

ANÁLISE DE EDIFÍCIOS PELO MÉTODO DAS
ESTRUTURAS EQUIVALENTES

João Carlos de Campos

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIA (M.Sc.).

Aprovada por:



Prof. Humberto Lima Soriano
Presidente



Prof.^a Helena M. C. Carmo Antunes



Prof. Paulo Alcântara Gomes



Prof. Ronaldo de Carvalho Batista

FICHA CATALOGRÁFICA

CAMPOS, JOÃO CARLOS DE

Análise de Edifícios pelo Método das Estruturas Equivalentes [Rio de Janeiro] 1982

X, 256p. 29,7 cm (COPPE-UFRJ, M. Sc., Engenharia Civil, 1982)

Tese - Univ. Fed. Rio de Janeiro. Coordenação dos Programas de Pós-Graduação de Engenharia.

1. Estruturas I. COPPE/UFRJ II. Título (série).

AOS MEUS PAIS
À MINHA ESPOSA
AOS MEUS FILHOS

AGRADECIMENTOS

Ao prof. Humberto Lima Soriano, pelas sugestões e dedicação como orientador desta tese.

Ao amigo e prof. Jairo Porto, pela ajuda e incentivo constantes, o que em muito contribuiu para a concretização deste trabalho.

À Fundação Paulista de Tecnologia e Educação, pelo apoio, que em nenhum momento me faltou.

Aos meus pais pelo espírito positivo com que sempre me incentivaram.

À minha esposa e filhos pela paciência, presença e abdição com que diariamente me apoiaram.

À tantas outras pessoas que, de uma forma ou de outra contribuíram para a realização de mais esta etapa.

R E S U M O

O método das estruturas equivalentes para análise de edifícios, descrito pelo "ACI Building Code Requirements" (ACI-318-77), é apropriado para análises de edifícios sujeitos somente a carregamentos verticais. Neste trabalho apresenta-se o conceito do ACI, também para carregamentos laterais, bem como um novo procedimento, desenvolvido por Vanderbilt, que permite utilizar a idéia do pórtico equivalente para analisar edifícios, tanto para carregamentos laterais, como verticais.

É apresentado um programa automático, dimensionado para calcular os esforços solicitantes nas lajes, vigas e pilares do edifício, e os deslocamentos de cada ponto nodal. Este programa caracteriza-se pelo tratamento em faixa e montagem em blocos da matriz de rigidez global da estrutura.

Analisando-se algumas estruturas, fizeram-se comparações entre os procedimentos aqui propostos, e os métodos tradicionais, tendo sido possível concluir que o programa desenvolvido conduz a resultados satisfatórios.

ABSTRACT

The equivalent frame method for analysing reinforced concrete buildings which is described in the "ACI Building Code Requirements" (ACI-318-77) is suitable for analysing only the gravity loading. This paper adds the analysis of lateral load to the ACI concept. It also presents a new procedure, developed from Vanderbilt's theory that permits the use of equivalent frame concept for the analysis of multistore buildings for both lateral and gravity loads.

A computer program is presented to compute the internal forces in slabs, beams and columns of building and the displacements in each nodal point. This program uses the properties of the banded stiffness matrix. The technique used to assemble and store the stiffness matrix is a modified version of the partition method.

Comparisons between the procedure proposed and traditional methods are made for some particular structures. The results are very close for both methods for each type of structure.

ÍNDICE

	<u>Pág.</u>
INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO I - IDEALIZAÇÃO ESTRUTURAL	
I.1 - Modelo Bidimensional para a Estrutura de Edifícios.....	4
I.2 - Definição dos Elementos que compõem os Pórticos Equivalentes.....	6
I.2.1 - Associando-se em Série os Pilares do Pórtico Original às Molas à Torção....	6
I.2.2 - Associando-se em Série as Vigas do Pórtico Original às Molas à Torção....	9
I.3 - Apoios dos Pórticos Equivalentes.....	13
I.4 - Rigidez dos Elementos dos Pórticos Equivalentes.	13
I.4.1 - Rigidez das Vigas Equivalentes.....	15
I.4.2 - Rigidez dos Pilares Equivalentes.....	22
I.5 - Carregamento Externo.....	27
I.5.1 - Carregamento Vertical.....	27
I.5.2 - Carregamento Lateral.....	28
I.6 - Funcionamento da Estrutura.....	30
I.6.1 - Simulação Tridimensional.....	30
I.6.2 - Análise dos Esforços Solicitantes Obtidos e Distribuição dos Esforços aos Elementos da Estrutura Original...	32

CAPÍTULO II - NUMERAÇÃO DA ESTRUTURA E DE SEUS ELEMENTOS

II.1	- Sistema Global de Referência.....	39
II.2	- Numeração dos Pórticos Equivalentes.....	39
II.3	- Numeração dos Elementos e Nós dos Pórticos Equivalentes.....	40
II.3.1	- Numeração Seqüencial.....	40
II.3.2	- Numeração dos Elementos ao se Distribuírem os Esforços do Pórtico Equivalente para os Elementos Lajes, Vigas e Pilares da Estrutura Original.	43

CAPÍTULO III - PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS DOS PÓRTICOS
EQUIVALENTES

III.1	- Vigas Equivalentes.....	44
III.1.1	- Sistema Local de Referência.....	44
III.1.2	- Graus de Liberdade e Deslocamentos Nodais.....	45
III.1.3	- Matriz de Rigidez.....	46
III.1.4	- Sistema Global de Referência.....	63
III.2	- Pilares Equivalentes.....	64
III.2.1	- Sistema Local de Referência.....	64
III.2.2	- Graus de Liberdade e Deslocamentos Nodais.....	65
III.2.3	- Matriz de Rigidez.....	65

CAPÍTULO IV - PROPRIEDADES DOS CARREGAMENTOS - MONTAGEM
DOS VETORES CARREGAMENTOS

	<u>pág.</u>
IV.1 - Carregamento Vertical no Sistema Local de Referência.....	69
IV.1.1 - Carga Distribuída.....	69
IV.1.2 - Carga Concentrada.....	79
IV.2 - Carregamento Horizontal no Sistema Local de Referência.....	82
IV.2.1 - Carga Distribuída.....	82
IV.2.2 - Carga Concentrada.....	86
IV.3 - Esforços de Engastamento Perfeito nas Vigas Equivalentes com Trechos Rígidos.....	86
IV.4 - Esforços de Engastamento Perfeito do Elemento no Sistema Global de Referência.....	88
IV.4.1 - Elemento Viga Equivalente.....	88
IV.4.2 - Elemento Pilar Equivalente.....	89
IV.5 - Cargas Aplicadas Diretamente nos Nós.....	89
IV.6 - Cargas Equivalentes e Combinadas nos Nós.....	91
 CAPÍTULO V - ANÁLISE GLOBAL DA ESTRUTURA	
V.1 - Método de Análise.....	94
V.2 - Montagem da Matriz de Rigidez da Estrutura.....	95
V.3 - Tratamento da Matriz S em Faixa e Armazenada na Forma Retangular.....	98
V.4 - Tratamento da Matriz S por Partição em Blocos...	101
V.5 - Resolução do Sistema de Equações.....	102

	<u>pág.</u>
V.5.1 - Triangularização da Matriz \underline{S}	103
V.5.2 - Cálculo dos Deslocamentos.....	106
V.6 - Considerações dos Apoios no Sistema de Equações.	108
V.6.1 - Apoios da Base da Estrutura.....	108
V.7 - Esforços Solicitantes nas Extremidades dos Elementos.....	111
V.7.1 - Vigas Equivalentes.....	111
V.7.2 - Pilares Equivalentes.....	112
V.8 - Reações de Apoio.....	112

CAPÍTULO VI - PROGRAMAÇÃO AUTOMÁTICA

VI.1 - Considerações Iniciais Sobre a Programação.....	113
VI.2 - Fluxograma Simplificado para o Programa "EMEEQ".	116
VI.3 - Significado das Variáveis Utilizadas no Programa "EMEEQ".....	142
VI.4 - Limitações do Programa e Outras Informações.....	156

CAPÍTULO VII - EXEMPLOS E CONCLUSÕES

VII.1 - Estrutura de Três Pavimentos Submetida Unicamente a Carregamentos Verticais.....	158
VII.2 - Análise de uma Torre Retangular.....	180

	<u>pág.</u>
BIBLIOGRAFIA	190
ANEXOS	195

INTRODUÇÃO

As estruturas de edifícios de concreto armado (em maior escala no Brasil), geralmente são formadas por elementos que trabalham em conjunto, devido ao seu monolitismo.

Os sistemas mais usuais utilizados são constituídos por lajes, vigas e pilares. Às vezes, possuem somente lajes e pilares. Estes elementos (lajes, vigas e pilares) têm sido, de uma forma mais grosseira, analisados isoladamente.

Com a disponibilidade dos computadores digitais, procura o engenheiro uma idealização que se aproxima, tanto quanto possível, do comportamento real da estrutura. Na escolha do método a ser empregado na análise de estruturas, com a utilização do computador, é importante o conhecimento de alguns processos já elaborados.

Como o edifício é uma estrutura tridimensional, pode-se analisá-lo, fazendo-se diversas considerações simplificadoras:

1- como pórtico espacial, considerando-se a laje como elemento de rigidez infinita, em seu próprio plano, e rigidez nula à flexão (diafragma). Esta consideração é bastante razoável e pode aumentar de forma considerável a precisão da solução, em relação aos processos tradicionais, desde que se disponha de um programa adequado;

2- a mesma idealização anterior, considerando-se, porém, a rigidez à flexão da laje. Isto é feito, dividindo-se a laje em uma série de barras conectadas entre si, ou analisando-se o

piso, através de elementos finitos. Este método tem sua utilização, quando a deformabilidade da laje tem efeito preponderante na análise. A principal desvantagem desta idealização é o aumento do número de equações no problema;

3- como um conjunto de pórticos planos, considerando-se, ainda, a idealização das lajes como diafragma e desprezando-se a torção na estrutura;

4- como um conjunto de estruturas planas, onde os pisos em cada nível são considerados como grelhas apoiadas sobre pilares, e estes idealizados como apoios elásticos.

Neste trabalho objetiva-se estudar os modelos apresentados pelo regulamento ACI 318-77² e Vanderbilt³ para análise de estruturas de edifícios. Utiliza-se um programa de pórticos planos, onde se idealizam as lajes como vigas horizontais. Desta forma, simplifica-se a análise do pórtico tridimensional, descrito anteriormente nas considerações 1 e 2, substituindo-o por pórticos planos equivalentes, constituídos por pilares e vigas equivalentes. Esta idealização denomina-se "Método das Estruturas Equivalentes".

O método consiste das seguintes etapas:

a) idealização da estrutura tridimensional em pórticos planos equivalentes, constituídos por vigas e pilares equivalentes. Os pilares do pórtico correspondem aos pilares do pórtico original; as vigas equivalentes são compostas pelas vigas do pórtico original, acrescidas das contribuições das lajes adjacentes a cada viga, cujo conjunto passa a funcionar como viga horizontal. As vigas perpendiculares ao pórtico equivalente também compõem a idealização desse pórtico;

b) montagem da matriz de rigidez de cada elemento e, posteriormente, a montagem da matriz global do pórtico equivalente. Essa matriz global é montada em faixa, com o objetivo de melhorar o tempo de execução da análise;

c) análise estrutural do pórtico equivalente. Esta será feita, tanto para carregamentos laterais (vento), como para cargas verticais. Nesta análise, faz-se a compatibilidade dos deslocamentos horizontais de cada nível, através de barras de conexão entre os pórticos equivalentes de uma mesma direção. Isto se deve à indeformabilidade do diafragma no seu próprio plano. A seguir, obtém-se os esforços solicitantes nas extremidades ou em vários pontos dos elementos equivalentes;

d) distribuição dos esforços solicitantes. Após a obtenção dos esforços, através da análise estrutural, os mesmos são distribuídos entre os elementos que formam a estrutura original, considerando-se suas rigidezes relativas.

A automatização dos passos acima descritos, fez-se, neste trabalho, através do programa denominado EMEEQ (Edifícios pelo Método das Estruturas Equivalentes).

CAPÍTULO I

IDEALIZAÇÃO ESTRUTURAL

I.1 - MODELO BIDIMENSIONAL PARA A ESTRUTURA DE EDIFÍCIO.

Pelo método das estruturas equivalentes, a estrutura de edifício é idealizada em um conjunto de pórticos planos nas duas direções^{1,2,3,4}, conforme representado na figura I.1.

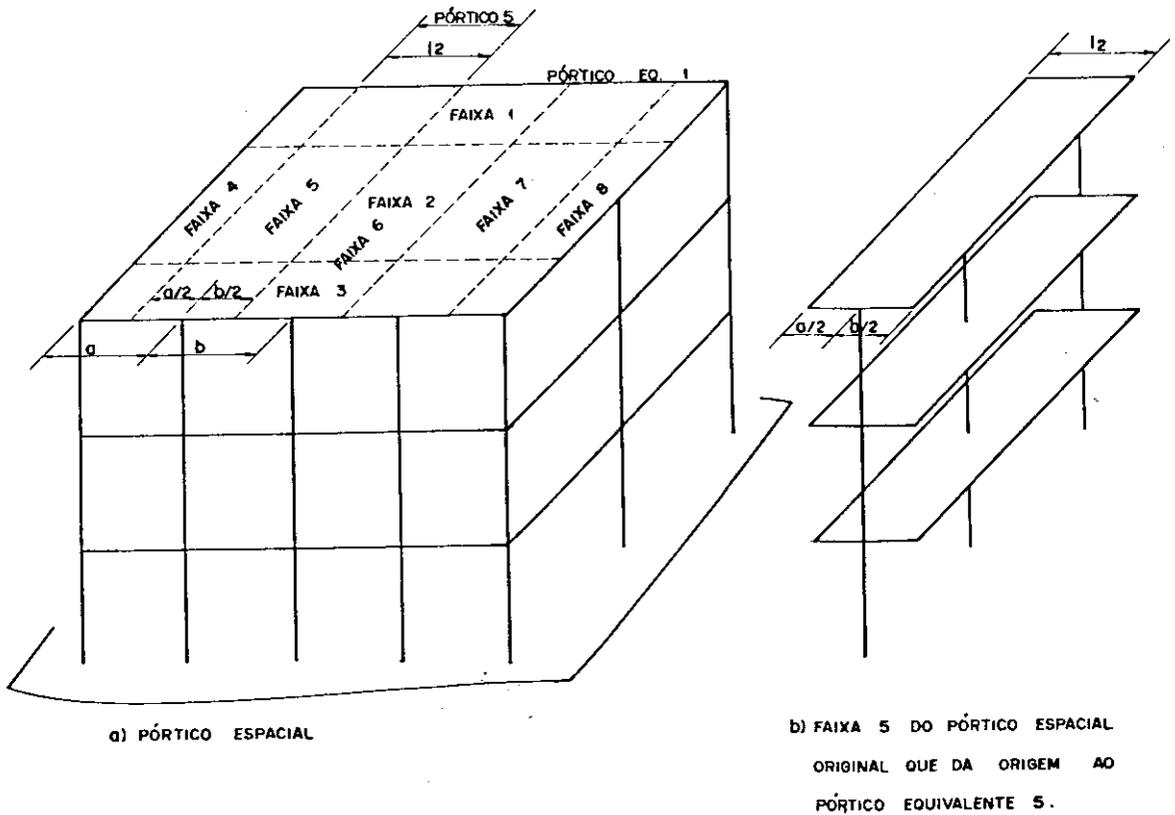


FIG. I.1 - IDEALIZAÇÃO DO CONJUNTO DE PÓRTICOS PLANOS, NAS DUAS DIREÇÕES.

Cada pórtico, denominado aqui "pórtico equivalente" é constituído pelos elementos estruturais contidos no próprio plano do pórtico em análise e contribuições de elementos transver-

sais a esse plano.

Para os elementos tipo viga, situados no próprio plano desse pórtico, considera-se a contribuição de uma faixa de laje a ser discutida posteriormente. Os elementos transversais fornecem apenas contribuições de rigidez, segundo o grau de liberdade à rotação, na direção normal ao pórtico plano. Esta rigidez pode ser entendida pela observação da figura I.3, onde a viga transversal ao plano do pórtico equivalente é suposta trabalhando apenas à torção e associada em série com os elementos à flexão deste pórtico (vigas ou pilares), como mostra a figura I.4. A contribuição da laje a cada lado da viga longitudinal do pórtico em análise é consideravelmente grande, o que acarreta um aumento irreal da rigidez do elemento horizontal do pórtico equivalente. Por esta razão se faz a associação em série, cujo efeito físico é o de reduzir a rigidez do elemento à flexão (viga ou pilar). Outra consideração possível para se reduzir esta rigidez, é a utilização de um fator α (com valores menores do que a unidade), que multiplique a largura l_2 da laje (figura I.2). Os resultados destas considerações serão avaliados no Capítulo VII.

Portanto, estes pórticos equivalentes são constituídos pelas "vigas equivalentes" e pelos "pilares equivalentes", conectados entre si, através de suas extremidades, nos pontos nodais. Eles não possuem rigidez transversal, mas serão consideradas as rijezas à torção das vigas transversais aos pórticos. Seus elementos se encontram definidos em uma faixa de largura igual à semi-distância entre os alinhamentos de pilares, tanto à direita como à esquerda do alinhamento do pórtico equivalen-

te que se define (ver figura I.1). Esta definição de largura de faixa se deve à imposição de que seja nulo o esforço cortante no meio do vão, na direção transversal aos pórticos planos do edifício. Para cargas verticais, a consideração de contribuição das lajes adjacentes de meio a meio de vão, é bastante próxima da realidade.

Toda esta idealização é apenas para analisar a deformabilidade da estrutura como um todo. Após o cálculo dos deslocamentos nodais, se procede à determinação dos esforços nos elementos pilar e viga do pórtico original. Isto é conseguido através das rijezas de cada elemento que compõe o pórtico equivalente^{1,2}.

I.2 - DEFINIÇÃO DOS ELEMENTOS QUE COMPÕEM OS PÓRTICOS EQUIVALENTES.

I.2.1 - ASSOCIANDO-SE EM SÉRIE OS PILARES DO PÓRTICO ORIGINAL ÀS MOLAS À TORÇÃO.

A - VIGAS EQUIVALENTES

Correspondem aos elementos horizontais dos pórticos equivalentes. São compostas pelas vigas contidas no plano do pórtico original, se existirem, e pelas contribuições das lajes, a cada lado desta viga, conforme esquematizado nas figuras I.1 b e I.2. Assim, suas seções se caracterizam em seção "T" ou seção "L", onde a largura da mesa é a própria largura da faixa com a qual se definiu o pórtico equivalente em análise.

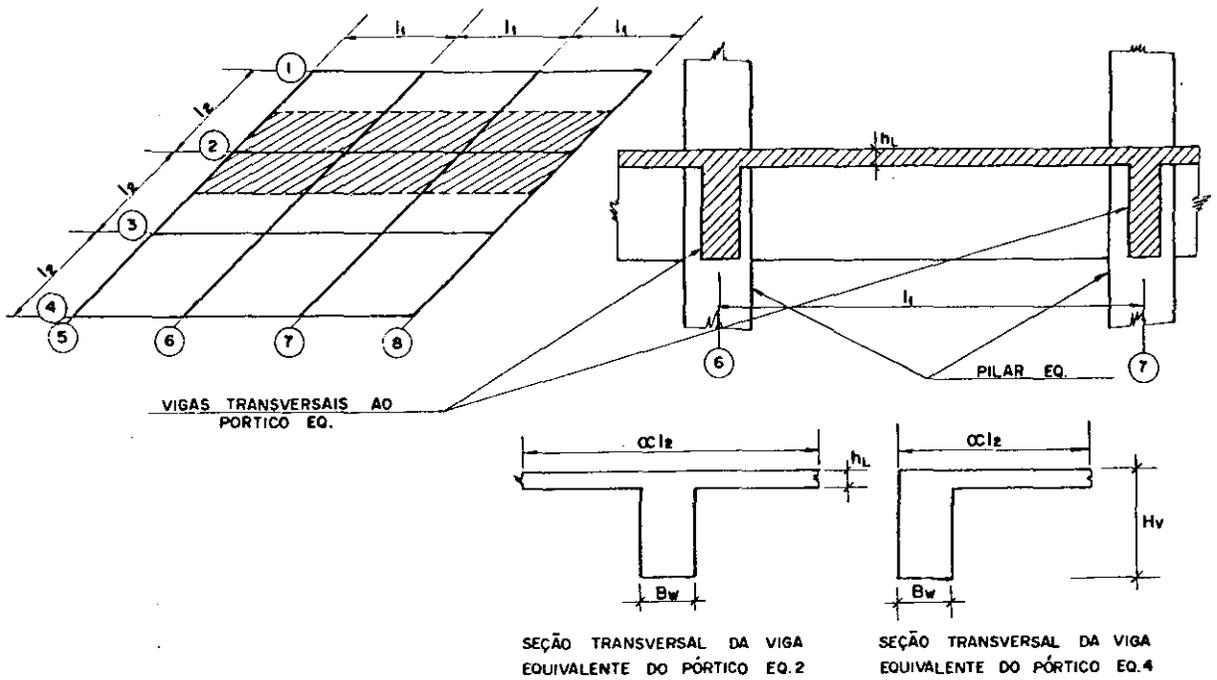


FIG. I.2 - LARGURA DE FAIXA, COM A QUAL SE DEFINIU O PÓRTICO EQUIVALENTE E AS SEÇÕES TRANSVERSAIS DAS VIGAS EQUIVALENTE.

Quando não existir viga, em um trecho da estrutura original, a viga equivalente se define, naquele trecho, somente pela laje, cuja largura continua sendo a mesma do pórtico equivalente.

Estes elementos vigas equivalentes são elementos retilíneos e de seção transversal constante, com uma das direções principais de inércia, vertical.

B - PILARES EQUIVALENTES

Correspondem aos elementos verticais dos pórticos equivalentes. São compostos pelos pilares da estrutura original (figura I.1 a), associados em série com uma ou duas molas à torção, as quais representam os elementos à torção, transversais ao pórtico em análise, conforme ilustra a figura I.3 abaixo.

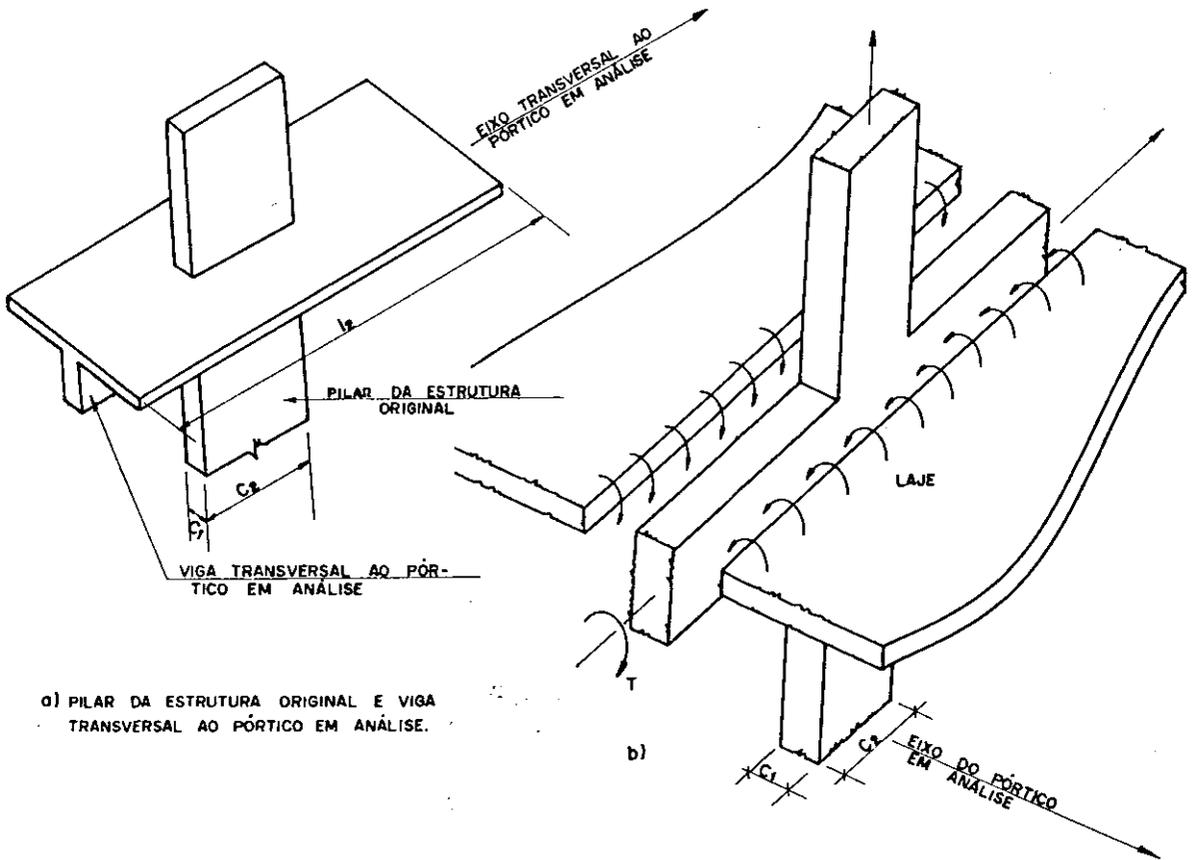


FIG. I.3 - PILAR EQUIVALENTE - ELEMENTOS QUE O COMPÕEM.

A concepção do elemento transversal à torção deve-se ao fato de que uma parte da laje transfere o momento fletor diretamente para o pilar, através da largura lateral C_2 . O restante desse momento fletor é transferido, inicialmente, da laje para a viga transversal e esta o transporta para o pilar, sob a forma de um momento torsor. Se não existirem vigas transversais, a faixa de largura de laje C_1 será tratada como o elemento lateral à torção. Nos pilares internos também existem os elementos transversais à torção, mas o momento transportado é somente aquele resultante do desequilíbrio dos momentos nas lajes (figura I.3 b).

I.2.2 - ASSOCIANDO-SE EM SÉRIE AS VIGAS DO PÓRTICO ORIGINAL ÀS MOLAS À TORÇÃO

A - VIGAS EQUIVALENTES

Correspondem aos elementos horizontais dos pórticos equivalentes. São compostas pelas vigas e contribuições de lajes da estrutura original (figura I.1 b), associadas em série com uma ou duas molas à torção, as quais representam os elementos à torção, transversais ao pórtico em análise, conforme ilustram as figuras I.3 e I.4. A concepção aqui apresentada utiliza-se o modelo desenvolvido por Vanderbilt³.

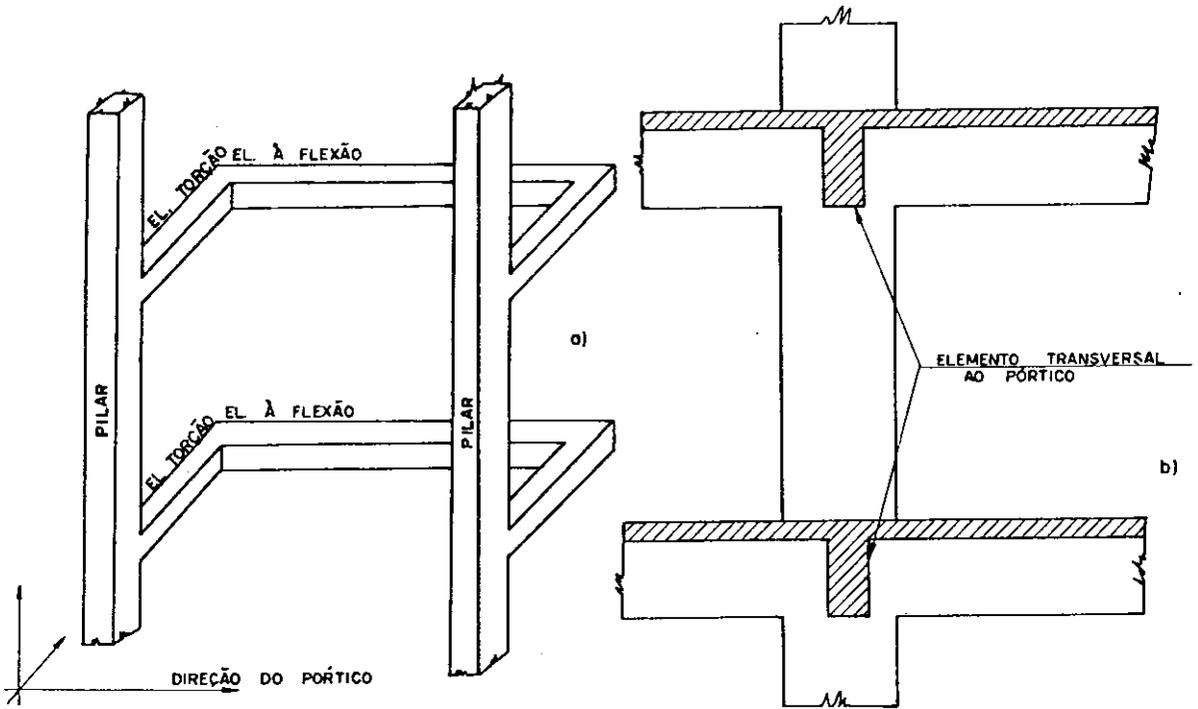


FIG. I.4 - ILUSTRA A POSIÇÃO DO ELEMENTO TRANSVERSAL AO PÓRTICO EM ANÁLISE.

Para o pórtico equivalente representado na figura I.4 a , a obtenção da viga equivalente se faz de acordo com o esquematizado na figura I.5.

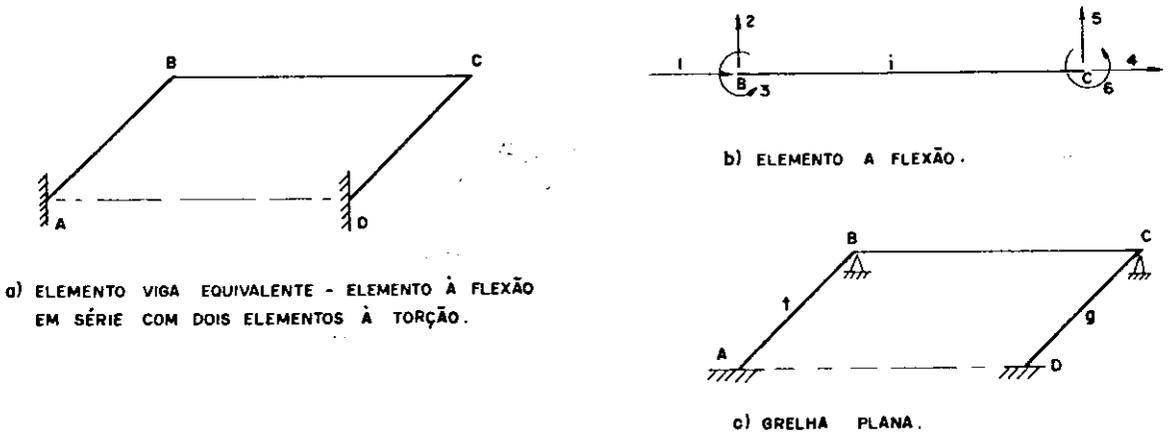


FIG. I.5 - ELEMENTO VIGA EQUIVALENTE, ISOLADO DO PÓRTICO EQUIVALENTE EM ANÁLISE.

Isola-se o elemento horizontal, onde o elemento à flexão (BC) é associado às duas molas à torção (AB e DC). A viga equivalente é constituída pelo elemento à flexão BC (figura I.3 b) e pelas molas à torção, compondo-se, assim, a grelha plana da figura I.5 c.

O mesmo conceito apresentado em I.2.1 b, para as molas à torção, também é válido aqui, quando as referidas molas se associam em série com os elementos horizontais à flexão.

B - PILARES EQUIVALENTES

Neste caso, os pilares equivalentes são os próprios pilares da estrutura original.

Quando houver pilares-parede na direção do pórtico equivalente em análise, os pilares equivalentes serão considerados verticais e idealizados pelos seus eixos. Neste caso, serão incluídas, ainda, as rijezas à torção, das vigas transversais aos pórticos equivalentes, quando se tiver optado pela associação em série do pilar da estrutura original às molas à torção. Contudo, deve-se observar que, nestes casos, as vigas equivalentes sofrem um acréscimo em seus vãos livres, acréscimos igual à semi-largura do pilar parede. Essa semi-largura é admitida como trecho de rigidez infinita (figura I.6).

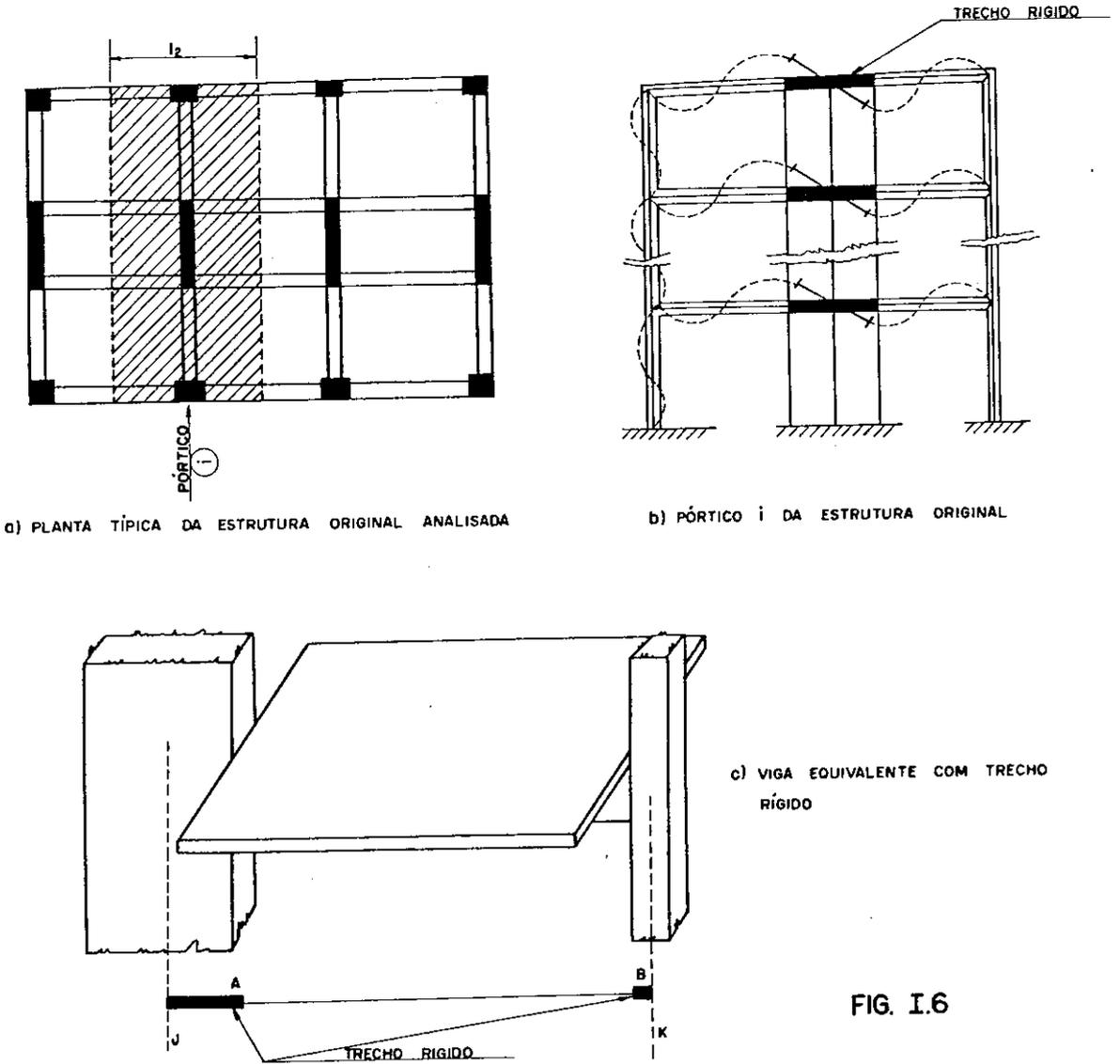


FIG. I.6

Fica a critério de cada projetista (usuário do programa EMEEQ), a possibilidade de se desprezar ou não o trecho rígido de um pilar de pouca rigidez à flexão, na direção do pórtico e quivalente (ponto B da figura I.6), bem como, desprezar a associação em série da viga ou do pilar da estrutura original, ao elemento transversal à torção.

I.3 - APOIOS DOS PÓRTICOS EQUIVALENTES

Serão considerados como apoios no solo todos os pilares equivalentes do lance mais inferior, do pórtico equivalente em análise. Estes apoios podem ser fixos (com ou sem deslocamentos prescritos nas direções dos deslocamentos nodais) ou elásticos lineares (figura I.7). Os apoios elásticos têm, portanto, condições de restringir parcialmente o deslocamento em cada direção nodal. O programa EMEEQ está apto a considerar tais apoios, a critério do usuário.

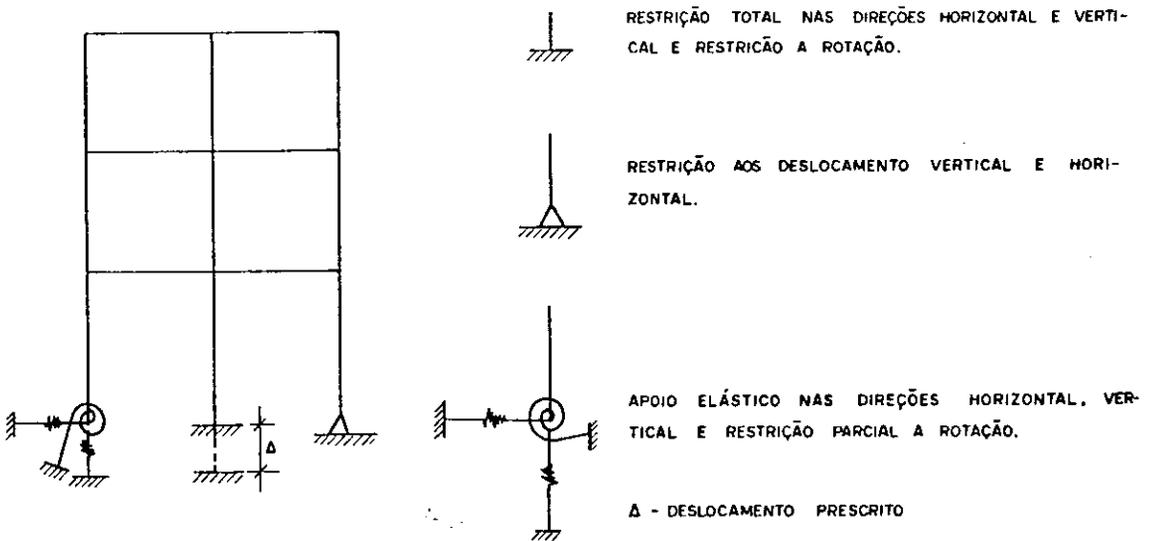


FIG. I.7 - APOIOS DOS PÓRTICOS EQUIVALENTES.

I.4 - RIGIDEZ DOS ELEMENTOS DOS PÓRTICOS EQUIVALENTES

Embora o desenvolvimento deste texto objetive trabalhar com peças de concreto armado, nada impede que se utilize o pro

grama EMEEQ para analisar estruturas de outros tipos de materiais

Em geral, nas estruturas de concreto armado, para se obter a rigidez à flexão ($K = \frac{IE_c}{l}$), calcula-se o momento de inércia "I", considerando-se apenas a seção de concreto, no estágio I, e sem armaduras. Entretanto, sabe-se que, para porcentagens de armadura superiores a 0,5%, já existe influência perceptível, onde a inércia "I" ultrapassa em 6% a inércia calculada no estágio I. Na realidade, a rigidez do concreto se modifica na passagem do estágio I para estágio II (início das aberturas de fissuras), tão logo as tensões de tração no concreto excedam sua resistência à tração. Os valores das rigidezes à flexão no estágio II diferem consideravelmente daqueles do estágio I, principalmente nas vigas esbeltas que, com certeza, atingem o estágio II; em contrapartida, os pilares nem sempre atingem o estágio II, permanecendo no estágio I. No anexo 1 é apresentada, de maneira bem simples, a determinação da rigidez à flexão no estágio II puro. No programa EMEEQ, essa modificação de rigidez na passagem do estágio I para o estágio II, pode ser feita, adotando-se um módulo de elasticidade (E_c) alterado.

Relativamente à rigidez à torção, nota-se (anexo 1) que a rigidez da peça fissurada, ou seja, a rigidez à torção no estágio II, depende da taxa de armadura e que, de início, deve ser estimada, pois, a cada variação da armadura, haverá uma modificação da rigidez. Uma consideração exata, levando-se em conta a taxa de armadura, tornaria o processo muito complicado e extenso; portanto, a adoção de valores médios para a rigidez

é considerada satisfatória. Segundo Lampert, a rigidez à torção no estágio II, para $E_s/E_c = 7,5$, vale, aproximadamente, $1/8$ da rigidez no estágio I; já o CEB (Comitê Europeu do Concreto) preconiza valores para a rigidez à torção no Estádio II, $(GC)_{II}$ entre $0,15$ a $0,20$ daquela no Estádio I $(GC)_I$. A NB 1/78 considera a rigidez à torção, após a fissuração, aproximadamente $1/6$ da rigidez à torção no estágio I. No programa "EMEEQ" existe um fator β , para se levar em conta a redução da rigidez à torção, calculada no estágio I.

I.4.1 - RIGIDEZ DAS VIGAS EQUIVALENTES

A - NÃO ASSOCIADAS EM SÉRIE ÀS MOLAS À TORÇÃO

As rigidezes EI/l , dos elementos horizontais, vigas equivalentes, do pórtico plano em análise, são calculadas, no estágio I, em função dos momentos de inércia das seções "T" ou "L", definidas em I.2. Com estas rigidezes se calcularão os coeficientes de rigidez à flexão, da matriz de rigidez do elemento viga equivalente (SM). Esta matriz será apresentada em III.1.

B - ASSOCIADAS EM SÉRIE ÀS MOLAS À TORÇÃO

Conforme definido em I.2.2 a, esta viga equivalente é constituída pela associação em série do elemento à flexão (figura I.5 b) com o elemento transversal ao pórtico equivalente em análise (figura I.5 c). Para se calcularem os coeficientes

de rigidez à flexão do elemento viga equivalente da figura I.5 a cujos elementos AB e CD trabalham somente à torção (nas outras direções o elemento é considerado indeslocável), será analisada a grelha plana da figura I.5 c. A obtenção dessa matriz se fará no Capítulo III.

Facilmente se consegue montar a matriz de rigidez do elemento à flexão BC (figura I.5 b), pelos coeficientes de rigidez à flexão, sendo estes, função da rigidez do elemento (EI/ℓ) e da rigidez axial (AE/ℓ). Já as molas à torção, representadas por t e g na figura I.5 c, associadas em série ao elemento à flexão, devem ser determinadas. Estas molas correspondem às rijezas à torção para o nó à esquerda e para o nó à direita, do elemento à torção.

Portanto, as rijezas (t , g) que se associarão ao elemento à flexão serão obtidas pela distribuição da rigidez S_T (rigidez à torção do elemento transversal ao pórtico em análise) aos elementos à flexão, proporcionalmente às suas rijezas à flexão (coeficientes de rigidez à flexão).

$$t = S_T \frac{SM_{jj}^i}{SM_{jj}^i + SM_{kk}^{i-1}} \quad ; \quad g = S_T \frac{SM_{kk}^i}{SM_{kk}^i + SM_{jj}^{i+1}} \quad (I.1)$$

onde:

SM_{jj}^i é o coeficiente de rigidez à flexão do nó j do elemento horizontal à flexão i ;

SM_{kk}^{i-1} é o coeficiente de rigidez à flexão do nó k , do elemento horizontal à flexão $i-1$, se existir;

SM_{kk}^i é o coeficiente de rigidez à flexão do nó k , do elemento horizontal à flexão i ;

SM_{jj}^{i+1} é o coeficiente de rigidez à flexão no nó j , do elemento horizontal à flexão $i+1$, se existir.

O processo de obtenção da rigidez à torção do elemento transversal ao pórtico equivalente está esquematizado na figura I.8. A figura I.8 a mostra parte do pórtico plano identificado na figura I.1 b. Uma parte da laje transfere o momento fletor diretamente para o pilar através da largura c_2 , conforme já visto em I.2.1 b (figura I.3 b); o restante é transferido primeiramente da laje para a viga transversal ao pórtico, a qual transporta esta contribuição, sob a forma de momento torsor, para o pilar.

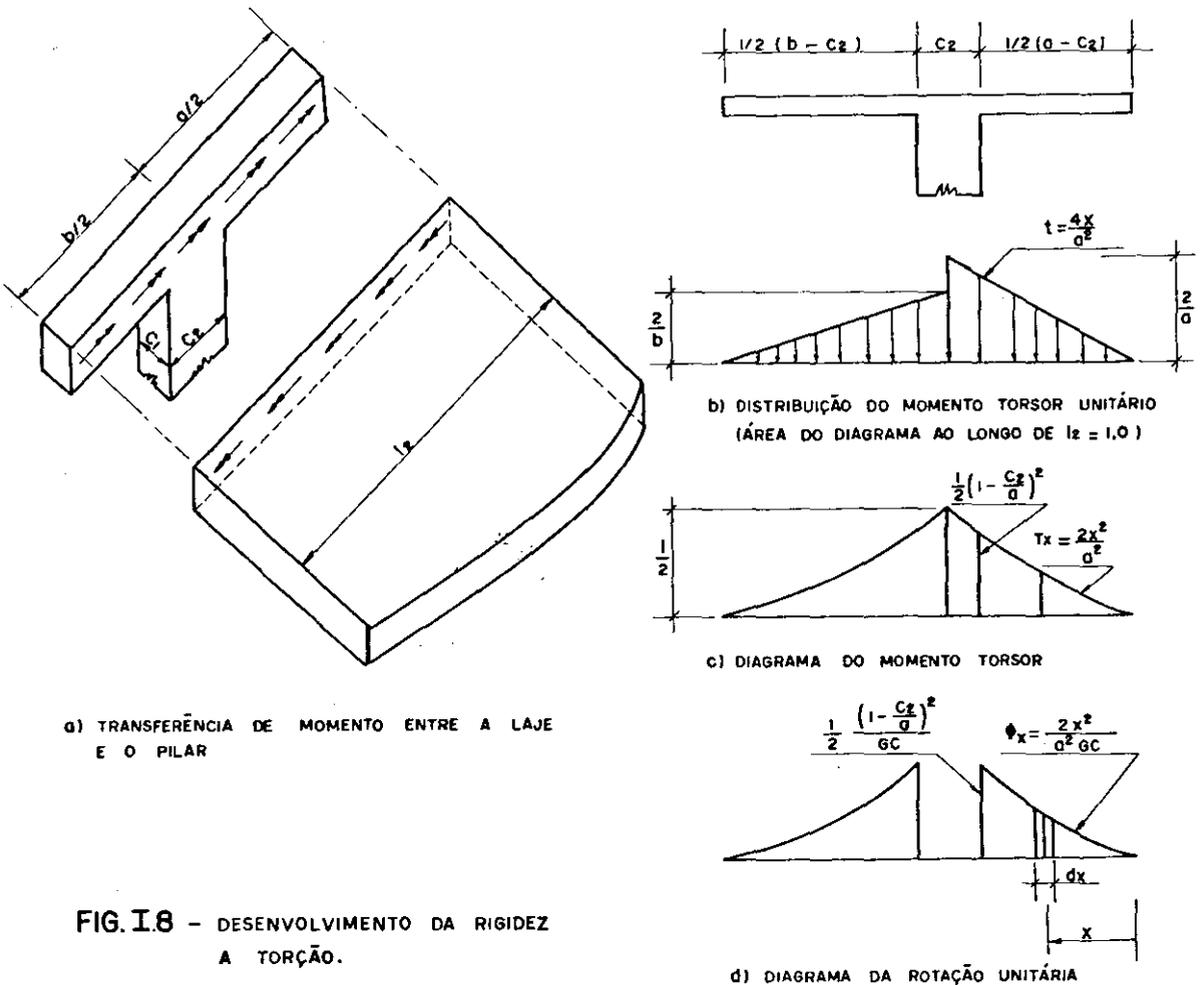


FIG. I.8 - DESENVOLVIMENTO DA RIGIDEZ A TORÇÃO.

A figura I.8 c apresenta o diagrama do momento torsor e a figura I.8 d mostra o diagrama correspondente a uma rotação unitária.

A rotação média (ϕ_m), devida à torção da viga transversal para um dos lados da coluna (exemplo: lado $a/2$), é tomada como um terço da correspondente área parabólica³ da figura 1.8 d, e a rigidez à torção desse elemento é obtido pela aplicação da metade do momento torsor, dividido pela rotação média.

Portanto, tem-se:

$$\phi_m = \frac{1}{3} \int_0^{\frac{a}{2}(1-\frac{c_2}{a})} \phi_x dx \quad ; \quad S_T = \frac{T}{\phi_m}$$

$$\phi_m = \frac{2}{3a^2GC} \int_0^{\frac{a}{2}(1-\frac{c_2}{a})} x^2 dx = \frac{2}{3a^2GC} \cdot \frac{x^3}{3} \Bigg|_0^{\frac{a}{2}(1-\frac{c_2}{a})} = \frac{2}{3a^2GC} \frac{a^3}{8 \cdot 3} \left(1 - \frac{c_2}{a}\right)^3 \quad (I.2)$$

Após a obtenção da rotação média, determina-se a rigidez $S_{T(a)}$

$$S_{T(a)} = \frac{T}{\phi_m} = \frac{0,5 \cdot 36GC}{a(1-c_2/a)^3} = \frac{18GC}{a(1-\frac{c_2}{a})^3} \quad (I.3)$$

A rigidez à torção, considerando-se o elemento total dos dois lados do pórtico equivalente, será:

$$S_T = \frac{18GC}{a(1-\frac{c_2}{a})^3} + \frac{18GC}{b(1-\frac{c_2}{b})^3} \quad (I.4)$$

onde:

$$G = \frac{E_C}{(1+\mu)2} = \text{Módulo de deformação transversal};$$

$\mu = \text{coeficiente de Poisson} = 0,2 \text{ (p/concreto)}.$

Desta forma, $G = 0,42 E_C$; substituindo-se em S_T , vem

$$S_T = 7,5E_C C \left(\frac{1}{a(1-\frac{c_2}{a})^3} + \frac{1}{b(1-\frac{c_2}{b})^3} \right) \quad (I.5)$$

C é denominado constante de torção ou momento de inércia à torção.

Para seções formadas de partes retangulares, Timoshenko¹⁶ fornece

$$C = \frac{1}{3} x_i^3 y_i \left(1 - \frac{192x_i}{\pi^5 y_i} \sum_{n=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{\pi^5} \tanh \frac{n\pi y_i}{2x_i} \right) \quad (I.6)$$

x_i é a menor dimensão de cada seção retangular formada;

y_i é a maior dimensão de cada seção retangular formada.

A série converge rapidamente para qualquer valor de x_i/y_i . No caso de seção retangular estreita (caso comum em vigas), pode-se tomar

$$\tanh \frac{n\pi y_i}{2x_i} \cong 1$$

Logo:

$$C = \frac{1}{3} y_i x_i^3 \left(1 - 0,63 \frac{x_i}{y_i} \right) \quad (\text{I.7})$$

No caso de seções "T" ou "L", o momento de inércia a torção C será calculado pela somatória das inércias das partes retangulares que se formam, ou seja:

$$C = \sum_{i=1}^2 \left(1 - 0,63 \frac{x_i}{y_i} \right) \frac{x_i^3 y_i}{3} \quad (\text{I.8})$$

A figura I.9 define a viga transversal à torção e a figura I.10 define as seções retangulares para determinação do momento de inércia à torção. Segundo a NB-1/78¹⁷, nas vigas "T" ou "L" solicitadas à torção, a largura da mesa a se considerar não deverá ultrapassar três vezes a sua espessura.

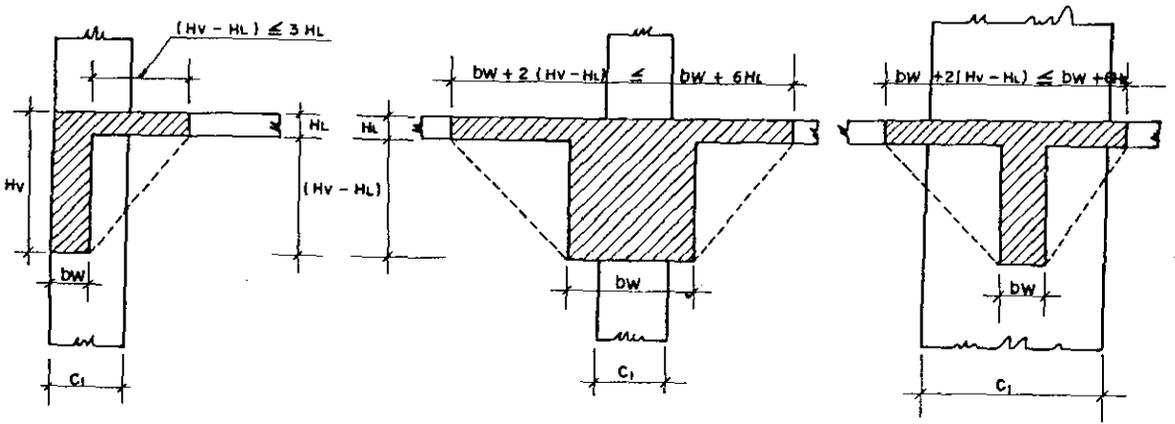


FIG. I.9 - SEÇÃO TRANSVERSAL DA VIGA Á TORÇÃO

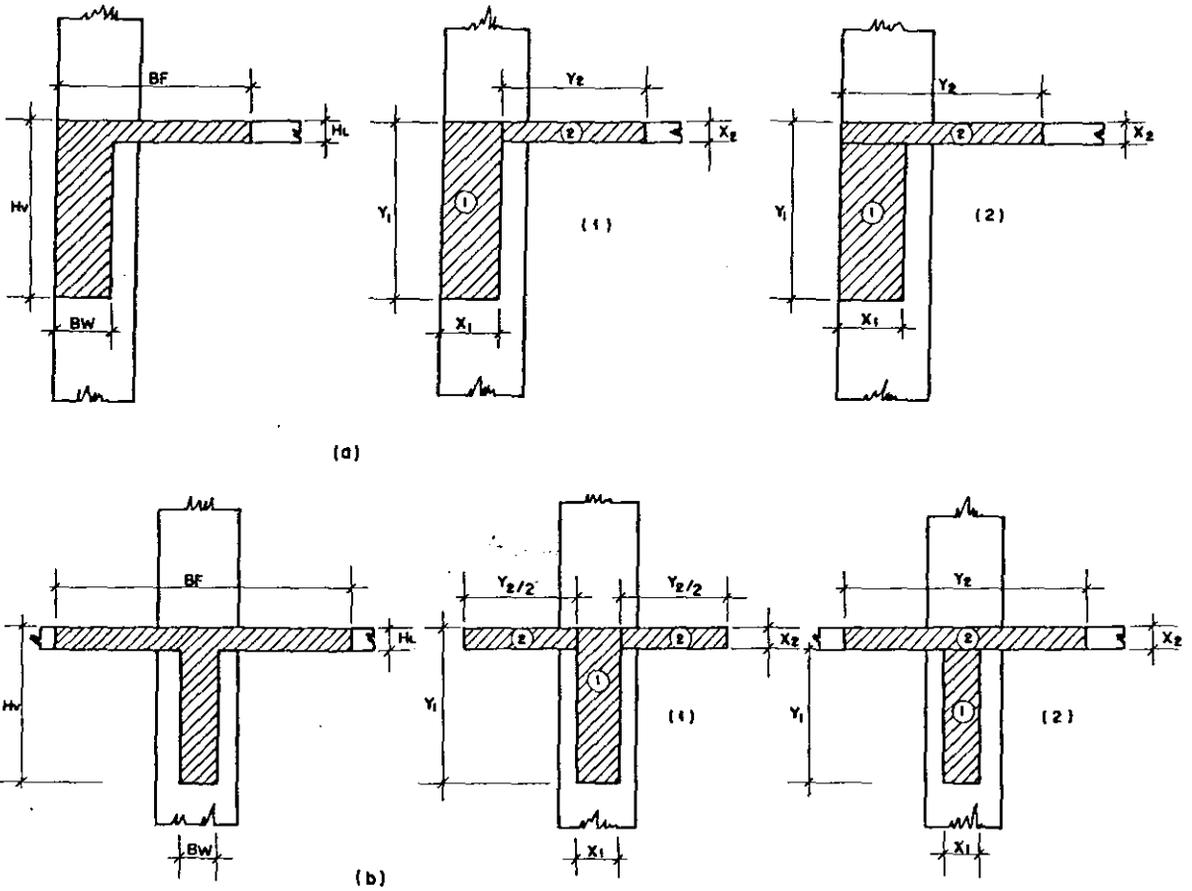


FIG. I.10 - SEÇÕES TRANSVERSAIS PARA DETERMINAÇÃO DO MOMENTO DE INÉRCIA Á TORÇÃO.

A figura I.10 mostra os retângulos que se formam com as seções "L" e "T", para o cálculo do momento de inércia à torção (C). O valor de "C" será o maior dos dois que se obtiverem com os esquemas das figuras I.10 a e I.10 b, segundo recomendação do ACI 318/77².

I.4.2 - RIGIDEZ DOS PILARES EQUIVALENTES

A - ASSOCIADOS EM SÉRIE ÀS MOLAS À TORÇÃO

Conforme definido em I.2.1 b, e indicado na figura I.3, estes pilares são compostos pelos pilares da estrutura original e pelas vigas transversais (molas à torção) ao pórtico em análise.

Também aqui se pode analisar a rigidez do pilar equivalente, resultante da associação em série das molas à torção com o pilar da estrutura original (elemento a flexão), da mesma forma como se procedeu em I.4.1 a. Todavia, expõe-se, a seguir, o processo apresentado pelo ACI-318/77², onde a associação em série dos pilares com as molas à torção é feita, considerando-se a rigidez da mola equivalente, dada pela seguinte expressão:

$$\frac{1}{S_{EQ}} = \frac{1}{S_T} + \frac{1}{\Sigma S_p} \quad (1.9)$$

onde:

S_T é a rigidez à torção do elemento transversal (rigidez da mola), calculada em (I.5);

$\Sigma S_p = SM_{jj}^S + SM_{kk}^I$, correspondendo SM_{jj}^S e SM_{kk}^I aos coeficientes de rigidez à flexão dos elementos pilares superior e inferior, no sistema local de referência, apresentado nos Capítulos II e III.

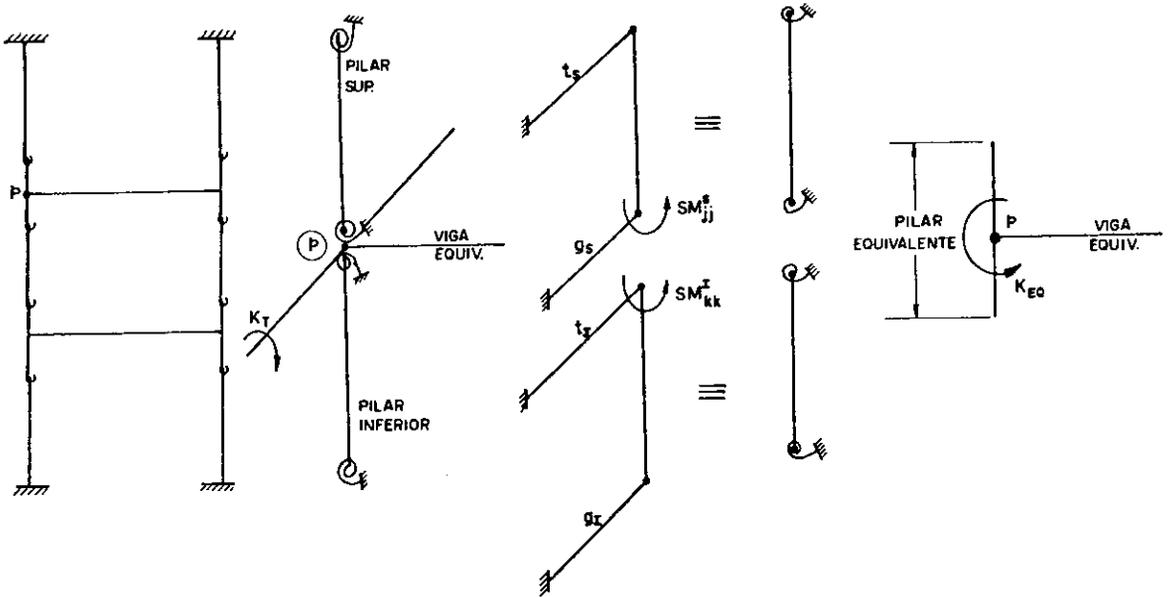


FIG. I.11 - ESQUEMA PARA CONSIDERAÇÃO DA RIGIDEZ DA MOLA EQUIVALENTE, AO SE ASSOCIAR EM SÉRIE O PILAR DA ESTRUTURA ORIGINAL E À VIGA TRANSVERSAL AO PÓRICO EM ANÁLISE, (NÓ p).

Após o cálculo do coeficiente de rigidez do pilar equivalente (SE_Q), este será inserido no nó p, adicionando-se este coeficiente de rigidez equivalente aos coeficientes de rigidez à flexão (SM_{jj}^i ou SM_{kk}^i) dos elementos horizontais vigas equiva

lentes "i" que chegam a este mesmo n^o.

$$S(3p, 3p) = S_{EQ} + \sum_1^n SM_{jj}^i \quad (I.10)$$

sendo:

$S(3p, 3p)$ o coeficiente da matriz global de rigidez do p^ortico equivalente, matriz que ser^a desenvolvida posteriormente no Cap^otulo III;

n o n^omero de elementos vigas equivalentes que chegam ao n^o p.

Pode-se chegar ^a express^o (I.9), isolando-se os dois pilares que chegam ao n^o p (superior e inferior), e distribuindo-se a rigidez ^a tor^ço S_T , proporcionalmente ^as rizezas ^a flex^o dos pilares (figura I.11), isto ^e:

$$t_I = S_T \frac{SM_{kk}^I}{SM_{kk}^I + SM_{jj}^S} \quad g_S = S_T \frac{SM_{jj}^S}{SM_{kk}^I + SM_{jj}^S} \quad (I.11)$$

sendo:

t_I a rigidez ^a tor^ço para o n^o p do elemento pilar inferior;

g_S a rigidez ^a tor^ço para o n^o p do elemento pilar superior.

Ap^os esta distribui^ço de rigidez, calcula-se a rigidez do pilar equivalente superior e inferior ao n^o p, como segue:

$$S_{EQ} = S_{EQS} + S_{EQI} \quad (I.12)$$

$$\frac{1}{S_{EQI}} = \frac{1}{t_I} + \frac{1}{SM_{kk}^I} \quad (I.13)$$

Logo, obtêm-se

$$S_{EQI} = \frac{t_I \cdot SM_{kk}^I}{(t_I + SM_{kk}^I)} \quad (I.14)$$

Substituindo-se t_I em (I.14), vem:

$$\begin{aligned} S_{EQI} &= \frac{S_T \cdot SM_{kk}^I}{(SM_{kk}^I + SM_{jj}^S) \left[\frac{S_T \cdot SM_{kk}^I}{(SM_{kk}^I + SM_{jj}^S)} + SM_{kk}^I \right]} = \\ &= \frac{S_T \cdot SM_{kk}^I}{[(SM_{jj}^S + SM_{kk}^I) + S_T]} \end{aligned} \quad (I.15)$$

De forma análoga obtêm-se

$$S_{EQS} = \frac{S_T \cdot SM_{jj}^S}{[(SM_{jj}^S + SM_{kk}^I) + S_T]} \quad (I.16)$$

Substituindo-se (I.15) e (I.16) em (I.12), obtêm-se a rigidez do pilar equivalente.

$$S_{EQ} = \frac{S_T \cdot SM_{jj}^S}{[(SM_{jj}^S + SM_{kk}^I) + S_T]} + \frac{S_T \cdot SM_{kk}^I}{[(SM_{jj}^S + SM_{kk}^I) + S_T]} =$$

$$= \frac{S_T (SM_{jj}^S + SM_{kk}^I)}{[(SM_{jj}^S + SM_{kk}^I) + S_T]} \quad (I.17)$$

Logo, tem-se:

$$\frac{1}{S_{EQ}} = \frac{[(SM_{jj}^S + SM_{kk}^I) + S_T]}{S_T (SM_{jj}^S + SM_{kk}^I)} = \frac{1}{S_T} + \frac{1}{(SM_{jj}^S + SM_{kk}^I)} \quad (I.18)$$

$$\frac{1}{S_{EQ}} = \frac{1}{S_T} + \frac{1}{\Sigma S_p}$$

B - NÃO ASSOCIADOS EM SÉRIE ÀS MOLAS À TORÇÃO.

Neste caso, os pilares equivalentes são os próprios pilares da estrutura original. As rijezas (EI/l) desses elementos são obtidas de acordo com as considerações feitas em I.4. Com essas rijezas se calculam os coeficientes de rigidez à flexão os quais serão utilizados na montagem da matriz de rigidez do elemento, no sistema local.

Ao usuário do programa "EMEEQ", apresentado neste trabalho, é dada a opção de associar as molas à torção, em série, com as vigas ou com os pilares da estrutura original.

I.5 - CARREGAMENTO EXTERNO

I.5.1 - CARREGAMENTO VERTICAL

O carregamento dos pórticos equivalentes se faz, inicialmente, carregando-se as lajes da estrutura original, contidas nas faixas dos pórticos. A seguir, o carregamento é distribuído para as vigas equivalentes, multiplicando-se a carga pela largura da faixa do pórtico em análise, ou segundo o critério usado pela NB-1/78 (item 3.3.2.9)¹⁷, onde as cargas correspondem às áreas dos triângulos ou trapézios obtidos, traçando-se, a partir dos vértices das lajes em planta, retas inclinadas de:

- 45° entre apoios do mesmo tipo;
- 60° a partir do apoio engastado, quando o outro for livremente apoiado;
- 90° a partir do apoio, quando a borda vizinha for livre.

Essas distribuições estão esquematizadas abaixo:

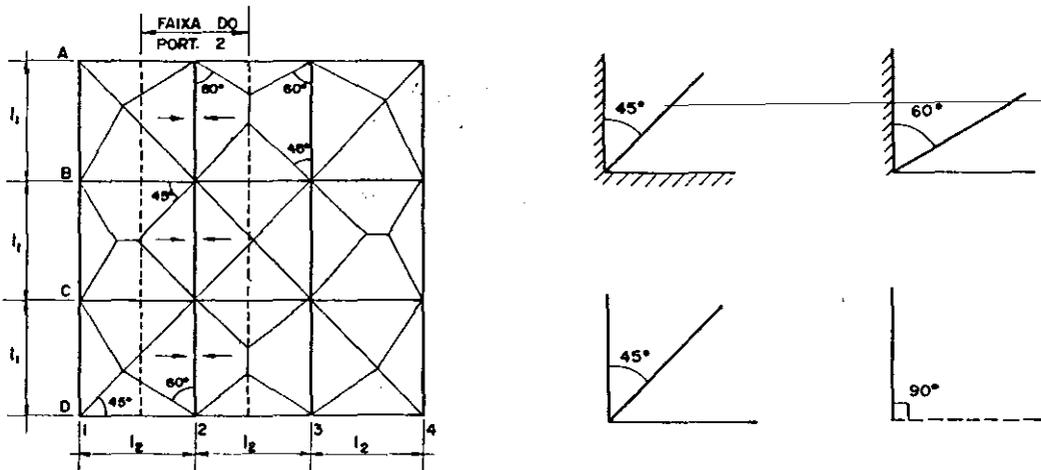


FIG. I.12 - ESQUEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE CARGAS PARA AS VIGAS EQUIVALENTES, SEGUNDO CRITÉRIO DA NB-1/78.

Para se levar em conta o efeito do peso próprio dos elementos contidos nos pórticos equivalentes, considera-se o peso próprio como um carregamento. Sendo assim, para mais este carregamento, faz-se a análise dos pórticos equivalentes, nas duas direções, desprezando-se os seus efeitos nos pilares, para o carregamento em uma das direções, a fim de se evitar a superposição dos carregamentos.

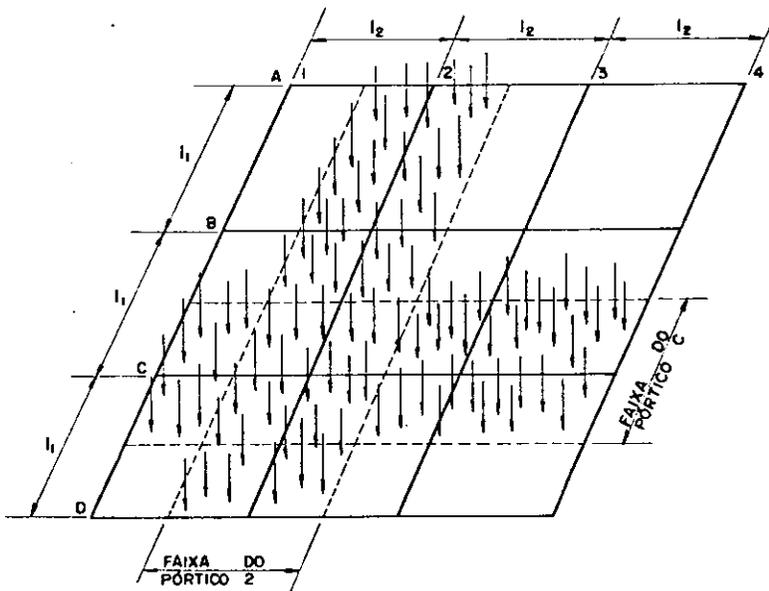


FIG. I.13 - ESQUEMA DE CARREGAMENTO DA LAJE NAS FAIXAS DOS PÓRTICOS EM ANÁLISE.

I.5.2 - CARREGAMENTO LATERAL

Considera-se como carregamento lateral a ação do vento. Esta ação é considerada uniformemente distribuída ao longo da altura, atuando sobre cada pórtico equivalente, ou aplicada di

retamente nos nós do referido pórtico, como carga concentrada.

Caso a ação do vento seja inclinada em relação às direções das faixas que definem os pórticos equivalentes, considera-se a decomposição desse carregamento nas duas direções (longitudinal e transversal), conforme indicado na figura I.14.

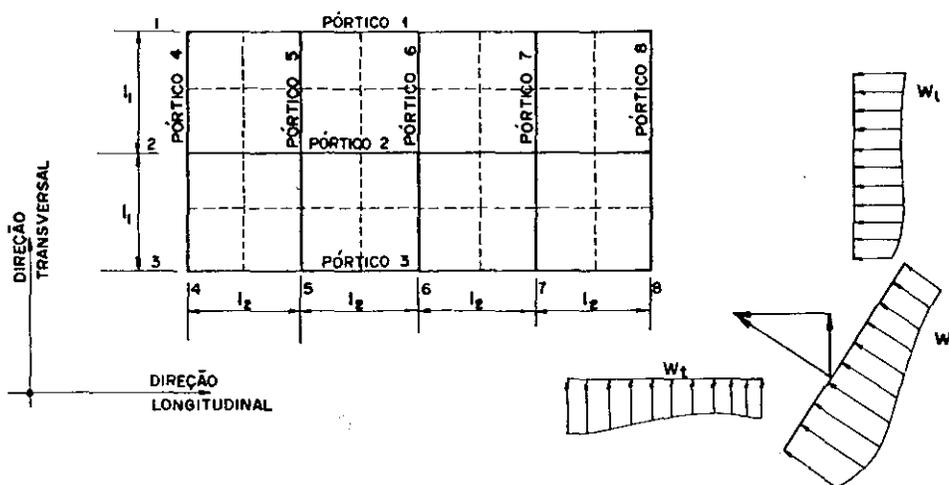


FIG. I.14 - DECOMPOSIÇÃO DO VENTO NAS DIREÇÕES EM QUE SE CONSIDERAM OS PÓRTICOS EQUIVALENTES.

Este carregamento, decomposto nas duas direções, transversal e longitudinal, pode ser linearizado ao longo dos eixos dos pilares equivalentes, de acordo com o esquema apresentado na figura I.15.

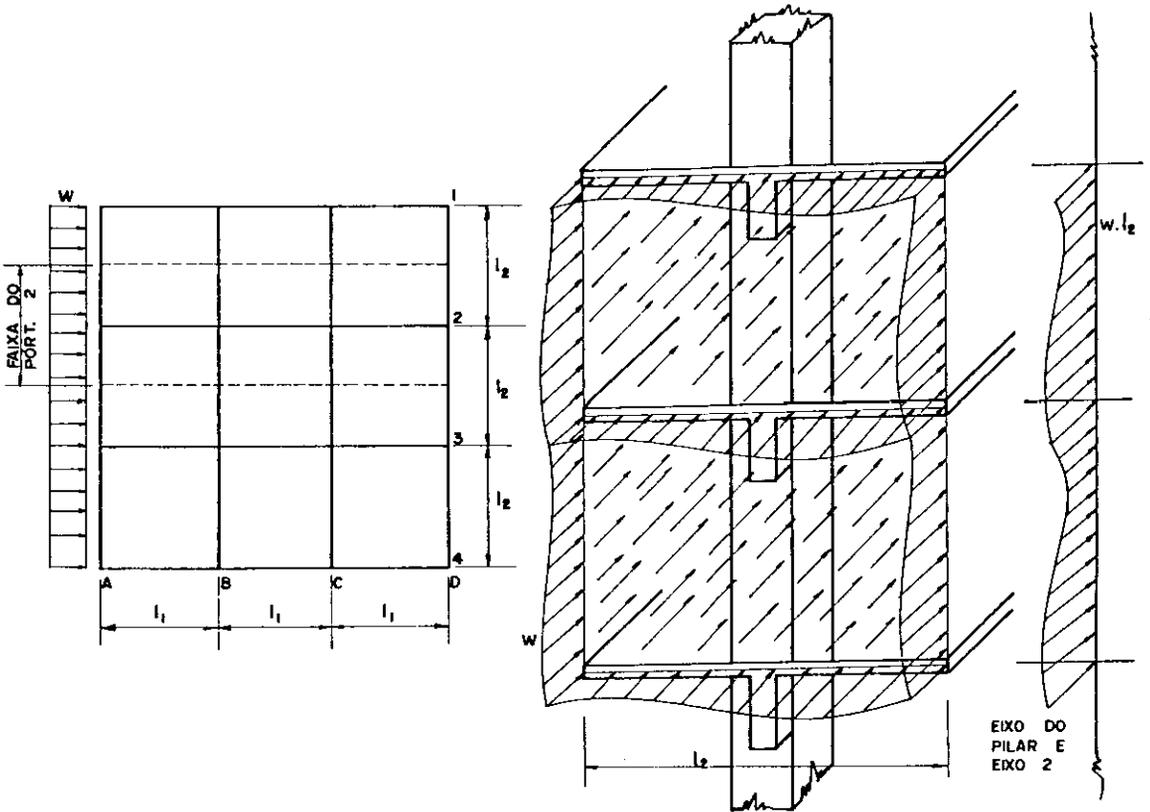


FIG. I.15 - ESQUEMA DA DISTRIBUIÇÃO DO CARREGAMENTO DE VENTO CONTIDO NA FAIXA DO PÓRTICO EQUIVALENTE EM ANÁLISE.

I.6 - FUNCIONAMENTO DA ESTRUTURA

I.6.1 - SIMULAÇÃO TRIDIMENSIONAL

O funcionamento da estrutura como um todo, ou seja, como uma estrutura tridimensional, é simulado pela interação dos vários pórticos equivalentes de uma mesma direção, compatibilizando-se seus deslocamentos horizontais em cada nível. A compatibilidade se impõe por causa da indeformabilidade da laje no seu plano e é feita através de barras de conexão de rigidez axialmente infinita. Admitem-se como um só todos os pórticos equivalentes, em uma mesma direção considerada. A matriz global

de rigidez do pórtico, na direção de x ou de y , conforme mostra a figura I.16, será armazenada em blocos (assunto a ser discutido posteriormente), com a finalidade de reduzir a ocupação da memória principal do computador.

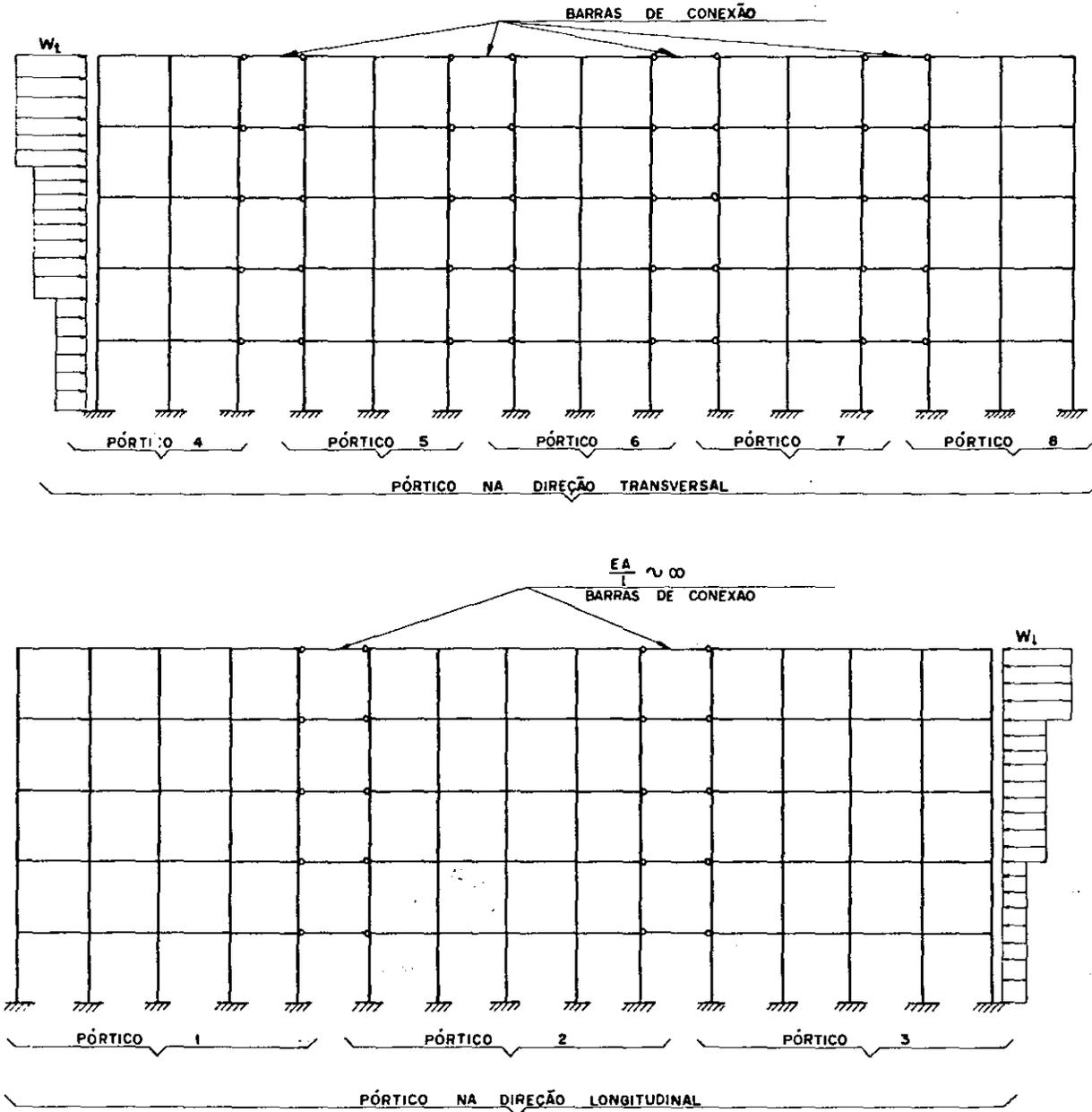


FIG. I.16 - ESQUEMA DA ASSOCIAÇÃO EM SÉRIE DOS PÓRTICOS EM UMA MESMA DIREÇÃO, ATRAVÉS DE BARRAS DE CONEXÃO, SIMULANDO A INDEFORMABILIDADE DA LAJE, PARA A IDEALIZAÇÃO DO CONJUNTO DE PÓRTICOS PLANOS DA FIGURA I.10

Com esse conjunto de pórticos, analisados simultaneamente em cada direção, consegue-se uma boa aproximação dos resultados, para estruturas tridimensionais, conforme análise apresentada no Capítulo VII.

A vantagem na simulação apresentada decorre da diminuição do número de equações do sistema a ser resolvido, o que é consequência da redução do número de graus de liberdade.

I.6.2 - ANÁLISE DOS ESFORÇOS SOLICITANTES OBTIDOS E DISTRIBUIÇÃO DOS ESFORÇOS AOS ELEMENTOS DA ESTRUTURA ORIGINAL, CONTIDOS NA FAIXA DE CADA PÓRTICO EQUIVALENTE.

Após o cálculo das rijezas dos elementos que compõem cada pórtico equivalente e a montagem da matriz de rigidez global do referido pórtico, monta-se o vetor de forças nodais (vertical e/ou horizontal). A seguir, inicia-se a análise estrutural, onde, pelo programa "EMEEQ", obtêm-se os deslocamentos nodais dos pórticos equivalentes. Seqüencialmente, determinam-se os esforços solicitantes nos extremos dos pilares e vigas equivalentes e, posteriormente, em vários pontos desses elementos.

Concluída esta etapa, distribuem-se os esforços solicitantes encontrados para os elementos da estrutura original (tridimensional), contidos na faixa dos respectivos pórticos equivalentes.

Como as vigas equivalentes representam as faixas do sistema de piso, mostradas na figura I.2, os esforços solicitantes

tes são distribuídos em sub-faixas², contidas nas faixas dos pórticos equivalentes em análise. Essas sub-faixas são: faixa dos pilares ($l_2/2$) e faixas centrais ($l_2/4$), conforme esquema na figura I.17.

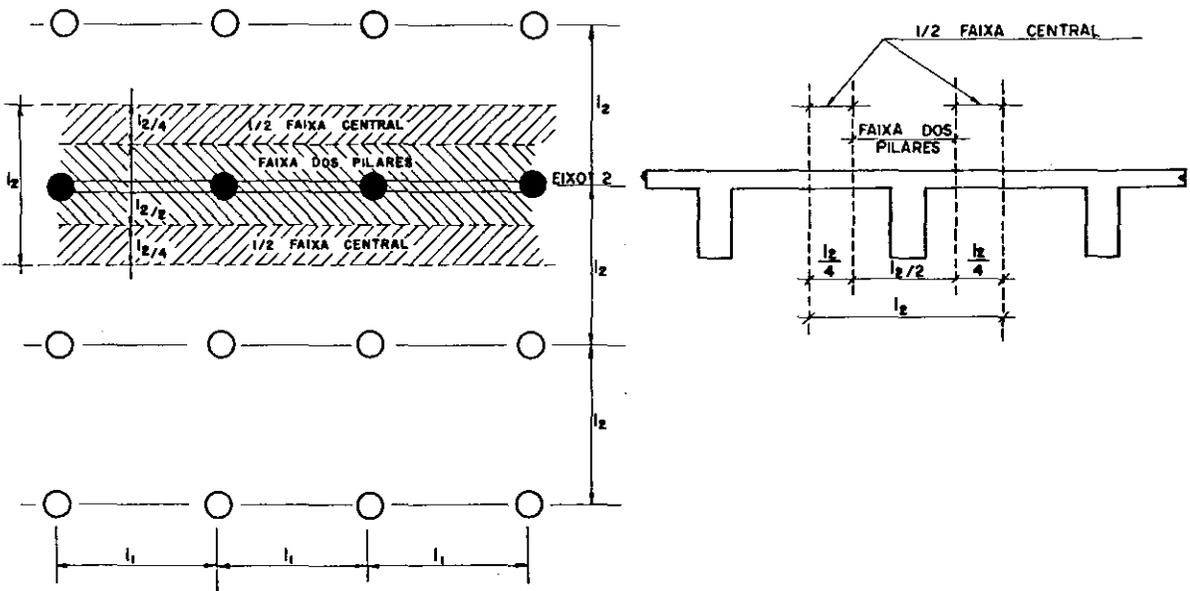


FIG. I.17 - DIVISÃO DA FAIXA DO PÓRTICO, EM FAIXA DOS PILARES E FAIXAS CENTRAIS.

As distribuições dos momentos são feitas em função das relações de rizezas à flexão das vigas e lajes da estrutura original, e das rizezas à torção das vigas transversais aos pórticos equivalentes.

Na faixa do pilar, ainda se subdivide esta em duas ou tras, uma contendo somente a viga original e sua parcela de laje colaborante à flexão, e outra contendo o restante da laje e xistente na faixa do pilar.

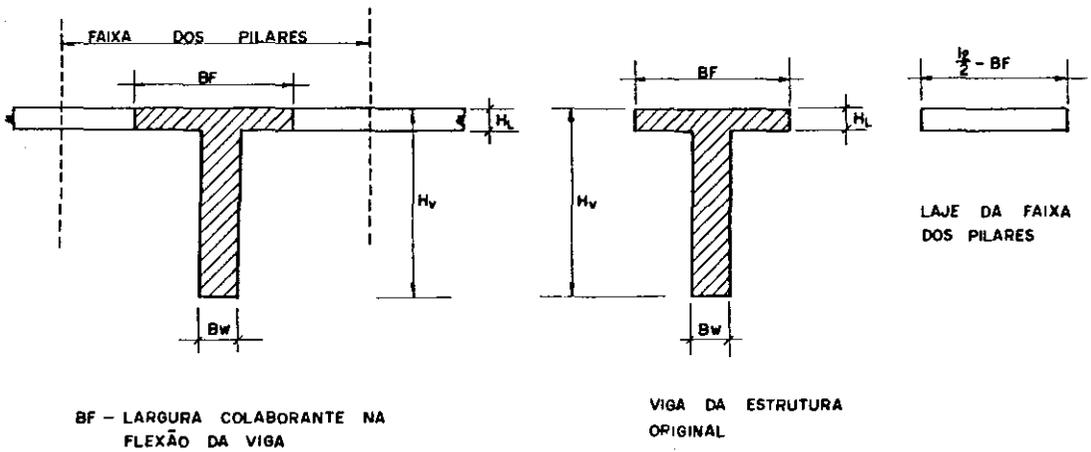


FIG. I.18 - SUBDIVISÃO DA FAIXA DO PILAR.

Os momentos nas faixas dos pilares se obtêm multiplicando-se os momentos encontrados na análise estrutural, pelos fatores porcentuais da tabela I.1^{1,2}. O passo seguinte corresponde à distribuição dos momentos encontrados para as faixas dos pilares entre as vigas e lajes contidas nessa faixa. Isso se consegue pela tabela I.2^{1,2}. Finalmente, os momentos das faixas centrais são obtidos, retirando-se dos momentos totais encontrados na análise estrutural, os momentos atribuídos às faixi

xas dos pilares.

	RELAÇÕES DE RIGIDEZ		VALORES DE l_2/l_1		
			0,5	1,0	2,0
MOMENTOS NEGATIVOS EM APOIOS INTERNOS	$(\alpha_1 \frac{l_2}{l_1}) = 0$		75	75	75
	$(\alpha_1 \frac{l_2}{l_1}) \geq 1,0$		90	75	45
MOMENTOS NEGATIVOS EM APOIOS EXTERNOS	$\alpha_1 \frac{l_2}{l_1} = 0$	$\beta_t = 0$	100	100	100
		$\beta_t \geq 2,5$	75	75	75
	$\alpha_1 \frac{l_2}{l_1} \geq 1,0$	$\beta_t = 0$	100	100	100
		$\beta_t \geq 2,5$	90	75	45
MOMENTOS POSITIVOS	$\alpha_1 \frac{l_2}{l_1} = 0$		60	60	60
	$\alpha_1 \frac{l_2}{l_1} \geq 1,0$		90	75	45

TABELA I.1 - Fatores percentuais aplicados aos momentos totais, para repartir os momentos dos elementos das faixas dos pilares (para valores intermediários, interpolar linearmente).

RELAÇÕES DE RIGIDEZ	PORCENTAGEM ATRIBUÍDA À VIGA	PORCENTAGEM ATRIBUÍDA À LAJE
$\alpha_1 \frac{l_2}{l_1} = 0$	0	100
$\alpha_1 \frac{l_2}{l_1} \geq 1,0$	85	15

TABELA I.2 - Fatores percentuais aplicados aos momentos destinados às faixas dos pilares, para distribuí-los entre as vigas e as lajes contidas nas respectivas faixas (para valores intermediários, interpolar linearmente).

Observa-se que a distribuição dos momentos, de acordo com os percentuais acima, depende da relação de lados l_2/l_1 , que são, respectivamente, largura da faixa do pórtico equivalente e vão do elemento em análise (figura I.2); depende, ainda, dos fatores α_1 e β_t que envolvem as rijezas dos elementos à flexão e à torção. α_1 é a relação entre a rigidez da seção da viga e a rigidez dos tramos das lajes de cada lado desta viga. Tal seção será considerada em "T" ou "L", com uma largura de mesa de cada lado da alma, igual à maior altura da alma, acima ou abaixo da laje, sem exceder de três vezes a espessura da laje¹⁷.

$$\alpha_1 = \frac{E_{CV} \cdot I_V}{E_{CL} \cdot I_L}$$

Onde:

E_{CV} é o módulo de elasticidade da viga;

E_{CL} é o módulo de elasticidade da laje;

I_V é o momento de inércia da viga

I_L é o momento de inércia da laje.

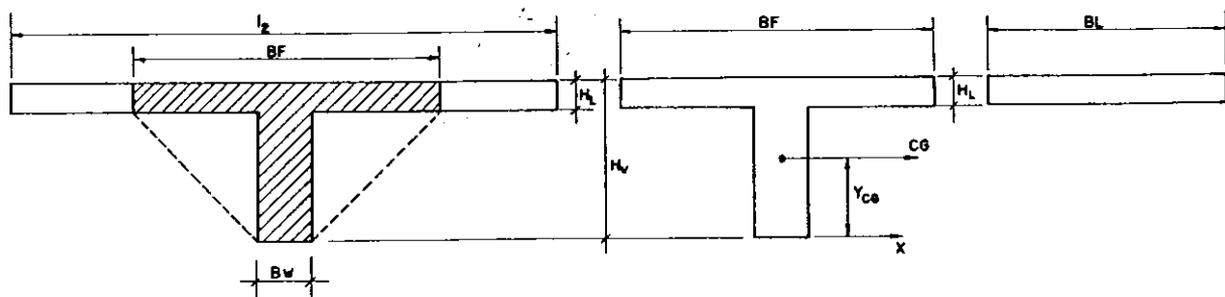


FIG. I.19 - ESQUEMA QUE DEFINE AS SEÇÕES TRANSVERSAIS DA LAJE E DA VIGA PARA O CÁLCULO DE α_1

Portanto, tem-se:

$$BF = Bw + 2(H_V - H_L)$$

$$I_V = I_X - Y_{CG}^2 AV$$

$$BL = l_2 - BF$$

$$I_{L(\alpha_1)} = \frac{BL \cdot HL^3}{12}$$

Estas variáveis adicionais são definidas na figura I.19.

O fator β_t , que envolve a rigidez à torção, é obtido pela relação entre a rigidez à torção da seção da viga de borda (transversal ao pórtico em análise) e a rigidez à flexão de uma laje de largura igual ao vão (de centro a centro de apoio) da viga de borda.

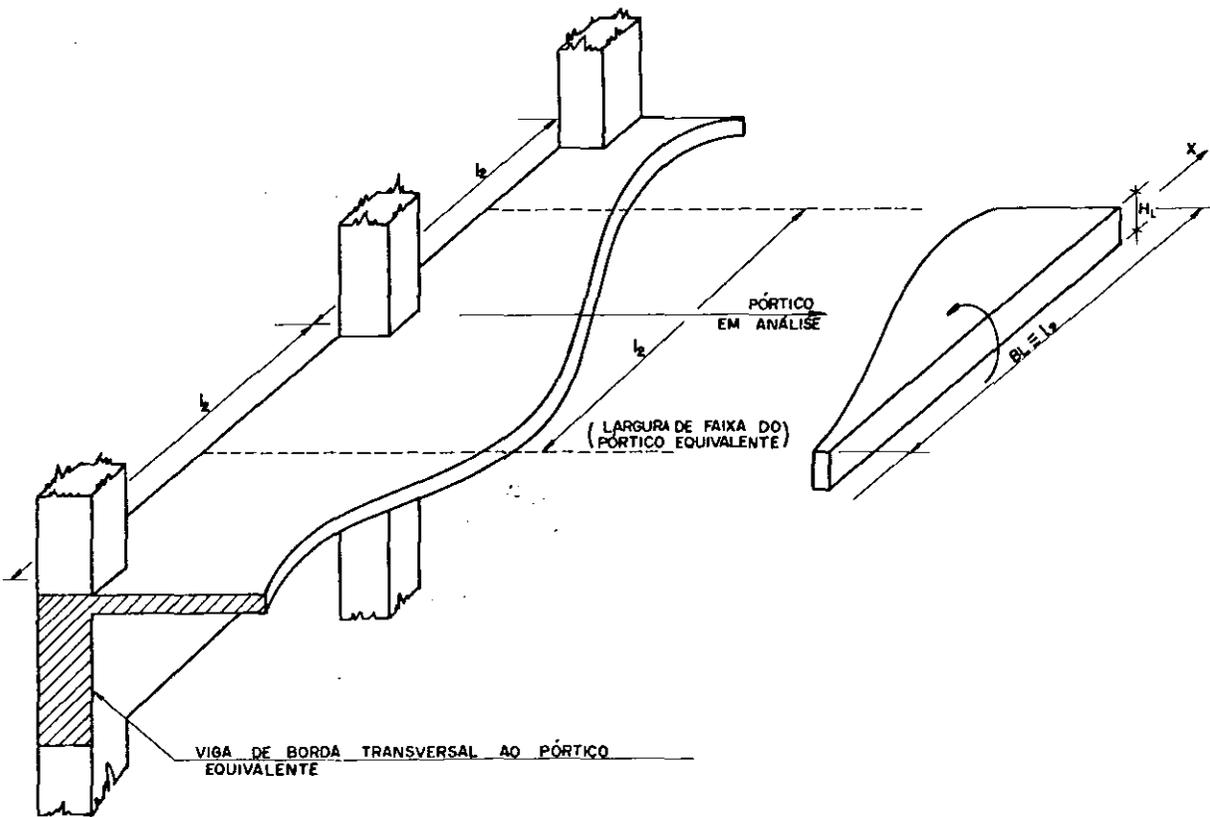


FIG. I.20 - ESQUEMA ILUSTRATIVO PARA O RECONHECIMENTO, DAS VARIÁVEIS DO FATOR β_t

$$\beta_t = \frac{ECV \cdot C}{2ECL \cdot I_L}$$

Onde:

C é o momento de inércia à torção, definido em I.4.1;

I_L é o momento de inércia da laje.

Tem-se, pois:

$$I_L(\beta_t) = \frac{BL \cdot HL^3}{12} = \frac{22 \cdot HL^3}{12}$$

As variáveis adicionais são definidas na figura I.20.

CAPÍTULO II

NUMERAÇÃO DA ESTRUTURA E DE SEUS ELEMENTOS.

II.1 - SISTEMA GLOBAL DE REFERÊNCIA

Considera-se a estrutura referida a um sistema triortogonal direto xyz. Quando se fizer a análise do conjunto de pórticos em uma dada direção (longitudinal ou transversal), o sistema triortogonal xyz tem os seus eixos x e y paralelos ao conjunto em estudo. Este sistema referencial é denominado Sistema Global de Referência (figura II.3).

II.2 - NUMERAÇÃO DOS PÓRTICOS EQUIVALENTES

Na figura II.1, os pórticos equivalentes são identificados em planta, de cima para baixo e da esquerda para direita, embora uma alteração desse critério em nada interferirá na resolução do sistema estrutural.

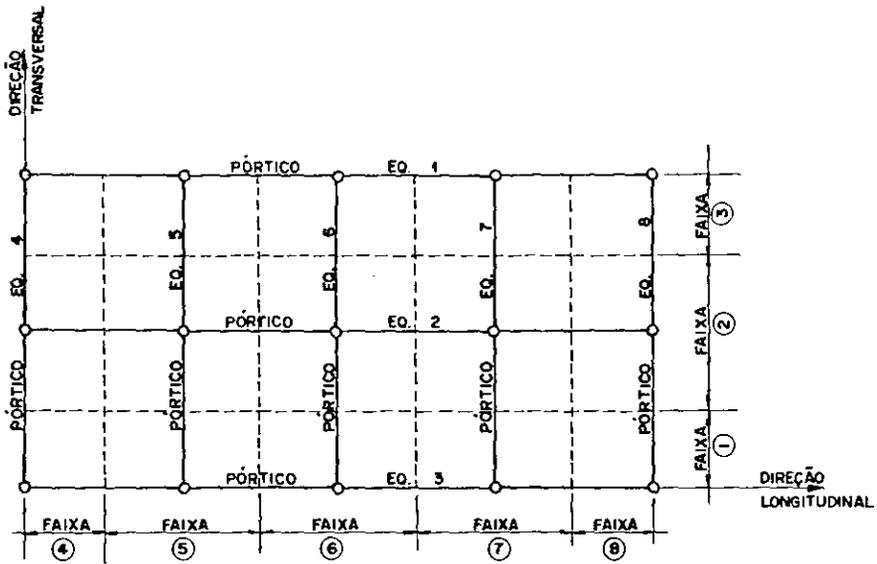


FIG. II.1 - IDENTIFICAÇÃO DOS PÓRTICOS EQUIVALENTES.

Após a associação em série de todos os pórticos de uma mesma direção, tem-se um conjunto de pórticos na direção longitudinal e outro na direção transversal, conforme indicado na figura I.16.

II.3 - NUMERAÇÃO DOS ELEMENTOS E NÓS DOS PÓRTICOS EQUIVALENTES

II.3.1 - NUMERAÇÃO SEQUENCIAL

Na figura II.2, os elementos dos pórticos equivalentes (vigas e pilares equivalentes) são numerados da esquerda para a direita e de cima para baixo. Já os nós são numerados de ci-

ma para baixo e da esquerda para a direita.

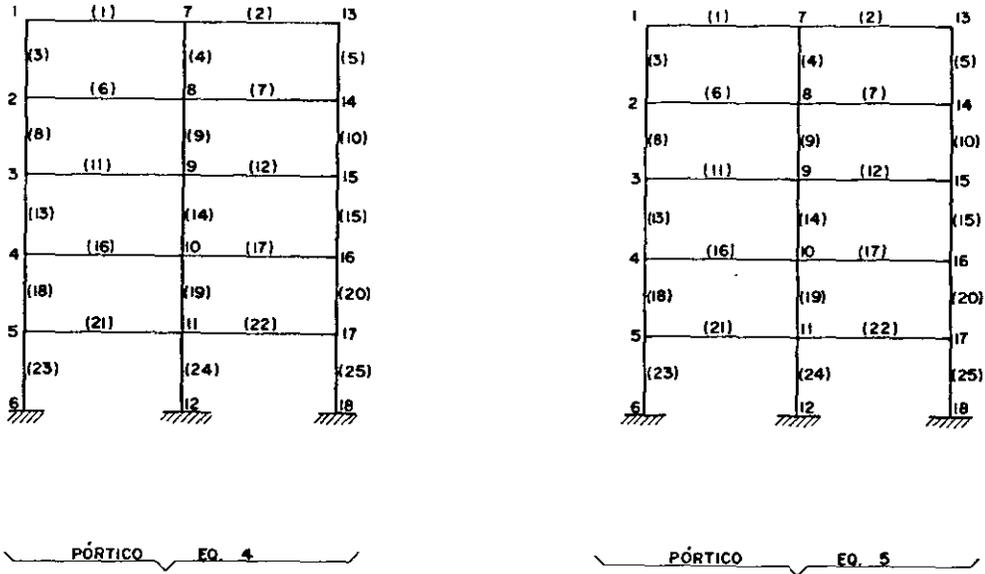


FIG. II.2 - NUMERAÇÃO SEQUENCIAL DOS NÓS E DOS ELEMENTOS DOS PÓRTICOS EQUIVALENTES.

Na seqüência do processo aqui proposto, os diversos pórticos equivalentes de uma mesma direção são associados em série como mostra a figura II.3, utilizando-se elementos de conexão, tipo treliça, e de grande área de seção transversal. A numeração desses elementos de conexão, para efeito do programa desenvolvido, deve ser feita após a numeração do pórtico equivalente.

Os pontos nodais do conjunto de pórticos equivalentes devem ser numerados como indicado na figura II.3, com o objetivo de se obter uma matriz de rigidez que tenha o conceito de

faixa, conforme se discutirá no item V.3.

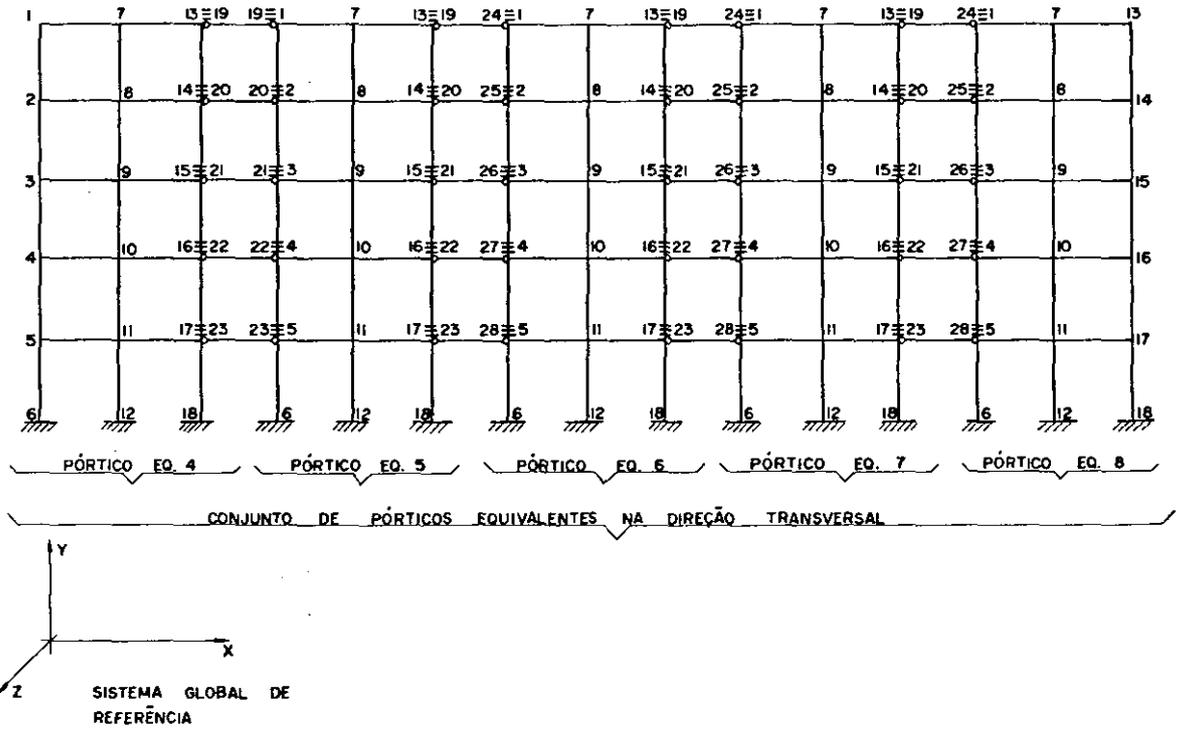


FIG. II.3 - NUMERAÇÃO DOS PONTOS NODAIS, DO CONJUNTO DE PÓRTICOS EQUIVALENTES NA DIREÇÃO TRANSVERSAL.

Para a introdução dos dados de cada pórtico equivalente ao programa "EMEEQ", a numeração necessária é a indicada na figura II.4. Na apresentação dos resultados, basta simplesmente acompanhar o esquema de numeração apresentado na figura II.2, isto é, as numerações exclusivas dos pórticos, deixando-se de lado as barras rígidas e seus nós, visto que eles só têm interesse na simulação de diafragmas.

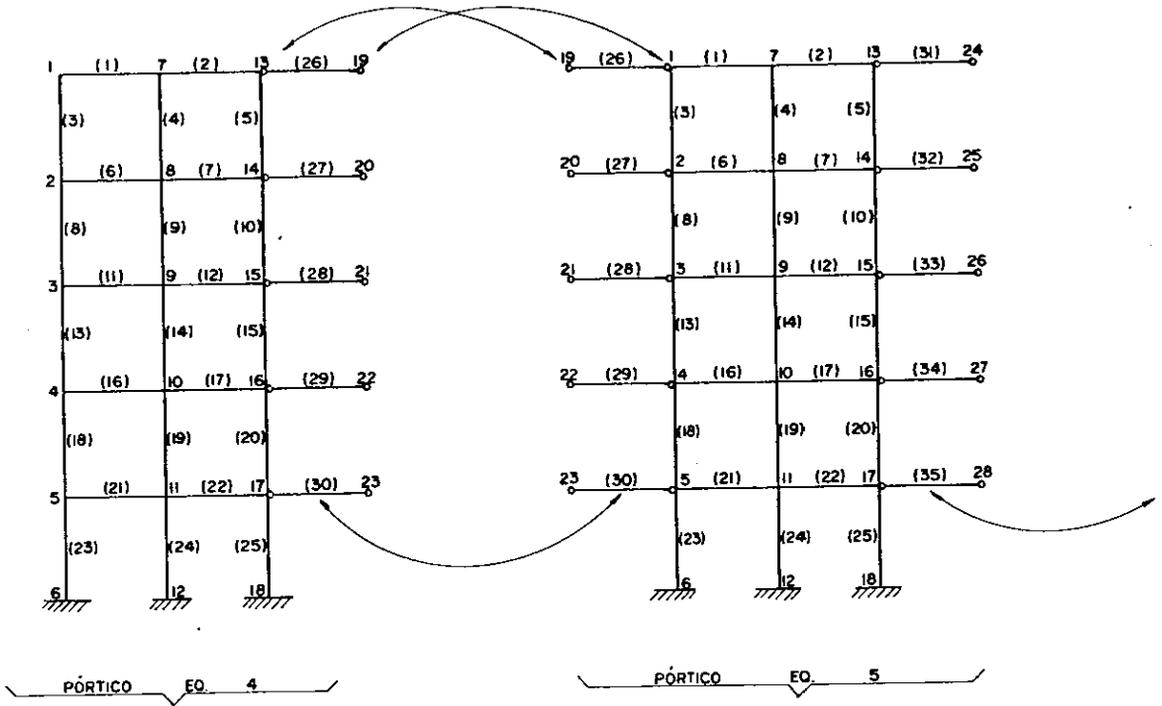


FIG. II.4 - NUMERAÇÃO ADEQUADA A CADA PÓRTICO EQUIVALENTE, PARA INTRODUÇÃO AO PROGRAMA EMEEQ .

II.3.2 - NUMERAÇÃO DOS ELEMENTOS AO SE DISTRIBUÍREM OS ESFORÇOS DO PÓRTICO EQUIVALENTE PARA OS ELEMENTOS LAJES, VIGAS E PILARES DA ESTRUTURA ORIGINAL.

A figura I.17 mostra a faixa de largura l_2 do pórtico e quivalente a qual é subdividida em faixa central e faixas dos pilares. A numeração das lajes e vigas da estrutura original o bedecerá às mesmas numerações das vigas equivalentes indicadas nas figuras II.2 e II.4, porém rotuladas de faixa central ou faixa dos pilares. Os pilares da estrutura original acompanham a mesma numeração dos pilares equivalentes.

CAPÍTULO III

PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS ESTRUTURAIS DOS PÓRTICOS EQUIVALENTES.

III.1 - VIGAS EQUIVALENTES

III.1.1 - SISTEMA LOCAL DE REFERÊNCIA.

A cada elemento viga equivalente associa-se um sistema local de referência x_L, y_L, z_L , com origem na extremidade j . O eixo x_L coincide com o eixo do elemento e é orientado de j para a extremidade k . Os eixos x_L e z_L coincidem com os eixos principais da seção transversal (figura III.1)

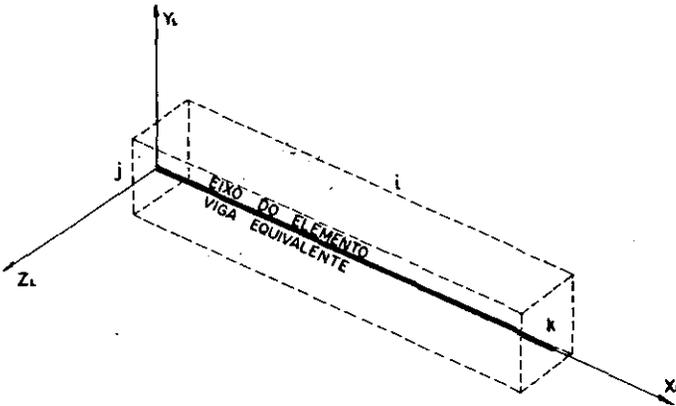


FIG. III.1 - SISTEMA LOCAL DE REFERÊNCIA DO ELEMENTO VIGA EQUIVALENTE.

III.1.2 - GRAUS DE LIBERDADE E DESLOCAMENTOS NODAIS

Considera-se cada viga equivalente como elemento de pórtico plano. Em função disso, os seus deslocamentos nodais são os indicados na figura III.2.

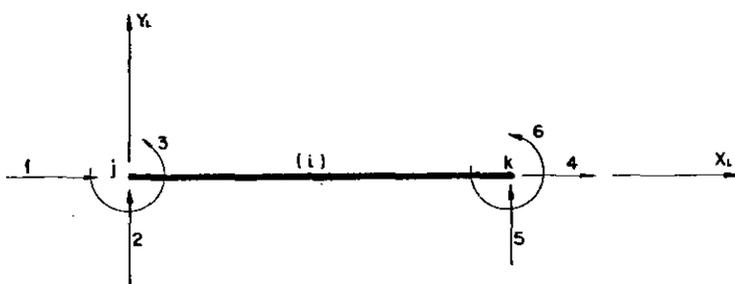


FIG. III.2 - ELEMENTO VIGA EQUIVALENTE COM SEUS GRAUS DE LIBERDADE.

Para o elemento i da figura acima, designa-se por D_{VL}^i o vetor dos deslocamentos nodais, no sistema local de referência, deslocamentos que são orientados como indica a figura III.2.

No tipo de estruturas aqui analisadas (pórticos planos), pode-se dizer que a ação necessária para promover um deslocamento de um nó da estrutura, em uma determinada direção, é a soma das ações desenvolvidas nas extremidades dos elementos ligados a esse nó.

Este fato é de grande importância na análise estrutural, pois torna possível a análise da estrutura, a partir de cada um de seus elementos, visto que um deslocamento imposto a um nó

refletirá em todos os elementos que nele incidem.

Portanto:

$$\underline{AM}_{VL} = \underline{SM}_{VL} \underline{D}_{VL} \quad (\text{III.1})$$

Esta expressão exprime, no sistema local, a relação entre os esforços e os deslocamentos, nos extremos da viga equivalente.

\underline{AM}_{VL}^i e \underline{D}_{VL}^i são os citados esforços e deslocamentos dispostos em vetores, de acordo com a figura III.2 e \underline{SM}_{VL}^i é a matriz de rigidez do elemento viga equivalente.

III.1.3 - MATRIZ DE RIGIDEZ

A - VIGAS NÃO ASSOCIADAS EM SÉRIE ÀS MOLAS À TORÇÃO

$$\underline{SM}_{VL}^i = [SM_{ij}] \quad (\text{III.2})$$

O termo genérico SM_{ij} da matriz de rigidez \underline{SM}_{VL}^i é o coeficiente de influência do deslocamento D_j sob a ação associada ao deslocamento D_i (força generalizada por unidade de deslocamento generalizado) e representa a ação desenvolvida na direção i e devida a um deslocamento unitário e conhecido, na direção j ; supõem-se nulos todos os demais deslocamentos.

Esses termos são indicados em (III.3), de acordo com as

referências (5, 11, e 12).

De acordo com o teorema da reciprocidade de Maxwell, tem-se:

$$SM_{ij} = SM_{ji}$$

o que atesta a simetria de SM_{VL}^i . Em consequência disto, trabalha-se apenas com os termos da diagonal principal de (III.3) e com os termos acima ou abaixo desta diagonal

$${}^i \tilde{SM}_{VL} = \begin{bmatrix} \frac{EA_x}{\ell} & 0 & 0 & -\frac{EA_x}{\ell} & 0 & 0 \\ & \frac{12EI_z}{\ell^3(1+\phi)} & \frac{6EI_z}{\ell^2(1+\phi)} & 0 & \frac{-12EI_z}{\ell^3(1+\phi)} & \frac{6EI_z}{\ell^2(1+\phi)} \\ & & \frac{(4+\phi)EI_z}{\ell(1+\phi)} & 0 & \frac{-6EI_z}{\ell^2(1+\phi)} & \frac{(2-\phi)EI_z}{\ell(1+\phi)} \\ & & & \frac{EA_x}{\ell} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{12EI_z}{\ell^3(1+\phi)} & \frac{-6EI_z}{\ell^3(1+\phi)} \\ & & & & & \frac{(4+\phi)EI_z}{\ell(1+\phi)} \end{bmatrix} \quad (\text{III.3})$$

simetria

sendo:

E o módulo de elasticidade;

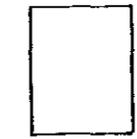
ℓ o vão da viga equivalente;

I_z o momento de inércia do elemento viga equivalente em relação ao eixo z_L ;

A_x a área da seção transversal do elemento;

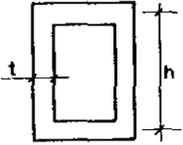
$\phi = \frac{12EI_z}{G A_x l^2} \cdot f$, o parâmetro para se levar em conta a deformação por cortante, sendo f um fator que depende da forma da seção transversal do elemento;
 G o módulo de elasticidade transversal.

De acordo com Weaver¹² e Przemieniecki¹¹ os fatores de forma para os casos mais usuais são os seguintes:



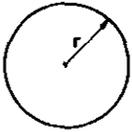
a) SEÇÃO RETANGULAR

$$f = \frac{6}{5}$$



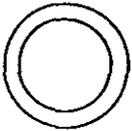
b) SEÇÃO RETANGULAR VAZADA

$$f = \frac{A}{2ht}$$



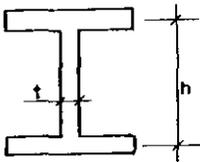
c) SEÇÃO CIRCULAR

$$f = \frac{10}{9}$$



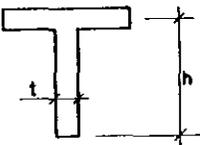
d) SEÇÃO CIRCULAR VAZADA

$$f = 2$$



e) SEÇÃO DUPLO T

$$f = \frac{A}{ht}$$



f) SEÇÃO T

$$f = \frac{A}{ht}$$

FIG. III.3 - VALORES DE FATOR DE FORMA PARA SEÇÕES USUAIS.

Para as seções "b", "e" e "f" da figura III.3, o fator de forma não será considerado maior do que 2, pois, na medida em que a largura da mesa aumenta, as expressões anteriores fornecem resultados inadequados.

A inclusão ou não do fator de forma fica a critério do usuário do programa "EMEEQ".

B - VIGAS ASSOCIADAS EM SÉRIE ÀS MOLAS À TORÇÃO

A obtenção da matriz de rigidez do elemento viga equivalente, que resulta da associação em série do elemento à flexão, com o elemento à torção, é feita pela análise da grelha plana da figura I.5 c, usando-se o método da rigidez.

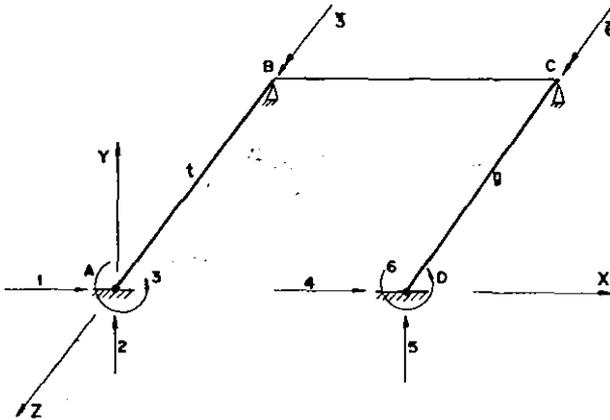


FIG. III.4 - ELEMENTO VIGA EQUIVALENTE (ELEMENTO À FLEXÃO COM DOIS ELEMENTOS TRANSVERSAIS À TORÇÃO)

Inicialmente aplica-se uma rotação unitária em "A", no mesmo sentido de 3. Em seguida, analisa-se o elemento \overline{BC} à flexão, sujeito a uma ação em "B" devida à rotação unitária em "A". Essa ação correspondente a uma rotação unitária é a própria rigidez à torção t . Logo, para o elemento \overline{BC} , o vetor carregamento é o seguinte:

$$\underline{AJ} = \begin{Bmatrix} \overline{AJ3} \\ \overline{AJ6} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} t \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{III.4})$$

A matriz de rigidez do elemento, utilizando-se somente os coeficientes de rigidez à flexão, é:

$$\underline{SJ} = \begin{bmatrix} \overline{S33} & \overline{S63} \\ \overline{S63} & \overline{S66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (t + SM_{33}) & SM_{63} \\ SM_{63} & (g + SM_{66}) \end{bmatrix} \quad (\text{III.5})$$

Pelo método da rigidez, os deslocamentos nos nós são dados pela expressão:

$$\underline{DJ} = \underline{SJ}^{-1} \underline{AJ} \quad (\text{III.6})$$

Desta forma, a inversa de \underline{SJ} , pode ser escrita:

$$\underline{SJ}^{-1} = \begin{bmatrix} (g + SM_{66}) & -SM_{63} \\ -SM_{63} & (t + SM_{33}) \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{X} \quad (\text{III.7})$$

$$X = [(g + SM_{66})(t + SM_{33}) - SM_{63}^2]$$

Substituindo-se (III.7) em (III.6), chega-se aos deslocamentos $D\bar{J}_3$ e $D\bar{J}_6$.

$$\begin{aligned} \underline{D}\underline{J} &= \underline{S}\underline{J}^{-1} \cdot \underline{A}\underline{J} = \frac{1}{X} \begin{bmatrix} (g + SM_{66}) & -SM_{63} \\ -SM_{63} & (t + SM_{33}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} t \\ 0 \end{Bmatrix} = \\ &= \frac{t}{X} \begin{Bmatrix} (g + SM_{66}) \\ -SM_{63} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{III.8})$$

As ações nas extremidades do elemento \overline{BC} , são encontradas pela expressão:

$$\underline{A}\underline{M} = \underline{S}\underline{M} \cdot \underline{D}\underline{J} \quad (\text{III.9})$$

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \underline{A}\underline{M}_3 \\ \underline{A}\underline{M}_6 \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} SM_{33} & SM_{63} \\ SM_{63} & SM_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} (g + SM_{66}) \\ -SM_{63} \end{Bmatrix} \frac{t}{X} = \\ &= \frac{t}{X} \begin{Bmatrix} [SM_{33}(g + SM_{66}) - SM_{63}^2] \\ g SM_{63} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{III.10})$$

Sendo \overline{AB} e \overline{CD} elementos à torção, o momento final em "A", corresponde à 1.^a linha de equação III.10. $\underline{A}\underline{M}_3$ é o coeficiente SMT_{33} da matriz de rigidez do elemento à flexão, associado a dois elementos à torção. A 2.^a linha, de forma análoga, representa o coeficiente SMT_{63} .

Os coeficientes SMT_{23} e SMT_{53} correspondem às forças cortantes encontradas para o elemento \overline{BC} as quais podem ser escritas:



The diagram shows a horizontal beam of length l . At the left end, there is an upward force SMT_{23} and a counter-clockwise moment SMT_{35} . At the right end, there is an upward force SMT_{63} and a clockwise moment SMT_{65} .

$$SMT_{23} = \frac{SMT_{33} + SMT_{63}}{l} \quad (III.11)$$

$$SMT_{53} = -SMT_{23}$$

Para a obtenção de SMT_{32} e SMT_{35} , segue-se o mesmo raciocínio anterior. Logo:

$$[SMT_{32} \quad SMT_{35}] = \begin{bmatrix} SM_{32} & SM_{35} \\ SM_{62} & SM_{65} \end{bmatrix} [(g + SM_{66}) - SM_{63}] \frac{t}{X} =$$

$$\frac{t}{X} [SM_{32}(g + SM_{66}) - SM_{62} SM_{63}] [SM_{35}(g + SM_{66}) - SM_{65} SM_{63}] \quad (III.12)$$

Agora a rotação unitária será aplicada em "D" no mesmo sentido de 6. Em seguida, analisa-se \overline{BC} , sujeito ao efeito da rotação unitária em "D".

Em consequência:

$$\underset{\sim}{AJ} = \begin{Bmatrix} AJ_{\overline{3}} \\ AJ_{\overline{6}} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ g \end{Bmatrix} \quad (III.13)$$

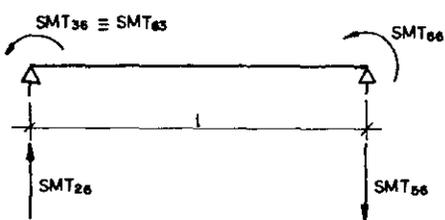
Utilizando-se a matriz $[S\overline{J}^1]$ de (III.7), podem-se obter os deslocamentos $DJ_{\overline{3}}$ e $DJ_{\overline{6}}$.

$$\begin{Bmatrix} DJ_{\overline{3}} \\ DJ_{\overline{6}} \end{Bmatrix} = \frac{1}{X} \begin{bmatrix} g + SM_{66} & -SM_{63} \\ -SM_{63} & t + SM_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ g \end{Bmatrix} = \frac{g}{X} \begin{Bmatrix} -SM_{63} \\ (t + SM_{33}) \end{Bmatrix} \quad (III.14)$$

Novamente a expressão (III.9) fornecerá as ações nas extremidades do elemento \overline{BC} :

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} SMT_{36} \\ SMT_{66} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} SM_{33} & SM_{63} \\ SM_{63} & SM_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -SM_{63} \\ (t + SM_{33}) \end{Bmatrix} \frac{g}{X} = \\ &= \frac{g}{X} \begin{Bmatrix} t SM_{63} \\ SM_{66} (t + SM_{33}) - SM_{63}^2 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (III.15)$$

As forças cortantes correspondem aos coeficientes SMT_{26} e SMT_{56} :



$$\begin{aligned} SMT_{26} &= \frac{SMT_{63} + SMT_{66}}{l}; \\ SMT_{56} &= -SMT_{26} \end{aligned} \quad (III.16)$$

Com o mesmo raciocínio que se desenvolveu em (III.12), chega-se aos coeficientes SMT_{62} e SMT_{65} .

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} SMT_{62} \\ SMT_{65} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} SM_{32} & SM_{35} \\ SM_{62} & SM_{65} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -SM_{63}(t + SM_{33}) \end{Bmatrix} \frac{g}{X} \\ &= [SM_{62}(t + SM_{33}) - SM_{32} SM_{63}] [SM_{65}(t + SM_{33}) - SM_{63} SM_{62}] \frac{g}{X} \end{aligned} \quad (III.17)$$

De forma semelhante a (III.11) e (III.16), podem-se obter SMT_{22} , SMT_{25} , SMT_{52} e SMT_{55} .

$$\begin{aligned}
 SMT_{22} &= \frac{SMT_{32} + SMT_{62}}{l} ; & SMT_{25} &= \frac{SMT_{35} + SMT_{65}}{l} ; \\
 SMT_{52} &= - SMT_{22} ; & SMT_{55} &= - SMT_{52}
 \end{aligned}
 \tag{III.18}$$

Os coeficientes fornecidos pelas expressões de (III.10) a (III.12) e de (III.15) a (III.18) permitem escrever a matriz de rigidez SMT, do elemento viga equivalente, onde o elemento à flexão é associado em série, aos elementos transversais à torção, nas extremidades.

$$[SMT] = \begin{bmatrix} \frac{EAx}{l} & 0 & 0 & -\frac{EAx}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{SMT_{32} + SMT_{62}}{l} & \frac{SMT_{33} + SMT_{63}}{l} & 0 & \frac{SMT_{35} + SMT_{63}}{l} & \frac{SMT_{63} + SMT_{66}}{l} \\ 0 & [SM_{32}(g+SM_{66}) - SM_{62} SM_{63}] \frac{t}{x} & \frac{t}{x} [SM_{33}(g+SM_{66}) - SM_{63}^2] & 0 & \frac{t}{x} [SM_{35}(g+SM_{66}) - SM_{65} SM_{63}] & \frac{gt}{x} SM_{63} \\ -\frac{EAx}{l} & 0 & 0 & \frac{EAx}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -SMT_{22} & -SMT_{23} & 0 & -SMT_{52} & -SMT_{26} \\ 0 & \frac{g}{x} [SM_{62}(t+SM_{33}) - SM_{32} SM_{63}] & \frac{gt}{x} SM_{63} & 0 & \frac{g}{x} [SM_{65}(t+SM_{33}) - SM_{63} SM_{62}] & \frac{g}{x} [SM_{66}(t+SM_{33}) - SM_{63}^2] \end{bmatrix}$$

- MATRIZ DE RIGIDEZ DO ELEMENTO VIGA EQUIVALENTE -
 (elemento à flexão associado, em série, com dois
 elementos transversais à torção)

(III.19)

$$x = [(g + SM_{66})(t + SM_{33}) - SM_{63}^2]$$

C - MATRIZ DE RIGIDEZ DO ELEMENTO VIGA EQUIVALENTE,
COM TRECHOS RÍGIDOS EM SUAS EXTREMIDADES.

A montagem da matriz de rigidez, com a inclusão de trechos rígidos nas extremidades, se faz de maneira análoga àquela feita em (III.3), considerando-se os deslocamentos unitários das extremidades como deslocamentos de elementos de corpo rígido

A rigidez associada a cada deslocamento das extremidades do elemento viga equivalente é obtida pela condição de equilíbrio, desenvolvida a seguir⁵.

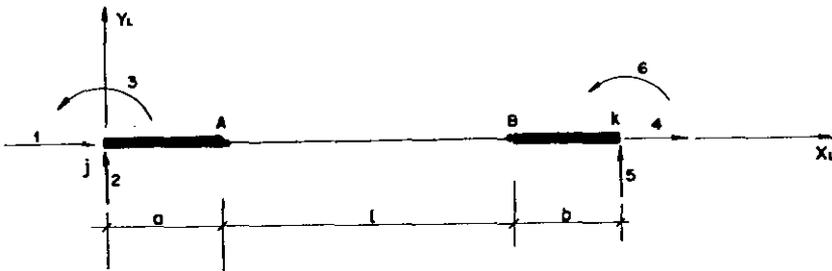


FIG. III.5 - ELEMENTO VIGA EQUIVALENTE COM TRECHOS RIGIDOS EM SUAS EXTREMIDADES.

Para uma rotação unitária j , no sentido 3, a deformação do trecho \overline{AB} será a composição das deformações devidas a uma rotação unitária em "A", no sentido de 3, com as deformações devidas a um deslocamento vertical de valor "a", na direção de 2, conforme indica a figura III.6.

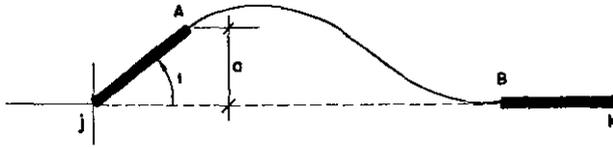
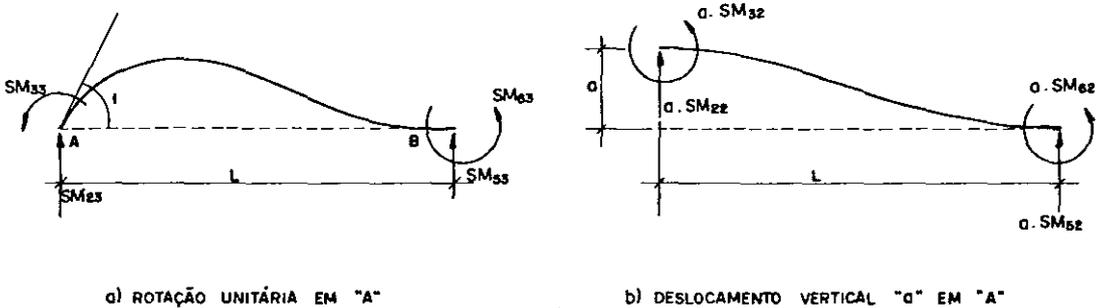


FIG. III.6 - ROTAÇÃO UNITÁRIA EM j NA DIREÇÃO 3.



a) ROTAÇÃO UNITÁRIA EM "A"

b) DESLOCAMENTO VERTICAL "a" EM "A"

FIG. III.7 - DEFORMAÇÃO DO TRECHO AB DEVIDA À ROTAÇÃO UNITÁRIA EM j, NA DIREÇÃO 3.

Alguns coeficientes da matriz de rigidez do elemento equivalente, com trechos rígidos nas extremidades (\underline{SMR}), serão obtidos, calculando-se as ações nos nós "j" e "k", devidas às ações atuantes em "A" e "B":

$$SMR_{33} = SM_{33} + a \cdot SM_{32} + a \cdot SM_{23} + a^2 \cdot SM_{22}$$

$$SMR_{63} = SM_{63} + a \cdot SM_{62} - b \cdot SM_{53} - ab \cdot SM_{52}$$

$$SMR_{23} = SM_{23} + a \cdot SM_{22}$$

$$SMR_{53} = SM_{53} + a \cdot SM_{52}$$

(III.20)

Substituindo-se os valores de (III.3) em (III.20), vem:

$$\begin{aligned} \text{SMR}_{33} &= \frac{(4+\phi)EI_Z}{\ell(1+\phi)} + a \frac{6EI_Z}{\ell^2(1+\phi)} + a \left[\frac{6EI_Z}{\ell^2(1+\phi)} + a \frac{12EI_Z}{\ell^3(1+\phi)} \right] \\ &= \frac{(4+\phi)EI_Z}{\ell(1+\phi)} + \frac{a \cdot 12EI_Z}{\ell^2(1+\phi)} \left(1 + \frac{a}{\ell} \right) \end{aligned} \quad (\text{III.21})$$

$$\begin{aligned} \text{SMR}_{63} &= \frac{(2-\phi)EI_Z}{\ell(1+\phi)} + a \cdot \frac{6EI_Z}{\ell^2(1+\phi)} - b \left[- \frac{6EI_Z}{\ell^2(1+\phi)} - a \cdot \frac{12EI_Z}{\ell^3(1+\phi)} \right] \\ &= \frac{(2-\phi)EI_Z}{\ell(1+\phi)} + \frac{6EI_Z}{\ell^2(1+\phi)} \left(a + b + \frac{2ab}{\ell} \right) \end{aligned} \quad (\text{III.22})$$

$$\text{SMR}_{23} = \frac{6EI_Z}{\ell^2(1+\phi)} + a \cdot \frac{12EI_Z}{\ell^3(1+\phi)} = \frac{6EI_Z}{\ell^2(1+\phi)} \left(1 + \frac{2a}{\ell} \right) \quad (\text{III.23})$$

$$\text{SMR}_{53} = - \frac{6EI_Z}{\ell^2(1+\phi)} - a \frac{12EI_Z}{\ell^3(1+\phi)} = - \frac{6EI_Z}{\ell^2(1+\phi)} \left(1 + \frac{2a}{\ell} \right) \quad (\text{III.24})$$

Para um deslocamento unitário em "j", na direção 2, a deformação do trecho \overline{AB} é devida simplesmente a um deslocamento unitário em A, na direção e sentido de 2.

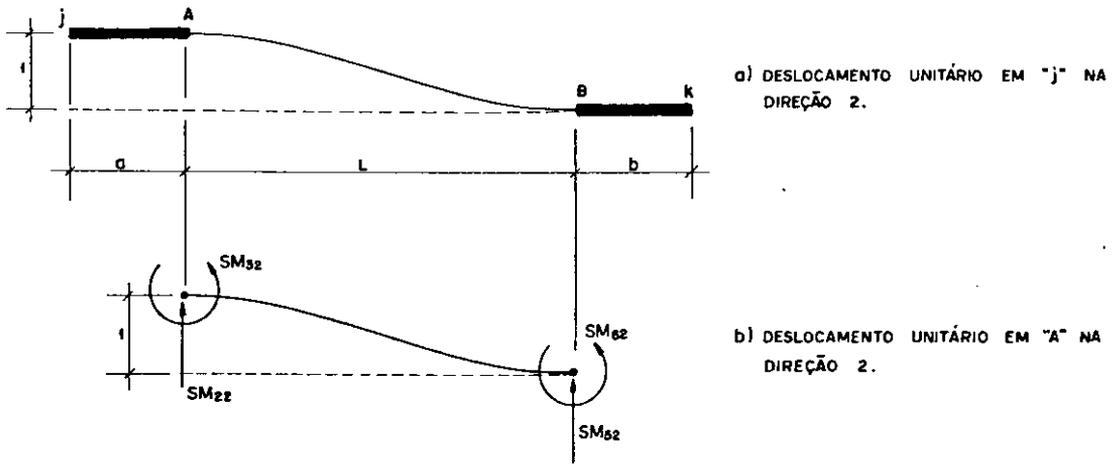


FIG. III.8 - DESLOCAMENTO NA DIREÇÃO 2 EM j.

De forma análoga ao desenvolvimento anterior, determinam-se os coeficientes da matriz \underline{SMR} , calculando-se as ações em "j" e "k", devidas às ações atuantes em "A" e "B":

$$SMR_{32} = SM_{32} + a \cdot SM_{22}$$

$$SMR_{62} = SM_{62} - b \cdot SM_{52}$$

(III.25)

$$SMR_{22} = SM_{22}$$

$$SMR_{52} = SM_{52}$$

Substituindo-se os valores de (III.3) em (III.25), obtêm-se:

$$SMR_{32} = \frac{6EI_Z}{\ell^2(1+\phi)} + a \frac{12EI_Z}{\ell^3(1+\phi)} = \frac{6EI_Z}{\ell^2(1+\phi)} \left(1 + \frac{2a}{\ell}\right) \quad (III.26)$$

$$SMR_{62} = \frac{6EI_Z}{\ell^2(1+\phi)} + b \frac{12EI_Z}{\ell^3(1+\phi)} = \frac{6EI_Z}{\ell^2(1+\phi)} \left(1 + \frac{2b}{\ell}\right) \quad (\text{III.27})$$

$$SMR_{22} = \frac{12EI_Z}{\ell^3(1+\phi)} \quad (\text{III.28})$$

$$SMR_{52} = \frac{12EI_Z}{\ell^3(1+\phi)} \quad (\text{III.29})$$

Para uma rotação unitária em "k", no sentido de 6, a de formação do trecho \overline{AB} será a composição das deformações devidas a uma rotação unitária em "B", no sentido de 6, com as deformações devidas a um deslocamento vertical "b", na direção de 5; para um deslocamento unitário em "k", na direção 5, a de formação do trecho \overline{AB} é devida simplesmente a um deslocamento unitário em "B", na direção e sentido de 5.

Desta forma, por analogia com as expressões (III.20) e (III.25) obtém-se os demais coeficientes da matriz SMR:

$$SMR_{36} = \frac{(2-\phi)EI_Z}{\ell(1+\phi)} + \frac{6EI_Z}{\ell^2(1+\phi)} \left(a + b + \frac{2ab}{\ell}\right) \quad (\text{III.30})$$

$$SMR_{66} = \frac{(4+\phi)EI_Z}{\ell(1+\phi)} + \frac{12EI_Z}{\ell^2(1+\phi)} b \left(1 + \frac{b}{\ell}\right) \quad (\text{III.31})$$

$$SMR_{26} = \frac{6EI_Z}{l^2(1+\phi)} \left(1 + \frac{2b}{l}\right) \quad (\text{III.32})$$

$$SMR_{56} = - \frac{6EI_Z}{l^2(1+\phi)} \left(1 + \frac{2b}{l}\right) \quad (\text{III.33})$$

$$SMR_{35} = - \frac{6EI_Z}{l^2(1+\phi)} \left(1 + \frac{2a}{l}\right) \quad (\text{III.34})$$

$$SMR_{65} = - \frac{6EI_Z}{l^2(1+\phi)} \left(1 + \frac{2b}{l}\right) \quad (\text{III.35})$$

$$SMR_{55} = \frac{12EI_Z}{l^3(1+\phi)} \quad (\text{III.36})$$

$$SMR_{25} = - \frac{12EI_Z}{l^3(1+\phi)} \quad (\text{III.37})$$

Com os coeficientes obtidos pelas expressões (III.21) a (III.24), (III.26) a (III.29) e (III.30) a (III.37), escreve-se a matriz de rigidez de um elemento à flexão, com trechos rígidos nas extremidades (SMR).

SMR =

$$\begin{bmatrix}
 \frac{EA_x}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA_x}{l} & 0 & 0 \\
 \frac{12EI_z}{l^3(1+\phi)} & \frac{6EI_z}{l^2(1+\phi)} \left(1 + \frac{2a}{l}\right) & 0 & -\frac{12EI_z}{l^3(1+\phi)} & \frac{6EI_z}{l^2(1+\phi)} \left(1 + \frac{2b}{l}\right) \\
 \frac{(4+\phi)EI_z}{l(1+\phi)} & \frac{a \cdot 12EI_z}{l^2(1+\phi)} \left(1 + \frac{a}{b}\right) & 0 & -\frac{6EI_z}{l^2(1+\phi)} \left(1 + \frac{2a}{l}\right) & \frac{(2-\phi)EI_z}{l(1+\phi)} + \frac{6EI_z}{l^2(1+\phi)} \left(a + b + \frac{2ab}{l}\right) \\
 \frac{EA_x}{l} & 0 & 0 & \frac{EA_x}{l} & 0 & 0 \\
 \text{Simetria} & & & \frac{12EI_z}{l^3(1+\phi)} & -\frac{6EI_z}{l^2(1+\phi)} \left(1 + \frac{2b}{l}\right) \\
 & & & & \frac{(4+\phi)EI_z}{l(1+\phi)} + \frac{b \cdot 12EI_z}{l^2(1+\phi)} \left(1 + \frac{b}{l}\right)
 \end{bmatrix}$$

(III.38) 62

Doravante, a matriz \underline{SMR} será considerada como \underline{SM} , pois, no instante em que "a" e "b" forem nulos, os coeficientes de (III.38) assumirão os valores de (III.3).

No caso do elemento com trechos rígidos na extremidade se associar em série com os elementos transversais à torção, basta substituir (III.38) em (III.19).

III.1.4 - SISTEMA GLOBAL DE REFERÊNCIA

O elemento viga equivalente tem os seus eixos de referência no sistema local respectivamente paralelos àqueles do sistema global. Logo $\underline{SMD}_{ij} = \underline{SM}_{ij}$, onde \underline{SMD} é a matriz de rigidez do elemento no sistema global de referência.

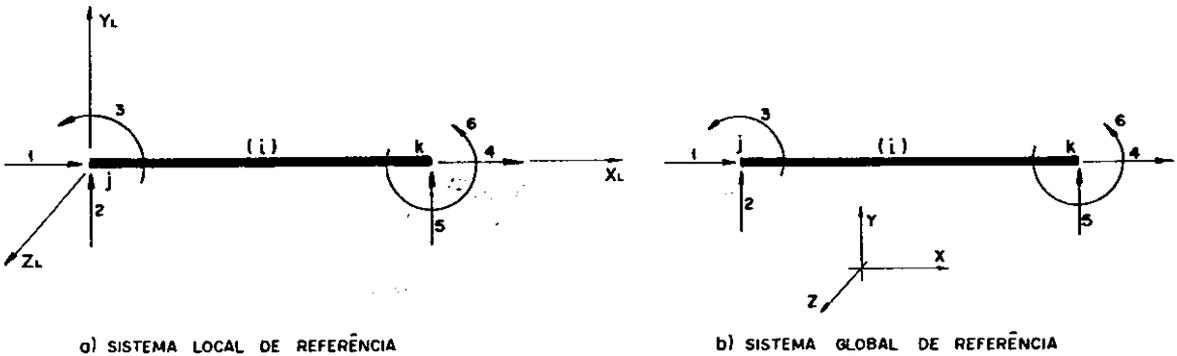
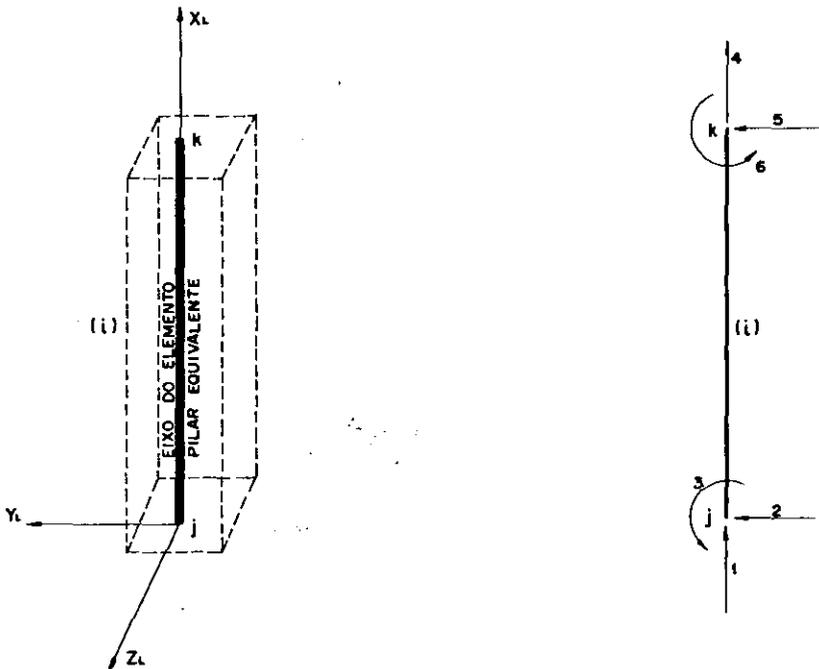


FIG. III.9 - SISTEMAS DE REFERÊNCIA.

III.2 - PILARES EQUIVALENTES

III.2.1 - SISTEMA LOCAL DE REFERÊNCIA

Também aqui, associa-se a cada elemento pilar equivalente um sistema triortogonal de referência X_L, Y_L, Z_L , com origem na extremidade j . O eixo X_L coincide com o eixo do elemento e é orientado da extremidade j para a extremidade k . Os eixos X_L e Z_L coincidem com os eixos principais de inércia (figura III.10 a)



a) SISTEMA LOCAL DE REFERENCIA DO ELEMENTO PILAR EQUIVALENTE.

b) ELEMENTO PILAR EQUIVALENTE COM SEUS GRAUS DE LIBERDADE.

FIG. III.10 - ELEMENTO PILAR EQUIVALENTE.

III.2.2 - GRAUS DE LIBERDADE E DESLOCAMENTOS NODAIS

Da mesma forma que a viga equivalente, cada elemento pilar equivalente será considerado como elemento de um pórtico plano. Assim, os seus deslocamentos nodais também se darão somente no plano $X_L Y_L$. A cada elemento pilar equivalente, associam-se seis graus de liberdade, conforme indicado na figura III.10 b.

De forma análoga ao exposto em III.1.2, pode-se escrever:

$$\underline{AM}_{PL}^i = \underline{SM}_{PL}^i \underline{D}_{PL}^i \quad (\text{III.39})$$

\underline{D}_{PL}^i representa os deslocamentos nodais do elemento pilar equivalente (i), no sistema local de referência.

\underline{AM}_{PL}^i representa as ações nas extremidades do elemento pilar equivalente (i), no sistema local de referência.

\underline{SM}_{PL}^i é a matriz de rigidez do elemento pilar equivalente, no sistema local de referência, e que terá um desenvolvimento mais detalhado no item seguinte.

III.2.3 - MATRIZ DE RIGIDEZ

Neste caso, por se tratar o elemento pilar equivalente como elemento de um pórtico plano, sua matriz de rigidez no sistema local será idêntica à matriz apresentada em (III.3). En-

tão:

$$\underline{SM}_{PL}^i = \underline{SM}_{VL}^i \quad (\text{III.40})$$

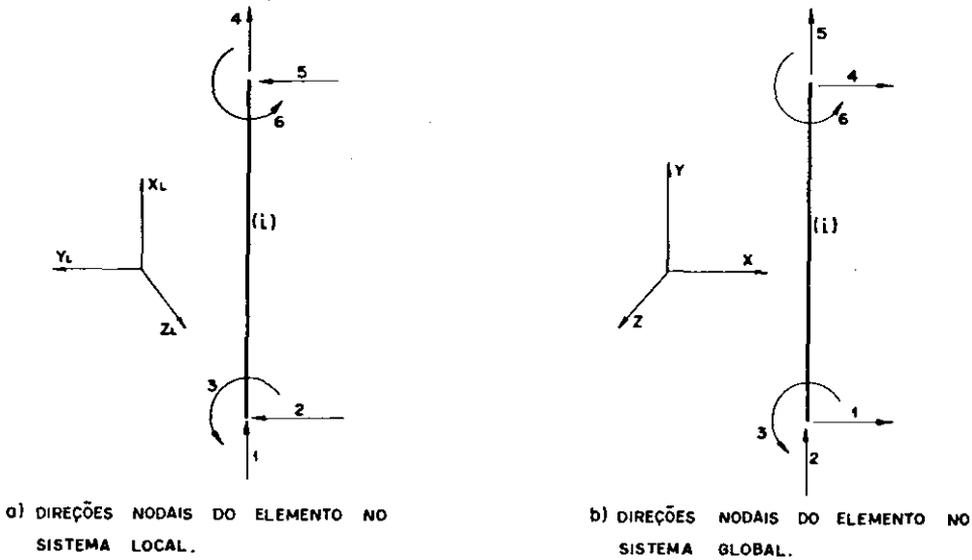


FIG. III.11

De forma análoga à expressão (III.39), onde se apresentam as ações no sistema global:

$$\underline{A}_P = \underline{SMD}_P \underline{D}_P \quad (\text{III.41})$$

Como ocorre com as ações, os deslocamentos globais e locais se relacionam:

$$\underline{D}_L = \underline{R}_t \underline{D} \quad (\text{III.42})$$

onde \underline{R}_t é a matriz de rotação.

$$\text{Como } \underline{\underline{AM}} = \underline{\underline{SM}} \underline{\underline{DL}} \quad \text{e} \quad (\text{III.43})$$

$$\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{R}}_T^T \underline{\underline{AM}} \quad , \quad (\text{III.44})$$

tem-se:

$$\underline{\underline{AM}} = \underline{\underline{SM}} \underline{\underline{R}}_t \underline{\underline{D}} \quad (\text{III.45})$$

$$\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{R}}_t^T \underline{\underline{SM}} \underline{\underline{R}}_t \underline{\underline{D}} \quad (\text{III.46})$$

sendo $\underline{\underline{A}}$ as ações nas extremidades do elemento no sistema global de referência.

Associando-se as expressões (III.41) com (III.46), conclui-se que:

$$\underline{\underline{SMD}} = \underline{\underline{R}}_t^T \underline{\underline{SM}} \underline{\underline{R}}_t \quad , \quad (\text{III.47})$$

Portanto, no caso do elemento pilar equivalente (III.47) pode ser reescrita:

$$\underline{\underline{SMD}}_P = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & -1 & 0 & & & \\ 1 & 0 & 0 & & 0 & \\ 0 & 0 & 1 & & & \\ \hline & & & 0 & -1 & 0 \\ & & & 1 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \cdot \left[\underline{\underline{SM}}_{PL} \right] \cdot \left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 1 & 0 & & & \\ -1 & 0 & 0 & & 0 & \\ 0 & 0 & 1 & & & \\ \hline & & & 0 & 1 & 0 \\ & & & 0 & -1 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \quad (\text{III.48})$$

Substituindo-se $\underline{\underline{SM}}_{PL}$ de (III.41) em (III.48) e resolvendo-se os produtos, determina-se a matriz de rigidez do elemento pilar equivalente no sistema global.

$$\underline{\text{SMD}}_p = \begin{bmatrix} \frac{12EI_z}{l^3(1+\phi)} & 0 & -\frac{6EI_z}{l^2(1+\phi)} & -\frac{12EI_z}{l^3(1+\phi)} & 0 & -\frac{6EI_z}{l^2(1+\phi)} \\ \frac{EA_x}{l} & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA_x}{l} & 0 \\ \frac{(4+\phi)EI_z}{l(1+\phi)} & -\frac{6EI_z}{l^2(1+\phi)} & 0 & \frac{(2-\phi)EI_z}{l(1+\phi)} & 0 & \frac{6EI_z}{l^2(1+\phi)} \\ \frac{12EI_z}{l^3(1+\phi)} & 0 & 0 & \frac{EA_x}{l} & 0 & \frac{(4+\phi)EI_z}{l(1+\phi)} \end{bmatrix} \quad (\text{III.50})$$

CAPÍTULO IV

PROPRIEDADES DOS CARREGAMENTOS - MONTAGEM DOS VETORES CARREGAMENTO.

IV.1 - CARREGAMENTO VERTICAL NO SISTEMA LOCAL DE REFERÊNCIA

IV.1.1 - CARGA DISTRIBUÍDA

Os elementos do pórtico equivalente que podem receber este carregamento são as vigas equivalentes. As cargas distribuídas são oriundas do peso próprio ou de carregamentos externos, aplicados na laje da respectiva viga equivalente, ou aplicados diretamente sobre o eixo da mesma viga equivalente. Tanto para o carregamento devido ao peso próprio, que será uma carga uniformemente distribuída, como para o carregamento externo, que será uma carga qualquer, linearmente distribuída, o vetor carregamento será montado em função do carregamento da figura IV.1 b.

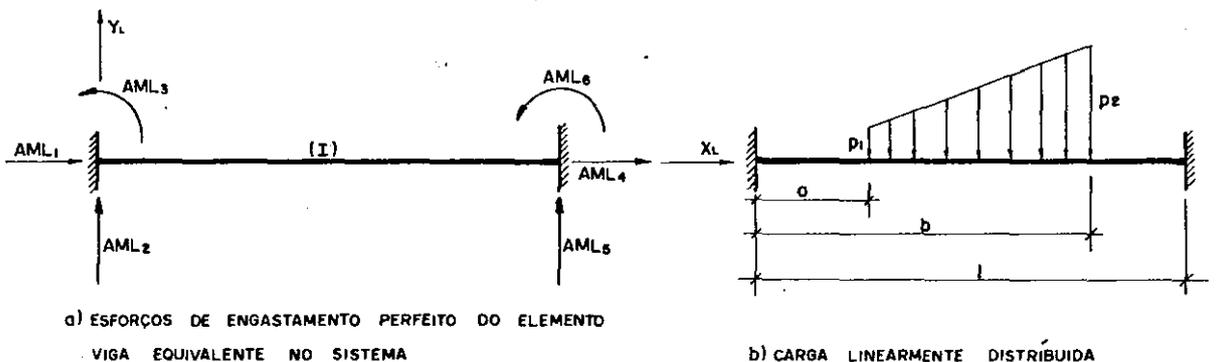


FIG. IV.1

IV.1.1.1 - ESFORÇOS DE ENGASTAMENTO PERFEITO

O vetor \underline{AML} representa as ações nas extremidades dos elementos, no sistema de eixos locais, e essas ações são obtidas a partir das reações de apoio, considerando-se o elemento viga equivalente bi-engastado. Portanto, os valores dessas ações são dadas pelas expressões:

$$AML_1 = AML_4 = 0 \quad (IV.1)$$

$$\begin{aligned} AML_3 = & \frac{P_B}{12\ell} \left[(\ell-a)^3 \left(1 - \frac{6(\ell-a)}{10\ell} \right) \right] - \frac{P_2'}{3\ell} \left[(\ell-b)^3 \left(1 - \frac{3(\ell-b)}{4\ell} \right) \right] - \\ & - \frac{(P_B - P_2')}{12\ell} \left[(\ell-b)^3 \left(1 - \frac{6(\ell-b)}{10\ell} \right) \right] + \frac{p_1 \ell^2}{12} - \frac{p_1 a^2}{3} \left(\frac{3}{2} - \frac{2a}{\ell} + \frac{3a^2}{4\ell^2} \right) - \\ & - \frac{p_1 (\ell-b)^3}{3\ell} \left[1 - \frac{3(\ell-b)}{4\ell} \right] \end{aligned} \quad (IV.2)$$

$$\begin{aligned} -AML_6 = & \frac{P_B (\ell-a)^2}{6} \left[1 - \frac{(\ell-a)}{\ell} + \frac{3(\ell-a)^2}{10\ell^2} \right] - \frac{(P_B - P_2') (\ell-b)^2}{6} \cdot \\ & \left[1 - \frac{(\ell-b)}{\ell} + \frac{3(\ell-b)^2}{10\ell^2} \right] - \frac{P_2' (\ell-b)^2}{3} \left[\frac{3}{2} - \frac{2(\ell-b)}{\ell} + \frac{3(\ell-b)^2}{4\ell^2} \right] + \\ & + \frac{p_1 \ell^2}{12} - \frac{p_1 a^3}{3\ell} \left(1 - \frac{3a}{4\ell} \right) - \frac{p_1 (\ell-b)^2}{3} \left[\frac{3}{2} - \frac{2(\ell-b)}{\ell} + \frac{3(\ell-b)^2}{4\ell^2} \right] \end{aligned} \quad (IV.3)$$

$$\begin{aligned} AML_2 = & \frac{P_2' (b-a)}{2\ell} \left[(\ell-b) + \frac{(b-a)}{3} \right] + \frac{p_1 (b-a)}{\ell} \\ & \left[(\ell-b) + \frac{(b-a)}{2} \right] + \frac{(AML_3 + AML_6)}{\ell} \end{aligned} \quad (IV.4)$$

$$AML_5 = (b-a) \left[\frac{p_2'}{6} (2b+a) + \frac{p_1}{2} (b+a) \right] - \frac{(AML_3 + AML_6)}{\ell} \quad (IV.5)$$

Sendo:

$$p_B = (\ell-a) \frac{p_2'}{(b-a)} \quad \text{e} \quad p_2' = p_2 - p_1 \quad (IV.6)$$

Observa-se que, se $p_1 > p_2$, as expressões (IV.2) a (IV.6) alteram-se para as seguintes:

$$\begin{aligned} AML_3 = & \frac{p_A \cdot b^2}{6} \left[1 - \frac{b}{\ell} + \frac{3b^2}{10\ell^2} \right] - \frac{(p_A - p_1') a^2}{6} \left(1 - \frac{a}{\ell} + \frac{3a^2}{10\ell^2} \right) - \\ & - \frac{p_1' \cdot a^2}{3} \left(\frac{3}{2} - \frac{2a}{\ell} + \frac{3a^2}{4\ell^2} \right) + \frac{p_1 \ell^2}{12} - \frac{p_1' a^2}{3} \left(\frac{3}{2} - \frac{2a}{\ell} + \frac{3a^2}{4\ell^2} \right) - \\ & - \frac{p_1' (\ell-b)^3}{3\ell} \left[1 - \frac{3(\ell-b)}{4\ell} \right] \end{aligned} \quad (IV.7)$$

$$\begin{aligned} -AML_6 = & \frac{p_A \cdot b^3}{12\ell} \left(1 - \frac{6b}{10\ell} \right) - \frac{(p_A - p_1') a^3}{12\ell} \left(1 - \frac{6a}{10\ell} \right) - \\ & - \frac{p_1' a^3}{3\ell} \left(1 - \frac{3a}{4\ell} \right) + \frac{p_1 \ell^2}{12} - \frac{p_1 a^3}{3\ell} \left(1 - \frac{3a}{4\ell} \right) - \frac{p_1 (\ell-b)^2}{3} \\ & \left[\frac{3}{2} - \frac{2(\ell-b)}{\ell} + \frac{3(\ell-b)^2}{4\ell^2} \right] \end{aligned} \quad (IV.8)$$

$$\begin{aligned}
 AML_2 = & \frac{p_1'(b-a)}{2\ell} \left[\ell - \frac{(2a+b)}{3} \right] + \frac{p_1(b-a)}{\ell} \left[(\ell-b) + \frac{(b-a)}{2} \right] + \\
 & + \frac{(AML_3 + AML_6)}{\ell}
 \end{aligned} \tag{IV.9}$$

$$AML_5 = \frac{p_1'(b-a)}{6\ell} (2a+b) + \frac{p_1(b-a)}{2\ell} (a+b) - \frac{(AML_3 + AML_6)}{\ell} \tag{IV.10}$$

Sendo:

$$p_A = \frac{p_1' b}{(b-a)} \quad \text{e} \quad p_1' = p_1 - p_2 \tag{IV.11}$$

IV.1.1.2 - DEFINIÇÃO DAS CARGAS DISTRIBUÍDAS AO LONGO DO ELEMENTO EQUIVALENTE

A - CARGAS APLICADAS DIRETAMENTE SOBRE O ELEMENTO

Neste caso, os valores de p_1 e p_2 são quaisquer, dependem do única e exclusivamente do carregamento aplicado (exemplos: alvenaria, sobrecarga). No caso do peso próprio, p_1 passa a ser igual a p_2 (pois, se está admitindo seção constante ao longo do eixo) e $a = 0$; $b = \ell$

B - CARGAS APLICADAS DIRETAMENTE SOBRE AS LAJES

Apresentam-se, aqui, duas hipóteses para obtenção de p_1 e p_2 . A primeira, seguindo a idéia apresentada por Cuevas¹ e por Vanderbilt³, onde o carregamento vertical uniformemente distribuído sobre a laje (p_L) contida na faixa do pórtico equivalente em análise, é linearizado, ou seja, multiplica-se a carga p_L pela largura de faixa (l_2).

Assim sendo:

$$P_1 = P_2 = P_L \cdot l_2 \quad (\text{IV.12})$$

$$a = 0; b = l \quad (\text{IV.13})$$

Para obtenção da força cortante na laje e na viga da estrutura original, a distribuição de cargas da laje para as vigas é feita segundo o critério de quinhão de cargas, adotado pela NB-1¹⁷.

A segunda hipótese consiste em distribuir diretamente as cargas das lajes para o elemento viga equivalente, utilizando-se o quinhão de cargas contidas nas áreas triangulares ou trapezoidais, delimitadas por retas inclinadas com ângulos de 30° , 45° ou 60° , de acordo com o tipo de borda existente, como foi mostrado em I.5.1. A seguir, apresenta-se o desenvolvimento de dois tipos de distribuição de cargas. Os demais tipos, com valores finais de distribuição p_x e p_y , estão contidos na tabela IV.1.

B.1 - LAJE TOTALMENTE APOIADA (tipo 1)

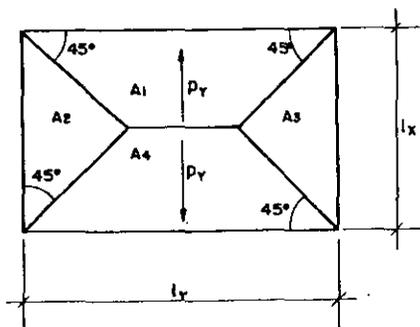


FIG. IV.2 - LAJE COM OS QUATRO BORDOS APOIADOS

Da figura IV.2, p_x será a carga contida na área A_2 , distribuída para o lado menor l_x , e p_y a carga contida na área A_1 , distribuída para o lado maior l_y .

Logo:

$$P_x = P_L \cdot A_2 / l_x \quad (\text{IV.14})$$

$$P_y = P_L \cdot A_1 / l_y \quad (\text{IV.15})$$

Cálculo das áreas A_1 e A_2

$$\begin{aligned} A_1 &= [l_y + (l_y - l_x)] \frac{l_x}{2} \cdot \frac{1}{2} = (2l_y - l_x) \frac{l_x}{4} = \\ &= \left(2 - \frac{l_x}{l_y}\right) \frac{l_x \cdot l_y}{4} \quad (\text{IV.16}) \end{aligned}$$

$$A_2 = \left(l_x \cdot \frac{l_x}{2} \right) \frac{1}{2} = \frac{l_x^2}{4} \quad (\text{IV.17})$$

Substituindo-se (IV.16) e (IV.17) em (IV.15) e (IV.14), respectivamente, obtêm-se:

$$p_x = p_L \frac{l_x^2}{4 \cdot x} = \frac{p_L \cdot l_x}{4} \quad (\text{IV.18})$$

$$p_y = p_L \left(2 - \frac{l_x}{l_y} \right) \frac{l_x \cdot l_y}{4 \cdot l_y} = \frac{p_L \cdot l_x}{4} \left(2 - \frac{l_x}{l_y} \right) \quad (\text{IV.19})$$

B.2 - LAJE COM UM DOS LADOS MAIOR ENGASTADO E OS DEMAIS APOIADOS (tipo 2b)

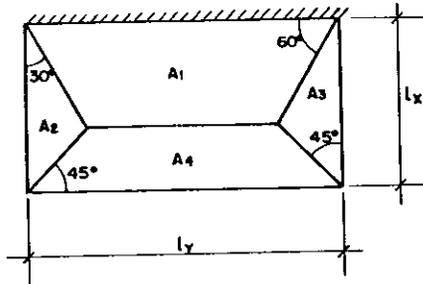


FIG. IV.3 - LAJE COM UM BORDO ENGASTADO E TRÊS APOIADOS.

Neste caso, tem-se:

$$p_x = p_L \frac{A_2}{l_x} \quad p_x - \text{carga repartida para o lado menor} \quad (\text{IV.20})$$

$$p_y = p_L \frac{A_4}{l_y} \quad p_y - \text{carga repartida para o lado maior} \quad (\text{IV.21})$$

$$p_{ye} = p_L \frac{A_1}{l_y} \quad p_{ye} - \text{carga repartida para o lado maior engastado} \quad (\text{IV.22})$$

Desenvolvendo-se as expressões para o cálculo das áreas, obtêm-se:

$$A_1 = [l_y + (l_y - 0,732l_x)] 0,6339 \frac{l_x}{2} = (2 - 0,732 \frac{l_x}{l_y}) \cdot 0,6339 \frac{l_x}{2} \quad (\text{IV.23})$$

$$A_2 = A_3 = 0,732 \frac{l_x^2}{4} \quad (\text{IV.24})$$

$$A_4 = (2 - 0,732 \frac{l_x}{l_y}) 0,732 \frac{l_x \cdot l_y}{4} \quad (\text{IV.25})$$

Dessa forma, podem-se obter p_x , p_y e p_{ye} , substituindo-se (IV.24), (IV.25) e (IV.23) em (IV.20), (IV.21) e (IV.22), respectivamente. Logo:

$$p_x = \frac{p_L}{x} \frac{0,732}{4} l_x^2 = \frac{p_L \cdot l_x}{4} 0,732 \quad (\text{IV.26})$$

$$p_y = \frac{p_L}{y} (2 - 0,732 \frac{l_x}{l_y}) 0,732 \frac{l_x \cdot l_y}{4} = p_x (2 - 0,732 \frac{l_x}{l_y}) \quad (\text{IV.27})$$

$$p_{ye} = \frac{p_L}{l_y} (2 - 0,732 \frac{l_x}{l_y}) 0,6339 \cdot 2 \frac{l_x \cdot l_y}{4} \cdot \frac{0,732}{0,732} = 1,732 p_y \quad (\text{IV.28})$$

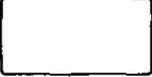
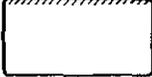
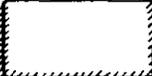
TIPO 1	TIPO 2a		TIPO 2b
 $p_x = \frac{p_l l_x}{4}$ $p_y = p_x \left(2 - \frac{l_x}{l_y} \right)$	 $\frac{l_x}{l_y} < 0.732$ $p_x = \frac{p_l l_x}{4}$ $p_{xe} = 1.732 p_x$ $p_y = p_x \left(2 - 1.536 \frac{l_x}{l_y} \right)$	 $\frac{l_x}{l_y} > 0.732$ $p_y = 0.732 \frac{p_l l_y}{4}$ $p_x = p_y \left(2 - 0.732 \frac{l_y}{l_x} \right)$ $p_{xe} = 1.732 p_x$	 $p_x = 0.732 \frac{p_l l_x}{4}$ $p_y = p_x \left(2 - 0.732 \frac{l_x}{l_y} \right)$ $p_{ye} = 1.732 p_y$
TIPO 3	TIPO 4a		TIPO 4b
 $p_x = 0.732 \frac{p_l l_x}{4}$ $p_{xe} = 1.732 p_x$ $p_y = p_x \left(2 - \frac{l_x}{l_y} \right)$ $p_{ye} = 1.732 p_y$	 $\frac{l_x}{l_y} < 0.577$ $p_{xe} = 1.732 \frac{p_l l_x}{4}$ $p_y = \frac{p_l l_x}{4} \left(2 - 1.732 \frac{l_x}{l_y} \right)$	 $\frac{l_x}{l_y} > 0.577$ $p_y = 0.577 \frac{p_l l_y}{4}$ $p_{xe} = \frac{p_l l_y}{4} \left(2 - 0.577 \frac{l_y}{l_x} \right)$	 $p_x = 0.577 \frac{p_l l_x}{4}$ $p_{ye} = \frac{p_l l_x}{4} \left(2 - 0.577 \frac{l_x}{l_y} \right)$
TIPO 5a		TIPO 5b	TIPO 6
 $\frac{l_x}{l_y} < 0.79$ $p_{xe} = 1.268 \frac{p_l l_x}{4}$ $p_{ye} = p_{xe} \left(2 - 1.268 \frac{l_x}{l_y} \right)$ $p_y = 0.577 p_{ye}$	 $\frac{l_x}{l_y} > 0.79$ $p_{ye} = \frac{p_l l_y}{4}$ $p_y = 0.577 p_{ye}$ $p_x = p_{ye} \left(2 - 0.79 \frac{l_y}{l_x} \right)$	 $p_{xe} = \frac{p_l l_x}{4}$ $p_x = 0.577 p_{xe}$ $p_{ye} = p_{xe} \left(2 - 0.79 \frac{l_x}{l_y} \right)$	 $p_{xe} = \frac{p_l l_x}{4}$ $p_y = p_{xe} \left(2 - \frac{l_x}{l_y} \right)$

TABELA IV.1 - DISTRIBUIÇÃO DAS CARGAS DAS LAJES PARA DIVERSOS TIPOS DE VÍNCULOS.

Sendo constante, ao longo de um lado, a distribuição de cargas das lajes para as vigas, resulta que p_1 e p_2 são iguais e assumem os valores de p_x , ou p_y , ou p_{xe} , ou p_{ye} , de acordo com a vinculação existente entre as lajes adjacentes. Quando o pórtico equivalente não é de extremidade, $p_1 = p_2$ serão constituídos pela somatória das cargas das lajes de cada lado do pórtico equivalente em análise. Para o programa "EMEEQ", generalizam-se as expressões de p_x , p_y , p_{xe} e p_{ye} , conforme apresentado a seguir¹⁰, sabendo-se de antemão que, para os tipos 2a ($l_x, l_y > 0,732$), 4a ($l_x, l_y > 0,577$) e 5a ($l_x, l_y > 0,79$), os resultados encontrados estarão sujeitos a pequenos erros, da ordem de 1% a 2%, aproximadamente.

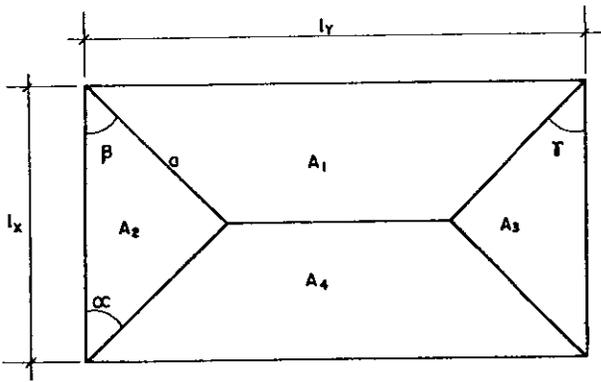


FIG. IV.4 - DISTRIBUIÇÃO DE CARGAS - VINCULAÇÃO GENÉRICA.

Para o cálculo das áreas lança-se mão do parâmetro auxiliar "a", representado na figura IV.4, que vale:

$$a = \frac{l_x}{\left(\frac{1}{\text{Tg}\beta} + \frac{1}{\text{Tg}\alpha}\right) \cdot \text{sen}\beta} = \frac{l_x}{\cos\beta + \cot\alpha \text{ sen}\beta} \quad (\text{IV.29})$$

As áreas tomam os seguintes valores:

$$A_1 = a \cos\beta \left[l_y - \frac{1}{2}a (\sin\beta + \cos\beta \cdot \operatorname{tg}\gamma) \right] \quad (\text{IV.30})$$

$$A_2 = \frac{1}{2}a \cdot l_x \sin\beta \quad (\text{IV.31})$$

$$A_3 = \frac{1}{2}a \cdot l_x \cos\beta \operatorname{tg}\gamma \quad (\text{IV.32})$$

$$A_4 = l_x l_y - (A_1 + A_2 + A_3) \quad (\text{IV.33})$$

IV.1.2 - CARGA CONCENTRADA

Os elementos do pórtico equivalente que recebem este carregamento são: as vigas equivalentes, cujo carregamento é proveniente diretamente de cargas externas, e os pilares equivalentes cujo pesos próprios são admitidos concentrados e aplicados à meia altura. O vetor carregamento, tanto para a viga equivalente, como para o pilar equivalente, é montado de acordo com o carregamento das figuras IV.5 b, respectivamente.

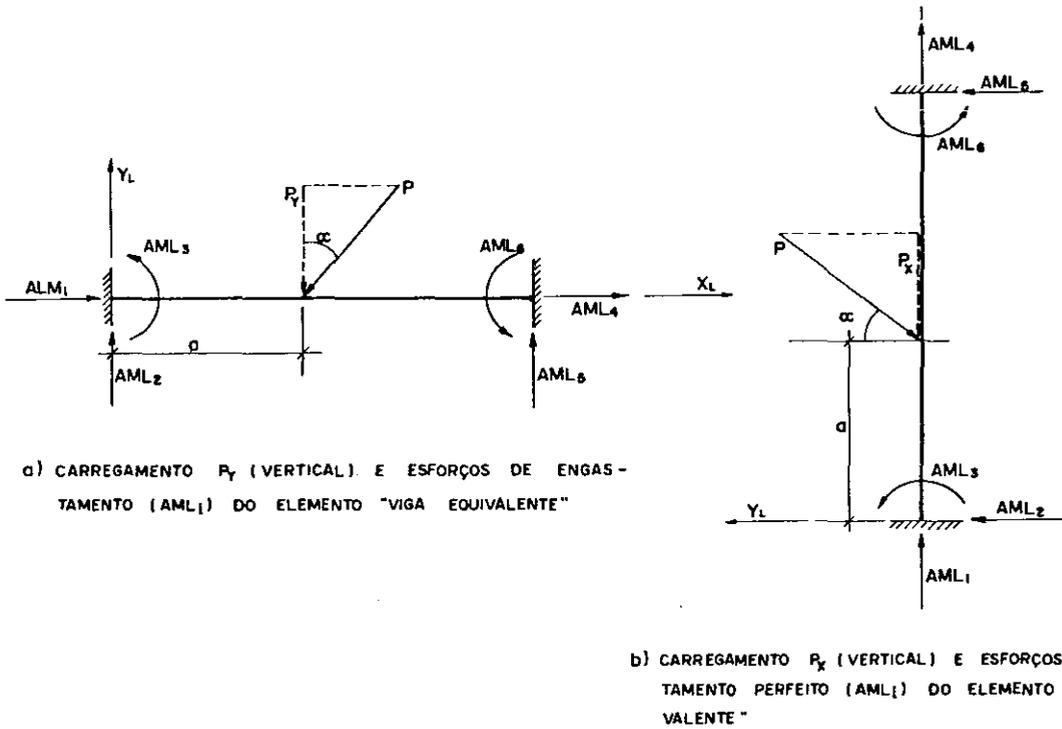


FIG. IV.5 - CARGA CONCENTRADA NOS ELEMENTOS EQUIVALENTES.

IV.1.2.1 - ESFORÇOS DE ENGASTAMENTO PERFEITO

Essas ações são obtidas a partir das reações de apoio, considerando-se como bi-engastado o elemento viga equivalente ou pilar equivalente.

No caso da viga equivalente, os elementos do vetor carregamento tomam os seguintes valores:

$$AML_1 = AML_4 = 0 \quad (IV.34)$$

$$AML_2 = P_y \frac{(\ell - a)}{\ell} - P_y \frac{a(\ell - a)}{\ell^3} \cdot (2a - \ell) \quad (IV.35)$$

$$AML_3 = P_y \frac{a(\ell - a)^2}{\ell^2} \quad (IV.36)$$

$$AML_5 = \frac{p_y a}{l} + \frac{p_y a (l - a)}{3} \cdot (2a - l) \quad (IV.37)$$

$$AML_6 = - \frac{p_y a^2 (l - a)}{2} \quad (IV.38)$$

No caso do pilar equivalente, os elementos do vetor carregamento são os seguintes:

$$AML_1 = p_x \frac{(l - a)}{l} \quad (IV.39)$$

$$AML_4 = \frac{p_x a}{l} \quad (IV.40)$$

$$AML_2 = AML_3 = AML_5 = AML_6 = 0 \quad (IV.41)$$

Para ambos os elementos apresentados acima (figura IV.5) p_x e p_y são calculados em função de p . Logo:

$$p_x = p \operatorname{sen} \alpha \quad (IV.42)$$

$$p_y = p \operatorname{cos} \alpha \quad (IV.43)$$

IV.2 - CARREGAMENTO HORIZONTAL NO SISTEMA LOCAL DE REFERÊNCIA

IV.2.1 - CARGA DISTRIBUÍDA

O elemento do pórtico equivalente que recebe este carregamento é o pilar equivalente. Esse carregamento horizontal, do ravante dito carregamento lateral, pode ser proveniente de forças devidas ao vento, conforme ilustram as figuras I.14 e I.15. O vetor carregamento será montado como se desenvolveu em IV.1.1, sendo o vetor AML representado pelas expressões de (IV.1) a (IV.5) e de (IV.7) a (IV.10).

IV.2.1.1 - OBTENÇÃO DAS CARGAS p_1 e p_2

Como se sabe, o carregamento horizontal nas estruturas é proveniente do vento, e este aplica à estrutura uma força por unidade de superfície. Nas estruturas de edifícios não se considera o elemento de vedação como elemento resistente aos esforços externos aplicados. Todavia, ele será um elemento de transmissão de carga, pois irá transformar a pressão do vento " w " em carga uniformemente distribuída no elemento pilar equivalente, conforme indicado na figura I.14. Logo:

$$p_1 = p_2 = w \cdot l_2$$

(IV.44)

Faz-se, portanto, necessário, o conhecimento de " ω ".

Segundo Ravara²¹, há necessidade de se quantificarem as solicitações devidas ao vento e julgar o seu caráter estático ou dinâmico, relativamente à estrutura que se pretende analisar, levando-se em conta as condições de segurança e conforto. Considera, ainda, que a altura da edificação seja um fator principal na escolha dos critérios de análise estrutural. Com isso, concluiu-se que:

a) para edificações com até 10 pavimentos, formas convencionais, sem grande assimetria em relação à ação do vento, esta é assimilada a uma pressão estática uniforme ou pouco variável, limitando-se, porém, a deformação do topo a $0,001H$ ($H =$ altura do edifício);

b) para edificações de 10 a 20 pavimentos, formas convencionais, sem grande assimetria, a assimilação do vento é feita de tal forma que a pressão estática englobe o efeito da turbulência, limitando-se, ainda, a deformação no topo em $0,001H$;

c) para edifícios de até 20 pavimentos, com formas especiais, e edifícios com mais de 20 pavimentos, há necessidade de se recorrer a estudos meteorológicos e a ensaios em túnel aerodinâmico, bem como atender a efeitos de fadiga, e limitar as deformações em função do período próprio.

Já a NB-599²² segue o esquema de Newberry, onde se resalta que a maioria das construções têm frequências naturais altas, em relação às frequências predominantes do espectro do vento natural; o efeito dinâmico torna-se, então, desprezível.

Para fins de análise estrutural, o vento natural pode ser caracterizado por uma velocidade média horizontal \bar{V} , cuja grandeza e direção consideram-se constantes. Atribui-se a Devempport a decomposição da velocidade do vento, em função da resposta da estrutura do sistema de pressões, em uma resposta estática e outra dinâmica.

A velocidade média é igual à média das velocidades instantâneas em um período compreendido entre 10 min. e 1 hora, e pode ser representada pela expressão:

$$V(t) = \bar{V} + V_X(t) \quad (\text{IV.45})$$

onde $V_X(t)$ é a parcela flutuante, cuja resposta é dinâmica, e \bar{V} é a parcela cuja resposta da estrutura ao sistema de pressões produzidas é de caráter estático.

Em consequência do critério adotado pela NB-599²², a análise da estrutura baseia-se, portanto, no valor máximo da velocidade instantânea $V(t)$, para a qual se admite uma solicitação estática, porém, com a introdução de fatores de correção para levar-se em conta o efeito da dimensão de rajada.

Com base na exposição acima, a solicitação em regime estático corresponde a uma pressão horizontal atuante em qualquer direção, dada pela expressão:

$$\omega = \frac{V_K^2}{16} \quad (\omega \text{ em kgf/m}^2) \quad (\text{IV.46})$$

sendo V_K a velocidade instantânea característica do vento (em m/s), obtida em função de V_0, S_1, S_2, S_3 .

$$V_K = V_0 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \quad (\text{IV.47})$$

onde:

V_0 é a velocidade básica de vento, baseada em uma velocidade de rajada de 3 segundos, excedida, em média, uma vez em 50 anos, a 10m acima do terreno, em campo aberto e plano;

S_1 é denominado fator topográfico e leva em conta as grandes variações locais na superfície do terreno. Seus valores variam, segundo a NB-599²², de 0,9 a 1,1.

S_2 é um fator que considera o efeito combinado da rugosidade do terreno, da variação da velocidade do vento com a altura acima do terreno e das dimensões da edificação. Como esse fator varia com a altura, é óbvio que a pressão do vento também varia; em consequência, a altura da edificação pode ser dividida em partes, bem como a pressão do vento (figura I.16). Os valores de S_2 variam de 0,47 a 1,27, de acordo com a NB-599²².

S_3 , denominado "fator estatístico", é baseado em conceitos estatísticos e considera o grau de segurança à vida útil da edificação. Este fator apresenta valores que vão desde 0,83 a 1,10. O valor $S = 1,0$ corresponde a edificações normais, destinadas a moradias, hotéis, escritórios, etc, com probabilidade de 63% de que V_0 seja igualada ou excedida, num período de 50 anos.

IV.2.2 - CARGA CONCENTRADA

Aqui, tanto o pilar equivalente como a viga equivalente recebem esse carregamento.

O carregamento horizontal P_x (figura IV.5 a) e o carregamento vertical P_y (figura IV.5 b) são provenientes de um carregamento qualquer P .

IV.2.2.1 - ESFORÇOS DE ENGASTAMENTO PERFEITO

Da mesma forma como apresentado anteriormente, o vetor \underline{AML} representa as ações nas extremidades dos elementos no sistema local, e essas ações são obtidas a partir das reações de apoio, considerando-se biengastado o elemento viga equivalente ou pilar equivalente.

No caso da viga equivalente, os elementos do vetor carregamento são representados pelas expressões de (IV.39) a (IV.41); no caso do pilar equivalente, os elementos do vetor carregamento são representados pelas expressões de (IV.34) a (IV.38).

IV.3 - ESFORÇOS DE ENGASTAMENTO PERFEITO NAS VIGAS EQUIVALENTES COM TRECHOS RÍGIDOS

Admitindo-se que os esforços obtidos nos itens anteriores

o sejam para os nós "A" e "B" da figura IV.6 a, e que a resolução do sistema de equações se efetue para os nós "j" e "k", que coincidem com os nós da estrutura, há necessidade de se transportarem os esforços de "A" e "B" para "j" e "k", indicados na figura IV.6 b⁵.

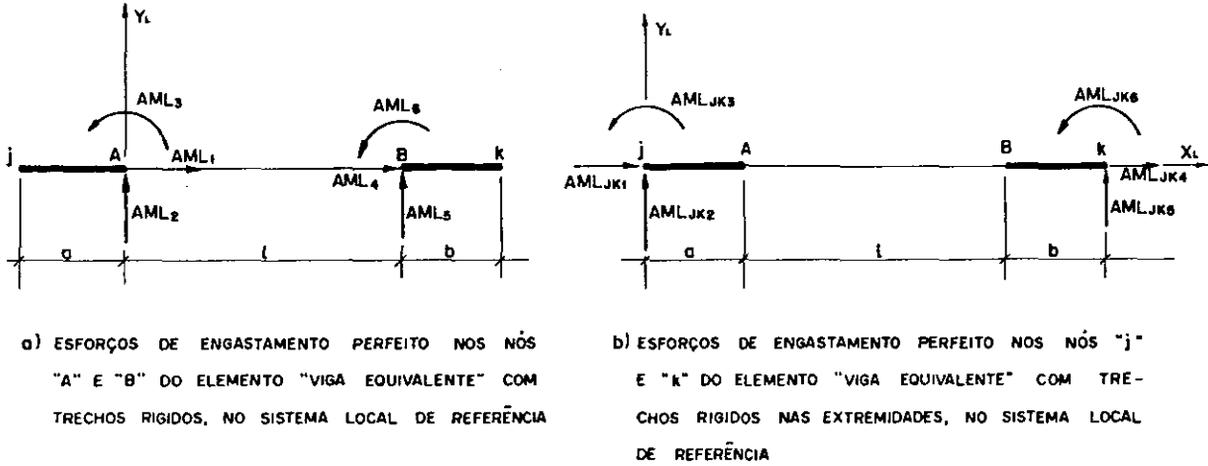


FIG. IV.6

Os esforços em "j" e "k" se obtêm pela expressão:

$$\underline{AML}_{jk} = \underline{ST} \cdot \underline{AML}_{AB} \quad (IV.48)$$

sendo que \underline{ST} representa a matriz de transformação, que relaciona as ações \underline{AML}_{AB} dos nós "A" e "B" com as ações \underline{AML}_{jk} dos pontos nodais "j" e "k".

A equação completa, representada pela equação matricial (IV.48) é, então:

$$\begin{Bmatrix} \text{AML}_{jk1} \\ \text{AML}_{jk2} \\ \text{AML}_{jk3} \\ \text{AML}_{jk4} \\ \text{AML}_{jk5} \\ \text{AML}_{jk6} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -b & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \text{AML}_1 \\ \text{AML}_2 \\ \text{AML}_3 \\ \text{AML}_4 \\ \text{AML}_5 \\ \text{AML}_6 \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.49})$$

IV.4 - ESFORÇOS DE ENGASTAMENTO PERFEITO DO ELEMENTO NO SISTEMA GLOBAL DE REFERÊNCIA

Da mesma forma que as matrizes de rigidez dos elementos equivalentes devem estar referenciados ao sistema global de referência, conforme visto em III.2.4, também as ações devem estar referenciadas ao sistema global (figuras III.9 e III.11) para que se possa efetuar a resolução do sistema.

De forma genérica, pode-se escrever que as ações na extremidade do elemento no sistema global se relacionam com as ações na extremidade do elemento no sistema local, através da transposta da matriz de rotação.

$$\underline{\text{AMD}} = \underline{\text{R}}^T \cdot \underline{\text{AML}} \quad (\text{IV.50})$$

IV.4.1 - ELEMENTO VIGA EQUIVALENTE

No elemento viga equivalente os eixos do sistema local co

incidem com os eixos do sistema global. Pode-se dizer que a matriz rotação é uma matriz identidade, pois $\gamma = 0$. Logo:

$$\underline{\underline{AMD}}_V = \underline{\underline{AML}}_V \quad (\text{IV.51})$$

IV.4.2 - ELEMENTO PILAR EQUIVALENTE

No elemento pilar equivalente os eixos no sistema local estão defasados de 90° dos eixos do sistema global, no plano XY, ou seja, $\gamma = 90^\circ$. Em consequência disto, a transposta da matriz de rotação tem seus elementos $C_x = 0$ e $C_y = 1$. Logo:

$$\underline{\underline{AMD}}_p = \underline{\underline{R}}_t^T \cdot \underline{\underline{AML}}_p \quad (\text{IV.52})$$

IV.5 - CARGAS APLICADAS DIRETAMENTE NOS NÓS

Em cada nó da estrutura podem-se aplicar cargas diretamente nas três direções do sistema global de referência. A montagem do vetor carregamento, relativo a estas cargas (ações), é feita diretamente.

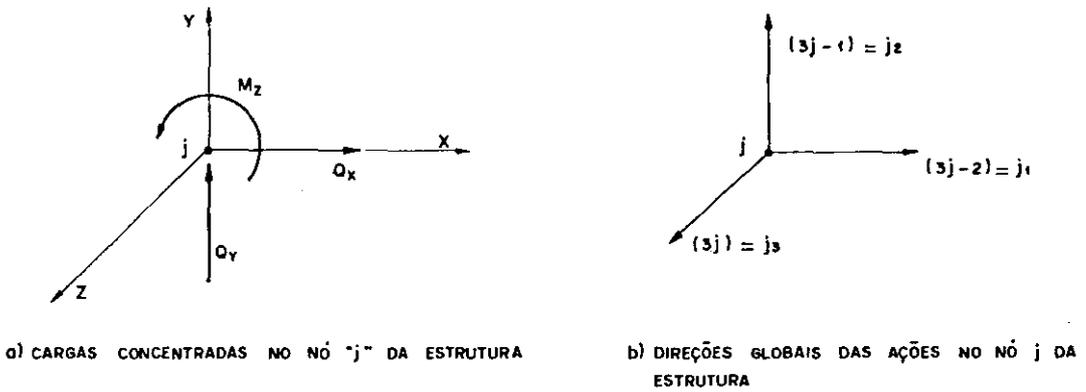


FIG. IV.7 - DIREÇÕES DAS CARGAS APLICADAS DIRETAMENTE NOS NÓS.

Em conseqüência do nó "j" pertencer a um nó de pórtico plano, representa-se, como indicado na figura IV.7 b, a direção dos deslocamentos, bem como a direção das ações nesse nó. Portanto, o vetor carregamento para esse nó é representado por:

$$A_{3j-2} = Q_x \quad (IV.53)$$

$$A_{3j-1} = -Q_y \quad (IV.54)$$

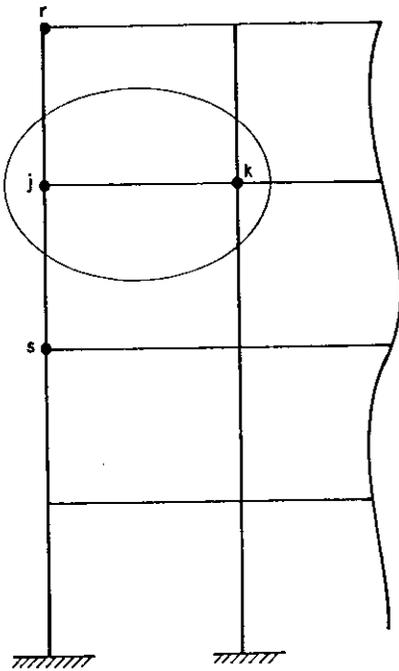
$$A_{3j} = M_z \quad (IV.55)$$

De forma prática, a carga Q_x pode ser obtida pela ação do vento na estrutura, onde a pressão " w ", distribuída em uma área de influência do nó "j" ($A_{inf.j} \cdot w$), seja concentrada neste nó. Assim sendo:

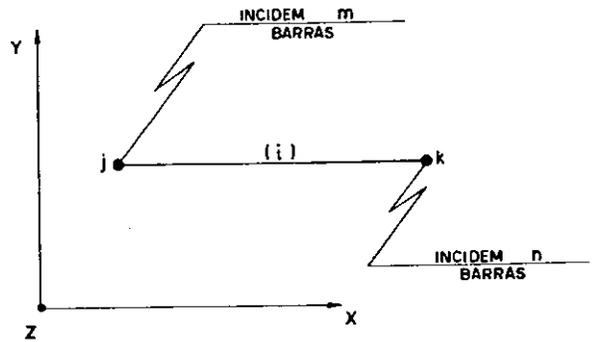
$$Q_x = A_{inf.j} \cdot w \quad (IV.56)$$

IV.6 - CARGAS EQUIVALENTES E COMBINADAS NOS NÓS

A fim de que se possa montar o sistema de equações, para a resolução da estrutura, há necessidade de se montar o vetor carregamento, para os pontos nodais dessa estrutura.



a) ESQUEMA GENÉRICO DE UM PÓRTICO EQUIVALENTE



b) ELEMENTO i. ISOLADO DO PÓRTICO GENÉRICO EQUIVALENTE

FIG. IV.8 - BARRAS CONECTADAS AOS NÓS "j" E "k" DE UM PÓRTICO EQUIVALENTE.

Para o pórtico plano, "m" e "n" variam de 1 a 4 barras incidentes em um nó "j" ou "k", respectivamente. Portanto, o vetor carregamento equivalente, para o nó "j", é:

$$AE_{(3j-2)} = - \left(\sum^{m-1} AMD + AMD_1 \right) \quad (IV.56)$$

$$AE_{(3j-1)} = - \left(\sum^{m-1} AMD + AMD_2 \right) \quad (IV.57)$$

$$AE_{(3j)} = - \left(\sum^{m-1} AMD + AMD_3 \right) \quad (IV.58)$$

e para a extremidade "k":

$$AE_{(3k-2)} = - \left(\sum^{n-1} AMD + AMD_4 \right) \quad (IV.59)$$

$$AE_{(3k-1)} = - \left(\sum^{n-1} AMD + AMD_5 \right) \quad (IV.60)$$

$$AE_{(3k)} = - \left(\sum^{n-1} AMD + AMD_6 \right) \quad (IV.61)$$

Observa-se que $\sum^{m-1} AMD$ e $\sum^{n-1} AMD$ seguem as regras da correspondência entre os índices no elemento e os índices na estrutura, de forma que sejam a soma dos componentes dos vetores AMD , em dada direção, das $(m-1)$, $(n-1)$ barras que incidem nos nós "j" e "k", respectivamente.

As cargas combinadas nos nós se obtêm, adicionando-se as cargas aplicadas diretamente no nó às ações equivalentes.

No nó "j", as expressões (IV.53) a (IV.55) adicionam-se às expressões (IV.56) a (IV.58).

Portanto:

$$AC_{(3j-2)} = A_{(3j-2)} + AE_{(3j-2)} \quad (\text{IV.62})$$

$$AC_{(3j-1)} = A_{(3j-1)} + AE_{(3j-1)} \quad (\text{IV.63})$$

$$AC_{(3j)} = A_{(3j)} + A_{(3j)} \quad (\text{IV.64})$$

CAPÍTULO V

ANÁLISE GLOBAL DA ESTRUTURA

V.1 - MÉTODO DE ANÁLISE

A estrutura é analisada pelo método da rigidez onde, de início, as incógnitas são os deslocamentos em cada ponto nodal.

O sistema de equações lineares que traduz o equilíbrio estático da estrutura, sob a ação de determinados carregamentos, é representado de forma genérica, pela expressão:

$$\underline{S} \underline{D} = \underline{AC} \quad (V.1)$$

onde \underline{S} é a matriz global de rigidez da estrutura, \underline{D} é o vetor deslocamento (incógnita) e \underline{AC} é o vetor das cargas combinadas nos nós.

De forma expandida, a equação (V.1) é apresentada em (V.2), sendo "n" (número de equações) igual a três vezes o número de nós, para os pórticos planos.

$$\begin{bmatrix}
 S_{11} & S_{12} & \dots & S_{1,n-1} & S_{1n} \\
 S_{21} & S_{22} & \dots & S_{2,n-1} & S_{2n} \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 S_{3j-2,1} & S_{3j-2,2} & \dots & S_{3j-2,n-1} & S_{3j-2,n} \\
 S_{3j-1,1} & S_{3j-1,2} & \dots & S_{3j-1,n-1} & S_{3j-1,n} \\
 S_{3j,1} & S_{3j,2} & \dots & S_{3j,n-1} & S_{3j,n} \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 S_{n-2,1} & S_{n-2,2} & \dots & S_{n-2,n-1} & S_{n-2,n} \\
 S_{n-1,1} & S_{n-1,2} & \dots & S_{n-1,n-1} & S_{n-1,n} \\
 S_{n,1} & S_{n,2} & \dots & S_{n,n-1} & S_{n,n}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 D_1 \\
 D_2 \\
 \dots \\
 D_{3j-2} \\
 D_{3j-1} \\
 D_{3j} \\
 \dots \\
 D_{n-2} \\
 D_{n-1} \\
 D_n
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 AC_1 \\
 AC_2 \\
 \dots \\
 AC_{3j-2} \\
 AC_{3j-1} \\
 AC_{3j} \\
 \dots \\
 AC_{n-2} \\
 AC_{n-1} \\
 AC_n
 \end{bmatrix}
 \quad (V.2)$$

sendo j a j -ésima numeração de ponto nodal.

V.2 - MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ DA ESTRUTURA

De acordo com a figura IV.8 b, os índices das direções globais de deslocamentos das extremidades do elemento "i" são:

$$\begin{array}{ll}
 j_1 = 3j - 2 & \text{direção } x, \text{ extremidade } j \\
 j_2 = 3j - 1 & \text{direção } y, \text{ extremidade } j \\
 j_3 = 3j & \text{direção } z, \text{ extremidade } j \\
 k_1 = 3k - 2 & \text{direção } x, \text{ extremidade } k \\
 k_2 = 3k - 1 & \text{direção } y, \text{ extremidade } k \\
 k_3 = 3k & \text{direção } z, \text{ extremidade } k
 \end{array}$$

A montagem da matriz global de rigidez se faz a partir do conhecimento dos coeficientes das matrizes de rigidez dos elementos do pórtico no sistema global.

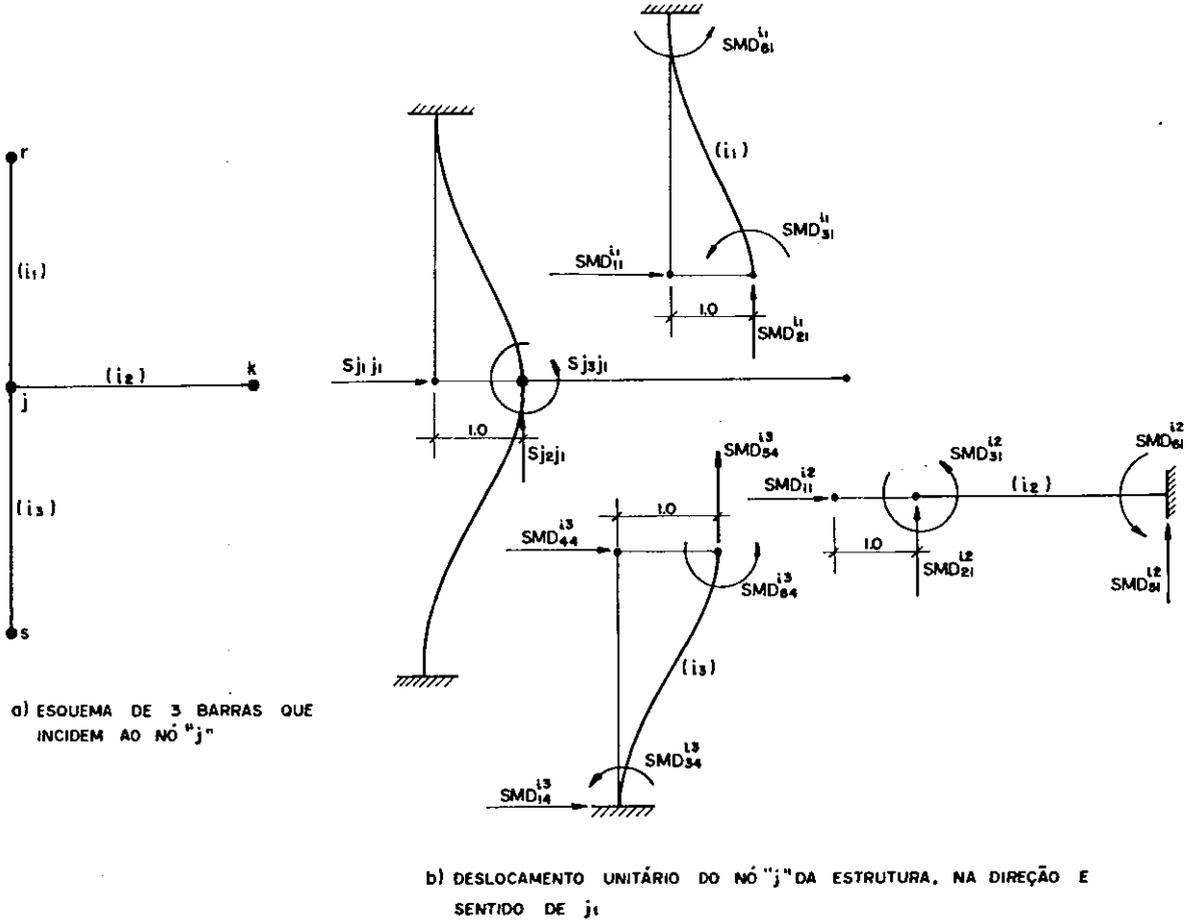


FIG. V.1

Observando-se a figura V.1 b, podem-se escrever os seguintes coeficientes de S_{j1j1} :

$$\begin{aligned}
 S_{j1j1} &= SMD_{11}^{i1} + SMD_{11}^{i2} + SMD_{44}^{i3} \\
 S_{j2j1} &= SMD_{21}^{i1} + SMD_{21}^{i2} + SMD_{54}^{i3} \\
 S_{j3j1} &= SMD_{31}^{i1} + SMD_{31}^{i2} + SMD_{64}^{i3}
 \end{aligned} \tag{V.3}$$

De forma geral, podem-se determinar os coeficientes de rigidez da matriz S , devidos às três barras que incidem ao nó "j" e a um deslocamento unitário, na direção e sentido de j_1 ,

da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 S_{k1j1} &= SMD_{41}^{i2}; & S_{k2j1} &= SMD_{51}^{i2}; & S_{k3j1} &= SMD_{61}^{i2} \\
 S_{r1j1} &= SMD_{41}^{i1}; & S_{r2j1} &= SMD_{51}^{i1}; & S_{r3j1} &= SMD_{61}^{i1} \\
 S_{s1j1} &= SMD_{14}^{i3}; & S_{s2j1} &= SMD_{24}^{i3}; & S_{s3j1} &= SMD_{34}^{i3}
 \end{aligned} \tag{V.4}$$

De forma análoga à desenvolvida anteriormente, aplica-se um deslocamento unitário ao nó "j", na direção de y, ou seja, na direção e sentido de j_2 . Logo:

$$\begin{aligned}
 S_{j1j2} &= SMD_{12}^{i1} + SMD_{12}^{i2} + SMD_{45}^{i3} \\
 S_{j2j2} &= SMD_{22}^{i1} + SMD_{22}^{i2} + SMD_{55}^{i3} \\
 S_{j3j2} &= SMD_{32}^{i1} + SMD_{32}^{i2} + SMD_{65}^{i3} \\
 S_{k1j2} &= SMD_{42}^{i2}; & S_{k2j2} &= SMD_{52}^{i2}; & S_{k3j2} &= SMD_{62}^{i2} \\
 S_{r1j2} &= SMD_{42}^{i1}; & S_{r2j2} &= SMD_{52}^{i1}; & S_{r3j2} &= SMD_{62}^{i1} \\
 S_{s1j2} &= SMD_{15}^{i3}; & S_{s2j2} &= SMD_{25}^{i3}; & S_{s3j2} &= SMD_{35}^{i3}
 \end{aligned} \tag{V.5}$$

Seguindo a seqüência apresentada anteriormente, dá-se uma rotação unitária em torno de z (direção e sentido de j_3), e obtem-se novas contribuições à matriz de rigidez S .

$$S_{j1j3} = \overset{i1}{SMD}_{13} + \overset{i2}{SMD}_{13} + \overset{i3}{SMD}_{46}$$

$$S_{j2j3} = \overset{i1}{SMD}_{23} + \overset{i2}{SMD}_{23} + \overset{i3}{SMD}_{56}$$

$$S_{j3j3} = \overset{i1}{SMD}_{33} + \overset{i2}{SMD}_{33} + \overset{i3}{SMD}_{66}$$

(V.6)

$$S_{k1j3} = \overset{i1}{SMD}_{43}; S_{k2j3} = \overset{i1}{SMD}_{53}; S_{k3j3} = \overset{i1}{SMD}_{63}$$

$$S_{r1j3} = \overset{i2}{SMD}_{43}; S_{r2j3} = \overset{i2}{SMD}_{53}; S_{r3j3} = \overset{i2}{SMD}_{63}$$

$$S_{s1j3} = \overset{i3}{SMD}_{16}; S_{s2j3} = \overset{i3}{SMD}_{26}; S_{s3j3} = \overset{i3}{SMD}_{36}$$

Fazendo para os demais nós, o mesmo desenvolvimento apresentado para o nó "j", completa-se a matriz global de rigidez de cada pórtico equivalente.

Ao se associarem em série pórticos de uma mesma direção (figura II.3), tem-se a matriz de rigidez \underline{S} , que é de ordem $\begin{matrix} \text{NPOR} & & \text{NPOR} \\ (3 \sum_1 & \text{NJ} \times & 3 \sum_1 \text{NJ}) \end{matrix}$. NJ representa o número de nós de cada pórtico equivalente e NPOR o número de pórticos associados em série, através de barras de conexão.

V.3 - TRATAMENTO DA MATRIZ \underline{S} EM FAIXA E ARMAZENADA NA FORMA RETANGULAR

A matriz \underline{S} das equações (V.1) e (V.2) apresenta a característica de ter os seus coeficientes não nulos, distribuídos ao longo da diagonal principal. A esta distribuição dá-se o nome de característica de faixa. Como a matriz \underline{S} , além de faixa, é simétrica, podem-se armazenar apenas os coeficientes pertencen-

centes à parte triangular superior, ou inferior, mais os coeficientes da diagonal principal (figura V.2) . Este procedimento de otimização de armazenamento computacional dos coeficientes é feito, levando-se em conta, principalmente, as limitações de memória principal, nos computadores de pequeno e médio porte.

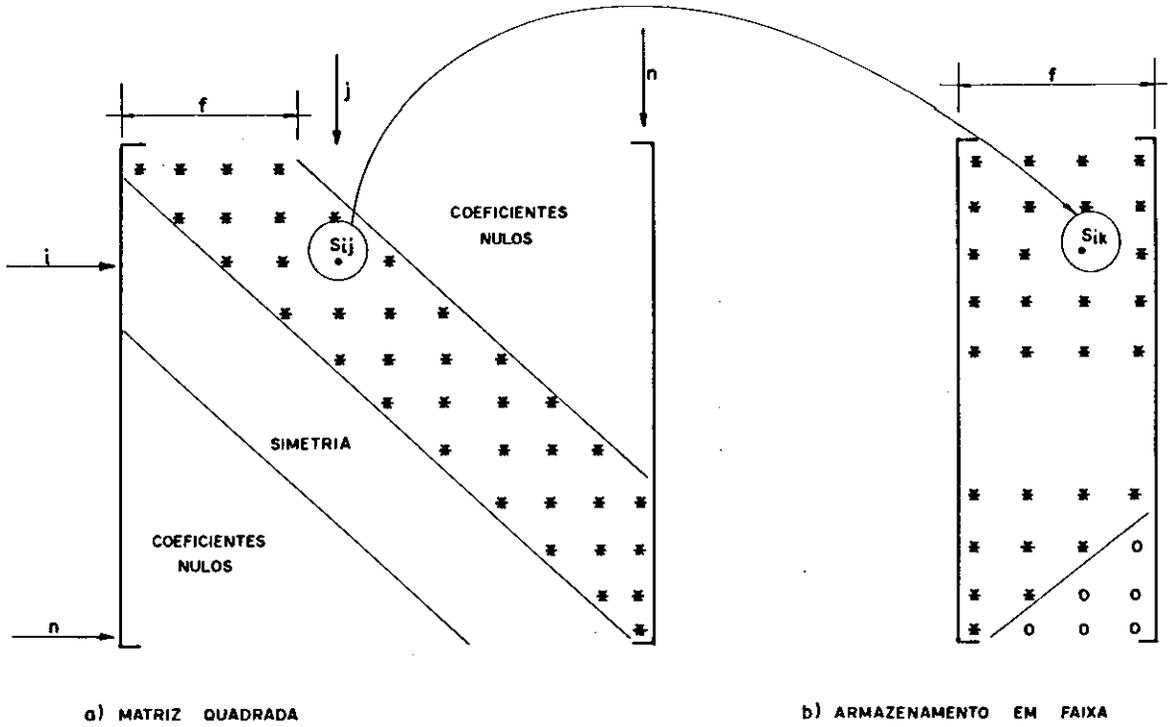


FIG. V.2 - ARMAZENAMENTO DOS COEFICIENTES DA MATRIZ FAIXA.

Os coeficientes dentro da faixa "f" podem ser armazenados na matriz retangular ($f \times n$), onde um elemento da posição (i, j) , na matriz original, passa a ocupar a posição (i, k) tal que $k = j - i + 1$, o que corresponde a um deslocamento para a esquerda. Desta forma, o elemento da diagonal principal da matriz original passa a ocupar a primeira coluna da matriz retan

gular.

Este tipo de armazenamento permite uma economia em termos de variáveis armazenadas na memória principal, da ordem de $[(n - f + 1)(n - f)]/2$

A largura da faixa "f" está diretamente associada à numeração dos pontos nodais, e vale

$$f = (d + 1) \cdot 3 \quad (V.7)$$

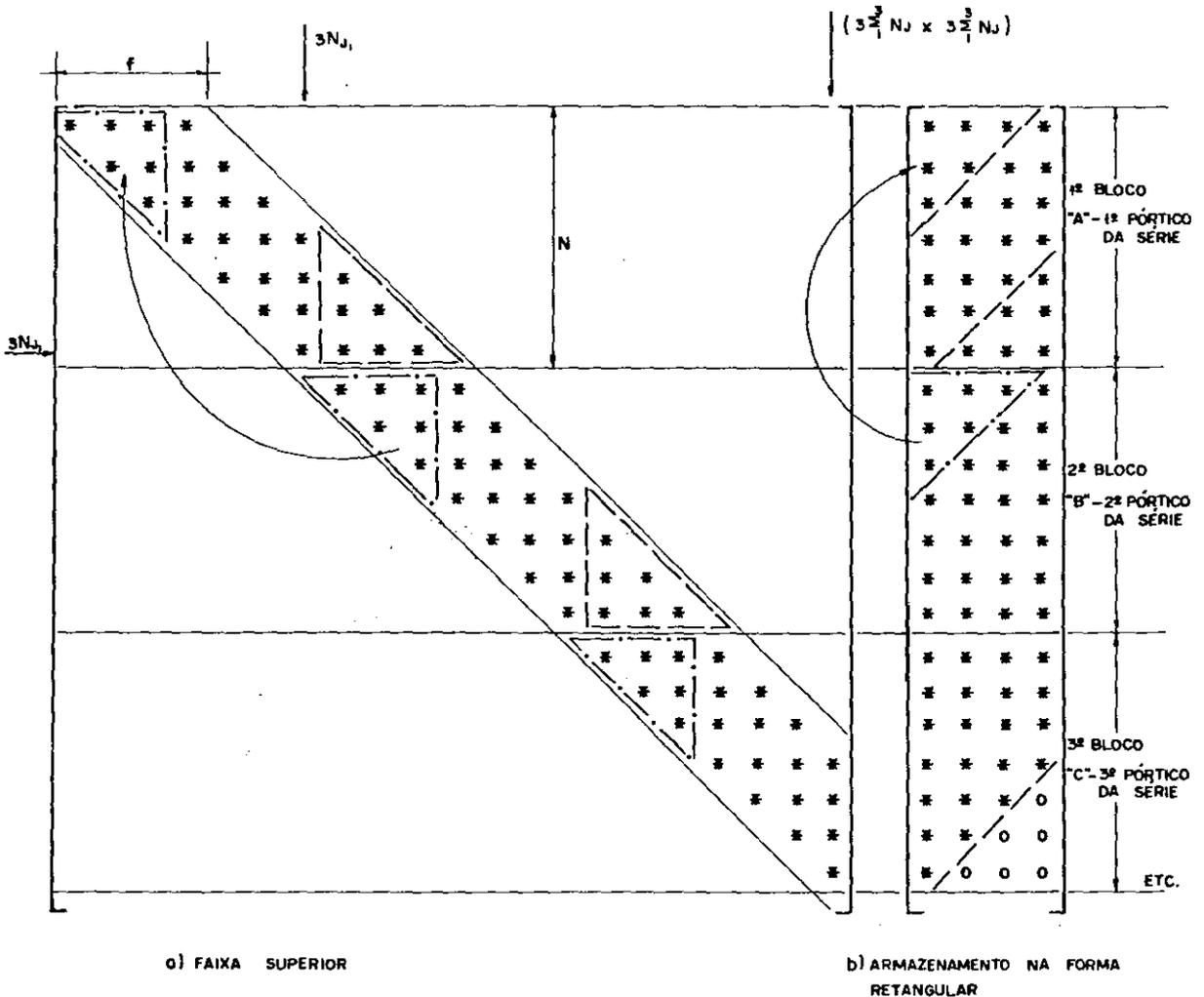
sendo "d" a maior diferença entre a numeração dos nós de uma mesma barra, e "3" o número de graus de liberdade de cada ponto nodal.

Verifica-se, assim, que uma numeração adequada pode ocasionar uma largura de faixa reduzida e, com isso, economia de memória principal. Observa-se portanto, nas figuras II.2, II.3 e II.4, que a numeração dos nós do pórtico plano, ali apresentado, não é a mais indicada. Entretanto, essa numeração é devida à associação em série, dos pórticos equivalentes, através dos elementos de conexão (figura II.3). Posteriormente, armazena-se em blocos, cada pórtico equivalente.

Quando não se fizer a associação em série, dos pórticos equivalentes, através do elemento de conexão, e se resolver cada pórtico equivalente, independentemente, ou seja, não compatibilizando os deslocamentos de cada pavimento, a numeração dos nós pode ser diferente daquela apresentada, visando, assim, a uma redução do número de variáveis, em função de uma menor largura de faixa.

V.4 - TRATAMENTO DA MATRIZ \underline{S} POR PARTIÇÃO EM BLOCOS

Em vista da idealização estrutural apresentada em I.6.1, a matriz de rigidez \underline{S} apresenta um número de variáveis igual a $\begin{matrix} \text{NPOR} & \text{NPOR} \\ (3 \sum & \text{NJ} \times 3 \sum & \text{NJ}) \end{matrix}$, o que acarreta uma matriz de dimensões muito grandes, para ser armazenada na memória principal. Objetiva-se, com a partição em blocos, a divisão da matriz \underline{S} em submatrizes de dimensões que possam ser manipuladas na memória principal. Portanto, na memória principal, somente permanece o bloco necessário à resolução do problema, enquanto os demais são armazenados em unidades periféricas (memória auxiliar).

FIG. V.3 - PARTIÇÃO DA MATRIZ \underline{S} EM BLOCOS.

A partição desenvolvida no programa "EMEEQ" é esquematizada em blocos. O limite de cada bloco corresponde ao fim e início de cada pórtico equivalente dos "N" pórticos (NPOR) associados em série, em uma dada direção. De acordo com a idealização de cada pórtico, sua numeração e as larguras das faixas correspondentes podem ser variáveis.

V.5 - RESOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES

As equações V.1 e V.2 são resolvidas, seguindo-se a formulação de Cholesky²⁶. O tratamento de estrutura do porte das aqui tratadas, se resolvidos em computadores médios ou pequenos, apresenta bons resultados.

A formulação de Cholesky, apresentada por Soriano²⁶, se baseia em que toda matriz \underline{S} simétrica positiva pode ser colocada sob a forma:

$$\underline{S} = \underline{T}^i \cdot \underline{T}^s \quad (V.8)$$

onde \underline{T}^i é a matriz triangular inferior e \underline{T}^s a matriz triangular superior. Sabe-se, ainda, que \underline{T}^s é a transposta de \underline{T}^i .

Partindo-se desse princípio, a equação (V.1) toma a seguinte forma:

$$\underline{T}^i \cdot \underline{T}^s \cdot \underline{D} = \underline{AC} \quad (V.9)$$

V.5.1 - TRIANGULARIZAÇÃO DA MATRIZ \underline{S}

Da expressão (V.8) determinam-se os elementos da diagonal principal, bem como aqueles acima dela, da matriz triangular superior²⁶. Esses elementos são os expressos abaixo:

$$T_{ii} = \sqrt{S_{ii} - \sum_{k=1}^{i-1} T_{ki}^2} \quad (V.10)$$

$$T_{ij} = \frac{S_{ij} - \sum_{k=1}^{i-1} T_{ki} \cdot T_{kj}}{T_{ii}}, \quad p/ j > i \quad (V.11)$$

para $j < i$, $T_{ij} = 0$

As expressões (V.10) e (V.11) dão, portanto, a triangularização de \underline{S} .

Como a matriz \underline{S} está armazenada em uma matriz retangular, onde somente os coeficientes da faixa superior são utilizados, e como a triangularização da matriz faixa \underline{S} fornece uma matriz triangular superior com a mesma largura de faixa, as expressões (V.10) e (V.11) são modificadas para:

$$T_{i1} = \sqrt{S_{i1} - \sum_{k=1}^{i-1} T_k^2(i-k+1)} \quad (V.12)$$

$$T_{i(j-i+1)} = \frac{S_{i(j-i+1)} - \sum_{k=1}^{i-1} T_k(i-k+1) \cdot T_k(j-k+1)}{T_{i1}} \quad \text{para } j > i \quad (V.13)$$

Face ao tratamento dado à matriz S , de que somente o bloco ($f \times 3NJ_i$) fica na memória principal, no instante da triangularização do bloco "i", é importante, após a triangularização do bloco "i", e antes de sua transferência para a memória auxiliar, calcular a contribuição do bloco "i" sobre o bloco "i + 1".

Considerando-se as equações (V.10) a (V.13), verifica-se que os coeficientes do bloco "i" que têm influência na triangularização do que lhe é consecutivo (bloco "i + 1"), são aqueles indicados dentro do triângulo tracejado da figura V.3.

Já estando as submatrizes armazenadas na forma de matriz retangular, os coeficientes de contribuição são obtidos das equações (V.12) e (V.13) e são:

$$S_{i1} = - \sum_{k=i-f+1}^N T_k^2(i-k+1) \quad (V.14)$$

$$S_{i,j-i+1} = - \sum_{k=j-f+1}^N T_k^2(i-k+1) T_k(j-k+1) \quad (V.15)$$

sendo: "f" a largura da faixa e

$N = 3NJ_i$, o número de linhas por partição, e que corresponde a 3 vezes o número de nós de cada partição equivalente.

A priori, os coeficientes de (V.14) e (V.15) seriam armazenados dentro do triângulo traço-ponto inferior, de posição genérica (i,j) (figura V.3 a), ou do triângulo traço-ponto inferior, de posição genérica $(i,j-i+1)$ (figura V.3 b). Como o trabalho se prende em armazenar somente um bloco na memória principal, é importante transferir a contribuição encontrada em (V.14) e (V.15) para o triângulo traço-ponto superior, conforme indicado na figura V.3, e cuja nova posição se define por (I,J) .

Portanto:

$$\begin{aligned} I &= i - N & i &= I + N \\ J &= j - N & j &= J + N \end{aligned} \quad (V.16)$$

Substituindo-se (V.16) em (V.14) e em (V.15), tem-se a contribuição do bloco "i" sobre o bloco "i+1", armazenado no triângulo traço-ponto superior e ainda como matriz retangular (figura V.3 b).

Logo:

$$S_{I,1} = - \sum_{k=I+N-f+1}^N T_k^2(I+N-k+1) \quad (V.17)$$

$$S_{I,J-I+1} = - \sum_{k=J+N-f+1}^N T_k(I+N-k+1) T_k(J+N-k+1) \quad (V.18)$$

V.5.2 - CÁLCULO DOS DESLOCAMENTOS

Da matriz triangularizada (V.9), pode-se escrever:

$$\underline{T}^S \cdot \underline{D} = \underline{AC}^* \quad (V.19)$$

onde \underline{AC}^* é um vetor auxiliar.

Substituindo-se (V.19) em (V.9), vem:

$$\underline{T}^i \cdot \underline{AC}^* = \underline{AC} \quad (V.20)$$

Desenvolvendo-se (V.19), conforme apresenta Soriano²⁶, pode-se obter D_i ; logo:

$$D_i = \frac{AC_i^* - \sum_{k=i+1}^N T_{ik} \cdot D_k}{T_{ii}} \quad (V.21)$$

Como, neste trabalho, armazena-se somente a matriz triangular superior em faixa, na forma de matriz retangular, há necessidade de se alterarem alguns índices da expressão (V.21).

Portanto:

$$D_i = \frac{AC_i^* - \sum_{k=i+1}^{i+f-1} T_{i(k-i+1)} \cdot D_k}{T_{ii}} \quad (V.22)$$

Como D_i está em função do vetor auxiliar \underline{AC}^* , é importante o desenvolvimento da expressão (V.20), com a finalidade de se conhecer o vetor auxiliar.

Portanto, pode-se obter \underline{AC}^* em função do vetor carrega-

mento²⁶:

$$AC_i^* = \frac{AC_i - \sum_{k=1}^{i-1} T_{ki} AC_k^*}{T_{ii}} \quad (V.23)$$

Também aqui é necessário alterar alguns índices da expressão (V.23), face ao armazenamento da matriz triangular superior, em forma de matriz retangular. Logo:

$$AC_i^* = \frac{AC_i - \sum_{k=1}^{i-1} T_k(i-k+1) AC_k^*}{T_{ii}} \quad \text{para } i \leq f \quad (V.24)$$

$$AC_i^* = \frac{AC_i - \sum_{k=i-f+1}^{i-1} T_k(i-k+1) AC_k^*}{T_{ii}} \quad \text{para } i \geq f \quad (V.25)$$

Além da modificação acima mencionada, houve também um desmembramento da expressão (V.23) nas expressões (V.24) e (V.25).

Calculando-se os valores do vetor auxiliar, através de (V.24) e (V.25), e substituindo-se em (V.22), obtêm-se o vetor deslocamento procurado.

Ressalte-se, ainda, que a matriz global associada em série está dividida em blocos, sendo que, em cada bloco, um único pórtico fica armazenado na memória principal. Também nesta última armazena-se o vetor carregamento respectivo.

Por conseguinte, a contribuição do bloco "i", sobre o bloco "i+1", na montagem do vetor auxiliar $\overset{*}{AC}$, é a seguinte:

$$\overset{*}{AC}_I = - \sum_{k=N+I-f+1}^N T_k(N+I-k+1) \overset{*}{AC}_k \quad (V.26)$$

onde I varia de 1 até (f-1).

Já no cálculo do vetor deslocamento \underline{D} , onde se processa a retrosubstituição, determina-se a contribuição do bloco "i+1", sobre o bloco "i".

Essa contribuição é:

$$D_I = - \sum_{k=1}^{I-N+f-1} T_I(k-I+N+1) D_k \quad (V.27)$$

onde I varia de N a (N-f+1).

V.6 - CONSIDERAÇÕES DOS APOIOS NO SISTEMA DE EQUAÇÕES

V.6.1 - APOIOS DA BASE DA ESTRUTURA

A estes apoios podem ser associados deslocamentos prescritos (recalques) ou apoios elásticos. Aos apoios com restrições de deslocamentos em dadas direções, corresponderão deslocamentos prescritos nulos.

$$\sum_{j=1}^{i-1} S_{ij} D_j + N_{\infty} \cdot D_i + \sum_{j=i+1}^n S_{ij} D_j = N_{\infty} \cdot \bar{D}_i \quad (V.29)$$

Como o coeficiente " N_{∞} " é muito grande em relação aos demais, e supondo-se que os deslocamentos sejam da mesma ordem de grandeza, podem-se desprezar as parcelas

$$\sum_{j=1}^{i-1} S_{ij} D_j \quad e \quad \sum_{j=i+1}^n S_{ij} D_j \quad (V.30)$$

Logo:

$$N_{\infty} D_i = N_{\infty} \bar{D}_i \quad e \quad D_i = \bar{D}_i \quad (V.31)$$

B - APOIOS ELÁSTICOS

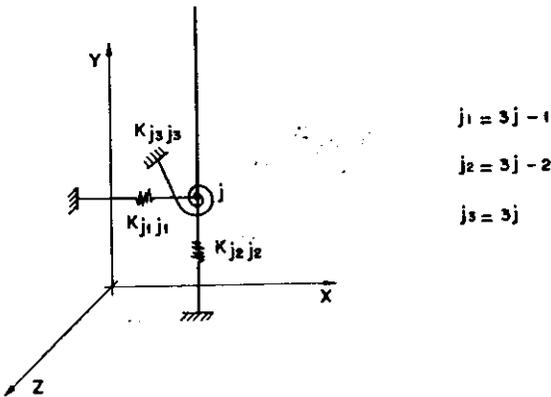


FIG. V.4 - APOIOS ELÁSTICOS REPRESENTADOS PELAS MOLAS.

A introdução do apoio elástico, correspondente a uma restrição na qual não se introduz deslocamento prescrito, é feita

com a adição da constante elástica K_{ii} ao elemento da diagonal principal da matriz global de rigidez da estrutura, relativamente à referida restrição.

Seja K_{ii} um dos valores acima, correspondente à i -ésima linha de (V.2):

$$\sum_{j=1}^{i-1} S_{ij} D_j + (S_{ii} + K_{ii})D_i + \sum_{j=i+1}^n S_{ij} D_j = AC_i \quad (V.32)$$

V.7 - ESFORÇOS SOLICITANTES NAS EXTREMIDADES DOS ELEMENTOS

V.7.1 - VIGAS EQUIVALENTES

Após a resolução do sistema de equações (V.1), de onde resultam os deslocamentos nos pontos nodais da estrutura e, em consequência, nos extremos de cada elemento viga equivalente, calculam-se os esforços solicitantes em suas extremidades, no sistema local de referência, pela expressão

$$\underline{AMVL}^i = \underline{AML}^i + \underline{SM}^i \underline{Dj}^i \quad (V.33)$$

Os esforços de engastamento perfeito \underline{AML} foram obtidos no Capítulo IV.

Quando existir excentricidade, devido a trechos rígidos nas extremidades dos elementos vigas equivalentes, há necessi-

dade da transferência dos esforços dos nós "j" e "k" da figura IV.6 para os nós "A" e "B". Isto se efetua através da matriz de transformação \underline{ST} , apresentada em (IV.49).

$$\underline{AM}_{AB} = \underline{ST}^{-1} \underline{AM}_{jk} \quad (V.34)$$

V.7.2 - PILARES EQUIVALENTES

O processo de cálculo é semelhante ao desenvolvido para as vigas, porém, a equação (V.33) sofre uma modificação, porque os eixos no sistema local de referência não coincidem com os eixos do sistema global. Logo

$$\underline{AM}_{PL}^i = \underline{AM}_L^i + \underline{SM}^i \underline{R}_t^i \underline{D}_j^i \quad (V.35)$$

O 2.º termo do 2.º membro da equação (V.35) vem de (III.44).

V.8 - REAÇÕES DE APOIO

As reações de apoio, em uma dada extremidade inferior de um pilar, são os esforços solicitantes nessa extremidade do elemento pilar, com o sinal trocado:

$$\underline{AR}_j = \underline{SM}^i \underline{R}_t^i \underline{D}_j^i - \underline{AC}_j \quad (V.36)$$

CAPÍTULO VI

PROGRAMAÇÃO AUTOMÁTICA

VI.1 - CONSIDERAÇÕES INICIAIS SOBRE A PROGRAMAÇÃO

A programação automática desenvolvida foi elaborada em Fortran IV. Este programa denominado "EMEEQ" consta de um programa principal e quatorze sub-rotinas auxiliares, visando à resolução de pórticos planos equivalentes. É um programa que pode ser facilmente adaptado a qualquer computador de médio porte, que disponha de compilador Fortran.

Apresentam-se, a seguir, as funções básicas, tanto do programa principal, como das respectivas sub-rotinas.

PROGRAMA PRINCIPAL - Identifica a estrutura e os pórticos equivalentes em análise; lê e imprime características básicas dos pórticos, como: módulo de elasticidade, módulo de elasticidade transversal, peso específico do material, etc; lê e imprime dados gerais dos pórticos, coordenadas nodais, etc; modifica a matriz "S" para a consideração das condições dos apoios; calcula os esforços nas extremidades dos elementos; reações de apoios; imprime os deslocamentos dos pontos nodais, esforços nas extremidades dos elementos e reações de apoio; e chama as seguintes sub-rotinas: CARGE, TWIST, MRIEG, SDKT, DECOB, CARRG,

RESOB e DIVID.

CARGE - Esta sub-rotina lê, calcula e imprime, incidências e características geométricas dos elementos que compõem os pórticos equivalentes. É chamada pelo Programa Principal e chama a sub-rotina RLRR.

RLRR - Calcula a relação entre as rijezas da viga e dos tramos da laje de cada lado da respectiva viga. Visa-se, com isso, a distribuição dos esforços solicitantes, encontrados nos pórticos equivalentes, aos elementos da estrutura original. É chamada pela sub-rotina CARGE.

TWIST - Calcula a rigidez à torção, dos elementos transversais ao pórtico equivalente em análise. Lê e imprime as características geométricas desses elementos transversais. É chamada pelo Programa Principal e chama a sub-rotina PERCT.

PERCT - Calcula os fatores percentuais aplicados aos momentos totais, calculados nos pórticos equivalentes, para repartir os momentos das faixas dos pilares e, posteriormente, distribuir esses momentos para as vigas e lajes da estrutura original. É chamada pela sub-rotina TWIST.

MRIEG - Monta a matriz de rigidez de cada elemento do pórtico equivalente, nos sistemas locais e global, como também, monta a matriz global do pórtico equivalente, armazenando-a em faixa e na forma retangular. É chamada pelo Pro-

grama Principal e chama MMRVL.

MMRVL - Modifica a matriz de rigidez do elemento viga equivalente, quando a associação do elemento transversal à torção (molas) se faz às vigas. É chamada pela sub-rotina MRIEG.

SDKT - Modifica a matriz global do pórtico equivalente, quando a associação do elemento transversal à torção (molas) se faz aos pilares equivalentes. É chamada pelo Programa Principal.

DECOB - Decompõe a matriz de rigidez global "S" do pórtico em análise, em uma matriz faixa, triangular superior, e calcula a contribuição deste pórtico equivalente ao pórtico equivalente seguinte. É chamada pelo Programa Principal.

CARRG - Monta os vetores carregamentos. Para tanto: lê o número de nós e de elementos com cargas; lê as ações aplicadas diretamente aos nós, quando existirem; calcula os esforços de engastamento perfeito, quando os elementos estiverem com cargas. É chamada pelo Programa Principal e chama: CONCE E DISTB.

CONCE - Calcula os esforços de engastamento perfeito para cargas concentradas nos elementos equivalentes. É chamada pela sub-rotina CARRG.

DISTB - Calcula os esforços de engastamento perfeito para car-

gas distribuídas nos elementos equivalentes. É chamada pela sub-rotina CARRG e chama DILAJ.

DILAJ - Distribui as cargas das lajes para as vigas, seguindo o critério da NB-1, de quinhões de cargas. É chamada pela sub-rotina DISTB.

RESOB - Resolve o sistema de equações, determinando, assim, os deslocamentos nos pontos nodais de cada pórtico equivalente. Trabalha com a matriz faixa triangular superior, calcula a contribuição sobre o pórtico equivalente seguinte, no instante da montagem do vetor auxiliar \underline{AC}^* , e a contribuição sobre o pórtico anterior, na retro-substituição. É chamada pelo PROGRAMA PRINCIPAL.

DIVID - Calcula os esforços solicitantes nas vigas e pilares equivalentes, em décimos do vão. É chamada pelo PROGRAMA PRINCIPAL e chama DISPE.

DISPE - Distribui os esforços solicitantes (calculados em décimos dos vãos), às lajes, às vigas e aos pilares da estrutura original. É chamada pela sub-rotina DIVID.

VI.2 - FLUXOGRAMA SIMPLIFICADO PARA O PROGRAMA "EMEEQ".

A apresentação do fluxograma simplificado, visa a melhor compreensão das diversas etapas da programação automática.

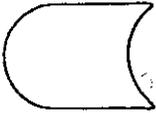
VI.2.1 - CONVENÇÕES ADOTADAS.



entrada de dados por meio de cartões



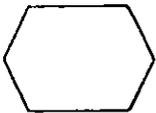
impressão de cabeçalhos, dados lidos ou resultados.



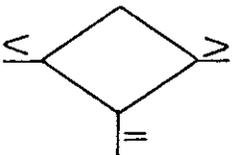
entrada e ou saída de dados em memória auxiliar.



processamento: ou cálculo de alguma operação.



execução de um controle iterativo.



decisões lógicas.



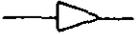
chama sub-rotina.



conexão entre dois pontos do fluxograma que não podem ser ligados por uma linha.

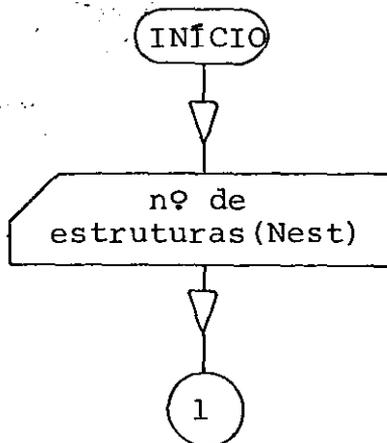


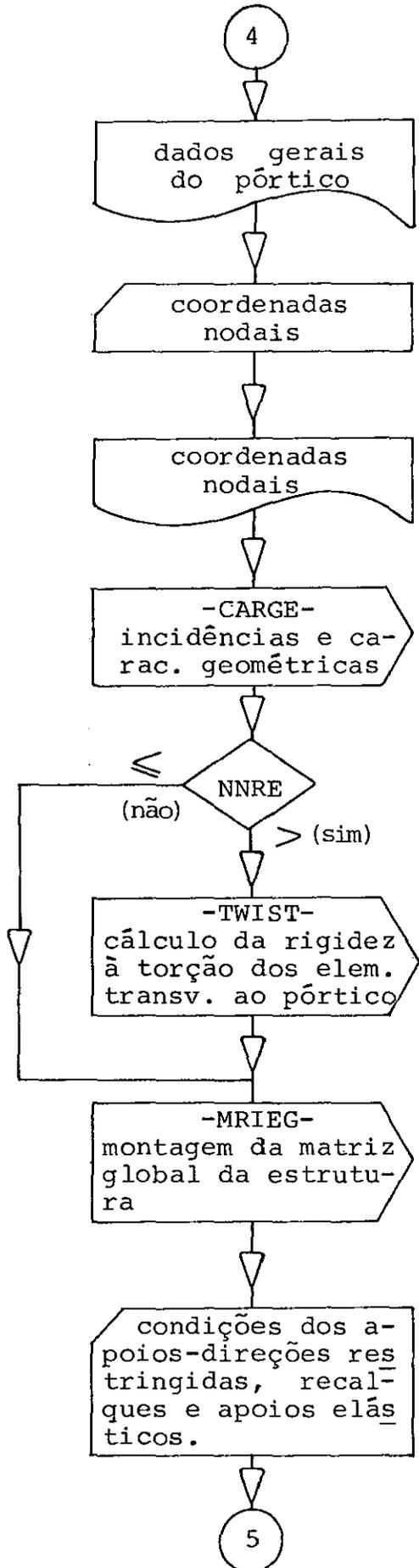
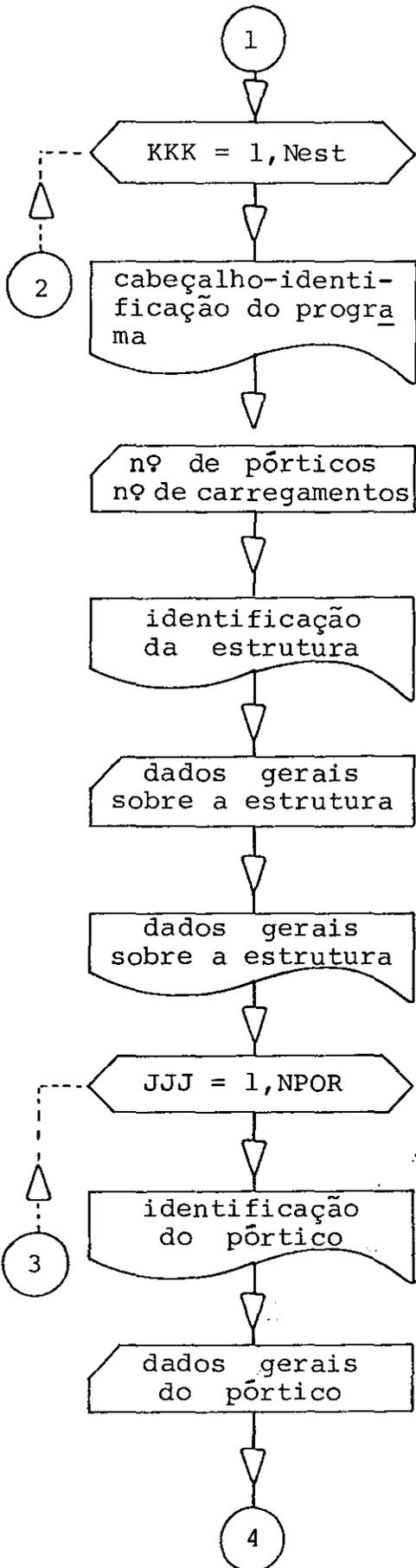
início, término.

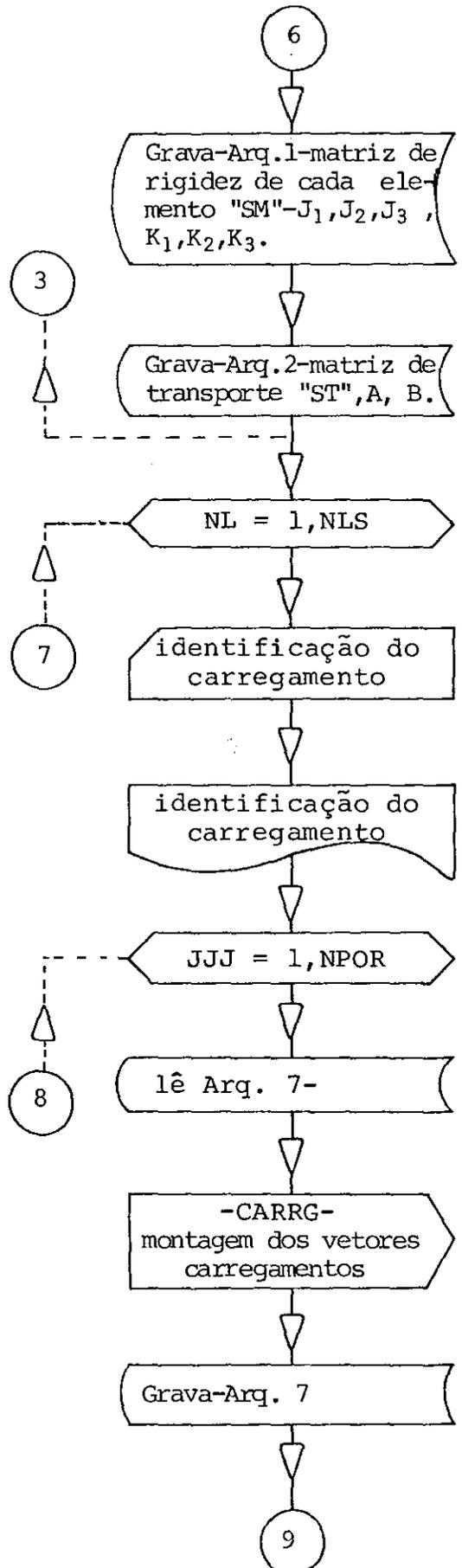
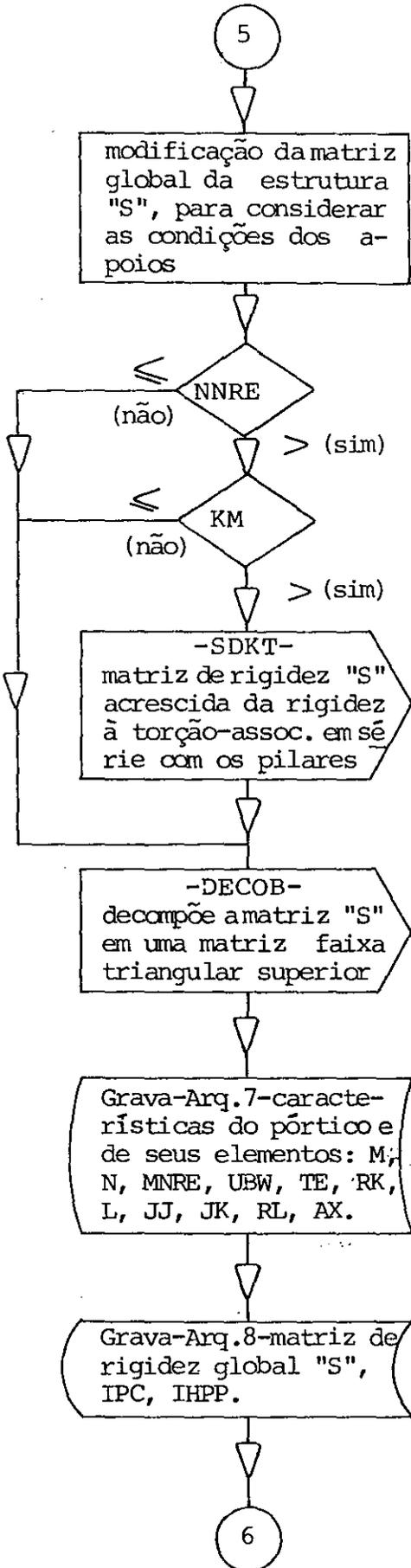


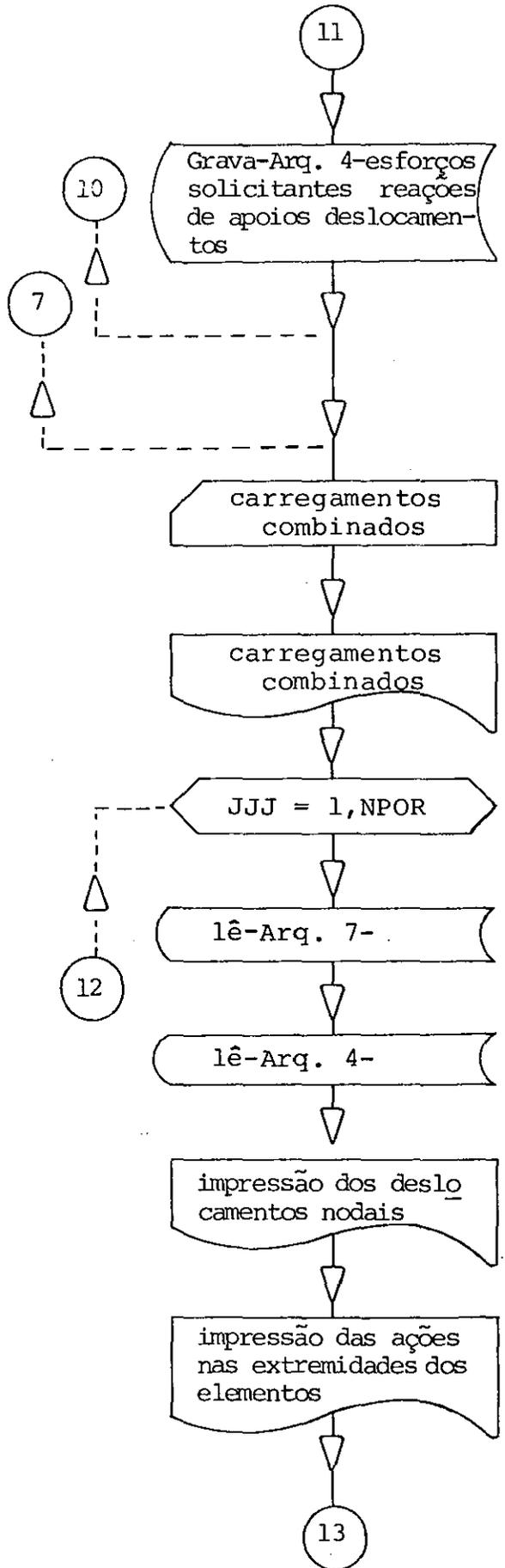
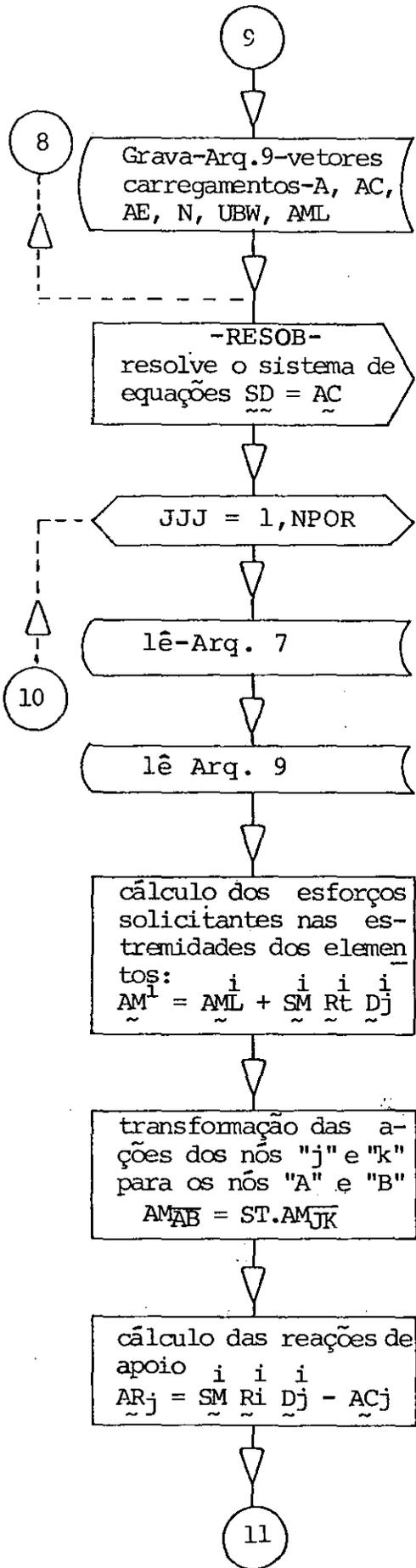
seqüência de operações.

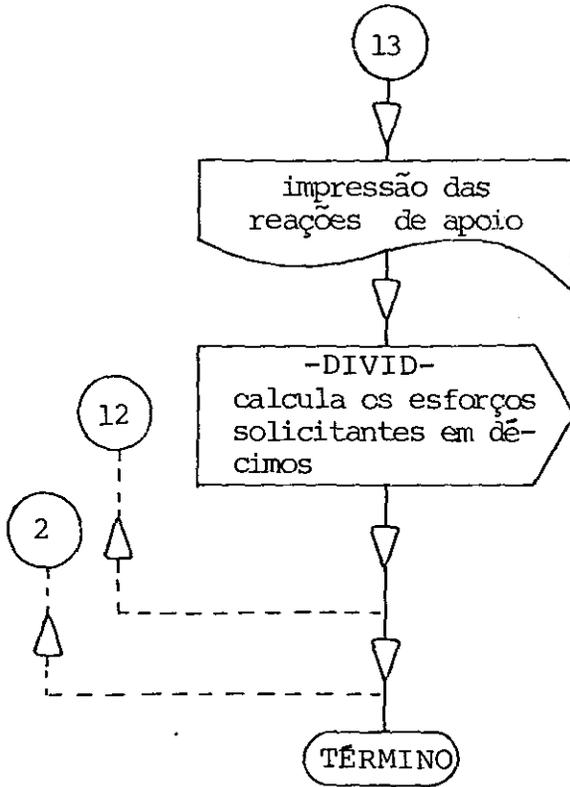
VI.2.2 - PROGRAMA PRINCIPAL "EMEEQ".



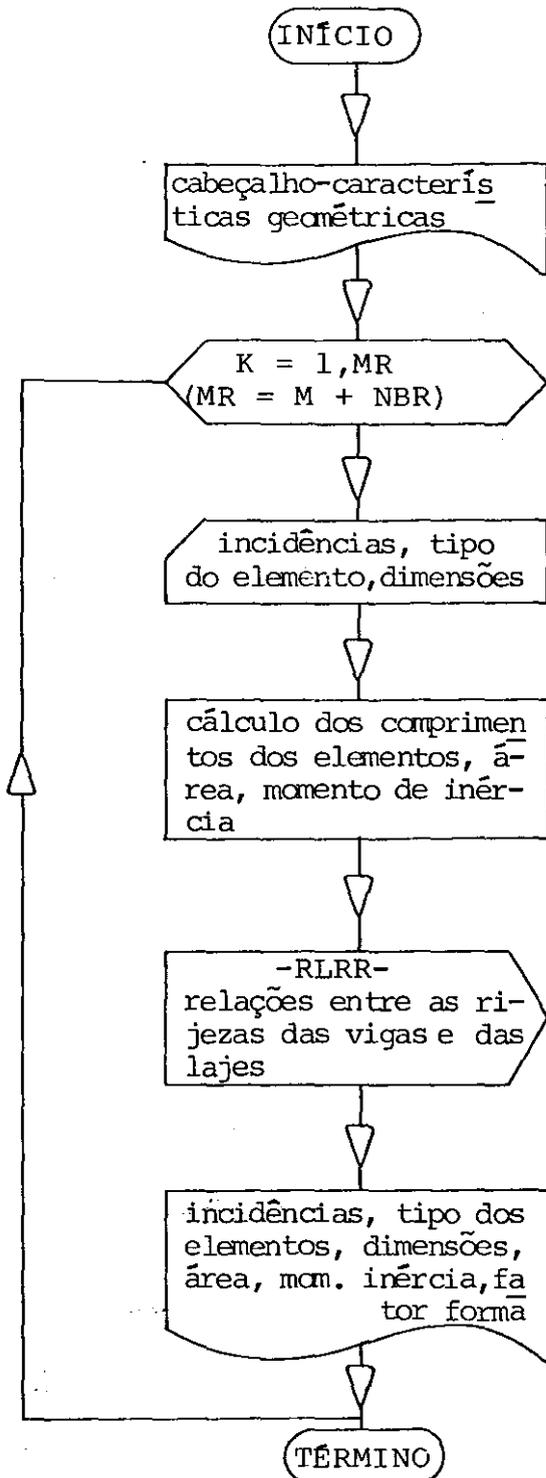




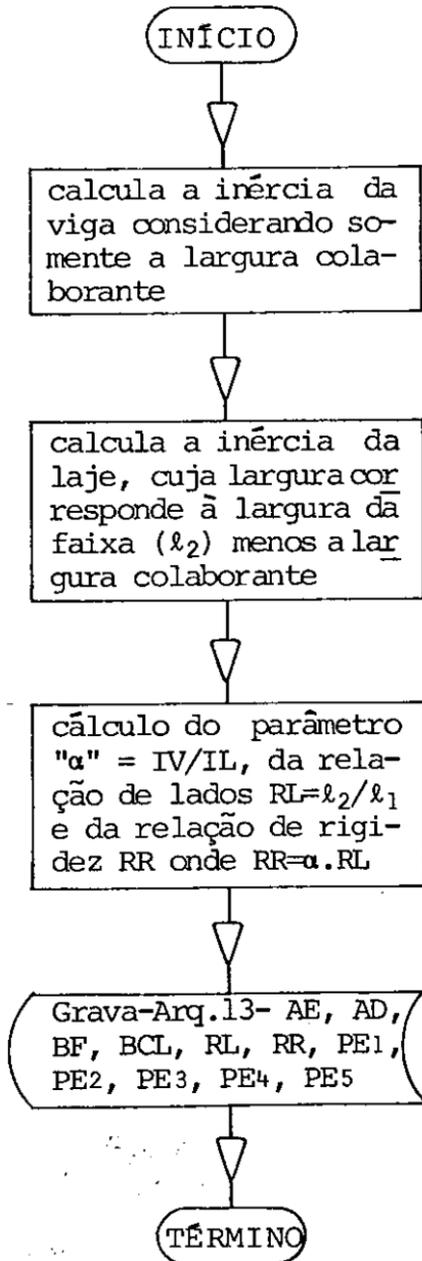




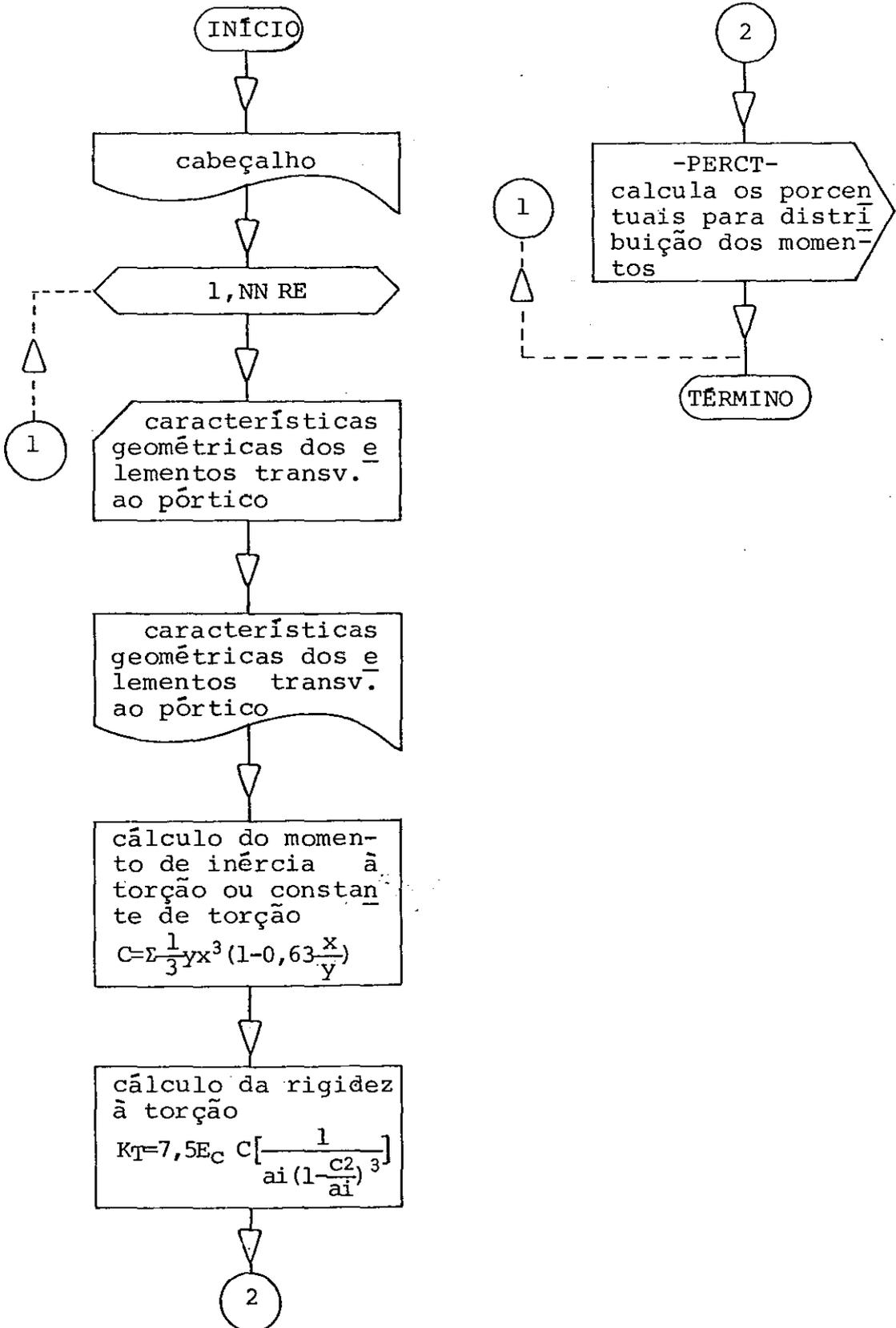
VI.2.3 - Sub-rotina CARGE



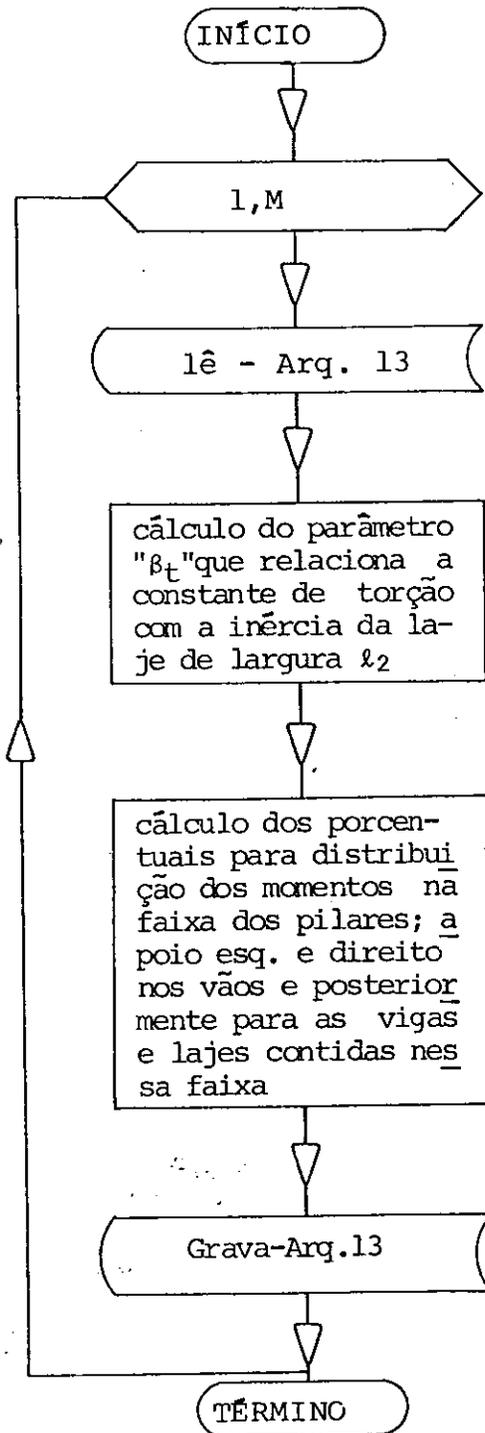
VI.2.4 - Sub-rotina RLRR



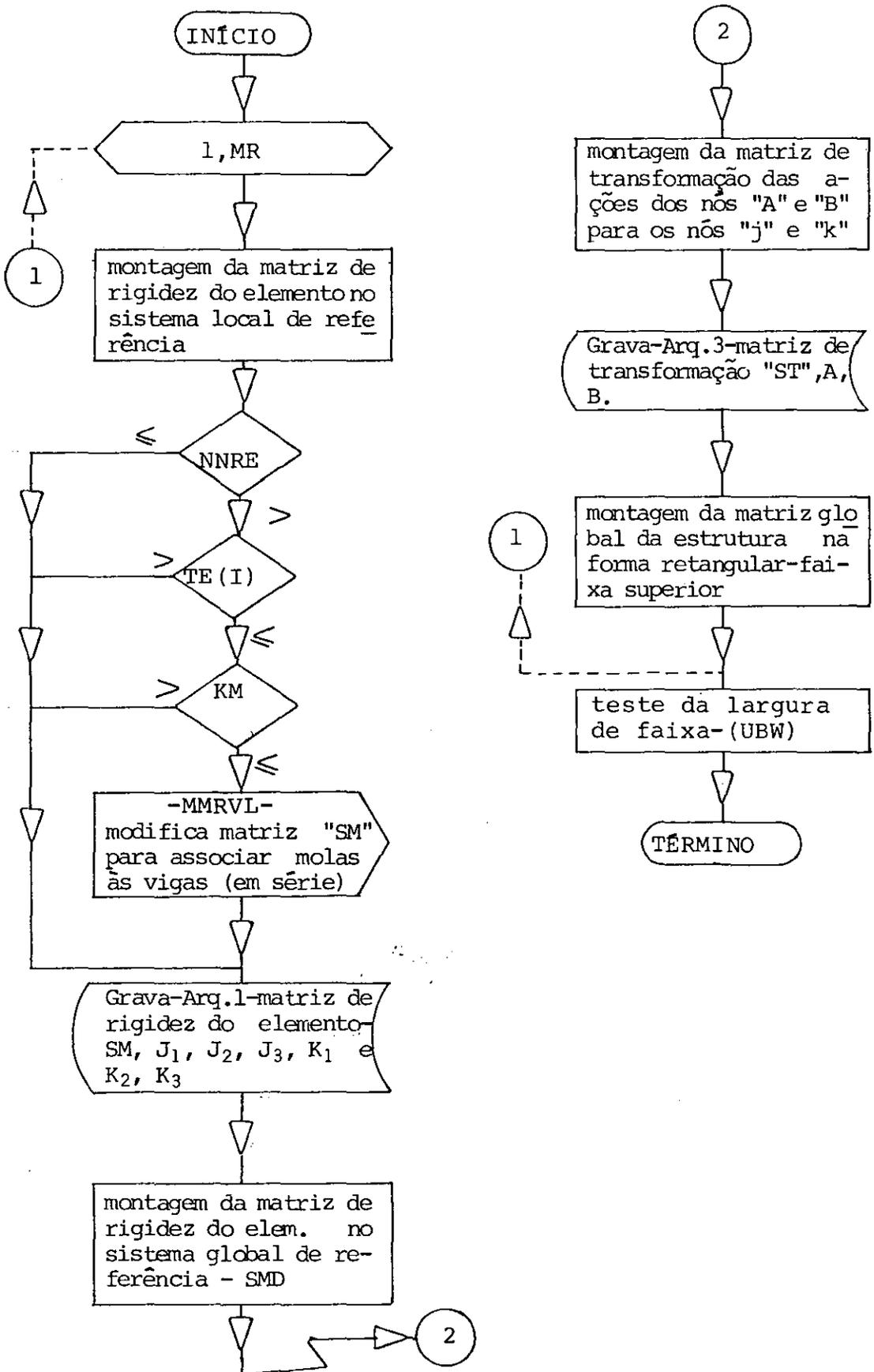
VI.2.5 - SUB-ROTINA TWIST



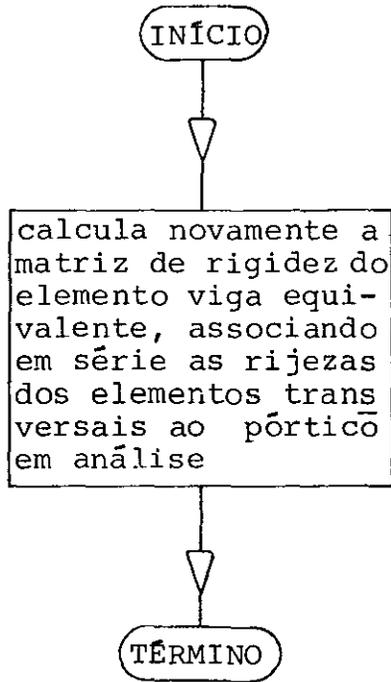
VI.2.6 - SUB-ROTINA PERCT



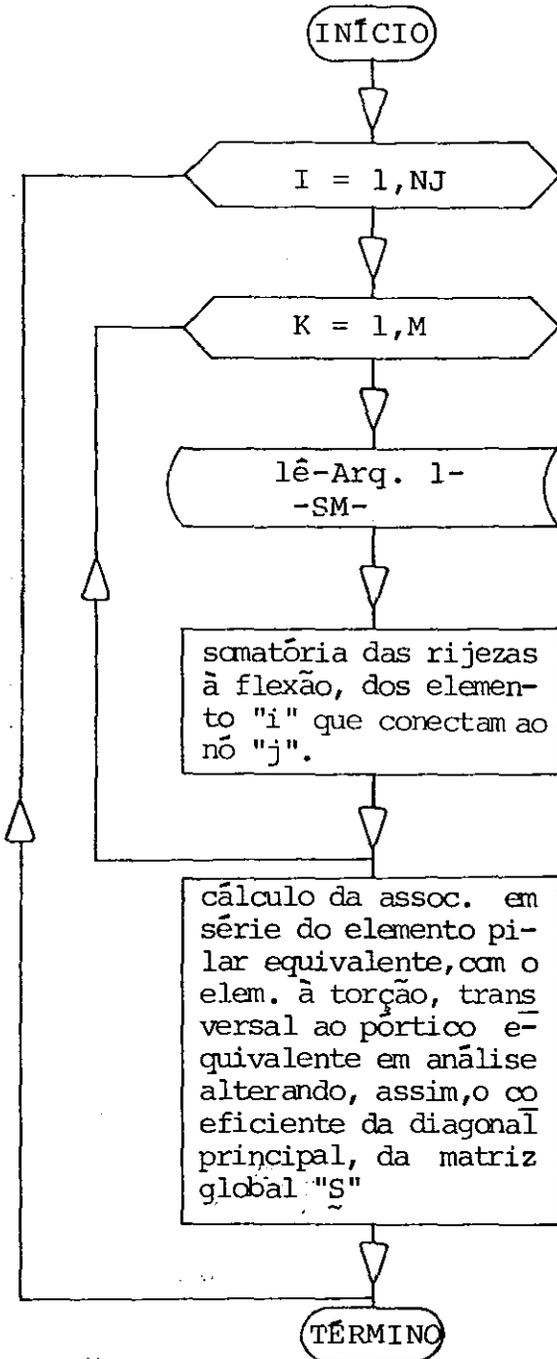
VI.2.7 - SUB-ROTINA MRIG



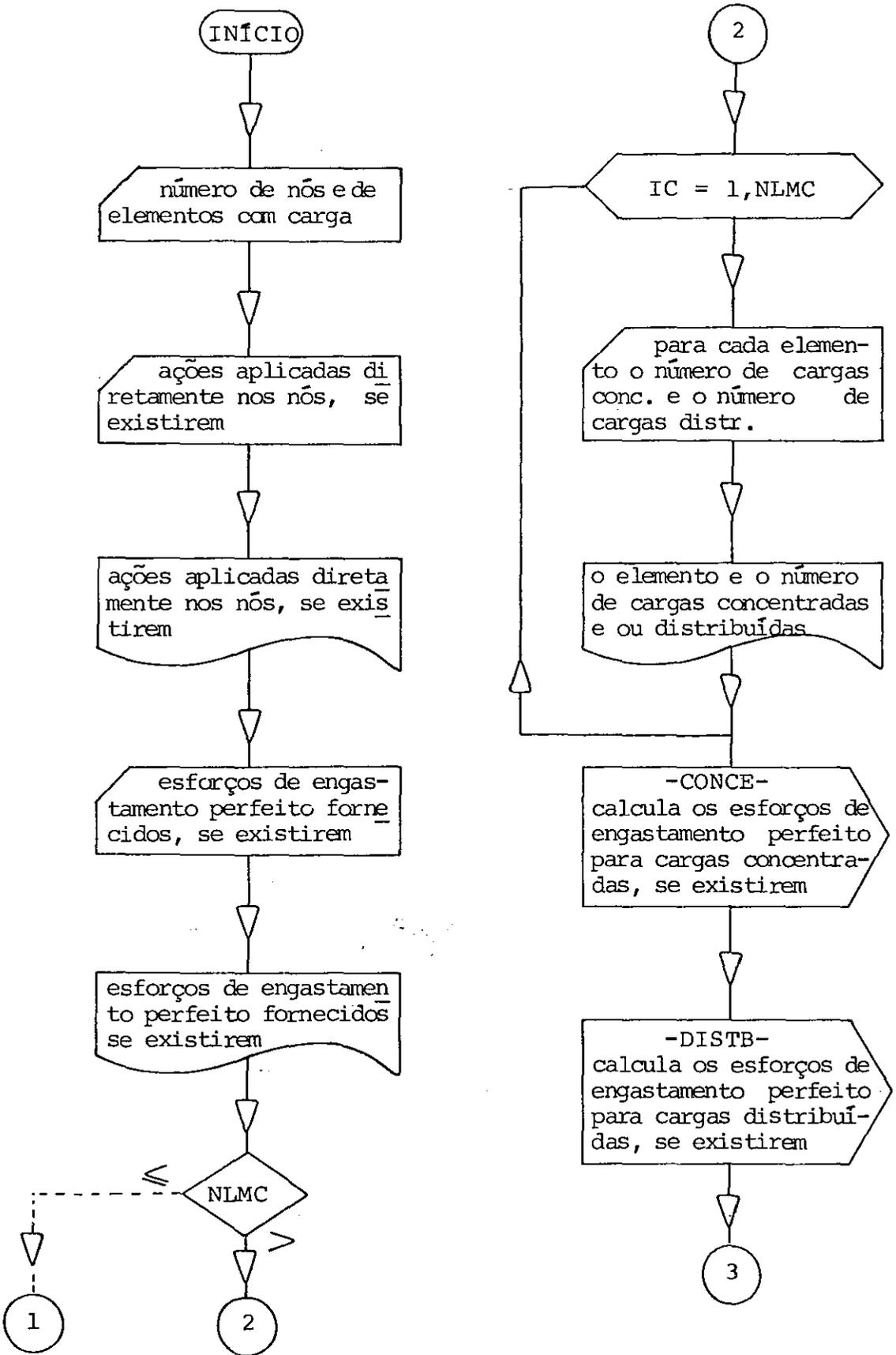
VI.2.8 - SUB-ROTINA MMRVL

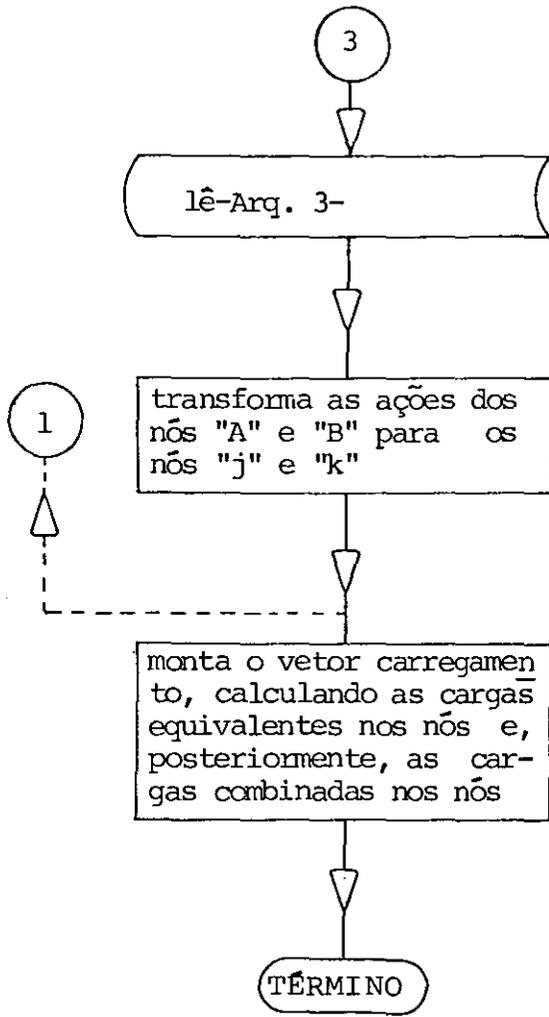


VI.2.9 - SUB-ROTINA SDKT

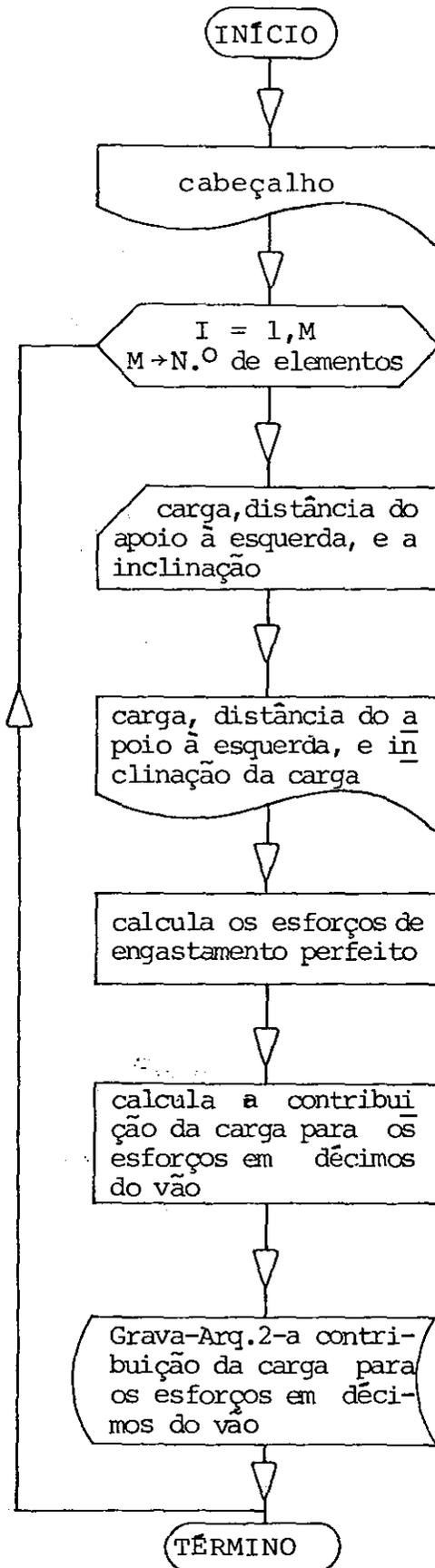


VI.2.11 - SUB-ROTINA CARRG

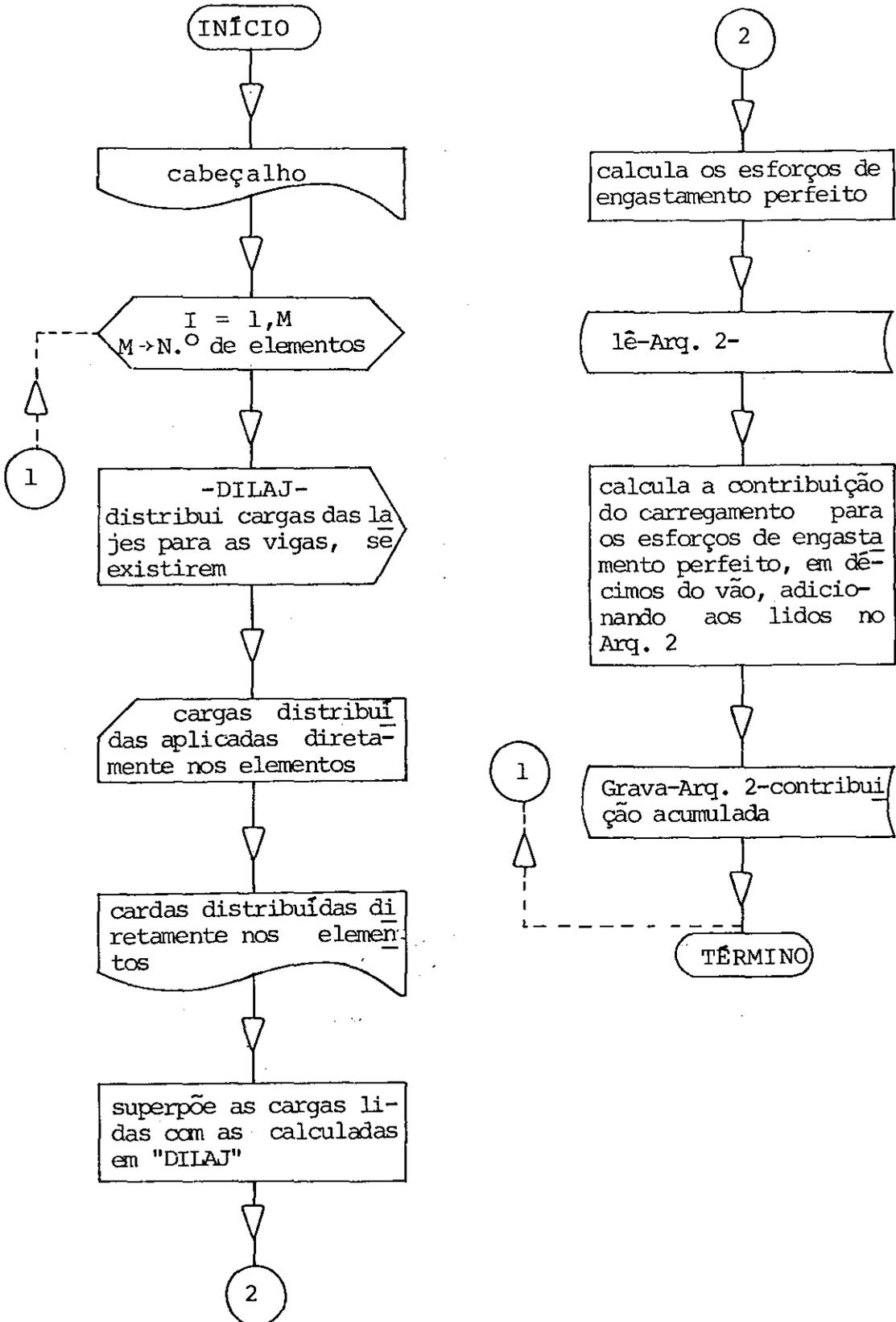




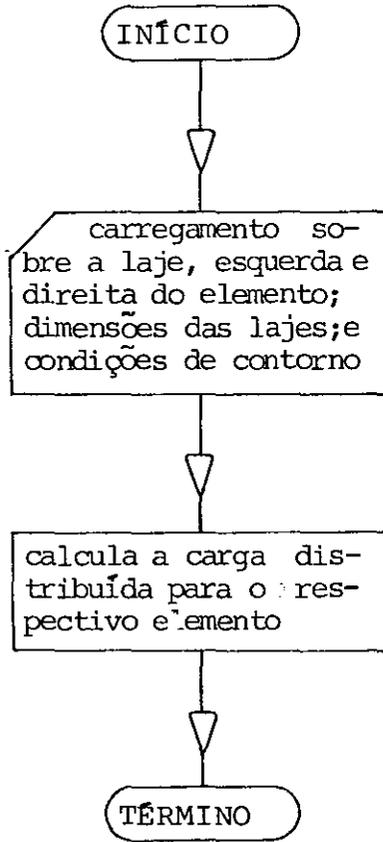
VI.2.12 - SUB-ROTINA CONCE

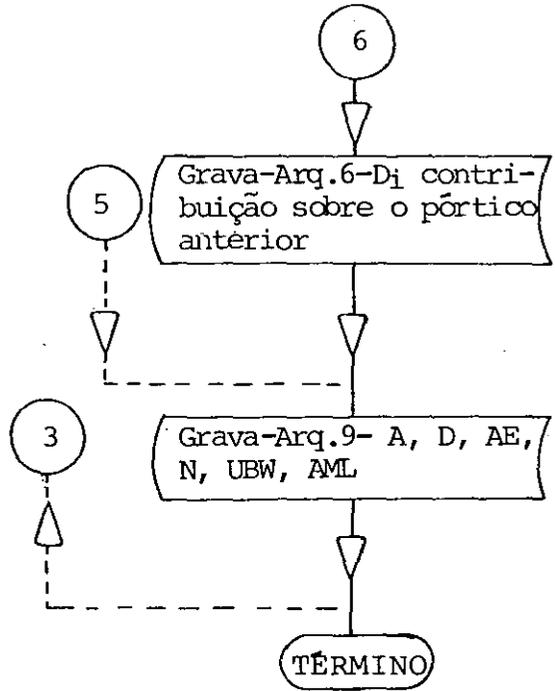
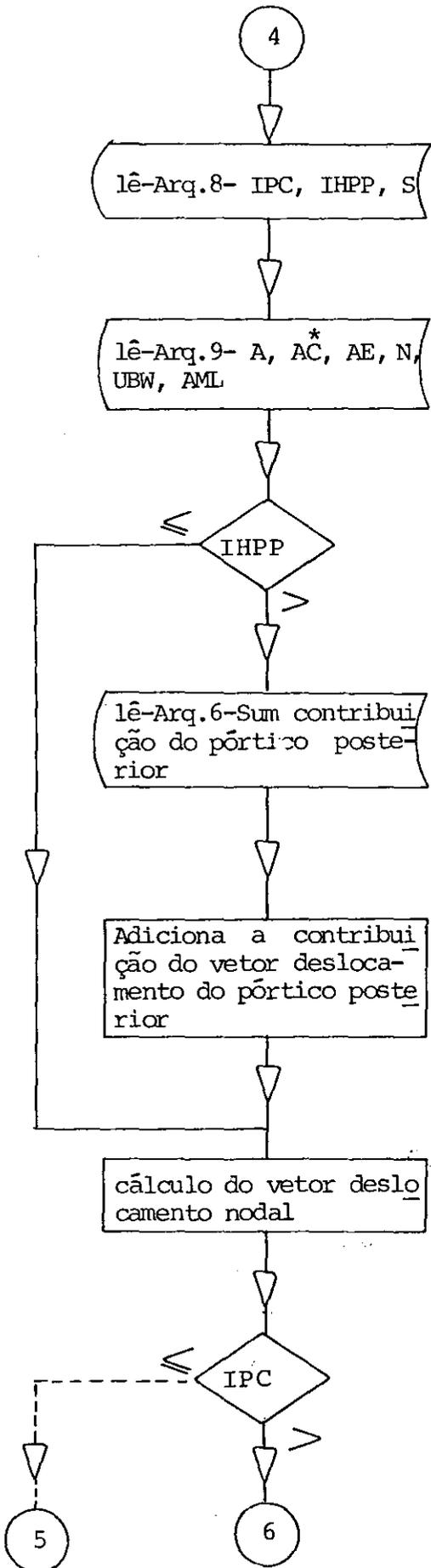


VI.2.13 - SUB-ROTINA DISTB

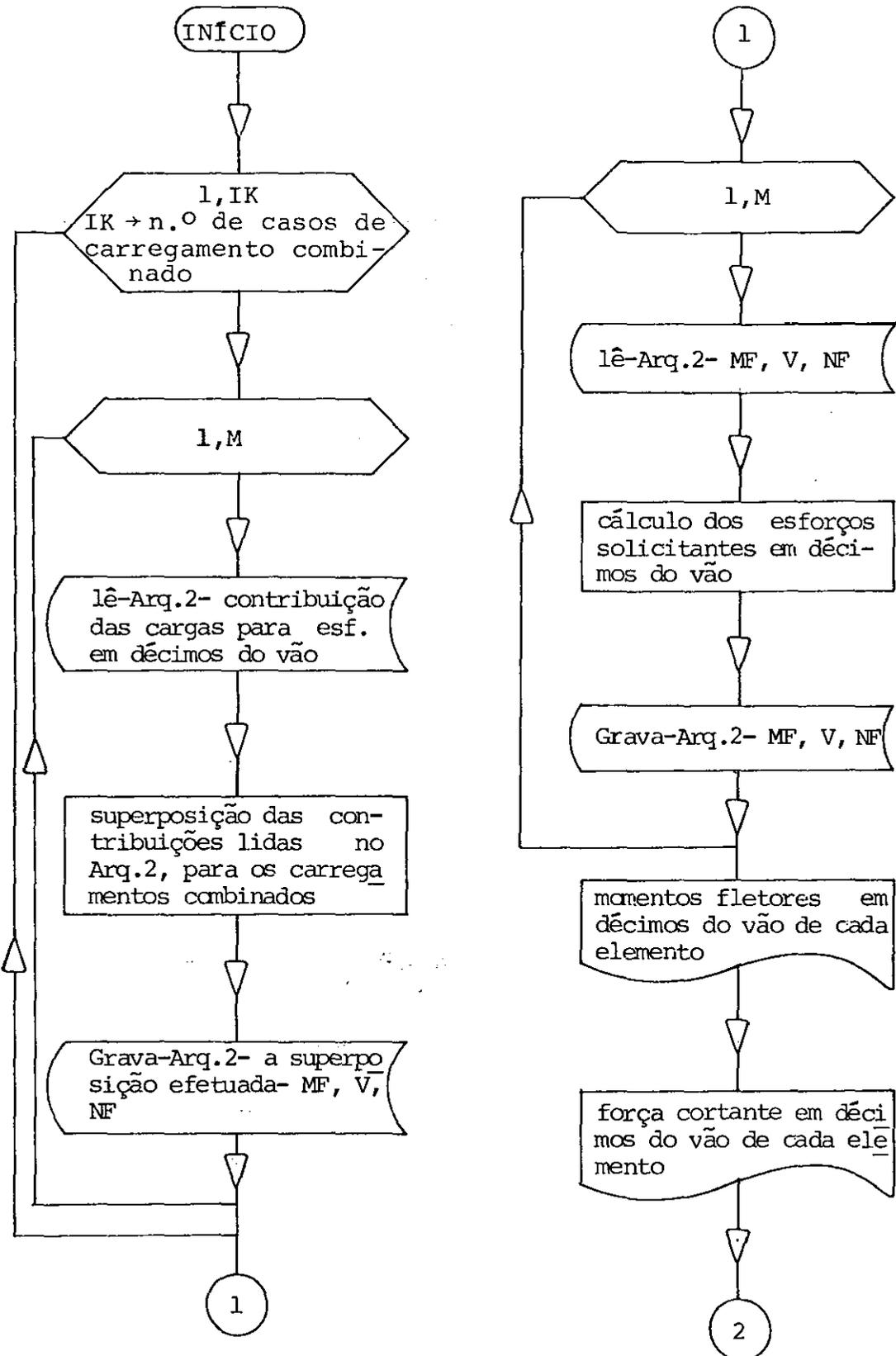


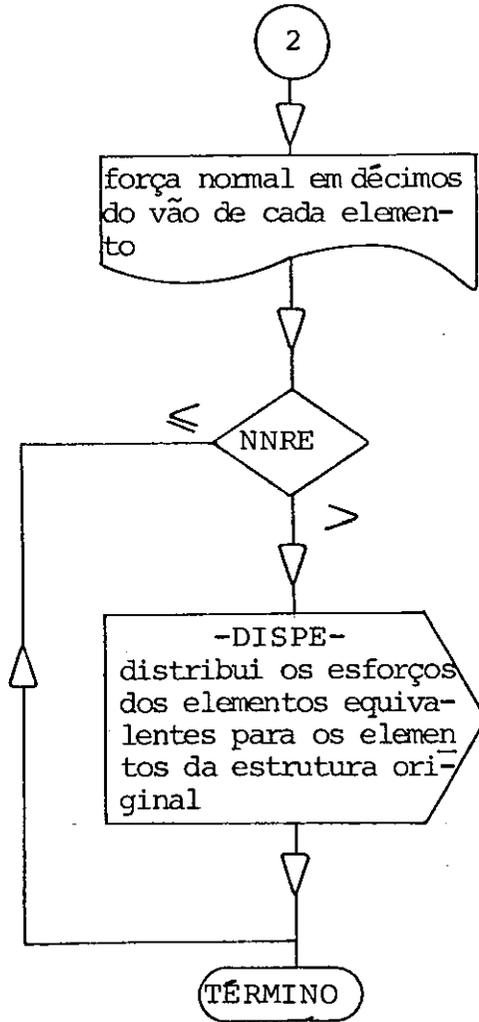
VI.2.14 - SUB-ROTINA DILAJ



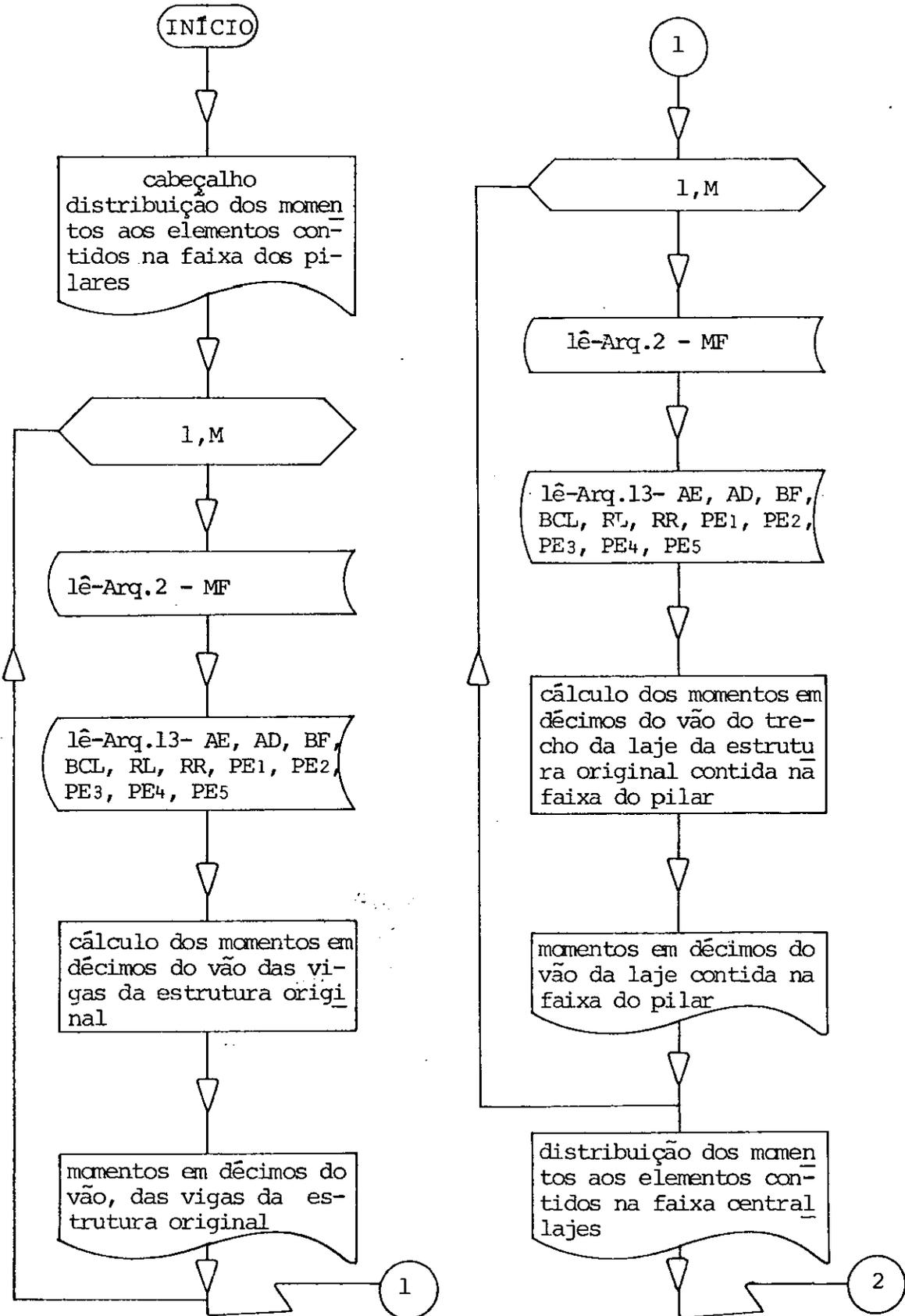


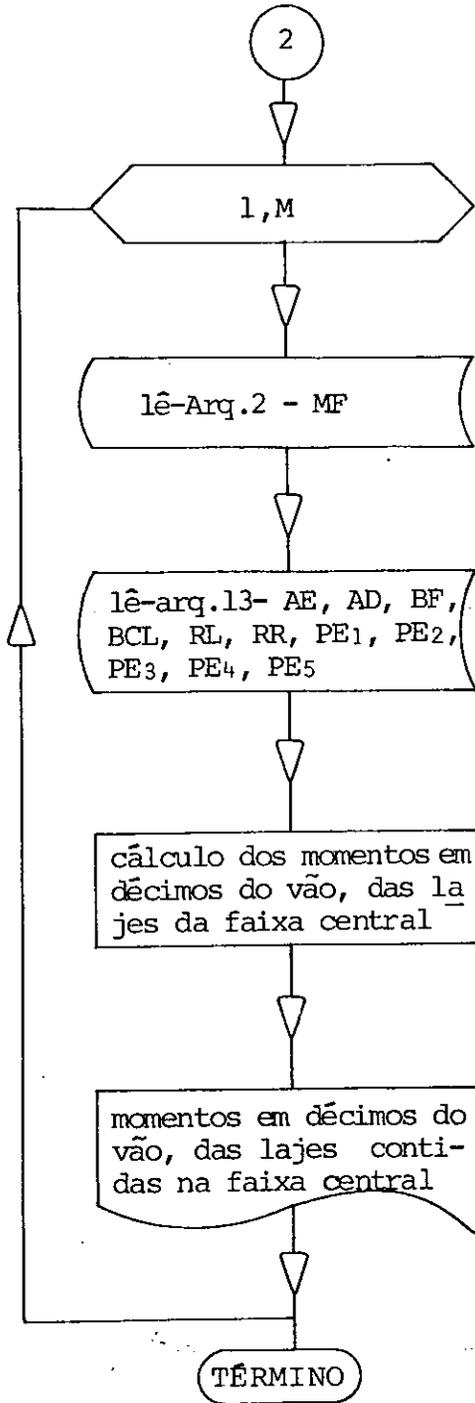
VI.2.16 - SUB-ROTINA DIVID





VI.2.17 - SUB ROTINA DISPE





VI.3 - SIGNIFICADO DAS VARIÁVEIS UTILIZADAS NO PROGRAMA "EMEEQ"

- A - Dimensão do trecho rígido à esquerda do elemento; d_i dimensão da laje à esquerda da viga; distância da carga concentrada até o apoio da esquerda; distância do apoio à esquerda, até o início da carga distribuída.
- A(I) - Vetor carregamento de ações aplicadas diretamente nos nós.
- AA - Área da alma de um elemento viga equivalente.
- AC(I) - Vetor carregamento das ações combinadas nos nós.
- AD - Variável indicativa:
 SE = 1-apoio à direita do elemento viga equivalente é externo;
 SE = 0-é interno.
- AE - Variável indicativa:
 SE = 1-apoio à esquerda do elemento viga equivalente é externo;
 SE = 0-é interno.
- AE(I) - Vetor carregamento de ações equivalentes nos nós.
- AM - Área da seção transversal da mesa.

- AM(I,J) - Esforços solicitantes nas extremidades dos elementos, no sistema local de referência.
- AR(I) - Reações de apoio.
- AX(I) - Área das seções transversais dos elementos equivalentes.
- ALF. - Inclinação entre o elemento equivalente e a carga concentrada aplicada.
- AMD(J) - Esforços de engastamento perfeito do elemento, no sistema global de referência.
- AML(I,J) - Esforços de engastamento perfeito do elemento, no sistema local de referência.
- ALFA - Fator de redução da largura da faixa nos pórticos.
- ALFD - Ângulo α (ver figura IV.4), da laje à direita.
- ALFE - Ângulo α (ver figura IV.4), da laje à esquerda.
- AMAC(J) - Vetor auxiliar para cálculo dos esforços solicitantes nas extremidades dos elementos.
- ALFA₁ - Parâmetro que relaciona as rizezas das vigas e das lajes.

- B - Dimensão do trecho rígido à direita do elemento; dimensão da laje à direita da viga; distância do apoio à esquerda do elemento até o final da carga distribuída.
- BW - Seção retangular - largura
Seção T - largura da alma
Seção retangular vazado - largura total da seção (externa)
Seção I - largura da mesa
Seção circular - diâmetro
Seção circular vazada - diâmetro interno
- BF - Seção T - largura da mesa
Seção retangular vazada - largura interna
Seção I - largura da mesa menos a largura da alma
- BCL - Largura colaborante da laje, do elemento transversal ao pórtico equivalente.
- BCM - Largura colaborante máxima
- BETA - Fator de redução do módulo de deformação longitudinal para considerar o efeito da torção nas peças de concreto.
- BETD - Ângulo β (ver figura IV.4), da laje à direita.
- BETE - Ângulo β (ver figura IV.4), da laje à esquerda.

- BETAT - Parâmetro que relaciona a rigidez à torção da viga e a rigidez da laje.
- C - Constante de inércia à torção, ou momento de inércia à torção.
- C₂ - Largura do pilar na direção transversal ao pórtico equivalente.
- D(I) - Vetor deslocamento nodal.
- E - Módulo de elasticidade do concreto.
- E_c - Módulo de elasticidade reduzido, devido à fissuração.
- EI - Variável auxiliar na montagem da matriz de rigidez do elemento.
- F(I) - Fator de forma. Leva em conta a deformação por cortante e depende da seção transversal do elemento.
- FF - SE = 1, o fator de forma será considerado no cálculo.
- G - Módulo de deformação transversal; rigidez à torção lateral, à direita do elemento à flexão.
- HV - Seção retangular - altura do elemento
Seção T - altura total

Seção retangular vazada - altura total (externa)

Seção I - altura total

Seção circular vazada - altura externa

- HF - Seção T - altura da laje
Seção retangular vazada - altura interna
Seção I - altura total menos altura da mesa superior e inferior
- IA - Momento de inércia da alma de um elemento.
- II(I) - Vetor auxiliar - armazena índices correspondentes do elemento, no sistema global; armazena as pretendidas combinações de carregamentos.
- IL - Momento de inércia da laje para cálculo de $ALFA_1$
- IM - Momento de inércia da mesa
- IV - Momento de inércia da viga para cálculo de $ALFA_1$
- IZ(I) - Momento de inércia do elemento
- IPC - Índice que, se unitário, indica ser o pórtico, um pórtico continuação
- IHPP - Índice que, se unitário, indica que há pórtico posterior

- ICON - Indica o número de elementos com cargas concentradas
- IDIS - Indica o número de elementos com cargas distribuídas
- JJ(I) - Incidência do nó inicial do elemento
- JK(I) - Incidência do nó final do elemento
- KM - Índice do coeficiente de mola. Se igual a 1, a rigidez à torção do elemento transversal ao pórtico equivalente está associado aos pilares; se igual a zero, está associada às vigas equivalentes
- KT(J) - Rigidez à torção, do elemento transversal, em cada nó
- KDCA(JJJ) - Indicador de que o carregamento do respectivo pórtico é idêntico àquele de um pórtico anterior, cujo carregamento já foi lido
- KDIS - Define a forma de carregar a viga equivalente; quando nulo, a carga da laje é linearizada sobre a viga; quando unitário, a carga da laje é distribuída à viga segundo critério da NB-1
- KDIV - Índice que, se nulo, indica os esforços solicitantes encontrados nas extremidades dos elementos serem distribuídos aos elementos da estrutura original e calculados nos décimos dos vãos

- KDUP(JJJ) - Indicador de que as coordenadas nodais, as incidências e características geométricas dos elementos desse pórtico são idênticas às de um pórtico anterior , já lido
- KLD - Lado da laje à direita que se apóia na viga equivalente
- 1 - Lado maior (A_1)
 - 2 - Lado menor (A_2)
 - 3 - Lado maior (A_3)
 - 4 - Lado menor (A_4)
- KLE - Lado da laje à esquerda que se apóia na viga equivalente
- 1 - Lado maior (A_1)
 - 2 - Lado menor (A_2)
 - 3 - Lado maior (A_3)
 - 4 - Lado menor (A_4)
- L(I) - Comprimento do elemento equivalente
- L_1 - Distância longitudinal entre pilares
- L_2 - Largura da faixa do pórtico equivalente (largura lateral)
- LXD - Lado menor da laje à direita da viga equivalente
- LXE - Lado menor da laje à esquerda da viga equivalente

- LYD - Lado maior à direita da viga equivalente
- LYE - Lado maior à esquerda da viga equivalente
- M - Número de elementos de cada pórtico equivalente
- MF(k) - Momento fletor em décimos do vão, do elemento
- Mk - É o número de elementos mais o número de barras rígidas
- N - Número de equações do sistema; é igual a três vezes o número de nós
- NF(k) - Força normal em décimos do vão do elemento
- NJ - Número de nós do pórtico equivalente
- NL - Número do carregamento
- NAR - Número de apoios com recalques
- NBR - Número de barras rígidas
- NCC(I) - Indica o número de cargas concentradas em cada elemento
- NCD(I) - Indica o número de cargas distribuídas em cada elemento

- NLJ - Número de nós carregados diretamente
- NLS - Número de casos de carregamentos
- NRJ - Número de nós com, pelo menos, uma restrição
- NRP - Número de restrições parciais
- NRT - Número de restrições totais
- NEST - Número de estruturas
- NLMC - Número de elementos para se calcularem os esforços de engastamento perfeito
- NLML - Número de elementos cujos esforços de engastamento perfeito são lidos
- NNRE - Número de nós com rigidez equivalente, ou seja, com elementos transversais à torção
- NPOR - Número de pórtico da referida estrutura
- P - Carga concentrada aplicada no elemento
- P_1 - Valor inicial da carga distribuída
- P_2 - Valor final da carga distribuída

- PD - Carga uniformemente distribuída na laje, à direita da viga equivalente
- PE - Carga uniformemente distribuída na laje, à esquerda da viga equivalente
- PE₁ - Porcentual a ser aplicado aos momentos negativos, à esquerda dos elementos, para distribuí-los a faixa dos pilares
- PE₂ - Porcentual a ser aplicado aos momentos negativos, à direita dos elementos, para distribuí-los a faixa dos pilares
- PE₃ - Porcentual a ser aplicado aos momentos positivos para distribuí-los à faixa dos pilares
- PE₄ - Porcentual a ser aplicado aos momentos da faixa dos pilares, para distribuí-los às vigas da estrutura original.
- PE₅ - Porcentual a ser aplicado aos momentos da faixa dos pilares, para distribuí-los às lajes da estrutura original, contidos nessa faixa
- PP - Índice indicativo de carregamento devido ao peso próprio; quando unitário, automaticamente o programa calcula os deslocamentos, esforços, etc, para esse primeiro caso de carregamento

- RL - Define a relação entre a largura da faixa do p ó r t ico e a distância longitudinal entre os pilares
- RL(k) - Valor dos coeficientes el á sticos ou recalques de apoios
- RK(J) - N ú mero de tr ê s algarismos que indica as dire ç ões res t ringidas de cada apoio
- RR - Indica a rela ç ão entre as rizezas das vigas transversais e as lajes, multiplicada pela rela ç ão RL
- RIGF - Somat o rio das rizezas \tilde{a} flex ã o, dos elementos viga equivalente, em cada n o onde existir elemento transversal \tilde{a} tor ç ão
- RIGT - Somat o rio das rizezas \tilde{a} flex ã o, dos elementos pilares, em cada n o onde existir elemento transversal \tilde{a} tor ç ão
- S(I,J) - Matriz de rigidez global da estrutura
- SE - Define o tipo da se ç ão do elemento, assumindo os valores:
- 0 - se ç ão r i gida
 - 1 - se ç ão retangular
 - 2 - se ç ão retangular vazada
 - 3 - se ç ão circular
 - 4 - se ç ão circular vazada

5 - seção I

6 - seção T

SM(I,J) - Matriz de rigidez do elemento no sistema local de referência

ST(I,J) - Matriz de transporte. Transporta as ações dos nós "A" e "B" para os nós "j" e "k"

SMD(I,J) - Matriz de rigidez do elemento no sistema global de referência

SMR(I,J) - Matriz auxiliar para o cálculo dos esforços solicitantes nas extremidades dos elementos

SMT(I,J) - Matriz de rigidez do elemento viga equivalente, quando associada em série com as molas à torção

T - Momento torsor; rigidez à torção lateral para o nó a esquerda do elemento à flexão viga equivalente

TE(I) - Define o elemento quando assume os valores :

- Viga com rigidez nas extremidades, TE = -1

- Viga equivalente, TE = 0

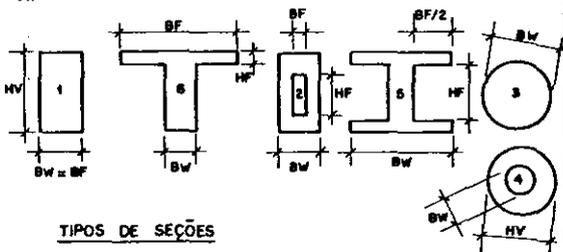
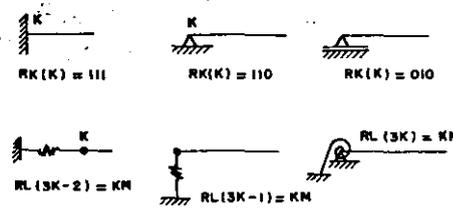
- Pilar equivalente, TE = 1

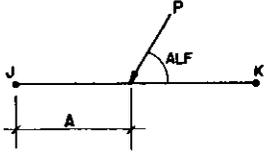
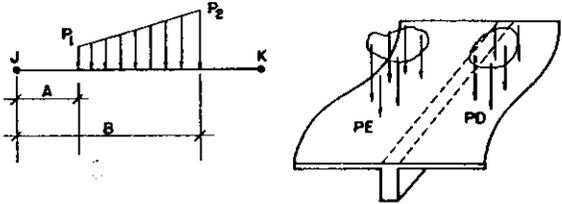
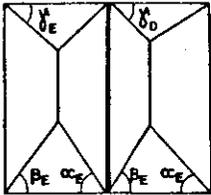
- Barra rígida, TE = 2

UBW - Largura da faixa superior, para armazenamento da matriz S

- V(k) - Força cortante em décimos do vão do elemento
- XNOME(I) - Vetor para cabeçalho
- X - Distância correspondente a um décimo do vão
- X(J) - Coordenada "X" do nó "J"
- Y(I) - Coordenada "Y" do nó "J"
- YD - Ângulo γ (ver figura IV.4), da laje à direita
- YE - Ângulo γ (ver figura IV.4), da laje à esquerda
- YM - Peso específico do material

6.5 - MANUAL DE UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA

Nº DE ORDEM	MULTIPLICADORES	Nº DE CARTÕES	VARIÁVEIS LIDAS	FORMATO
1	NEST NPOR NLS NPOR SE PP=0	1	NEST	I2I5
2		1	NPOR, NLS, PP, KM, KDIV	I2I5
3		3	XNOME { IDENTIFICA A ESTRUTURA	20A4
4		1	E, G, YM, ALFA, BETA	3E10.4, 2F10.4
5		3	XNOME { IDENTIFICA O PÓRTICO	20A4
6		1	M, NJ, NRT, NRP, NRJ, NAR, NNRE, IPC, IHPP, NBR, FF, KDUP (JJJ), KDCA (JJJ)	I4I5
7		NJ	I, X(I), Y(I)	I5, 2F10.4
8		MR	I, JJ(I), JK(I), TE(I), SE, AD, AE, BW, HV, BF, HF  <p>TIPOS DE SEÇÕES</p>	I7I5, 4F10.4
9		NNRE SE NNRE ≥ 1	I, BW, HV, BF, HL, A, B, C ₂	I5, 7F10.4
10		Nº DE VIGAS C/ TRECHOS RIG. NAS EXTREMIDADES	A, B	2F10.4
11		NRJ	K, RK(K), RL(3≠K-2), RL(3≠K-1), RL(3≠K) 	I2I5, 3F10.4
12		1	XNOME { IDENTIFICA O CARREGAMENTO	20A4
13		1	NLJ, NLML, NLMC	I3I5
14		NLJ SE NLJ ≥ 1	K, A(3K-2), A(3K-1), A(3K)	I5, 3F10.4

Nº DE ORDEM	MULTIPLICADORES	Nº DE CARTÕES	VARIÁVEIS LIDAS	FORMATO
15	NLS NFOR SE PP=0	NLML SE NLML ≥ 1	I, (AML(I,J), J=1,6)	I5, 6F10.4
16		NLMC SE NLMC ≥ 1	I, NCC(I), NCD(I)	3I5
17		ICON \neq NCC(I) SE NCC(I) ≥ 1	P, A, ALF 	3F10.4
18		IDIS \neq NCD(I) SE NCD(I) ≥ 1	P1, A, P2, B, PE, PD, KLE, KLD, KDIS 	6F10.4, 3I5
19	SE PE E OU PD \neq 0	ALFE, BETE, YE, LXE, LYE, ALFD, BETD, YD, LXD, LYD 	10F8.4	
20		Nº DE COMBINAÇÕES DESEJADAS	II (K)	12I5

VI.4 - LIMITAÇÕES DO PROGRAMA E OUTRAS INFORMAÇÕES

As limitações de um programa se baseiam, quase sempre, na simulação ou idealização da estrutura que se quer processar e na capacidade do computador de que se dispõe. Quanto menor for a capacidade de memória principal, menor será a estrutura

a ser processada.

O programa "EMEEQ" foi dimensionado para as condições máximas apresentadas no quadro que segue:

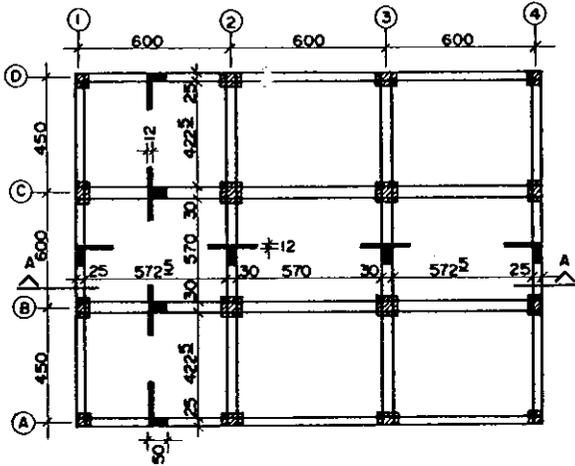
nº de pavimentos	nº de pórticos associados	nº de colunas de cada pórtico	nº de nós por pórtico	nº de elementos por pórtico
7	5	8	56	100
8	4	7	56	104*
10	4	6	60	110*
12	4	5	60	108*
15	5	4	60	100
20	5	3	60	100
30	5	2	60	87

Contudo, deve-se observar que, para estruturas com 8, 10 e 12 (*) pavimentos, o número de elementos pórtico, ultrapassa de 4, 10 e 8, respectivamente, o número de elementos definidos.

CAPÍTULO VII

EXEMPLOS E CONCLUSÕES

VII.1 - ESTRUTURA DE TRÊS PAVIMENTOS, SUBMETIDA UNICAMENTE A CARREGAMENTOS VERTICAIS



VIGAS:

INTERNAS: 30/50

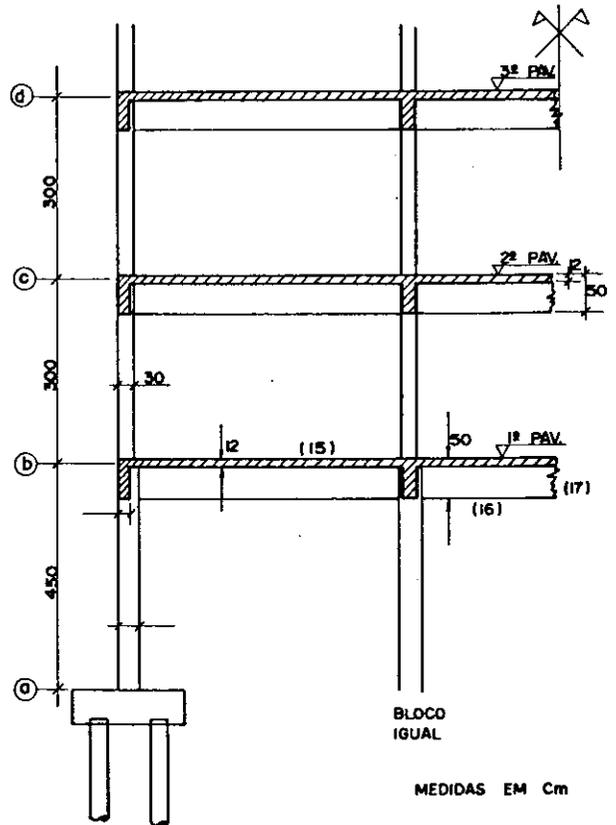
EXTERNAS: 25/50

PILARES:

TERREO - 1º PAV.: 35/35

1º PAV. - 2º PAV.: 30/30

2º PAV. - 3º PAV.: 30/30



CORTE AA

MEDIDAS EM Cm

VII.1.a - O desenvolvimento deste exemplo se baseia no método das estruturas equivalentes. É apresentado manualmente, seguindo a orientação dada por Cuevas¹. A análise desenvolvida corresponde ao eixo 2 do primeiro pavimento. Para se obterem os esforços na estrutura completa, deve-se repetir o processo em todos os eixos e direções.

a.1 - CARREGAMENTO DAS LAJES

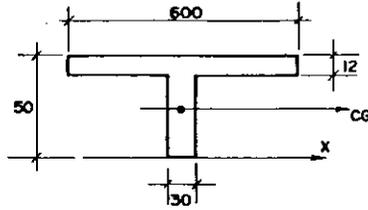
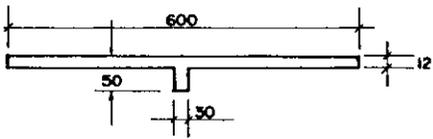
Será utilizada uma sobrecarga de 200 kgf/m² e 100 kgf/m² para considerar o revestimento.

Carga permanente (g)	peso próprio = $0,12 \cdot 2,5 = 0,3 \text{ tf/m}^2$
	revestimento = $0,10 \text{ tf/m}^2$
Sobre carga (q)	= $0,2 \text{ tf/m}^2$

A carga $p = g + q$ será igual a $p = 0,6 \text{ tf/m}^2$

a.2 - COEFICIENTES DE RIGIDEZ, COEFICIENTES DE TRANSMISSÃO E MOMENTOS DE ENGASTAMENTO PERFEITO

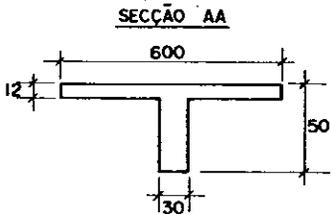
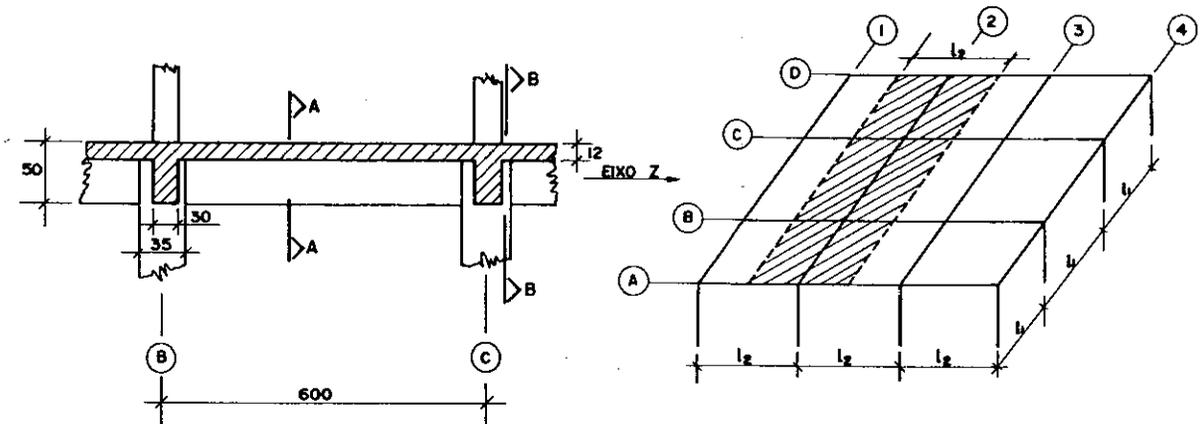
Momento de inércia da zona central.



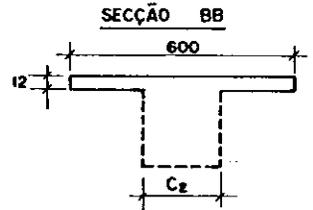
$$I_A = I_X - Y_{CG}^2 A_C$$

$$I_A = 827 \cdot 10^3 \text{ cm}^4$$

Momento de inércia da seção entre a face e o eixo do pilar.



$$I_A = 827 \cdot 10^3 \text{ cm}^4$$



Entre os eixos dos pilares e as faces dos mesmos (seção B-B) usa-se o valor do momento de inércia na seção A-A, dividida pelo fator $(1 - C_2/l_2)^2$. Sendo C_2 e l_2 as dimensões, respectivamente, do pilar e do vão normal ao eixo que se analisa.

Portanto:

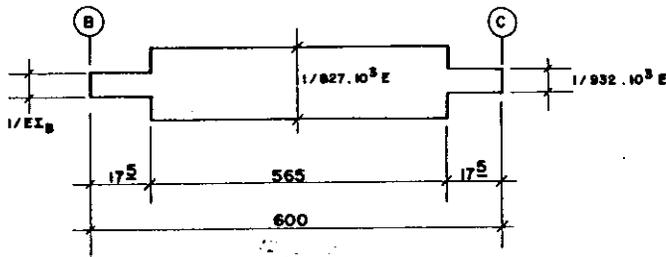
$C_2 = 35 \text{ cm}$ - dimensão do pilar (inferior)

$l_2 = 600 \text{ cm}$ - dimensão do vão (ver figura)

$$I_B = \frac{I_A}{\left(1 - \frac{C_2}{l_2}\right)^2} = \frac{821.000}{\left(1 - \frac{35}{600}\right)^2} = 932.10^3 \text{ cm}^4$$

$$I_B = 932.10^3 \text{ cm}^4$$

Diagrama da variação $1/EI$ - Tramo CB

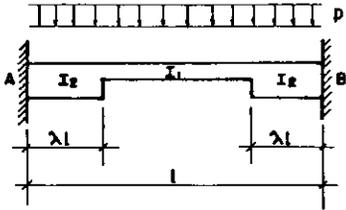


Uma vez determinada a variação $1/EI$ ao longo da viga, calculam-se: coeficientes de rigidez à flexão, coeficientes de transmissão e os momentos de engastamento perfeito.

Para o caso de vãos com momentos de inércia diferentes,

na parte central e nos extremos, obtêm-se as equações através da resistência dos materiais¹.

Expressões a seguir



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{MOMENTO DE ENGASTAMENTO PERFEITO} - M_A = M_B = \frac{\theta_A}{\theta_{AA} + \theta_{AB}} \\ \text{RIGIDEZ A FLEXÃO} - S = \frac{\theta_{AA}}{\theta_{AA} - \theta_{AB}} \\ \text{COEFICIENTE DE TRANSMISSÃO} - \alpha_{AB} = \frac{\theta_{AB}}{\theta_{AA}} \end{array} \right.$$

$$\text{Momento de engastamento perfeito: } M_A = M_B = \frac{\theta_A}{\theta_{AA} + \theta_{AB}}$$

$$\text{Rigidez à flexão: } S = \frac{\theta_{AA}}{\theta_{AA}^2 - \theta_{AB}^2}$$

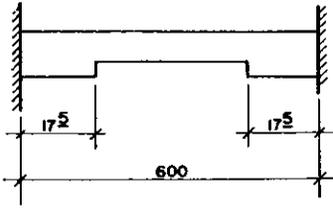
$$\text{Coeficientes de transmissão: } \alpha_{AB} = \frac{\theta_{AB}}{\theta_{AA}}$$

$$\theta_A = \frac{pl^3}{24EI_1} (1 - 6\lambda^2 + 4\lambda^3) + \frac{pl^3}{24EI_2} (6\lambda^2 - 4\lambda^3)$$

$$\theta_{AA} = \frac{l}{EI_1} \left(\frac{1}{3} - \lambda + \lambda^2 - \frac{2}{3}\lambda^3 \right) + \frac{l}{EI_2} \left(\lambda - \lambda^2 + \frac{2}{3}\lambda^3 \right)$$

$$\theta_{AB} = \frac{l}{EI_1} \left(\frac{1}{6} - \lambda^2 + \frac{2}{3}\lambda^3 \right) + \frac{l}{EI_2} \left(\lambda^2 - \frac{2}{3}\lambda^3 \right)$$

Cálculo do coeficiente de rigidez à flexão.



$$\lambda l = 175$$

$$\lambda = \frac{175}{600} = 0.0292$$

sendo λ muito pequeno, desprezam-se λ^2 e λ^3 nas expressões acima.

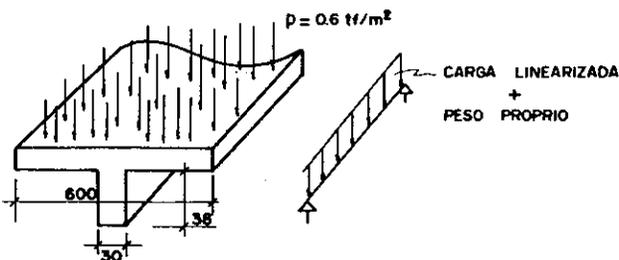
$$S_{CB} = S_{BC} = \frac{\theta_{AA}}{\theta_{AA}^2 - \theta_{AB}^2} = 0,575 \cdot 10^4 E$$

Coeficiente de transmissão

$$\alpha_{BC} = \alpha_{CB} = \frac{\theta_{AB}}{\theta_{AA}} = \frac{20.15}{39.88} = 0.50$$

Momento de engastamento perfeito

A carga utilizada para obtenção do momento de engastamento na viga equivalente é:



$$p = 0.60 \times 0.60 + 0.30 \times 0.38 \times 24 = 3.87 \text{ tf/m}$$

$$M_{\text{ENG}} = \frac{p l^2}{12} = \frac{3,87 \cdot 6^2}{12} = 11,61 \text{ tfm}$$

- VIGA EQUIVALENTE - TRAMO AB E CD (EIXO 2)

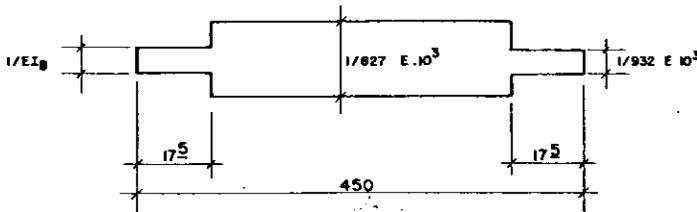
Momento de inércia da zona central

$$I_A = 827 \cdot 10^3 \text{ cm}^4 \quad (\text{ver a.1})$$

Momento de inércia da seção entre o eixo e a face do pilar.

$$I_B = \frac{I_A}{\left(1 - \frac{C_2}{l_2}\right)^2} = 932 \cdot 10^3 \text{ cm}^4 \quad (\text{idem a.2})$$

Diagrama da variação $1/EI$, tramo AB e CD



Coeficientes de rigidez à flexão, coeficientes de transmissão e momentos de engastamento perfeito:

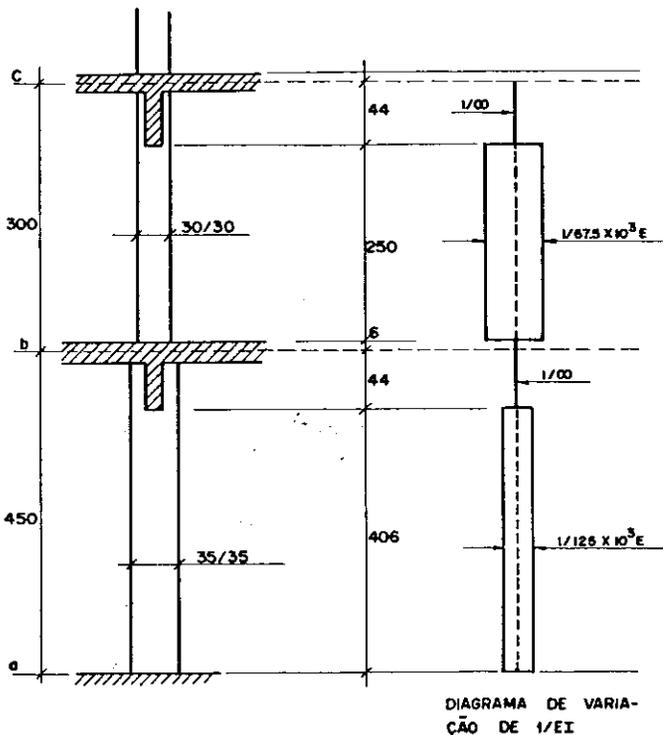
$$S_{AB} = S_{BA} = S_{CD} = S_{DC} = 0,16 \cdot 10^4 E$$

$$\alpha_{AB} = \alpha_{BA} = \alpha_{CD} = \alpha_{DC} = 0,5$$

$$M_{ENG} = \frac{pl^2}{12} = 6,53 \text{ tfm}$$

- PILARES EQUIVALENTES - EIXOS A/2 E D/2

Para o cálculo de S_p , determina-se a variação de $1/EI$ e supõe-se o momento de inércia infinito, desde a face inferior das vigas até a face superior das lajes, devido à grande rigidez à flexão no nó, provocada pelas vigas passantes.



Momentos de inércia.

$$\text{Trecho ab: } I_{ab} = \frac{bh^3}{12} = \frac{35}{12} = 125 \times 10^3 \text{cm}^4$$

$$\text{Trecho bc: } I_{bc} = \frac{bh^3}{12} = \frac{30^4}{12} = 67,5 \times 10^3 \text{cm}^4$$

Coefficientes de rigidez à flexão dos tramos ab e bc para determinação destes coeficientes utilizou-se o gráfico apresentado por Cuevas¹. Logo:

$$S_{pinf} = STB \frac{E I_{ab}}{l} = 0,172 \cdot 10^4 E$$

$$S_{psup} = STB \frac{E I_{bc}}{l} = 0,104 \cdot 10^4 E$$

$$\Sigma S_p = S_{pinf} + S_{psup} = 0,276 \cdot 10^4 E$$

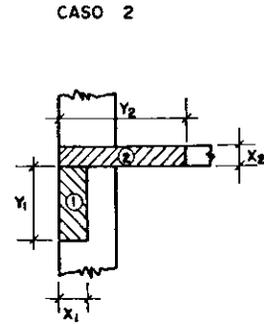
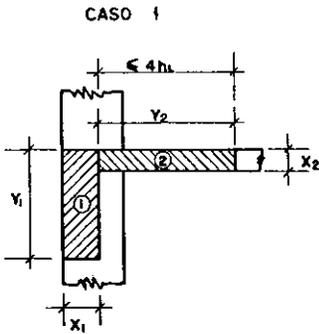
Coefficiente de rigidez à torção, da viga transversal ao pórtico em análise.

Este coeficiente é calculado pela expressão

$$S_t = \frac{9ECL \cdot C}{l_2 \left(1 - \frac{C_2}{l_2}\right)^3}, \text{ onde } C = \sum_{i=1}^2 \left(1 - 0,63 \frac{x_i}{y_i}\right) \frac{x_i^3 y_i}{3}$$

Este somatório refere-se aos retângulos em que se decom-

põem as seções T ou L da viga transversal, associada ao pórtico.



A largura da mesa da seção L será igual à projeção da viga acima ou abaixo da laje sem ultrapassar $4 \cdot hL$.

$$X_1 = 25 \text{ cm}$$

$$Y_1 = 50 \text{ cm}$$

$$X_2 = 12 \text{ cm}$$

$$Y_2 = (50 - 12) = 38 < 4 \cdot hL = 48 \therefore Y_2 = 38 \text{ cm}$$

$$X_1 = 25 \text{ cm}$$

$$Y_1 = 38 \text{ cm}$$

$$X_2 = 12 \text{ cm}$$

$$Y_2 = 38 + 25 = 63 \text{ cm}$$

Deve-se tomar o maior valor obtido para C.

$$\text{Portanto: } C = 19,6 \cdot 10^4 \text{ cm}^4$$

Em consequência:

$$S_t = \frac{9 \cdot E_{CL} \cdot C}{\ell_2 \left(1 - \frac{C_2}{\ell_2}\right)^3} = \frac{9 \cdot 19,6 \times 10^4}{600 \left(1 - \frac{35}{600}\right)^3} = 0,352 \cdot 10^4 E$$

Coefficiente de rigidez à flexão do pilar equivalente.

O cálculo desse coeficiente se faz com base na hipótese de que a sua flexibilidade seja igual à soma das flexibilidades dos tramos superiores e inferiores do pilar e da viga à torção, transversal ao pórtico em análise (associação em série)

Portanto:

$$\frac{1}{S_{EQ}} = \frac{1}{\Sigma S_p} + \frac{1}{S_t}$$

Em consequência: $S_{EQ} = 0,255 \times 10^4 E$

- PILARES EQUIVALENTES - EIXOS B/2 E C/2

Seguindo o mesmo raciocínio apresentado em , o coeficiente destes pilares equivalentes vale:

$$S_{EQ} = 0,263 \times 10^4 E$$

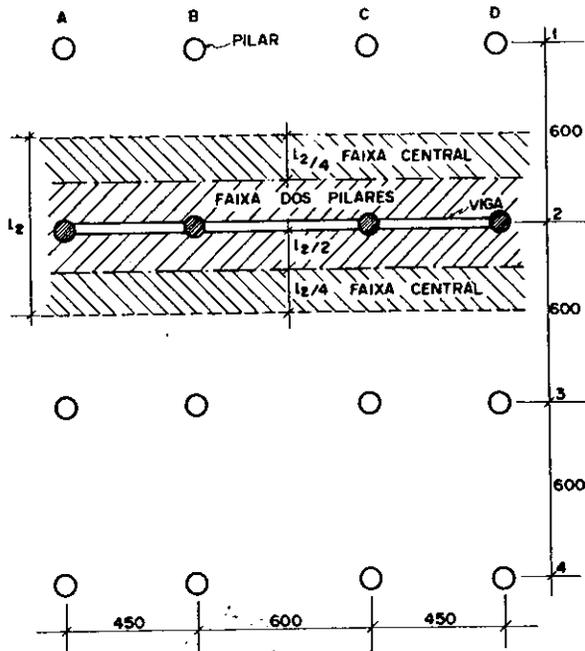
a.3 - CÁLCULO DOS ESFORÇOS SOLICITANTES NA VIGA EQUIVALENTE

Após conhecido o carregamento dessa viga, os coeficientes de rigidez e de transmissão, os esforços são obtidos pelo método de Cross. Os diagramas de momento e de força cortante estão apresentados na página 174, em linha cheia.

a.4 - DISTRIBUIÇÃO DOS ESFORÇOS CALCULADOS NO ITEM ANTERIOR, AOS ELEMENTOS DA ESTRUTURA ORIGINAL CONTIDOS NA FAIXA DO PÔRТИCO ANALISADO

- MOMENTOS FLETORES

Para se efetuar esta distribuição, a faixa do pòrtico equivalente analisado é subdividida em uma faixa de pilares e em uma ou duas meias faixas centrais.



A distribuição é feita através das rizezas dos elementos contidos nas sub-faixas. Para tanto, utilizam-se as tabelas I.1 e I.2, apresentadas no Capítulo I.

Para utilização das tabelas é necessário calcular os parâmetros α_1 e β_t , onde, $\alpha_1 = \frac{E_C V \cdot IV}{E_C L \cdot IL}$; $\beta_t = \frac{E \cdot C}{2E \cdot IL}$

Portanto:

$$\alpha_1 = \frac{I_V}{I_L} = 7,44 \quad ; \quad \beta_t = \frac{C}{2I_L} = 1,85$$

Em consequência do exposto acima, a distribuição dos momentos é apresentado abaixo e os diagramas se encontram na página 174 .

Tramo externo

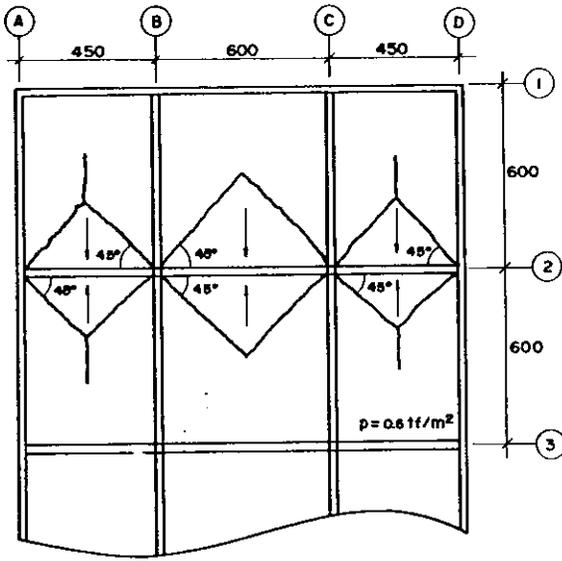
MOMENTOS TOTAIS	FAIXA DOS PILARES					FAIXA CENTRAL
	COEF. TAB. I	MOMENTO		COEF. TAB. II	MOMENTO	MOMENTO
$M_{AB} = 1,44$	0,73	1,05	VIGA	0,85	0,89	0,39
			LAJE	0,15	0,16	
$M_{pos} = 4,39$	0,65	2,85	VIGA	0,85	2,42	1,54
			LAJE	0,15	0,43	
$M_{BA} = 10,39$	0,65	6,75	VIGA	0,85	5,74	3,64
			LAJE	0,15	1,01	

Tramo interno

MOMENTOS TOTAIS	FAIXA DOS PILARES					FAIXA CENTRAL
	COEF. TAB. I	MOMENTO		COEF. TAB. II	MOMENTO	MOMENTO
$M_{BC} = 10,96$	0,75	8,22	VIGA	0,85	7,00	2,74
			LAJE	0,15	1,22	
$M_{pos} = 6,45$	0,75	4,84	VIGA	0,85	4,11	1,61
			LAJE	0,15	0,73	

- FORÇAS CORTANTES

Calculam-se as forças cortantes, carregando-se as vigas, a partir de áreas de lajes delimitadas por linhas a 45° , traçadas dos cantos das lajes e por linhas paralelas aos lados maiores.

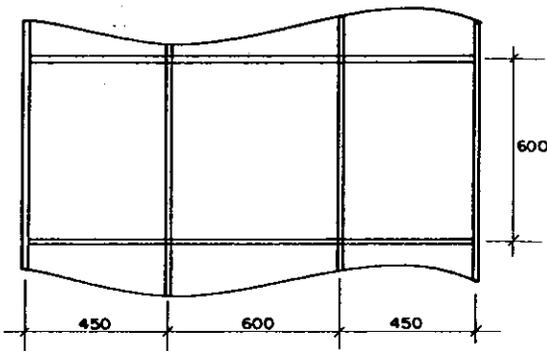


os diagramas também estão apresentados na página 174 em linha cheia (metade do diagrama).

VII.1.b - Resolveu-se aqui, a mesma estrutura apresentada em VII.1.a, separando-se os elementos da estrutura original, quais sejam: lajes, vigas, pilares (processo tradicional).

Manter-se-ã a mesma carga $p = 0,6 \text{ tf/m}^2$

b.1 - CÁLCULO DOS ESFORÇOS SOLICITANTES NAS LAJES



Para o cálculo dos momentos fletores, isola-se cada laje e se obtém esses momentos com a utilização das tabelas de Czerny³⁶.

Posteriormente, esses momentos são equilibrados sobre os apoios (vigas) e em seguida, faz-se a correção dos momentos positivos. Os diagramas de momento das lajes se encontram na página 174 (linha tracejada).

b.2 - CÁLCULO DOS ESFORÇOS SOLICITANTES NAS VIGAS

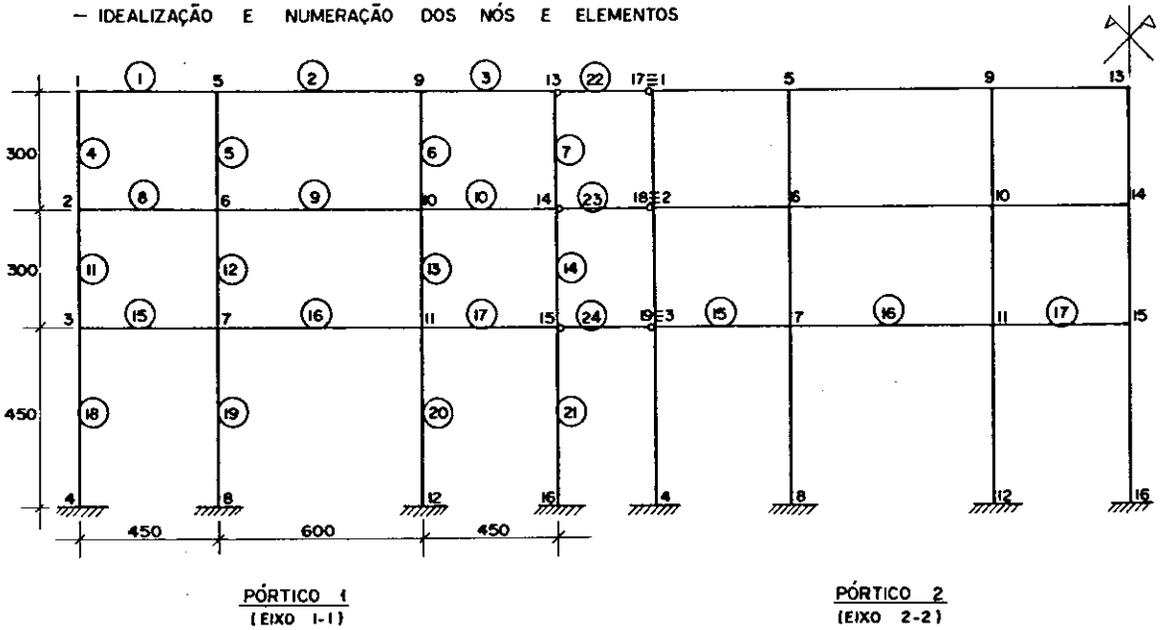
Após a distribuição da carga das lajes para as vigas, os esforços são calculados pelo método de Cross.

Os diagramas se encontram na página 174 (linha tracejada).

VII.1.c₁ - A mesma estrutura calculada em VII.1.a e VII.1.b se resolve aqui, porém, utilizando-se o programa "EMEEQ".

Com a finalidade de facilitar a comparação dos resultados, serão analisados aqueles obtidos pelo programa "EMEEQ" e correspondentes ao eixo 2-2 do 1.^o pavimento.

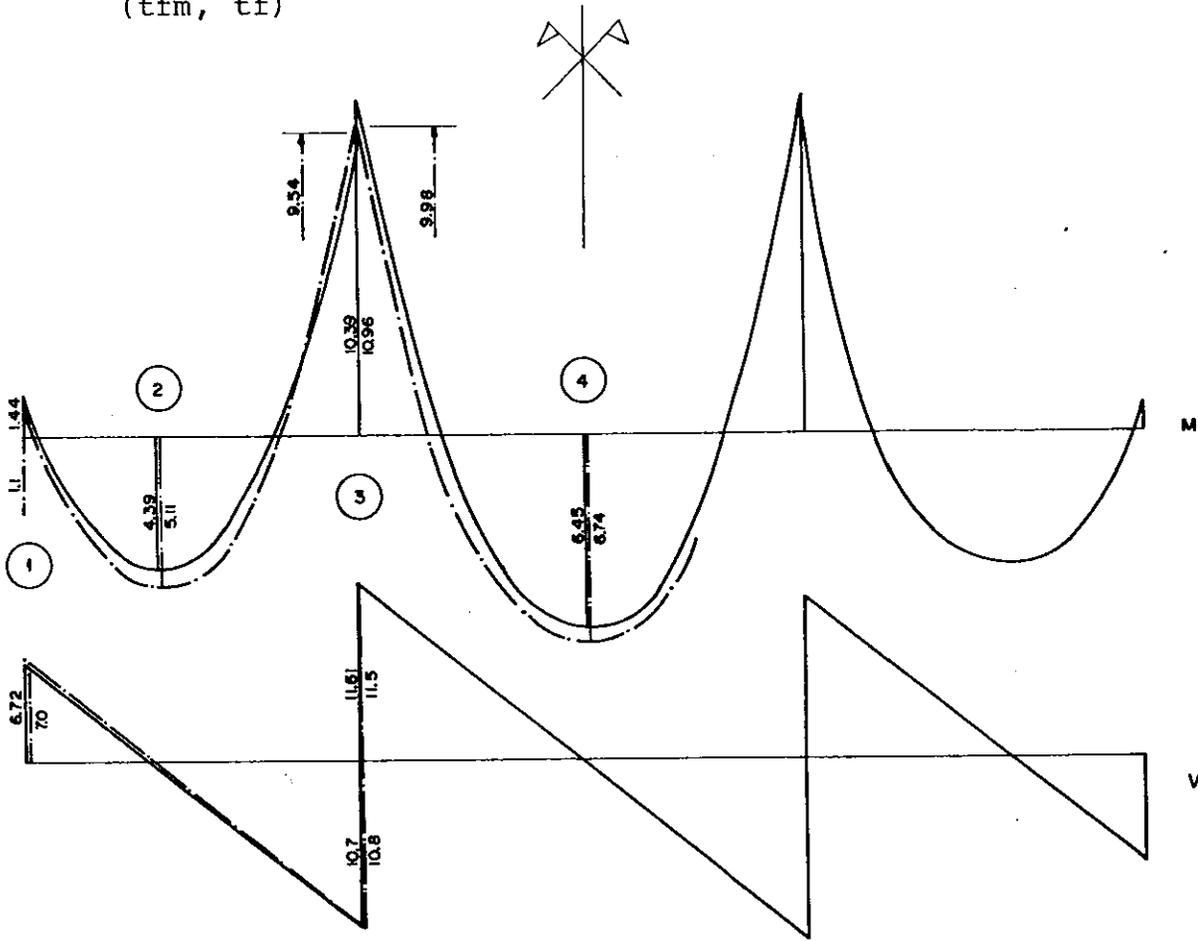
1 - Idealização e numeração dos nós e elementos.



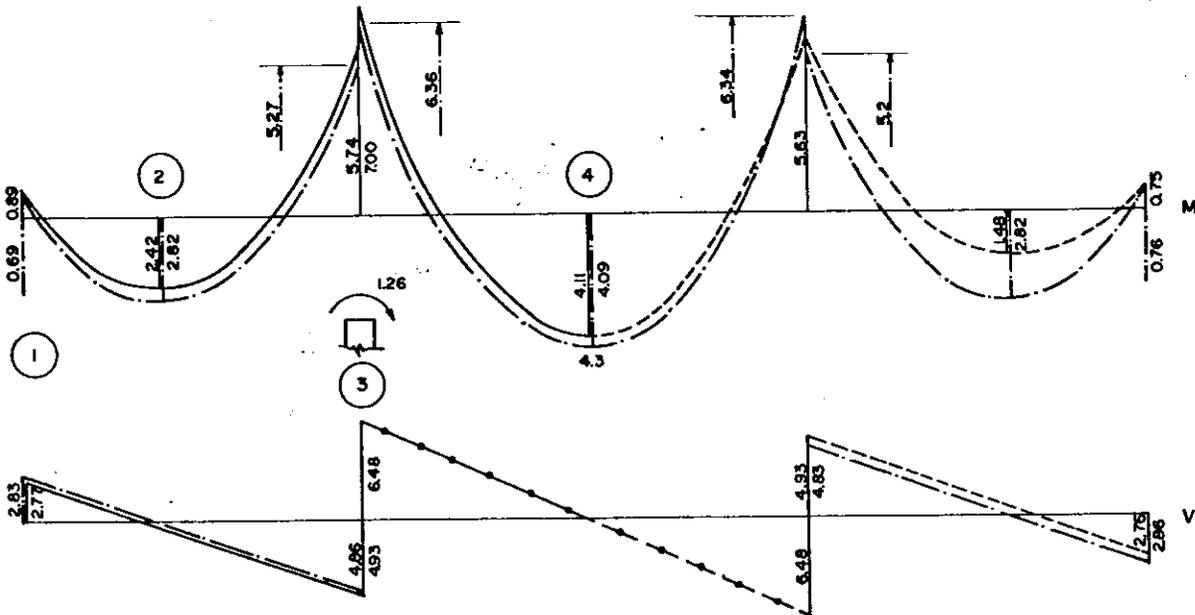
2 - Esforços solicitantes.

Os resultados obtidos das listagens do computador estão representados nos diagramas que se seguem em ponto traço.

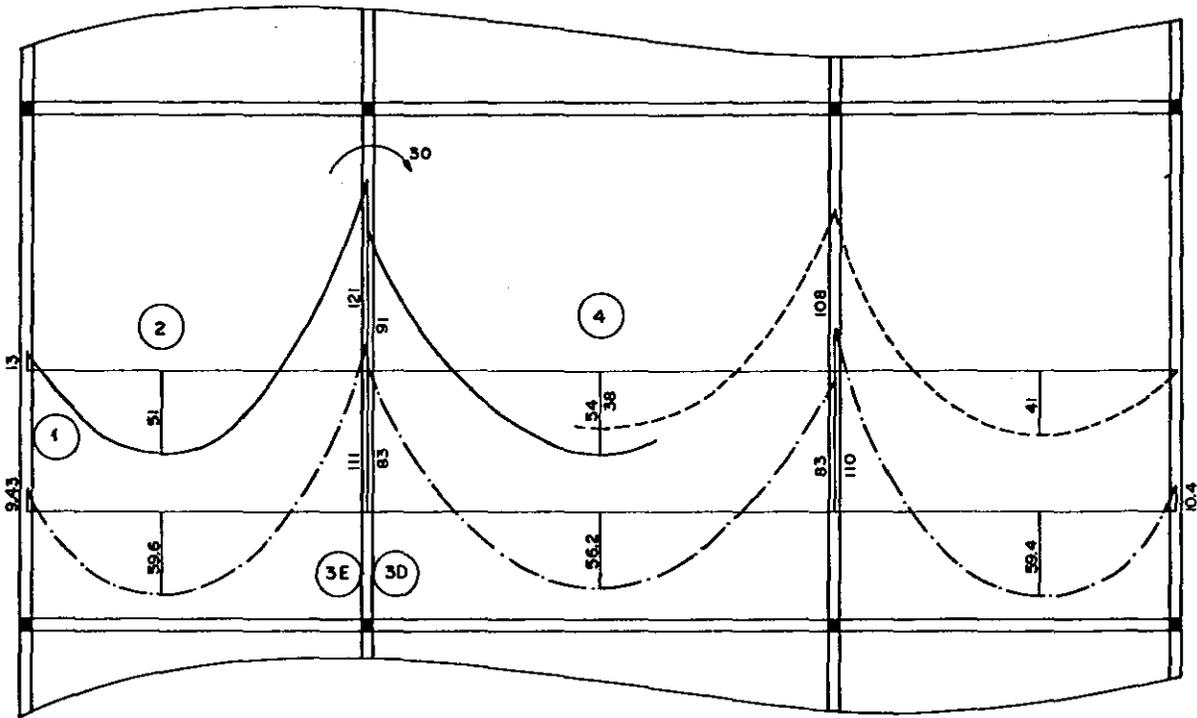
a) Momento fletor e força cortante na viga equivalente.
(tfm, tf)



b) Momento fletor e cortante cortante na viga da estrutura original.



c) Momento fletor na laje da estrutura original (tf cm/m)



Os resultados de VII.1.a e VII.1.b, em razão da simetria, foram respectivamente representados à esquerda (linha cheia) e à direita (linha tracejada). Os resultados de VII.1.c₁ estão em traço-ponto.

Dados gerais utilizados:

Módulo de elasticidade - $E_c = 2,1 \times 10^6$ tf/m²

Módulo de elasticidade transversal - $G = 8,4 \times 10^5$ tf/m²

Peso específico do material - $\gamma_c = 2,5$ tf/m³

A seguir, estão especificadas as particularidades de cada caso:

- Caso VII.1.a - estrutura resolvida manualmente, utilizando-se o método das estruturas equivalentes e seguindo-se a orientação apresentada por Cuevas¹.
- Caso VII.1.b - estrutura resolvida manualmente, isolando-se as lajes, vigas e pilares (método tradicional);
- Caso VII.1.c₁ - estrutura resolvida com a utilização do programa EMEEQ. Aqui os pórticos equivalentes de uma mesma direção são associados em série através de barras de conexão. As vigas transversais aos pórticos em análise (molas à torção) são associadas em série aos pilares². O fator de forma não é considerado. O fator de redução do módulo de elasticidade (β) para considerar o efeito da redução da rigidez à torção no estágio II é igual a 0,5. O carregamento é somente vertical (incluindo-se o peso próprio);
- Caso VII.1.c₂ - resolução que utiliza o programa EMEEQ. Os pórticos de uma mesma direção são associados através de barras de conexão. As molas à torção são associadas aos pilares. O fator de forma não é considerado. O fator β é igual a 0,3. O carregamento é somente vertical (incluindo-se o peso próprio);

- Caso VII.1.c₃ - resolução com o programa EMEEQ. Os pórticos de uma mesma direção são associados através de barras de conexão. As molas à torção são associadas às vigas³. O fator de forma não é considerado. O fator β é igual a 0,3. O carregamento é vertical (incluindo-se o peso próprio);
- Caso VII.1.c₄ - a única alteração com relação ao caso anterior é fazer-se β igual a 1,0, a fim de considerar o efeito da redução da rigidez à torção no estágio II;
- Caso VII.1.c₅ - idêntico aos casos VII.1.c₁ e VII.1.c₂, alterando-se o fator β para 1,0;
- Caso VII.1.c₆ - neste caso os pórticos não são associados através das barras de conexão; são calculados individualmente pelo programa EMEEQ. As molas à torção são associadas aos pilares. O fator de forma é considerado. O fator β é igual a 1,0 e o carregamento é vertical (incluindo-se o peso próprio);
- Caso VII.1.c₇ - aqui, a única alteração em relação ao caso anterior é não se levarem em conta as vigas transversais (molas à torção) ao pórtico equivalente em análise.

LAJE DA ESTRUTURA ORIGINAL	MOMENTO FLETOR (tfcm/m)	seções	a	b	c ₁	c ₂	c ₃	c ₄	c ₅	c ₆	c ₇
		1	13,0	0,0	9,43	5,21	6,44	8,84	13,5	13,7	-
2	51,0	41,0	59,6	60,5	40,8	43,8	58,1	58,1	-		
3E	121,0	108	111,0	112,0	85,1	92,0	110,0	11,0	-		
3D	91,0	108	83,0	83,1	91,7	87,8	83,2	83,2	-		
4	54,0	38,0	56,2	56,2	51,4	54,5	56,2	56,3	-		

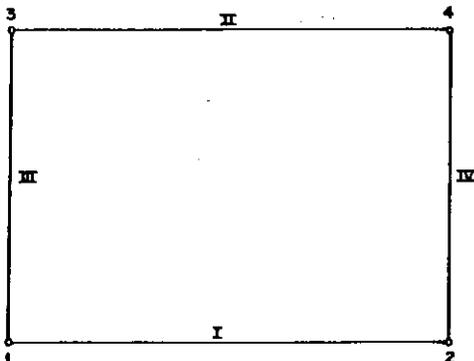
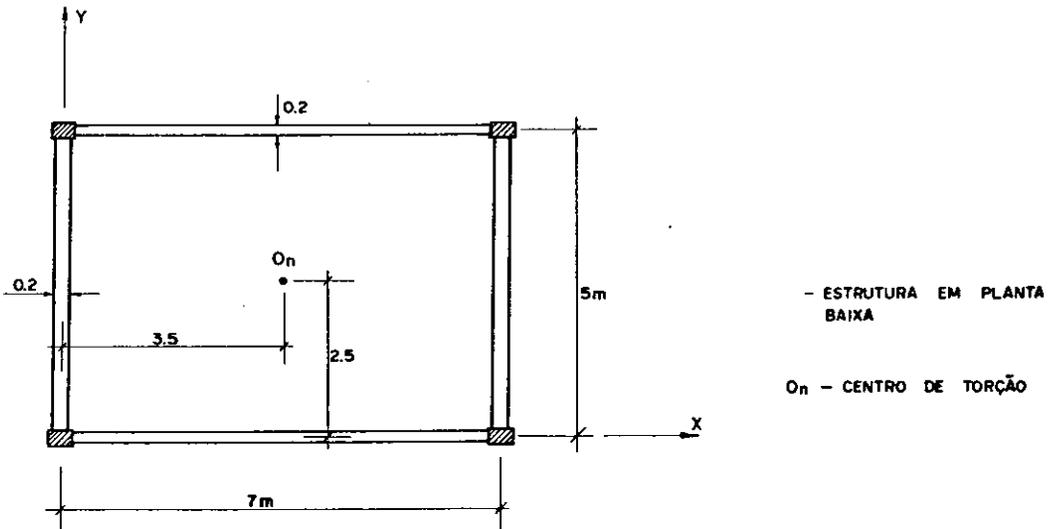
Do quadro apresentado pode-se, portanto, tirar as seguintes conclusões:

- 1 - o programa "EMEEQ" satisfaz plenamente, pois os resultados obtidos em VII.1.a e VII.1.b têm boa aproximação com aqueles de VII.1.c;
- 2 - para carregamentos verticais, somente, a associação em série dos pórticos de uma mesma direção, através de barras de conexão, pode ser desprezada, e o cálculo ser efetuado individualmente para cada pórtico equivalente (VII.1.c₅ e VII.1.c₆);
- 3 - com relação aos casos VII.1.c₆ e VII.1.c₇, onde o primeiro leva em conta a rigidez equivalente e o segundo despreza as molas equivalentes, nota-se que pouca diferença ocorreu;
- 4 - a alteração do fator , nos casos VII.1.c₁, VII.1.c₂ e VII.1.c₅, pouco influenciou nos resultados, exceto na seção 1, devido a influência da viga de borda.

VII.2 - ANÁLISE DE UMA TORRE RETANGULAR

Este exemplo foi apresentado por Soriano⁵, cujos resultados foram obtidos pelo "Programa Vento". O objetivo de repeti-lo aqui é comparar resultados, para carregamento lateral. Os resultados estão apresentados nos gráficos das páginas 188 e 189.

Seja a estrutura com a configuração em planta baixa da figura que se segue, com 8 andares, sendo o primeiro com o pé-direito de 4m e os demais de 3m.



VII.2.a - A referida estrutura, com as constantes elásticas $E = 1.800.000 \text{ tf/m}^2$ e $G = 750.000 \text{ tf/m}^2$, sujeita ao carregamento horizontal na direção do eixo y indicado no gráfico 2, é analisada para duas diferentes seções transversais de colunas. Os gráficos em traço contínuo se referem à seção de $0,30 \times 0,25\text{m}$ e aqueles em traço-ponto se referem à seção de $0,60 \times 0,50\text{m}$ (as seções transversais das vigas permanecem constantes e iguais a $0,30 \times 0,20\text{m}$). Não se considera o efeito da força cortante, para o cálculo da deformação.

Os gráficos mostram a diferença de comportamento quando se enrijecem as colunas. O gráfico 1 mostra, ainda, em tracejado, os deslocamentos horizontais da estrutura quando as seções das colunas são de $0,30 \times 0,25\text{m}$; desprezadas as deformações axiais (a análise é efetuada com as áreas das colunas multiplicadas por dez).

O gráfico 3 mostra a distribuição das forças horizontais aplicadas à estrutura, ao nível dos diversos andares.

O gráfico 4 é o das forças axiais nas colunas da estrutura. São forças de tração para as colunas correspondentes aos nós 1 e 2, em planta, e de compressão para as colunas correspondentes aos nós 3 e 4.

O gráfico 5 é o dos momentos fletores nas colunas e, finalmente, em 6 se representam os esforços cortantes.

VII.2.b - Desenvolve-se a mesma estrutura, porém, utilizando-se o programa "EMEEQ". Nos gráficos os resultados obtidos no caso VII.2.b₆ estão representados pelas linhas traço-x (-x-x).

Da mesma forma que no exemplo VII.1, também aqui foram desenvolvidos vários casos que seguem com a discriminação de suas particularidades:

Caso VII.2.b₁ - a estrutura apresenta os pórticos de uma mesma direção, associados em série, através de barras de conexão. As molas à torção são associadas às vigas. O fator de forma é considerado o fator (β) que reduz o módulo de elasticidade, para considerar a redução da rigidez à torção no estágio II, é igual a 0,5;

Caso VII.2.b₂ - neste, em relação ao anterior, tem-se a mola à torção associada aos pilares, e o fator β é igual a 0,3;

Caso VII.2.b₃ - idêntico ao caso VII.2.b₁, passando-se β de 0,5 para 0,3;

Caso VII.2.b₄ - também idêntico ao caso VII.2.b₁, alterando β para 1,0;

Caso VII.2.b₅ - idêntico ao caso VII.2.b, passando β de 0,3 para 1,0;

Caso VII.2.b₆ - Neste caso, os pórticos de uma mesma direção não são associados em série, através das barras de conexão, e os mesmos são calculados individualmente. As molas à torção são associadas aos pilares. O fator de forma é considerado e o valor de β é igual a 1,0;

Caso VII.2.b₇ - segue quase todas as condições do caso anterior (VII.2.b₆), exceto no que se refere às molas à torção, pois aqui, elas são desprezadas. Não há rigidez equivalente nos nós;

Caso VII.2.b₈ - aqui, novamente os pórticos de uma mesma direção são associados através das barras de conexão. As molas à torção não são levadas em consideração; todavia, o fator α de redução da largura da faixa é igual a 0,5. O fator de forma é considerado e o fator β é igual a 1,0.

		b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈
		8φ							
7φ		0,22	1,42	0,59	0,39	0,45	0,27	0,20	0,38
6φ		0,80	5,92	1,94	1,40	1,82	1,10	0,76	1,34
5φ		1,84	12,68	4,15	3,16	4,18	2,5	1,79	2,04
4φ		3,35	21,5	7,15	5,68	7,55	4,5	3,28	5,46
3φ		5,33	32,1	10,8	8,96	11,87	7,06	5,25	8,62
2φ		7,78	44,0	15,3	13,0	17,08	10,2	7,68	12,42
1φ		10,7	56,8	20,2	17,6	23,04	13,9	10,6	16,90
0		14,1	69,0	25,6	22,9	29,6	18,1	14,1	22,03

		b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈
		8φ							
7φ		0,56	2,13	1,47	0,97	0,94	0,56	0,50	0,94
		0,23	0,18	0,60	0,49	0,36	0,21	0,28	0,50
6φ		1,21	3,29	2,77	2,03	1,92	1,16	1,13	1,92
		0,78	1,90	1,79	1,44	1,30	0,80	0,84	1,36
5φ		1,81	4,77	3,75	2,97	2,98	1,75	1,72	2,86
		1,38	3,56	2,86	2,39	2,37	1,39	1,43	2,32
4φ		2,39	6,09	4,64	3,92	3,96	2,34	2,31	3,76
		1,97	5,10	3,85	3,36	3,40	2,00	2,03	3,24
3φ		2,98	7,22	5,48	4,85	4,89	2,92	2,89	4,62
		2,57	6,53	4,79	4,35	4,40	2,61	2,62	4,14
2φ		3,56	8,09	6,19	5,62	5,71	3,50	3,46	5,40
		3,16	7,81	5,62	5,20	5,34	3,21	3,20	5,00
1φ		4,13	8,45	6,78	6,35	6,39	4,05	4,07	6,18
		3,74	9,18	6,38	5,91	6,16	3,82	3,74	5,72
0		4,75	9,50	7,15	7,37	7,55	4,96	5,09	7,22
		7,23	15,70	11,97	10,65	10,8	7,05	6,85	10,32

		b ₁	b ₂	b ₃	b ₄	b ₅	b ₆	b ₇	b ₈
		8φ							
7φ		0,23	0,77	0,69	0,49	0,43	0,25	0,26	0,48
6φ		0,67	1,73	1,52	1,16	1,07	0,65	0,66	1,10
5φ		1,06	2,78	2,21	1,79	1,78	1,05	1,05	1,72
4φ		1,45	3,73	2,83	2,43	2,46	1,45	1,44	2,34
3φ		1,85	4,58	3,42	3,06	3,10	1,84	1,84	2,92
2φ		2,24	5,30	3,94	3,60	3,68	2,24	2,22	3,46
1φ		2,62	5,88	4,38	4,09	4,18	2,62	2,60	3,96
0		3,00	6,31	4,78	4,51	4,59	3,00	2,99	4,38

Dos resultados apresentados nos quadros acima, pode-se observar que:

- 1 - com a redução de β para 0,5 (casos VII.2.b₂ e VII.2.b₃) as deformações praticamente dobram de valor, bem como os esforços solicitantes;
- 2 - no caso VII.2.b₈, ao optar-se pela redução da largura de faixa, e não pela associação das vigas transversais à torção (molas à torção), conseguem-se deslocamentos próximos dos valores adequados; portanto $\alpha = 0,5$ é um valor razoável, podendo-se, todavia, escolher um valor melhor para α ;

- 3 - os valores apresentados em VII.2.b₄ e VII.2.b₅, são bastante próximos, evidenciando que o programa EMEEQ satisfaz, tanto na associação das molas à torção com as vigas como aos pilares;
- 4 - em VII.2.b₆, quando os pórticos são calculados individualmente, os resultados são também satisfatórios, pois a grande largura de faixa adotada funciona como um diagrama.

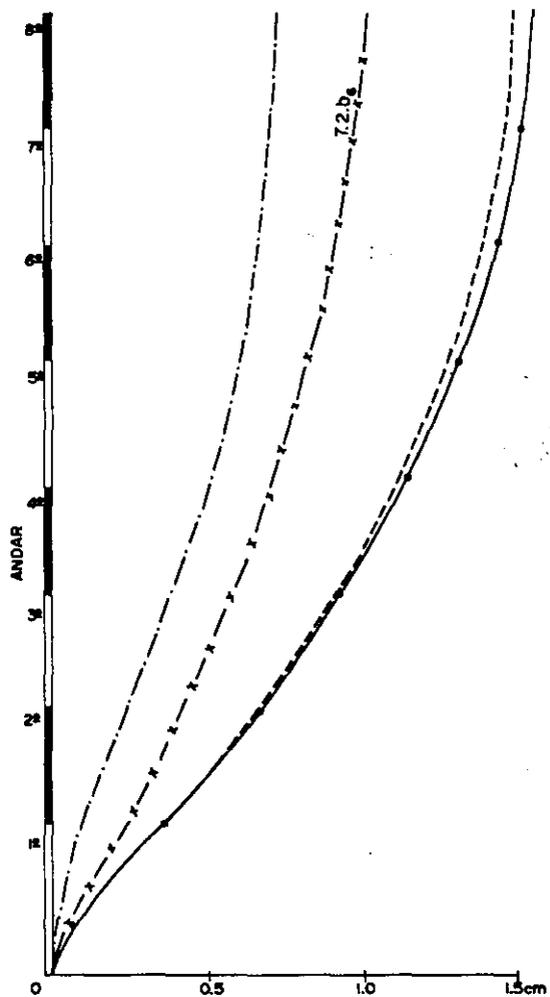


GRÁFICO 1 - DESLOCAMENTOS HORIZONTAIS DA ESTRUTURA

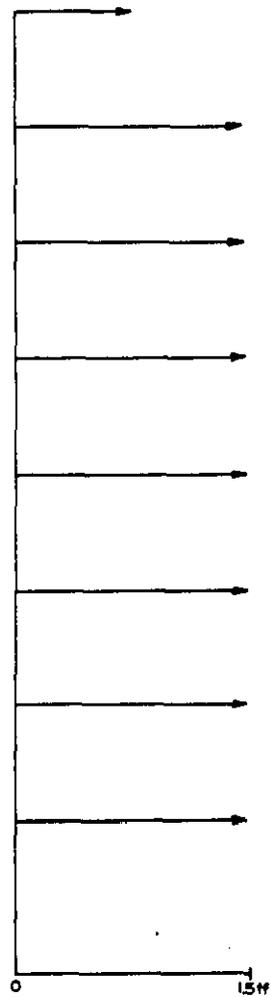


GRÁFICO 2 - CARREGAMENTO HORIZONTAL



GRÁFICO 3 - FORÇAS HORIZONTAIS ABSORVIDAS PELOS PAINÉIS III E IV.

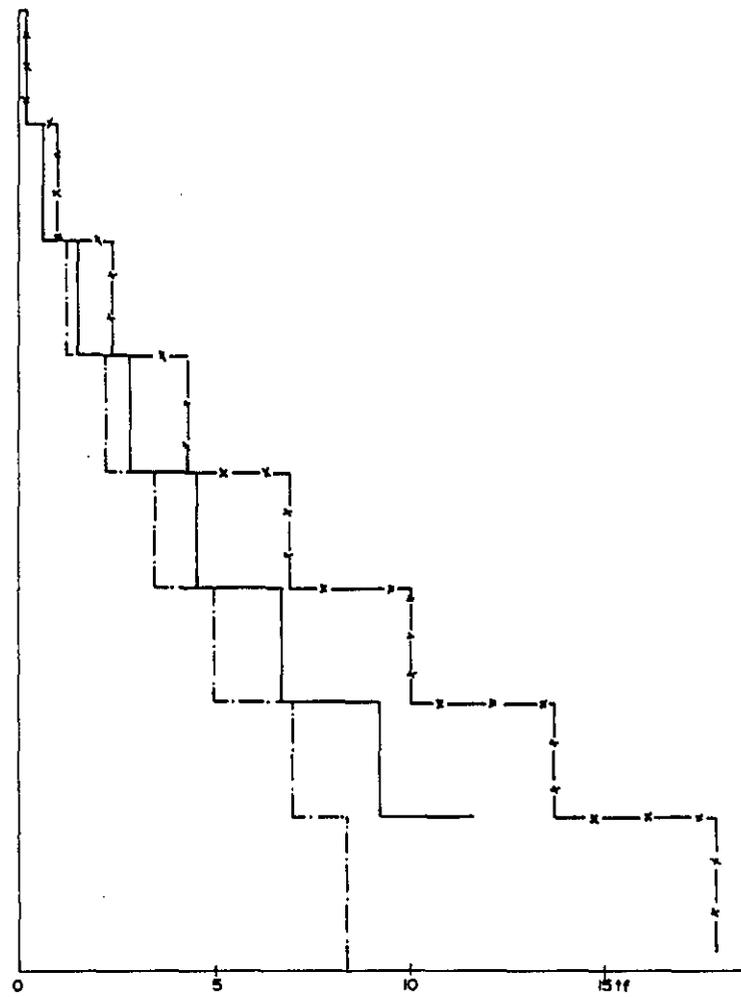


GRÁFICO 4 - FORÇAS AXIAIS NAS COLUNAS

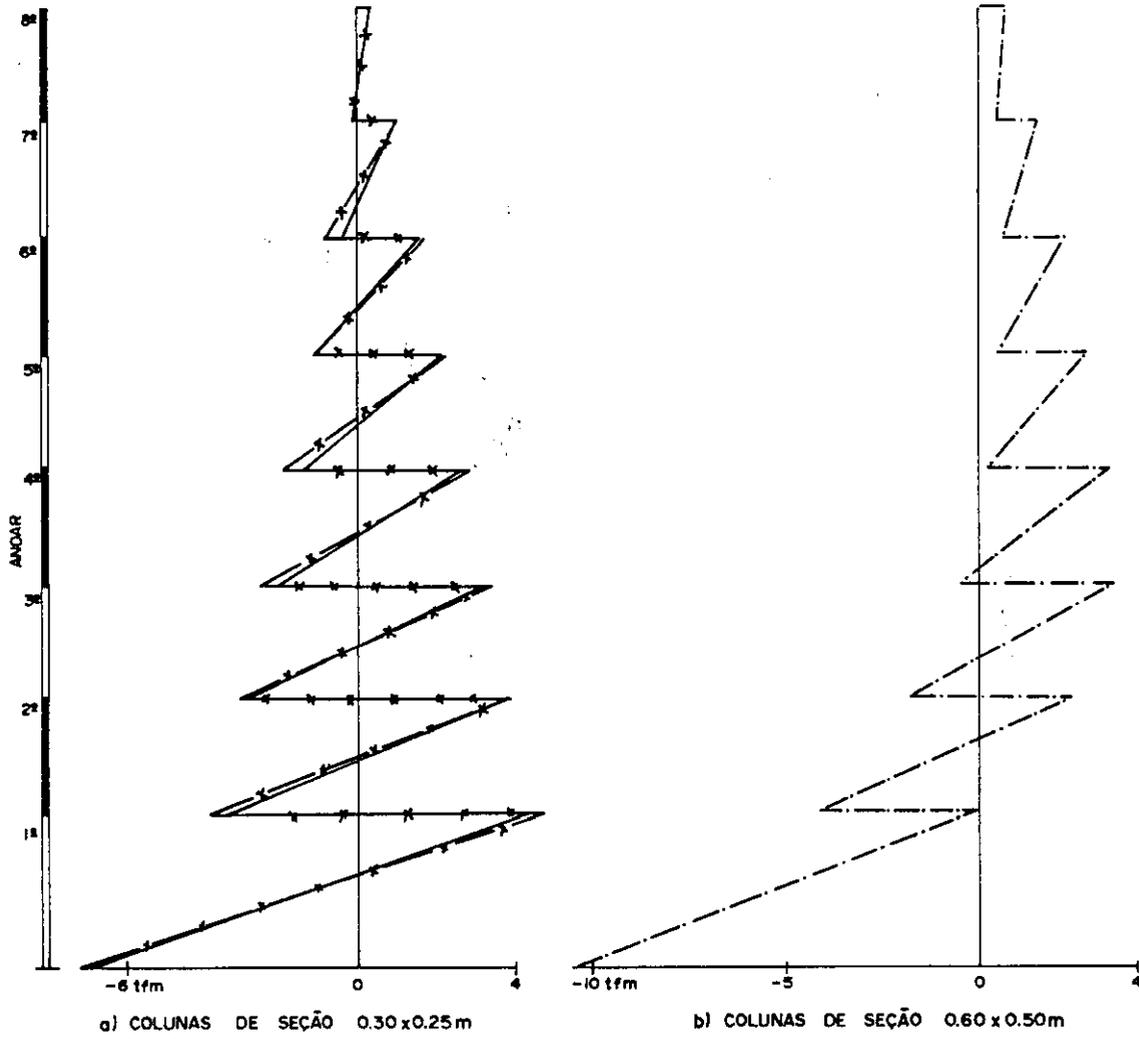


GRÁFICO 5 - MOMENTOS FLETORES NAS COLUNAS

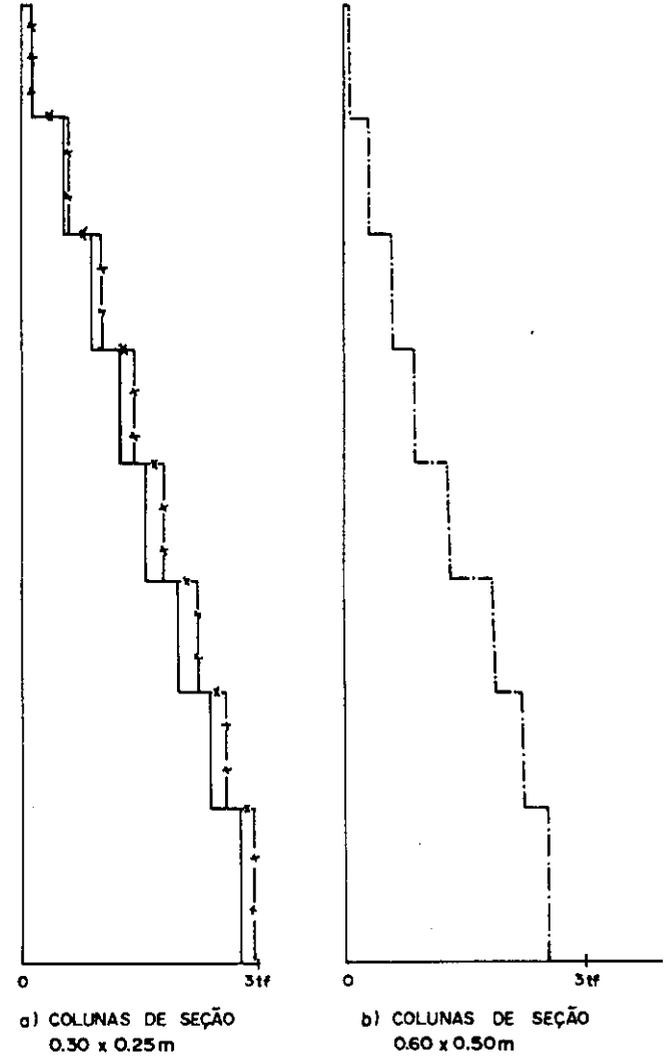


GRÁFICO 6 - ESFORÇO CORTANTE NAS COLUNAS

BIBLIOGRAFIA

- 1 - Cuevas, O. M. G.; Robles F. V., F.; Casillas G. D., J; e Cossío, R. D. - Aspectos Fundamentales Del Concreto Reforzado - Editorial Limusa, México, 1975.
- 2 - Building Code Requirements for Reinforced Concrete, ACI 318-77 - American Concrete Institute, USA, 4th Printing, March 1979.
- 3 - Vanderbilt, M. D. - Equivalent Frame Analysis for Lateral Loads - Journal of the Structural Division, Asce, Vol. 105, NO.ST.10, proc. paper 14931, pp 1981 - 1998, October 1979.
- 4 - Corley, W. G.; e Jirsa, J. O. - Equivalent Frame Analysis For Slab Design - ACI Journal, Title n.º 67-54, pp 875-884, November 1970.
- 5 - Soriano, H. L. - Cálculo Automático do Efeito de Vento em Estruturas de Edifícios - Tese M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1971.
- 6 - Ferreira, L. F. O. - Associação Plana de Pórticos com Pilares e Paredes - Tese M.Sc., São Carlos/USP, Março 1979.

- 7 - Corley, W. G.; Sozen, M. A.; and Siess, C. P. - The Equivalente Frame Analysis For Reinforced Concret Slab - Structural Research Serie n.º 218, Departament of Civil Engineering.
- 8 - Câmara Júnior, V. F. - Análise dos Esforços em Edifícios Altos - Tese M.Sc., COPPE/UFRJ - Rio de Janeiro, 1978.
- 9 - Fonte, A. O. C. - Análise Tridimensional de Estruturas de Edifícios - Tese M.Sc., COPPE/UFRJ - Rio de Janeiro, Setembro de 1972.
- 10 - Menezes, N. C. - Dimensionamento Automático de Estruturas de Edifícios em Concreto Armado - Tese M.Sc., COPPE/UFRJ - Rio de Janeiro, Fevereiro de 1977.
- 11 - Przemieniecki, J. S. - Theory of Matrix Structural Analysis - Editora Mc Graw Hill Book Company - New York, inc 1968.
- 12 - Gere, J. M.; and Weaver Jr, W. - Análisis de Estructuras Reticulares - Compañia Editorial Continental S.A., México - 5.^a Impresion - Mayo de 1976.
- 13 - Feodsiev, V. I.; Resistência de Materiales - Editorial Mir Moscu - URSS, 1972.

- 14 - Leonhardt, F.; e Mönning, E. - Construções de Concreto - Volume 1 e Volume 4 - Livraria Interciência Ltda - 1.^a Edição - Rio de Janeiro, 1977 e 1979
- 15 - Borges, L. A. - Dimensionamento com Solicitações a Torção - Escola de Engenharia de Lins, 1973.
- 16 - Timoshenko, S. P.; and Goodier, J. N. - Theory of Elasticity - Mc Graw-Hill Kogakusha Ltda - Third Edition - Tokyo, 1970.
- 17 - ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas - Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado-Procedimento, NB-1 1978.
- 18 - Beton Kalender - Vol. I - Verlag Von Wilhelm Ernest & Sohn, Berlin, 1974.
- 19 - Campos, J. C. - Classificação e Cálculo das Lajes - Cap. VIII do Curso de Concreto Estrutural - Escola de Engenharia de Lins, 1981.
- 20 - Portland Cement Association - Interaccion Estrutural en Marcos Y Muros de Cortante - Editorial Limusa - México, 1977.
- 21 - Ravara, A. - Dinâmica de Estruturas - Laboratório Nacional de Engenharia Civil - Lisboa, Novembro de 1969.

- 22 - ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas - Forças Devidas ao Vento em Edificações- Procedimento - NB-599, 1978.
- 23 - Gere, J. M.; Weaver Jr, W. - Matrix Algebra For Engineers - D. Van Nostrand Company - New York, 1965.
- 24 - Soriano, H. L.; Prates, C. L. M. - Armazenamento Computacional de Matrizes em Análise Estrutural - PDD 14/78 - COPPE/UFRJ - Rio de Janeiro, 1978.
- 25 - Soriano, H. L. - Sistema de Equações Algébricas Lineares em Problemas Estruturais - Laboratório Nacional de Engenharia Civil - Lisboa, 1981.
- 26 - Soriano, H. L. - Formulação dos Métodos de Gauss e Cholesky para Análise Matricial de Estruturas - Publicação COPPE/UFRJ - Rio de Janeiro, 1972.
- 27 - Setzer, V. W.; Simon, I.; Kowaltowshi, T. - Curso de FORTRAN IV - Básico - Editora Edgar Blücher Ltda, 1972.
- 28 - ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas - Cargas para o Cálculo de Estruturas de Edificações - Procedimento - NB-5 - fevereiro de 1978.
- 29 - Paciti, T. - FORTRAN Monitor - 3.^a Edição - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. - Rio de Janeiro, 1977.

- 30 - Paciti, T.; Atkinson, C. P. - Programação e Métodos Computacionais - Vol. 1 - Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. - Rio de Janeiro, 1977.
- 31 - Simmonds, S. H.; and Misisic, J. - Design Factors For the Equivalent Frame Method - ACI Journal, Title n.º 68-71; pp 825-831 - November 1971.
- 32 - Pecknold, D. A. - Slab Effective Width For Equivalent Frame Analysis - ACI Journal, Title n.º 72-13; pp 135-127 - April, 1975.
- 33 - Khan, F. R.; and Sbarounis, J. A. - Interaction of Shear Walls and Frames - Journal of the Structural Division, ASCE, NO.ST.3, pp 285-335, June 1964.
- 34 - Stamato, M. C. - Distribuição das Cargas do Vento entre os Painéis de Contraventamento - Universidade de São Paulo - Escola de Engenharia de São Carlos, 1978.
- 35 - Santos, S. M. G. - Ação do Vento em Edifícios, Considerando a Resistência a Torção das Colunas - Centro Técnico Científico - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro-RJ.
- 36 - Hahn, J. - Vigas Contínuas, Pórticos, Placas Y Vigas Flotantes sobre Lecho Elástico - Editora Gustavo Gili S.A. - 2.^a Edición em Espanhol - Barcelona, 1972.

A N E X O S

A N E X O - 1.

RIGIDEZ À FLEXÃO E RIGIDEZ À TORÇÃO, NO ESTÁDIO II, PARA PEÇAS DE CONCRETO ARMADO.

Admitem-se os módulos de deformação longitudinal do concreto e do aço (E_c e E_s , respectivamente) constantes, bem como é desprezada a resistência do concreto no banzo tracionado.

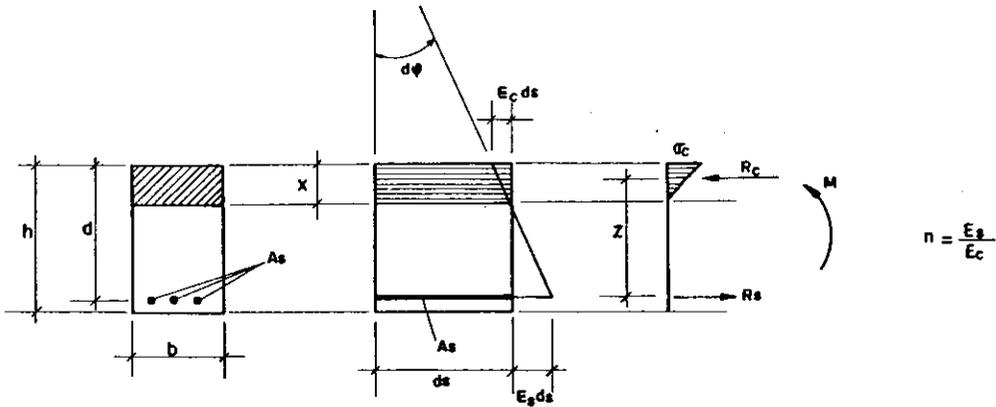


FIG A1-1 - CURVATURA DE UM ELEMENTO DE VIGA NO ESTÁDIO II PURO.

A posição da linha neutra X se calcula a partir das condições de equilíbrio e o momento de inércia no estágio II pode, então, ser dado por:

$$I^{II} = \frac{1}{3} b x^3 + n A_s (d - x)^2 \quad (A1.1)$$

Pelas condições de equilíbrio: $R_c = R_s$, do diagrama Triangular deduz-se:

$$\frac{1}{2}bx^2 = n A_S (d - x) \quad (A1.2)$$

Logo:

$$\begin{aligned} I^{II} &= \frac{2}{3} n A_S (d - x)x + n A_S (d - x)^2 = \\ &= n A_S (d - x) \left(d - \frac{x}{3} \right) \end{aligned} \quad (A1.3)$$

Fazendo: $\rho = \frac{A_S}{bh}$, $\xi = \frac{x}{d}$ e $d \cong 0,91h$, vem:

$$\begin{aligned} I^{II} &= n \cdot \rho \cdot bh \cdot d^2 (1 - \xi) \left(1 - \frac{\xi}{3} \right) = \\ &= n \rho \cdot 0,91^2 (1 - \xi) \left(1 - \frac{\xi}{3} \right) bh^3 \end{aligned} \quad (A1.4)$$

varia c/taxa de armadu
ra, posição da linha
neutra e relação E_s/E_c

Para uma seção retangular, no estágio I, o momento de inércia vale $I^I = bh^3/12$.

Na figura A1.2 está estampada a diminuição da rigidez à flexão, no estágio II, que não é pequena, para várias taxas de armadura.

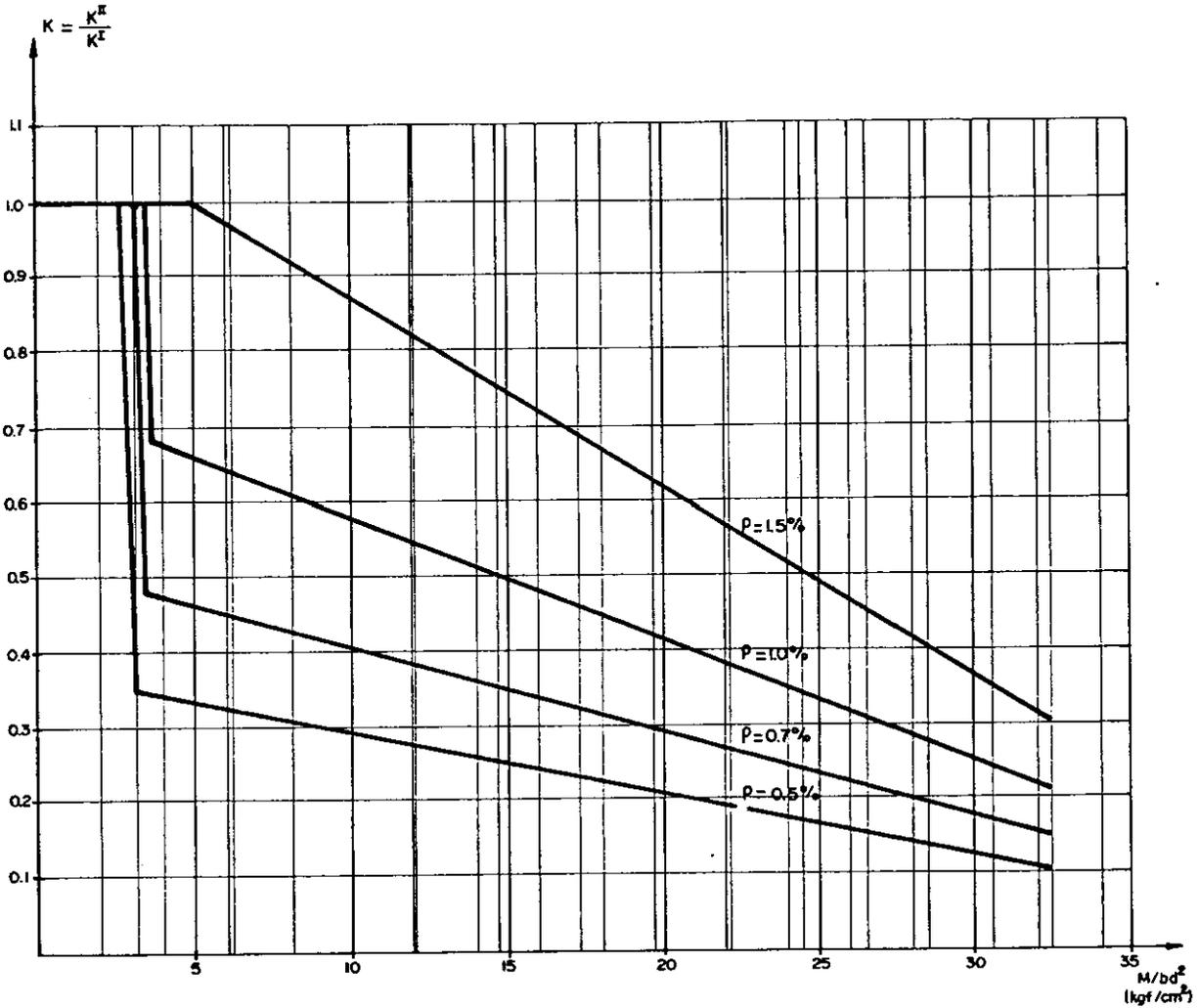


FIG. A1-2 - RELAÇÃO ENTRE AS RIJEZAS À FLEXÃO, NO ESTÁDIO II E NO ESTÁDIO I, RESPECTIVAMENTE, EM FUNÇÃO DO AUMENTO DE SOLICITAÇÃO E DA TAXA DE ARMADURA.

O gráfico acima foi desenvolvido para seção retangular, módulo de deformação longitudinal do concreto constante e concreto com resistência característica (f_{ck}) igual a 150 kgf/cm^2 .

Observa-se que, para níveis de solicitações normais ($M/bd^2 \approx 15$ a 20) e taxa de armadura da ordem de 1% , a queda da rigidez é da ordem de 50% . Contudo, considerando-se a colaboração do concreto no banço tracionado, verifica-se que a rigidez no estágio II sofre aumentos, em alguns casos consideráveis¹⁴.

Outro fato importante a ser analisado é que a rigidez à flexão, no domínio das cargas de utilização, é constante, conforme mostra a figura A1.3, onde estão representados os diagramas momento-curvatura ($K = \frac{M}{k}$). Os diagramas foram desenvolvidos para seção retangular, flexão simples, concreto $f_{ck}=180 \text{ kgf/cm}^2$ e estágio II puro.

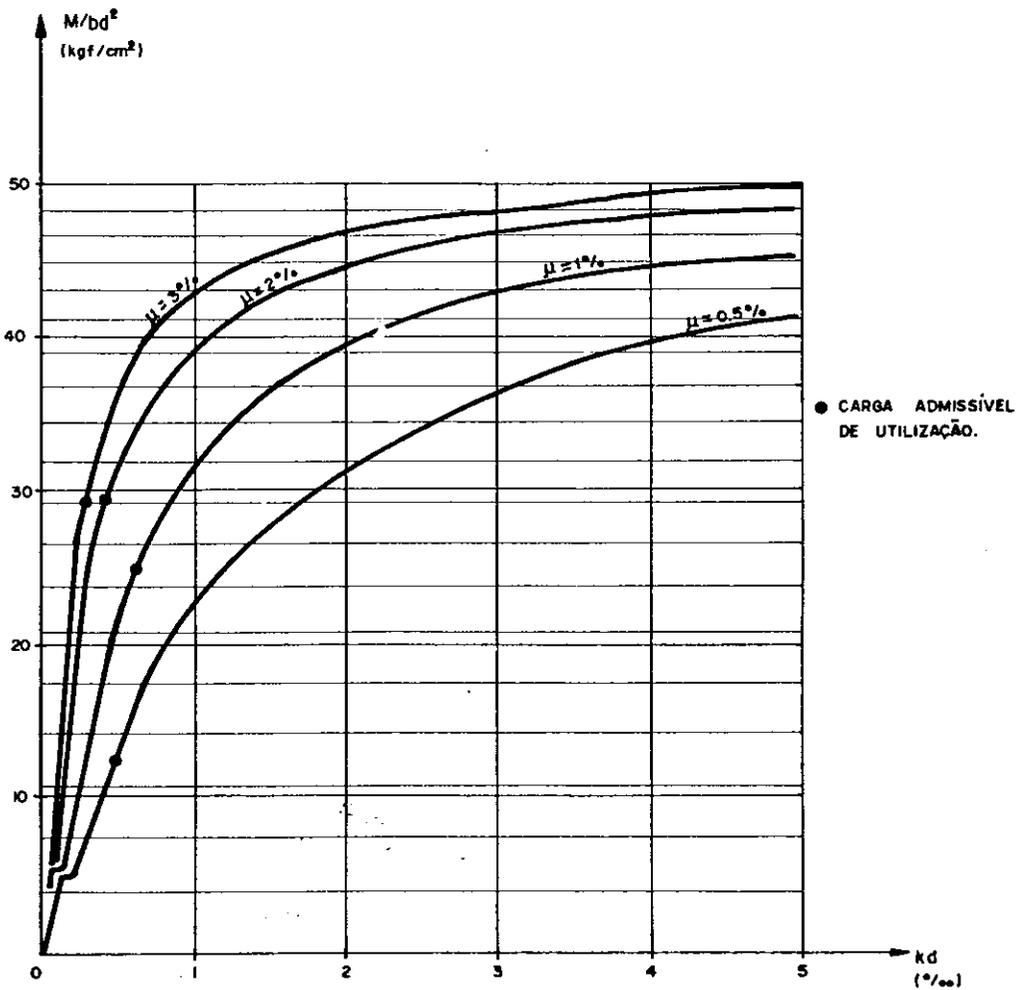


FIG. A1-3 - DESENVOLVIMENTO DOS DIAGRAMAS MOMENTO - CURVATURA PARA DIFERENTES PORCENTAGENS DE ARMADURA.

Tendo em vista as considerações apresentadas, poder-se-ia pensar em trabalhar com um valor médio estimado para a rigidez à flexão, pois esta depende da taxa da armadura e, a cada variação da taxa da armadura, tem-se uma mudança de rigidez. Todavia, considerando-se que, com a rigidez no estágio I, obtém-se uma distribuição razoável dos esforços solicitantes, e que as estruturas hiperestáticas de concreto armado são capazes de adaptação, devido à redistribuição de momentos, neste trabalho adotou-se, para efeito do cálculo da rigidez à flexão, a seção de concreto não fissurada (estádio I) e sem armaduras.

A mesma consideração, contudo, não foi aplicada ao cálculo da rigidez à torção, pois esta, no estágio II, diminui muito mais do que a rigidez à flexão. Tal redução da rigidez, na passagem do estágio I, para o estágio II, leva a diferença considerável na distribuição dos esforços solicitantes, em relação aos que se obtêm com os valores das rigidezes, no estágio I.

Segundo Leonhardt¹⁴ e Luciano¹⁵, a rigidez à torção no estágio II pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$K_T^{II} = (GC)_{II} = \frac{4A_m^3 E_s}{\mu_0^2} \cdot \frac{\rho_l \cdot \rho_{est}}{\rho_l + \rho_{est}} \quad (A1.5)$$

onde A_m é a área delimitada pelas linhas que unem as barras dos cantos, E_s o módulo de elasticidade longitudinal do aço, μ_0 o perímetro da área A_m , ρ_l e ρ_{est} as taxas de armadura longitudinal e transversal, respectivamente.

A N E X O - 2.

LISTAGEM DO PROGRAMA "EMEEQ"

C PROGRAMA PRINCIPAL I

C
C
C INTEGER TE(100),RK(60),R(3),UBW,CE,PP,YK,FF
REAL L(100),IZ(100),MF(11),NF(11),KT(60)
DIMENSION X(60),Y(60),AX(100),JJ(100),JK(100),F(100),II(6),XNDOME(2
10),SM(6,6),SMR(6,6),SMD(6,6),ST(6,6),S(180,48),A(180),AE(180),AC(1
280),AM(100,6),AMAC(6),AR(180),D(180),AML(100,6),RL(180),NCC(100),N
3CD(100),V(11),KDUP(5),KDCA(5),VV(11)

C
C
C DEFINE FILE 11(500,45,U,IR1),12(1600,44,U,IR2),13(500,40,U,IR3),
* 14(15,960,U,IR4),16(1300,1,U,IR6),17(5,950,U,IR7),
* 18(15,2882,U,IR8),19(5,1142,U,IR9),23(500,11,U,IR23)

C
C
C IL=5
IP=6

C
C
C READ(IL,9)NEST,IMP

C
C ***** INICIO DA ESTRUTURA *****

C
C DO 1000 KKK=1,NEST

C
C IDENTIFICACAO DO PROGRAMA

C
C WRITE(IP,1)
1 FORMAT('1',T52,'COPPE*****UFRJ*****',//,T47,'PROGRAMA DE ENGENHARI
LA CIVIL',//,T42,'PROGRAMA PARA ANALISE DE ESTRUTURAS PLANAS',//,T4
24,'*METODO DAS ESTRUTURAS EQUIVALENTES*',//,T48,'**ESTRUTURAS DE E
3DIFICIOS**',/////)

C
C IDENTIFICACAO DA ESTRUTURA E DO PORTICO

C
C READ(IL,9)NPOR,NLS,PP,KM,KDIV
WRITE(IP,6)KKK

6
1 FORMAT(//,T10,25(1H*),/,T10,'*',T34,'*',/,T10,'*',T13,' ESTRUTURA
NO',I2,T34,'*',/,T10,'*',T34,'*',/,T10,25(1H*),//)

```

C      DO 2 CE=1,3
      READ(IL,3) XNOME
2      WRITE(IP,4) XNOME
3      FORMAT(20A4)
4      FORMAT(/,30X,20A4)
      READ(IL,10)E,G,YM,ALFA,BETA
10     FORMAT(3F10.4,2F10.4)
      WRITE(IP,100)E,BETA,G,ALFA,YM
100    FORMAT(////////,5X,'DADOS GERAIS SOBRE A ESTRUTURA',////////,5X,'MOD.DEFU
1R.LONGITUDINAL',T36,'=',E10.4,T60,'-FATOR DE REDUCAO DO MOD.DEFORM
2.LONGITUDINAL',/,T61,'PARA CONSIDERAR O EFEITO DA TORCAO (BETA)',T
3106,'=',F5.2,/,5X,'MOD.DEFORM.TRANSVERSAL',T36,'=',E10.4,T60,'-FAT
4OR DE REDUCAO DA LARGURA DAS FAIXAS,NOS',/,T61,'PORTICOS (ALFA)',T
5106,'=',F5.2,/,5X,'PESO ESPECIFICO MATERIAL',T36,'=',E10.4,/)
C ***** INICIO DA 1A FASE *****
C
      DO 1001 JJJ=1,NPOR
      WRITE(IP,8)JJJ
8      FORMAT(/,T10,25(1H*),/,T10,'*',T34,'=',/,T10,'*',T14,' PORTICO
1NO',I2,T34,'*',/,T10,'*',T34,'=',/,T10,25(1H*),/)
      DO 7 CE=1,3
      READ(IL,3) XNOME
7      WRITE(IP,4) XNOME
C
C      LEITURA E IMPRESSAO DOS DADOS GERAIS DO PORTICO
C
      READ(IL,9)M,NJ,NRT,NRP,NRJ,NAR,NNRE,IPC,1HPP,NBR,FF,KDUP(JJJ),KDCA
1(JJJ)
9      FORMAT(14I5)
      N=3*NJ
      WRITE(IP,11)M,NJ,NRT,NRP,NRJ,NAR,NNRE
11     FORMAT(////////, 5X,'DADOS GERAIS SOBRE O PORTICO',////////, 5X,'NUMERO D
1E ELEMENTOS',T36,'=',I4,/,5X,'NUMERO DE NOS',T36,'=',I4,/, 5X,'NUM

```

ZERO DE RESTRIC0ES T0TAIS',T36,'=',I4,/ , 5X,'NUMERO DE RESTRIC0ES
3PARCIAIS',T36,'=',I4,/ , 5X,'NUMERO DE NOS RESTRITOS',T36,'=',I4,/ ,
4 , 5X,'NUMERO DE APOIOS C/RECALQUES',T36,'=',I4,/ , 5X,'NUMERO DE
5NOS C/ RIGIDFZ EQUIV.',T36,'=',I4)

```
IF(NBR)88,88,89
89 WRITE(IP,110) NBR
110 FORMAT( 5X,'NUMERO DE BARRAS RIGIDAS',T36,'=',I4)
88 IF(FF)118,118,119
118 WRITE(IP,120)
120 FORMAT(5X,'FATOR DE FORMA NAO CONSIDERADO')
GOTO 122
119 WRITE(IP,121)
121 FORMAT(5X,'FATOR DE FORMA E CONSIDERADO')
122 IF(IPC)130,130,131
131 WRITE(IP,132)
132 FORMAT(5X,'PORTICO ASSOCIADO AO ANTERIOR')
GOTO 133
130 IF(IHPP)133,133,134
134 WRITE(IP,135)
135 FORMAT(5X,'PORTICO ASSOCIADO AO SEGUINTE')
133 IF(NNRE)66,66,81
81 IF(KM)62,62,63
62 WRITE(IP,64)
64 FORMAT(5X,'MOLAS ASSOCIADAS AS VIGAS')
GOTO 66
63 WRITE(IP,69)
69 FORMAT(5X,'MOLAS ASSOCIADAS AOS PILARES')
66 IF(KDUP(JJJ))22,22,24
24 IR7=KDUP(JJJ)
IR8=(KDUP(JJJ)-1)*3+1
READ(17'IR7)M,N,NNRE,UBW,TE,RK,L,JJ,JK,RL,AX
READ(18'IR8)IXP,IXPP,S
DO 71 I=1,M
IR1=(KDUP(JJJ)-1)*100+I
IR3=(KDUP(JJJ)-1)*100+I
READ(11'IR1)SM,J1,J2,J3,K1,K2,K3
```

```

71  READ(13,IR3)ST,A,B
    WRITE(IP,28)KDUP(JJJ)
28  FORMAT(5X,'AS COORDENADAS DOS NOS, AS INCIDENCIAS E CARACTERISTICA
    IS GEOMETRICAS DOS',/,5X,'ELEMENTOS DESTA PORTICO,SAO AS MESMAS DO
    2PORTICO',I3)
    GOTO 27
C
C  LEITURA E IMPRESSAO DAS COORDENADAS NODAIS
C
22  WRITE(IP,12)
12  FORMAT(///, 5X,'COORDENADAS DOS NOS',//, 5X,'NO',10X,'COORD. X',1
    10X,'COORD. Y',/ )
    DO 13 I=1,NJ
    READ(IL,14)I,X(I),Y(I)
    KT(I)=0.
13  WRITE(IP,15)I,X(I),Y(I)
14  FORMAT(I5,2F10.4)
15  FORMAT( 4X,I3,10X,F7.2,11X,F7.2)
C
C  LEITURA E IMPRESSAO DAS INCIDENCIAS E CARACTERISTICAS GEOMETRICAS
    DOS ELEMENTOS
C
    CALL CARGE(IL,IP,M,L,JJ,JK,AX,IZ,TE,F,X,Y,NBR,FF,IMP,ALFA,NPOR,JJJ
    1)
C
    IF(NNRE)51,51,52
C
C  CALCULO DA RIGIDEZ A TORCAO, DOS ELEMENTOS TRANSVERSAIS AO PORTICO
C
52  CALL TWIST(X,IL,IP,NNRE,E,ALFA,BETA,KT,IMP,M,JJ,JK,TE,JJJ)
C
C  MONTAGEM DA MATRIZ TOTAL DE RIGIDEZ DA ESTRUTURA - 'S'
C
51  CALL MRIEG(M,N,L,F,AX,IZ,TE,JJ,JK,F,G,SM,SMD,S,IL,IP,UBW,NBR,JJJ,I

```

```

11,ST,KT,KM,IMP,NNRF)
C
C   LEITURA F IMPRESSAO DAS DIRECOES RESTRINGIDAS
C   MODIFICACAO DA MATRIZ 'S' PARA CONSIDERAR AS DIRECOES RESTRINGIDAS
C
DO 16 J=1,NJ
RK(J)=0
DO 16 I=1,3
KK=3*J+I-3
16  RL(KK)=0.
WRITE(IP,217)
217  FORMAT(////, 5X,'RESTRICOES NOS APOIOS',//, 6X,'NO',4X,'DIRECAO X'
1,5X,'DIRECAO Y',5X,'ROTACAO Z',/)
DO 18 IC=1,NRJ
READ(IL,19)K,RK(K),RL(3*K-2),RL(3*K-1),RL(3*K)
19  FORMAT(2I5,3F10.4)
YK=RK(K)
DO 20 KC=1,3
R(KC)=YK/(10** (3-KC))
IF(R(KC)-1)20,21,21
21  KK=3*K+KC-3
S(KK,1)=10.E+09
YK=YK-10** (3-KC)
20  CONTINUE
18  WRITE(IP,222)K,(R(I),I=1,3)
222  FORMAT(5X,I3,8X,I1,2(13X,I1))
IF(NRP)78,78,224
224  WRITE(IP,67)
67  FORMAT(////,5X,'RIGIDEZ DOS APOIOS ELASTICOS',//,6X,'NO',4X,'DIREC
1AO X',5X,'DIRECAO Y',5X,'DIRECAO Z',/)
DO 68 K=1,NJ
IF(RK(K)-111)72,68,68
72  YK=RK(K)
IJ=0
DO 73 KC=1,3
R(KC)=YK/(10** (3-KC))
IF(R(KC)-1)74,108,108

```

```

74   KK=3*K+KC-3
      IF(RL(KK))108,108,75
75   S(KK,1)=S(KK,1)+RL(KK)
      IJ=IJ+1
108  YK=YK-10** (3-KC)
73   CONTINUE
      IF(IJ)68,68,76
76   WRITE(IP,77)K,RL(3*K-2),RL(3*K-1),RL(3*K)
77   FORMAT(5X,I3,3(2X,E11.4))
68   CONTINUE
78   IF(NAR)145,145,79
79   WRITE(IP,80)

80   FORMAT(////,5X,'RECALQUES NOS APOINDS',//,6X,'NO',5X,'DESLOC.X',5X,
1    'DESLOC.Y',5X,'DESLOC.Z')
      DO 146 K=1,NJ
32   IF(RK(K))146,146,82
      YK=RK(K)
      IJ=0
      DO 83 KC=1,3
          R(KC)=YK/(10** (3-KC))
          IF(R(KC))109,109,84
84   KK=3*K+KC-3
          IF(RL(KK))109,109,85
85   IJ=IJ+1
109  YK=YK-10** (3-KC)
83   CONTINUE
          IF(IJ)146,146,86
86   WRITE(IP,87)K,RL(3*K-2),RL(3*K-1),RL(3*K)
87   FORMAT(5X,I3,3X,3(E11.4,4X))
146  CONTINUE
145  IF(NNRF)128,128,129
129  IF(KM)128,128,53
C

```

```

C      MATRIZ DE RIGIDEZ ACRESCIDA DA RIGIDEZ A TORCAO DEVIDO AS VIGAS
C      TRANSVERSAIS AO PORTICO - NO CASO DAS MOLAS ASSOCIAREM EM SERIE
C      COM OS PILARES
C
53     CALL SDKT(KT,S,M,JJ,JK,JJJ,TE,SM,NJ,IMP)
C
C      DECOMPOSICAO DA MATRIZ 'S' DA ESTRUTURA EM UMA MATRIZ FAIXA TRIAN-
C      GULAR SUPERIOR
128    CALL DECOMB(IP,N,UBW,S,IPC,IHPP,IMP)
C
C
27     WRITE(17'JJJ)M,N,NNRE,UBW,TE,RK,L,JJ,JK,RL,AX
        IR8=(JJJ-1)*3+1
        WRITE(18'IR8)IPC,IHPP,S
        IF(KDUP(JJJ))1001,1001,300
300    DO 70 I=1,M
        IR1=(JJJ-1)*100+I
        IR3=(JJJ-1)*100+I
        WRITE(11'IR1)SM,J1,J2,J3,K1,K2,K3
70     WRITE(13'IR3)ST,A,B
1001   CONTINUE
C
C ***** FIM DA 1A FASE *****
C
C      MONTAGEM DOS VETORES CARREGAMENTO PARA CADA CASO DE CARREGAMENTO .
C
C      DO 26 NL=1,NLS
C
C      LEITURA E IMPRESSAO DA IDENTIFICACAO DO CARREGAMENTO
C
        READ(IL,203)XNOME
203    FORMAT(20A4)
        WRITE(IP,107)NL,XNOME
107    FORMAT(////////, 5X,'CARREGAMENTO NUMERO',I3,/, 5X,86('*'),/, 5X,'
1* ',84X,'*',/, 5X,'*',2X,20A4,2X,'*',/, 5X,'*',84X,'*',/, 5X,86('*'
2))
C***** INICIO DA 2A FASE *****

```

```

C
DO 1002 JJJ=1,NPQR
IF(NPQR-1)60,60,105
105 WRITE(IP,8)JJJ
IF(KDCA(JJJ))60,60,42

42 IR9=KDCA(JJJ)
READ(19'IR9)A,AC,AE,N,UBW,AML
WRITE(IP,54)KDCA(JJJ)
54 FORMAT(//,5X,'AS CARGAS APLICADAS NESTE PORTICAO, SAO AS MESMAS DO
1PORTICAO',13)
GOTO 59
60 READ(17'JJJ)M,N,NNRE,UBW,TE,RK,L,JJ,JK,RL,AX
C
CALL CARPG(IL,IP,M,N,TE,L,JJ,JK,RL,AC,A,AE,NL,AML,YM,PP,AX,RK,NAR,
1JJJ,NCC,NCD,MF,V,NF,IMP,VV)
C
WRITE(17'JJJ)M,N,NNRF,UBW,TE,RK,L,JJ,JK,RL,AX
59 WRITE(19'JJJ)A,AC,AE,N,UBW,AML
1002 CONTINUE
C
C ***** FIM DA 2A FASE *****
C
C RESOLUCAO DO SISTEMA DE EQUACOES
C
CALL RESOB(N,UBW,NPQR,IPC,IHPP,S,D,A,AE,IP,AML,IMP)
C ***** INICIO DA 3A FASE *****
C
DO 1003 JJJ=1,NPQR
READ(17'JJJ)M,N,NNRE,UBW,TE,RK,L,JJ,JK,RL,AX
READ(19'JJJ)A,D,AE,N,UBW,AML
IF(IMP)507,507,508
508 WRITE(IP,502)(D(J),J=1,N)
502 FORMAT(1X,12E11.4)
C

```

```

C      CALCULO DAS ACOES NAS EXTREMIDADES DOS ELEMENTOS
C
507    DO 115 J=1,N
115    AR(J)=0.
        DO 30 I=1,M
            IR1=(JJJ-1)*100+I
            READ(11,IR1)SM,J1,J2,J3,K1,K2,K3
            IF(IMP)503,503,504
504    WRITE(IP,500)I,IR1,J1,J2,J3,K1,K2,K3
500    FORMAT(5X,8I5)
        WRITE(IP,501)((SM(J,K),K=1,6),J=1,6)
501    FORMAT(6(5X,6F10.3,/))
503    IF(TE(I))31,31,32
31    DO 33 J=1,6
        DO 33 K=1,6
33    SMR(J,K)=SM(J,K)
        GOTO 34
32    DO 35 J=1,6
        DO 35 K=1,4,3
            SMR(J,K)=-SM(J,K+1)
            SMR(J,K+1)=SM(J,K)
35    SMR(J,K+2)=SM(J,K+2)
34    II(1)=J1
        II(2)=J2
        II(3)=J3
        II(4)=K1
        II(5)=K2
        II(6)=K3
        DO 36 J=1,6
            AMAC(J)=0.
            DO 360 K=1,6
                IJ=II(K)
360    AMAC(J)=AMAC(J)+SMR(J,K)*D(IJ)
36    AM(I,J)=AML(I,J)+AMAC(J)

```

```

        IF(IMP)505,505,506
506  WRITE(IP,49)I,(AM(I,J),J=1,6)
C
C   TRANSFORMACAO DAS ACOES DOS NOS 'J' E 'K' PARA OS NOS 'A' E 'B'.
C
505  IF(TE(I))124,123,123
124  IR3=(JJJ-1)*100+I
      READ(13,IR3)ST
      ST(3,2)=-ST(3,2)
      ST(6,5)=-ST(6,5)
      DO 125 J=3,6,3
      DO 125 K=1,6
      IF(K-J)127,125,127
127  AM(I,J)=AM(I,J)+ST(J,K)*AM(I,K)
125  CONTINUE
      IF(IMP)123,123,510
510  WRITE(IP,49)I,(AM(I,J),J=1,6)
C
C   CALCULO DAS REACOES DE APOIO
C
123  IF(TE(I))37,37,38
38   TEMP1=AMAC(1)
      TEMP2=AMAC(4)
      AMAC(1)=-AMAC(2)
      AMAC(2)=TEMP1
      AMAC(4)=-AMAC(5)
      AMAC(5)=TEMP2
37   DO 39 J=1,4,3
      IK=(I1(J)+2)/3
      IF(RK(IK))39,39,41
41   YK=RK(IK)
      K=J+2
      DO 112 KC=J,K
      IC=KC+1-J
      R(IC)=YK/(10**((3-IC)))
      IF(R(IC))112,112,111

```

```

111  IJ=II(KC)
      AR(IJ)=AR(IJ)+AMAC(KC)
      YK=YK-10***(3-IC)
112  CONTINUE
39   CONTINUE
30   CONTINUE
C
C   ACUMULACAO DAS REACOES C/ACOES DE ENGASTAMENTO PERFEITO E ACOES
C   APLICADAS NOS NDS
C
      NJ=N/3
      DO 44 K=1,NJ
      IF(RK(K))44,44,45
45   YK=RK(K)
      DO 116 KC=1,3
      R(KC)=YK/(10***(3-KC))
      IF(R(KC))116,116,117
117  KK=3*K+KC-3
      AR(KK)=AR(KK)-AE(KK)-A(KK)
      YK=YK-10***(3-KC)
116  CONTINUE
44   CONTINUE
      IR4=(JJJ-1)*3+NL
      WRITE(14,IR4)AM,AR,D
1003 CONTINUE
C
C ***** FIM DA 3A FASE *****

```

```

      PP=0
26   CONTINUE
C
      NL=0
      DO 50 KNL=1,6
50   II(KNL)=0
      IK=1

```

```

      GOTO 46
C     CARREGAMENTOS COMBINADOS
C
98    READ(IL, 9) II
      IK=0
      DO 101 I=1,6
      IF(II(I))101,101,102
102   IK=IK+1
101   CONTINUE
C
C ***** INICIO DA 4A FASE *****
C
      IF(IK)1000,1000,47
46    NL=NL+1
      II(1)=NL
      IF(NL-NLS)47,47,98
47    WRITE(IP,210)
210   FORMAT(///,5X,110(1H*))
      WRITE(IP,103)
103   FORMAT(//,30X,'ACOES E DEFORMACOES NAS EXTREMIDADES DOS ELEMENTOS'
1,//,30X,'E REACCES NOS APOIOS, PARA CARREGAMENTOS COMBINADOS')
      WRITE(IP,25)(II(K),K=1,IK)
25    FORMAT(/,30X,'CARREGAMENTO',6('**',12,1X,'**'))
      WRITE(IP,210)
C     ZERAGEM DE AM,AR,D
C
      DO 1004 JJJ=1,NPOR
      READ(17'JJJ)M,N,NNRF,UBW,TE,RK,L,JJ,JK,RL,AX
      IF(NPOR-1)23,23,40
40    WRITE(IP,8)JJJ
23    DO 106 I=1,M
      DO 106 J=1,6
106   AM(I,J)=0.
      DO 29 J=1,N
      AR(J)=0.
29    D(J)=0.
      DO 55 K=1,6

```

```

IF(II(K))55,55,57
57 IR4=(JJJ-1)*3+II(K)
READ(14,IR4)AML,AE,A
DO 56 J=1,N
AR(J)=AR(J)+AE(J)
56 D(J)=D(J)+A(J)
DO 43 I=1,M
DO 43 J=1,6
43 AM(I,J)=AM(I,J)+AML(I,J)
55 CONTINUE
C
C IMPRESSAO DOS DESLOCAMENTOS NODAIS
C
NJ=N/3
WRITE(IP,65)
65 FORMAT(///, 5X, '*DESLOCAMENTOS DOS NOS*',//, T 6, 'NO', 4X, 'DESLOCAME
INTO X', 5X, 'DESLOCAMENTO Y', 7X, 'ROTACAO Z',/)
WRITE(IP,126)(J,D(3*J-2),D(3*J-1),D(3*J),J=1,NJ)
126 FORMAT( 4X, I3, 5X, E11.4, 8X, E11.4, 7X, E11.4)

C
C IMPRESSAO DAS ACOES NAS EXTREMIDADES 'A' E 'B' DOS ELEMENTOS
C
WRITE(IP,17)
17 FORMAT(//, 5X, '*ACOES NAS EXTREMIDADES DOS ELEMENTOS*',//, T 6, 'ELE
1M.', 3X, 'F.NORM.(J)', 4X, 'F.CORT.(J)', 5X, 'MOM.Z(J)', 5X, 'F.NORM.(K)',
24X, 'F.CORT.(K)', 5X, 'MOM.Z(K)',/)
DO 58 K=1,M
58 WRITE(IP,49) K, (AM(K,J), J=1,6)
49 FORMAT(T05, I3, 2X, 6E14.4)
C
C IMPRESSAO DAS REACOES DE APOIO
C
WRITE(IP,136)
136 FORMAT(//, 5X, '*REACOES DE APOIO*',//, T06, 'NO', 3X, 'REACAO EM X', 4X
1, 'REACAO EM Y', 5X, 'MOM.EM Z',/)

```

```
      DO 137 I=1,NJ
      IF(RK(I))137,137,48
48     WRITE(IP,138)I,AR(3*I-2),AR(3*I-1),AR(3*I)
138     FORMAT(T06,I2,3E14.4)
137     CONTINUE
C
      IF(KDIV)61,61,1004
61     CALL DIVID(AM,M,L,II,JJJ,IP,MF,V,NF,TE,NNRE,VV)
C
1004    CONTINUE
      GOTO 46
C
C ***** FIM DA 4A FASE *****
1000    CONTINUE
C
C ***** FIM DA ESTRUTURA *****
      CALL EXIT
      END
```

SUBROUTINE CARGE(IL,IP,M,L,JJ,JK,AX,IZ,TE,F,X,Y,NBR,FF,IMP,ALFA,NP
LOR,JJJ)

C
C
C

DETERMINAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DOS ELEMENTOS

INTEGER TE(100),SE,FF,AF,AD
REAL IZ(100),L(100),IM,IA
DIMENSION JJ(100),JK(100),AX(100),F(100),X(60),Y(60)

C
C
C

IMPRESSÃO DAS INCIDÊNCIAS E CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS

C
201

WRITE(IP,201)
FORMAT(////, 5X,'PROPRIEDADES E INCIDÊNCIAS DOS ELEMENTOS',//, 5X,
1'CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS',///, 5X,'ELEM.',4X,'T.PECA',4X,'SECA
20',4X,'LARG.',4X,'ALTURA',4X,'LARG.COL.',4X,'ESP.LAJE',4X,'DIAM.IN
3T.',4X,'DIAM.EXT.',/)

32

DO 32 J=1,M
F(J)=1.
MR=M+NBR
DO 2 K=1,MR

C
C
C
C
C
C
C
C
C

TIPO DA ESTRUTURA-(TE)	SEÇÃO DA ESTRUTURA-(SE)
V.C/RIG.EXT. - TE=-1	SEÇÃO RÍGIDA SE = 0
VIGA - TE= 0	SEÇÃO RETANGULAR SE = 1
PILAR - TE= 1	SEÇÃO RETAN.VAZADA SE = 2
V.RÍGIDA - TE= 2	SEÇÃO CIRCULAR SE = 3
	SEÇÃO CIRC.VAZADA SE = 4

C
C
C

SEÇÃO I	SE = 5
SEÇÃO T	SE = 6

3

READ(IL,3)I,JJ(I),JK(I),TE(I),SE,AE,AD,bw,HV,BF,HF
FORMAT(7I5,4F10.4)

```

      IF(SE)30,30,31
C
C   CALCULO DO COMPRIMENTO DAS BARRAS
C
31   JJI=JJ(I)
      JKI=JK(I)
      XL=X(JKI)-X(JJI)
      YL=Y(JKI)-Y(JJI)
      L(I)=SQRT(XL**2+YL**2)
      GOTO(1,5,6,7,5,8),SE
1    BF=BW
      GOTO 4
8    BF=ALFA*(BF-BW)+BW
4    AM=BF*HF
      AA=BW*(HV-HF)
      AX(I)=AM+AA
      IM=AM*HF**2/12.
      IA=AA*(HV-HF)**2/12.
      IZ(I)=IM+IA+AM*AA/AX(I)*(HV/2. )**2
      IF(TE(I))9,9,10
9    IF(6-SE)11,11,12
11   IF(FF)34,34,33
33   F(I)=AX(I)/(8W*(HV-HF/2.))
      IF(F(I)-2.)34,34,45
45   F(I)=2.
34   WRITE(IP,213)I,BW,HV,BF,HF
213  FORMAT( 5X,I4,6X,'VIGA',4X,' T ',3X,F5.2,4X,F5.2,6X,F5.2,9X,F5
1.2,7X,5(1H ),8X,5(1H ))
C
      CALL RLRR(AE,AD,JJJ,NPOR,HV,HF,BW,BF,L,K)
      GOTO 2
12   IF(FF)36,36,35
35   F(I)=1.2
36   WRITE(IP,14)I,BW,HV
14   FORMAT( 5X,I4,6X,'VIGA',4X,'RETANG.',3X,F5.2,4X,F5.2,6X,5(1H ),9X,
15(1H ),7X,5(1H ),8X,5(1H ))
      GOTO 2

```

```

10   IF(FF)33,38,37
37   F(I)=1.2
38   WRITE(IP,215)I,BW,HV
215  FORMAT( 5X,I4,6X,'PILAR',3X,'RETANG.',3X,F5.2,4X,F5.2,6X,5(1H ),9X
      1,5(1H ),7X,5(1H ),8X,5(1H ))
      GOTO 2
5    AX(I)=BW*HV-BF*HF
      IZ(I)=(8W*HV**3-BF*HF**3)/12.
      BF=BW-BF
      HF=(HV-HF)/2.
      IF(FF)40,40,39
39   F(I)=AX(I)/(BF*(HV-HF))
      IF(F(I)-2.)40,40,46
46   F(I)=2.
40   IF(TE(I))16,16,17
16   IF(5-SE)208,208,19
208  WRITE(IP,20)I,BF,HV,BW,HF
20   FORMAT( 5X,I4,6X,'VIGA',4X,' I ',3X,F5.2,4X,F5.2,6X,F5.2,9X,F5
      1.2,7X,5(1H*),8X,5(1H*))
      GOTO 2
19   WRITE(IP,21)I,BF,HV,BW,HF

21   FORMAT( 5X,I4,6X,'VIGA',4X,'RET.VAZ',3X,F5.2,4X,F5.2,6X,F5.2,9X,F5
      1.2,7X,5(1H*),8X,5(1H*))
      GOTO 2
17   WRITE(IP,22)I,BF,HV,BW,HF
22   FORMAT( 5X,I4,6X,'PILAR',3X,'RET.VAZ',3X,F5.2,4X,F5.2,6X,F5.2,9X,F
      15.2,7X,5(1H*),8X,5(1H*))
      GOTO 2
6    PI=3.1415926536
      AX(I)=PI*BW**2/4.
      IZ(I)=PI*BW**4/64.
      IF(FF)42,42,41
41   F(I)=10./9.
42   WRITE(IP,24)I,BW

```

```

24  FORMAT( 5X,I4,6X,'PILAR',3X,'CIRCUL.',3X,5(1H*),4X,5(1H*),6X,5(1H*
    1),9X,5(1H*),7X,5(1H*),8X,F5.2)
    GOTO 2
7    PI=3.1415926536
    AX(I)=(HV**2-BW**2)*PI/4.
    IZ(I)=(HV**4-BW**4)*PI/64.
    IF(FF)44,44,43
43   F(I)=2.
44   WRITE(IP,26)I,BW,HV
26   FORMAT( 5X,I4,6X,'PILAR',3X,'CIR.VAZ',3X,5(1H*),4X,5(1H*),6X,5(1H*
    1),9X,5(1H*),7X,F5.2,8X,F5.2)
    GOTO 2
30   AX(I)=10.E+12
    IZ(I)=10.E+12
    F(I)=100.
2    CONTINUE
    WRITE(IP,27)
27   FORMAT(/, 5X,'INCIDENCIAS E CARACTERISTICAS PRINCIPAIS',/, 5X,'E
    ILEM.',4X,'NO INICIAL',4X,'NO FINAL',8X,'AREA',8X,'MDM.INERCIA',5X,
    2'F.FORMA',/)
    DO 28 K=1,M
28   WRITE(IP,29)K,JJ(K),JK(K),AX(K),IZ(K),F(K)
29   FORMAT( 5X,I4,8X,I4,8X,I4,8X,E10.4,6X,E10.4,5X,F5.2)
    RETURN
    END

```

```

C      SUBROUTINE RLRP(AE,AD,JJJ,NPQR,HV,HL,BW,BF,L,I)
C
C      REAL IM,IA,IV,IL,L(100)
C
C      IF(JJJ-1)1,1,2
2      IF(JJJ-NPQR)1,1,3
1      BCL=(HV-HL)+BW
      BCM=4.*HL+BW
      IF(BCL-BCM)4,4,5
5      BCL=BCM
      GOTO 4
3      BCL=(HV-HL)*2.+BW
      BCM=8.*HL+BW
      IF(BCL-BCM)4,4,6
6      BCL=BCM
4      AM=BCL*HL
      AA=BW*(HV-HL)
      AX=AM+AA
      IM=AM*HL**2/12.
      IA=AA*(HV-HL)**2/12.
      IV=IM+IA+AM*AA/AX*(HV/2.)**2
      IL=(BF-BCL)*HL**3/12.
      ALFA1=IV/IL
      RL=BF/L(I)
      RR=ALFA1*RL

      PE1=0.
      PE2=0.
      PE3=0.
      PE4=0.
      PE5=0.
      IR23=(JJJ-1)*100+I
      WRITE(23,IR23)AE,AD,BF,BCL,RL,RR,PE1,PE2,PE3,PE4,PE5
      RETURN
      END

```

```
SUBROUTINE TWIST(X,IL,IP,NNRE,E,ALFA,BETA,KT,IMP,M,JJ,JK,TE,JJJ)
INTEGER TE(100)
REAL L2,KT(60)
DIMENSION X(60),C(3),JJ(100),JK(100)
```

C

```
WRITE(IP,22)
22  FORMAT(///,5X,'*CARACTERISTICAS DOS ELEMENTOS TRANSVERSAIS AO PORT
1ICO*',//,6X,'NO',5X,'LARG.',5X,'ALTURA',5X,'LARG.COL.',5X,'ESP.LAJ
2E',5X,'DIM.ESQ.PORT.',5X,'DIM.DIR.PORT.',5X,'DIM.PILAR.TRANSV.PORT
3ICO',//)
DO 1 K1=1,NNRE
DO 8 K3=1,3
8  C(K3)=0.
READ(IL,2)I,BW,HV,BF,HL,A,B,C2
2  FORMAT(I5,7F10.4)
WRITE(IP,21)I,BW,HV,BF,HL,A,B,C2
21  FORMAT(5X,I3,5X,F5.2,6X,F5.2,7X,F5.2,9X,F5.2,11X,F5.2,12X,F5.2,19X
1,F5.2)
L2=ALFA*(A+B)
X(1)=BW
X(3)=HV
X(2)=HL
X(4)=BF-BW
IF(X(4))27,27,28
27  X(4)=BW
28  X(5)=X(4)-2.*(HV-HL)
IF(X(5))15,16,16
15  BCM=3.*HL
GOTO 17
16  BCM=6.*HL
17  IF(X(4)-BCM)23,23,24
24  X(4)=BCM
23  DO 3 K2=1,2
3  C(1)=C(1)+X(K2+2)*X(K2)**3*(1.-0.63*X(K2)/X(K2+2))/3.
X(1)=BW
X(3)=HV-HL
X(2)=HL
```

```

X(4)=BF
IF(X(3))29,29,30
29 X(3)=HL
30 X(5)=BF-2.*(HV-HL)
IF(X(5))18,19,19
18 BCM=3.*HL+BW
GOTO 20
19 BCM=6.*HL+BW
20 IF(X(4)-BCM)25,25,26
26 X(4)=BCM
25 DO 4 K2=1,2
4 C(2)=C(2)+X(K2+2)*X(K2)**3*(1.-0.63*X(K2)/X(K2+2))/3.
IF(C(2)-C(1))5,6,6
5 C(3)=C(1)
GOTO 7
6 C(3)=C(2)
7 EC=E*BETA

IF(A-C2)9,9,10
10 IF(B-C2)9,9,11
11 KT(I)=7.5*EC*C(3)*(1./(A*(1.-C2/A)**3)+1./(B*(1.-C2/B)**3))
GOTO 12
9 KT(I)=7.5*EC*C(3)/(12*(1.-C2/L2)**3)
12 CALL PERCT(M,JJ,JK,TE,I,JJJ,A,B,ALFA,EC,E,HL,C(3),IP,IMP)
IF(IMP)1,1,14
14 WRITE(IP,13)I,C(1),C(2),C(3),L2,KT(I)
13 FORMAT(5X,13,5E11.4)
1 CONTINUE
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE PERCT(M, JJ, JK, TE, K, JJJ, A, B, ALFA, EC, F, HL, C, IP, IMP)
REAL IL
INTEGER TE(100)
DIMENSION JJ(60), JK(60)
DO 1 I=1, M
  IF(TE(I)) 2, 2, 1
2  IF(K-JJ(I)) 3, 4, 3
3  IF(K-JK(I)) 1, 5, 1
4  IR23=(JJJ-1)*100+I
  READ(23' IR23) AE, AD, BF, BCL, RL, RR, PE1, PE2, PE3, PE4, PE5
  IF(AE) 6, 6, 7
7  IL=ALFA*(B+A)*HL**3/12.
  BETAT=EC*C/(E*IL)
  IF(BETAT-2.5) 8, 8, 9
9  BETAT=2.5
8  IF(RR-1.) 10, 10, 11
11 RR=1.0
10 PE1=12.*RR*(1.-RL)-10.*BETAT+100.
  GOTO 15
6  IF(RR-1.) 12, 12, 13
13 RR=1.0
12 PE1=30.*RR*(1.-RL)+75.
  GOTO 15
5  IR23=(JJJ-1)*100+I
  READ(23' IR23) AE, AD, BF, BCL, RL, RR, PE1, PE2, PE3, PE4, PE5
  IF(AD) 14, 14, 16
16 IL=ALFA*(B+A)*HL**3/12.
  BETAT=FC*C/(E*IL)
  IF(BETAT-2.5) 17, 17, 18
18 BETAT=2.5
17 IF(RR-1.) 19, 19, 20
20 RR=1.
19 PE2=12.*RR*(1.-RL)-10.*BETAT+100.
  GOTO 15
14 IF(RR-1.) 21, 21, 22
22 RR=1.
21 PE2=30.*RR*(1.-RL)+75.

```

```
15  PE3=30.*RR*(1.5-RL)+60.  
    PE4=85.*RR  
    PE5=100.-PF4  
    IR23=(JJJ-1)*100+I  
    WRITE(23,IP23)AE,AD,BF,BCL,RL,RR,PE1,PE2,PE3,PE4,PE5  
    IF(IMP)1,1,501  
501  WRITE(IP,502)I,PE1,PE2,PE3,PE4,PE5  
502  FORMAT(5X,15,5F10.4)  
1    CONTINUE  
    RETURN  
    END
```

```
      SUBROUTINE MRIEG(M,N,L,F,AX,IZ,TE, JJ, JK, E, G, SM, SMD, S, IL, IP, UBW, NBR  
1, JJJ, II, ST, KT, KM, IMP, NNRE)
```

C

```
C      MONTAGEM DAS MATRIZES DE RIGIDEZ DE CADA ELEMENTO NO SISTEMA LOCAL  
C      E GLOBAL, E DA MATRIZ DE RIGIDEZ DA ESTRUTURA.  
C
```

```
      INTEGER TE(100), UBW, POW, COL, D1, D  
      REAL IZ(100), L(100), KT(60)  
      DIMENSION SM(6,6), SMD(6,6), S(180,48), F(100), II( 6), JJ(100), JK(100)  
1, AX(100), ST(6,6)
```

C

```
C      ZERAGFM DA MATRIZ S  
C
```

C

```
      DO 1 J=1,N  
      DO 1 K=1,48  
1      S(J,K)=0.  
      ROW=0  
      COL=0  
      UBW=0  
      D1=0  
      MR=M+NBR  
      DO 2 I=1, MR
```

C

```
C      ZERAGEM DAS MATRIZES SM, SMD  
C
```

C

```
      DO 3 J=1,6  
      DO 3 K=1,6  
      SM(J,K)=0.  
3      SMD(J,K)=0.
```

C

```
C      MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ NO SISTEMA LOCAL-SM-  
C
```

C

```
      IF(TE(I)-1)4,5,34  
4      IF(TE(I))35,5,5
```

```

35  READ(IL,6)A,B
6    FORMAT(2F10.4)
     GOTO 9
5    A=0.
     B=0.
9    L(I)=L(I)-A-B
     EI=E*IZ(I)/L(I)**3
     FI=12*E*IZ(I)*F(I)/(G*AX(I)*L(I)**2)
     C=1./(1.+FI)
     SM(1,1)=E*AX(I)/L(I)
     SM(1,4)=-SM(1,1)
     SM(2,2)=12*FI*C
     SM(2,3)=6*EI*L(I)*C+12*EI*C*A
     SM(2,5)=-SM(2,2)
     SM(2,6)=6*EI*L(I)*C+12*EI*C*B
     SM(3,3)=4*EI*L(I)**2*(4.+FI)*C/4.+12*EI*L(I)*A*C*(1.+A/L(I))
     SM(3,5)=-SM(2,3)
     SM(3,6)=2*EI*L(I)**2*(2.-FI)*C/2.+6*EI*L(I)*C*(A+B+2.*A*B/L(I))
     SM(4,4)=SM(1,1)
     SM(5,5)=SM(2,2)
     SM(5,6)=-SM(2,6)
     SM(6,6)=4*EI*L(I)**2*(4.+FI)*C/4.+12*EI*L(I)*B*(1.+B/L(I))*C
     GOTO 8
34   SM(1,1)=10.E+05
     SM(1,4)=-SM(1,1)
     SM(4,4)=SM(1,1)
8    DO 7 J=1,6
     DO 7 K=1,6
7    SM(K,J)=SM(J,K)
C
     IF(NNRE)25,25,28
28   IF(TE(I))24,24,25

24   IF(KM)26,26,25
26   CALL MMRVL(SM,SMD,KT,IZ,JJ,JK,I,TE,L,IP,IMP)

```

```

C
C   REGRA DA CORRESPONDENCIA
C
25  J1=3*JJ(1)-2
    J2=J1+1
    J3=J2+1
    K1=3*JK(1)-2
    K2=K1+1
    K3=K2+1

C
C   GRAVACAO NO DISCO DA MATRIZ SM
C
    IF(ITE(I)-1)38,38,39
38  IR1=(JJJ-1)*100+I
    WRITE(11,IR1)SM,J1,J2,J3,K1,K2,K3
    IF(IMP)39,39,503
503  WRITE(IP,500)I,IR1,J1,J2,J3,K1,K2,K3
500  FORMAT(5X,8I5)
    WRITE(IP,501)((SM(J,K),K=1,6),J=1,6)
501  FORMAT(6(5X,6E10.3,/))

C
C   MONTAGEN DA MATRIZ DE RIGIDEZ DO ELEMENTO NO SISTEMA GLOBAL
C
39  IF(ITE(I)-1)10,11,10
10  DO 12 J=1,6
    DO 12 K=1,6
12  SMD(J,K)=SM(J,K)
    GOTO13
11  DO 14 J=1,4,3
    DO 14 K=1,4,3
    SMD(J,K)=SM(J+1,K+1)
    SMD(J,K+1)=-SM(J+1,K)
    SMD(J,K+2)=-SM(J+1,K+2)
    SMD(J+1,K)=-SM(J,K+1)
    SMD(J+1,K+1)=SM(J,K)
    SMD(J+1,K+2)=SM(J,K+2)
    SMD(J+2,K)=-SM(J+2,K+1)

```

```

14   SMD(J+2,K+1)=SM(J+2,K)
      SMD(J+2,K+2)=SM(J+2,K+2)
      GOTO 23
C
C   MONTAGEM DA MATRIZ DE TRANSFORMACAO DAS ACDES EM 'A'E'B' PARA OS
C   NOS 'J'E'K'
C
13   IF(TE(I))88,23,23
88   DO 21 K=1,6
      DO 22 J=1,6
22   ST(K,J)=0.
21   ST(K,K)=1.
      ST(3,2)=A
      ST(6,5)=-B
C
C   GRAVACAO DA MATRIZ ST NO DISCO E DOS VALORES A E B
C
      IR3=(JJJ-1)*100+I
      WRITE(13,IR3)ST,A,B
C
C   MONTAGEM DA MATRIZ TOTAL DE RIGIDEZ DA ESTRUTURA NA FORMA RETANGU-
C   LAR,E A DETERMINACAO DA LARGURA DA FAIXA(BANDA)-S-
C
23   II(1)=J1

      II(2)=J2
      II(3)=J3
      II(4)=K1
      II(5)=K2
      II(6)=K3
      IF(I-M)40,40,41
40   D=IABS(II(6)-II(3))/3
      D=(D+1)*3
      IF(D1-D)42,42,41
42   D1=D

```

```

41  DO 15 J=1,6
    ROW=II(J)
    IF(ROW-N)36,36,15
36  DO 16 K=J,6
    IK=II(K)
    COL=IK-ROW+1
    IF(COL-UBW)27,27,29
29  IF(I-M)32,32,30
30  IK=II(K)-(UBW/3-2)*3
    COL=IK-ROW+1
27  IF(COL)31,31,32
31  COL=IABS(COL)+2
    S(IK,COL)=S(IK,COL)+SMD(J,K)
    GOTO 33
32  S(ROW,COL)=S(ROW,COL)+SMD(J,K)
33  IF(COL-UBW)16,16,17
17  UBW=COL
16  CONTINUE
15  CONTINUE
    IF(IMP)2,2,502
502  WRITE(IP,504)((S(J,K),K=1,UBW),J=1,N)
504  FORMAT(1X,12E11.4)
2  CONTINUE
C
C  TESTE DA LARGURA DE BANDA
C
    IF(UBW-D1)18,18,19
19  WRITE(IP,20)D1,UBW
20  FORMAT(//,11X,'LARGURA DE BANDA MAIOR QUE O VALOR PRE DEFINIDO =',
1I3,4X,'UBW =',I5)
    STOP
18  RETURN
    END

```

```

SUBROUTINE MMRVL(SM,SMT,KT,IZ,JJ,JK,I,TE,L,IP,IMP)
C
C ASSOCIACAO DO ELEMENTO A FLEXAO AO ELEMENTO TRANSVERSAL A TORCAO
C
REAL KT(60),IZ(100),L(100)
DIMENSION SM(6,6),JJ(100),JK(100),SMT(6,6)
INTEGER TE(100)
DO 9 J=1,6
DO 9 K=1,6
9 SMT(J,K)=0.
  JJI=JJ(I)
  JKI=JK(I)
  IF(I-1)1,1,2
1 T=KT(JJI)
  GOTO 3
2 IF(TE(I-1))4,4,3
4 T=(KT(JJI)*IZ(I)/L(I))/(IZ(I)/L(I)+IZ(I-1)/L(I-1))
3 IF(TE(I+1))5,5,6
5 G=(KT(JKI)*IZ(I)/L(I))/(IZ(I)/L(I)+IZ(I+1)/L(I+1))
  GOTO 7

6 G=KT(JKI)
7 X=(T+SM(3,3))*(G+SM(6,6))-SM(6,3)**2
  SMT(3,2)=T*(SM(3,2)*(G+SM(6,6))-SM(6,2)*SM(6,3))/X
  SMT(3,3)=T*(SM(3,3)*(G+SM(6,6))-SM(6,3)**2)/X
  SMT(3,5)=T*(SM(3,5)*(G+SM(6,6))-SM(6,3)*SM(6,5))/X
  SMT(3,6)=SM(6,3)*G*T/X
  SMT(6,2)=G*(SM(6,2)*(T+SM(3,3))-SM(3,2)*SM(6,3))/X
  SMT(6,3)=SM(6,3)*G*T/X
  SMT(6,5)=G*(SM(6,5)*(T+SM(3,3))-SM(3,5)*SM(6,3))/X
  SMT(6,6)=G*(SM(6,6)*(T+SM(3,3))-SM(6,3)**2)/X
  SMT(2,2)=(SMT(3,2)+SMT(6,2))/L(I)
  SMT(2,3)=(SMT(3,3)+SMT(6,3))/L(I)
  SMT(2,5)=(SMT(3,5)+SMT(6,5))/L(I)
  SMT(2,6)=(SMT(3,6)+SMT(6,6))/L(I)

```

```

SMT(5,2)=-SMT(2,2)
SMT(5,3)=-SMT(2,3)
SMT(5,5)=-SMT(2,5)
SMT(5,6)=-SMT(2,6)
SMT(1,1)=SM(1,1)
SMT(1,4)=SM(1,4)
SMT(4,1)=SM(4,1)
SMT(4,4)=SM(4,4)
DO 8 J=1,6
DO 8 K=1,6
8 SM(J,K)=SMT(J,K)
IF(IMP)10,10,11
11 WRITE(IP,12)T,G,X,L(I),KT(JJI),KT(JKI),IZ(I)
WRITE(IP,13)((SM(J,K),K=1,6),J=1,6)
12 FORMAT(/,5X,7E,11.4)
13 FORMAT(/,6(5X,6E10.3,/))
10 RETURN
END

```

```

SUBROUTINE SDKT(KT,S,M,JJ,JK,JJJ,TE,SM,NJ,IMP)
C
REAL KT(60)
INTEGER TE(100)
DIMENSION S(180,48),JJ(100),JK(100),SM(6,6)
C
DO 1 I=1,NJ
  RIGT=0.
  RIGF=0.
  IF(KT(I))1,1,12
12  J=3*I
    DO 13 K=1,M
      IF(JJ(K)-I)14,15,14
14  IF(JK(K)-I)13,17,13
15  IR1=(JJJ-1)*100+K
      READ(11,IR1)SM
      IF(TE(K)-1)16,18,16
18  RIGT=RIGT+SM(3,3)
      GOTO 13
16  RIGF=RIGF+SM(3,3)
      GOTO 13
17  IR1=(JJJ-1)*100+K
      READ(11,IR1)SM
      IF(TE(K)-1)19,20,19
20  RIGT=RIGT+SM(6,6)
      GOTO 13
19  RIGF=RIGF+SM(6,6)
13  CONTINUE
      S(J,1)=RIGT*KT(I)/(RIGT+KT(I))
      S(J,1)=S(J,1)+RIGF
      IF(IMP)1,1,501

501  WRITE(IP,502)J,KT(I),S(J,1)
502  FORMAT(20X,I5,9E11.4)
1    CONTINUE
      RETURN
      END

```

```

SUBROUTINE DECOB(IP,N,UBW,S,IPC,IHPP,IMP)
C
C DECOMPOEM A MATRIZ 'S' EM UMA MATRIZ FAIXA, TRIANGULAR SUPERIOR
C
C INTEGER UBW
C DIMENSION S(180,48)
C
C CONTRIBUICAO DO PORTICO ANTERIOR
C
IF(IPC)17,17,18
18 JA=UBW-1
IR6=0
DO 19 I=1,JA
LL=UBW-I
DO 19 L=1,LL
IR6=IR6+1
READ(16,IR6)SUM
IF(IMP)19,19,500
500 WRITE(IP,501)I,L,IR6,SUM,S(I,L)
501 FORMAT(5X,3I5,2E11.4)
19 S(I,L)=S(I,L)+SUM
17 DO 1 I=1,N
IK=UBW
DO 1 J=1,IK
IQ=UBW-J
IF(I-1-IQ)4,5,5
4 IQ=I-1
5 SUM=S(I,J)
IF(IQ-1)6,7,7
7 DO 8 K=1,IQ
IA=I-K
JA=J+K
8 SUM=SUM-S(IA,K+1)*S(IA,JA)
IF(IMP)6,6,502
502 WRITE(IP,503)I,J,K,IA,JA,S(I,J),SUM,S(IA,K+1),S(IA,JA)
503 FORMAT(10X,5I5,4E11.4)
6 IF(J-1)9,10,9

```

```

9      S(I,J)=SUM/TEMP
      GOTO 1
10     IF(SUM)11,11,12
11     WRITE(IP,13)I,J,SUM
13     FORMAT(/,11X,'MATRIZ TRIANGULAR NAO ADEQUADA PARA RESOLUCAO DO SI
SISTEMA - PARE - ERRO - I=',I3,', J=',I3,', SUM=',E11.4,','.')
      STOP
12     IF(SUM-10.E-12)14,15,15
14     WRITE(IP,16)SUM
16     FORMAT(/,11X,'SUM=',E11.4,'*** O PEQUENO VALOR DESTA VARIABEL POD
E INTRODUIZIR ERRO NA RESOLUCAO DO SISTEMA ***')
15     TEMP=SQRT(SUM)
      S(I,J)=TEMP
1      CONTINUE
C
C      CONTRIBUICAO SOBRE O PORTICO SEGUINTE
C
      IF(IHPP)20,20,21
21     JA=UBW-1
      IR6=0
      DO 22 I=1,JA
      LL=UBW-I
      DO 23 L=1,LL
      SUM=0.
      IK=N+L+I-UBW
      DO 24 K=IK,N
      IQ=N+I-K+1
      KL=N+L+I-K
24     SUM=SUM-S(K,IQ)*S(K,KL)
      IR6=IR6+1
      IF(IMP)23,23,504
504    WRITE(IP,505)I,L,IR6,SUM
505    FORMAT(5X,3I5,E11.4)
23     WRITE(16,IR6)SUM
22     CONTINUE
20     RETURN
      END

```

```
      SUBROUTINE CARRG(IL,IP,M,N,TE,L,JJ,JK,RL,AC,A,AE,NL,AML,YM,PP,AX,R
      1K,NAR,JJJ,NCC,NCD,MF,V,NF,IMP,VV)
```

```
C
C
C
```

```
      MONTAGEM DO VETOR CARREGAMENTO
```

```
      INTEGER TE(100),RK(60),R(3),PP
      REAL L(100),MF(11),NF(11)
      DIMENSION NCC(100),NCD(100),AML(100,6),AMD(6),JJ(100),JK(100),A(18
      10),AE(180),ST(6,6),II(6),AX(100),RL(180),AC(180),V(11),VV(11)
```

```
C
C
C
```

```
      ZERAGENS PREVIAS
```

```
C
C
3
```

```
      DO 3 I=1,M
      NCC(I)=0
      NCD(I)=0
```

```
      DO 3 J=1,6
      AML(I,J)=0.
```

```
      DO 4 J=1,N
      A(J)=0.
```

```
      AC(J)=0.
```

```
4
```

```
      AE(J)=0.
```

```
      DO 6 I=1,M
```

```
      DO 2 J=1,11
```

```
      MF(J)=0.
```

```
      V(J)=0.
```

```
      VV(J)=0.
```

```
2
```

```
      NF(J)=0.
```

```
      IR2=((JJJ-1)*3+NL)*100+I
```

```
6
```

```
      WRITE(12,IR2)MF,V,NF,VV
```

```
      IF(PP)50,50,53
```

```
C
C
C
```

```
      LEITURA DO NUMERO DE NOS E DE ELEMENTOS COM CARGA
```

```
50
```

```
      READ(IL,5)NLJ,NLML,NLMC
```

```
5
```

```
      FORMAT(3I5)
```

```
      IF(NLJ)7,7,9
```

```
7
```

```
      IF(NLML)19,19,15
```

```

19 IF(NLMC)13,13,21
13 WRITE(IP,34)
34 FORMAT(//,5X,'*NAO HA CARREGAMENTO APLICADO NESTE PORTICO*',/)
GOTO 37
C
C ACOES APLICADAS DIRETAMENTE NOS NOS
C
9 WRITE(IP,10)
10 FORMAT(//, 5X,'*ACOES APLICADAS DIRETAMENTE NOS NOS*',//,T06,'NO',
16X,'ACAO EM X',6X,'ACAO EM Y',5X,'ACAO EM Z',/)
DO 11 IC=1,NLJ
READ(IL,12)K,A(3*K-2),A(3*K-1),A(3*K)
12 FORMAT(I5,3F10.4)
11 WRITE(IP,16)K,A(3*K-2),A(3*K-1),A(3*K)
16 FORMAT(5X,I3,3(5X,E11.4))
C
C ESFORÇOS DE ENGASTAMENTO PERFEITO FORNECIDOS
C
8 IF(NLML)14,14,15
15 WRITE(IP,39)
39 FORMAT(//, 5X,'*ESFORÇOS DE ENGASTAMENTO PERFEITO FORNECIDOS*',//,
1T06,'BARRA',3X,'AML1',10X,'AML2',10X,'AML3',10X,'AML4',10X,'AML5',
210X,'AML6',/)
DO 17 IC=1,NLML
READ(IL,18)I,(AML(I,J),J=1,6)
18 FORMAT(I5,6F10.4)
17 WRITE(IP,40)I,(AML(I,J),J=1,6)
40 FORMAT( 5X,I3,6(F10.3,4X))
C
C ESFORÇOS DE ENGASTAMENTO PERFEITO CALCULADOS NOS ELEMENTOS
C
14 IF(NLMC)20,20,21
21 WRITE(IP,22)
22 FORMAT(//, 5X,'*CARGAS CONCENTRADAS E DISTRIBUIDAS NOS ELEMENTOS*',
1,//,T06,'ELEM.',5X,'CONCENT.',5X,'DISTRIB.',/)

```

```

ICON=0
IDIS=0
DO 23 IC=1,NLMC
READ(IL,24)I,NCC(I),NCD(I)
24  FORMAT(3I5)
    IF(NCC(I))54,54,55
55  ICON=ICON+1
54  IF(NCD(I))23,23,56
56  IDIS=IDIS+1
23  WRITE(IP,25)I,NCC(I),NCD(I)
25  FORMAT(T06,I2,10X,I2,11X,I2)
    IF(ICON)67,67,53
C
C  CALCULO DOS ESFORÇOS DE ENGASTAMENTO PERFEITO PARA CARGAS CONCENTRA
C  DAS
C
53  CALL CONCE(IL,IP,M,L,NCC,AML,JJJ,TE,PP,YM,AX,NL,MF,V,NF,IMP)
C
    IF(PP)67,67,58
67  IF(IDIS)59,59,58
C
C  CALCULO DOS ESFORÇOS DE ENGASTAMENTO PERFEITO PARA CARGAS DISTRIBU
C  IDAS
C
58  CALL DISTB(IL,IP,M,L,NCD,AML,JJJ,TE,PP,YM,AX,NL,MF,V,NF,IMP,VV)
C
C  TRANSFORMAÇÕES DAS AÇÕES DE 'A'E'B' PARA OS NÓS 'J'E'K'
C
59  DO 42 I=1,M
    IF(TE(I))41,42,42
41  IR3=(JJJ-1)*100+I
    READ(13,IR3)ST,XA,XB
    IF(XA)43,44,45
44  IF(XB)43,42,45
43  WRITE(IP,46)XA,XB,JJJ,I
46  FORMAT(///,T15,'ERRO NO VALOR DE XA=',E10.4,3X,'OU DE XB=',E10.4,'
1 PORTICO ',I5,', ELEMENTO ',I5)

```

```

C
C   AML(J,K)=ST*AML(A,B)
C
45  DO 47 J=3,6,3
    DO 47 K=1,6
    IF(K-J)49,47,49
49  AML(I,J)=AML(I,J)+ST(J,K)*AML(I,K)
47  CONTINUE
42  CONTINUE

```

```

C
C   CARGAS EQUIVALENTES NOS NOS

```

```

C
20  DO 26 I=1,M
    IF(TE(I))27,27,28
27  DO 29 J=1,6
29  AMD(J)=AML(I,J)
    GOTO 30
28  TEMP1=AML(I,1)
    TEMP2=AML(I,4)
    AMD(1)=-AML(I,2)
    AMD(2)=TEMP1
    AMD(3)=AML(I,3)
    AMD(4)=-AML(I,5)
    AMD(5)=TEMP2
    AMD(6)=AML(I,6)
30  II(1)=3*JJ(I)-2
    II(2)=3*JJ(I)-1
    II(3)=3*JJ(I)
    II(4)=3*JK(I)-2
    II(5)=3*JK(I)-1
    II(6)=3*JK(I)
    DO 35 J=1,6
    IJ=II(J)
35  AE(IJ)=AE(IJ)-AMD(J)
26  CONTINUE

```

```

C
C   CARGAS COMBINADAS NOS NOS

```

C

```
NJ=N/3
DO 36 J=1,NJ
Y=RK(J)
DO 31 KC=1,3
R(KC)=Y/(10**(3-KC))
IF(R(KC))32,32,33
32 KK=3*J+KC-3
AC(KK)=A(KK)+AE(KK)
GOTO 31
33 KK=3*J+KC-3
AC(KK)=RL(KK)*10.E+09
Y=Y-10**(3-KC)
31 CONTINUE
36 CONTINUE
37 RETURN
END
```

SUBROUTINE CONCE(IL,IP,M,L,NCC,AML,JJJ,TE,PP,YM,AX,NL,MF,V,NF,IMP)

C

C

C

C

```
INTEGER TF(100),PP
REAL L(100),MF(11),NF(11)
DIMENSION AML(100,6),NCC(100),AX(100),V(11)
```

C

```
IE=0
DO 18 I=1,M
IF(PP)16,16,17
17 IF(TE(I))18,18,15
16 IF(NCC(I))18,18,15
15 IF=IE+1
18 CONTINUE
IF(IE)13,13,14
```

```

14  WRITE(IP,50)
50  FORMAT(/, 5X, '*CARGAS CONCENTRADAS NOS ELEMENTOS*', //, T06, 'ELEM.'
1, 5X, 'CARGA(P)', 6X, 'DIST.APOIO(A)', 5X, 'INCLIN.(ALFA)', //)
    DD 1 I=1, M
    K=0
    IR2=((JJJ-1)*3+NL)*100+I
    READ(12, IR2) MF, V, NF, V
    X=L(I)/10.
    IF(PP) 7, 7, 8
8   IF(TE(I)) 1, 1, 9
7   IF(NCC(I)) 1, 1, 2
2   NCCI=NCC(I)
4   K=K+1
    IF(K-NCCI) 19, 19, 24
19  READ(IL, 5) P, A, ALF
5   FORMAT(3F10.4)
9   IF(PP) 10, 10, 11
11  P=YM*AX(I)*L(I)
    A=L(I)/2.
    ALF=3.1415926/2.
10  WRITE(IP, 6) I, P, A, ALF
6   FORMAT(I7, I3, 3X, F10.3, 7X, F10.3, 6X, F10.3)
    PX=P*SIN(ALF)
    PY=P*COS(ALF)
    AML(I, 1)=AML(I, 1)+PX*(L(I)-A)/L(I)
    AML(I, 2)=AML(I, 2)+PY*(L(I)-A)/L(I)-PY*A*(L(I)-A)*(2.*A-L(I))/L(I)*
1*3
    AML(I, 3)=AML(I, 3)+PY*A*(L(I)-A)**2/L(I)**2
    AML(I, 4)=AML(I, 4)+PX*A/L(I)
    AML(I, 5)=AML(I, 5)+PY*A/L(I)+PY*A*(L(I)-A)*(2.*A-L(I))/L(I)**3
    AML(I, 6)=AML(I, 6)-PY*A**2*(L(I)-A)/L(I)**2
    DD 22 J=1, 10
    IF(A-J*X) 23, 23, 22
23  MF(J+1)=MF(J+1)+PY*(J*X-A)
    V(J+1)=V(J+1)-PY
    NF(J+1)=NF(J+1)-PX

```

```
A=11.*X
22 CONTINUE
   IF(PP)4,4,24
24  IR2=((JJJ-1)*3+NL)*100+I
   WRITE(12,IR2)MF,V,NF,VV
1   CONTINUE
13  RETURN
   END
```

```

SUBROUTINE DISTB(IL,IP,M,L,NCD,AML,JJJ,TE,PP,YM,AX,NL,MF,V,NF,IMP,
1VV)
C
C   CALCULO DOS ESFORÇOS DE ENGASTAMENTO PERFEITO P/CARGAS DISTRIBUI -
C   DAS
C
C   INTEGFR TE(100),PP
REAL L(100),MAR,MBR,MAT,MBT,MA,MB,MF(11),NF(11)
DIMENSION AML(100,6),NCD(100),AX(100),V(11),VV(11)
C
WRITE(IP,65)

65  FORMAT(/, 5X, '*CARGAS DISTRIBUIDAS NOS ELEMENTOS*',//,T 6,'ELEM.'
1,5X,'CARGA(P1)',5X,'DIST.APOIO(A)',5X,'CARGA(P2)',5X,'DIST.APOIO(A
2)',5X,'TRECHO',5X,'CARGA',/)
C
DO 1 I=1,M
K=0
IR2=((JJJ-1)*3+NL)*100+I
READ(12,IR2)MF,V,NF,VV
IF(PP)25,25,26
26  IF(TE(I))1,27,1
25  IF(NCD(I))1,1,2
2   NCDI=NCD(I)
4   K=K+1
IF(K-NCDI)6,6,36
6   READ(IL,5)P1,A,P2,B,PE,PD,KLE,KLD,KDIS
5   FORMAT(6F10.4,3I5)
IF(PE)20,20,37
20  IF(PD)27,27,37
37  CALL DILAJ(IL,P1,P2,A,B,PE,PD,KLE,KLD,KDIS,L(I),VV)
27  MAR=0.
MBR=0.
MAT=0.
MBT=0.

```

```

MA=0.
MB=0.
RAR=0.
RBR=0.
RAT=0.
RBT=0.
RA=0.
RB=0.
IF(PP)28,28,29
29 P1=YM#AX(I)
P2=P1
A=0.
B=L(I)
28 IF(NCD(I)-1)88,88,89
83 IF(P1-P2)90,91,90
91 WRITE(IP,92)I,P1,A,P2,B
92 FORMAT(T07,I3,6X,4(F8.4,8X),'UNICO',6X,'CONST.')
```

GOTO 94

```

90 WRITE(IP,93)I,P1,A,P2,B
93 FORMAT(T07,I3,6X,4(F8.4,8X),'UNICO',5X,'VARIIV.')
```

GOTO 94

```

89 IF(P1-P2)112,113,112
113 WRITE(IP,95)I,P1,A,P2,B,K
95 FORMAT(T07,I3,6X,4(F8.4,8X),I4,7X,'CONST.')
```

GOTO 94

```

112 WRITE(IP,96)I,P1,A,P2,B,K
96 FORMAT(T07,I3,6X,4(F8.4,8X),I4,7X,'VARIIV.')
```

C

C CALCULO DOS ESFORÇOS DE ENGASTAMENTO PERFEITO

C

```

94 P11=P1
P21=P2
IF(P1-P2)16,17,18
16 P2=P2-P1
PB=(L(I)-A)*P2/(B-A)
MAT=PB*((L(I)-A)**3)*(1.-6.*(L(I)-A)/(10.*L(I)))/(12.*L(I))-P2*((L(I)-B)**3)*(1.-3.*(L(I)-B)/(4.*L(I)))/(3.*L(I))-(PB-P2)*((L(I)-B)*
```

```

2*3)*(1.-6.*(L(I)-B)/(10.*L(I)))/(12.*L(I))
MBT=PB*(L(I)-A)**2*(1.-(L(I)-A)/L(I)+3.*(L(I)-A)**2/(10.*L(I)*
1*2))/6.-(PB-P2)*(L(I)-B)**2*(1.-(L(I)-B)/L(I)+3.*(L(I)-B)**2/(10

```

```

2.*L(I)**2))/6.-P2*(L(I)-B)**2*(1.5-2.*(L(I)-B)/L(I)+3.*(L(I)-B)**2
3/(4.*L(I)**2))/3.

```

```

RAT=P2*(B-A)/2.*(L(I)-B)+(B-A)/3./L(I)

```

```

RBT=P2*(B-A)/2.-RAT

```

```

IF(P1)17,22,17

```

18

```

P1=P1-P2

```

```

PA=P1*B/(B-A)

```

```

MAT=PA*B**2*(1.-B/L(I)+3.*B**2/(10.*L(I)**2))/6.-(PA-P1)*A**2*(1.-
1A/L(I)+3.*A**2/(10.*L(I)**2))/6.-P1*A**3*(1.-3.*A/(4.*L(I)))/(3.*L
2(I))

```

```

MBT=PA*B**3*(1.-6.*B/(10.*L(I)))/(12.*L(I))-(PA-P1)*A**3*(1.-6.*A/
1(10.*L(I)))/(12.*L(I))-P1*A**3*(1.-3.*A/(4.*L(I)))/(3.*L(I))

```

```

RAT=P1*(B-A)/2.*(L(I)-(2.*A+B)/3.)/L(I)

```

```

RBT=P1*(B-A)/2.-RAT

```

```

IF(P2)24,22,24

```

24

```

P1=P2

```

17

```

MBR=P1*L(I)**2/12.-P1*A**3*(1.-3.*A/(4.*L(I)))/(3.*L(I))-P1*(L(I)-
1B)**2*(1.5-2.*(L(I)-B)/L(I)+3.*(L(I)-B)**2/(4.*L(I)**2))/3.

```

```

MAR=P1*L(I)**2/12.-P1*A**2*(1.5-2.*A/L(I)+3.*A**2/(4.*L(I)**2))/3.

```

```

1-P1*(L(I)-B)**3*(1.-3.*(L(I)-B)/(4.*L(I)))/(3.*L(I))

```

```

RAR=P1*(B-A)*((L(I)-B)+(B-A)/2.)/L(I)

```

```

RBR=P1*(B-A)-RAR

```

22

```

MA=MAR+MAT

```

```

MB=MBR+MBT

```

```

RA=RAR+RAT

```

```

RB=RBR+RBT

```

```

AML(I,2)=AML(I,2)+(MA-MB)/L(I)+RA

```

```

AML(I,3)=AML(I,3)+MA

```

```

AML(I,5)=AML(I,5)-(MA-MB)/L(I)+RB

```

```

AML(I,6)=AML(I,6)-MB

```

```

IF(IMP)19,19,21

```

```

21  WRITE(IP,200)(AML(I,J),J=1,6)
200  FORMAT(5X,6(E11.4,2X))
19   P1=P11
      P2=P21
      X=L(I)/10.
      DO 3 J=1,10
      IF(A-J*X)23,23,3
23   IF(B-J*X)11,11,30
30   B1=J*X
      P21=P1+(B1-A)*(P2-P1)/(B-A)
      GOTO 31
11   B1=B
      P21=P2
31   IF(P21-P1)32,33,34
32   P=P1-P21
      MF(J+1)=MF(J+1)+P*(B1-A)/2.*(J*X-(A+1./3.*(B1-A)))
      V(J+1)=V(J+1)-P*(B1-A)/2.
      P=P21
      GOTO 35
34   P=P21-P1
      MF(J+1)=MF(J+1)+P*(B1-A)/2.*(J*X-(A+2./3.*(B1-A)))
      V(J+1)=V(J+1)-P*(B1-A)/2.
      P=P1
      GOTO 35
33   P=P1
35   MF(J+1)=MF(J+1)+P*(B1-A)*(J*X-(A+1./2.*(B1-A)))
      V(J+1)=V(J+1)-P*(B1-A)
      A=B1
      P1=P21
3   CONTINUE
      IF(PP)4,4,36
36   IR2=((JJJ-1)*3+NL)*100+I

      IF(KDIS)7,7,8
8   WRITE(12,IR2)MF,V,NF,V

```

```
7 GOTO 1  
  WRITE(12,'IR2)MF,V,NF,VV  
1 CONTINUE  
  RETURN  
  END
```

```

SUBROUTINE DILAJ(IL,P1,P2,A,B,PE,PD,KLE,KLD,KDIS,L,VV)
REAL L,LXE,LYE,LXD,LYD
DIMENSION VV(11)
READ(IL,1)ALFE,BETE,YE,LXE,LYE,ALFD,BETD,YD,LXD,LYD
1  FORMAT(10F8.4)
   P1=P1
   P2=P2
   IF(KDIS)32,32,19
32  GOTO(14,15,15,14),KLE
14  P1=P1+PE*LXE/2.
   P2=P2+PE*LXE/2.
   GOTO 16
15  P1=P1+PE*LYE/2.
   P2=P2+PE*LYE/2.
16  GOTO(17,18,18,17),KLD
17  P1=P1+PD*LXD/2.
   P2=P2+PD*LXD/2.
   GOTO 19
18  P1=P1+PD*LYD/2.
   P2=P2+PD*LYD/2.
19  AA=LXE/(COS(BETE)+COTAN(ALFE)*SIN(BETE))
   A1=AA*COS(BETE)*(LYE-1/2.*AA*(SIN(BETE)+COS(BETE)*(SIN(YE)/COS(YE)
1)))
   A2=1./2.*AA*LXE*SIN(BETE)
   A3=1./2.*AA*LXE*COS(BETE)*(SIN(YE)/COS(YE))
   A4=LXE*LYE-(A1+A2+A3)
   GOTO(2,3,4,5),KLE
2  PE=PE*A1/LYE
   GOTO 6
3  PE=PE*A2/LXE
   GOTO 6
4  PE=PE*A3/LXE
   GOTO 6
5  PE=PE*A4/LYE
6  AA=LXD/(COS(BETD)+COTAN(ALFD)*SIN(BETD))
   A1=AA*COS(BETD)*(LYD-1./2.*AA*(SIN(BETD)+COS(BETD)*(SIN(YD)/COS(YD)
1))))

```

```

A2=1./2.*AA*LXD*SIN(BETD)
A3=1./2.*AA*LXD*COS(BETD)*(SIN(YD)/COS(YD))
A4=LXD*LYD-(A1+A2+A3)
GOTO(7,8,9,10),KLD
7 PD=PD*A1/LYD
  GOTO 11
8 PD=PD*A2/LXE
  GOTO 11
9 PD=PD*A3/LXE
  GOTO 11
10 PD=PD*A4/LYE
11 P10=PE+PD+P11
   P20=PE+PD+P21
   IF(KDIS)12,12,13
13 P1=P10
   P2=P20
   GOTO 29
12 X=L/10.
   DO 20 J=1,10

```

```

IF(A-J*X)21,21,20
21 IF(B-J*X)22,22,23
23 B1=J*X
   P21=P10+(B1-A)*(P20-P10)/(B-A)
   GOTO 24
22 B1=B
   P21=P20
24 IF(P21-P10)25,26,27
25 P=P10-P21
   VV(J+1)=VV(J+1)-P*(B1-A)/2.
   P=P21
   GOTO 28
27 P=P21-P10
   VV(J+1)=VV(J+1)-P*(B1-A)/2.
   P=P10

```

```
      GOTD 28  
26     P=P10  
28     VV(J+1)=VV(J+1)-P*(B1-A)  
      A=B1  
      P10=P21  
20     CONTINUE  
29     RETURN  
      END
```

```

SUBROUTINE RESOB(N,UBW,NPOR,IPC,IHPP,S,D,A,AE,IP,AML,IMP)
C
C RESOLVE O SISTEMA DE EQUACOES A PARTIR DA MATRIZ EM BANDA TRIANGU-
C LAR SUPERIOR
C
INTEGER UBW
DIMENSION S(180,48),D(180),A(180),AE(180),AML(100,6)
DO 29 JJJ=1,NPOR
IR8=(JJJ-1)*3+1
READ(18,IR8)IPC,IHPP,S
READ(19,IR8)A,D,AE,N,UBW,AML
C
C CONTRIBUICAO DO PORTICO ANTERIOR
C
IF(IPC)13,13,14
14 JA=UBW-1
DO 15 I=1,JA
IR6=I
READ(16,IR6)SUM
15 D(I)=D(I)+SUM
C
13 DO 1 I=1,N
J=I-UBW+1
IF(J)2,2,3
2 J=1
3 SUM=D(I)
I1=I-1
IF(J-I1)4,4,25
4 DO 5 K=J,I1
KA=I-K+1
5 SUM=SUM-S(K,KA)*D(K)
25 D(I)=SUM/S(I,1)
IF(IMP)1,1,11
11 WRITE(IP,501)JJJ,I,K,KA,SUM,S(K,KA),S(I,1),D(I)
501 FORMAT(5X,4I5,5E11.4)
1 CONTINUE
C

```

C CONTRIBUICAO SOBRE O PORTICO SEGUINTE

C

IF(IHPP)29,29,17

17

JA=UBW-1

DO 18 I=1,JA

SUM=0.

IK=N+I-UBW+1

DO 19 K=IK,N

IQ=N+I-K+1

19

SUM=SUM-S(K,IQ)*D(K)

IR6=I

18

WRITE(16,IR6)SUM

29

WRITE(19, 'JJJ)A, D, AE, N, UBW, AML

C

DO 31 KKK=1,NPDR

JJJ=NPDR+1-KKK

IR8=(JJJ-1)*3+1

READ(18,IR8)IPC,IHPP,S

READ(19, 'JJJ)A, D, AE, N, UBW, AML

C

C

CONTRIBUICAO DO PORTICO SEGUINTE

C

IF(IHPP)20,20,21

21

JA=UBW-1

DO 22 IA=1,JA

I=N+1-IA

J=IA+1

IR6=0.

DO 22 KA=J,UBW

IR6=IR6+1

READ(16,IR6)SUM

22

D(I)=D(I)-S(I,KA)*SUM

C

20

DO 6 IA=1,N

```

I=N-IA+1
J=I+UBW-1
IF(J-N)8,8,7
7 J=N
8 SUM=D(I)
  I1=I+1
  IF(I1-J)9,9,12
9 DO 10 K=I1,J
  KA=K-I+1
10 SUM=SUM-S(I,KA)*D(K)
12 D(I)=SUM/S(I,1)
  IF(IMP)6,6,16
16 WRITE(IP,501)JJJ,I,K,KA,SUM,S(I,KA),S(I,1),D(I)
6 CONTINUE
C
C CONTRIBUICAO SOBRE O PORTICO ANTERIOR
C
  IF(IPC)31,31,23
23 JA=UBW-1
  DO 24 I=1,JA
24 WRITE(16'I')D(I)
31 WRITE(19'JJJ)A,D,AE,N,UBW,AML
  RETURN
  END

```

```

SUBROUTINE DIVID(AM,M,L,II,JJJ,IP,MF,V,NF,TE,NNRE,VV)
INTEGER TE(100)
REAL MF(11),NF(11),L(100),MF1(11),NF1(11)
DIMENSION AM(100,6),V(11),V1(11),II(6),VV(11)
IK=0
DO 22 J=1,6
IF(II(J))22,22,23
23 IK=IK+1

22 CONTINUE
IF(IK-1)43,43,44
44 DO 24 KJ=1,IK
DO 45 I=1,M
IR2=((JJJ-1)*3+II(KJ))*100+I
READ(12,IR2)MF1,V1,NF1
IF(KJ-1)51,51,52
52 IR2=I
READ(12,IR2)MF,V,NF
GOTO 53
51 DO 6 K=1,11
MF(K)=0.
V(K)=0.
6 NF(K)=0.
53 X=L(I)/10.
DO 46 K=2,11
MF(K)=MF(K)+MF1(K)
V(K)=V(K)+V1(K)
46 NF(K)=NF(K)+NF1(K)
IR2=I
45 WRITE(12,IR2)MF,V,NF
24 CONTINUE
43 DO 21 I=1,M
X=L(I)/10.
IF(IK-1)48,48,49
48 IR2=((JJJ-1)*3+II(I))*100+I
READ(12,IR2)MF,V,NF

```

```

GOTO 50
49  IR2=I
    READ(12,IR2)MF,V,NF
50  MF(1)=AM(I,3)
    V(1)=AM(I,2)
    NF(1)=AM(I,1)
    DO 47 K=1,10
    MF(K+1)=MF(K+1)+MF(K)-V(K)*X
    V(K+1)=V(K+1)+V(K)
47  NF(K+1)=NF(K+1)+NF(K)
    IR2=I
21  WRITE(12,IP2)MF,V,NF
    WRITE(IP,25)
25  FORMAT(/,5X,'ELEM.',10X,'MOMENTOS FLETORES EM DECIMOS DO VAO',/)
    DO 26 I=1,M
    IR2=I
    READ(12,IR2)MF
26  WRITE(IP,27)I,(MF(K),K=1,11)
27  FORMAT(4X,I3,2X,11E10.3)
    WRITE(IP,28)
28  FORMAT(/,5X,'ELEM.',10X,'FORCA CORTANTE EM DECIMOS DO VAO',/)
    DO 29 I=1,M
    IR2=I
    READ(12,IR2)MF,V
29  WRITE(IP,27)I,(V(K),K=1,11)
    WRITE(IP,30)
30  FORMAT(/,5X,'ELEM.',10X,'FORCA NORMAL EM DECIMOS DO VAO',/)
    DO 31 I=1,M
    IR2=I
    READ(12,IR2)MF,V,NF
31  WRITE(IP,27)I,(NF(K),K=1,11)
    IF(NNRE)2,2,3
3   CALL DISPE(JJJ,M,IP,MF,TE,VV)
2   RETURN
    END

```

SUBROUTINE DISPE(JJJ, M, IP, MF, TE, VV)

```
C
REAL MF(11)
INTEGER TF(100)
DIMENSION VV(11)

C
WRITE (IP,1)
1  FORMAT(//,5X,'*DISTRIBUICAO DOS MOMENTOS, AOS ELEMENTOS CONTIDOS NA
   IFAIXA DOS PILARES - VIGAS - LAJES*',///,5X,'*VIGA - MOMENTOS EM DE
   2CIMOS DO VA0*',//)
   DO 3 I=1,M
   IF(TE(I))3,4,3
4  IR2=I
   READ(12,IR2)MF
   IR23=(JJJ-1)*100+I
   READ(23,IR23)AF,AD,BF,BCL,RL,RR,PE1,PE2,PE3,PE4,PE5
   DO 5 K=1,11
   IF(MF(K))7,7,6
6  IF(K-6)8,8,9
8  MF(K)=MF(K)*PE1/100.*PE4/100.
   GOTO 5
9  MF(K)=MF(K)*PE2/100.*PE4/100.
   GOTO 5
7  MF(K)=MF(K)*PE3/100.*PE4/100.
5  CONTINUE
   WRITE(IP,10)I,(MF(K),K=1,11)
10  FORMAT(5X,I3,11E10.3)
3  CONTINUE
   WRITE(IP,11)
11  FORMAT(//,5X,'*LAJE - MOMENTOS EM DECIMOS DO VA0*',//)
   DO 12 I=1,M
   IF(TE(I))12,13,12
13  IR2=I
   READ(12,IR2)MF
```

```

IR23=(JJJ-1)*100+I
READ(23' IR23) AE, AD, BF, BCL, RL, RR, PE1, PE2, PE3, PE4, PE5
DO 14 K=1, 11
IF(MF(K)) 15, 15, 16
16 IF(K-6) 17, 17, 18
17 MF(K)=MF(K)*PE1/100.*PE5/100./(BF/2.-BCL)
GOTO 14
18 MF(K)=MF(K)*PE2/100.*PE5/100./(BF/2.-BCL)
GOTO 14
15 MF(K)=MF(K)*PE3/100.*PE5/100./(BF/2.-BCL)
14 CONTINUE
WRITE(IP, 10) I, (MF(K), K=1, 11)
12 CONTINUE
WRITE(IP, 19)
19 FORMAT(//, 5X, '*DISTRIBUICAO DOS MOMENTOS, AOS ELEMENTOS CONTIDOS NA
1 FAIXA CENTRAL - LAJES*', ///, 5X, '*LAJE - MOMENTOS EM DECIMOS DO VAO
2*', //)
DO 20 I=1, M
IF(TE(I)) 20, 21, 20
21 IR2=I
READ(12' IR2) MF
IR23=(JJJ-1)*100+I
READ(23' IR23) AE, AD, BF, BCL, RL, RR, PE1, PE2, PE3, PE4, PE5
DO 22 K=1, 11
IF(MF(K)) 23, 23, 24
24 IF(K-6) 25, 25, 26
25 MF(K)=MF(K)*(1.-PE1/100.)/(BF/2.)
GOTO 22
26 MF(K)=MF(K)*(1.-PE2/100.)/(BF/2.)
GOTO 22

23 MF(K)=MF(K)*(1.-PE3/100.)/(BF/2.)
22 CONTINUE
WRITE(IP, 10) I, (MF(K), K=1, 11)
20 CONTINUE
RETURN
END

```