

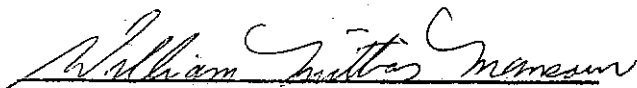
REAÇÕES DE IMPULSO EM MECANISMO ARTICULADO PLANO COM

FOLGA NAS ARTICULAÇÕES

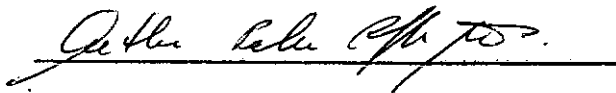
JUAREZ ROSA


TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JA-
NEIRO, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO
GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIA (M.Sc.).

Aprovada por:



Presidente



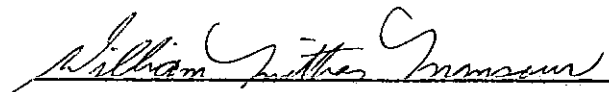


RIO DE JANEIRO
ESTADO DA GUANABARA - BRASIL
AGOSTO DE 1973

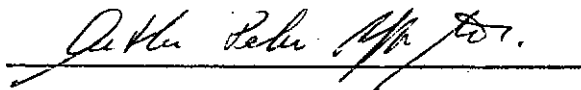
JUAREZ ROSA

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JA-
NEIRO, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO
GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIA (M.Sc.).

Aprovada por:



Presidente





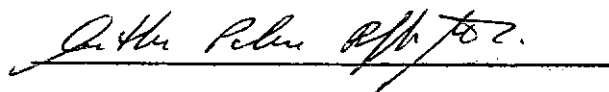
JUAREZ ROSA

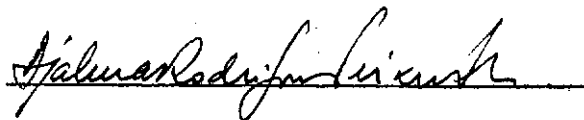
TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JA-
NEIRO, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO
GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIA (M.Sc.).

Aprovada por:



Presidente





A minha esposa Nydia, pelo ter-
no e amoroso incentivo.

A minhas filhas Carmen Lúcia e
Nídia Lícia, pelo pueril e cari-
nhoso apoio.

A G R A D E C I M E N T O S

Ao Dr. W.M. Mansour, a admiração pelo teor de sua inteligência, e o agradecimento pelo dinamismo e entusiasmo de sua brilhante orientação.

Ao Professor Jayme Maschkvich, o reconhecimento pelos fundamentos adquiridos do assunto.

A Coordenação dos Programas de Pós-Graduação de Engenharia e ao Núcleo de Computação Eletrônica da UFRJ.

A Helena Santos de Oliveira por seus serviços datilográficos.

R E S U M O

O comportamento dinâmico de um mecanismo articulado plano de quatro barras, com folga em uma das juntas, é investigado.

As reações de impulso nas uniões foram calculadas , durante os modos de impacto e de movimento livre.

As cargas de inércia e externas foram consideradas.

A análise foi aplicada a um mecanismo semelhante, sem folgas, para efeito de comparação.

Para ambas as fazes de pesquisa, foram preparados programas de computador digital, com resultados numéricos.

As seções (2.5) e (2.6), relativas ao Método "PROXIMITY PERTURBATION", e todo o conteúdo do Capítulo III são contribuições novas para a área de mecanismos.

A B S T R A C T

The dynamic performance of a four-bar plane linkage with clearance in one of the revolute is investigated.

Impulsive reactions at the joints were evaluated during impact and free flight modes.

External and inertia loads are accounted for.

The analysis was applied to a similar linkage without clearances, for comparison purposes.

Digital programs were prepared for both phases of research, and numerical examples are presented.

Sections (2.5) and (2.6) regarding the "PROXIMITY PERTURBATION" method and all the contents of chapter III are new contributions to the area of mechanisms.

ÍNDICE

I	- INTRODUÇÃO	1.
	1.1 - Revisão da Literatura	3.
	1.2 - Objetivos da Tese	11.
	1.3 - Estratégia de Tratamento	13.
II	- REAÇÕES NA BASE	16.
	2.1 - Objetivos	16.
	2.2 - Simbologia	16.
	2.3 - Reações em Termos das Variáveis Cinemáticas .	17.
	2.4 - Cálculo Direto das Variáveis Cinemáticas	25.
	2.5 - Desenvolvimento do Método "PROXIMITY PERTURBA TION"	31.
	2.6 - Estratégia para o Cálculo das Reações na Base	37.
III	- FORÇAS DE IMPACTO DEVIDAS A FOLGA NAS ARTICULAÇÕES.	41.
	3.1 - Objetivos	41.
	3.2 - Considerações	42.
	3.3 - Modo de Movimento Livre	43.
	3.4 - Modo de Impacto	47.
	3.5 - O Coeficiente de Restituição	55.
	3.6 - Rugosidade Superficial na Articulação com Folga	63.
	3.7 - Estratégia de Computação para o Modo de Impac to	67.
	3.8 - Estratégia de Computação para o Modo de Movimen to Livre	73.
	3.9 - Programa Principal	75.

IV - CONCLUSÕES	78.
4.1 - Sumário	78.
4.2 - Discussão dos Resultados	79.
4.3 - Sugestão para Trabalhos Futuros	81.
 BIBLIOGRAFIA	 87.
 APÊNDICE A - Desenvolvimento das Relações para as Reações na Base	 90.
 APÊNDICE B - Programa de Cálculo das Reações na Base ..	 97.
 APÊNDICE C - Desenvolvimento das Equações para o Modo de Movimento Livre	 106.
 APÊNDICE D - Subrotina "IMPA"	 111.
 APÊNDICE E - Subrotina "FREE"	 116.
 APÊNDICE F - Programa Principal para o Mecanismo com Folga	 119.
 APÊNDICE G - Fluxogramas	 124.

I - INTRODUÇÃO (1)

Mecânica é a ciência relacionada com o movimento dos corpos e com o caso particular de um corpo em repouso. Seus fundamentos constituem a Mecânica Analítica, que pode separar-se em duas partes interligadas: Dinâmica e Estática. A Dinâmica trata do Movimento dos Corpos e se divide em Cinemática, que estuda o movimento sem referência às suas causas, e Cinética, que relaciona as forças aplicadas aos corpos com os movimentos resultantes.

O termo "Mecânica" lembra logo "Máquina", e é de fundamental importância na Ciência de Engenharia, sendo usualmente referido como "Mecânica Aplicada", quando da solução de problemas práticos.

Historicamente, o estudo da Estática se antecipou de muito ao da Dinâmica, que é relativamente recente comparado ao daquela. Atribuem-se a Galileu (1564-1642) os primeiros trabalhos realmente científicos da Dinâmica, os quais possibilitaram a Newton (1642-1727) a formulação das leis do movimento. A esses seguiram-se Euler (1707-1783), que deu a Lagrange (1736-1813) os fundamentos para a criação da Mecânica Analítica, Laplace (1749-1827), Poinsot (1777-1859), Coriolis (1792-1843) e, ultimamente, Einstein (1878-1955), para só enumerar alguns dos desaparecidos.

Já as máquinas - considerando o conceito da época - apareceram desde os princípios da História, destinando-se primariamente à movimentação de grandes pesos e, depois, aos engenhos de guerra, que têm em Arquimedes (287-212) um dos maiores precursores. Leonardo da Vinci (1452-1519), artista e engenheiro, pode ser citado como um gênio de concepção mecânica, sem haver, contudo,

notícia de uma realização realmente prática.

Só bem mais tarde, com Leupold (1674-1727), é que apareceram as primeiras idéias de "modificação de movimento" e os conceitos de "alavanca", "camo" e de como "transformar um movimento circular em alternativo". É o embrião do mecanismo! Seguem-se-lhe Euler (citado) e Watt (1736-1819). Este, instrumentista e engenheiro, em oposição àqueles, dedicava-se à síntese dos movimentos e foi o primeiro a abordar o "movimento de um ponto da biela" de um mecanismo articulado de quatro barras.

A moderna Cinemática aparece com Reuleaux (1829-1905), cujos conceitos originais são até hoje aceitos e empregados. Com ele surgiu a noção do "par cinemático", constituído de dois elementos em contato por um ponto (superiores) ou uma linha (inferiores). Sua concepção de que num mecanismo é uma cadeia cinemática de barras (ou partes) interligadas originou o princípio da inversão cinemática da cadeia, largamente utilizado atualmente.

Muitos matemáticos também participaram da história do desenvolvimento da pesquisa em mecanismos, a maioria apenas interessada no seu emprego para o traçado de curvas. Roberts (1827-1913) demonstrou que um ponto da biela descreve uma curva de 6.^a ordem. O teorema de Roberts - da existência de três diferentes mecanismos de quatro barras articuladas capazes de traçar idênticas curvas de um ponto da biela - é de extrema importância para o projeto. Outros matemáticos úteis foram: CAYLEY, KEMPE, KOENIGS, CHEBYSHEV, BURMESTER, etc.

Nos tempos que correm, podemos citar como pesquisadores mais notáveis FREUDENSTEIN, MANSOUR, DUBOWSKY, BERKOF, LOWEN,

GOODMAN, CHACE, SHERWOOD, RAVEN, ARTOBOLEVSKII, HIRSCHHORN, HARTENBERG, DENAVIT, ETC, dentre os conhecidos fora do país.

Em nossa terra, a pesquisa na área de mecanismos - como de modo geral, salvo poucas exceções - está em fase incipiente, limitando-se praticamente aos trabalhos de tese em cursos de pós-graduação, de restrita divulgação. Podem ser citados MADUREIRA, MASCHKVICH e FROTA, de cujos trabalhos se tem ciência.

1.1 - Revisão da Literatura

Para o desenvolvimento desta TESE, fez-se necessário compulsar literatura técnica geral e específica de várias áreas do campo da Mecânica, pois que, para qualquer mecanismo articulado, o processo de criação invade quase todos os ramos da Cinemática e Cinética, ou seja, da Dinâmica em geral.

O projeto completo se realiza em uma série de fases, todas exigindo elevado conhecimento teórico, a par de grande intuição, baseada na experiência. A intuição, contudo, não chegará, sozinha, a um projeto ótimo. Assim, é apresentado a seguir o encadeamento para a idealização de um mecanismo.

Síntese do Tipo

No sentido clássico, a máquina para transmitir força, de um lugar para outro, pode ser composta de barras rígidas, correias ou correntes, ou mesmo elementos fluidos ou eletromagnéticos. Para a escolha de um determinado tipo de mecanismo, é de utilidade o emprego da classificação dos mecanismos e, em particular, os seis grupos de REULEAUX [2] e suas extensões, que auxiliam na

consideração sistemática das várias possibilidades, tal como a escolha de um camo ou um mecanismo articulado.

Síntese do Número

Uma vez escolhido o mecanismo articulado, passa-se para esta fase, que definirá o número de barras e a natureza das articulações necessárias a permitir a mobilidade requerida, isto é, necessárias para obter um dado número de graus de liberdade, ou seja um determinado número de saídas independentes. O chamado "CRITÉRIO DE GRÜBLER", se bem que incompleto, é o mais antigo elemento para estudo da mobilidade de um mecanismo plano de pares inferiores (duas peças com uma superfície de contato).

Seja uma cadeia cinemática fechada, com n barras ligadas por 1 pares inferiores. O número de graus de liberdade ℓ será dado por:

$$\ell = 3(n-1) - 2 \cdot 1$$

Se $\ell = 1$ o sistema tem um grau de liberdade e o movimento é vinculado; se $\ell = 2$, só é possível o movimento vinculado com duas entradas independentes; se $\ell = 0$, temos uma estrutura estáticamente determinada; $\ell = -1$, estrutura estaticamente indeterminada, etc.

Para os mecanismos mais complexos, uma extensão do critério de Grübler, devida a KUTZBACH pode ser usada [3] .

Síntese Dimensional

É a determinação das dimensões das peças, comprimentos e ângulos de giro, necessárias a criar um mecanismo para realizar uma desejada transmissão de força ou uma transformação de movimento. É oportuno lembrar, aqui, o chamado "CRITÉRIO DE GRASHOF", aplicável ao quadrilátero articulado.

Sejam: \underline{l} , a barra mais longa; \underline{c} , a mais curta; \underline{p} e \underline{q} as duas restantes. Teremos

1) Se

$$\underline{l} + \underline{c} \leq \underline{p} + \underline{q}$$

- a) Mecanismo manivela-alavanca, sendo a barra \underline{c} a manivela;
- b) Mecanismo de dupla manivela, se a barra \underline{c} é fixa;
- c) Mecanismo de dupla alavanca, se a barra oposta à \underline{c} é fixa.

2) Se

$$\underline{l} + \underline{c} > \underline{p} + \underline{q}$$

ter-se-ão quatro mecanismos de dupla-alavanca, dependendo de qual barra é a fixa.

Análise Cinemática

O mecanismo pode ser projetado tendo em vista apenas considerações cinemáticas, desde que se tenha em vista o relacionamento dos movimentos de entrada e saída ou a geração de deter

minada curva de um ponto da biela. Conquanto aplicável a velocidade zero ou constante da manivela, essa análise, puramente cinemática, perde sentido quando se verifica a existência de forças de inércia que dão origem a efeitos dinâmicos consideráveis. É enorme a literatura que trata do assunto [1] , [4] , [5] , contudo, tendo em vista os objetivos dessa tese, que visa ao estudo do comportamento dinâmico de um mecanismo articulado, faz-se necessária a análise da velocidade e aceleração, considerando-se a sua presença no cálculo das quantidades de movimento e forças de inércia.

RAVEN [6] analisa a velocidade e a aceleração pelo método das "equações de posição independentes", fundamentalmente diferente daqueles que se baseiam nas equações do movimento relativo. Apesar de sua insistência em dizê-lo original, o método se assemelha bastante aos usuais de síntese com aplicação dos números complexos na forma exponencial para mecanismos, inclusive ao que é utilizado neste trabalho. O procedimento é aqui descrito de forma sucinta:

- 1) Partindo de um centro fixo da base, chamado origem, e usando as barras como trajeto, trace todos os caminhos independentes ao ponto de interesse. Para que dois caminhos sejam independentes, deve haver pelo menos uma barra não comum às duas rotas. Escreva a equação vetorial para cada rota com números complexos na forma vetorial;
- 2) Do ponto origem vá a cada outro ponto da base em volta e trace todos os caminhos independentes ao ponto desejado. Escreva também a equação aludida;

- 3) Diferencie essas equações de posição em relação ao tempo. Como são obtidas duas expressões independentes para a velocidade, estas podem ser equacionadas para obter-se uma na forma exponencial;
- 4) Separe as partes reais e imaginárias (para mecanismos tri-dimensionais haverá uma terceira componente) para obter duas equações algébricas (três, no espaço tri-dimensional);
- 5) Resolva essas equações simultaneamente para as quantidades desconhecidas;
- 6) Substitua esses valores em cada uma das relações originais para a velocidade;
- 7) A aceleração do ponto de interesse pode ser determinada tomando-se a derivada segunda das equações de posição e procedendo como descrito acima.
- 8) Para mecanismos complexos (aqueles que requerem solução por tentativas na construção dos polígonos de velocidade e aceleração) que têm equações de posição independentes, o método é semelhante, apenas que são obtidas duas equações - em lugar de uma - no passo 3 acima.

Para os interessados em particular na análise da aceleração em mecanismos complexos, CHIANG [7] apresenta um método gráfico simples e direto com resultados precisos. Nesse método, ao contrário dos convencionais [8], não é usado o diagrama de aceleração nem o diagrama de aceleração auxiliar, construídos pacientemente passo a passo. O mecanismo complexo é tratado como um me-

canismo composto mais simples, introduzindo-se o centro de curvatura relativo, da trajetória relativa de um certo ponto de uma barra, com relação à oposta.

Cargas Estáticas

Dão uma idéia das dimensões das barras quando a velocidade é baixa. O ângulo de transmissão torna-se importante [8], tanto que, para cargas transmitidas da alavanca para a manivela em bases estáticas, dá uma boa indicação da qualidade mecânica do sistema. Dentre outros processos, o Princípio do Trabalho Virtual pode ser usado para a análise de carga estática, desde que se tenha a variação dos ângulos da biela e da alavanca em relação ao da manivela. Aplicando-se pequenos deslocamentos à barra de referência (manivela), pode-se obter o trabalho realizado e chegar à expressão do torque na mesma, necessário a resistir à carga. Para otimização do projeto, pode-se adaptar uma ou várias molas à alavanca, analisando-se sua posição ideal que minimize os piques de carga. Também as reações dos apoios na base podem ser calculadas [9] e otimizadas pelo emprego de molas convenientemente escolhidas e localizadas.

Balanco Energético

É o início do estudo dinâmico que dá uma estimativa da variação da velocidade do sistema referida a uma determinada barra, como a manivela, por exemplo. Os cálculos cinemáticos que não levam em consideração a aceleração angular da manivela estão sujeitos a erro, considerando-se que geralmente varia a velocidade angular dessa barra. Neste trabalho, entretanto, essa flutuação é le-

vada em conta nas equações gerais do movimento, tendo em vista a precisão nos resultados.

Nesta fase é vantajoso o conhecimento da trajetória do centro de massa do mecanismo, visando-se a uma melhor distribuição das massas que permita decréscimo na flutuação referida.

KREUTZINGER [10] mostra como se pode gerar, como uma curva de um ponto da biela, a trajetória do centro de massa das barras móveis de um mecanismo de quatro barras. O trabalho também dá orientação para o projeto de um mecanismo cuja trajetória do centro de massa foi gerada como uma curva de um ponto da biela. O processo é gráfico e se vale do teorema de ROBERTS-CHEBYSHEV. Também DOBROVOL'SKII [11] e WUNDERLICH [12] tratam o assunto. O primeiro, sucintamente, apresenta um método que permite a determinação da posição do centro de massa de um mecanismo articulado de quatro barras com uma certa distribuição de massa, mostrando que a trajetória desse centro de massa é semelhante à de um certo ponto da biela do mecanismo. A escolha apropriada de um pantógrafo adicionado, permite o traçado gráfico do trajeto desse centro de massa. Já o segundo, por um tratamento analítico mais elaborado, demonstra a mesma coisa, particularizando inclusive para o mecanismo biela-manivela. Essa propriedade é aproveitada para determinar as condições necessárias à redistribuição das massas nas barras, de maneira a tornar estacionário o centro total da massa de um dado mecanismo articulado.

Análise Dinâmica

Esta estabelece a equação do movimento, que permite a obtenção das velocidades e acelerações instantâneas em qualquer

ponto do ciclo de movimento do mecanismo. O uso dos computadores digitais, que aparece na tese, permite a solução numérica do problema, de um modo mais rápido e completo, facilitando sobremaneira esta análise.

Cargas Dinâmicas - Balanceamento

Conhecidas as velocidades e acelerações instantâneas da análise dinâmica anterior, os esforços sobre o mecanismo podem ser obtidos por vários métodos conhecidos, o mais antigo dos quais se deve a TALBOURDET [13] que, contudo, fez a simplificação de considerar nula a aceleração angular da manivela do mecanismo de quatro barras que estudou. MARSHALL e WALDRON [14] representam uma interessante particularização dos mecanismos articulados de alta velocidade, nos quais os torques de inércia podem sobrepujar os torques externos. O trabalho se complementa por gráficos e tabelas compilados em computador digital, o que permite a análise e projeto de tais mecanismos.

Assim, podem ser calculadas as tensões existentes nas barras e pinos para comparação com as tensões previamente obtidas da análise das cargas estáticas.

Assim, neste ponto, importância transcendente o balanceamento.

HERTRICH [15] apresenta um processo, com exemplo numérico, para o balanceamento de partes componentes de máquinas, com inércia mínima, o que pode ser útil em alguns casos.

Já BERKOF e LOWEN [16] apresentam um método muito mais geral, chamado "Método dos Vetores Linearmente Independentes",

que permite o completo balanceamento das forças aplicadas em determinados mecanismos articulados planos. O processo consiste em escrever a equação de posição do centro total de massa do mecanismo, de tal modo que os coeficientes dos termos dependentes do parâmetro tempo possam ser anulados. Consequentemente, o centro total de massa permanece estacionário, desaparecendo as forças de trepidação. O artigo citado apresenta as deduções indispensáveis e mostra aplicações práticas para mecanismos de quatro e seis barras, com distribuição arbitrária de massas. Neste trabalho, o balanceamento não foi considerado, face à riqueza de material disponível no assunto, de fácil solução.

Análise da Vibração

Será feita na próxima seção, analisando os efeitos das tolerâncias e impacto.

1.2 - Objetivos da Tese

Esta tese objetiva precipuamente a análise dinâmica de um mecanismo articulado plano de quatro barras com folga na junta de união entre a alavanca e a biela. Para tanto, foram calculados as reações de impulso em todas as articulações e o torque de impulso motor da manivela, com auxílio de um programa para o computador digital IBM /360. Para comparação com os valores de um mecanismo semelhante, mas com a restrição teórica da inexistência de folga nas articulações, foram também determinadas as reações nas juntas e o torque motor, para todo o ciclo de giro da manivela, com a utilização de um programa para o computador IBM 1130.

A originalidade da tese está absolutamente garantida, desde que, na enorme pesquisa bibliográfica feita, dentre os antigos e modernos autores, nada há que se lhe assemelhe, seja na profundidade, seja na extensão do tratamento analítico e numérico.

A folga - proveniente das tolerâncias de fabricação - estará sempre presente em todo e qualquer mecanismo, mesmo os de produção unitária. Na produção seriada, sua minimização pela montagem seletiva ou redução das tolerâncias, traria, como consequência imediata e indesejável, a maximização dos custos de montagem ou fabricação. É, portanto, uma realidade concreta que deve ser sempre considerada em todo estudo correto de conjuntos mecânicos móveis.

Vejam-se alguns trabalhos sobre o tema.

Garret e Hall [17] apresentam um estudo de síntese cinemática de um mecanismo articulado com folga nas articulações. Os efeitos dessas folgas provenientes das tolerâncias são apresentados na forma de faixas de mobilidade para os mecanismos. É feita uma avaliação estatística da faixa de mobilidade, cuja dimensão depende dos parâmetros do mecanismo, dos intervalos de variação da tolerância e da folga e da percentagem de mecanismos que se deseja operar dentro dessa faixa. A análise consiste de uma amostragem de 300 mecanismos com uma posição particular da manivela, sendo os resultados apresentados em gráficos estatísticos.

DUBOWSKY, S. e FREUDENSTEIN, F. [18] em artigos baseados em dissertação do primeiro para preenchimento dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor, apresentam um sistema unidimensional, chamado "par de impacto", cujo comportamento

dinâmico é estudado através de complexo, prolixo e exaustivo tratamento analítico. É formulado um modelo matemático de uma junta elástica com folga e são deduzidas as equações do movimento. O par de impacto é básico na determinação da resposta dinâmica do sistema com folga, incluindo o cálculo da amplificação das cargas dinâmicas, variação de frequência e características de tempo e deslocamento. Os resultados, para várias condições de operação, são ilustrados por alguns gráficos.

Mais recentemente, o mesmo DUBOWSKY volta ao tema, agora reportando-se ao "diagrama do trem", criação de GOODMAN [20], sem contudo fugir das limitações de um sistema uni-dimensional. Em todos esses artigos acima citados, de sua autoria ou co-autoria, DUBOWSKY apresenta como modelo de aplicação o mecanismo biela-manivela, dadas as restrições de método estudado.

Esse opúsculo, de simplicidade incontestável, inspirou-se nos três trabalhos acima, tendo, porém, o mérito de ser mais geral e, conseqüentemente, de aplicação mais ampla. E os objetivos foram atingidos, tendo em vista os satisfatórios resultados obtidos.

1.3 - Estratégia do Tratamento

Capítulo 2

Objetiva a determinação das reações nas juntas de um mecanismo articulado plano, como referência de comparação e confronto com as cargas dinâmicas provenientes da adição de folga em uma das uniões. Para tanto, foram inicialmente determinadas as reações, nas uniões das quatro barras, em termos das variáveis ci

nemáticas. Obtidas as componentes das acelerações do centro de gravidade de cada barra segundo duas direções ortogonais x e y , os esforços nas articulações foram calculados pela assimilação da cadeia a uma estrutura em equilíbrio por ação de um sistema de forças e torques externos e de inércia.

Para o cálculo das variáveis cinemáticas referidas, empregou-se método direto bastante conhecido e divulgado, obtendo-se, contudo, os ângulos de giro da biela e alavanca pelo emprego do "MÉTODO PROXIMITY PERTURBATION" [21], com modificações.

Finalmente foi programado para um computador digital (IBM 1130) o cálculo das reações para um ciclo completo de rotação da manivela de um determinado mecanismo.

Capítulo 3

Este capítulo constitui-se da essência da tese propriamente dita. É analisado o comportamento dinâmico de um mecanismo de quatro barras com folga em uma das articulações. Para essa verificação, o sistema foi dividido em dois sub-sistemas:

Um pêndulo duplo, formado pela manivela e biela; e

Um pêndulo simples, constituído da alavanca e do mancal de articulação da biela.

O movimento dos dois conjuntos acima é visto como uma sucessão de "MODOS DE MOVIMENTO LIVRE" e "MODOS DE IMPACTO", para o primeiro dos quais as reações nas uniões foram calculadas com base no capítulo anterior.

Para o "Modo de Impacto", um tratamento mais sofisticado

cado era exigido, e foi feito. A equação vetorial básica empregada, assim se enuncia: "O sistema de momentos antes do impacto + o sistema de impulsos externos durante o impacto = sistema de momentos após o impacto". Utilizada para cada barra individualmente, a equação permite obterem-se expressões para as reações de impulso nas articulações e o torque de impulso motor. Tendo por base as teorias clássicas do choque e do atrito entre sólidos, com variações próprias ao sistema, foram deduzidas as demais equações para obtenção dos valores que complementam as expressões das Reações requeridas. Foi analisada a rugosidade superficial das partes em contato para permitir três opções de solução:

Uma, acadêmica, para estudo comparativo: "DESLISAMENTO RELATIVO";

Outra, real, para mecanismos após longa e continuada operação: "SEM DESLISAMENTO"; e

Outra, também real e mais geral, abrangendo os dois anteriores: "DESLISAMENTO ADERENTE".

Finalmente, elaborou-se um programa para obtenção dos dados numéricos através de um computador digital (IBM /360).

II - REAÇÕES NA BASE

2.1 - Objetivos

Neste capítulo, é feita uma pesquisa para explorar as soluções possíveis do problema de calcular as reações nas articulações do mecanismo de quatro barras. Este estudo permite obter dados que serão confrontados e comparados quando do tratamento dinâmico do mecanismo em que uma das articulações é considerada sem folga e, depois, com ela.

2.2 - Simbologia

Ao longo deste trabalho, é fixado um conjunto de símbolos padronizados para o desenvolvimento da tese. Estes aparecem na Figura (2.2.1).

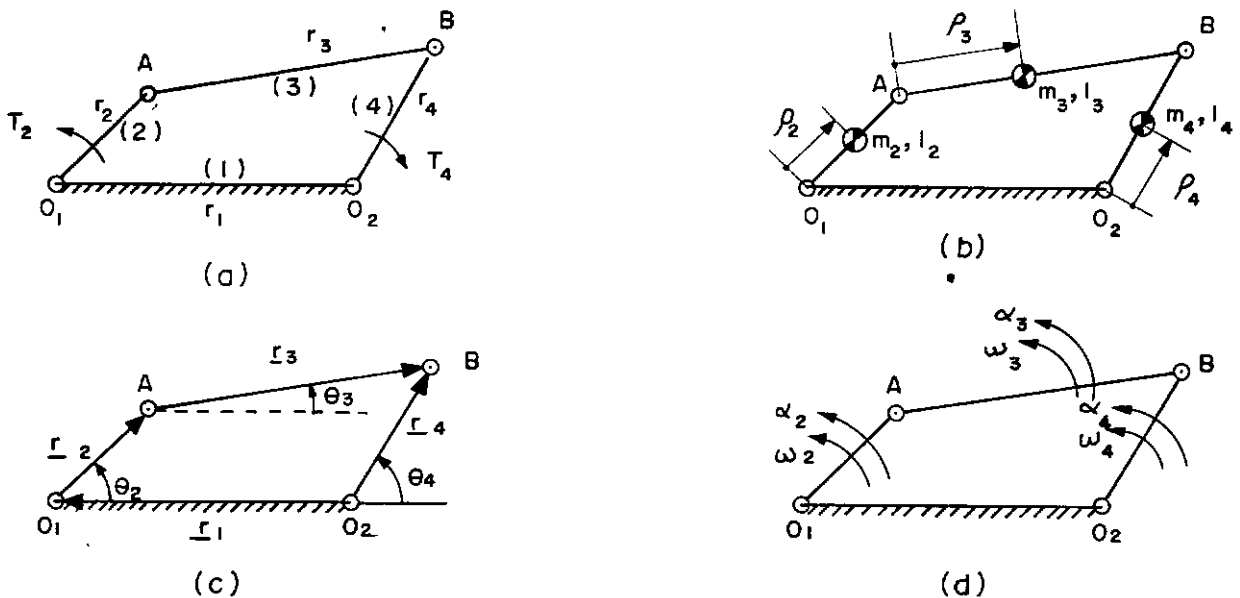


Figura (2.2.1): Simbologia

As grandezas vetoriais são diferenciadas por barras sob os respectivos símbolos. Se a mesma letra é usada sem a barra, deve-se entender tratar-se da magnitude do vetor associado.

Na Figura (2.2.1.a), os comprimentos: r_1 , r_2 , r_3 e r_4 , referem-se à base, à manivela, à biela e à alavanca, respectivamente.

Em (b), as quantidades: m_i , I_i , ρ_i ; $i = 2, 3, 4$, referem-se à massa, ao momento de inércia de massa em relação ao centro de gravidade (C.G.), e à posição do C.G. da barra, respectivamente.

Em (c), aparecem os símbolos e direções associados com os vetores $\underline{r_i}$ e os ângulos.

Em (d), ω_i e α_i indicam a velocidade angular e a aceleração de cada barra, referidas à base fixa.

T_2 e T_4 são conjugados associados às barras (2) e (4), respectivamente. O primeiro é o conjugado motor e o segundo a carga.

2.3 - Reações em Termos das Variáveis Cinemáticas

Nesta obra, as grandezas: $\theta_i, \omega_i, \alpha_i$, $i = 2, 3, 4$, serão tratadas como variáveis cinemáticas. Supondo-se que elas são definidas em um dado instante, então é possível determinar a_{x_i} e a_{y_i} (que são as componentes x e y da aceleração linear do C.G. da barra de ordem i), em termos destas variáveis. A Figura (2.3.1) apresenta as componentes de a_{x_i} e a_{y_i} .

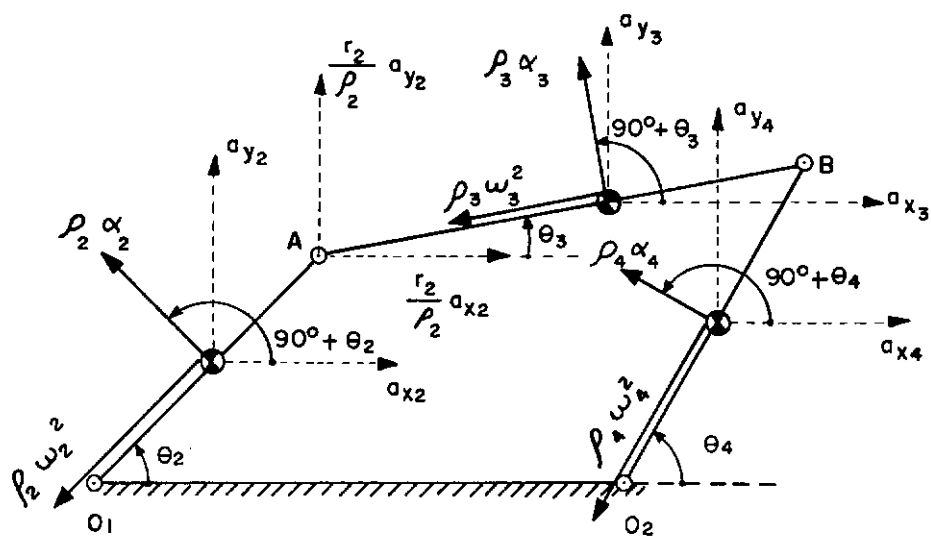


Fig. 2.3.1 - Aceleração Linear do C.G.

Da Figura (2.3.1) podem-se escrever as seguintes re
lações:

$$a_{x2} = - \rho_2 (\omega_2^2 \cos \theta_2 + \alpha_2 \sin \theta_2)$$

$$a_{y2} = - \rho_2 (\omega_2^2 \sin \theta_2 - \alpha_2 \cos \theta_2)$$

$$a_{x3} = \frac{r_2}{\rho_2} a_{x2} - \rho_3 (\omega_3^2 \cos \theta_3 + \alpha_3 \sin \theta_3)$$

(2.3.1)

$$a_{y3} = \frac{r_2}{\rho_2} a_{y2} - \rho_3 (\omega_3^2 \sin \theta_3 - \alpha_3 \cos \theta_3)$$

$$a_{x4} = - \rho_4 (\omega_4^2 \cos \theta_4 + \alpha_4 \sin \theta_4)$$

$$a_{y4} = - \rho_4 (\omega_4^2 \sin \theta_4 - \alpha_4 \cos \theta_4)$$

As reações nas articulações são determinadas consi-
derando-se que a cadeia pode ser substituída por uma estrutura sub
metida a um sistema de momentos e forças de inércia e externos.

Na figura (2.3.2), as grandezas (R_{x1}, R_{y1}) e (R_{x2}, R_{y2}) são as componentes x e y das reações em (O_1) e (O_2) respectivamente. Estas são as forças atuais transmitidas à base. Do mesmo modo, (R_{xa}, R_{ya}) e (R_{xb}, R_{yb}) são as componentes x e y das reações em (A) e (B), respectivamente. Estas são as forças transmitidas à biela (barra 3) pela manivela (barra 2) e pela alavanca (barra 4).

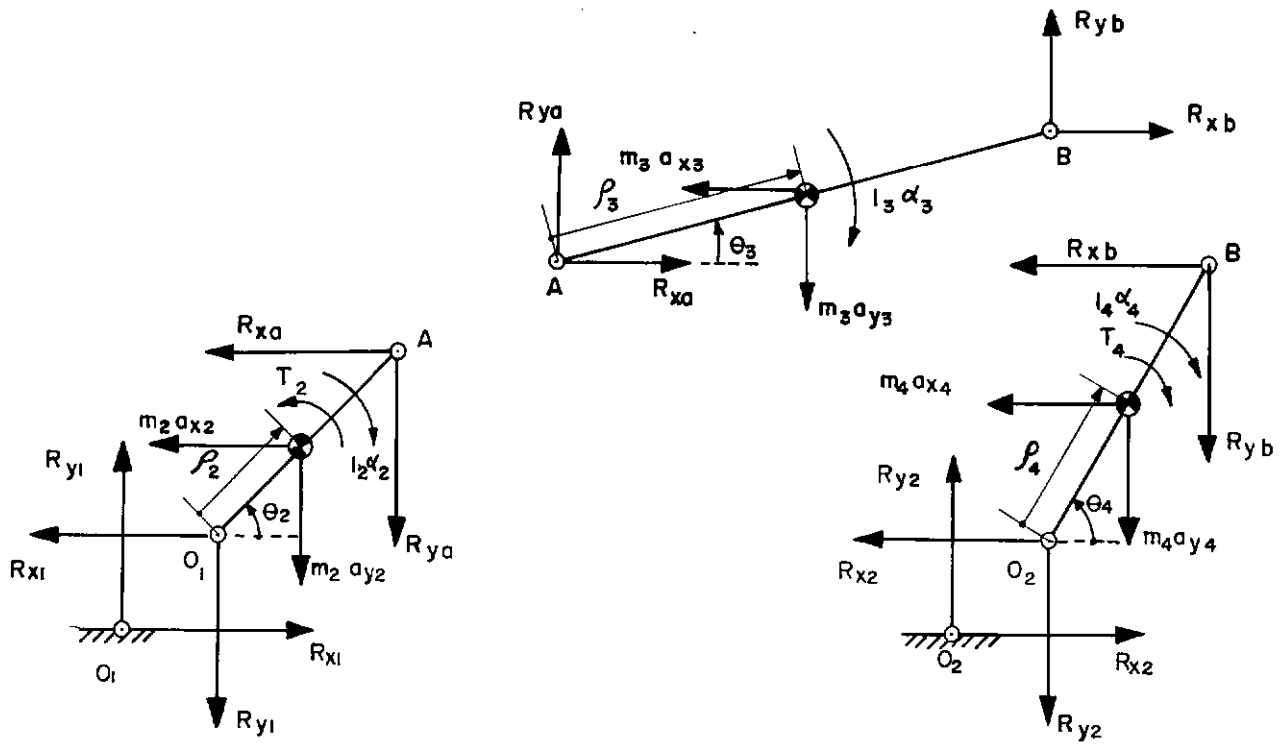


Figura (2.3.2): Sistema de Momentos e Forças

Podem-se aplicar as seguintes relações a cada uma das barras 2, 3 e 4:

$$\Sigma \text{ Forças na direção } x = 0$$

$$\Sigma \text{ Forças na direção } y = 0$$

$$\Sigma \text{ Momentos em relação ao C.G.} = 0$$

Dai, obtém-se:

(1) Barra 2

$$R_{x1} + m_2 a_{x2} + R_{xa} = 0$$

(a) }

$$\left. \begin{aligned}
 R_{y1} + m_2 a_{y2} + R_{ya} &= 0 & (b) \\
 T_2 + R_{xa} (r_2 - \rho_2) \sin \theta_2 + R_{y1} \rho_2 \cos \theta_2 &= & \\
 I_2 \alpha_2 + R_{ya} (r_2 - \rho_2) \cos \theta_2 + R_{x1} \rho_2 \sin \theta_2 &= & (c)
 \end{aligned} \right\} (2.3.2)$$

(ii) Barra 3

$$\left. \begin{aligned}
 R_{xa} + R_{xb} - m_3 a_{x3} &= 0 & (a) \\
 R_{ya} + R_{yb} - m_3 a_{y3} &= 0 & (b) \\
 R_{yb} (r_3 - \rho_3) \cos \theta_3 + R_{xa} \rho_3 \sin \theta_3 &= & \\
 I_3 \alpha_3 + R_{xb} (r_3 - \rho_3) \sin \theta_3 + R_{ya} \rho_3 \cos \theta_3 &= & (c)
 \end{aligned} \right\} (2.3.3)$$

(iii) Barra 4

$$\left. \begin{aligned}
 R_{x2} + R_{xb} + m_4 a_{x4} &= 0 & (a) \\
 R_{y2} + R_{yb} + m_4 a_{y4} &= 0 & (b) \\
 R_{xb} + (r_4 - \rho_4) \sin \theta_4 + R_{y2} \rho_4 \cos \theta_4 &= & \\
 T_4 + I_4 \alpha_4 + R_{yb} (r_4 - \rho_4) \cos \theta_4 + R_{x2} \rho_4 \sin \theta_4 &= & (c)
 \end{aligned} \right\} (2.3.4)$$

Deve-se observar que T_2 é desconhecido, enquanto T_4 é especificado. As relações acima constituem um sistema de nove equações com as nove incógnitas seguintes: (R_{x1}, R_{y1}) , (R_{x2}, R_{y2}) , (R_{xa}, R_{ya}) , (R_{xb}, R_{yb}) e T_2 .

As equações (2.3.2), (2.3.3) e (2.3.4) podem ser reapresentadas em forma matricial, obtendo-se

$$[H] \cdot \{R\} = \{B\} \quad (2.3.5)$$

onde

$$\{R\}^T = [R_{x1}, R_{y1}, R_{xa}, R_{ya}, R_{xb}, R_{yb}, R_{x2}, R_{y2}, T_2]$$

e o vetor $\{B\}$ é dado por

$$\begin{aligned} \{B\}^T = & \left[-m_2 a_{x2}, -m_2 a_{y2}, I_2 \alpha_2, m_3 a_{x3}, m_3 a_{y3}, I_3 \alpha_3, -m_4 a_{x4}, \right. \\ & \left. -m_4 a_{y4}, (T_4 + I_4 \alpha_4) \right] \end{aligned} \quad (2.3.6)$$

$[H]$ é uma matriz esparsa com (9×9) elementos. Todos estes elementos são nulos exceto os seguintes:

$$\left. \begin{aligned} h_{11} &= h_{13} = h_{22} = h_{24} = h_{39} = h_{43} = h_{45} = \\ &= h_{54} = h_{56} = h_{75} = h_{77} = h_{88} = h_{86} = 1,0 \end{aligned} \right\} \quad (2.3.7)$$

Há também doze outros elementos não-nulos nessa ma

triz $[H]$, que são os seguintes:

$$\left. \begin{aligned} h_{31} &= -\rho_2 \sin \theta_2 & ; & \quad h_{32} = \rho_2 \cos \theta_2 \\ h_{33} &= (r_2 - \rho_2) \sin \theta_2 & ; & \quad h_{34} = - (r_2 - \rho_2) \cos \theta_2 \\ h_{63} &= \rho_3 \sin \theta_3 & ; & \quad h_{64} = - \rho_3 \cos \theta_3 \\ h_{65} &= - (r_3 - \rho_3) \sin \theta_3 & ; & \quad h_{66} = (r_3 - \rho_3) \cos \theta_3 \\ h_{95} &= (r_4 - \rho_4) \sin \theta_4 & ; & \quad h_{96} = - (r_4 - \rho_4) \cos \theta_4 \\ h_{97} &= - \rho_4 \sin \theta_4 & ; & \quad h_{98} = \rho_4 \cos \theta_4 \end{aligned} \right\} (2.3.8)$$

É possível montar-se a matriz $[H]$ e o vetor $\{B\}$ para solução da equação (2.3.5) com auxílio de uma subrotina padrão. Contudo, devido à constituição da matriz $[H]$, este tratamento não é econômico do ponto de vista de computação. Smith e Maunder [22] sugeriram um processo de eliminação direta aplicado às equações originais. Este sistema é desenvolvido no Apêndice A.

As reações e T_2 são computados pelas relações seguintes, na ordem dada:

$$\begin{aligned} R_{xb} = & - \{ (I_{3A} \alpha_3) r_4 \cos \theta_4 + (T_4 + I_{402} \alpha_4) r_3 \cos \theta_3 + \\ & + (m_3 \rho_3 r_2) \left[\alpha_2 \cos (\theta_2 - \theta_3) - \omega_2^2 \sin (\theta_2 - \theta_3) \right] (r_4 \cos \theta_4) \} / \\ & r_3 r_4 \sin (\theta_3 - \theta_4) \end{aligned}$$

$$R_{yb} = - \{ (I_{3A} \alpha_3) r_4 \sin \theta_4 + (T_4 + I_{402} \alpha_4) r_3 \sin \theta_3 + \\ + (m_3 \rho_3 r_2) [\alpha_2 \cos (\theta_2 - \theta_3) - \omega_2^2 \sin (\theta_2 - \theta_3)] (r_4 \sin \theta_4) / \\ r_3 r_4 \sin (\theta_3 - \theta_4) \}$$

$$R_{x2} = - (m_4 a_{x4} + R_{xb})$$

(2.3.9)

$$R_{y2} = - (m_4 a_{y4} + R_{yb})$$

$$R_{xa} = - R_{xb} + m_3 a_{x3}$$

$$R_{ya} = - R_{yb} + m_3 a_{y3}$$

$$R_{x1} = - (m_2 a_{x2} + R_{xa})$$

$$R_{y1} = - (m_2 a_{y2} + R_{ya})$$

$$T_2 = I_{201} \alpha_2 + R_{ya} (r_2 \cos \theta_2) - R_{xa} (r_2 \sin \theta_2)$$

onde

$$I_{201} = I_2 + m_2 \rho_2^2$$

$$I_{3A} = I_3 + m_3 \rho_3^2$$

$$I_{402} = I_4 + m_4 \rho_4^2$$

(2.3.10)

2.4 - Cálculo Direto das Variáveis Cinemáticas

As relações para as reações e T_2 desenvolvidas na seção anterior foram obtidas considerando-se que são conhecidas as variáveis cinemáticas θ_1 , ω_1 , e α_1 para as barras 2, 3 e 4. Nesta seção o método clássico de cálculo direto dessas variáveis é examinado e a solução será dada por um método mais eficiente desenvolvido na seção seguinte.

Considere-se o mecanismo de quatro barras articuladas da Figura (2.4.1.a). Em (b), o mesmo mecanismo está desenhado para a outra configuração possível.

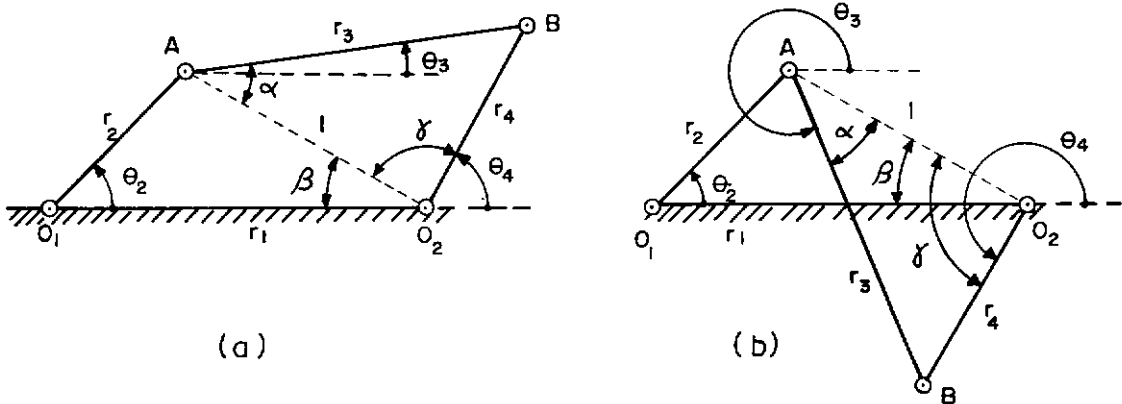


Figura 2.4.1: Configurações

A configuração em (b) é chamada configuração cruzada.

Do triângulo $O_1 A O_2$ pode-se escrever:

$$l^2 = r_1^2 + r_2^2 - 2 r_1 r_2 \cos \theta_2$$

$$r_2^2 = r_1^2 + \ell^2 - 2 r_1 \ell \cos \beta$$

Do triângulo $O_2 BA$ pode-se escrever:

$$r_4^2 = r_3^2 + \ell^2 - 2 r_3 \ell \cos \alpha$$

$$r_3^2 = r_4^2 + \ell^2 - 2 r_4 \ell \cos \gamma ,$$

expressões que se aplicam a ambas configurações. Os ângulos α , β e γ que aparecem nas expressões anteriores, são todos positivos e não maiores que π .

Dessas relações, pode-se escrever:

$$\ell = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2 r_1 r_2 \cos \theta_2}$$

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{r_3^2 + \ell^2 - r_4^2}{2 r_3 \ell} = C_\alpha ; \quad \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = S_\alpha \\ \cos \beta &= \frac{r_1^2 + \ell^2 - r_2^2}{2 r_1 \ell} = C_\beta ; \quad \sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} = S_\beta \\ \cos \gamma &= \frac{r_4^2 + \ell^2 - r_3^2}{2 r_4 \ell} = C_\gamma ; \quad \sin \gamma = \sqrt{1 - \cos^2 \gamma} = S_\gamma \end{aligned} \right\} \quad (2.4.1)$$

Os sinais dos numeradores das três últimas expressões definem completamente os valores dos ângulos α , β e γ . Deve-se notar que $\sin \alpha$, $\sin \beta$ e $\sin \gamma$ são quantidades positivas.

Para calcular θ_3 e θ_4 , deve considerar-se dois campos de variações distintos para θ_2 , ou seja:

$$\pi \geq \theta_2 \geq 0 \quad \text{e} \quad 2\pi \geq \theta_2 \geq \pi$$

Os mecanismos da Figura (2.4.1) foram redesenhados na Figura (2.4.2) para mostrar os ângulos quando

$$2\pi \geq \theta_2 \geq \pi$$

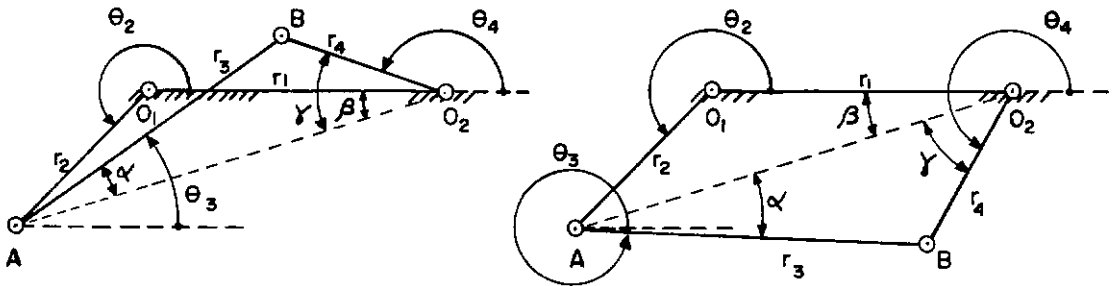


Figura 2.4.2: $2\pi \geq \theta_2 \geq \pi$

Examinando as Figuras (2.4.1) e (2.4.2), pode compor-se o quadro (2.4.1). Como apenas os senos e cossenos dos ângulos θ_3 e θ_4 são necessários nas expressões para as reações e T_2 , os mesmos são também incluídos no quadro em termos das quantidades computadas nas equações (2.4.1).

Quadro (2.4.1): Seno e Cosseno de θ_3 e θ_4

	NÃO CRUZADO		CRUZADO	
	$\pi \geq \theta_2 \geq 0$	$2\pi \geq \theta_2 \geq \pi$	$\pi \geq \theta_2 \geq 0$	$2\pi \geq \theta_2 \geq \pi$
θ_3	$(\alpha - \beta)$	$(\alpha + \beta)$	$-(\alpha + \beta)$	$-(\alpha - \beta)$
θ_4	$\pi - (\alpha + \beta)$	$\pi - (\gamma - \beta)$	$\pi + (\gamma - \beta)$	$\pi + (\gamma + \beta)$
$\cos \theta_3$	$(C_\alpha C_\beta + S_\alpha S_\beta)$	$(C_\alpha C_\beta - S_\alpha S_\beta)$	$(C_\alpha C_\beta - S_\alpha S_\beta)$	$(C_\alpha C_\beta + S_\alpha S_\beta)$
$\sin \theta_3$	$(S_\alpha C_\beta - C_\alpha S_\beta)$	$(S_\alpha C_\beta + C_\alpha S_\beta)$	$-(S_\alpha C_\beta + C_\alpha S_\beta)$	$-(S_\alpha C_\beta - C_\alpha S_\beta)$
$\cos \theta_4$	$-(C_\gamma C_\beta - S_\gamma S_\beta)$	$-(C_\gamma C_\beta + S_\gamma S_\beta)$	$-(C_\gamma C_\beta + S_\gamma S_\beta)$	$-(C_\gamma C_\beta - S_\gamma S_\beta)$
$\sin \theta_4$	$(S_\gamma C_\beta + C_\gamma S_\beta)$	$(S_\gamma C_\beta - C_\gamma S_\beta)$	$-(S_\gamma C_\beta - C_\gamma S_\beta)$	$-(S_\gamma C_\beta + C_\gamma S_\beta)$

Para determinar as variáveis restantes, ou seja, ω_1 e α_1 , será aplicado o método dos números complexos, onde as barras são representadas por vetores que aparecem sob a forma de números complexos.

Referindo-se à Figura (2.4.3), pode escrever-se:

$$\underline{r_1} + \underline{r_2} + \underline{r_3} = \underline{r_4}$$

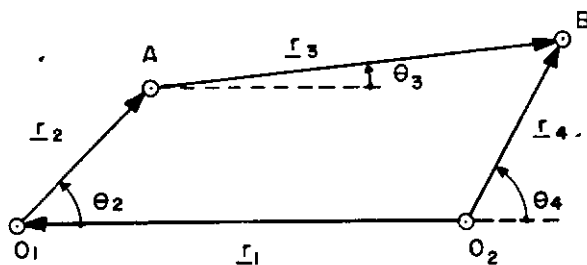


Figura 2.4.3: Representação Vetorial

Substituindo r_1 por $r_1 e^{j\theta_1}$ onde $j = \sqrt{-1}$, obtém-se:

$$r_1 e^{j\theta_1} + r_2 e^{j\theta_2} + r_3 e^{j\theta_3} = r_4 e^{j\theta_4}$$

Substituindo $(\cos \theta_1 + j \sin \theta_1)$ por $(e^{j\theta_1})$ e notando

que

$$\theta_1 = \pi$$

obtem-se as seguintes relações:

$$\left. \begin{aligned} - r_1 + r_2 \cos \theta_2 + r_3 \cos \theta_3 &= r_4 \cos \theta_4 \\ r_2 \sin \theta_2 + r_3 \sin \theta_3 &= r_4 \sin \theta_4 \end{aligned} \right\} \quad (2.4.2)$$

Derivando as equações (2.4.2) em relação ao tempo,

e notando que

$$\dot{\theta}_1 = \omega_1$$

obtem-se:

$$\left. \begin{aligned} [r_3 \sin \theta_3] \omega_3 - [r_4 \sin \theta_4] \omega_4 &= - r_2 \omega_2 \sin \theta_2 \\ [r_3 \cos \theta_3] \omega_3 - [r_4 \cos \theta_4] \omega_4 &= - r_2 \omega_2 \cos \theta_2 \end{aligned} \right\} \quad (2.4.3)$$

Donde

$$\omega_3 = -\omega_2 \left[\frac{r_2}{r_3} \cdot \frac{\sin(\theta_2 - \theta_4)}{\sin(\theta_3 - \theta_4)} \right]$$

$$\omega_4 = -\omega_2 \left[\frac{r_2}{r_4} \cdot \frac{\sin(\theta_2 - \theta_3)}{\sin(\theta_3 - \theta_4)} \right]$$

(2.4.4)

Derivando as equações (2.4.3) mais uma vez em relação do tempo, e notando que

$$\dot{\omega}_1 = \alpha_1,$$

obtem-se:

$$\left. \begin{aligned} & \left[r_3 \sin \theta_3 \right] \alpha_3 - r_4 \left[\sin \theta_4 \right] \alpha_4 = \\ & \left[r_4 \omega_4^2 \cos \theta_4 \right] - \left[r_2 \alpha_2 \sin \theta_2 + r_2 \omega_2^2 \cos \theta_2 + r_3 \omega_3^2 \cos \theta_3 \right] \\ & \left[r_3 \cos \theta_3 \right] \alpha_3 - \left[r_4 \cos \theta_4 \right] \alpha_4 = \\ & \left[r_2 \omega_2^2 \sin \theta_2 + r_3 \omega_3^2 \sin \theta_3 \right] - \left[r_2 \alpha_2 \cos \theta_2 + r_4 \omega_4^2 \sin \theta_4 \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.4.5)$$

Donde

$$\alpha_3 = \alpha_2 \left(\frac{\omega_3}{\omega_2} \right) - r_2 \left[\omega_2^2 \cos(\theta_2 - \theta_4) + r_3 \omega_3^2 \cos(\theta_3 - \theta_4) - r_4 \omega_4^2 \right] / \left[r_3 \sin(\theta_3 - \theta_4) \right]$$

$$\left| \alpha_4 = \alpha_2 \left(\frac{\omega_3}{\omega_2} \right) - \left[r_2 \omega_2^2 \cos (\theta_2 - \theta_3) - r_4 \omega_4^2 \cos (\theta_3 - \theta_4) + \right. \right. \\ \left. \left. r_3 \omega_3^2 \right] / \left[r_4 \sin (\theta_3 - \theta_4) \right] \right| \quad (2.4.6)$$

As equações (2.4.1), (2.4.4), (2.4.6) e o quadro (2.4.1) são as relações necessárias para a determinação das variáveis cinemáticas. É óbvio que o cálculo de θ_3 e θ_4 é o mais complexo de todos.

A seção seguinte se propõe a desenvolver um novo caminho que evita essas complexidades. Baseia-se no uso direto das relações (2.4.2), de um modo semelhante ao "PROXIMITY PERTURBATION METHOD", originalmente apresentado por Mansour e Osman [21].

2.5 - Desenvolvimento do Método "PROXIMITY PERTURBATION"

As equações (2.4.2) podem ser escritas sob a forma

$$f_1 (\theta_3, \theta_4) = 0$$

$$f_2 (\theta_3, \theta_4) = 0$$

Seja $(\theta_3^0$ e $\theta_4^0)$ uma solução aproximada destas relações acima. Então, os valores exatos, $(\theta_3$ e $\theta_4)$, são dados por

$$\theta_3 = \theta_3^0 + \delta \theta_3$$

$$\theta_4 = \theta_4^0 + \delta \theta_4$$

onde $(\delta\theta_3$ e $\delta\theta_4)$ são correções para $(\theta_3^0$ e $\theta_4^0)$, respectivamente. Assim, pode escrever-se:

$$f_1 (\theta_3^0 + \delta\theta_3, \theta_4^0 + \delta\theta_4) = 0$$

$$f_2 (\theta_3^0 + \delta\theta_3, \theta_4^0 + \delta\theta_4) = 0$$

Desenvolvendo pela série de Taylor em torno dos pontos $(\theta_3^0$ e $\theta_4^0)$ e conservando os primeiros termos, obtém-se

$$\delta\theta_3 \left(\frac{\partial f_1}{\partial \theta_3} \right)_0 + \delta\theta_4 \left(\frac{\partial f_1}{\partial \theta_4} \right)_0 = - f_1 (\theta_3^0, \theta_4^0)$$

$$\delta\theta_3 \left(\frac{\partial f_2}{\partial \theta_3} \right)_0 + \delta\theta_4 \left(\frac{\partial f_2}{\partial \theta_4} \right)_0 = - f_2 (\theta_3^0, \theta_4^0)$$

onde o subscrito "o", que aparece nos termos entre parênteses indica que a quantidade referida é avaliada para θ_3^0 e θ_4^0 .

Das equações (2.4.2), podem escrever-se as seguintes relações:

$$- f_1 (\theta_3^0, \theta_4^0) = - \left[- r_1 + r_2 \cos \theta_2 + r_3 \cos \theta_3^0 - r_4 \cos \theta_4^0 \right] = u$$

$$\left(\frac{\partial f_1}{\partial \theta_3} \right)_0 = - r_3 \sin \theta_3^0 = u_1$$

$$\left(\frac{\partial f_1}{\partial \theta_4} \right)_0 = r_4 \sin \theta_4^0 = u_2$$

$$-f_2(\theta_3^0, \theta_4^0) = -\left[r_2 \sin \theta_2 + r_3 \sin \theta_3^0 - r_4 \sin \theta_4^0\right] = v \quad (2.5.1)$$

$$\left(\frac{\partial f_2}{\partial \theta_3}\right)_0 = r_3 \cos \theta_3^0 = v_1$$

$$\left(\frac{\partial f_2}{\partial \theta_4}\right)_0 = -r_4 \cos \theta_4^0 = v_2$$

As equações que definem as correções, são:

$$\begin{bmatrix} u_1 & u_2 \\ v_1 & v_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta\theta_3 \\ \delta\theta_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}$$

Daí

$$\left. \begin{aligned} \delta\theta_3 &= (uv_2 - vu_2)/d \\ \delta\theta_4 &= (vu_1 - uv_1)/d \\ d &= u_1v_2 - u_2v_1 \end{aligned} \right\} \quad (2.5.2)$$

onde

Se $(\delta\theta_3)$ e $(\delta\theta_4)$ são quase zero, pode considerar-se que as coordenadas θ_3 e θ_4 foram determinadas. Se $|\delta\theta_3|$ e/ou $|\delta\theta_4|$ não estão dentro da tolerância aceitável, uma nova iteração é iniciada com os novos valores $(\theta_3^0 + \delta\theta_3)$ e $(\theta_4^0 + \delta\theta_4)$ tomando o lugar dos anteriores θ_3^0 e θ_4^0 . Não há nenhum problema com relação à convergência. A chave da escolha de $(\theta_3^0$ e $\theta_4^0)$, os valores iniciais da 1ª iteração para um valor particular de θ_2 , está em tomar os valores finais de θ_3 e θ_4 que são associados ao primeiro θ_2 . Com esta escolha é as-

segurada a continuidade e consistência desses valores.

O movimento do mecanismo é iniciado quando $\theta_2 = 0$, e θ_2 se incrementa uniformemente no sentido trigonométrico. Para $\theta_2 = 0$, o valor exato de θ_3 e θ_4 pode ser determinado. A figura (2.5.1) mostra a configuração do mecanismo de quatro barras quando $\theta_2 = 0$.

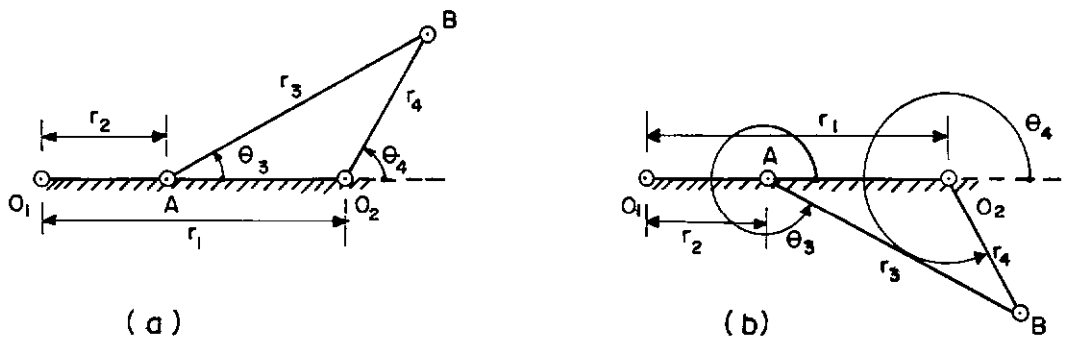


Figura (2.5.1): Valores iniciais de θ_3 e θ_4

Os valores iniciais de θ_3 e θ_4 são dados por:

$$\begin{aligned} \cos \theta_3 &= \frac{r_3^2 + (r_1 - r_2)^2 - r_4^2}{2 r_3 (r_1 - r_2)} ; \quad \sin \theta_3 = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \theta_3} \\ \cos \theta_4 &= \frac{r_3^2 - (r_1 - r_2)^2 - r_4^2}{2 r_4 (r_1 - r_2)} ; \quad \sin \theta_4 = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \theta_4} \end{aligned} \quad (2.5.3)$$

onde o sinal mais é escolhido para o mecanismo não cruzado (Fig. a). Esta escolha é feita apenas no início da computação. O método "proximity perturbation" manterá os valores restantes que são compatíveis com a escolha do sinal.

Como os próprios ângulos θ_3 e θ_4 não são necessários, mas sim, seus senos e cossenos, deve pensar-se somente em termos destes últimos, fazendo-se uso das duas seguintes relações:

$$\text{sen } (\theta_1^0 + \delta\theta_1) = \text{sen } \theta_1^0 \cos \delta\theta_1 + \cos \theta_1^0 \text{sen } \delta\theta_1$$

$$\cos (\theta_1^0 + \delta\theta_1) = \cos \theta_1^0 \cos \delta\theta_1 - \text{sen } \theta_1^0 \text{sen } \delta\theta_1$$

A estratégia de aplicação do método "PROXIMITY PERTURBATION" está delineada no diagrama em blocos da Figura (2.5.2). O Quadro (2.5.1) dá os símbolos analíticos e os respectivos códigos para a programação que se seguirá.

Na figura (2.5.2), os BLOCOS (I) e (II) podem ser ignorados desde que se desejem apenas os valores dos senos e cossenos de θ_3 e θ_4 para os diferentes valores que assume o ângulo θ_2 . Estes blocos são necessários na computação das reações na base, o que se discutirá na seção seguinte.

Quadro (2.5.1): CODIFICAÇÃO PARA A FIGURA (2.5.2)

SIMBOLO ANALÍTICO	SIMBOLO CODIFICADO
$r_1, r_2, r_3, r_4, \theta_2$	R1, R2, R3, R4, TH2(I)
$\text{sen } \theta_3, \text{sen } \theta_4, \text{cos } \theta_3, \text{cos } \theta_4$	S3, S4, C3, C4
$\text{sen } \theta_2, \text{cos } \theta_2$	S2, C2
$u, u_1, u_2, v, v_1, v_2, d$	U, U1, U2, V, V1, V2, D
$\delta\theta_3, \delta\theta_4$	D3, D4
$\text{sen}(\delta\theta_3), \text{cos}(\delta\theta_3), \text{sen}(\delta\theta_4), \text{cos}(\delta\theta_4)$	SD3, CD3, SD4, CD4
Tolerância para convergência da Iteração	T ϕ L
Nº de Intervalos, I.É., Nºtotal de θ_2 S + 1	N
SINAL \pm DAS EQUAÇÕES (2.5.3)	CØNST=1, PARA NÃO CRUZADO CØNST=-1, PARA CRUZADO

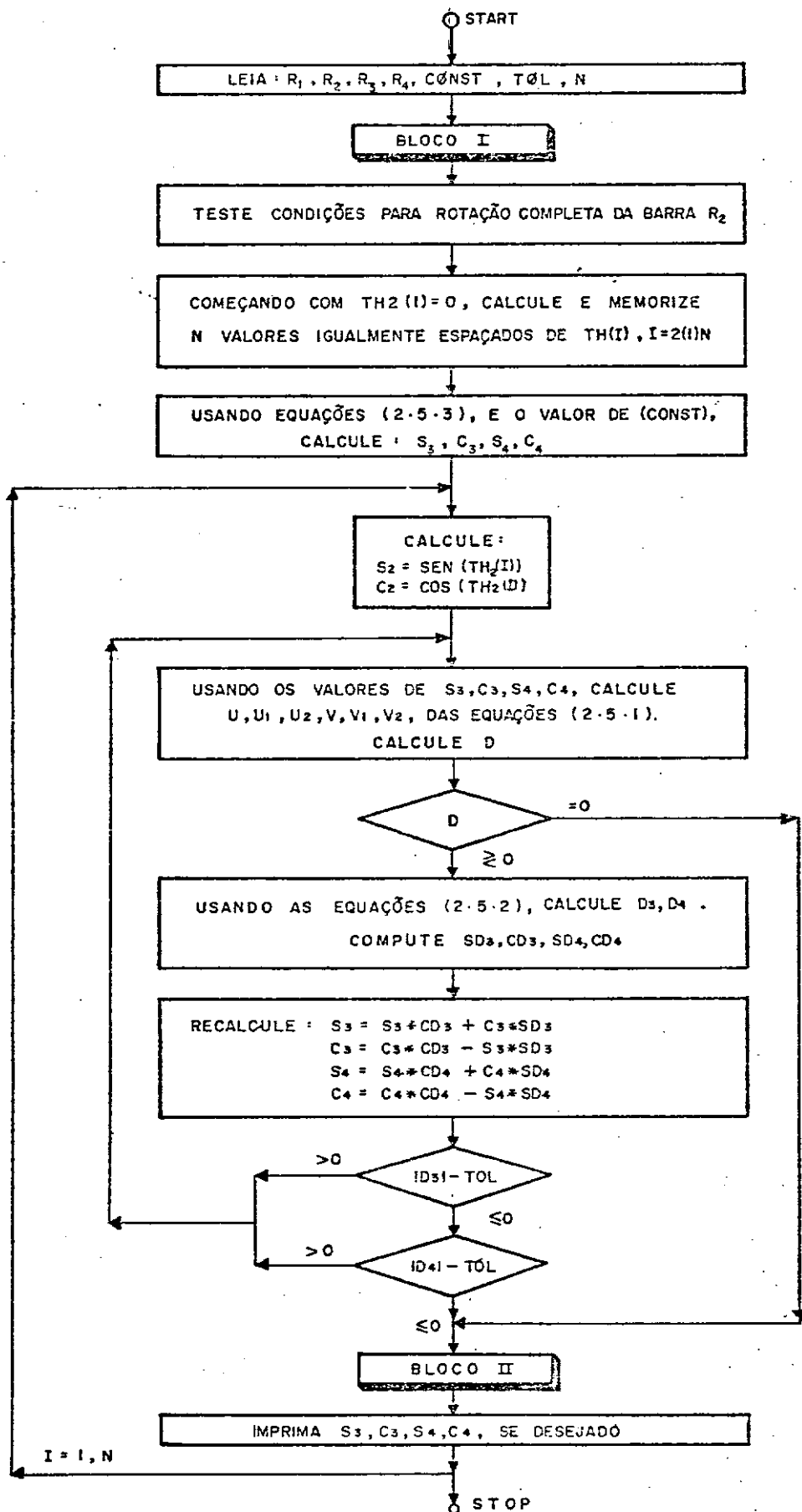


FIGURA (2.5.2) :- MÉTODO "PROXIMITY PERTURBATION"

2.6 - Estratégia para o Cálculo das Reações na Base

Nas seções anteriores, foram desenvolvidas as relações necessárias ao cálculo das reações T e T2. Nesta seção é estabelecida a estratégia geral de computação. De fato, o esquema geral é exatamente o mesmo da Figura (2.5.2), depois de identificar os Blocos (I) e (II). Os detalhes do Bloco (I) aparecem na Figura (2.6.1).

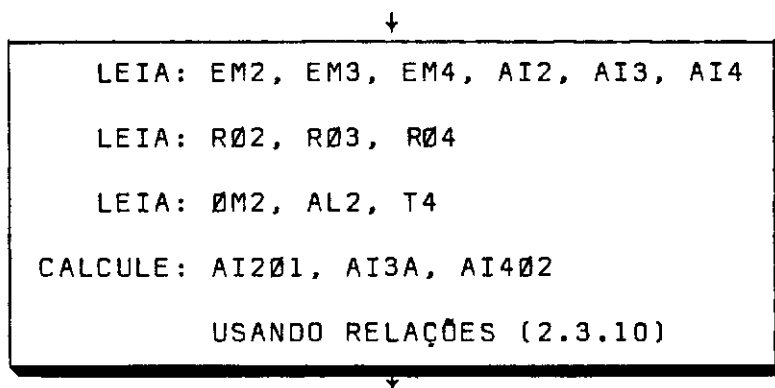


Figura (2.6.1): Bloco (I)

Os detalhes do Bloco (II) aparecem na Figura(2.6.2)

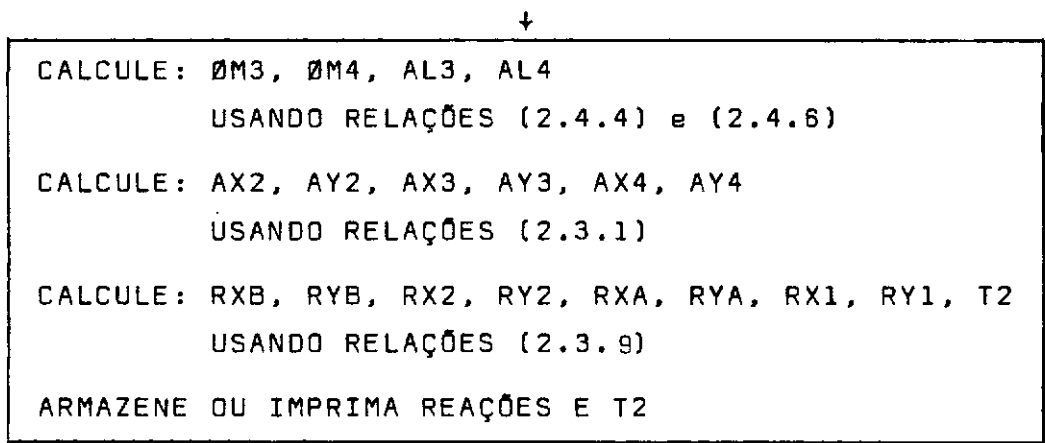


Figura (2.6.2): Bloco (II)

Ao computar ω_3 , ω_4 , α_3 , α_4 , usando as equações (2.4.4) e (2.4.6), são necessárias as seguintes relações:

$$\sin (\theta_1 - \theta_j) = \sin \theta_1 \cos \theta_j - \cos \theta_1 \sin \theta_j$$

$$\cos (\theta_1 - \theta_j) = \cos \theta_1 \cos \theta_j + \sin \theta_1 \sin \theta_j$$

O quadro (2.6.1) dá a equivalência para as Figuras (2.6.1) e (2.6.2)

Quadro (2.6.1): Codificação para as Figuras (2.6.1) e (2.6.2)

SIMBOLO ANALÍTICO	SIMBOLO CODIFICADO
$m_2, m_3, m_4, I_2, I_3, I_4$	EM2, EM3, EM4, AI2, AI3, AI4
$\rho_2, \rho_3, \rho_4, \omega_2, \alpha_2, T_4$	RØ2, RØ3, RØ4, ØM2, AL2, T4
$I_{20_1}, I_{3A}, I_{40_2}$	AI2Ø1, AI3A, AI4Ø2
$\omega_3, \omega_4, \alpha_3, \alpha_4$	ØM3, ØM4, AL3, AL4
$a_{x2}, a_{y2}, a_{x3}, a_{y3}, a_{x4}, a_{y4}$	AX2, AY2, AX3, AY3, AX4, AY4
$R_{xb}, R_{yb}, R_{x2}, R_{y2}, R_{xa}, R_{ya}$	RXB, RYB, RX2, RY2, RXA, RYA
R_{x1}, R_{y1}, T_2	RX1, RY1, T2

A estratégia é complementada no programa de computador. O programa cobre um grande número de classes de mecanismos e é de interesse geral. Por essa razão, a listagem completa aparece no Apêndice B, com exemplificação numérica.

III - FORÇAS DE IMPACTO DEVIDAS A FOLGA NAS ARTICULAÇÕES

3.1 - Objetivos

Neste capítulo, é analisado o comportamento dinâmico de um mecanismo de quatro barras articuladas, com folga em uma dessas articulações. O sistema integral é visualizado como se fora composto de duas partes distintas, como se mostra na Figura (3.1.1).

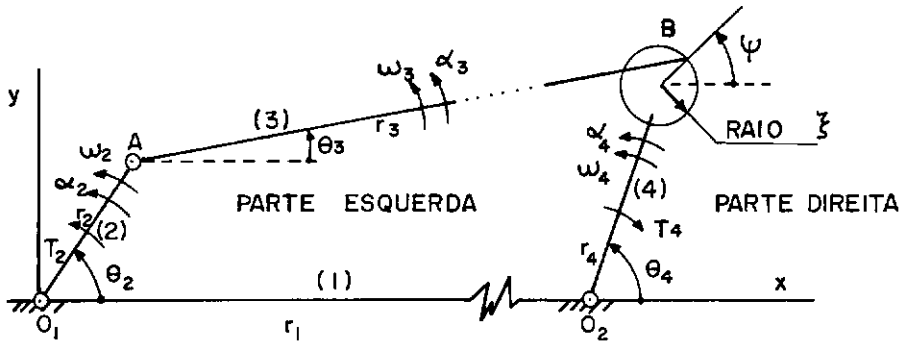


Figura 3.1.1: Mecanismo como dois Sistemas de Pêndulos

A parte da esquerda é um duplo-pêndulo, composto das barras r_2 e r_3 .

A parte da direita é um pêndulo simples formado pela alavanca r_4 e o mancal em B. Supõe-se a existência de uma folga ξ na conexão de pino em B. Esta folga é simulada por uma circunferência de raio ξ na extremidade de r_4 . O comprimento r_4 é medido de O_2 ao centro da circunferência.

Quando a manivela motriz gira com uma velocidade angular constante ω_2 , são transmitidas forças à alavanca em uma su-

cessão de impactos que se aplicam em diferentes pontos da circunferência que figura o mancal. O ângulo Ψ , como aparece na Figura (3.1.1), é usado para identificar esses pontos.

3.2 - Considerações

DUBOWSKY e FREUDENSTEIN [18] mostraram que a duração do impacto de uma conexão de pino típica está na vizinhança de 10^{-4} segundos. Este tempo está associado com um deslocamento da barra motriz inferior a um (1) grau, quando $\omega_2 = 100$ radianos por segundo ou menos. Consequentemente, pode-se considerar que a configuração do mecanismo praticamente não muda durante o impacto. Assim, o movimento dos dois sistemas de pêndulos pode ser visto como uma sucessão de MODOS DE MOVIMENTO LIVRE interrompidos por uma sucessão de impactos. As equações que governam esses modos são desenvolvidas nas seções seguintes.

3.3 - Modo de Movimento Livre

Seguindo o mesmo caminho delineado na seção 2.3, e levando em consideração as forças de gravidade, o sistema de forças e momentos será como aparece na Figura (3.3.1).

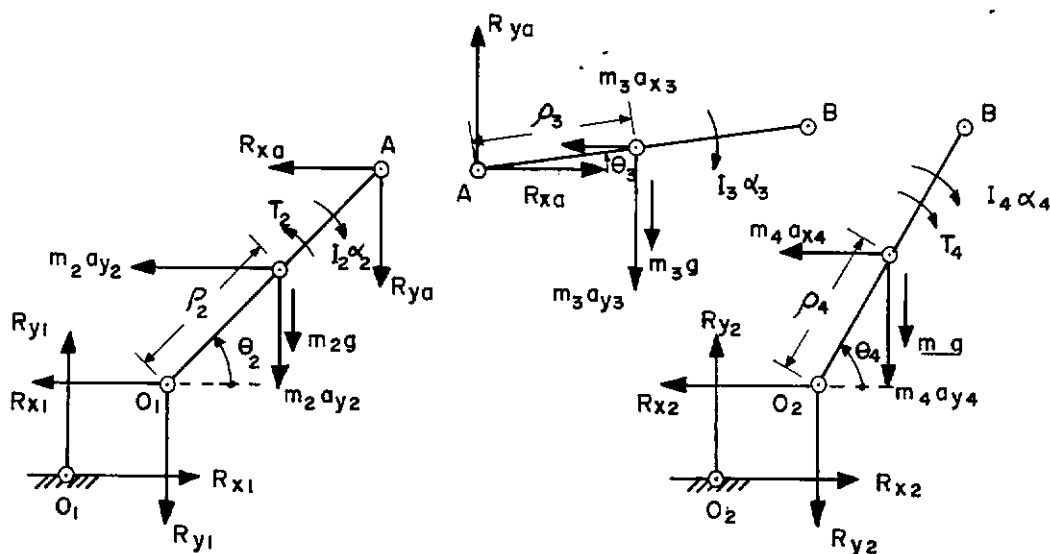


Figura 3.3.1: Sistema de Forças e Momentos no Modo de Movimento Livre

As expressões de \$(a_{x2}, a_{y2}, a_{x3}, a_{y3}, a_{x4}\$ e \$a_{y4})\$ são as mesmas das relações (2.3.1).

Considerando o equilíbrio de forças e momentos em cada barra, podem ser obtidas equações para as reações em termos das variáveis cinemáticas.

Assim, pode escrever-se:

(1) BARRA 2

$$R_{x1} + m_2 a_{x2} + R_{xa} = 0 \quad (a)$$

$$R_{y1} + m_2 a_{y2} + R_{ya} + m_2 g = 0 \quad (b)$$

$$\left. \begin{aligned} T_2 + R_{xa} (r_2 - \rho_2) \sin \theta_2 + R_{y1} \rho_2 \cos \theta_2 &= \\ I_2 \alpha_2 + R_{ya} (r_2 - \rho_2) \cos \theta_2 + R_{x1} \rho_2 \sin \theta_2 &= \end{aligned} \right\} (c) \quad (3.3.1)$$

(ii) BARRA 3

$$\left. \begin{aligned} R_{xa} - m_3 a_{x3} &= 0 & (a) \\ R_{ya} - m_3 a_{y3} - m_3 g &= 0 & (b) \\ R_{xa} \rho_3 \sin \theta_3 = I_3 \alpha_3 + R_{ya} \rho_3 \cos \theta_3 & & (c) \end{aligned} \right\} (3.3.2)$$

(iii) BARRA 4

$$\left. \begin{aligned} R_{x2} + m_4 a_{x4} &= 0 & (a) \\ R_{y2} + m_4 a_{y4} + m_4 g &= 0 & (b) \\ R_{y2} \rho_4 \cos \theta_4 = T_4 + I_4 \alpha_4 + & & \\ R_{x2} \rho_4 \sin \theta_4 & & (c) \end{aligned} \right\} (3.3.3)$$

As reações eo conjugado T_2 são obtidos por eliminação direta, aparecendo as expressões finais respectivas nas linhas a seguir:

(i) Pêndulo Simples

A equação diferencial que governa seu movimento é dada por

$$\alpha_4 = - (T_4 + m_4 g \rho_4 \cos \theta_4) / I_{4O_2} \quad (3.3.4)$$

As reações em O_2 são dadas em termos de a_{x4} e a_{y4} , pelas seguintes relações:

$$\left. \begin{aligned} R_{x2} &= - m_4 a_{x4} \\ R_{y2} &= - (m_4 a_{y4} + m_4 g) \end{aligned} \right\} \quad (3.3.5)$$

(ii) Pêndulo Duplo

A equação diferencial que governa seu movimento é dada por

$$\alpha_3 = - \left\{ \frac{m_3 \rho_3 r_2}{I_{3A}} \left[\alpha_2 \cos (\theta_2 - \theta_3) - \omega_2^2 \sin (\theta_2 - \theta_3) \right] + \frac{m_3 g \rho_3}{I_{3A}} \cos \theta_3 \right\} \quad (3.3.6)$$

As reações em A e O_1 são dadas, em termos de a_{x3} , a_{y3} , a_{x2} e a_{y2} , pelas seguintes relações:

$$R_{xa} = m_3 a_{x3}$$

$$R_{ya} = m_3 a_{y3} + m_3 g$$

$$R_{x1} = - (m_2 a_{x2} + R_{xa}) \quad (3.3.7)$$

$$R_{y1} = - (m_2 a_{y2} + R_{ya} + m_2 g)$$

$$T_2 = I_{20_1} \alpha_2 + m_2 g \rho_2 \cos \theta_2 - R_{xa} r_2 \sin \theta_2 + R_{ya} r_2 \cos \theta_2$$

O desenvolvimento das relações anteriores está delineado no Apêndice C.

Este modo se inicia no instante $t = t^*$, ao término exato de um impacto. As condições iniciais para (3.3.4) são representadas por ω_4^* e θ_4^* . As condições iniciais para (3.3.6) são dadas por ω_3^* e θ_3^* .

Introduzindo as abreviações:

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= r_2 \cos \theta_2 + r_3 \cos \theta_3 - r_4 \cos \theta_4 - r_1 \\ u_2 &= r_2 \sin \theta_2 + r_2 \sin \theta_3 - r_4 \sin \theta_4, \end{aligned} \right\} \quad (3.3.8)$$

pode-se mostrar que o "MODO DE MOVIMENTO LIVRE" prevalece até que seja violada a seguinte condição:

$$\boxed{u_1^2 + u_2^2 \leq \xi^2} \quad (3.3.9)$$

com

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{u_2}{u_1} \quad (3.3.10)$$

3.4 - Modo de Impacto

Será levada em consideração a rugosidade superficial do mancal em B.

Durante o impacto, uma força \underline{P} na direção (Ψ) é considerada existir junto com outra força \underline{Q} na direção normal a (Ψ) , como aparece na Figura (3.4.1).

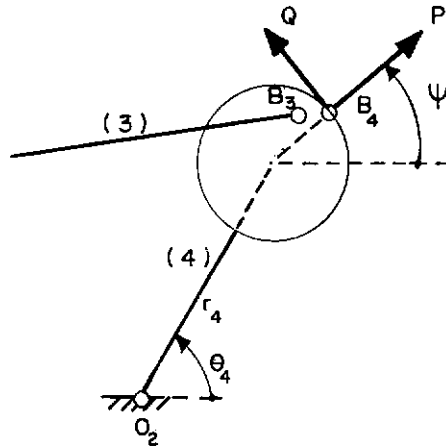


Figura 3.4.1: Forças de Impacto no Mancal

No ponto de contato há dois pontos distintos, B_4 e B_3 . B_4 pertence à barra 4 e B_3 à 3.

As notações seguintes são introduzidas para indicar os impulsos externos nas juntas:

$$\underline{F} = \int \underline{P} \, dt ; \underline{f} = \int \underline{Q} \, dt ; \underline{Q}_{x1} = \int (\delta R_{x1}) \, dt ;$$

$$\underline{Q}_{y1} = \int (\delta R_{y1}) \, dt ; \underline{Q}_{xa} = \int (\delta R_{xa}) \, dt ; \underline{Q}_{ya} = \int (\delta R_{ya}) \, dt ; (3.4.1)$$

$$\underline{Q}_{x2} = \int (\delta R_{x2}) \, dt ; \underline{Q}_{y2} = \int (\delta R_{y2}) \, dt ; \underline{I}_2 = \int (\delta I_2) \, dt ,$$

onde (δR_{x1}) indica a reação de impulso em O_1 na direção x , como resultado do impacto na articulação B, etc. Deve-se entender que cada integração nas relações anteriores é feita durante a duração do impulso: $\Delta t \cdot \underline{P}$ e \underline{Q} são consideradas positivas nas direções indicadas.

A equação vetorial básica é dada por:

Momentos do sistema antes do impacto + sistema
de impulsos externos durante o impacto = momentos do sistema depois do impacto.

 (3.4.2)

As equações escalares são obtidas das relações anteriores:

- (a) Somando os momentos lineares e forças de impulso na direção x ;
- (b) Somando os momentos lineares e as forças de impulso na direção y ;
- (c) A soma dos momentos angulares antes dele, com os conjugados de impulso externos através do impacto, é igual à soma dos momentos angulares depois do mesmo, quando estas quantidades são calculadas em relação ao mesmo ponto.

A relação anterior é aplicada para cada barra separadamente.

(1) Para a Alavanca

A equação vetorial é tirada da Figura (3.4.2)

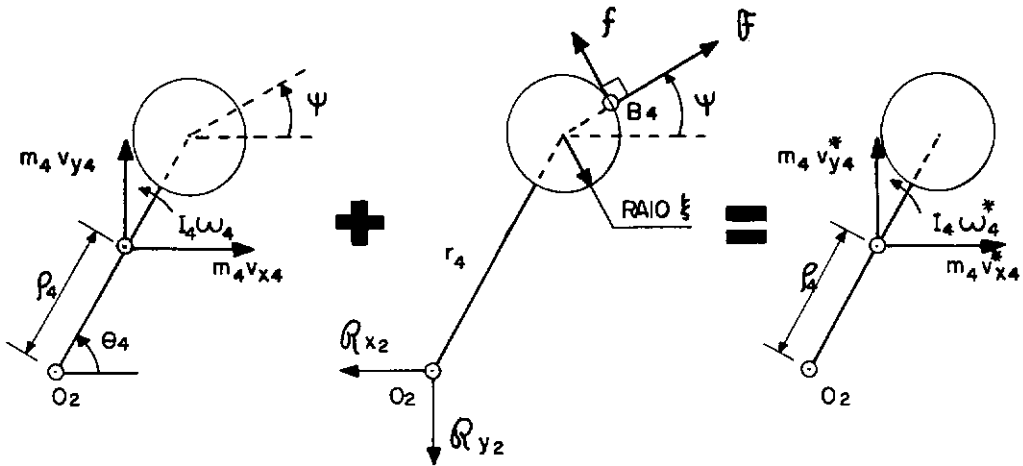


Figura 3.4.2: Sistema de Impulsos para a Barra 4

As três equações do sistema são dadas por:

$$m_4 v_{x4} - R_{x2} + F \cos \psi - f \sin \psi = m_4 v_{x4}^* \quad (a)$$

$$m_4 v_{y4} - R_{y2} + F \sin \psi + f \cos \psi = m_4 v_{y4}^* \quad (b)$$

e, tomando os momentos em relação a O_2 ,

$$I_4 \omega_4 + m_4 \rho_4 \{v_{y4} \cos \theta_4 - v_{x4} \sin \theta_4\} -$$

$$F r_4 \sin (\theta_4 - \psi) + f [r_4 \cos (\theta_4 - \psi) + \xi] =$$

$$I_4 \omega_4^* + m_4 \rho_4 \{v_{y4}^* \cos \theta_4 - v_{x4}^* \sin \theta_4\} \quad (c)$$

(3.4.3)

Os termos $\{v_{y4} \cos \theta_4 - v_{x4} \sin \theta_4\}$ e $\{v_{y4}^* \cos \theta_4 - v_{x4}^* \sin \theta_4\}$ podem ser substituídos por $\{\rho_4 \omega_4\}$ e $\{\rho_4 \omega_4^*\}$, respectivamente.

A equação (3.4.3 c) pode ser rerepresentada na forma:

$$I_{40_2} (\omega_4^* - \omega_4) = - \bar{F} r_4 \sin (\theta_4 - \Psi) + f \left[r_4 \cos (\theta_4 - \Psi) + \xi \right] \quad (3.4.4)$$

As equações (3.4.3 a) e (3.4.3 b) podem ser rerepresentadas nas formas:

$$\begin{aligned} R_{x2} &= \bar{F} \cos \Psi - f \sin \Psi + \left[m_4 \rho_4 \sin \theta_4 \right] \left[\omega_4^* - \omega_4 \right] \quad (a) \\ R_{y2} &= \bar{F} \sin \Psi + f \cos \Psi - \left[m_4 \rho_4 \cos \theta_4 \right] \left[\omega_4^* - \omega_4 \right] \quad (b) \end{aligned} \quad (3.4.5)$$

(ii) Para a Biela

A equação vetorial é tirada da Figura (3.4.3)

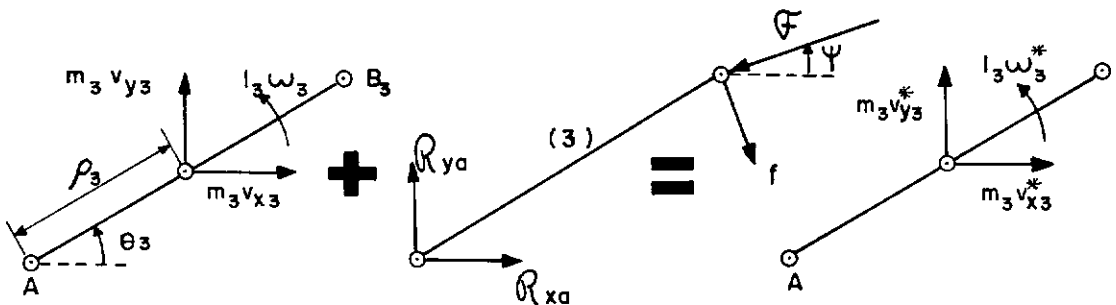


Figura 3.4.3: Sistema de Impulsos para a Barra 3.

As três equações são dadas por:

$$m_3 v_{x3} + R_{xa} - F \cos \Psi + f \sin \Psi = m_3 v_{x3}^* \quad (a)$$

$$m_3 v_{y3} + R_{ya} - F \sin \Psi - f \cos \Psi = m_3 v_{y3}^* \quad (b)$$

e, tomando os momentos em relação a A,

$$I_3 \omega_3 + m_3 \rho_3 \{v_{y3} \cos \theta_3 - v_{x3} \sin \theta_3\} +$$

$$F r_3 \sin (\theta_3 - \Psi) - f r_3 \cos (\theta_3 - \Psi) =$$

$$I_3 \omega_3^* + m_3 \rho_3 \{v_{y3}^* \cos \theta_3 - v_{x3}^* \sin \theta_3\} \quad (c)$$

(3.4.6)

Os termos $\{v_{y3} \cos \theta_3 - v_{x3} \sin \theta_3\}$ e $\{v_{y3}^* \cos \theta_3 - v_{x3}^* \sin \theta_3\}$ são as componentes da velocidade do C.G. da barra 3 em uma direção normal à barra. Referindo-se à Figura (3.4.4) pode escrever-se:

$$\begin{bmatrix} v_{G3} \end{bmatrix}^{(n)} = \begin{bmatrix} v_A \end{bmatrix}^{(n)} + \begin{bmatrix} v_{G3/A} \end{bmatrix}^{(n)}$$

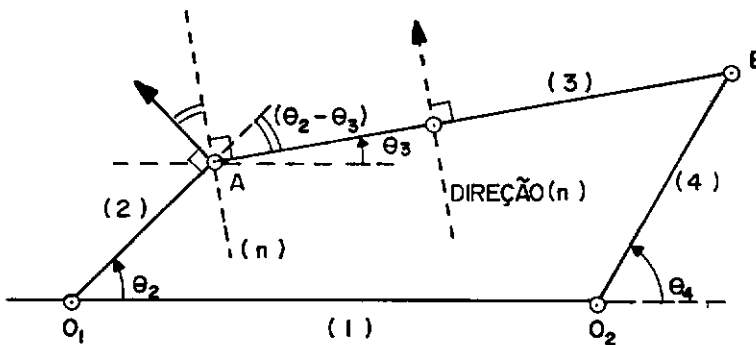


Figura 3.4.4: Velocidade do C.G. da Barra 3

Daf

$$v_{y3} \cos \theta_3 - v_{x3} \sin \theta_3 = r_2 \omega_2 \cos (\theta_2 - \theta_3) + \rho_3 \omega_3$$

e

$$v_{y3}^* \cos \theta_3 - v_{x3}^* \sin \theta_3 = r_2 \omega_2^* \cos (\theta_2 - \theta_3) + \rho_3 \omega_3^*$$

Desse modo, a equação (3.4.6 c) toma a forma

$$I_{3A} (\omega_3^* - \omega_3) = F r_3 \sin (\theta_3 - \psi) - f r_3 \cos (\theta_3 - \psi) - [m_3 \rho_3 r_2 \cos (\theta_2 - \theta_3)] [\omega_2^* - \omega_2] \quad (3.4.7)$$

O último termo à direita, na equação (3.4.7), se anulará por ter-se considerado ω_2 como constante.

Os termos semelhantes que aparecem na análise a seguir serão mantidos, tendo em vista a generalização.

As equações (3.4.6 a) e (3.4.6 b) podem ser rearrumadas para obter-se:

$$\begin{aligned} Q_{xa} &= F \cos \psi - f \sin \psi - [m_3 \rho_3 \sin \theta_3] [\omega_3^* - \omega_3] - \\ &\quad [m_3 r_2 \sin \theta_2] [\omega_2^* - \omega_2] \quad (a) \\ Q_{ya} &= F \sin \psi + f \cos \psi + [m_3 \rho_3 \cos \theta_3] [\omega_3^* - \omega_3] + \\ &\quad [m_3 r_2 \cos \theta_2] [\omega_2^* - \omega_2] \quad (b) \end{aligned} \quad (3.4.8)$$

(iii) Para a Manivela

A equação vetorial é tirada da Figura (3.4.5)

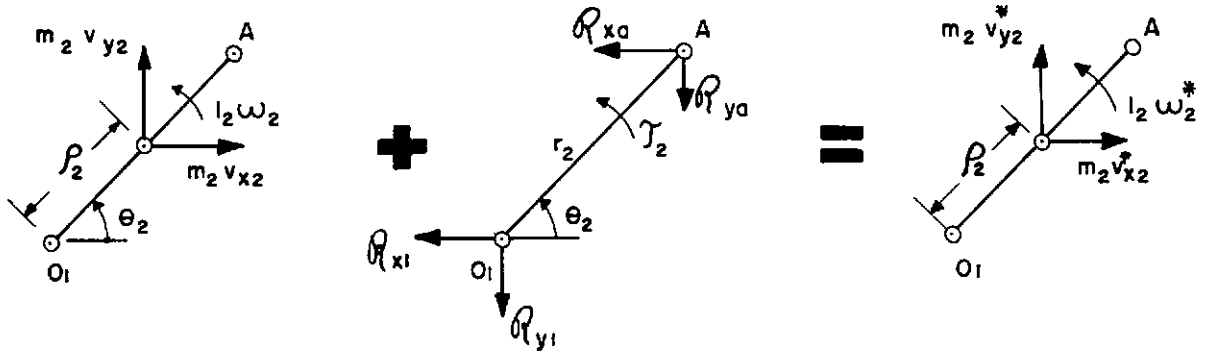


Figura 3.4.5: Sistema de Impulsos para a Barra 2

As três equações são dadas por

$$m_2 v_{x2} - R_{x1} - R_{xa} = m_2 v_{x2}^* \quad (a)$$

$$m_2 v_{y2} - R_{y1} - R_{ya} = m_2 v_{y2}^* \quad (b)$$

e tomando os momentos em relação a O_1 ,

$$I_2 \omega_2 + m_2 \rho_2 \{v_{y2} \cos \theta_2 - v_{x2} \sin \theta_2\} + \mathcal{T}_2 +$$

$$R_{xa} \cdot r_2 \sin \theta_2 - R_{ya} r_2 \cos \theta_2 =$$

$$I_2 \omega_2^* + m_2 \rho_2 \{v_{y2}^* \cos \theta_2 - v_{x2}^* \sin \theta_2\} \quad (c)$$

(3.4.9)

Os termos $\{v_{y2} \cos \theta_2 - v_{x2} \sin \theta_2\}$ e $\{v_{y2}^* \cos \theta_2 -$

$v_{x2}^* \text{ sen } \theta_2$ } são substituídos por $\{\rho_2 \omega_2\}$ e $\{\rho_2 \omega_2^*\}$, respectivamente.

A relação (3.4.9 c) toma a forma:

$$\boxed{T_2 = r_2 [R_{ya} \cos \theta_2 - R_{xa} \sin \theta_2] + I_{2O_1} [\omega_2^* - \omega_2]} \quad (3.4.10)$$

Rearrmando (3.4.9 a) e (3.4.9 b), obtém-se:

$$\boxed{\begin{aligned} R_{x1} &= - R_{xa} + [m_2 \rho_2 \sin \theta_2] [\omega_2^* - \omega_2] & (a) \\ R_{y1} &= - R_{ya} + [m_2 \rho_2 \cos \theta_2] [\omega_2^* - \omega_2] & (b) \end{aligned}} \quad (3.4.11)$$

As características do motor de acionamento podem permitir uma variação de ω_2 no momento do impacto, isto é, $\omega_2^* \neq \omega_2$. Para facilidade de análise na presente investigação, será adotada, ao longo da mesma, a simplificação $\omega_2^* = \omega_2$.

O exame das relações (3.4.5), (3.4.8), (3.4.10) e (3.4.11) revela que o conhecimento das quatro variáveis:

$$(\omega_4^*, \omega_3^*, \mathcal{F} \text{ e } f)$$

é necessário para possibilitar a avaliação das reações de impulso em O_1 , O_2 e A, bem como o torque de impulso motor T_2 . São necessárias quatro relações independentes para permitir o cálculo das variáveis mencionadas acima. As equações (3.4.4) e (3.4.7) possibilitam o cálculo de duas delas. Uma terceira relação pode ser obtida valendo-se da definição do coeficiente de restituição (e). A quarta relação necessária é obtida ao definir-se a natureza e dimensão de f em relação a \mathcal{F} . Estas duas últimas relações são de -

envolvidas nas seções seguintes.

3.5 - Coefficiente de Restituição

O impacto em B é excêntrico e, em geral, oblíquo. A direção Ψ representa a linha de impacto se as superfícies são lisas, isto é, se $\underline{f} = \underline{0}$. Para o caso geral em que $\underline{f} \neq \underline{0}$, a linha de impacto se desloca para uma outra direção Ψ^* que é a da resultante de \underline{f} e $\underline{\hat{F}}$. Ψ^* é considerado invariante durante o impacto e é dado por:

$$\Psi^* = \Psi + \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{f}{\hat{F}} \right) \quad (3.5.1)$$

como se vê na Figura 3.5.1

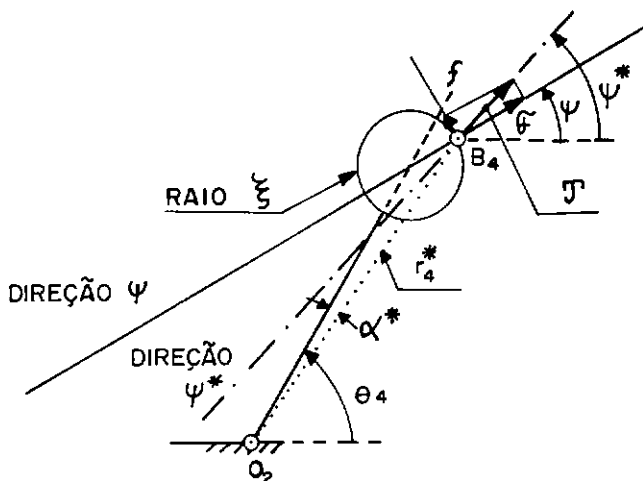


Figura 3.5.1: Linha de Impacto

Na figura (3.5.1), r^* indica a distância $O_2 B_4$, e α^* indica o ângulo entre $O_2 B_4$ e a barra 4. Eles são dados por:

$$\begin{aligned} r^* &= \sqrt{r_4^2 + \xi^2 + 2 r_4 \xi \cos (\theta_4 - \Psi)} \\ \text{sen } \alpha^* &= \frac{\xi}{r^*} \text{sen } (\theta_4 - \Psi) \end{aligned} \quad (3.5.2)$$

As componentes das velocidades de B_3 e B_4 na direção Ψ^* são dados por

$$\left\{ \left[v_{B3} \right]_{\Psi^*} \text{ e } \left[v_{B4} \right]_{\Psi^*} \right\}, \text{ respectivamente,}$$

antes do impacto, e por

$$\left\{ \left[v_{B3}^* \right]_{\Psi^*} \text{ e } \left[v_{B4}^* \right]_{\Psi^*} \right\}, \text{ respectivamente,}$$

após o impacto.

A resultante de \underline{G} e \underline{f} , que age na direção Ψ^* , é dada por \underline{J} .

A figura (3.5.2) mostra as componentes das velocidades de B_3 e B_4 na direção Ψ^* .

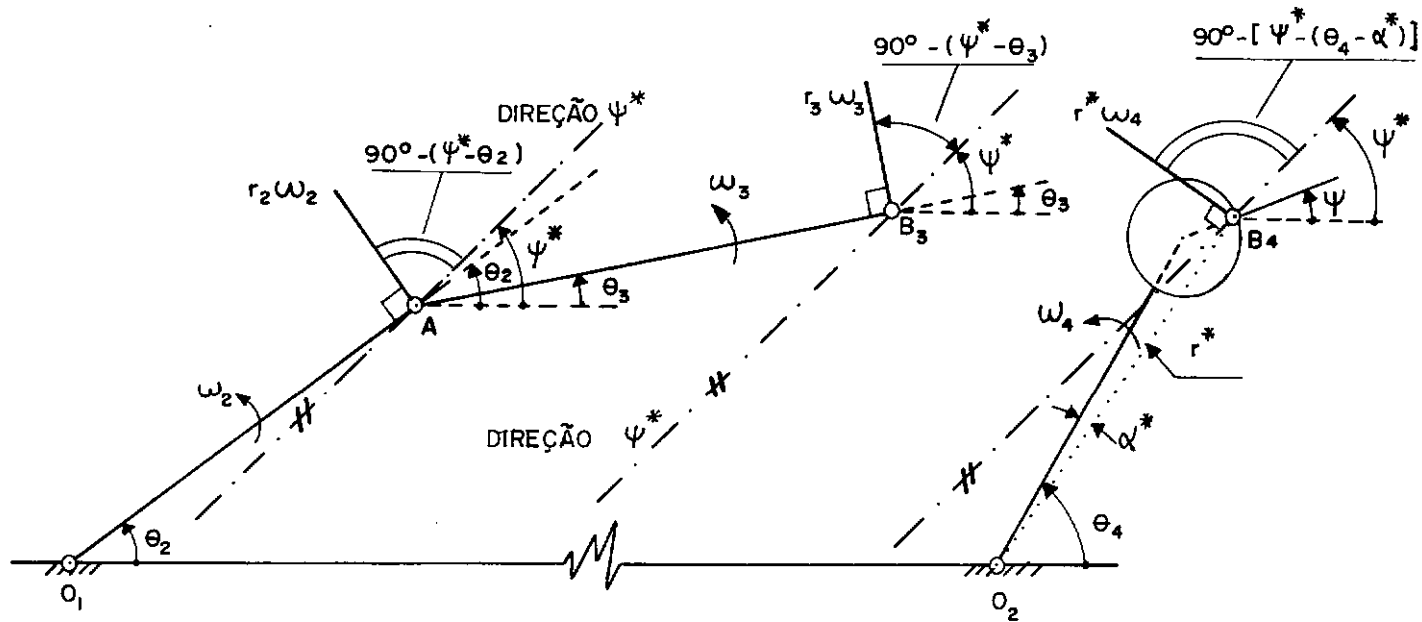


Figura 3.5.2: Componentes das Velocidades de B₃ e B₄ na direção ψ*

Como

$$[v_{B3}]_{\psi^*} = [v_A]_{\psi^*} + [v_{B3/A}]_{\psi^*},$$

Pode escrever-se

$$\left. \begin{aligned} [v_{B3}]_{\psi^*} &= - \left[r_2 \omega_2 \sin(\theta_2 - \psi^*) + r_3 \omega_3 \sin(\theta_3 - \psi^*) \right] \\ [v_{B4}]_{\psi^*} &= - r^* \omega_4 \sin(\theta_4 - \psi^* - \alpha^*) \end{aligned} \right\} \quad (3.5.3)$$

Durante o impacto, duas fases ocorrem em sucessão:

(i) Fase de Deformação

Esta fase se inicia quando é estabelecido o contato entre B_3 e B_4 . De início, as duas velocidades na direção Ψ^* são diferentes e, em consequência, as duas superfícies de contato iniciam a deformar-se. As velocidades $[v_{B3}]_{\Psi^*}$ e $[v_{B4}]_{\Psi^*}$ continuam a variar durante a deformação. A fase termina quando as duas velocidades na direção Ψ^* assumem o mesmo valor, isto é,

$$[v'_{B3}]_{\Psi^*} = [v'_{B4}]_{\Psi^*}$$

A aspa sobrescrita indica, no que se segue, o valor das variáveis no fim da fase de deformação. Durante a deformação, J assume um valor médio que é indicado aqui por J_d , o subscrito (d) referindo-se à fase de deformação.

(ii) Fase de Restituição

Durante esta fase a deformação se relaxa. Ao final da fase de restituição, a separação de B_3 e B_4 se faz com duas velocidades diferentes:

$$[v^*_{B3}]_{\Psi^*} \text{ e } [v^*_{B4}]_{\Psi^*}, \text{ respectivamente.}$$

Durante esta fase, J assume um valor médio indicado por J_r , o subscrito (r) referindo-se à fase de restituição.

Por definição, o coeficiente de restituição é dado pela relação:

$$e = \frac{J_r}{J_d} \quad (3.5.4)$$

Para determinar a relação entre as velocidades antes do impacto e depois dele, consideram-se as barras (r_4) e (r_3) separadamente.

(1) Barra 4

A figura (3.5.3) mostra o sistema de impulsos durante a fase de deformação.

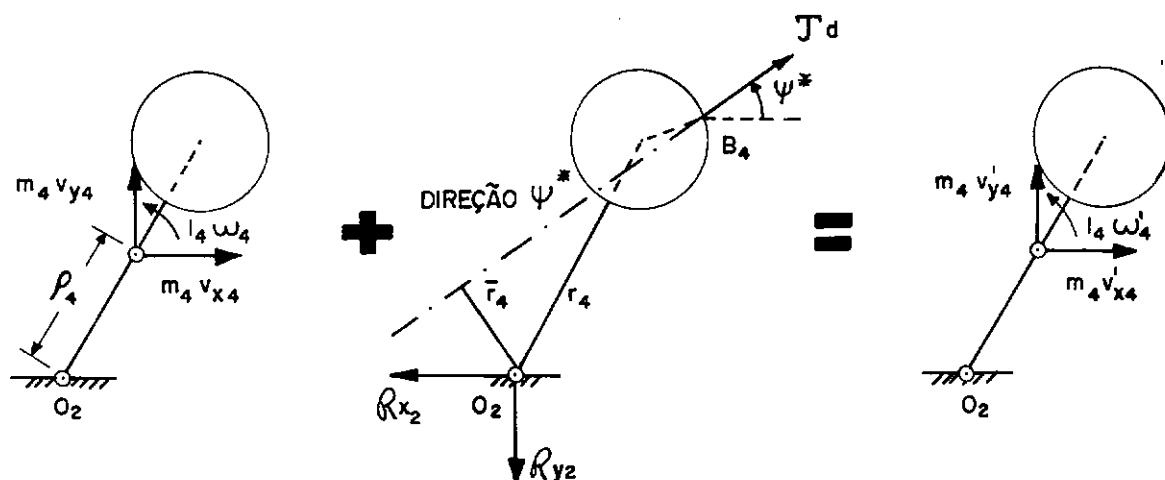


Figura 3.5.3: Sistema de Impulsos, na Fase de Deformação, da Barra 4

Na Figura (3.5.3), as aspas indicam os valores das variáveis ao final da fase de deformação, como mencionado anteriormente. Tomando os momentos em relação a O_2 , e representando por \bar{r}_4 a distância entre a direção Ψ^* , que passa por B_4 , e O_2 , obtem-se:

$$I_4 \omega_4^* + m_4 \rho_4 \left[v_{y4} \cos \theta_4 - v_{x4} \sin \theta_4 \right] - J_d \bar{r}_4 =$$

$$I_4 \omega_4' + m_4 \rho_4 \left[v_{y4}' \cos \theta_4 - v_{x4}' \sin \theta_4 \right]$$

que pode ser simplificada para chegar-se a:

$$I_{40_2} \omega_4 - J_d \bar{r}_4 = I_{40_2} \omega_4' \quad (3.5.5)$$

Um tratamento semelhante, para a fase de restituição, leva à seguinte relação:

$$I_{40_2} \omega_4' - J_r \bar{r}_4 = I_{40_2} \omega_4^* \quad (3.5.6)$$

Combinando-se as equações (3.5.5) e (3.5.6) e utilizando-se a definição de (e) dada por (3.5.4), obter-se-á:

$$e = \frac{J_r}{J_d} = \frac{\omega_4^* - \omega_4'}{\omega_4' - \omega_4} = \frac{\left[v_{B4}^* \right]_{\Psi^*} - \left[v_{B4}' \right]_{\Psi^*}}{\left[v_{B4}' \right]_{\Psi^*} - \left[v_{B4} \right]_{\Psi^*}} \quad (3.5.7)$$

(11) Barra 3

A figura (3.5.4) mostra o sistema de impulsos durante a fase de deformação

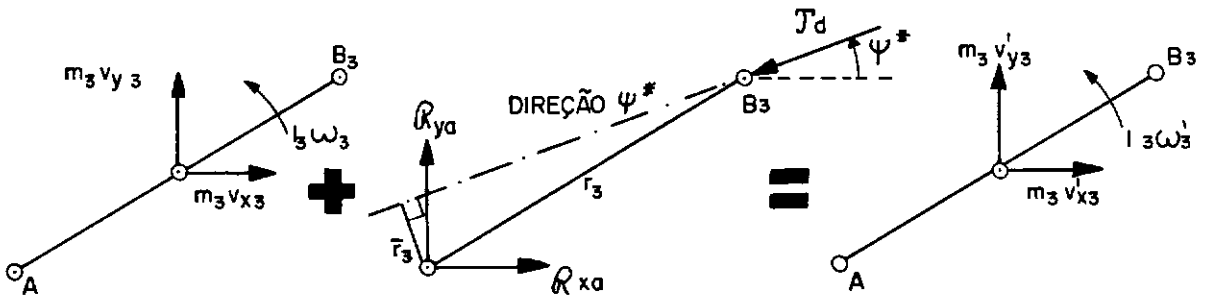


Figura 3.5.4: Sistema de Impulsos, na Fase de Deformação, da Barra 3

Tomando os momentos em relação a A e representando por \bar{r}_3 a distância entre a direção Ψ^* , que passa por B_3 , e A, obtem-se:

$$I_3 \omega_3 + m_3 \rho_3 \{v_{y3} \cos \theta_3 - v_{x3} \sin \theta_3\} + J_d \bar{r}_3 =$$

$$I_3 \omega'_3 + m_3 \rho_3 \{v'_{y3} \cos \theta_3 - v'_{x3} \sin \theta_3\}$$

Simplificando a relação anterior e adotando a igualdade

$$\omega'_2 = \omega_2, \text{ obtem-se:}$$

$$I_{3A} \omega_3 + J_d \bar{r}_3 = I_{3A} \omega'_3 \quad (3.5.8)$$

Uma análise similar para a fase de restituição leva

a

$$I_{3A} \omega'_3 + J_r \bar{r}_3 = I_{3A} \omega_3^* \quad (3.5.9)$$

As duas relações anteriores, junto com a (3.5.4),

dão:

$$e = \frac{J_r}{J_d} = \frac{\omega_3^* - \omega'_3}{\omega'_3 - \omega_3} = \frac{\left[v_{B3}^* \right]_{\psi^*} - \left[v_{B3}' \right]_{\psi^*}}{\left[v_{B3}' \right]_{\psi^*} - \left[v_{B3} \right]_{\psi^*}} \quad (3.5.10)$$

Lembrando que $\left[v_{B3}' \right]_{\psi^*} = \left[v_{B4}' \right]_{\psi^*}$, as relações (3.5.7) e (3.5.10) podem ser combinadas para chegar-se à relação que governa as componentes de velocidade antes do impacto e depois dele:

$$\left[v_{B3}^* \right]_{\psi^*} - \left[v_{B4}^* \right]_{\psi^*} = e \left\{ \left[v_{B4}' \right]_{\psi^*} - \left[v_{B3}' \right]_{\psi^*} \right\} \quad (3.5.11)$$

A relação acima é semelhante à forma convencional, exceto pelo fato de que as componentes são tomadas ao longo da direção ψ^* em lugar de ao longo da normal comum às superfícies em contato.

A substituição de (3.5.3) em (3.5.11) dá lugar à terceira relação entre ω_4^* e ω_3^* :

$$\begin{aligned} & \left[\sin (\theta_3 - \psi^*) \right] \omega_3^* - \left[\frac{r^*}{r_3} \sin (\theta_4 - \psi^* - \alpha^*) \right] \omega_4^* = \\ & - \left[e \sin (\theta_3 - \psi^*) \right] \omega_3 + \left[\frac{er^*}{r_3} \sin (\theta_4 - \psi^* - \alpha^*) \right] \omega_4 - \\ & \left[(1 + e) \frac{r_2}{r_3} \sin (\theta_2 - \psi^*) \right] \omega_2 \end{aligned} \quad (3.5.12)$$

As equações (3.4.4), (3.4.7) e (3.5.12) constituem três relações independentes entre as variáveis: $\{\omega_3^*, \omega_4^*, \hat{f} \text{ e } f\}$. Uma outra relação é necessária. Será desenvolvida na seção seguinte.

3.6 - Rugosidade Superficial na Articulação com Folga

Três casos podem ser observados:

(i) Caso I: Deslizamento Relativo

O deslizamento relativo entre as superfícies em contato é possível, em nível macroscópico, durante o MODO DE IMPACTO. As componentes das velocidades de B_3 e B_4 na direção tangencial, antes do impacto, são representadas por

$$\begin{bmatrix} v_{B3} \end{bmatrix}_t \text{ e } \begin{bmatrix} v_{B4} \end{bmatrix}_t, \text{ respectivamente}$$

Definimos uma função (β) pela relação:

$$\beta = \left\{ \begin{bmatrix} v_{B3} \end{bmatrix}_t - \begin{bmatrix} v_{B4} \end{bmatrix}_t \right\}$$

onde

$$\begin{bmatrix} v_{B3} \end{bmatrix}_t = \left[r_2 \omega_2 \cos(\theta_2 - \psi) + r_3 \omega_3 \cos(\theta_3 - \psi) \right] \quad (3.6.1)$$

$$\begin{bmatrix} v_{B4} \end{bmatrix}_t = \left\{ r^* \omega_4 \cos(\theta_4 - \psi - \alpha^*) \right\}$$

Para o caso I, as componentes $\begin{bmatrix} v_{B3} \end{bmatrix}_t$ e $\begin{bmatrix} v_{B4} \end{bmatrix}_t$ mudam para $\begin{bmatrix} v_{B3}^* \end{bmatrix}_t$ e $\begin{bmatrix} v_{B4}^* \end{bmatrix}_t$, respectivamente, após o impacto. Podemos

definir uma outra função (β^*) em termos destas últimas componentes pela relação:

$$\beta^* = \left\{ \left[v_{B3}^* \right]_t - \left[v_{B4}^* \right]_t \right\} \quad (3.6.2)$$

Imediatamente antes do impacto, (β) pode ser calculada. Há três possibilidades:

(a) $\beta \neq 0$

O movimento relativo está já estabelecido exatamente ao início do MODO DE IMPACTO. As forças de atrito, se houver, estão aptas a afetar este modo.

Definindo

$$\mu = \left| \frac{f}{G} \right| \quad (3.6.3)$$

onde μ é uma constante dada durante o período de impacto, então podemos considerar que f é dado por

$$f = \mu \operatorname{sgn} (\beta) \quad (3.6.4)$$

onde

$$\operatorname{sgn} (\beta) = + 1 \quad , \quad \text{se } \beta > 0$$

$$\operatorname{sgn} (\beta) = - 1 \quad , \quad \text{se } \beta < 0$$

$$\operatorname{sgn} (\beta) = 0 \quad , \quad \text{se } \beta = 0$$

Esta última equação fornece a quarta relação necessária para avaliar $(\omega_3^*, \omega_4^*, \bar{f} \text{ e } f)$, o que se obtém com as equações (3.4.4), (3.4.7), (3.5.12) e (3.6.4). Tendo computado (ω_3^*) e (ω_4^*) , pode-se calcular (β^*) .

Se se constata que $\text{sgn}(\beta^*)$ é igual a $\text{sgn}(\beta)$, então os valores computados, $(\omega_3^*, \omega_4^*, \bar{f} \text{ e } f)$, são compatíveis com o sentido inicial de \underline{f} e pode-se prosseguir com o MODO DE MOVIMENTO LIVRE. Por outro lado, se se constatar ser $\text{sgn}(\beta^*)$ diferente de $(\text{sgn } \beta)$, então \underline{f} inverteu seu sentido. Devido à rapidez do período de impacto, pode considerar-se, no caso de $\text{sgn}(\beta^*) \neq \text{sgn}(\beta)$, que o valor médio de \underline{f} é zero. Os valores de $(\omega_3^*, \omega_4^* \text{ e } \bar{f})$ são recalculados, usando-se

$$f = 0$$

(3.6.5)

em lugar da equação (3.6.4)

(b) $\beta = 0$

Não há nenhum movimento relativo no início do MODO DE IMPACTO. Os cálculos são inicialmente realizados usando-se $\{f = 0\}$, e, então, examinando-se $\text{sgn}(\beta^*)$. Se este último é diferente de zero, os cálculos são repetidos usando-se $\{f = \mu \bar{f} \text{sgn}(\beta^*)\}$ em lugar do valor anterior.

(c) $\mu = 0$

Isto indica superfícies lisas. As relações (3.4.4), (3.4.7), (3.5.12) e (3.6.5) dão os elementos necessários ao cálculo

lo de $(\omega_3^*, \omega_4^* \text{ e } \mathcal{F})$.

(ii) Caso II: Sem Deslissamento

As superfícies em contato são consideradas bastante rugosas (junta gasta). Neste caso, $\beta \neq 0$ e $\beta^* = 0$, isto é $\left[v_{B3}^* \right]_t = \left[v_{B4}^* \right]_t$. Usando (3.6.1), obtem-se

$$\omega_3^* \left[r_3 \cos (\theta_3 - \Psi) \right] - \omega_4^* \left[r^* \cos (\theta_4 - \Psi - \alpha^*) \right] = - r_2 \omega_2 \cos (\theta_2 - \Psi) \quad (3.6.6)$$

Neste caso, as equações (3.4.4), (3.4.7), (3.5.12) e (3.6.6) são as necessárias para calcular $(\omega_3^*, \omega_4^*, \mathcal{F} \text{ e } f)$. Deve-se notar que Ψ^* aparece em algumas dessas relações. Como Ψ^* depende dos valores de (f) e (\mathcal{F}) , deve-se, neste caso, adotar um processo iterativo para a solução.

(iii) Caso III: Deslissamento Aderente

Neste caso, considera-se que o deslissamento só ocorrerá se $\left| \frac{f}{\mathcal{F}} \right|$ exceder μ . Esta é a visualização mais realística da cinemática das superfícies em contato, na direção tangencial. Inicialmente, considera-se: sem deslissamento (isto é, Caso II). Resolvendo para (f) e (\mathcal{F}) , calcula-se $\left| \frac{f}{\mathcal{F}} \right|$. Se $\left| \frac{f}{\mathcal{F}} \right|$ é menor que μ , os valores computados para $(\omega_3^*, \omega_4^*, f \text{ e } \mathcal{F})$ são compatíveis com a hipótese inicial, e pode-se passar para o MODO DE MOVIMENTO LIVRE. Por outro lado, se $\left| \frac{f}{\mathcal{F}} \right|$ for encontrado maior que μ , então os cálculos são repetidos para um deslissamento relativo (Caso I).

A estratégia de computação para os dois modos é discutida nas seções seguintes.

3.7 - Estratégia de Computação para o Modo de Impacto

(1) Deslissamento Relativo

Dados $(\theta_2, \theta_3, \theta_4, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ e $\psi)$ imediatamente antes do impacto e com (ξ, e, μ) , pode-se calcular $(\omega_3^*, \omega_4^*, f$ e $f)$ com auxílio das equações (3.4.4), (3.4.7), (3.5.12) e (3.6.4). Serão introduzidas as seguintes abreviações:

$$c_1 = [c_6 - \text{sgn}(\beta) \cdot \mu \cdot c_7]$$

$$c_2 = [c_8 - \text{sgn}(\beta) \cdot \mu \cdot (c_9 + \frac{\xi}{I_{3A} \cdot I_{40_2}})]$$

$$c_3 = \frac{r_3}{I_{3A} \cdot I_{40_2}} \cdot [\text{sen}(\theta_3 - \psi^*)]$$

(3.7.1)

$$c_4 = \frac{r^*}{I_{3A} \cdot I_{40_2}} \cdot [\text{sen}(\theta_4 - \psi^* - \alpha^*)]$$

$$c_5 = \frac{(1 + e) r_2}{I_{3A} \cdot I_{40_2}} \cdot [\text{sen}(\theta_2 - \psi^*)]$$

$$c_6 = \frac{r_3}{I_{3A} \cdot I_{40_2}} [\text{sen}(\theta_3 - \psi)]$$

$$c_7 = \frac{r_3}{I_{3A} \cdot I_{40_2}} \cdot [\cos(\theta_3 - \psi)]$$

$$c_8 = \frac{r_4}{I_{3A} \cdot I_{40_2}} [\text{sen}(\theta_4 - \psi)]$$

$$c_9 = \frac{r_4}{I_{3A} \cdot I_{40_2}} \cdot [\cos(\theta_4 - \psi)]$$

As quatro equações anteriores podem ser expressas pela seguinte relação matricial:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -I_{40_2} & c_1 \\ 0 & 1 & I_{3A} & c_2 \\ c_3 & -c_4 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_3^* \\ \omega_4^* \\ \mathcal{F} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -e c_3 & e c_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \omega_3 \\ \omega_4 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ c_5 \omega_2 \end{Bmatrix}$$

Esta relação matricial fornece:

$$\omega_3^* = \frac{(c_2 c_4 I_{3A} - e c_1 c_3 I_{40_2}) \omega_3 + c_1 c_4 I_{40_2} (1+e) \omega_4 - (c_1 c_5 I_{40_2}) \omega_2}{c_2 c_4 I_{3A} + c_1 c_3 I_{40_2}}$$

$$\omega_4^* = \frac{1}{c_4} \{ c_3 (\omega_3^* + e \omega_3) - e c_4 \omega_4 + c_5 \omega_2 \}$$

$$\mathcal{F} = \frac{\omega_3^* - \omega_3}{I_{40_2} \cdot c_1}$$

$$f = \mu \operatorname{sgn}(\beta) \cdot \mathcal{F}$$

(3.7.2)

Estas relações são válidas para quaisquer valores de (μ) e (β) , sejam eles nulos ou não-nulos, mas se aplicam apenas aos valores não-nulos de $(c_1, c_4, e c_2 c_4 I_{3A} + c_1 c_3 I_{40_2})$.

O lado esquerdo da Figura (3.7.1) apresenta a estratégia para completar a lógica discutida na seção anterior, para o caso de desligamento relativo. Note-se que $\Psi^* = \Psi + \operatorname{tg}^{-1}(\mu \operatorname{sgn} \beta)$.

(ii) Sem Deslissamento

Dois outros coeficientes são definidos como segue:

$$\begin{aligned} c_{10} &= \frac{r^*}{I_{3A} \cdot I_{40_2}} \left[\cos (\theta_4 - \Psi - \alpha^*) \right] \\ c_{11} &= \frac{r_2}{I_{3A} \cdot I_{40_2}} \left[\cos (\theta_2 - \Psi) \right] \end{aligned} \quad (3.7.3)$$

Usando estas abreviaturas, as relações (3.5.12) e (3.6.6) passam a:

$$\begin{aligned} \omega_3^* &= \frac{(c_4 c_{11} - c_5 c_{10}) \omega_2 - (e c_3 c_{10}) \omega_3 + (e c_4 c_{10}) \omega_4}{c_3 c_{10} - c_4 c_7} \\ \omega_4^* &= \frac{1}{c_{10}} \left[c_7 \omega_3^* + c_{11} \omega_2 \right] \end{aligned} \quad (3.7.4)$$

desde que $c_{10} \neq 0$ e $(c_3 c_{10} - c_4 c_7) \neq 0$.

As relações (3.4.4) e (3.4.7) fornecem:

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &= \frac{\left(\frac{I_{3A}}{I_{40_2}} \right) \left(c_9 + \frac{\xi}{I_{3A} \cdot I_{40_2}} \right) (\omega_3^* - \omega_3) + c_7 (\omega_4^* - \omega_4)}{I_{3A} \left\{ c_6 \left(c_9 + \frac{\xi}{I_{3A} \cdot I_{40_2}} \right) - c_7 c_8 \right\}} \\ f &= \frac{(c_6 I_{40_2}) (\mathcal{F} + \omega_3 - \omega_3^*)}{c_7 \cdot I_{40_2}} \end{aligned} \quad (3.7.5)$$

Para início da iteração, faz-se $\left(\frac{f}{\mathcal{F}} \right)$ igual a zero.

Então, (Ψ^*) e $(c_3, c_4 \text{ e } c_5)$ são calculadas com o valor atual de $\left(\frac{f}{\mathcal{F}} \right)$. As variáveis $(\omega_3^* \text{ e } \omega_4^*)$ são avaliadas de (3.7.4). Um novo par de valores de $(\mathcal{F}^* \text{ e } f^*)$ é obtido de (3.7.5). As quan

tidades $(\frac{f^*}{f})$ e $(\frac{f}{f})$ são comparadas: se a diferença está dentro de uma determinada tolerância (ϵ), a iteração termina; se não, a primeira relação $(\frac{f}{f})$ é substituída por $(\frac{f^*}{f})$ e a computação se repete. Isto é demonstrado pela parte da direita do diagrama de blocos da Figura (3.7.1). Se qualquer um dos denominadores das equações em (3.7.2), (3.7.4) e (3.7.5) é igual a zero, o problema é visualizado como uma condição de obstrução, e uma "bandeira" ("flag") é colocada em (-1), e a computação paralisada.

(iii) Deslissamento Aderente

Neste também, μ é dado. A estratégia foi delineada na seção anterior. Este caso está demonstrada na Figura (3.7.1).

Para distinção entre esses três casos apresentados, usar-se-á uma opção (NOP) como a seguir se demonstra:

NOP = 1 → Deslissamento Relativo

NOP = 2 → Sem Deslissamento

NOP = 3 → Deslissamento Aderente

A estratégia já referida é complementada por uma sub-rotina denominada (IMPA), abreviação de (IMPACTO), que está listada no APÊNDICE D. O Quadro (3.7.1) fornece algumas das principais variáveis analíticas, bem como sua equivalência para o Programa, na ordem de sua aparição.

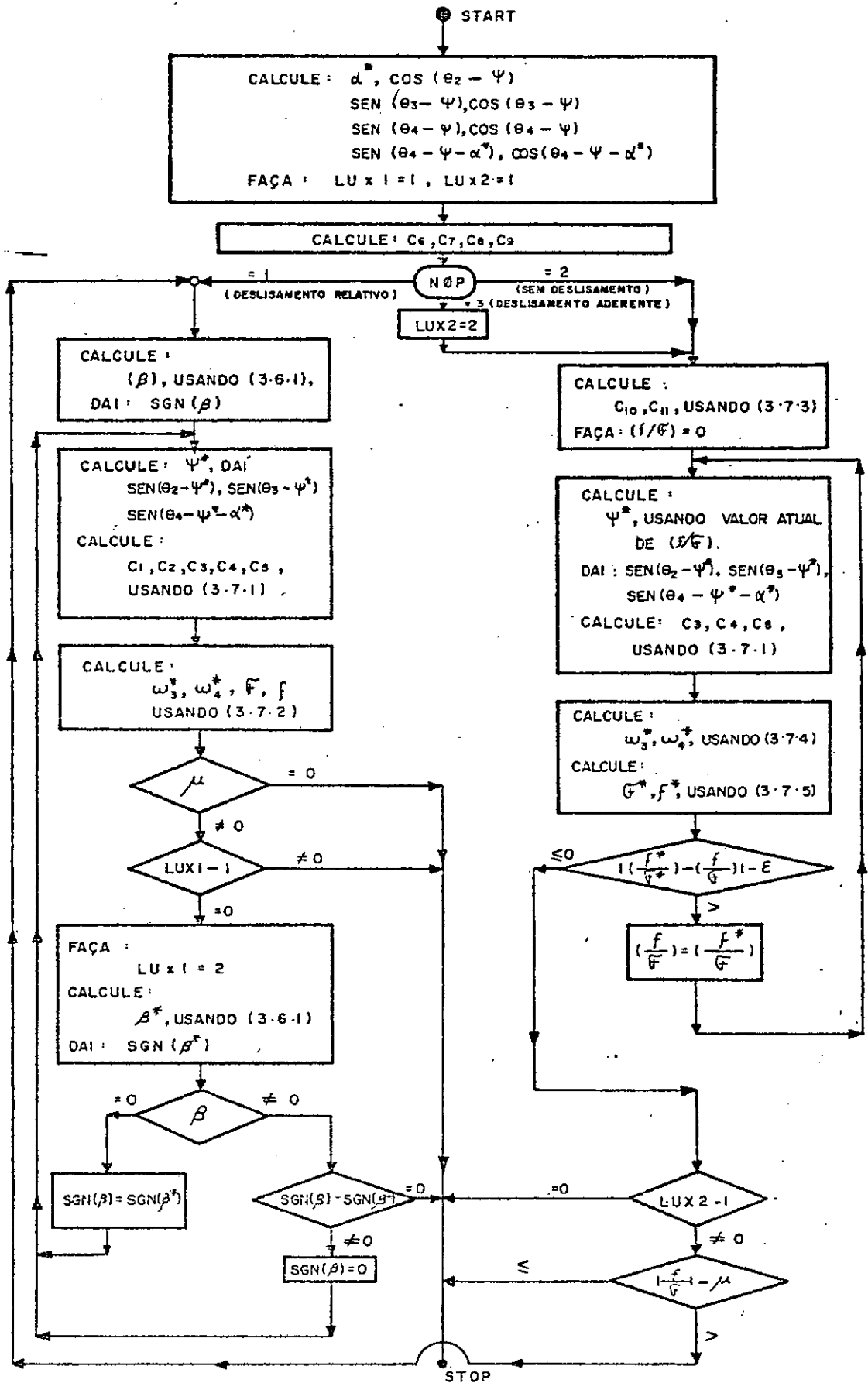


FIGURA 3.7.1 :- ESTRATÉGIA PARA O MODO DE IMPACTO (SUB-ROTINA IMPA)

SÍMBOLO ANALÍTICO	SÍMBOLO PROGRAMADO
$r_1, r_2, r_3, r_4, \xi, \mu, e$	R1, R2, R3, R4, Z, EMU, E
$I_{3A}, I_{40_2}, \omega_2, \omega_3, \omega_4$	AI3A, AI402, $\phi M2, \phi M3, \phi M4$
$\omega_3^*, \omega_4^*, F, f$	$\phi M35, \phi M45, EFF, EF$
$\text{sen } \theta_2, \text{cos } \theta_2, \text{sen } \theta_3, \text{cos } \theta_3$	S2, C2, S3, C3
$\text{sen } \theta_4, \text{cos } \theta_4, \text{sen } \Psi, \text{cos } \Psi$	S4, C4, SEP, CEP
$\frac{r_2}{I_{3A} \cdot I_{40_2}}, \frac{r_3}{I_{3A} \cdot I_{40_2}}, \frac{r_4}{I_{3A} \cdot I_{40_2}},$ $\frac{\xi}{I_{3A} \cdot I_{40_2}}, \frac{r^*}{I_{3A} \cdot I_{40_2}}$	RR2, RR3, RR4, RR5, RRS
bandeira("flag"), opção(1, 2, 3), e(tolerância)	FLAG, N ϕ P, T ϕ L
$\rho_2, \rho_3, \rho_4, m_3, m_4, R_{x1}, R_{y1}, \dots, T_2$	R ϕ 2, R ϕ 3, $\phi M3, \phi M4, RX1, RY1, \dots, TT2$
$\text{cos}(\theta_2 - \Psi), \text{sen}(\theta_2 - \Psi), \text{cos}(\theta_3 - \Psi)$	C2E, S3E, C3E
$\text{sen}(\theta_4 - \Psi), \text{cos}(\theta_4 - \Psi), r^*, \text{sen } \alpha^*,$ $\text{cos } \alpha^*$	S4E, C4E, R5, SAS, CAS
$\text{sen}(\theta_4 - \Psi - \alpha^*) \text{cos}(\theta_4 - \Psi - \alpha^*)$	S4EA, C4EA
$C_6, C_7, C_8, C_9, \beta$	CC6, CC7, CC8, CC9, B
$\text{sgn}(\beta), \text{sen } \Psi^*, \text{cos } \Psi^*$	SGNB, SEPS, CEPS
$\text{sen}(\theta_2 - \Psi^*), \text{sen}(\theta_3 - \Psi^*), \text{sen}(\theta_4 - \Psi^*)$	S2ES, S3ES, S4ES
$\text{cos}(\theta_4 - \Psi^*), \text{sen}(\theta_4 - \Psi^* - \alpha^*)$	C4ES, S4EAS
C_1, C_2, C_3, C_4, C_5	CC1, CC2, CC3, CC4, CC5
$\beta^*, \text{sgn}(\beta^*)$	BS, SGNBS
$C_{10}, C_{11}, \left(\frac{f}{F}\right), \left(\frac{f^*}{F^*}\right)$	CC10, CC1, RAT, RATS

Quadro 3.7.1: Equivalências para o Programa

A subrotina calcula também as reações de impulso.

A resultante de \underline{F} e \underline{f} aparece segundo as componentes nas direções x e y e são chamadas R_{xb} e R_{yb} , respectivamente. Note-se que \underline{F} está sempre dirigido para fora, ao longo da normal ao mancal circular. O sentido positivo de \underline{f} é obtido pelo giro dessa normal de 90° , segundo o sentido anti-horário, sendo (β) sempre compatível com o sentido positivo de \underline{f} .

3.8 - Estratégia de Computação para o MODO DE MOVIMENTO LIVRE

Usando-se as abreviaturas seguintes:

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{m_3 \rho_3 r_2}{I_{3A}} \omega_2^2 & ; & & b_2 &= \frac{m_3 g \rho_3}{I_{3A}} \\ b_3 &= \frac{T_4}{I_{40_2}} & ; & & b_4 &= \frac{m_4 g \rho_4}{I_{40_2}} \end{aligned} \quad (3.8.1)$$

As equações (3.3.6) e (3.3.4) podem ser escritas na forma:

$$\ddot{\theta}_3 = (b_1 \sin \omega_2 t - b_2) \cos \theta_3 - (b_1 \cos \omega_2 t) \sin \theta_3$$

$$\ddot{\theta}_4 = -b_3 - b_4 \cos \theta_4 ,$$

onde os termos entre parênteses são coeficientes variáveis com o tempo. Introduzindo quatro variáveis, tais que:

$$x_1 = \theta_3 , x_2 = \dot{\theta}_3 \quad ; \quad x_3 = \theta_4 , x_4 = \dot{\theta}_4 ,$$

as duas equações diferenciais podem ser escritas em sua forma canônica, como se segue:

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_2 \\ (b_1 \sin \omega_2 t - b_2) \cos x_1 - (b_1 \cos \omega_2 t) \sin x_1 \\ x_4 \\ -b_3 - b_4 \cos x_3 \end{Bmatrix} \quad (3.8.2)$$

A despeito do fato de que as equações diferenciais originais não são acopladas, a forma vetorial apresentada acima é mais conveniente para manipulá-las simultaneamente.

Em forma compacta, a equação (3.8.2) pode ser escrita:

$$\dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x})$$

onde,

$$\underline{x} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} \equiv \begin{Bmatrix} \theta_3 \\ \omega_3 \\ \theta_4 \\ \omega_4 \end{Bmatrix}$$

Para integrar (3.8.2) com as condições iniciais apresentadas, usa-se o algoritmo de RUNGE-KUTTA na forma vetorial. O incremento do tempo é chamado de h . O algoritmo é dado por:

$$\underline{X}_{n+1} = \underline{X}_n + \frac{h}{6} \left[\underline{K}_1 + 2\underline{K}_2 + 2\underline{K}_3 + \underline{K}_4 \right],$$

onde os subscritos (n) e $(n + 1)$ se referem a dois "estágios de tempo" sucessivos, isto é, para $t = t_n$ e $t = t_{n+1}$, onde $t_{n+1} - t_n = h$.

Os vetores \underline{K} são dados por:

$$\underline{K}_1 = \underline{f} (t_n, \underline{X}_n)$$

$$\underline{K}_2 = \underline{f} \left(t_n + \frac{1}{2} h, \underline{X}_n + \frac{h}{2} \underline{K}_1 \right)$$

$$\underline{K}_3 = \underline{f} \left(t_n + \frac{1}{2} h, \underline{X}_n + \frac{h}{2} \underline{K}_2 \right)$$

$$\underline{K}_4 = \underline{f} (t_n + h, \underline{X}_n + h \underline{K}_3)$$

Os termos entre parêntesis são os argumentos da função \underline{f} que mudam para cada valor de \underline{K} .

O algoritmo acima é complementado e aplicado em uma subrotina chamada "FREE", que aparece no APÊNDICE E.

3.9 - Programa Principal

O Programa Principal chama as subrotinas "FREE" e "IMPA" para computação de todas as modificações das variáveis do problema com o tempo.

A Figura (3.8.1) mostra o diagrama de blocos completo para o mecanismo articulado de quatro barras, com folga.

Este Programa Principal está listado no APÊNDICE F junto com alguns resultados numéricos.

O APÊNDICE G apresenta um fluxograma das decisões a tomar, considerando a rugosidade superficial na articulação (Figuras G.1 e G.2).

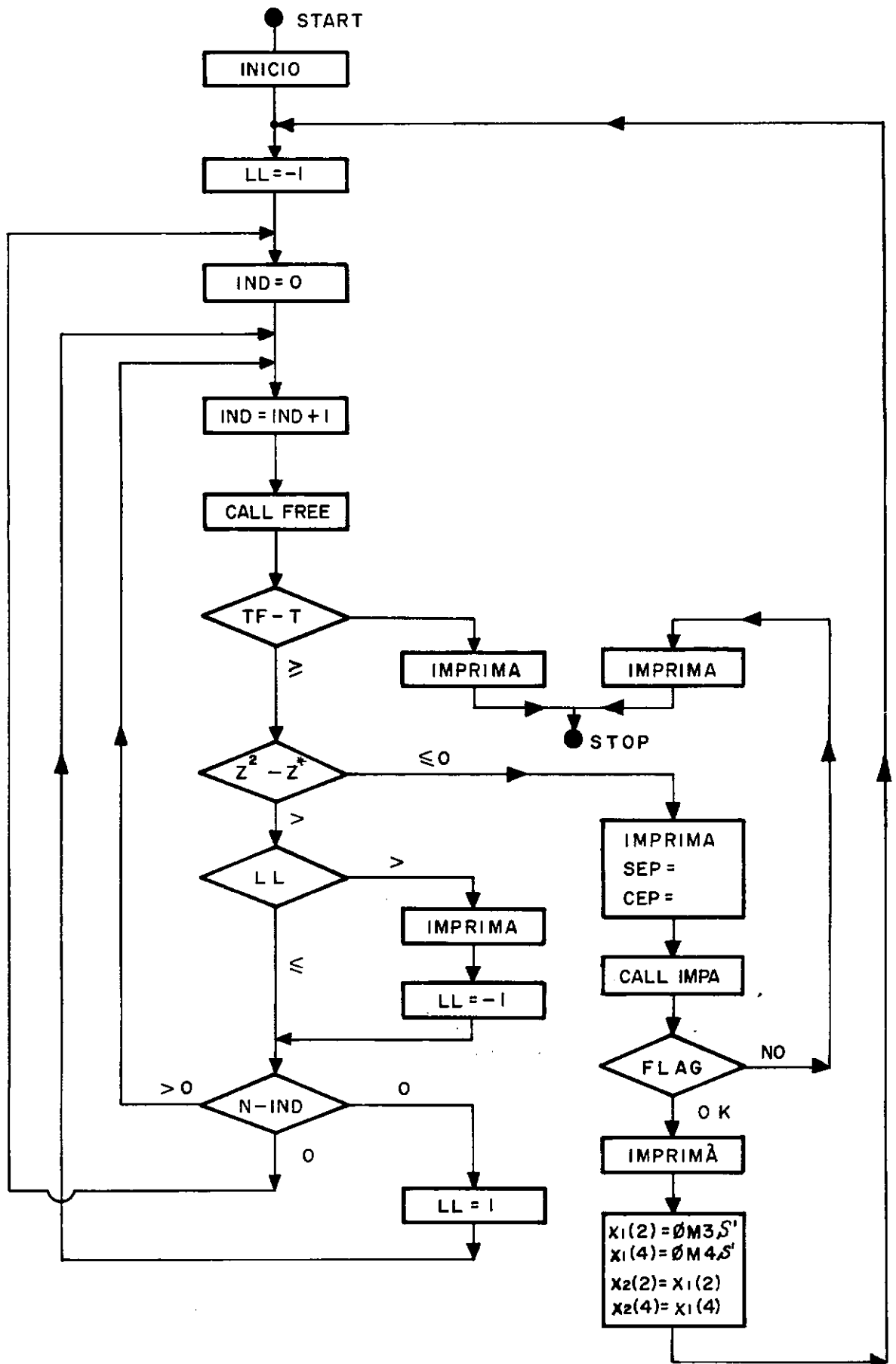


Figura 3.8.1: Programa Principal

IV - CONCLUSÕES

4.1 - Sumário

Nos quatro capítulos desta obra são tratados assuntos de interesse para os que laboram na área de pesquisa e projeto de mecanismos.

O capítulo primeiro iniciou-se por uma série de fatos históricos com o fim de despertar, no pesquisador iniciante, a atenção para o assunto, considerando os grandes nomes que se dedicaram ao seu estudo. Segue-se um metódico método de análise com o fito de servir, ao projetista, de roteiro sistemático para o seu trabalho de síntese. A revisão da literatura específica dá, ao especialista, uma visão dilatada do estágio atual atingido pela matéria, o que servirá de complemento aos seus conhecimentos teóricos.

Fundamentado em escrito anterior, pouco conhecido, mas de grande utilidade prática, o capítulo segundo tem o mérito da divulgação em outra forma mais simples, sem, contudo, fugir à generalização e ao rigor dos resultados. A complexidade do cálculo das variáveis cinemáticas, que vinha sendo obstáculo quase intransponível, é evitada pela aplicação - inteiramente nova - do método "PROXIMITY PERTURBATION", de autoria do orientador deste estudo e um colaborador. Como consequência, a computação torna-se muito mais fácil, livre dos insidiosos caminhos da lógica digital.

O capítulo terceiro - o núcleo deste trabalho - é todo ele original. A hipótese de apresentar um mecanismo articulado do plano de quatro barras como constituído de dois pêndulos - um

simples e um duplo - nunca fora antes levantada.

Considerados os efeitos da gravidade, sobre as barras móveis, e do atrito e impacto, na articulação com folga, foram desenvolvidas as relações básicas para os cálculos finais das reações nas juntas e do conjugado motor - meta desta tese.

Os vários apêndices apresentam o desenvolvimento das relações que exigem maior elaboração, seguindo-se a listagem dos programas com os resultados numéricos para a análise subsequente .

4.2 - Discussão dos Resultados

As figuras (4.2.1) a (4.2.4) pertencem a um mecanismo articulado plano de quatro barras, sem folga nas uniões, com os seguintes dados:

$$r_1 = 12,0 \quad , \quad r_2 = 6,0 \quad , \quad r_3 = 12,0 \quad , \quad r_4 = 12,0$$

$$m_2 = 0,00129 \quad , \quad m_3 = 0,00259 \quad , \quad m_4 = 0,00259$$

$$I_2 = 0,00398 \quad , \quad I_3 = 0,03125 \quad , \quad I_4 = 0,03125$$

$$\rho_2 = 3,0 \quad , \quad \rho_3 = 6,0 \quad , \quad \rho_4 = 6,0$$

$$\tau_4 = 0,0 \quad , \quad \omega_2 = 10,0 \quad , \quad \alpha_2 = 0,0$$

nas unidades (pol., lb., seg.). A ação da gravidade e o atrito nas juntas não foram considerados. Os gráficos demonstram que as reações em (O_1) e (O_2) alcançam seus valores máximos para $\theta_2 = 20^\circ$

e 340° , respectivamente. Também podem ser vistas as ações em (A) e (B).

O comportamento do Mecanismo poderá ser melhorado pelo deslocamento do centro de gravidade das barras de um valor apropriado (balanceamento).

Os resultados foram obtidos usando-se a técnica original do MÉTODO "PROXIMITY PERTURBATION". A convergência das iterações foi razoavelmente rápida e o cálculo dos valores cinemáticos e dinâmicos do mecanismo para os (37) estágios demandaram aproximadamente (90) segundos do Computador IBM 1130.

As figuras (4.2.5) a (4.2.9) pertencem a um mecanismo articulado plano de quatro barras, com folga na união entre a biela e a alavanca. Os dados são os mesmos do mecanismo acima, acrescidos dos seguintes:

$$\xi = 0,01 \quad , \quad e = 0,6 \quad , \quad \mu = 0,1 \quad , \quad G = 0,0$$

nas unidades (pol., lb., seg.). Para comparação com o mecanismo anterior, também não foram levados em conta o atrito nas articulações e a ação da gravidade ($G = 0,0$), embora esta apareça nas equações para efeito de generalização.

Os gráficos demonstram que as reações de impulso em (O_1) e (O_2) alcançam seus valores máximos para $\theta_2 = 30^{\circ}$ e 330° , respectivamente. Também o conjugado de impulso motor e as ações em (A) e (B) aparecem, juntamente com os valores do mecanismo sem folga. É fácil fazer-se confronto.

O comportamento do mecanismo poderá ser melhorado também com o deslocamento do centro de gravidade das barras (balanceamento) e/ou modificação das variáveis tais como folga na articulação, coeficiente de impacto, etc.

Os resultados foram obtidos usando-se a concepção inteiramente original de assimilar-se o mecanismo com folga a um duplo-pêndulo. Os cálculos foram feitos no Computador IBM 360/40.

4.3 - Sugestões para Trabalhos Futuros

Esta obra, que não se propõe a ser definitiva, é apenas o fundamento teórico para uma longa série de experimentações.

O emprego de um modelo fotoelástico permitirá o conhecimento das tensões dinâmicas provocadas pela folga. Naturalmente, uma câmara fotográfica de alta velocidade deverá ser utilizada.

A acústica será de grande valia para estudo dos impactos na junta com folga, desde que as variações de intensidade sonora sejam levadas a uma tela ou a um gráfico.

Um motor de velocidade variável produzirá a aceleração não considerada no mecanismo com folga.

Os valores dos coeficientes de atrito (μ) e de impacto (e) devem ser obtidos experimentalmente.

E que acontecerá quando a folga for levada às demais articulações?...

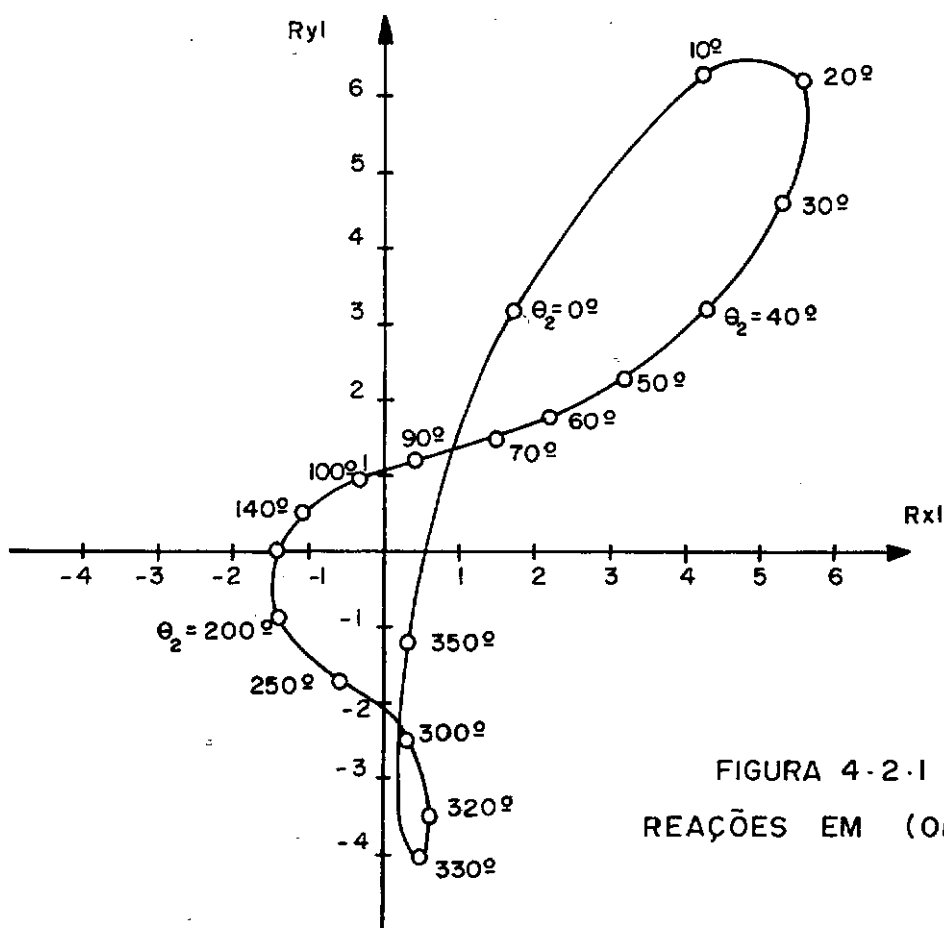


FIGURA 4-2-1
REAÇÕES EM (O₁) .

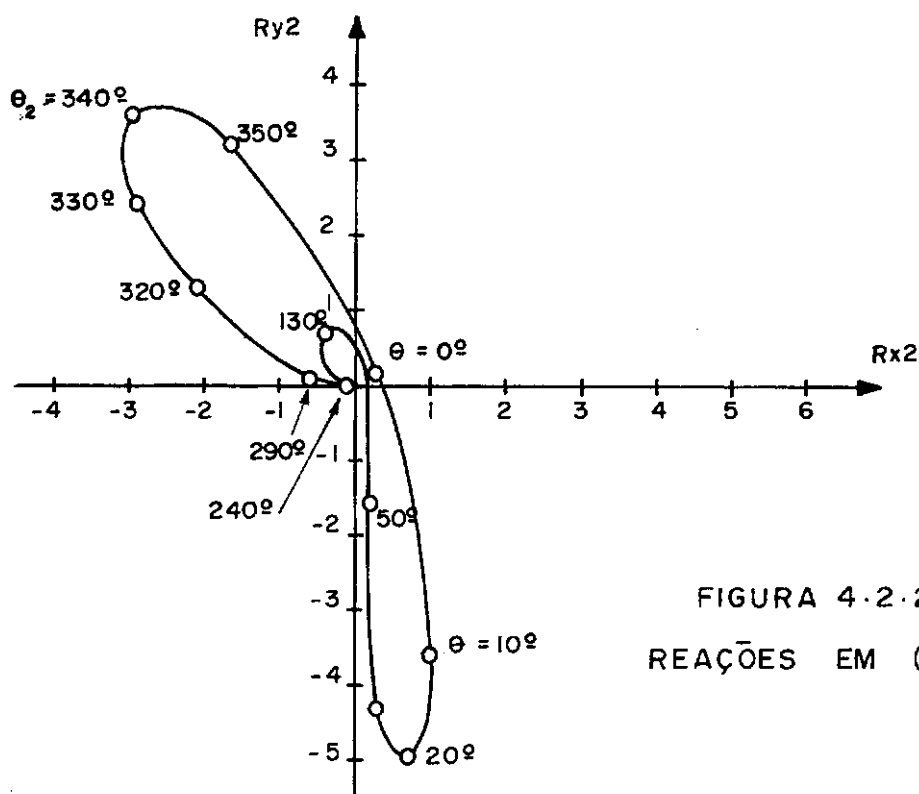


FIGURA 4-2-2
REAÇÕES EM (O₂)

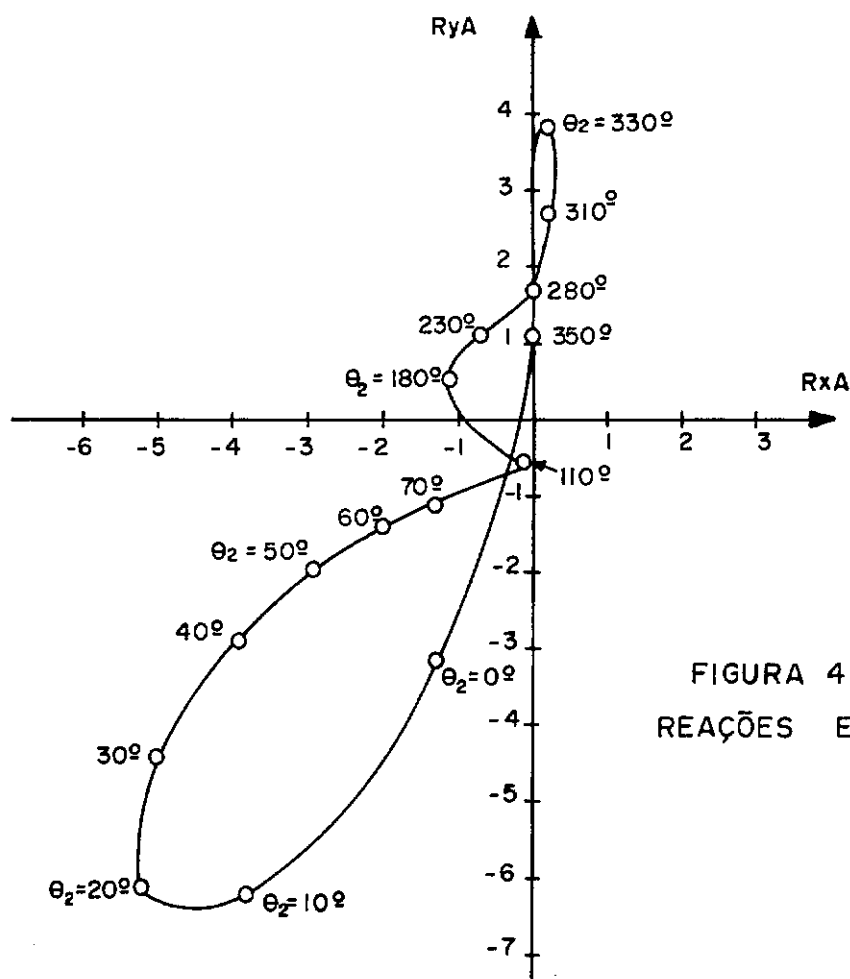


FIGURA 4.2.3
REAÇÕES EM (A)

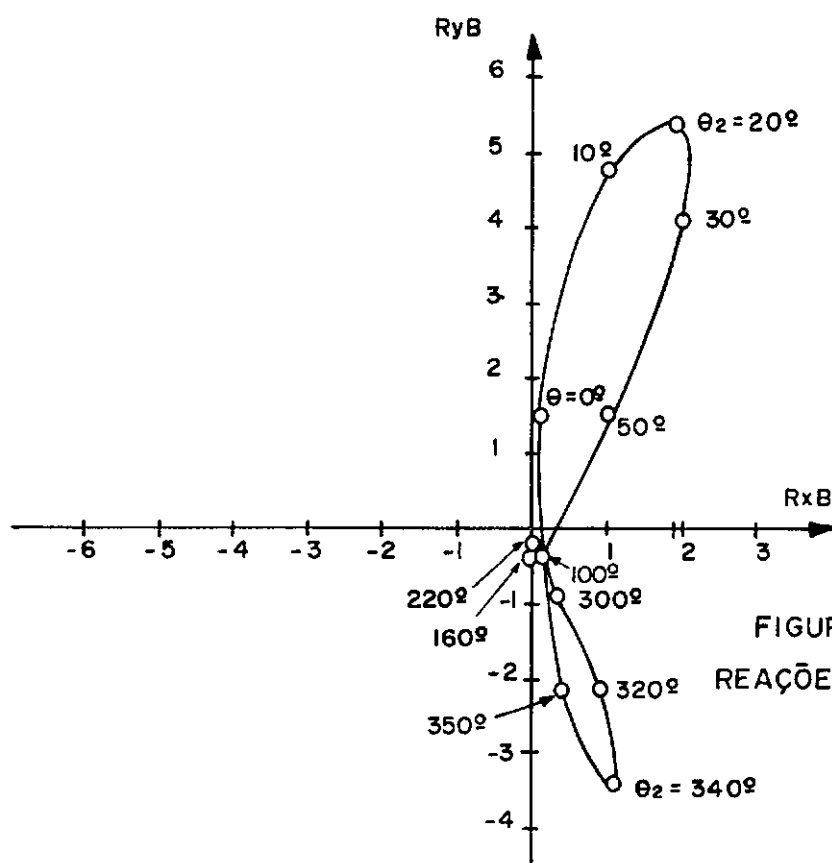


FIGURA 4.2.4
REAÇÕES EM (B)

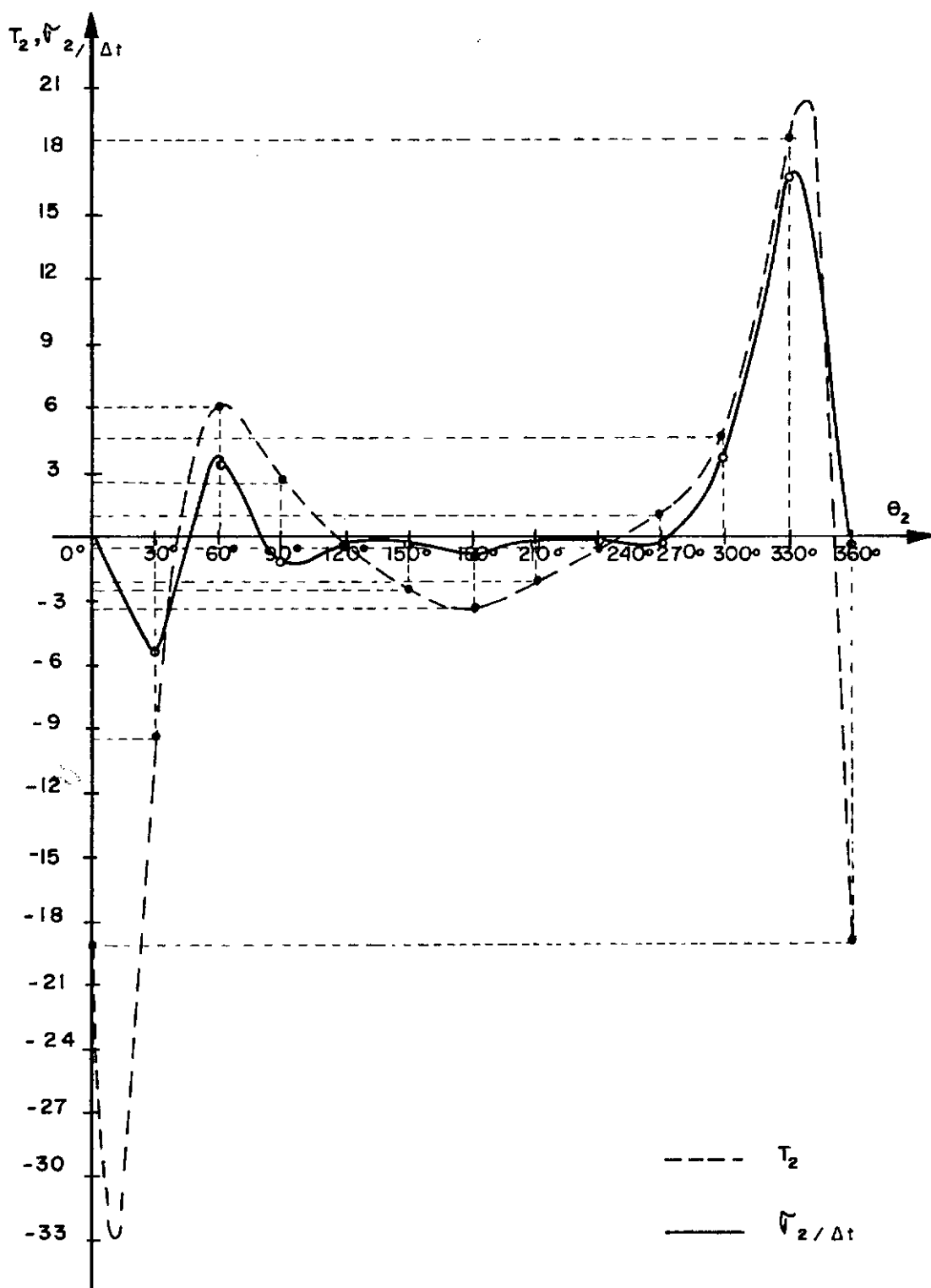


FIGURA 4.2.5 — CONJUGADO MOTOR

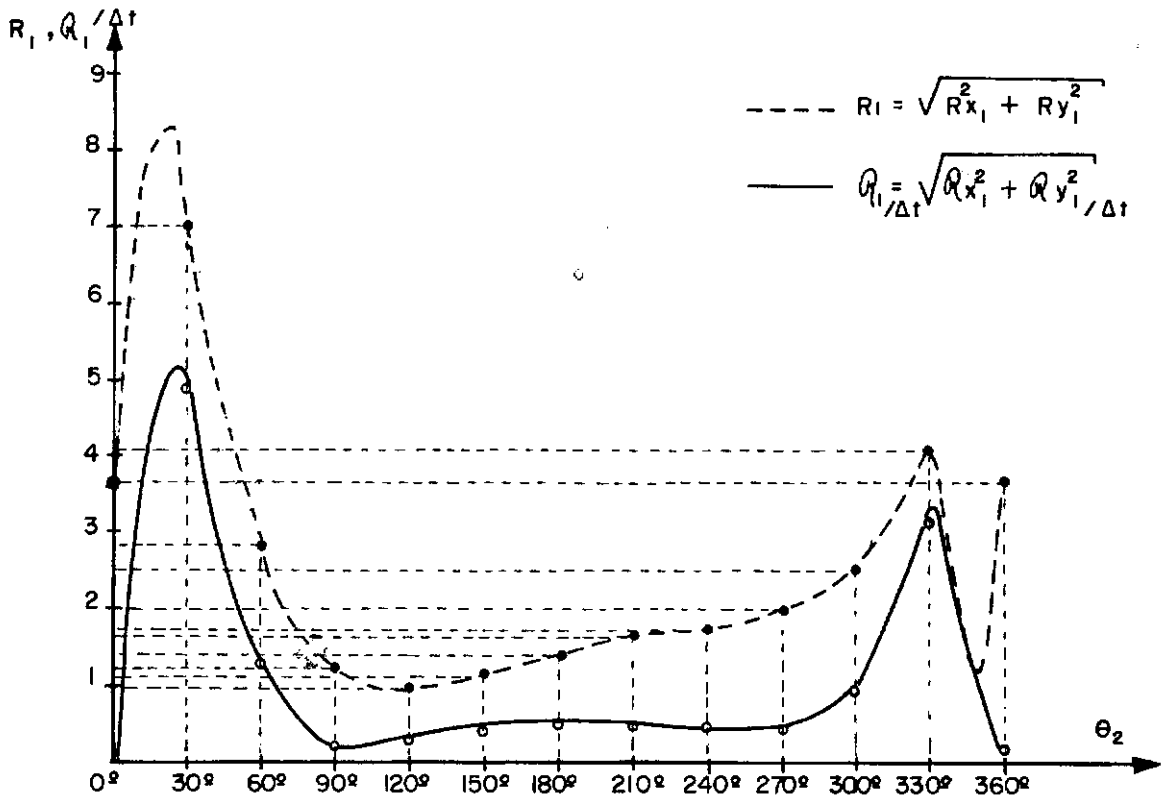


FIGURA 4.2.6 — REAÇÃO RESULTANTE EM (O_1)

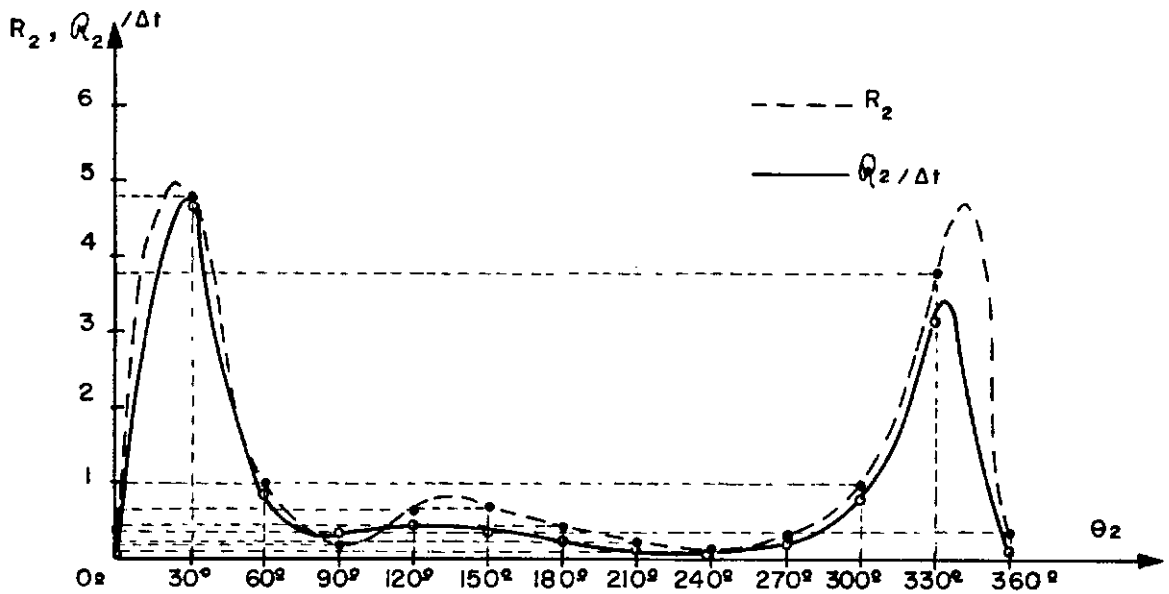


FIGURA 4.2.7 — REAÇÃO RESULTANTE EM (O_2)

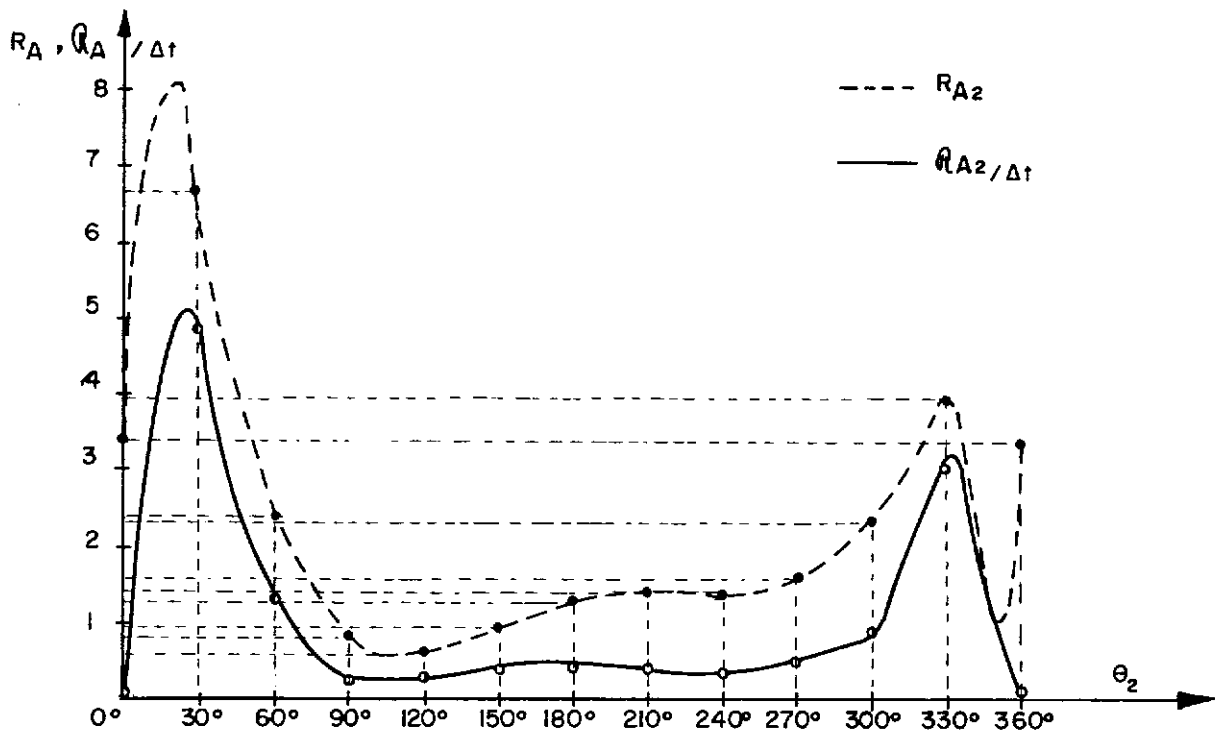


FIGURA 4.2.8 — REAÇÃO RESULTANTE EM (A)

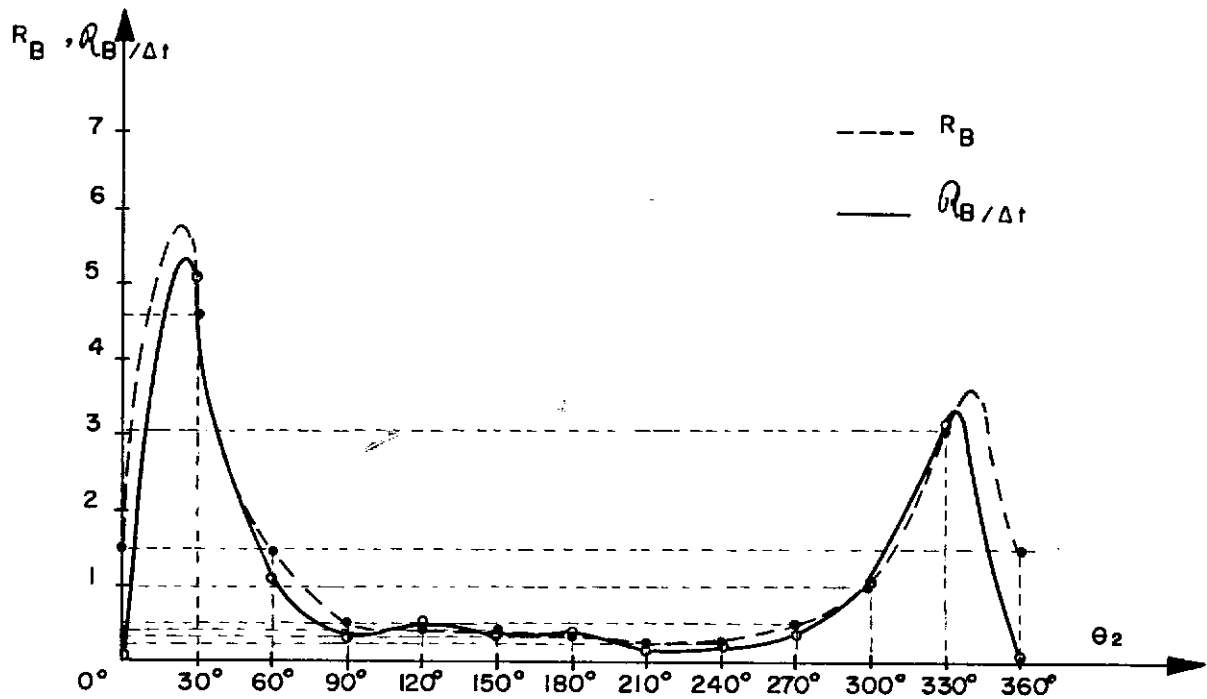


FIGURA 4.2.9 — REAÇÃO RESULTANTE EM (B)

B I B L I O G R A F I A

- [1] HARTENBERG, R.S. e DENAVIT, J. - "Kinematic Synthesis of Linkages", McGraw-Hill, N.Y., 1964.
- [2] REULEAUX, F. - "The Kinematics of Machinery", Dover, N.Y., 1963.
- [3] HARRISBERGER, L - "A Number Synthesis of Three-Dimensional Mechanisms", J. Eng. Ind., Trans. ASME, Série B, vol. 87, nº 2.
- [4] SHIGLEY, J.E. - "Cinemática dos Mecanismos", Tradução de Amorelli, M.O.C. e Madureira, O.M., Ed. E.Blücher Ltda. S. Paulo, 1970.
- [5] MABIE, H.H. e OCVIRK, F.W. - "Mechanisms and Dynamics of Machinery", 2nd. Edition, Wiley, 1963.
- [6] RAVEN, F.H. - "Velocity and Acceleration Analysis of Plane and Space Mechanisms by Means of Independent-Position Equations", J. App. Mech., Trans. ASME, Nº 25, pg. 637-642, Março, 1958.
- [7] CHIANG, C.H. - "A Direct Method for Analysing Accelerations in Complex Mechanisms", J. App. Mech., Trans. ASME , pg. 266-271, março, 1972.
- [8] HIRSCHHORN, J. - "Kinematics and Dynamics of Plane Mechanisms" McGraw-Hill, N.Y., 1962.
- [9] MAXWELL, R.L. - "Kinematics and Dynamics of Machinery", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1960.
- [10] KREUTZINGER, R. - "Concerning the Motion of the Center of Mass of a Crank Mechanism", J. Mechanisms, Vol.3, nº 4, pg. 335-338, 1968.
- [11] DOBROVOL'SKII, V.V. - "On the Motion of the Center of Mass of

a Four-Bar Linkage", Jun. Mechanisms, Vol. 3, n° 4, pg. 233-234, 1968.

- [12] WUNDERLICH, W. - "Concerning the Trajectory of the Center of Mass of the Four-Bar Linkage and the Slider-Crank Mechanism", Jun. Mechanisms, Vol. 3, n° 4, pg. 391-396, 1968.
- [13] TALBOURDET, G.J. - "Mathematical Solution of Four-Bar Linkages", Machine Design, Vol. 13, n°s. 5-7, 1971.
- [14] MARSHALL, W.E. e WALDRON, P. - "Inertia Torques in Four-Bar Mechanisms", J. Mech. Eng. Science, Vol. 9, N° 4, pg. 309-317, 1967.
- [15] HERTRICH, F.R. - "How to Balance High-Speed Mechanisms with Minimum-Inertia Counter Weights", Machine Design, Março, 14, pg. 160-164, 1963.
- [16] BERKOF, R.S. e LOWEN, G.G. - "A New Method for Completely Force Balancing Simple Linkages", J. Eng. Ind., Fev., pg. 21-26, 1969.
- [17] GARRET, R.E. e HALL, Jr., A.S. - "Effect of Tolerance and Clearance in Linkage Design", Trans. ASME, J. Eng. Ind., Fev., pg 198-202, 1969.
- [18] DUBOWSKY, S. e FREUDENSTEIN, F. - "Dynamic Analysis of Mechanical Systems with Clearances", Parts I e II, ASME Papers N°s. 70-Mech-64 e 65, Dez., 7, 1970.
- [19] DUBOWSKY, S - "On Predicting the Dynamic Effects of Clearances in one-Dimensional Closed Loop Systems", ASME Paper N° 72-Mech-92, Jul., 20, 1972.
- [20] GOODMAN, T.P. - "How to Calculate Dynamic Effects of Backlash" Machine Design, Vol. 23, Maio, pg. 150-157, 1963.
- [21] MANSOUR, W.M. e OSMAN, M.O.M. - "A Proximity Perturbation Method for Linkage Kinematics", ASME Paper n° 70-Mech-

74, Jan., 1970.

- [22] SMITH, M.R. e MAUNDER, L. - "Inertia Forces in a Four-Bar Linkage", J. Mech. Eng. Science, Vol. 9, N° 3, pg.218-227, 1967.

A P Ê N D I C E A

DESENVOLVIMENTO DAS RELAÇÕES PARA AS REAÇÕES NA BASE

APÊNDICE - A

DESENVOLVIMENTO DAS RELAÇÕES PARA AS REAÇÕES NA BASE

O equilíbrio de forças e conjugados para a barra 2 nos fornece:

$$R_{x1} + m_2 a_{x2} + R_{xa} = 0$$

(a)

$$R_{y1} + m_2 a_{y2} + R_{ya} = 0$$

(b)

(A.1)

$$T_2 + R_{xa} (r_2 - \rho_2) \sin \theta_2 + R_{y1} \rho_2 \cos \theta_2 =$$

$$I_2 \alpha_2 + R_{ya} (r_2 - \rho_2) \cos \theta_2 + R_{x1} \rho_2 \sin \theta_2$$

(c)

Para a barra 3, pode escrever-se:

$$R_{xa} + R_{xb} - m_3 a_{x3} = 0$$

(a)

$$R_{ya} + R_{yb} - m_3 a_{y3} = 0$$

(b)

(A.2)

$$R_{yb} (r_3 - \rho_3) \cos \theta_3 + R_{xa} \rho_3 \sin \theta_3 =$$

$$I_3 \alpha_3 + R_{xb} (r_3 - \rho_3) \sin \theta_3 + R_{ya} \rho_3 \cos \theta_3$$

(c)

E para a barra 4, as relações são:

$$\begin{aligned}
 R_{x2} + R_{xb} + m_4 a_{x4} &= 0 & (a) \\
 R_{y2} + R_{yb} + m_4 a_{y4} &= 0 & (b) \\
 R_{xb} (r_4 - \rho_4) \sin \theta_4 + R_{y2} \rho_4 \cos \theta_4 &= & (c) \\
 T_4 + I_4 \alpha_4 + R_{yb} (r_4 - \rho_4) \cos \theta_4 + R_{x2} \rho_4 \sin \theta_4 &= & (A.3)
 \end{aligned}$$

De (A.1.a), e (A.1.b), pode escrever-se:

$$\begin{aligned}
 R_{x1} &= - (m_2 a_{x2} + R_{xa}) \\
 R_{y1} &= - (m_2 a_{y2} + R_{ya})
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} R_{x1} \\ R_{y1} \end{aligned}} \right\} \quad (A.4)$$

Substituindo (A.4) em (A.1.c), obtem-se

$$\begin{aligned}
 R_{xa} \left[(r_2 - \rho_a) \sin \theta_2 + \rho_2 \sin \theta_2 \right] - R_{ya} \left[(r_2 - \rho_2) \cos \theta_2 + \right. \\
 \left. \rho_2 \cos \theta_2 \right] = - T_2 + I_2 \alpha_2 + m_2 \rho_2 \left[a_{y2} \cos \theta_2 - a_{x2} \sin \theta_2 \right]
 \end{aligned}$$

Mas o termo $(a_{y2} \cos \theta_2 - a_{x2} \sin \theta_2)$ é a componente da aceleração do C.G. da barra 2 em uma direção normal à barra. Daí se pode escrever:

$$a_{y2} \cos \theta_2 - a_{x2} \sin \theta_2 = \rho_2 \alpha_2$$

Fazendo

$$I_{2o_1} = I_2 + m_2 \rho_2^2 ,$$

a relação anterior simplifica-se:

$$R_{xa} \, r_2 \, \text{sen } \theta_2 - R_{ya} \, r_2 \, \text{cos } \theta_2 = - T_2 + I_{2o_1} \alpha_2 \quad (A.5)$$

Os mesmos passos são repetidos para as equações (A.

2). Daí:

$$\left. \begin{aligned} R_{xa} &= - R_{xb} + m_3 a_{x3} \\ R_{ya} &= - R_{yb} + m_3 a_{y3} \end{aligned} \right\} \quad (A.6)$$

Substituindo (A.6) em (A.2.c), obtém-se:

$$- R_{xb} [r_3 \, \text{sen } \theta_3] + R_{yb} [r_3 \, \text{cos } \theta_3] =$$

$$I_3 \alpha_3 + m_3 \rho_3 (a_{y3} \, \text{cos } \theta_3 - a_{x3} \, \text{sen } \theta_3)$$

Mas o termo $(a_{y3} \, \text{cos } \theta_3 - a_{x3} \, \text{sen } \theta_3)$ é a componente da aceleração do centro de gravidade da barra 3 em uma direção normal à mesma, como se mostra na figura (A.1).

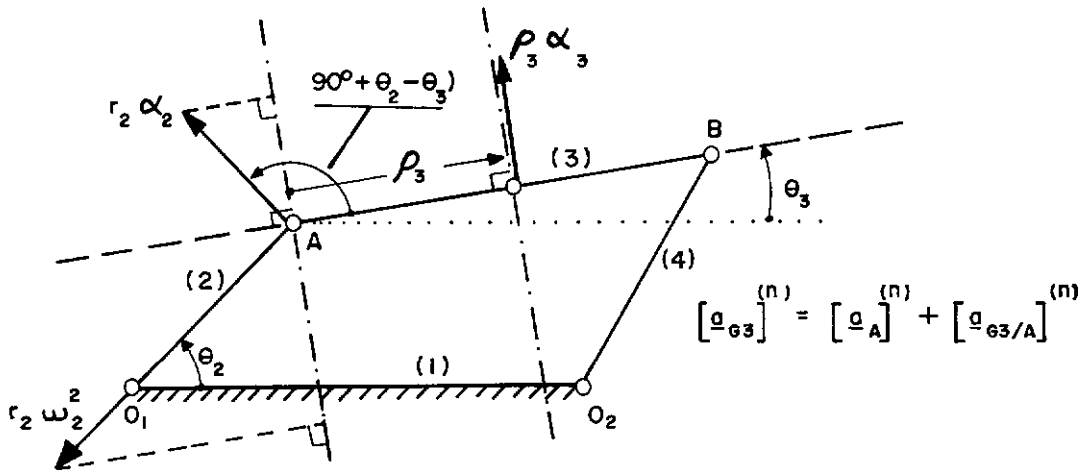


Figura (A.1): Componente da aceleração do C.G. da barra (3) normal à mesma

Pode-se então escrever:

$$a_{y3} \cos \theta_3 - a_{x3} \sin \theta_3 =$$

$$r_2 \alpha_2 \cos (\theta_2 - \theta_3) - r_2 \omega_2^2 \sin (\theta_2 - \theta_3) + \rho_3 \alpha_3$$

A equação (A.2.c) toma assim a forma:

$$- R_{xb} [r_3 \sin \theta_3] + R_{yb} [r_3 \cos \theta_3] =$$

$$I_{3A} \alpha_3 + m_3 \rho_3 r_2 [\alpha_2 \cos (\theta_2 - \theta_3) - \omega_2^2 \sin (\theta_2 - \theta_3)] \quad (A.7)$$

onde:

$$I_{3A} = I_3 + m_3 \rho_3^2$$

Para as equações (A.3) obtém-se:

$$R_{x2} = - (m_4 a_{x4} + R_{xb})$$

$$R_{y2} = - (m_4 a_{y4} + R_{yb})$$

e

$$R_{xb} [r_4 \sin \theta_4] - R_{yb} [r_4 \cos \theta_4] = T_4 + I_{40_2} \alpha_4$$

onde

$$I_{40_2} = I_4 + m_4 \rho_4^2$$

Equações (A.7) e (A.9) constituem um sistema com duas incógnitas, R_{xb} e R_{yb} , podendo resolver-se para obter:

$$R_{xb} = -\{ (I_{3A} \alpha_3) r_4 \cos \theta_4 + (T_4 + I_{40_2} \alpha_4) r_3 \cos \theta_3 +$$

$$(m_3 \rho_3 r_2) [\alpha_2 \cos (\theta_2 - \theta_3) - \omega_2^2 \sin (\theta_2 - \theta_3)]$$

$$(r_4 \cos \theta_4) \} / r_3 r_4 \sin (\theta_3 - \theta_4)$$

$$R_{yb} = - \{ (I_{3A} \alpha_3) r_4 \sin \theta_4 + (T_4 + I_{40_2} \alpha_4) r_3 \sin \theta_3 +$$

$$(m_3 \rho_3 r_2) [\alpha_2 \cos (\theta_2 - \theta_3) - \omega_2^2 \sin (\theta_2 - \theta_3)]$$

$$\{r_4 \sin \theta_4\} / r_3 r_4 \sin (\theta_3 - \theta_4) \quad (A.10)$$

Tendo obtido os valores de R_{xb} e R_{yb} , os elementos restantes são calculados usando-se (A.8), (A.6) e (A.4), nesta ordem. T_2 é tirado de (A.5).

A P Ê N D I C E B

PROGRAMA DE CÁLCULO DAS REAÇÕES NA BASE

PAGE 1 JUAR15G9

// JOB T 00FF 10FF

JUAR15G9 (8001,8094)

LOG DRIVE	CART SPEC	CART AVAIL	PHY DRIVE
0000	0CFF	0CFF	C000
0001	10FF	10FF	C001
		1E34	C002

V2 M09 ACTUAL 32K CONFIG 32K

// FCR

*LIST SOURCE PROGRAM

*IOCS(2501 READER,1403 PRINTER)

*ONE WORD INTEGERS

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

C

A P E N D I C E B

METODO * PROXIMITY PERTURBATION *
PARA O CALCULO DAS REACOES NA BASE
DE UM MECANISMO ARTICULADO
PLANO DE QUATRO BARRAS.

ESCRITO E PROGRAMADO POR JUAREZ ROSA

DIMENSION TH2(37),RXB(37),RYB(37),RX2(37),RY2(37)
DIMENSION RXA(37),RYA(37),RX1(37),RY1(37),T2(37)

LEIA CADOS

READ(8,101) R1,R2,R3,R4
READ(8,101) EM2,EM3,EM4,AI2,AI3,AI4
READ(8,101) RC2,RC3,RC4
READ(8,101) CM2,AL2,T4
READ(8,102) CONST,TOL,N

ESCREVA CADOS

WRITE(5,201) R1,R2,R3,R4
WRITE(5,202) EM2,EM3,EM4,AI2,AI3,AI4
WRITE(5,203) RC2,RC3,RC4
WRITE(5,204) CM2,AL2,T4
WRITE(5,205) CONST,TOL,N

CALCULE OS MOMENTOS DE INERCIA DE MASSA
EM RELACAO A G1, A, E O2.

AI2C1= AI2+EM2*RC2**2
AI3A=AI3+EM3*RC3**2
AI4C2=AI4+EM4*RC4**2

TESTE DA ROTACAO COMPLETA DE R2.

IF(R2-R1) 1,10,10
1 IF(R2-R3) 2,10,10
2 IF(R2-R4) 3,10,10
3 IF(R3-R1) 4,4,6

PAGE 2 JUAR15G9

```

4 IF(R4-R1) 5,5,8
5 TEST=(R1+R2)-(R3+R4)
  GO TC 9
6 IF(R4-R3) 7,7,8
7 TEST=(R3+R2)-(R1+R4)
  GO TC 9
8 TEST=(R4+R2)-(R1+R3)
9 IF(TEST) 18,32,32
10 IF(R1-R2) 11,32,32
11 IF(R1-R3) 12,32,32
12 IF(R1-R4) 13,32,32
13 IF(R2-R3) 15,14,14
14 IF(R2-R4) 17,5,5
15 IF(R3-R4) 17,16,16
16 TEST=(R1+R3)-(R2+R4)
  GO TC 9
17 TEST=(R1+R4)-(R2+R3)
  GO TC 9

```

C
C GERACAO DOS ANGULOS TETA 2.
C

```

18 N1=N+1
  EN=N
  PAI=3.141593
  CC=2.0*PAI/EN
  DO 19 I=1,N1
  XI=I-1
19 TH2(I)=XI*CC

```

C
C CALCULO DOS VALORES INICIAIS
C

```

C3=R3**2+(R1-R2)**2-R4**2
C3=C3/(2.0*R3*(R1-R2))
C4=R3**2-(R1-R2)**2-R4**2
C4=C4/(2.0*R4*(R1-R2))
S3=CCNST*SQRT(1.0-C3**2)
S4=CCNST*SQRT(1.0-C4**2)

```

C
C IMPRESSAO DO CABECARIO .
C

```

WRITE(5,206)
CCC=360./EN

```

C
C INICIO DA ITERACAO EXTERNA.
C

```

DO 30 I=1,N1
TT=TH2(I)
S2=SIN(TT)
C2=CCS(TT)

```

C
C USANDO OS VALORES ATUAIS DE S3, C3, S4 E C4,
C CALCULE U, U1, U2, V, V1, V2 E D.
C

```

20 U=-(-R1+R2*C2+R3*C3-R4*C4)
  U1=-R3*S3
  U2=R4*S4
  V=- (R2*S2+R3*S3-R4*S4)

```

PAGE 3 JUAR15G9

V1=R3*C3
V2=-R4*C4
D=U1*V2-U2*V1
IF(C) 21,29,21

C
C
C
CALCULE AS CGRRECOES.

21 D3=(U*V2-V*U2)/D
D4=(V*U1-U*V1)/D
SD3=SIN(D3)
CD3=CCS(D3)
SD4=SIN(D4)
CD4=CCS(D4)

C
C
C
MELHORE TETA 3 E TETA 4.

S3= S3*CD3+C3*SD3
C3=C3*CD3-S3*SD3
S4=S4*CD4+C4*SD4
C4=C4*CD4-S4*SD4
CX3=SQRT(1.-S3**2)
IF(C3) 22,23,23

22 C3=-CX3
GO TC 24

23 C3=CX3
24 CX4=SQRT(1.-S4**2)
IF(C4) 25,26,26

25 C4=-CX4
GO TC 27

26 C4=CX4
27 CONTINUE

C
C
C
TESTE PARA A CONVERGENCIA.

IF(ABS(D3)-TOL) 28,28,20
28 IF(ABS(D4)-TOL) 29,29,20

C
C
C
C
CALCULO DO SENC E COSSENO DE (TETA 2-TETA 3),
(TETA 3-TETA 4), E (TETA2-TETA 4).

29 S23=S2*C3-C2*S3
C23=C2*C3+S2*S3
S34=S3*C4-C3*S4
C34=C3*C4+S3*S4
S24=S2*C4-C2*S4
C24=C2*C4+S2*S4

C
C
C
CALCULE OMEGA E ALFA PARA AS BARRAS 3 E 4.

OM3=-CM2*(R2/R3)*(S24/S34)
CM4=-CM2*(R2/R4)*(S23/S34)
W1=R2*C24*OM2**2+R3*C34*OM3**2-R4*OM4**2
AL3=AL2*(CM3/OM2)-W1/(R3*S34)
W2=R2*C23*OM2**2-R4*C34*OM4**2+R3*OM3**2
AL4=AL2*(CM4/OM2)-W2/(R4*S34)

C
C
CALCULE AS ACELERACOES LINEARES NO

PAGE 4 JUAR15G9

C C. G. DAS BARRAS 2, 3 E 4.

C

```
AX2=-RC2*(C2*OM2**2+AL2*S2)
AY2=-RC2*(S2*OM2**2-AL2*C2)
W3=C3*CM3**2+AL3*S3
AX3=(R2/RC2)*AX2-RO3*W3
W4=S3*CM3**2-AL3*C3
AY3=(R2/RC2)*AY2-RO3*W4
AX4=-RC4*(C4*OM4**2+AL4*S4)
AY4=-RC4*(S4*OM4**2-AL4*C4)
```

C

C

C

CALCULE E ARMAZENE REACOES E T 2.

```
W5=AI3A*AL3*R4*C4+(T4+AI4O2*AL4)*R3*C3
W6=EM3*RC3*R2*(AL2*C23-S23*OM2**2)*R4*C4
RXB(I)=- (W5+W6)/(R3*R4*S34)
W7=AI3A*AL3*R4*S4+(T4+AI4O2*AL4)*R3*S3
W8=EM3*RC3*R2*(AL2*C23-S23*OM2**2)*R4*S4
RYB(I)=- (W7+W8)/(R3*R4*S34)
RX2(I)=- (EM4*AX4+RXB(I))
RY2(I)=- (EM4*AY4+RYB(I))
RXA(I)=-RXB(I)+EM3*AX3
RYA(I)=-RYB(I)+EM3*AY3
RX1(I)=- (EM2*AX2+RXA(I))
RY1(I)=- (EM2*AY2+RYA(I))
T2(I)=AI2C1*AL2+RYA(I)*R2*C2-RXA(I)*R2*S2
```

C

C

C

IMPRIMA REACOES EM O1 E O2, E T 2.

```
XI=I-1
AN=XI*CCC
WRITE(5,207)AN,RX1(I),RY1(I),RX2(I),RY2(I),T2(I)
30 CONTINUE
```

C

C

C

IMPRIMA REACOES EM (A) E (B).

```
WRITE(5,208)
DO 31 I=1,N1
XI=I-1
AN=XI*CCC
31 WRITE(5,209)AN,RXA(I),RYA(I),RXB(I),RYB(I)
GO TO 33
32 WRITE(5,210)
33 CONTINUE
```

C

C

C

DECLARACCES FORMAT.

```
101 FORMAT(6F10.5)
102 FORMAT(2F10.5,I2)
201 FORMAT(1H1,50X,6H DADOS,/,
110X,4H R1=,F10.5,5X,4H R2=,F10.5,5X,4H R3=,
2F10.5,5X,4H R4=,F10.5)
202 FORMAT(10X,4H M2=,F10.5,5X,4H M3=,F10.5,5X,
14H M4=,F10.5,5X,/,10X,4H I2=,F10.5,5X,
24H I3=,F10.5,5X,4H I4=,F10.5)
203 FORMAT(9X,5H RO2=,F10.5,4X,5H RO3=,F10.5,
14X,5H RC4=,F10.5)
```

PAGE 5 JUAR15G9

```
204 FORMAT(6X,8H OMEGA2=,F10.5,21X,7H ALFA2=,  
1F10.5,5X,4H T4=,F10.5)  
205 FORMAT(4X,11H CONSTANTE=,F10.5,16X,12H TOLERANCIA=,  
1F10.5,6X,3H N=,I3)  
206 FORMAT(1H1,5X,24H REACOES EM O1 E O2,E T2,//,  
14X,8H THETA-2,4X,4H RX1,11X,4H RY1,  
210X,4H RX2,11X,4H RY2,11X,3H T2,/)
```

C

```
207 FORMAT(4X,F6.1,2(2X,E12.4,3X,E12.4),3X,E12.4)  
208 FORMAT(1H1,5X,21H REACOES EM (A) E (B),//,  
14X,8H THETA-2,12X,4H RXA,13X,4H RYA,17X,  
24H RXB,12X,4H RYB,/)  
209 FORMAT(4X,F6.1,2(8X,E12.4,4X,E12.4))  
210 FORMAT(5X,38H DADOS INCORRETOS CONFORME R1,R2,R3,R4)  
CALL EXIT  
END
```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
COMMON 0 VARIABLES 900 PROGRAM 1832

END OF COMPILE

// XEQ

DADOS

R1=	12.00000	R2=	6.00000	R3=	12.00000	R4=	12.00000
M2=	0.00129	M3=	0.00259	M4=	0.00259		
I2=	0.00398	I3=	0.03125	I4=	0.03125		
RC2=	3.00000	RO3=	6.00000	RO4=	6.00000		
OMEGA2=	10.00000			ALFA2=	0.00000	T4=	0.00000
CONSTANTE=	1.00000			TOLERANCIA=	0.00010	N=	36

REACCES EM 01 E 02,E T2

THETA-2	RX1	RY1	RX2	RY2	T2
0.0	0.1717E 01	0.3209E 01	0.2237E 00	0.2006E 00	-0.1925E 02
10.0	0.4215E 01	0.6328E 01	0.1053E 01	-0.3617E 01	-0.3300E 02
20.0	0.5650E 01	0.6242E 01	0.7227E 00	-0.5065E 01	-0.2360E 02
30.0	0.5365E 01	0.4652E 01	0.3517E 00	-0.4325E 01	-0.8077E 01
40.0	0.4287E 01	0.3208E 01	0.2489E 00	-0.2915E 01	0.1785E 01
50.0	0.3164E 01	0.2302E 01	0.2617E 00	-0.1646E 01	0.5667E 01
60.0	0.2238E 01	0.1801E 01	0.2651E 00	-0.6999E 00	0.6227E 01
70.0	0.1513E 01	0.1530E 01	0.2198E 00	-0.4200E-01	0.5391E 01
80.0	0.9367E 00	0.1367E 01	0.1285E 00	0.3955E 00	0.4110E 01
90.0	0.4625E 00	0.1247E 01	0.7244E-02	0.6687E 00	0.2775E 01
100.0	0.5827E-01	0.1132E 01	-0.1262E 00	0.8178E 00	0.1524E 01
110.0	-0.2948E 00	0.1003E 01	-0.2556E 00	0.8713E 00	0.3964E 00
120.0	-0.6064E 00	0.8494E 00	-0.3669E 00	0.8511E 00	-0.6026E 00
130.0	-0.8796E 00	0.6678E 00	-0.4498E 00	0.7761E 00	-0.1467E 01
140.0	-0.1113E 01	0.4592E 00	-0.4976E 00	0.6639E 00	-0.2183E 01
150.0	-0.1303E 01	0.2277E 00	-0.5089E 00	0.5317E 00	-0.2727E 01
160.0	-0.1444E 01	-0.1936E-01	-0.4874E 00	0.3957E 00	-0.3073E 01
170.0	-0.1530E 01	-0.2727E 00	-0.4414E 00	0.2696E 00	-0.3206E 01
180.0	-0.1559E 01	-0.5220E 00	-0.3817E 00	0.1631E 00	-0.3132E 01
190.0	-0.1531E 01	-0.7580E 00	-0.3194E 00	0.8081E-01	-0.2883E 01
200.0	-0.1453E 01	-0.9737E 00	-0.2628E 00	0.2235E-01	-0.2507E 01
210.0	-0.1332E 01	-0.1165E 01	-0.2168E 00	-0.1583E-01	-0.2059E 01
220.0	-0.1179E 01	-0.1333E 01	-0.1836E 00	-0.3867E-01	-0.1581E 01
230.0	-0.1002E 01	-0.1478E 01	-0.1637E 00	-0.5078E-01	-0.1098E 01
240.0	-0.8094E 00	-0.1605E 01	-0.1582E 00	-0.5536E-01	-0.6119E 00
250.0	-0.6074E 00	-0.1719E 01	-0.1698E 00	-0.5369E-01	-0.1040E 00
260.0	-0.4014E 00	-0.1827E 01	-0.2046E 00	-0.4446E-01	0.4677E 00
270.0	-0.1958E 00	-0.1942E 01	-0.2739E 00	-0.2263E-01	0.1174E 01
280.0	0.5756E-02	-0.2082E 01	-0.3970E 00	0.2339E-01	0.2136E 01
290.0	0.2000E 00	-0.2277E 01	-0.6052E 00	0.1176E 00	0.3545E 01
300.0	0.3821E 00	-0.2567E 01	-0.9450E 00	0.3075E 00	0.5716E 01
310.0	0.5390E 00	-0.2999E 01	-0.1470E 01	0.6812E 00	0.9089E 01
320.0	0.6317E 00	-0.3576E 01	-0.2194E 01	0.1373E 01	0.1400E 02
330.0	0.5739E 00	-0.4089E 01	-0.2929E 01	0.2475E 01	0.1952E 02
340.0	0.3202E 00	-0.3759E 01	-0.3045E 01	0.3608E 01	0.2053E 02
350.0	0.3265E 00	-0.1260E 01	-0.1771E 01	0.3297E 01	0.7105E 01
360.0	0.1717E 01	0.3209E 01	0.2237E 00	0.2006E 00	-0.1925E 02

THETA-2	RXA	RYA	RXB	RYB
0.0	-0.1330E 01	-0.3209E 01	0.1647E 00	0.1504E 01
10.0	-0.3833E 01	-0.6261E 01	0.1007E 01	0.4871E 01
20.0	-0.5286E 01	-0.6110E 01	0.1916E 01	0.5455E 01
30.0	-0.5030E 01	-0.4458E 01	0.2002E 01	0.4197E 01
40.0	-0.3990E 01	-0.2960E 01	0.1573E 01	0.2688E 01
50.0	-0.2916E 01	-0.2005E 01	0.1077E 01	0.1528E 01
60.0	-0.2045E 01	-0.1466E 01	0.6958E 00	0.7468E 00
70.0	-0.1380E 01	-0.1166E 01	0.4476E 00	0.2391E 00
80.0	-0.8695E 00	-0.9868E 00	0.3030E 00	-0.8693E-01
90.0	-0.4625E 00	-0.8608E 00	0.2276E 00	-0.2924E 00
100.0	-0.1254E 00	-0.7516E 00	0.1933E 00	-0.4157E 00
110.0	0.1624E 00	-0.6395E 00	0.1794E 00	-0.4809E 00
120.0	0.4129E 00	-0.5142E 00	0.1712E 00	-0.5048E 00
130.0	0.6309E 00	-0.3714E 00	0.1591E 00	-0.4999E 00
140.0	0.8170E 00	-0.2105E 00	0.1379E 00	-0.4764E 00
150.0	0.9684E 00	-0.3427E-01	0.1067E 00	-0.4429E 00
160.0	0.1080E 01	0.1517E 00	0.6846E-01	-0.4066E 00
170.0	0.1149E 01	0.3399E 00	0.2861E-01	-0.3722E 00
180.0	0.1172E 01	0.5220E 00	-0.6706E-02	-0.3426E 00
190.0	0.1150E 01	0.6908E 00	-0.3292E-01	-0.3183E 00
200.0	0.1089E 01	0.8413E 00	-0.4829E-01	-0.2989E 00
210.0	0.9973E 00	0.9721E 00	-0.5377E-01	-0.2839E 00
220.0	0.8825E 00	0.1084E 01	-0.5187E-01	-0.2732E 00
230.0	0.7533E 00	0.1182E 01	-0.4507E-01	-0.2682E 00
240.0	0.6159E 00	0.1270E 01	-0.3460E-01	-0.2712E 00
250.0	0.4750E 00	0.1355E 01	-0.1976E-01	-0.2860E 00
260.0	0.3342E 00	0.1446E 01	0.2647E-02	-0.3185E 00
270.0	0.1958E 00	0.1555E 01	0.3904E-01	-0.3780E 00
280.0	0.6144E-01	0.1701E 01	0.1003E 00	-0.4800E 00
290.0	-0.6767E-01	0.1913E 01	0.2036E 00	-0.6506E 00
300.0	-0.1886E 00	0.2232E 01	0.3725E 00	-0.9335E 00
310.0	-0.2903E 00	0.2702E 01	0.6306E 00	-0.1394E 01
320.0	-0.3352E 00	0.3327E 01	0.9670E 00	-0.2100E 01
330.0	-0.2388E 00	0.3896E 01	0.1247E 01	-0.2991E 01
340.0	0.4337E-01	0.3627E 01	0.1136E 01	-0.3485E 01
350.0	0.5454E-01	0.1192E 01	0.4760E 00	-0.2177E 01
360.0	-0.1330E 01	-0.3209E 01	0.1647E 00	0.1504E 01

*

*

A P Ê N D I C E C

DESENVOLVIMENTO DAS EQUAÇÕES PARA O MODO DE MOVIMENTO LIVRE

APÊNDICE - C

DESENVOLVIMENTO DAS EQUAÇÕES PARA O

MODO DE MOVIMENTO LIVRE

O equilíbrio de forças e momentos para a barra 2 for
nece:

$$\left. \begin{aligned} R_{x1} + m_2 a_{x2} + R_{xa} &= 0 & (a) \\ R_{y1} + m_2 a_{y2} + R_{ya} + m_2 g &= 0 & (b) \\ T_2 + R_{xa} (r_2 - \rho_2) \sin \theta_2 + R_{y1} \rho_2 \cos \theta_2 &= \\ I_2 \alpha_2 + R_{ya} (r_2 - \rho_2) \cos \theta_2 + R_{x1} \rho_2 \sin \theta_2 &= 0 & (c) \end{aligned} \right\} \quad (C.1)$$

Para a barra 3, pode-se escrever:

$$\left. \begin{aligned} R_{xa} - m_3 a_{x3} &= 0 & (a) \\ R_{ya} - m_3 a_{y3} - m_3 g &= 0 & (b) \\ R_{xa} \rho_3 \sin \theta_3 &= J_3 \alpha_3 + R_{ya} \rho_3 \cos \theta_3 & (c) \end{aligned} \right\} \quad (C.2)$$

Para a barra 4, as relações são:

$$\left. \begin{aligned} R_{x2} + m_4 a_{x4} &= 0 & (a) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} R_{y2} + m_4 a_{y4} + m_4 g &= 0 & (b) \\ R_{y2} \rho_4 \cos \theta_4 &= T_4 + I_4 \alpha_4 + R_{x2} \rho_4 \sin \theta_4 & (c) \end{aligned} \right\} \quad (C.3)$$

De (C.1.a) e (C.1.b), obtem-se:

$$\left. \begin{aligned} R_{x1} &= - (m_2 a_{x2} + R_{xa}) & (a) \\ R_{y1} &= - (m_2 a_{y2} + R_{ya} + m_2 g) & (b) \end{aligned} \right\} \quad (C.4)$$

A substituição de (C.4) em (C.1.c) fornece:

$$\begin{aligned} R_{xa} [(r_2 - \rho_2) \sin \theta_2 + \rho_2 \sin \theta_2] &= \\ - T_2 + I_2 \alpha_2 + R_{ya} [(r_2 - \rho_2) \cos \theta_2 + \rho_2 \cos \theta_2] &+ \\ m_2 a_{y2} \rho_2 \cos \theta_2 + m_2 g \rho_2 \cos \theta_2 - m_2 a_{x2} \rho_2 \sin \theta_2, \end{aligned}$$

donde (veja Apêndice - A):

$$\begin{aligned} R_{xa} [r_2 \sin \theta_2] - R_{ya} [r_2 \cos \theta_2] &= \\ - T_2 + I_{20_1} \alpha_2 + m_2 g \rho_2 \cos \theta_2 \end{aligned} \quad (C.5)$$

Os mesmos passos são repetidos para a equação (C.2).

Assim:

$$R_{xa} = m_3 a_{x3} \quad \left. \vphantom{R_{xa}} \right\} \quad (C.6)$$

$$R_{ya} = m_3 a_{y3} + m_3 g \quad \left. \vphantom{R_{ya}} \right\}$$

Substituindo (C.6) em (C.2.c), obtém-se:

$$m_3 a_{x3} \rho_3 \sin \theta_3 = I_3 \alpha_3 + (m_3 a_{y3} + m_3 g) \rho_3 \cos \theta_3$$

Dai:

$$I_3 \alpha_3 + m_3 \rho_3 [a_{y3} \cos \theta_3 - a_{x3} \sin \theta_3] = - m_3 g \rho_3 \cos \theta_3,$$

que dá (vide Apêndice - A):

$$I_3 \alpha_3 + m_3 \rho_3 [r_2 \alpha_2 \cos (\theta_2 - \theta_3) - r_2 \omega_2^2 \sin (\theta_2 - \theta_3) + \rho_3 \alpha_3] = - m_3 g \rho_3 \cos \theta_3$$

A equação (C.2.c) toma, então, a forma:

$$I_{3A} \alpha_3 + m_3 \rho_3 r_2 [\alpha_2 \cos (\theta_2 - \theta_3) - \omega_2^2 \sin (\theta_2 - \theta_3)] = - m_3 g \rho_3 \cos \theta_3 \quad (C.7)$$

Para as equações (C.3), pode escrever-se:

$$\left. \begin{aligned} R_{x2} &= - m_4 a_{x4} \\ R_{y2} &= - (m_4 a_{y4} + m_4 g) \end{aligned} \right\} \quad (C.8)$$

e

$$- (m_4 a_{y4} + m_4 g) \rho_4 \cos \theta_4 = T_4 + I_4 \alpha_4 - m_4 a_{x4} \rho_4 \sin \theta_4,$$

que dá (veja Apêndice - A):

$$I_{4O_2} \alpha_4 + T_4 = - m_4 g \rho_4 \cos \theta_4 \quad (C.9)$$

A equação (C.9) é uma equação diferencial que gover
na a barra 4. A equação (C.8) dá as reações em O_2 .

A equação (C.7) é uma equação diferencial que gover
na a barra 3. As equações (C.6) e (C.4) dão as reações em A e O_1 .

A equação (C.9) dá o valor de T_2 .

A P Ê N D I C E D

SUBROTINA "IMPA"

SUB-ROTINA "IMPA" PARA O CALCULO DE
 OM3S, OM4S, EFF E EF APOS O IMPACTO.
 NOP=1 PARA DESLISAMENTO RELATIVO
 NOP=2 PARA SEM DESLISAMENTO
 NOP=3 PARA DESLISAMENTO ADERENTE
 FLAG=1., SEM OBSTRUCAO.
 FLAG=-1., COM OBSTRUCAO.

ESCRITO E PROGRAMADO POR * JUAREZ ROSA *

JULHO, 1973, COPPE - UFRJ.

SUBROUTINE IMPA
 COMMON R1,R2,R3,R4,Z,E,G,T,TF,H,EMU,LL
 COMMON EM2,EM3,EM4,AI3,AI4,AI3A,AI4O2,RO2,RO3,RO4
 COMMON OM2,OM3,OM4,OM3S,OM4S,EFF,EF,TT2,FLAG
 COMMON S2,C2,S3,C3,S4,C4,SEP,CEP,U1,U2,TOL,NOP
 COMMON RR2,RR3,RR4,RR5,RRS,BB1,BB2,BB3,BB4,ZS
 COMMON RX1,RX2,RXA,RXB,RX3,RX4,RX5,RX6,RX7,RX8
 COMMON X1(4),X2(4),ARG(4),V(4)

PREPARACAO DAS FUNCOES TRIGONOMETRICAS
 QUE NAO DEPENDEM DE EPSI-ESTRELA.
 FIXADO FLAG=1.

FLAG=1.
 $C2E = C2 * CEP + S2 * SEP$
 $S3E = S3 * CEP - C3 * SEP$
 $C3E = C3 * CEP + S3 * SEP$
 $S4E = S4 * CEP - C4 * SEP$
 $C4E = C4 * CEP + S4 * SEP$
 $RS = \sqrt{R4^2 + Z^2 + 2 * R4 * Z * C4E}$
 $SAS = (Z / RS) * S4E$
 $CAS = \sqrt{1 - SAS^2}$
 $RRS = RS / (AI3A * AI4O2)$
 $S4EA = S4E * CAS - C4E * SAS$
 $C4EA = C4E * CAS + S4E * SAS$
 LUX1=1
 LUX2=1

CALCULO DE C6,C7,C8,C9

$CC6 = RR3 * S3E$
 $CC7 = RR3 * C3E$
 $CC8 = RR4 * S4E$
 $CC9 = RR4 * C4E$

TRECHO PARA OPCAO ESPECIFICA

GO TO (1,18,35),NOP

DESLISAMENTO RELATIVO.
 CALCULO DE BETA E SIGN(BETA)

G LEVEL 20

IMPA

DATE = 74317

08/47/13

C

```

1 B=R2*C2E*OM2+R3*OM3*C3E-RS*C4EA*OM4
  IF(B) 2,4,3
2 SGNB=-1.
  GO TO 5
3 SGNB=1.
  GO TO 5
4 SGNB=0.

```

C

C

C

C

CALCULO DAS RELACOES TRIGONOMETRICAS
QUE DEPENDEM DE EPSI-ESTRELA

```

5 W1=1./SQRT(1.+EMU**2)
  W2=EMU*W1
  SEPS=SEP*W1+CEP*W2*SGNB
  CEPS=CEP*W1-SEP*W2*SGNB
  S2ES=S2*CEPS-C2*SEPS
  S3ES=S3*CEPS-C3*SEPS
  S4ES=S4*CEPS-C4*SEPS
  C4ES=C4*CEPS+S4*SEPS
  S4EAS=S4ES*CAS-C4ES*SAS

```

C

C

C

CALCULO DE C1,C2,C3,C4,C5

```

CC1=CC6-EMU*SGNB*CC7
CC2=CC8-EMU*SGNB*(CC9+RR5)
CC3=RR3*S3ES
CC4=RRS*S4EAS
CC5=(1.+E)*RR2*S2ES

```

C

C

C

CALCULO DE OM3S,OM4S,EFF,EF,PARA NOP=1

```

W=CC2*CC4*AI3A+CC1*CC3*AI4O2
  IF(W) 6,37,6
6 IF(CC1) 7,37,7
7 IF(CC4) 8,37,8
8 W1=(CC2*CC4*AI3A-E*CC1*CC3*AI4O2)*OM3
  W2=(CC1*CC4*AI4O2)*(1.+E)*OM4
  W3=(CC1*CC5*AI4O2)*OM2
  OM3S=(W1+W2-W3)/W
  OM4S=(CC3*(OM3S+E*OM3)-E*CC4*OM4+CC5*OM2)/CC4
  EFF=(OM3S-OM3)/(AI4O2*CC1)
  EF=EMU*SGNB*EFF
  IF(EMU) 9,36,9
9 IF(LUX1-1) 36,10,36
10 LUX1=2

```

C

C

C

TESTE DE BETA ESTRELA

```

BS=R2*C2E*OM2+R3*OM3S*C3E-RS*C4EA*OM4S
  IF(BS) 11,13,12
11 SGNBS=-1.
  GO TO 14
12 SGNBS=1.
  GO TO 14
13 SGNBS=0.

```

C

C

REAVALIACAO DE OM3S,OM4S,EFF E EF,

G LEVEL 20

IMPA

DATE = 74317

08/47/13

C PARA NOP=1, SE NECESSARIO

C

14 IF (B) 16,15,16
 15 SGNB=SGNBS
 GO TO 5
 16 IF(SGNB-SGNBS) 17,36,17
 17 SGNB=0.
 GO TO 5

C

C SEM DESLISAMENTO. CALCULO DE C10 E C11
 C RELACAO (RAT)=0.
 C

18 CC10=RRS*C4EA
 CC11=RR2*C2E
 RAT=0.

C

C INICIO DO CICLO DE ITERACAO
 C

19 IF (RAT) 20,22,21
 20 SGNB=-1.
 RAT=-RAT
 GO TO 23
 21 SGNB=1.
 GO TO 23
 22 SGNB=0.
 23 W1=1./SQRT(1.+RAT*RAT)
 W2=RAT*W1
 SEPS=SEP*W1+CEP*W2*SGNB
 CEPS=CEP*W1-SEP*W2*SGNB
 S2ES=S2*CEPS-C2*SEPS
 S3ES=S3*CEPS-C3*SEPS
 S4ES=S4*CEPS-C4*SEPS
 C4ES=C4*CEPS+S4*SEPS
 S4EAS=S4ES*CAS-C4ES*SAS

C

C CALCULO DE C3,C4 E C5.
 C

CC3=RR3*S3ES
 CC4=RRS*S4EAS
 CC5=(1.+E)*RR2*S2ES

C

C CALCULO DE OM3S,OM4S,EFF E EF, PARA NOP=2
 C

W=CC3*CC10-CC4*CC7
 WW=(CC6*(CC9+RR5)-CC7*CC8)*AI3A
 IF (W) 24,37,24
 24 IF(WW) 25,37,25
 25 IF(CC10) 26,37,26
 26 IF(CC7) 27,37,27
 27 W1=(CC4*CC11-CC5*CC10)*OM2
 W2=E*CC3*CC10*OM3
 W3=E*CC4*CC10*OM4
 OM3S=(W1-W2+W3)/W
 OM4S=(CC7*OM3S+CC11*OM2)/CC10
 WW1=AI3A*(CC9+RR5)*(OM3S-OM3)/AI402
 WW2=CC7*(OM4S-OM4)
 EFF=(W1+WW2)/WW
 EF=(CC6*AI402*EFF+OM3-OM3S)/(CC7*AI402)

G LEVEL 20

IMPA

DATE = 74317

08/47/13

RATS=EF/EFF

C
C
C
C

TESTE DA CONVERGENCIA DA NOVA
RELACAO (RAT)

IF (RATS) 28,30,29

28 SGNBS=-1.

RATS=-RATS

GO TO 31

29 SGNBS=1.

GO TO 31

30 SGNBS=0.

31 IF (ABS (RATS-RAT)-TOL) 33,33,32

32 RAT=RATS*SGNBS

GO TO 19

33 IF (LUX2-1) 34,36,34

34 IF (RAT-EMU) 36,36,1

C
C
C

DESLISAMENTO ADERENTE

35 LUX2=2

GO TO 18

C
C
C
C

CALCULO DAS COMPONENTES DAS REACOES DE
IMPULSO E DOS TORQUES

36 W1=EFF*CEP-EF*SEP

W2=EFF*SEP+EF*CEP

W3=EM4*RO4*(OM4S-OM4)

W4=EM3*RO3*(OM3S-OM3)

RX2=W1+W3*S4

RY2=W2-W3*C4

RXA=W1-W4*S3

RYA=W2+W4*C3

RX1=-RXA

RY1=-RYA

TT2=R2*(PYA*C2-RXA*S2)

RXB=EFF*CEP-EF*SEP

RYB=EFF*SEP+EF*CEP

GO TO 38

37 FLAG=-1.

38 CONTINUE

RETURN

END

A P Ê N D I C E E

SUBROTINA "FREE"

SUB-ROTINA ' FREE ', PARA O CALCULO DE
TETA3,TETA4,SUAS FUNCOES TRIGONOMETRICAS,
OM3,OM4 E CONJUGADO MOTOR, PARA O
' MODO DE MOVIMENTO LIVRE ' .
USADO O ALGORITMO DE ' RUNGE - KUTTA ',
NA FORMA VETORIAL.
AS REACOES SAO COMPUTADAS SO QUANDO LL=1
OU QUANDO O MODO TERMINA
QUANDO LL=-1, E O MODO AINDA PREVALECE, O CALCULO
DAS REACOES E' SALTEADO.

ESCRITO E PROGRAMADO POR * JUAREZ ROSA *

JULHO, 1973, COPPE - UFRJ.

SUBROUTINE FREE

COMMON R1,R2,R3,R4,Z,E,G,T,TF,H,EMU,LL
COMMON EM2,EM3,EM4,AI3,AI4,AI3A,AI4D2,RO2,RO3,RO4
COMMON CM2,CM3,OM4,OM3S,CM4S,EFF,EF,TT2,FLAG
COMMON S2,C2,S3,C3,S4,C4,SEP,CEP,U1,U2,TOL,NOP
COMMON RR2,RR3,RR4,RR5,RRS,BB1,BB2,BB3,BB4,ZS
COMMON RX1,RY1,RXA,RYA,RXB,RYP,RX2,RY2
COMMON X1(4),X2(4),ARG(4),V(4)

ENCAMINHE A SOLUCAO UM DEGRAU
DE (T), ATE' (T+H)

LUX=1

TT=T

DO 1 I=1,4

1 ARG(I)=X1(I)

GO TO 8

2 LUX=2

TT=T+.5*H

DO 3 I=1,4

X2(I)=X2(I)+H*V(I)/6.

3 ARG(I)=X1(I)+.5*H*V(I)

GO TO 8

4 LUX=3

DO 5 I=1,4

X2(I)=X2(I)+H*V(I)/3.

5 ARG(I)=X1(I)+.5*H*V(I)

GO TO 8

6 LUX=4

TT=T+H

DO 7 I=1,4

X2(I)=X2(I)+H*V(I)/3.

7 ARG(I)=X1(I)+H*V(I)

8 V(1)=ARG(2)

V(3)=ARG(4)

W1=(BB1*SIN(OM2*TT)-BB2)*COS(ARG(1))

W2=BB1*COS(OM2*TT)*SIN(ARG(1))

V(2)=W1-W2

V(4)=-BB3-BB4*COS(ARG(3))

```

      GO TO (2,4,6,9), LUX
      9 DO 10 I=1,4
    10 X2(I)=X2(I)+H*V(I)/6.
      DO 11 I=1,4
    11 X1(I)=X2(I)
      T=TT

```

```

C
C      CALCULO DAS FUNCOES TRIGONOMETRICAS
C      E DE U1, U2 E ZS
C

```

```

      OM3=X2(2)
      OM4=X2(4)
      T2=(T*OM2*180.)/PI
      S2=SIN(T*OM2)
      C2=COS(T*OM2)
      T3=(X2(1)*180.)/PI
      S3=SIN(X2(1))
      C3=COS(X2(1))
      TE4=(X2(3)*180.)/PI
      S4=SIN(X2(3))
      C4=COS(X2(3))
      U1=R2*C2+R3*C3-R4*C4-R1
      U2=R2*S2+R3*S3-R4*S4
      ZS=U1**2+U2**2

```

```

C
C      VERIFIQUE SE AS REACOES DEVEM SER CALCULADAS
C
      IF (Z**2-ZS) 14,13,13

```

```

C
C      CALCULO DAS ACELERACOES LINEARES E ANGULARES
C

```

```

13 A4=-BB3-BB4*C4
   A3=(BB1*S2-BB2)*C3-(BB1*C2)*S3
   AX2=-R02*C2*OM2**2
   AY2=-R02*S2*OM2**2
   AX3=(R2/R02)*AX2-R03*(C3*OM3**2+A3*S3)
   AY3=(R2/R02)*AY2-R03*(S3*OM3**2-A3*C3)
   AX4=-R04*(C4*OM4**2+A4*S4)
   AY4=-R04*(S4*OM4**2-A4*C4)

```

```

C
C      CALCULO DAS REACOES
C

```

```

      RX2=-EM4*AX4
      RY2=-(EM4*AY4+EM4*G)
      RXA=EM3*AX3
      RYA=EM3*AY3+EM3*G
      RX1=-(EM2*AX2+RXA)
      RY1=-(EM2*AY2+RYA+EM2*G)
      TT2=EM2*G*R02*C2-RXA*R2*S2+RYA*R2*C2
      RXB=0.
      RYB=0.

```

```

14 CONTINUE
   RETURN
END

```

A P Ê N D I C E F

PROGRAMA PRINCIPAL PARA O MECANISMO COM FOLGA

A P E N D I C E F

SAO UTILIZADAS DUAS SUB-ROTINAS -FREE E IMPA-.
CONST = 1, PARA O MECANISMO NAO CRUZADO.
CONST=-1 PARA O MECANISMO CRUZADO.
N=NO. DE INTERVALOS DE (H) ,
ANTES DE SE INICIAR A IMPRESSAO.

ESCRITO E PROGRAMADO POR JUAREZ ROSA.

JULHO DE 1973 - COPPE - UFRJ.

COMMON R1,R2,R3,R4,Z,E,G,T,TF,H,EMU,LL
COMMON EM2,EM3,EM4,AI3,AI4,AI3A,AI4O2,RO2,RO3,RO4
COMMON CM2,CM3,CM4,OM3S,OM4S,EFF,EF,TT2,FLAG
COMMON S2,C2,S3,C3,S4,C4,SEP,CEP,U1,U2,TOL,NOP
COMMON RR2,RR3,RR4,RR5,RRS,BB1,BB2,BB3,BB4,ZS
COMMON RX1,RY1,RXA,RYA,RXB,RYB,RX2,RY2
COMMON X1(4),X2(4),ARG(4),V(4)

LEITURA DE DADOS

READ(8,101) R1,R2,R3,R4
READ(8,102) EM2,EM3,EM4,AI2,AI3,AI4
READ(8,103) RO2,RO3,RO4
READ(8,103) CM2,AL2,T4
READ(8,104) CONST,TOL,NOP,N
READ(8,102) Z,E,TF,H,EMU,G

IMPRESSAO DOS DADOS.

WRITE(5,201) R1,R2,R3,R4
WRITE(5,202) EM2,EM3,EM4,AI2,AI3,AI4
WRITE(5,203) RO2,RO3,RO4
WRITE(5,204) CM2,AL2,T4
WRITE(5,205) CONST,TOL,NOP,N
WRITE(5,206) Z,E,TF,H,EMU,G

CALCULO DOS MOMENTOS DE INERCIA DE MASSA
EM RELACAO A O1, A E O2.

AI2O1=AI2+EM2*RO2**2
AI3A=AI3+EM3*RO3**2
AI4O2=AI4+EM4*RO4**2
PI=3.141593

CALCULO DOS COEFICIENTES E CONSTANTES.

U=AI3A*AI4O2
RR2=R2/U
RR3=R3/U
RR4=R4/U
RR5=Z/U
BB1=(EM3*RO3*R2*OM2**2)/AI3A
BB2=(EM3*G*RO3)/AI3A

BB3=T4/AI402
BB4=(EM4*G*RO4)/AI402

C
C
C

CONDICOES INICIAIS.

T=0.

$C3 = (R3**2 - R4**2 + (R1 - R2)**2) / (2. * R3 * (R1 - R2))$

$C4 = (R3**2 - (R1 - R2)**2 - R4**2) / (2. * R4 * (R1 - R2))$

$S3 = CONST * SQRT(1. - C3**2)$

$S4 = CONST * SQRT(1. - C4**2)$

$OM3 = ((R2/R3) * OM2 * S4) / (S3 * C4 - C3 * S4)$

$OM4 = ((R2/R4) * OM2 * S3) / (S3 * C4 - C3 * S4)$

X1(2)=CM3

X1(4)=OM4

X2(2)=X1(2)

X2(4)=X1(4)

X1(1)=ATAN(S3/C3)

X1(3)=ATAN(S4/C4)+PI

IF(CONST) 1,2,2

1 X1(1)=X1(1)+PI

X1(3)=X1(3)+PI

2 X2(1)=X1(1)

X2(3)=X1(3)

II=1

RX1=0.

RY1=0.

RXA=0.

RYA=0.

RXB=0.

RYB=0.

RX2=0.

RY2=0.

TT2=0.

THET2=0.

$THET3 = (X1(1) * 180.) / PI$

$THET4 = (X1(3) * 180.) / PI$

WRITE (5,207)

WRITE (5,208) THET2,RX1,RY1,THET3,
1RXA,RYA,RXB,RYB,THET4,RX2,RY2,TT2,II

C
C
C
C

SUPONDO-SE QUE, PARA T=0,

TEMOS O MODO DE MOVIMENTO LIVRE.

3 LL=-1

4 IND=0

5 IND=IND+1

CALL FREE

$THET3 = (X1(1) * 180.) / PI$

$THET4 = (X1(3) * 180.) / PI$

$THET2 = (OM2 * T * 180.) / PI$

6 IF(THET2-360.) 8,8,7

7 THET2=THET2-360.

GO TO 6

8 IF(TF=T) 17,9,9

9 IF(Z**2-ZS) 14,14,10

10 II=1

IF(LL) 11,12,11

11 WRITE (5,208) THET2,RX1,RY1,THET3,

```
11 RXA,RYA,RXB,RYB,THET4,RX2,RY2,TT2,II
   LL=-1
12 IF(N=IND) 4,13,5
13 LL=1
   GO TO 5
14 SEP=U2/SQRT(ZS)
   CEP=U1/SQRT(ZS)
   CALL IMPA
   II=2
   IF(FLAG) 16,15,15
15 WRITE (5,208) THET2,RX1,RY1,THET3,
16 RXA,RYA,RXB,RYB,THET4,RX2,RY2,TT2,II
   X1(2)=CM3S
   X1(4)=OM4S
   X2(2)=X1(2)
   X2(4)=X1(4)
   GO TO 3
16 WRITE(5,209)
   GO TO 18
17 WRITE (5,208) THET2,RX1,RY1,THET3,
18 RXA,RYA,RXB,RYB,THET4,RX2,RY2,TT2,II
18 CONTINUE
```

C
C
C

DECLARACOES FORMAT

```
101 FORMAT(4F10.5)
102 FORMAT(6F10.5)
103 FORMAT(3F10.5)
104 FORMAT(2F10.5,2I3)
201 FORMAT(1H1,50X,6H DADOS,/,
110X,4H R1=,F10.5,5X,4H R2=,F10.5,5X,4H R3=,
2F10.5,5X,4H R4=,F10.5)
202 FORMAT(10X,4H M2=,F10.5,5X,4H M3=,F10.5,5X,
14H M4=,F10.5,5X,/,10X,4H I2=,F10.5,5X,
24H I3=,F10.5,5X,4H I4=,F10.5)
203 FORMAT(9X,5H R02=,F10.5,4X,5H R03=,F10.5,
14X,5H R04=,F10.5)
204 FORMAT(6X,8H OMEGA2=,F10.5,21X,7H ALFA2=,
1F10.5,5X,4H T4=,F10.5)
205 FORMAT(3X,11H CONSTANTE=,F10.5,16X,
112H TOLERANCIA=,F10.5,4X,5H NOP=,I3,3X,3H N=,I3)
206 FORMAT(8X,6H ZETA=,F10.5,6X,3H E=,F10.5,7X,
121H TEMPO FINAL DE GIRO=,F10.5,/,5X,9H DELTA T=,
2F10.5,4X,5H EMU=,F10.5,6X,3H G=,F10.5)
207 FORMAT(1H1,5X,23H'REACOES'COM'FOLGA'EM'B,
1//,1X,4H TH2,4X,4H RX1,7X,4H RY1,5X,4H TH3,
24X,4H RXA,7X,4H RYA,7X,4H RXB,7X,4H RYB,4X,
34H TH4,5X,4H RX2,7X,4H RY2,8X,3H T2,4X,3H II)
208 FORMAT(1X,F4.0,1X,E10.3,1X,E10.3,2X,
1F4.0,1X,2(E10.3,1X,E10.3,1X),1X,F4.0,1X,
2E10.3,1X,E10.3,2X,E10.3,1X,I1)
209 FORMAT(10H CBSTRUCAO)
   CALL EXIT
   END
```

F44-LEVEL LINKAGE EDITOR OPTIONS SPECIFIED LET

VARIABLE OPTIONS USED - SIZE=(81920,10240)=

DEFAULT OPTION(S)

****MAIN DOES NOT EXIST BUT HAS BEEN ADDED TO DATA SET

DADOS			
R1= 12.00000	R2= 6.00000	R3= 12.00000	R4= 12.00000
M2= 0.00129	M3= 0.00259	M4= 0.00259	
I2= 0.00398	I3= 0.03125	I4= 0.03125	
RO2= 3.00000	RO3= 6.00000	RO4= 6.00000	
OMEGA2= 10.00000		ALFA2= 0.0	T4= 0.0
CONSTANTE= 1.00000		TOLERANCIA= 0.00100	NOP= 1 N= 1
ZETA= 0.00200	E= 0.80000	TEMPO FINAL DE GIRO=	2.00000
DELTA T= 0.00100	EMU= 0.10000	G= 0.0	

A P Ê N D I C E G

FLUXOGRAMAS

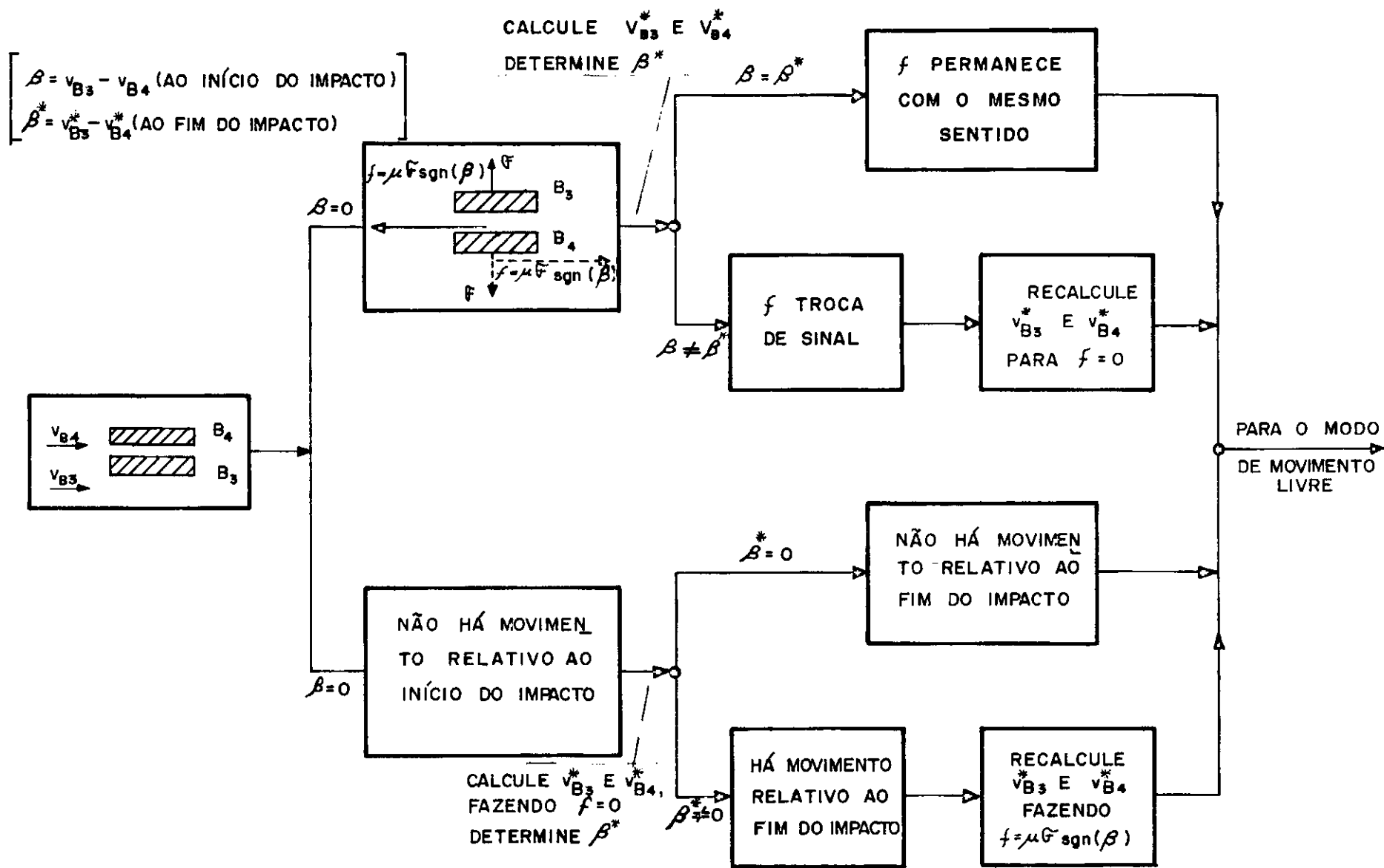


FIGURA G.1 — ESTRATÉGIA PARA O DESLISAMENTO RELATIVO

CASO I - DESLISAMENTO RELATIVO
 CASO II - SEM DESLISAMENTO
 CASO III - DESLISAMENTO ADERENTE

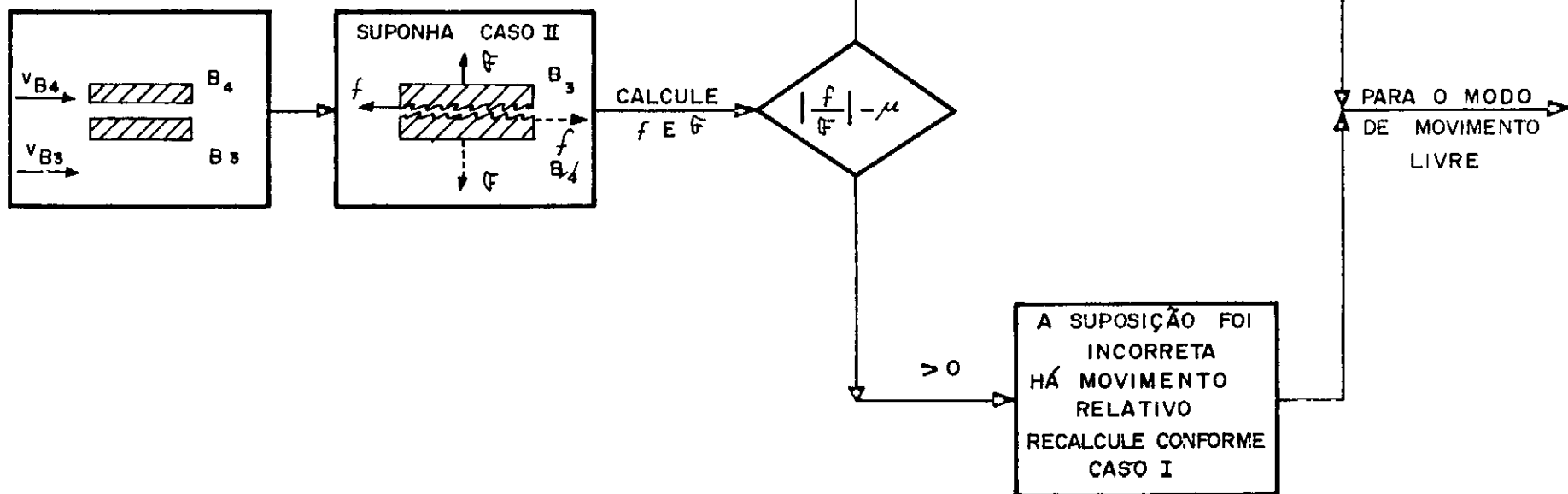


FIGURA 6.2 — ESTRATÉGIA PARA O DESLISAMENTO ADERENTE