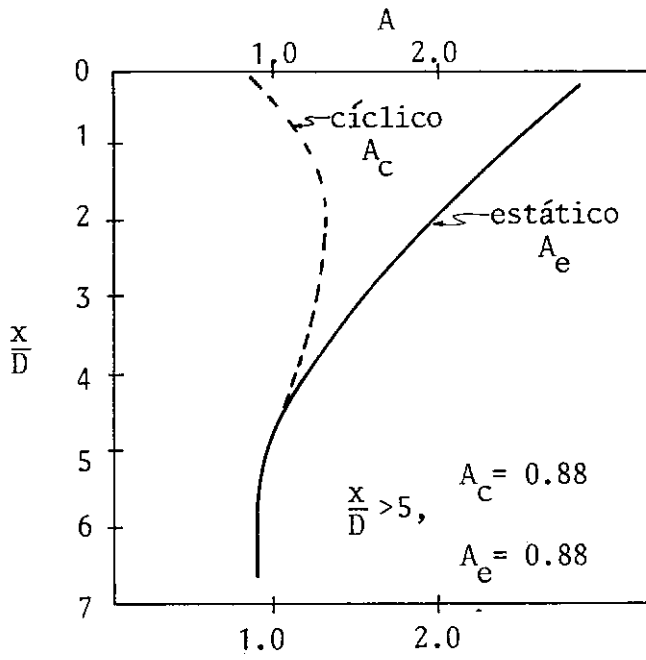


Fig. 4.7

Fator Adimensional  $A$  para Carga Última versus Profundidade

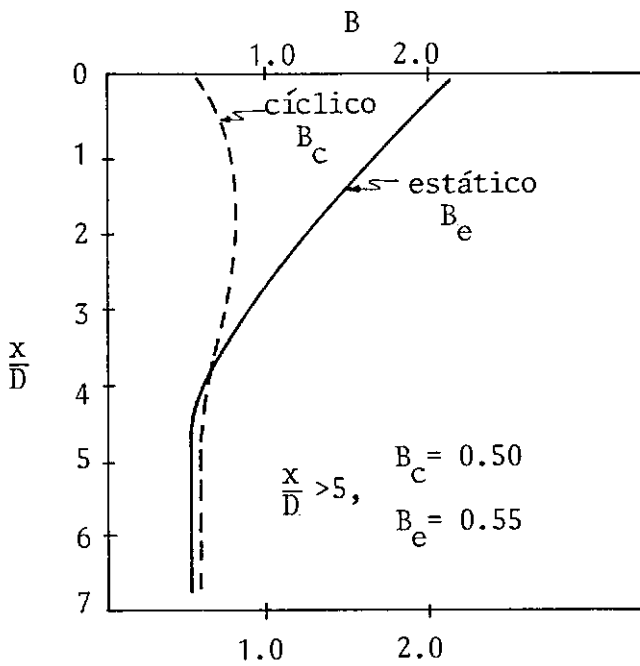


Fig. 4.8

Fator Adimensional  $B$  para Carga  $P_m$  versus Profundidade



## 4.3.1.2) Argilas

Em 1970, Matlock [29] apresentou um trabalho propondo a construção das curvas P-Y para estratos de argila através de pontos, produto de ensaios experimentais. A Tabela 4.3 mostra os valores adimensionais destes pontos

$P/P_u$	$Y/Y_c$
0	0
0,5	1,0
0,72	3,0
1,00	8,0
>1,00	$\infty$

Tabela 4.3

Curvas P-Y para Argila

onde

P = carga atuante no ponto considerado

$P_u$  = resistência última do solo

Y = deslocamento no ponto considerado

$Y_c$  = deslocamento característico, função do diâmetro da estaca

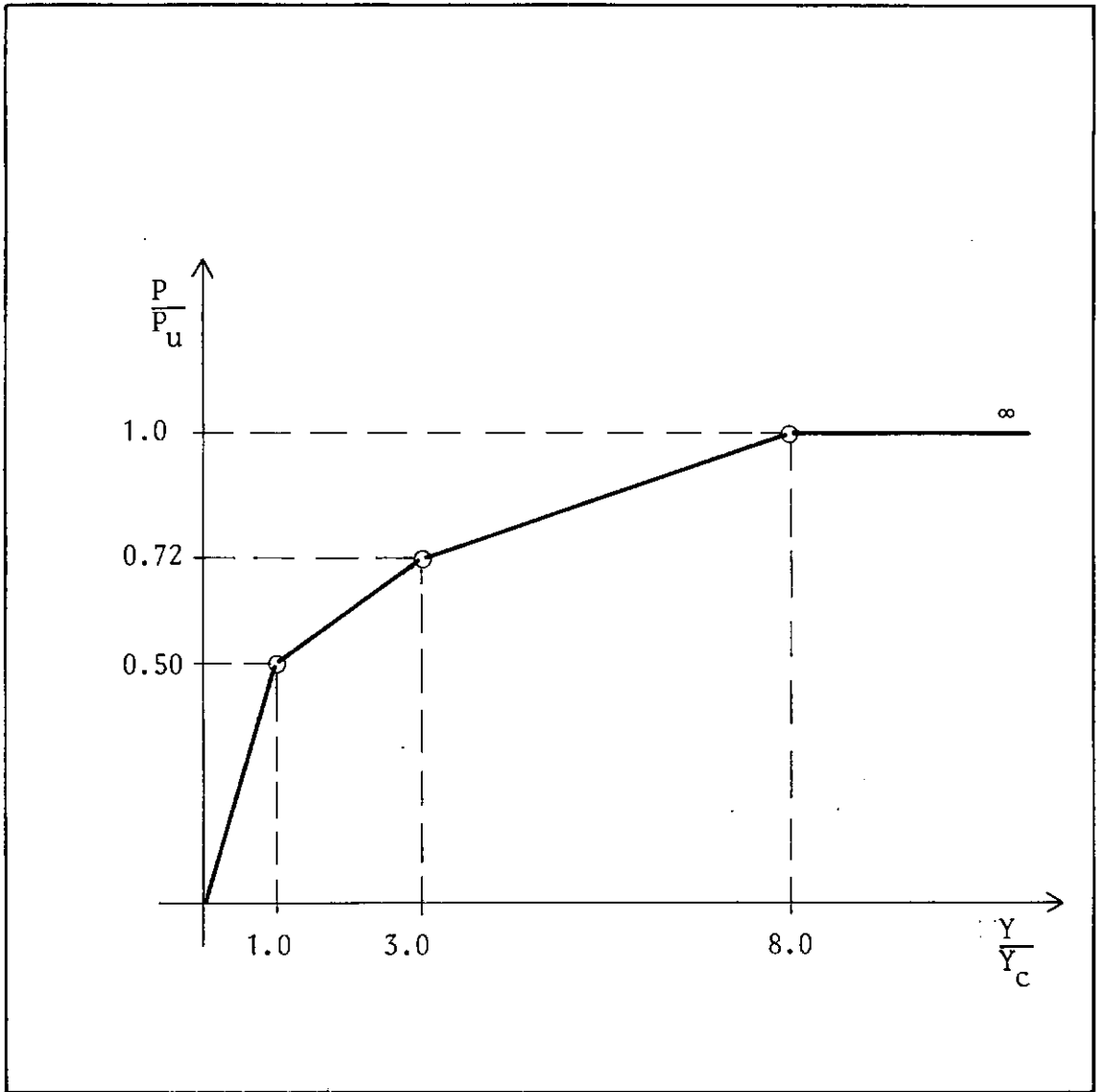


Fig. 4.9

Curva P-Y para Argilas

Os valores de  $P_u$  são calculados tal como o sugere a Ref. [29] e são mostrados na Fig. 4.10

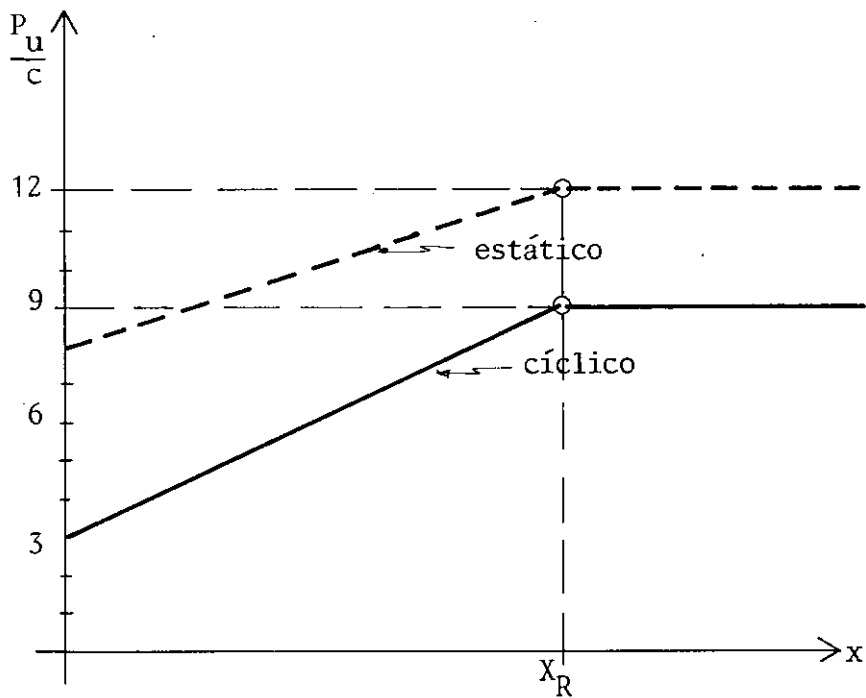


Fig. 4.10

Valores da Carga Última em Argilas  
versus Profundidade

onde

$$Y_c = 2.5 \cdot D \cdot \epsilon_c$$

$c$  = coeficiente de resistência ao corte  
"não drenado" ( $K/cm^2$ )

$D$  = diâmetro da estaca

$x_R$  = profundidade crítica

$\epsilon_c$  = deformação correspondente ao 50% de esforço  
máximo

O valor de  $\chi_R$  pode ser computado aproximadamente por

$$\chi_R = \frac{6D \cdot c}{\gamma \cdot D + J \cdot c} \quad (4.11)$$

onde  $D$  = diâmetro da estaca  
 $\gamma$  = peso específico da argila  
 $J$  = constante empírica, variando entre 0,25 e 0,50.  
 Se não se dispõe de dados específicos, usar  
 0,25 [19]

Neste ponto estamos em condições de redefinir os dois aspectos básicos delineados no início do capítulo. O primeiro deles, referente à mudança das propriedades do solo com a profundidade, é suscetível de um tratamento e solução relativamente simples. Sendo que a equação (4.1) será solucionada por procedimentos numéricos implementados em computador, é possível definir várias camadas de solo, como sejam argila e/ou areia em toda a extensão da fundação. Sendo, além do mais, que o modelo empregado é discreto (Fig. 4.5), se podem colocar molas em pontos-chaves, que permitam levar em conta as diversas estratificações do solo e obter-se uma análise precisa, como se deseja. No programa de computador descrito no apêndice estão disponíveis todas estas opções, a critério do usuário.

O segundo e mais complexo aspecto, relativo ao comportamento não linear do solo, deve ser tratado com mais cautela. Nas curvas P-Y (Figs. 4.6 e 4.9) vimos como a resistência varia de uma forma não linear com o deslocamento lateral da estaca. Faz-se necessário, então, implementar algum tipo de procedimento iterativo que permita chegar a uma análise real da interação estrutura-estaca-solo. Este será o objetivo do capítulo seguinte, dentro do esquema geral da análise para este tipo de estruturas offshore.

#### 4.4) EFEITOS DA VARIAÇÃO DA ESPESSURA NA RESPOSTA DAS ESTACAS

As estacas são enterradas no fundo do mar, geralmente por processos de perfuração, até uma profundidade necessária que assegure a fixação da estrutura. Por outro lado, uma vez que a rigidez do solo aumenta consideravelmente com a profundidade [28], os deslocamentos e forças na estaca diminuem rapidamente, desaparecendo praticamente, em profundidades maiores de aproximadamente 10 a 15% do comprimento da estaca (Fig. 4.11).

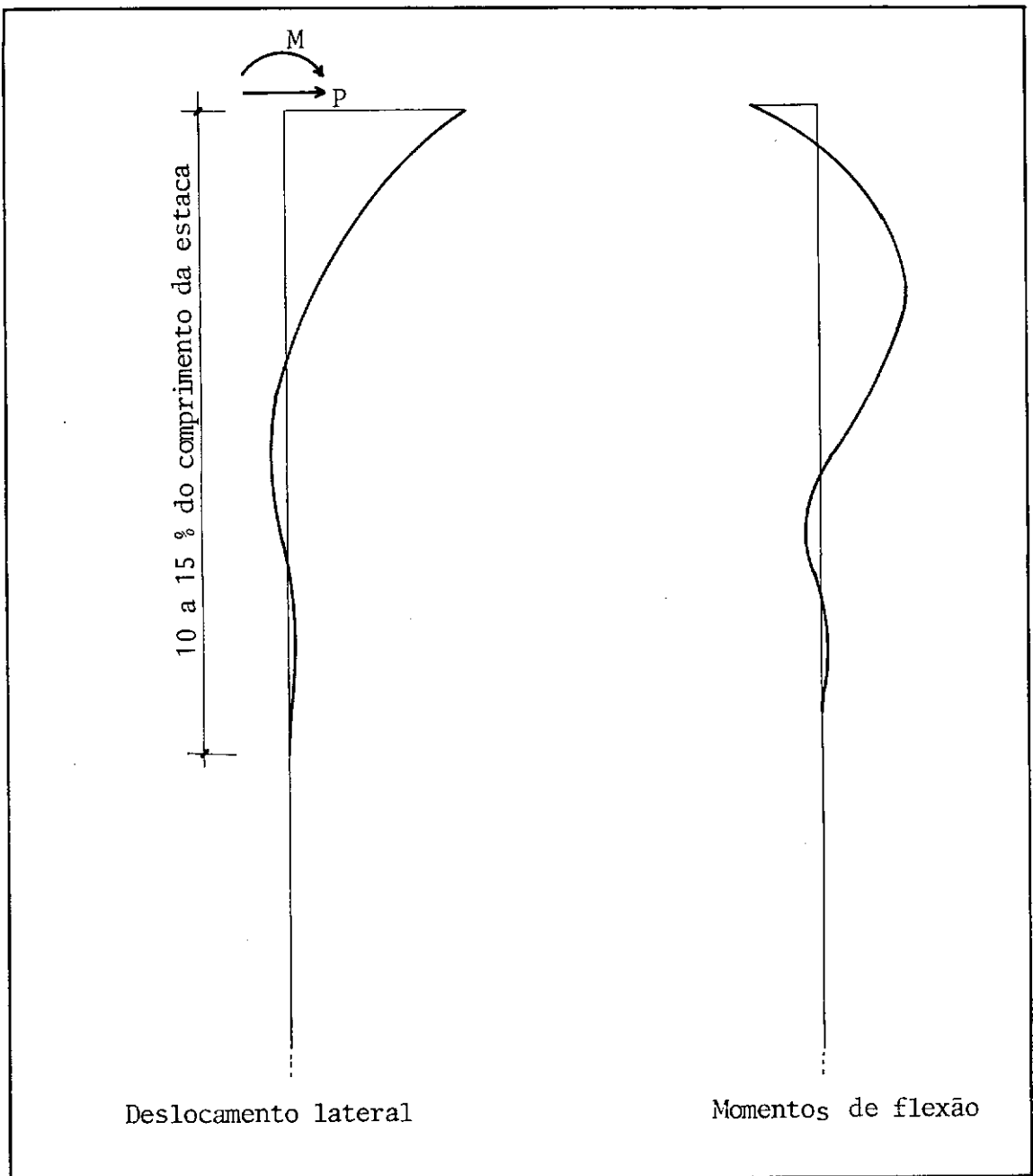


Fig. 4.11  
Resposta Típica de uma Estaca

Tendo em vista estas considerações, resulta anti-econômico projetar-se uma estaca com características constantes ao longo da altura, já que isto acarretará um super-dimensionamento a certas profundidades. Surgem então duas alternativas: variar o diâmetro externo do cilindro ou variar a espessura da parede. A primeira alternativa não é recomendável devido ao fato de que, normalmente, não é muito econômico efetuar perfurações de diâmetros variáveis. Em consequência, o mais viável é mesmo variar a parede do cilindro.

É, então, desejável que se estude o quanto variam as solicitações nas estacas com a mudança de espessuras. Com este fim foram analisadas duas estacas situadas num estrato de areia cujas características são as seguintes:

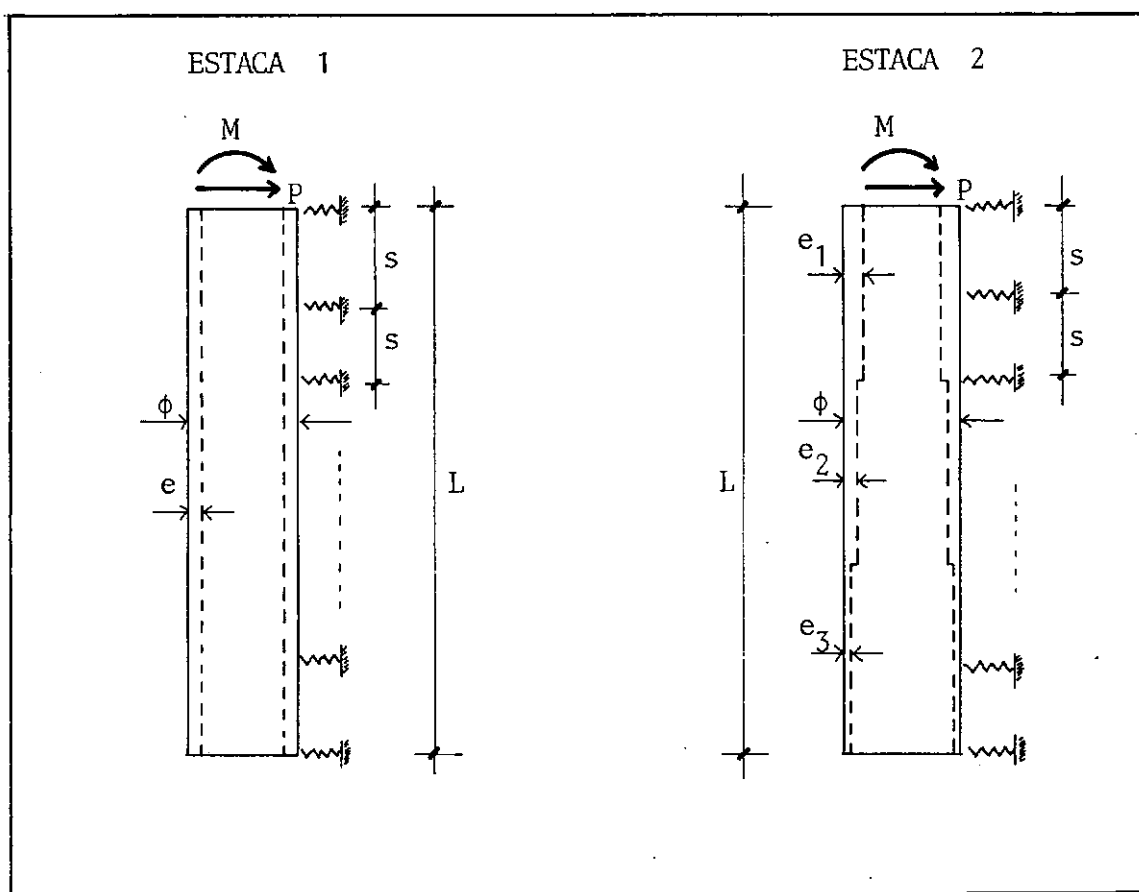


Fig. 4.12  
Estacas de Ensaio

Na estaca 1

L = 18 mts

s = 1 mt

 $\phi = 0,80$  mts

e = 0,06 mts

M = 10 Tm

P = 10 T

Na estaca 2

L = 18 mts

s = 1 mts

 $\phi = 0,80$  mts $e_1 = 0,06$  mts $e_2 = 0,04$  mts $e_3 = 0,02$  mts

M = 10 Tm

P = 10 T

Verificou-se que os deslocamentos não experimentaram quase nenhuma variação (Fig. 4.13) enquanto que os momentos (Fig. 4.14) e as forças cortantes (Fig. 4.15) sofreram pequenas variações. Em consequência, as tensões decorrentes na parede do cilindro pelas forças e momentos ( $\sigma_x$ ,  $\tau_{xy}$ ) se aproximaram de uma forma mais homogênea e constante aos valores do projeto ..... ( $\sigma_{xDis}$ ,  $\tau_{xyDIS}$ ) sem que ocorresse uma situação de super-dimensionamento ( $\sigma_x \ll \sigma_{xDIS}$ ,  $\tau_{xy} \ll \tau_{xyDIS}$ ).

COTA	DESLOC. ESTACA 1	DESLOC. ESTACA 2
0	0,002906	0,002996
-1	0,002133	0,002208
-2	0,001454	0,001514
-3	0,000901	0,000946
-4	0,000485	0,000513
-5	0,000199	0,000210
-6	0,000025	0,000014
-7	-0,000062	-0,000084
-8	-0,000092	-0,000111
-9	-0,000088	-0,000098
-10	-0,000068	-0,000070

Tabela 4.4  
Deslocamentos das estacas (1)  
e (2)

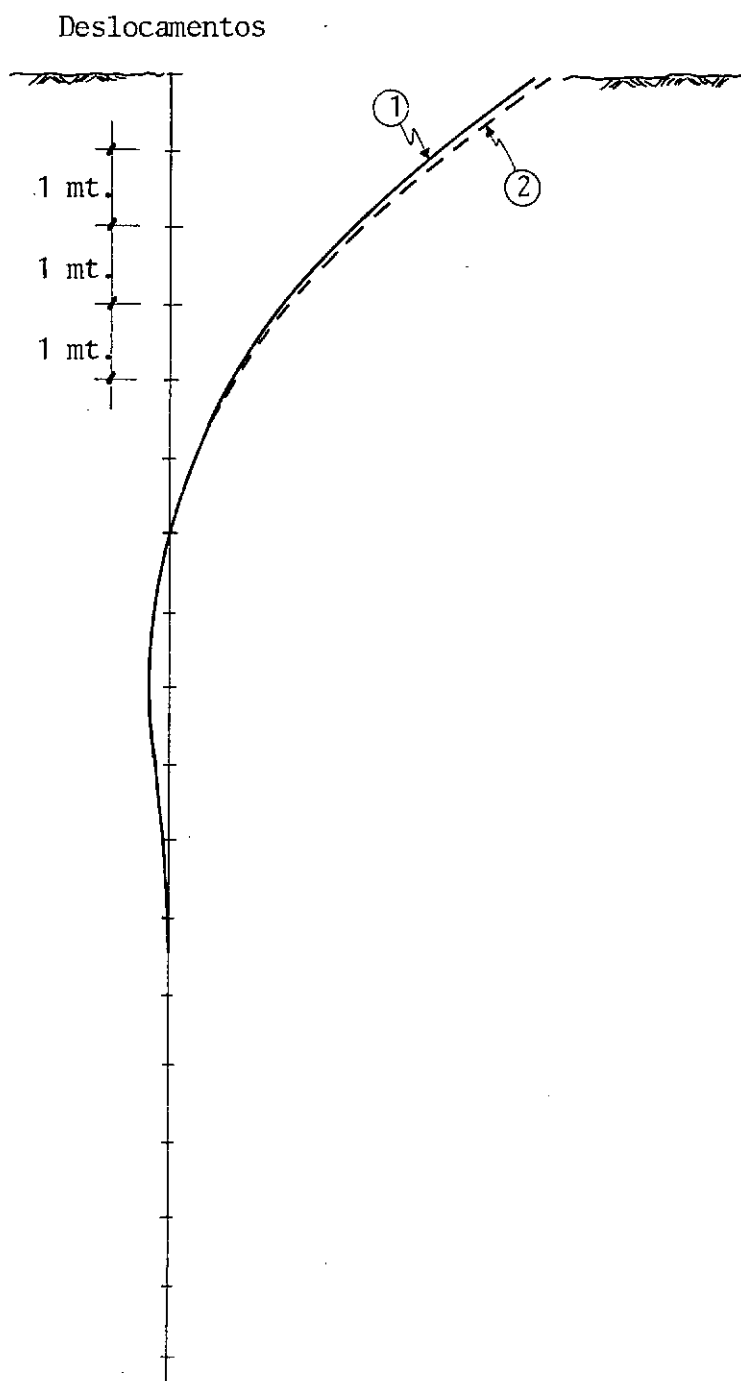


Fig. 4.13

Deslocamentos nas Estacas (1) e (2)



Forças cortantes

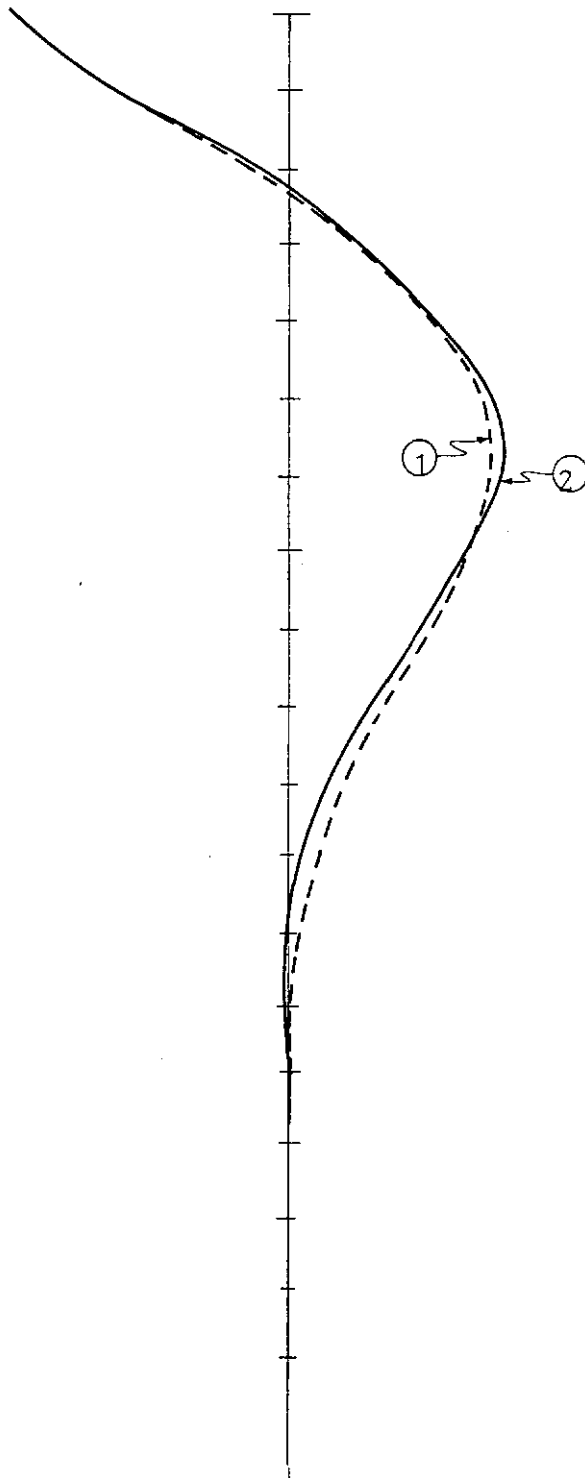


Fig. 4.14

Forças Cortantes nas Estacas (1) e (2)

Momentos de flexão

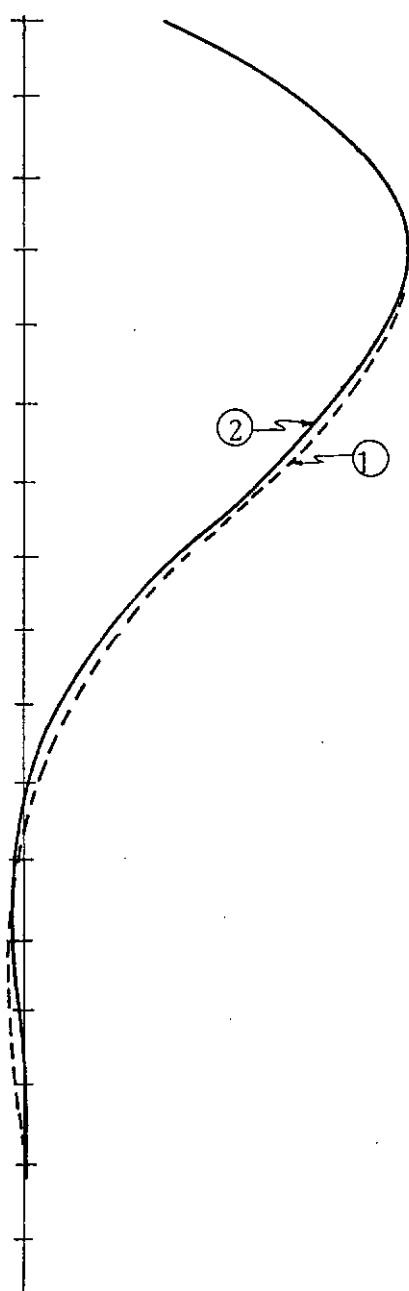


Fig. 4.15

Momentos Fletores nas Estacas (1) e (2)

COTA	FORÇA ESTACA 1	FORÇA ESTACA 2
0	-9608	- 9605
- 1	-6644	- 6630
- 2	-1833	- 1726
- 3	1456	1642
- 4	3806	4073
- 5	5463	5818
- 6	5716	5967
- 7	4984	4980
- 8	3750	3498
- 9	2425	2020
-10	1283	846
-11	451	87
-12	-54	-263
-13	-292	-238

Tabela 4.5

Forças Cortantes nas Estacas (1) e (2)

COTA	MOMENTOS ESTACA 1	MOMENTOS ESTACA 2
0	10000	10000
-1	19608	19605
-2	26273	26236
-3	28106	27962
-4	26650	26320
-5	22843	22246
-6	17380	16428
-7	11664	10460
-8	6680	5479
-9	2929	1981
-10	503	- 39
-11	-779	-885
-12	-1231	-1072
-13	-1176	-702

Tabela 4.6

Momentos Fletores nas Estacas (1) e (2)

## CAPITULO V

## ESQUEMA GLOBAL DE ANÁLISE

## 5.1) INTRODUÇÃO

A análise de uma estrutura offshore pode ser enfocada através da interação entre os quatro componentes básicos que a formam

- Fluido
- Superestrutura
- Fundações
- Solos

O comportamento independente de cada um desses componentes deve ser analisado individualmente e em seguida, efetuando os acoplamentos próprios do sistema, é possível idealizar-se um modelo capaz de representar as diversas ações e respostas do problema em estudo.

Evidentemente, o tratamento numérico necessário é efetuado com a ajuda do computador e, por conseguinte, o esquema adotado deve minimizar, no possível, o esforço computacional requerido. Com essas premissas foi implementado um programa de computador, cujas características básicas exporemos a seguir. Além do mais, discutiremos com detalhes os macro-componentes mencionados e os métodos de análise empregados para a sua solução.

De uma forma geral, o diagrama de fluxo da Figura 5.2 mostra a filosofia escolhida para a análise do sistema. A Figura 5.1 ilustra a descrição dos diversos componentes.

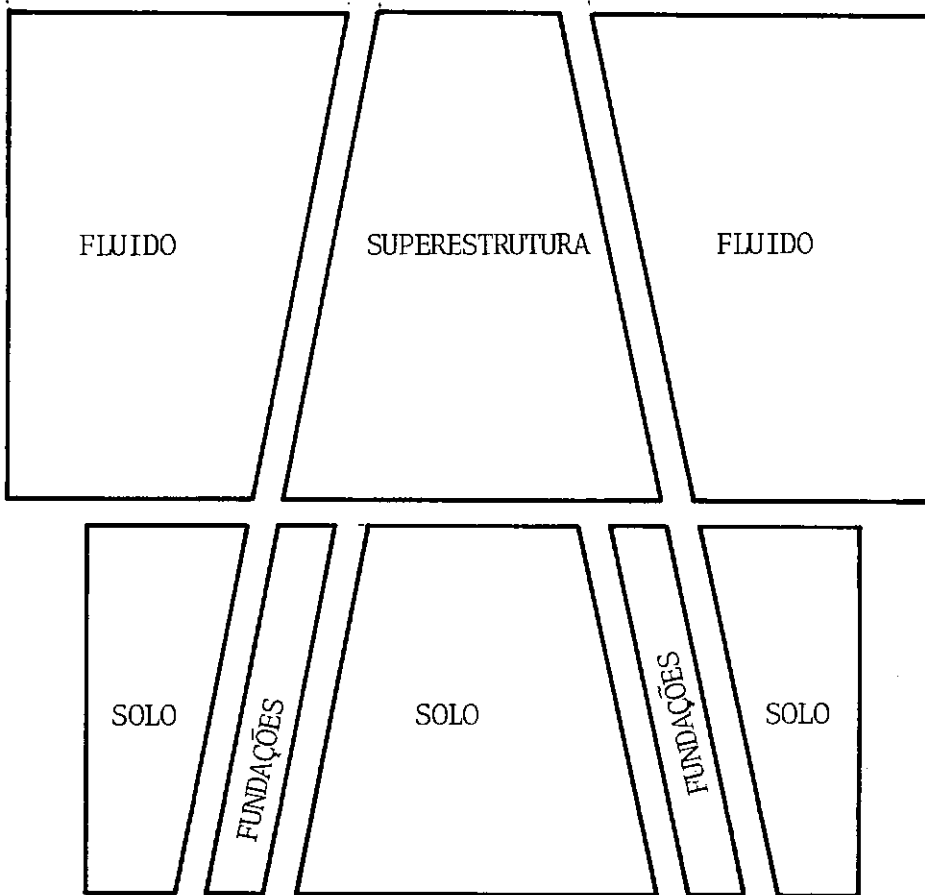


Fig. 5.1

O Sistema Fluido-Superestrutura-Fundações-Solo

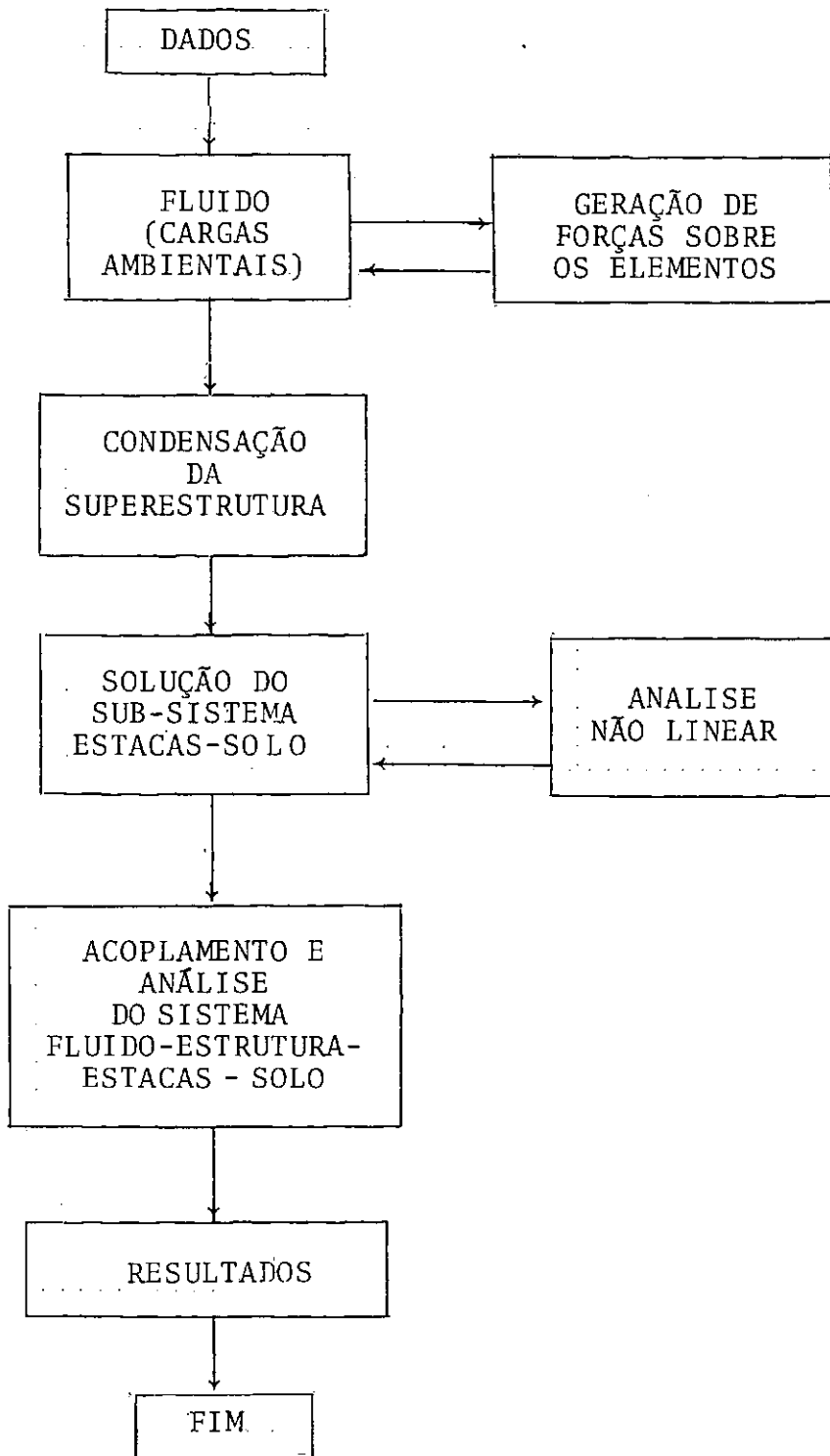


Fig. 5.2

## 5.2) OS COMPONENTES DO SISTEMA

### 5.2.1) O Fluido

Os efeitos produzidos pelo fluido sobre o elemento requerem, para serem computados, a determinação da posição relativa que ocupa a onda. Apresentam-se três casos fundamentais, a seguir, ilustrada pela Figura 5.3

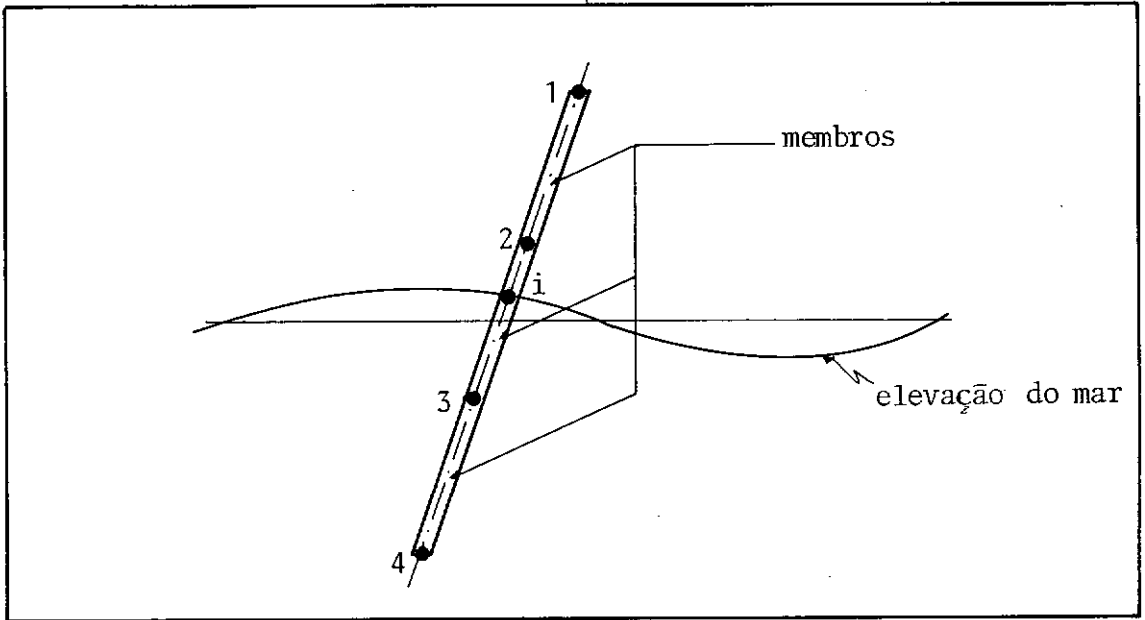


Fig. 5.3

#### Posição Relativa Membro-Fluido

Membro 1-2 : Elemento estrutural "seco". Não se computa a ação das ondas.

Membro 3-4: Elemento "molhado". Computam-se os efeitos do fluido em todo o seu comprimento.

Membro 2-3: Elemento "parcialmente molhado". Nestes casos é necessário que se compute o ponto "i" de interseção entre o membro e o perfil da onda incidente. Este passo é efetuado por uma rotina do programa que se faz através de métodos iterativos.

Uma vez encontrada a posição do elemento dentro do fluido, geram-se os campos de velocidade e acelerações totais nos três pontos do membro.

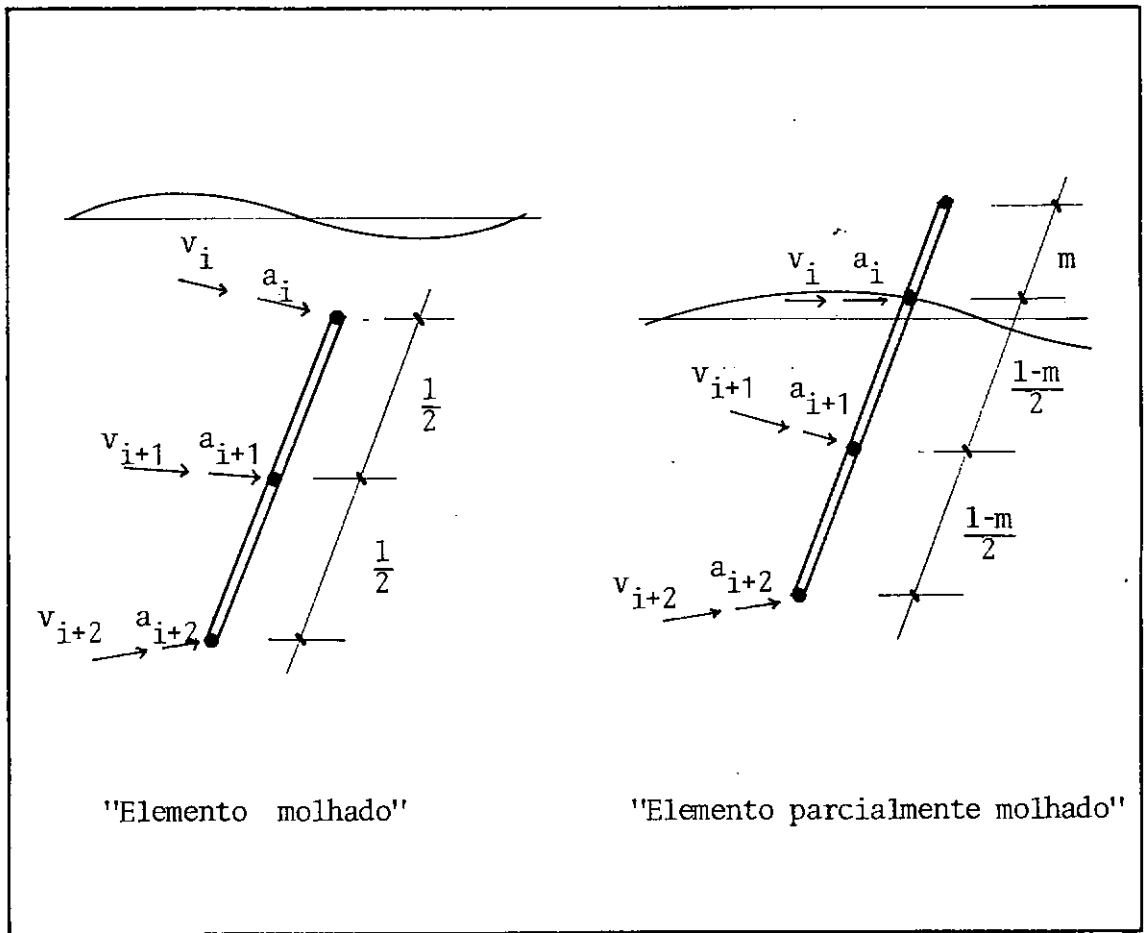


Fig. 5.4  
Velocidades e Acelerações do Fluido

Como foi descrito no capítulo II, as velocidades e acelerações atuantes são computadas por meio das equações (2.13), (2.14), (2.15) e (2.16) se se utiliza a teoria linear de Airy, ou pelas equações (2.27), (2.28), (2.29) e (2.32) no caso de se empregar a teoria de Stokes V. Esta decisão depende da profundidade da lâmina d'água e da amplitude da crista da onda, podendo ser elêgida qualquer das duas teorias, pelo usuário.



A terceira etapa, conhecidas as velocidades e acelerações produzidas pela onda em movimento, é o cômputo das velocidades produzidas pelos ventos e marés e sua correspondente adição às de onda. O cálculo dessas velocidades se efetua com as equações (2.37), (2.38), (2.39) e (2.40).

Como quarta etapa teremos o cálculo das intensidades de forças, geradas pelas velocidades e acelerações, sobre os pontos escolhidos (Fig. 5.4) do membro.

Tratando-se de membros esbeltos, as forças são calculadas pela fórmula de Morison (3.1), cujas variantes e alternativas foram discutidas no capítulo III. A escolha do método a ser utilizado não depende basicamente de nenhum parâmetro fundamental e fica a critério do usuário.

Os coeficientes de arrastre ( $C_D$ ) e de inércia ( $C_M$ ), podem ser dados globalmente ou por elementos. Se não forem dados, o programa os calcula em cada ponto onde é calculada a força, como uma função do número de Reynolds e seguindo os critérios descritos no capítulo III.

Posteriormente, em uma quinta etapa, as intensidades de força devem ser transformadas em cargas equivalentes nodais, atuando nos extremos do membro. Para isto, primeiro são expressadas em coordenadas locais, através de uma transformação de rotação, como ilustra a Fig. 5.5

$$\underline{FL} = \underline{R} \cdot \underline{FG} \quad (5.1)$$

onde

$$\underline{FL} = \text{forças locais}$$

$$\underline{R} = \text{matriz de rotação}$$

$$\underline{FG} = \text{forças globais}$$

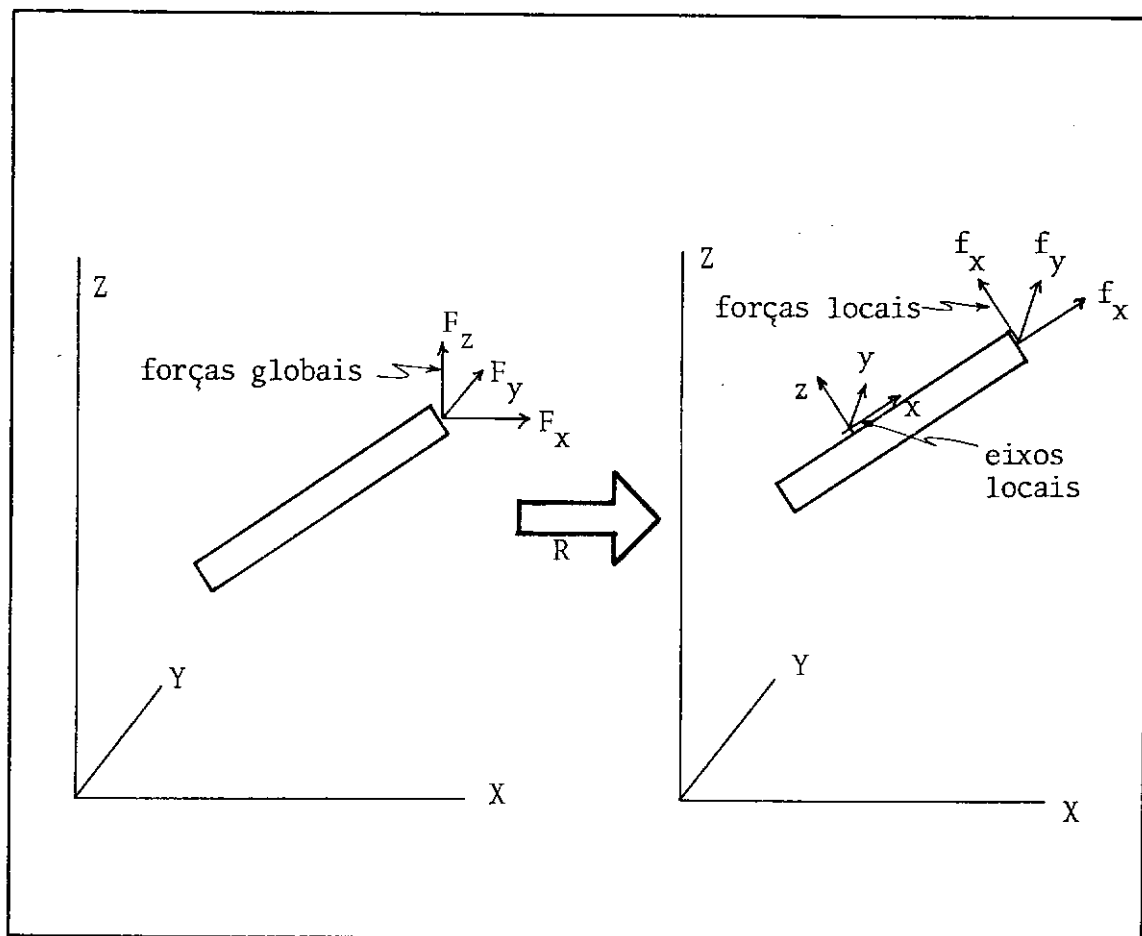


Fig. 5.5  
Transformação de Forças

obtendo-se assim, dois planos de carga em coordenadas locais e uma distribuição de força axial

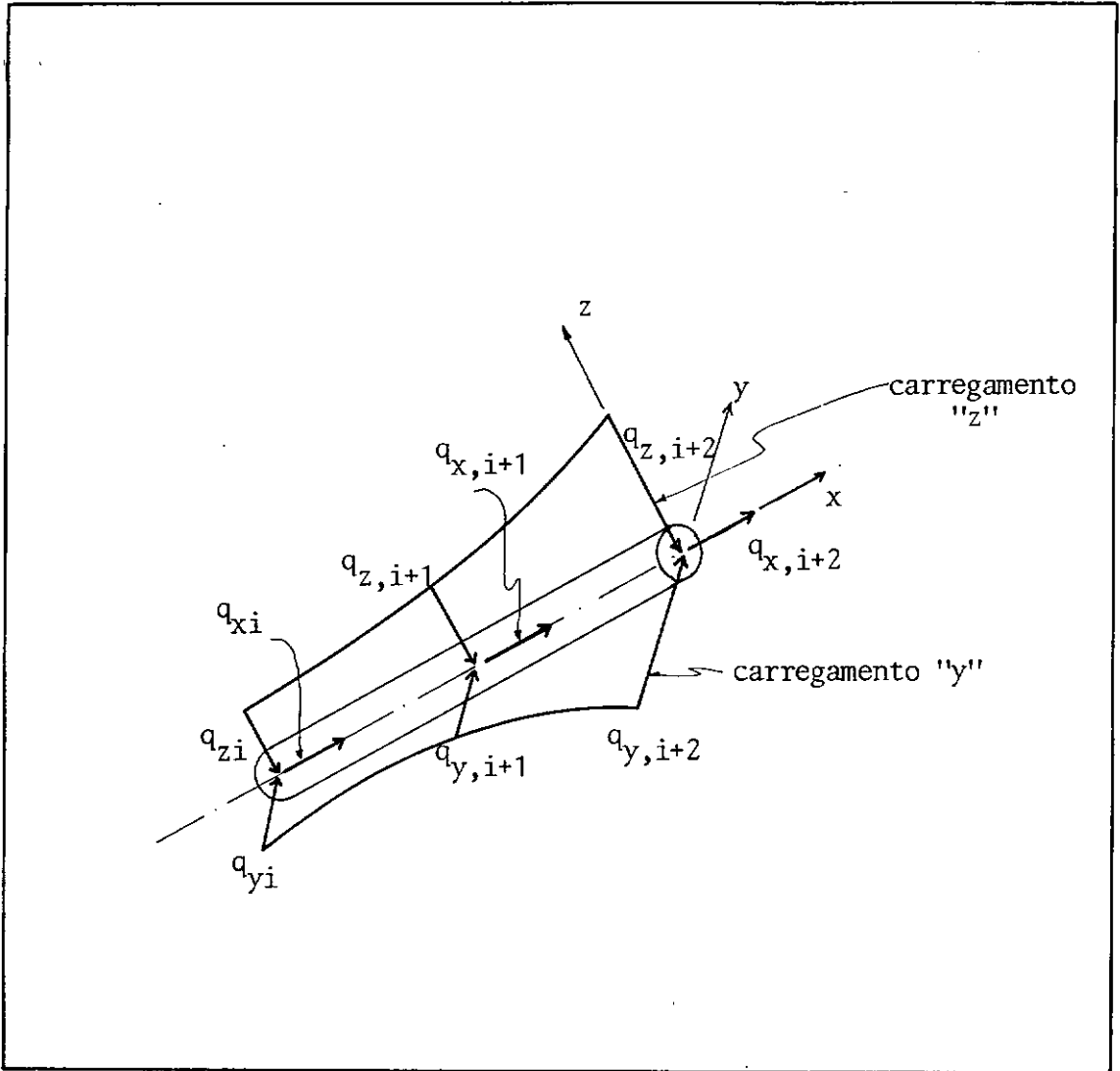


Figura 5.6  
Planos de Carregamento nas Coordenadas  
Locais atuando sobre o Cilindro

É conveniente destacar, neste ponto, que para se calcular as cargas nodais nos extremos do membro, é necessário que se represente estas cargas em planos locais, com o objetivo de se conseguir homogeneidade nas suas direções.

Agora, supõe-se uma variação tipo parábola, de 2º grau, para as intensidades  $q_i$  e calculam-se as cargas nodais através da equação (5.2).

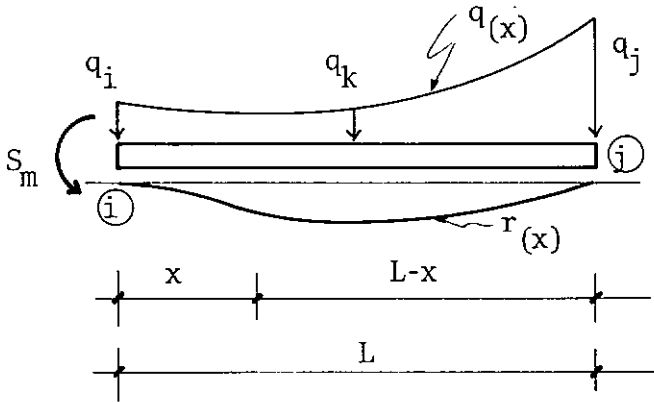


Fig. 5.7  
Cálculo de Cargas Nodais Equivalentes

$$S_m = \int_0^L q(x) * r_m(x) dx \quad (5.2)$$

onde

$q(x)$  = função de carga

$r_m(x)$  = linha de influência de corpos elásticos

$S_m$  = sollicitação

$m$  = subscrito que define a sollicitação desejada

m	Sollicitação	$r_m(x)$
1	Corte (i)	$(2x^3 - 3Lx^2 + L^3)/L^3$
2	Momento (i)	$((L-x)L)^2 * x$
3	Corte (j)	$(3Lx^2 - 2x^3)/L^3$
4	Momento (j)	$(x-L) * (x/L)^2$

Tabela 5.1  
Linhas de Influência de Corpos Elásticos

Finalmente, as cargas nodais são rotadas na direção das componentes globais e acrescentadas ao vetor de cargas da superestrutura. Adicionalmente, são computados o corte basal e o momento tombante na base da estrutura, dado a sua utilidade para o projeto.

#### 5.2.2) A Superestrutura

Entende-se por superestrutura o conjunto de elementos que constituem a plataforma, caracterizada por

- área de trabalho (DECK);
- estrutura reticulada de apoio (JACKET).

Na área de trabalho estão localizados todos os equipamentos e materiais de trabalho utilizados em estruturas dessa índole. A estrutura reticulada de apoio é, ela mesma, o corpo da plataforma, sendo este constituído de barras de aço de seção circular oca.

Geralmente, a superestrutura é complexa, apresentando um alto grau de hiperestaticidade, através do qual se transferem as cargas operacionais e ambientais para o fundo do mar. Atualmente, estão sendo construídas plataformas de mais de 300 mts de altura, sendo comum se encontrar estruturas de 600 nós e 1000 membros.

A assimetria na geometria da estrutura e nas cargas aplicadas exigem uma análise tridimensional, do tipo pórtico espacial. O comportamento dos membros é presumido ser linearmente elástico e não se consideram não linearidades geométricas no cálculo. As deformações por efeitos de corte são levadas em conta no tratamento das barras.

Considerando o grande número de membros e nós em estruturas offshore, o procedimento numérico empregado para resolver o sistema de equações ocupará tempo e esforço computacional consideráveis. No entanto é possível recorrer-se a técnicas de condensação estática [30], [33]..., para se reduzir ao mínimo o número de equações necessárias ao se efetuar o acoplamento es-

estrutura-estaca-solo. Na literatura técnica encontramos os fundamentos deste método, o qual descreveremos a seguir.

#### 5.2.2.1) Condensação Estática

Na estrutura da Fig. 5.8 pode-se diferenciar dois tipos de nós

- nós internos (i)
- nós externos (e)

definindo por (i) aqueles que estão conectados a membros da estrutura e por (e) aqueles que unem a estrutura a outros elementos, como por exemplo, às estacas.

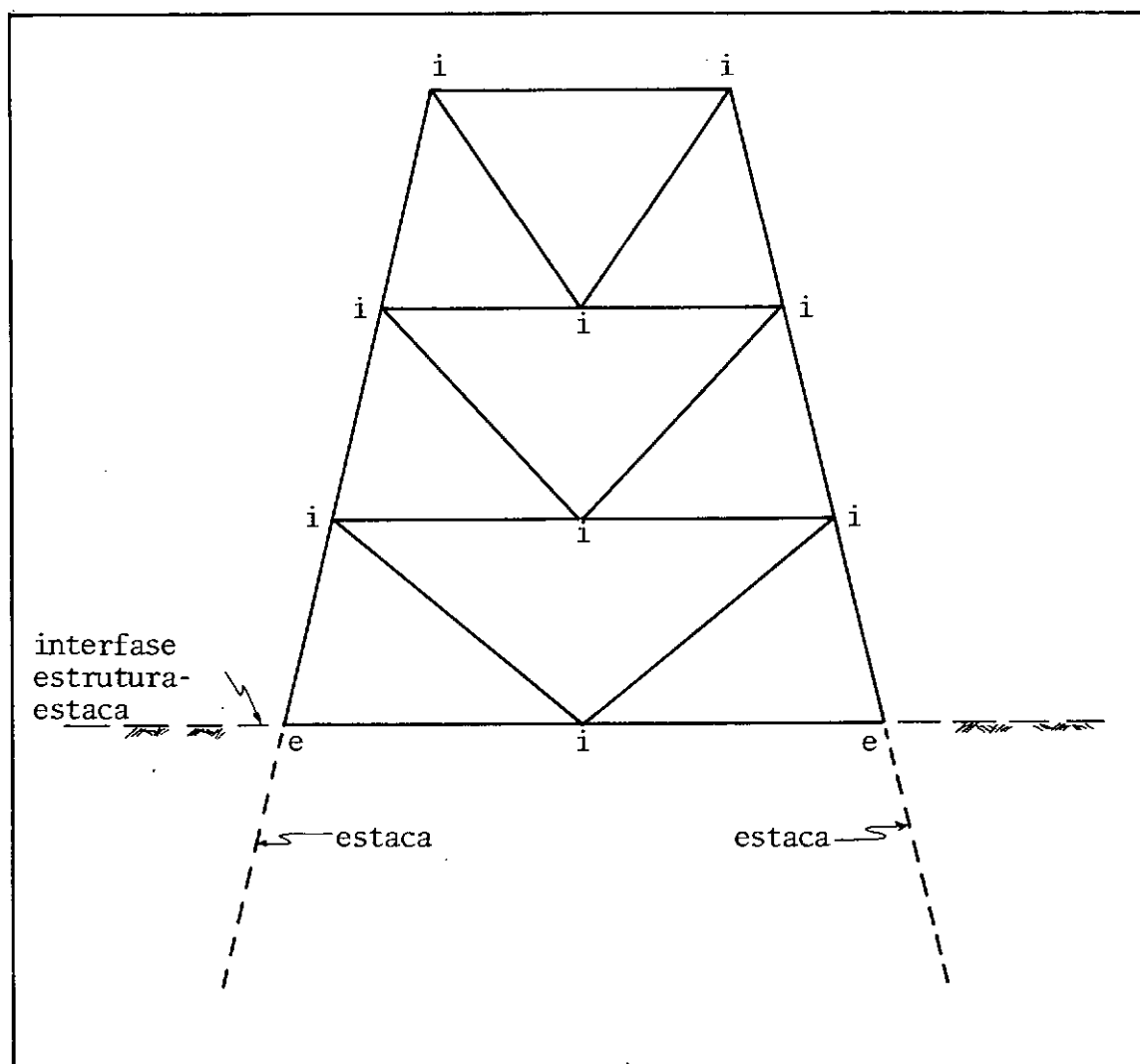


Fig. 5.8

Nós Internos e Externos

O sistema de equações para esta estrutura pode ser escrito como:

$$\begin{bmatrix} \underline{K}_{ii} & \underline{K}_{ie} \\ \underline{K}_{ei} & \underline{K}_{ee} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_i \\ \underline{U}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{P}_i \\ \underline{P}_e \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

onde

$\underline{U}_i$  = deslocamento dos nós (i)

$\underline{U}_e$  = deslocamento dos nós (e)

$\underline{P}_i$  = cargas aplicadas nos nós (i)

$\underline{P}_e$  = cargas aplicadas nos nós (e)

Reescrevendo (5.3) temos:

$$\underline{K}_{ii} \underline{U}_i + \underline{K}_{ie} \cdot \underline{U}_e = \underline{P}_i \quad (5.4)$$

$$\underline{K}_{ei} \underline{U}_i + \underline{K}_{ee} \cdot \underline{U}_e = \underline{P}_e \quad (5.5)$$

Os deslocamentos  $\underline{U}_i$  podem ser retirados da equação (5.4)

$$\underline{U}_i = \underline{K}_{ii}^{-1} (\underline{P}_i - \underline{K}_{ie} \cdot \underline{U}_e) \quad (5.6)$$

Agora, substituindo (5.6) em (5.5), obtemos:

$$\underline{K}_{ei} \left[ \underline{K}_{ii}^{-1} (\underline{P}_i - \underline{K}_{ie} \underline{U}_e) \right] + \underline{K}_{ee} \underline{U}_e = \underline{P}_e \quad (5.7)$$

ou então

$$\left[ \underline{K}_{ee} - \underline{K}_{ei} \underline{K}_{ii}^{-1} \underline{K}_{ie} \right] \underline{U}_e = \underline{P}_e - \underline{K}_{ei} \underline{K}_{ii}^{-1} \underline{P}_i \quad (5.8)$$

onde definimos

$$\underline{K}_{eq} = \underline{K}_{ee} - \underline{K}_{ei} \underline{K}_{ii}^{-1} \cdot \underline{K}_{ie} \quad (5.9)$$

como a matriz equivalente do sistema condensado e

$$\underline{P}_{eq} = \underline{P}_e - \underline{K}_{ei} \underline{K}_{ii}^{-1} \cdot \underline{P}_i \quad (5.10)$$

como o vetor de cargas equivalentes do sistema condensado.

A ordem da equação (5.8) é muito menor que a ordem do sistema total, já que só contém as equações correspondentes aos nós (e), ou externos. No nosso caso isto é particularmente vantajoso, dado o pequeno número de nós (e) que conectam a superestrutura com as fundações, ou estacas.

Todavia, este esquema implica a inversão da matriz  $\underline{K}_{ii}$ , cuja ordem é ainda bastante grande, o qual consome muito tempo de computador.

Uma segunda alternativa para condensar (5.3) parte do fato que

$$\underline{K}_{ii} = \underline{L} \cdot \underline{L}^T \quad (5.11)$$

onde  $\underline{L}$  é uma matriz triangular inferior e  $\underline{L}^T$ , sua transposta, é uma matriz triangular superior. Multiplicando a primeira macro-linha de (5.3) pela inversa de  $\underline{L}$ , obtemos

$$\begin{bmatrix} \underline{L}^T & \underline{L}^{-1} \underline{K}_{ie} \\ \underline{K}_{ei} & \underline{K}_{ee} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_i \\ \underline{U}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{L}^{-1} \underline{P}_i \\ \underline{P}_e \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Eliminando  $\underline{K}_{ei}$ , resta

$$\begin{bmatrix} \underline{L}^T & \underline{L}^{-1} \underline{K}_{ie} \\ 0 & \underline{K}_{ee} - \underline{K}_{ei} (\underline{L}^T)^{-1} \underline{L}^{-1} \underline{K}_{ie} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_i \\ \underline{U}_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{L}^{-1} \underline{P}_i \\ \underline{P}_e - \underline{K}_{ei} (\underline{L}^T)^{-1} \underline{L}^{-1} \underline{P}_i \end{bmatrix} \quad (5.13)$$





A Fig. 5.9 mostra a característica de banda da matriz de rigidez da superestrutura, onde  $N$  é o número total de graus de liberdade,  $NPIL$  é o número de estacas às quais está conectada a estrutura, e  $NGL$  é o número de graus de liberdade por nó, no nosso caso seis.

Deve-se notar que, uma vez obtida esta matriz  $K_{eq}$ , pode-se guardá-la durante todo o processo de iteração com as estacas, já que ela não varia; em outras palavras, as características de rigidez da superestrutura não dependem da interação estaca-solo.

Uma vez completada a análise das estacas-solo, que discutiremos mais tarde, os deslocamentos da estrutura podem ser calculados de acordo com a primeira alternativa como

$$\underline{U}_i = K_{ii}^{-1} (\underline{P}_i - K_{ie} \underline{U}_e) \quad (5.16)$$

ou seguindo a segunda alternativa, que consiste em efetuar-se o processo de retrosubstituição na equação (5.15), toda a vez que os deslocamentos  $\underline{U}_e$  da interfase sejam conhecidos.

### 5.2.3) Sub-Sistema Estacas-Solo

A interação estaca-solo pode ser representada matricialmente pela expressão

$$\left[ \underline{K}_p + \underline{K}_s(U) \right] \underline{U} = \underline{P} \quad (5.17)$$

onde

$\underline{K}_p$  = matriz de rigidez da estaca

$\underline{K}_s(U)$  = matriz de rigidez representativa do solo

$\underline{U}$  = vetor de deslocamentos nodais

$\underline{P}$  = vetor de cargas nodais

A matriz  $\underline{K}_p$  da estaca é construída a partir das contribuições de todos os elementos da estaca.

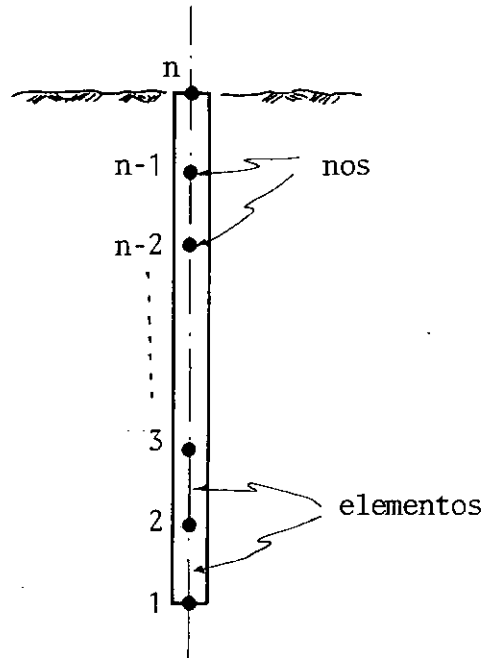


Fig. 5.10  
Discretização e Conectividade da Estaca

Devido à simples conectividade que apresentam estes segmentos, a matriz  $\underline{K}_p$  adotará uma configuração especial, com acoplamento das equações somente entre os elementos adjacentes.

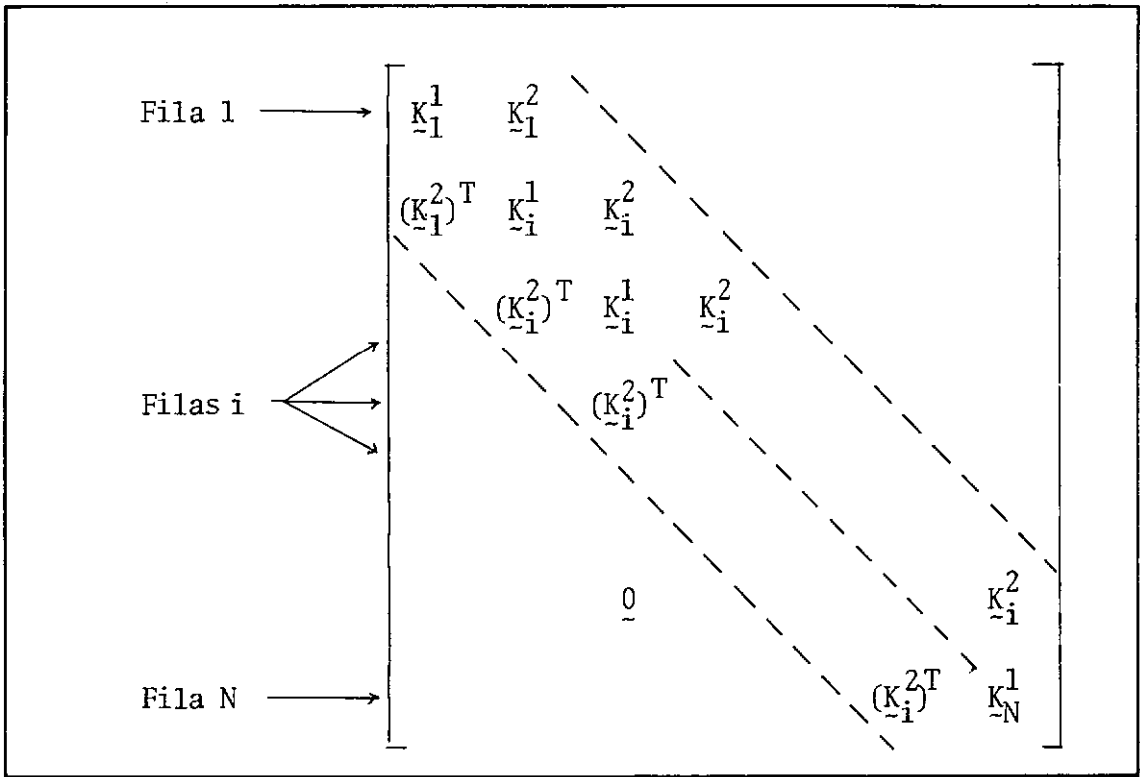


Fig. 5.11  
Aspecto da Matriz  $K_p$

onde  $i = \text{n\acute{o}}$

$$K_1^1 = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & & & & \\ & \frac{12EI_z}{\beta L^3} & & & \\ & & \frac{12EI_y}{\gamma L^3} & & \\ & & -\frac{6EI_y}{\gamma L^2} & \frac{GI_x}{L} & \\ & \frac{6EI_z}{\beta L^2} & & \frac{(3+\gamma)EI_y}{\gamma L} & \frac{(3+\beta)EI_z}{\beta L} \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

$$K_{-1}^2 = K_{-i}^2 = \begin{bmatrix} -\frac{EA}{L} & & & & & \\ & \frac{-12EI_z}{\beta L^3} & & & & \\ & & \frac{-12EI_y}{\gamma L^3} & & & \\ & & & \frac{GI_x}{L} & & \\ & & & & \frac{6EI_y}{\gamma L^2} & \\ & & & & & \frac{(3-\gamma)EI_y}{\gamma L} \\ & \frac{-6EI_z}{\beta L^2} & & & & \frac{(3-\beta)EI_z}{\beta L} \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

$$K_{-i}^1 = \begin{bmatrix} \frac{2EA}{L} & & & & & \\ & \frac{24EI_z}{\beta L^3} & & & & \\ & & \frac{24EI_y}{\gamma L^3} & & & \\ & & & \frac{2GI_x}{L} & & \\ & & & & \frac{2(3+\gamma)EI_y}{\gamma L} & \\ & 0 & & & & \frac{2(3+\beta)EI_z}{\beta L} \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

$$K_N^1 = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & & & & & \\ & \frac{12 EI_z}{\beta L^3} & & & & \\ & & \frac{12 EI_y}{\gamma L^3} & & & \\ & & & \frac{G I_x}{L} & & \\ & & & & \frac{6 EI_y}{\gamma L^2} & \frac{(3+\gamma)EI_y}{\gamma L} \\ & -\frac{6 EI_z}{\beta L^2} & & & & \frac{(3+\beta)EI_z}{\beta L} \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

Por outro lado, considerando que a resistência lateral do solo está representada por molas conectadas a cada nó, Fig. 5.12, e que o solo não apresenta rigidez rotacional, as submatrizes  $K_s(U)_i$  serão de forma

$$K_s(U)_i = \begin{bmatrix} 0 & & & & & \\ & K_{sv} & & & & \\ & & K_{sw} & & & \\ & & & 0 & & \\ & 0 & & & 0 & \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_i \\ V_i \\ W_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \\ \theta_{zi} \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

onde

$i = \text{nó}$

$K_{sv} = \text{rigidez do solo na direção "y" local}$

$K_{sw} = \text{rigidez do solo na direção "z" local}$

Os coeficientes  $K_{sv}$  e  $K_{sw}$  se obtêm da curva P-Y no nível  $i$ .

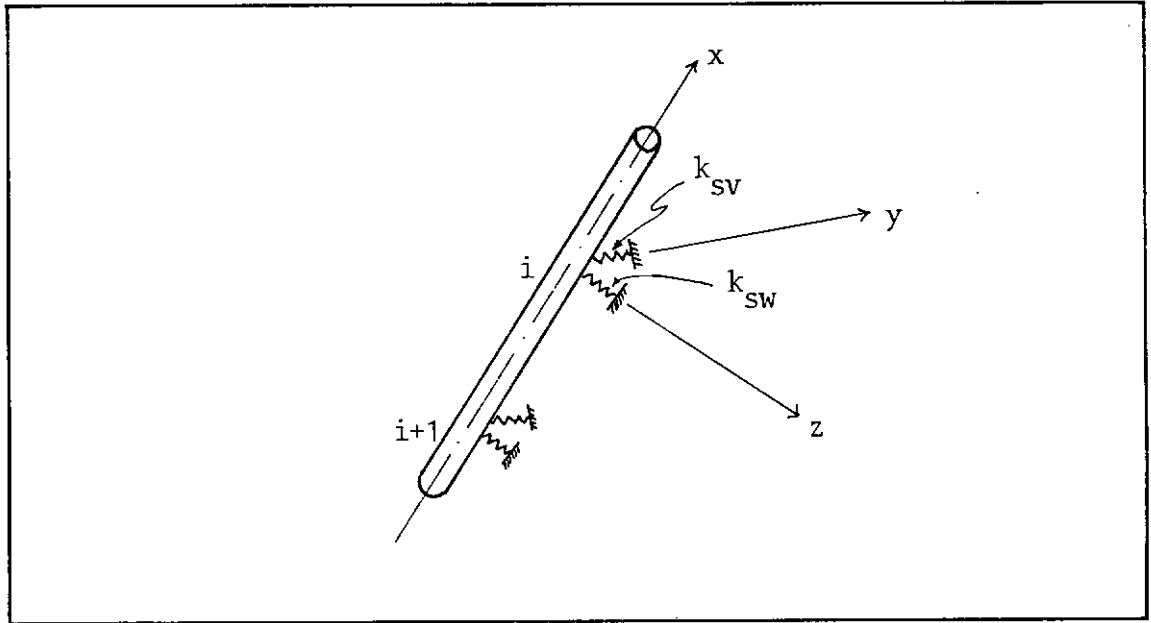


Fig. 5.12  
Esquemática da Rigidez do Solo

Adicionalmente, o solo é "omnidirecional", o que quer dizer que apresenta a mesma rigidez em todas as direções; portanto,.....  
 $K_{sv} = K_{sw}$ .

As simplificações inerentes na equação (5.21) implicam em que os coeficientes  $K_{sv}$  e  $K_{sw}$  estão "desacoplados", o que significa que só dependem dos deslocamentos  $v$  e  $w$ , e não de deslocamentos de outros nós. A notação  $K_s(U)_i$  estabelece que a equação (5.21) depende dos deslocamentos atuais no nó  $i$ , o que coloca em evidência o caráter não linear de (5.16).

Finalmente a matriz  $K_s(U)$  do solo pode ser construída como

$$\underline{K}_S(U) = \begin{bmatrix} \underline{K}_{s1} & & & & \\ & \underline{K}_{s2} & & & \\ & & \underline{K}_{s3} & & \\ & & & \ddots & \\ & 0 & & & \underline{K}_{sn-1} \\ & & & & & \underline{K}_{sn} \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

com  $\underline{K}_{si}$  definido por (5.21).

O vetor de carga  $\underline{P}$  de (5.16) ficará com a forma

$$\underline{P} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \underline{P}_n \end{bmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \text{nó } 1 \\ \leftarrow \text{nó } 2 \\ \leftarrow \text{nó } 3 \\ \\ \leftarrow \text{nó } n-1 \\ \leftarrow \text{nó } n \end{matrix} \quad (5.23)$$

sendo  $\underline{P}_n$  um arranjo de  $6 \times 1$ , contedor das cargas aplicadas no nó "n", ou cabeça da estaca, como mostra a Fig. 5.13

$$\underline{P}_n = \begin{bmatrix} P_x \\ M_x \\ P_y \\ M_y \\ P_z \\ M_z \end{bmatrix} \quad (6 \times 1) \quad (5.24)$$



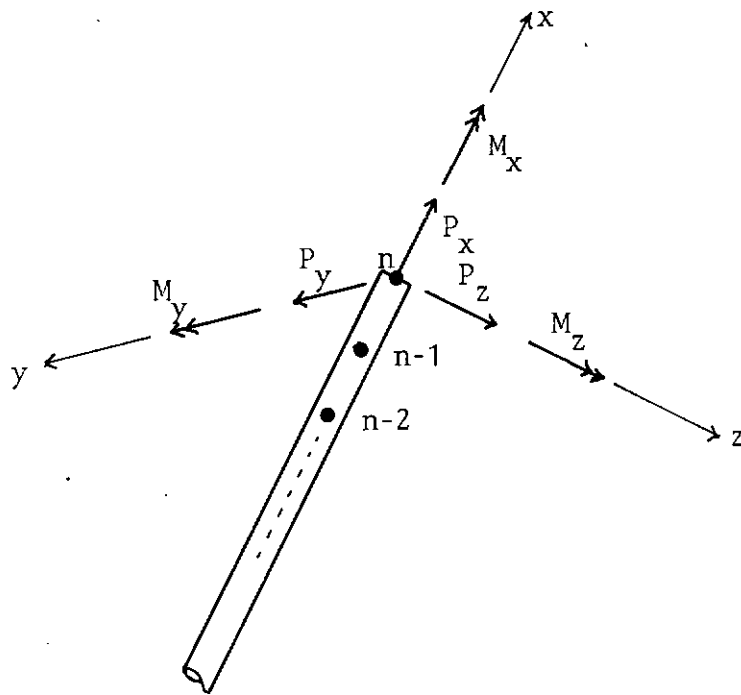


Fig. 5.13  
Cargas na Cabeça da Estaca

Agora, só resta resolver o sistema de equações (5.16). Na literatura disponível encontramos várias técnicas para a resolução de sistemas não lineares, das quais discutiremos o método de Newton-Raphson.

As características básicas deste método estão mostradas na Fig. 5.14.

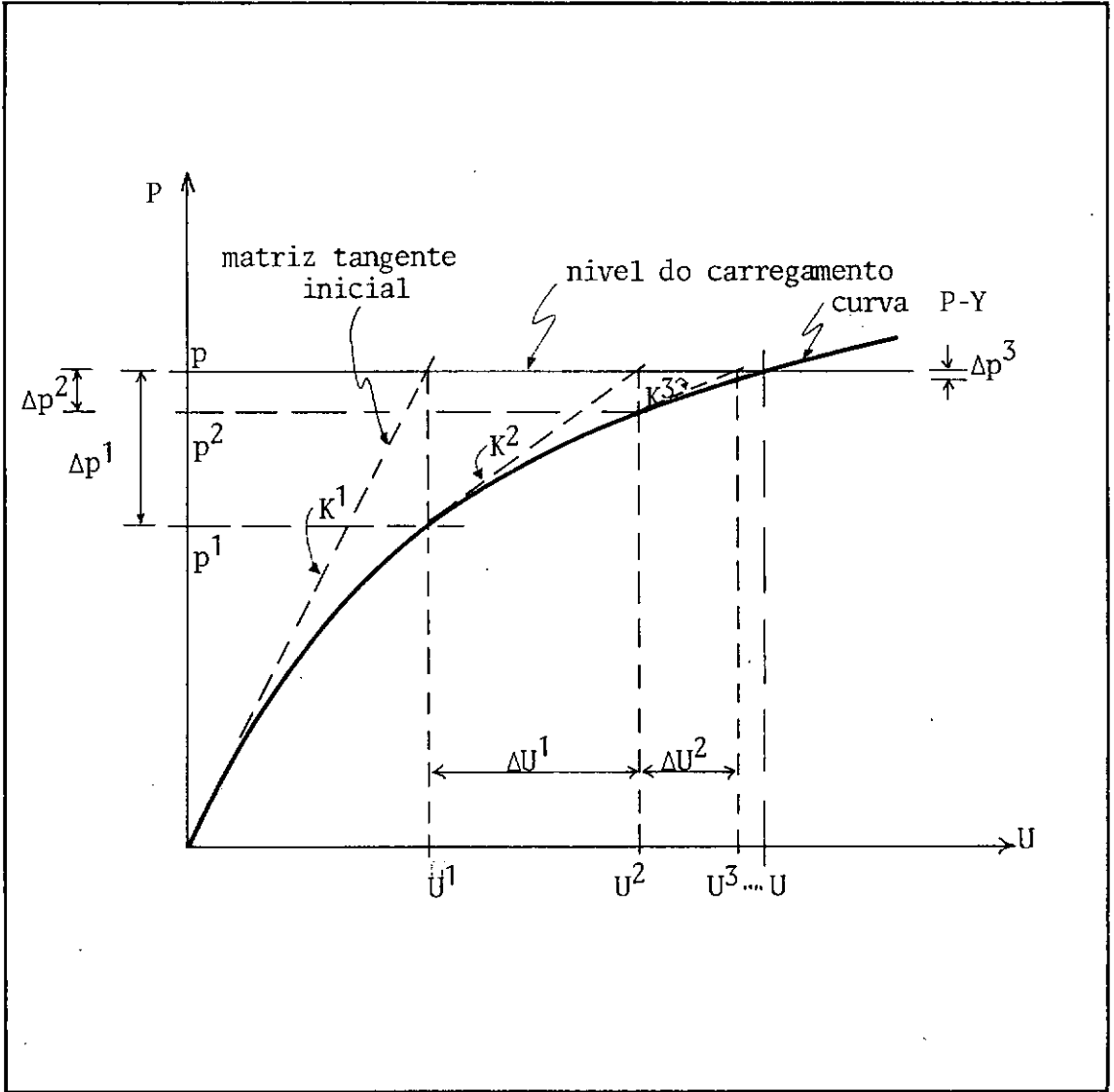


Fig. 5.14  
Método de Newton-Raphson

O primeiro passo é obter-se uma solução linear baseando-se em deslocamentos iniciais nulos e usando a matriz tangente na origem das curvas P-Y. Resolvendo o sistema

$$\underline{K}^1 * \underline{U}^1 = \underline{P} \quad (5.25)$$

obtemos os deslocamentos  $\underline{U}^1$ . Entrando com  $\underline{U}^1$  na curva P-Y, cal

culamos a matriz tangente  $K^2$  e as cargas  $P^1$ , com o que

$$\Delta P^1 = P - P^1 \quad (5.26)$$

Resolvendo o novo sistema

$$\underline{K}^2 * \Delta \underline{U}^1 = \Delta \underline{P}^1 \quad (5.27)$$

obtemos os novos deslocamentos  $\underline{U}^2$  como

$$\underline{U}^2 = \underline{U}^1 + \Delta \underline{U}^1 \quad (5.28)$$

Repetindo o procedimento descrito, os deslocamentos  $\underline{U}$  serão calculados como

$$\underline{U} = \underline{U}^1 + \Delta \underline{U}^1 + \Delta \underline{U}^2 + \dots + \Delta \underline{U}^N \quad (5.29)$$

e, conseqüentemente

$$\Delta P^i \approx 0 \quad \text{quando } i \rightarrow \infty$$

No nosso caso particular, a interação estaca-solo, os vetores de carga  $P^1, P^2, \dots, P^n$  devem ser computados como a ação conjunta da estaca e do solo, ou seja

$$\underline{P}^i = \underline{K}_p \underline{U}^i + \underline{F}_s^i \quad (5.30)$$

onde:

$\underline{K}_p \underline{U}^i$  = forças induzidas pela deformação da estaca

$\underline{F}_s^i$  = forças introduzidas pelo solo

Por conseguinte, os desequilíbrios da carga  $P^i$  serão

$$\Delta \underline{P}^i = \underline{P} - \underline{K}_p \underline{U}^i - \underline{F}_s^i \quad (5.31)$$

com  $\underline{P}$  definido por (5.23).

O diagrama de fluxo da Fig. 5.15 ilustra a implementação computacional deste método

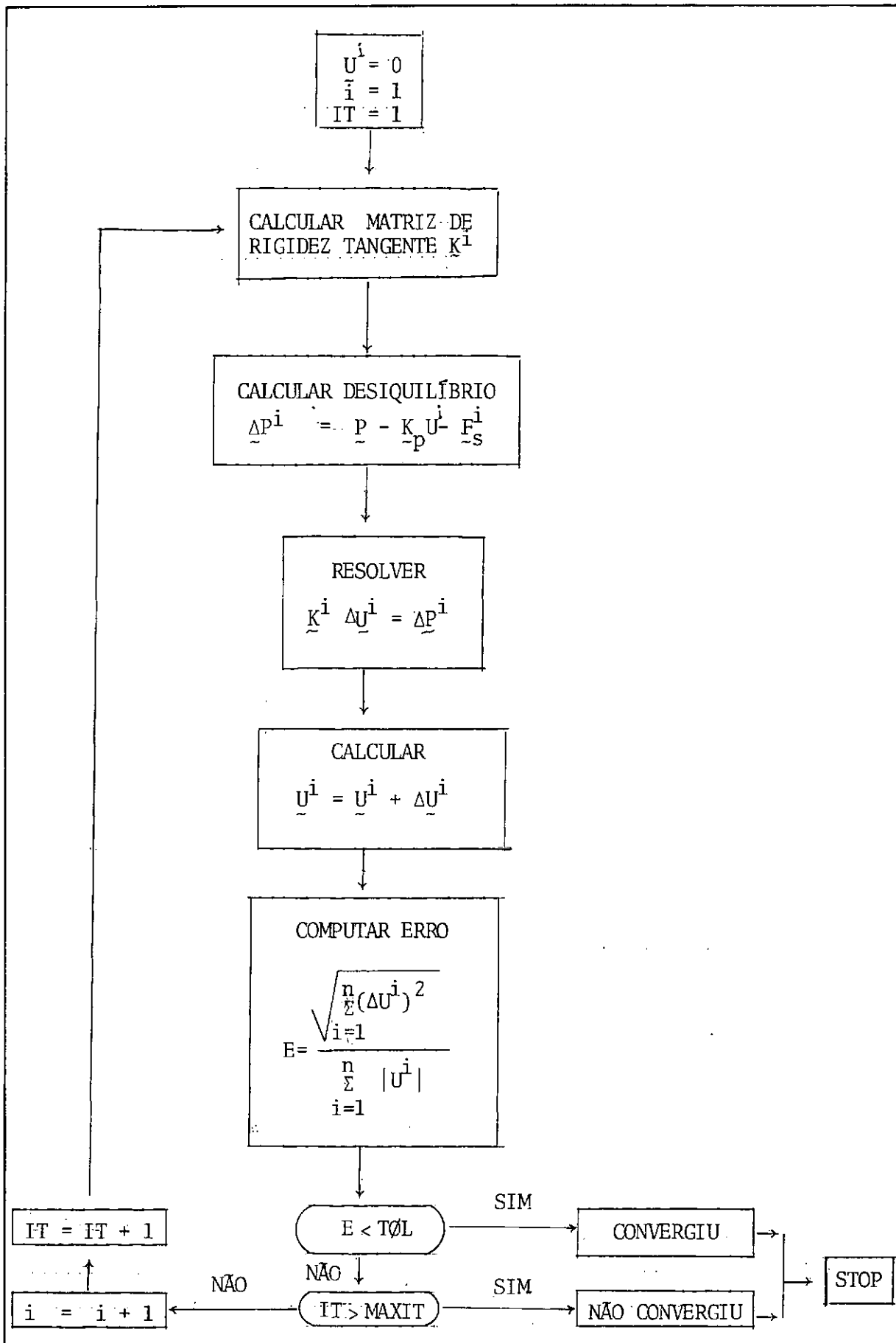


Fig. 5.15

Diagrama de Fluxo para o NEWTON-RAPHSON

onde se definem

TOL = tolerância permitida  
 IT = número da iteração  
 MAXIT = número máximo de iterações  
 n = número de equações do sistema

Um aspecto relevante que não se deve descuidar em procedimentos numéricos não-lineares deste tipo é o esforço computacional requerido, assim como também a capacidade de memória do computador. Se se deseja uma análise suficientemente precisa do comportamento das fundações, será necessário definir um grande número de nós nas estacas para modelar corretamente o comportamento do solo. Isto trará como consequência um número elevado de equações em (5.16) e, conseqüentemente, a matriz  $\dots K_p + K_s(U)$  resultará de dimensões consideráveis. Se, ademais, se leva em conta que o sistema de equações (5.16) deve ser resolvido várias vezes até alcançar a convergência nos deslocamentos  $U$ , resulta evidente o enorme esforço computacional que isto acarreta.

Com base nestas considerações, foi implementado um procedimento para a interação superestrutura-estaca-solo, que reduz consideravelmente este esforço computacional e, praticamente, não requer quantidades adicionais de memória para sua execução.

O diagrama de fluxo da Fig. 5.16 ilustra, de forma geral, as características deste procedimento

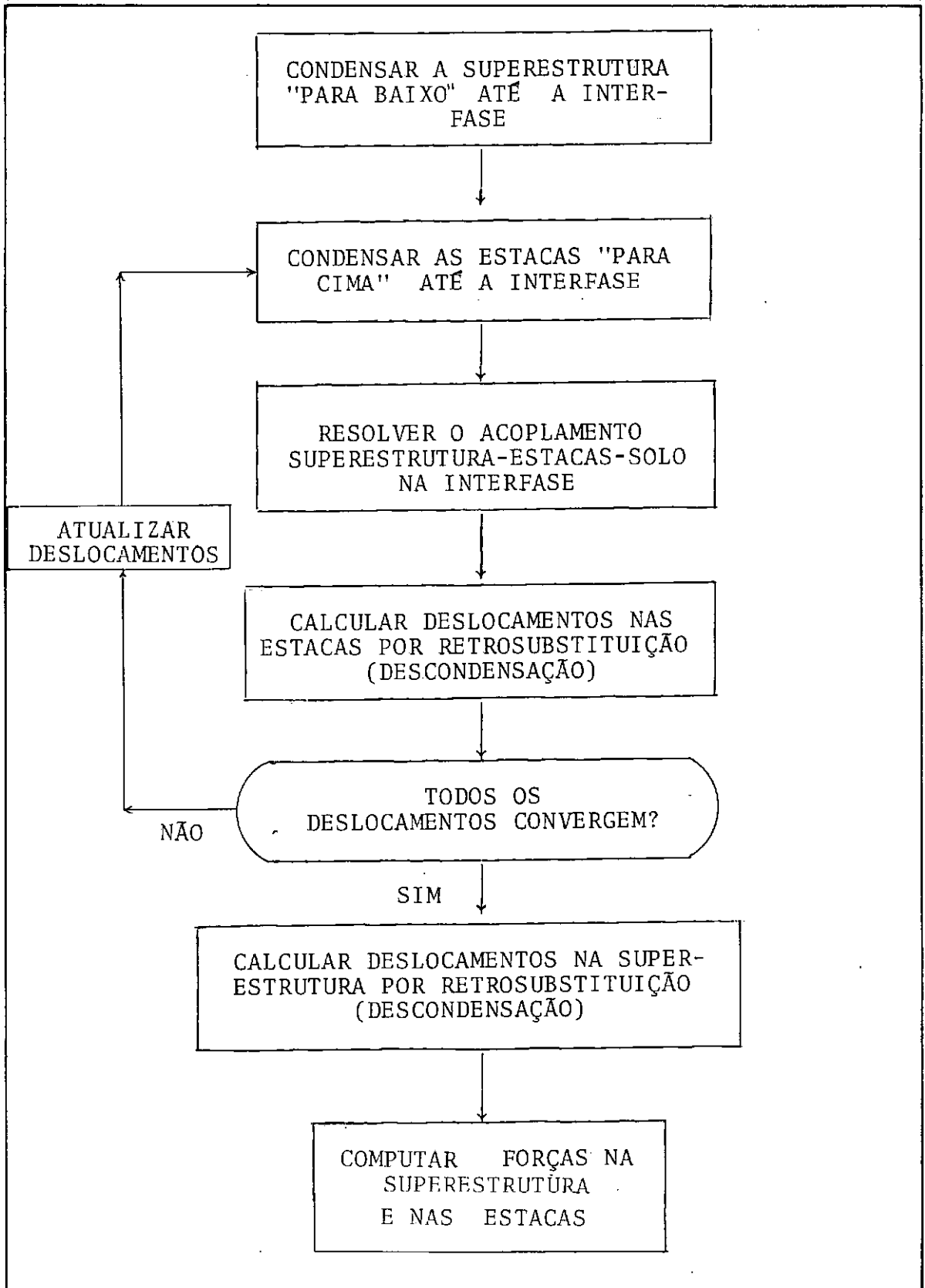


Fig. 5.16

Diagrama de Fluxo da Solução  
Superestrutura - Estacas-Solo

é, graficamente

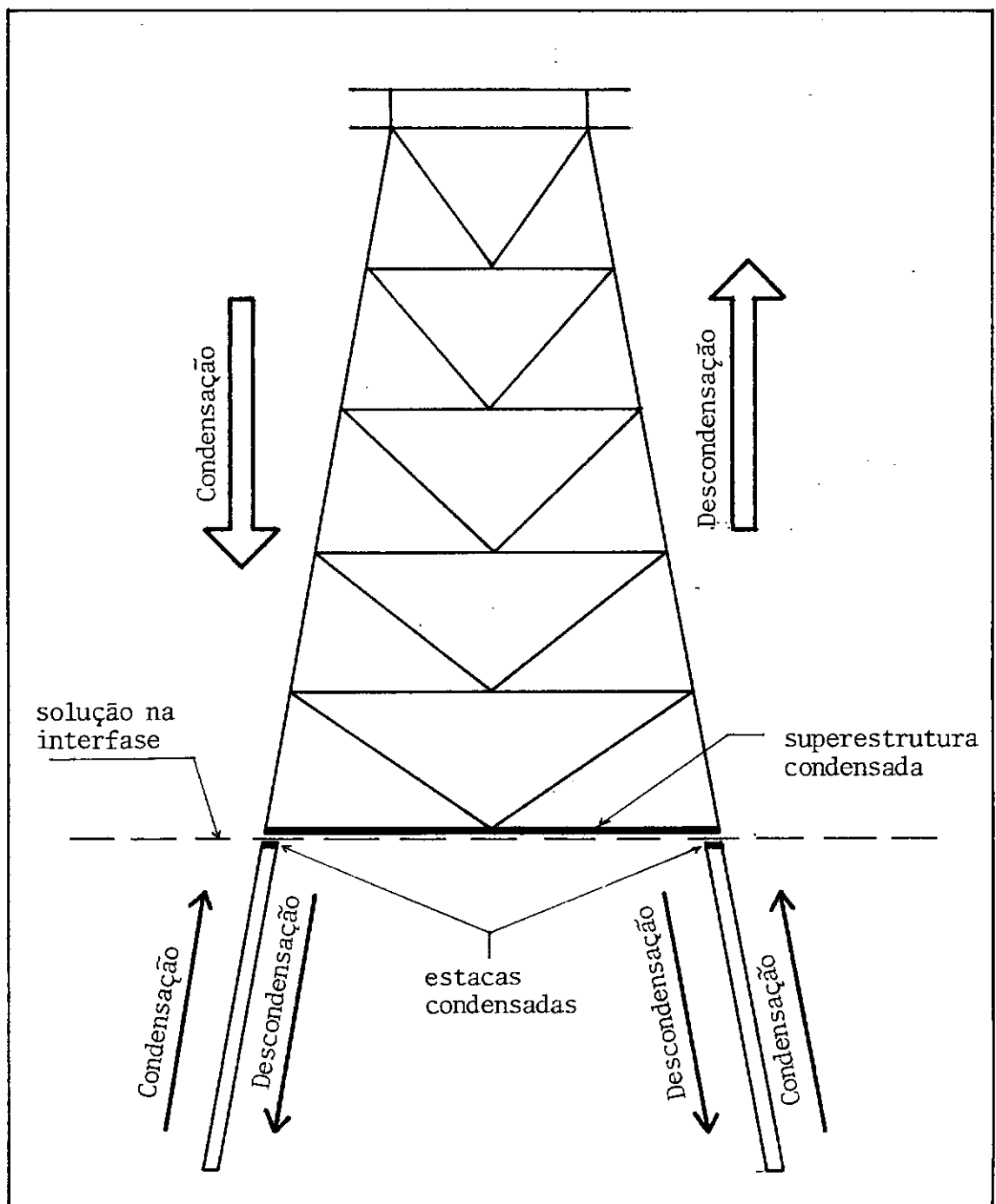


Fig. 5.17  
Esquema de Análise

Em uma primeira etapa, a superestrutura é condensada até a interfase, como foi descrito no item 5.2.2.1, retendo-se a matriz de rigidez e o vetor de cargas correspondente aos nós que a conectam às estacas, denominados  $\underline{K}_{eq}$  e  $\underline{P}_{eq}$  (NPIL = número de estacas)

$$\underline{K}_{eq} = \left[ \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right] \begin{array}{c} \updownarrow \\ \text{NGL*NPIL} \end{array} \quad \underline{P}_{eq} = \left[ \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right] \begin{array}{c} \updownarrow \\ \text{NGL*NPIL} \end{array}$$

Em uma segunda etapa, as estacas são condensadas também até a interfase, obtendo-se a matriz de rigidez e o vetor de cargas equivalentes das estacas.

$$\underline{K}_{eq} = \left[ \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right] \begin{array}{c} \updownarrow \\ \text{NGL*NPIL} \end{array}; \quad \left[ \underline{K}_p \underline{U} + \underline{F}_s \right]_{eq} = \left[ \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right] \begin{array}{c} \updownarrow \\ \text{NGL*NPIL} \end{array}$$

A terceira etapa consiste em resolver o sistema de equações

$$\{ \underline{K}_{eq} + \left[ \underline{K}_p + \underline{K}_s(\underline{U}) \right]_{eq} \} \cdot \underline{U}_F = \underline{P}_{eq} + \left[ \underline{K}_p \underline{U} + \underline{F}_s \right]_{eq} \quad (5.32)$$

representativo da interfase, onde  $\underline{U}_F$  são os deslocamentos nos nós de transição entre a superestrutura e as estacas.

Como quarta etapa e conhecidos os  $\underline{U}_F$ s, efetua-se a retrosubstituição nas estacas e se computam todos os deslocamentos.

Finalmente, o critério de convergência é estabelecido entre dois deslocamentos consecutivos (Fig. 5.15) como

$$\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\Delta U_i)^2}}{\sum_{i=1}^n |U_i|} < T\emptyset L \quad (5.33)$$



Se a convergência foi alcançada, procede-se a computação de todos os deslocamentos e forças do sistema. Caso contrário, repete-se o procedimento.

Por outro lado, devido à estrutura especial apresentada pela matriz  $\underline{K}_p + \underline{K}_s(U)$  (Fig. 5.18), é possível definir um esquema mais simples e explícito para condensar o sub-sistema estacas-solo. A implementação computacional de tal esquema será a seguinte:

- a) processo de condensação  
para  $I = 1$  até  $I = (N-1)$  fazer

$$\left. \begin{aligned} (K_I^2)^* &= (K_I^1)^{-1} \cdot K_I^2 \\ (P_I)^* &= (K_I^1)^{-1} \cdot P_I \end{aligned} \right] \quad \text{na linha } I$$

$$\left. \begin{aligned} K_{I+1}^1 &= K_{I+1}^1 - (K_I^2)^T \cdot (K_I^1)^{-1} \cdot (K_I^2) \\ P_{I+1} &= P_{I+1} - (K_I^2)^T \cdot (K_I^1)^{-1} \cdot P_I \end{aligned} \right] \quad \begin{array}{l} \text{na linha} \\ I+1 \end{array}$$

- b) processo de retrossubstituição

$$\underline{U}_N = (K_N^1)^{-1} \cdot \underline{P}_N \quad \text{na linha } N$$

$$\underline{U}_I = (P_I)^* - (K_I^2)^* \cdot \underline{U}_{I+1} \quad \text{desde } I=(N-1) \text{ até } I=1$$

Este processo simplificado de condensação e retro-substituição evita que se tenha que registrar a matriz  $\underline{K}_p + \underline{K}_s(U)$  na sua totalidade, podendo efetuar-se com a ajuda de quatro submatrizes de  $6 \times 6$  e 2 subvetores de  $6 \times 1$ .

Com relação ao esforço computacional, outro dos aspectos a se considerar, foram obtidos resultados bastante satisfatórios. Em problemas de certa envergadura (em volta de 600 ou 700 equações), o tempo necessário para alcançar a convergência da análise estaca-solo, observou-se um 10% e um 15% do tempo total de análise para o conjunto fluido-superestrutura-esta-

$$K_p + K_s(U) = \begin{bmatrix} K_{1s}^1 & K_1^2 & & & \\ (K_1^2)^T & K_{is}^1 & K_i^2 & & 0 \\ & (K_i^2)^T & K_{is}^1 & K_i^2 & \\ & & (K_i^2)^T & & \\ 0 & & & & K_i^2 \\ & & & (K_i^2)^T & K_{NS}^1 \end{bmatrix}$$

onde

$$K_{1s}^1 = K_1^1 + K_{1s}$$

$$K_{is}^1 = K_i^1 + K_{is}$$

$$K_{NS}^1 = K_N^1 + K_{NS}$$

com  $K_1^1$ ,  $K_1^2$ ,  $K_i^1$  e  $K_N^1$  definidos por (5.17), (5.18), (5.19) e (5.20) respectivamente; e  $K_{1s}$ ,  $K_{is} \dots K_{NS}$  definidos por (5.21)

Figura 5.18  
Matriz  $K_p + K_s(U)$

cas-solo.

Como conclusão, deve se destacar que a superestrutura é analisada e condensada em coordenadas globais de referência, enquanto que as estacas são trabalhadas em coordenadas loocais do membro. Por conseguinte, antes de se efetuar o acoplamento em (5.32) devem se compatibilizar convenientemente os dois sistemas de coordenadas .

## CAPÍTULO VI

### ESTRUTURAS ANALISADAS

Com o objetivo de se avaliar as diferenças introduzidas na análise com o emprego das diversas teorias e métodos, e também, com a finalidade de consolidar o esquema computacional implementado, foram analisadas um grande número de estruturas fundadas sobre estacas, assim como também, fundações isoladas.

Porém, devido a razões de espaço, só foram incluídos neste trabalho, dois casos típicos representativos do problema estudado, os quais são apresentados a seguir.

#### ESTRUTURA PARA ÁGUAS RASAS

O primeiro caso considerado consiste em uma estrutura offshore, ilustrada na Fig. 6.1, típica da costa brasileira [34], na zona de Sergipe. As características básicas da onda de projeto considerada são:

lâmina de água	=	33,26 mts
altura da onda	=	12,62 mts
período da onda	=	10,5 seg
comprimento da onda	=	125 mts

Esta estrutura foi analisada pelos 5 métodos disponíveis de forças empregando as teorias linear de Airy e não linear de Stokes V. A tabela 6.1 mostra os valores de corte e momento basal, assim como as diferenças percentuais obtidas, referentes ao método 1. A tabela 6.2 mostra a diferença encontrada entre o emprego da teoria de Airy e o da teoria de Stokes V.

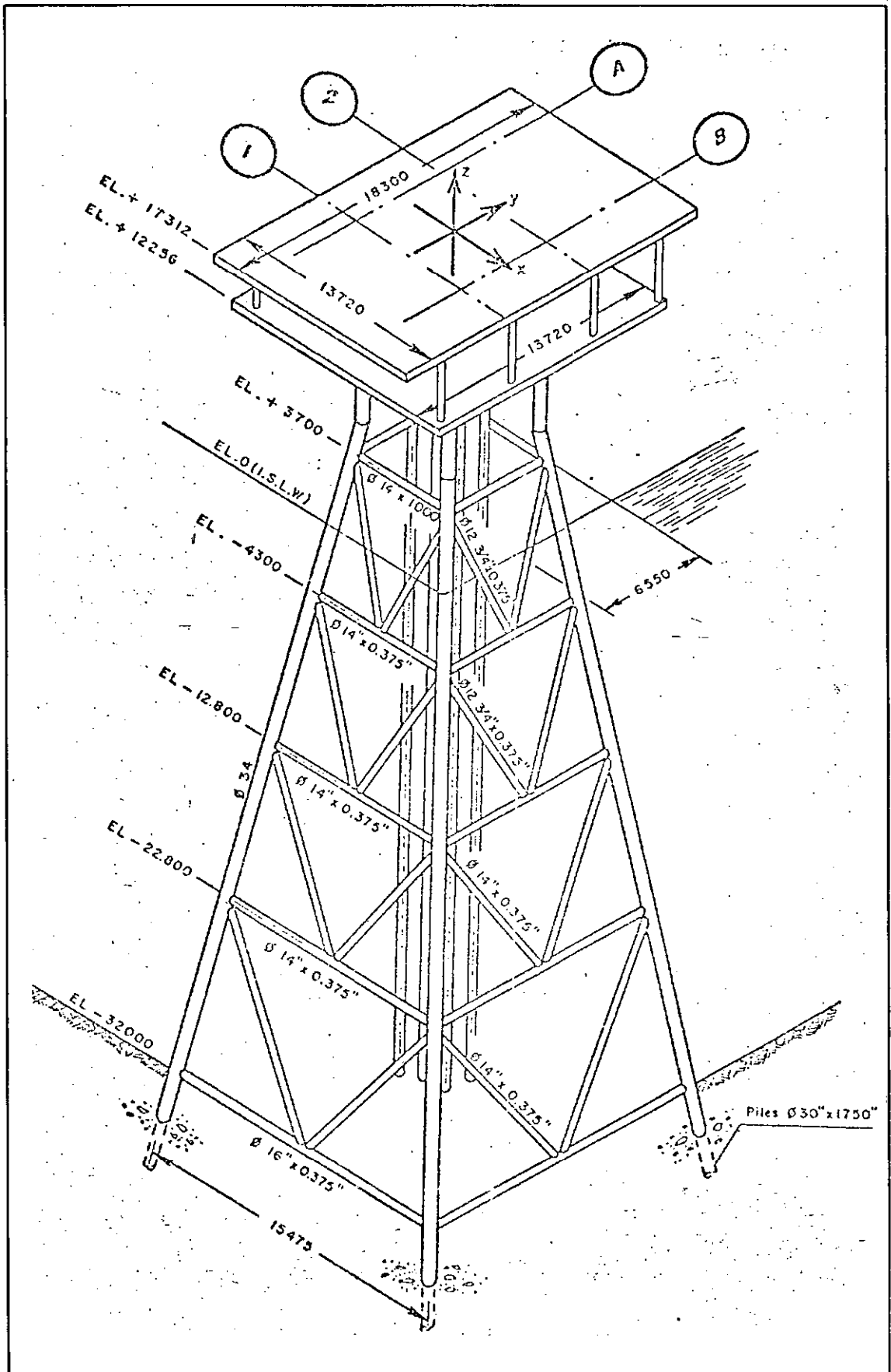


Fig. 6.1  
Estrutura A

MÉTODO	CORTE (TON)	%	MOMENTO (TON.mt)	%
1	87,48	0,00	2283,26	0,00
2	87,50	0,02	2282,46	- 0,04
3	83,86	-4,14	2187,15	- 4,21
4	89,28	2,05	2319,36	1,58
5	91,29	4,36	2362,23	3,46

Tabela 6.1

Cortes e Momentos na Base da Estrutura A  
através da Teoria de Stokes V

Como se pode ver na Tabela 6.1, o método 3 proporciona os valores mais baixos e menos conservadores, enquanto que o método 5 oferece resultados conservadores.

TEORIA	MÉTODO	CORTE (TON)	%	MOMENTO (T.m)	%
AIRY	3	75,49	0,00	1895,26	0,00
STOKES V	3	83,86	11,09	2187,15	15,40

Tabela 6.2

Diferenças entre as Duas Teorias de  
Onda na Estrutura A

A Tabela 6.2 mostra as diferenças produzidas entre as duas teorias de onda, tendo alcançado uma diferença percentual de 15%, como pode se ver, é uma diferença bastante considerável, que não pode ser esquecida na hora de se escolher uma teoria de onda.

Posteriormente foi feita uma análise desta estrutura, com fundações constituídas por estacas que tinham as seguintes características:

diâmetro externo = 0,762 mts

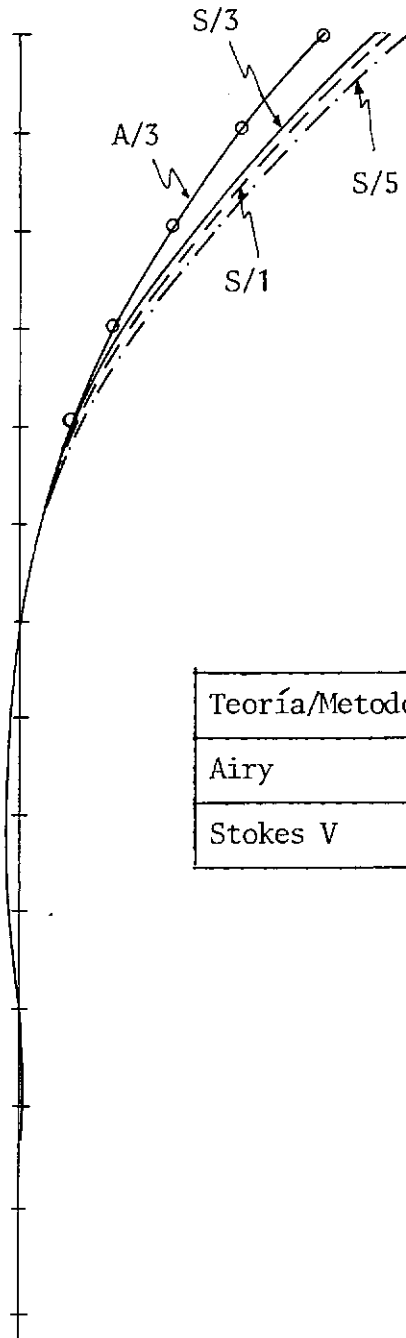
espessura da parede = 0,045 mts  
 profundidade = 50 mts

O solo considerado, para efeitos ilustrativos, foi uma camada de areia caracterizada por:

Peso específico ( $\gamma$ ) = 900 K/m<sup>3</sup>  
 Ângulo de fricção interna ( $\phi$ ) = 20°  
 Densidade ( $E_s$ ) = 1661 000 K/m<sup>3</sup>  
 Profundidade da camada = 55 mts

As estacas foram discretizadas com molas colocadas a cada metro, observando-se um amortecimento quase total dos efeitos a uma profundidade de aproximadamente 15 mts. As Figs. 6.2, 6.3 e 6.4 ilustram as diferenças obtidas na resposta de uma das estacas de acordo com o uso dos diferentes métodos. Deve-se destacar que as diferenças se intensificam em lugares críticos devido às características não lineares do problema em questão. A tabela 6.3 mostra as diferenças percentuais encontradas ao se aplicar os métodos 1, 3 e 5.

Deslocamentos laterais



Teoría/Metodo	1	3	5
Airy	A/1	A/3	A/5
Stokes V	S/1	S/3	S/5

Fig. 6.2  
Deslocamentos na Estaca 2  
(Estrutura A)



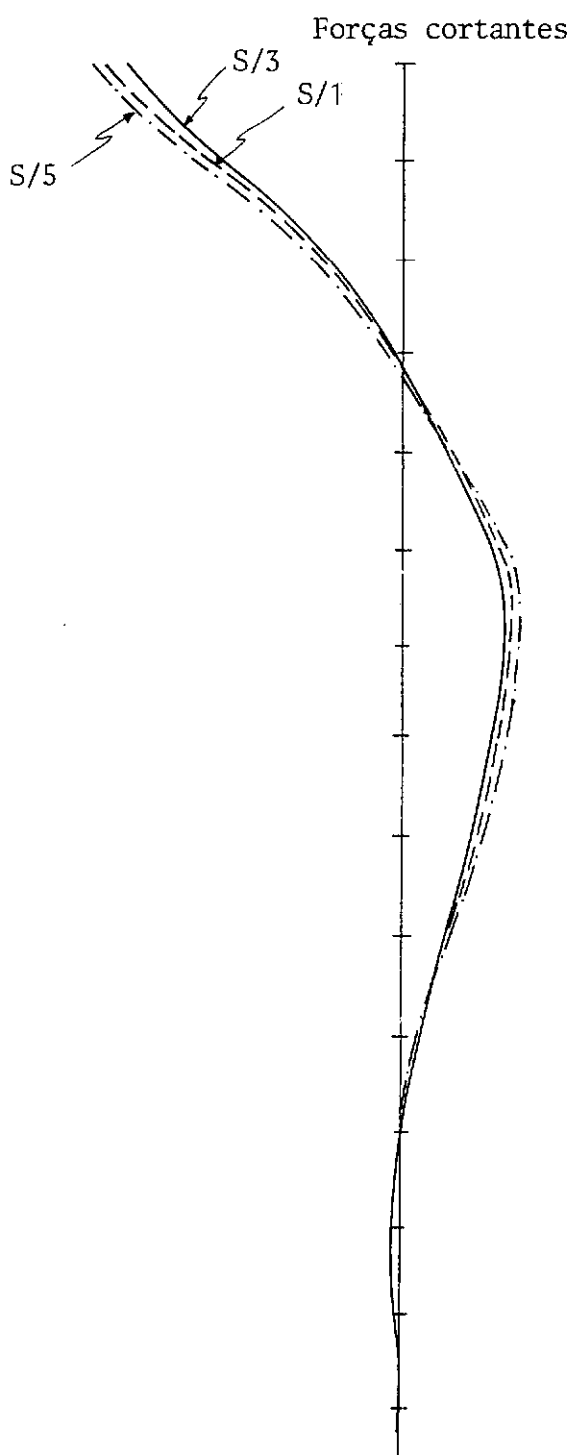


Fig. 6.3  
Forças Cortantes na Estaca 2  
(Estrutura A)

Momentos de flexão

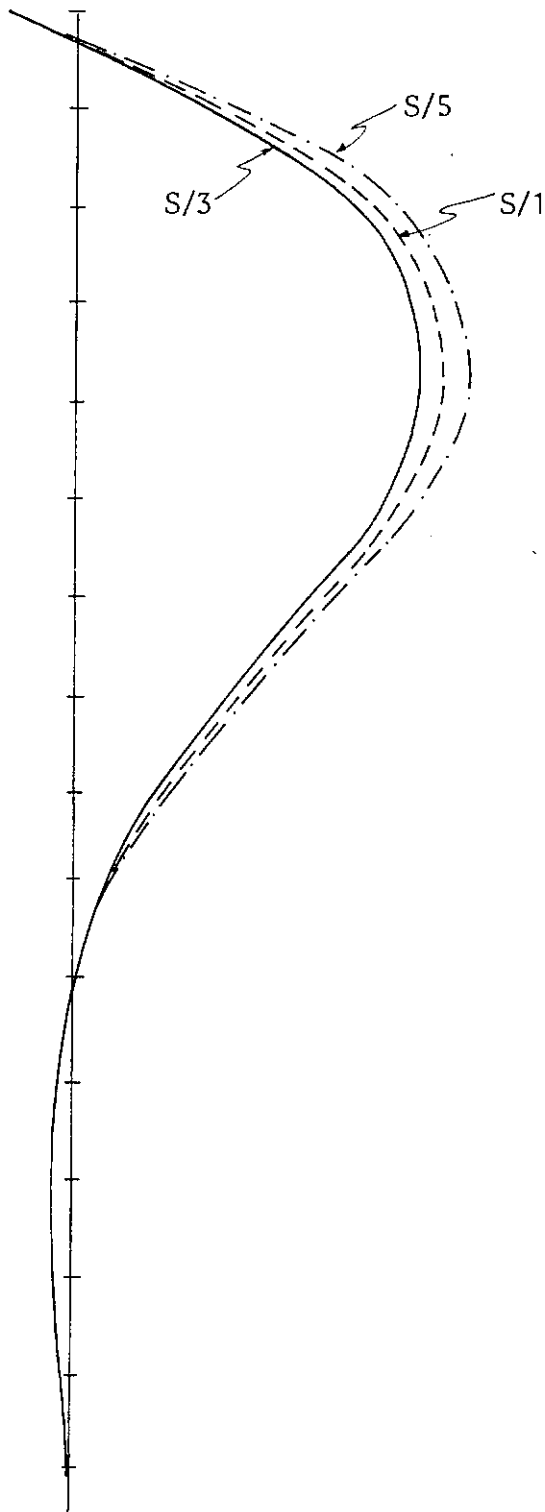


Fig. 6.4  
Momentos Fletores da Estaca 2  
(Estrutura A)

	0 mts.	0 mts.	- 5 mts
MÉTODO	% (DESP.)	% (F.CORT.)	% (M.FLETR)
1	0,00	0,00	0,00
3	-4,89	-5,76	-5,68
5	3,50	4,92	6,33

Tabela 6.3  
Influências na Resposta das Estacas

A tabela 6.4 mostra os efeitos sobre a força e o momento em um membro da estrutura, produzidos pela discrepância na hora de calcular as forças

TEORIA	METODO	Ton. F. CORT.	%	Ton.mt M. FLETOR	%
STOKES	1	76,3	0,00	- 16,7	0,00
STOKES	2	79,4	4,06	- 16,5	-1,20
STOKES	3	75,7	-0,79	- 16,1	-3,59
STOKES	4	77,9	2,10	- 17,0	1,80
STOKES	5	79,3	3,93	- 17,3	3,59

Tabela 6.4  
Influência sobre as Solicitações do Projeto

#### ESTRUTURA PARA ÁGUAS PROFUNDAS

O segundo exemplo analisado corresponde à plataforma "Piper", situada no Campo Piper, no Noroeste da Escôcia e operando em águas de profundidades de cerca de 120 mts [35]. Foi posicionada em junho de 1975 e começou sua produção em dezembro de 1976.

Esta estrutura constitui uma representante típica das plataformas instaladas no Mar do Norte e suas características e modelo estrutural estão esquematizadas nas Figs. 6.5, 6.6, 6.7 e 6.8.

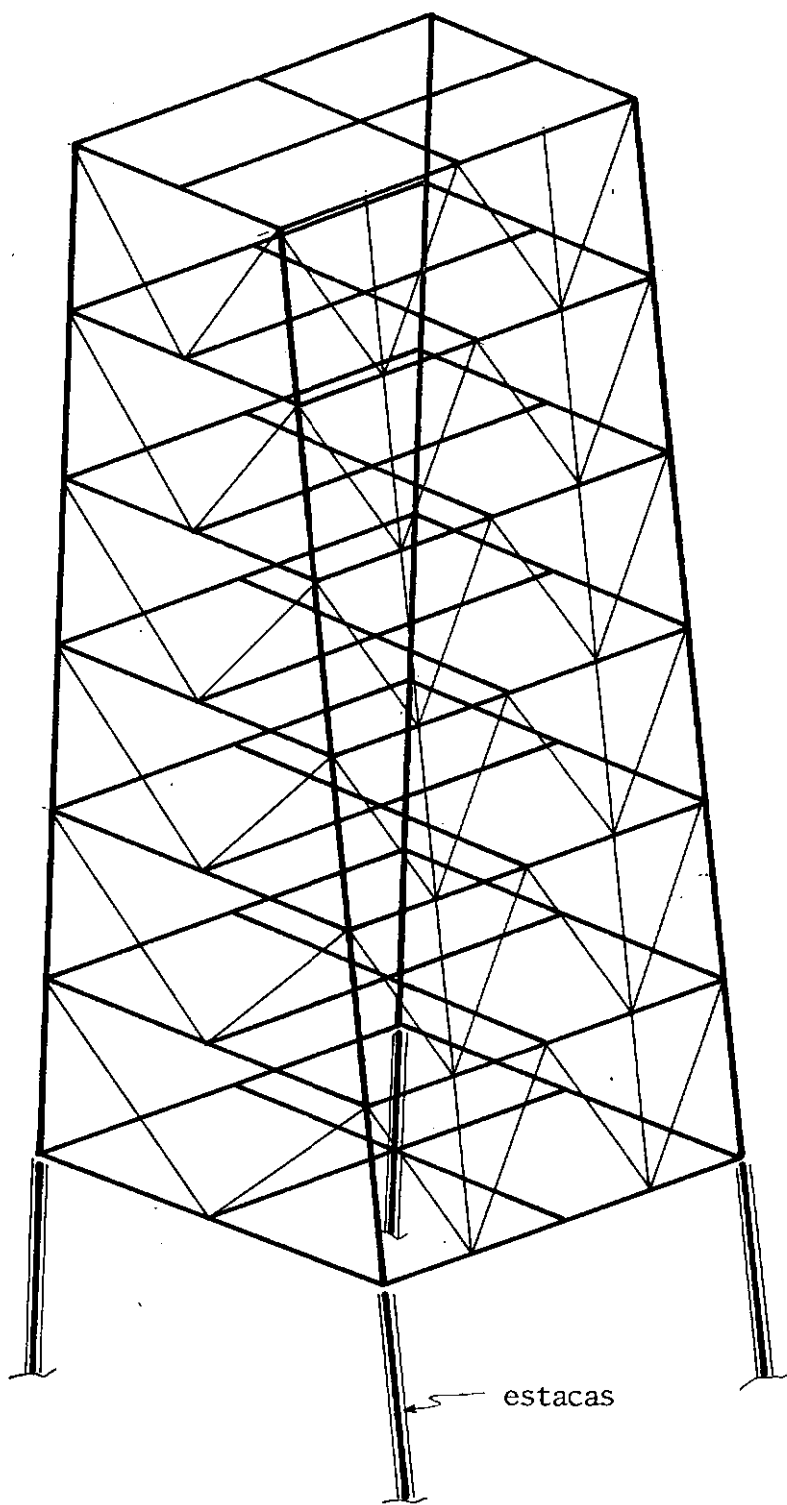
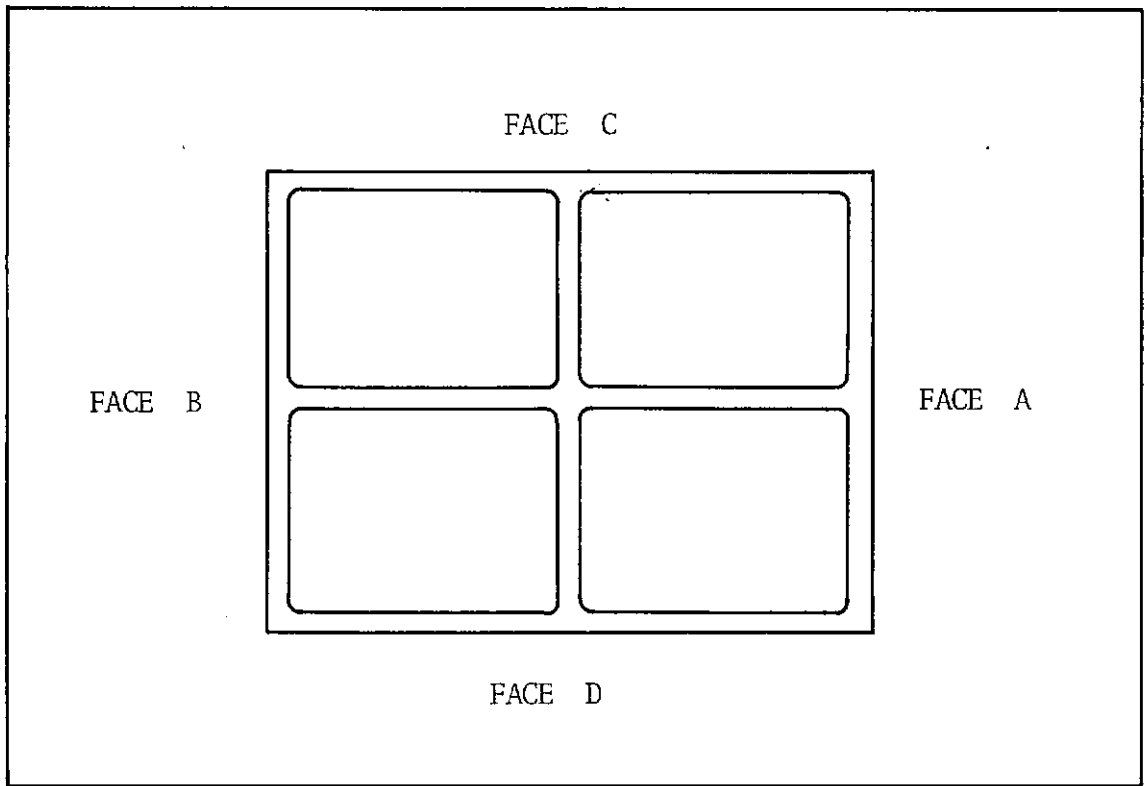


Fig. 6.5  
Plataforma Piper (Estrutura B)



Diâmetros e Espessuras das Barras por Níveis:

NÍVEL	DIÂMETRO	ESPESSURA
129,27	0,762	0,019
107,93	0,762	0,019
86,59	0,914	0,028
65,25	0,914	0,028
43,91	1,067	0,035
22,57	1,067	0,035
0,00	1,219	0,060

Fig. 6.6

Planta.Típica Simplificada

(Estrutura B)

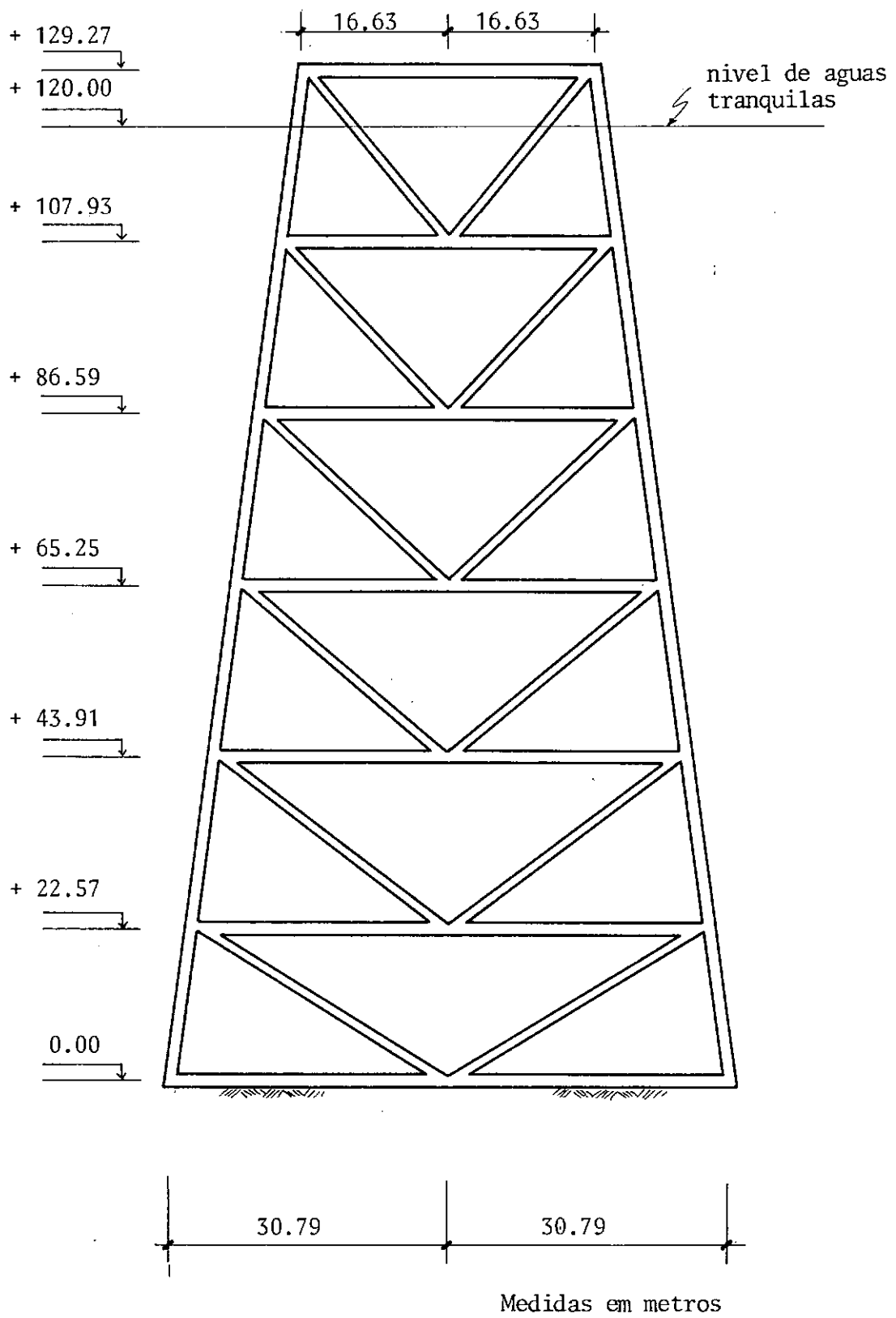


Fig. 6.7

Fases A e B (Estrutura B)

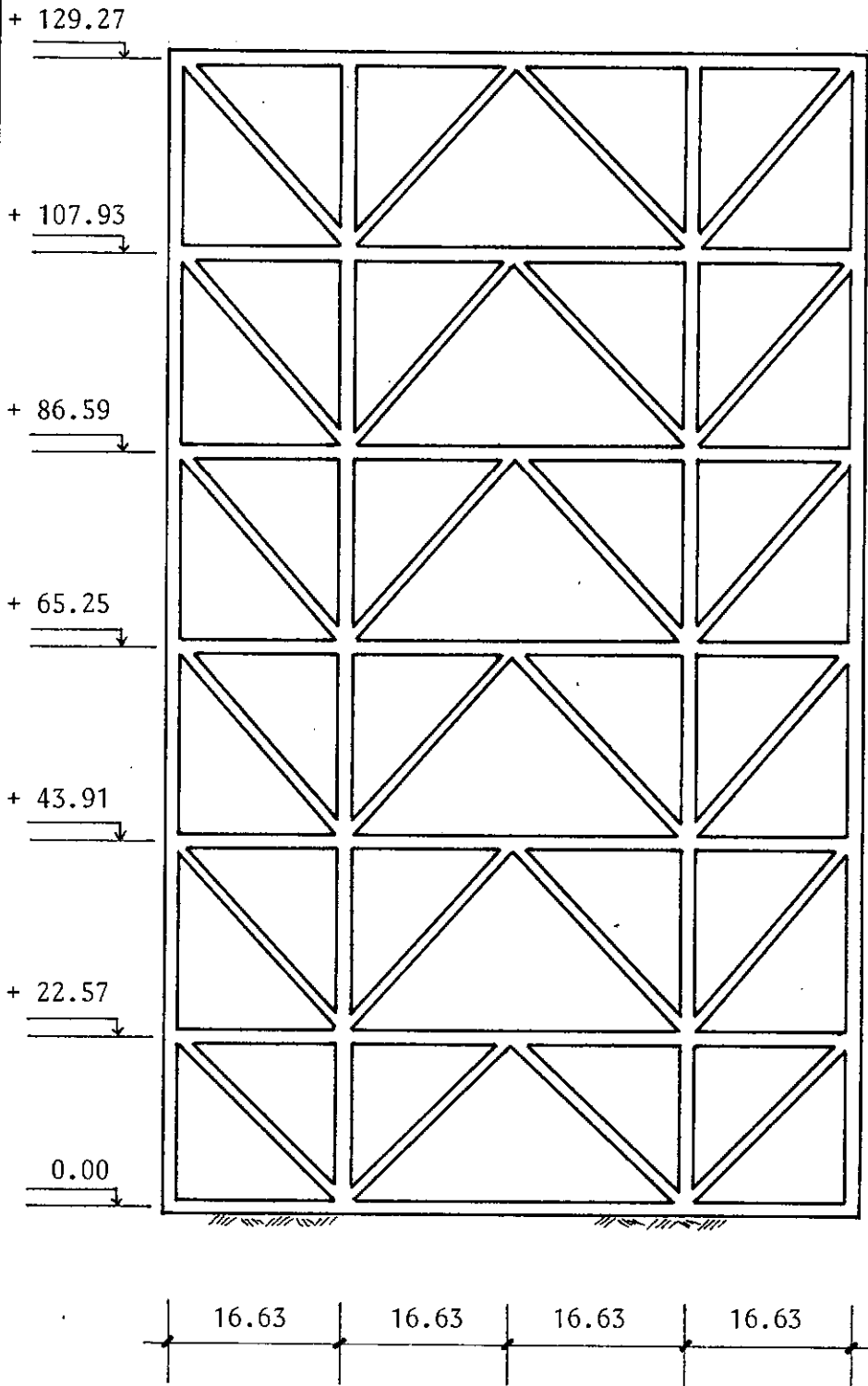


Fig. 6.8  
Fases C e D (Estrutura B)

A onda de projeto utilizada foi a seguinte:

- lâmina d'água = 120 mts
- altura da onda = 18 mts
- período da onda = 14 seg
- comprimento da onda = 302 mts

As estacas foram modeladas tal como mostra a Fig.

6.9

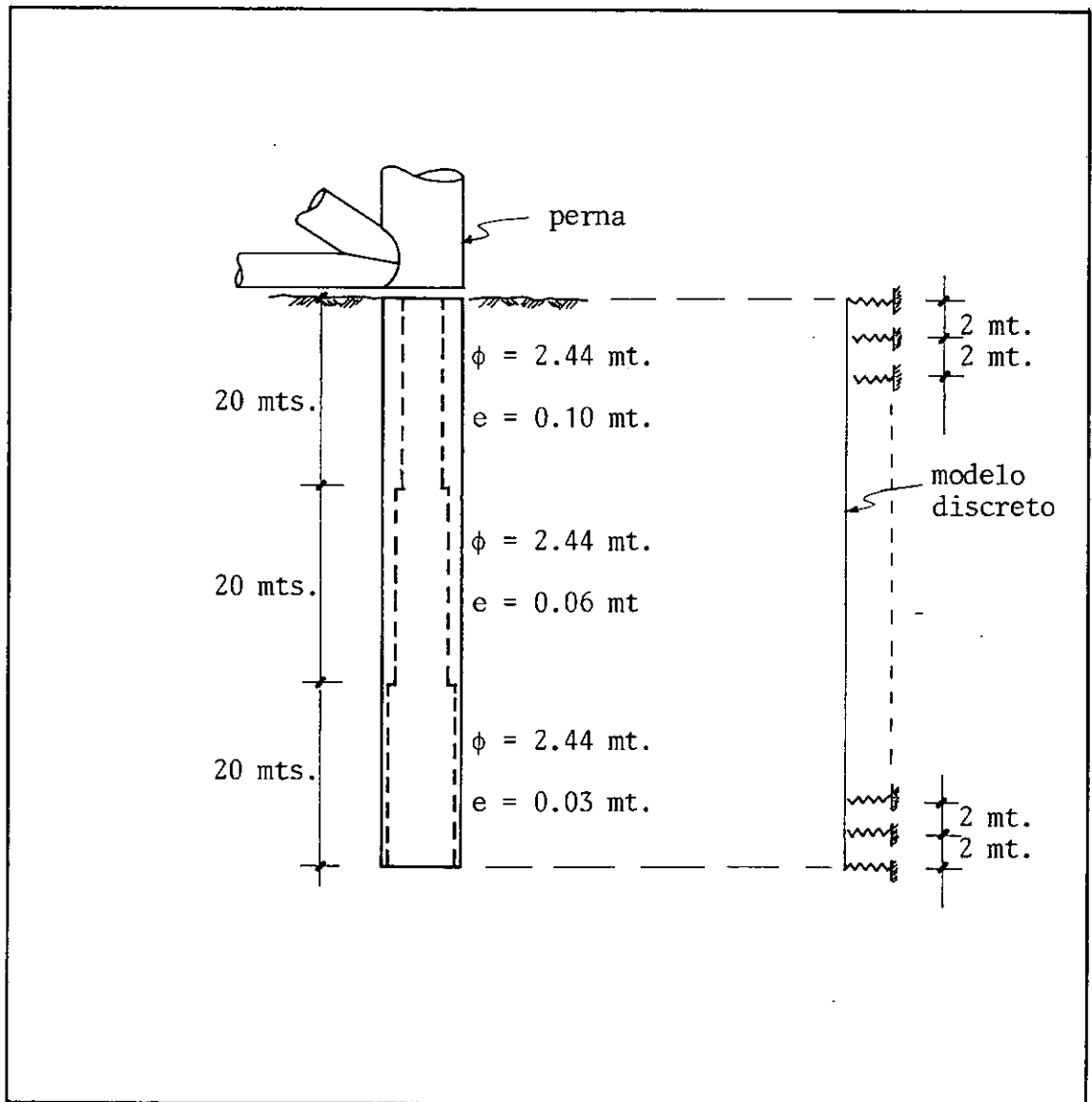


Fig. 6.9

Modelo para a Estaca da Estrutura B



Para o solo foi considerada uma camada de areia cujas propriedades são:

Peso específico =  $900 \text{ K/m}^3$   
 Ângulo de fricção interna =  $30^\circ$   
 Densidade ( $E_s$ ) =  $1661000 \text{ K/m}^3$   
 Profundidade = 60 mts

A tabela 6.5 mostra as discrepâncias entre os cortes e os momentos basais usando-se a Teoria de Airy:

METODO	CORTE (T)	%	MOMENTO (Tm)	%
1	778,98	0,00	85167,9	0,00
3	643,41	-17,4	62236,9	-26,9
5	1100,48	41,2	120335,7	41,3

Fig. 6.5

## Cortes e Momentos na Estrutura B

As respostas das estacas estão esquematizadas nas Figs. 6.10, 6.11 e 6.12.

Outra vez aqui, observa-se a forte influência que exercem as discrepâncias ao se calcular as forças sobre o comportamento das estacas. No caso dos momentos fletores, Fig. 6.10, essas diferenças atingiram aproximadamente 42% na zona crítica ... (-5 mts) como ilustra a Tabela 6.6

0 mts			0 mts		- 5 mts	
MÉTODO	DESLOCAMENTOS mts.	%	k. FORÇA	%	km. MOMENTO	%
1	0,010514	0,00	-243891	0,00	-358743	0,00
3	0,0094709	-9,92	-225574	-7,54	-315179	-12,14
5	0,014261	35,63	-299953	22,94	-467343	30,27

Tabela 6.6

Discrepâncias na Resposta das Estacas  
 (Estrutura B)

Deslocamentos laterais

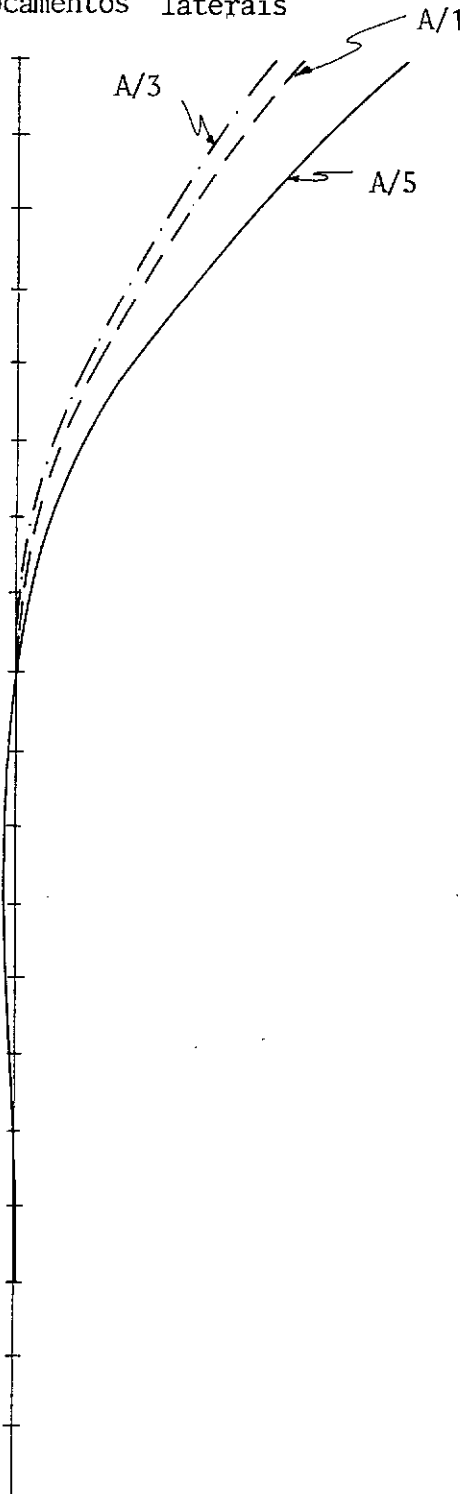


Fig. 6.10

Deslocamentos na Estaca (Estrutura B)

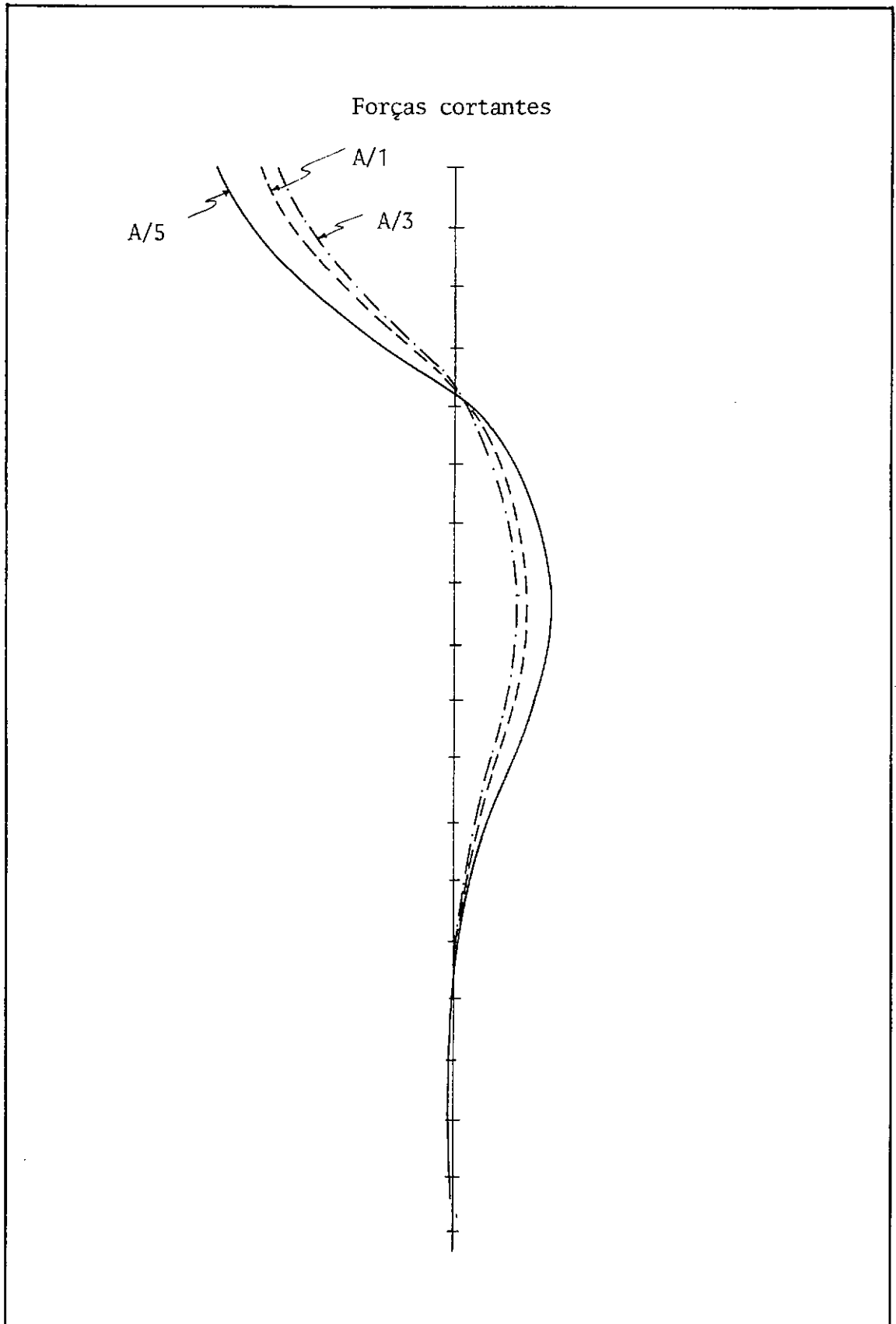


Fig. 6.11

Forças Cortantes na Estaca (Estrutura B)

Momentos de flexão

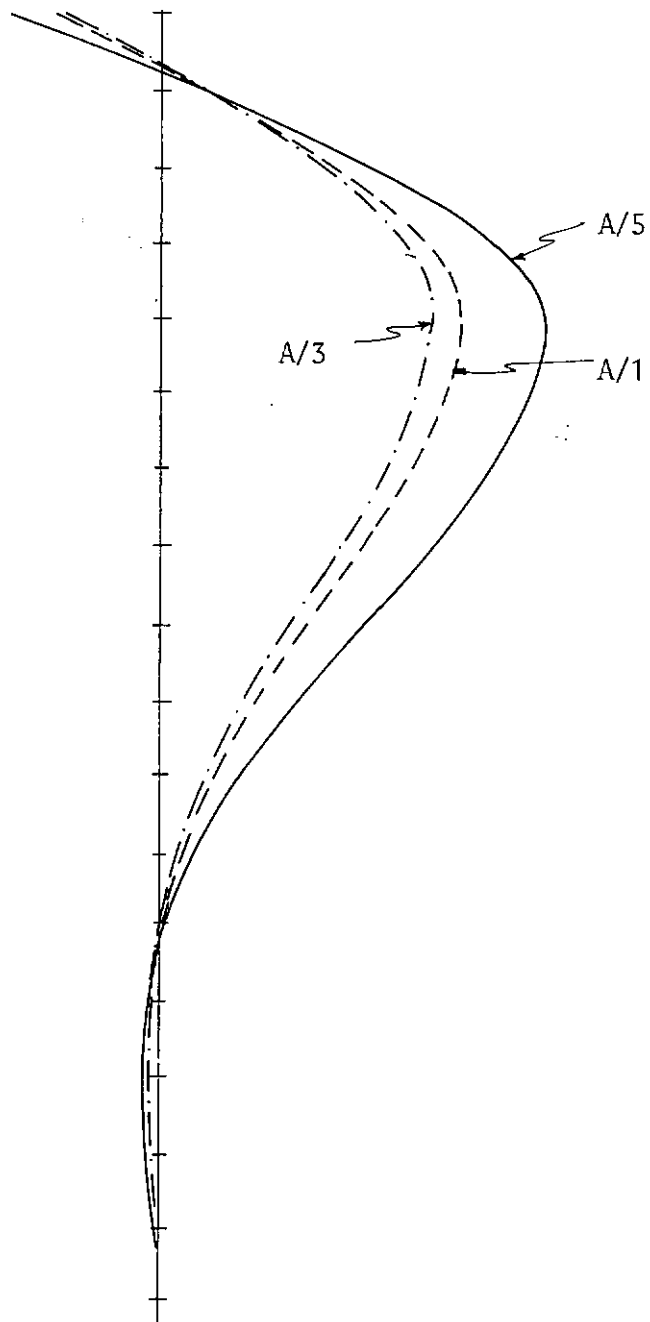


Fig. 6.12

Momentos Fletores na Estaca (Estrutura B)

A resposta da estrutura B, caracterizada por uma de suas pernas, está representada na Figura 6.13 e na tabela 6.7, com as suas correspondentes diferenças:

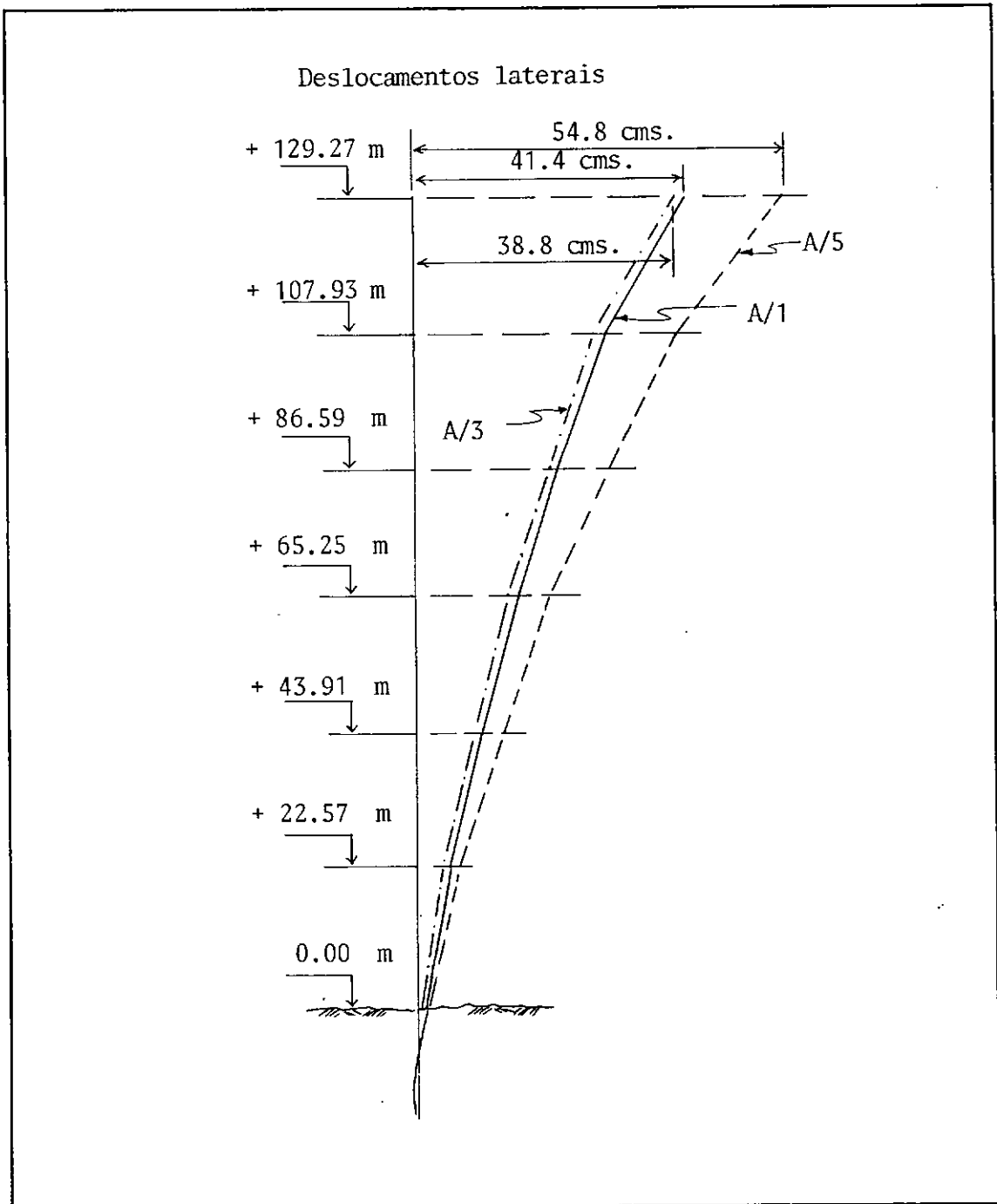


Fig. 6.13  
Deslocamentos na Perna da Estrutura B

NÍVEL MÉTODO	129,27	%	86,59	%	43,91	%
1	41,40	0,00	21,49	0,00	9,68	0,00
3	38,75	-6,40	19,93	-7,26	8,95	-7,54
5	54,88	32,56	28,53	32,76	12,87	32,95

Tabela 6.7  
Deslocamentos (em cms.) e Erros Percentuais na  
Perna da Estrutura B

## APÊNDICE

## DESENVOLVIMENTOS COMPUTACIONAIS

Todas as análises obtidas foram levadas a cabo utilizando-se um procedimento computacional integrado, implementado em FORTRAN IV.

O programa desenvolvido trabalha de forma "modular", estando todas as etapas de análise, organizadas independentemente.

O sistema superestrutura-estacas-solo é considerado em uma forma consistente e sistematicamente tridimensional. O tratamento da superestrutura e das fundações é do tipo elástico-linear, enquanto que o comportamento do solo é considerado não linear.

O programa faz uso de duas das teorias de onda mais utilizadas atualmente, Airy e Stokes V, cinco métodos para cálculo de forças de ondas mais frequentes na prática profissional, permitindo estas características uma análise mais flexível. As fundações podem ser analisadas separadamente da estrutura e as estruturas também podem ser analisadas independentemente das fundações.

A estrutura é manipulada por meio de técnicas de condensação estática para reduzir ao mínimo o esforço computacional do processo não linear. As estacas e o solo são também condensados, visando o mesmo objetivo.

O fluido é analisado bidimensionalmente, considerando que não há propagação da onda na direção Y global (Fig. A.1)

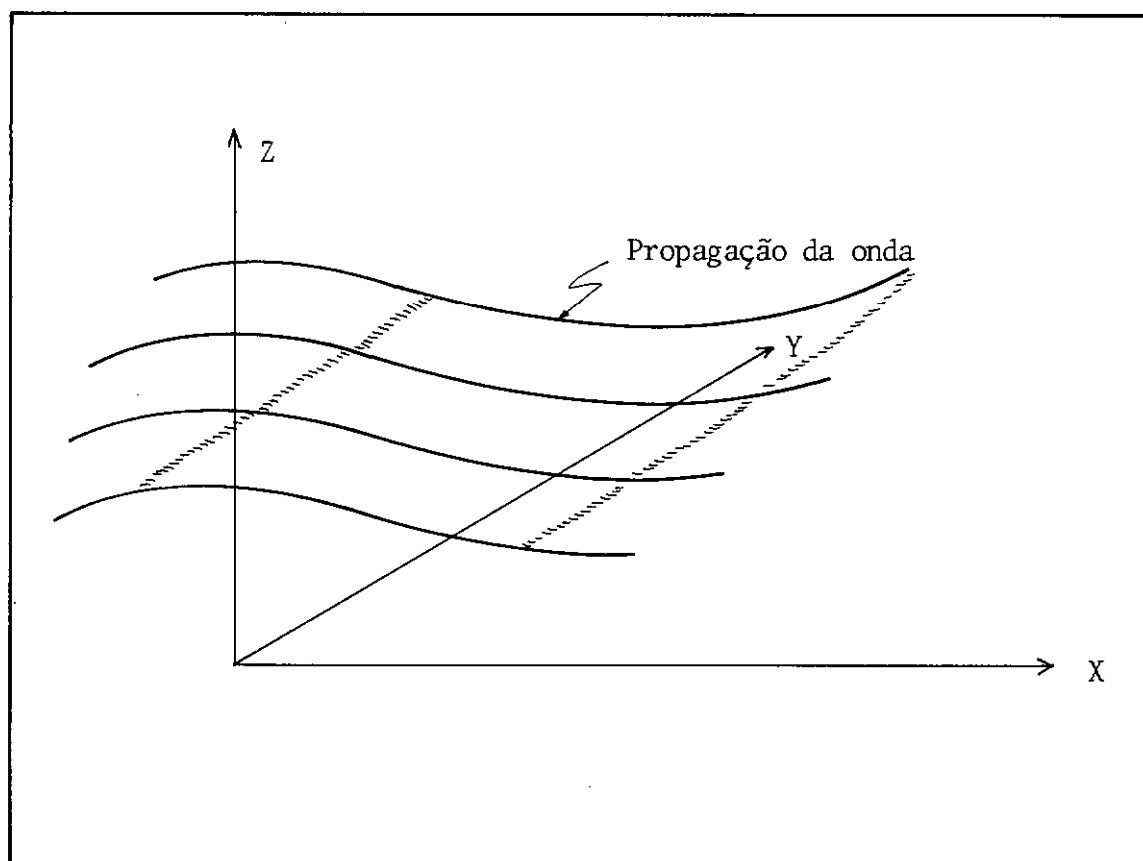


Fig. A.1  
Propagação Bidimensional da Onda

#### A.1) MÓDULO PRINCIPAL

O módulo principal do programa efetua a entrada de dados gerais da estrutura, tais como, geometria, conectividades, propriedades das barras, cargas operacionais, etc., constroi a matriz de rigidez da estrutura e, caso não haja fundações, efetua a análise estática, calculando deslocamentos, forças e reações. A Fig. A.2 ilustra a forma geral e o funcionamento do módulo principal. Posteriormente se faz uma breve descrição de cada uma das rotinas do módulo correspondente.



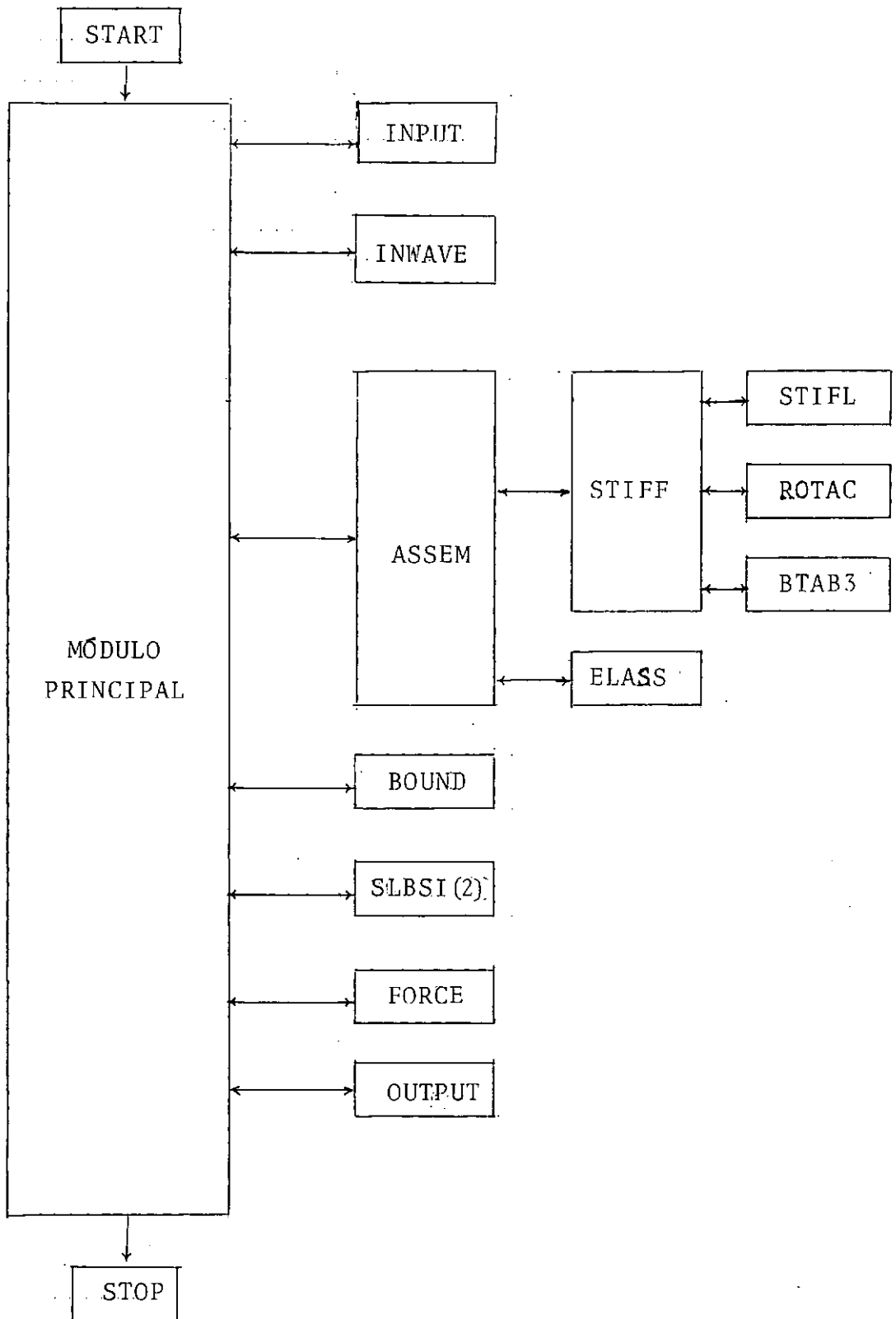


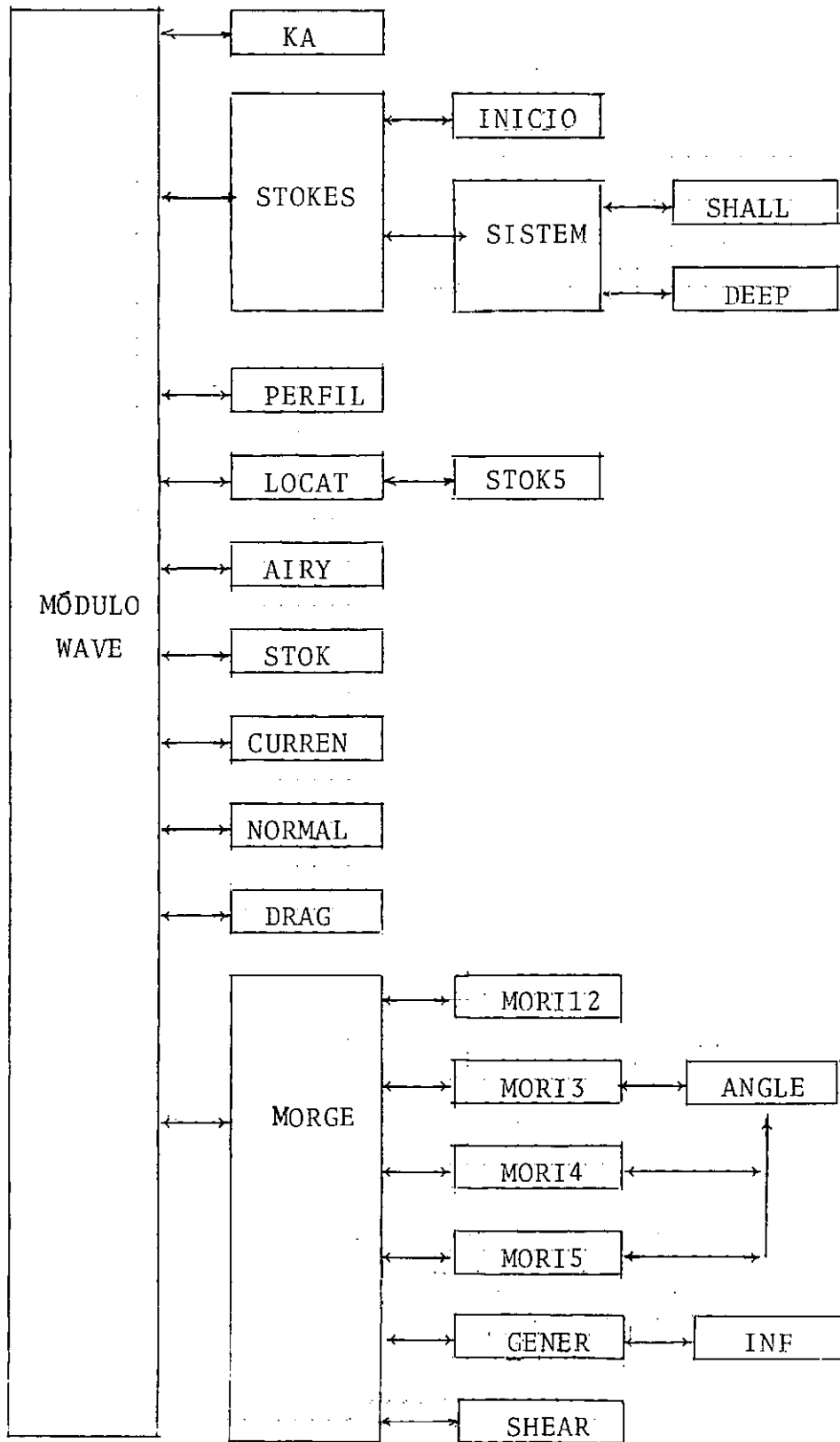
Fig. A.2

Módulo Principal

ROTINA	OPERAÇÕES
INPUT	Dados da geometria, conectividades, propriedades das barras, cargas operacionais. Impressão
INWAVE	Dados do mar, das fundações e do solo
ASSEM	Cálculo da semilargura de banda e construção da matriz de rigidez
ELASS	Reune a matriz de rigidez total em esquema de banda
STIFF	Calcula a matriz de rigidez do elemento
STIFL	Gera a matriz de rigidez local do elemento
ROTAC	Gera a matriz de rotação do elemento
BTAB3	Rota a matriz de rigidez local a coordenadas globais
BOUND	Introduz as condições de contorno
SLBSI(2)	Resolve o sistema de equações de banda e simétrico
FORCE	Calcula as forças nos membros
OUTPUT	Impressão dos resultados (Deslocamentos, forças etc.)

## A.2) MÓDULO WAVE

O módulo WAVE gera as cargas das ondas.



ROTINA	OPERAÇÕES
KA	Computa o número K de onda (teoria de Airy)
STOKES	Gera a onda de Stokes V
INICIO	Início das variáveis em Stokes V
SISTEM	Solução do sistema de equações não lineares em Stokes V
SHALL	Avalia as funções do sistema em águas pouco profundas
DEEP	Avalia as funções do sistema em águas profundas
PERFIL	Gera o perfil da onda de Stokes V
LOCAT	Computa o ponto de interseção entre a crista da onda e o membro
STOK5	Devolve a altura da crista em Stokes V
AIRY	Gera os campos de velocidades e acelerações pela teoria de Airy.
STOK	Gera os campos de velocidades e acelerações segundo a teoria de Stokes V

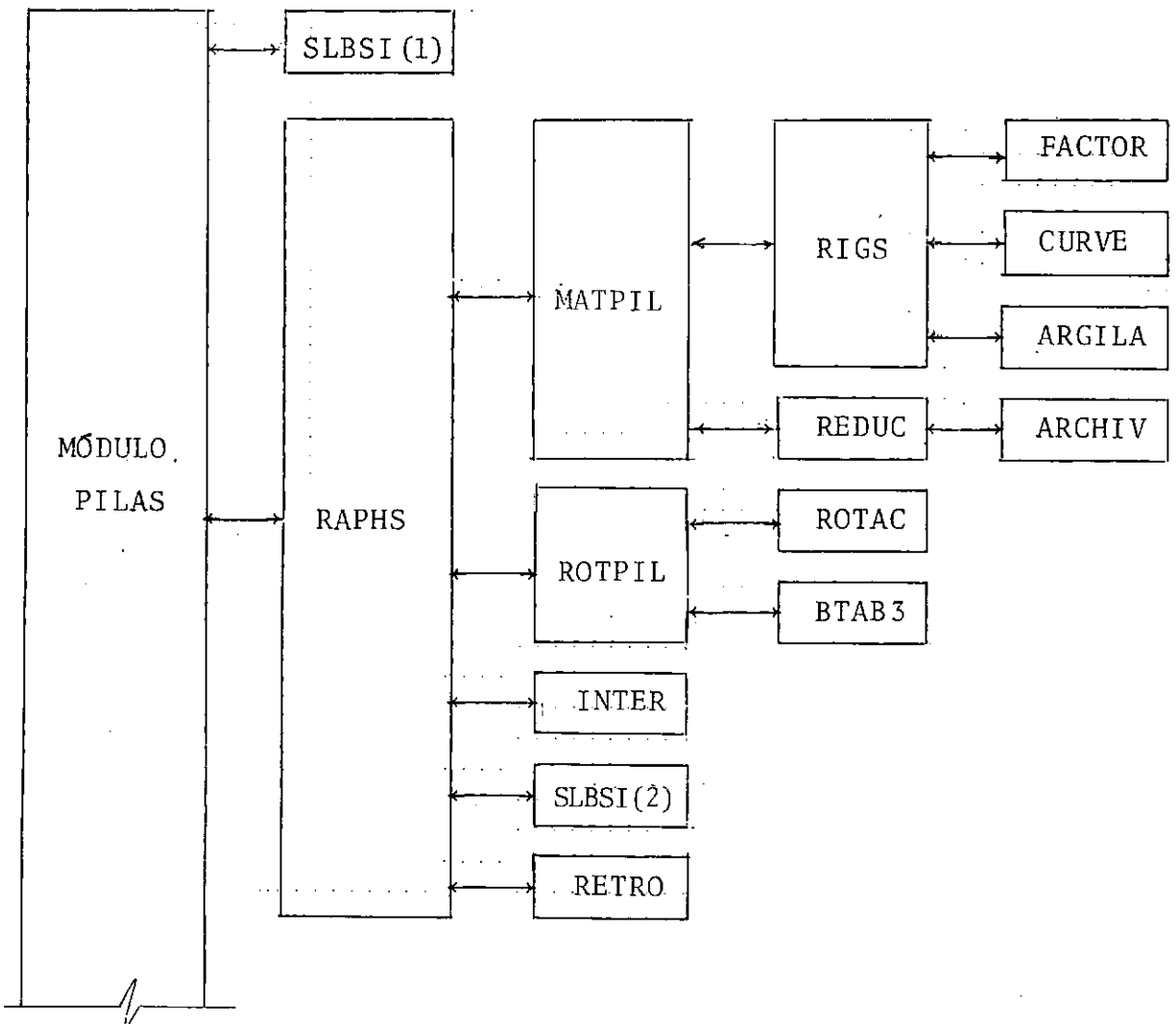
ROTINA	OPERAÇÕES
CURREN	Avalia e acrescenta as velocidades decorrentes de marés e ventos
NORMAL	Computa as velocidades e acelerações normais e tangenciais ao membro.
DRAG	Computa os coeficientes de inércia ( $C_m$ ) e de arraste ( $C_D$ ) no ponto solicitado.
MORGE	Decide o método de cálculo de forças a ser utilizado.
MORI12	Métodos 1 e 2.
MORI3	Método 3.
MORI4	Método 4.
MORI5	Método 5.
ANGLE	Calcula o ângulo entre o membro e o campo de velocidades e/ou acelerações.
GENER	Integra as intensidades de carga sobre o membro (numericamente).
INF	Avalia as funções de forma para corpos elásticos nos pontos de integração GAUSS-LEGENDRE

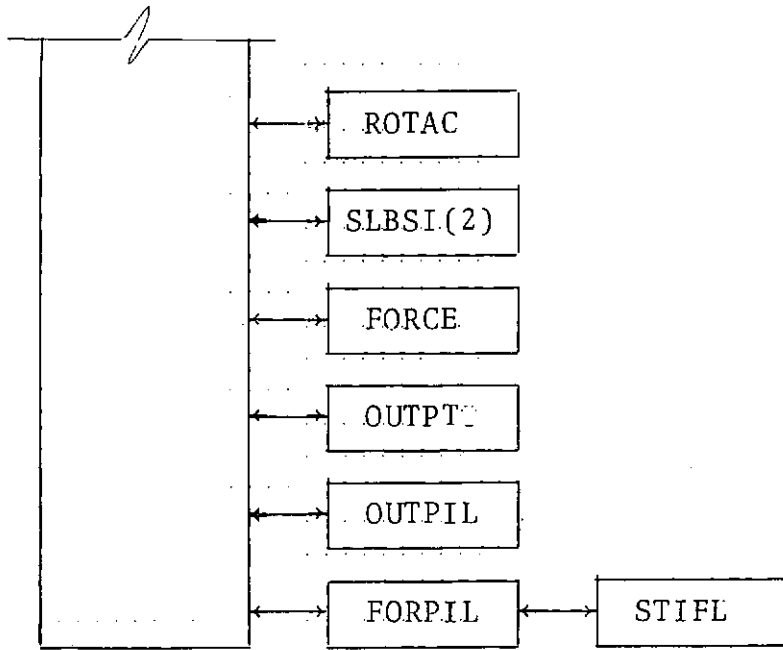
ROTINA	OPERAÇÕES
SHEAR	Computa o corte e o momento totais na base da estrutura.

O módulo WAVE permite definir qualquer direção do plano de ataque da onda, assim como também, permite avançar a onda no tempo até "varrer" o período da onda.

### A.3) MÓDULO PILAS

O módulo PILAS analisa a interação estrutura-estacas-solo, com as cargas provenientes de WAVE.





ROTINA	OPERAÇÕES
SLBSI(1)	Condensação estática da superestrutura até a interfase
RAPHS	Análise não linear da interação solo-estacas
MATPIL	Condensação das estacas e do solo até a interfase
RIGS	Calcula as rigidezes e forças introduzidas pelo solo
FACTOR	Fatores adimensionais A e B para os solos de AREIA
CURVE	Computa as curvas de areia
ARGILA	Computa as curvas de argilas
REDUC	Reduz o sistema de equações solo-estacas

ROTINA	OPERAÇÕES
ARCHIV	Arquivo em disco utilizado para armazenar temporamente os coeficientes reduzidos da matriz de rigidez do sistema estaca-solo.
ROTPIL	Rota a matriz de rigidez e o vetor de cargas da estaca para coordenadas globais.
INTER	Acopla a superestrutura com as fundações e o solo.
SLBSI(2)	Computa os novos deslocamentos na interfase.
RETRO	Processo de descondensação das estacas e cálculo dos deslocamentos em todos os nós das estacas.
SLBSI(3)	Processo de descondensação na superestrutura e cálculo de todos os seus deslocamentos.
OUTPIL	Impressão dos deslocamentos nas estacas.
FORPIL	Computa e imprime as forças desenvolvidas nas estacas.



## CONCLUSÕES

Observou-se, através dos resultados obtidos neste trabalho, que o problema de análise de uma estrutura offshore não é um problema que apresente um meio definido e seguro de solução. Pelo contrário, foram encontrados aspectos críticos que influem consideravelmente na análise e posterior projeto de uma estrutura offshore.

A utilização de teorias lineares, às vezes devido às imposições da análise, obriga a uma seleção cuidadosa da teoria de onda apropriada, já que isso origina uma primeira fonte de imprecisões na análise, como ilustra a tabela 6.2

O método de força a ser empregado é uma segunda e principal fonte de divergências na análise. Em todos os casos o método 5 foi considerado como demasiado conservador, fornecendo resultados excessivamente afastados da média dos outros métodos. Os métodos 1 e 2, usualmente os preferidos na prática profissional, forneceram resultados intermediários, não havendo diferenças relevantes entre eles. No entanto, quando os componentes estruturais possuem diâmetros relativamente grandes, os efeitos inerciais começam a tornar-se importantes e criam diferenças consideráveis entre os métodos 1 e 2.

Entretanto, considerações teóricas para o caso de barras do tipo utilizado em estruturas offshore indicam que não deverá existir um termo de força derivado da aceleração tangencial; assim, o método 1 deverá ser preferido entre o 1 e o 2.

O método 3 ofereceu resultados mais baixos e menos conservadores do que os outros, basicamente devido ao cosseno e módulo da velocidade que aparecem na sua formulação, parecendo recomendável evitar-se a sua utilização. (Ver Tabelas 6.1 e 6.5)

No que diz respeito à interação solo-estrutura, também foram encontradas diferenças produzidas pelo uso dos diferen

tes métodos de forças. Deve-se destacar o fato de que estas diferenças se engrandecem em lugares críticos para o caso de problemas como a interação solo-estrutura, devido às suas características não lineares.

Por outro lado, no aspecto computacional foram obtidos resultados altamente satisfatórios. Os resultados indicam que a superestrutura pode ser condensada até o fundo do mar, devido ao seu comportamento linear, e posteriormente acoplada à interação estacas-solo, para resolver o processo não linear.

O método de Newton-Raphson para solução de sistemas de equações não lineares foi o que forneceu convergência mais rápida e estável, geralmente de 3 a 5 ciclos iterativos, ocupando baixas percentagens de tempo do processo total de análise.

Conta-se com um programa de características flexíveis, que permite definir: duas teorias de onda, diferentes esquemas para o cálculo de forças, vários tipos de solos, características variáveis de estacas com a profundidade, análise acoplada ou em separado, etc. Por outro lado, podem ser analisadas estruturas de porte considerável, com quaisquer número de estacas, com tempos de processador razoavelmente econômicos (no casos da estrutura B, a análise total requereu aproximadamente 10.2 minutos de tempo de processador, sendo que a análise da interação estacas-solo efetuou três ciclos iterativos e necessitou 1.1 minutos para sua solução).

Finalmente, como um objetivo futuro a curto prazo, será acrescentada ao programa disponível a possibilidade de análise dinâmica, levando em conta a interação solo-estrutura.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. - STOKES, G.G.- "On the Theory of Oscillatory Waves", Mathematical and Physical papers, Vol.1, Cambridge University Press, 1880.
2. - DAILEY, J.E.- "Stokes V Wave Computations in Deep Waters" - Journal of the Waterway, Coastal and Ocean Division. November, 1978.
3. - DAILEY, J.E.- "Design of Fixed Offshore Platforms", (Notes), University of Texas, Austin. Spring, 1977.
4. - SKJELBREIA, L. e HENDRICKSON, J.A., "Fifth Order Gravity Wave Theory" - Seventh Conference in Coastal Engineering, 1961.
5. - DEAN, R.G. -"Stream Function Representation of Non Linear Ocean Waves", Journal of Geophysical Research, Vol. 70, Nº 18. September, 1965.
6. - DET NORSKE VERITAS - 1977 - Rules for the Design Construction and Inspection of Offshore Structures, Appendix A.
7. - AIRY, G.B., "On Tides and Waves", Encyclopaedia Metropo-litana, 1845.
8. - STOKES, G.G., "On the Theory of Oscillatory Waves"-Trans. Cambridge Phil. Soc., Vol. 8, 1847.
9. - KORTWEG, D.J. e DE VRIES, G. - "On the Change of Form of Waves Advancing in a Rectangular Canal, and on a New Type of Long Stationary Waves", Philosophical Magazine, 5<sup>a</sup> Serie, 1895.
- 10.- CHAPPELEAR, J.E. - "Direct Numerical Calculation of Wave Properties", Journal of Geophysical Research, Vol.66, Nº 2. February, 1961.
- 11.- FERRANTE, A.J. - "Offshore Structures", Short Course Dictated at University of California at Irvine, (Notes). January, 1980.

- 12.- TRAUB, J.F. - "Iterative Methods for the Solution of Equations", Prentice Hall, New Jersey, 1964.
- 13.- LAFUENTE, M. e CERROLAZA, M - "Implementação Computacional de Ondas Não Lineares", Universidade Federal do Rio de Janeiro, Junho, 1980.
- 14.- SPHAIER, S. e MOTA, G. - "Determinação dos Campos de Velocidades e Acelerações devido a Ondas do Mar" - VI Congresso de Ingeniería Naval, Cdad. de México, Setembro, 1979.
- 15.- SPHAIER, S. - "Comportamento Hidrodinâmico de Estruturas Oceânicas", Curso dado na Universidade Federal do Rio de Janeiro, Março-Junho, 1980.
- 16.- FERRANTE, A.J., SPHAIER, S. e CERROLAZA, M. - "Imprecisões no Cálculo de Forças de Ondas em Estruturas Offshore", II Congresso Latino Americano de Técnicas Computacionais em Engenharia Civil, Anais, Dezembro, 1980.
- 17.- MORISON, J.R., O'BRIAN, M.P., JOHNSON, J.W. e SCHAAF, S.A., - "The Force Exerted by Surface Waves on Piles", Tech. Institute of Mining Engineering, Vol. 189, 1950.
- 18.- CHAKRABARTI, S.K., TAM, W.A. e WOLBERT, A.L. - "Wave Forces on a Randomly Oriented Tube", Offshore Technology Conference, Paper N° 2190, 1975.
- 19.- "Design Procedures for Fixed Offshore Platforms" Planning Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms, API-RP-2A, American Petroleum Institute, January, 1976.
- 20.- BORGMAN, L.E. - "Computation of the Ocean-Wave Forces on Inclined Cylinders", J. of Geophysical Research, Trans. Vol. 39, October, 1958.
- 21.- MORGAN, G.W. e PERET, J.W. - "Applied Mechanics of Marine Riser Systems", Petroleum Engineering, July, 1975.
- 22.- IPPEN, A.T. - "Estuary and Coastline Hydrodynamics", McGraw Hill Book Co., 1969.

- 23.- BURNSNALL, W.J. e LOFTIN, L.K. - "Experimental Investigation of the Pressure Distribution about a Yawed Cylinder in the Critical Reynolds Number Range", NACA, Technical Note 2403, 1951.
- 24.- WADE, B.G., e DWYER, M. - "On the Application of Morison's Equation to Fixed Offshore Platforms", Offshore Technology Conference, Paper N° 2733, 1975.
- 25.- CERROLAZA, M. e FERRANTE, A.J. - "Cálculo de Fuerzas debidas a Oleaje sobre Elementos de Estructuras Costa-Afuera", Primer Coloquio Brasil-Venezuela de Ingeniería Civil, Anais, Junho, 1980.
- 26.- LIOU, D. e PENZIEN, J. - "Seismic Analysis of an Offshore Structure Supported on Pile Foundations", Report UCB/EERC-77/25, Univ. of California at Berkeley, November, 1979.
- 27.- REESE, L.C., COX, W. e KOOP, F., - "Analysis of Laterally Loaded Piles in Sand", Offshore Technology Conference, Paper N° 2080, 1974.
- 28.- TERZAGHI, K.- "Evaluation of Coefficients of Subgrade Reaction", Geotechnic, Vol. S.5, December, 1955.
- 29.- MATLOCK, H., - "Correlations for Design of Laterally Loaded Piles in Soft Clay", Offshore Technology Conference, Proceedings, 1970.
- 30.- FERRANTE, A.J., "Soil-Structure Interaction", Notes, University of California at Irvine, Janeiro, 1980.
- 31.- AGASKAR, V. e METCALF, M.F. - "Interaction Between Structure and Pile Foundation of Offshore Platforms", Offshore Technology Conference, paper 1484, 1971.
- 32.- MATLOCK, H. e REESE, L.C. - "Generalized Solutions for Laterally Loaded Piles", J. of the Soil Mechanics and Foundation Division, SCE, Vol. 89, Maio, 1963.

- 33.- PRZEMIENIEKI, J.S. - "Theory of Matrix Structural Analysis", McGraw Hill Book C.O., N.Y., 1968.
- 34.- FERRANTE, A.J., EBECKEN, N.F., PRATES DE LIMA, E.C. e VALENZUELA, E.C. - "Influence of the Soil Characteristics in the Behaviour of a Fixed Steel Platform", Offshore Structures Engineering, Carneiro, Ferrante, Brebbia (Editores), Pentech Press, London, 1979.
- 35.- EDWARDS, W. e HARGREAVES, D.M. - "Five Years Underwater Inspection Program at a North Sea Steel Platform Jacket", Offshore Technology Conference, Paper 3385, 1979.
- 36.- BOWLES, J.E. - "Analytical and Computer Methods in Foundation Engineering", McGraw Hill Book Co., New York, 1974.
- 37.- HETENY, M. - "Beams on Elastic Foundation", University of Michigan Press, Ann Arbor, Michigan, 1946.
- 38.- BRYANT, L.M. e MATLOCK, H. - "Three Dimensional Analysis of Framed Structures with Non-Linear Pile Foundations", Offshore Technology Conference, Paper N° 2955, 1977.
- 39.- BERGER, M., MAHIN, S. e PYKE, R. - "Simplified Method for Evaluating Soil-Pile-Structure Interaction Effects". Offshore Technology Conference, Paper N° 2954, 1977.
- 40.- ROEHL, J.L. e GATTASS, M. - "Behaviour of Piles for Offshore Structures", Offshore Structures Engineering, Carneiro, Ferrante, Brebbia (Editores), Pentech Press, London, 1979.