

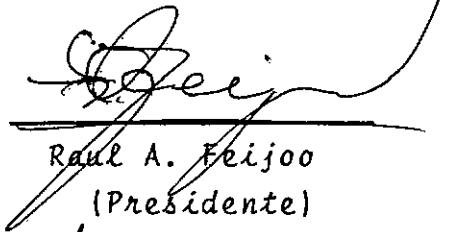
ANÁLISE DINÂMICA LINEAR DE CASCAS AXISSIMÉTRICAS

COM UM ELEMENTO FINITO CURVO

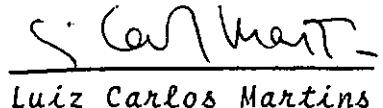
Reinaldo Jacques Jospin

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS  
DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO  
PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.).

Aprovada por:

  
Raul A. Feijoo  
(Presidente)

  
Luiz Bevilacqua

  
Luiz Carlos Martins

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

OUTUBRO DE 1978

Agradeço,

aos professores da COPPE/UFRJ pelos conhecimentos transmitidos, em especial aos Profs. Raul A. Feijoo e Luiz Bevilacqua pela dedicação com que orientaram esta tese;

à NUCLEBRAS, na pessoa de Luiz Osório de Brito Aghina, pela colaboração recebida;

a Alejandra Rotania de Pozzi pela confecção gráfica;

a meus colegas e amigos que indiretamente contribuiram para a concretização deste trabalho.

A minha esposa e  
a meus familiares

## RESUMO

Neste trabalho desenvolve-se uma análise dinâmica linear baseada na Teoria de LOVE e FLÜGGE para cascas finas axis-simétricas submetidas a cargas arbitrárias incluindo efeitos de temperatura.

As equações gerais de equilíbrio e as correspondentes condições de contorno são obtidas a partir do Princípio dos Trabalhos Virtuais.

Na determinação de soluções aproximadas aplica-se o Método dos Elementos Finitos utilizando um elemento curvo com 3 nós e 4 graus de liberdade por nó.

A resposta dinâmica linear é obtida pelo Método da Superposição Modal supondo um amortecimento viscoso por meio de percentagens do amortecimento crítico.

A teoria é utilizada em algumas aplicações numéricas e os resultados são comparados aos apresentados por outros autores. Apresenta-se também o Programa Automático desenvolvido em FORTRAN-IV.

## ABSTRACT

In this work a linear dynamic analysis based on the theories of LOVE and FLÜGGE is presented for axisymmetric thin shells under the action of arbitrary loads including temperature effects.

The general equilibrium equations and the corresponding boundary conditions are obtained from the Principle of Virtual Work.

To determine the approximate solution one applies the Finite Element Method using a curved element with three nodes and four degrees of freedom per node.

The linear dynamic response is obtained by the Modal Superposition Method supposing a viscous damping by means of percentage of the critical damping.

The theory is applied in some numerical examples and the results are compared to those presented by other authors.

The Automatic Program developed in FORTRAN-IV is also presented.

## ÍNDICE

Páginas

## INTRODUÇÃO

## I. DEFINIÇÕES GERAIS DE CASCAS

I.1. Introdução .....	5
I.2. Tensor Deformação .....	7
I.3. Hipóteses Simplificadoras de Kirchhoff-Love ....	14
I.4. Equações Constitutivas .....	17

## II. EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

II.1. Princípio dos Trabalhos Virtuais .....	20
II.2. Trabalho Virtual das Tensões .....	22
II.3. Trabalho Virtual das Forças .....	28
II.4. Obtenção das Equações de Equilíbrio .....	31

## III. CASCAS AXISSIMÉTRICAS

III.1. Particularização para o caso de cascas de revolução .....	40
III.2. Solução aproximada pelo Método dos Elementos Finitos .....	50

## IV. ANÁLISE DINÂMICA LINEAR LIVRE

IV.1. Introdução .....	63
IV.2. Método de Solução do Problema do Autovalor ....	64
IV.2.1. Método de Iteração de Sub-espacos (M.I.S) ...	66
IV.2.1.1. Algoritmo do M.I.S .....	67

## Páginas

IV.2.1.2. Vetores de Partida .....	72
IV.2.1.3. Convergência .....	73
<b>V. ANÁLISE DINÂMICA LINEAR FORÇADA</b>	
V.1. Método da Superposição Modal .....	75
<b>VI. EXEMPLOS NUMÉRICOS</b>	
VI.1. Vibrações Livres .....	81
VI.2. Vibrações Forçadas .....	92
VI.3. Conclusões .....	104
<b>VII. PROGRAMA AUTOMÁTICO</b>	
VII.1. Introdução .....	106
VII.2. Descrição das Subrotinas .....	108
VII.3. Manual de Utilização .....	114
<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	133
<b>APÊNDICE A: Matriz das funções de interpolação dos deslocamentos .....</b>	138
<b>APÊNDICE B: Matriz de Rotação do elemento .....</b>	139
<b>APÊNDICE C: Cargas Concentradas .....</b>	142
<b>APÊNDICE D: Cargas Pontuais .....</b>	145
<b>APÊNDICE E: Cargas Distribuídas .....</b>	148
<b>APÊNDICE F: Cargas de Peso Próprio .....</b>	152
<b>APÊNDICE G: Cargas de Temperatura .....</b>	157
<b>APÊNDICE H: Esforços Atuantes .....</b>	159
<b>APÊNDICE I: Listagem do Programa Automático .....</b>	161

## INTRODUÇÃO

O objetivo deste trabalho é apresentar uma formulação variacional para a análise dinâmica linear de cascas axisimétricas submetidas a cargas arbitrárias.

LOVE<sup>1</sup>, referência básica dos problemas associados a teoria de cascas, e NOVOZHILOV<sup>8</sup> apresentaram equações gerais para cascas utilizando um sistema de coordenadas coincidindo com as linhas de curvaturas principais da superfície média.<sup>12</sup> Seguindo a mesma linha, pode-se citar os trabalhos de WASHIZU e KRAUS<sup>3</sup> que obtiveram as equações gerais de equilíbrio de cascas utilizando um método variacional.

GREEN e ZERNA<sup>18</sup>, NAGHDI<sup>19</sup> e FLÜGGE<sup>33</sup> apresentaram uma teoria geral de cascas utilizando coordenadas curvilíneas quaisquer e notação tensorial. Outros como FLÜGGE<sup>2</sup>, GIRKMANN<sup>16</sup> e TIMOSHENKO e GOODIER<sup>32</sup> apresentaram também equações para cascas mas tratando independentemente cada casca com um sistema de referência mais adequado a sua geometria.

Para se reduzir o problema tridimensional de cascas a um bidimensional "equivalente" são utilizadas as hipóteses de KIRCHHOFF-LOVE e seguindo a mesma proposição de SANABRIA<sup>5</sup> apresenta-se a teoria de cascas sob uma forma variacional permitindo tratar-se simultaneamente das teorias de LOVE e FLÜGGE [2].

O Princípio de Trabalhos Virtuais conjuntamente com o Método dos Elementos Finitos permite a obtenção de soluções

aproximadas. Uma função quadrática, obtida por meio dos polinômios de LAGRANGE, é utilizada para se interpolar a geometria e os deslocamentos circunferenciais e meridionais da casca. O deslocamento normal da casca é interpolado através de polinômios de HERMITE de 5º grau, objetivando satisfazer a condição subsidiária de continuidade da rotação. No sentido circumferencial todos os deslocamentos e rotações são expandidos em série de FOURIER, o mesmo ocorrendo com as cargas e as variações térmicas.

A resposta dinâmica da casca é obtida por meio da superposição modal utilizando a Integral de DUHAMEL como solução das equações desacopladas. Neste método, torna-se necessária a determinação das frequências e modos de vibração, recorrendo-se portanto ao Método de Iteração de Sub-espacos desenvolvido por BATHE<sup>20</sup>. Supõem-se que as cargas são do tipo determinístico com solução analítica para a Integral de DUHAMEL.

No capítulo I deste trabalho introduz-se as equações cinemáticas e constitutivas a partir de conceitos fundamentais da geometria diferencial e derivadas covariante explicitadas por SANABRIA<sup>5</sup>. Apresenta-se também o tensor deformação cujas componentes estão referidas às coordenadas curvilíneas principais da superfície média da casca. As equações constitutivas consideram o efeito da temperatura e um material Hookeano ortotrópico cujas direções de ortotropia coincidem com as direções das coordenadas curvilíneas principais. Utiliza-se neste capítulo as hipóteses de KIRCHHOFF-LOVE conjuntamente com a teoria de LOVE (cascas finas) ou a de FLÜGGE.

Em seguida, no capítulo II, estabelece-se o Princípio dos Trabalhos Virtuais considerando a inércia da casca, os

efeitos de temperatura e o amortecimento. Utilizando um campo de três deslocamentos e duas rotações obtém-se as equações de equilíbrio de uma casca qualquer. Mostra-se que o equilíbrio de momentos em relação a normal da superfície média é satisfeito pela teoria de FLÜGGE e somente em determinadas condições é satisfeito pela teoria de LOVE.

Posteriormente, no capítulo III, particulariza-se o estudo para cascavéis axissimétricas e reduz-se o campo a um de três deslocamentos e uma rotação satisfazendo uma condição subsidiária. Introduz-se uma solução aproximada empregando conjuntamente o Princípio de Trabalhos Virtuais e o Método dos Elementos Finitos utilizando um elemento curvo com três nós e quatro graus de liberdade por nó.

No capítulo IV, obtém-se as p menores frequências e os correspondentes modos de vibração da casca utilizando o Método de Iteração de Sub-espacos. Apresentam-se o algoritmo, a construção dos vetores de partida e a convergência do método.

Com os resultados obtidos no capítulo IV desacopla-se, no capítulo V, a equação de movimento, supondo-se que a matriz de amortecimento é proporcional. As equações diferenciais obtidas têm solução analítica através da integral de Duhamel. A resposta dinâmica linear forçada é obtida por meio da superposição da resposta em cada modo de vibração e em cada harmônico excitado pela carga.

Finalmente, no capítulo VI, apresentam-se algumas comparações entre as soluções numéricas de vibrações livres e forçadas obtidas pelo presente trabalho e as soluções de outros autores, enquanto que no capítulo VII apresentam-se o pro-

grama automático e seu manual de utilização.

Este trabalho é aplicável ao estudo dinâmica de componentes dos reatores nucleares cuja configuração assemelha-se a uma casca fina axissimétrica. Em particular, aplica-se ao caso da cuba cilíndrica do reator de pesquisa "COBRA" cuja análise vem sendo desenvolvida na Divisão de Reatores da NUCLEBRAS e que foi a motivação do presente trabalho.

## CAPITULO I

## DEFINIÇÕES GERAIS DE CASCAS

## 1.1. INTRODUÇÃO.

Seja  $C$  uma casca material,  $C_t$  a sua configuração no instante  $t$  e  $c_t(\cdot, t)$  a aplicação dos pontos materiais  $\bar{x} \in C$ , em pontos  $x \in C_t$ , então tem-se:

$$x = c_t(\bar{x}, t) \quad \text{onde} \quad c_t: C \times \mathbb{R}^+ \rightarrow E^3 \quad (1.1)$$

Referindo o movimento da casca a uma configuração inicial  $C_0$  que pode não pertencer necessariamente a  $C_t$ , obtém-se uma aplicação de uma região  $E^3$  em outra  $E^3$  onde:

$E^3$  : espaço euclidiano pontual tridimensional

Denominando  $c^0(\cdot)$  a aplicação dos pontos materiais  $\bar{x}$  de  $C$  em pontos  $X$  de  $C_0$  e  $c_t^0(\cdot, t)$  a aplicação de  $X$  de  $C_0$  em pontos  $x$  de  $C_t$ , obtém-se:

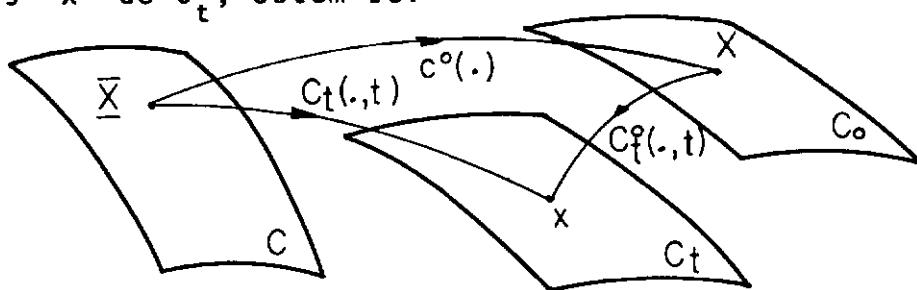


Fig.(1.1)

$$x = c^0(\bar{x}), \text{ onde } \bar{x} \in C, \quad c^0: C \rightarrow E^3 \quad (1.2)$$

$$x = c_t^0(x, t), \text{ onde } x \in C_0, \quad c_t^0: C_0 \times R^+ \rightarrow E^3 \quad (1.3)$$

Admitindo que as aplicações são inversíveis [21], pode-se ter:

$$c_t^0(., t) = c_t\{[c^0(.)]^{-1}, t\} \quad (1.4)$$

A configuração inicial  $C_0$  é definida a partir de sua superfície média  $S_0$  e de sua espessura  $h_0$ . Seja  $\Lambda$  uma região do  $E^2$  limitada pelo contorno  $\Gamma$ , então a superfície média pode ser definida por:

$$S_0 = \{x_0; x_0 \in E^3; x_0 = x^i(\xi) e_i, i = 1, 2, 3; \xi \in \bar{\Lambda}\} \quad (1.5)$$

e a sua espessura por:

$$h_0 = \{h; h \in R^+, h = h(\xi), \xi \in \bar{\Lambda}\} \quad (1.6)$$

onde  $x_0 : \bar{\Lambda} \rightarrow E^3$ ;  $\bar{\Lambda} = \Lambda \cup \Gamma$

$h : \bar{\Lambda} \rightarrow R^+$ ;  $R^+$  = conjunto dos números reais positivos

$\{\underline{e}_i\}_{i=3}^{} : \text{base orthonormal}$

Portanto a configuração  $C_0$  é definida por:

$$C_0 = \{\underline{x} \in E^3; \underline{x} = \underline{x}_0(\xi) + \xi \underline{n}(\xi); \xi \in \bar{\Lambda}; |\xi| \leq h(\xi)/2\}$$

onde  $\underline{n}(\xi)$ : vetor unitário normal a  $S_0$  no ponto  $\underline{x}_0 = \underline{x}_0(\xi)$

## I.2. TENSOR DE DEFORMAÇÃO

Seja  $\underline{x}$  um ponto arbitrário de  $C_0$  que na configuração  $C_t$  ocupa a posição  $\underline{x}$ , então:

$$\underline{x} = \underline{x}_0 + \underline{u} \quad (I.7)$$

onde  $\underline{u}$  é o deslocamento do ponto  $\underline{x}$

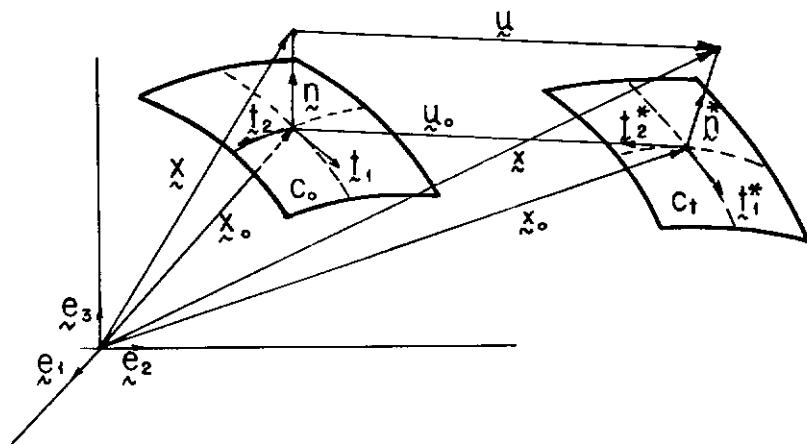


Fig.(I.2)

Sendo  $d\tilde{x}$  um elemento de  $C_0$  que passa para  $dx$  na configuração  $C_t$  e observando que as funções  $\tilde{x}$  e  $u$  são funções vetoriais reais das coordenadas curvilineas  $\tilde{\theta} = (\xi^1, \xi^2, \xi)$ , tem-se:

$$d\tilde{x} = \nabla_{\tilde{x}} d\tilde{x} = \left( I + \nabla u \right) d\tilde{x} \quad (1.8)$$

onde  $\nabla u = \nabla u \begin{vmatrix} & \nabla \theta \\ \tilde{x} & \tilde{x} \end{vmatrix}_x$

Portanto uma medida de deformação da configuração  $C_0$  para  $C_t$  é dada por:

$$\|d\tilde{x}\|^2 - \|dx\|^2 = (\nabla u + \nabla u^t + \nabla u^t \nabla u) d\tilde{x} \cdot d\tilde{x}$$

Denominando por  $\tilde{\epsilon}$  o tensor deformação, tem-se:

$$\tilde{\epsilon} = \frac{1}{2} (\nabla u + \nabla u^t + \nabla u^t \nabla u) \quad (1.9)$$

As componentes do tensor dependem da base na qual se quer defini-lo.

Partindo da própria definição da configuração  $C_0$ :

$$\tilde{x} = \tilde{x}_0(\xi) + \xi n(\xi) \quad (1.10)$$

A definição da base covariante é dada por:

$$\tilde{x}_1 = \frac{\partial x}{\partial \zeta^1} = \frac{\partial \tilde{x}_0}{\partial \zeta^1} + \xi \frac{\partial n}{\partial \zeta^1} = \tilde{x}_{01} + \xi n_{-1}$$

$$\tilde{x}_2 = \frac{\partial x}{\partial \zeta^2} = \frac{\partial \tilde{x}_0}{\partial \zeta^2} + \xi \frac{\partial n}{\partial \zeta^2} = \tilde{x}_{02} + \xi n_{-2}$$

$$\tilde{x}_3 = n \quad (1.11)$$

Utilizando as componentes contravariantes  $G_0^{\beta\gamma}$  do tensor métrico da superfície média e os coeficientes  $L_{\alpha\gamma}$  da segunda forma fundamental desta mesma superfície definidas em [5.], obtém-se:

$$n_\alpha = L_\alpha^\beta \tilde{x}_{0\beta} \quad ; \alpha, \beta = 1, 2$$

$$L_\alpha^\beta = G_0^{\beta\gamma} L_{\alpha\gamma} \quad ; \alpha, \beta, \gamma = 1, 2 \quad (1.12)$$

Substituindo (1.12) em (1.11) a base covariante é dada por:

$$\tilde{x}_1 = (1 + \xi L_1^1) \tilde{x}_{01} + \xi L_1^2 \tilde{x}_{02}$$

$$\tilde{x}_2 = \xi L_2^1 \tilde{x}_{01} + (1 + \xi L_2^2) \tilde{x}_{02}$$

$$\tilde{x}_3 = n \quad (1.13)$$

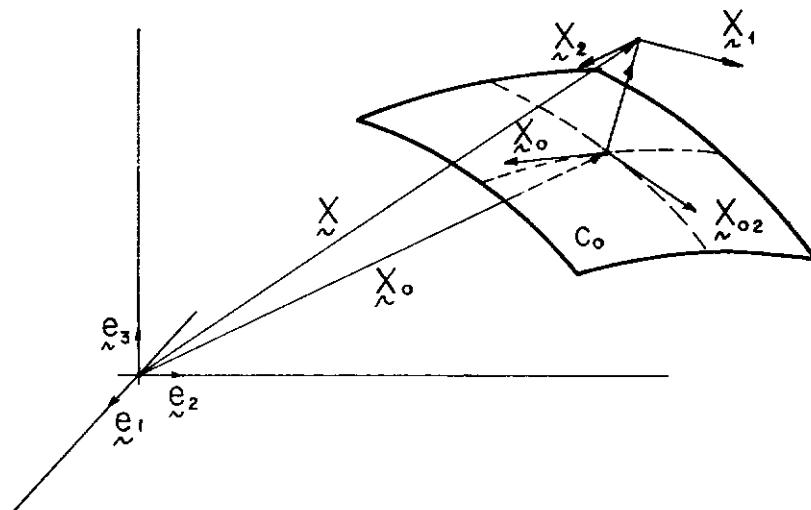


Fig.(1.3)

Referindo todas as magnitudes à base covariante unitária da superfície média de  $C_0$ :

$$t_1 = \frac{x_{01}}{\|x_{01}\|}$$

$$t_2 = \frac{x_{02}}{\|x_{02}\|}$$

(1.14)

O gradiente de deslocamento  $\nabla \tilde{x}|_{\theta}$ , referido a esta base suposta ortonormal, é dado por:

$$\nabla \tilde{x}|_{\theta} = \begin{bmatrix} x_1 \cdot t_1 & x_2 \cdot t_1 & n \cdot t_1 \\ x_1 \cdot t_2 & x_2 \cdot t_2 & n \cdot t_2 \\ x_1 \cdot n & x_2 \cdot n & n \cdot n \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

e supondo além disso que as curvas coordenadas são linhas de cur-

vatura ( $L_\alpha^\beta = 0$ ), tem-se:

$$\nabla \underline{x} \Big|_{\underline{\theta}} = \begin{bmatrix} A_1(1 + \frac{\xi}{R_1}) & 0 & 0 \\ 0 & A_2(1 + \frac{\xi}{R_2}) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

onde:  $A_\alpha = (G_{\alpha\alpha}^0)^{1/2}$ ;  $G_{\alpha\alpha}^0 = 1/G_0^{\alpha\alpha}$ ;  $\alpha = 1, 2$

$$\frac{1}{R_\alpha} = \frac{L_{\alpha\alpha}}{A_\alpha^2} ; \alpha = 1, 2 \quad (1.17)$$

Portanto, supondo que  $\nabla \underline{x} \Big|_{\underline{\theta}}$  é inversível, obtém-se que:

$$\nabla \underline{\theta} \Big|_{\underline{x}} = (\nabla \underline{x} \Big|_{\underline{\theta}})^{-1} = \begin{bmatrix} 1/A_1(1+\xi/R_1) & 0 & 0 \\ 0 & 1/A_2(1+\xi/R_2) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

Referindo o deslocamento  $\underline{u}$  à base ortonormal  $(\underline{t}_1, \underline{t}_2, \underline{n})$ , tem-se:

$$\underline{u} = u^\alpha \underline{t}_\alpha + u^3 \underline{n} ; \alpha = 1, 2 \quad (1.19)$$

Derivando o deslocamento  $\underline{u}$  com respeito as coordenadas curvilíneas  $\underline{\theta} = (\zeta^1, \zeta^2, \xi)$  e utilizando a definição das derivadas dos vetores  $\underline{t}_\alpha$  e  $\underline{n}$  em relação as mesmas coordenadas das por:

$$\underline{t}_{\alpha\alpha} = - (A_{\alpha\beta}/A_\beta) \underline{t}_\beta - (L_{\alpha\alpha}/A_\alpha) \underline{n}$$

$$\underline{t}_{\alpha\beta} = (A_{\beta\alpha}/A_\alpha) \underline{t}_\beta - (L_{\alpha\beta}/A_\alpha) \underline{n}$$

$$\underline{n}_\alpha = (L_{\alpha\alpha}/A_\alpha) \underline{t}_\alpha + (L_{\alpha\beta}/A_\beta) \underline{t}_\beta ; \alpha, \beta = 1, 2 \quad (1.20)$$

obtém-se o gradiente de deslocamentos  $\nabla \underline{u} \Big|_{\underline{\theta}}$  referido à base covariante unitária:

$$\nabla \underline{u} \Big|_{\underline{\theta}} = \begin{bmatrix} u_{,1}^1 + u_{,2}^2 \frac{A_{1,2}}{A_2} + u_{,3}^3 \frac{A_{1}}{R_1} & u_{,2}^1 + u_{,1}^2 \frac{A_{2,1}}{A_1} & u_{,3}^1 \\ u_{,1}^2 - u_{,1}^1 \frac{A_{1,2}}{A_2} & u_{,2}^2 + u_{,1}^1 \frac{A_{2,1}}{A_1} + u_{,3}^3 \frac{A_{2}}{R_2} & u_{,3}^2 \\ u_{,1}^3 - u_{,1}^1 \frac{A_{1}}{R_1} & u_{,2}^3 - u_{,2}^2 \frac{A_{2}}{R_2} & u_{,3}^3 \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

Portanto, o gradiente de deslocamentos  $\nabla \underline{u}$ , é dado por:

$$\nabla \underline{u} = \nabla \underline{u} \Big|_{\underline{\theta}} \nabla \underline{\theta} \Big|_{\underline{x}} = \begin{bmatrix} (1/\rho_1) I_{11} \underline{u} & (1/\rho_2) I_{12} \underline{u} & u_{,3}^1 \\ (1/\rho_1) I_{21} \underline{u} & (1/\rho_2) I_{22} \underline{u} & u_{,3}^2 \\ (1/\rho_1) I_{31} \underline{u} & (1/\rho_2) I_{32} \underline{u} & u_{,3}^3 \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

onde

$$\rho_\alpha = 1 + \xi / R_\alpha ; \quad \alpha = 1, 2$$

e  $I_{i\alpha}$  ( $i = 1, 2, 3; \alpha = 1, 2$ ) são operadores diferenciais da forma:

$$I_{11} = \left( \frac{\partial \cdot}{\partial \xi^1}, \frac{1}{A_2} \frac{\partial A_1}{\partial \xi^2}, \frac{A_1}{R_1} \right) / A_1$$

$$I_{21} = \left( -\frac{1}{A_2} \frac{\partial A_1}{\partial \xi^2}, \frac{\partial \cdot}{\partial \xi^1}, 0 \right) / A_1$$

$$I_{31} = \left( -\frac{A_1}{R_1}, 0, \frac{\partial \cdot}{\partial \xi^1} \right) / A_1$$

$$I_{12} = \left( \frac{\partial \cdot}{\partial \xi^2}, -\frac{1}{A_1} \frac{\partial A_2}{\partial \xi^1}, 0 \right) / A_2$$

$$I_{22} = \left( \frac{1}{A_1} \frac{\partial A_2}{\partial \xi^1}, \frac{\partial \cdot}{\partial \xi^2}, \frac{A_2}{R_2} \right) / A_2$$

$$I_{32} = \left( 0, -\frac{A_2}{R_2}, \frac{\partial \cdot}{\partial \xi^2} \right) / A_2 \quad (1.23)$$

Supondo ainda que as deformações são infinitesimais, considera-se que:

$$\underline{\varepsilon} \approx \underline{\epsilon} = \frac{1}{2} (\nabla \underline{u} + \nabla \underline{u}^t) \quad (1.24)$$

então, as componentes deste tensor de deformação infinitesimal com respeito à base covariante unitária ( $\tilde{t}_1, \tilde{t}_2, \tilde{n}$ ) são:

$$e_{11} = \frac{1}{\rho_1} I_{11} \underline{u}$$

$$e_{22} = \frac{1}{\rho_2} I_{22} \underline{u}$$

$$e_{33} = \frac{\partial u^3}{\partial \xi}$$

$$e_{12} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\rho_2} I_{12} \underline{u} + \frac{1}{\rho_1} I_{21} \underline{u} \right)$$

$$e_{13} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u^1}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho_1} I_{31} \underline{u} \right)$$

$$e_{23} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u^2}{\partial \xi} + \frac{1}{\rho_2} I_{32} \underline{u} \right) \quad (1.25)$$

### 1.3. HIPÓTESES SIMPLIFICADORAS DE KIRCHHOFF-LOVE.

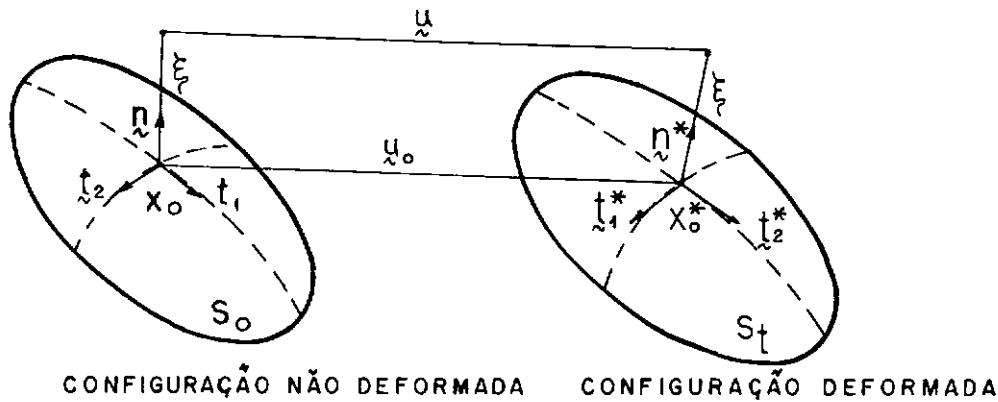
Com o objetivo de reduzir o problema tridimensional de cascas a um bidimensional, impõe-se restrições ao campo de deslocamentos de tal forma que apenas o conhecimento do deslocamento da superfície média é suficiente para determinar o deslocamento de qualquer ponto da casca.

Com este intuito, pode-se utilizar as hipóteses de KIRCHHOFF-LOVE que estabelecem:

- As fibras normais a superfície média em  $C_0$  perman-

necem normais a superfície média em  $C_t$ .

- As fibras normais conservam o seu comprimento depois da deformação.



Utilizando as hipóteses anteriores, o campo de deslocamentos é dado por :

$$\underline{u} = \underline{u}_0 + \xi (\underline{n}^* - \underline{n}) \quad (1.26)$$

onde  $\underline{n}^*$  : é o vetor normal a superfície média da configuração deformada no ponto  $X_0^*$ .

$\underline{u}_0$  : é o deslocamento da superfície média.

Para se referir  $\underline{n}^*$  à base  $(\underline{t}_1, \underline{t}_2, \underline{n})$  observa-se que a superfície média  $S_t$  da configuração  $C_t$  pode ser representada por:

$$\underline{x}_0^* = \underline{x}_0(\zeta^1, \zeta^2) + \underline{u}_0(\zeta^1, \zeta^2) \quad (1.27)$$

então o vetor unitário  $\underline{n}^*$  normal a  $S_t$  é dado por:

$$\underline{n}^* = \frac{\underline{x}_{01}^* \times \underline{x}_{02}^*}{||\underline{x}_{01}^* \times \underline{x}_{02}^*||} \quad (1.28)$$

onde:  $\tilde{x}_{0\alpha}^* = \tilde{x}_{0\alpha} + u_{0\alpha}$ ;  $\alpha = 1, 2$

Utilizando as expressões de  $\nabla \tilde{x}|_{\theta}$  e  $\nabla u|_{\theta}$  de (1.16) e (1.21) com relação à base  $(t_1, t_2, n)$ , tem-se:

$$\begin{aligned}\tilde{x}_{01}^* &= A_1 (1 + I_{11} \frac{u}{0}) t_1 + A_1 I_{21} \frac{u}{0} t_2 + A_1 I_{31} \frac{u}{0} n \\ \tilde{x}_{02}^* &= A_2 I_{12} \frac{u}{0} t_1 + A_2 (1 + I_{22} \frac{u}{0}) t_2 + A_2 I_{32} \frac{u}{0} n\end{aligned}\quad (1.29)$$

Substituindo (1.29) em (1.28), obtém-se:

$$\tilde{n}^* = \frac{L}{K} t_1 + \frac{M}{K} t_2 + \frac{N}{K} n \quad (1.30)$$

onde  $K = (L^2 + M^2 + N^2)^{1/2}$

$$L = I_{21} \frac{u}{0} I_{32} \frac{u}{0} - I_{31} \frac{u}{0} I_{22} \frac{u}{0}$$

$$M = I_{12} \frac{u}{0} I_{31} \frac{u}{0} - I_{32} \frac{u}{0} I_{11} \frac{u}{0}$$

$$N = 1 + I_{22} \frac{u}{0} + I_{11} \frac{u}{0} + I_{11} \frac{u}{0} I_{22} \frac{u}{0} - I_{12} \frac{u}{0} I_{21} \frac{u}{0} \quad (1.31)$$

Supondo ainda, pequenas rotações:

$$\tilde{n}^* \cong \beta_1 t_1 + \beta_2 t_2 + n$$

$$K \cong 1$$

$$N \cong 1$$

$$L \cong -I_{31} \frac{u}{0} = \beta_1$$

$$M \cong -I_{32} \frac{u}{0} = \beta_2$$

(1.32)

Substituindo (1.32) em (1.26) resulta que:

$$\underline{u} = \underline{u}_0 + \xi \underline{\beta} \quad (1.33)$$

onde

$$\underline{\beta} = (\beta_1, \beta_2, 0)$$

Substituindo novamente (1.33) em (1.25), observa-se que  $e_{13} = e_{23} = e_{33} = 0$ , o que está de acordo com as hipóteses de Kirchhoff-Love.

Então, o tensor de deformação infinitesimal, dentro das hipóteses de Kirchhoff-Love e das pequenas rotações, é dado por:

$$\underline{e} = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & 0 \\ e_{21} & e_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.34)$$

onde

$$e_{11} = \frac{1}{\rho_1} l_{11} \underline{u}$$

$$e_{22} = \frac{1}{\rho_2} l_{22} \underline{u}$$

$$e_{12} = e_{21} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\rho_1} l_{21} \underline{u} + \frac{1}{\rho_2} l_{12} \underline{u} \right)$$

#### 1.4. EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS.

Supõe-se que o material da casca é hookeano ortotrópico, isto é, que existam três planos principais de simetria

mutuamente ortogonais, e que estes planos coincidam com os planos definidos pela base  $(t_1, t_2, n)$ .

Nas equações constitutivas tanto Flügge como Love consideram que a tensão  $\sigma_{33}$  pode ser considerada desprezível comparada às tensões  $\sigma_{11}$  e  $\sigma_{12}$ . [2,5]

Na realidade, desde que o equacionamento do problema será por um método variacional, estar-se-á supondo que os termos  $\sigma_{33}$  e  $\sigma_{33}$ ,  $2\sigma_{13}$  e  $2\sigma_{13}$  e  $2\sigma_{23}$  e  $2\sigma_{23}$  que colaboram na energia de deformação da casca serão desprezíveis em relação aos demais termos.

Levando em conta as hipóteses simplificadoras e os efeitos de temperatura, pela lei de Hooke, tem-se:

$$e_{11} = \frac{\sigma_{11}}{E_1} - \frac{\nu_{12}}{E_2} \sigma_{22} + \alpha_1 T$$

$$e_{22} = -\frac{\nu_{21}}{E_1} \sigma_{11} + \frac{\sigma_{22}}{E_2} + \alpha_2 T$$

$$\gamma_{12} = 2e_{12} = \sigma_{12}/G_{12} \quad (1.35)$$

onde

$$E_1/E_2 = \nu_{21}/\nu_{12}$$

T : distribuição de temperatura conhecida

$\alpha_i$ : coeficiente de dilatação térmica na direção

$$t_i, i = 1, 2$$

De (1.35) as tensões são dadas por:

$$\underline{\sigma} = \underline{D} (\underline{e} - \underline{\alpha}T) \quad (1.36)$$

onde

$$\underline{\sigma} = (\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12})^t$$

$$\underline{e} = (e_{11}, e_{22}, -\gamma)^t$$

$$\underline{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, 0)^t$$

$$\underline{d} = (d_{ij}); i, j = 1, 3$$

$$d_{ij} = E_i / (1 - v_{12} v_{21}) ; i = 1, 2$$

$$d_{ij} = v_j i E_j / (1 - v_{12} v_{21}) ; i, j = 1, 2 , i \neq j$$

$$d_{33} = G_{12}$$

$$d_{13} = d_{23} = d_{31} = d_{32} = 0$$

## CAPITULO II

## EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

## II.1. PRINCÍPIO DOS TRABALHOS VIRTUAIS.

Seja uma casca  $C$ , designa-se por  $S$  a superfície média da configuração  $C_0$  e por  $V$  o volume total de  $C_0$ . Além disto, supõe-se que esta casca está submetida à ação de um sistema de forças  $(\underline{b}^*, \underline{f})$  definido por:

$\underline{f}$  : densidade de força por unidade de superfície atuante em  $S_\sigma$ , parte da superfície  $S$ .

$\underline{b}^*$  : densidade de força por unidade de volume, composta das densidades das forças do peso próprio ( $\underline{\rho_p}$ ), de amortecimento ( $\underline{\rho_a}$ ) e de inércia ( $\underline{\rho u}$ ). Então:

$$\underline{b}^* = \underline{b} - \underline{\rho u} \quad (II.1)$$

onde

$$\underline{b} = \underline{\rho_p} + \underline{\rho_a}$$

$\rho$  : densidade de massa da casca

$u$  : deslocamento de um ponto material da casca  $C$

Denominando  $S_u$  como parte da superfície  $S$  onde os deslocamentos estão prescritos, pode-se ainda definir um campo

de deslocamentos  $\underline{u}$  cinematicamente admissíveis:

$\underline{u} \in \text{Kin}; \text{ Kin} = \{\underline{u}, \underline{u} = \bar{\underline{u}} \text{ em } S_u, \underline{u} : \text{suficientemente regular}\}$

e um campo de deslocamentos virtuais  $\hat{\underline{u}}$ :

$\hat{\underline{u}} \in \text{Var}; \text{ Var} = \{\hat{\underline{u}}, \hat{\underline{u}} = 0 \text{ em } S_u, \hat{\underline{u}} : \text{suficientemente regular}\}$

A partir disto, o Princípios dos Trabalhos Virtuais estabelece que a casca está em equilíbrio, sob a ação do sistema de forças  $(\underline{b}^*, \underline{f})$ , se e somente se:

$$\int_V \underline{b}^* \cdot \hat{\underline{u}} \, dV + \int_{S_\sigma} \underline{f} \cdot \hat{\underline{u}} \, dS_\sigma = \int_V \underline{\sigma} \cdot \hat{\underline{e}}(\hat{\underline{u}}) \, dV \quad (11.2)$$

para todo deslocamento virtual  $\hat{\underline{u}}$ , e onde:

$$\hat{\underline{e}} = (\hat{e}_{11}, \hat{e}_{22}, \hat{e}_{12})^T = \left( \frac{1}{\rho_1} I_{11} \hat{u}, \frac{1}{\rho_2} I_{22} \hat{u}, \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\rho_1} I_{21} \hat{u} + \frac{1}{\rho_2} I_{12} \hat{u} \right) \right)^T$$

$$\underline{\sigma} = \underline{\sigma}_E + \underline{\sigma}_T = \underline{\sigma} \underline{e} - \underline{\sigma} \underline{\alpha}^T$$

$$\underline{e} = (e_{11}, e_{22}, e_{12})^T = \left( \frac{1}{\rho_1} I_{11} u, \frac{1}{\rho_2} I_{22} u, \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\rho_1} I_{21} u + \frac{1}{\rho_2} I_{12} u \right) \right)^T$$

## II.2. TRABALHO VIRTUAL DAS TENSÕES.

### II.2.1. Parte Elástica: $\underline{\sigma}_E$

O trabalho virtual das tensões elásticas da casca é definido por:

$$\delta V_E = \int_V \underline{\sigma}_E \cdot \hat{\underline{e}} dV \quad (II.3)$$

Utilizando as relações de tensões-deformações em (I.36), tem-se:

$$\delta V_E = \int_A \left[ \frac{h}{2} \right]_z^{\frac{h}{2}} D e. \hat{e} p_1 p_2 d\xi A_1 A_2 d\xi^1 d\xi^2 \quad (II.4)$$

As componentes do tensor deformação  $\hat{e}$  na base  $(\underline{t}_1, \underline{t}_2, \underline{n})$  são dadas por:

$$e_{11}^0 = \frac{1}{p_1} e_{11}^0 + \frac{\xi}{p_1} k_{11}^0$$

$$e_{22}^0 = \frac{1}{p_2} e_{22}^0 + \frac{\xi}{p_2} k_{22}^0$$

$$\gamma = e_{12}^0 + e_{21}^0 = \frac{1}{p_2} e_{21}^0 + \frac{\xi}{p_2} k_{21}^0 + \frac{1}{p_1} e_{12}^0 + \frac{\xi}{p_1} k_{12}^0 \quad (II.5)$$

onde

$$\underline{\epsilon}_{ij}^0 = l_{ji} \underline{u}_0$$

$$\underline{k}_{ij}^0 = l_{ji} \underline{\beta} \quad ; \quad i, j = 1, 2$$

$$\underline{\epsilon} = (\underline{\epsilon}_{11}, \underline{\epsilon}_{22}, \gamma)^t$$

Definindo as matrizes  $\underline{\underline{H}}$  e  $\underline{\underline{H}}^0$  como:

$$\underline{\underline{H}} = \begin{bmatrix} 1/\rho_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\rho_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\rho_1 & 1/\rho_2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{H}}^0 = \begin{bmatrix} \underline{\underline{H}} & \underline{\xi} & \underline{\underline{H}} \end{bmatrix} \quad (11.6)$$

O tensor de deformação  $\underline{\underline{\epsilon}}$  pode ser definido por:

$$\underline{\epsilon} = \underline{\underline{H}} \underline{\epsilon}^0 \quad , \quad \hat{\underline{\epsilon}} = \underline{\underline{H}}^0 \hat{\underline{\epsilon}}^0 \quad (11.7)$$

onde

$$\underline{\epsilon}^0 = (\underline{\epsilon}^{0t} \quad \underline{k}^{0t})$$

$$\underline{\epsilon}^{0t} = (\underline{\epsilon}_{11}^0, \underline{\epsilon}_{22}^0, \underline{\epsilon}_{12}^0, \underline{\epsilon}_{21}^0)^t$$

$$\underline{k}^{0t} = (k_{11}^0, k_{22}^0, k_{12}^0, k_{21}^0)^t$$

Definindo o operador  $\underline{\underline{B}}$  e  $\underline{\underline{B}}_1$  por:

$$\begin{matrix} \underline{\underline{B}} \\ \underline{\underline{\beta}} \end{matrix} = \begin{bmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{21} \\ I_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{A_1} \frac{\partial}{\partial \zeta^1} (\cdot) & \frac{A_{1,2}}{A_1 A_2} & \frac{1}{R_1} \\ \frac{A_{2,1}}{A_1 A_2} & \frac{1}{A_2} \frac{\partial}{\partial \zeta^2} (\cdot) & \frac{1}{R_2} \\ -\frac{A_{1,2}}{A_1 A_2} & \frac{1}{A_1} \frac{\partial}{\partial \zeta^1} (\cdot) & 0 \\ \frac{1}{A_2} \frac{\partial}{\partial \zeta^2} (\cdot) & -\frac{A_{2,1}}{A_1 A_2} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} \underline{\underline{B}} \\ \underline{\underline{\beta}} \end{matrix} = \begin{bmatrix} I_{31} \\ I_{32} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_1} & 0 & \frac{1}{A_1} \frac{\partial}{\partial \zeta^1} (\cdot) \\ 0 & -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{A_2} \frac{\partial}{\partial \zeta^2} (\cdot) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11.8)$$

As deformações da superfície média são dadas por:

$$\underline{\underline{e}}^0 = \begin{matrix} \underline{\underline{B}} \\ \underline{\underline{\beta}} \end{matrix} \underline{u}_0$$

$$\underline{\underline{k}}^0 = \begin{matrix} \underline{\underline{B}} \\ \underline{\underline{\beta}} \end{matrix} \underline{\underline{\beta}} \quad (11.9)$$

e a rotação da normal, admitindo-se as hipóteses de Kirchhoff-Love e os deslocamentos infinitesimais ( $\nabla \underline{u}, \nabla \underline{u}^T \approx 0$ ), por:

$$\underline{\beta} = (\beta_1, \beta_2, 0)^t = -\frac{B}{z_1} u_0 \quad (11.10)$$

Substituindo o tensor deformação (11.7) na definição do trabalho virtual das tensões elásticas de uma casca (11.4), obtém-se:

$$\delta V_E = \int_A \underline{\sigma}_E^0 \cdot \underline{\epsilon}^0 A_1 A_2 d\xi^1 d\xi^2 \quad (11.11)$$

onde

$$\underline{\sigma}_E^0 = \underline{\epsilon}^0$$

$$\underline{\epsilon} = \begin{bmatrix} \frac{h}{2} \\ \underline{\epsilon}^t \\ \frac{-h}{2} \end{bmatrix} = \underline{\epsilon}^t \underline{D} \underline{\epsilon}^t \rho_1 \rho_2 d\xi \quad (11.11a)$$

Os esforços na casca são dados por:

$$\underline{\sigma}_E^0 = (\underline{N}^t \underline{M}^t) \quad (11.12)$$

onde

$$\underline{N} = (N_{11}, N_{22}, N_{12}, N_{21})^t = \left( \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \underline{\epsilon}^t \underline{D} \underline{\epsilon}^t \rho_1 \rho_2 d\xi \right) \underline{\epsilon}^0$$

$$\underline{M} = (M_{11}, M_{22}, M_{12}, M_{21})^t = \left( \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \xi \underline{\epsilon}^t \underline{D} \underline{\epsilon}^t \rho_1 \rho_2 d\xi \right) \underline{\epsilon}^0$$

### 11.2.2. Parte térmica: $\sigma_T$

Considerando o efeito de uma variação de temperatura o trabalho virtual das tensões térmicas provenientes da equação constitutiva (1.36) é dado por:

$$\delta V_T = - \int_V \frac{D}{2} \alpha T \cdot \hat{\epsilon} dV \quad (11.13)$$

onde

$$\sigma_T = (\sigma_{11}^T, \sigma_{22}^T, 0)^t = -\frac{D}{2} \alpha T$$

$$T = T(\zeta^1, \zeta^2, \xi) = T_0 + \xi \tau$$

$T_0$  : acréscimo de temperatura na superfície média.

$\tau = \frac{\Delta T}{h}$  : gradiente térmico na espessura

Substituindo (11.7) na expressão (11.13) resulta que:

$$\delta V_T = \int_A \hat{\sigma}_T^0 \cdot \hat{\epsilon}^0 A_1 A_2 d\zeta^1 d\zeta^2 \quad (11.14)$$

onde

$$\hat{\sigma}_T^0 = (N_{11}^T, N_{22}^T, 0, 0, M_{11}^T, M_{22}^T, 0, 0)^t = \begin{bmatrix} N_1^T \\ N_2^T \\ M_1^T \\ M_2^T \end{bmatrix}$$

$$N_{ii} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{ii}^T p_j d\xi \quad ; \quad j \neq i ; \quad i, j = 1, 2$$

$$M_{ii} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \xi \sigma_{ii}^T p_j d\xi \quad ; \quad j \neq i ; \quad i, j = 1, 2$$

$$\sigma_{ii}^T = - T \frac{E_i}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} (\alpha_i^T + \nu_{ij} \alpha_j^T) ; \quad j \neq i ; \quad i, j = 1, 2$$

Portanto, os esforços devido a uma variação de temperatura na casca, podem ser escritos por:

$$N_{ii} = -c_i^T T_0 + \frac{a^*}{R_j} D_i^T \tau$$

$$M_{ii} = - \left( \frac{a^*}{R_j} T_0 + \tau \right) D_i^T \quad ; \quad i \neq j , \quad i = j = 1, 2 \quad (11.15)$$

$$c_i^T = (\alpha_i + \nu_{ij} \alpha_j) c_i = (\alpha_i + \nu_{ij} \alpha_j) d_{ii} h$$

$$D_i^T = (\alpha_i + \nu_{ij} \alpha_j) D_i = (\alpha_i + \nu_{ij} \alpha_j) d_{ii} \frac{h^3}{12}$$

$$a^* = 0 ; \text{ teoria de Love: } h/R_\alpha \ll 1 ; \quad [2, 5]$$

$$a^* = 1, \text{ teoria de Flügge : } (h/R_\alpha)^4 \ll 1 ; [2,5]$$

### 11.3. TRABALHO VIRTUAL DAS FORÇAS.

#### 11.3.1. Parte das forças externas: $\underline{f}$

Supondo uma carga externa  $\underline{f}$  atuante na superfície média da casca, o trabalho virtual produzido por esta carga é dado por:

$$\delta W_E = \int_A f \cdot \hat{u}_0 A_1 A_2 d\zeta^1 d\zeta^2 \quad (11.16)$$

onde

$$\underline{f} = (f_1, f_2, f_n)^t$$

#### 11.3.2. Parte das forças de volume: $\underline{b}^*$

##### 11.3.2.1. Forças de inércia: $\rho \ddot{u}$

Definindo por  $\ddot{u}$  a aceleração de um ponto material de uma casca com densidade de massa  $\rho$ , o trabalho virtual das forças de inércia é dado por:

$$\delta W_i = - \int_V \rho \ddot{u} \cdot \hat{u} dV \quad (11.17)$$

onde

$$\ddot{\underline{u}} = \ddot{\underline{u}}_0 + \xi \ddot{\underline{\beta}}$$

Observação: Os termos associados a  $\ddot{\underline{\beta}}$  correspondem às inéncias de rotação.

Supondo que  $\underline{\mathbb{I}}^3$  é a matriz de identidade de ordem 3, o deslocamento  $\underline{u}$  e a aceleração  $\ddot{\underline{u}}$  podem ser representados por:

$$\underline{u} = \underline{\mathcal{F}} \underline{u}, \quad \ddot{\underline{u}} = \underline{\mathcal{F}} \ddot{\underline{u}} \quad (II.18)$$

onde

$$\underline{u} = (\underline{u}_0^t \ \underline{\beta}^t)$$

$$\underline{\mathcal{F}} = [\underline{\mathbb{I}}^3 \ \xi \underline{\mathbb{I}}^3]$$

Substituindo (II.18) em (II.17), obtém-se a expressão do trabalho virtual das forças de inércia em relação a superfície média:

$$\delta W_i = - \int_A \underline{\mathcal{F}} \ddot{\underline{u}} \cdot \underline{u} A_1 A_2 d\zeta^1 d\zeta^2 \quad (II.19)$$

onde

$$\underline{\mathcal{F}} = \rho \begin{cases} \frac{h}{2} & \underline{\mathcal{F}}^t \\ -\frac{h}{2} & \underline{\mathcal{F}}^t \end{cases} \rho_1 \rho_2 d\xi \quad (II.19a)$$

$$\hat{u} = \frac{\hat{F}_u}{\hat{z}} \quad (II.19b)$$

### II.3.2.2. Forças de amortecimento: $b_{\hat{z}_a}$

Devido à dificuldade de se definir o amortecimento estrutural cuja determinação requer por si só um estudo muito amplo para o objetivo da tese, considera-se aceitável defini-lo através de uma força de amortecimento  $b_{\hat{z}_a}$ , cujas características serão apresentadas no capítulo III.

O trabalho das forças de amortecimento é dado por:

$$\delta W_a = \int_V b_{\hat{z}_a} \cdot \hat{u} dV \quad (II.20)$$

onde

$$\hat{u} = \hat{u}_0 + \xi \hat{\beta}$$

Substituindo (II.19b) em (II.20) resulta:

$$\delta W_a = \int_A F_{\hat{z}_a} \cdot \hat{u} A_1 A_2 d\xi^1 d\xi^2 \quad (II.21)$$

onde

$$F_{\hat{z}_a} = \begin{cases} \frac{h}{2} & F_z^t b_a p_1 p_2 d\xi \\ -\frac{h}{2} & \end{cases}$$

### 11.3.2.3. Forças do peso próprio: $\tilde{b}_{\tilde{p}}$

Definindo por  $\underline{\underline{g}}$  a aceleração da gravidade atuante numa casca, o trabalho virtual do peso próprio pode ser escrito por:

$$\delta W_p = \int_V \tilde{b}_{\tilde{p}} \cdot \tilde{\underline{u}} dV = \int_A F_{\tilde{p}} \cdot \tilde{\underline{u}} A_1 A_2 d\zeta^1 d\zeta^2 \quad (11.22)$$

onde

$$F_{\tilde{p}} = \begin{cases} \frac{h}{2} & \rho F_t^t g \rho_1 \rho_2 d\xi \\ -\frac{h}{2} & \end{cases}$$

### 11.4. OBTENÇÃO DAS EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO.

Recorrendo às expressões (11.11), (11.14), (11.16) (11.19), (11.21) e (11.22) o princípio dos trabalhos virtuais em (11.2) se reduz a:

$$\delta V - \delta W = \int_A \left\{ \left( \frac{\sigma_E^0 + \sigma_T^0}{E} \right) \cdot \tilde{\underline{\epsilon}}^0 - f \cdot \tilde{\underline{u}}_0 + \left( \frac{\tilde{F}_u}{E} - F_a - F_p \right) \cdot \tilde{\underline{u}} \right\} A_1 A_2 d\zeta^1 d\zeta^2 = 0 \quad (11.23)$$

onde:

$$\delta V = \delta V_E + \delta V_T ; \quad \delta W = \delta W_E + \delta W_i + \delta W_a + \delta W_p$$

Desde que as funções  $\hat{u}_0$  e  $\beta$  devem satisfazer as hipóteses de Kirchhoff-Love e a imposição de pequenas rotações;

$$\underline{\beta} = -\frac{B}{z_1} \hat{u}_0 \quad (11.24)$$

então, pode-se eliminar  $\underline{\beta}$  da expressão (11.23) ou, simplesmente empregar os multiplicadores de Lagrange no princípio dos trabalhos virtuais, com as funções  $\hat{u}_0$ ,  $\underline{\beta}$  e  $\lambda$  livres de variar:

$$\delta V - \delta W + \delta \int_{A} \lambda \cdot (\underline{\beta} + \frac{B}{z_1} \hat{u}_0) A_1 A_2 d\zeta^1 d\zeta^2 = 0 \quad (11.25)$$

Recorrendo às expressões (11.9) e substituindo-as em (11.25) o princípio dos trabalhos virtuais resulta em:

$$\int_{A} \left[ \underline{N} \cdot \frac{B}{z} \hat{u}_0 + \underline{M} \cdot \frac{B}{z} \hat{\beta} - f \cdot \hat{u}_0 + (F_{z_1}^A \hat{u}_0 - F_{z_1}^P) \cdot \hat{u}_0 + \right. \\ \left. + (F_{z_2}^A \hat{\beta} - F_{z_2}^P) \cdot \hat{\beta} + (\underline{\beta} + \frac{B}{z_1} \hat{u}_0) \cdot \hat{\lambda} + \lambda \cdot \hat{\beta} + \right. \\ \left. + \lambda \cdot \frac{B}{z_1} \hat{u}_0 \right] A_1 A_2 d\zeta^1 d\zeta^2 = 0 \quad (11.26)$$

onde

$$\underline{N} = \underline{N}_E + \underline{N}_T \quad ; \quad \underline{M} = \underline{M}_E + \underline{M}_T$$

$$\underline{F}_1 = \rho(c_1 + c_2) \underline{l}^3 ; \quad \underline{F}_2 = \rho(c_2 + c_3) \underline{l}^3$$

$$\underline{F}_1^A = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \underline{l}^3 b_a \rho_1 \rho_2 d\xi ; \quad \underline{F}_2^A = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \xi \underline{l}^3 b_A \rho_1 \rho_2 d\xi$$

$$\underline{F}_1^P = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho \underline{l}^3 g \rho_1 \rho_2 d\xi ; \quad \underline{F}_1^P = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \xi \rho \underline{l}^3 g \rho_1 \rho_2 d\xi$$

$$c_1 = h + \frac{bh^3}{12R_1 R_2}$$

$$c_2 = \frac{bh^3}{12} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$c_3 = \frac{h^3}{12} + \frac{bh^5}{80} \frac{1}{R_1 R_2}$$

$b = 0$ , teoria de Love

$b = 1$ , teoria de Flügge

Integrando (II.26) por parte, obtém-se:

$$\int_A \{ [ \underline{\tilde{B}}^* (\underline{A}_1 \underline{A}_2 \underline{N}) + \underline{\tilde{B}}_1^* (\underline{A}_1 \underline{A}_2 \underline{\lambda}) - \underline{A}_1 \underline{A}_2 (\underline{R}_1 - \underline{\tilde{F}}_1 \underline{\tilde{u}}_0) ] \cdot \underline{\tilde{u}}_0 + \}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[ \underset{\sim}{B}^*(A_1 A_2 \underset{\sim}{M}) + A_1 A_2 (\lambda - \underset{\sim}{R}_2 + \underset{\sim}{F} \underset{\sim}{\beta}) \right] \cdot \underset{\sim}{\beta} + A_1 A_2 (\beta + \\
& + \underset{\sim}{B}_1 \underset{\sim}{u}_0) \cdot \underset{\sim}{\lambda} \} d\zeta^1 d\zeta^2 + \int_{\Gamma} \{ \left[ \underset{\sim}{B}_{\Gamma}^*(A_1 A_2 \underset{\sim}{N}) + \underset{\sim}{B}_{\Gamma}^*(A_1 A_2 \lambda) \right] \cdot \underset{\sim}{u}_0 + \\
& + \underset{\sim}{B}_{\Gamma}^*(A_1 A_2 \underset{\sim}{M}) \cdot \underset{\sim}{\beta} \} d\Gamma = 0
\end{aligned} \tag{11.27}$$

onde

$$\underset{\sim}{B}^* = \begin{bmatrix} -\frac{\partial}{\partial \zeta^1} \left( \frac{1}{A_1} \right) & \frac{A_{2,1}}{A_1 A_2} & \frac{-A_{1,2}}{A_1 A_2} & -\frac{\partial}{\partial \zeta^2} \left( \frac{1}{A_2} \right) \\ \frac{A_{1,2}}{A_1 A_2} & -\frac{\partial}{\partial \zeta^2} \left( \frac{1}{A_2} \right) & -\frac{\partial}{\partial \zeta^1} \left( \frac{1}{A_1} \right) & \frac{-A_{2,1}}{A_1 A_2} \\ \frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underset{\sim}{B}_1^* = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_1} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_2} & 0 \\ -\frac{\partial}{\partial \zeta^1} \left( \frac{1}{A_1} \right) & -\frac{\partial}{\partial \zeta^2} \left( \frac{1}{A_2} \right) & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underset{\sim}{B}_{\Gamma}^* = \begin{bmatrix} \frac{\ell}{A_1} & 0 & 0 & \frac{m}{A_2} \\ 0 & \frac{m}{A_2} & \frac{\ell}{A_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}_1 = \underline{f} + \underline{F}_1^A + \underline{F}_1^P$$

$$\underline{R}_2 = \underline{F}_2^A + \underline{F}_2^P$$

$$\underline{B}_1^* \Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{\lambda}{A_1} & \frac{m}{A_2} & 0 \end{bmatrix}$$

$\lambda, m$  : cosenos diretores da normal ao contorno no plano  $(\zeta^1, \zeta^2)$

De (II.27), obtém-se a equação de equilíbrio da

casca:

$$\underline{B}_1^* (A_1 A_2 \underline{N}) + \underline{B}_1^* (A_1 A_2 \lambda) - A_1 A_2 (\underline{R}_1 - \underline{F}_1 \ddot{\underline{u}}_0) = 0$$

$$\underline{B}_1^{**} (A_1 A_2 \underline{M}) + A_1 A_2 (\lambda - \underline{R}_2 + \underline{F}_2 \ddot{\underline{u}}_0) = 0$$

$$\ddot{\underline{u}} + \underline{B}_1 \ddot{\underline{u}}_0 = 0 \quad (II.28)$$

com as condições de contorno geométricas:

$$\left. \underline{u}_0 \right|_{\Gamma} = \underline{\hat{u}}_0$$

$$\left. \beta \right|_{\Gamma} = \hat{\beta}$$

e as naturais:

$$\left. \underline{\hat{B}}^* \Gamma (A_1 A_2 N) + \underline{\hat{B}}_1 \Gamma (A_1 A \lambda) \right|_{\Gamma} = 0$$

$$\left. \underline{\hat{B}}^* \Gamma (A_1 A_2 M) \right|_{\Gamma} = 0$$

onde  $\underline{\hat{B}}^{**}$  é o operador  $\underline{\hat{B}}^*$  com a última linha igualada a zero  
pois  $\hat{\beta}_3 \equiv 0$

Desenvolvendo a integral no contorno em relação  
as suas componentes, resulta através de (II.27) que:

$$\int_{\Gamma} \left\{ (\lambda A_2 N_{11} + m A_1 N_{21}) \hat{u}_{01} + (m A_1 N_{122} + \lambda A_2 N_{12}) \hat{u}_{02} + \right. \\ \left. + (\lambda A_2 \lambda_1 + m A_1 \lambda_2) \hat{w} + (\lambda A_2 M_{11} + m A_1 M_{21}) \hat{\beta}_1 + (m A_1 M_{122} + \right. \\ \left. + \lambda A_2 M_{12}) \hat{\beta}_2 \right\} d\Gamma = \int_{\Gamma} \left\{ (N_{11} \hat{u}_{01} + N_{12} \hat{u}_{02} + \lambda_1 \hat{w} + M_{11} \hat{\beta}_1 + \right. \\ \left. + M_{12} \hat{\beta}_2) \lambda A_2 + (N_{21} \hat{u}_{01} + N_{22} \hat{u}_{02} + \lambda_2 \hat{w} + M_{21} \hat{\beta}_2 + \right. \\ \left. + M_{22} \hat{\beta}_1) m A_1 \right\} d\Gamma$$

$$+ M_{22} \hat{\beta}_2 ) m A_1 \} d\Gamma$$

Então, pode-se interpretar  $\lambda$  como sendo a cortante  $\underline{Q}$  da casca:

$$\lambda = \underline{Q} = (Q_1, Q_2, 0) \quad (II.28a)$$

Substituindo  $\underline{Q}$  de (II.28a) em (II.28), as equações de equilíbrio serão dadas por:

$$\underline{\underline{B}}^* (A_1 A_2 N) + \underline{\underline{B}}_1^* (A_1 A_2 \underline{Q}) - A_1 A_2 R_1 = -F_1 \ddot{\underline{\underline{u}}}_0$$

$$\underline{\underline{B}}^{**} (A_1 A_2 M) + A_1 A_2 (\underline{Q} - R_2) = -F_2 \ddot{\underline{\underline{B}}}_0 \quad (II.29)$$

Pode-se obter através de (II.12) as tensões elásticas atuantes na casca:

$$\underline{\sigma}_E^0 = \begin{bmatrix} N \\ M \end{bmatrix} = \underline{\underline{E}} \underline{\epsilon}_E^0 \quad (II.30)$$

onde a matriz de elasticidade  $E$  é definida em (II.11a):

$$\begin{bmatrix}
 C_1 + aD_1 & v_{12}C_1 & 0 & 0 & -aD_1 & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{R_1}{R_1} & & & & & & & \\
 C_2 - aD_2 & 0 & 0 & 0 & aD_2 & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{R_2}{R_2} & & & & & & & \\
 G_1 + aH_1 & G_1 & 0 & 0 & -aH_1 & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{R_1}{R_1} & & & & & & & \\
 G_1 - aH_1 & 0 & 0 & 0 & aH_1 & 0 & 0 & 0 \\
 \frac{R_2}{R_2} & & & & & & & \\
 D_1 & v_{12}D_1 & 0 & 0 & & & & \\
 & & & & & & & \\
 D_2 & 0 & 0 & & & & & \\
 & & & & & & & \\
 H_1 & H_1 & & & & & & \\
 & & & & & & & \\
 H_1 & & & & & & & 
 \end{bmatrix}$$

$E_z =$

$$C_i = d_{ii}h, \quad D_i = d_{ii} \frac{h^3}{12}; \quad i = 1, 2 \quad (III.31)$$

$$G_1 = d_{33}h, \quad H_1 = d_{33} \frac{h^3}{12}$$

$a = 0$  teoria de Love ( $\rho_i = 1$ )

$$a = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \quad \text{teoria de Flügge}$$

Verifica-se que, o equilíbrio de momentos em relação à normal da superfície média da casca dado por:

$$\frac{M_{12}}{R_1} - \frac{M_{21}}{R_2} + \frac{N_{12}}{R_1} - \frac{N_{21}}{R_2} = 0 \quad (11.32)$$

é satisfeita pela teoria de Flügge.

Para a teoria de Love o equilíbrio só será satisfeito para cascas esféricas ( $R_1 = R_2$ ), placas ( $R_1 = R_2 \rightarrow \infty$ ) e determinados tipos de carga ( $M_{12} = 0$ ).

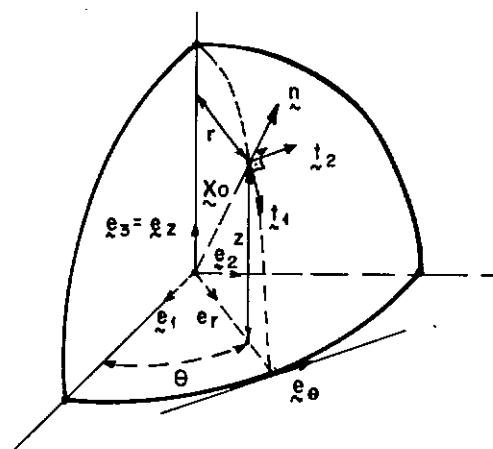
## CAPITULO III

## CASCAS AXISSIMÉTRICAS

Nesta seção particularizam-se os resultados obtidos anteriormente, para o problema de cascas axissimétricas. A obtenção de soluções aproximadas é realizada através do princípio dos trabalhos virtuais conjuntamente com o método dos elementos finitos.

## III.1. PARTICULARIZAÇÃO PARA O CASO DE CASCAS DE REVOLUÇÃO.

Pode-se representar a superfície média  $S_0$  por:



$$\tilde{x}_0 : \bar{\Lambda} \rightarrow E^3$$

$$\bar{\Lambda} = \Lambda \cup \Gamma$$

$$\bar{\Lambda} = [\zeta_0, \zeta_1] \times [0, 2\pi]; \zeta' = \zeta, \zeta^2 = \theta$$

Fig. (III.1)

$$\tilde{x}_0(\zeta) = r \cos\theta \tilde{e}_1 + r \sin\theta \tilde{e}_2 + z \quad (III.1)$$

onde

$$r = r(\zeta); \zeta \in [\zeta_0, \zeta_1]$$

$$z = z(\zeta); \zeta \in [\zeta_0, \zeta_1]$$

$\theta$  : ângulo entre  $\hat{e}_r$  e  $\hat{e}_1$  onde  $\{\hat{e}_i\}_{i \leq 3}$  são eixos ortogonais.

Definindo:

$$z' = \frac{dz}{d\zeta} ; r' = \frac{dr}{d\zeta} ; s = (r'^2 + z'^2)^{1/2} \quad (III.2)$$

os coeficientes  $g_{\alpha\beta}$  (tensor métrico) da primeira forma fundamental da superfície média são escritos por: ( $g_{\alpha\beta} = g^0_{\alpha\beta}$ )

$$g_{11} = ||\hat{x}_{0,1}||^2 = s^2$$

$$g_{12} = \hat{x}_{0,1} \cdot \hat{x}_{0,2} = 0$$

$$g_{22} = ||\hat{x}_{0,2}||^2 = r^2 \quad (III.3)$$

e os da segunda forma fundamental, por:

$$L_{11} = -\hat{x}_{0,11} \cdot \hat{n} = (r''z' - r'z'')/s$$

$$L_{12} = -\hat{x}_{0,12} \cdot \hat{n} = 0$$

$$L_{22} = -\hat{x}_{0,22} \cdot \hat{n} = -rz'/s \quad (III.4)$$

Observa-se que as coordenadas curvilíneas em  $S_0(\zeta, \theta)$

são linhas principais de curvatura pois  $g_{12} = L_{12} = 0$

Obtém-se, então:

$$A_1 = \sqrt{g_{11}} = s$$

$$A_2 = \sqrt{g_{22}} = r \quad (III.5)$$

e os raios de curvatura principais são obtidos por:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{L_{11}}{g_{11}} = (r''z' - r'z'')/s^3$$

$$\frac{1}{R_2} = \frac{L_{22}}{g_{22}} = -z'/rs \quad (III.6)$$

Um elemento de área  $dS_o$  da superfície média é definido por:

$$dS_o = \sqrt{g} d\zeta d\theta$$

onde  $g = \det(g_{\alpha\beta}) = g_{11}g_{22} - g_{12}^2 = A_1^2 A_2^2$  (III.7)

Os operadores diferenciais  $I_{i\alpha}$  definidos em (I.23), particularizados para o caso de cascas de revolução correspondem a:

$$I_{11} = \left( \frac{1}{s} \frac{\partial \cdot}{\partial \zeta}, 0, \frac{1}{R_1} \right)$$

$$I_{22} = \left( \frac{r'}{sr}, \frac{1}{r} \frac{\partial \cdot}{\partial \theta}, \frac{1}{R_2} \right)$$

$$I_{12} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \cdot}{\partial \theta}, \frac{-r'}{sr}, 0 \right)$$

$$l_{21} = (0, \frac{1}{s} \frac{\partial \cdot}{\partial \zeta}, 0)$$

$$l_{31} = (\frac{-1}{R_1}, 0, \frac{1}{s} \frac{\partial \cdot}{\partial \zeta})$$

$$l_{32} = (0, \frac{-1}{R_2}, \frac{1}{r} \frac{\partial \cdot}{\partial \theta}) \quad (III.8)$$

Quando as propriedades do material  $E_i$ ,  $\gamma_{ij}$  e  $\alpha_i$  e a espessura  $h$  da casca são independentes da coordenada  $\theta$  a casca de revolução é axissimétrica.

Como visto anteriormente em (II.10),  $\beta_2$  deve satisfazer a relação:

$$\beta_2 = -l_{32} u_0 \quad (III.9)$$

Pode-se deste modo, eliminar esta variável da expressão dos trabalhos virtuais considerando somente os deslocamentos  $u_{01}, u_{02}, w$  (componentes do deslocamento  $u_0$  da superfície média na direção  $t_1, t_2, n$ ) e a rotação  $\beta_1$  que deve satisfazer a relação:

$$\beta_1 = -l_{31} u_0 \quad (III.10)$$

Então, utilizando (II.9) e as expressões (III.9) e (III.10),  $\epsilon^0$  pode ser definido por:

$$\tilde{\epsilon}^0 = \frac{B^*}{z} \frac{u^*}{z} \quad (III.11)$$

onde  $\underline{u}^* = (u_{01}, u_{02}, w, \beta_1)^t$

$$\begin{bmatrix}
 \frac{1}{s} \frac{\partial(\cdot)}{\partial \zeta} & 0 & \frac{1}{R_1} & 0 \\
 \frac{r'}{sr} & \frac{1}{r} \frac{\partial(\cdot)}{\partial \theta} & \frac{1}{R_2} & 0 \\
 0 & \frac{1}{s} \frac{\partial(\cdot)}{\partial \zeta} & 0 & 0 \\
 \frac{1}{r} \frac{\partial(\cdot)}{\partial \theta} & \frac{-r'}{sr} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & \frac{1}{s} \frac{\partial(\cdot)}{\partial \zeta} \\
 0 & \frac{1}{rR_2} \frac{\partial(\cdot)}{\partial \theta} & -\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2(\cdot)}{\partial \theta^2} & \frac{r'}{sr} \\
 0 & \frac{1}{s} \frac{\partial(\frac{1}{R_2})}{\partial \zeta} + \frac{1}{R_2} \frac{\partial(\cdot)}{\partial \zeta} & \frac{1}{sr} \left[ \frac{r' \partial(\cdot)}{r \partial \theta} - \frac{\partial^2(\cdot)}{\partial \zeta \partial \theta} \right] & 0 \\
 0 & \frac{-r'}{sr R_2} & \frac{r'}{sr^2} \frac{\partial(\cdot)}{\partial \theta} & \frac{1}{r} \frac{\partial(\cdot)}{\partial \theta}
 \end{bmatrix}$$

Da mesma forma, o deslocamento  $\underline{\underline{u}}$  em (II.18) pode ser representado por:

$$\underline{\underline{u}} = \underline{\underline{J}}^* \underline{\underline{u}}^* \quad (\text{III.12})$$

onde

$$\underline{\underline{u}}^* = (u_{01}, u_{02}, w, \beta_1)^T$$

$$\underline{\underline{J}}^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{R_2} & \frac{-\partial(\cdot)}{r \partial \theta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Supondo ser possível a separação de variáveis e desenvolvendo os deslocamentos  $\underline{\underline{u}}^*$  e as cargas de superfície  $\underline{\underline{f}} = (\underline{f}_1, \underline{f}_2, \underline{f}_n, 0)^t$  em séries de Fourier, obtém-se:

$$\underline{\underline{u}}^*(\zeta, t, \theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [\underline{\underline{q}}_n^s(\theta) \underline{\underline{u}}_n^s(\zeta, t) + \underline{\underline{q}}_n^A(\theta) \underline{\underline{u}}_n^A(\zeta, t)]$$

$$\underline{\underline{f}}(\zeta, t, \theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [\underline{\underline{q}}_n^s(\theta) \underline{\underline{f}}_n^s(\zeta, t) + \underline{\underline{q}}_n^A(\theta) \underline{\underline{f}}_n^A(\zeta, t)]$$

(III.13)

onde

$$\underline{\underline{q}}_n^s(\theta) = [cn\theta, -sn\theta, cn\theta, cn\theta]; \quad \underline{\underline{q}}_n^A(\theta) = [sn\theta, cn\theta, sn\theta, sn\theta]$$

$$\underline{\underline{q}}_n^s(\theta) = [cn\theta, -sn\theta, cn\theta, 0]; \quad \underline{\underline{q}}_n^A(\theta) = [sn\theta, cn\theta, sn\theta, 0]$$

$$\underline{\underline{u}}_n^\ell = (u_{1n}^\ell, u_{2n}^\ell, w_n^\ell, \beta_{1n}^\ell)^t; \quad \ell = s, A$$

$$\underline{\underline{f}}_n^\ell = (f_{1n}^\ell, f_{2n}^\ell, f_{nn}^\ell, 0)^t; \quad \ell = s, A$$

s : componente simétrica

A : componente antisimétrica

cnθ: cos nθ

snθ: sen nθ

$$\begin{bmatrix} & \\ & \end{bmatrix} : \text{matriz diagonal}$$

Utilizando a expressão (III.11),  $\underline{\underline{\varepsilon}}^0$  pode ser escrito por:

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^0 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (\underline{\underline{\varepsilon}}_{on}^s + \underline{\underline{\varepsilon}}_{on}^A) \quad (III.14)$$

onde:

$$\underline{\underline{\varepsilon}}_{on}^l = \underline{\underline{q}}_n^* \underline{\underline{B}}_n^* \underline{\underline{u}}_n^l \quad ; \quad l = s, A$$

$$\underline{\underline{q}}_n^s = \begin{bmatrix} cn\theta & cn\theta & -sn\theta & -sn\theta & cn\theta & cn\theta & -sn\theta & -sn\theta \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{q}}_n^A = \begin{bmatrix} sn\theta & sn\theta & cn\theta & cn\theta & sn\theta & sn\theta & cn\theta & cn\theta \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{B}}_n^* = \begin{bmatrix} \frac{1}{s} \frac{d\cdot}{d\zeta} & 0 & \frac{1}{R_1} & 0 \\ \frac{r'}{sr} & \frac{-n}{r} & \frac{1}{R_2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s} \frac{d\cdot}{d\zeta} & 0 & 0 \\ \frac{n}{r} & \frac{-r'}{sr} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{s} \frac{d\cdot}{d\zeta} \\ 0 & \frac{-n}{rR_2} & \frac{n^2}{r^2} & \frac{r'}{sr} \\ 0 & \frac{1}{s} \left[ \frac{d}{d\zeta} \left( \frac{1}{R_2} \right) + \frac{1}{R_2} \frac{d\cdot}{d\zeta} \right] & \frac{n}{sr} \left( \frac{r'}{r} - \frac{d\cdot}{d\zeta} \right) & 0 \\ 0 & \frac{-r'}{srR_2} & \frac{nr'}{sr^2} & \frac{n}{r} \end{bmatrix}$$

E utilizando a expressão (III.12), o deslocamento pode ser escrito por:

$$\underline{\underline{\bar{u}}} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (\underline{\underline{\bar{u}}}_{on}^s + \underline{\underline{\bar{u}}}_{on}^A) \quad (III.15)$$

onde

$$\underline{\underline{u}}_0 = \underline{\underline{q}}_n^* \underline{\underline{J}}_n^* \underline{\underline{u}}_n^l \quad , \quad l = s, A$$

$$\underline{\underline{q}}_n^s = \begin{bmatrix} cn\theta & -sn\theta & cn\theta & cn\theta & -sn\theta & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{q}}_n^A = \begin{bmatrix} sn\theta & cn\theta & sn\theta & sn\theta & cn\theta & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{J}}_n^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1/R_2 & -n/r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Desenvolvendo ainda, o aumento de temperatura na superfície média ( $T_0$ ) e o gradiente térmico na espessura ( $\tau$ ) da casca, em séries de Fourier, obtém-se:

$$T_0 = \sum_{n=1}^{\infty} (T_{on}^s \cos n\theta + T_{on}^A \sin n\theta)$$

$$\tau = \sum_{n=1}^{\infty} (\tau_n^s \cos n\theta + \tau_n^A \sin n\theta) \quad (III.16)$$

Então os esforços térmicos, por unidade de comprimento da superfície média, são dados por:

$$\sigma_T^0 = \sum_{n=1}^{\infty} (\underline{\underline{q}}_n^s \underline{\underline{\sigma}}_n^s + \underline{\underline{q}}_n^A \underline{\underline{\sigma}}_n^A) \quad (III.17)$$

onde

$$\tilde{\sigma}_n^T \ell = (N_{11}^{T\ell}, N_{22}^{T\ell}, 0, 0, M_{11}^{T\ell}, M_{22}^{T\ell}, 0, 0)^t ; \ell = s, A$$

$$N_{ii}^{T\ell} = -C_i^T T_{on}^{\ell} + \frac{a^*}{R_j} D_i^T \tau_n^{\ell}, \quad i \neq j; \quad i = j = 1, 2, \ell = s, A$$

$$M_{ii}^{T\ell} = -(\frac{a^*}{R_j} T_{on}^{\ell} + \tau_n^{\ell}) D_i^T, \quad i \neq j, \quad i = j = 1, 2, \ell = s, A$$

Substituindo as expressões de  $\tilde{\sigma}_E^0$ ,  $\tilde{\sigma}_T^0$ ,  $\tilde{\varepsilon}^0$ ,  $\tilde{u}^*$ ,  $f$  e  $\tilde{u}$  obtidas, na expressão do P.T.V. em (II.23), sem considerar as forças de amortecimento e do peso próprio, tem-se:

$$\begin{aligned} & \sum_{n,m \leq \infty} \int_{\zeta_0}^{\zeta_1} \int_0^{2\pi} \left\{ \tilde{\sigma}_n^{*s} (\tilde{B}_n^{*s} \tilde{u}_n^s) + \tilde{q}_n^{*A} (\tilde{B}_n^{*A} \tilde{u}_n^A) \right\} \cdot \left[ \tilde{q}_m^{*s} (\tilde{B}_m^{*s} \tilde{u}_m^s) + \right. \\ & \left. + \tilde{q}_m^{*A} (\tilde{B}_m^{*A} \tilde{u}_m^A) \right] + \left( \tilde{q}_n^{*s} \tilde{\sigma}_n^T s + \tilde{q}_n^{*A} \tilde{\sigma}_n^T A \right) \cdot \left[ \tilde{q}_m^{*s} (\tilde{B}_m^{*s} \tilde{u}_m^s) + \right. \\ & \left. + \tilde{q}_m^{*A} (\tilde{B}_m^{*A} \tilde{u}_m^A) \right] - \left( \tilde{q}_n^s f_n^s + \tilde{q}_n^A f_n^A \right) \cdot \left( \tilde{q}_m^s \tilde{u}_m^s + \tilde{q}_m^A \tilde{u}_m^A \right) + \\ & + F \left( \tilde{q}_n^{*s} \tilde{J}_n^{*s} \tilde{u}_n^s + \tilde{q}_n^{*A} \tilde{J}_n^{*A} \tilde{u}_n^A \right) \cdot \left( \tilde{q}_m^{*s} \tilde{J}_m^{*s} \tilde{u}_m^s + \right. \\ & \left. + \tilde{q}_m^{*A} \tilde{J}_m^{*A} \tilde{u}_m^A \right) \} d\theta s r d \zeta = 0 \end{aligned} \quad (III.18)$$

com a condição subsidiária:

$$\beta_1 = \frac{u_1}{R_1} - \frac{1}{A_1} \frac{\partial w}{\partial \zeta} \quad (III.19)$$

Observação: As forças de amortecimento são agregadas no capítulo IV e as forças do peso próprio são estudadas no Apêndice F.

Integrando a expressão (III.18) acima e utilizando o fato de que:

$$\int_0^{2\pi} \begin{cases} \sin\theta \sin\theta d\theta = \\ \sin\theta \cos\theta d\theta = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \cos\theta \cos\theta d\theta = 0 & p/m \neq n \\ \pi & p/m = n \neq 0 \\ 2\pi & p/m = n = 0 \end{cases}$$

$$\int_0^{2\pi} \sin\theta \cos\theta d\theta = 0 \quad (III.20)$$

obtém-se o desacoplamento da parte simétrica e antisimétrica devido ao formato da matriz  $\underline{\underline{E}}$  e  $\underline{\underline{F}}$ :

$$\begin{aligned} \delta V &= \delta V^S + \delta V^A \\ \delta W &= \delta W^S + \delta W^A \end{aligned} \quad (III.21)$$

Portanto, o P.T.V. conduz, para o caso de cascas axis-simétricas, ao seguinte problema variacional:

Determinar  $\underline{\underline{u}}_n \in K(n < \infty)$ , tal que para todo  $\hat{\underline{\underline{u}}}_n \in \text{Var}$  se verifique:

$$\delta V^l - \delta W^l = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \left[ \begin{array}{l} \zeta_1 \\ \zeta_0 \end{array} \right] \left\{ \underline{\underline{E}} \left( \begin{array}{c} \underline{\underline{B}}^* \\ \underline{\underline{B}}^* \end{array} \right) \cdot \left( \begin{array}{c} \underline{\underline{u}}^l \\ \underline{\underline{u}}^l \end{array} \right) + \underline{\underline{\sigma}}_n^T \cdot \left( \begin{array}{c} \underline{\underline{B}}^* \\ \underline{\underline{B}}^* \end{array} \right) \cdot \underline{\underline{u}}^l \right\} -$$

$$f_n^\ell \cdot \hat{u}_n^\ell + F_n \cdot \ddot{u}_n^\ell \cdot \hat{u}_n^\ell \} \text{ sr } d\zeta = 0 \quad (\text{III.22})$$

implicando que:

$$c_n \int_{\zeta_0}^{\zeta_1} \{ E \left( B_n^* u_n^\ell \right) \cdot \left( B_n \hat{u}_n^\ell \right) + \sigma_n^T \ell \cdot \left( B_n^* \hat{u}_n^\ell \right) -$$

$$- f_n^\ell \cdot \hat{u}_n^\ell + F_n \cdot \ddot{u}_n^\ell \cdot \hat{u}_n^\ell \} \text{ sr } d\zeta = 0 \quad (\text{III.23})$$

com a condição subsidiária:

$$\beta_{1n} = \frac{u_{1n}}{R_1} - \frac{1}{s} \frac{dw_n}{d\zeta} \quad (\text{III.24})$$

onde

$$F_n = F \cdot J_n^* \cdot J_n^* \quad ; \quad F = \begin{bmatrix} c_1 & | & 3 \\ \hline | & \dots & | \\ c_2 & | & 3 \\ \hline | & \dots & | \\ c_3 & | & 3 \end{bmatrix}$$

$$c_n = 2\pi \quad p/ \quad m=n=0$$

$$= \pi \quad p/ \quad n \neq 0$$

### III.2. SOLUÇÃO APROXIMADA PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.

Para se obter a solução aproximada de (III.23), recorre-se ao método dos elementos finitos, dividindo a geratriz em

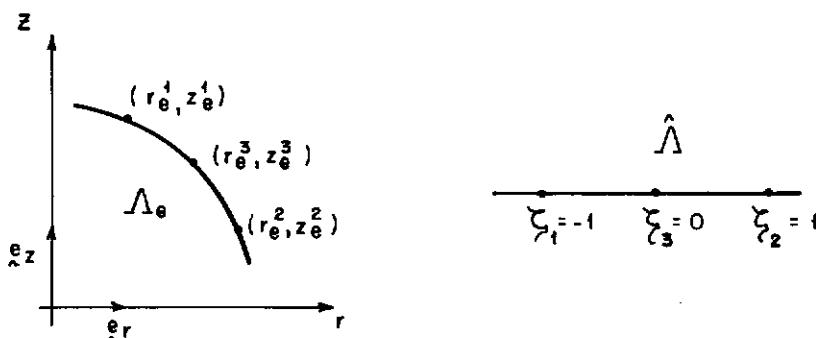
um número finito de elementos curvos  $\Lambda_e$  com três nós locais. As funções de interpolação destes elementos devem ser tais que o espaço de aproximação  $V_h$  definido por elas satisfaçam a continuidade dos deslocamentos  $u_{1n}, u_{2n}, w_n$ , quando referidos ao sistema de referência global, e a continuidade da rotação  $\beta_{1n}$  que deve satisfazer a condição subsidiária (III.24).

Dois tipos de aproximações são introduzidas para resolver o problema variacional (III.23) com o método dos elementos finitos:

i.) Aproximação da geometria da superfície: A forma curva de  $\Lambda_e$  é obtida por meio dos polinômios de Lagrange do 2º grau:

$$\begin{aligned}\phi_1 &= -0.5 \zeta(1-\zeta) \\ \phi_2 &= 0.5 \zeta(1+\zeta) \\ \phi_3 &= 1 - \zeta^2\end{aligned}\quad (\text{III.25})$$

definidos na região  $\hat{\Lambda} = [-1,1]$  e correspondendo aos pontos  $\zeta_1 = -1$ ;  $\zeta_2 = 1$ ;  $\zeta_3 = 0$ .



Então, os pontos da região  $\Lambda_e$  são dados por:

$$r_e = \sum_{i=1}^3 \phi_i(\zeta) r_e^i$$

$$z_e = \sum_{i=1}^3 \phi_i(\zeta) z_e^i ; -1 \leq \zeta \leq 1 \quad (III.26)$$

onde  $(r_e^i, z_e^i)$  são as coordenadas do  $i$ -ésimo nó de  $\Lambda_e$  ( $i=1,2,3$ )

iii.) Aproximação do campo de deslocamentos: A continuidade do campo de deslocamentos é obtida através dos seguintes passos:

- Aproximação dos deslocamentos  $u_{1n}$ ,  $u_{2n}$  e  $w_n$ , de um determinado harmônico  $n$ , por:

$$u_{1n}(\zeta, t) = \sum_{i=1}^3 \phi_i(\zeta) u_{1n}^i$$

$$u_{2n}(\zeta, t) = \sum_{i=1}^3 \phi_i(\zeta) u_{2n}^i$$

$$w_n(\zeta, t) = \sum_{i=1}^3 (\psi_{0i}(\zeta) w_n^i + \psi_{1i}(\zeta) w_{n,\zeta}^i) \quad (III.27)$$

e utilizando a expressão (III.24), a rotação por:

$$\beta_{1n}(\zeta, t) = \sum_{i=1}^3 \left[ \frac{\phi_i(\zeta)}{R_1} u_{1n}^i - \frac{1}{s} (\psi_{0i,\zeta}(\zeta) w_n^i + \psi_{1i,\zeta}(\zeta) w_{n,\zeta}^i) \right] \quad (III.28)$$

onde  $u_{1n}^i$ ,  $u_{2n}^i$ ,  $w_n^i$  e  $w_{n,\zeta}^i = (dw_n/d\zeta)^i$  são respectivamente os deslocamentos  $u_{1n}$ ,  $u_{2n}$ ,  $w_n$  e a derivada de  $w_n$  do  $i$ -ésimo nó de  $\Lambda_e$  ( $i = 1, 2, 3$ ).

Para a função de aproximação do deslocamento  $w_n$  foram utilizados os polinômios de Hermite de 5º grau, dados por:

$$\psi_{01}(\zeta, t) = \zeta^2 (1 - \zeta)^2 (1 + \frac{3}{4} \zeta)$$

$$\psi_{02}(\zeta, t) = \zeta^2(1 + \zeta)^2(1 - \frac{3}{4}\zeta)$$

$$\psi_{03}(\zeta, t) = (1 - \zeta^2)^2$$

$$\psi_{11}(\zeta, t) = \frac{1}{4} \zeta^2(1 - \zeta)^2(1 + \zeta)$$

$$\psi_{12}(\zeta, t) = -\frac{1}{4} \zeta^2(1 - \zeta)^2(1 - \zeta)$$

$$\psi_{13}(\zeta, t) = \zeta(1 - \zeta^2)^2 \quad (III.29)$$

definidos em  $\hat{\Lambda}$  e associados aos mesmos nós  $\zeta^i$ .

Como a condição (III.24) deve ser satisfeita para todo ponto de  $\hat{\Lambda}_e$  e em particular para cada nó local:

$$\beta_{1n}^i = \frac{u_{1n}^i}{R_1^i} - \frac{1}{s^i} w_{n,\zeta}^i \quad ; \quad i = 1, 2, 3 \quad (III.30)$$

pode-se obter o valor de  $w_{n,\zeta}^i$ :

$$w_{n,\zeta}^i = s^i \left( \frac{u_{1n}^i}{R_1^i} - \beta_{1n}^i \right) \quad (III.31)$$

- Substituição da expressão de  $w_{n,\zeta}^i$  em  $w_n$  e  $\beta_{1n}$ :

$$w_n(\zeta, t) = \sum_{i=1}^3 \psi_{1i}(\zeta) \frac{s^i}{R_1^i} u_{1n}^i + \psi_{0i}(\zeta) w_n^i - \psi_{1i}(\zeta) s^i \beta_{1n}^i$$

$$\beta_{1n}(\zeta, t) = \sum_{i=1}^3 \left( \frac{\phi_i(\zeta)}{R_1} - \frac{1}{s} \psi_{1i,\zeta}(\zeta) \frac{s^i}{R_1^i} \right) u_{1n}^i - \frac{1}{s} \psi_{0i,\zeta}(\zeta) w_n^i +$$

$$+ \frac{1}{s} \psi_{1i,\zeta}(\zeta) s^i \beta_{1n}^i \quad (III.32)$$

Desta maneira o campo  $\beta_{1n}$  torna-se contínuo e independente dos campos  $u_{1n}$  e  $w_n$ . Com efeito, pode-se mostrar que:

$$\beta_{1n}(\zeta_j, t) = \beta_{1n}^j \quad (III.a)$$

Calculando-se o valor das funções na expressão (III.32), tem-se:

$$\phi_i(\zeta_j) = \delta_{ij}$$

$$\psi_{1i,\zeta}(\zeta_j) = \delta_{ij}$$

$$s(\zeta_j) = s^j$$

$$\psi_{0i,\zeta}(\zeta_j) = 0$$

$$R_i(\zeta_j) = R_i^j \quad (III.b)$$

Substituindo as expressões (III.b) em (III.32), resulta:

$$\begin{aligned} \beta_{1n}(\zeta_j, t) &= \sum_{i=1}^3 \left( \frac{\delta_{ij}}{R_i^j} - \frac{1}{s^j} \delta_{1j} \frac{s^i}{R_1^i} \right) u_{1n}^i - \frac{1}{s} \cdot 0 \cdot w_n^i + \\ &+ \frac{1}{s^j} \delta_{ij} s^i \beta_{1n}^i \end{aligned}$$

$$\beta_{1n}(\xi_j, t) = \beta_{1n}^j$$

Com as expressões (III.27) e (III.32), pode-se definir um elemento genérico  $\underline{u}_n \in V_h(\Lambda_e)$  por:

$$\underline{u}_n^\ell = L \underline{d}_n^\ell \quad (III.33)$$

onde

$$\underline{u}_n^\ell = (u_{1n}, u_{2n}, w_n, \beta_{1n})^t$$

$$\underline{d}_n^\ell = (u_{1n}^1, u_{2n}^1, w_n^1, \beta_{1n}^1, u_{1n}^2, \dots, w_n^3, \beta_{1n}^3)^t$$

$L$ : matriz das funções de interpolação (vide Apêndice A)

Substituindo  $\underline{u}_n$  na expressão (III.23), obtém-se a nível de elemento:

$$\begin{aligned} \delta V_n^\ell - \delta W_n^\ell &= (\underline{K}_n^e \underline{d}_n^\ell \cdot \underline{\hat{d}}_n^\ell + \underline{F}_n^e \cdot \underline{\hat{d}}_n^\ell - \underline{F}_n^e \cdot \underline{\hat{d}}_n^\ell + \\ &+ M_n^e \underline{\hat{d}}_n^\ell \cdot \underline{\hat{d}}_n^\ell) = 0 \quad ; \quad \ell = s, A \end{aligned} \quad (III.34)$$

onde a matriz de rigidez do elemento é dada por:

$$[\underline{K}_n^e] = \int_{-1}^1 (\underline{B}_n^* \underline{L})^t \underline{E} (\underline{B}_n^* \underline{L}) sr d\xi \quad (III.35)$$

o vetor de cargas locais devido à temperatura por:

$$\{\underline{F}_n^T\}_{\lambda} = \int_{-1}^1 (\underline{B}^* \underline{L})^T \underline{\sigma}_n^T \underline{\lambda} s_r d\zeta ; \quad \lambda = s, A \quad (III.36)$$

o vetor de cargas locais devido ao efeito de cargas superficiais por:

$$\{\underline{F}_n^e\}_{\lambda} = \int_{-1}^1 \underline{L}^T \underline{f}_n^{\lambda} s_r d\zeta ; \quad \lambda = s, A \quad (III.37)$$

a matriz de massa do elemento por:

$$[\underline{M}_n^e] = \int_{-1}^1 \underline{L}^T \underline{F}_n \underline{L} s_r d\zeta \quad (III.38)$$

Para se obter as matrizes dos elementos, utiliza-se a integração numérica de Gauss-Legendre onde todos os pontos de integração são internos ao elemento evitando assim pontos de singularidade quando um dos extremos do elemento pertencer ao eixo de revolução.

Como se pode notar, as matrizes de rigidez e de massa do elemento não dependem do tipo de harmônico (simétrico ou anti-simétrico), dependem apenas do número do harmônico  $n$  através da matriz  $\underline{B}^*$ , no caso da matriz de rigidez, e  $\underline{F}_n$ , no caso da matriz de massa.

Do ponto de vista computacional é conveniente escrever as matrizes  $\underline{B}_n^*$  e  $\underline{F}_n$  de modo a torná-las independentes do

harmônico. Pode-se escrever então, que:

$$\begin{aligned} \underline{\underline{B}}_n^* &= \underline{\underline{B}}_0 + n \underline{\underline{B}}_1 + n^2 \underline{\underline{B}}_2 \\ \underline{\underline{F}}_n &= \underline{\underline{F}}_0 + n \underline{\underline{F}}_1 + n^2 \underline{\underline{F}}_2 \end{aligned} \quad (III.39)$$

onde  $B_i$  e  $F_i$ ;  $i = 1, 2, 3$  são independentes de  $n$ .

Substituindo as expressões acima na matriz de rigidez e massa, (III.35) e (III.38), obtém-se:

$$\begin{aligned} \underline{\underline{K}}_n^e &= \underline{\underline{K}}_0^e + n \underline{\underline{K}}_1^e + n^2 \underline{\underline{K}}_2^e + n^3 \underline{\underline{K}}_3^e + n^4 \underline{\underline{K}}_4^e \\ \underline{\underline{M}}_n^e &= \underline{\underline{M}}_0^e + n \underline{\underline{M}}_1^e + n^2 \underline{\underline{M}}_2^e \end{aligned} \quad (III.40)$$

onde novamente  $K_i$  e  $M_j$ ;  $i = 0, 1, \dots, 4$ ;  $j = 0, 1, 2$  são independentes do harmônico  $n$ .

Este artifício permite uma grande economia de tempo, principalmente em problemas cujos harmônicos excitados são numerosos.

Para referenciar os deslocamentos  $\underline{\underline{d}}_n^l$  dos nós locais segundo a direção  $(\underline{\underline{t}}_1, \underline{\underline{t}}_2, \underline{\underline{n}})$ , para o sistema global  $(\underline{\underline{e}}_r, \underline{\underline{e}}_\theta, \underline{\underline{e}}_z)$  utiliza-se a matriz de rotação  $\underline{\underline{R}}$  (vide Apêndice B), satisfazendo a relação:

$$\underline{\underline{U}}_n^e = \underline{\underline{R}}^t \underline{\underline{d}}_n^l \quad (III.41)$$

Portanto a expressão do P.T.V. da casca é dado por:

$$\delta v_n^l - \delta w_n^l = \underline{\underline{K}}_n^e \underline{\underline{U}}_n^e \cdot \underline{\underline{\dot{U}}}^e_n + \underline{\underline{F}}_n^T e \cdot \underline{\underline{\dot{U}}}^e_n - \underline{\underline{F}}_n^e \cdot \underline{\underline{\ddot{U}}}^e_n + \\ + \underline{\underline{M}}_n^e \underline{\underline{\ddot{U}}}^e_n \cdot \underline{\underline{\dot{U}}}^e_n = 0 \quad (III.42)$$

onde

$$\underline{\underline{K}}_n^e = \underline{\underline{R}}^t \underline{\underline{K}}^e \underline{\underline{R}}$$

$$\underline{\underline{F}}_n^T e = \underline{\underline{R}}^t \underline{\underline{F}}_n^e$$

$$\underline{\underline{F}}_n^e = \underline{\underline{R}}^t \underline{\underline{F}}^e$$

$$\underline{\underline{M}}_n^e = \underline{\underline{R}}^t \underline{\underline{M}}_n^e \underline{\underline{R}} \quad (III.42a)$$

Como foi dito anteriormente, a formulação matemática da expressão do amortecimento de um sistema estrutural sujeito a forças dinâmicas acarreta um problema de difícil solução e requer extensa pesquisa. O amortecimento não é uma propriedade inerente ao sistema como o é a rigidez e a massa. As forças de amortecimento dependem não somente do sistema dinâmico mas também do meio que o envolve. Três tipos de amortecimento podem ser observados nos sistemas dinâmicos:

i. Amortecimento viscoso: Ocorre quando um sistema estrutural está em movimento dentro de um fluido. As forças de amortecimento, neste caso, são dependentes da velocidade dos pontos da estrutura.

ii. Amortecimento estrutural: É provocado pela fricção interna ou nas juntas entre componentes. As forças de

amortecimento são uma função da deformação atuante no sistema.

iii. Amortecimento negativo: Este ocorre quando o sistema dinâmico está adicionando energia ao invés de dissipá-la.

Para a obtenção da matriz de amortecimento supõe -se que o amortecimento é viscoso. Então, o trabalho virtual das forças de amortecimento pode ser dado por:

$$\delta W_a = - \underline{\underline{C}}_n^e \dot{\underline{U}}_n^e \cdot \dot{\underline{U}}_n^e \quad (III.43)$$

onde  $\underline{\underline{C}}_n^e$  matriz de amortecimento a nível de elemento.

Na maioria dos casos a única informação disponível sobre o amortecimento da estrutura são as percentagens do amortecimento crítico para cada modo de vibração.

Por analogia a um sistema de um grau de liberdade assume-se que o amortecimento generalizado pode ser representado por uma fração do amortecimento crítico:

$$\underline{\underline{C}}_n = 2\xi_n \underline{\underline{M}}_n \underline{\underline{\Lambda}}_n \quad (III.44)$$

onde

$$\underline{\underline{C}}_n = \underline{\underline{\Phi}}_n^t \underline{\underline{C}}_{nn} \underline{\underline{\Phi}}_n : \text{matriz de amortecimento generalizado}$$

$$\underline{\underline{M}}_n = \underline{\underline{\Phi}}_n^t \underline{\underline{M}}_{nn} \underline{\underline{\Phi}}_n : \text{matriz de massa generalizada}$$

$$\xi_n = [\xi_{n_1}, \xi_{n_2}, \dots, \xi_{n_n}] : \text{frações do amortecimento crítico em cada modo de vibração}$$

$\tilde{\Phi}_n = [\phi_{n_1}, \phi_{n_2}, \dots, \phi_{nn}]$  : modos de vibração

$\tilde{\Lambda}_n = [w_{n_1}^2, w_{n_2}^2, \dots, w_{nn}^2]$  : frequências naturais de vibração da estrutura.

Supondo que os modos de vibração são  $\tilde{\Phi}_n$ -ortonormais, isto é:

$$\tilde{\Phi}_n^T M_n \tilde{\Phi}_n = 1 \quad (III.45)$$

Então, estar-se-á assumindo que o amortecimento é proporcional e que os modos de vibração  $\tilde{\Phi}_n$  são  $\tilde{C}_n$ -ortogonais. Introduzindo (III.45) em (III.44), obtém-se:

$$\tilde{\Phi}_n^T \tilde{C}_n \tilde{\Phi}_n = 2\zeta_{n_i} w_{n_i} \quad (III.46)$$

Uma forma geral da matriz de amortecimento, pode ser expressa por intermédio da série de Caughey que satisfaz a equação (III.46) se os modos de vibração satisfizerem (III.45):

$$\tilde{C}_n = \tilde{M}_n \sum_{k=0}^{p-1} a_{nk} \left[ \frac{\tilde{M}_n^{-1}}{\tilde{K}_n} \right]^k, \quad k = 1, \dots, p. \quad (III.47)$$

onde os  $a_k$  são calculados a partir das  $p$  equações simultâneas:

$$\zeta_{n_i} = \frac{1}{2} \left( \frac{a_{n0}}{w_{n_i}} + a_{n_1} w_{n_i} + a_{n_2} w_{n_i}^3 + \dots + a_{n(p-1)} w_{n_i}^{2p-3} \right) \quad (III.48)$$

O principal inconveniente da série de Caughey, para  $p > 2$ , é produzir uma matriz de amortecimento cheia, provocando um aumento considerável no tempo de processamento.

Geralmente, quando se quer obter a matriz de amortecimento explicitamente, assume-se o amortecimento de Rayleigh ( $p=2$ ):

$$\tilde{C}_n = \alpha_n \tilde{M}_n + \beta_n \tilde{K}_n \quad (III.49)$$

onde

$$\alpha_n + \beta_n w_{n_i} = 2 \zeta_{n_i} w_{n_i} ; \quad i = 1, 2$$

$\alpha_n, \beta_n$  : coeficientes de Rayleigh.

Neste caso, a matriz de amortecimento conserva a característica de banda das matrizes de massa e rigidez. Para determinadas análises de sistemas estruturais em que são conhecidos vários pares  $(\zeta_{n_i}, w_{n_i})$ , torna-se necessário adotar dois pares de valores médios  $(\bar{\zeta}_{n_1}, \bar{w}_{n_1})$  e  $(\bar{\zeta}_{n_2}, \bar{w}_{n_2})$ , para o cálculo de  $\alpha_n$  e  $\beta_n$ , que melhor aproxime os pares  $(\zeta_{n_i}, w_{n_i})$  dados [4] [6].

Na maioria das vezes ocorre que o amortecimento é proporcional como definido em (III.46), porém na análise de estruturas com grande variedade de materiais com propriedades diferentes, pode ser necessária a utilização do amortecimento não proporcional.

A partir de (III.42) e adicionando a parcela do amortecimento de (III.43) resulta a expressão da equação de movimento:

$$\underline{\underline{M}}_e \ddot{\underline{U}}_e + \underline{\underline{C}}_e \dot{\underline{U}}_e + \underline{\underline{K}}_e \underline{U}_e = \underline{\underline{F}}_e - \underline{\underline{F}}_n^T \quad (III.50)$$

Desde que a expressão anterior deve ser satisfeita para todos os elementos:

$$\underline{\underline{M}}_n \ddot{\underline{U}}_n + \underline{\underline{C}}_n \dot{\underline{U}}_n + \underline{\underline{K}}_n \underline{U}_n = \underline{\underline{F}}_n - \underline{\underline{F}}_n^T \quad (III.51)$$

onde  $\underline{\underline{M}}_n$ ,  $\underline{\underline{K}}_n$ ,  $\underline{\underline{F}}_n$  e  $\underline{\underline{F}}_n^T$  são obtidos a partir de um agrupamento adequado dos seus correspondentes a nível de elemento e  $\underline{U}_n$  é o vetor de deslocamentos de todos os nós resultantes da partição da estrutura.

A solução da equação diferencial a coeficientes constantes (III.51) será analizada no próximo capítulo.

CAPÍTULO IV  
ANÁLISE DINÂMICA LINEAR LIVRE

#### IV.1. INTRODUÇÃO

Desde que as vibrações livres ocorrem na ausência de forças externas e supondo que a estrutura não é amortecida pode-se, a partir de (III.51), obter-se a equação de movimento:

$$\underline{\underline{M}} \ddot{\underline{U}}_n(t) + \underline{\underline{K}} \underline{U}_n(t) = \underline{0} \quad (\text{IV.1})$$

Como as matrizes de massa ( $\underline{\underline{M}}_n$ ) e de rigidez ( $\underline{\underline{K}}_n$ ) são constantes, o movimento é harmônico. Considerando um modo normal de vibração  $\phi_n$  e uma frequência  $w_n$ , a solução da equação de equilíbrio pode ser escrita por:

$$\underline{U}_n = \phi_n e^{i w_n t} \quad (\text{IV.2})$$

Substituindo a expressão (IV.2) em (IV.1) obtém-se um problema de autovalor generalizado do tipo:

$$\underline{\underline{K}}_n \phi_n = w_n^2 \underline{\underline{M}}_n \phi_n \quad (\text{IV.3})$$

O problema de autovalor do tipo (IV.3) de um sistema com  $n$  grau de liberdade, produz  $n$  pares de autovalores e autovetores  $(w_{n_1}^2, \underline{\phi}_{n_1}), (w_{n_2}^2, \underline{\phi}_{n_2}), \dots, (w_{nn}^2, \underline{\phi}_{nn})$ , onde os autovetores são  $\underline{M}$ -ortogonalizados. Portanto, pode-se escrever:

$$\underline{K} \underline{\Phi} = \underline{\Lambda} \underline{M} \underline{\Phi} \quad (\text{IV.4})$$

onde

$$\underline{\Lambda}_n = [w_{n_1}^2, w_{n_2}^2, \dots, w_{nn}^2]; \quad w_{n_1} \leq w_{n_2} \leq \dots \leq w_{nn}$$

$$\underline{\Phi}_n = [\underline{\phi}_{n_1}, \underline{\phi}_{n_2}, \dots, \underline{\phi}_{nn}] \in V_n$$

e orthonormalizando-os em relação a matriz de massa, obtém-se:

$$\begin{aligned} \underline{\Phi}_n^T \underline{M}^{-1} \underline{\Phi}_n &= I \\ \underline{\Phi}_n^T \underline{K} \underline{\Phi}_n &= \underline{\Lambda}_n \end{aligned} \quad (\text{IV.5})$$

## IV.2. MÉTODO DE SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE AUTOVALOR.

O emprego do método dos elementos finitos, na análise dinâmica, dá origem a matrizes com características específicas, por exemplo, a simetria, a banda, etc. Portanto, na seleção

ção do método de resolução do problema de autovalor (IV.4) deve-se considerar estas características.

Entre os mais eficientes, pode-se citar o método de iteração de sub-espaços, desenvolvido para se obter os  $p$  menores autovalores e seus correspondentes autovetores que satisfazem as equações:

$$\underset{\sim}{K} \underset{\sim}{\Phi}_n = \underset{\sim}{\Lambda}_n \underset{\sim}{M} \underset{\sim}{\Phi}_n$$

$$\underset{\sim}{\Phi}_n^T \underset{\sim}{M} \underset{\sim}{\Phi}_n = 1$$

$$\underset{\sim}{\Phi}_n^T \underset{\sim}{K} \underset{\sim}{\Phi}_n = \underset{\sim}{\Lambda}_n \quad (IV.6)$$

onde

$$\underset{\sim}{\Lambda}_n = [w_{n_1}^2, w_{n_2}^2, \dots, w_{np}^2] ; w_{n_1} \leq w_{n_2} \leq \dots \leq w_{np} \quad (IV.6a)$$

$$\underset{\sim}{\Phi}_n = [\phi_{n_1}, \phi_{n_2}, \dots, \phi_{np}] \in V_p ; V_p \subset V_n \quad (IV.6b)$$

pois, notou-se, na maioria dos casos, serem estes os que mais excitam a estrutura. O número de pares a serem utilizados em análise estrutural depende de outros fatores, tais como, o tipo de carga, o tipo de estrutura e principalmente a precisão com que se quer os resultados.

#### IV.2.1. Método de Iteração de Sub-espacos (M.I.S.)

A idéia essencial do método consiste no fato de que os  $p$  autovetores em (IV.6b) formam uma base  $(E_{\infty})_{\sim n}$ -ortogonal de dimensão  $p$  do menor sub-espaco dominante que contém os operadores  $K_n$  e  $M_n$ .

O M.I.S. pode ser considerado como uma iteração de sub-espacos, pois aproxima através de iterações o sub-espaco de partida, formado pela base  $E_1$  de  $p$  vetores linearmente independentes, ao sub-espaco formado pelos  $p$  autovetores  $(E_{\infty})$ , e o número de iterações vai depender de quão próximo o sub-espaco  $(E_1)$  expandido pelos vetores de partida, está de  $E_{\infty}$ .

Requer-se no método, a convergência do sub-espaco e não dos vetores de iteração, individualmente, para os autovetores.

A eficiência do método deriva do fato de que é mais fácil estabelecer um sub-espaco de partida  $p$ -dimensional que se aproxima de  $E_{\infty}$  do que estabelecer  $p$  vetores que estejam cada um próximo dos autovetores procurados.

O método, basicamente, consiste de três passos:

i) Estabelecer um conjunto de  $q$  vetores de partida,  $q > p$  onde  $p$  é o número de pares de autovalores e autovetores procurados.

ii) Utilizar a iteração inversa simultânea juntamente com o método de Rayleigh-Ritz, nos vetores de iteração, para se obter as melhores aproximações dos pares.

iii) Atingida a convergência desejada, realizar um teste baseado na propriedade da sequência de Sturm, com a finalidade

de de verificar se realmente foram obtidos os pares solicitados.

#### IV.2.1.1. Algoritmo do M.I.S.

Partindo de um espaço  $q$  dimensional  $V_q$  com uma base inicial de iteração  $\underline{\psi}_i$ ,  $i = 1, \dots, q \in E_1$ , realiza-se uma iteração inversa simultânea em:

$$\underline{\zeta} \underline{\psi}_{k+1} = \underline{\zeta} \underline{\psi}_k = \underline{\zeta}_k \quad (\text{IV.7})$$

onde

$$\underline{\zeta} = \underline{\zeta}_n$$

$$\underline{\zeta} = \underline{\zeta}_n$$

$$\underline{\zeta}_k = \underline{\zeta}_n \underline{\psi}_k$$

$$\underline{\psi}_k = [\underline{\psi}_i] ; i = 1, \dots, q \in E_1 \text{ (espaço de iteração 1)}$$

$$\underline{\psi}_{k+1} = [\underline{\psi}_i] ; i = 1, \dots, q \in V_q$$

Considera-se agora, o princípio de mínimo de Rayleigh, o qual estabelece, a partir do problema de autovalor do tipo:

$$\underline{\zeta} \Phi = \lambda \underline{\zeta} \Phi \quad (\text{IV.8})$$

onde

$$\underline{\lambda} = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_q] ; \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \leq \lambda_q$$

$$\underline{\phi} = [\underline{\phi}_1, \underline{\phi}_2, \dots, \underline{\phi}_q]$$

que o menor autovalor  $\lambda_1$  é dado pela condição de mínimo:

$$\lambda_1 = \min_{\underline{\phi}} \rho(\underline{\phi}) \quad (\text{IV.9})$$

onde o mínimo é selecionado sobre todos os possíveis vetores de  $\underline{\phi}$  e onde  $\rho(\underline{\phi})$  é o quociente de Rayleigh dado por:

$$\rho(\underline{\phi}) = \frac{\underline{\phi}^T K \underline{\phi}}{\underline{\phi}^T M \underline{\phi}} ; 0 < \lambda_1 \leq \rho(\underline{\phi}) \leq \lambda_q < \infty \quad (\text{IV.10})$$

Da mesma forma, pode-se obter os demais autovalores, recorrendo novamente ao princípio de mínimo de Rayleigh com condições de ortogonalidade adicionais. Assim, para se obter o  $i$ -ésimo autovalor deve-se satisfazer:

$$\lambda_i = \min_{\underline{\phi}} \rho(\underline{\phi}) \quad (\text{IV.11})$$

onde o mínimo é selecionado sobre todos os possíveis vetores  $\underline{\phi}$  em  $V_q$  que satisfaçam à relação:

$$\underline{\phi}_i^T M \underline{\phi}_j = 0 ; j = 1, \dots, (i-1) \quad (\text{IV.12})$$

A análise de Ritz considera uma série de vetores  $\tilde{\phi}$ , combinações lineares dos vetores da base de Ritz, dados por  $\tilde{\psi}_{k+1}$  (solução da iteração inversa simultânea). Portanto, um vetor característico, pode ser escrito por:

$$\tilde{\phi} = \sum_{i=1}^q x_i \tilde{\psi}_i ; \quad \tilde{\phi} \in V_q \quad (\text{IV.13})$$

onde os  $x_i$ ;  $i = 1, \dots, q$  são as coordenadas de Ritz.

Utiliza-se a análise de Rayleigh-Ritz com o objetivo de determinar os vetores  $\tilde{\phi}$  que pertençam ao sub-espacô  $V_q$  e que forneçam as melhores aproximações para os autovetores procurados. Portanto, substituindo (IV.13) em (IV.10), obtém-se:

$$\rho(\tilde{\phi}) = \frac{K_{\tilde{\phi}_{k+1}}}{M_{\tilde{\phi}_{k+1}}} \quad (\text{IV.14})$$

onde

$$K_{\tilde{\phi}_{k+1}} = \tilde{\psi}_{k+1}^T K \tilde{\psi}_{k+1} = \tilde{\psi}_{k+1}^T Y_k \quad (\text{IV.14a})$$

$$M_{\tilde{\phi}_{k+1}} = \tilde{\psi}_{k+1}^T M \tilde{\psi}_{k+1} = \tilde{\psi}_{k+1}^T \tilde{Y}_{k+1} \quad (\text{IV.14b})$$

$$\tilde{Y}_{k+1} = M \tilde{\psi}_{k+1}$$

Sendo a condição de mínimo necessário dada por:

$$\frac{\partial \rho(\tilde{\phi})}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{IV.15})$$

obtém-se o problema de autovalor generalizado:

$$\underline{\underline{K}}_{k+1} \underline{\underline{x}} = \rho \underline{\underline{M}}_{k+1} \underline{\underline{x}} \quad (\text{IV.16})$$

onde  $\underline{\underline{K}}_{k+1}$  e  $\underline{\underline{M}}_{k+1}$  são respectivamente as matrizes de rigidez e de massa projetadas no sub-espacô  $V_q$  expandido pelos vetores  $\underline{\Psi}_{k+1}$  (base de Ritz) e,  $\underline{\underline{x}}$  é o vetor das coordenadas de Ritz.

A solução de (IV.16), através do método de Jacobi generalizado, com diagonalização simultânea da matriz de massa e rigidez, fornece  $q$  pares de autovalores  $(\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_q)$  e autovetores  $(\underline{\Phi}_1, \underline{\Phi}_2, \dots, \underline{\Phi}_q)$ , que são aproximações dos pares procurados  $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_q)$  e  $(\underline{\phi}_1, \underline{\phi}_2, \dots, \underline{\phi}_q)$ .

Os autovetores aproximados  $\underline{\Phi}$  são dados por:

$$\underline{\Phi} = \underline{\Psi}_{k+1} \underline{\underline{x}}^* \quad (\text{IV.17})$$

onde  $\underline{\underline{x}}^* = [\underline{x}_1, \underline{x}_2, \dots, \underline{x}_q]$  é a matriz das coordenadas de Ritz, solução da equação (IV.16) e, satisfazendo a relação:

$$\underline{x}_i \underline{\underline{M}}_{k+1} \underline{x}_j = \delta_{ij}, \quad i = 1, \dots, q$$

$$\underline{x}_i \underline{\underline{K}}_{k+1} \underline{x}_j = \delta_{ij} \rho_i; \quad i = 1, \dots, q \quad (\text{IV.18})$$

Substituindo (IV.14a) e (IV.14b) em (IV.18), obtém-se:

$$\underline{\Phi}_i \underline{\underline{M}}_{k+1} \underline{\Phi}_j = \delta_{ij}, \quad i = 1, \dots, q$$

$$\underline{\Phi}_i \underline{\underline{K}}_{k+1} \underline{\Phi}_j = \delta_{ij} \rho_i \quad (\text{IV.19})$$

Portanto, os autovetores de aproximação  $\tilde{\Phi}$  obtidos a través da análise de Rayleigh-Ritz, satisfazem também a condição (IV.12), indicando que numa única iteração o M.I.S. aproxima simultaneamente os autovetores  $\tilde{\Phi}$  respectivamente para os p menores autovetores procurados.

Para obter uma melhor aproximação do espaço dos autovetores ( $E_\infty$ ) deve-se repetir o processo iterativo até que uma convergência pré-estabelecida seja atingida.

Os vetores de partida da iteração seguinte são dados por:

$$\underline{\underline{\Psi}}_{k+1} = \underline{\underline{\Phi}} \quad (\text{IV.20})$$

Para simplificar a introdução do novo vetor de partida, pode-se introduzir diretamente no segundo membro da equação (IV.7) a matriz  $\underline{\underline{\gamma}}_{k+1}$  dada por:

$$\underline{\underline{\gamma}}_{k+1} = \underline{\underline{\gamma}}_{k+1} \underline{\underline{x}}^* \quad (\text{IV.21})$$

Seguindo portanto os passos dados pelas equações (IV.7), (IV.14a), (IV.14b), (IV.16) e (IV.21), obtém-se o algoritmo do processo da iteração de sub-espacos.

Os autovalores obtidos desta forma são limites superiores dos autovalores exatos, e as aproximações são mais precisas para os menores autovalores, devido à necessidade de satisfazer para estes, menos condições adicionais explicitadas em (IV.12)

#### IV.2.1.2. Vetores de Partida.

O primeiro passo no método de iteração de sub-espacos é a seleção dos vetores de partida. A escolha dos vetores que formam  $\underline{\Psi}_1$  é de grande importância para a convergência do mesmo. Se o sub-espaco  $E_1$  gerado pelos vetores de partida constitui uma boa aproximação do sub-espaco  $E_\infty$ , gerado pelos autovetores, a convergência será obtida com poucas iterações.

Mostra-se em [4] que os vetores de partida devem ser construídos de tal forma que excitem os graus de liberdade com a menor razão  $K_{ii}/M_{ii}$  associada. Portanto, deve-se construirlos da seguinte maneira:

i) A primeira coluna de  $\underline{M}\underline{\Psi}_1$  é simplesmente a diagonal de  $\underline{M}$ . Isto assegura que todos os graus de liberdade com massa sejam excitados.

ii) As demais colunas ( $q-1$ ) são vetores unitários com um único elemento não nulo, igual a  $\pm 1$ , associado aos graus de liberdade com os menores quocientes  $K_{ii}/M_{ii}$ .

Desde que na iteração nós usamos  $q$  vetores,  $q > p$ , o primeiro vetor pode ser considerado como um vetor adicional.

Assumindo, que na iteração os vetores em  $\underline{\Psi}_{k+1}$  são ordenados de tal forma, que seus correspondentes autovalores estão em ordem crescente, então a  $i$ -ésima coluna  $i = 1, \dots, q$  em  $\underline{\Psi}_{k+1}$  converge linearmente para  $\underline{\phi}_i$  e a razão de convergência é dada por [4] :

$$r_c = \frac{\lambda_i}{\lambda_{q+1}} \quad (\text{IV.22})$$

Portanto, uma maior razão de convergência é obtida na utilização de q vetores de iteração ao invés de p, para  $q > p$ . Entretanto o tempo de computação também aumentará em cada ciclo. Mostrou-se na prática ser conveniente utilizar:

$$q = \min \{2p, p + 8\}. \quad (\text{IV.23})$$

#### IV.2.1.3. Convergência.

Para se estabelecer a proximidade dos sub-espacos gerados no M.I.S. ao sub-espaco dos autovetores, mede-se a convergência em cada iteração. Assumindo que nas iterações  $k-1$  e  $k$  os autovalores aproximados são  $\lambda_i^k$  e  $\lambda_i^{k+1}$ ;  $i = 1, \dots, p$ , uma medida de convergência pode ser dada por:

$$\frac{\lambda_i^{(k+1)} - \lambda_i^k}{\lambda_i^{(k+1)}} \leq 10^{-2s} \quad ; \quad i = 1, \dots, p \quad (\text{IV.24})$$

Desta forma, os autovalores serão obtidos com uma precisão de aproximadamente  $2s$  dígitos e os autovetores com  $s$  ou mais dígitos, uma vez que cada ciclo de iteração é equivalente a aplicação do método de Rayleigh-Ritz.

Apesar das iterações serem feitas com q vetores ( $q > p$ ), a convergência dos autovalores é medida apenas para os  $p$  autovalores solicitados.

A iteração dada por (IV.7), (IV.14a), (IV.14b), (IV.16) e (IV.21) converge no limite para os autovetores  $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$

procurados desde que os vetores de iteração  $\psi_i$  não sejam todos simultâneamente ortogonais a algum dos autovetores procurados.

O sub-espacô de partida descrito anteriormente em (IV.2.1.2) revelou-se bastante satisfatório embora não exista uma prova matemática formal de que a convergência para os autovalores solicitados deva ocorrer para todos os casos.

Após a convergência em (IV.24) ser satisfeita, pode-se verificar se realmente os menores autovalores e seus correspondentes autovetores foram calculados. Para isto utiliza-se a propriedade da sequência de Sturm que estabelece que na fatoração de Gauss de  $K - \mu M$  em  $L D L^T$  ( $L$ : matriz triangular inferior com 1 na diagonal;  $D$ : matriz diagonal) o número de elementos negativos em  $D$  é igual ao número de autovalores menores que  $\mu$ . Desde que os autovalores foram obtidos aproximadamente, necessita-se estabelecer limites para os autovalores exatos a partir dos autovalores calculados, para se obter valores adequados de  $\mu$  na verificação. Supondo que a tolerância no cálculo dos autovalores seja dada por  $10^{-2s}$  ( $s=3$ ) pode-se adotar conforme BATHE e WILSON<sup>4</sup> uma estimativa do intervalo em que os autovalores exatos se encontram:

$$0.99 \lambda_i^k < \lambda_i < 1.01 \lambda_i^k ; i = 1, 2, \dots, p \quad (\text{IV.25})$$

onde  $\lambda_i$  : autovvalor "exato"

$\lambda_i^k$  : autovvalor calculado na última iteração ( $k-1$ )

Em (IV.25) somente devem ser incluídos os menores autovalores que convergem para  $10^{-2s}$  ( $s=3$ ).

## CAPITULO V

## ANÁLISE DINÂMICA LINEAR FORÇADA

A solução das equações diferenciais de movimento (III.51) constitui o principal objetivo da resposta dinâmica. De que as matrizes  $M_n$ ,  $C_n$  e  $K_n$  apresentam características especiais, torna-se proveitoso recorrer a métodos que utilizam estas características. Dois métodos são frequentes em análise estrutural, o método da superposição modal e o método da integração direta [4], [6], [7], [14], [15]... Aqui se recorrerá ao método da superposição modal.

## V.1. MÉTODO DA SUPERPOSIÇÃO MODAL.

O método modal consiste, basicamente, na mudança da base dos deslocamentos, isto é, da base das coordenadas do sistema estrutural para a base dos deslocamentos modais generalizados.

Matematicamente, a mesma resposta deve ser obtida de que o mesmo espaço é expandido tanto pelos  $n$  autovetores como pelas  $n$  coordenadas do sistema estrutural.

A análise da resposta pelo método da superposição modal requer:

- i) A obtenção dos modos de vibração, as frequências do sistema e a solução da equação de equilíbrio desacoplada.

ii) Superposição da resposta obtida para cada modo de vibração.

O método modal é adequado para sistemas estruturais que permitem boa precisão no cálculo da resposta dinâmica, com o uso de poucos modos normais. Isto ocorre nos casos em que os modos de ordem mais alta contribuem pouco para a resposta.

Desde que o método dos elementos finitos pode ser considerado como uma análise de Ritz, obtém-se através de (IV.2.1) pares de autovalores-autovetores aproximados, limites superiores dos pares "exatos" com boa precisão nas baixas frequências e com pouca ou nenhuma nas altas.

A eficiência do método, portanto, decorre do fato de que para muitos tipos de cargas utilizadas na prática, somente uma fração do número total de equações desacopladas, responsável pelas baixas frequências, necessita ser considerada.

As altas frequências, que geralmente não são de boa precisão, não afetam seriamente a solução.

A transformação linear, para a mudança da base das coordenadas para a base dos deslocamentos generalizados, é dada por:

$$\underline{u}_n(t) = \underline{\Phi}_n \underline{x}_n(t) \quad (V.1)$$

onde

$\underline{x}_n$  : deslocamentos modais generalizados

$\underline{\Phi}_n$  : modos normais de vibração da estrutura

A finalidade da transformação é justamente obter um

novo sistema de equações de equilíbrio desacopladas na solução de (III.51).

Portanto, aplicando-se a transformação linear (V.1) em (III.51), obtém-se:

$$\underline{\underline{M}}_n \underline{\underline{\Phi}} \ddot{\underline{x}}_n(t) + \underline{\underline{C}}_n \underline{\underline{\Phi}} \dot{\underline{x}}_n(t) + \underline{\underline{K}}_n \underline{\underline{\Phi}} \underline{x}_n(t) = \underline{F}_n(t) \quad (V.2)$$

Pré-multiplicando-se a expressão (V.2) e utilizando o fato de que os autovetores são  $\underline{\underline{M}}_n$ -ortonormalizados, resulta a equação de equilíbrio em função dos deslocamentos modais generalizados:

$$\ddot{\underline{x}}_n(t) + \underline{\underline{\Phi}}_n^T \underline{\underline{C}}_n \underline{\underline{\Phi}} \dot{\underline{x}}_n(t) + \underline{\underline{\Lambda}}_n \underline{x}_n(t) = \underline{\underline{\Phi}}_n^T \underline{F}_n(t) \quad (V.3)$$

onde as condições iniciais de  $\underline{x}_n(t)$  são obtidas utilizando-se (V.1) e a propriedade dos autovetores de serem  $\underline{\underline{M}}_n$ -ortonormais:

$$\left. \begin{array}{l} \underline{x}_n(t) \\ \dot{\underline{x}}_n(t) \end{array} \right|_{t=0} = \begin{array}{l} \underline{\underline{\Phi}}_n^T \underline{\underline{M}}_n \underline{\underline{U}}_n^0(t=0) \\ \underline{\underline{\Phi}}_n^T \underline{\underline{M}}_n \dot{\underline{\underline{U}}}_n^0(t=0) \end{array} \quad (V.4)$$

As equações (V.3) estabelecem que se a matriz de a amortecimento não fosse incluída na análise, as equações de equilíbrio seriam desacopladas. Desde que os efeitos de amorteciment

to só podem ser incluídos aproximadamente é razoável que se utilize uma matriz de amortecimento que inclua todos os efeitos desejados, e a mesmo tempo permita um método eficiente na solução.

Assumindo, portanto, que o amortecimento é proporcional [4], o amortecimento total da estrutura pode ser representado pela soma dos amortecimentos individuais em cada modo:

$$\dot{\phi}_{n_i}^T C_{\tilde{n}} \phi_{n_j} = 2w_{n_i} \zeta_{n_i} \delta_{ij} \quad (V.5)$$

onde:

$\zeta_{n_i}$  : coeficiente de amortecimento modal para cada harmônico  $n$

$\delta_{ij}$ : delta de Kronecker ( $\delta_{ij} = 0, i \neq j; \delta_{ii} = 1, i=j$ )

Desde que os autovetores são  $C_{\tilde{n}}$ -ortogonais, as equações (V.3) são reduzidas a forma desacoplada:

$$\ddot{x}_{n_i}(t) + 2w_{n_i} \zeta_{n_i} \dot{x}_{n_i}(t) + w_{n_i}^2 x_{n_i}(t) = f_{n_i}(t); i=1, \dots, p \quad (V.6)$$

onde

$$f_{n_i}(t) = \dot{\phi}_{n_i}^T F_{\tilde{n}}(t)$$

$$x_{n_i}(t) \Big|_{t=0} = \dot{\phi}_{n_i}^T M_{\tilde{n}} U_n^0(t=0) \quad (V.6a)$$

$$\dot{x}_{n_i}(t) \Big|_{t=0} = \dot{\phi}_{n_i}^T M_{\tilde{n}} \dot{U}_n^0(t=0) \quad (V.6b)$$

Na solução numérica das equações de equilíbrio (III.51), não é necessário calcular a matriz de amortecimento  $\tilde{C}_n$ , mas somente a matriz de rigidez  $\tilde{K}_n$  e de massa  $\tilde{M}_n$ .

A resposta de (V.6) pode ser obtida através de um método de integração direta das equações desacopladas a coeficientes constantes ou simplesmente calculando a integral de Duhamel dada por:

$$x_{n_i}(t) = \frac{1}{\bar{w}_{n_i}} \int_0^t f_{n_i}(\tau) e^{-\zeta_{n_i} w_{n_i} (\tau-t)} \sin \bar{w}_{n_i} (t-\tau) dt \quad (V.7)$$

$$+ e^{-\zeta_{n_i} w_{n_i} t} \{ \alpha_{n_i} \sin \bar{w}_{n_i} t + \beta_{n_i} \cos \bar{w}_{n_i} t \}; i=1, \dots, p$$

onde

$$\bar{w}_{n_i} = w_{n_i} \sqrt{1 - \zeta_{n_i}^2}$$

$$\alpha_{n_i} = \frac{\zeta_{n_i}}{(1 - \zeta_{n_i}^2)^{1/2}} x_{n_i}(0) + \frac{1}{\bar{w}_{n_i}} e^{-\zeta_{n_i} w_{n_i} t} \dot{x}_{n_i}(0)$$

$$\beta_{n_i} = x_{n_i}(0)$$

Os coeficientes  $\alpha_{n_i}$ ,  $\beta_{n_i}$  foram obtidos a partir das condições iniciais dadas por (V.6a) e (V.6b).

Para se obter a solução de (V.7), na base das coordenadas do sistema estrutural, basta superpor a resposta de cada

modo de vibração. Portanto, utilizando (V.1), obtém-se:

$$\underline{u}_n(t) = \sum_{i=1}^p \phi_{n_i} x_{n_i}(t) \quad (V.8)$$

Por outro lado, a resposta final da estrutura também será uma superposição da resposta de cada harmônico excitado:

$$\underline{u}(t) = \sum_{n=1}^{NARM} \underline{u}_n(t) \quad (V.9)$$

onde NARM é o número de harmônicos excitados pela carga a que a estrutura está sujeita.

Utiliza-se na análise, cargas determinísticas para as quais é possível uma solução analítica para a integral de Duhamel. Algumas funções podem ser obtidas em [6] e [22], para estruturas amortecidas e não-amortecidas.

**CAPITULO VI**  
**EXEMPLOS NUMÉRICOS**

Neste capítulo serão apresentados alguns exemplos numéricos da análise dinâmica linear de cascas axissimétricas e a influência do número de autovetores utilizados na resposta dinâmica por superposição modal.

O estudo do comportamento numérico da solução quando a casca intercepta o eixo de revolução é analizado por SANABRIA<sup>5</sup>. Neste caso, os deslocamentos generalizados  $u_1, u_2, w, \beta_1$  da casca, no ponto do eixo de revolução, são finitos assegurando a convergência. O mesmo não ocorre para as tensões que podem ser singulares em tais pontos, tornando-se necessário calculá-las num ponto próximo dado por  $\zeta = 0.95$  por ser o campo adotado incapaz de manifestar tais singularidades.

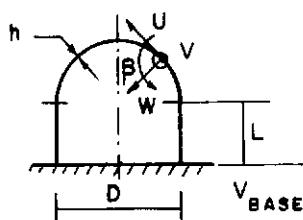
#### VII.1. VIBRAÇÕES LIVRES.

Estuda-se inicialmente no exemplo (VII.1) a análise dinâmica livre de uma casca esférica engastada encimada por um hemisfério. Comparam-se os resultados obtidos aos de GALLETTLY e MISTRY<sup>23</sup> que utilizaram dois programas numéricos: um baseado no método variacional de diferenças finitas (Bosor 3) e outro, no método dos elementos finitos (Mist 1) com a possibilidade de utilização de dois tipos distintos de elementos, um reto e um curvo de curvatura constante.

Dois tipos de condições de contorno são analisados

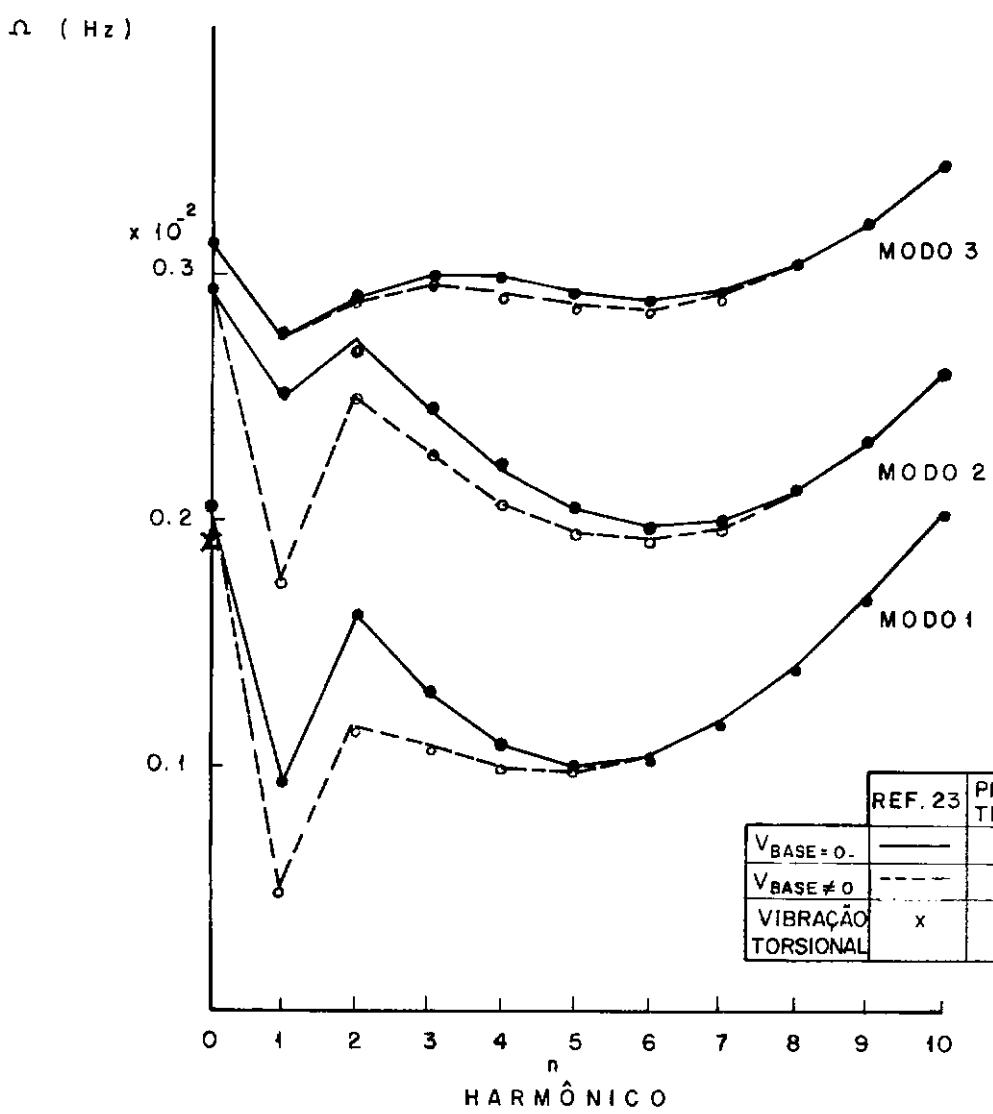
**EXEMPLO VI-1: ANÁLISE DINÂMICA LINEAR LIVRE  
CASCA CILÍNDRICA ENCIMADA POR UM HEMISFÉRICO.**

**VI. 1.1 - DADOS GERAIS:**



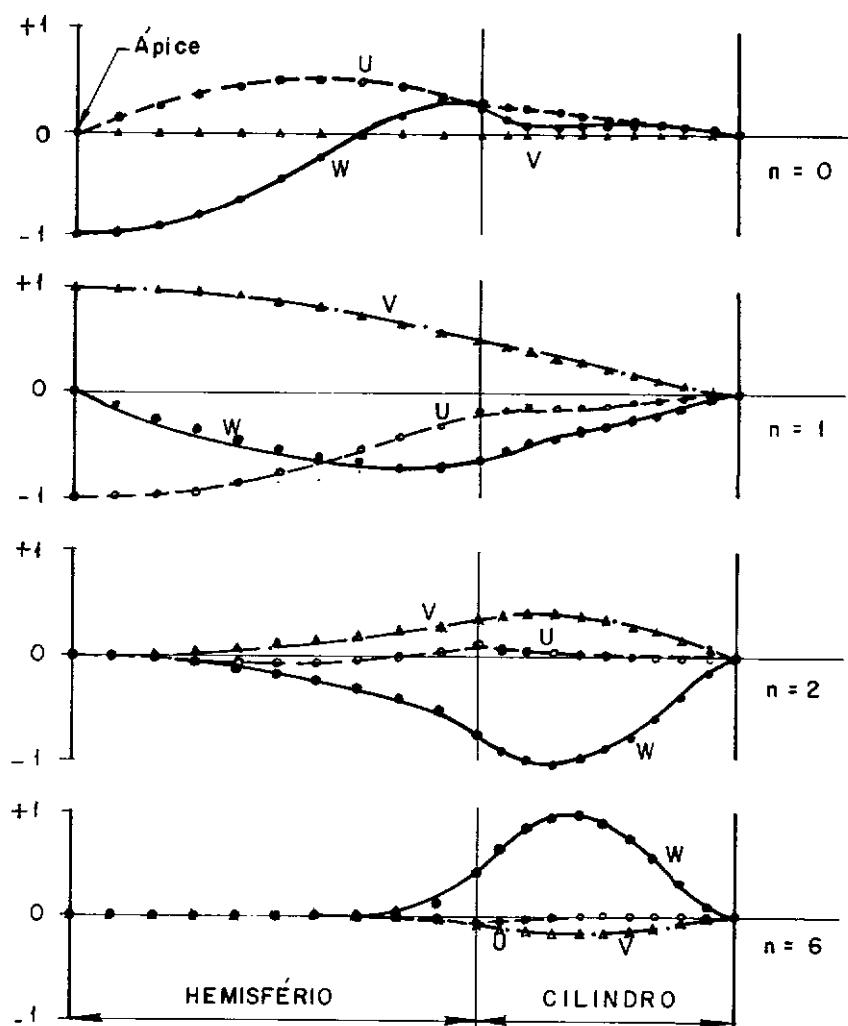
$$\begin{aligned} E &= \rho = 1.00 \\ v &= 0.20 \\ L/D &= 0.50 \\ h/D &= 0.01 \\ D &= 1.00 \end{aligned}$$

**VI. 1.2 - FREQUÊNCIAS NATURAIS DE VIBRAÇÃO:**



VI.1.3. MODOS DE VIBRAÇÃO PARA HARMÔNICOS SELECIONADOS  
 ( SISTEMA LOCAL )

( M O D O 1 )



DESL.	REF. 23	PRESENTE TRABALHO
U	---	○
V	- - -	△
W	—	●

$V_{\text{BASE}} = 0$  e  $V_{\text{BASE}} \neq 0$ .

Abaixo, na Tabela (VI.1), comparam-se os resultados obtidos pelo presente trabalho aos de Galletly e Mistry (Método Variacional de Diferenças Finitas - V.F.D.) das 4 menores frequências não torsionais (Hz) do cilindro encimado por um hemisfério do exemplo (VI.1), para  $M=1$ :

i.)  $V_{\text{BASE}} = 0$

N (HARMÔNICO)	BOSOR 3 V.F.D.	PRESENTES TRABALHO
1	0.0944	0.0943
5	0.1008	0.1005
6	0.1040	0.1037
4	0.1098	0.1095

ii.)  $V_{\text{BASE}} \neq 0$

N (HARMÔNICO)	BOSOR 3 V.F.D.	PRESENTES TRABALHO
1	0.0503	0.0486
5	0.0975	0.0966
4	0.1010	0.0995
6	0.1023	0.1023

Tab. (VI.1)

No presente trabalho, foram utilizados 11 pontos no

dais no cilindro e 21 pontos no hemisfério enquanto que no programa Mist 1 foram empregados 61 nós no cilindro e 63 no hemisfério.

Comparam-se ainda os resultados, a outros obtidos a través de soluções por séries e por métodos numéricos (Tab.VI.2). Não se consideram as frequências torsionais.

$N(M=1)$	(1)	Mist 1	Bosor 3	(2)	(3)
0	2.0584	2.0587	2.0589	2.0597	2.0583
1	0.9431	0.9438	0.9435	0.9436	0.9431
2	1.6091	1.6205	1.6222	1.6207	1.6206
3	1.3057	1.3070	1.3100	—	1.3072
4	1.0942	1.0940	1.0978	—	1.0945

(1) Solução por série [27]

(2) Programa KSHEL3 de KALNINS<sup>28</sup>. Utiliza uma técnica de iteração do tipo Stodola (Integração Numérica)

(3) Presente trabalho

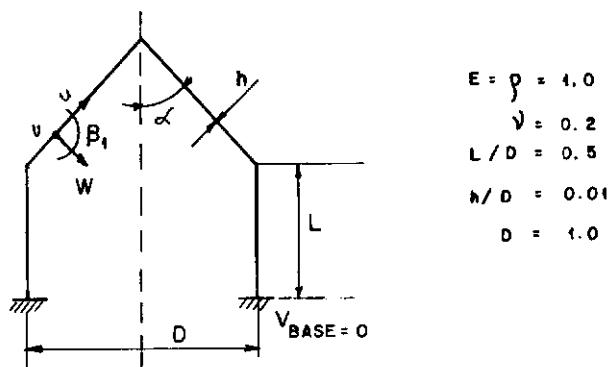
Tab. (VI.2)

No exemplo (VI.2), analisa-se o efeito de diferentes semi-ângulos  $\alpha$  de uma casca cilíndrica encimada por um cone. Os resultados são plotados sobre aqueles obtidos pelos programas Bosor3 e Mist 1.

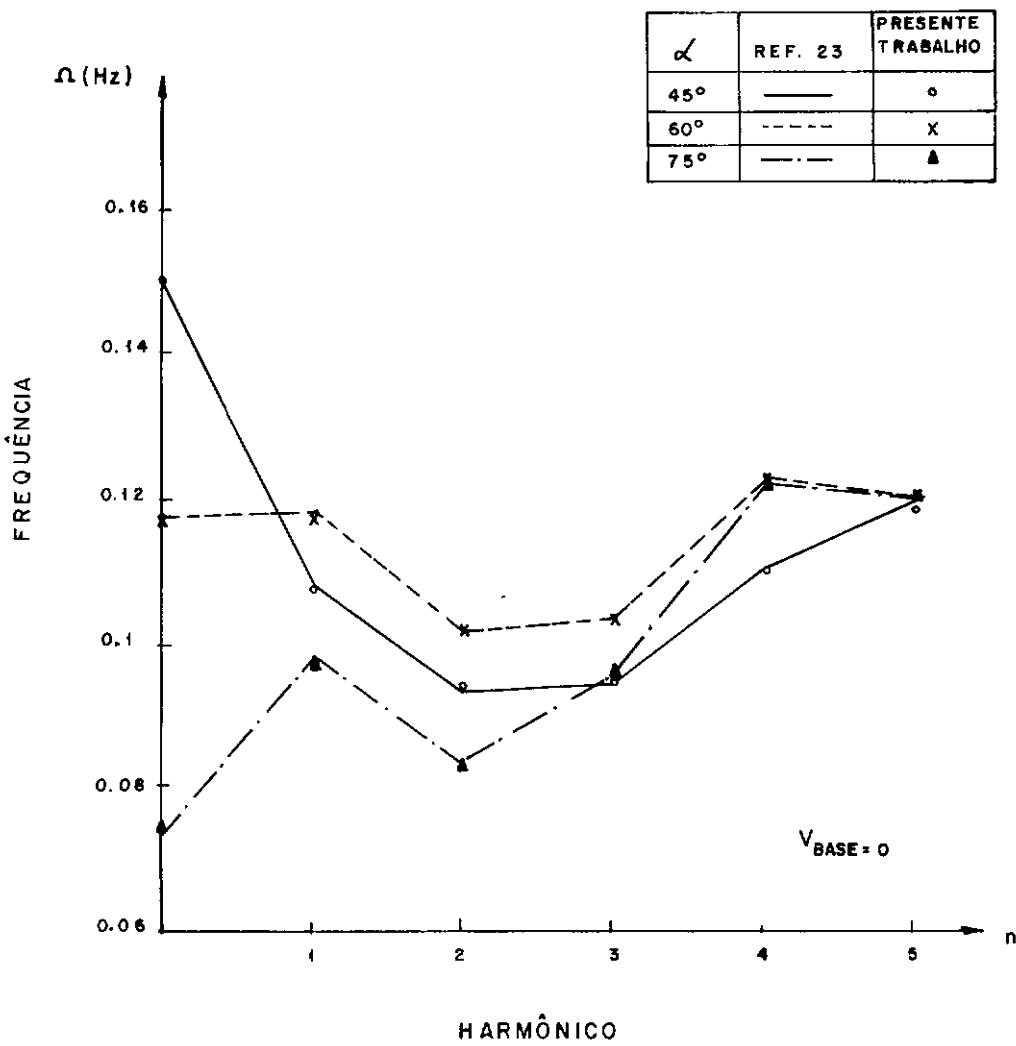
Abaixo mostram-se as comparações das 4 menores frequências naturais não torsionais, para  $N=1$ , utilizando diferentes semi-ângulos  $\alpha$  (Tab. VI.3).

**EXEMPLO (VI. 2) ANÁLISE DINÂMICA LINEAR LIVRE  
CASCA CILÍNDRICA ENCIMADA POR UM CONE.**

**VI. 2.1. DADOS GERAIS:**



**VI. 2.2. FREQUÊNCIAS NATURAIS PARA DIFERENTES SEMI-ÂNGULOS  $\alpha$ .**



i.  $\alpha = 45^\circ$ 

HARMÔNICO N	BOSOR 3 V.F.D	PRESENTE TRABALHO	MIST 1	KSHEL 3 <sup>28</sup>
2	0.0942	0.0940	0.0935	0.0947
3	0.0960	0.0949	—	—
1	0.1090	0.1079	0.1079	0.1080
4	0.1124	0.1106	—	—

i.  $\alpha = 60^\circ$ 

HARMÔNICO N	BOSOR 3 V.F.D	PRESENTE TRABALHO
2	0.1033	0.1018
3	0.1049	0.1030
0	0.1172	0.1172
1	0.1192	0.1177

Tab. (VI.3)

i.  $\alpha = 75^\circ$ 

HARMÔNICO N	BOSOR 3 V.F.D	PRESENTE TRABALHO	MIST 1	KSHEL 3 <sup>28</sup>
0	0.0737	0.0737	0.0737	0.0739
2	0.0843	0.0831	0.0831	0.829
3	0.0975	0.0961	—	—
1	0.0998	0.0973	0.0974	0.0974

O presente trabalho utiliza neste exemplo 11 nós para o cilindro e 15 nós para o cone, enquanto que o programa Mist 1 utiliza o mesmo número citado anteriormente.

Analisa-se no exemplo (VI.3) os três primeiros modos meridionais ( $u$ ) e normais ( $w$ ) de vibração, do harmônico  $N=0$  de uma casca cônica vazada engastada no bordo de menor raio. A casca executa um movimento vibratório independente de  $\theta$  devido à utilização do harmônico citado.

Os resultados são comparados aos de KRAUS<sup>3</sup> que considerou em sua análise dois tipos de solução :

i. Solução analítica obtida por Goldberg empregando o método da série de Frobenius

ii. Solução numérica baseada no processo de Runge - Kutta de 4<sup>a</sup> ordem.

Pode-se notar que as soluções obtidas pelo presente trabalho, quando se utilizam 6 elementos, apresentam boa precisão.

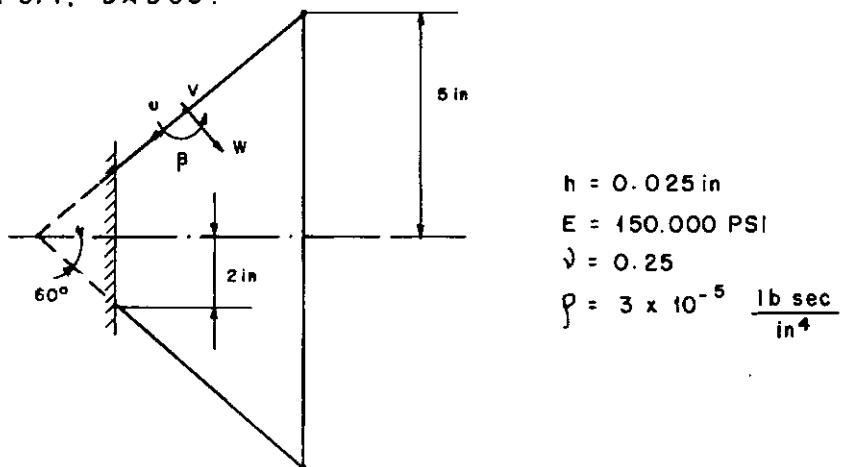
Abaixo, são comparadas as três primeiras frequências naturais desta casca para o harmônico  $N=0$  (Tab. VI.4)

MODO	SOLUÇÃO NUMÉRICA (ii)	SOLUÇÃO ANALÍTICA (i)	PRESENTE TRABALHO
1	1072	1071	1072,0
2	1315	1315	1314,6
3	1611	1610	1609,7

Tab. (VI.4)

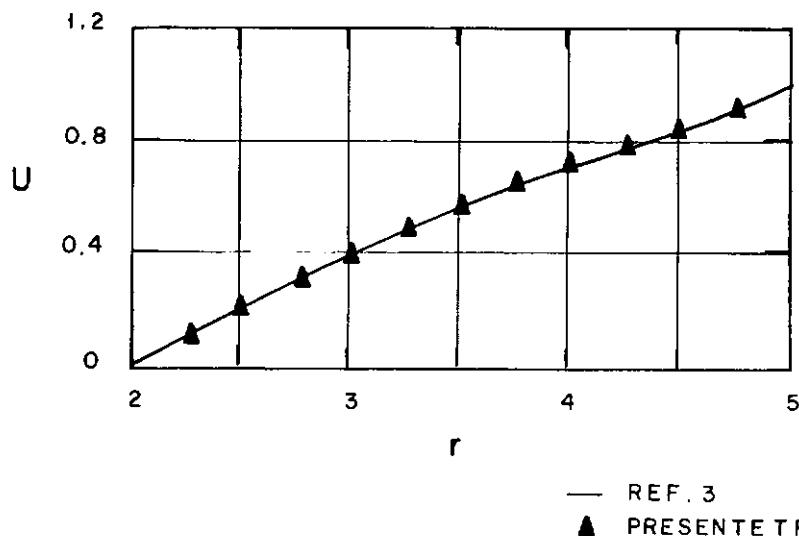
**EXEMPLO VI.3 - ANÁLISE DINÂMICA LINEAR LIVRE  
CASCA CÔNICA VAZADA.**

**VI.3.1. DADOS:**



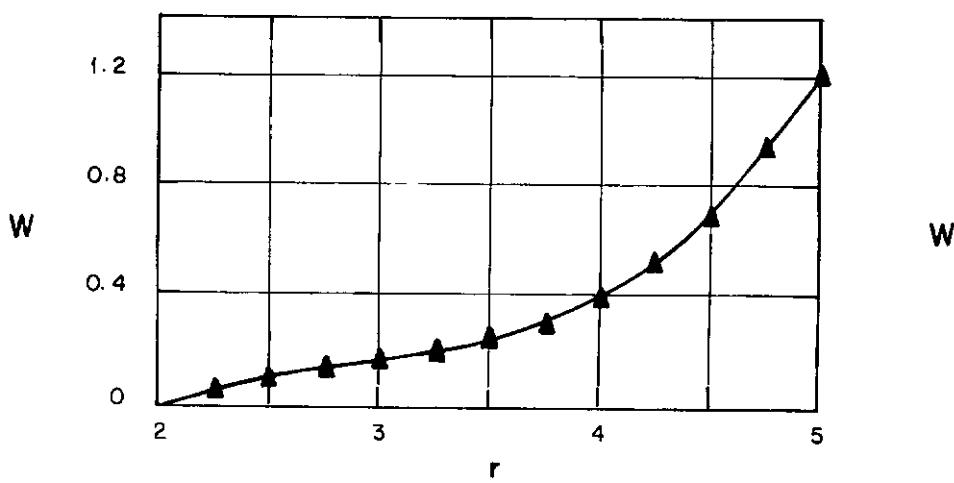
**VI.3.2 - MODOS DE VIBRAÇÃO ( HARMÔNICO N = 0 )**

( MODO - 1 )



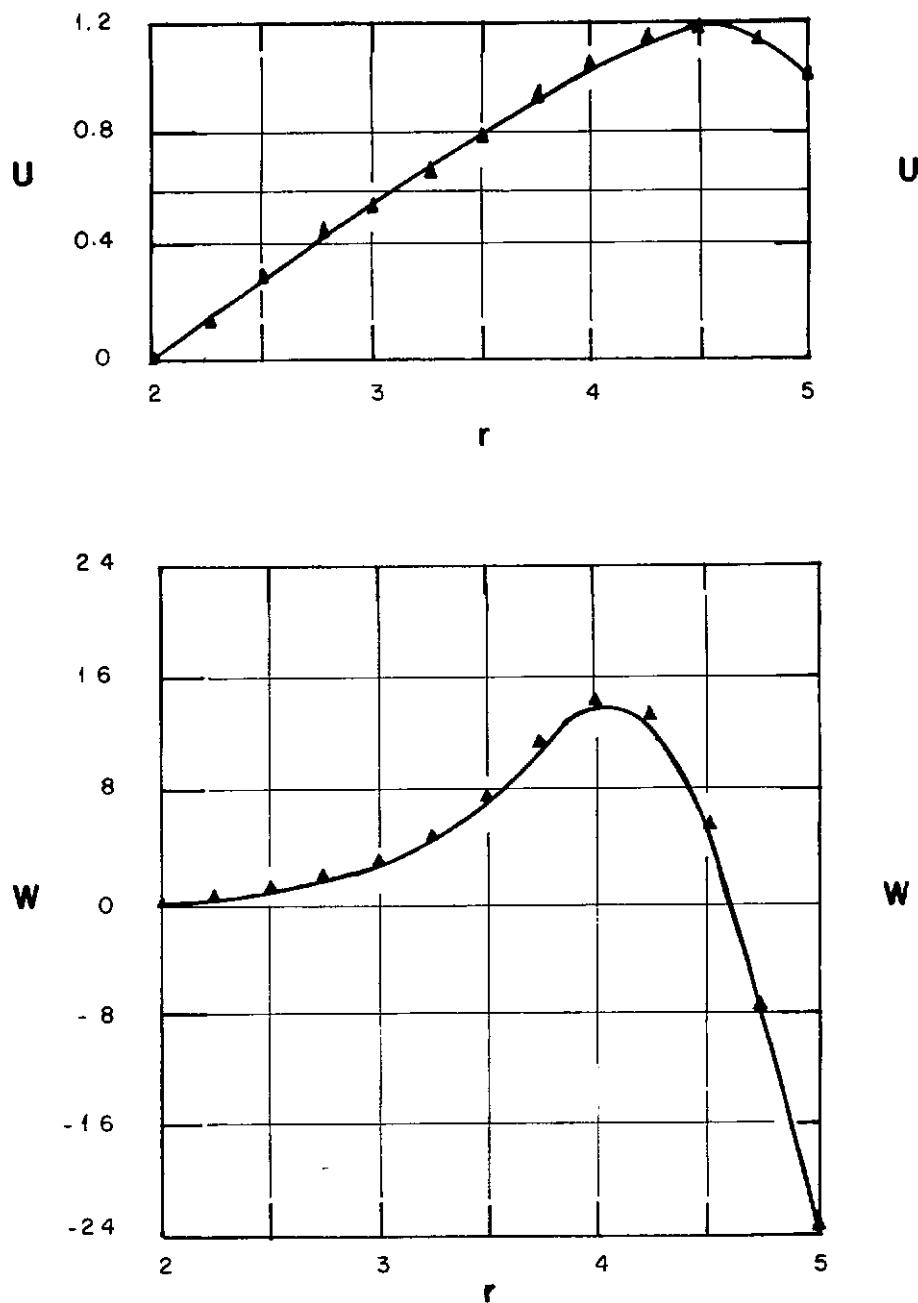
— REF. 3

▲ PRESENTE TRABALHO (6 ELEMENTOS)



VII.3.3. MODO S DE VIBRAÇÃO ( HARMÔNICO N = 0 )

( MODO - 2 )

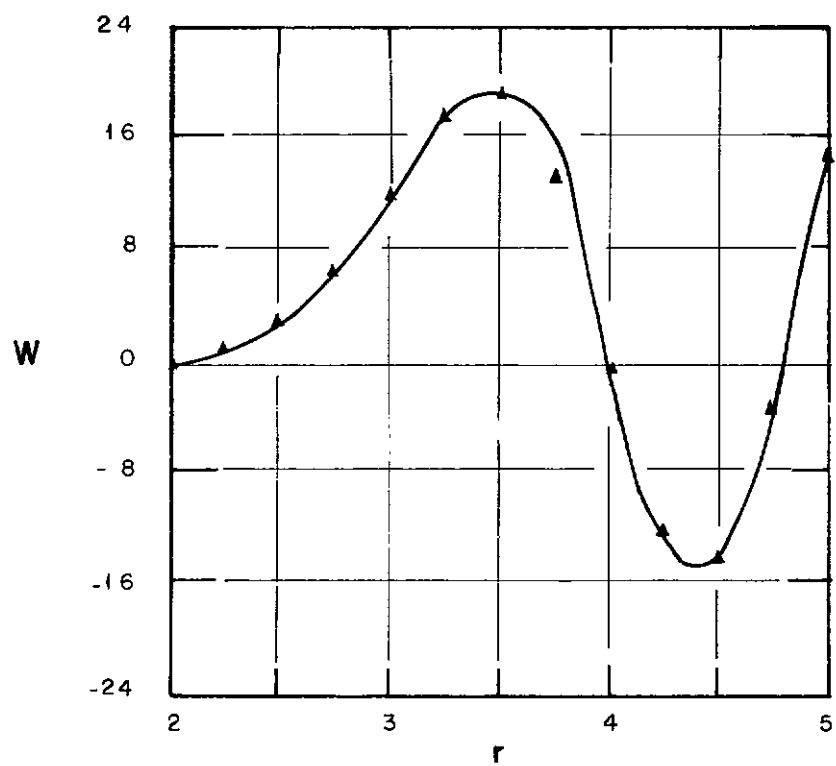
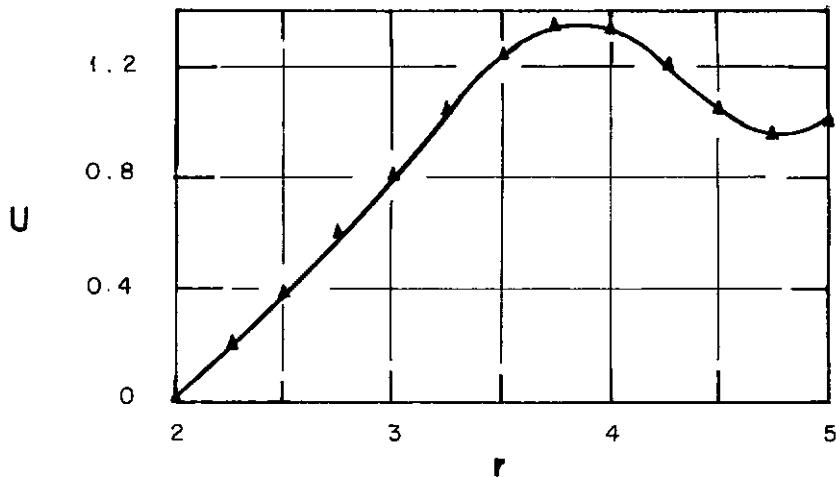


— REF. 3

▲ PRESENTE TRABALHO (6 ELEMENTOS)

VI.3.4. M O D O S D E V I B R A Ç Ã O ( HARMÔNICO N = 0 )

( M O D O - 3 )



— REF. 3

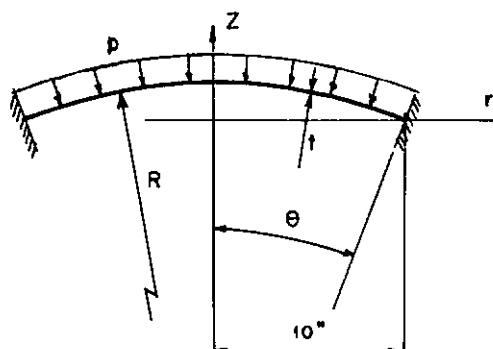
▲ PRESENTE TRABALHO ( 6 ELEMENTOS )

## VI.2. VIBRAÇÕES FORÇADAS.

### VI.2.1 Casca esférica abatida.

O exemplo (VI.4) baseia-se na referência [24] e [25] e consiste no cálculo da resposta dinâmica de uma casca esférica abatida engastada no bordo e submetida a uma carga distribuída normal a superfície com uma variação em degrau no tempo. Este tipo de carregamento excita apenas os modos axissimétricos que são obtidos para o harmônico simétrico  $N=0$ .

A resposta dinâmica é representada pelo deslocamento axial do ápice e é comparada aos resultados obtidos por KLEIN e SILVESTER<sup>24</sup> e STRICKLIN<sup>26</sup>. As características da estrutura e da carga são dados abaixo na figura (VI.1)



$$\begin{aligned}
 R &= 22.27 \text{ in} \\
 t &= 0.41 \text{ in} \\
 p &= 100 \text{ PSI} \\
 E &= 10.5 \times 10^6 \text{ PSI} \\
 v &= 0.3 \\
 \rho &= 0.10086 \times 10^{-3} \text{ LB.SEC}^2/\text{iN}^3 \\
 \theta &= 26,67^\circ
 \end{aligned}$$

$$\text{Carga aplicada: } f(s, t) = pH(t)$$

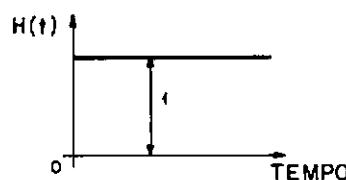


Fig.(VI.1)

Klein e Silvester apresentam uma análise linear baseada num elemento anular cônico e numa integração numérica que utiliza as fórmulas de integração trapezoidal obtidas em CHAN<sup>25</sup>, COX e BENFIELD<sup>25</sup> para  $\beta = 1/4$ .

**EXEMPLO VI.4. ANÁLISE DINÂMICA LINEAR FORÇADA.**

CASCA ESFÉRICA ABATIDA SOB UM CARREGAMENTO DINÂMICO AXISSIMÉTRICO:

—

REF. 24

- - -

REF. 26

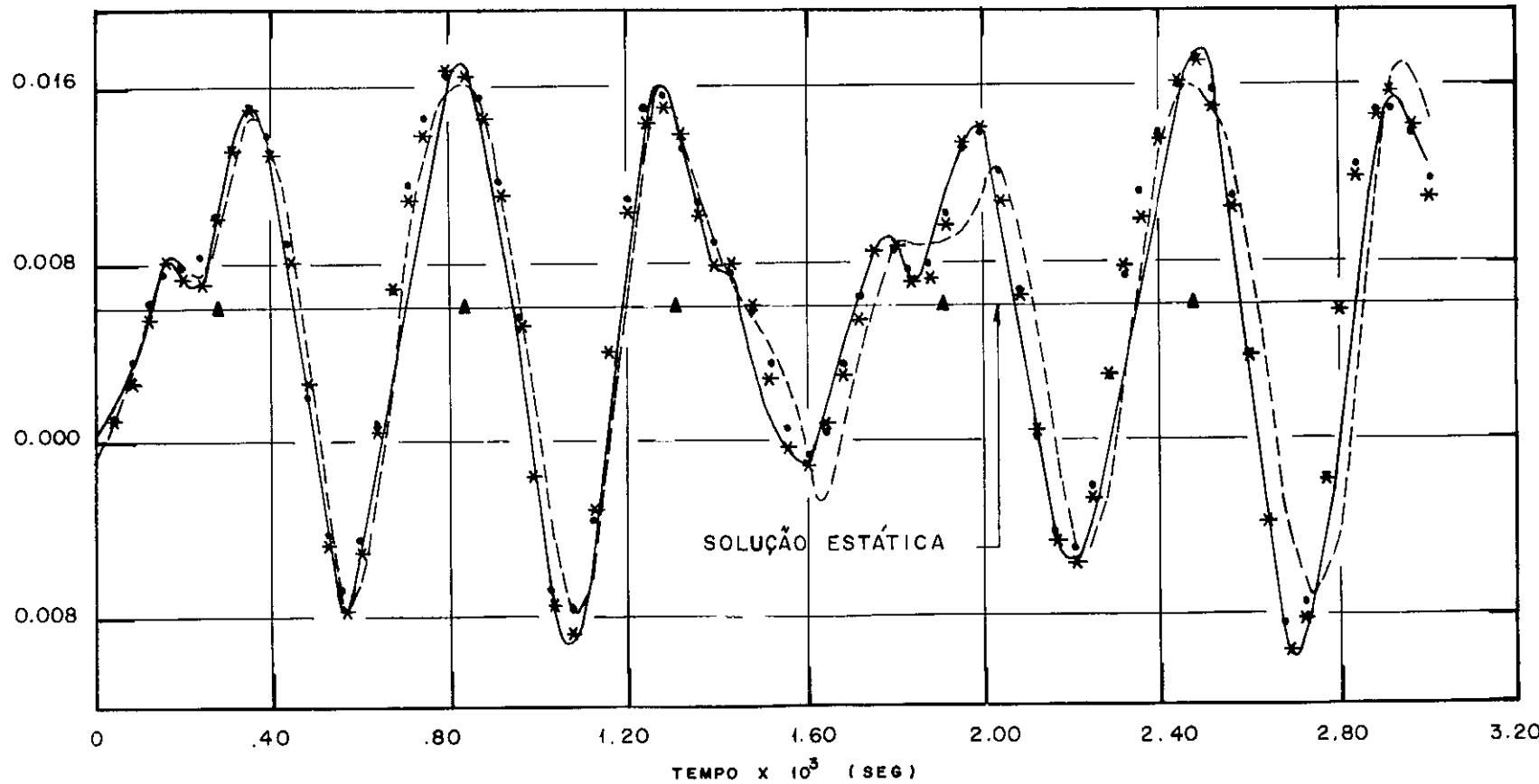
● PRESENTE TRABALHO (ANÁLISE MODAL) - 3 AUTOVETORES - 5 ELEMENTOS

\* PRESENTE TRABALHO (ANÁLISE MODAL) - 6 AUTOVETORES - 5 ELEMENTOS

▲ PRESENTE TRABALHO - SOLUÇÃO ESTÁTICA.

DESLOCAMENTO AXIAL NO ÁPICE (IN)

63



Stricklin utiliza um elemento curvo em que os deslocamentos meridionais e circunferenciais são representados por funções lineares e os deslocamentos normais por funções cúbicas. Sua análise considera a não-linearidade geométrica e utiliza o método de Houboldt para a solução da equação de movimento.

Nas análises de Klein e Sylvester e Stricklin foram utilizados 30 elementos e um passo de integração de  $1 \times 10^{-5}$  segundos.

Desde que os efeitos de não-linearidade geométrica são insignificantes [26], as diferenças obtidas na resposta dinâmica podem ser atribuídas aos diferentes tipos de formulação e métodos de solução.

Não foram consideradas aqui as inércias de rotação que são desprezíveis para tal tipo de problema.

O exemplo (VI.5) utiliza o mesmo tipo de casca do exemplo (VI.4) mas sob a ação de uma carga concentrada no ápice com uma variação em degrau no tempo. Também neste caso, utilizam-se na análise modal, os modos de vibração correspondentes ao harmônico  $N=0$ .

Analisa-se o deslocamento axial do ponto de atuação da carga comparando-o aos resultados obtidos por Mondkar e Powell.

Na figura (VI.2) descrevem-se as características da estrutura e carga:

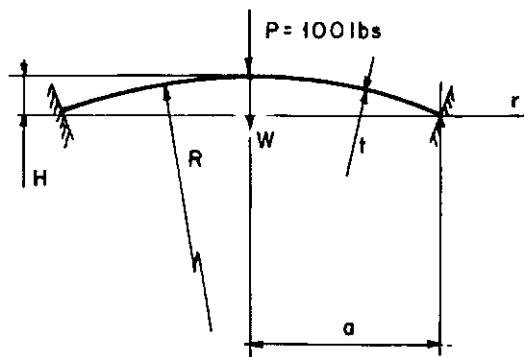


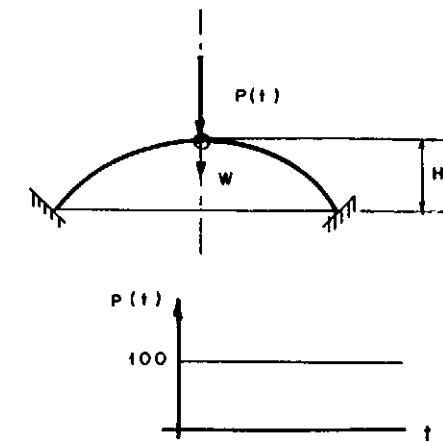
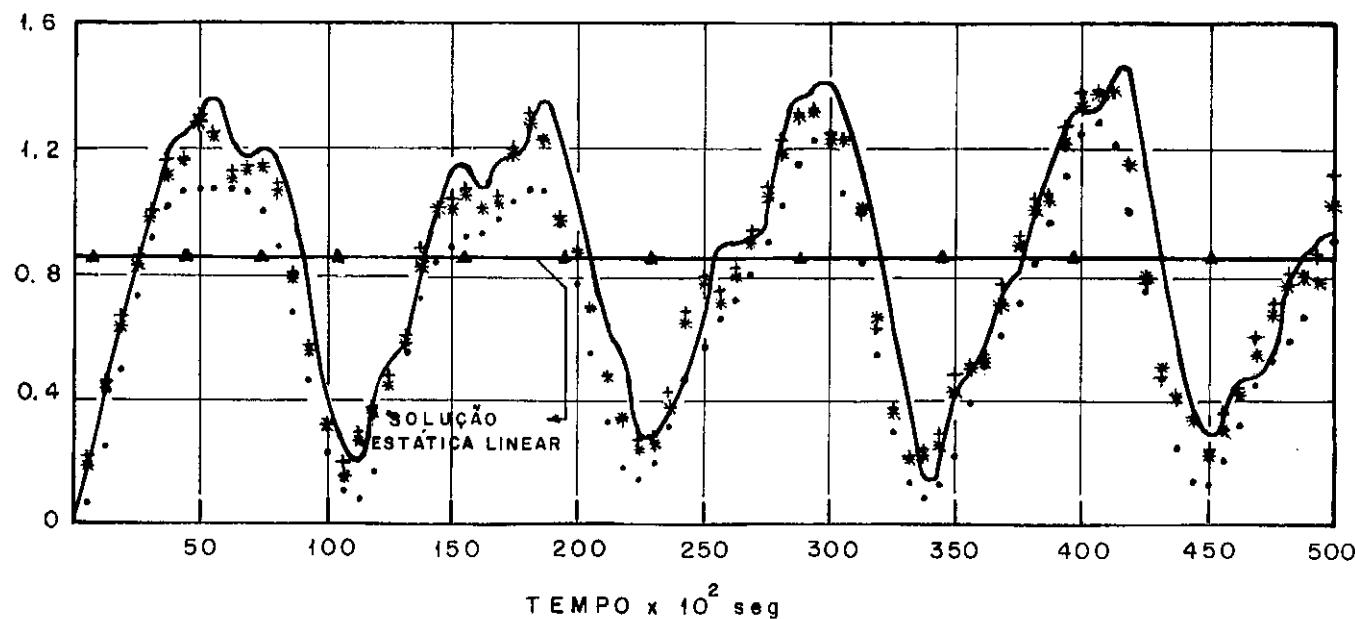
Fig. (VI.2)

$$\begin{aligned}
 R &= 4.76 \text{ in} \\
 a &= 0.9 \\
 H &= 0.08589 \text{ in} \\
 t &= 0.01576 \text{ in} \\
 E &= 10.000 \text{ ksi} \\
 v &= 0.3 \\
 \rho &= 2.45 \times 10^{-4} \text{ lb sec}^2 \text{ in}^4
 \end{aligned}$$

EXEMPLO(VI.5) : CASCA ESFÉRICA ABATIDA SOB UM CARREGAMENTO DINÂMICO AXISSIMÉTRICO.

ANÁLISE DINÂMICA LINEAR DE UMA CARGA PONTUAL APLICADA NO ÁPICE:

DESLOCAMENTO RELATIVO  $w/h$  NO ÁPICE.



Mondkar e Powell utilizam 10 elementos, para análise de sólidos axissimétricos, de 8 nós com uma integração quadrática de Gauss de  $2 \times 2$  (Fig. VI.3).

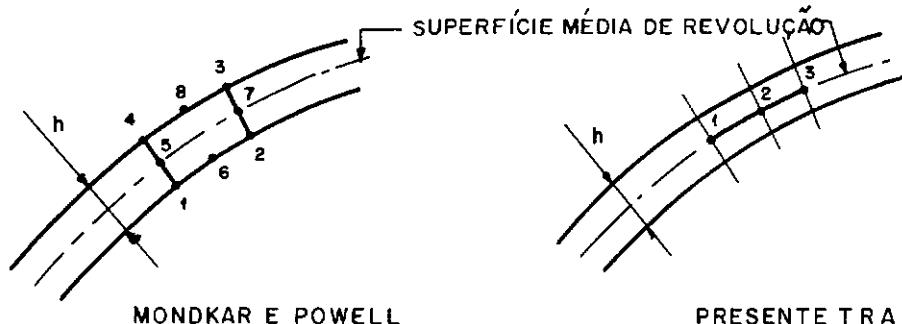


Fig. (VI.3)

A análise é do tipo linear e a integração da equação de movimento é obtida por meio do Método de Newmark. Para a construção da matriz de massa, eles recorrem a formulação discreta enquanto que na presente análise é obtida por meio da formulação consistente.

A utilização máxima de 5 elementos e 9 autovalores deve-se ao fato de que as variações são pouco significativas com a utilização de um número maior dos mesmos.

No exemplo (VI.6) estuda-se a resposta dinâmica de um tubo cilíndrico simplesmente apoiado sob a ação de uma carga anular aplicada na secção de simetria com uma variação em degrau no tempo. Uma comparação entre o presente trabalho e três tipos de análises; método da superposição modal (SAP.IV), método da integração direta (SAP.IV) e as equações de Timoshenko-Love, é feita para o deslocamento radial no ponto de aplicação da carga.

O SAP.IV desenvolvido por BATHE e WILSON<sup>30</sup> utiliza para a integração das equações diferenciais, o método de integração passo-a-passos de Wilson-θ, incondicionalmente estável com um passo de integração de  $10^{-5}$  seg.

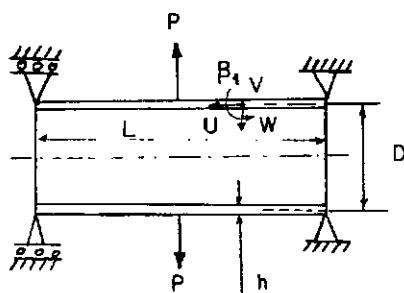
A discretização do tubo pelo SAP.IV e pelo presente

## EXEMPLO. VI. 6 - ANÁLISE DINÂMICA LINEAR FORÇADA

- TUBO CILÍNDRICO SIMPLESMENTE APOIADO COM CARGA ANULAR APLICADA NA SECÇÃO DE SIMETRIA.

## VI. 6.1. DADOS.

$$P = f H(t)$$



$$D = 6 \text{ "}$$

$$L = 18 \text{ "}$$

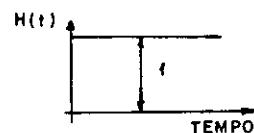
$$h = 0.3 \text{ "}$$

$$E = 30 \times 10^6 \text{ lbs/in}^2$$

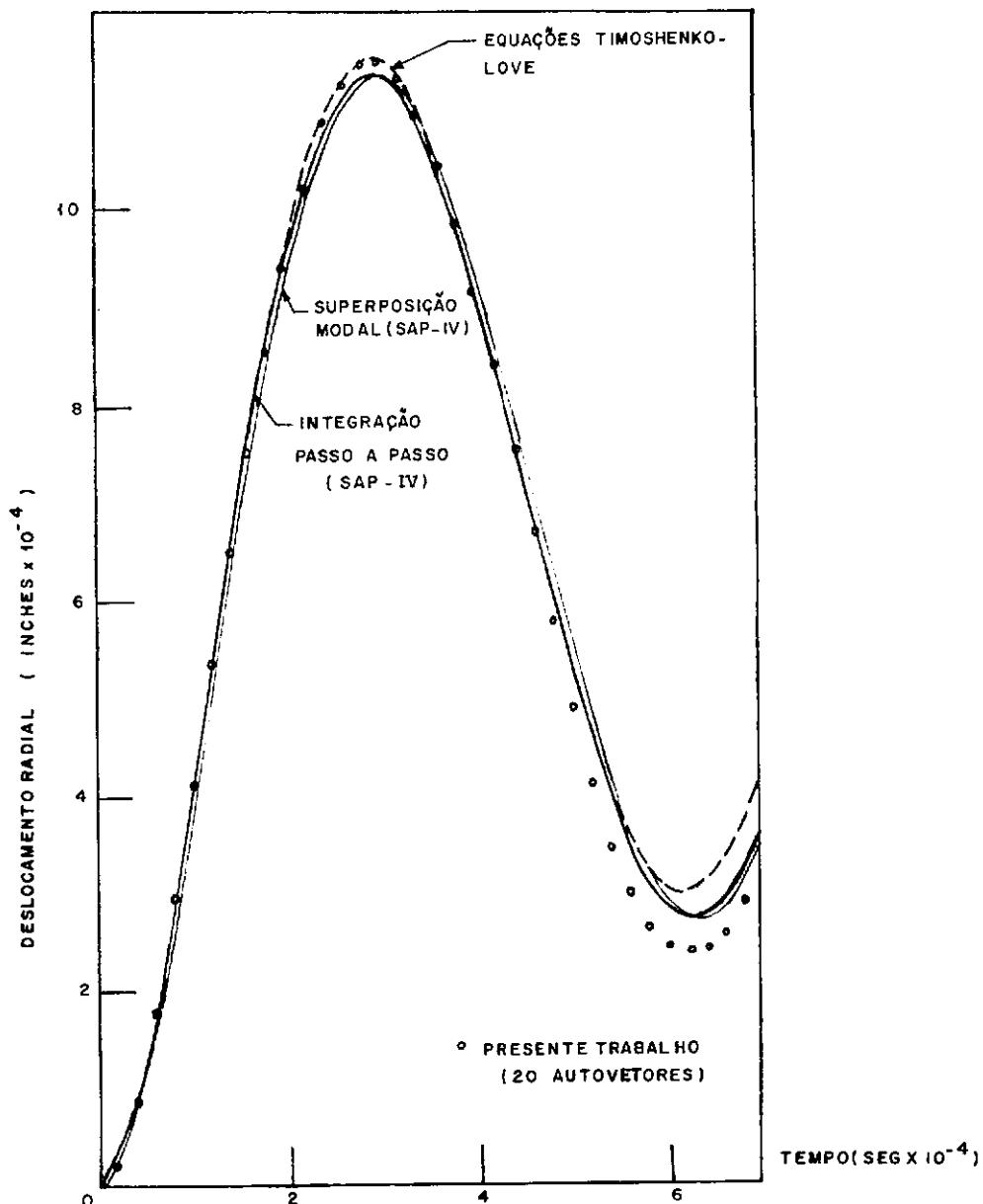
$$\nu = 0.3$$

$$P = 3.663 \times 10^{-2} \text{ lbs seg}^2 / \text{in}^4$$

$$f = 1.000 \text{ lbs/in}$$



## VI. 6.2. RESPOSTA DINÂMICA:



trabalho é feita considerando-se a simetria do mesmo. O SAP.IV utiliza um elemento para análise de sólidos axissimétricos com um número total de 61 graus de liberdade (Fig. VI.4).

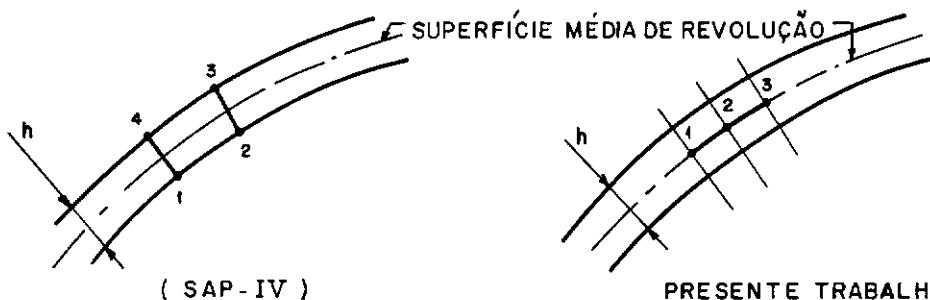


Fig. (VI.4)

Abaixo comparam-se algumas frequências naturais obtidas pelo SAP.IV e pelo presente trabalho (Tab. VI.5)

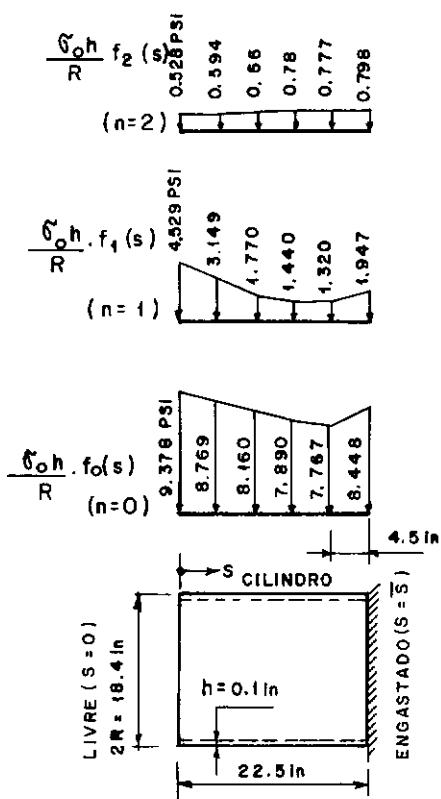
HARMÔNICO N	SAP-IV T( $\text{seg} \times 10^{-3}$ )	PRESENTE TRABALHO
1	1.2788	1.2716
5	0.62140	0.62777
10	0.32983	0.39340
15	0.17463	0.24846
20	0.11497	0.16867

Tab. (VI.5)

As diferenças obtidas nas frequências naturais entre os dois métodos consiste no fato de se ter imposto distintas condições de simetria e de se ter utilizado tipos de elementos diferentes.

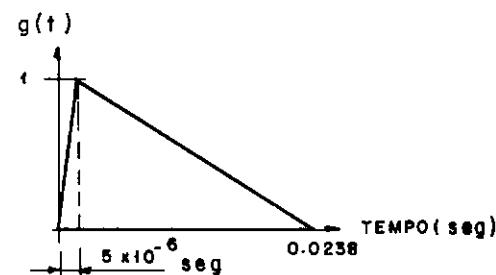
O SAP-IV utiliza na superposição modal 20 modos de vibração correspondentes aos menores autovalores.

Para uma verificação do funcionamento do programa automático utilizando vários harmônicos, apresenta-se no exemplo (VI.7) a resposta dinâmica de um cilindro engastado-livre sujeito a uma carga arbitrária como descrita na figura (VI.5)



$$q = \frac{G_0 h}{R} \sum_{n=0}^{\infty} P^{(n)} (\xi, \zeta) \cos n\theta$$

$$P^{(n)} (s, t) = f_n(s) g(t)$$



$$E = 10.5 \times 10^6 \text{ PSI}$$

$$P = 2.4 \times 10^{-4} \cdot \text{lb sec}^2/\text{in}^4$$

$$\nu = 0.3$$

$$R = 9.2$$

$$h = 0.1$$

$$S = 22.5 \text{ in}$$

$$G_0 = 100 \text{ PSI}$$

$$E_0 = E$$

Fig. (VI.5)

A carga excita apenas os harmônicos simétricos de número 1, 2 e 3. Os resultados obtidos são comparados aos de JOHN SON e GREIF<sup>31</sup> que utilizaram uma teoria de casca elástica linear e dois diferentes métodos de integração; um explícito e outro implícito (Houboldt). Em ambos os métodos as variáveis dependentes na direção circunferencial são expandidas em série de Fourier e as equações resultantes são expressas na forma de diferenças finitas.

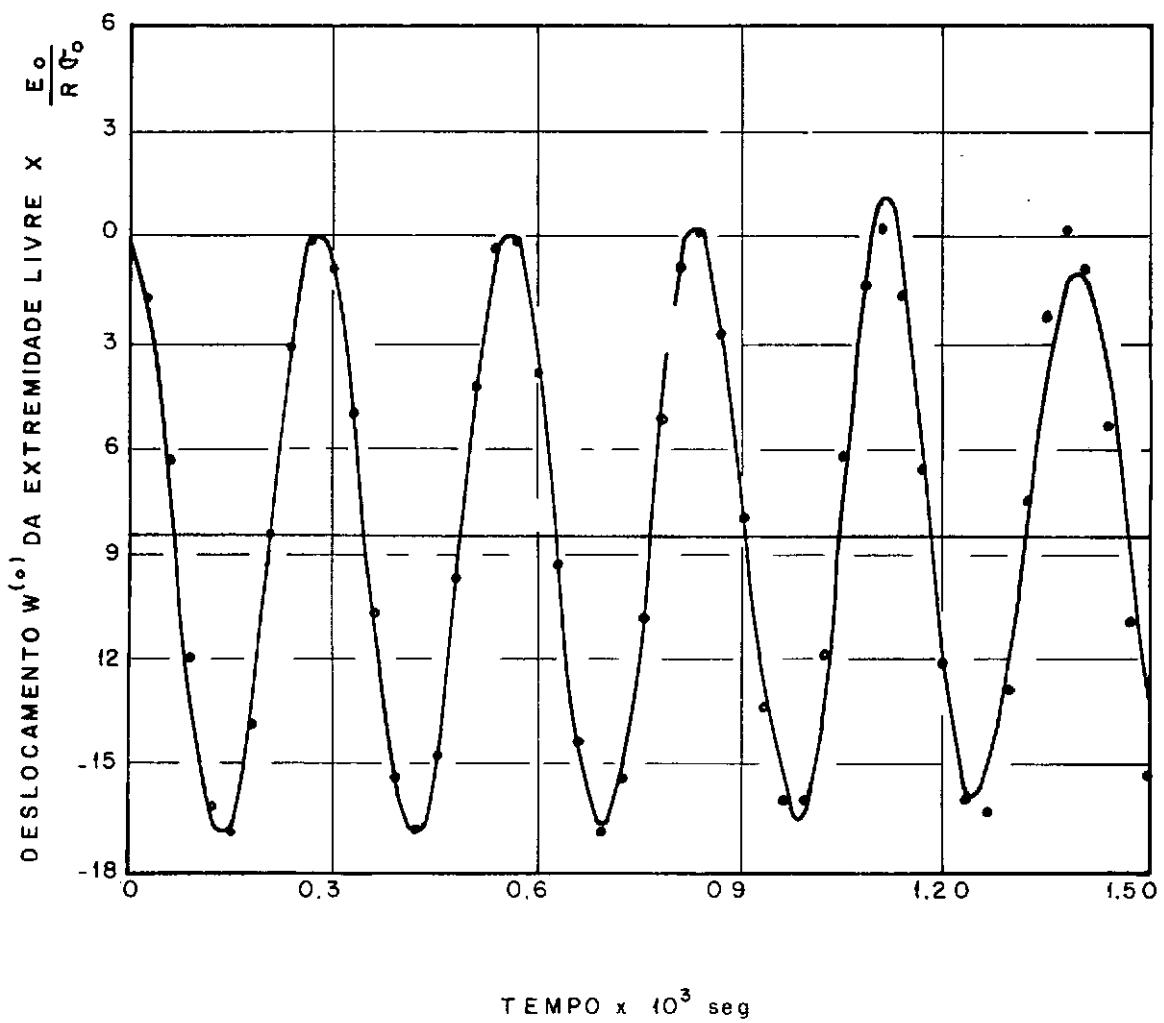
No exemplo (VI.7.1) apresenta-se a variação no tempo do coeficiente de Fourier do deslocamento normal  $w^{(n)}$  no bordo livre para o harmônico N=0, enquanto que no exemplo (VI.7.2) a

## EXEMPLO (VI. 7.1):

CASCA CILÍNDRICA ENGASTADA - LIVRE COM CARREGAMENTO RADIAL

NÃO - AXISSIMÉTRICO:

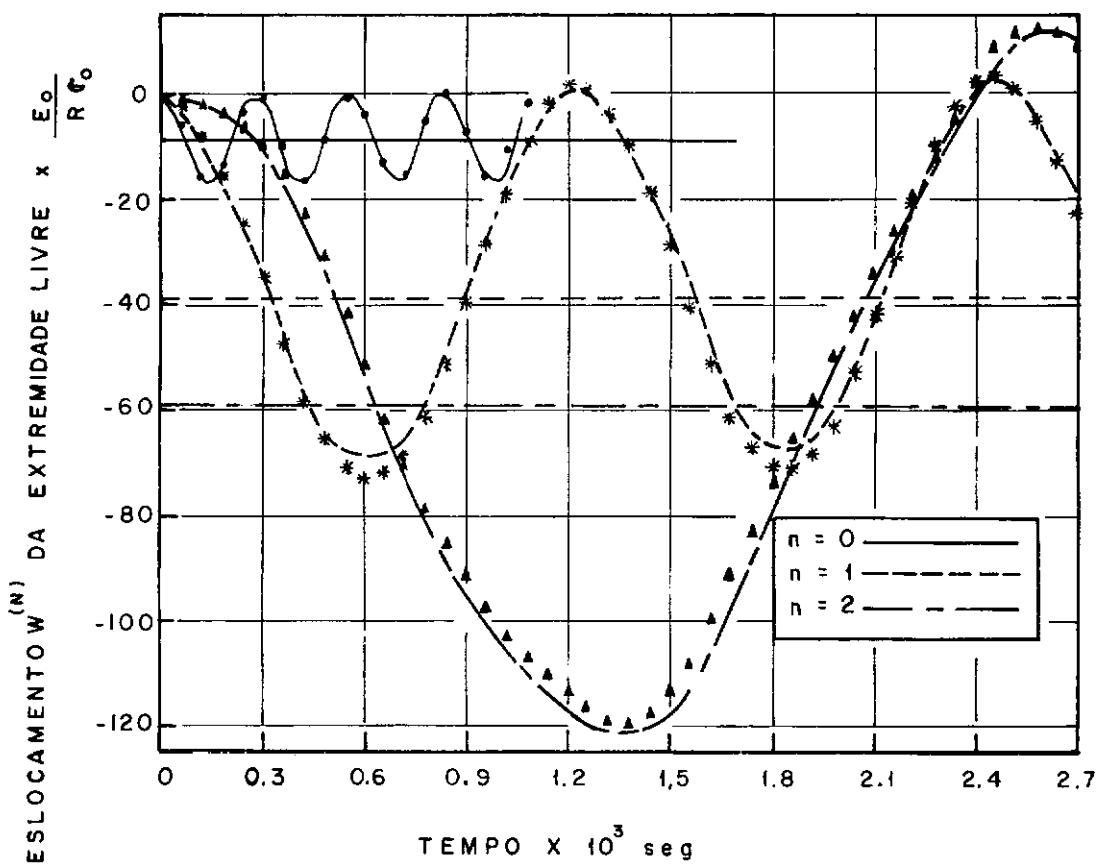
ANALISE DINÂMICA LINEAR PARA O HARMÔNICO N = 0



— REF. 30 (  $\Delta t = 5 \times 10^{-6}$  SEG. )  
 • PRESENTE TRABALHO ( ANAL. MODAL )  
 5 ELEMENTOS - 6 AUTOVETORES  
 — PRESENTE TRABALHO ( ANAL. ESTÁTICA )

## EXEMPLO (VI, 7, 2):

CASCA CILÍNDRICA ENGASTADA-LIVRE COM CARREGAMENTO RADIAL  
ANÁLISE DINÂMICA LINEAR PARA O HARMÔNICO  $N = 0, 1, 2$



ANALISE ESTATICA

HARM.	PRESENTES TRABALHO
$N = 0$	—
$N = 1$	— — —
$N = 2$	— — —

ANALISE DINÂMICA

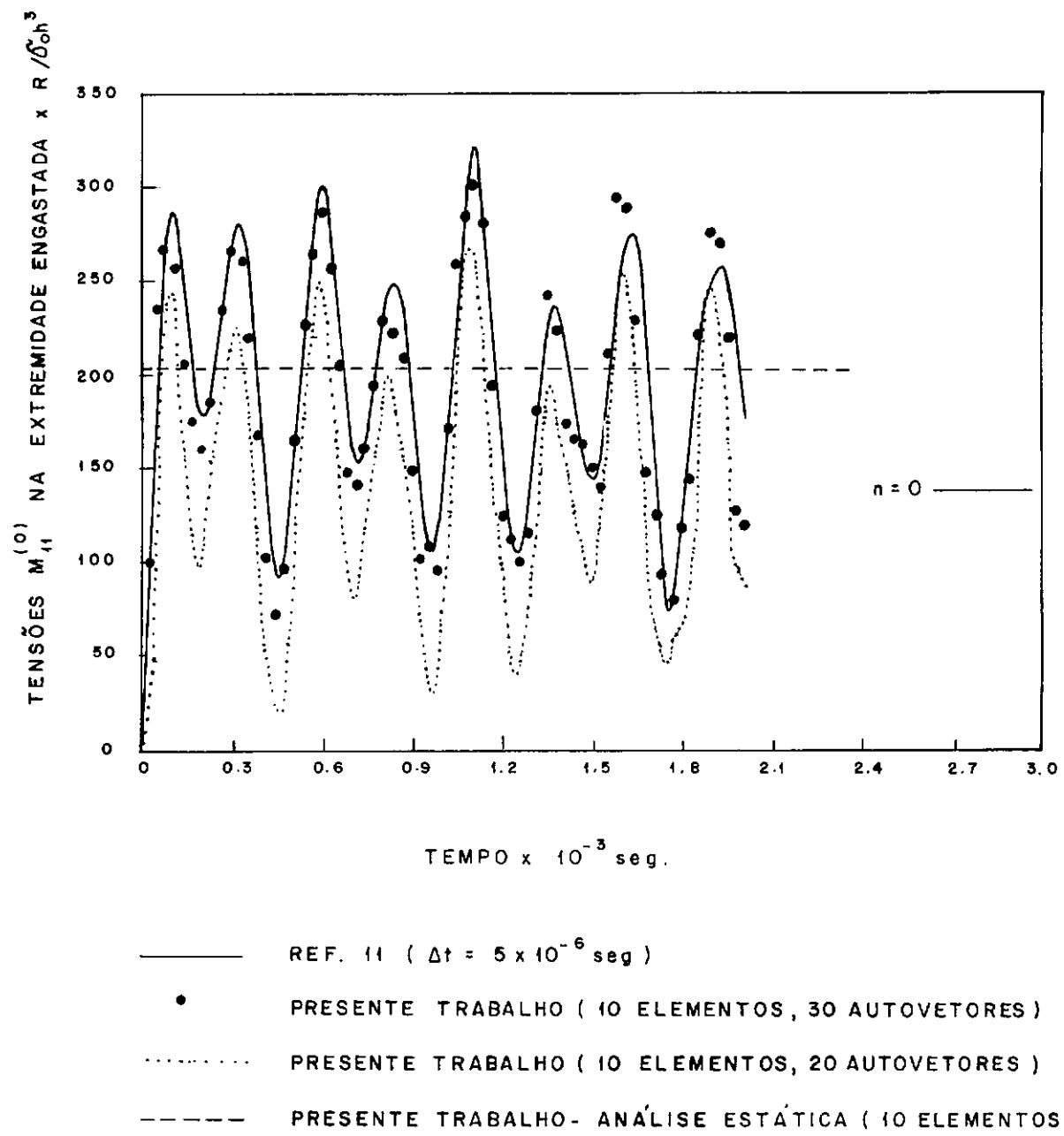
HARM.	REF. 30 $\Delta t = 5 \times 10^{-6}$ seg	PRESENTES TRABALHO (ANAL. MODAL)
$N = 0$	—	*
$N = 1$	— — —	*
$N = 2$	— — —	▲

\* A ANALISE UTILIZA 6 ELEMENTOS E 6 AUTOVETORES

EXEMPLO - ( VI. 7.3 )

CASCA CILINDRICA ENGASTADA - LIVRE COM CARREGAMENTO RADIAL  
NÃO-AXISSIMÉTRICO

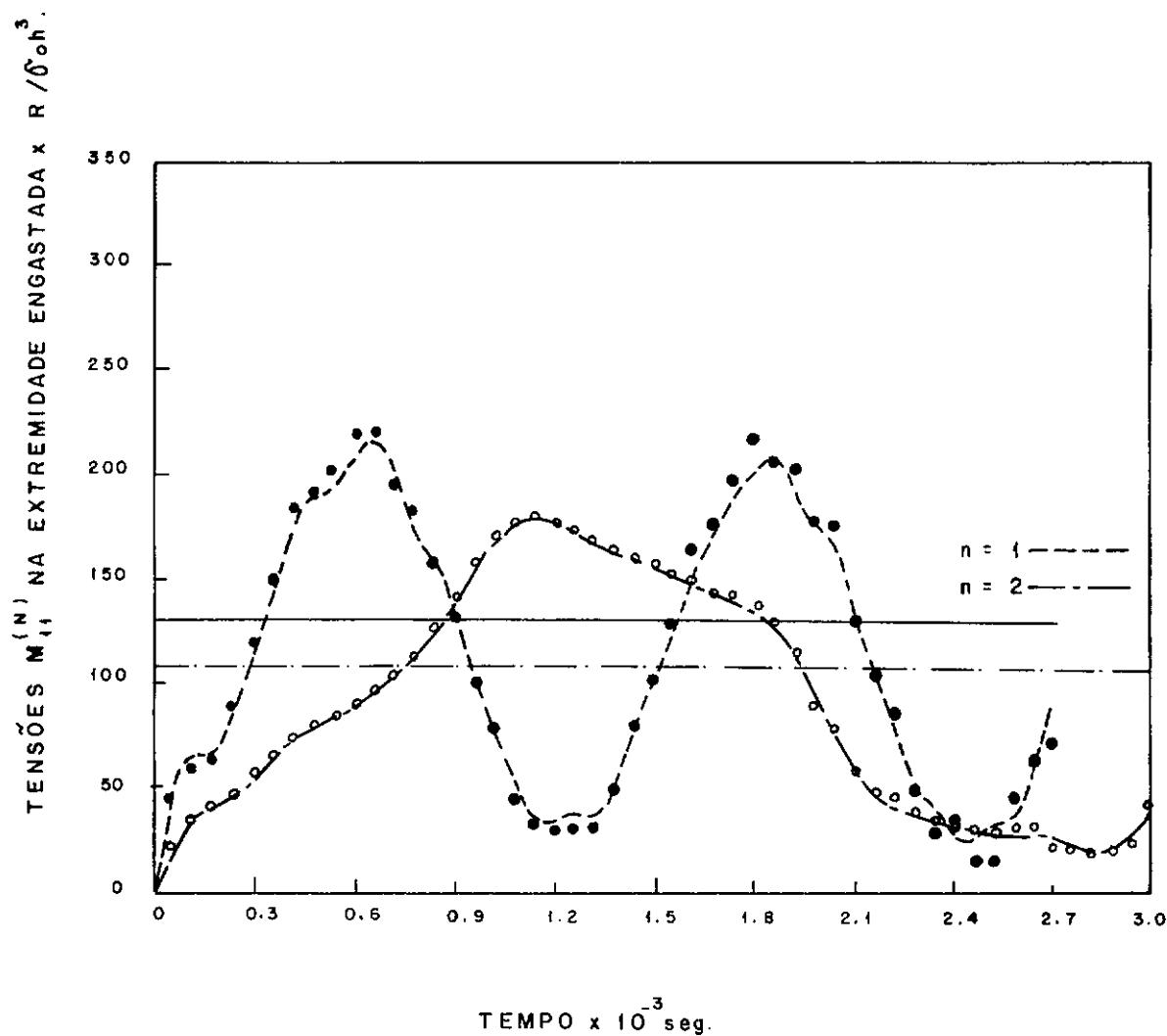
ANÁLISE DINÂMICA LINEAR PARA O HARMÔNICO  $n = 0$



EXEMPLO. (VI. 7. 3)

CASCA CILÍNDRICA ENGASTADA-LIVRE COM CARREGAMENTO  
RADIAL NÃO-AXISSIMÉTRICO.

ANÁLISE DINÂMICA LINEAR PARA OS HARMÔNICOS  $N = 1, 2$



HARMÔNICO $N$	REF. 11 $\Delta t = 5 \times 10^{-6}$ seg.	(*) PRES. TRABALHO ANAL. DINÂMICA	(**) PRE. PRES. TRABALHO ANAL. ESTÁTICA
1	-----	●	-----
2	-----	○	-----

(\*) ANÁLISE MODAL COM 30 AUTOVETORES E 10 ELEMENTOS

(\*\*) ANÁLISE ESTÁTICA COM 10 ELEMENTOS.

presenta-se o mesmo coeficiente para os harmônicos  $N=0,1$  e  $2$ . Para uma análise do comportamento das tensões para este tipo de elemento, mostra-se em (VI.7.3) a variação no tempo do coeficiente adimensional de Fourier do momento de flexão axial para os harmônicos  $N=0, 1$  e  $2$  na secção  $s=\bar{s}$ .

Utiliza-se no presente trabalho uma análise com 5 e 10 elementos e um número variável de modos de vibração.

### VI.3. CONCLUSÕES.

Verifica-se, nos exemplos numéricos apresentados inicialmente em VI.1., que as soluções aproximadas introduzidas pelo presente trabalho produzem boa precisão na obtenção das frequências e modos de vibração de estruturas.

Por outro lado, no exemplo (VI.7.3), torna-se evidente a necessidade de se utilizar, no Método da Superposição Modal, um número elevado de autovetores para se obter uma resposta aceitável nas tensões atuantes na estrutura, o que não necessariamente ocorre com os deslocamentos (vide exemplos VI.7.1. e VI.7.2).

Devido a estas limitações inerentes ao Método da Superposição Modal, o Método de Integração Direta aplicado às equações de movimento (III.51) talvez produzisse melhores resultados, embora tornando obrigatória a construção da matriz de amortecimento de uma forma explícita.

Nota-se também, nos exemplos (VI.7) que as respostas dinâmicas lineares obtidas por JOHNSON e GREIF apresentam um certo amortecimento causado pela utilização do Método de In-

tegração Direta. Este efeito apresenta-se indesejável quando se requer a resposta dinâmica de uma estrutura submetida a cargas de longa duração, tornando-se mais aceitável, para este tipo de carga, a utilização do Método da Superposição Modal.

Para a obtenção das frequências e modos de vibração, poder-se-ia utilizar, ao invés do Método de Iteração de Sub-espacos, o Método da Pesquisa do Determinante, próprio para sistemas em que a banda das matrizes de massa e rigidez são pequenas [34].

A introdução deste método ou a utilização do Método de Integração Direta são itens que poderiam ser analisados posteriormente.

## CAPITULO VII

## PROGRAMA AUTOMÁTICO

## VII.1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresenta-se a descrição do programa automático elaborado na linguagem FORTRAN-IV para um computador BURROUGHS B-6700. O programa permite analisar a resposta linear estática e dinâmica (com ou sem amortecimento) de cascas axissimétricas com cargas arbitrárias utilizando a Teoria de LOVE ou de FLÜGGE. Permite ainda a obtenção das frequências e modos de vibração da casca para cada harmônico desejado (onda circunferencial).

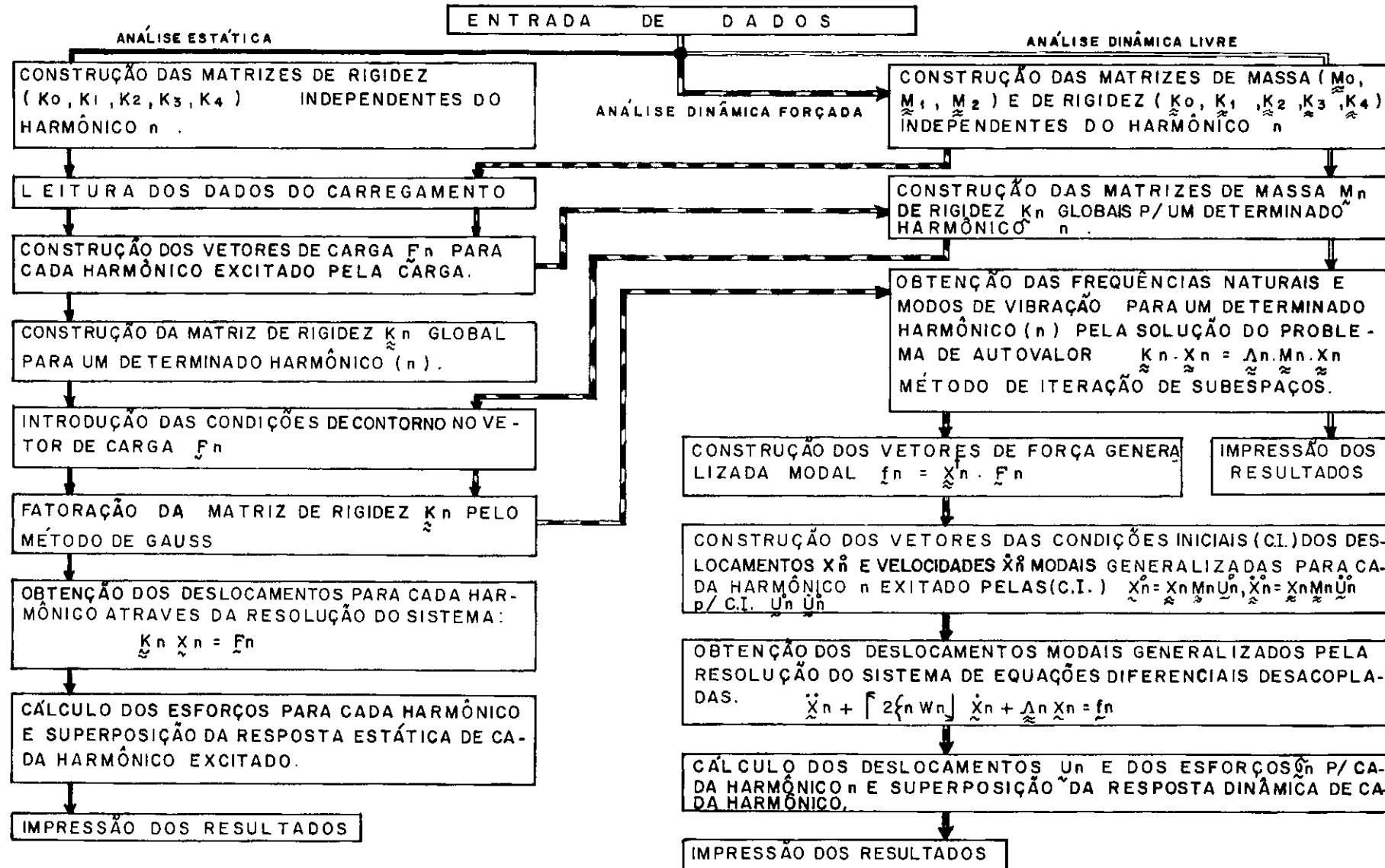
O número de frequências e modos de vibração utilizados em vibrações forçadas ou obtidos em vibrações livres é limitado a 48 por harmônico. Por sua vez os harmônicos estão limitados a um número não superior a 20.

Supõe-se no programa a utilização máxima de 100 elementos com dez grupos diferentes de elementos. No caso em que a análise envolver um número elevado de equações (NTEC), pode-se recorrer a divisão do sistema de equações em blocos (já inserida na programação e de no máximo igual a 10) com pequenas modificações. Mostrou-se ser suficiente a utilização de um único bloco cujo comprimento é dado por:

$$LBL0Q = NTEC \times LBAND$$

onde NTEC é o número total de equações do sistema e LBAND é a largura de banda do sistema. Portanto, utilizando-se 100 ele-

FIG. (VII - I)



mentos o número de equações será dado por:

$$NTEC = NN \times NGLN = 804$$

onde NN é o número de nós do sistema (=201) e NGLN é o número de graus de liberdade por nó (=4). A largura de banda é neste caso limitada a 16 já que o comprimento do bloco arbitrado no programa automático é de 12.864.

O procedimento básico do programa automático é dado na Fig. (VII.1). As gravações das variáveis que requerem maior área podem ser controladas pela variável IREG no programa principal.

## VII.2. DESCRIÇÃO DAS SUBROTINAS.

Apresenta-se sumariamente a seguir, as subrotinas inseridas no programa automático.

DADOS: Lê e escreve os dados da estrutura.

GERCI: Obtém as coordenadas e incidências no caso de geração automática.

GERET: Utilizada por GERCI, na geração de coordenadas e incidências para o caso de cascas com geratriz reta.

GESFE: Utilizada por GERCI, na geração de coordenadas e incidências para o caso de cascas com arco de circunferência como geratriz.

DEBL0: Determina o número de blocos e a largura de banda de cada bloco em que são divididas as matrizes de massa e rigidez da estrutura.

CASCI: Calcula as componentes das matrizes de rigidez  $\tilde{K}_i^e$  ( $i=0, \dots, 4$ ) e de massa  $\tilde{M}_i^e$  ( $i=0, \dots, 2$ ) independentes do harmônico  $n$ .

COEFI: Fornece os pontos e os pesos de integração de Gauss-Legendre (máximo de 8 pontos).

AUXC1: Calcula a função  $s = (r'^2 + z'^2)^{1/2}$  da eq. (III.2) e a função  $s/R_1$  onde  $R_1$  é dado na eq. (III.6) para cada ponto nodal.

AUXC2: Calcula os valores das matrizes  $B_i L$  ( $i=0, \dots, 2$ ) em cada ponto de integração do elemento.

CAEFM: Calcula o valor das funções de interpolação dos deslocamentos  $u_{1n}$ ,  $u_{2n}$ ,  $w_n$  e  $\beta_{1n}$  e de suas derivadas para cada ponto de integração no elemento.

CMATD: Calcula o valor da matriz de elasticidade  $E$  em cada ponto de integração no elemento.

AUXC3: Calcula os valores das matrizes  $K_i^e$  ( $i=0, \dots, 4$ ), a partir dos valores das matrizes  $B_i L$  ( $i=0, \dots, 2$ ), em cada ponto de integração multiplicando-os pelo peso de integração de Gauss-Legendre.

AUXC4: Calcula os valores das matrizes  $L$  e  $F_i$  ( $i=0, \dots, 2$ ) em cada ponto de integração de Gauss-Legendre.

AUXC5: Calcula os valores das matrizes  $M_i$  ( $i=0, \dots, 2$ ), a partir dos valores das matrizes  $L$  e  $F_i$  ( $i=0, \dots, 2$ ), em cada ponto de integração, multiplicando-os pelo peso de integração de Gauss-Legendre.

TSUMU: Efetua as operações básicas de matrizes: transpõe, soma e multiplica.

ROTAC: Calcula as matrizes de rotação do sistema local dos deslocamentos  $(u_1, u_2, w, \beta_1)$  para o sistema global  $(u_r, u_z, u_z, \beta_1)$  para cada elemento, considerando ainda um sistema de referência próprio para o apoio.

AUES1: Calcula os valores da matriz de elasticidade  $E$  e das matrizes  $B_i L$  ( $i=0, \dots, 2$ ), em cada ponto nodal, utilizando as sub-

rotinas AUXC1 , AUXC2 e CMATD onde os pontos de integração são substituídos pelos pontos nodais.

CARG: Lê e escreve os dados relativos ao carregamento, podendo ser constituído simultaneamente de diversos tipos de cargas.

Monta os vetores de força  $\{F_n\}_l$  para cada harmônico  $n$  excitado pelas cargas.

CARGC: Monta o vetor de carga  $\{F_n\}_l$  de uma carga concentrada nodal e circunferencialmente distribuída para cada harmônico  $n$  excitado por esta carga.

CARGD: Monta o vetor de carga  $\{F_n\}_l$  de uma carga distribuída no elemento e circunferencialmente, para cada harmônico  $n$  excitado por esta carga.

CARGP: Monta o vetor de carga  $\{F_n\}_l$  de uma carga pontual com um ângulo de atuação circunferencial dado para cada harmônico  $n$  excitado por esta carga.

CARGT: Monta o vetor de carga  $\{F_n^T\}_l$  de uma carga devido a uma variação de temperatura circunferencial e um gradiente de temperatura na espessura para cada harmônico de temperatura  $n$  excitado por esta carga.

CARGI: Lê e escreve os dados relativos as condições iniciais  $U_n^0$  e  $\dot{U}_n^0$  para cada harmônico  $n$  excitado pelas mesmas.

INSES: Calcula as p menores frequências  $\tilde{\Lambda}_n$  e os modos de vibração  $\tilde{\Phi}_n$  da estrutura, pelo método de Iteração de Sub-espaços, para cada harmônico  $n$  excitado pelas cargas ou para cada harmônico  $n$  requerido (vibração livre)

WRIT: Escreve as frequências  $\tilde{\Lambda}_n$  e os modos de vibração  $\tilde{\Phi}_n$  no sistema local ou global de referência.

ACRIG: Constrói a matriz de rigidez do elemento  $K_n^e$  no sistema global de referência, a partir das componentes  $K_i^e$  ( $i=0, \dots, 4$ )

da matriz de rigidez independentes do harmônico n.

ACMAS: Constrói a matriz de massa do elemento  $\underline{\underline{M}}_n^e$ , no sistema global de referência, a partir das componentes  $\underline{\underline{M}}_i^e$  ( $i=0, \dots, 2$ ) da matriz de massa independentes do harmônico n.

COSMA: Constrói as matrizes de rigidez  $\underline{\underline{K}}_n$  e de massa  $\underline{\underline{M}}_n$  globais introduzindo posteriormente as condições de contorno.

GAUSS: Fatoriza a matriz de rigidez  $\underline{\underline{K}}_n$  pelo método de Gauss.

VEINI: Constrói os vetores ortogonais iniciais de Iteração no Método de Iteração de Sub-espaços.

RESOL: Resolve o sistema de equações geradas, fornecendo deslocamentos no caso de análise estática e vetores de iteração no caso de análise dinâmica (vide (IV.7)).

PROKM: Calcula as projeções das matrizes de rigidez e de massa conforme as equações (IV.14a) e (IV.14b).

MULT: Multiplica a matriz de massa da estrutura pela matriz dos vetores de iteração na equação (IV.7).

JACOBI: Resolve o problema de autovalor dos operadores projetados, através do Método de Jacobi generalizado. Equação(IV.16).

ORTOG: Verifica a convergência dos autovalores conforme a equação (IV.24).

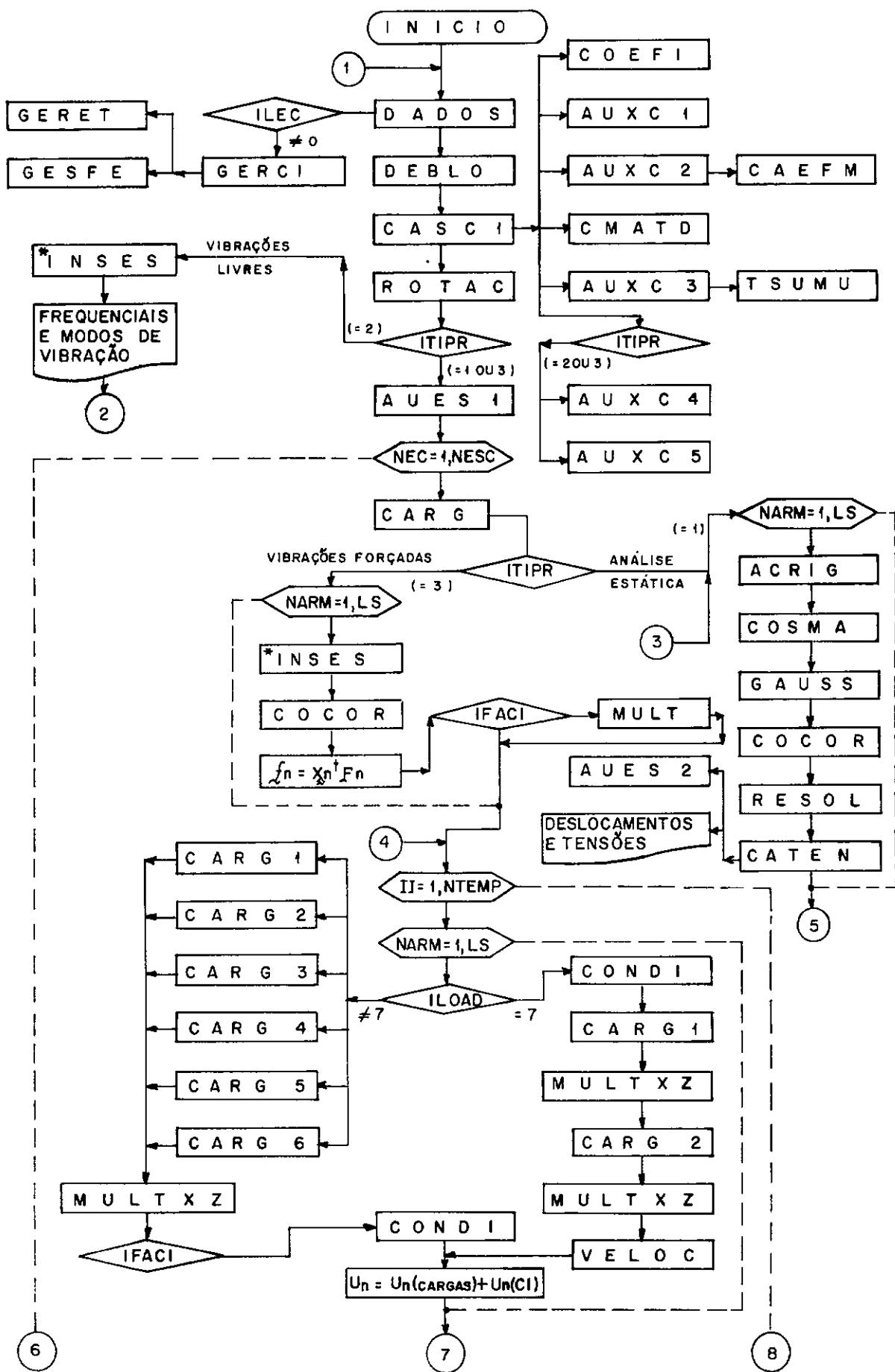
COCOR: Introduz as correções necessárias no vetor de carga devido às condições de contorno.

CARG1 a

CARG6 :Calculam os deslocamentos modais generalizados correspondentes às cargas atuantes na estrutura cuja lei de variação no tempo é definida por ILOAD na figura (VII.3)

MULTXZ:Transforma os deslocamentos modais generalizados nos deslocamentos reais referidos ao sistema global de coordenadas.

COND1: Calcula a contribuição das condições iniciais para a res-



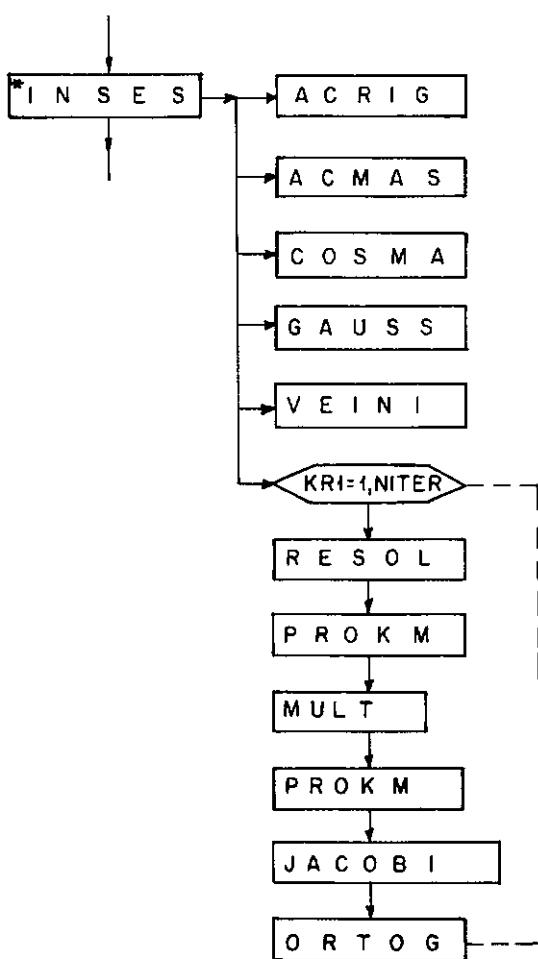
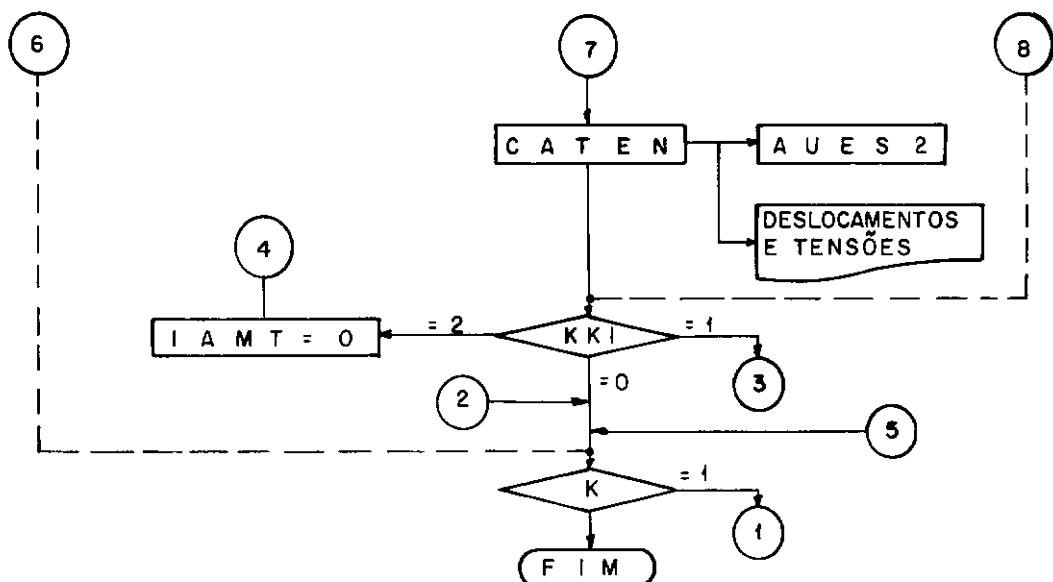


FIG. (VII.2) DIAGRAMA DE BLOCOS DO PROGRAMA AUTOMÁTICO.

posta dinâmica em cada harmônico n excitado.

VELOC: Calcula a velocidade de cada nó da estrutura em cada harmônico n a partir da contribuição das condições iniciais e de impulsos retangulares e triangulares.

CATEN: Calcula os deslocamentos globais e esforços locais de cada harmônico n excitado ou finais, nas secções desejadas, para um carregamento arbitrário.

AUES2: Calcula as matrizes de tensão dos elementos para cada harmônico n excitado e calcula os deslocamentos globais e esforços locais finais para um carregamento axissimétrico.

Na Fig. (VII.2) é apresentada a sequência de utilização destas subrotinas conforme o tipo de análise desejada.

### VII.3. MANUAL DE UTILIZAÇÃO.

A entrada de dados do programa é regida pela Tab. (VII.1) para a análise estática (A.E), dinâmica livre(A.D.L) e dinâmica forçada (A.D.F). A sequência dos dados é fornecida pela coluna correspondente ao tipo de análise desejado, devendo ser eliminados os casos que não se identificam com a estrutura analisada. O número total de cartões será dado pelo número fornecido na coluna nº de cartões vêzes a multiplicidade do grupo (NS). Abaixo descreve-se o significado de cada variável, conforme a sequência de entrada:

A. Dados gerais da estrutura (a variável NS corresponde a multiplicidade do grupo de variáveis de cada sequência. No caso em que NS≠1, todo o grupo será repetido tantas vêzes quanto o

valor de NS):

TITULO: Título com no máximo 80 caracteres alfanuméricos.

ITIPR: Índice do tipo de problema.

ITIPR = 1 : Análise Estática (A.E)

= 2 : Análise Dinâmica Livre (A.D.L)-Vibrações  
Livres.

= 3: Análise Dinâmica Forçada (A.D.F)

NE: Número de elementos.

NNDP: Número de nós com condições de contorno essenciais prescritas.

NAUR: Número de pares de autovalores e autovetores requeridos

NITER: Número máximo de iterações permitidas no M.I.S. (Uma precisão razoável é obtida com NITER = 10)

NTI: Tipo de teoria utilizada.

NTI = 0: Teoria de Flugge:  $(h/R)^4 \ll 1$

# 0: Teoria de Love:  $(h/R) \ll 1$

ISREF: Índice do sistema de referência dos autovetores.

ISREF = 0 : Sistema Global

# 0 : Sistema Local

ERROR: Tolerância desejada na resolução do problema de autovetor dos operadores projetados (equação IV.16). A tolerância para o estudo da convergência dos autovalores no M.I.S é considerada  $10^6$  maior que a ERROR. Verificou-se razoável utilizar :  
ERROR =  $10^{-12}$ .

NIOC: Número inicial das ondas circunferências requeridas.

NFOC: Número final das ondas circunferências requeridas.

NESC: Número de estados de carga atuantes na estrutura ( são tratados independentemente).

ITEMP: Índice para considerar a variação de temperatura

ITEMP = 0 : Não há cargas de temperatura.

ITEMP ≠ 0 : Há cargas de temperatura atuantes.

ICARG: Índice do tipo de carga.

ICARG = 0 : Cargas Axissimétricas

ICARG ≠ 0 : Cargas Arbitrárias

IRESP: Índice de resposta requerida

IRESP = 0 : Resposta final e por harmônico excitado

IRESP ≠ 0 : Somente resposta final

ILDAT: Índice de leitura de dados do programa.

ILDAT = 1 : Todos os dados são apenas imprimidos

ILDAT = 2 : Os dados são processados

ILEC: Índice de leitura de coordenadas e incidenciais.

ILEC = 0 : Leitura em cartões

ILEC ≠ 0 : Geração automática

B. Dados relativos à resposta. Apenas deverão ser inseridos estes cartões no caso de a carga atuante na estrutura ser arbitrária:

NSECC: Número de secções em que se quer a resposta.

ATITA(I): Valores dos ângulos θ em que se quer a resposta.

C. Dados gerais da estrutura. Utiliza-se esta sequência no caso de geração automática das coordenadas e incidências:

NCAS: Número de cascas.

NCLAS(I): Tipo de cada casca.

NCLAS(I) = 1 : Casca com geratriz reta

NCLAS(I) = 2 : Casca com segmento de arco como geratriz.

NEDCC(I): Número de elementos de cada casca.

COOR(I): Coordenadas iniciais (R,Z) da primeira casca.

ESI: Espessura inicial da primeira casca nas coordenadas (R,Z)

C.1. Para cascas com geratriz reta (a multiplicidade NS do grupo C.1. é igual ao número de cascas com NCLAS(1) =1):

COOR(K): Coordenadas finais (R,Z) da casca.

ESF: Espessura final da casca nas coordenadas (R,Z).

C.2. Para cascas com arco de circunferência como geratriz: ( a multiplicidade do grupo é igual ao número de cascas com NCLAS(1) =2):

COOR(K): Coordenadas finais (R,Z) da casca.

CENT\_1: Coordenada R do centro do raio de curvatura da casca

CENT\_2: Coordenada Z do centro do raio de curvatura da casca

ESF: Espessura final nas coordenadas (R,Z).

As sequências C.1. e C.2. devem seguir a ordem pré-estabelecida na sequência C por NCLAS(1) = 1, NCAS.

D. Dados gerais da estrutura. Caso para o qual as coordenadas e incidência são lidas:

M : Número do nó.

COOR(I): Coordenadas (R,Z) do nó M.

N: Número do elemento.

INCED(KK): Incidências dos nós do elemento N.

E. Dados gerais da estrutura.

NAP(J): Número de nós que possuam pelo menos uma componente de deslocamento prescrita.

DIS(K): Variável que armazena, para cada nó  $i$  de NAP(J), índices que identificam as componentes prescritas ( $u_r^i, u_2^i, u_z^i, \beta_1^i$ ).

DIS(K) = 200. : Componente de deslocamento livre.

DIS(K) < 200. : Componente com deslocamento prescrito.

DIS(K) = 0. : Componente sem deslocamento (apoio rígido)

DIS(K) > 200. : Componente com deslocamento elástico  
(apoio elástico).

ANGL0(J): Ângulo entre o sistema de referência do nó que possua condições de contorno e o sistema de referência global.

IPCLB: Índice que indica o tipo de largura de banda em cada bloco:

$IPCLB \leq 0$ : Largura de banda constante por bloco.

$IPCLB > 0$ : largura de banda variável por bloco.

UNID: Especificação das unidades. Pode ser utilizados no máximo 80 caracteres alfanuméricos.

NGRUP(10) Número de grupos de elementos de casca axissimétrica.

F. Propriedades dos materiais de cada grupo. (NS=NGRUP(10)).

NELIG(NM1,I): Características de cada grupo NM1.

NELIG(NM1,1): Número do elemento inicial do grupo.

NELIG(NM1,2): Número do elemento final do grupo.

NELIG(NM1,3): Índice das matrizes de rigidez do elemento no grupo (NELIG(NM1,3)=0: matrizes de rigidez iguais;  $\neq 0$ : matrizes de rigidez diferentes).

NELIG(NM1,4): Índice das propriedades dos elemen -

tos no grupo ( $\text{NELIG}(\text{NM1},4)=1$ : propriedades iguais nos elementos;  $\neq 1$ : propriedades diferentes nos elementos)

F.1. Caso em que as propriedades são iguais no grupo:

F.1.1. Caso em que se utilizou geração automática:

E1: Módulo de elasticidade de Young na direção  $t_1$

E2: Módulo de elasticidade de Young na direção  $t_2$

G12: Módulo transversal de elasticidade.

POI12: Coeficiente de Poisson na direção  $t_1$

POI21: Coeficiente de Poisson na direção  $t_2$

ALFA1: Coeficiente de dilatação térmica na direção  $t_1$

ALFA2: Coeficiente de dilatação térmica na direção  $t_2$

DENSI: Massa específica no elemento.

GAMA: Peso específico.

F.1.2. Caso em que se utilizou leitura em cartões:

ESAP(I): Espessuras associadas aos nós do elemento do grupo.

As outras variáveis seguem as definições dadas em F.1.1.

F.2. Caso em que as propriedades são diferentes no grupo (a multiplicidade do grupo é igual ao número de elementos do grupo):

F.2.1. Caso em que se utilizou geração automática:

As variáveis seguem o mesmo esquema dado em F.1.1.

F.2.2. Caso em que se utilizou leitura em cartões:

As variáveis seguem o mesmo esquema dado em F.1.2.

G. Dados relativos ao carregamento (NS = NESC):

ILOAD: Lei de variação da carga no tempo (Fig. VII.3):

- $ILLOAD = 1$ : Impulso retangular atuante durante um intervalo de tempo  $T$ .
- $= 2$ : Impulso triangular atuante durante um intervalo de tempo  $T$ .
- $= 3$ : Variação Linear até o instante  $T$  a partir do qual se mantém constante até o instante  $T_1$ .
- $= 4$ : Onda senoidal de período  $T$  (Para  $T_1 \neq T$  considera-se um número ilimitado de ondas e para  $T_1 = T$  utiliza-se apenas um única onda senoidal completa).
- $= 5$ : Onda senoidal de período  $T$  com as mesmas características de  $ILLOAD=4$ .
- $= 6$ : Onda impulso da forma  $\frac{P}{2} \left[ 1 - \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \right]$  para  $t \leq T$  e nula para  $t > T$
- $= 7$ : Variação arbitrária interpolada linearmente conforme o processo descrito na sequência G.10.

IAMT: Índice para se considerar o amortecimento:

$IAMT = 0$ : Estrutura não-amortecida

$IAMT \neq 0$ : Estrutura amortecida

No caso em que se quer analisar a estrutura com e sem amortecimento deve se analisar inicialmente a estrutura com amortecimento ( $IAMT \neq 0$ ).

NTEMP: Número de instantes para os quais se quer calcular a resposta.

T e  $T_1$ : Tempos de duração da carga conforme explicitados em

ILOAD.

NNCCC: Número de nós com cargas concentradas nos nós e cirunferencialmente distribuidas.

NECCD: Número de elementos com carga distribuída circunferencialmente e no elemento.

NPCCP: Número de pontos com cargas pontuais.

NECVT: Número de elementos com variação de temperatura.

NNCCI: Número de nós com condições iniciais (deslocamento inicial e velocidade inicial).

NARMS: Número de harmônicos simétricos excitados pelo carregamento.

NARMA: Número de harmônicos antisimétricos excitados pelo carregamento.

G.1. Para o caso em que o número de harmônicos simétricos não é nulo:

NCOET(I): Harmônicos simétricos excitados pelo carregamento provindos do desenvolvimento em série de Fourier.

G.2. Para o caso em que o número de harmônicos antisimétricos não é nulo:

NCOET(I) : Harmônicos antisimétricos excitados pelo carregamento provindos do desenvolvimento em série de Fourier.

G.3. Para o caso de Análise Dinâmica Forçada:

TEMPO(I): Instantes para os quais se deseja determinar a respota dinâmica.

G.4. Para o caso de Análise Dinâmica Amortecida ( $NS=NARMS+NARMA$ )

ETAT(I,J): Percentagens do Amortecimento Crítico considerados para cada modo de vibração longitudinal  $m$  de um determinado harmônico  $n$ .

G.5. Para o caso em que o número de nós com cargas concentradas é diferente de zero:

ILEY: Índice da Lei de Variação da Carga (no caso concentrada)

$ILEY = 1$ : Desenvolvimento da carga em série de Fourier igual para todos os nós carregados.

$ILEY \neq 1$ : Desenvolvimento da carga em série de Fourier diferente para os nós carregados.

G.5.1. Caso em que o desenvolvimento da série de Fourier é diferente ( $NS=NNCCC$ ):

NQ : Número do nó carregado.

NARM: Número de harmônicos excitados no nó  $NQ$

LIARM: Tipo do harmônico excitado.

$LIARM = 0$ : Harmônico simétrico

$LIARM \neq 0$ : Harmônico antisimétrico

N : Número do harmônico.

CAUX(K): Valor das cargas correspondentes ao nó  $NQ$  em cada grau de liberdade ( $u_r, u_z, \beta_1$ ) dados no sistema global relativas ao harmônico  $N$  do tipo LIARM.

G.5.2. Caso em que o desenvolvimento da série de Fourier é igual:

G.5.2.1. Para o caso em que o número de harmônicos simétricos é diferente de zero:

FACTA(I): Fatores de cada harmônico simétrico obtidos no desenvolvimento da carga em série de Fourier.

G.5.2.2. Para o caso em que o número de harmônicos antisimétricos é diferente de zero:

FACTA(I): Fatores de cada harmônico antisimétrico obtidos no desenvolvimento da carga em série de Fourier.

G.5.2.3. Carregamento e nós carregados para este tipo de carga definido em G.5.2:

NQ: Nós carregados na estrutura.

CAUX(K): Valor das cargas correspondentes ao nó NQ para cada grau de liberdade ( $u_r, u_2, u_z, \beta_1$ ) dados no sistema global.

G.6. Caso em que o número de nós com carga distribuída é diferente de zero:

ISRC0: Índice de referência da carga distribuída.

ISRC0=0: Sistema local ( $u_1, u_2, w, \beta_1$ )

ISRC0≠0: Sistema global ( $u_r, u_2, u_z, \beta_1$ )

ILEY: O mesmo explicitado em G.5..

G.6.1. e G.6.2. Seguem a mesma sequência explicativa dada em G.5.2. e G.5.1. respectivamente com a única alteração que NEL=NQ e para ISRC0=0 o sistema de referência das cargas é local.

G.7. Caso em que o número de pontos com cargas pontuais é diferente de zero:

NQ : Nô em cuja direção circunferencial está atuando a carga.

CAUX(K): Valor das cargas correspondentes ao nó NQ em cada grau de liberdade ( $u_r, u_z, \beta_1$ ) no sistema global.

TETA: Ângulo circunferencial entre o nó NQ e o ponto de atuação da carga.

G.8. Caso em que o número de nós com variação de temperatura é diferente de zero:

ILEY: O mesmo de G.5.

NARST: Número de harmônicos simétricos de temperatura excitados pelo carregamento quando do desenvolvimento em série de Fourier.

NARAT: Número de harmônicos antisimétricos de temperatura excitados pelo carregamento.

Observação: Os harmônicos de temperatura excitados pelo carregamento, já deverão estar incluídos nos harmônicos excitados pelo carregamento em G.

G.8.1. Caso em que o número de harmônicos simétricos de temperatura é diferente de zero:

NCOTT(I): Harmônicos simétricos de temperatura excitados pelo carregamento (já incluídos em G.1.).

G.8.2. Caso em que o número de harmônicos antisimétricos de temperatura é diferente de zero:

NCOTT(J): Harmônicos antisimétricos de temperatura excitados pelo carregamento (já incluídos em G.2.).

G.8.3. e G.8.4. Seguem a mesma sequência explicativa de G.5.2, para o caso térmico, com a única diferença que:

TEMPA(I): Valores das diferenças térmicas no elemento NEL. A se

quência será dada em ordem crescente do número do nó e na seguinte ordem no nó:

- i. Temperatura do nó i do elemento NEL ( $T_i$ )
- ii. Gradiente Térmico na espessura do nó i ( $\tau_i$ )

G.8.5. Segue a mesma sequência explicativa dada em G.5.1., para o caso térmico, sendo que a variável TEMPA(I) é dada por:

TEMPA(I): 0 mesmo de G.8.3 e G.8.4. para cada harmônico N e tipo de harmônico LIARM.

G.9. Caso em que o número de nós com condições iniciais é diferente de zero:

ILEY: 0 mesmo de G.5.

IFACI(I): Índice dos fatores dos harmônicos.

$IFACI(I) = 1$ : Harmônicos definidos em G.1. e G.2. excitados somente pelas condições iniciais.

$IFACI(I) = 2$ : Harmônicos definidos em G.1. e G.2. excitados somente pelo carregamento.

$IFACI(I) = 3$ : Harmônicos definidos em G.1. e G.2. excitados pelas condições iniciais e pelo carregamento.

G.9.1. e G.9.1.1. Segue a mesma sequência dada em G.5.1., para o caso de condições iniciais, onde:

DESL0(K): Deslocamentos iniciais ( $u_r^0, u_2^0, u_z^0, \beta_1^0$ ) do nó NQ no sistema global relativos ao harmônico N e tipo LIARM.

VELOC(K): Velocidades iniciais ( $\dot{u}_r^0, \dot{u}_2^0, \dot{u}_z^0, \dot{\beta}_1^0$ ) do nó NQ no sistema global relativos ao harmônico N e tipo LIARM.

G.9.2. Desenvolvimento da série igual para os nós com C.1:

NCI(I): Nós com condições iniciais.

NARM: Número de harmônicos excitados pelas C.I.

G.9.2.1. Leitura das C.I. (NS=NARM):

LIARM: Tipo de harmônico excitado pela C.I. (conforme G.5.1.).

N: O número do harmônico excitado.

DESL0(K): Deslocamentos iniciais ( $u_r^0, u_2^0, u_z^0, \beta_1^0$ ) no sistema global relativos ao harmônico N de tipo LIARM.

VELOC(K): Velocidades iniciais ( $\dot{u}_r^0, \dot{u}_2^0, \dot{u}_z^0, \dot{\beta}^0$ ) no sistema global relativos ao harmônico N de tipo LIARM.

G.10. Interpolação Linear para uma carga variando arbitrariamente no tempo.

NUMTP: Número de instantes necessários para definir o carregamento no tempo.

TEMPI (I): Instantes referentes à NUMTP.

FA(I): Quocientes das cargas atuantes nos instantes TEMPI (I) pela carga máxima deste conjunto.

Observação: (i) O instante  $t=0$  sempre deve ser incluído em NUMTP  
(ii) Os instantes  $t_k$  correspondentes a descontinuidades devem ser incluídos duas vezes em NUMTP e TEMPI (I), definindo-se também valores para FA(I) nos instantes  $t_k^-$  e  $t_k^+$ .  
(iii) Todos os valores de TEMPI (I), com exceção de  $t=0$ , devem constar em TEMPO(I), sendo que o último valor em TEMPO(I) deve ser menor ou igual ao último valor em TEMPI (I). A figura (VII.4) ilustra a utilização da opção ILOAD=7.

FIG. (VII.3) - FUNÇÕES NO TEMPO PARA AS QUAIS SE DISPÕE DA SOLUÇÃO EXATA DA INTEGRAL DE DUHAMEL

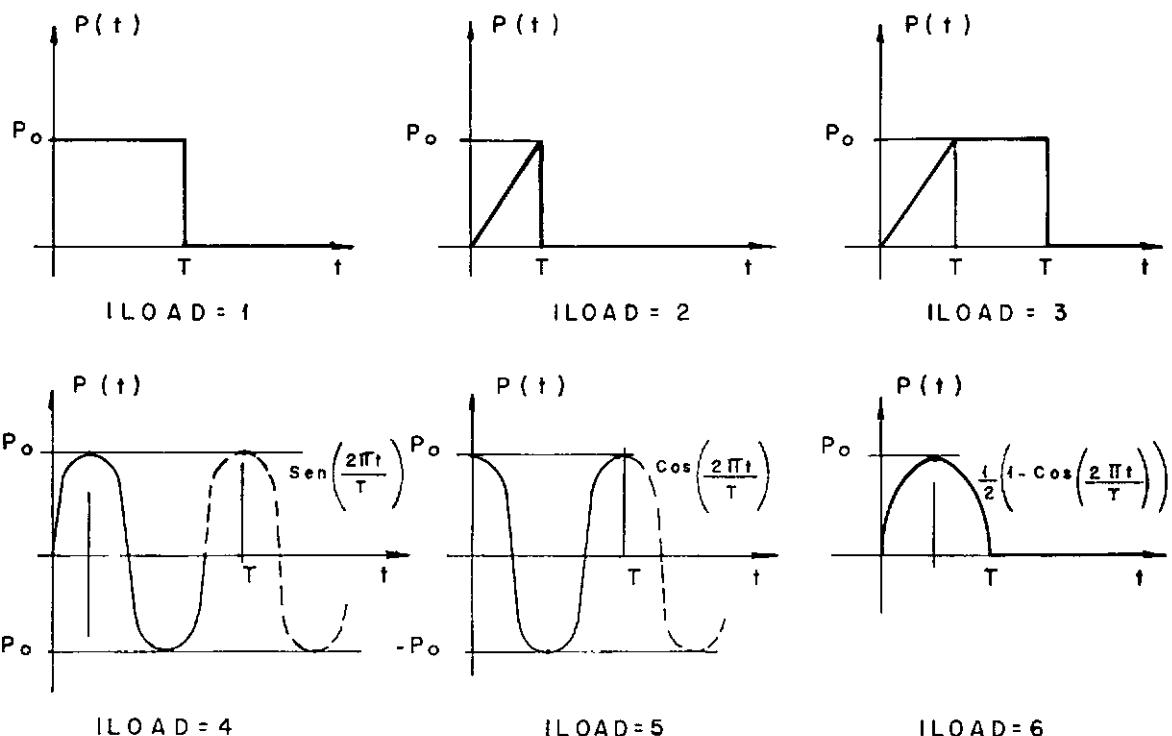
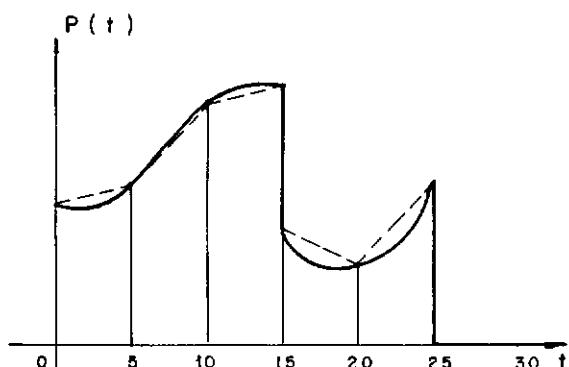


FIG. (VII.4) - EXEMPLO DE UTILIZAÇÃO DA INTERPOLAÇÃO LINEAR DA INTEGRAL DE DUHAMEL PARA FUNÇÕES NO TEMPO DE CARGAS ARBITRÁRIAS.



- (i) DEFINIÇÃO DA INTERPOLAÇÃO  
NUMTP = 9  
 $\text{TEMP1}(I) = 0, 5, 10, 15, 15, 20,$   
 $25, 25, 30.$
- (ii) INSTANTES REQUERIDOS  
NTEMP = 14.  
 $\text{TEMPO}(I) = 1, 2, 5, 7, 8, 10, 12,$   
 $15, 15, 18, 20, 25,$   
 $25, 28.$

(—) - LEI ARBITRÁRIA.

(----) - INTERPOLAÇÃO LINEAR.

Fig.(VII.3)

Fig.(VII.4)

### G.II. Índices gerais de Manipulação do Programa.

KKI < 0 : Vai para a sequência H.

KKI = 0 : Processa a Análise Estática.

KKI > 0 : Processa a Análise Dinâmica Forçada sem Amortecimento

### H. Índice geral de Manipulação do Programa.

K = 0 : Inicia o programa novamente desde a sequência A.

K ≠ 0 : Término do Programa.

A seguir mostrase a Tabela (VII.1).

SEQUÊNCIA DOS CARTÕES			Nº DF CARTÕES	VARIÁVEIS	FORMATO
A.E	A.D.L	A.D.F			
A. - : NS = 1					
1	1	1	1	TÍTULO	20A4
2	2	2	1	ITIPR	15
-	3	3	1	NE, NNDP, NAUR, NITER, NTI, ISREF, ERROR	615,E10.2
-	4	-	1	NIOC, NFOC	215
3	-	-	1	NE, NNDP, NTI	315
4	-	4	1	NESC	15
5	-	5	1	ITEMP, ICARG, IRESP	315
6	5	6	1	ILDAT, ILEC	215
B. - Carga não-axissimétrica (ICARG ≠ 0) : NS = 1					
7	-	7	1	NSECC	110
8	-	8	[+] NSECC/8	ATITA(I)	8F10.4
C. - Geração automática de coordenadas e incidências (ILEC ≠ 0) : NS = 1					
9	6	9	1	NCAS	15
10	7	10	1	NCLAS(I)	1615
11	8	11	1	NEDCC(I)	1615
12	9	12	1	COOR(I)	2F10.4
13	10	13	1	ESI	F10.4
C.1. - Cascas com geratriz reta (NCLAS(I) = 1): NS = N° de cascias com NCLAS(I) = 1					
14	11	14	1	COOR(K)	2F10.4
15	12	15	1	ESF	F10.4
C.2. Cascas com arco de circunferência como geratriz NCLAS(I)=2: NS = N° de cascias com NCLAS(I)=2					
16	13	16	1	COOR(K), CENT 1, CENT 2	4F10.4
17	14	17	1	ESF	F10.4
D. - Leitura das coordenadas e incidências (ILEC = 0) : NS = 1					
18	15	18	NN	M, COOR(I)	110,2F10.4
19	16	19	NE	N, INCED(KK)	415
E. - : NS = 1					
20	17	20	NNDP	NAP(J), DIS(K), ANGLO(J)	15,5F10.4
21	18	21	1	IPCLB	15

## CONTINUAÇÃO 1

22	19	22	1	UNID NGRUP(10)		20A4
23	20	23	1			15
F. -: NS = NGRUP(10)						
24	21	24	1	NELIG(NM1,1)		415
F.1. - Propriedades iguais no grupo (NELIG(NM1,1) = 1): NS = 1						
F.1.1. - ILEC ≠ 0 : NS = 1						
25	22	25	1	E1,E2,G12,P0121, P0121, ALFA1, ALFA2, Densi, Gama		3F10.2,2F5.3,4E10.4
F.1.2. - ILEC = 0: NS = 1						
26	23	26	1	E1,E2,G12,P0112,P0121,ESAP(1)		3F10.2,2F5.3,3F5.3
			Cont.	ALFA1,ALFA2		2E10.4
27	24	27	1	Densi,Gama		2E10.4
F.2. - Propriedades diferentes no grupo (NELIG(NM1,4) ≠ 1): NS = Número de elementos do grupo						
F.2.1. - ILEC ≠ 0: NS = 1						
28	25	28	1	E1,E2,G12,P0112,P0121,ALFA1,ALFA2,Densi, Gama		3F10.2,2F5.3,4E10.4
F.2.2. - ILEC = 0: NS = 1						
29	26	29	1	E1,E2, G12, P0112, P0121, ESAP(1)		3F10.2,2F5.3,3F5.3
			Cont.	ALFA1, ALFA2		2E10.4
30	27	30	1	Densi, Gama		2E10.4
G. : NS = NESC						
-	-	31	1	ILOAD, IAMT, NTEMP, T, T1		315, 2F10.2
31	-	32	1	NNCCC, NECCD, NPCCP, NECVT, NNCCI		515
32	-	33	1	NARMS, NARMA		215
G.1. - NARMS ≠ 0: NS = 1						
33	-	34	1	NCOET(1)		1615
G.2. - NARMA ≠ 0: NS = 1						
34	-	35	1	NCOET(1)		1615
G.3. - ITIPR = 3: NS = 1						
-	-	36	[1+]NTEMP/8	TEMPO(1)		8F10.2
G.4. - IAMT ≠ 0: NS = NARMS + NARMA						
-	-	37	[1+]NAUR/8	ETAT(I,J)		8F10.2
G.5. - NNCCC ≠ 0 : NS = 1						

## CONTINUAÇÃO 2

35	-	38	1	ILEY	15
G.5.1. - ILEY = 0: NS = NNCCC					
36	-	39	1	NQ, NARM	215
37	-	40	NARM	LIARM, N, CAUX(K)	215, 4F10.3
G.5.2. - ILEY ≠ 0 : NS = 1					
G.5.2.1. - NARMS ≠ 0: NS = 1					
38	-	41	[1+] NARMS/8	FACTA(1)	8F10.4
G.5.2.2. - NARMA ≠ 0: NS = 1					
39	-	42	[1+] NARMA/8	FACTA(1)	8F10.4
G.5.2.3. -: NS = 1					
40	-	43	NNCCC.	NQ, CAUX(K)	110, 4F10.4
G.6. - NECCD ≠ 0: NS = 1					
41	-	44	1	ISRCDD, ILEY	215
G.6.1. - ILEY ≠ 0 : NS = 1					
G.6.1.1. - NARMS ≠ 0: NS = 1					
42	-	45	[1+] NARMS/8	FACTA(1)	8F10.4
G.6.1.2. - NARMA ≠ 0: NS = 1					
43	-	46	[1+] NARMA/8	FACTA(1)	8F10.4
G.6.1.3. - NS = 1					
44	-	47	NECCD	NEL, CAUX(K)	18, 9F8.2
G.6.2. - ILEY = 0: NS = NECCD					
45	-	48	1	NEL, NARM	215
46	-	49	NARM	LIARM, N, CAUX(K)	214, 9F8.2
G.7. - NPCCP ≠ 0: NS = NPCCP					
47	-	50	1	NQ, CAUX(K), TETA	110, 5F10.3
G.8. - NECVT ≠ 0: NS = 1					
48	-	51	1	ILEY, NARST, NARAT	315
G.8.1. - NARST ≠ 0: NS = 1					
49	-	52	1	NCOTT(1)	1615
G.8.2. - NARAT ≠ 0: NS = 1					
50	-	53	1	NCOTT(1)	1615

## CONTINUAÇÃO 3

G.8.3 - ILEY ≠ 0

G.8.3.1. - NARST ≠ 0

51	-	54	[1+] LS/8	FACTA(1)	8F10.4
----	---	----	-----------	----------	--------

G.8.3.2. - NARAT = 0

52	-	55	[1+] LS/8	FACTA(1)	8F10.4
----	---	----	-----------	----------	--------

G.8.4 - ILEY ≠ 0: NS = NECVT

53	-	56	1	NEL, TEMPA(1)	110, 6F10.4
----	---	----	---	---------------	-------------

G.8.5 - ILEY = 0: NS = NECVT

54	-	57	1	NEL, NARM	215
55	-	58	NARM	LIARM, N, TEMPA(1)	215, 6F10.4

G.9. - NNCCI ≠ 0: NS = 1

-	-	59	1	ILEY	15
-	-	60	1	IFAC1(I)	1615

G.9.1. - ILEY = 0: NS = NNCI

-	-	61	1	NQ, NARM	215
---	---	----	---	----------	-----

G.9.1.1. : NS = NARM

-	-	62	1	LIARM, N	215
-	-	63	1	DESLO(K), VELOC(K)	8F10.3

G.9.2 - ILEY ≠ 0: NS = 1

-	-	64	[1+] NNCCI/16	NC1(I)	1615
-	-	65	1	NARM	15

G.9.2.1. : NS = NARM

-	-	66	1	LIARM, N	215
-	-	67	1	DESLO(K), VELOC(K)	8F10.3

G.10 - ILOAD = 7 : NS = 1

-	-	68	1	NUMTP	110
-	-	69	[1+] NUMTP/8	TEMP1(J), FA(J)	8E10.2

G.11 - NS = 1

-	-	70	1	KKI	110
---	---	----	---	-----	-----

H. - NS = 1

56	28	71	1	K	110
----	----	----	---	---	-----

## BIBLIOGRAFIA

1. LOVE, A.E.H., A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity, Dover Publications, 1944.
2. FLÜGGE, W., Stresses in Shells, Springer Verlag , 1960.
3. KRAUS, H., Thin Elastic Shells, John & Sons, Inc., 1967.
4. BATHE, K.J.; WILSON, E.L., Numerical Methods in Finite Element Analysis, Prentice-Hall, Inc., 1976.
5. SANABRIA, H.A.R., Métodos Variacionales en la Teoria de Love y Flugge de cáscaras de Revolución, Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, 1977.
6. PRZEMIENIECKI, J.S., Theory of Matrix Structural Analysis , McGraw-Hill Book Co., 1968.
7. MEIROVITCH, L., Analitical Methods in Vibrations, The MacMillan Company, New York, 1967.
8. NOVOZHILOV, V.V.; The Theory of Thin Shells, Traduzido por B.G. Love, P. Noordhoff Ltda, Groningen , Netherlands, 1959.
9. TAROCO, E.; FEIJOO, R.; ROJAS,H.; BEVILACQUA,L., Vibraciones en Cáscaras Rebajadas, IV Congresso Brasileiro de Mecânica, Rio de Janeiro, 1969.

leiro de Engenharia Mecânica, Paper nºA-13, pp.  
157, 167; 1977

10. CLOUGH, R.W.; PENZIEN,J., Dynamics of Structures, McGraw-Hill Kogakusha, LTD., 1975.
11. DESAI, C.S.; ABEL, J.F., Introduction of the Finite Element Method, Van Nostrand Reinhold Company, 1972.
12. WASHIZU,K., Variational Methods in Elasticity and Plasticity, Pergamon Press, 1968.
13. STOKER, J.J., Diferential Geometry, Wiley, John & Sons., 1969.
14. OLIVEIRA, R.A., Análise Dinâmica de Torres e Estruturas Elevadas Lateralmente Carregadas, Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, 1974.
15. MONTERO, L.F.R., Análisis Sísmico de Estructuras, Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, 1974.
16. GIRKMANN, K., Flachentragwerke Einfuerhrung in Die Elastostatik Der Scheiben, Platten, Schalen und Faltwerke, Springer-Verlag, Wien, 1963.
17. TIMOSHENKO, S.P.; WOINOWSKY-KRIEGER,S., Theory of Plates and Shells, McGraw-Hill Book Company, Inc., 1959.

18. GREEN, A.E.; ZERNA,W., Theoretical Elasticity, Oxford, Clarendon, 1954.
19. NAGHDI,P.M., Foundations of Elastic Shell Theory, Progress in Solid Mech., Vol.IV, cap.1, 1963.
20. BATHE, K.J., Solution Methods for Large Generalized eigenvalue Problems in Structural Engineering, Structural Engineering Laboratory, University of California, Berkeley, November, 1971.
21. LEIGH, D.C., Nonlinear Continuum Mechanics; An Introduction to Continuum Physics and Moth. Theory of Nonlinear Mech. Behavior of Materials, McGraw - Hill, 1968.
22. MONDKAR, D.P.; POWELL, G.H., Finite Element Analysis of Non-Linear Static and Dynamic Response, Int. J. Num. Meth.in Engng., Vol.11, 499-520, John Wiley & Sons., 1977.
23. GALLETTY, G.D.; MISTRY,J., The Free Vibrations of Cylindrical Shells with Various end Closures, Nuclear Engineering and Design, 30, 249-268, North-Holland Publishing Company, 1974.
24. KLEIN,S.; SYLVESTER,R.J., The Linear Elastic Dynamic Analysis of Shells of Revolution by the Matrix Displacement Methods, Air Force Flight Dynamics

Laboratory TR-66-80, pp. 299-329, 1966.

25. CHAN,S.P.; COX, H.L.; BENFIELD,W.A., Transient Analysis of Forced Vibrations of Complex Structural-Mechanical Systems, Journal of Royal Aeronautical Society, Vol.6, pp. 457-460, July 1962.
26. STRICKLIN, J.A., Geometrically Nonlinear Static and Dynamic Analysis of Shells of Revolution, High Speed Computing Elastic Structures, pp.384-411 , Liege, IUTAM.
27. HAMMEL, J., Free Vibration on a Cylindrical Shells with a Hemispherical Head, 2nd Inter. SMIRT Conf. , Paper E 4/6, 1-12, Berlin, 1973.
28. KALNIS, A., Free Vibration of Rotationally Symmetric Shells , J. Acoust. Soc. Amer. 36, pp.1355-1365 , 1964.
29. REISMANN, H.; PADLOG,J., Forced Axisymmetric Motions of Cylindrical Shells, Journal of the Franklin Inst., Vol. 284, n° 5, Nov. 1967.
30. BATHE, K.J.; WILSON, E.L.;PETERSON, E., SAP-IV: A Structural Analysis Program for Static and Dynamic Response of Linear Sistems, Report n° EERC-73-11, University of California, Berkeley, June 1973.

31. JOHNSON, D.E.; GREIF, R., Dynamic Response of Cilindrical Shell: Two Numerical Methods, AIAA Journal , Vol.4, n° 3, pp. 486-494, March 1966.
32. TIMOSHENKO, S.P.; GOODIER, J.N., Theory of Elasticity , McGraw-Hill 1951.
33. FLÜGGE, W., Tensor Analysis and Continuum Mechanics , Springer-Yerlag, 1972.
34. BATHE, K.J.; WILSON, E.L., Eigensolution of Large Structural Systems with Small Bandwidth, ASCE Journal of Eng. Mech. Div., June 1973.

APÊNDICE A

MATRIZ DAS FUNÇÕES DE INTERPOLAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS:

$$\begin{bmatrix}
 & \phi_1 & 0 & 0 & 0 & \phi_2 & 0 \\
 & 0 & \phi_1 & 0 & 0 & 0 & \phi_2 \\
 & \psi_{11} \frac{s^1}{R_1^1} & 0 & \psi_{01} & -\psi_{11} s^1 & \psi_{12} \frac{s^2}{R_1^2} & 0 \\
 & \frac{\phi_1}{R_1} - \frac{1}{s} \psi_{11, \zeta} \frac{s^1}{R_1^1} & 0 & \frac{-1}{s} \psi_{01, \zeta} & \frac{1}{s} \psi_{11, \zeta} s^1 & \frac{\phi_2}{R_1} - \frac{1}{s} \psi_{12, \zeta} \frac{s^2}{R_1^2} & 0 \\
 & 0 & 0 & \phi_3 & 0 & 0 & 0 \\
 & 0 & 0 & 0 & \phi_3 & 0 & 0 \\
 & \psi_{02} & -\psi_{12} s^2 & \psi_{13} \frac{s^3}{R_1^3} & 0 & \psi_{03} & -\psi_{13} s^3 \\
 & \frac{-1}{s} \psi_{02, \zeta} & \frac{1}{s} \psi_{12, \zeta} s^2 & \frac{\phi_3}{R_1} - \frac{1}{s} \psi_{13, \zeta} \frac{s^3}{R_1^3} & 0 & \frac{-1}{s} \psi_{03, \zeta} & \frac{1}{s} \psi_{13, \zeta} s^3
 \end{bmatrix}$$

onde  $s^i$ ,  $R_1^i$  são os valores de  $s$  e  $R_1$  no  $i$ -ésimo nó do elemento ( $i = 1, 2, 3$ )

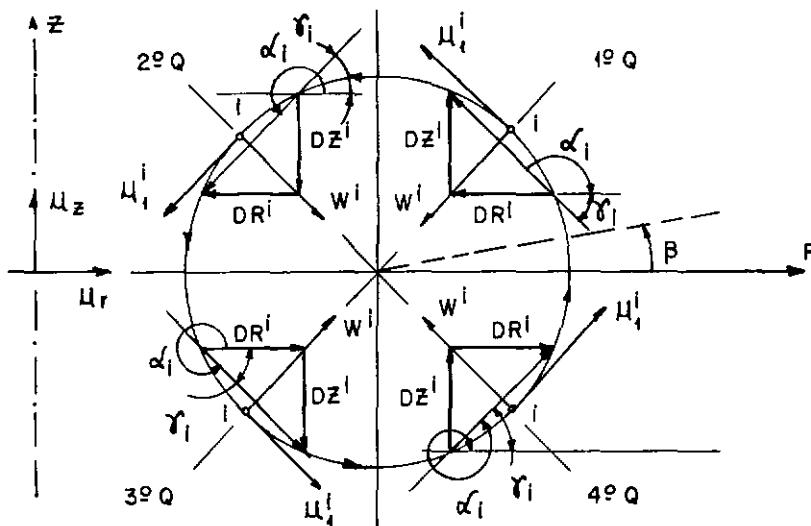
APÊNDICE BMATRIZ DE ROTAÇÃO DO ELEMENTO:  $R_z^i$ 

Fig. (B.1)

A matriz de rotação de um ponto  $i$  em qualquer quadrante é dada por:

$$R_z^i = \begin{bmatrix} \cos \alpha_i & 0. & \sin \alpha_i & 0. \\ 0. & 1. & 0. & 0. \\ -\sin \alpha_i & 0. & \cos \alpha_i & 0. \\ 0. & 0. & 0. & 1. \end{bmatrix} \quad (B.1)$$

pois  $\underline{d}_n^t(\zeta^i) = R_z^i \underline{u}_n(\zeta^i)$  (B.2)

onde  $\underline{d}_n^t(\zeta^i) = (u_1^i, u_2^i, w^i, \beta^i)$

$$\underline{u}_n^t(\zeta^i) = (u_r^i, u_2^i, u_z^i, \beta^i)$$

Da figura (B.1), pode-se notar que:

$$\gamma_i = \text{ARCTG} \left( \frac{DZ^i}{DR^i} \right); \frac{-\pi}{2} \leq \gamma_i \leq \frac{\pi}{2} \quad (\text{campo de variação do ARCTG}) \quad (B.3)$$

Então, tem-se:

$$DR^i < 0 \Rightarrow \alpha_i = \gamma_i + \pi \quad (1^{\circ}Q, 2^{\circ}Q)$$

$$DR^i > 0 ; DZ^i < 0 \Rightarrow \alpha_i = \gamma_i + 2\pi \quad (3^{\circ}Q)$$

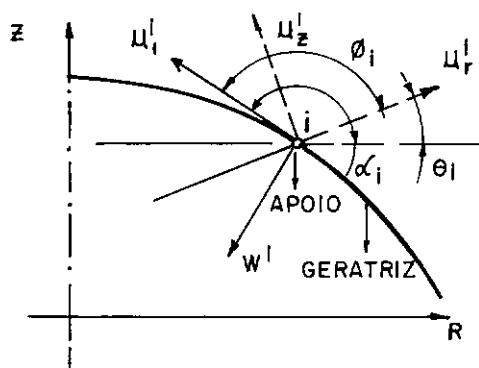
$$DR^i > 0 ; DZ^i > 0 \Rightarrow \alpha_i = \gamma_i \quad (4^{\circ}Q)$$

$$DR^i = 0 ; \begin{cases} DZ^i > 0 \Rightarrow \alpha_i = \pi/2 \\ DZ^i < 0 \Rightarrow \alpha_i = -\pi/2 \end{cases} \quad (B.4)$$

A matriz de rotação do elemento é dada por:

$$R^e = \begin{bmatrix} R^1 & 0 & 0 \\ 0 & R^2 & 0 \\ 0 & 0 & R^3 \end{bmatrix} \quad (B.5)$$

No caso de um ponto da estrutura ter o seu deslocamento prescrito, será necessário fornecer o ângulo  $\theta_i$  entre o sistema de referência global e o sistema de referência do ponto. A matriz de rotação translada o sistema local para o sistema de referência do ponto:



SISTEMA DE REFERÉNCIA DO APOIO:

$$(u_r^i, u_z^i, \alpha_i, \beta_i)$$

$$R_{\text{APOIO}}^i = \begin{bmatrix} \cos \phi_i & 0. & \sin \phi_i & 0. \\ 0. & 1. & 0. & 0. \\ -\sin \phi_i & 0. & \cos \phi_i & 0. \\ 0. & 0. & 0. & 1. \end{bmatrix} \quad (B.6)$$

onde

$$\phi_i = \alpha_i - \theta_i$$

APÊNDICE C

CARGAS CONCENTRADAS NO MERIDIANO E CIRCUNFERENCIALMENTE DISTRIBUIDAS, APLICADAS NA SUPERFÍCIE MÉDIA:

O trabalho virtual das forças externas atuantes na superfície média da casca é dado por:

$$\delta W_E = \int_A f^* \hat{u}^* A_1 A_2 d\zeta^1 d\zeta^2 \quad (II.16)$$

onde

$$\underline{f}^* = (f_1^*, f_2^*, f_3^*, f_{13}^*)$$

Desde que a carga é concentrada no nó i, pode-se escrever:

$$\underline{f}^*(\zeta, \theta) = \bar{f}^*(\theta) \delta(\zeta^i) \quad \delta: \text{delta de Dirac (C.1)}$$

Substituindo (C.1) em (II.16), obtém-se:

$$\delta W_E = \int_0^{2\pi} \bar{f}^*(\theta) \cdot \hat{u}^*(\zeta^i) r^i d\theta$$

Desenvolvendo a carga  $\bar{f}^*(\theta)$  e  $\hat{u}^*(\zeta^i)$  em série de Fourier conforme (III.13), tem-se:

$$\delta W_E = \int_0^{2\pi} [\underline{g}_n^s(\theta) \bar{f}_n^s + \underline{g}_n^A(\theta) \bar{f}_n^A] \cdot [\underline{g}_m^s(\theta) \hat{u}_m^s(\zeta^i) + \underline{g}_m^A(\theta) \hat{u}_m^A(\zeta^i)] r^i d\theta \quad (C.2)$$

Integrando (C.2), resulta:

$$\delta W_E = C_n \left[ \tilde{f}_n^* \cdot \hat{u}_n^s(\zeta^i) + \tilde{f}_n^A \cdot \hat{u}_n^A(\zeta^i) \right] r^i \quad (C.3)$$

onde

$$C_n = \pi ; n \neq 0$$

$$2\pi ; n = 0$$

Utilizando (III.33), obtém-se:

$$\hat{u}_n^\ell(\zeta^i) = \underline{\underline{L}}(\zeta^i) \hat{d}_n^\ell = \hat{d}_n^\ell(\zeta^i) \quad (C.4)$$

onde

$$\hat{d}_n^\ell(\zeta^i) = (\hat{u}_{1n}^i, \hat{u}_{2n}^i, \hat{w}_n^i, \hat{\beta}_{1n}^i)$$

Introduzindo (C.4) em (C.3), tem-se:

$$\delta W_E^\ell = C_n \tilde{f}_n^* \cdot \hat{d}_n^\ell(\zeta^i) r^i ; \ell = s, A \quad (C.5)$$

onde

$$\delta W_E = \delta W_E^s + \delta W_E^A$$

Referenciando os deslocamentos locais ao sistema de coordenadas globais, pode-se escrever que:

$$\hat{d}_n^\ell(\zeta^i) = \underline{\underline{R}}^i \hat{u}_n^\ell(\zeta^i) \quad (C.6)$$

onde

$$\hat{u}_n^l(\zeta^i) = (\hat{u}_{rn}^i, \hat{u}_{zn}^i, \hat{u}_{zn}^i, \hat{\beta}_{in}^i)$$

Substituindo novamente (C.6) em (C.5), obtém-se:

$$\delta w_E^l = c_n r^i \tilde{R}^{it} \tilde{f}_n^l \cdot \hat{u}_n^l(\zeta^i) ; l = s, A \quad (C.7)$$

Eliminando a constante  $c_n$  de todos os termos do P.T.V. em (III.22), o vetor de força nodal equivalente referenciado ao sistema global é dado por:

$$\{\tilde{F}_n^e(\zeta^i)\}_l = r^i \tilde{R}^{it} \tilde{f}_n^l ; l = s, A \quad (C.8)$$

Supondo que as forças  $\tilde{f}_n^l$ , aplicadas ao nó i da estrutura, estão referenciadas ao sistema global, a expressão (C.8) resulta:

$$\{\tilde{F}_n^e(\zeta^i)\}_l = r^i \tilde{f}_n^l ; l = s, A \quad (C.9)$$

onde

$$\tilde{f}_n^l = \tilde{R}^i \tilde{f}_n^l$$

APÊNDICE D

CARGA PONTUAL COM O ÂNGULO DE ATUAÇÃO CIRCUNFERENCIAL DADO, APLICADA NA SUPERFÍCIE MÉDIA:

Da expressão dos trabalhos virtuais, tem-se:

$$\delta W_E = \int_A f_L^* \cdot \hat{u}^* A_1 A_2 d\zeta^1 d\zeta^2 \quad (II.16)$$

onde

$$f_L^* = (f_1, f_2, f_3, f_{13})^t$$

Sendo a carga pontual, e de atuação circunferencial em  $\bar{\theta}$ , pode-se escrever:

$$f_L^* = \tilde{f}_L^* \delta(\theta - \bar{\theta}, \zeta^i) \quad (D.1)$$

Substituindo (D.1) em (II.16), obtém-se:

$$\delta W_E = \tilde{f}_L^* \cdot \hat{u}^*(\bar{\theta}, \zeta^i) \quad (D.2)$$

Desenvolvendo  $\hat{u}^*$  em série de Fourier utilizando (III.13), resulta:

$$\delta W_E = \tilde{f}_L^* \cdot [\underline{q}_n^s(\bar{\theta}) \hat{u}_n^s(\zeta^i) + \underline{q}_n^A(\bar{\theta}) \hat{u}_n^A(\zeta^i)] \quad (D.3)$$

onde

$$\underline{\underline{q}}_n^s(\bar{\theta}) = \begin{bmatrix} \text{cn}\bar{\theta} & -\text{sn}\bar{\theta} & \text{cn}\bar{\theta} & \text{cn}\bar{\theta} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{q}}_n^A(\bar{\theta}) = \begin{bmatrix} \text{sn}\bar{\theta} & \text{cn}\bar{\theta} & \text{sn}\bar{\theta} & \text{sn}\bar{\theta} \end{bmatrix}$$

O trabalho virtual pode ser desacoplado em simétrico e antisimétrico:

$$\delta W_E = \delta W_E^S + \delta W_E^A \quad (D.4)$$

Utilizando a expressão dada em (C.4) e em (D.3), tem-se:

$$\delta W_E^l = \underline{\underline{f}}_L^* \cdot \underline{\underline{q}}_n^l(\bar{\theta}) \underline{\underline{d}}_n^l(\zeta^i) \quad (D.5)$$

Referenciando os deslocamentos ao sistema de coordenadas globais através de (C.6):

$$\delta W_E^l = \underline{\underline{R}}^t \underline{\underline{g}}_n^l(\bar{\theta}) \underline{\underline{f}}_L^* \cdot \underline{\underline{u}}_n^l(\zeta^i) \quad (D.6)$$

Dividindo-se todos os termos da equação (III.22) por  $C_n$ , o vetor de força nodal equivalente referenciado ao sistema global é dado, a partir de (D.6), por:

$$\{\underline{\underline{F}}_n^e(\zeta^i)\}_l = \frac{1}{C_n} \underline{\underline{R}}^t \underline{\underline{g}}_n^l(\bar{\theta}) \underline{\underline{f}}_L^* ; \quad l = s, A \quad (D.7)$$

onde

$$\begin{aligned} c_n &= \pi ; n \neq 0 \\ &= 2\pi ; n = 0 \end{aligned}$$

Supondo que a força  $\tilde{f}_g^*$  é referenciada ao sistema global, o vetor de força nodal equivalente (D.7) pode ser escrito por:

$$\{\tilde{F}_n^e(\zeta^i)\}_\ell = \frac{1}{c_n} \tilde{R}^{i^t} \tilde{q}_n^\ell(\bar{\theta}) \tilde{R}^i \tilde{f}_g^* = \frac{1}{c_n} \tilde{q}_n^\ell(\bar{\theta}) \tilde{f}_g^* ; \ell = s, A \quad (D.8)$$

onde

$$\tilde{f}_L^* = \tilde{R}^i \tilde{f}_g^*$$

$$\tilde{R}^{i^t} \tilde{q}_n^\ell(\bar{\theta}) \tilde{R}^i = \tilde{q}_n^\ell(\bar{\theta})$$

APÊNDICE E

CARGAS DISTRIBUIDAS NO ELEMENTO E CIRCUNFERENCIALMENTE, APLICADAS NA SUPERFÍCIE MÉDIA:

Na expressão de (III.37), o vetor de carga nodal equivalente do harmônico simétrico e antissimétrico  $n$ , é dado por:

$$\{F_{\sim n}^e\}_l = \int_{-1}^1 L^t f_n^l \, sr \, d\zeta \quad ; \quad l = s, A \quad (III.37)$$

onde  $\tilde{L}^t$ : matriz das funções de interpolação dos deslocamentos.

$f_n^l = (f_{1n}^l, f_{2n}^l, f_{nn}^l, 0)^t$ : forças distribuídas no elemento.

Denominando  $f_n^{*l}$  como sendo as cargas nodais locais:

$$f_n^{*l} = (f_{1n}^1, f_{1n}^2, f_{1n}^3, f_{2n}^1, \dots, f_{nn}^3)^t \quad (E.a)$$

pode-se interpolar a carga distribuída pelas funções de interpolação de Legendre do 2º grau:

$$f_{1n}^l = \sum_{i=1}^3 \phi_i f_{1n}^i \quad (E.1)$$

$$f_{2n}^l = \sum_{i=1}^3 \phi_i f_{2n}^i$$

$$f_{nn}^l = \sum_{i=1}^3 \phi_i f_{nn}^i \quad (E.2)$$

e resulta que

$$\underline{f}_n^l = \underline{L}_c \underline{f}_n^{*l} \quad (E.3)$$

onde

$$\underline{L}_c = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \phi_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \phi_1 & \phi_2 & \phi_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \phi_1 & \phi_2 & \phi_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Substituindo (E.3) em (III.37), obtém-se:

$$\{\underline{F}_n^e\}_l = \left( \int_{-1}^1 \underline{L}_c^T \underline{L}_c s r d\zeta \right) \underline{f}_n^{*l} ; l = s, A \quad (E.4)$$

Utilizando os pontos  $\zeta^m$  e os pesos  $W(m)$  dados na integração de Gauss-Legendre no intervalo  $(-1,1)$ , pode-se escrever:

$$\{\underline{F}_n^e\}_l = \left[ \sum_{m=1}^{NPINT} \underline{L}_c^T(\zeta^m) \underline{L}_c(\zeta^m) s(\zeta^m) r(\zeta^m) W(m) \right] \underline{f}_n^{*l} ; l = s, A \quad (E.5)$$

onde  $\underline{L}_c^T(\zeta^m)$ ,  $\underline{L}_c(\zeta^m)$ ,  $s(\zeta^m)$ ,  $r(\zeta^m)$  são os valores das respectivas funções em cada ponto de interpolação e  $NPINT$  o número de pontos de integração no intervalo  $(-1,1)$

Supondo que o vetor de cargas nodais  $\underline{f}_n^l$  é referenciado ao sistema global, tem-se:

$$\underline{\underline{f}}_n^\ell = \underline{\underline{R}} \underline{\underline{f}}_n^\ell \quad (\text{E.6})$$

onde

$$\underline{\underline{R}} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0. & \sin\alpha & 0. \\ 0. & 1. & 0. & 0. \\ -\sin\alpha & 0. & \cos\alpha & 0. \\ 0. & 0. & 0. & 0. \end{bmatrix} \quad (\text{E.6a})$$

Denominando por  $\underline{\underline{f}}_n^{*\ell}$  as cargas nodais globais, resulta:

$$\underline{\underline{f}}_n^\ell = \underline{\underline{L}}_c \underline{\underline{f}}_n^{*\ell} \quad (\text{E.7})$$

onde

$$\underline{\underline{f}}_n^{*\ell} = (\bar{f}_{1n}^1, \bar{f}_{1n}^2, \bar{f}_{1n}^3, \bar{f}_{2n}^1, \dots, \bar{f}_{nn}^3)^t$$

Substituindo (E.7) em (E.6), pode-se escrever:

$$\underline{\underline{f}}_n^\ell = \underline{\underline{R}} \underline{\underline{L}}_c \underline{\underline{f}}_n^{*\ell} \quad (\text{E.8})$$

Portanto, o vetor de força nodal equivalente em (III.37) é dado por:

$$\{\underline{\underline{F}}_n^e\}_\ell = \left( \int_{-1}^1 \underline{\underline{L}}_c^t \underline{\underline{R}} \underline{\underline{L}}_c \text{ sr } d\xi \right) \underline{\underline{f}}_n^{*\ell} ; \ell = s, A \quad (\text{E.9})$$

Utilizando novamente os pontos  $\xi^m$  e os pesos  $w(m)$ ,

dados na integração de Gauss-Legendre, o vetor de carga nodal equivalente referenciado ao sistema local pode ser escrito por

$$\{\underline{F}_n^e\}_l = \left[ \sum_{m=1}^{NPINT} \begin{bmatrix} \underline{\zeta}^t(\zeta^m) & \bar{R}(\zeta^m) & \underline{\zeta}_c(\zeta^m) & s(\zeta^m) & r(\zeta^m) w(m) \end{bmatrix} \right] \underline{f}_n^l ; l=s, A \quad (E.10)$$

onde  $\bar{R}(\zeta^m)$  é a matriz de rotação (E.6a) calculada em cada ponto  $\zeta^m$  de interpolação.

A transformação de (E.5) e (E.10) do sistema local para o sistema global é dada por (III.42a):

$$\{\underline{F}_n^e\}_l = \underline{R}^t \underline{F}_n^e ; l = s, A \quad (III.42a)$$

APÊNDICE F

CARGAS RELATIVAS AO PESO PRÓPRIO DA CASCA:

A parcela do trabalho virtual que corresponde às cargas do peso próprio, é dada por:

$$\delta W_p = \int_A F_p \cdot \hat{u} A_1 A_2 d\zeta^1 d\zeta^2 \quad (11.22)$$

onde

$$F_p = \frac{1}{2} \rho \int_{-h/2}^{h/2} \hat{F} \rho_1 \rho_2 d\xi g_L \quad (11.22a)$$

Desenvolvendo as componentes da aceleração da gravidade  $\underline{g}_L$  em séries de Fourier, obtém-se:

$$\underline{g}_L = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [\underline{\hat{q}}_n^s \underline{g}_n^s + \underline{\hat{q}}_n^A \underline{g}_n^A] \quad (F.1)$$

onde

$$\underline{\hat{q}}_n^s = \begin{bmatrix} \underline{c}_n \theta & -\underline{s}_n \theta & \underline{c}_n \theta \end{bmatrix} \quad \underline{\hat{q}}_n^A = \begin{bmatrix} \underline{s}_n \theta & \underline{c}_n \theta & \underline{s}_n \theta \end{bmatrix}$$

$$\underline{g}_n^l = (g_{1n}^l, g_{2n}^l, g_{nn}^l)^t \quad ; \quad l = s, A$$

Substituindo (F.1) em (11.22a), resulta:

$$\underline{F}_p = \underline{\hat{q}}_n^s \underline{\hat{F}}_n^s + \underline{\hat{q}}_n^A \underline{\hat{F}}_n^A \quad (F.2)$$

onde:

$$\underline{\underline{q}}_n^{*s} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & \cos\theta & \cos\theta & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{q}}_n^{*A} = \begin{bmatrix} \sin\theta & \cos\theta & \sin\theta & \sin\theta & \cos\theta & \sin\theta \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{F}}_n^{\ell} = A \underline{\underline{g}}_n^{\ell} \quad (F.2a)$$

$$A = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho F_t \rho_1 \rho_2 d\xi$$

Introduzindo a expressão (F.2) em (II.22) e desenvolvendo os deslocamentos  $\hat{u}_n$  em séries de Fourier conforme (III.15), pode-se escrever:

$$\delta W_p = \int_A (\underline{\underline{q}}_n^{*s} \underline{\underline{F}}_n^s + \underline{\underline{q}}_n^{*A} \underline{\underline{F}}_n^A) \cdot (\underline{\underline{q}}_n^{*s} \underline{\underline{J}}_n^s \hat{u}_n^s + \underline{\underline{q}}_n^{*A} \underline{\underline{J}}_n^A \hat{u}_n^A) sr d\theta d\xi \quad (F.3)$$

Integrando em  $\theta$ , a expressão (F.3) conduz à:

$$\delta W_p^{\ell} = C_n \int_{\xi_0}^{\xi_1} \underline{\underline{F}}_n^{\ell} \cdot \underline{\underline{J}}_n^{\ell} \hat{u}_n^{\ell} sr d\xi \quad ; \quad \ell = s, A \quad (F.4)$$

onde

$$\delta W_p^{\ell} = \delta W_p^s + \delta W_p^A$$

$$C_n = 2\pi \quad p/n=0$$

$$\pi \quad p/n \neq 0$$

Interpolando os deslocamentos  $\hat{u}_n^{\ell}$  em (F.4) confor-

me (III.33) e referenciando-os ao sistema global (III.41), tem-se:

$$\delta W_p^\ell = C_n \left( \int_{\zeta_0}^{\zeta_1} \bar{F}_n^\ell \cdot J_n^* L R sr d\zeta \right) \underline{U}_n^e ; \ell = s, A \quad (F.5)$$

Dividindo-se todas as parcelas do P.T.V dadas em (III.22) por  $C_n$ , o vetor de força nodal equivalente ao peso próprio da estrutura, a partir de (F.5), é dado por:

$$\{\bar{F}_n^e\}_\ell = R^t \left( \int_{-1}^1 L^t J_n^{*t} \bar{F}_n^\ell sr d\zeta \right) ; \ell = s, A \quad (F.6)$$

Desde que as componentes da aceleração da gravidade  $\underline{g}$  são geralmente referenciadas ao sistema de coordenadas  $(\underline{e}_1, \underline{e}_2, \underline{e}_3)$ , pode-se referenciá-las ao sistema global  $(\underline{e}_r, \underline{e}_\theta, \underline{e}_z)$  por:

$$\underline{g}_G = \underline{R}(\theta) \underline{g} \quad (F.7)$$

onde

$$\underline{g} = (g_1, g_2, g_3)^t$$

$$\underline{g}_G = (g_r, g_\theta, g_z)^t$$

$$\underline{R}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Referenciando ainda a aceleração da gravidade em

relação ao sistema local resulta:

$$\underline{\underline{g}}_L = \underline{\underline{\tilde{R}}}(\zeta) \underline{\underline{g}}_G = \underline{\underline{\tilde{R}}}(\zeta) \underline{\underline{R}}(\theta) \underline{\underline{g}} \quad (F.8)$$

onde

$$\underline{\underline{\tilde{R}}}(\zeta) = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & \sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

Para se obter os coeficientes simétricos  $\underline{\underline{g}}_n^s$  pré-multiplicando-se a expressão (F.8) por  $\underline{\underline{\tilde{q}}}_m^s$ :

$$\underline{\underline{g}}_n^s = \frac{1}{C_n} \int_0^{2\pi} \underline{\underline{\tilde{q}}}_n^s \underline{\underline{\tilde{R}}}(\zeta) \underline{\underline{R}}(\theta) d\theta \underline{\underline{g}} \quad (F.9)$$

Integrando-se a expressão (F.9) em  $\theta$ , no intervalo  $[0, 2\pi]$ , apenas as parcelas correspondentes a dois harmônicos não se anulam neste tipo de carregamento;  $n=0$  e  $n=1$ :

$$\underline{\underline{g}}_0^s = \underline{\underline{\tilde{R}}}_0^s(\zeta) \underline{\underline{g}} ; \quad n = 0 \quad (F.10)$$

$$\underline{\underline{\tilde{R}}}_0^s(\zeta) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sin\alpha \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{g}}_1^s = \underline{\underline{\tilde{R}}}_1^s(\zeta) \underline{\underline{g}} ; \quad n = 1 \quad (F.11)$$

$$\tilde{R}_n^s(\zeta) = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{g}_n^A = \tilde{R}_n^A(\zeta) g ; \quad n = 1 \quad (F.12)$$

$$\tilde{R}_n^A(\zeta) = \begin{bmatrix} 0 & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\sin\alpha & 0 \end{bmatrix}$$

Utilizando os pontos  $\zeta^m$  e os pesos  $W(m)$  da integração de Gauss-Legendre, o vetor de carga nodal (F.6) referenciado ao sistema global é dado por:

$$\{\tilde{F}_n^e\}_{\ell} = \tilde{R}^t \left\{ \sum_{m=1}^{NPINT} \tilde{L}^t(\zeta^m) \tilde{J}_n^{*\ell}(\zeta^m) \tilde{R}_n^{\ell}(\zeta^m) s(\zeta^m) r(\zeta^m) W(m) \right\} g \quad (F.13)$$

para  $n = 0; \ell = s$  e  $n = 1; \ell = s, A$

APÊNDICE G

## CARGAS RELATIVAS A UMA VARIAÇÃO DE TEMPERATURA NA CASCA

Na expressão (III.37), o vetor de carga nodal equilibrante do harmônico simétrico e antisimétrico  $n$ , é dado por:

$$\{F_n^T\}_\ell = \int_{-1}^1 (B_n^* L)^t \sigma_n^{T\ell} sr d\zeta ; \ell = s, A \quad (\text{III.37})$$

onde  $\sigma_n^T$  é definido em (III.17).

Denominando por  $T_{on}^{*\ell}$  e  $\tau_n^{*\ell}$  o vetor das cargas de temperaturas nodais:

$$T_{on}^{*\ell} = (T_{on}^{1\ell}, T_{on}^{2\ell}, T_{on}^{3\ell})^t ; \ell = s, A$$

$$\tau_n^{*\ell} = (\tau_n^{1\ell}, \tau_n^{2\ell}, \tau_n^{3\ell})^t ; \ell = s, A \quad (\text{G.1})$$

Então, pode-se interpolar a variação de temperatura pelas funções de interpolação de LEGENDRE do 2º grau:

$$T_{on}^\ell = \sum_{i=1}^3 \phi_i T_{on}^{i\ell} ; \ell = s, A$$

$$\tau_n^\ell = \sum_{i=1}^3 \phi_i \tau_n^{i\ell} ; \ell = s, A \quad (\text{G.2})$$

Utilizando os pontos  $\zeta^m$  e os pesos  $W(m)$  dados na

integração de Gauss-Legendre no intervalo  $(-1,1)$ , pode-se escrever:

$$\{F_n^T\}_\ell = \sum_{m=1}^{NPINT} B_m^* L(\zeta^i) \underline{\sigma}_n^{T\ell}(\zeta^i) s(\zeta^i) r(\zeta^i) w(m); \ell = s, A \quad (G.3)$$

onde

$$\underline{\sigma}_n^{T\ell}(\zeta^i) = \begin{bmatrix} N^{T\ell}(\zeta^i) \\ M^{T\ell}(\zeta^i) \end{bmatrix}; \ell = s, A$$

$$N_{ii}^{T\ell}(\zeta^i) = -C_i^T(\zeta^i) T_{on}^\ell(\zeta^i) + \frac{a^*}{R_j} D_i^T(\zeta^i) \tau_n^\ell(\zeta^i); i=j, i=j=1, 2$$

$$M_{ii}^{T\ell}(\zeta^i) = - \left[ \frac{a^*}{R_j} T_{on}^\ell(\zeta^i) + \tau_n^\ell(\zeta^i) \right] D_i^T(\zeta^i)$$

APÊNDICE H

## CÁLCULO DOS ESFORÇOS ATUANTES NO ELEMENTO

A tensão atuante na superfície média da casca é dada por:

$$\tilde{\sigma}^0 = \tilde{\sigma}_E^0 - \tilde{\sigma}_T^0 = \begin{bmatrix} N \\ M \\ \sim \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} N^T \\ M^T \\ \sim \end{bmatrix} = \tilde{\varepsilon} \tilde{\varepsilon}_0 + \tilde{\sigma}_T^0 \quad (H.1)$$

onde

$$\tilde{\varepsilon}_0 = \sum_{n \leq \infty} [q_n^{*s} (\tilde{B}_n^* \tilde{u}_n^s) + q_n^{*A} (\tilde{B}_n^* \tilde{u}_n^A)]$$

$$\tilde{\sigma}_T^0 = \sum_{n \leq \infty} (q_n^{*s} \tilde{\sigma}_n^s + q_n^{*A} \tilde{\sigma}_n^A)$$

Utilizando (III.33) e (III.41), pode-se escrever:

$$\tilde{u}_n^{*l} = \tilde{L} \tilde{R} \tilde{U}_n^l \quad (H.2)$$

Substituindo (H.2) em (H.1), resulta:

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}^0 = & \tilde{\varepsilon} \sum_{n \leq \infty} [(q_n^{*s} (\tilde{B}_n^* \tilde{L}) \tilde{R} \tilde{U}_n^s + q_n^{*A} (\tilde{B}_n^* \tilde{L}) \tilde{R} \tilde{U}_n^A) - \\ & - (q_n^{*s} \tilde{\sigma}_n^s + q_n^{*A} \tilde{\sigma}_n^A)] \end{aligned} \quad (H.3)$$

onde

$$(\tilde{B}_n^* \tilde{L}) = (\tilde{B}_0 \tilde{L}) + n (\tilde{B}_1 \tilde{L}) + n^2 (\tilde{B}_2 \tilde{L})$$

No caso em que a carga é axissimétrica, isto é, quando apenas o harmônico  $n=0$  é excitado, a expressão (H.3) reduz-se a:

$$\tilde{\sigma}^0 = \tilde{E} \left( \frac{\tilde{B}_0 \tilde{L}}{\tilde{z}_0} \right) \tilde{R} \frac{\tilde{U}_0^S}{\tilde{z}_0} - \frac{\tilde{T}_S}{\tilde{z}_0} \quad (H.4)$$

pois

$$\begin{aligned} \tilde{E} \frac{\tilde{q}_0^* S}{\tilde{z}_0} &= \tilde{E} \\ \frac{\tilde{q}_0^* S}{\tilde{z}_0} \frac{\tilde{T}_S}{\tilde{z}_0} &= \frac{\tilde{T}_S}{\tilde{z}_0} \end{aligned}$$

APÊNDICE I

LISTAGEM DO PROGRAMA AUTOMÁTICO  
LINGUAGEM FORTRAN-IV(B-6700)

```
FILE 5=IMPRESS,UNIT=PRINTER
FILE 8=DADOSCC,UNIT=READER
FILE 11=ARQ1,UNIT=DISKPACK,AREA=201,RECORD=6
FILE 12=ARQ2,UNIT=DISKPACK,AREA=1,RECORD=2000
FILE 13=ARQ3,UNIT=DISKPACK,AREA=1,RECORD=2000
FILE 14=ARQ12,UNIT=DISKPACK,AREA=1,RECORD=2000
FILE 15=ARQ4,UNIT=DISKPACK,AREA=1,RECORD=2000
FILE 16=ARQ21,UNIT=DISKPACK,AREA=10000,RECORD=2,BLOCKING=20
FILE 17=ARQ5,UNIT=DISKPACK,AREA=1,RECORD=2000
FILE 18=ARQ6,UNIT=DISKPACK,AREA=1,RECORD=2000
FILE 19=ARQ7,UNIT=DISKPACK,AREA=1,RECORD=2000
FILE 20=ARQ27,UNIT=DISKPACK,AREA=1000,RECORD=2,BLOCKING=20
FILE 21=ARQ28,UNIT=DISKPACK,AREA=1000,RECORD=2,BLOCKING=20
FILE 23=ARQ13,UNIT=DISKPACK,AREA=85,RECORD=288,LINKWORD
FILE 24=ARQ22,UNIT=DISKPACK,AREA=85,RECORD=288,LINKWORD
FILE 25=ARQ23,UNIT=DISKPACK,AREA=1000,RECORD=2,BLOCKING=20
FILE 40=ARQ8,UNIT=DISKPACK,AREA=85,RECORD=24,LINKWORD
FILE 41=ARQ10,UNIT=DISKPACK,AREA=425,RECORD=288,LINKWORD
FILE 42=ARQ11,UNIT=DISKPACK,AREA=85,RECORD=288,LINKWORD
FILE 43=ARQ14,UNIT=DISKPACK,AREA=255,RECORD=128,LINKWORD
FILE 44=ARQ15,UNIT=DISKPACK,AREA=765,RECORD=192,LINKWORD
FILE 45=ARQ16,UNIT=DISKPACK,AREA=1,RECORD=2000
FILE 46=ARQ17,UNIT=DISKPACK,AREA=1,RECORD=2000
FILE 47=ARQ18,UNIT=DISKPACK,AREA=255,RECORD=12,LINKWORD
FILE 48=ARQ19,UNIT=DISKPACK,AREA=20,RECORD=4080,LINKWORD
FILE 50=ARQ20,UNIT=DISKPACK,AREA=60,RECORD=2,BLOCKING=20
FILE 51=ARQ9,UNIT=DISKPACK,AREA=255,RECORD=288,LINKWORD
FILE 52=ARQ24,UNIT=DISKPACK,AREA=1000,RECORD=2,BLOCKING=20
FILE 53=ARQ25,UNIT=DISKPACK,AREA=1000,RECORD=2,BLOCKING=20
FILE 54=ARQ26,UNIT=DISKPACK,AREA=1,RECORD=2000
C
C ***** **** * **** * **** * **** * **** * **** * **** * **** * **** *
C      P R O G R A M A   P R I N C I P A L
C ***** **** * **** * **** * **** * **** * **** * **** * **** * **** *
```

```
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION FW(300),FWW(300),X(56,56),AUTV(960),XTCL(48),
IXTC2(960),C1(804),CI(804),TEMPO(100),ETA(48),NCOET(20),
```

```
2XTM(12864),ETAT(20,48),UZERO(804),VZERO(804),FA(100),COTA1(48),
3COTA2(48),VZ(804),TEMP1(100)
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLOQ,
1FILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,
2NARST,NARAT,NITER,NIUC,NFCC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)
COMMON /A/ CGOR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT
COMMON /B/ BLOCO(12864)
COMMON /C/ BLOC1(12864)
COMMON /D/ BLOC2(12864)
EQUIVALENCE (FW(1),COOR(1)),(X(1,1),BLOCO(6273))
EQUIVALENCE (FWW(1),COOR1(1)),(C1(1),BLOCO(1))
EQUIVALENCE (XTM(1),BLOC2(1))
```

C  
C  
PARAMETROS DO PROGRAMA

C  
C  
LR: INDICE DO ARQUIVO DE LEITURA  
C  
C  
LW: INDICE DO ARQUIVO DE IMPRESSAO  
C  
C  
NGLN: NUMERO DE GRAUS DE LIBERDADE POR NO  
C  
C  
NNPE: NUMERO DE NOS POR ELEMENTO  
C  
C  
NCOPN: NUMERO DE COORDENADAS POR NO  
C  
C  
IREG: COMPRIMENTO DO REGISTRO LOGICO DOS ARQUIVOS;3,4,5,6,7,12  
C  
C  
IFILE: NUMERO MAXIMO DE REGISTROS LOGICOS UTILIZADOS PARA A GRAVA-
C  
C  
CAO NOS ARQUIVOS DE COMPRIMENTO IREG  
C  
C  
LBMAX: LARGURA DE BANDA MAXIMA  
C  
C  
LBLDQ: COMPRIMENTO MAXIMO DOS VETORES BLOCO , BLOC1 E BLOC2

C  
5 LR=8  
LW=5  
NGLN = 4  
NNPE = 3  
NCOPN = 2  
LBMAX = 16  
LBLDQ = 12864  
IFILE = 13  
IREG = 1000

```
DO 10 I=1,10
IFPR(I) = 0
10 NGRUP(I) = 0
CALL DADOS
CALL DEBLO
CALL CASC1
GO TO(70,30),ILDAT
30 CALL ROTAC
GO TO (60,40,60),ITIPR
C
C      ANALISE DINAMICA LIVRE
C
40 NI = NI0C + 1
NF = NFOC + 1
WRITE(LW,1050)
DO 50 JJ =NI,NF
N=JJ-1
50 CALL INSES (N)
GO TO 780
60 CALL AUES1
70 IF(ITIPR.EQ.2) GO TO 780
DO 770 NEC =1,NESC
CALL CARG(NEC,NCOET,ILOAD,NTEMP,TEMPO,T,T1,IAMT,ETAT,NUMTP,TEMP1,
1FA)
GO TO (770,80),ILDAT
80 LI = NARMS + 1
LS = NARMS + NARMA
IF(LS-1) 86,86,85
85 OPEN(12,MAXRECSIZE=2*NTEC)
OPEN(45,MAXRECSIZE=2*NTEC)
OPEN(46,MAXRECSIZE=2*24*NE)
86 IF(ITIPR.EQ.1) GO TO 610
C
C      ANALISE DINAMICA FORCADA
C
WRITE(LW,1050)
IARM = 1
NPOSE = 1
```

```
KJI = 0
DO 270 NARM = 1,LS
IF (IFACI(NARM).NE.2) GO TO 88
IF (ILOAD.NE.7) GO TO 89
I = (NARM-1)*NTEC
DO 87 J = 1,NTEC
IH5 = I + J
UZERO(J) = 0.
VZERO(J) = 0.
WRITE(52*IH5) UZERO(J)
87 WRITE(53*IH5) VZERO(J)
88 IF (KJI.EQ.1) GO TO 89
OPEN(54,MAXRECSIZE=2*NTEC)
KJI = 1
89 N = NCOET(NARM)
IF(ICARG) 90,130,90
90 IF(NARM=NARMS) 120,120,100
100 IF(N) 270,110,110
110 IARM = 2
120 NPOSE = NARM
130 CALL INSES (N)
140 IF(IFACI(NPOSE).EQ.1) GO TO 170
CALL COCOR(NPOSE)
DO 150 I1 = 1,NAUR
XTC1(I1)=0.
I2 = (I1-1)*NTEC
DO 150 K = 1,NTEC
150 XTC1(I1)=XTC1(I1)+BLDC1(I2+K)*C1(K)
IF((IFACI(NPOSE).EQ.3).OR.(ILOAD.EQ.7))GO TO 170
IF(LS-1) 280,280,170
170 DO 190 J = 1,NAUR
IH2 = (NPOSE-1)*NAUR+J
AUTV(IH2)=FWW(J)
XTC2(IH2) = XTC1(J)
LL = (J-1)*NTEC+1
LF = J*NTEC
190 WRITE(12*IH2)(BLDC1(I),I=LL,LF)
IF (ILOAD.EQ.7) GO TO 200
```

```
GO TO (200,230,200),IFACI(NPOSE)
200 CALL MULT
    DO 210 J1 = 1,NAUR
    DO 210 I1=1,NTEC
210 XTM((I1-1)*NAUR+J1) = BLOC1((J1-1)*NTEC+I1)
    IF (LS-1) 280,280,215
215 DO 220 J = 1,NAUR
    IH54 = (NPOSE-1)*NAUR+J
    LL = (J-1)*NTEC+1
    LF = J*NTEC
220 WRITE(54*IH54)(XTM(I),I=LL,LF)
230 GO TO (240,270),IARM
240 IF(NARMA) 250,270,250
250 DO 260 I=LI,LS
    M = NCOET(I)
    IF(M-N) 260,252,260
252 GO TO (256,254,256) IFACI(NPOSE)
254 IF(ILOAD.NE.7) GO TO 258
256 DO 257 J=1,NAUR
    IH2 = (NPOSE-1)*NAUR + J
    LL = (J-1)*NTEC + 1
    LF = J*NTEC
257 READ(12*IH2)(BLOC1(II),II=LL,LF)
258 NPOSE = I
    NCOET(I) = -1
    GO TO 140
260 CONTINUE
270 CONTINUE
280 DO 580 II = 1,NTEMP
    TEMPI = TEMPO(II)
    NPOSE = 1
    DO 540 NARM = 1,LS
    IF(IAMT.EQ.0) GO TO 286
    DO 285 I = 1,NAUR
285 ETA(I) = ETAT(NARM,I)
286 IF(ICARG) 290,300,286
290 NPOSE = NARM
300 GO TO (305,310,320),IFACI(NPOSE)
```

```
305 DO 306 J1 = 1,NTEC
306 C1(J1) = 0.
GO TO 320
310 IF (ILOAD.EQ.7) GO TO 320
IF(LS-1) 340,340,320
320 DO 330 J = 1,NAUR
IH2 = (NPOSE-1)*NAUR+J
FWW(J) = AUTV(IH2)
XTC1(J) = XTC2(IH2)
LI = (J-1)*NTEC+1
LF = J*NTEC
330 READ(12*IH2)(BL@C1(I),I=LI,LF)
GO TO (420,340,340),IFACI(NPOSE)
340 GO TO (350,360,370,380,390,400,440),ILOAD
350 CALL CARG1(TEMP1,XTC1,T,IAMT,ETA,C1,ILOAD)
GO TO 410
360 CALL CARG2(TEMP1,XTC1,T,IAMT,ETA,C1,ILOAD)
GO TO 410
370 CALL CARG3(TEMP1,XTC1,T,T1,IAMT,ETA,C1)
GO TO 410
380 CALL CARG4(TEMP1,XTC1,T,T1,IAMT,ETA,C1)
GO TO 410
390 CALL CARG5(TEMP1,XTC1,T,T1,IAMT,ETA,C1)
GO TO 410
400 CALL CARG6(TEMP1,XTC1,T,IAMT,ETA,C1)
410 IF (IFACI(NPOSE).EQ.2) GO TO 520
420 CALL CONDI (NPOSE,1,II,UZERO,VZERO,TEMP1,IAMT,ETA,C1)
DO 430 II = 1,NTEC
430 C1(II) = C1(II) + CI(II)
GO TO 520
440 DO 450 IZ = 2,NUMTP
IF (TEMP1.LE.TEMP1(IZ)) GO TO 460
450 CONTINUE
460 FA1 = FA(IZ-1) + (FA(IZ)-FA(IZ-1))*((TEMP1-TEMP1(IZ-1))/(TEMP1(IZ)
1-TEMP1(IZ-1)))
IF (ITEMP.NE.0) FRCT=FA1
IF (II.NE.1) GO TO 470
TT = TEMP1
```

```

FA2 = FA(1)
GO TO 480
470 TT = TEMPI - TEMPO(II-1)
IF (TT.NE.0) GO TO 480
FA2 = FA(I2+1)
GO TO 580
480 DO 490 I3 = 1,NAUR
COTA1(I3) = FA2*XTCL(I3)
490 COTA2(I3) = (FA1-FA2)*XTCL(I3)
CALL CONDI(NPOSE,ILOAD,II,UZERO,VZERO,TT,IAMT,ETA,CI)
CALL CARG1(TT,COTA1,TT,IAMT,ETA,CI,ILOAD)
DO 500 I3 = 1,NTEC
500 CI(I3) = CI(I3) + CI(I3)
CALL CARG2(TT,COTA2,TT,IAMT,ETA,CI,ILOAD)
CALL VELOC(TT,UZERO,VZERO,COTA1,COTA2,IAMT,ETA,VZ)
I = (NPOSE-1)*NTEC
DO 510 I3 = 1,NTEC
CI(I3) = CI(I3) + CI(I3)
IH2 = I + I3
WRITE(20*IH2) CI(I3)
510 WRITE(21*IH2) VZ(I3)
FA2 = FA1
520 IF (LS-1) 550,550,530
530 IH45 = NPOSE
WRITE(45*IH45)(CI(I),I=1,NTEC)
540 CONTINUE
550 IF(IAMT.EQ.1) GO TO 560
WRITE(LW,1100) TEMPI
GO TO 570
560 WRITE(LW,1200) TEMPI
570 CALL CATEN
580 CONTINUE
READ(LR,900) KKI
IF (KKI) 770,610,590
590 IAMT = 0
GO TO 280

```

C  
C ANALISE ESTATICA

C

```
610 IARM = 1
NPOSE = 1
DO 740 NARM = 1,LS
N = NCOET(NARM)
IF(ICARG) 620,660,620
620 IF(NARM-NARMS) 650,650,630
630 IF(N) 740,640,640
640 IARM = 2
650 NPOSE = NARM
660 CALL ACRIG(N)
CALL COSMA
CALL GAUSS
670 CALL COCOR(NPOSE)
DO 680 LL = 1,NTEC
680 BLOC1(LL) = C1(LL)
NAUV = 1
CALL RESOL
IF(LS-1) 685,685,695
685 DO 690 LL = 1,NTEC
690 BLOC0(LL) = BLOC1(LL)
GO TO 750
695 IH45 = NPOSE
WRITE(45*IH45)(BLOC1(I),I=1,NTEC)
GO TO ( 700,740),IARM
700 IF(NARMA) 710,740,710
710 DO 730 I = LI,LS
M = NCOET(I)
IF(M-N) 730,720,730
720 NPOSE = I
NCOET(I) = -1
GO TO 670
730 CONTINUE
740 CONTINUE
750 WRITE(LW,1300)
FRCT = 1.
760 CALL CATEN
770 CONTINUE
```

```
780 READ(LR,900) K
  IF (K.EQ.1) GO TO 5
900 FORMAT(I10)
1050 FORMAT(//10X,64('*')//10X,'AUTOVALORES E AUTOVETORES PELO METODO D
  IE ITERACAO DE SUB-ESPACOS',//10X,64('*'))
1100 FORMAT(//10X,47('*')//10X,'RESPOSTA DINAMICA NO INSTANTE T =',E14.
  17//10X,47('*'))
1200 FORMAT(//10X,58('*')//10X,'RESPOSTA DINAMICA AMORTECIDA NO INSTANT
  IE T =',E14.7//10X,58('*'))
1300 FORMAT(//10X,17('*')//10X,'RESPOSTA ESTATICA',//10X,17('*'))
      CALL EXIT
      END
```

```

SUBROUTINE DADOS
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION TITULO(20),DIS(804),ATITA(20)
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLQQ,
1FILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCEO(300),NAP(201),NUAN(10),
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT
EQUIVALENCE (DIS(1),COOR1(1))

*****ESTA SUBROTINA LE E ESCREVE OS DADOS DA ESTRUTURA*****
ESTA SUBROTINA LE E ESCREVE OS DADOS DA ESTRUTURA
*****READ(LR,10) TITULO
READ(LR,20) ITIPR
GO TO (111,112,113),ITIPR
111 READ(LR,20) NE,NNDP,NTI
NN = NE*2 + 1
WRITE(LW,26) TITULO
WRITE(LW,49) NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI
GO TO 114
113 READ(LR,20) NE,NNDP,NAUR,NITER,NTI,ISREF,ERROR
NN = NE*2 + 1
WRITE(LW,30) TITULO
WRITE(LW,50) NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NAUR,NITER,NTI,ISREF,ERROR
114 READ(LR,20) NESC
READ(LR,2) ITEMP,ICARG,IRESP
WRITE(LW,25) NESC
WRITE(LW,14) ITEMP,ICARG,IRESP
GO TO 40
112 READ(LR,20) NE,NNDP,NAUR,NITER,NTI,ISREF,ERROR
ICARG = 1
ITEMP = 0
NN = NE*2 + 1
READ(LR,20) NIOC,NFOC
WRITE(LW,35) TITULO

```

```
      WRITE(LW,50)NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NAUR,NITER,NTI,ISREF,ERROR
      WRITE(LW,55) NIOC,NFOC
40 READ(LR,20) ILDAT,ILEC
      WRITE(LW,80) ILDAT,ILEC
      IF (ITIPR.EQ.2) GO TO 181
      IF(ICARG) 1035,181,1035
1035 READ(LR,1045) NSECC,(ATITA(I),I=1,NSECC)
      WRITE(LW,1050) NSECC,(ATITA(I),I=1,NSECC)
      DO 54 I=1,NSECC
      IH50 = I
54 WRITE(50+IH50) ATITA(I)
181 CONTINUE
      NTEC=NN*NGLN
      NTIPEL=1
      ITED(NTIPEL)=10
      NENPE(10)=3
      IF(ITIPR.EQ.1) GO TO 16
      I=8+NAUR
      K=2*NAUR
      IF(I-K) 11,11,12
11 NAUV=I
      GO TO 13
12 NAUV=K
13 JJ=NTEC-NNDP*NGLN
      IF(JJ-NAUV) 15,16,16
15 NAUV=JJ
16 CONTINUE
      DO 51 JJ=1,NTEC
51 DIS(JJ) = 200.
      DO 52 II=1,IFILE
      IH9=II
      LI = (II-1)*IREG+1
      LF = IREG*II
      IF (LF-NTEC) 91,92,92
92 LF=NTEC
      WRITE(19+IH9) (DIS(JJ),JJ=LI,LF)
      GO TO 83
91 WRITE(19+IH9) (DIS(JJ),JJ=LI,LF)
```

52 CONTINUE  
83 J=NE\*NNPE  
DO 203 I=1,J  
203 INCED(I)=0  
IF(ILEC)300,93,300

C  
C C LEITURA DAS COORDENADAS ( ARMAZENADAS NO VETOR COOR )

300 CALL GERCI  
GO TO 96  
93 WRITE (LW,60)  
60 FORMAT (//,10X,'COORDENADAS DOS NOS',//10X,'NO',5X,'COOR-R',5X,  
\*'COOR-Z',/)  
DO 600 J=1,NN  
LL=J\*NCOPN  
L=LL-NCOPN+1  
READ(LR,70)M,(COOR(I),I=L,LL)  
70 FORMAT( I10,2F10.4)  
IF(M-J)21,600,21  
21 WRITE(LW,23)J,M  
STOP  
600 WRITE (LW,110) J,(COOR(I),I=L,LL)

C  
C C GRAVACAO DAS COORDENADAS NO ARQUIVO 11

DO 700 J=1,NN  
IH1=J  
LL=J\*NCOPN  
L=LL-NCOPN+1  
700 WRITE (11 IH1) (COOR(K),K=L,LL)

C  
C C INCIDENCIA DOS ELEMENTOS

190 WRITE (LW,120)  
J=NE\*NNPE  
DO 24 K=1,NE  
LLL=K\*NNPE  
L=LLL-NNPE+1

174

```
READ(LR,131)N,(INCED(KK),KK=L,LLL)
IF(K-N)173,24,173
173 WRITE(LW,200)K
STOP
24 WRITE(LW,132)K,(INCED(KK),KK=L,LLL)
96 IH4=1
FIND(14*IH4)

C
C      LEITURA DAS CONDICOES DE APOIO
C      APOIO LIVRE      =200.
C      APOIO PRESCRITO<200. (APOIO RIGIDO = 0.)
C      APOIO ELASTICO >200.

C
C      WRITE (LW,210)
DO 41 J=1,NNDP
LL=J*NGLN
L=LL-NGLN+1
READ(LR,160) NAP(J),(DIS(K),K=L,LL),ANGLO(J)
41 WRITE(LW,170) NAP(J),(DIS(K),K=L,LL),ANGLO(J)
DO 53 II=1,IFILE
IH4=II
LI = (II-1)*IREG+1
LF = IREG*II
IF(LF-LL) 53,98,98
98 LF=LL
WRITE(14*IH4)(DIS(K),K=LI,LF)
GO TO 99
53 WRITE(14*IH4)(DIS(K),K=LI,LF)
99 CONTINUE
2 FORMAT(4I5)
10 FORMAT (20A4)
14 FORMAT(10X,'INDICE PARA CONSIDERAR A VARIACAO DE TEMPERATURA',T65,
115,2X,'(GRADIENTE DE TEMPERATURA NULO ITEMP=0;NAO NULO ITEMP#0)',/
210X,'INDICE DE CARGA',T65,I5,2X,'(CARGA INDEPENDENTE DE TETA ICARG
3=0;DEPENDENTE ICARG#0)',/10X,'INDICE DE RESPOSTA',T65,I5,2X,'(RESP
40STA POR HARMONICO IRESP=0;CASO CONTRARIO IRESP#0)')
20 FORMAT(6I5,E10.2)
23 FORMAT(//10X,'A NUMERACAO INTERNA DESTE NO E',I5,5X,'E NAO',I5)
```

```

25 FORMAT(10X,'NUMERO DE ESTADOS DE CARGA',T65,I5)
26 FORMAT(1H1//10X,118('*')//10X,20A4,3X,'*',3X,'ANALISE ESTATICA'//
110X,118('*'))
30 FORMAT(1H1//10X,118('*')//10X,20A4,3X,'*',3X,'ANALISE DE VIBRACOE
*S FORCADAS'//10X,118('*'))
35 FORMAT(1H1//10X,118('*')//10X,20A4,3X,'*',3X,'ANALISE DE VIBRACOE
*S LIVRES'//10X,118('*'))
49 FORMAT("//10X,'DADOS GERAIS DA ESTRUTURA'//10X,'NUMERO DE NOS',T65,
115/10X,'NUMERO DE ELEMENTOS',T65,I5/10X,'NUMERO DE GRAUS DE LIBERD
2ADE POR NO',T65,I5/10X,'NUMERO DE NOS POR ELEMENTO',T65,I5/10X,'NU
3MERO DE COORDENADAS POR NO',T65,I5/10X,'NUMERO DE NOS COM DESLOCAM
4ENTO PRESCRITO',T65,I5/10X,'INDICE DE ESTADO PLANO DE TENSOES OU D
6EFORMACOES',T65,I5,2X,'(TEORIA DE :FLUGGE-E.P.D. NTI=0; LOVE-E.P.T.
7 NTI#0)')
50 FORMAT("//10X,'DADOS GERAIS DA ESTRUTURA'//10X,'NUMERO DE NOS',T65,
115/10X,'NUMERO DE ELEMENTOS',T65,I5/10X,'NUMERO DE GRAUS DE LIBERD
2ADE POR NO',T65,I5/10X,'NUMERO DE NOS POR ELEMENTO',T65,I5/10X,'NU
3MERO DE COORDENADAS POR NO',T65,I5/10X,'NUMERO DE NOS COM DESLOCAM
4ENTO PRESCRITO',T65,I5/10X,'NUMERO DE AUTOVALORES REQUERIDOS',T65,
5I5/10X,'NUMERO DE ITERACOES',T65,I5/10X,'INDICE DO ESTADO PLANO DE
6 TENSOES OU DEFORMACOES',T65,I5,2X,'(TEORIA DE :FLUGGE-E.P.D.- NTI
7=0; LOVE-E.P.T.- NTI#0)',//10X,'INDICE DO SISTEMA DE REFERENCIA DOS
8AUTOVETORES',T65,I5,2X,'(SISTEMA :GLOBAL; ISREF=0,LOCAL; ISREF#0)',
9/10X,'TOLERANCIA EM JACOBI',T62,1PE8.1)
55 FORMAT(10X,'NUMERO INICIAL DE ONDAS CIRCUNFERENCIAIS',T65,I5,/10X,
1'NUMERO FINAL DE ONDAS CIRCUNFERENCIAIS',T65,I5)
80 FORMAT(10X,'INDICE DE LEITURA DE DADOS DO PROGRAMA',T65,I5,2X,'(OS
1 DADOS SAO : IMPRIMIDOS ILDAT=1; PROCESSADOS ILDAT=2)',//10X,'INDICE
2 DE LEITURA DE COORDENADAS E INCIDENCIAS',T65,I5,2X,'(LEITURA EM C
3ARTOES ILEC=0; GERACAO AUTOMATICA ILEC#0)')
110 FORMAT(1I2,2F11.4)
120 FORMAT("//10X,'INCIDENCIA DOS ELEMENTOS',//10X,'ELEMENTO',39X,
*NUMERO DOS NOS',//)
131 FORMAT(4I5)
132 FORMAT(12X,I3,33X,I3,9X,I3,9X,I3,9X,F10.4)
160 FORMAT(15,6F10.4)
170 FORMAT(10X,I2,5(6X,F9.4))
200 FORMAT("//10X,' *** ERRO NA NUMERACAO DO CARTAO ',I5,' ***')

```

```
210 FORMAT(//10X,'DESLOCAMENTOS PRESCRITOS (APOIO :LIVRE=200.; PRESCRI  
1TO<200.(RIGIDO=0.); ELASTICO>200.)',//10X,'NO',6X,'DESLOC.U1'  
1,6X,'DESLOC.U2',6X,'DESLOC. W',6X,'ROTAC.U1W',6X,'ANGUL.U1R',//)  
1045 FORMAT( I10/(8E10.2))  
1050 FORMAT(10X,'NUMERO DE SECCOES QUE SE QUER A RESPOSTA :',T65,I5,/10  
2X,'VALORES DOS ANGULOS DAS SECCOES :',T62,5F8-2,(/T62,5F8.2))  
RETURN  
END
```

SUBROUTINE GERCI

IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)

DIMENSION NCLAS(10),NEDCC(10)

COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBL0Q,  
1IFILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,  
2NARST,NARAT,NITER,NI0C,NF0C,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,  
3ITE0(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),  
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)  
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT

\*\*\*\*\*  
ESTA SUBROTINA GERA AS COORDENADAS E INCIDENCIAS DE UMA CASCA AXIS  
SIMETRICA COM ELEMENTOS CAS12, UTILIZANDO GERET OU GESFE CONFORME A  
GERATRIZ E UMA RETA LU UM ARCO DE CIRCUNFERENCIA  
\*\*\*\*\*

NCOPN = NCOPN + 1  
READ(LR,1100) NCAS  
READ(LR,1100)(NCLAS(I),I=1,NCAS)  
READ(LR,1100)(NEDCC(I),I=1,NCAS)  
NEI = 1  
NNI = 1  
LI = (NNI - 1)\*NCOPN + 1  
LS = LI + 1  
READ(LR,1000)(COOR(I),I=LI,LS)  
READ(LR,1000)ESI  
IH1 = 1  
FIND(11,IH1)  
LS = LI + NCOPN - 1  
COOR(LS) = ESI  
NECT = 0  
DO 7 I = 1,NCAS  
7 NECT = NECT + NEDCC(I)  
NNUD = 3  
NNOST = (NNUD - 1)\*NECT + 1  
WRITE(LW,1200)NCAS,NECT,NNOST  
DO 70 I = 1,NCAS  
NEC = NEDCC(I)

```
NEF = NEI + NEC - 1
NNOS = (NNUD - 1)*NEC + 1
NNF = NNI + NNOS - 1
J = NCLAS(I)
GO TO(10,20),J
10 WRITE(LW,1520)I,NEC,NEI,NEF
    WRITE(LW,1500) (COOR(II),II=LI,LS)
    CALL GERET(NNI,NNF,EST)
    GO TO 30
20 WRITE(LW,1540)I,NEC,NEI,NEF
    WRITE(LW,1500) (COOR(II),II=LI,LS)
    CALL GESFE(NNI,NNF,EST)
30 LS = NNI
    L = (NEI - 1)*NNUD
    DO 40 K = NEI,NEF
        LI = LS
        LS = LI + NNUD - 1
        DO 40 KL = LI,LS
            L = L + 1
            L2 = LI + 1
            KLL = 2*KL - LI - 3*(KL-LI)*(KL-L2)/2
40 INCED(L) = KLL
    WRITE(LW,1600)
    LS = (NNI - 1)*NCOPN
    LI = LS - NCOPN + 1
    DO 50 K = NNI,NNF
        LI = LI + NCOPN
        LS = LS + NCOPN
50 WRITE(LW,1700)K,(COOR(KL),KL=LI,LS)
    WRITE(LW,1800)
    DO 60 K = NEI,NEF
        LLS = K*NNPE
        LLI = LLS - NNPE + 1
60 WRITE(LW,1900)K,(INCED(KL),KL=LLI,LLS)
    NEI = NEI + NEC
70 NNI = NNF
    J = NNJST
    DO 1011 K = 1,J
```

```
IH1 = K
LL = K*NCOPN
L = LL-NCOPN+1
1011 WRITE(11'IH1)(COOR(L1),L1=L,LL)
1000 FORMAT(3F10.4)
1100 FORMAT(16I5)
1200 FORMAT(//10X,'GERACAO AUTOMATICA DAS COORDENADAS E INCIDENCIAS',//10X,'NUMERO DE CASCAS =',T65,I5,/10X,'NUMERO DE ELEMENTOS =',T65,I25,/10X,'NUMERO DE NOS =',T65,I5)
1500 FORMAT(10X,'COORDENADA INICIAL R DA CASCA =',T60,F10.4,/10X,'COORDENADA INICIAL Z DA CASCA =',T60,F10.4,/10X,'ESPESSURA INICIAL DA CASCA =',T60,F10.4)
1520 FORMAT(/10X,'DADOS GERAIS DA CASCA',I5,2X,'(CASCA COM GERATRIZ RETA NCLAS=1)',//10X,'NUMERO DE ELEMENTOS DA CASCA',T65,I5,/10X,'NUMERO DO ELEMENTO INICIAL DA CASCA',T65,I5,/10X,'NUMERO DO ELEMENTO FINAL DA CASCA',T65,I5)
1540 FORMAT(/10X,'DADOS GERAIS DA CASCA',I5,2X,'(CASCA COM ARCO DE CIRCUNFERENCIA COMO GERATRIZ NCLAS=2)',//10X,'NUMERO DE ELEMENTOS DA CASCA',T65,I5,/10X,'NUMERO DO ELEMENTO INICIAL DA CASCA',T65,I5,/10X,'NUMERO DO ELEMENTO FINAL DA CASCA',T65,I5)
1600 FORMAT(//10X,'COORDENADAS DOS NOS',//18X,'NO',7X,'COOR.R',4X,'COOR.Z',6X,'ESPES.')
1700 FORMAT(/15X,I5,3X,2F10.4,2X,F10.4)
1800 FORMAT(//10X,'INCIDENCIA DOS ELEMENTOS',//15X,'ELEMENTO',8X,'NUMERO DOS NOS')
1900 FORMAT(/,15X,I5,9X,3I5)
      RETURN
      END
```

```
SUBROUTINE GERET(NNI,NNF,ESI)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
COMMON LR,LW>NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBL0Q,
1FILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,
2NARST,NARAT,NITER,NI0C,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCE0(300),NAP(201),NUAN(10),
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLU(100),ERROR,FRCT
```

```
*****
ESTA SUBROTINA GERA AS COORDENADAS E INCIDENCIAS PARA CASCAS COM
GERATRIZ RETA
*****
```

```
SQRT(X) = DSQRT(X)
ATAN(X) = DATAN(X)
SIGN(X,Y) = DSIGN(X,Y)

I = (NNF - 1)*NCOPN + 1
J = I + 1
READ(LR,1000)(COOR(K),K=I,J)
READ(LR,1000)ESF
NNUD = 3
NEC = (NNF - NNI)/(NNUD - 1)
WRITE(LW,1100)NNI,NNF
LS = I + NCOPN - 1
COOR(LS) = ESF
WRITE(LW,1200)(COOR(K),K=I,LS)
I1 = (NNI - 1)*NCOPN + 1
J1 = I1 + 1
RI = COOR(I1)
ZI = COOR(J1)
RF = COOR(I)
ZF = COOR(J)
DELR = RF - RI
DELZ = ZF - ZI
GENER = SQRT(DELR**2 + DELZ**2)
AUX1 = NEC*(NNUD - 1)
```

```
DR = DELR/AUX1
DZ = DELZ/AUX1
LI = I1 + NCOPN
LS = I
DO 10 J = LI,LS,NCOPN
K = J + 1
J1 = J - NCOPN
K1 = K - NCOPN
COOR(J) = COOR(J1) + DR
10 COOR(K) = COOR(K1) + DZ
AUX2 = ESF - ESI
BETA = AUX2/GENER
XGEN = GENER/AUX1
XES = XGEN*BETA
LI = (NNI + 1)*NCOPN
LS = NNF*NCOPN
DO 60 I = LI,LS,NCOPN
I1 = I - NCOPN
60 COOR(I) = COOR(I1) + XES
I = I - NCOPN
ESI = COOR(I)
FCRG = 57.29577951
PI = 3.141592654
RECT = PI/2.
IF(DELR)7,8,4
4 FI = DELZ/DELR
FI = ATAN(FI)
IF(FI)6,5,5
5 C = 0.
GO TO 9
6 C = 2.
GO TO 9
7 FI = DELZ/DELR
FI = ATAN(FI)
C = 1.
GO TO 9
8 FI = SIGN(RECT,DELZ)
IF(FI)6,5,5
```

```
9 FI = FI + C*PI
FI = FCRG*FI
WRITE(LW,1300)GENER,FI,XGEN
1000 FORMAT(2F10.4)
1100 FORMAT(10X,'NUMERO DO PRIMEIRO NO DA CASCA',T65,I5,/10X,'NUMERO DO
     1 ULTIMO NO DA CASCA',T65,I5)
1200 FORMAT(10X,'COORDENADA FINAL R DA CASCA',T60,F10.4,/10X,'COORDENAD
     1A FINAL Z DA CASCA',T60,F10.4,/10X,'ESPESSURA FINAL DA CASCA',T60
     2,F10.4)
1300 FORMAT(10X,'COMPRIMENTO DA GERATRIZ',T60,F10.4,/10X,'ANGULO DA GER
     1ATRIZ COM O EIXO R',T60,F10.4,2X,'( GRAUS )',/10X,'DISTANCIA ENTRE
     2 NOS',T60,F10.4)
      RETURN
      END
```

SUBROUTINE GESFE(NNI,NNF,ESI)  
IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)  
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBL0Q,LBMAX,LBLOQ,  
1IFILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,  
2NARST,NARAT,NITER,NI0C,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,  
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),  
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)  
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLD(100),ERROR,FRCT

\*\*\*\*\*  
ESTA SUBROTINA GERA AS COORDENADAS E INCIDENCIAS PARA CASCAS COM  
ARC B DE CIRCUNFERENCIA COMO GERATRIZ  
\*\*\*\*\*

SIN(X) = DSIN(X)  
COS(X) = DCOS(X)  
ATAN(X) = DATAN(X)  
SQRT(X) = DSQRT(X)  
SIGN(X,Y) = DSIGN(X,Y)  
ABS(X) = DABS(X)

I = (NNF - 1)\*NCOPN + 1  
J = I + 1  
READ(LR,1000)(COOR(K),K = I,J),CENT1,CENT2  
READ(LR,1000)ESF  
NNUD = 3  
NEC = (NNF - NNI)/(NNUD - 1)  
AUX1 = NEC\*(NNUD - 1)  
WRITE(LW,1100)NNI,NNF  
LS = I + NCOPN - 1  
COOR(LS) = ESF  
WRITE(LW,1050)(COOR(K),K=I,LS)  
FCRG = 45./ATAN(1.D+00)  
PI = 4.\*ATAN(1.D+00)  
RECT = PI/2.  
I1 = (NNI - 1)\*NCOPN + 1  
J1 = I1 + 1  
RI = COOR(I1)

```
ZI = COOR(J1)
RF = COOR(I)
ZF = COOR(J)
DELR1 = RI - CENT1
DELZI = ZI - CENT2
DELRF = RF - CENT1
DELZF = ZF - CENT2
RADIO = SQRT(DELRF**2 + DELZF**2)
IF(DELR1)40,50,10
10 FII = DELZI/DELR1
FII = ATAN(FII)
IF(FII)30,20,20
20 C = 0.
GO TO 60
30 C = 2.
GO TO 60
40 FII = DELZI/DELR1
FII = ATAN(FII)
C = 1.
GO TO 60
50 FII = SIGN(RECT,DELZI)
IF(FII)30,20,20
60 FII = FII + C*PI
IF(DELRF)100,110,70
70 FIF = DELZF/DELRF
FIF = ATAN(FIF)
IF(FIF)90,80,80
80 C = 0.
GO TO 120
90 C = 2.
GO TO 120
100 FIF = DELZF/DELRF
FIF = ATAN(FIF)
C = 1.
GO TO 120
110 FIF = SIGN(RECT,DELZF)
IF(FIF)90,80,80
120 FI2 = FIF + C*PI
```

```
ABERT = FI2 - FI1
ABER = ABS(ABERT)
AUX2 = ABS(ABER - PI)
IF(AUX2 - 0.0005)122,122,124
122 ABERT = FCRG*ABERT
WRITE(LW,1070)ABERT
CALL EXIT
124 IF(ABER - PI)126,122,128
126 FII = FI1
FIF = FI2
128 ABERT = FIF - FII
ABER = ABERT*FCRG
WRITE(LW,1300)CENT1,CENT2,RADIO,ABER
TOL = 0.005
RAD1 = SQRT(DELRI**2 + DELZI**2)
ERRO = ABS(RADIO - RAD1)/RADIO
IF(ERRO - TOL)5,5,3
3 WRITE(LW,1200) RAD1,ERRO,TOL
CALL EXIT
5 GENER = ABERT*RADIO
BETA = (ESF - ESI)/GENER
DELTA = ABERT/AUX1
XGEN = DELTA*RADIO
LI = NNI*NCOPN + 1
LS = (NNF - 1)*NCOPN + 1
FI = FII
DO 130 I = LI,LS,NCOPN
J = I + 1
FI = FI + DELTA
COOR(I) = CENT1 + RADIO*COS(FI)
130 COOR(J) = CENT2 + RADIO*SIN(FI)
FII = FCRG*F11
FI2 = FCRG*FI2
WRITE(LW,1400)FII,FI2,XGEN
LI = (NNI + 1)*NCOPN
LS = NNF*NCOPN
XES = XGEN*BETA
DO 140 I = LI,LS,NCOPN
```

```
I1 = I - NCOPN
140 COOR(I) = CDOR(I1) + XES
I = I - NCOPN
ESI = COOR(I)
1000 FORMAT(4F10.4)
1050 FORMAT(10X,'COORDENADA FINAL R DA CASCA',T60,F10.4,/10X,'COORDENAD
1A FINAL Z DA CASCA',T60,F10.4,/10X,'ESPESSURA FINAL DA CASCA',T60
2,F10.4)
1070 FORMAT(//15X,'NESTA CASCA DEVE TOMAR-SE UM PONTO INTERNO,POIS SUA
1ABERTURA =',F7.2,'( GRAUS ) IMPEDE SABER',//15X,'O SENTIDO DO DESEN
2VOLVIMENTO')
1100 FORMAT(10X,'NUMERO DO PRIMEIRO N. DA CASCA',T65,I5,/10X,'NUMERO DO
1 ULTIMO N. DA CASCA',T65,I5)
1200 FORMAT(//15X,'ERRO NOS DADOS LIDOS-O CENTRO NAO EQUIDISTA DOS PONT
1OS INICIAL E FINAL',//15X,'RAIO INICIAL =',F10.4,/15X,'ERRO RELATIV
20 =',F10.4,/15X,'TOLERANCIA =',F10.4)
1300 FORMAT(10X,'COORDENADA R DO CENTRO DA CASCA',T60,F10.4,/10X,'COORD
1ENADA Z DO CENTRO DA CASCA',T60,F10.4,/10X,'RAIO DA CASCA',T60,F10
2.4,/10X,'ANGULO DE ABERTURA',T60,F10.4,2X,'( GRAUS )')
1400 FORMAT(10X,'ANGULO INICIAL DA NORMAL COM O EIXO R',T60,F10.4,2X,'(
1 GRAUS )',//10X,'ANGULO FINAL DA NORMAL COM O EIXO R',T60,F10.4,2X,
2 '( GRAUS )',//10X,'DISTANCIA SOBRE A GERATRIZ ENTRE NOS',T60,F10.4)
RETURN
END
```

SUBROUTINE DEBLO

IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)

COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLOQ,  
1IFILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,  
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,  
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),  
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)  
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLE(100),ERROR,FRCT  
COMMON /B/ BLOC0(12864)  
COMMON /C/ BLOC1(12864)  
COMMON /D/ BLOC2(12864)

\*\*\*\*\*  
ESTA SUBROTINA DETERMINA A LARGURA DE BANDA MAXIMA DE CADA  
BLOCO ( ARMAZENANDO EM LBAND ), E O ULTIMO NO DE CADA BLUCO  
( ARMAZENANDO EM NUAN )  
\*\*\*\*\*

READ (LR,4) IPCLB  
IF (IPCLB) 409,409,410  
409 WRITE (LW,400)  
LB=0  
DO 420 I=1,NE  
J1=NNPE-1  
DO 420 J=1,J1  
L=(I-1)\*NNPE+J  
J2=J+1  
DO 420 K=J2,NNPE  
LL=(I-1)\*NNPE+K  
LBTEM=(IABS(INCED(L)-INCED(LL))+1)\*NGLN  
IF(LBTEM-LB) 420,420,402  
402 LB=LBTEM  
420 CONTINUE  
IF (LB-LBMAX) 403,403,401  
401 WRITE (LW,404) LB  
STOP  
403 NNPB=LBLOQ/(LB\*NGLN)  
NBLOQ=NN/NNPB

```
IF ( NN-NNPB*NBL0Q ) 406,406,405
405 NBL0Q=NBL0Q+1
406 NUAAN=0
DO 407 I=1,NBL0Q
LBAND ( I ) = LB
NUAAN=NUAAN+NNPB
IF ( NUAAN>NN ) 407,407,419
419 NUAAN=NN
407 NUAN(I)=NUAAN
WRITE ( LW,299 ) ( I,LBAND(I),I,NUAN(I),I=1,NBL0Q)
GO TO 300
410 WRITE ( LW,390 )
NUAAN=0
LBBNU=NGLN
NBL0Q=0
200 LBBNU=LBBNU-NGLN
LBTEM=LBBNU
NULAN=NUAAN+1
NBL0Q=NBL0Q+1
DO 7 I=NULAN,NN
DO 5 J=1,NE
DO 6 K=1,NNPE
L=(J-1)*NNPE+K
IF ( I-INCED(L) ) 6,11,6
6 CONTINUE
GO TO 5
11 DO 17 K=1,NNPE
L=(J-1)*NNPE+K
NDIF = I-INCED(L)
LB = (IABS(NDIF)+1)*NGLN
IF ( LBTEM-LB ) 18,17,17
18 LBTEM=LB
17 CONTINUE
5 CONTINUE
IF ( LBTEM-LBMAX ) 21,21,22
22 WRITE ( LW,40 ) I ,LBTEM,LBMAX
STOP
21 IF ( LBTEM*(I-NULAN+1)*NGLN-LBL0Q ) 24,25,26
```

```
24 LBBNU=LBTEM
    NUAAN=I
    GO TO 7
25 LBBNU=LBTEM
    NUAAN=I
    GO TO 100
26 NUAAN=I-1
    GO TO 100
7 CONTINUE
100 LBAND(NBLOQ)=LBBNU
    NUAN(NBLOQ)=NUAAN
    IF (NUAAN-NN) 200,298,298
298 WRITE (LW,299) (I,LBAND(I),I,NUAN(I),I=1,NBLOQ)
300 LBMAX=LBAND(1)
    IF (NBLOQ-1) 600,600,601
601 DO 500 I=2,NBLOQ
    LB=LBAND(I)
    IF (LBMAX-LB) 501,500,500
501 LBMAX=LB
500 CONTINUE
600 CONTINUE
4 FORMAT (I5)
40 FORMAT (//,1X,'NA EQUACAO CORRESPONDENTE AO NO',I5,'A SEMI-LARGURA
 * DE BANDA E',I5,' SUPERIOR AO MAXIMO ADMITIDO QUE E DE ',I5)
299 FORMAT(//10X,'LARGURA DE BANDA DO BLOCO (',I2,') =',I5,10X,'ULTIMO
 * NO DO BLOCO (',I2,') =',I5)
390 FORMAT(//10X,'LARGURA DE BANDA VARIAVEL POR BLOCO')
400 FORMAT(//10X,'LARGURA DE BANDA CONSTANTE POR BLOCO')
404 FORMAT(//10X,'LARGURA DE BANDA MAIOR QUE A PERMITIDA**PARE***',I5)
    RETURN
END
```

SUBROUTINE CASC1

IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)

DIMENSION CHIS(10),PESO(10),ESAP(3),COEF1(3),COEF2(3),DMAT(8,8),BN  
10(8,12),BN1(8,12),BN2(8,12),CNA0(12,12),CNA1(12,12),CNA2(12,12),CN  
2A3(12,12),CNA4(12,12),CNO(12,12),CN1(12,12),CN2(12,12),CN3(12,12),  
3CN4(12,12),FINU(9),FINW(18),FIHL(4,12),TNO(4,4),TN1(4,4),TN2(4,4),  
4DNA0(12,12),DNA1(12,12),DNA2(12,12),DNO(12,12),DN1(12,12),  
5DN2(12,12),UNID(20)

COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLOQ,  
1FILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,  
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,  
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),  
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)

COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT

COMMON /B/ BLOC0(12864)

COMMON /C/ BLOC1(12864)

COMMON /D/ BLOC2(12864)

C

C

C

C

C

C

\*\*\*\*\*  
ESTA SUBROTINA CALCULA AS COMPONENTES DAS MATRIZES DE RIGIDEZ E DE  
MASSA INDEPENDENTES DO HARMONICO  
\*\*\*\*\*

NPINT = 7  
READ(LR,112) UNID  
WRITE(LW,121) UNID  
DO 15 I=1,9  
15 NGRUP(I) = 0.  
LOVE = NTI  
CALL COEFL(NPINT,CHIS,PESO)  
IH40 = 0  
READ(LR,1000)NGRUP(10)  
WRITE(LW,1100)NGRUP(10)  
NM1 = 0  
DO 10 I = 1,9  
10 NM1 = NM1 + NGRUP(I)  
IF(ICARG)20,25,20  
20 IH41 = -4

INCRE = 5  
GO TO 29  
25 IH41 = 0  
INCRE = 1  
29 IF(ITIPR.EQ.1) GO TO 30  
IF(ICARG) 21,26,21  
21 IH51 = -2  
INCRA = 3  
GO TO 30  
26 IH51 = 0  
INCRA = 1  
30 NGR10 = NGRUP(10)  
DO 400 NG = 1,NGR10  
WRITE(LW,35) NG  
NM1 = NM1 + 1  
READ(LR,1000)(NELIG(NM1,I),I=1,4)  
WRITE(LW,1200)(NELIG(NM1,I),I=1,4)  
NEI = NELIG(NM1,1)  
NEF = NELIG(NM1,2)  
IF(NELIG(NM1,4) - 1)110,40,110  
40 IF(ILEC)50,70,50  
50 READ(LR,1250)E1,E2,G12,POI12,POI21,ALFA1,ALFA2,DENSI,GAMA  
J = (NEI - 1)\*NCOPN  
DO 60 I = 1,3  
J = NCOPN + J  
60 ESAP(I) = COOR(J)  
GO TO 80  
70 READ(LR,1300)E1,E2,G12,POI12,POI21,(ESAP(I),I=1,3),ALFA1,ALFA2,  
1DENSI,GAMA  
80 WRITE(LW,1400)E1,E2,G12,POI12,POI21,(ESAP(I),I=1,3),ALFA1,ALFA2,  
1DENSI,GAMA  
IH40 = IH40 + 1  
IF(85 - IH40)90,100,100  
90 WRITE(LW,1500)  
STOP  
100 WRITE(40\*IH40)E1,E2,G12,POI12,POI21,(ESAP(I),I=1,3),ALFA1,ALFA2,  
1DENSI,GAMA  
GO TO(400,140),ILDAT

```
110 IF(85 - (IH40 + NEF - NEI + 1))120,130,130
120 WRITE(LW,1500)
    STOP
130 WRITE(LW,1600)
140 DO 350 IH = NEI,NEF
    IF(NELIG(NM1,4) - 1)150,200,150
150 IF(ILEC)160,180,160
160 READ(LR,1250)E1,E2,G12,POI12,POI21,ALFA1,ALFA2,DENSI,GAMA
    J = (IH - 1)*NCOPN
    DO 170 I = 1,3
    J = J + NCOPN
170 ESAP(I) = COOR(J)
    GO TO 190
180 READ(LR,1300)E1,E2,G12,POI12,POI21,(ESAP(I),I=1,3),ALFA1,ALFA2,
    1DENSI,GAMA
190 WRITE(LW,1700)IH,E1,E2,G12,POI12,POI21,(ESAP(I),I=1,3),ALFA1,ALFA2
    1,DENSI,GAMA
    IH40 = IH40 + 1
    WRITE(40*IH40)E1,E2,G12,POI12,POI21,(ESAP(I),I=1,3),ALFA1,ALFA2,
    1DENSI,GAMA
    GO TO(350,210),ILDAT
200 GO TO(400,210),ILDAT
210 DO 215 I = 1,12
    DO 215 J = 1,12
    CNO(I,J) = 0.
    CN1(I,J) = 0.
    CN2(I,J) = 0.
    CN3(I,J) = 0.
215 CN4(I,J) = 0.
    IF(ITTIPR.EQ.1) GO TO 225
    DO 220 I = 1,12
    DO 220 J = 1,12
    DNO(I,J) = 0.
    DN1(I,J) = 0.
220 DN2(I,J) = 0.
225 CALL AUXC1(IH,COEF1,COEF2)
    DO 246 NP = 1,NPINT
    CHI = CHIS(NP)
```

```

PESOI = PESO(NP)
CALL AUXC2(IH,CDEF1,CDEF2,CHI,BNO,BN1,BN2,ESAP,ES,CUR1,CUR2,DETEJ,
1FINU,FINW,C1,C2)
CALL CMATD(ES,E1,E2,G12,POI1Z,POI21,CUR1,CUR2,LOVE,DMAT)
DETEJ = DETEJ*PESOI
CALL AUXC3(DMAT,BNO,BN1,BN2,CNA0,CNA1,CNA2,CNA3,CNA4,DETEJ)
IF(ITIPR.EQ.1) GO TO 226
CALL AUXC4(FINU,FINW,CUR1,CUR2,ES,DENSI,CDEF1,CDEF2,C1,C2,LOVE,
1FIHL,TNO,TN1,TN2)
CALL AUXC5(FIHL,TNO,TN1,TN2,DNA0,DNA1,DNA2,DETEJ)
226 DO 240 I = 1,12
DO 240 J = 1,12
CNO(I,J) = CNO(I,J) + CNA0(I,J)
IF(ICARG)230,240,230
230 CN1(I,J) = CN1(I,J) + CNA1(I,J)
CN2(I,J) = CN2(I,J) + CNA2(I,J)
CN3(I,J) = CN3(I,J) + CNA3(I,J)
CN4(I,J) = CN4(I,J) + CNA4(I,J)
240 CONTINUE
IF(ITIPR.EQ.1) GO TO 246
DO 245 I = 1,12
DO 245 J = 1,12
DNO(I,J) = DNO(I,J) + DNA0(I,J)
IF(ICARG) 235,245,235
235 DN1(I,J) = DN1(I,J) + DNA1(I,J)
DN2(I,J) = DN2(I,J) + DNA2(I,J)
245 CONTINUE
246 CONTINUE
IF(IFPR(1).EQ.0) GO TO 500
WRITE(LW,16) NG,IH
WRITE(LW,1)
WRITE(LW,9)((CNO(I,J),J=1,12),I=1,12)
WRITE(LW,2)
WRITE(LW,9)((CN1(I,J),J=1,12),I=1,12)
WRITE(LW,3)
WRITE(LW,9)((CN2(I,J),J=1,12),I=1,12)
WRITE(LW,4)
WRITE(LW,9)((CN3(I,J),J=1,12),I=1,12)

```

```
WRITE(LW,5)
WRITE(LW,9)((CN4(I,J),J=1,12),I=1,12)
IF(ITIPR.EQ.1) GO TO 500
WRITE(LW,17) NG,IH
WRITE(LW,11)
WRITE(LW,9)((DNO(I,J),J=1,12),I=1,12)
WRITE(LW,12)
WRITE(LW,9)((DN1(I,J),J=1,12),I=1,12)
WRITE(LW,13)
WRITE(LW,9)((DN2(I,J),J=1,12),I=1,12)
500 CONTINUE
IH41 = IH41 + INCRE
ICNO = IH41
WRITE(41*ICNO)((CNO(I,J),J=1,12),I=1,12)
IF(ICARG)250,260,250
250 ICN1 = IH41 + 1
ICN2 = IH41 + 2
ICN3 = IH41 + 3
ICN4 = IH41 + 4
WRITE(41*ICN1)((CN1(I,J),J=1,12),I=1,12)
WRITE(41*ICN2)((CN2(I,J),J=1,12),I=1,12)
WRITE(41*ICN3)((CN3(I,J),J=1,12),I=1,12)
WRITE(41*ICN4)((CN4(I,J),J=1,12),I=1,12)
260 IF(ITIPR.EQ.1) GO TO 265
IH51 = IH51 + INCRA
IDNO = IH51
WRITE(51*IDNO)((DNO(I,J),J=1,12),I=1,12)
IF(ICARG) 255,265,255
255 IDN1 = IH51 + 1
IDN2 = IH51 + 2
WRITE(51*IDN1)((DN1(I,J),J=1,12),I=1,12)
WRITE(51*IDN2)((DN2(I,J),J=1,12),I=1,12)
265 IF(NELIG(NM1,4) - 1)350,270,350
270 IF(NELIG(NM1,3))350,280,350
280 NEI = NEI + 1
DO 300 IH1 = NEI,NEF
IH41 = IH41 + INCRE
ICNO = IH41
```

```

      WRITE(41'ICNO)((CNO(I,J),J=1,12),I=1,12)
      IF(ICARG)290,300,290
290 ICN1 = IH41 + 1
      ICN2 = IH41 + 2
      ICN3 = IH41 + 3
      ICN4 = IH41 + 4
      WRITE(41'ICN1)((CN1(I,J),J=1,12),I=1,12)
      WRITE(41'ICN2)((CN2(I,J),J=1,12),I=1,12)
      WRITE(41'ICN3)((CN3(I,J),J=1,12),I=1,12)
      WRITE(41'ICN4)((CN4(I,J),J=1,12),I=1,12)
300 CONTINUE
      IF(ITIPR.EQ.1) GO TO 400
      DO 305 IH1 = NEI,NEF
      IH51 = IH51 + INCRA
      IDNO = IH51
      WRITE(51'DNO)((DNO(I,J),J=1,12),I=1,12)
      IF(ICARG) 295,305,295
295 IDN1 = IH51 + 1
      IDN2 = IH51 + 2
      WRITE(51'DN1)((DN1(I,J),J=1,12),I=1,12)
      WRITE(51'DN2)((DN2(I,J),J=1,12),I=1,12)
305 CONTINUE
      GO TO 400
350 CONTINUE
400 CONTINUE
1 FORMAT(/10X,'MATRIZ CNO',/)
2 FORMAT(/10X,'MATRIZ CN1',/)
3 FORMAT(/10X,'MATRIZ CN2',/)
4 FORMAT(/10X,'MATRIZ CN3',/)
5 FORMAT(/10X,'MATRIZ CN4',/)
9 FORMAT(2X,12E10.4)
11 FORMAT(/10X,'MATRIZ DNO',/)
12 FORMAT(/10X,'MATRIZ DN1',/)
13 FORMAT(/10X,'MATRIZ DN2',/)
16 FORMAT(/10X,'MATRIZES AUXILIARES P/ A CONSTRUCAO DA MATRIZ DE RIGI
     IDEZ',/10X,'NUMERO DO GRUPO =',I5,/10X,'NUMERO DO ELEMENTO =',I5)
17 FORMAT(/10X,'MATRIZES AUXILIARES P/ A CONSTRUCAO DA MATRIZ DE MASS
     1A ',/10X,'NUMERO DO GRUPO =',I5,/10X,'NUMERO DO ELEMENTO =',I5)

```

35 FORMAT(//10X,'DADOS GERAIS DO GRUPO',I5)  
112 FORMAT(20A4)  
121 FORMAT(//10X,'UNIDADES UTILIZADAS',//10X,20A4)  
1000 FORMAT(4I5)  
1100 FORMAT(//10X,'NUMERO DE GRUPOS DE ELEMENTOS DE CASCA AXISIMETRICA  
\*=' ,I5)  
1200 FORMAT(//10X,'NUMERO DO ELEMENTO INICIAL DO GRUPO:',T65,I5/10X,'NU  
\*MERO DO ELEMENTO FINAL DO GRUPO:',T65,I5/10X,'INDICE DA MATRIZ DE  
\*RIGIDEZ:',T65,I5,2X,'(P/ MATRIZES DE RIGIDEZ; IGUAIS =0 ;DIFERENTES  
\* #0)',/10X,'INDICE DAS PROPRIEDADES:',T65,I5,2X,'(P/ PROPRIEDADES;  
\*IGUAIS =1 ;DIFERENTES #1)')  
1250 FORMAT(3F10.2,2F5.3,4E10.4)  
1300 FORMAT(3F10.2,2F5.3,3F5.3,2E10.4,/ ,2E10.4)  
1400 FORMAT(//10X,'PROPRIEDADES ELASTICAS DOS ELEMENTOS DO GRUPO (TODAS  
\* AS PROPRIEDADES SAO IGUAIS NO GRUPO)',//10X,'E1 =',3X,E14.7,6X,'  
1E2 =',3X,E14.7,6X,'G12 =',2X,E14.7,/10X,'POI12 =',9X,F5.3,6X,'POI2  
21 =',9X,F5.3,/10X,'ESPES. NO I =',F8.4,6X,'ESPES. NO J =',F8.4,6X,  
3\*ESPES. NO K =',F8.4,/10X,'ALFA1 =',E14.7,6X,'ALFA2 =',E14.7,/10X,'  
4Densi =',E14.7,6X,'GAMA =',E14.7)  
1500 FORMAT(//10X,'O ARQUIVO 40 DAS PROPRIEDADES ELASTICAS FOI SUPERADO  
1 - O PROCESSAMENTO FOI SUSPENSO')  
1600 FORMAT(//10X,'PROPRIEDADES ELASTICAS DOS ELEMENTOS DO GRUPO (PROPR  
IEIDADES DIFERENTES NO GRUPO)',//10X,'NEL.',8X,'E1',10X,'E2',9X,'G  
212',5X,'POI12',2X,'POI21',5X,'ESP.I',5X,'ESP.J',5X,'ESP.K',6X,'ALF  
3A1',6X,'ALFA2',6X,'Densi',6X,'GAMA ')  
1700 FORMAT(/10X,I3,2X,3(F11.2,1X),2(2X,F5.3),3(2X,F8.3),2(3X,E8.3),  
12(3X,E8.3))  
RETURN  
END

```
SUBROUTINE COEFI(NPINT,CHI,PESO)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION CHI (10),PESO(10)
```

```
C
C **** * **** * **** * **** * **** * **** * **** * **** * **** *
C ESTA SUBROTINA FORNECE OS PONTOS E OS PESOS DE INTERPOLACAO DE
C GAUSS-LÉGENDRE DA INTEGRACAO NUMERICA
C **** * **** * **** * **** * **** * **** * **** * **** * **** *
```

```
GO TO (1,2,3,4,5,6,7,8),NPINT
```

```
1 NPINT=2
2 CHI(1)=-0.577350269189626
  CHI(2)=-CHI(1)
  PESO(1)=1.
  PESO(2)=1.
  GO TO 300
```

```
3 CHI(1)=-0.774596669241483
  CHI(2)=0.
  CHI(3)=-CHI(1)
  PESO(1)=0.5555555555555556
  PESO(2)=0.88888888888889
  PESO(3)=PESO(1)
  GO TO 300
```

```
4 CHI(1)=-0.861136311594053
  CHI(2)=-0.339981043584856
  CHI(3)=-CHI(2)
  CHI(4)=-CHI(1)
  PESO(1)=0.347854845137454
  PESO(2)=0.652145154862546
  PESO(3)=PESO(2)
  PESO(4)=PESO(1)
  GO TO 300
```

```
5 CHI(1)=-0.906179845938664
  CHI(2)=-0.538469310105683
  CHI(3)=0.
  CHI(4)=-CHI(2)
  CHI(5)=-CHI(1)
  PESO(1)=0.236926885056189
```

PESO(2)=0.478628670499366  
PESO(3)=0.56888888888889  
PESO(4)=PESO(2)  
PESO(5)=PESO(1)  
GO TO 300

6 CHI(1)=-0.932469514203152  
CHI(2)=-0.661209386466264  
CHI(3)=-0.238619186083197  
CHI(4)=-CHI(3)  
CHI(5)=-CHI(2)  
CHI(6)=-CHI(1)  
PESO(1)=0.171324492379170  
PESO(2)=0.360761573048139  
PESO(3)=0.467913934572691  
PESO(4)=PESO(3)  
PESO(5)=PESO(2)  
PESO(6)=PESO(1)  
GO TO 300

7 CHI(1)=-0.949107912342758  
CHI(2)=-0.741531185599394  
CHI(3)=-0.405845151377397  
CHI(4)=0.  
CHI(5)=-CHI(3)  
CHI(6)=-CHI(2)  
CHI(7)=-CHI(1)  
PESO(1)=0.129484966168870  
PESO(2)=0.279705391489277  
PESO(3)=0.381830050505119  
PESO(4)=0.417959183673469  
PESO(5)=PESO(3)  
PESO(6)=PESO(2)  
PESO(7)=PESO(1)  
GO TO 300

8 CHI(1)=-0.960289856497536  
CHI(2)=-0.796666477413627  
CHI(3)=-0.525532409916329  
CHI(4)=-0.183434642495650  
CHI(5)=-CHI(4)

```
CHI(6)=-CHI(3)
CHI(7)=-CHI(2)
CHI(8)=-CHI(1)
PESO(1)=0.101228536290376
PESO(2)=0.222381034453374
PESO(3)=0.313706645877887
PESO(4)=0.362683783378362
PESO(5)=PESO(4)
PESO(6)=PESO(3)
PESO(7)=PESO(2)
PESO(8)=PESO(1)
```

```
300  CONTINUE
      RETURN
      END
```

SUBROUTINE AUXC1(IH,XXX,YYY)  
IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)  
DIMENSION RAP(5),ZAP(5),DFINU(3),XXX(3),YYY(3),CHI(3)  
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBL0Q,  
1IFILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,  
ZNARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,  
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),  
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)  
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLD(100),ERROR,FRCT

\*\*\*\*\*  
ESTA SUBROTINA CALCULA A VARIACAO DO COMPRIMENTO DE ARCO(XXX) E A  
RELACAO (YYY) VARIACAO DO COMPRIMENTO DE ARCO PELO RAIO DE CURVATU  
RA EM CADA NO DO ELEMENTO (IH)  
\*\*\*\*\*

SQRT(X) = DSQRT(X)  
CHI(1) = -1.  
CHI(2) = 1.  
CHI(3) = 0.  
J = (IH - 1)\*NNPE  
DO 10 I = 1,3  
J = J + 1  
JI = INCED(J)  
JI = (JI - 1)\*NCOPN + 1  
RAP(1) = COOR(JI)  
10 ZAP(1) = COOR(JI + 1)  
RAP(5) = RAP(1) + RAP(2) - 2.0\*RAP(3)  
ZAP(5) = ZAP(1) + ZAP(2) - 2.0\*ZAP(3)  
DO 30 I = 1,3  
DFINU(1) = -0.5 + CHI(I)  
DFINU(2) = 0.5 + CHI(I)  
DFINU(3) = -2.0\*CHI(I)  
RAP(4) = 0.  
ZAP(4) = 0.  
DO 20 I1 = 1,3  
RAP(4) = RAP(4) + DFINU(I1)\*RAP(I1)  
20 ZAP(4) = ZAP(4) + DFINU(I1)\*ZAP(I1)

```
XXX(I) = SQRT(RAP(4)**2 + ZAP(4)**2 )
30 YYY(I) = (RAP(5)*ZAP(4) - RAP(4)*ZAP(5))/XXX(I)**2
RETURN
END
```

```

SUBROUTINE AUXC2(IH,COEF1,COEF2,CHI,BNO,BN1,BN2,ESAP,ES,CUR1,CUR2,
1 DETEJ,FINU,FINW,C1,C2)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION COEF1(3),COEF2(3),BNO(8,12),BN1(8,12),BN2(8,12),FINU(9),
1 FINW(18),RAP(3),ZAP(3),ALFA(2),CURV1(2),CURV2(2),ESAP(3)
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBL0Q,
1 FILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,
2 NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,
3 ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),
4 LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)
COMMON /A/ COQR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT

```

\*\*\*\*\*  
ESTA SUBROTINA CALCULA AS MATRIZES BDL,BIL,B2L PARA A CONSTRUCAO  
DAS PARCELAS DAS COMPONENTES DA MATRIZ RIGIDEZ INDEPENDENTES DO  
HARMONICO EM CADA PONTO DE INTEGRACAO NO ELEMENTO  
\*\*\*\*\*

```

DO 10 I = 1,8
DO 10 J = 1,12
BNO(I,J) = 0.
BN1(I,J) = 0.
10 BN2(I,J) = 0.
I1 = -3
CALL CAEFM(IH,CHI,FINU,FINW,RAP,ZAP,ALFA,CURV1,CURV2)
C1 = 1.0/ALFA(1)
C2 = 1.0/RAP(1)
C3 = ALFA(2)/ALFA(1)
C4 = RAP(2)/(RAP(1)*ALFA(1))
DO 30 J01 = 1,3
J02 = J01 + 3
J03 = J01 + 6
J11 = J01 + 9
J12 = J01 + 12
J13 = J01 + 15
I1 = I1 + 4
I2 = I1 + 1
I3 = I2 + 1

```

```

I4 = I3 + 1
BNO(1,I1) = C1*FINU(J02) + CURV1(1)*COEF2(J01)*FINW(J11)
BNO(1,I3) = CURV1(1)*FINW(J01)
BNO(1,I4) = -CURV1(1)*COEF1(J01)*FINW(J11)
BNO(2,I1) = C4*FINU(J01) + CURV2(1)*COEF2(J01)*FINW(J11)
BNO(2,I3) = CURV2(1)*FINW(J01)
BNO(2,I4) = -CURV2(1)*COEF1(J01)*FINW(J11)
BNO(3,I2) = C1*FINU(J02)
BNO(4,I2) = -C4*FINU(J01)
AUX = C1*COEF2(J01)*(C3*FINW(J12) - FINW(J13))
BNO(5,I1) = C1*(CURV1(2)*FINU(J01) + CURV1(1)*FINU(J02) + AUX)
BNO(5,I3) = C1**2*(C3*FINW(J02) - FINW(J03))
BNO(5,I4) = -C1**2*COEF1(J01)*(C3*FINW(J12) - FINW(J13))
BNO(6,I1) = C4*(CURV1(1)*FINU(J01) - C1*COEF2(J01)*FINW(J12))
BNO(6,I3) = -C4*C1*FINW(J02)
BNO(6,I4) = C4*C1*COEF1(J01)*FINW(J12)
BNO(7,I2) = C1*(CURV2(2)*FINU(J01) + CURV2(1)*FINU(J02))
BNO(8,I2) = -C4*CURV2(1)*FINU(J01)
IF(ICARG)20,30,20
20 AUX = C2*FINU(J01)
BN1(2,I2) = -AUX
BN1(4,I1) = AUX
BN1(6,I2) = -CURV2(1)*AUX
AUX1 = C2*COEF2(J01)*(C4*FINW(J11) - C1*FINW(J12))
BN1(7,I1) = AUX1
BN1(7,I3) = C2*(C4*FINW(J01) - C1*FINW(J02))
BN1(7,I4) = -C2*COEF1(J01)*(C4*FINW(J11) - C1*FINW(J12))
BN1(8,I1) = AUX1 + CURV1(1)*AUX
BN1(8,I3) = BN1(7,I3)
BN1(8,I4) = BN1(7,I4)
AUX = C2**2
BN2(6,I1) = AUX*COEF2(J01)*FINW(J11)
BN2(6,I3) = AUX*FINW(J01)
BN2(6,I4) = -AUX*COEF1(J01)*FINW(J11)
30 CONTINUE
CUR1 = CURV1(1)
CUR2 = CURV2(1)
ES = 0.

```

```
DO 40 I = 1,3
40 ES = ES + ESAP(I)*FINU(I)
DETEJ = RAP(1)*ALFA(1)
RETURN
END
```

```

SUBROUTINE CAEFM(IH,CHI,FINU,FINW,RAP,ZAP,ALFA,CURV1,CURV2)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION FINU(9),FINW(18),RAP(3),ZAP(3),ALFA(2),CURV1(2),CURV2(2)
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLQ,
1IFILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,
2NARST,NARAT,NITER,NIQC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT

```

```

*****
ESTA SUBROTINA CALCULA O VALOR DAS FUNCoes DE INTERPOLACAO DOS
DESLOCAMENTOS E DA GEOMETRIA EM CADA PONTO DE INTEGRACAO NO
ELEMENTO
*****

```

```

SQRT(X) = DSQRT(X)
A1 = CHI
A2 = A1**2
A3 = A1*A2
B1 = 1. - A1
B2 = B1**2
C1 = 1. + A1
C2 = C1**2
D1 = 1. - A2
D2 = D1**2
E1 = 1. - 0.75*A1
F1 = 1. + 0.75*A1
G1 = 1. - 1.875*A1
H1 = 1. + 1.875*A1
FINU(1) = -0.5*A1*B1
FINU(2) = 0.5*A1*C1
FINU(3) = D1
FINU(4) = -0.5 + A1
FINU(5) = 0.5 + A1
FINU(6) = -2.0*A1
FINU(7) = 1.0
FINU(8) = 1.0

```

```

FINU(9) = -2.0
FINW(1) = A2*B2*F1
FINW(2) = A2*C2*E1
FINW(3) = D2
FINW(4) = 2.0*A1*D1*G1
FINW(5) = 2.0*A1*D1*H1
FINW(6) = -4.0*A1*D1
FINW(7) = 2.0 - 7.5*A1 - 6.0*A2 + 15.0*A3
FINW(8) = 2.0 + 7.5*A1 - 6.0*A2 - 15.0*A3
FINW(9) = -4.0 + 12.0*A2
FINW(10) = 0.25*A2*B2*C1
FINW(11) = -0.25*A2*C2*B1
FINW(12) = A1*D2
FINW(13) = 0.25*A1*B1*(2.0 - A1 - 5.0*A2)
FINW(14) = -0.25*A1*C1*(2.0 + A1 - 5.0*A2)
FINW(15) = D1*(1.0 - 5.0*A2)
FINW(16) = 0.5 - 1.5*A1 - 3.0*A2 + 5.0*A3
FINW(17) = -0.5 - 1.5*A1 + 3.0*A2 + 5.0*A3
FINW(18) = -12.*A1 + 20.*A3
DO 10 I = 1,3
RAP(I) = 0.
10 ZAP(I) = 0.
J = (IH - 1)*NNPE
DO 20 I1 = 1,3
I2 = I1 + 3
I3 = I1 + 6
J = J + 1
JI = INCED(J)
JI = (JI - 1)*NCOPN + 1
R = COOR(JI)
Z = COOR(JI +1)
RAP(1) = RAP(1) + FINU(I1)*R
ZAP(1) = ZAP(1) + FINU(I1)*Z
RAP(2) = RAP(2) + FINU(I2)*R
ZAP(2) = ZAP(2) + FINU(I2)*Z
RAP(3) = RAP(3) + FINU(I3)*R
20 ZAP(3) = ZAP(3) + FINU(I3)*Z
ALFA(1) = SQRT(RAP(2)**2 + ZAP(2)**2)

```

```
ALFA(2) = (RAP(2)*RAP(3) + ZAP(2)*ZAP(3))/ALFA(1)
CURV1(1) = (RAP(3)*ZAP(2) - RAP(2)*ZAP(3))/ALFA(1)**3
CURV2(1) = -ZAP(2)/(ALFA(1)*RAP(1))
AUX1 = ALFA(2)/ALFA(1)
AUX2 = RAP(2)/RAP(1)
CURV1(2) = -3.0*CURV1(1)*AUX1
CURV2(2) = -(ZAP(3)/(ALFA(1)*RAP(1)) + CURV2(1)*(AUX1 + AUX2))
RETURN
END
```

SUBROUTINE CMATD(ES,E1,E2,G12,POI12,POI21,CUR1,CUR2,LOVE,DMAT)  
IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)  
DIMENSION DMAT(8,8)

\*\*\*\*\*  
ESTA SUBROTINA CALCULA AS PARCELAS DA MATRIZ DE ELASTICIDADE DO  
ELEMENTO EM CADA PONTO DE INTERPOLACAO  
\*\*\*\*\*

DENO = 1. - POI12\*POI21  
E11 = E1/DENO  
E22 = E2/DENO  
C1 = E11\*ES  
C2 = E22\*ES  
D1 = E11\*ES\*\*3/12.  
D2 = E22\*ES\*\*3/12.  
G1 = G12\*ES  
H = G12\*ES\*\*3/12.  
IF(LOVE)10,20,10  
10 A = 0.  
GO TO 30  
20 A = CUR1 - CUR2  
30 DO 40 I = 1,8  
DO 40 J = I,8  
40 DMAT(I,J) = 0.  
DMAT(1,1) = C1 + A\*CUR1\*D1  
DMAT(1,2) = POI12\*C1  
DMAT(1,5) = -A\*D1  
DMAT(2,2) = C2 - A\*CUR2\*D2  
DMAT(2,6) = A\*D2  
DMAT(3,3) = G1 + A\*CUR1\*H  
DMAT(3,4) = G1  
DMAT(3,7) = -A\*H  
DMAT(4,4) = G1 - A\*CUR2\*H  
DMAT(4,8) = A\*H  
DMAT(5,5) = D1  
DMAT(5,6) = POI12\*D1  
DMAT(6,6) = D2

```
DMAT(7,7) = H
DMAT(7,8) = H
DMAT(8,8) = H
DO 50 I = 1,7
  J = I + 1
  DO 50 K = J,8
50  DMAT(K,I) = DMAT(I,K)
RETURN
END
```

SUBROUTINE AUXC3(DMAT,BNO,BN1,BN2,CNA0,CNA1,CNA2,CNA3,CNA4,DETEJ)  
IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)  
DIMENSION DMAT(8,8),BNO(8,12),BN1(8,12),BN2(8,12),CNA0(12,12),CNA1  
1(12,12),CNA2(12,12),CNA3(12,12),CNA4(12,12),OPER(8,12)  
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLQQ,LBMAX,LBLOQ,  
1FILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,  
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,  
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),  
4LBAND(10),NEMPE(10),IFACI(20),IFPR(10)

\*\*\*\*\*  
ESTA SUBROTINA CALCULA AS PARCELAS DAS COMPONENTES DA MATRIZ DE  
RIGIDEZ INDEPENDENTES DO HARMONICO PARA CADA PONTO DE INTEGRACAO  
NO ELEM ENTO  
\*\*\*\*\*

I = 1  
J = 2  
K = 3  
L = 4  
M = 8  
N = 12  
CALL TSUMU(DMAT,M,M,J,BNO,M,N,OPER,M)  
CALL TSUMU(BNO,M,N,L,OPER,M,N,CNA0,N)  
IF(ICARG)10,20,10  
10 CALL TSUMU(BN1,M,N,L,OPER,M,N,CNA1,N)  
CALL TSUMU(CNA1,N,N,K,CNA1,N,N,CNA1,N)  
CALL TSUMU(BN2,M,N,L,OPER,M,N,CNA2,N)  
CALL TSUMU(CNA2,N,N,K,CNA2,N,N,CNA2,N)  
CALL TSUMU(DMAT,M,M,J,BN1,M,N,OPER,M)  
CALL TSUMU(BN1,M,N,L,OPER,M,N,CNA3,N)  
CALL TSUMU(CNA2,N,N,I,CNA3,N,N,CNA2,N)  
CALL TSUMU(BN2,M,N,L,OPER,M,N,CNA3,N)  
CALL TSUMU(CNA3,N,N,K,CNA3,N,N,CNA3,N)  
CALL TSUMU(DMAT,M,M,J,BN2,M,N,OPER,M)  
CALL TSUMU(BN2,M,N,L,OPER,M,N,CNA4,N)  
20 DO 40 I = 1,12  
DO 40 J = 1,12

```
CNA0(I,J) = DETEJ*CNA0(I,J)
IF(ICARG)30,40,30
30 CNA1(I,J) = DETEJ*CNA1(I,J)
CNA2(I,J) = DETEJ*CNA2(I,J)
CNA3(I,J) = DETEJ*CNA3(I,J)
CNA4(I,J) = DETEJ*CNA4(I,J)
40 CONTINUE
RETURN
END
```

```

SUBROUTINE AUXC4(FINU,FINW,CUR1,CUR2,ES,DENSI,COEF1,COEF2,C1,
*C2,LOVE,FIHL,TNO,TN1,TN2)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION FIHL(4,12),FINU(9),FINW(18),COEF1(3),COEF2(3),
* TNO(4,4),TN1(4,4),TN2(4,4)
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLQ,LBMAX,LBLQ,
1FILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)

```

C  
C  
C  
C  
C

```

*****ESTA SUBROTINA CALCULA AS MATRIZES MOL,M1L,M2L PARA A CONSTRUCAO
DAS PARCELAS DAS COMPONENTES DA MATRIZ DE MASSA INDEPENDENTES DO
HARMONICO PARA CADA PONTO DE INTEGRACAO NO ELEMENTO
*****
```

```

DO 10 I=1,4
DO 10 J=1,12
10 FIHL(I,J)=0.
I1 = -3
DO 20 J01 = 1,3
J02 = J01 + 3
J03 = J01 + 6
J11 = J01 + 9
J12 = J01 + 12
J13 = J01 + 15
I1 = I1 + 4
I2 = I1 + 1
I3 = I2 + 1
I4 = I3 + 1
FIHL(1,I1) = FINU(J01)
FIHL(2,I2) = FINU(J01)
FIHL(3,I1) = FINW(J11)*COEF2(J01)
FIHL(3,I3) = FINW(J01)
FIHL(3,I4) = -FINW(J11)*COEF1(J01)
FIHL(4,I1) = FINU(J01)*CUR1-COEF2(J01)*FINW(J12)*C1
FIHL(4,I3) = -FINW(J02)*C1

```

```
20 FIHL(4,I4) = FINW(J12)*COEF1(J01)*C1
AUX1 = DENS1*ES
AUX2 = AUX1*ES*ES
CC1 = AUX1
CC2 = 0.
CC3 = AUX2/12.
IF (LOVE) 40,30,40
30 AUX3 = (CUR1 + CUR2)*AUX2
AUX4 = CUR1*CUR2*AUX2
AUX5 = AUX4*ES*ES
CC1 = CC1 + AUX4/12.
CC2 = AUX3/12.
CC3 = CC3 + AUX5/80.
40 DO 50 I = 1,4
DO 50 J = 1,4
TN0(I,J) = 0.
TN1(I,J) = 0.
50 TN2(I,J) = 0.
TN0(1,1) = CC1
TN0(1,4) = CC2
TN0(2,2) = CC1 + 2.*CC2*CUR2 + CC3*CUR2*CUR2
TN0(3,3) = CC1
TN0(4,1) = TN0(1,4)
TN0(4,4) = CC3
IF (ICARG) 60,70,60
60 TN1(2,3) = -(CC2 + CC3*CUR2)*C2
TN1(3,2) = TN1(2,3)
TN2(3,3) = CC3*C2*C2
70 CONTINUE
RETURN
END
```

SUBROUTINE AUXC5(FIHL,TNO,TN1,TN2,DNA0,DNA1,DNA2,DETEJ)  
IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)  
DIMENSION FIHL(4,12),TNO(4,4),TN1(4,4),TN2(4,4),DNA0(12,12),  
DNA1(12,12),DNA2(12,12),OPER1(4,12)  
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLOQ,  
IIFILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,  
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,  
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),  
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)

\*\*\*\*\*  
ESTA SUBROTINA CALCULA AS PARCELAS DAS COMPONENTES DA MATRIZ DE  
MASSA INDEPENDENTES DO HARMONICO PARA CADA PONTO DE INTEGRACAO  
NO ELEMENTO  
\*\*\*\*\*

J = 2

L = 4

N = 12

CALL TSUMU(TNO,L,L,J,FIHL,L,N,OPER1,L)

CALL TSUMU(FIHL,L,N,L,OPER1+L,N,DNA0,N)

IF(ICARG) 10,20,10

10 CALL TSUMU(TN1,L,L,J,FIHL,L,N,OPER1,L)

CALL TSUMU(FIHL,L,N,L,OPER1,L,N,DNA1,N)

CALL TSUMU(TN2,L,L,J,FIHL,L,N,OPER1,L)

CALL TSUMU(FIHL,L,N,L,OPER1,L,N,DNA2,N)

20 DO 40 I = 1,12

DO 40 J = 1,12

DNA0(I,J)=DETEJ\*DNA0(I,J)

IF(ICARG) 30,40,30

30 DNA1(I,J)=DETEJ\*DNA1(I,J)

DNA2(I,J)=DETEJ\*DNA2(I,J)

40 CONTINUE

RETURN

END

SUBROUTINE TSUMU(MAT1,M1,N1,ICONT,MAT2,M2,N2,MAT,M3)

IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)

REAL\*8 MAT1(M1,N1),MAT2(M2,N2),MAT(M3,N2)

DIMENSION AUX1(12,12),AUX2(12,12)

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*

ESTA SUBROTINA PRODUZ AS OPERACOES BASICAS DA MATRIZ : TRANSPORTE,  
SOMA,MULTIPLICA

\*\*\*\*\*  
\*\*\*\*\*

N22 = N2

DO 5 M = 1,M2

DO 5 N = 1,N2

5 AUX2(M,N) = MAT2(M,N)

GO TO(100,100,200,200),ICONT

100 DO 10 M = 1,M1

DO 10 N = 1,N1

10 AUX1(M,N) = MAT1(M,N)

M11 = M1

N11 = N1

IF(ICONT - 1)1,1,2

200 DO 20 M = 1,M1

DO 20 N = 1,N1

20 AUX1(N,M) = MAT1(M,N)

M11 = N1

N11 = M1

IF(ICONT - 3)1,1,2

1 DO 30 M = 1,M11

DO 30 N = 1,N11

30 MAT(M,N) = AUX1(M,N) + AUX2(M,N)

RETURN

2 DO 40 M = 1,M11

DO 40 N = 1,N22

40 MAT(M,N)=0.

DO 50 M = 1,M11

DO 50 N = 1,N22

DO 50 J = 1,N11

50 MAT(M,N) = MAT(M,N) + AUX1(M,J)\*AUX2(J,N)

RETURN  
END

SUBROUTINE ROTAC

IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)

DIMENSION CHI(3),RAP(3),ZAP(3),DFINU(3),ROT(12,12)

COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLOQ,  
1IFILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,  
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,  
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),  
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)  
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT

\*\*\*\*\*  
ESTA SUBROTINA CALCULA A MATRIZ DE ROTACAO DO SISTEMA LOCAL (U1,U2,  
W,W.U1) PARA O SISTEMA GLOBAL(R,T,Z,R.Z) PARA CADA ELEMENTO  
\*\*\*\*\*

ATAN(X) = DATAN(X)

SIGN(X,Y) = DSIGN(X,Y)

COS(X) = DCOS(X)

SIN(X) = DSIN(X)

IH42 = 1

FIND(42\*IH42)

FCGR = ATAN(1.D+00)/45.

PI = 4.\*ATAN(1.D+00)

RECT = PI/2.0

VUELTA = 2.0\*PI

CHI(1) = -1.

CHI(2) = 1.

CHI(3) = 0.

DO 10 I = 1,12

DO 10 J = 1,12

10 ROT(I,J) = 0.

JI = 0

JII = 0

DO 180 IH = 1,NE

DO 20 I = 1,3

JI = JI + 1

JJ = INCED(JI)

```
JK = (JJ-1)*NCOPN + 1
RAP(I) = COOR(JK)
20 ZAP(I) = COOR(JK + 1)
I1 = -3
DO 170 I = 1,3
DFINU(1) = -0.5 + CHI(I)
DFINU(2) = 0.5 + CHI(I)
DFINU(3) = -2.0*CHI(I)
DR = 0.
DZ = 0.
DO 30 J = 1,3
DR = DR + DFINU(J)*RAP(J)
30 DZ = DZ + DFINU(J)*ZAP(J)
IF(DR)80,90,50
50 XX = DZ/DR
XX = ATAN(XX)
IF(XX)70,60,60
60 C = 0.
GO TO 100
70 C = 2.
GO TO 100
80 XX = DZ/DR
XX = ATAN(XX)
C = 1.
GO TO 100
90 XX = SIGN(RECT,DZ)
IF(XX)70,60,60
100 FIGL = XX + C*PI
JI1 = JI1 + 1
JJ = INCED(JI1)
DO 150 J = 1,NNDP
JL = NAP(J)
IF(JL-JJ)150,110,150
110 IF(ANGL0(J)-360.)130,120,120
120 FIGL = 0.
GO TO 160
130 FIGA = FCGR*ANGL0(J)
FIGL = FIGL - FIGA
```

```
IF(FIGL)140,160,160
140 FIGL = FIGL + VUELTA
      GO TO 160
150 CONTINUE
160 I1 = I1 + 4
      I2 = I1 + 1
      I3 = I1 + 2
      I4 = I1 + 3
      ROT(I1,I1) = COS(FIGL)
      ROT(I1,I3) = SIN(FIGL)
      ROT(I2,I2) = 1.
      ROT(I3,I1) = - ROT(I1,I3)
      ROT(I3,I3) = ROT(I1,I1)
170 ROT(I4,I4) = 1.
      IF(IFPR(2).EQ.0) GO TO 500
      WRITE(LW,1) IH
      1 FORMAT(//10X,'MATRIZ DE ROTACAO DO ELEMENTO',I5,//)
      WRITE(LW,2)((ROT(I,J),J=1,12),I=1,12)
      2 FORMAT(2X,12E10.4)
500 CONTINUE
      IH42=IH
180 WRITE(42,IH42)((ROT(I,J),J=1,12),I=1,12)
      RETURN
      END
```

```
SUBROUTINE AUES1
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION CHIS(3),ESAP(3),COEF1(3),COEF2(3),DMAT(8,8),BN0(8,12),BN
11(8,12),BN2(8,12),FINU(9),FINW(18)
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLOQ,
1FILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT
```

```
C **** * ESTA SUBROTINA CALCULA AS COMPONENTES DA MATRIZ DE TENSÃO INDEPENDENTES DO HARMONICO , A MATRIZ DE ELASTICIDADE E OS COEFICIENTES DE TEMPERATURA PARA CADA NO DO ELEMENTO
C **** *
```

```
CHIS(1) = -1.
CHIS(2) = 1.
CHIS(3) = 0.
LOVE = NTI
IF(LOVE)2,4,2
2 A = 0.
GO TO 8
4 A = 1.
8 NM1 = 0
DO 10 I = 1,9
10 NM1 = NM1 + NGRUP(I)
IF(ICARG)20,30,20
20 IH44 = -2
INCRE = 3
GO TO 40
30 IH44 = 0
INCRE = 1
40 IH0 = 0
IH3 = 0
NGR10 = NGRUP(10)
DO 110 NG = 1,NGR10 .
```

```

NM1 = NM1 + 1
NEI = NELIG(NM1,1)
NEF = NELIG(NM1,2)
IF(NELIG(NM1,4) - 1)60,50,60
50 IH0 = IH0 + 1
IH40 = IH0
READ(40*IH40)E1,E2,G12,POI12,POI21,(ESAP(I),I=1,3),ALFA1,ALFA2
1,DENSI,GAMA
IF(IITEMP)55,60,55
55 DENO = 1. - POI12*POI21
FACT1 = ALFA1 + POI12*ALFA2
FACT2 = ALFA2 + POI21*ALFA1
C1 = FACT1*E1/DENO
C2 = FACT2*E2/DENO
60 DO 110 IH = NEI,NEF
IF(NELIG(NM1,4) - 1)70,80,70
70 IH0 = IH0 + 1
IH40 = IH0
READ(40*IH40)E1,E2,G12,POI12,POI21,(ESAP(I),I=1,3),ALFA1,ALFA2
1,DENSI,GAMA
IF(IITEMP)75,80,75
75 DENO = 1. - POI12*POI21
FACT1 = ALFA1 + POI12*ALFA2
FACT2 = ALFA2 + POI21*ALFA1
C1 = FACT1*E1/DENO
C2 = FACT2*E2/DENO
80 CALL AUXC1(IH,C0EF1,C0EF2)
JAUX = (IH - 1)*NNPE
DO 100 NP = 1,3
CHI = CHIS(NP)
J = JAUX + NP
J = (INCED(J)-1)*NCOPN + 1
IF(COOR(J))85,83,85
83 CHI = 0.95*CHI
85 CALL AUXC2(IH,C0EF1,C0EF2,CHI,BNO,BN1,BN2,ESAP,ES,CUR1,CUR2,DETEJ,
1FINU,FINW,C1,C2)
CALL CMATD(ES,E1,E2,G12,POI12,POI21,CUR1,CUR2,LOVE,DMAT)
IH3 = IH3 + 1

```

```
IH43 = IH3
WRITE(43*IH43)((DMAT(I,J),J=1,8),I=1,8)
IH44 = IH44 + INCRE
IB0 = IH44
WRITE(44*IB0)((BN0(I,J),J=1,12),I=1,8)
IF(IITEMP)90,92,90
90 C1T = C1*ES
C2T = C2*ES
D1T = FACT1*DMAT(5,5)
D2T= FACT2*DMAT(6,6)
CUR1T = A*CUR1
CUR2T = A*CUR2
IH47 = IH3
WRITE(47*IH47)C1T,C2T,D1T,D2T,CUR1T,CUR2T
92 IF(ICARG)94,100,94
94 IB1 = IH44 + 1
IB2 = IB1 + 1
WRITE(44*IB1)((BN1(I,J),J=1,12),I=1,8)
WRITE(44*IB2)((BN2(I,J),J=1,12),I=1,8)
100 CONTINUE
110 CONTINUE
RETURN
END
```

```

SUBROUTINE CARG(NEC,NCOET,ILOAD,NTEMP,TEMPO,T,T1,IAMT,ETAT,NUMTP,
ITEMP1,FA)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION DESP(12864),NCOET(20),TEMPO(100),ETAT(20,48),TEMP1(100),
1FA(100)
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCPDN,NNPDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLOQ,
1FILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,
ZNARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT
COMMON /B/ BLOCO(12864)
EQUIVALENCE (DESP(1),BLOCO(1))

```

\*\*\*\*\*  
ESTA SUBROTINA LE OS DADOS DO CARREGAMENTO E CONSTROE O VETOR DE  
CARGA P/ CADA HARMONICO CONFORME O TIPO DE CARREGAMENTO UTILIZADO  
\*\*\*\*\*

```

IF(ITIPR.EQ.1) GO TO 15
WRITE(LW,1) NEC
WRITE(LW,12)
READ(LR,3) ILOAD,IAMT,NTEMP,T,T1
WRITE(LW,13) ILOAD,IAMT,NTEMP,T,T1
GO TO 9
15 WRITE(LW,16) NEC
WRITE(LW,12)
9 READ(LR,1000)NNCCC,NECCD,NPCCP,NECVT,NNCCI
WRITE(LW,1100)NNCCC,NECCD,NPCCP,NECVI,NNCCI
READ(LR,1000)NARMS,NARMA
WRITE(LW,1200)NARMS,NARMA
LI = NARMS + 1
LS = NARMS + NARMA
DO 5 I = 1,LS
5 IFACI(I) = 2
NTECA = LS*NTEC
IF(NARMS)10,20,10
10 READ(LR,1000)(NCOET(I),I=1,NARMS)

```

```
      WRITE(LW,1300)(NCOET(I),I=1,NARMS)
20 IF(NARMA)30,34,30
30 READ(LR,1000)(NCOET(I),I=LI,LS)
      WRITE(LW,1400)(NCOET(I),I=LI,LS)
34 GO TO(40,40,35),ITIPR
35 READ(LR,4) (TEMPO(I),I=1,NTEMP)
      WRITE(LW,14) (TEMPO(I),I=1,NTEMP)
      IF(IAMT.EQ.0) GO TO 40
      WRITE(LW,7)
      DO 36 I=1,LS
      READ(LR,4) (ETAT(I,J),J=1,NAUR)
36 WRITE(LW,6) NCOET(I),(J,ETAT(I,J),J=1,NAUR)
40 IF(ICARG)45,50,45
45 DO 48 I = 1,LS
      IH50 = NSECC + I
48 WRITE(50*IH50)NCOET(I)
50 DO 60 I = 1,NTECA
60 DESP(I) = 0.
      IF(NNCCC)70,80,70
70 CALL CARGC(NNCCC,NEC,NCOET)
80 IF(NECCD)90,100,90
90 CALL CARGD(NECCD,NEC,NCOET)
100 IF(NPCCP)104,106,104
104 CALL CARGP(NPCCP,NEC,NCOET)
106 IF(NECVT)107,108,107
107 CALL CARGT(NECVT,NEC,NCOET)
      GO TO 109
108 NARST = 0
      NARAT = 0
109 GO TO(110,110),ILDAT
110 DO 120 I = 1,NTECA
      IH25 = I
120 WRITE(25*IH25)DESP(I)
130 IF(NNCCI) 140,150,140
140 CALL CARGI(NNCCI,NEC,NCOET)
150 IF(ILLOAD.NE.7) GO TO 160
      READ(LR,1500) NUMTP,(TEMP1(J),FA(J),J = 1,NUMTP)
      WRITE(LW,1600) NUMTP,(J,TEMP1(J),FA(J),J=1,NUMTP)
```

160 CONTINUE  
1 FORMAT(//10X,118('\*')//10X,'CARREGAMENTO DINAMICO ATUANTE ',I5,//  
110X,118('\*'))  
3 FORMAT(3I5,2F10.2)  
4 FORMAT(8F10.2)  
6 FORMAT(10X,I5,16X,5(I5,' /',F6.3),(/3I5,5(I5,' /',F6.3)))  
7 FORMAT(//10X,'PORCENTAGEM DO AMORTECIMENTO CRITICO EM CADA MODO DE  
1 VIBRACAO :',//10X,'HARMONICO :',10X,'AUTOVETOR/PORCENTAGEM DO AMO  
2RTECIMENTO CRITICO :',/)  
12 FORMAT(//10X,'DADOS GERAIS DO CARREGAMENTO :',/)  
13 FORMAT(10X,'FUNCAO NO TEMPO TIPO',T65,I5,/10X,'INDICE DE AMORTECIM  
1ENTO',T65,I5,2X,'(ESTRUTURA NAO AMORTECIDA IAMT=0;AMORTECIDA IAMT#  
20)',/10X,'NUMERO DE TEMPOS DE RESPOSTA REQUERIDOS',T65,I5,/10X,'TE  
3MPO DE ATUACAO DA CARGA T:',T60,E10.4/36X,'T1:',T60,E10.4)  
14 FORMAT(/10X,'TEMPOS REQUERIDOS :',//,(8X,10(2X,F10.7)))  
16 FORMAT(//10X,118('\*')//10X,'CARREGAMENTO ATUANTE ',I5,//10X,118('\*  
1\*'))  
1000 FORMAT(10I5)  
1100 FORMAT(10X,'NUMERO DE NOS COM CARGA CONCENTRADA',T65,I5,/10X,'NUME  
1RO DE ELEMENTOS COM CARGA DISTRIBUIDA',T65,I5,/10X,'NUMERO DE PONT  
2OS COM CARGAS PONTUAIS',T65,I5,/10X,'NUMERO DE ELEMENTOS COM VARIA  
3CAO DE TEMPERATURA',T65,I5,/10X,'NUMERO DE NOS COM CONDICAO INICIA  
4L',T65,I5)  
1200 FORMAT(10X,'NUMERO DE HARMONICOS SIMETRICOS :',T65,I5,/10X,'NUMERO  
1 DE HARMONICOS ANTISIMETRICOS :',T65,I5)  
1300 FORMAT(10X,'HARMONICOS SIMETRICOS EXISTENTES :',T65,10I5)  
1400 FORMAT(10X,'HARMONICOS ANTISIMETRICOS EXISTENTES :',T65,10I5)  
1500 FORMAT(I10/(8E10.2))  
1600 FORMAT(//10X,'NUMERO DE PONTOS NECESSARIOS P/ DEFINIR O CARREGAMEN  
2TO NO TEMPO =',I3//10X,'PONTO',10X,'TEMPO',10X,'FATOR DE REDUCAO',  
3//(10X,I3,10X,E10.4,10X,1PE9.2))  
RETURN  
END

```

SUBROUTINE CARGC(NNCC,NEC,NCOET)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION CARGA(12864),CAUX(4),NCOET(20),FACTA(20)
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBL0Q,
1IFILE,NESC,NTIPEL,ILOAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT
COMMON /B/ BLOCO(12864)
EQUIVALENCE (CARGA(1),BLOCO(1))

```

```

*****
ESTA SUBROTINA CALCULA OS VETORES DE CARGA DEVIDO A UM CARREGAMENTO TIPO CARGA CONCENTRADA NODAL DISTRIBUIDA CIRCUNFERENCIALMENTE
*****
```

```

WRITE(LW,900)NEC
LI = NARMS + 1
LS = NARMS + NARMA
READ(LR,1100)ILEY
WRITE(LW,950)ILEY
IF(ILEY)162,10,162
10 WRITE(LW,1000)
DO 160 J = 1,NNCC
READ(LR,1100)NQ,NARM
WRITE(LW,1200)NQ,NARM
IF(NQ-NN)30,30,20
20 WRITE(LW,1250)J,NQ,NN
STOP
30 IQ = (NQ - 1)*NGLN
IC = (NQ-1)*NCOPN + 1
R = COOR(IC)
DO 160 II = 1,NARM
READ(LR,1300)LIARM,N,(CAUX(K),K=1,NGLN)
WRITE(LW,1400)LIARM,N,(CAUX(K),K=1,NGLN )
IF(LIARM)120,100,120
100 IF(NARMS)105,115,105

```

```
105 DO 110 L = 1,NARMS
      M = NCOET(L)
      IF(M-N) 110,140,110
110 CONTINUE
115 WRITE(LW,1500)NQ,II,N
      STOP
120 DO 130 L = LI,LS
      M = NCOET(L)
      IF(M-N) 130,140,130
130 CONTINUE
      WRITE(LW,1600)NQ,II,N
      STOP
140 NPOSE = (L-1)*NTcC + IQ
      DO 150 K = 1,NGLN
          I = NPOSE + K
150 CARGA(I) = CARGA(I) + R*CAUX(K)
160 CONTINUE
      RETURN
162 IF(NARMS)164,166,164
164 READ(LR,1700)(FACTA(I),I=1,NARMS)
      WRITE(LW,1800)(FACTA(I),I=1,NARMS)
166 IF(NARMA)168,170,168
168 READ(LR,1700)(FACTA(I),I=LI,LS)
      WRITE(LW,1900)(FACTA(I),I=LI,LS)
170 WRITE(LW,1950)
      DO 180 J = 1,NNCC
          READ(LR,2000)NQ,(CAUX(K),K=1,NGLN)
          WRITE(LW,2100)NQ,(CAUX(K),K=1,NGLN)
          IF(NQ-NN)175,175,172
172 WRITE(LW,1250)J,NQ,NN
      STOP
175 NPOSE = (NQ-1)*NGLN - NTEC
      IC = (NQ-1)*NCOPN + 1
      DO 180 II = 1,LS
          C = COOR(IC)*FACTA(II)
          NPOSE = NPOSE + NTEC
          DO 180 K = 1,NGLN
              I = NPOSE + K
```

```
180 CARGA(I) = CARGA(I) + C*CAUX(K)
900 FORMAT(//10X,'CARGAS CONCENTRADAS NOS NOS E CIRCUNFERENCIALMENTE D
IISTRIBUIDAS REFERENTE AO CARREGAMENTO',I5,2X,'( SISTEMA GLOBAL )')
950 FORMAT( /10X,'INDICE DA LEI DE VARIACAO DA CARGA DISTRIBUIDA',T65
1,I5,2X,'(DESENVOLVIMENTO DA SERIE IGUAL:ILEY=1;DIFERENTE:ILEY#1)')
1000 FORMAT(//10X,' NO',3X,'NARM',8X,'TIARM',3X,'COEF',13X,'CARG.R',6X
1,'CARG.T',6X,'CARG.Z',5X,'CARG.RZ')
1100 FORMAT(2I5)
1200 FORMAT(/,10X,I3,4X,I3,9X,'=====',3X,'====',7X,4(6X,'====='))
1250 FORMAT(//10X,'NO CARTAO',I3,'FOI DADO O NO',I3,'QUE E MAIOR QUE O
INUMERO DE NOS =',I3,//10X,'O PROCESSAMENTO FOI SUSPENSO')
1300 FORMAT(2I5,4F10.3)
1400 FORMAT(29X,I4,4X,I3,9X,4(F11.3,1X))
1500 FORMAT(//10X,'PARA O NO',I3,' NO CARTAO NUMERO',I3,' FOI DADO O HA
IRMONICO',I3,' QUE NAO FIGURA NA LISTA DOS HARMONICOS SIMETRICOS',//2
10X,'O PROCESSAMENTO FOI SUSPENSO')
1600 FORMAT(//10X,'PARA O NO',I3,' NO CARTAO NUMERO',I3,' FOI DADO O HA
IRMONICO',I3,' QUE NAO FIGURA NA LISTA DOS HARMONICOS ANTISIMETRICO
2S',//10X,'O PROCESSAMENTO FOI INTERROMPIDO')
1700 FORMAT(8F10.4)
1950 FORMAT(//10X,' NO',11X,'CARG.R',10X,'CARG.T',10X,'CARG.Z', 9X,'CA
RG.RZ',/)
1800 FORMAT(/10X,'FATORES DOS HARMONICOS SIMETRICOS:',//10X,5(2X,E14.7)
1//10X,5(2X,E14.7))
1900 FORMAT(/10X,'FATORES DOS HARMONICOS ANTISIMETRICOS:',//10X,5(2X,E1
14.7),//10X,5(2X,E14.7))
2000 FORMAT( I10,4F10.4)
2100 FORMAT(10X,I3,6X,4(2X,E14.8))
      RETURN
      END
```

```

SUBROUTINE CARGO(NECC,NEC,NCOET)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION CARGA(12864),INAUX(3),CAUX(12),NCOET(20),COEF1(3),COEF2(13),
FINU(9),FINW(18),FINQ(12,12),RAP(3),ZAP(3),ALFA(2),CURV1(2),CURV2(2),
CHIS(10),PESO(10),CAUXL(12),ROT(12,12),FACTA(20)
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLOQ,
IIFILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,
ZNARST,NARAT,NITER,NIUC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT
COMMON /B/ BLOCO(12864)
EQUIVALENCE (CARGA(1),BLOCO(1))

```

```

***** ESTA SUBROTINA CALCULA OS VETORES DE CARGA DEVIDO A UM CARREGAMENTO TIPO CARGA DISTRIBUIDA NO ELEMENTO E DISTRIBUIDA CIRCUNFERENCIALMENTE *****

```

```

SIN(X) = DSIN(X)
COS(X) = DCOS(X)
ATAN(X) = DATAN(X)
SIGN(X,Y) = DSIGN(X,Y)

```

```

      WRITE(LW,900)NEC
      PI = 4.*ATAN(1.D+00)
      RECT = PI/2.
      LI = NARMS + 1
      LS = NARMS + NARMA
      NPINT = 5
      CALL COEFI(NPINT,CHIS,PESO)
      DO 5 I = 1,12
5     CAUX(I) = 0.
      READ(LR,1100)ISRCD,ILEY
      WRITE(LW,1150)ISRCD,ILEY
      IF(ILEY)10,15,10
10    IF(NARMS)11,12,11

```

```
11 READ(LR,1160)(FACTA(I),I=1,NARMS)
    WRITE(LW,1170)(FACTA(I),I=1,NARMS)
12 IF(NARMA)13,14,13
13 READ(LR,1160)(FACTA(I),I=LI,LS)
    WRITE(LW,1180)(FACTA(I),I=LI,LS)
14 WRITE(LW,1190)
    GO TO 20
15 WRITE(LW,1000)
20 DO 250 IH = 1,NECC
    IF(ILEY)22,24,22
22 READ(LR,1110)NEL,(CAUX(K),K=1,9)
    WRITE(LW,1130)NEL,(CAUX(K),K=1,9)
    GO TO(250,25),ILDAT
24 READ(LR,1100)NEL,NARM
    WRITE(LW,1200)NEL,NARM
25 IF(NEL-NE)27,27,26
26 WRITE(LW,1140)IH,NEL,NE
    STOP
27 GO TO(60,28),ILDAT
28 IH42 = NEL
    READ(42*IH42)((ROT(I,J),J=1,12),I=1,12)
    INEL = (NEL-1)*NNPE
    DO 30 I = 1,3
        INEL = INEL + 1
        J = INCED(INEL)
30 INAUX(I) = (J-1)*NGLN
    CALL AUXC1(NEL,COEF1,COEF2)
    DO 40 II = 1,12
        DO 40 J1 = 1,12
40 FINQ(II,J1) = 0.
    IF(ISRC0)45,41,45
41 DO 42 NP = 1,NPINT
    CHI = CHIS(NP)
    PESOI = PESO(NP)
    CALL CAEFM(NEL,CHI,FINU,FINW,RAP,ZAP,ALFA,CURV1,CURV2)
    DETEJ = ALFA(1)*RAP(1)*PESOI
    II = -3
    JJ = 9
```

```
DO 42 JI = 1,3
JJ = JJ + 1
I1 = I1 + 4
I3 = I1 + 2
I4 = I3 + 1
DO 42 J1 = 1,3
J3 = J1 + 6
FINQ(I1,J1) = FINQ(I1,J1) + FINU(JI)*FINU(J1)*DETEJ
FINQ(I1,J3) = FINQ(I1,J3) + COEF2(JI)*FINW(JJ)*FINU(J1)*DETEJ
FINQ(I3,J3) = FINQ(I3,J3) + FINW(JI)*FINU(J1)*DETEJ
42 FINQ(I4,J3) = FINQ(I4,J3) - COEF1(JI)*FINW(JJ)*FINU(J1)*DETEJ
I1 = -3
DO 44 JI = 1,3
I1 = I1 + 4
I2 = I1 + 1
DO 44 J1 = 1,3
J2 = J1 + 3
44 FINQ(I2,J2) = FINQ(I1,J1)
IF(ILEY)140,60,140
45 DO 55 NP = 1,NPINT
CHI = CHIS(NP)
PESOI = PESO(NP)
CALL CAEFM(NEL,CHI,FINU,FINW,RAP,ZAP,ALFA,CURV1,CURV2)
DETEJ = ALFA(1)*RAP(1)*PESOI
DR = RAP(2)
DZ = ZAP(2)
IF(DR)49,50,46
46 XX = DZ/DR
XX = ATAN(XX)
IF(XX)48,47,47
47 C = 0.
GO TO 54
48 C = 2.
GO TO 54
49 XX = DZ/DR
XX = ATAN(XX)
C = 1.
GO TO 54
```

```

50 XX = SIGN(RECT,DZ)
IF(XX)48,47,47
54 FI = XX + C*PI
C = COS(FI)
S = SIN(FI)
I1 = -3
JJ = 9
DO 55 JI = 1,3
JJ = JJ + 1
I1 = I1 + 4
I2 = I1 + 1
I3 = I2 + 1
I4 = I3 + 1
DO 55 J1 = 1,3
J2 = J1 + 3
J3 = J2 + 3
AUX = FINU(J1)*DETEJ
FINQ(I1,J1)=FINQ(I1,J1)+(C*FINU(J1)-S*COEF2(J1)*FINW(JJ))*AUX
FINQ(I1,J3)=FINQ(I1,J3)+(S*FINU(J1)+C*COEF2(J1)*FINW(JJ))*AUX
FINQ(I2,J2)=FINQ(I2,J2)+FINU(J1)*AUX
FINQ(I3,J1)=FINQ(I3,J1)-S*FINW(J1)*AUX
FINQ(I3,J3)=FINQ(I3,J3)+C*FINW(J1)*AUX
FINQ(I4,J1)=FINQ(I4,J1)+S*COEF1(J1)*FINW(JJ)*AUX
55 FINQ(I4,J3)=FINQ(I4,J3)-C*COEF1(J1)*FINW(JJ)*AUX
IF(ILEY)140,60,140
60 DO 130 II = 1,NARM
READ(LR,1300)LIARM,N,(CAUX(K),K=1,9)
WRITE(LW,1400)LIARM,N,(CAUX(K),K=1,9)
GO TO(130,62),ILDAT
62 DO 69 L = 1,12
CAUXL(L) = 0.
DO 69 K = 1,9
69 CAUXL(L) = CAUXL(L) + FINQ(L,K)*CAUX(K)
IF(LIARM)90,70,90
70 IF(NARMS)75,85,75
75 DO 80 L = 1,NARMS
M = NCOET(L)
IF(M-N)80,110,80

```

```
80 CONTINUE
85 WRITE(LW,1500)NEL,II,N
    STOP
90 DO 100 L = LI,LS
    M = NCOET(L)
    IF(M-N) 100,110,100
100 CONTINUE
    WRITE(LW,1600)NEL,II,N
    STOP
110 NPOSE = (L-1)*NTEC
    I1 = 0
    DO 120 J = 1,3
        I = NPOSE + INAUX(J)
        DO 120 K = 1,NGLN
            I = I + 1
            I1 = I1 + 1
            DO 120 J1 = 1,12
                CARGA(I) = CARGA(I) + ROT(J1,I1)*CAUXL(J1)
120 CONTINUE
    GO TO 250
140 DO 220 L = 1,12
    CAUXL(L) = 0.
    DO 220 K = 1,9
        CAUXL(L) = CAUXL(L) + FINQ(L,K)*CAUX(K)
    DO 230 L = 1,12
        CAUX(L) = 0.
        DO 230 K = 1,12
            CAUX(L) = CAUX(L) + ROT(K,L)*CAUXL(K)
230 NPOSE = -NTEC
    DO 240 L = 1,LS
        NPOSE = NPOSE + NTEC
        I1 = 0
        DO 240 J = 1,3
            I = NPOSE + INAUX(J)
            DO 240 K = 1,NGLN
                I = I + 1
                I1 = I1 + 1
240 CARGA(I) = CARGA(I) + FACTA(L)*CAUX(I1)
```

```

250 CONTINUE
900 FORMAT(//10X,'CARGAS DISTRIBUIDAS SOBRE O ELEMENTO E CIRCUNFERENCI
  ALMENTE DISTRIBUIDAS DO CARREGAMENTO',I5)
1000 FORMAT(//5X,' NEL',1X,'NARM',2X,'TIARM',2X,'COEF',5X,'CARG1.1',2X,
    1'CARG1.2',2X,'CARG1.3',4X,'CARG2.1',2X,'CARG2.2',2X,'CARG2.3',4X,
    2'CARG3.1',2X,'CARG3.2',2X,'CARG3.3')
1100 FORMAT(2I5)
1110 FORMAT(I8,9F8.2)
1130 FORMAT(/,5X,I3,3X,3(2X,3(1X,F10.4)))
1140 FORMAT(//10X,'NO CARTAO NUMERO',I3,' FOI DADO O ELEMENTO NUMERO',
    1I3,' QUE E MAIOR QUE O NUMERO DE ELEMENTOS =',I3,//10X,'O PROCESSA
    2MENTO FOI INTERROMPIDO')
1150 FORMAT(/10X,'INDICE DO SISTEMA DE REFERENCIA DA CARGA DISTRIBUIDA'
    1,T65,I5,2X,'(SISTEMA LOCAL ISRCD=0; SISTEMA GLOBAL ISRCD#0)',/10X,
    2'INDICE DA LEI DE VARIACAO DA CARGA DISTRIBUIDA',T65,I5,2X,'(DESENV
    3OLVIMENTO DA SERIE:IGUAL ILEY#0;DIFERENTE ILEY=0)')
1160 FORMAT(8F10.4)
1170 FORMAT(/10X,'FATORES DOS HARMONICOS SIMETRICOS:',//10X,5(2X,E14.7)
    1//10X,5(2X,E14.7))
1180 FORMAT(/10X,'FATORES DOS HARMONICOS ANTISIMETRICOS:',//10X,5(2X,E1
    4.7),//10X,5(2X,E14.7))
1190 FORMAT(//5X,' NEL',8X,'CARG1.1',4X,'CARG1.2',4X,'CARG1.3',6X,'CARG
    12.1',4X,'CARG2.2',4X,'CARG2.3',6X,'CARG3.1',4X,'CARG3.2',4X,'CARG3
    2.3')
1200 FORMAT(/,5X,I3,I5,3X,'=====',2X,'=====',1X,3(2X,3(2X,'====='))
1300 FORMAT(2I4,9F8.2)
1400 FORMAT(16X,I3,I7,2X,3(2X,3(1X,F8.3)))
1500 FORMAT(//10X,'PARA O NO',I3,' NO CARTAO NUMERO',I3,' FOI DADO O HA
    1RMONICO',I3,' QUE NAO FIGURA NA LISTA DOS HARMONICOS SIMETRICOS',/
    2//10X,'O PROCESSAMENTO FOI SUSPENSO')
1600 FORMAT(//10X,'PARA O NO',I3,' NO CARTAO NUMERO',I3,' FOI DADO O HA
    1RMONICO',I3,' QUE NAO FIGURA NA LISTA DOS HARMONICOS ANTISIMETRICO
    2S',//10X,'O PROCESSAMENTO FOI INTERROMPIDO')
    RETURN
END

```

```
SUBROUTINE CARGP(NPCC,NEC,NCOET)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION CARGA(12864),NCOET(20),CAUX(4),TETAT(4)
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBL0Q,
1IFILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)
COMMON /A/ CGCR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT
COMMON /B/ BLOCO(12864)
EQUIVALENCE (CARGA(1),BLOCO(1))
```

```
C
C ****
C ESTA SUBROTINA CALCULA OS VETORES DE CARGA DEVIDO A UM CARR EGAMENTO
C PUNTUAL COM UM ANGULO DE ATUACAO CIRCUNFERENCIAL DADO
C ****
```

```
ATAN(X) = DATAN(X)
SIN(X) = DSIN(X)
COS(X) = DCOS(X)
```

```
WRITE(LW,900)NEC
FCGR = ATAN(1.D+00)/45.
PI = 4.*ATAN(1.D+00)
PIIN = 1./PI
PIDIN = 1./(2.*PI)
LI = NARMS + 1
LS = NARMS + NARMA
WRITE(LW,1000)
DO 100 J = 1,NPCC
READ(LR,1100)NQ,(CAUX(K),K=1,NGLN),TETA
WRITE(LW,1200)NQ,(CAUX(K),K=1,NGLN),TETA
IF(NQ-NN)20,20,10
10 WRITE(LW,1300)J,NQ,NN
STOP
20 IQ = (NQ-1)*NGLN
DO 100 II = 1,LS
N = NCOET(II)
```

```
IF(N)40,30,40
30 R = PIDIN
S = 0.
C = 1.
GO TO 60
40 A = N*FCGR*TETA
C = COS(A)
S = SIN(A)
R = PIIN
IF(II-NARMS)60,60,50
50 TETAT(1) = S
TETAT(2) = C
GO TO 70
60 TETAT(1) = C
TETAT(2) = -S
70 TETAT(3) = TETAT(1)
TETAT(4) = TETAT(1)
NPOSE = (II-1)*NTEC + IQ
DO 80 K = 1,NGLN
I = NPOSE + K
80 CARGA(I) = CARGA(I) + R*TETAT(K)*CAUX(K)
100 CONTINUE
900 FORMAT(//10X,'CARGAS PONTUAIS CORRESPONDENTES AO CARREGAMENTO',I5,
12X,'( SISTEMA GLOBAL )')
1000 FORMAT(//10X,'NO',8X,'CARG.R',6X,'CARG.T',6X,'CARG.Z',5X,'CARG.RZ',
1,6X,'ANGULO')
1100 FORMAT(1I10,5F10.3)
1200 FORMAT(/10X,I2,3X,5(2X,F10.3))
1300 FORMAT(//10X,'NO CARTAO',I3,', FOI DADO O NO',I3,',QUE E MAIOR QUE
10 NUMERO DE NOS =',I3,//10X,'O PROCESSAMENTO FOI INTERROMPIDO')
RETURN
END
```

SUBROUTINE CARGT(NECVT, NEC, NCOET)  
IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)  
DIMENSION CARGA(12864), ROT(12,12), ESFT(4800), TEMP(12000), NCOET(20)  
1, NCOTT(20), INAUX(3), COEF1(3), COEF2(3), FINT(3), BNN(8,12), BN1(8,12)  
2, BN2(8,12), RAP(3), ZAP(3), ESAP(3), ALFA(2), CURV1(2), CURV2(2), CHIS(10)  
3, PESO(10), TEMP(6), ESFTA(8), CAUXT(12), FACTA(20), FINU(9), FINW(18)  
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLOQ,  
1FILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,  
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,  
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),  
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)  
COMMON /A/ COOR(804), COOR1(804), ANGLO(100), ERROR, FRCT  
COMMON /B/ BLOCO(12864)  
COMMON /C/ BLOC1(12864)  
COMMON /D/ BLOC2(12864)  
EQUIVALENCE (CARGA(1),BLOCO(1)),(ESFT(1),BLOC2(1)),  
1(TEMP(1),BLOC1(1))

\*\*\*\*\*  
ESTA SUBROTINA CALCULA OS VETORES DE CARGA DEVIDO A UMA VARIACAO  
DE TEMPERATURA CIRCUNFERENCIAL E A UM GRADIENTE DE TEMPERATURA NA  
ESPESSURA DO ELEMENTO  
\*\*\*\*\*

WRITE(LW,900) NEC  
LI = NARMS + 1  
LS = NARMS + NARMA  
LLE = 24\*NE  
DO 5 I = 1,LLE  
5 ESFT(I) = 0.  
LLT = 6\*NE  
LOVE = NTI  
IF(LOVE)10,20,10  
10 A = 0.  
GO TO 30  
20 A = 1.  
30 NPINT = 5  
CALL COEFL(NPINT,CHIS,PESO)

```
NM1 = 0
DO 40 I = 1,9
40 NM1 = NM1 + NGRUP(I)
NGR10 = NGRUP(10)
NGRUA = 0
READ(LR,1000)ILEY,NARST,NARAT
WRITE(LW,1100)ILEY,NARST,NARAT
LIT = NARST + 1
LST = NARST + NARAT
IF(NARST)50,60,50
50 READ(LR,1000)(NCOTT(I),I=1,NARST)
WRITE(LW,1200)(NCOTT(I),I=1,NARST)
60 IF(NARAT)70,80,70
70 READ(LR,1000)(NCOTT(I),I=LIT,LST)
WRITE(LW,1300)(NCOTT(I),I=LIT,LST)
80 DO 85 I = 1,LST
IH50 = NSECC + LS + I
85 WRITE(50 IH50)NCUTT(I)
IF(ILEY)90,100,90
90 IF(NARST)92,94,92
92 READ(LR,1600)(FACTA(I),I=1,NARST)
WRITE(LW,1700)(FACTA(I),I=1,NARST)
94 IF(NARAT)96,98,96
96 READ(LR,1600)(FACTA(I),I=LIT,LST)
WRITE(LW,1800)(FACTA(I),I=LIT,LST)
98 WRITE(LW,1850)
GO TO 102
100 WRITE(LW,1900)
102 DO 520 IH = 1,NECVT
IF(ILEY)104,106,104
104 READ(LR,1920)NEL,(TEMPA(I),I=1,6)
WRITE(LW,1950)NEL,(TEMPA(I),I=1,6)
GO TO(520,108),ILDAT
106 READ(LR,1000)NEL,NARM
WRITE(LW,2000)NEL,NARM
GO TO(210,108),ILDAT
108 IH42 = NEL
READ(42 IH42)((ROT(I,J),J=1,12),I=1,12)
```

```
CALL AUXC1(NEL,COEF1,COEF2)
INEL = (NEL-1)*NNPE
DO 110 I = 1,3
INEL = INEL + 1
J = INCED(INEL)
110 INAUX(I) = (J-1)*NGLN
NPOST = 6*(NEL-1)
IH40 = 0
NM1A = NM1
DO 150 I = 1,NGR10
NM1A = NM1A + 1
NEF = NELIG(NM1A,2)
IF(NEL-NEF)160,160,120
120 IF(NELIG(NM1A,4)-1)130,140,130
130 IH40 = IH40 + NEF - NELIG(NM1A,1)
GO TO 150
140 IH40 = IH40 + 1
150 CONTINUE
WRITE(LW,2100)IH,NEL,NEF
STOP
160 IF(NELIG(NM1A,4)-1)170,180,170
170 IH40 = IH40 + NEL
GO TO 200
180 IH40 = IH40 + 1
IF(NGRUA-1)190,205,190
190 NGRUA = I
200 READ(40*IH40)E1,E2,G12,POI12,POI21,(ESAP(I),I=1,3),ALFA1,ALFA2
DENO = 1. - POI12*POI21
C1 = (ALFA1 + POI12*ALFA2)*E1/DENO
C2 = (ALFA2 + POI21*ALFA1)*E2/DENO
D1 = C1/12.
D2 = C2/12.
205 IF(ILEY)410,210,410
210 DO 400 II = 1,NARM
READ(LR,2200)LIARM,N,(TEMPA(I),I=1,6)
WRITE(LW,2300)LIARM,N,(TEMPA(I),I=1,6)
GO TO(400,215),1LDAT
215 IF(LIARM)260,220,260
```

```
220 IF(NARMS)225,235,225
225 DO 230 L = 1,NARMS
      M = NCOET(L)
      IF(M-N)230,240,230
230 CONTINUE
235 WRITE(LW,2400)NEL,II,N
      STOP
240 DO 250 I = 1,NARST
      M = NCOTT(I)
      IF(M-N)250,300,250
250 CONTINUE
      WRITE(LW,2500)NEL,II,N
      STOP
260 DO 270 L = LI,LS
      M = NCOET(L)
      IF(M-N)270,280,270
270 CONTINUE
      WRITE(LW,2600)NEL,II,N
      STOP
280 DO 290 I = LIT,LST
      M = NCOTT(I)
      IF(M-N)290,300,290
290 CONTINUE
      WRITE(LW,2700)NEL,II,N
      STOP
300 M = 0
      DO 305 J = 1,3
      M = M + 2
305 TEMPA(M) = TEMPA(M)/ESAP(J)
      NPOSE = (L-1)*NTEC
      I = (I-1)*LLT + NPOST
      DO 310 J = 1,6
      I = I + 1
310 TEMP(I) = TEMPA(J)
      DO 320 I = 1,12
320 CAUXT(I) = 0.
      DO 330 I = 1,8
330 ESFTA(I) = 0.
```

```
DO 380 NP = 1,NPINT
CHI = CHIS(NP)
FINT(1) = -0.5*CHI*(1. - CHI)
FINT(2) = 0.5*CHI*(1. + CHI)
FINT(3) = 1. - CHI**2
CALL AUXC2(NEL,COEF1,COEF2,CHI,BNN,BN1,BN2,ESAP,ES,CUR1,CUR2,DETE,
1FINU,FINW,C10,C20)
DETEJ = DETE*PESO(NP)
CUR1 = A*CUR1
CUR2 = A*CUR2
IF(N)340,360,340
340 DO 350 I = 1,8
DO 350 J = 1,12
350 BNN(I,J) = BNN(I,J) + N*BN1(I,J) + N2*BN2(I,J)
360 TM = 0.
TAU = 0.
K = -1
DO 370 I = 1,3
K = K + 2
L = K + 1
TM = TM + FINT(I)*TEMPA(K)
370 TAU = TAU + FINT(I)*TEMPA(L)
C1T = C1*ES
C2T = C2*ES
D1T = D1*ES**3
D2T = D2*ES**3
ESFTA(1) = (C1T*TM + CUR2*D1T*TAU)*DETEJ
ESFTA(2) = (C2T*TM + CUR1*D2T*TAU)*DETEJ
ESFTA(5) = (CUR2*TM + TAU)*D1T*DETEJ
ESFTA(6) = (CUR1*TM + TAU)*D2T*DETEJ
DO 380 I = 1,12
DO 380 J = 1,8
380 CAUXT(I) = CAUXT(I) + BNN(J,I)*ESFTA(J)
I1 = 0
DO 390 J = 1,3
I = NPOSE + INAUX(J)
DO 390 K = 1,NGLN
I = I + 1
```

```
11 = I1 + 1
DO 390 J1 = 1,12
390 CARGA(I) = CARGA(I) + ROT(J1,I1)*CAUXT(J1)
400 CONTINUE
GO TO 520
410 I = 0
DO 420 J = 1,3
I = I + 2
420 TEMPA(I) = TEMPA(I)/ESAP(J)
I = NPOST
DO 425 J = 1,6
I = I + 1
425 TEMP(I) = TEMPA(J)
DO 430 I = 1,8
430 ESFTA(I) = 0.
DO 510 II = 1,LST
N = NCOTT(II)
IF (II-NARST) 431,431,436
431 IF (NARMS) 432,434,432
432 DO 433 J = 1,NARMS
M = NCOET(J)
IF (M-N) 433,440,433
433 CONTINUE
434 WRITE(LW,3000)
STOP
436 IF (NARMA) 437,439,437
437 DO 438 J = LT,LS
M = NCOET(J)
IF (M-N) 438,440,438
438 CONTINUE
439 WRITE(LW,3100)
STOP
440 NPOSE = (J-1)*NTEC
N2 = N**2
I = NPOST
DO 445 J = 1,6
I = I + 1
445 TEMPA(J) = FACTA(II)*TEMP(I)
```

```

DO 450 I = 1,12
450 CAUT(I) = 0.
DO 500 NP = 1,NPINT
CHI = CHIS(NP)
FINT(1) = -0.5*CHI*(1. - CHI)
FINT(2) = 0.5*CHI*(1. + CHI)
FINT(3) = 1. - CHI**2
CALL AUXC2(NEL,COEF1,COEF2,CHI,BNN,BN1,BN2,ESAP,ES,CUR1,CUR2,DETE,
1FINU,FINW,C10,C20)
DETEJ = DETE*PESO(NP)
CUR1 = A*CUR1
CUR2 = A*CUR2
IF(N)460,480,460
460 DO 470 I = 1,8
DO 470 J = 1,12
470 BNN(I,J) = BNN(I,J) + N*BN1(I,J) + N2*BN2(I,J)
480 TM = 0
TAU = 0
K = -1
DO 490 I = 1,3
K = K + 2
L = K + 1
TM = TM + FINT(I)*TEMPA(K)
490 TAU = TAU + FINT(I)*TEMPA(L)
C1T = C1*ES
C2T = C2*ES
D1T = D2*ES**3
D2T = D2*ES**3
ESFTA(1) = (C1T*TM + CUR2*D1T*TAU)*DETEJ
ESFTA(2) = (C2T*TM + CUR1*D2T*TAU)*DETEJ
ESFTA(5) = (CUR2*TM + TAU)*DETEJ
ESFTA(6) = (CUR1*TM + TAU)*DETEJ
DO 500 I = 1,12
DO 500 J = 1,8
500 CAUT(I) = CAUT(I) + BNN(J,I)*ESFTA(J)
I1 = 0
DO 510 J = 1,3
I = NPOSE + INAUX(J)

```

```
DO 510 K = 1,NGLN
I = I + 1
I1 = I1 + 1
DO 510 J1 = 1,12
510 CARGA(I) = CARGA(I) + ROT(J1,I1)*CAUXT(J1)
520 CONTINUE
IH8 = 0
IF(ILEY)530,540,530
530 LL = 1
L1 = LLE + 1
LL1 = LLE + LLE
GO TO 550
540 LL = LST
550 DO 640 NARM = 1,LL
IH7 = 0
NPOSE = -24
NPOST = -6
DO 590 IH = 1,NE
NPOST = NPOST + 6
NPOSE = NPOSE + 24
I1 = NPOSE - 7
J1 = NPOST - 1
DO 580 NP = 1,3
IH7 = IH7 + 1
IH47 = IH7
READ(47*IH47)C1T,C2T,D1T,D2T,CUR1T,CUR2T
J1 = J1 + 2
J2 = J1 + 1
I1 = I1 + 8
I2 = I1 + 1
I5 = I2 + 3
I6 = I5 + 1
ESFT(I1) = C1T*TEMP(J1) + CUR2T*D1T*TEMP(J2)
ESFT(I2) = C2T*TEMP(J1) + CUR1T*D2T*TEMP(J2)
ESFT(I5) = (CUR2T*TEMP(J1) + TEMP(J2))*D1T
580 ESFT(I6) = (CUR1T*TEMP(J1) + TEMP(J2))*D2T
590 CONTINUE
IF(ILEY)600,630,600
```

```

600 DO 620 II = 1,LST
I = LLE
J = 0
C = FACTA(II)
DO 610 NEL = 1,LLE
I = I + 1
J = J + 1
610 ESFT(I) = C*ESFT(J)
IH8 = IH8 + 1
IH48 = IH8
620 WRITE(48*IH48)(ESFT(I),I=L1,LL1)
GO TO 640
630 IH8 = IH8 + 1
IH48 = IH8
WRITE(48*IH48)(ESFT(I),I=1,LLE)
640 CONTINUE
900 FORMAT(//10X,'ELEMENTOS COM VARIACAO DE TEMPERATURA CORRESPONDENTE
IS AO CARREGAMENTO',I5)
1000 FORMAT(16I5)
1100 FORMAT(/10X,'INDICE DA LEI DE VARIACAO DA TEMPERATURA',T65,I5,2X,'  

1(DESENVOLVIMENTO DA SERIE:UNICO ILEY#0; VARIOS ILEY=0)',/10X,'NUMER  

20 DE HARMONICOS SIMETRICOS DE TEMPERATURA',T65,I5,/10X,'NUMERO DE  

3HARMONICOS ANTISIMETRICOS DE TEMPERATURA',T65,I5)
1200 FORMAT(10X,'HARMONICOS SIMETRICOS DE TEMPERATURA EXISTENTES :',T65  

1,10I5)
1300 FORMAT(1DX,'HARMONICOS ANTISIMETRICOS DE TEMPERATURA EXISTENTES :'  

1,T65,10I5)
1600 FORMAT(8F10.4)
1700 FORMAT(/10X,'FATORES DOS HARMONICOS SIMETRICOS:',//10X,5(2X,E14.7)  

1//10X,5(2X,E14.7))
1800 FORMAT(/10X,'FATORES DOS HARMONICOS ANTISIMETRICOS:',//10X,5(2X,E1  

14.7),//10X,5(2X,E14.7))
1850 FORMAT(/10X,'NEL',10X,'ITEMP.1',6X,'DTEMP.1',8X,'ITEMP.2',6X,'DT  

1EMP.2',8X,'ITEMP.3',6X,'DTEMP.3',/)
1900 FORMAT(/10X,'NEL',2X,'NARM',4X,'TIARM',4X,'COEF',8X,'ITEMP.1',6X  

1,'DTEMP.1',8X,'ITEMP.2',6X,'DTEMP.2',8X,'ITEMP.3',6X,'DTEMP.3',/)
1920 FORMAT(I10,6F10.4)
1950 FORMAT(/10X,I3,2X,3(5X,F10.4,3X,F10.4))

```

```
2000 FORMAT(/1CX,I3,2X,I3,5X,'=====',4X,'====',3(8X,'=====',6X,'====
1==',))
2100 FORMAT(//10X,'NO CARTAO',I3,' FOI DADO UM NUMERO DE ELEMENTOS=',I
14,'QUE E MAIOR QUE O ULTIMO ELEMENTO DO ULTIMO GRUPO =',I3,//10X,'
20 PROCESSAMENTO FOI INTERROMPIDO')
2200 FORMAT(2I5,6F10.4)
2300 FORMAT(2IX,I4,5X,I4,1X,3(5X,F10.4,3X,F10.4))
2400 FORMAT(//10X,'PARA O ELEMENTO',I3,' NO CARTAO',I3,' FOI DADO O HAR
MONICO SIMETRICO',I3,' QUE NAO FIGURA NA LISTA GERAL DOS HARMONIC
OS SIMETRICOS',//10X,'O PROCESSAMENTO FOI SUSPENSO')
2500 FORMAT(//10X,'PARA O ELEMENTO',I3,' NO CARTAO',I3,' FOI DADO O HAR
MONICO SIMETRICO',I3,' QUE NAO FIGURA NA LISTA DOS HARMONICOS SIME
TRICOS DE TEMPERATURA',//10X,'O PROCESSAMENTO FOI INTERROMPIDO')
2600 FORMAT(//10X,'PARA O ELEMENTO',I3,' NO CARTAO',I3,' FOI DADO O HAR
MONICO ANTISIMETRICO',I3,' QUE NAO FIGURA NA LISTA GERAL DOS HARMONICOS ANTISIMETRICOS',//10X,'O PROCESSAMENTO FOI SUSPENSO')
2700 FORMAT(//10X,'PARA O ELEMENTO',I3,' NO CARTAO',I3,' FOI DADO O HAR
MONICO ANTISIMETRICO ',I3,' QUE NAO FIGURA NA LISTA DOS HARMONICOS
2 ANTISIMETRICOS DA TEMPERATURA',//10X,'O PROCESSAMENTO FOI INTERRO
MPIDO')
3000 FORMAT(//10X,'FOI DADO PARA A TEMPERATURA UM HARMONICO SIMETRICO
1QUE NAO FIGURA NA LISTA GERAL DOS HARMONICOS SIMETRICOS',//10X,'O
3PROCESSAMENTO FOI INTERROMPIDO')
3100 FORMAT(//10X,'FOI DADO PARA A TEMPERATURA UM HARMONICO ANTISIMETR
ICO QUE NAO FIGURA NA LISTA GERAL DOS HARMONICOS ANTISIMETRICOS',
//10X,'O PROCESSAMENTO FOI INTERROMPIDO')
      RETURN
      END
```

```
SUBROUTINE CARGI(NNCI,NEC,NCOET)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION NCOET(20),NCI(100),DESLO(4),VELOC(4),
IUZERO(12864),VZERO(12864)
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLOQ,
1IFILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT
COMMON /B/ BLOCO(12864)
COMMON /C/ BLOC1(12864)
EQUIVALENCE (UZERO(1),BLOCO(1)),(VZERO(1),BLOC1(1))
```

C  
C  
C  
C

```
*****  
ESTA SUBRUTINA LE E ESCREVE AS CONDICOES INICIAIS DA ESTRUTURA  
*****
```

```
WRITE(LW,900)NEC
LI = NARMS + 1
LS = NARMS + NARMA
NTECA = NTEC*LS
READ(LR,1100) ILEY
WRITE(LW,950) ILEY
READ(LR,800) (IFACI(I),I=1,LS)
WRITE(LW,850) (NCOET(I),I=1,LS),(IFACI(I),I=1,LS)
DO 5 I=1,NTECA
UZERO(I) = 0.
5 VZERO(I) = 0.
IF(ILEY) 170,10,170
10 WRITE(LW,1000)
DO 160 J = 1,NNCI
READ(LR,1100) NQ,NARM
WRITE(LW,1200) NQ,NARM
IF(NQ>NN) 30,30,20
20 WRITE(LW,1250) J,NQ,NN
STOP
30 IQ = (NQ-1)*NGLN
```

```
DO 160 II = 1,NARM
READ(LR,1100) LIARM,N
READ(LR,1300) (DESL0(K),K=1,NGLN),(VELOC(K),K=1,NGLN)
WRITE(LW,1400) LIARM,N,(DESL0(K),K=1,NGLN),(VELOC(K),K=1,NGLN)
IF(LIARM)120,100,120
100 IF(NARMS)105,115,105
105 DO 110 L=1,NARMS
      M = NCOET(L)
      IF(M-N)110,140,110
110 CONTINUE
115 WRITE(LW,1500) NQ,II,N
      STOP
120 DO 130 L=LI,LS
      M = NCOET(L)
      IF(M-N) 130,140,130
130 CONTINUE
      WRITE(LW,1600)NQ,II,N
      STOP
140 NPOSE = (L-1)*NTEC + IQ
      DO 150 K=1,NGLN
          I = NPOSE +K
          UZERO(I) = UZERO(I) + DESL0(K)
150 VZERO(I) = VZERO(I) + VELOC(K)
160 CONTINUE
      GO TO 190
170 READ(LR,1650) (NCI(I),I=1,NNCI)
      WRITE(LW,1700) (NCI(I),I=1,NNCI)
      READ(LR,1100) NARM
      WRITE(LW,1800) NARM
      WRITE(LW,1050)
      DO 180 II = 1,NARM
      READ(LR,1100) LIARM,N
      READ(LR,1300) (DESL0(K),K=1,NGLN),(VELOC(K),K=1,NGLN)
      WRITE(LW,1450) LIARM,N,(DESL0(K),K=1,NGLN),(VELOC(K),K=1,NGLN)
      IF (LIARM) 125,101,125
101 IF (NARMS) 106,116,106
106 DO 111 L=1,NARMS
      M = NCOET(L)
```

```
IF (M-N) 111,145,111
111 CONTINUE
116 WRITE(LW,1500) NQ,II,N
STOP
125 DO 135 L=LI,LS
      M = NCOET(L)
      IF (M-N) 135,145,135
135 CONTINUE
      WRITE(LW,1600) NQ,II,N
STOP
145 DO 180 J=1,NNCI
      NQ = NCI(J)
      IF (NQ-NN) 35,35,25
25  WRITE(LW,1250) J,NQ,NN
STOP
35  IQ = (NQ-1)*NGLN
      NPOSE = (L-1)*NTEC + IQ
      DO 155 K=1,NGLN
          I = NPOSE + K
          UZERO(I) = UZERO(I) + DESLO(K)
155  VZERO(I) = VZERO(I) + VELOC(K)
180 CONTINUE
190 DO 200 I = 1,NTECA
      IH52 = I
      IH53 = I
      WRITE(52'IH52) UZERO(I)
200 WRITE(53'IH53) VZERO(I)
800 FORMAT(16I15)
850 FORMAT(//10X,'INDICE DOS FATORES DOS HARMONICOS(COND. INIC. :IFACI
     1=1;CARREG.:IFACI=2;COND.INIC. E CARREG.:IFACI=3)',//10X,'HARMONICO
     2S:',5X,20I5,//10X,'IFACI:',9X,20I5)
900 FORMAT(//10X,'CONDICOES INICIAIS REFERENTES AO CARREGAMENTO',I5,2X
     1,'( SISTEMA GLOBAL )')
950 FORMAT(/10X,'INDICE DA LEI DE VARIACAO DAS CONDICOOES INICIAIS',T65
     1,I5,2X,'(DESENVOLVIMENTO DA SERIE IGUAL:ILEY#0;DIFERENTE:ILEY=0)')
1000 FORMAT(//10X,' NO',2X,'NARM',2X,'TIARM',2X,'COEF',3X,'DESL.R',3X,
     2DESL.T',3X,'DESL.Z',2X,'DESL.RZ',2X,'VELOC.R',2X,'VELOC.T',2X,'VEL
     3OC.Z',1X,'VELOC.RZ')
```

```
1050 FORMAT(//10X,'TIARM',2X,'COEF',3X,'DESL.R',3X,'DESL.T',3X,'DESL.Z'  
    1,2X,'DESL.RZ',2X,'VELOC.R',2X,'VELOC.T',2X,'VELOC.Z',1X,'VELOC.RZ'  
    2)  
1100 FORMAT(2I5)  
1200 FORMAT(/10X,I3,2X,I4)  
1250 FORMAT(//10X,'NO CARTAO',I3,'FOI DADO O NO',I3,'QUE E MAIOR QUE O  
    1NUMERO DE NOS =',I3,//10X,'O PROCESSAMENTO FOI SUSPENSO')  
1300 FORMAT(8F10.3)  
1400 FORMAT(/21X,I5,2X,I4,1X,8(F8.3,1X))  
1450 FORMAT(/10X,I5,2X,I4,8(1X,F8.3))  
1500 FORMAT(//10X,'PARA O NO',I3,' NO CARTAO NUMERO',I3,' FOI DADO O HA  
    1RMONICO',I3,' QUE NAO FIGURA NA LISTA DOS HARMONICOS SIMETRICOS',//  
    2/10X,'O PROCESSAMENTO FOI SUSPENSO')  
1600 FORMAT(//10X,'PARA O NO',I3,' NO CARTAO NUMERO',I3,' FOI DADO O HA  
    1RMONICO',I3,' QUE NAO FIGURA NA LISTA DOS HARMONICOS ANTISIMETRICO  
    2S',//10X,'O PROCESSAMENTO FOI INTERROMPIDO')  
1650 FORMAT(16I5)  
1700 FORMAT(//10X,'NOS COM CONDICoes INICIAIS :',5X,15I5,(/43X,15I5))  
1800 FORMAT(//10X,'NUMERO DE HARMONICOS EXCITADOS PELA CONDICAO INICIAL  
    1 :',T65,I5)  
    RETURN  
    END
```

```

SUBROUTINE INSES(N)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION FW(300),FWW(300),X(56,56),GIF(56)
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLOQ,
1IFILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,
3BITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPRI(10)
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLE(100),ERROR,FRCT
COMMON /B/ BLOC0(12864)
COMMON /C/ BLOC1(12864)
COMMON /D/ BLOC2(12864)
EQUIVALENCE (FW(1),COOR(1)),(X(1,1),BLOC0(6273))
EQUIVALENCE (FWW(1),COOR1(1))

```

\*\*\*\*\* ESTA SUBROTINA CALCULA OS AUTOVALORES E OS AUTOVETORES PELO METODO DA ITERACAO DOS SUB-ESPACOS \*\*\*\*\*

```

CALL ACRIG(N)
CALL ACMAS(N)
CALL COSMA
CALL GAUSS
CALL VEINI
DO 105 K=1,NAUV
FWW(K)=0.
INSAL=0
DO 1 KRI=1,NITER
CALL RESOL
KSP=1
CALL PROKM(KSP)
CALL MULT
KSP=2
CALL PROKM(KSP)
CALL JACOBI
CALL ORTDG(DIF)
IF(INSAL)112,1,112

```

```
1 CONTINUE
KRI = NITER
112 L = NTEC*NAUV
DO 51 II=1,IFILE
IH9=II
LI=(II-1)*IREG+1
LF=IREG*II
IF(LF-L)51,92,92
92 LF=L
READ(19*IH9)(BLOCO(I),I=LI,LF)
GO TO 93
51 READ(19*IH9)(BLOCO(I),I=LI,LF)
93 DO 11 K = 1,NTEC
DO 12 J=1,NAUR
COOR(J)=0.
DO 12 M=1,NAUV
NPOSI = (M-1)*NTEC + K
12 COOR(J)=COOR(J)+BLOCO(NPOSI)*X(M,J)
DO 11 M=1,NAUR
NPOSI = (M-1)*NTEC + K
11 BLOCO(NPOSI)=COOR(M)
DO 106 J=1,NPOSI
106 BLOC1(J)=BLOCO(J)
CALL WRIT(N,KRI)
WRITE(LW,1000) (J,FWW(J),DIF(J),J=1,NAUR)
1000 FORMAT(//10X,'CONVERGENCIA ALCANCIADA NOS AUTOVALORES :',//10X,'NUM
ERO',10X,'AUTOVALOR',10X,'TAXA DE CONVERGENCIA',//(I14,5X,F15.4,11
3X,E14.7))
RETURN
END
```

SUBROUTINE WRIT (N,KR1)  
IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)  
DIMENSION AUTVT(12),AUTVX(12),FWW(300),ROT(12,12)  
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLOQ,  
1IFILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,  
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,  
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),  
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)  
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT  
COMMON /B/ BLOCO(12864)  
COMMON /C/ BLOC1(12864)  
COMMON /D/ BLOC2(12864)  
EQUIVALENCE (FWW(1),COOR1(1))

\*\*\*\*\*  
ESTA SUBROTINA ESCREVE OS AUTOVALORES E AUTOVETORES EM COORDENADAS  
LOCAIS OU GLOBAIS  
\*\*\*\*\*

WRITE(LW,1000) N,KR1  
IF (ISREF) 60,40,60  
40 DO 50 JJ = 1,NAUR  
JL = (JJ-1)\*NTEC  
WRITE(LW,1200) JJ  
WRITE(LW,1300) FWW(JJ)  
DO 50 K = 1,NN  
LL = K\*NGLN + JL  
L = LL-NGLN+1  
50 WRITE(LW,1400) K,(BLOC1(I),I=L,LL)  
GO TO 140  
60 DO 130 JJ = 1,NAUR  
JL = (JJ-1)\*NTEC  
JJI = 0  
JI = 0  
DO 100 NEL = 1,NE  
L = 0  
LL = 0  
DO 70 I = 1,NNPE

```

JI = JI + 1
JI = INCED(JI)
JI = (JI-1)*NGLN + JL
DO 70 K = 1,NGLN
JI = JI + 1
L = L + 1
70 AUTVT(L) = BLOC1(JI)
IH42 = NEL
READ(42*IH42) ((ROT(I,J),J=1,12),I=1,12)
DO 80 I = 1,12
AUTVX(I) = 0.
DO 80 J = 1,12
80 AUTVX(I) = AUTVX(I) + ROT(I,J)*AUTVT(J)
DO 90 I = 1,NNPE
JJI = JJI + I
JI = INCED(JJI)
JI = (JI-1)*NGLN + JL
DO 90 K = 1,NGLN
JI = JI + 1
LL = LL + 1
90 BLOC2(JI) = AUTVX(LL)
100 CONTINUE
      WRITE(LW,1500) JJ
      WRITE(LW,1300) FWW(JJ)
      DO 120 K = 1,NN
      LL = JL + K*NGLN
      L = LL-NGLN+1
120 WRITE(LW,1400) K,(BLOC2(I),I=L,LL)
130 CONTINUE
140 CONTINUE
1000 FORMAT(//10X,'MODO DE VIBRACAO CIRCUNFERENCIAL :',T65,I5,/10X,'N
  U MERO TOTAL DE INTERACOES :',T65,I5)
1200 FORMAT(//10X,'FREQUENCIA (RAD/SEG)',9X,'A   U   T   O   V   E   T
  1   O   R - NUMERO',I5,' ( SISTEMA GLOBAL )',///40X,'NO',6X,'DESLOC
  2. R :',6X,'DESLOC. T :',6X,'DESLOC Z :',6X,'ROTAC. RZ :')
1300 FORMAT(/F25.4)
1400 FORMAT(/I42,4(3X,E14.7))
1500 FORMAT(//10X,'FREQUENCIA (RAD/SEG)',9X,'A   U   T   O   V   E   T

```

```
I D R - NUMERO',I5,' ( SISTEMA LOCAL )',//40X,'NO',6X,'DESLOC.  
2U1 :',6X,'DESLOC.U2 :',6X,'DESLOC. W :',6X,'ROTAC.U1W :')  
RETURN  
END
```

SUBROUTINE ACRIG(N)  
IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)  
DIMENSION REL(12,12),CNA(4,144),ROT(12,12)  
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLOQ,  
1FILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,  
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,  
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),  
4LBANO(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)

\*\*\*\*\*  
ESTA SUBROTINA CONSTROE A MATRIZ DE RIGIDEZ DO ELEMENTO A PARTIR  
DAS COMPONENTES INDEPENDENTES DO HARMONICO  
\*\*\*\*\*

IF(ICARG)10,20,10  
10 IH41=-4  
INCRE=5  
GO TO 25  
20 IH41=0  
INCRE=1  
25 DO 100 IH=1,NE  
IH41=IH41+INCRE  
ICNO=IH41  
READ(41\*ICNO)((REL(I,J),J=1,12),I=1,12)  
IF(ICARG)30,60,30  
30 IF(N) 35,60,35  
35 ICNI=IH41  
DO 40 I=1,4  
ICNI=ICNI+1  
ICNI=ICNI  
40 READ(41\*ICNI)(CNA(I,J),J=1,144)  
DO 50 K=1,4  
L=0  
C=N\*\*K  
DO 50 I=1,12  
DO 50 J=1,12  
L=L+1  
50 REL(I,J)=REL(I,J)+C\*CNA(K,L)

```
60 IH42=IH
    READ(42*IH42)((ROT(I,J),J=1,12),I=1,12)
    M=12
    I=2
    CALL TSUMU(ROT,M,M,I,ROT,M,M,REL,M)
    I=4
    CALL TSUMU(ROT,M,M,I,REL,M,M,REL,M)
    IF(IFPR(6).EQ.0) GO TO 90
    WRITE(LW,900)N
    WRITE(LW,1000)IH
    WRITE(LW,1100)((REL(I,J),J=1,12),I=1,12)
90 CONTINUE
    IH24=IH
100 WRITE(24*IH24)((REL(I,J),J=1,12),I=1,12)
900 FORMAT(//10X,'MATRIZ DE RIGIDEZ PARA UM NUMERO DE ONDAS CIRCUNFERE
    INCIAIS IGUAL A',I5,/)
1000 FORMAT(/10X,'MATRIZ DE RIGIDEZ DO ELEMENTO',I5,/)
1100 FORMAT(2X,12E10.4)
    RETURN
END
```

SUBROUTINE ACMAS(N)

IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)

DIMENSION FEL(12,12),DNA(2,144),ROT(12,12)

COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLOQ,  
1IFILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,  
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,  
3ITEO(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCEO(300),NAP(201),NUAN(10),  
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)

\*\*\*\*\*  
ESTA SUBROTINA CLENSTRLE A MATRIZ DE MASSA DO ELEMENTO A PARTIR DAS  
COMPONENTES INDEPENDENTES DO HARMONICO  
\*\*\*\*\*

IF(ICARG)10,20,10  
10 IH51=-2  
INCRA=3  
GO TO 25  
20 IH51=0  
INCRA=1  
25 DO 100 IH=1,NE  
IH51=IH51+INCRA  
IDNO=IH51  
READ(51>IDNO)((FEL(I,J),J=1,12),I=1,12)  
IF(ICARG)30,60,30  
30 IF(N) 35,60,35  
35 IDNI=IH51  
DO 70 I=1,2  
IDNI=IDNI+1  
IDN1=IDNI  
70 READ(51>IDN1)(DNA(I,J),J=1,144)  
DO 80 K=1,2  
L=0  
C=N\*\*K  
DO 80 I=1,12  
DO 80 J=1,12  
L=L+1  
80 FEL(I,J)=FEL(I,J)+C\*DNA(K,L)

```
60 IH42=IH
      READ(42,IH42)((ROT(I,J),J=1,12),I=1,12)
      M=12
      I=2
      CALL TSUMU(FEL,M,M,I,ROT,M,M,FEL,M)
      I=4
      CALL TSUMU(ROT,M,M,I,FEL,M,M,FEL,M)
      IF(IFPR(8).EQ.0) GO TO 90
      WRITE(LW,900)IH
      WRITE(LW,1050)IH
      WRITE(LW,1100)((FEL(I,J),J=1,12),I=1,12)
90 CONTINUE
      IH23=IH
100 WRITE(23,IH23)((FEL(I,J),J=1,12),I=1,12)
900 FORMAT(//10X,'MATRIZ DE MASSA PARA UM NUMERO DE ONDAS CIRCUNFERENC
1IAIS IGUAL A',I5,/)
1050 FORMAT(/10X,'MATRIZ DE MASSA DO ELEMENTO',I5,/)
1100 FORMAT(2X,12E10.4)
      RETURN
      END
```

SUBROUTINE COSMA  
IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)  
DIMENSION REL(144),FEL(144),DIS(804),REAC(12864)  
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLQQ,LBMAX,LBLQQ,  
1IFILE,NESC,NTIPEL,ILOAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,  
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,  
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),  
4LBANU(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)  
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT  
COMMON /B/ BLOC0(12864)  
COMMON /C/ BLOC1(12864)  
COMMON /D/ BLOC2(12864)  
EQUIVALENCE (REAC(1),BLOC2(1)),(DIS(1),COOR1(1))

\*\*\*\*\*  
C C C C C ESTA SUBROTINA CONSTROE AS MATRIZES DE RIGIDEZ E DE MASSA GLOBAIS  
C C C C C INTRODUZINDO POSTERIORMENTE AS CONDIÇÕES DE CONTORNO  
\*\*\*\*\*

KKK=LBMAX\*2  
JT=0  
DO 1 I=1,NNDP  
IF(JT) 1051,1053,1051  
1053 IH4=1  
KT=NGLN\*NNDP  
READ(14'IH4)(DIS(JJ),JJ=1,KT)  
JT=1  
1051 DO 1 J=1,NGLN  
J1=(I-1)\*NGLN+J  
IF(DIS(J1)-200.)5,1,1  
5 DO 6 K=1,KKK  
6 REAC(K)=0.  
IH5=(I-1)\*KKK\*NGLN+(J-1)\*KKK+1  
IH6=IH5-1  
DO 150 J1=1,KKK  
IH5=IH6+J1  
WRITE(16'IH5)REAC(J1)  
150 CONTINUE

```

1      CONTINUE
NULAN=0
   DO 300 KIK=1,NBLOQ
   IF(IFPR(4).EQ.0) GO TO 600
   WRITE(LW,9999) KIK
600 CONTINUE
LBBNU=LBand(KIK)
NUAAN=NUAN(KIK)
L=NULAN*NGLN
NESPA=(NUAAN-NULAN)*LBBNU*NGLN
DO 200 J=1,NESPA
200 BLOC0(J)=0.
IF(ITIPR.EQ.1) GO TO 202
DO 201 J=1,NESPA
201 BLOC1(J) = 0.
202 DO 2 K = 1,NE
   NUMEL = K
   DO 601 IM1=1,NTIPEL
   IFIL=ITED(IM1)
   NGRUPO=NGRUP(IFIL)
   IFILA=IFIL-1
   NM1=0
   IF(IFIL-1)607,607,608
608 DO 605 IM3=1,IFILA
605 NM1=NM1+NGRUP(IM3)
607 NGR=NM1+NGRUPD
   IF(NUMEL-NELIG(NGR,2))602,603,601
602 IF(NUMEL-NELIG(NM1+1,1))601,603,603
601 CONTINUE
   WRITE(LW,400)
   STOP
603 NNPEA=NNPE(IIFIL)
   DO 4 I=1,NNPEA
   JJ=          (K-1)*NNPE+I
   IF(NULAN-INCED(JJ))3,4,4
3   IF(INCED(JJ) -NUAAN)7,7,4
4   CONTINUE
   GO TO 2000

```

```
7 IH24=NUMEL
IM3=(NNPEA*NGLN)**2
READ(24,IH24)(REL(I),I=1,IM3)
IF(ITIPR.EQ.1) GO TO 18
IH23 = NUMEL
READ(23,IH23)(FEL(I),I=1,IM3)
18 DO 28 LL=1,NNPEA
IN=(K-1)*NNPEA+LL
DO 28 KK=1,NNPEA
II=(K-1)*NNPEA+KK
DO 27 J=1,NGLN
J1=NGLN*(INCED(IN)-1)+J
JE=NGLN*(LL-1)+J
DO 26 I=1,NGLN
IB=NGLN*(INCED(II)-1)+I
IF(IB-NULAN*NGLN)28,28,29
29 IF(IB-NUAAN*NGLN)30,30,28
30 IE=NGLN*(KK-1)+I
JB=J1-IB+1
IF(JB)27,27,31
31 NPOSI=(IB-L-1)*LBBNU+JB
NPOSE=(IE-1)*NGLN*NNPEA+JE
BLOCO(NPOSI)=BLOCO(NPOSI)+REL(NPOSE)
IF(ITIPR.EQ.1) GO TO 26
BLOC1(NPOSI)=BLOC1(NPOSI)+FEL(NPOSE)
26 CONTINUE
27 CONTINUE
28 CONTINUE
2000 I=NUMEL
IF(NE-I) 8,8,2
2 CONTINUE
C.....
C      CONSIDERACAO DAS CONDICOES DE CONTORNO
C.....
8 CONTINUE
C.....
C      OBTENCAO DO VETOR PARA O CALCULO DAS REACOES
C.....
```

```
DO 501 I=1,NNDP
J=NAP(I)
IF(NULAN+1-J)502,502,501
502 J1=NUAAN+LBBNU/NGLN-1-J
IF(J1)501,503,503
503 K=(J-NULAN-1)*LBBNU*NGLN
IH2=(I-1)*KKK*NGLN
DO 504 JK=1,NGLN
IH1=IH2+(JK-1)*KKK
INAP=0
NPOSI=K+(JK-1)*LBBNU+1
JJ=(I-1)*NGLN+JK
IF(200.-DIS(JJ))504,504,510
510 NUEC=(J-1)*NGLN+JK
DO 13 LU=1,NBLOQ
NAFEC=NUAN(LU)*NGLN+LBAND(LU)-NGLN
IF(NUEC-NAFEC) 14,14,13
13    CONTINUE
14    KP=LBAND(LU)-NGLN+JK-1
KH=NPOSI-KP*(LBBNU-1)
IH5=IH1+1
IH6=IH5-1
DO 152 IH3=1,KKK
IH5=IH6+IH3
READ(16*IH5)REAC(IH3)
152 CONTINUE
DO 505 JJ=1,KP
INAP=INAP+1
NPOSE=KH+(LBBNU-1)*(JJ-1)
IF(NPOSE)505,505,506
506 IF(NPOSE-NESPA)507,507,304
507 IH5=IH1+INAP
REAC(INAP)=BL0CO(NPOSE)
505 CONTINUE
IF(NPOSI-NESPA)531,304,304
531 IH5=IH1+INAP+1
REAC(INAP+1)=BL0CO(NPOSI)
NCOL=LBBNU-JK+1
```

```
502 CONTINUE
907 NULAN=NUAN(M)
101 CONTINUE
    DO 408 L1=1,NTEC
        NPOSI=(MT-1)*NTEC+L1
408 BLOC1(NPOSI)=RES(L1)
405 CONTINUE
24 CONTINUE
    J=NAUV*NTEC
    DO 52 II=1,IFILE
        IH7=II
        LI=(II-1)*IREG+1
        LF=IREG*II
        IF (LF-J) 52,93,93
93 LF=J
    WRITE (17*IH7) (BLOC1(I),I=LI,LF)
    GO TO 94
52 WRITE (17*IH7) (BLOC1(I),I=LI,LF)
94 CONTINUE
RETURN
END
```

```
SUBROUTINE JACOBI
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(3136),B(3136),X(56,56),EIGV(56),D(56),AR(3136)
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLDQ,LBMAX,LBLOQ,
1IFILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSEC,C,NARMS,NARMA,
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFDC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)
COMMON /A/ COLR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT
COMMON /B/ BLOCO(12864)
COMMON /C/ BLOC1(12864)
COMMON /D/ BLOC2(12864)
EQUIVALENCE (A(1),BLOCO(1)),(B(1),BLOCO(3137))
EQUIVALENCE (X(1,1),BLOCO(6273)),(D(1),BLOCO(9409))
EQUIVALENCE (EIGV(1),BLOCO(9465))
EQUIVALENCE (IOUT,LW),(ERROR,RTOL),(N,NAUV)
```

```
*****
ESTA SUBROUTINA RESOLVE O PROBLEMA DE AUTOVALOR GENERALIZADO
UTILIZANDO A ITERACAO DE JACOBI GENERALIZADA
*****
```

```
SQRT(XX) = DSQRT(XX)
ABS(XX) = DABS(XX)

NSMAX=12
II = NAUV*NAUV
DO 53 II = 1,IFILE
IH8 = II
LI = (II-1)*IREG + 1
LF = IREG*II
IF (LF-II) 53,95,95
95 LF = II
READ(18*IH8) (AR(I),I=LI,LF)
GO TO 2
53 READ(18*IH8) (AR(I),I=LI,LF)
2 II = 1
DO 310 I=1,NAUV
```

```

LTEMP=II+NAUV-I
NPOSF=I*NAUV
NPOSI=NPOSF-LTEMP+II
IC=0
DO 311 J=II,LTEMP
IC=IC+1
B(J)=BLOCO(NPOSI+IC-1)
311 A(J)=AR(NPOSI+IC-1)
310 II=II+NAUV+1-I

C
C      INICIALIZACAO DAS MATRIZES DE AUTOVALORES E AUTOVETORES
C
N1=N+1
II=1
DO 10 I=1,N
IF (A(II).GT.0. .AND. B(II).GT.0.) GO TO 4
WRITE (IOUT,2020) II,A(II),B(II)
STOP
4 D(I)=A(II)/B(II)
EIGV(I)=D(I)
10 II=II+N1-1
DU 30 I=1,N
DO 20 J=1,N
20 X(I,J)=0.
30 X(I,I)=1.
IF (N.EQ.1) RETURN

C
C      INICIALIZACAO DO CONTADOR DE LOOPS E COMECO DA ITERACAO
C
NSWEEP=0
NR=N-1
40 NSWEEP=NSWEEP+1
IF (IFPR(9).EQ.1) WRITE (IOUT,2000) NSWEEP

C
C      VERIFICACAO SE OS ATUAIS ELEMENTOS FORA DA DIAGONAL SAO GRANDE
C      O BASTANTE PARA REQUERER ZERAGEM
EPS=(.01*#NSWEEP)**2
DO 210 J=1,NR

```

```

JP1=J+1
JM1=J-1
LJK=JM1*N-JM1*N/2
JJ=LJK+J
DO 210 K=JP1,N
KP1=K+1
KM1=K-1
JK=LJK+K
KK=KM1*N-KM1*K/2+K
EPTOLA=(A(JK)*A(JK))/(A(JJ)*A(KK))
EPTOLB=(B(JK)*B(JK))/(B(JJ)*B(KK))
IF ((EPTOLA.LT.EPS).AND.(EPTOLB.LT.EPS)) GO TO 210

CALCULO DOS ELEMENTOS DAS MATRIZES DE ROTACAO CA E CG,
SE A ZERAGEM FOR NECESSARIA

AKK=A(KK)*B(JK)-B(KK)*A(JK)
AJJ=A(JJ)*B(JK)-B(JJ)*A(JK)
AB=A(JJ)*B(KK)-A(KK)*B(JJ)
CHECK=(AB*AB+4.*AKK*AJJ)/4.
IF (CHECK) 50,60,60
50 WRITE (IOUT,2020)
STOP
60 SQCH=SQRT(CHECK)
D1=AB/2.+SQCH
D2=AB/2.-SQCH
DEN=D1
IF(ABS(D2).GT.ABS(D1))DEN=D2
IF(DEN) 80,70,80
70 CA=0.
CG=-A(JK)/A(KK)
GO TO 90
80 CA=AKK/DEN
CG=-AJJ/DEN

```

```
90 IF (N-2) 100,190,100
100 IF(JM1-1) 130,110,110
110 DO 120 I=1,JM1
    IM1=I-1
    IJ=IM1*N-IM1*I/2+J
    IK=IM1*N-IM1*I/2+K
    AJ=A(IJ)
    BJ=B(IJ)
    AK=A(IK)
    BK=B(IK)
    A(IJ)=AJ+CG*AK
    B(IJ)=BJ+CG*BK
    A(IK)=AK+CA*AJ
120 B(IK)=BK+CA*BK
130 IF (KP1-N) 140,140,160
140 LJI=JM1*N-JM1*I/2
    LKI=KM1*N-KM1*K/2
    DO 150 I=KP1,N
        JI=LJI+I
        KI=LKI+I
        AJ=A(JI)
        BJ=B(JI)
        AK=A(KI)
        BK=B(KI)
        A(JI)=AJ+CG*AK
        B(JI)=BJ+CG*BK
        A(KI)=AK+CA*AJ
150 B(KI)=BK+CA*BK
160 IF (JP1-KM1) 170,170,190
170 LJI=JM1*N-JM1*I/2
    DO 180 I=JP1,KM1
        JI=LJI+I
        IM1=I-1
        IK=IM1*N-IM1*I/2+K
        AJ=A(JI)
        BJ=B(JI)
        AK=A(IK)
        BK=B(IK)
```

```
A(JI)=AJ+CG*AK
B(JI)=BJ+CG*BK
A(IK)=AK+CA*AJ
180 B(IK)=BK+CA*BJ
190 AK=A(KK)
BK=B(KK)
A(KK)=AK+2.*CA*A(JK)+CA*CA*A(JJ)
B(KK)=BK+2.*CA*B(JK)+CA*CA*B(JJ)
A(JJ)=A(JJ)+2.*CG*A(JK)+CG*CG*AK
B(JJ)=B(JJ)+2.*CG*B(JK)+CG*CG*BK
A(JK)=0.
B(JK)=0.
```

```
C
C      ATUALIZACAO DA MATRIZ DE AUTOVETORES APOS CADA ROTACAO
C
```

```
DO 200 I=1,N
XJ=X(I,J)
XK=X(I,K)
X(I,J)=XJ+CG*XK
200 X(I,K)=XK+CA*XJ
210 CONTINUE
```

```
C
C      ATUALIZACAO DOS AUTOVALORES APOS CADA LOOP
C
```

```
II=1
DO 220 I=1,N
IF (A(II).GT.0. .AND. B(II).GT.0.) GO TO 215
WRITE (IOUT,2020) II,A(II),B(II)
STOP
215 EIGV(I)=A(II)/B(II)
220 II=II+N1-I
IF (IFPR(9).EQ.0) GO TO 230
WRITE (IOUT,2030)
WRITE (IOUT,2010) (EIGV(I),I=1,N)
```

```
C
C      VERIFICACAO DA CONVERGENCIA
C
```

```
230 DO 240 I=1,N
```

```
TOL=RTOL*D(I)
DIF=ABS(EIGV(I)-D(I))
IF (DIF.GT.TOL) GO TO 280
240 CONTINUE
```

```
C
C      VERIFICACAO DE TODOS OS ELEMENTOS FORA DA DIAGONAL PARA VERIFICAR
C      SE OUTRO LOOP E NECESSARIO
```

```
C
EPS=KTOL**2
DO 250 J=1,NR
JM1=J-1
JP1=J+1
LJK=JM1*N-JM1*N/2
JJ=LJK+J
DO 250 K=JP1,N
KM1=K-1
JK=LJK+K
KK=KM1*N-KM1*K/2+K
EPSA=(A(JK)*A(JK))/(A(JJ)*A(KK))
EPSB=(B(JK)*B(JK))/(B(JJ)*B(KK))
IF ((EPSA.LT.EPS).AND.(EPSB.LT.EPS)) GO TO 250
GO TO 280
250 CONTINUE
```

```
C
C      PREENCHIMENTO DO FUNDO DOS TRIANGULOS DAS MATRIZES RESULTANTES
C      E REDUCAO EM ESCALA DOS AUTOVETORES
```

```
C
255 II=1
DO 275 I=1,N
BB=SQRT(B(II))
DO 270 K=1,N
270 X(K,I)=X(K,I)/BB
275 II=II+N1-I
```

```
C
C      REORDENAMENTO DOS AUTOVALORES E AUTOVETORES, SE NECESSARIO
```

```
C
350 IS=0
II=1
```

```

DO 360 I=1,NAUV-1
LTEMP=II+NAUV+1-I
IF (EIGV(I+1).GE.EIGV(I)) GO TO 360
IS=IS+1
EIGVT=EIGV(I+1)
EIGV(I+1)=EIGV(I)
EIGV(I)=EIGVT
BT=B(LTEMP)
B(LTEMP)=B(II)
B(II)=BT
DO 370 K=1,NAUV
RT=X(K,I+1)
X(K,I+1)=X(K,I)
370 X(K,1)=RT
360 II=LTEMP
IF (IS.GT.0) GO TO 350
DO 55 J=1,NAUV
55 COOR(J)=SQR T(BLACO(J+9464))
RETURN

C
C      ATUALIZA A MATRIZ D E INICIA NOVO LOOP, SE PERMITIDO
C
280 DO 290 I=1,N
290 D(I)=EIGV(I)
IF (NSWEEP.LT.NSMAX) GO TO 40
GO TO 255
2000 FORMAT(10X, *NUMERO DO LOOP IN JACOBI = ',I4)
2010 FORMAT(1HO,6E20.12)
2020 FORMAT (1HO,10X,'AS MATRIZES NAO SAO POSITIVAS DEFINIDAS',/,10X,
* 'II=',I4,10X,'A(II)=',E20.12,10X,'B(II)=',E20.12)
2030 FORMAT (1HO,10X,' AUTOVALORES CORRENTES EM JACOBI ',/)
END

```

```

SUBROUTINE ORTOG(DIF)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION X(56,56),FW(300),FWW(300),DIF(56)
COMMON LK,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLOQ,
1FILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFDC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT
COMMON /B/ BLOC0(12864)
COMMON /C/ BLOC1(12864)
COMMON /D/ BLOC2(12864)
EQUIVALENCE (X(1,1),BLOC0(6273)),(FW(1),COOR(1))
EQUIVALENCE (FWW(1),COOR1(1))

*****ESTA SUBROTINA FAZ O ESTUDO DA CONVERGENCIA DOS AUTOVALORES*****

```

```

ABS(X) = DABS(X)

LBAUV=NGLN*NN
L=LBAUV*NAUV
IF (FWW(1)) 107,107,5
5 DO 104 K=1,NAUR
    DIF(K) = ABS(FWW(K)-FW(K))/FWW(K)
    IF (DIF(K)-1.E+06*ERROR) 104,104,107
104 CONTINUE
    INSAL=1
    GO TO 112
107 DO 108 K=1,NAUV
108 FWW(K)=FW(K)
    DO 51 II=1,FILE
        IH7=II
        LI=(II-1)*IREG+1
        LF=IREG*II
        IF (LF-L) 51,91,91
91    LF=L

```

```
READ (17*IH7) (BLOCO(I),I=LI,LF)
GO TO 92
51 READ (17*IH7) (BLOCO(I),I=LI,LF)
92 DO 13 K=1,LBAUV
    DO 14 J=1,NAUV
        COOR(J)=0.
        DO 14 M=1,NAUV
            NPOSI=(M-1)*LBAUV+K
14     COOR(J)=COOR(J)+BLOCO(NPOSI)*X(M,J)
        DO 13 M=1,NAUV
            NPOSI=(M-1)*LBAUV+K
13     BLOCO(NPOSI)=COOR(M)
        DO 1 J=1,NPOSI
1     BLOC1(J)=BLOCO(J)
        DO 52 II=1,IFILE
            IH8=II
            LI=(II-1)*IREG+1
            LF=IREG*II
            IF (LF-NPOSI) 52,93,93
93     LF=NPOSI
            WRITE (18*IH8) (BLOC1(I),I=LI,LF)
            GO TO 112
52     WRITE (18*IH8) (BLOC1(I),I=LI,LF)
112    CONTINUE
        RETURN
END
```

```
SUBROUTINE COCOR(IL1)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION CARGA(12864),REAC(12864),DIS(804)
COMMON LR,LW,NV,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLOQ,
1FILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT
COMMON /B/ BLOCO(12864)
COMMON /C/ BLOC1(12864)
COMMON /D/ BLOC2(12864)
EQUIVALENCE (CARGA(1),BLOCO(1)),(REAC(1),BLOC2(1))

***** ESTA SUBROTINA INTRODUZ AS CORRECÇÕES NECESSÁRIAS NO VETOR DE CARGA
DEVIDO AS CONDIÇÕES INICIAIS
*****
```

```
ICONT = 0
DO 50 I = 1,NTIPEL
  L = ITED(I) - 10
  IF(L)50,40,50
40 ICONT = 1
  GO TO 100
50 CONTINUE
C.....
C     IL1 INDICA O NÚMERO DO ESTADO DE CARGA
C.....
C     WRITE(LW,30)IL1
100 CONTINUE
C.....
C     LEITURA DO VETOR DE CARGA
C.....
1      I=(IL1-1)*NTEC
      DO 1 J=1,NTEC
        IH25=I+J
      1 READ(25*IH25)CARGA(J)
```

C.....  
C CORRECAO DO VETOR DE CARGA DEVIDO AS CONDICOES DE CONTORNO  
C.....

```
      KKK=LBMAX*2
      JT=0
      IF(ICONT)65,55,65
 55  DO 1202 I=1,NNDP
      KI=NGLN*NNDP
      IF(JT)1051,1052,1051
1052  IH4 = 1
      READ(14'IH4)(DIS(JJ),JJ=1,KI)
1051  K=NAP(I)
      JT=1
      NFILA=(K-1)*NGLN
      L=(I-1)*NGLN
      DO1202 J=1,NGLN
      NFILA=NFILA+1
      L=L+1
      IF(DIS(L)-200.+0.1)1211,1202,1202
1211  IF(CARGA(NFILA))1213,1202,1213
1213  WRITE(LW,60)K,J,CARGA(NFILA)
1202  CONTINUE
      65 DO200 I=1,NNDP
      KI=NGLN*NNDP
      IF(JT)1055,1054,1053
1054  READ(14'IH4)(DIS(JJ),JJ=1,KI)
1053  K=NAP(I)
      JT=1
      NFILA=(K-1)*NGLN
      L=(I-1)*NGLN
      DO202 J=1,NGLN
      NFILA=NFILA+1
      L=L+1
      IF(DIS(L)-200.+0.1)211,202,202
211  IF(DIS(L))203,202,203
203  IH6=(I-1)*KKK*NGLN+(J-1)*KKK
      DO 205 J1=1,KKK
      IH5=IH6+J1
```

205 READ(16\*IH5)REAC(J1)  
NULAN=0  
INAP=0  
NUEC=NFILEA  
DO 13 LU=1,NBLOG  
NAFEC=NUAN(LU)\*NGLN+LBAND(LU)-NGLN  
IF(NUEC-NAFEC) 14,14,13  
13 CONTINUE  
14 KP=LBAND(LU)-NGLN+J-1  
312 NPILA=NFILEA-KP-1  
IF(NPILA) 311,310,310  
311 INAP=INAP+1  
KP=KP-1  
GO TO 312  
310 INAP=INAP+1  
DO 320 M=INAP,KKK  
NPILA=NPILA+1  
IF(NPILA-NTEC)320,320,202  
320 CARGA(NPILA)=CARGA(NPILA)-DIS(L)\*REAC(M)  
202 CONTINUE  
200 CONTINUE  
DO 500 I=1,NNUP  
J=NAP(I)  
DO 400 JK=1,NGLN  
JJ= (I-1)\*NGLN+JK  
IF(DIS(JJ)-200.+0.1) 401,400,400  
401 KK=(J-1)\*NGLN+JK  
CARGA(KK)=DIS(JJ)  
400 CONTINUE  
500 CONTINUE  
30 FORMAT(//10X,'RESULTADOS REFERENTES AO ESTADO DE CARGA',I5)  
60 FORMAT(//10X,'A REACAO DO NO',I5,' NA DIRECAO',I5,', DEVE-SE SUBTRA'  
1IR',F15.7)  
RETURN  
END

```

SUBROUTINE CARG1 (TEMPI,XTC1,T,IAMT,ETA,U,ILOAD)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION U(804),XTC1(48),Z(48),ETA(48)
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLQQ,
1IFILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT
COMMON /B/ BLLOC(12864)
COMMON /C/ BLOC1(12864)
COMMON /D/ BLJC2(12864)

```

```

*****
ESTA SUBROTINA CALCULA A PARCELA DA RESPOSTA DEVIDA A INTEGRAL
DE DUHAMEL, PARA UMA CARGA CONSTANTE DE INTENSIDADE P ATUANTE
DURANTE UM INTERVALO DE TEMPO T, CONSIDERANDO PARA O
AMORTECIMENTO UM PERCENTUAL DO AMORTECIMENTO CRITICO
*****

```

```

SIN(X)=DSIN(X)
COS(X)=DCOS(X)
EXP(X)=DEXP(X)
SQRT(X)=DSQRT(X)

```

```

1 IF((ITEMP.EQ.0).OR.(ILOAD.EQ.7)) GO TO 4
2 IF (TEMPI-T) 1,1,2
1 FRCT = 1.
GO TO 4
2 FRCT = 0.
4 DO 5 I=1,NAUR
5 Z(I)=0.
IF (IAMT.EQ.1) GO TO 100
IF (TEMPI-T) 10,10,20
10 DO 15 I=1,NAUR
15 Z(I)=XTC1(I)*(1.-COS(COOR1(I)*TEMPI))/COOR1(I)
GO TO 150
20 DO 25 I=1,NAUR

```

```
INAP=INAP+1
DO 509 J1=2,NCOL
INAP=INAP+1
NPOSI=NPOSI+1
IH5=IH1+INAP
509 REAC(INAP)=BLOCO(NPOSI)
304 IAUX=IH5-IH1
IH5=IH1+1
IH6=IH5-1
DO 153 IH3=1,IAUX
IH5=IH6+IH3
153 WRITE(16*IH5)REAC(IH3)
504 CONTINUE
501 CONTINUE
DO 101 I=1,NNDP
J=NAP(I)
IF(NULAN+I-J)102,102,101
102 J1=NUAAN+(LBBNU/NGLN)-1-J
IF(J1)101,103,103
103 K=(J-NULAN-1)*LBBNU*NGLN
DO 104 JK=1,NGLN
NPOSI =K+(JK-1)*LBBNU+1
JJ=(I-1)*NGLN+JK
IF((200.-DIS(JJ))-0.1) 111,111,110
111 IF ((DIS(JJ)-200.>-0.1) 104,104,112
C.....
C      INTRODUCAO DO APOIO ELASTICO
C.....
112 BLOCO(NPOSI)=BLOCO(NPOSI)+DIS(JJ)
GO TO 104
C.....
C      INTRODUCAO DO APOIO RIGIDO OU COM DESLOCAMENTO PRESCRITO
C.....
110 KP=LBBNU-NGLN+JK-1
KH=NPOSI-KP*(LBBNU-1)
DO 105 JJ=1,KP
NPOSE =KH+(LBBNU-1)*(JJ-1)
IF(NPOSE) 105,105,106
```

```
106      IF(NPOSE-NESPA) 107,107,104
107  BLOCO(NPOSE) = 0.
      IF(ITIPR.EQ.1) GO TO 105
      BLOC1(NPOSE) = 0.
105  CONTINUE
      IF(NPOSI-NESPA)131,104,104
131  BLOCO(NPOSI)=1.
      IF(ITIPR.EQ.1) GO TO 132
      BLOC1(NPOSI)=0.
132  NCOL=LBBNU-(JK-1)
      DO 109 J1=2,NCOL
      NPOSI=NPOSI+1
      BLOCO(NPOSI) = 0.
      IF(ITIPR.EQ.1) GO TO 109
      BLOC1(NPOSI)=0.
109  CONTINUE
104  CONTINUE
101  CONTINUE
      IF(IFPR(4).EQ.0) GO TO 500
      WRITE (LW,2010) (BLOCO(I2),I2=1,NESPA)
      IF(ITIPR.EQ.1) GO TO 500
      WRITE (LW,2020) (BLOC1(I2),I2=1,NESPA)
500  DO 51 II=1,IFILE
      IH3=(KIK-1)*IFILE+II
      LI=(II-1)*IREG+1
      LF=IREG*II
      IF(LF-NESPA)51,92,92
92   LF=NESPA
      WRITE(13*IH3)(BLOCO(L8),L8=LI,LF)
      GO TO 93
51   WRITE(13*IH3)(BLOC1(L8),L8=LI,LF)
93   IF(ITIPR.EQ.1) GO TO 99
      I=NULAN+1
      DO 53 II=1,IFILE
      IH9=II
      LI=(II-1)*IREG+1
      LF=IREG*II
      IF(LF-NTEC)53,94,94
```

```

94 LF=NTEC
  READ(19*IH9)(DIS(L8),L8=LI,LF)
  GO TO 95
53 READ(19*IH9)(DIS(L8),L8=LI,LF)
95 DO 703 L8=I,NUAAN
  DO 703 K7=1,NGLN
    NFILA=(L8-1-NULAN)*NGLN+K7
    NPOL=(NFILA-1)*LBBNU+1
    NCOL=(L8-1)*NGLN+K7
    NPOSE=N POL
    DIS(NCOL)=BLOC1(NPOSE)
    COOR1(NCOL)=BLOC1(NPOSE)/BL COO(NPOL)
703 CONTINUE
  DO 54 I I=1,IFILE
    IH9=II
    LI=(II-1)*IREG+1
    LF=IREG*II
    IF(LF-NTEC)54,96,96
96 LF=NTEC
  WRITE(19*IH9)(DIS(L8),L8=LI,LF)
  GO TO 97
54 WRITE(19*IH9)(DIS(L8),L8=LI,LF)
97 DO 52 I I=1,IFILE
    IH5=(KIK-1)*IFILE+II
    LI=(II-1)*IREG+1
    LF=IREG*II
    IF(LF-NESPA)52,96,98
98 LF=NESPA
  WRITE(15*IH5)(BL OC1(L8),L8=LI,LF)
  GO TO 99
52 WRITE(15*IH5)(BL OC1(L8),L8=LI,LF)
99 NULAN=NUAAN
300 CONTINUE
400 FORMAT(//10X,'OS GRUPOS NAL ESTAO ORDENADOS EM ORDEM CRESCENTE DO
1S ELEMENTOS',//10X,'O PROCESSAMENTO FOI INTERROMPIDO')
2010 FORMAT(//10X,'VETOR DE RIGIDEZ GLOBAL (APOS A INTRODUCAO DAS CONDI
1COES DE CONTORNO)',/6(E20.12))
2020 FORMAT(//10X,'VETOR DE MASSA GLOBAL (APOS A INTRODUCAO DAS CONDICO
1ES DE CONTORNO)')

```

1ES DE CONTORNO)',/6(E20.12))

9999 FORMAT(//10X,'ENTRADA EM OPERACAO DO BLOCO',I10)

RETURN

END

SUBROUTINE GAUSS

IMPLICIT REAL\*8 (A-H,C-Z)

COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBL0Q,  
1FILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,  
2NARST,NARAT,NITER,NI0C,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,  
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),  
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)

COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT

COMMON /B/ BLOC0(12864)

COMMON /C/ BLOC1(12864)

COMMON /D/ BLOC2(12864)

\*\*\*\*\*

ESTA SUBROTINA APLICA O METODO DE GAUSS A CADA BLOCO DA MATRIZ DE  
RIGIDEZ DA ESTRUTURA AO MESMO TEMPO EM QUE CALCULA A COLABORACAO  
AO BLOCO SEGUINTE

\*\*\*\*\*

J=NNDP\*NGLN

N=NN\*NGLN

NULAN=0

DO 300 KIK=1,NBLOQ

IF(IFPR(7).EQ.0) GO TO 500

WRITE(LW,600) KIK

600 FORMAT(//10X,'ENTRADA DO BLOCO',I3,' A TRIANGULARIZAR')

500 CONTINUE

LBBNU=L BAND(KIK)

NUAAN=NUAN(KIK)

NCOE2=LBBNU/NGLN-1

NUMAX=NUAAN+NCOE2

DO 2 K=KIK,NBLOQ

IF(NUMAX-NUAN(K))4,4,2

2 NBAUX=K

GO TO 5

4 NBAUX=K

5 NULAU=NULAN

DO 1000 LKL=KIK,NBAUX

NCOE1=KIK/LKL

C  
C  
C  
C  
C

```

NCOE=1-NCOE1
LUI=NCOE*LBLOQ+1
NESPA=(NUAN(LKL)-NULAU)*NGLN*LBAND(LKL)+LUI-1
DO 51 II=1,IFILE
IH3=(LKL-1)*IFILE+II
LI=(II-1)*IREG+LUI
LF=IREG*II+LUI-1
IF(LF-NESPA) 51,91,91
91 LF=NESPA
READ (13,IH3) (BLOCO(K),K=LI,LF)
GO TO 92
51 READ (13,IH3) (BLOCO(K),K=LI,LF)
92 CONTINUE
K1=NULAU+1-NCOE2*NCOE
IF(K1-NULAN-1)400,400,413
400 K1=NULAN+1
413 L2=(NULAU+1-K1)*NGLN
LL2=0
DO 7 LL=K1,NUAN
LL2=LL2+1
NL2=L2-(LL2-1)*NGLN+1
DO 7 LLL=1,NGLN
NNL2=(NL2-(LLL-1))*NCOE+2*NCOE1
I=(LL-1)*NGLN+LLL
IF(I-N)6,7,7
6 M=LBNU+1-LLL
NPOSE=(I-NULAN*NGLN-1)*LBNU
DO 20 J=NNL2,M
NI=NPOSE+1
II=I+J-1
IF(II-N)8,8,7
8 IN=NPOSE+J
IF(II-NUAN(LKL)*NGLN)11,11,7
11 IF(BLOCO(IN))101,20,101
101 C=-BLOCO(IN)/BLOCO(NI)
MJ1=M-J+1
DO 10 K=1,MJ1
NI=NPOSE+K+J-1

```

```
IN=(II-NULAU*NLN-1)*LBAND(LKL)+K+LBLOQ*NCOE
10 BLOCO(IN)=BLOCO(IN)+C*BLOCO(NI)
20 CONTINUE
7 CONTINUE
DO 52 II=1,IFILE
IH3=(LKL-1)*IFILE+II
LI=(II-1)*IREG+LUI
LF=IREG*II+LUI-1
IF(LF-NESPA) 52,93,93
93 LF=NESPA
      WRITE (13*IH3) (BLOCO(NI),NI=LI,LF)
      GO TO 94
52 WRITE (13*IH3) (BLOCO(NI),NI=LI,LF)
94 CONTINUE
      NULAU=NUAN(LKL)
1000 CONTINUE
300 NULAN=NUAAN
      RETURN
      END
```

SUBROUTINE VEINI  
IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)  
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNOP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLQQ,  
1IFILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,  
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFLC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,  
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),  
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)  
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT  
COMMON /B/ BLOC0(12864)  
COMMON /C/ BLOC1(12864)  
COMMON /D/ BLOC2(12864)

\*\*\*\*\*  
ESTA SUBROTINA CONSTRUI OS VETORES ORTOGONALIS INICIAIS  
\*\*\*\*\*

DO 51 II=1,IFILE  
IH9=II  
LI=(II-1)\*IREG+1  
LF=IREG\*II  
IF (LF-NTEC) 51,91,91  
91 LF=NTEC  
READ (19\*IH9) (BLOC1(J),J=LI,LF)  
GO TO 92  
51 READ (19\*IH9) (BLOC1(J),J=LI,LF)  
92 DO 300 M=2,NAUV  
DO 301 N=1,NTEC  
NPOSE=(M-1)\*NTEC+N  
301 BLOC1(NPOSE)=0.  
A=0.  
DO 302 J=1,NTEC  
IF ( A-COOR1(J)) 305,302,302  
305 A=COOR1(J)  
K=J  
302 CONTINUE  
NPOSI=(M-1)\*NTEC+K  
BLOC1(NPOSI)=1.  
COOR1(K)=0.

```
300 CONTINUE
DO 52 II=1,IFILE
IH8=II
LI=(II-1)*IREG+1
LF=IREG*II
IF (LF-NPOSE) 52,93,93
93 LF=NPOSE
WRITE (18'IH8) (BLOC1(I),I=LI,LF)
GO TO 94
52 WRITE (18'IH8) (BLOC1(I),I=LI,LF)
94 CONTINUE
RETURN
END
```

## SUBROUTINE RESOL

IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)

```

COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLQ,LBMAX,LBLOQ,
1IFILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,
2NARST,NARAT,NITER,NIUC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT
COMMON /B/ BLOCO(12864)
COMMON /C/ BLOC1(12864)
COMMON /D/ BLOC2(12864)

```

\*\*\*\*\*  
ESTA SUBROTINA PERMITE DADO UM VETOR DE CARGAS CALCULAR OS DESLO-  
CAMENTOS NÓDAIS GENERALIZADOS PARA ESSE ESTADO DE CARGA  
\*\*\*\*\*

```

NULAN=0
N=NGLN*NN
DO 300 KIK=1,NBLQ
LBBNU=LBAND(KIK)
NUAAN=NUAN(KIK)
L=(NUAAN-NULAN)*NGLN*LBBNU
DO 51 II=1,IFILE
IH3=(KIK-1)*IFILE+II
LI=(II-1)*IREG+1
LF = IREG*II
IF (LF-L) 51,91,91
91 LF=L
READ (13*IH3) (BLOCO(LL),LL=LI,LF)
GO TO 92
51 READ (13*IH3) (BLOCO(LL),LL=LI,LF)
92 K=NULAN+1
DO 7 LL=K,NUAAN
DO 7 LLL=1,NGLN
I=(LL-1)*NGLN+LLL
IF (I-N) 6,7,7
6 M=LBBNU+1-LLL

```

```
NPOSE=(I-NULAN*NGLN-1)*LBBNU
NI=NPOSE+1
DO 12 J=2,M
II=I+J-1
IF (II-N) 8,8,7
8 IN=NPOSE+J
C=-BLOCO(IN)/BLOCO(NI)
IF (C) 22,12,22
22 DO 21 J2=1,NAUV
NCOLE=(J2-1)*N+II
NCOL=(J2-1)*N+I
21 BLOC1(NCOLE)=BLOC1(NCOLE)+C*BLOC1(NCOL)
12 CONTINUE
7 CONTINUE
IF(KIK-NBLOQ) 20,300,300
20 NULAN=NUAAN
300 CONTINUE
```

C  
C       CALCULO DOS DESLOCAMENTOS FICANDO ARMAZENADOS EM BLOC1  
C

```
L=(N-NULAN*NGLN-1)*LBBNU+1
DO 24 I=1,NAUV
NPOSI=(I-1)*N+N
24 BLOC1(NPOSI)=BLOC1(NPOSI)/BLOCO(L)
N1=2
DO 400 KIK=1,NBLOQ
LL=NBL0Q-KIK
IH3=(LL-1)*IFILE+1
IF (LL) 25,26,25
25 FINO(13*IH3)
26 DO 35 L=N1,N
IF ((NN-NULAN)*NGLN-L) 80,36,36
36 I=N-L+1
DO 35 J1=1,NAUV
NPOSI=(J1-1)*N+I
C=BLOC1(NPOSI)
NI=(I-NULAN*NGLN-1)*LBBNU+1
DO 34 K=2,LBBNU
```

```
IK1=I+K-1
IF (IK1-N) 37,37,35
37 IN=NI+K-1
NCOL=(J1-1)*N+IK1
34 C=C-BLOCO(IN)*BLOC1(NCOL)
35 BLOC1(NPOSI)=C/BLOCO(NI)
GO TO 400
80 N1=L
IF (LL-1) 81,81,82
81 NULAN=0
GO TO 83
82 NULAN=NULAN(LL-1)
83 NUAAN=NUAAN(LL)
LBBNU=L BAND(LL)
K=(NUAAN-NULAN)*NGLN*LBBNU
DO 52 II=1,IFILE
IH3=(LL-1)*IFILE+II
LI = (II-1)*IREG+1
LF = IREG*II
IF (LF-K) 52,93,93
93 LF=K
READ (13*IH3) (BLOCO(JJ),JJ=LI,LF)
GO TO 400
52 READ (13*IH3) (BLOCO(JJ),JJ=LI,LF)
400 CONTINUE
IF(ITTIPR.EQ.1) GO TO 95
J=N*NAUV
DO 53 II=1,IFILE
IH9=II
LI = (II-1)*IREG+1
LF = IREG*II
IF (LF-J) 53,94,94
94 LF=J
WRITE (19*IH9) (BLOC1(I),I=LI,LF)
GO TO 95
53 WRITE (19*IH9) (BLOC1(I),I=LI,LF)
95 RETURN
END
```

SUBROUTINE PROKM(KSP)

IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)

COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLQQ,  
1IFILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,  
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,  
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),  
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)  
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT  
COMMON /B/ BLOCO(12864)  
COMMON /C/ BLOC1(12864)  
COMMON /D/ BLOC2(12864)

\*\*\*\*\*  
ESTA SUBROTINA CALCULA A PROJECAO DA MATRIZ DE RIGIDEZ OU DE  
MASSA DE ACORDO COM O VALOR DE KSP  
\*\*\*\*\*

C  
C  
C  
C  
C

LBAUV=NGLN\*NN  
J=LBAUV\*NAUV  
IF (KSP-1) 5,6,5  
6 DO 51 II=1,IFILE  
IH8=II  
LI = (II-1)\*IREG+1  
LF=IREG\*II  
IF (LF-J) 51,91,91  
91 LF=J  
READ (18\*IH8) (BLOCO(I),I=LI,LF)  
GO TO 8  
51 READ (18\*IH8) (BLOCO(I),I=LI,LF)  
GO TO 8  
5 DO 2003 I=1,J  
2003 BLOCO(I)=BLOC1(I)  
DO 52 II=1,IFILE  
IH9=II  
LI = (II-1)\*IREG+1  
LF=IREG\*II  
IF (LF-J) 52,93,93  
93 LF=J

```
READ (19*1H9) (BLOC1(I),I=LI,LF)
GO TO 8
52 READ (19*1H9) (BLOC1(I),I=LI,LF)
8 DO 2001 K=1,NAUV
   DO 2002 I=1,NAUV
      COOR(I)=0.
      DO 2002 J=1,LBAUV
         NPOSE=(K-1)*LBAUV+J
         NPOR=(I-1)*LBAUV+J
2002 COOR(I)=COOR(I)+BLOC1(NPOR)*BLOCO(NPOSE)
      DO 2001 J=1,NAUV
         NPOR=(K-1)*NAUV+J
2001 BLOCO(NPOR)=COOR(J)
      IF (KSP-1) 2,3,2
3   J=NAUV*NAUV
      DO 53 II=1,IFILE .
      IH8=II
      LI=(II-1)*IREG+1
      LF=IREG*II
      IF (LF-J) 53,95,95
95   LF=J
      WRITE (18*IH8) (BLOCO(I),I=LI,LF)
      GO TO 2
53   WRITE (18*IH8) (BLOCO(I),I=LI,LF)
2   CONTINUE
      RETURN
END
```

```
SUBROUTINE MULT
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION RES(804)
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLOQ,
1IFILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT
COMMON /B/ BLOCO(12864)
COMMON /C/ BLOC1(12864)
COMMON /D/ BLOC2(12864)
EQUIVALENCE (RES(1),COOR(1))
```

```
*****
ESTA SUBROTINA MULTIPLICA A MATRIZ DE MASSA PELA MATRIZ
S ( CORRESPONDENTE A (J+1) ITERACAO)
*****
```

```
DO 405 MT=1,NAUV
DO 1003 L1=1,NTEC
1003 RES(L1)=0.
NULAN=0
DO 101 M=1,NBLOQ
L1=NULAN(M)
KW=NULAN+1
LBBNU=LBand(M)
NESPA=(L1-KW+1)*LBBNU*NGLN
DO 51 II=1,IFILE
IH5=(M-1)*IFILE+II
LI=(II-1)*IREG+1
LF=IREG*II
IF (LF-NESPA) 51,91,91
91 LF=NESPA
READ (15*IH5) (BLOCO(JJ),JJ=LI,LF)
GO TO 92
51 READ (15*IH5) (BLDC0(JJ),JJ=LI,LF)
92 LL=LBBNU-1
```

```
DO 102 JJ=KW,L1
DO 102 J1=1,NGLN
NFILA=(JJ-1)*NGLN+J1
DO 4 J2=1,LL
NPOL=NFILA-LBBNU+J2
IF(NPOL-NGLN*NULAN) 4,4,45
4 CONTINUE
GO TO 48
45 NPOL=NPOL-1
DO 104 J=J2,LL
NPOSI=(NFILA-NULAN*NGLN-LBBNU+J-1)*LBBNU+LBBNU-J+1
NPOL=NPOL+1
NCOLE=(MT-1)*NTEC+NPOL
104 RES(NFILA)=RES(NFILA)+BLOCO(NPOSI)*BLOC1(NCOLE)
48 DO 13 J=1,LBBNU
NPOSI=(NFILA-NGLN*NULAN-1)*LBBNU+J
NPOL=NPOL+1
NCOLE=(MT-1)*NTEC+NPOL
IF (NGLN*NN-NPOL) 908,13,13
13 RES(NFILA)=RES(NFILA)+BLOCO(NPOSI)*BLOC1(NCOLE)
908 CONTINUE
102 CONTINUE
IF (M-NBLUQ) 501,101,101
501 L1=NULAN(M)+LBBNU/NGLN
KW=NULAN(M)+1
LL=LBand(M)
DO 502 JJ=KW,L1
IF(JJ>NN) 503,503,907
503 DO 502 J1=1,NGLN
NFILA=(JJ-1)*NGLN+J1
NPOL=NFILA-LBBNU
LL=LL-1
IF(LL) 907,907,513
513 DO 504 J2=1,LL
NPOSI=(NFILA-NGLN*NULAN-LBBNU+J2-1)*LBBNU+LBBNU-J2+1
NPOL=NPOL+1
NCOLE=(MT-1)*NTEC+NPOL
504 RES(NFILA)=RES(NFILA)+BLOCO(NPOSI)*BLOC1(NCOLE)
```

```
25 Z(I)=XTC1(I)*(COS(COOR1(I)*(TEMPI-T))-COS(COOR1(I)*TEMPI))/  
    *COOR1(I)  
    GO TO 150  
100 IF (TEMPI-T) 40,40,50  
40 DO 45 I=1,NAUR  
    A=ETA(I)*COOR1(I)  
    B=COOR1(I)*SQRT(1.-ETA(I)*ETA(I))  
    AB=A*A+B*B  
    Z(I)=XTC1(I)*B/AB  
    IF (A*TEMPI-100.) 41,41,45  
41 Z(I)=Z(I)-XTC1(I)/AB*(EXP(-A*TEMPI)*(A*SIN(3*TEMPI)+B*COS(B*TEMPI))  
*)  
45 CONTINUE  
    GO TO 150  
50 DO 60 I=1,NAUR  
    A=ETA(I)*COOR1(I)  
    IF (A*TEMPI-100.) 52,52,60  
52 B=COOR1(I)*SQRT(1.-ETA(I)*ETA(I))  
    AB=A*A+B*B  
    Z(I)=XTC1(I)*EXP(-A*TEMPI)/AB*(EXP(A*T)*(A*SIN(B*(TEMPI-T))+  
    *B*COS(B*(TEMPI-T)))-(A*SIN(B*TEMPI)+B*COS(B*TEMPI)))  
60 CONTINUE  
150 CALL MULTXZ (Z,IAMT,ETA,U)  
    RETURN  
    END
```

```

SUBROUTINE CARG2 (TEMPI,XTC1,T,IAMT,ETA,U,ILOAD)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION U(804),XTC1(48),Z(48),ETA(48)
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOHN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLOQ,
1FILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,IITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLG(100),ERROR,FRCT
COMMON /B/ BLOC0(12864)
COMMON /C/ BLOC1(12864)
COMMON /D/ BLOC2(12864)

```

\*\*\*\*\*  
ESTA SUBROTINA CALCULA A PARCELA DA RESPOSTA DEVIDA A INTEGRAL  
DE DUHAMEL, PARA UMA CARGA TRIANGULAR ATUANTE DURANTE UM TEMPO T  
ONDE ATINGE O VALOR MAXIMO P, CONSIDERANDO-SE PARA O AMORTECIMENTO  
UM PERCENTUAL DO AMORTECIMENTO CRITICO  
\*\*\*\*\*

```

SIN(X)=DSIN(X)
COS(X)=DCOS(X)
EXP(X)=DEXP(X)
SQRT(X)=DSQRT(X)

```

```

C
IF((ITEMP.EQ.0).OR.(ILOAD.EQ.7)) GO TO 4
IF (TEMPI-T) 1,1,2
1 FRCT = TEMPI/T
GO TO 4
2 FRCT = 0.
4 DO 5 I=1,NAUR
5 Z(I)=0.
IF (IAMT.EQ.1) GO TO 100
IF (TEMPI-T) 10,10,20
10 DO 15 I=1,NAUR
15 Z(I)=XTC1(I)*(TEMPI-SIN(COOR1(I)*TEMPI)/COOR1(I))/(COOR1(I)*T)
GO TO 150
20 DO 25 I=1,NAUR

```

```

25 Z(I)=XTC1(I)*(T*COS(COOR1(I)*(TEMPI-T))+SIN(COOR1(I)*(TEMPI-T))/  

 *COOR1(I)-SIN(COOR1(I)*TEMPI)/COOR1(I))/(COOR1(I)*T)  

 GO TO 150
100 IF (TEMPI-T) 30,30,40
30 DO 35 I=1,NAUR
 A=COOR1(I)*ETA(I)
 B=COOR1(I)*SQRT(1.-ETA(I)*ETA(I))
 AB=A*A+B*B
 Z(I)=XTC1(I)/(T*AB)*(B*TEMPI-2.*A*B/AB)
 IF (A*TEMPI-100.) 31,31,35
31 Z(I)=Z(I)+XTC1(I)*EXP(-A*TEMPI)/(T*AB*AB)*((A*A-B*B)*SIN(B*TEMPI)+  

 *2.*A*B*COS(B*TEMPI))
35 CONTINUE
 GO TO 150
40 DO 45 I=1,NAUR
 A=COOR1(I)*ETA(I)
 IF (A*(TEMPI-T)-100.) 50,50,45
50 B=COOR1(I)*SQRT(1.-ETA(I)*ETA(I))
 AB=A*A+B*B
 Z(I)=XTC1(I)*EXP(-A*(TEMPI-T))/(T*AB*AB)*(T*AB*(A*SIN(B*(TEMPI-T))  

 *+B*COS(B*(TEMPI-T)))-((A*A-B*B)*SIN(B*(TEMPI-T))+2.*A*B*COS(B*  

 *(TEMPI-T))))
 IF (A*TEMPI-100.) 51,51,45
51 Z(I)=Z(I)+XTC1(I)*EXP(-A*TEMPI)/(T*AB*AB)*((A*A-B*B)*SIN(B*TEMPI)+  

 *2.*A*B*COS(B*TEMPI))
45 CONTINUE
150 CALL MULTXZ (Z,IAMT,ETA,U)
 RETURN
END

```

```

SUBROUTINE CARG3 (TEMPI,XTC1,T,T1,IAMT,ETA,U)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION U(804),XTC1(48),Z(48),ETA(48)
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLOQ,
1IFILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT
COMMON /B/ BLOCO(12864)
COMMON /C/ BLOC1(12864)
COMMON /D/ BLOC2(12864)

*****ESTA SUBROTINA CALCULA A PARCELA DA RESPOSTA DEVIDA A INTEGRAL
DE DUHAMEL, PARA UMA CARGA TRIANGULARATE O INSTANTE T A PARTIR
DO QUAL SE MANTEM CONSTANTE ATÉ O INSTANTE T1, CONSIDERANDO PARA
O AMORTECIMENTO UM PERCENTUAL DO AMORTECIMENTO CRITICO
*****
```

```

SIN(X)=DSIN(X)
COS(X)=DCOS(X)
EXP(X)=DEXP(X)
SQRT(X)=DSQRT(X)
```

```

IF (ITEMP.EQ.0) GO TO 5
IF (TEMPI-T) 1,1,2
1 FRCT = TEMPI/T
GO TO 5
2 IF (TEMPI-T1) 3,3,4
3 FRCT = 1.
GO TO 5
4 FRCT = 0.
5 DO 6 I = 1,NAUR
6 Z(I) = 0.
IF (IAMT.EQ.1) GO TO 100
IF (TEMPI-T) 10,10,20
10 DO 15 I=1,NAUR
```

```

15 Z(I)=XTC1(I)*(TEMPI/COOR1(I)-SIN(TEMPI*COOR1(I))/(COOR1(I)*COOR1(I
    *))/T
    GO TO 150
20 IF (TEMPI-T1) 30,30,40
30 DO 35 I=1,NAUR
35 Z(I)=XTC1(I)*(1./COOR1(I)+(SIN(COOR1(I)*(TEMPI-T))-SIN(COOR1(I)*
    *TEMPI))/(COOR1(I)*COOR1(I)*T))
    GO TO 150
40 DO 45 I=1,NAUR
45 Z(I)=XTC1(I)/COOR1(I)*(1./(COOR1(I)*T)*(SIN(COOR1(I)*(TEMPI-T))-
    *SIN(COOR1(I)*TEMPI))+COS(COOR1(I)*(TEMPI-T1)))
    GO TO 150
100 IF (TEMPI-T) 60,60,70
60 DO 65 I=1,NAUR
    A=ETA(I)*COOR1(I)
    B=COOR1(I)*SQRT(1.-ETA(I)*ETA(I))
    AB=A*A+B*B
    Z(I)=XTC1(I)/(T*AB)*(B*TEMPI-2.*A*B/AB)
    IF (A*TEMPI-100.) 61,61,65
61 Z(I)=Z(I)+XTC1(I)/(T*AB)*(EXP(-A*TEMPI)*((A*A-B*B)*SIN(B*TEMPI)+2.
    **A*B*COS(B*TEMPI))/AB)
65 CONTINUE
    GO TO 150
70 IF (TEMPI-T1) 80,80,90
80 DO 85 I=1,NAUR
    A=ETA(I)*COOR1(I)
    B=COOR1(I)*SQRT(1.-ETA(I)*ETA(I))
    AB=A*A+B*B
    Z(I)=XTC1(I)*B/AB
    IF (A*TEMPI-100.) 81,81,85
81 Z(I)=Z(I)+XTC1(I)*EXP(-A*TEMPI)/(T1*AB*AB)*((A*A-B*B)*(SIN(B*TEMPI
    *)-EXP(A*T)*SIN(B*(TEMPI-T)))+2.*A*B*(COS(B*TEMPI)-EXP(A*T)*COS(B*
    *(TEMPI-T))))
85 CONTINUE
    GO TO 150
90 DO 95 I=1,NAUR
    A=ETA(I)*COOR1(I)
    IF (A*(TEMPI-T1)-100.) 96,96,95

```

```
96 B=COOR1(1)*SQRT(1.-ETA(I)*ETA(I))
   AB=A*A+B*B
   Z(I)=XTC1(I)*EXP(-A*(TEMPI-T1))/AB*(A*SIN(B*(TEMPI-T1))+B*COS(B*
   *(TEMPI-T1)))
   IF (A*TEMPI-100.) 98,98,95
98 Z(I)=Z(I)+XTC1(I)*EXP(-A*TEMPI)/(T*AB*AB)*((A*A-B*B)*(SIN(B*TEMPI)
   *-EXP(A*T)*SIN(B*(TEMPI-T)))+2.*A*B*(COS(B*TEMPI)-EXP(A*T)*COS(B*(
   *TEMPI-T))))
95 CONTINUE
150 CALL MULTXZ(Z,IAMT,ETA,U)
      RETURN
      END
```

```
SUBROUTINE CARG4 (TEMPI,XTC1,T,T1,IAMT,ETA,U)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION U(804),XTC1(48),Z(48),ETA(48)
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLOQ,
1FILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLU(100),ERROR,FRCT
COMMON /B/ BLOC0(12864)
COMMON /C/ BLOC1(12864)
COMMON /D/ BLOC2(12864)
```

```
*****
ESTA SUBROTINA CALCULA A PARCELA DA RESPOSTA DEVIDA A INTEGRAL DE
DUHAMEL, PARA UMA UNDA OU UM NUMERO INFINITO DE ONDAS SENOÏDAIS
DE AMPLITUDE P E PERÍODO T PARA T1=T OU T1>T RESPECTIVAMENTE,
CONSIDERANDO PARA O AMORTECIMENTO UM PORCENTUAL DO AMORTECIMENTO
CRITICO
*****
```

```
SIN(X)=DSIN(X)
COS(X)=DCOS(X)
EXP(X)=DEXP(X)
SQRT(X)=DSQRT(X)
```

```
PI=3.1415926536
PI2=2.*PI
IF (ITEMP.EQ.0) GO TO 4
IF (T1.GT.T) GO TO 1
IF (TEMPI-T) 1,1,2
1 FRCT = SIN(PI2*TEMPI/T)
GO TO 4
2 FRCT = 0.
4 DO 5 I=1,NAUR
5 Z(I)=0.
IF (IAMT.EQ.1) GO TO 100
IF (TEMPI-T) 10,10,20
```

```

10 DO 15 I=1,NAUR
15 Z(I)=XTCL(I)*T*(COOR1(I)*T*SIN(PI2*TEMPI/T)-PI2*SIN(COOR1(I)-
 *TEMPI))/(COOR1(I)*COOR1(I)*T*T-PI2*PI2)
   GO TO 150
20 IF (T1.GT.T) GO TO 10
   DO 25 I=1,NAUR
25 Z(I)=XTCL(I)*PI2*T*(SIN(COOR1(I)*(TEMPI-T))-SIN(COOR1(I)*TEMPI))/-
 *(COOR1(I)*COOR1(I)*T*T-PI2*PI2)
   GO TO 150
100 TETA=PI2/T
   A=COOR1(I)*ETA(I)
   B=COOR1(I)*SQRT(1.-ETA(I)*ETA(I))
   C=2.*(A*A+(B+TETA)*(B+TETA))
   D=2.*(A*A+(B-TETA)*(B-TETA))
   IF (TEMPI-T) 30,30,40
30 DO 35 I=1,NAUR
   Z(I)=XTCL(I)*((A*COS(TETA*TEMPI)+(B+TETA)*SIN(TETA*TEMPI))/C-
 *(A*COS(TETA*TEMPI)-(B-TETA)*SIN(TETA*TEMPI))/D)
   IF (A*TEMPI-100.) 31,31,35
31 Z(I)=Z(I)+XTCL(I)*EXP(-A*TEMPI)*(((B+TETA)*SIN(B*TEMPI)-A*COS(B*-
 *TEMPI))/C-((B-TETA)*SIN(B*TEMPI)-A*COS(B*TEMPI))/D)
35 CONTINUE
   GO TO 150
40 IF (T1.GT.T) GO TO 30
   DO 45 I=1,NAUR
   IF (A*(TEMPI-T)-100.) 46,46,48
46 Z(I)=XTCL(I)*EXP(-A*(TEMPI-T))*((A*COS(B*(TEMPI-T))-(B+TETA)*SIN(-
 *B*(TEMPI-T)))/C-(A*COS(B*(TEMPI-T))-(B-TETA)*SIN(B*(TEMPI-T)))/D)
48 IF (A*T-100.) 49,49,45
49 Z(I)=Z(I)-XTCL(I)*EXP(-A*(TEMPI-T))*((EXP(-A*T)*(A*COS(B*TEMPI)-
 *(B+TETA)*SIN(B*TEMPI)))/C-(EXP(-A*T)*(A*COS(B*TEMPI)-(B-TETA)*
 *SIN(B*TEMPI)))/D)
45 CONTINUE
150 CALL MULTXZ (Z,IAMT,ETA,U)
   RETURN
END

```

SUBROUTINE CARG5 (TEMPI,XTC1,T,T1,IAMT,ETA,U)  
IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)  
DIMENSION U(804),XTC1(48),Z(48),ETA(48)  
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLOQ,  
1FILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,  
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,  
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),  
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)  
COMMON /A/ CGOR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT  
COMMON /B/ BLGCD(12864)  
COMMON /C/ BLOC1(12864)  
COMMON /D/ BLOC2(12864)

\*\*\*\*\*  
ESTA SUBRUTINA CALCULA A PARCELA DA RESPOSTA DEVIDA A INTEGRAL DE  
DUHAMEL, PARA UMA ONDA OU UM NUMERO INFINITO DE ONDAS COSENOIDIAIS  
DE AMPLITUDE P E PERIODO T PARA T1=T OU T1>T RESPECTIVAMENTE,  
CONSIDERANDO PARA O AMORTECIMENTO UM PORCENTUAL DO AMORTECIMENTO  
CRITICO .  
\*\*\*\*\*

SIN(X)=DSIN(X)  
COS(X)=DCOS(X)  
EXP(X)=DEXP(X)  
SQRT(X)=DSQRT(X)

PI=3.1415926536  
PI2=2.\*PI  
IF (ITEMP.EQ.0) GO TO 4  
IF (T1.GT.T) GO TO 1  
1 IF (TEMPI-T) 1,1,2  
1 FRCT = COS(PI2\*TEMPI/T)  
GO TO 4  
2 FRCT = 0.  
4 DO 5 I=1,NAUR  
5 Z(I)=0.  
IF (IAMT.EQ.1) GO TO 100  
IF (TEMPI-T) 10,10,20

```

10 DO 15 I=1,NAUR
15 Z(I)=XTC1(I)*T*(COOR1(I)*T*COS(PI2*TEMPI/T)-PI2*COS(COOR1(I)*
 *TEMPI))/(COOR1(I)*COOR1(I)*T*T-PI2*PI2)
   GO TO 150
20 IF (T1.GT.T) GO TO 10
   DO 25 I=1,NAUR
25 Z(I)=XTC1(I)*COOR1(I)*T*T*(COS(COOR1(I)*(TEMPI-T))-COS(COOR1(I)*
 *TEMPI))/(COOR1(I)*COOR1(I)*T*T-PI2*PI2)
   GO TO 150
100 TETA=PI2/T
   A=COOR1(I)*ETA(I)
   B=COOR1(I)*SQRT(1.-ETA(I)*ETA(I))
   C=2.* (A*A+(B+TETA)*(B+TETA))
   D=2.* (A*A+(B-TETA)*(B-TETA))
   IF (TEMPI-T) 30,30,40
30 DO 35 I=1,NAUR
   Z(I)=XTC1(I)*((-A*SIN(TETA*TEMPI)+(B+TETA)*COS(TETA*TEMPI))/C+
 * (A*SIN(TETA*TEMPI)+(B-TETA)*COS(TETA*TEMPI))/D)
   IF (A*TEMPI-100.) 31,31,35
31 Z(I)=Z(I)-XTC1(I)*EXP(-A*TEMPI)*((A*SIN(B*TEMPI)+(B+TETA)*COS(B*
 *TEMPI))/C+(A*SIN(B*TEMPI)+(B-TETA)*COS(B*TEMPI))/D)
35 CONTINUE
   GO TO 150
40 IF (T1.GT.T) GO TO 30
   DO 45 I=1,NAUR
   IF (A*(TEMPI-T)-100.) 46,46,48
46 Z(I)=XTC1(I)*EXP(-A*(TEMPI-T))*((A*SIN(B*(TEMPI-T))+(B+TETA)*COS(
 *B*(TEMPI-T)))/C+(A*SIN(B*(TEMPI-T))+(B-TETA)*COS(B*(TEMPI-T)))/D)
48 IF (A*T-100.) 49,49,45
49 Z(I)=Z(I)-XTC1(I)*EXP(-A*(TEMPI-T))*((EXP(-A*T)*(A*SIN(B*TEMPI)+(B
 *+TETA)*COS(B*TEMPI)))/C+(EXP(-A*TEMPI)*(A*SIN(B*TEMPI)+(B-TETA)*
 *COS(B*TEMPI)))/D)
45 CONTINUE
150 CALL MULTXZ (Z,IAMT,ETA,U)
   RETURN
   END

```

```

SUBROUTINE CARG6 (TEMPI,XTC1,T,IAMT,ETA,U)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION U(804),XTC1(48),Z(48),ETA(48)
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,L8MAX,LBLOQ,
1FILE,NESC,NTIPEL,ILOAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,
2NARST,NARAT,NITER,NIUC,NFDC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT
COMMON /B/ BLOCO(12864)
COMMON /C/ BLOC1(12864)
COMMON /D/ BLDC2(12864)

```

```

*****
ESTA SUBROTINA CALCULA A PARCELA DA RESPOSTA DEVIDA A INTEGRAL
DE DUHAMEL, PARA UMA CARGA DA FORMA (P/2)*(1.-COS(2.*PI*TEMPI/T))
ATUANTE DURANTE UM INTERVALO DE TEMPO T, CONSIDERANDO PARA O
AMORTECIMENTO UM PERCENTUAL DO AMORTECIMENTO CRITICO
*****

```

```

SIN(X)=DSIN(X)
COS(X)=DCOS(X)
EXP(X)=DEXP(X)
SQRT(X)=DSQRT(X)

```

```

PI=3.1415926536
PI2=2.*PI
IF (ITEMP.EQ.0) GO TO 4
IF (TEMPI-T) 1,1,2
1 FRCT = (1.-COS(PI2*TEMPI/T))/2.
GO TO 4
2 FRCT = 0.
4 DO 5 I=1,NAUR
5 Z(I)=0.
IF (IAMT.EQ.1) GO TO 100
IF (TEMPI-T) 10,10,20
10 DO 15 I=1,NAUR
15 Z(I)=XTC1(I)/2.*((1.-COS(COOR1(I)*TEMPI))/COOR1(I)-COOR1(I)*T*T*

```

```

*(COS(PI2*TEMPI/T)-COS(COOR1(I)*TEMPI))/(COOR1(I)*COOR1(I)*T*T-PI2*
*PI2))
GO TO 150
20 DO 25 I=1,NAUR
25 Z(I)=XTCL(I)/(2.*COOR1(I))*(COS(COOR1(I)*(TEMPI-T))-COS(COOR1(I)*
*TEMPI)-COOR1(I)*COOR1(I)*T*T*(COS(COOR1(I)*(TEMPI-T))-COS(COOR1(I)
**TEMPI))/(COOR1(I)*COOR1(I)*T*T-PI2*PI2))
GO TO 150
100 TETA=PI2/T
A=COOR1(I)*ETA(I)
B=COOR1(I)*SQRT(1.-ETA(I)*ETA(I))
AB=A*A+B*B
C=2.*(A*A+(B+TETA)*(B+TETA))
D=2.*(A*A+(B-TETA)*(B-TETA))
IF (TEMPI-T) 30,30,40
30 DO 35 I=1,NAUR
Z(I)=XTCL(I)/2.*((B/AB-((-A*SIN(TETA*TEMPI)+(B+TETA)*COS(TETA*TEMPI
*))/C+(A*SIN(TETA*TEMPI)+(B-TETA)*COS(TETA*TEMPI))/D))
IF (A*TEMPI-100.) 31,31,35
31 Z(I)=Z(I)-XTCL(I)/2.*((EXP(-A*TEMPI)*(A*SIN(B*TEMPI)+B*COS(B*TEMPI)
*)/AB+EXP(-A*TEMPI)*((A*SIN(B*TEMPI)+(B+TETA)*COS(B*TEMPI))/C+(A*
*SIN(B*TEMPI)+(B-TETA)*COS(B*TEMPI))/D))
35 CONTINUE
GO TO 150
40 DO 45 I=1,NAUR
IF (A*(TEMPI-T)-100.) 46,46,48
46 Z(I)=-XTCL(I)/2.*EXP(-A*(TEMPI-T))*((A*SIN(B*(TEMPI-T))+(B+TETA)*
*COS(B*(TEMPI-T))/C+(A*SIN(B*(TEMPI-T))+(B-TETA)*COS(B*(TEMPI-T)))
*/D)
48 IF(A*T-100.) 49,49,50
49 Z(I)=Z(I)+XTCL(I)/2.*EXP(-A*(TEMPI-T))*((EXP(-A*T)*(A*SIN(B*TEMPI)
+(B+TETA)*COS(B*TEMPI)))/C+(EXP(-A*TEMPI)*(A*SIN(B*TEMPI)+(B-TETA)
**COS(B*TEMPI)))/D)
50 IF (A*TEMPI-100.) 51,51,45
51 Z(I)=Z(I)+XTCL(I)/2.*EXP(-A*TEMPI)/AB*(EXP(A*T)*(A*SIN(B*(TEMPI-T)
*)+B*COS(B*(TEMPI-T)))-(A*SIN(B*TEMPI)+B*COS(B*TEMPI)))
45 CONTINUE
150 CALL MULTXZ (Z,IAMT,ETA,U)

```

RETURN  
END

```

SUBROUTINE CONDI(NPOSE,ILOAD,II,UZERO,VZERO,TEMPI,IAMT,ETA,CI)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION UZERO(804),VZERO(804),CI(804),ZZERO(48),ZPZERO(48),
1ETA(48),XTM(12864)
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLOQ,
1IFILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)
COMMON /A/ COQR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT
COMMON /B/ BLOC0(12864)
COMMON /C/ BLOC1(12864)
COMMON /D/ BLOC2(12864)
EQUIVALENCE (XTM(1),BLOC2(1))

```

```

*****
ESTA SUBROTINA CALCULA A CONTRIBUICAO DAS CONDICOES INICIAIS
PARA A RESPOSTA DINAMICA FINAL
*****
```

```

SIN(X)=DSIN(X)
COS(X)=DCOS(X)
EXP(X)=DEXP(X)
SQRT(X)=DSQRT(X)
```

```

LS = NARMS + NARMA
IF(LS-1) 3,3,1
1 DO 2 J = 1,NAUR
IH54 = (NPOSE-1)*NAUR+J
LI = (J-1)*NTEC+1
LF = J*NTEC
2 READ(54*IH54)(XTM(I),I=LI,LF)
3 IF (ILOAD.NE.7) GO TO 5
IF (II.EQ.1) GO TO 5
I = (NPOSE-1)*NTEC
DO 4 J = 1,NTEC
IH2 = I + J
READ(20*IH2) UZERO(J)
```

```

4 READ(21*IH2) VZERO(J)
  GO TO 7
5 I = (NPOSE-1)*NTEC
  DO 6 J = 1,NTEC
    IH5 = I + J
    READ(52*IH5) UZERO(J)
6 READ(53*IH5) VZERO(J)
7 DO 8 I=1,NAUR
  ZZERO(I)=0.
8 ZPZERO(I)=0.
  DO 10 I=1,NAUR
    DO 10 K=1,NTEC
10 ZZERO(I)=ZZERO(I)+XTM((K-1)*NAUR+I)*UZERO(K)
  IF (IAMT.EQ.1) GO TO 100
    DO 20 I=1,NAUR
      DO 20 K=1,NTEC
20 ZPZERO(I)=ZPZERO(I)+XTM((K-1)*NAUR+I)*VZERO(K)
    DO 30 I=1,NAUR
30 ZZERO(I)=ZZERO(I)*COS(COOR1(I)*TEMP1)+ZPZERO(I)*SIN(COOR1(I)*
  *TEMP1)/COOR1(I)
    DO 40 I=1,NTEC
      CI(I)=0.
      DO 40 K=1,NAUR
40 CI(I) = CI(I) + BLOC1((K-1)*NTEC+I)*ZZERO(K)
  GO TO 150
100 DO 50 I=1,NAUR
  A=COOR1(I)*SQRT(1.-ETA(I)*ETA(I))*TEMP1
  B=-ETA(I)*COOR1(I)*TEMP1
50 ZZERO(I)=ZZERO(I)*EXP(B)*COS(A)
  DO 60 I=1,NAUR
    DO 60 K=1,NTEC
60 ZPZERO(I)=ZPZERO(I)+XTM((K-1)*NAUR+I)*(VZERO(K)+ETA(I)*COOR1(I)*
  *UZERO(K))
    DO 70 I=1,NAUR
      A=COOR1(I)*SQRT(1.-ETA(I)*ETA(I))*TEMP1
      B=-ETA(I)*COOR1(I)*TEMP1
70 ZPZERO(I)=ZPZERO(I)*EXP(B)*SIN(A)/(A/TEMP1)
    DO 80 I=1,NTEC

```

```
CI(I)=0.  
DO 80 K=1,NAUR  
80 CI(I) = CI(I) + BLOC1((K-1)*NTEC+I)*(ZZERO(K)+ZPZERO(K))  
150 CONTINUE  
RETURN  
END
```

```
SUBROUTINE VELOC (TEMPI,UZERO,VZERO,COTA1,COTA2,IAMT,ETA,VZ)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION UZ(48),VZ(804),UZERO(804),VZERO(804),ETA(48),
1COTA1(48),COTA2(48)
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLOQ,
1FILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,
2NARST,NAKAT,NITER,NIOC,NFLC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT
COMMON /B/ BLOC0(12864)
COMMON /C/ BLOC1(12864)
COMMON /D/ BLOC2(12864)
```

```
*****
ESTA SUBROTINA CALCULA A VELOCIDADE DA ESTRUTURA A CADA INSTANTE,
A PARTIR DA CONTRIBUICAO DAS CONDICOES INICIAIS E DAS CARGAS CONS-
TANTE E TRIANGULAR
*****
```

```
SIN(X)=DSIN(X)
COS(X)=DCOS(X)
EXP(X)=DEXP(X)
SQRT(X)=DSQRT(X)
```

```
DO 5 I=1,NTEC
IF (I.LE.NAUR) UZ(I)=0.
5 VZ(I)=0.
IF (IAMT.EQ.1) GO TO 100
DO 10 I=1,NAUR
DO 10 K=1,NTEC
UZ(I)=UZ(I)+BLOC2((K-1)*NAUR+I)*UZERO(K)
10 VZ(I)=VZ(I)+BLOC2((K-1)*NAUR+I)*VZERO(K)
DO 15 I=1,NAUR
15 UZ(I)=VZ(I)*COS(COOR1(I)*TEMPI)-UZ(I)*COOR1(I)*SIN(COOR1
*(I)*TEMPI)
DO 20 I=1,NTEC
VZ(I)=0.
```

```

DO 20 K=1,NAUR
20 VZ(I)=VZ(I)+BLOC1((K-1)*NTEC+I)*UZ(K)
DO 22 I=1,NAUR
  UZ(I)=COTA1(I)*SIN(COOR1(I)*TEMPI)
22 UZ(I)=UZ(I)+COTA2(I)*(1.-COS(COOR1(I)*TEMPI))/(COOR1(I)*
 *TEMPI)
  CALL MULTXZ (UZ,IAMT,ETA,UZERO)
  DO 25 I=1,NTEC
25 VZ(I)=VZ(I)+UZERO(I)
  RETURN
100 DO 40 I=1,NAUR
    DO 40 K=1,NTEC
      UZ(I)=UZ(I)+BLOC2((K-1)*NAUR+I)*UZERO(K)
40 VZ(I)=VZ(I)+BLOC2((K-1)*NAUR+I)*(VZERO(K)+ETA(I)*COOR1(I)*UZERO(K)
 **UZERO(K))
    DO 45 I=1,NAUR
      A=ETA(I)*COOR1(I)
      B=COOR1(I)*SQRT(1.-ETA(I)*ETA(I))
      UZ(I)=-UZ(I)*EXP(-A*TEMPI)*(B*SIN(B*TEMPI)+A*COS(B*TEMPI))
      VZ(I)=VZ(I)*EXP(-A*TEMPI)*(COS(B*TEMPI)-A*SIN(B*TEMPI)/B)
45 UZ(I)=UZ(I)+VZ(I)
    DO 50 I=1,NTEC
      VZ(I)=0.
    DO 50 K=1,NAUR
50 VZ(I)=VZ(I)+BLOC1((K-1)*NTEC+I)*UZ(K)
    DO 60 I=1,NAUR
      A=ETA(I)*COOR1(I)
      B=COOR1(I)*SQRT(1.-ETA(I)*ETA(I))
      UZ(I)=COTA1(I)*EXP(-A*TEMPI)*SIN(B*TEMPI)
60 UZ(I)=UZ(I)+COTA2(I)*(B-EXP(-A*TEMPI)*(A*SIN(B*TEMPI)+B*
 *COS(B*TEMPI)))/(TEMPI*(A*A+B*B))
    CALL MULTXZ (UZ,IAMT,ETA,UZERO)
    DO 65 I=1,NTEC
65 VZ(I)=VZ(I)+UZERO(I)
  RETURN
END

```

SUBROUTINE MULTXZ (Z,IAMT,ETA,U)  
IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)  
DIMENSION U(804),Z(48),ETA(48)  
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLOQ,LBMAX,LBLDQ,  
1IFILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,  
ZNARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,  
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),  
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)  
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT  
COMMON /B/ BLOC0(12864)  
COMMON /C/ BLOC1(12864)  
COMMON /D/ BLOC2(12864)

\*\*\*\*\*  
ESTA SUBROTINA TRANSFORMA OS DESLOCAMENTOS GENERALIZADOS  
EM DESLOCAMENTOS GLOBAIS  
\*\*\*\*\*

SQRT(X)=DSQRT(X)  
  
IF (IAMT.EQ.1) GO TO 100  
DO 5 I=1,NAUR  
5 Z(I)=Z(I)/COOR1(I)  
DO 10 I=1,NTEC  
U(I)=0.  
DO 10 I1=1,NAUR  
10 U(I) = U(I) + BLOC1((I1-1)\*NTEC+I)\*Z(I1)  
GO TO 200  
100 DO 50 I=1,NAUR  
50 Z(I)=Z(I)/(COOR1(I)\*SQRT(1.-ETA(I)\*ETA(I)))  
DO 60 I=1,NTEC  
U(I)=0.  
DO 60 I1=1,NAUR  
60 U(I)=U(I)+BLOC1((I1-1)\*NTEC+I)\*Z(I1)  
200 CONTINUE  
RETURN  
END

## SUBROUTINE CATEN

IMPLICIT REAL\*8 (A-H,O-Z)

DIMENSION DESP(3204),DESPA(1608),ESF(4800),ESFT(2400),DMAT(8,8),

1TETAO(4),TETAE(8),ESFA(8),ATITA(20),NCOET(20),NCOTT(20)

COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCUPN,NNDP,NTI,NBLDQ,LBMAX,LBLDQ,

1FILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,

2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,

3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),

4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)

COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT

COMMON /B/ BLOCO(12864)

EQUIVALENCE (DESP(1),BLOCO(1)),(ESFT(1),BLOCO(3205))

EQUIVALENCE (DESPA(1),BLOCO(5606)),(ESF(1),BLOCO(7215))

\*\*\*\*\*

ESTA SUBROTINA CALCULA OS DESLOCAMENTOS GLOBAIS E ESFORCOS LUCAIS  
ATUANTES PARCIALMENTE EM CADA HARMONICO E GLOBALMENTE PARA UM  
CARREGAMENTO NAO AXISIMETRICO

\*\*\*\*\*

SIN(X) = DSIN(X)

COS(X) = DCOS(X)

ATAN(X) = DATAN(X)

FCGR = ATAN(1.0+00)/45.

LI = NARMS + 1

LS = NARMS + NARMA

NCOTT(1) = 0

IF(ICARG)10,5,10

5 DO 8 I = 1,LS

8 NCOET(I) = 0

GO TO 20

10 DO 15 I = 1,NSECC

IH50 = I

15 READ(50\*IH50)ATITA(I)

DO 18 I = 1,LS

IH50 = NSECC + I

18 READ(50\*IH50)NCOET(I)

```
20 LIT = NARST + 1
LST = NARST + NARAT
IF(LST)22,25,22
22 DO 24 I = 1,LST
IH50 = NSECC + LS + I
24 READ(50*IH50)NCOTT(I)
25 CALL AUES2(NCOET)
LLE = 24*NE
L1 = NTEC + 1
LL1 = NTEC + LLE
L2 = L1
LL2 = NTEC + NTEC
L3 = LLE + 1
LL3 = LLE + LLE
IF(ICARG)30,310,30
30 DO 300 NSEC = 1,NSECC
T = ATITA(NSEC)
TETA = FCGR*T
DO 40 I = L2,LL2
40 DESPA(I) = 0.
DO 50 I = L3,LL3
50 ESF(I) = 0.
DO 270 NARM = 1,LS
ICONT = 1
N = NCOET(NARM)
A = N*TETA
C = COS(A)
S = SIN(A)
IF(LS-1)70,70,60
60 IH45 = NARM
READ(45*IH45)(DESP(I),I=1,NTEC)
IH46 = NARM
READ(46*IH46)(DESP(I),I=L1,LL1)
70 IF(NARM - NARMS)80,80,90
80 TETAD(1) = C
TETAD(2) = -S
L = 1
LL = NARST
```

```
IF(LL)94,100,94
90 TETAD(1) = S
    TETAD(2) = C
    L = LIT
    LL = LST
    IF(LL)94,100,94
94 DO 98 I = L,LL
    M = NCOTT(I)
    IF(M-N)98,96,98
96 IH48 = I
    READ(48*IH48)(ESFT(J),J=1,LLE)
    ICNT = 0
    GO TO 100
98 CONTINUE
100 TETAD(3) = TETAD(1)
    TETAD(4) = TETAD(1)
    TETAE(1) = TETAD(1)
    TETAE(2) = TETAD(1)
    TETAE(3) = TETAD(2)
    TETAE(4) = TETAD(2)
    TETAE(5) = TETAD(1)
    TETAE(6) = TETAD(1)
    TETAE(7) = TETAD(2)
    TETAE(8) = TETAD(2)
    K = 0
    DO 110 I = 1,NTEC,NGLN
    DO 110 J = 1,NGLN
        K = K + 1
110 DESPA(K) = TETAD(J)*DESP(K)
    K = NTEC
    L = 0
    DO 120 I = 1,LLE,8
    DO 120 J = 1,8
        K = K + 1
        L = L + 1
        IF(ICNT)120,115,120
115 ESFT(L) = TETAE(J)*ESFT(L)
120 ESF(L) = TETAE(J)*DESP(K)
```

```
IH3 = 0
I = 0
K = 0
DO 140 M = 1,LLE,8
IH3 = IH3 + 1
IH43 = IH3
READ(43,IH43)((DMAT(I1,J1),J1=1,8),I1=1,8)
DO 130 J = 1,8
K = K + 1
ESFA(J) = ESF(K)
130 ESF(K) = 0.
DO 140 J = 1,8
I = I + 1
DO 132 L = 1,8
132 ESF(I) = ESF(I) + DMAT(J,L)*ESFA(L)
IF(ICOUNT)140,136,140
136 ESF(I) = ESF(I) - FRCT*ESFT(I)
140 CONTINUE
IF(LS-1)150,150,145
145 IF(IRESP)240,150,240
150 IF(NARM -NARMS)160,160,170
160 WRITE(LW,1000)N,NSEC,T
GO TO 180
170 WRITE(LW,1100)N,NSEC,T
180 WRITE(LW,1200)
LL = 0
DO 190 I = 1,NN
L = LL + 1
LL = LL + NGLN
190 WRITE(LW,1300)I,(DESPA(K),K=L,LL)
WRITE(LW,1400)
LL = 0
J = 0
DO 235 NEL = 1,NE
DO 230 M = 1,NNPE
J = J + 1
L = LL + 1
LL = LL + 8
```

```
230 WRITE(LW,1500)NEL,INCED(J),(ESF(I),I=L,LL)
235 CONTINUE
240 J = 0
    DO 250 I = L2,LL2
        J = J + 1
250 DESPA(I) = DESPA(I) + DESPA(J)
    J = 0
    DO 260 I = L3,LL3
        J = J + 1
260 ESF(I) = ESF(I) + ESF(J)
270 CONTINUE
    IF(LS-1)300,300,275
275 WRITE(LW,1600)NSEC,T
    WRITE(LW,1200)
    LL = NTEC
    DO 280 I = 1,NN
        L = LL + 1
        LL = LL + NGLN
280 WRITE(LW,1300)I,(DESPA(K),K=L,LL)
    WRITE(LW,1400)
    LL = LLE
    J = 0
    DO 295 NEL = 1,NE
        DO 290 M = 1,NNPE
            J = J + 1
            L = LL + 1
            LL = LL + 8
290 WRITE(LW,1500)NEL,INCED(J),(ESF(I),I=L,LL)
295 CONTINUE
300 CONTINUE
    RETURN
310 WRITE(LW,1200)
    LL = 0
    DO 320 I = 1,NN
        L = LL + 1
        LL = LL + NGLN
320 WRITE(LW,1300)I,(DESP(K),K=L,LL)
    WRITE(LW,1400)
```

```
LL = NTEC
J = 0
DO 340 NEL = 1,NE
DO 330 M = 1,NNPE
J = J + 1
L = LL + 1
LL = LL + 8
330 WRITE(LW,1500)NEL,INCED(J),(DESP(I),I=L,LL)
340 CONTINUE
1000 FORMAT(//10X,'RESULTADOS PARCIAIS REFERENTES : AO HARMONICO SIMETR
ICO :',I5,/43X,'A SECCAU :',I5,2X,'( TETA =',F7.3,' )')
1100 FORMAT(//10X,'RESULTADOS PARCIAIS REFERENTES : AO HARMONICO ANTISI
METRICO :',I5,/43X,'A SECCAO :',I5,2X,'( TETA =',F7.3,' )')
1200 FORMAT(//10X,'DESLOCAMENTO DOS NOS :',//10X,' NO',10X,'DESL.R',14
IX,'DESL.T',15X,'DESL.Z',15X,'GIRO ZR',//)
1300 FORMAT(10X,I3,4(7X,E14.8))
1400 FORMAT(//10X,'ESFORCOS NODAIS PARA CADA ELEMENTO :',//10X,'ELEM.',I
3X,'NO',5X,'N11',11X,'N22',11X,'N12',11X,'N21',11X,'M11',11X,'M22'
2,11X,'M12',11X,'M21',/)
1500 FORMAT(10X,I3,3X,I3,1X,E12.6,7(2X,E12.6))
1600 FORMAT(///10X,'RESULTADOS FINAIS REFERENTES : A SECCAO :',I5,2X,'
( TETA =',F7.3,' )')
      RETURN
      END
```

```

SUBROUTINE AUES2(NCOET)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION DESP(3204),ESFT(2400),DESPA(12),DESPL(12),DMAT(8,8),
1ROT(12,12),BNN(8,12),BN1(8,12),BN2(8,12),NCOET(20)
COMMON LR,LW,NN,NE,NGLN,NNPE,NCOPN,NNDP,NTI,NBLDQ,LBMAX,LBLOQ,
1FILE,NESC,NTIPEL,ILDAT,ILEC,ICARG,ITEMP,IRESP,NSECC,NARMS,NARMA,
2NARST,NARAT,NITER,NIOC,NFOC,NAUV,NAUR,INSAL,ITIPR,IREG,ISREF,NTEC,
3ITED(10),NELIG(10,4),NGRUP(10),INCED(300),NAP(201),NUAN(10),
4LBAND(10),NENPE(10),IFACI(20),IFPR(10)
COMMON /A/ COOR(804),COOR1(804),ANGLO(100),ERROR,FRCT
COMMON /B/ BLOCO(12864)
EQUIVALENCE (DESP(1),BLOCO(1)),(ESFT(1),BLOCO(3205))

```

```

*****
ESTA SUBRUTINA CALCULA A MATRIZ DE TENSAO PARA CADA HARMONICO E OS
DESLUCAMENTOS GLOBAIS E ESFORCOS LOCAIS PARA UM CARREGAMENTO
AXISMETRICO
*****

```

```

LS = NARMS + NARMA
L1 = NTEC + 1
LLE = 24*NE
LL1 = NTEC + LLE
DO 180 NARM = 1,LS
IF(ICARG)10,20,10
10 IH44 = -2
INCRE = 3
GO TO 30
20 IH44 = 0
INCRE = 1
LST = NARST + NARAT
IF(LST)25,30,25
25 IH48 = 1
READ(48*IH48)(ESFT(I),I=1,LLE)
II = 0
30 N = NCOET(NARM)
N2 = N**2
IF(LS-1)50,50,40

```

```
40 IH45 = NARM
  READ(45*IH45)(DESP(I),I=1,NTEC)
50 DO 60 I = L1,LL1
60 DESP(I) = 0.
  IH3 = 0
  JI = 0
  LL2 = NTEC
  DO 165 NEL = 1,NE
  L = 0
  DO 70 I = 1,NNPE
    JI = JI + 1
    J = INCED(JI)
    J = (J-1)*NGLN
    DO 70 K = 1,NGLN
      J = J + 1
      L = L + 1
70 DESPA(L) = DESP(J)
  IH42 = NEL
  READ(42*IH42)((ROT(I,J),J=1,12),I=1,12)
  DO 80 I = 1,12
  DESPL(I) = 0.
  DO 80 J = 1,12
80 DESPL(I) = DESPL(I) + ROT(I,J)*DESPA(J)
  DO 160 NP = 1,NNPE
  IH44 = IH44 + INCRE
  IBN = IH44
  READ(44*IBN)((BNN(I,J),J=1,12),I=1,8)
  IF(ICARG)90,110,90
90 IB1 = IH44 + 1
  IB2 = IB1 + 1
  READ(44*IB1)((BN1(I,J),J=1,12),I=1,8)
  READ(44*IB2)((BN2(I,J),J=1,12),I=1,8)
  DO 100 I = 1,8
  DO 100 J = 1,12
100 BNN(I,J) = BNN(I,J) + N*BN1(I,J) + N2*BN2(I,J)
110 L2 = LL2 + 1
  LL2 = LL2 + 8
  K = 0
```

```
DO 120 I = L2,LL2
K = K + 1
DO 120 J = 1,12
120 DESP(I) = DESP(I) + BNN(K,J)*DESPL(J)
      IF(ICARG)160,130,160
130 J = 0
      DO 140 I = L2,LL2
      J = J + 1
      DESPA(J) = DESP(I)
140 DESP(I) = 0.
      IH3 = IH3 + 1
      IH43 = IH3
      READ(43*IH43)((DMAT(I,J),J=1,8),I=1,8)
      J = 0
      DO 150 I = L2,LL2
      J = J + 1
      DO 144 K = 1,8
144 DESP(I) = DESP(I) + DMAT(J,K)*DESPA(K)
      IF(LST)148,150,148
148 II = II + 1
      DESP(I) = DESP(I) - FRCT*ESFT(II)
150 CONTINUE
160 CONTINUE
165 CONTINUE
      IF(LS-1)180,180,170
170 IH46 = NARM
      WRITE(46*IH46)(DESP(I),I=L1,LL1)
180 CONTINUE
      RETURN
      END
```