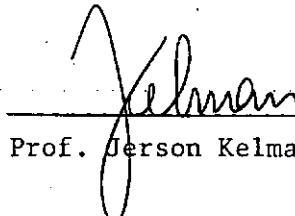


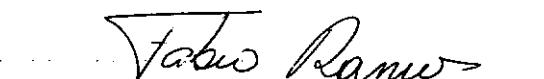
DISCUSSÃO DE CRITÉRIOS DE OPERAÇÃO DE
SISTEMAS HIDRELÉTRICOS INTERLIGADOS

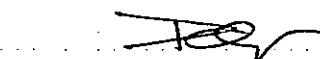
Laertes Munhoz da Cunha

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.)

Aprovada por:


Prof. Jerson Kelman (Presidente)


Prof. Fábio Ramos


Prof. Paulo Canedo Magalhães

CUNHA, LAERTES MUNHOZ DA

Discussão de Critérios de Operação de Sistemas Hidrelétricos Interligados (Rio de Janeiro) 1986.

VII, 61p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Civil, 1986).

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Fac. de Engenharia.

1. Assunto: Planejamento da Operação de Sistemas Hidrelétricos.

I. COPPE/UFRJ.

II. Título (série).

A minha família, em especial
à minha esposa e filhas.

AGRADECIMENTOS

Ao Centro de Hidráulica e Hidrologia Professor Parigot de Souza - CEHPAR, pela oportunidade de realização do curso de mestrado bem como pelas condições oferecidas para o desenvolvimento deste trabalho.

A Universidade Federal do Paraná - UFPR e à Companhia Paranaense de Energia - COPEL, pelo interesse que sempre demonstraram no desenvolvimento e formação de seus profissionais.

Ao Prof. Jerson Kelman pela orientação, acompanhamento e relevantes contribuições prestadas.

Ao Prof. Fábio Ramos, co-orientador deste trabalho, pelo constante apoio, incentivo e colaboração.

Ao Prof. Francisco Luiz Sibut Gomide, pelo incentivo à realização do curso e pelos conhecimentos transmitidos, os quais possibilitaram a realização deste trabalho.

Ao Prof. Heinz Dieter Fill pelas valiosas críticas e sugestões.

Aos companheiros da Divisão de Hidrologia - CEHPAR, em especial ao Engº Eloy Kaviski e Engº Maria Teresa de Araujo Braga Fior pelo apoio, sugestões e estímulo que sempre prestaram ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

Aos colegas Antoaldo Gutierrez e Henrique Luiz Scremenin pela excelente qualidade dos desenhos apresentados.

À secretaria Nilce Regina Mattos pelo excelente trabalho de datilografia, que invariavelmente apresenta.

Resumo da Tese Apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

DISCUSSÃO DE CRITÉRIOS DE OPERAÇÃO DE
SISTEMAS HIDRELÉTRICOS INTERLIGADOS

Laertes Munhoz da Cunha

Abril/1986

Orientador: Jerson Kelman

Co-Orientador: Fábio Ramos

Programa: Engenharia Civil

A crescente complexidade do sistema hidrotérmico brasileiro exige a adoção de uma série de simplificações para possibilitar a modelagem e viabilizar a solução do problema de determinação de estratégias ótimas de operação. Entretanto, os erros implícitos na própria representação simplificada do sistema, podem, por si só, mascarar todo o ganho proveniente de uma operação mais eficiente das usinas térmicas, justificando uma análise do problema direcionado, exclusivamente, ao parque hidráulico, que constitui-se na maior fatia do parque gerador de energia do sistema elétrico brasileiro.

Este trabalho procura explorar os modelos estocásticos simplificados na obtenção de estratégias de operação de sistemas hidrelétricos interligados, analisando principalmente dois critérios de operação e mostrando as consequências, sobre diferentes aspectos, especialmente no que diz respeito aos efeitos sobre o intercâmbio.

Comumente, em estudos dessa natureza, utiliza-se técnicas matemáticas de otimização dentre as quais a Programação Dinâmica tem sido reconhecida como das mais poderosas e eficazes. Entretanto, neste trabalho, em função dos critérios de operação adotados, optou-se por uma solução analítica, que numericamente corresponde à formulação por Programação Dinâmica Estocástica, onde o horizonte de planejamento é constituído por um único período.

Os critérios analisados podem ser considerados uma consequência da própria operação interligada, onde procura-se tirar proveito das diversidades hidrológicas entre regiões. O primeiro critério visa minimizar o valor esperado da soma dos vertimentos em cada sistema, e o segundo procura minimizar o valor esperado da soma dos déficits em cada sistema, ambos olhando apenas para o próximo intervalo de tempo.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment
of the requirements for the degree of Master os Science (M.Sc.)

DISCUSSION ON OPERATION CRITERIA OF
INTERCONNECTED HYDROELECTRIC SYSTEMS

Laertes Munhoz da Cunha

April, 1986

Chairman: Jerson Kelman

Fábio Ramos

Department: Civil Engineering

The increasing complexity of the Brazilian hydro-thermal electrical generation system demands the adoption of several simplifying assumptions to allow its modelling and thus permit the solution to the problem of determining its optimal operation. However, this simplified representation of the system has implicit errors which may give the wrong idea on the gains from a more efficient operation of the thermal plants. Such possibility justify a deeper analysis of the problem, considering only the hydroelectric power plants which, in Brazil, represent the largest source of power generation.

This thesis explores simplified stochastic models in order to obtain optimum operation rules for interconnected hydropower systems according to two different criteria. It also presents the consequences of adopting each criterion specially in regard to the flows of energy among systems.

Generally in such studies, mathematical programming techniques are used, mainly Dynamic Programming. However, in this work, a closed form solution was searched, corresponding to the Stochastic Dynamic Programming solution, with the simplification of only one stage being considered in the planning horizon.

The objective functions analysed are a consequence of interconnected operation, where advantages are taken from hydrological diversity among regions. The first criterion minimizes the expected sum of the energy overflows in each system and the second criterion minimizes the expected sum of the energy deficits in each system. In each case, only one stage of the planning horizon is considered.

ÍNDICE

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO II - OPERAÇÃO DE SISTEMAS INTERLIGADOS	4
II.1 - MODELO A SISTEMA EQUIVALENTE	4
II.2 - O MÉTODO DE PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA	7
 CAPÍTULO III - SOLUÇÃO DE CASOS PARTICULARES	11
III.1 - CRITÉRIO QUE MINIMIZA A SOMA DO VALOR ESPERADO DOS VERTIMENTOS DE ENERGIA NO PERÍODO	11
III.2 - CRITÉRIO QUE MINIMIZA A SOMA DO VALOR ESPERADO DOS DÉFICITS DE ENERGIA NO PERÍODO	19
III.3 - RELAÇÕES DE EQUIVALÊNCIA	22
III.4 - CASO EXEMPLO	23
 CAPÍTULO IV - SIMULAÇÃO E CONFRONTO DE RESULTADOS	30
IV.1 - CONDIÇÃO INICIAL DO ESTADO DO SISTEMA	30
IV.2 - SIMULAÇÃO - AFLUÊNCIAS INDEPENDENTES EM SÉRIE	31
IV.3 - SIMULAÇÃO - AFLUÊNCIAS DEPENDENTES EM SÉRIE	41
IV.4 - COMENTÁRIOS GERAIS	49
 CAPÍTULO V - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	52
 ANEXO - PROCESSOS DINÂMICOS - PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA	56
 BIBLIOGRAFIA	61

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

O sistema elétrico brasileiro caracteriza-se por uma predominância de geração hidráulica em relação à térmica. O planejamento da operação energética de um sistema dessa natureza, procura definir uma relação entre o grau de utilização dos recursos existentes, levando em consideração o nível de garantia de suprimento do sistema e os custos envolvidos no processo.

Embora as usinas hidrelétricas apresentem baixo custo de operação quando comparado ao custo das termelétricas, o deplecionamento de seus reservatórios deve ser cuidadosamente planejado. A aleatoriedade das vazões impede um conhecimento prévio das afluências futuras. Eventualmente, poderá ocorrer uma situação de afluências tão desfavoráveis que, caso não haja estoque suficiente nos reservatórios, o mercado consumidor não possa ser satisfeito nem pela geração conjunta de todas as hidrelétricas e térmicas disponíveis. O principal objetivo da estratégia de operação do sistema de geração é permitir, a cada período, a tomada de decisão entre utilizar uma proporção maior de energia de origem termelétrica, possibilitando o armazenamento das afluências hídricas nos reservatórios do sistema ou, utilizar a água estocada nos reservatórios na geração de energia, reduzindo a produção das usinas térmicas ou programar um racionamento antecipado evitando restrições mais severas no futuro.

O tamanho do parque hidrotérmico, as restrições físicas particulares à cada usina, as interdependências observadas entre usinas hidrelétricas localizadas em cascata, nas diversas bacias hidrográficas, requerem a representação de um grande número de variáveis caracterizando o problema de operação do sistema como de grande porte. A impossibilidade de uma previsão perfeita da seqüência de afluências futuras, e consequentemente do nível final de reserva, bem como do mercado consumidor de energia dão ao problema a característica estocástica e, além disto, as relações entre as variáveis envolvidas lhe inferem a não linearidade. A complexidade, devida a simultaneidade destes fatores, exige a adoção de uma série de simplificações, que levam a uma perda de rigor na modelagem por sua vez compensada pela viabilização da solução.

A adoção do conceito de sistema equivalente contorna mas não resolve definitivamente a questão da dimensionalidade do problema. O método consiste numa representação matemática simplificada dos principais componentes

tes do sistema real, o que pode introduzir erros, como por exemplo, em usinas com regularização parcial. Nesse caso, em não havendo reservatório para armazenar o excesso de água, nem supermotorização para aproveitar todo o excesso em geração, ocorrem vertimentos locais que não podem ser convenientemente considerados. Os erros implícitos nesta forma de representação do sistema podem, por si só, mascarar todo o ganho proveniente de uma operação mais eficiente das usinas térmicas. Portanto, justifica-se uma análise do problema de operação direcionada ao parque hidráulico que constitui-se na maior fatia do parque gerador de energia do sistema elétrico brasileiro.

A gestão do parque hidráulico tem sido razoavelmente estudada, evidenciando-se que a abordagem matemática depende de um grande número de hipóteses simplificadoras. Uma delas, apresentada por GOMIDE [04] e [05] constitui-se no desenvolvimento de modelos estocásticos simplificados, baseados nos chamados "reservatórios equivalentes". Nesta abordagem, utiliza-se o potencial da "Hidrologia Estocástica" no projeto e na verificação do desempenho de sistemas hidrelétricos. A sua maior simplicidade facilita a compreensão do problema hidrológico por parte de outros profissionais envolvidos com estudos energéticos, garantindo uma discussão mais ampla a respeito das hipóteses simplificadoras. Outra abordagem, conforme COLO [03], desce ao nível de usinas individualizadas, onde procura-se definir as prioridades de operação. Essas prioridades, geralmente, são definidas através de regras empíricas, resultantes da experiência operativa direta ou obtida pela aplicação de modelos de simulação.

Uma evolução da hipótese de um único reservatório equivalente ao sistema composto por diversas usinas, é a consideração de dois ou mais reservatórios equivalentes interligados, representando o sistema global. Uma vantagem que se estabelece nessa representação do sistema é o fato de permitir agrupar usinas pertencentes a cada subsistema ou empresa concessionária em um único reservatório equivalente, tal que o intercâmbio entre subsistemas ou empresas possa ser estudado. A variável intercâmbio, é altamente dependente da regra de operação adotada, especialmente quando não se considera as limitações físicas próprias das linhas de transmissão. A regra de operação para um sistema de reservatório com fins energéticos, define as gerações em cada reservatório, em função das características da configuração, objetivando otimizar o desempenho do sistema. Este desempenho é quantificado por índices que traduzem o objetivo descrito pelo critério de operação.

Este trabalho procura explorar os modelos estocásticos simplificados na obtenção de estratégias de operação de sistemas hidrelétricos interligados. Uma das principais vantagens da abordagem simplificada reside no pequeno número de parâmetros a estimar e na facilidade de se obter sensibilidade para a influência relativa de cada um desses parâmetros. Considera-se dois reservatórios equivalentes representativos dos sistemas hidrelétricos Sudeste e Sul do Brasil. Em um determinado instante desconhecendo-se as afluências futuras, deseja-se estabelecer metas de geração para cada sistema, de modo a atender ao objetivo fixado pelo critério de operação.

Dois critérios de operação são analisados no presente estudo. Esses critérios, como será visto na seqüência, utilizam uma visão "míope" do problema no sentido que se limitam a olhar um horizonte de planejamento composto de um único período. Tal simplificação, entretanto, permite uma solução analítica do problema, como mostra GOMIDE [04], fugindo-se da formulação por Programação Dinâmica Estocástica. Os objetivos perseguidos resumem-se, em minimizar o valor esperado do vertimento total ou do déficit total do sistema computado no próximo intervalo de tempo, conhecido o estado atual do sistema.

Baseado, nesta metodologia pretende-se estabelecer comparações entre os critérios citados mostrando as consequências sobre diferentes aspectos especialmente no que diz respeito aos efeitos sobre o intercâmbio. Entendendo-se ainda, que quando o sistema encontra-se com grande reserva de energia o objetivo principal é evitar vertimentos (a ocorrência de déficits é pouco provável) e em caso contrário, havendo pouca energia armazena, o objetivo principal passa a se evitar déficits, procura-se definir, de alguma forma, quando este ou aquele objetivo deve ser o perseguido. Discute-se a importância que exerce a sazonalidade verificada na hidrologia da região Sudeste quando se altera a escala de tempo do período unitário. Finalmente procura-se introduzir um conceito para sistemas hidrelétricos equilibrados que permite distinguir objetivamente regiões mais favorecidas em termos de recursos energéticos de origem hidráulica.

CAPÍTULO II

OPERAÇÃO DE SISTEMAS INTERLIGADOS

A interligação de sistemas hidrelétricos acarretam um ganho de energia proveniente da eventual "diversidade hidrológica" existente entre regiões. Restringindo-se o estudo a dois sistemas pode-se concluir, conforme GOMIDE [05], que o maior proveito desta situação ocorre sob o ponto de vista hidrológico, quando não há grande concentração de obras em determinada região. Naturalmente, não só considerações hidrológicas devem ser analisadas. As restrições físicas, próprias do sistema de transmissão, devem ser levadas em conta, bem como os seus aspectos econômicos.

O estabelecimento de estratégias de operação, no caso de dois sistemas equivalentes, deve ponderar quanto à quantidade de energia a ser gerada em cada sistema, tirando proveito da interligação elétrica, no sentido de evitar vertimentos desnecessários de energia ou evitar déficits de atendimento resultantes da energia perdida ou das próprias restrições físicas do intercâmbio.

A utilização da representação a sistema equivalente reduz a dimensionalidade do problema e permite que a determinação da estratégia de operação seja formulada como um processo de decisão seqüenciais e solucionada por um algoritmo recursivo de programação dinâmica estocástica. Usualmente esta metodologia é empregada no Planejamento da Operação do sistema hidrotérmico e baseia-se na minimização dos custos totais de operação sendo fixado um nível de garantia de fornecimento de energia, especificado indiretamente através do estabelecimento de uma função de custos do déficit, como por exemplo mostra ARARIPE NETO [02]. No caso, uma formulação semelhante é empregada para a operação do sistema hidrelétrico baseando-se, como será apresentado no capítulo III, na minimização da soma do valor esperado dos vertimentos no próximo período ou na minimização do valor esperado dos déficits no próximo intervalo de tempo.

II.1. MODELO A SISTEMA EQUIVALENTE

Um estudo desenvolvido por GOMIDE [04] no Centro de Hidráulica e Hidrologia Prof. Parigot de Souza - CEHPAR, apresenta um modelo estocástico simplificado, em que dois reservatórios equivalentes são analisados de forma a possibilitar a análise dos intercâmbios energéticos entre os sistemas hidrelétricos. Para a utilização do modelo, dispensa-se as informações individualizadas das usinas, bastando o conhecimento das caracterís-

ticas principais que definem o sistema equivalente. Restringindo-se ao estudo na escala anual, pode-se enumerar essas características:

a) Capacidade média de geração (\bar{E}_i)

A afluência média anual de energia em MW-ano/ano, aqui denominada de capacidade média de geração do sistema "i", é igual à soma das capacidades médias de geração de cada usina que o compõe. Logo, para um sistema representado por dois reservatórios equivalentes, obtém-se:

$$\bar{E}_1 = \bar{E}_{A_1} + \bar{E}_{B_1} + \bar{E}_{C_1} + \dots \quad (\text{II.1})$$

$$\bar{E}_2 = \bar{E}_{A_2} + \bar{E}_{B_2} + \bar{E}_{C_2} + \dots \quad (\text{II.2})$$

onde A_1 , B_1 e C_1 representam usinas pertencentes ao sistema 1, e A_2 , B_2 e C_2 usinas pertencentes ao sistema 2. A capacidade média de geração de uma usina em particular, digamos usina X, é dada por

$$\bar{E}_X = 0,00863 \bar{Q}_X H_X \quad (\text{II.3})$$

sendo \bar{Q}_X a vazão média de longo período em metros cúbicos por segundo (m^3/s) e H_X a queda média líquida em metros (m), função da depleção máxima a que o reservatório local pode ser submetido. Nessa expressão, a constante já incorpora os coeficientes de rendimento do conjunto turbo-gerador. Em notação matricial, as equações (II.1) e (II.2) podem ser escritas

$$\begin{bmatrix} \bar{E}_1 \\ \bar{E}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 1 & 1 & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{E}_{A_1} \\ \bar{E}_{B_1} \\ \bar{E}_{C_1} \\ \vdots \\ \bar{E}_{A_2} \\ \bar{E}_{B_2} \\ \bar{E}_{C_2} \\ \vdots \end{bmatrix} = \underline{M} \underline{E} \quad (\text{II.4})$$

onde cada linha da matriz \underline{M} refere-se a um sistema equivalente e é formada por números 1 ou 0, conforme a usina pertença ou não ao sistema em questão.

b) Desvio padrão das afluências médias anuais (σ_i) e coeficiente de correlação espacial entre as afluências a cada reservatório equivalente (ρ).

A matriz de variâncias e covariâncias C , entre afluências médias anuais a cada usina é obtida pelo produto matricial $C = D R D$, onde a matriz D é uma matriz diagonal cujos elementos são os desvios padrão $\sigma_{A_1}, \sigma_{B_1}, \sigma_{C_1}, \dots, \sigma_{A_2}, \sigma_{B_2}, \sigma_{C_2}, \dots$, fornecidas em (MW-ano/ano). A matriz R representa a matriz de correlação espacial entre as afluências de energia à cada usina tal que, por exemplo, no caso o elemento r_{23} (segunda linha e terceira coluna) seria a correlação entre as afluências à usina B_1 e as afluências à usina C_1 , representada por $\rho_{B_1 C_1}$.

Tomando a matriz M , definida anteriormente, e efetuando o produto $M C M^T$, sendo M^T a transposta de M , obtém-se uma matriz simétrica (2×2) cujos valores na diagonal resultam σ_1^2 e σ_2^2 , e cujos valores fora da diagonal são iguais a $\rho \sigma_1 \sigma_2$. Consequentemente ficam assim determinado os parâmetros σ_1 , σ_2 e ρ .

c) Armazenamento máximo disponível (A_{T_i}).

Os armazenamentos máximos em cada sistema, em MW-ano, são obtidos pelos somatórios do valor energético de cada armazenamento local pertencentes ao sistema. Logo,

$$A_{T_1} = A_{A_1} + A_{B_1} + A_{C_1} + \dots \quad (\text{II.5})$$

$$A_{T_2} = A_{A_2} + A_{B_2} + A_{C_2} + \dots \quad (\text{II.6})$$

Para uma usina particular X , o valor energético correspondente, é dado por

$$A_X = \frac{0,00863}{\Delta t} \cdot H_X (V_X + V_Y + \dots) \quad (\text{II.7})$$

onde H_X é a queda média líquida da usina X em metros (m), Δt é o número de segundos do ano, V_X é o armazenamento local da usina X e V_Y é o armazenamento local da próxima usina de montante (se existir) e assim por diante, sendo os armazenamentos medidos em metros cúbicos (m^3). Note-se que a equação (II.7) permite, por exemplo, alocar armazenamentos energéticos a diferentes empresas concessionárias, mesmo que seus aproveitamentos localizem-se ao longo do mesmo curso de água.

É importante ressaltar que uma série de outros procedimentos devem servir de apoio à aplicação desta metodologia, como por exemplo, um estudo de regionalização que permite obter a capacidade média de geração, a variância e a estrutura espacial de correlação entre locais de interesse, caso não haja informação hidrológica disponível. Haverá necessidade, também, de um algoritmo para tentar resolver o problema da definição da depleção máxima que será admitida em cada usina; informação essa, dependente da configuração do sistema e não apenas dos dados da usina em particular.

A simplificação alcançada através da representação do sistema pelo modelo equivalente, pode ser considerada aceitável ao tratar-se de regiões hidrologicamente semelhantes e sistemas relativamente bem regularizados. Já foi dito que a hipótese do reservatório equivalente implica na desconsideração de vertimentos isolados, isto é, vertimentos que ocorrem sem que todos os reservatórios estejam cheios. Outra aproximação implícita na versão clássica do método do reservatório equivalente é a adoção, para efeito de conversão de vazão em potência, de uma queda média correspondente à metade do volume útil do reservatório local. Apesar dessas limitações, acredita-se que, para os propósitos deste trabalho, a aproximação gerada pela hipótese do reservatório equivalente pode ser aceita sem restrições.

II.2. O MÉTODO DE PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA

A aleatoriedade intrínseca aos fenômenos hidrológicos é a responsável pela complexidade da tarefa de se planejar a operação do sistema hidrelétrico. Frequentemente, empregam-se métodos de otimização baseados na Programação Dinâmica Estocástica, KELMAN [07], para a definição das regras de operação (em anexo discute-se as bases deste método conforme PERSIANO [10]). Sabe-se, que as decisões, em cada estado do sistema, tendem a se tornar mais acertadas à medida que dispomos de maior volume de informações para a sua determinação. Por exemplo, para uma mesma situação de armazenamento, porém diante de perspectivas de afluências futuras muito distintas, é natural que sejam esperadas diferentes decisões de operação para o sistema. Na formulação aqui utilizada, o parque gerador hidrelétrico é representado por dois sistemas equivalentes e a aleatoriedade das vazões por modelos estocásticos auto-regressivos de primeira ordem, que permitem a determinação das correspondentes distribuições de probabilidades relativas às afluências no período, condicionadas pela afluência observada no período anterior. Assim a dispersão da distribuição das afluências

possíveis no próximo período é menor, já que se restringe o universo de afluências futuras, admitindo-se a existência de uma "tendência hidrológica".

Para a operação do sistema hidrelétrico, o horizonte de planejamento é dividido em estágio ($k = \text{ano, mês, ...}$) e a variável de decisão G_i^k , bidimensional, é dada pelo nível de geração no sistema " i " em cada estágio k . Indiretamente pode-se observar que, tomada uma decisão quanto à meta de geração, fica automaticamente definido o intercâmbio, desde que se conheça o mercado, M_i^k , correspondente a cada sistema e que não se atinja situações onde é impossível atender a meta definida. A variável de estado, com quatro dimensões, é representada pelo nível de energia armazenada em cada um dos dois reservatórios equivalentes A_i^k , no início do estágio k , e pelas energias afluentes a esses dois reservatórios no estágio anterior E_i^{k-1} , indicativas da "tendência hidrológica" do sistema.

Em um determinado estágio, sendo conhecidos o mercado total e a configuração do sistema, é possível definir o conjunto de decisões, decisões admissíveis, que levam o sistema a um estado viável no próximo estágio. Esse conjunto de estados viáveis é formado por todas as combinações possíveis dos níveis de armazenamento dos dois reservatórios equivalentes, ou seja, com os reservatórios variando desde a posição "vazio" até o correspondente armazenamento máximo, denotado por \bar{A}_i^k . O conjunto de decisões admissíveis é formado por pares G_1^k e G_2^k cuja soma é igual ao mercado total. A transição de estado obedece a equação com a forma a seguir:

$$\begin{aligned} A_i^{k+1} &= f^k(A_i^k, G_i^k, E_i^k) = \\ &= \max \{ \min[\bar{A}_i^k; A_i^k - G_i^k + E_i^k]; 0 \} \quad p/ i = 1 \text{ e } 2 \end{aligned} \quad (\text{II.8})$$

Para a definição da estratégia ótima de operação do sistema, representado por dois reservatórios equivalentes de energia, é necessário eleger-se um índice de desempenho função do qual adota-se o critério de operação. Duas maneiras de quantificar-se o desempenho serão discutidas neste trabalho.

- i) A minimização do valor esperado da soma dos vertimentos de energia.

Neste caso, a função de saída do sistema que fornece o índice de desempenho será:

$$F^k(x, u, z) = v_i^k = \max \{ 0; A_i^k + E_i^k - G_i^k - \bar{A}_i^k \} \quad (\text{II.9})$$

onde: v_i^k - vertimento de energia ocorrido no sistema "i" no estágio k.
 x - indica o estado do sistema.
 u - indica uma decisão admissível.
 z - indica a aleatoriedade das afluências.

ii) A minimização do valor esperado da soma dos déficits de energia.

A função de saída correspondente será:

$$F^k(x, u, z) = D_i^k = \max \{ 0; G_i^k - A_i^k - E_i^k \} \quad (\text{II.10})$$

onde: D_i^k - déficit de energia ocorrido no sistema "i" no estágio k.

Em ambos os casos, a equação recursiva de otimalidade é:

$$\begin{aligned} \bar{J}^k(A_i^k, E_i^{k-1}) = \min \{ & E_i^k + \sum_{i=1}^2 F^k(A_i^k, E_i^k, G_i^k) + \\ & G_i^k - E_i^k | e_i^{k-1} \\ & + \bar{J}^{k+1}[f^k(A_i^k, E_i^k, G_i^k), E_i^k] \} \quad p/ k = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (\text{II.11})$$

onde: $\bar{J}^k(A_i^k, E_i^k)$ - é o mínimo valor esperado do índice de desempenho, desde o estágio k até o final do horizonte de planejamento, sendo que o sistema se encontra no estado (A_i^k, E_i^{k-1}) .

e_i^k - é o valor assumido pela variável aleatória E_i no estágio k, indicativo da "tendência hidrológica" do sistema "i".

n - horizonte de planejamento ou número de períodos analisados.

Aplicando-se recursivamente esta equação, define-se para qualquer estágio uma estratégia de operação que levará o sistema, como um todo, ao seu melhor desempenho até o final do período em estudo. Essa estratégia, resume-se na indicação das metas de geração correspondentes a cada sistema, em função da condição inicial dos armazenamentos e da tendência hidrológica regional.

A adoção do conceito de sistema equivalente, quando da análise conjunta de dois ou mais sistemas, reduz mas não contorna definitivamente a restrição da dimensão do problema. É fácil notar que o número de estados discretizados, e consequentemente o esforço computacional, aumenta exponencialmente com o número de variáveis de estado. Por exemplo, supondo o reservatório equivalente discretizado em 20 níveis de armazenamento e as afluências representadas por 10 valores discretos, tem-se no caso de um reservatório $20 \times 10 = 200$ estados discretizados, no caso de dois reservató-

rios (200)² = 40000 estados discretizados, e assim por diante. Os requisitos de memória e o tempo de CPU (Unidade Central de Processamento) necessários à implementação do algoritmo são de tal maneira elevados, que exigem maiores simplificações ou a utilização de técnicas capazes de fornecer soluções aproximadas a custos computacionais razoáveis. Duas aproximações neste sentido, discutidas por PEREIRA e PINTO [09], seriam:

- reduzir o número de variáveis de estado, mantendo-se a característica estocástica do problema. Neste caso a variável de estado passaria a ser representada, simplesmente, pelo nível de energia armazenada em cada reservatório, o que equivale a supor-se as afluências independentes entre si. Desta forma, o conhecimento da afluência observada no período anterior não altera a distribuição de probabilidade da afluência futura.
- ignorar a característica aleatória das afluências, tornando o problema determinístico. Neste caso, a seqüência de afluências futuras é suposta conhecida e o índice de desempenho do sistema (por exemplo, vertimento ou déficit), passa a ser função única do estado atual do sistema e da decisão a ser tomada.

Outra simplificação possível seria reduzir o horizonte de planejamento para a definição da estratégia de operação, diminuindo desta forma o tempo de processamento. A análise, para um horizonte composto de um único período, que numericamente corresponde à formulação por Programação Dinâmica Estocástica (PDE) para $n = 1$ e $\bar{J}^{n+1}(.) = 0$, em qualquer estado do sistema, admite também uma solução analítica, sob determinadas condições. Essa forma de solução trata as variáveis de estado, as variáveis de decisão e as variáveis de perturbação (afluências de energia) como variáveis contínuas, inexistindo em consequência os problemas de discretização, próprios da PDE. Neste trabalho, assume-se que as afluências do próximo intervalo de tempo distribuem-se normalmente e podem ser representadas por determinado modelo estocástico que fornece a distribuição de probabilidade condicionada pela afluência observada no período anterior. Considera-se como período de tempo unitário, a escala anual e a escala mensal, conforme apresentado no próximo capítulo.

CAPÍTULO III

SOLUÇÃO DE CASOS PARTICULARES

Suponha um sistema hidrelétrico interligado qualquer, representado por dois reservatórios equivalentes de energia. O sistema encontra-se em determinado estado, relativamente aos níveis de armazenamento, e desejamos estabelecer metas de geração em cada subsistema para o próximo período, em função de um critério pré-estabelecido. As afluências de energia a cada reservatório equivalente, no período para o qual pretende-se estabelecer as metas de geração, são desconhecidas e supostas variáveis aleatórias normalmente distribuídas com média e variância determináveis. Um critério de operação produz uma regra de operação que procura otimizar o desempenho do sistema, quantificado através de índices ou estatísticas calculadas ao longo do horizonte de planejamento. Como as afluências energéticas são variáveis aleatórias que influenciam a decisão a ser tomada sobre o sistema, a regra de operação resultante se apresenta como uma estratégia de operação. Uma estratégia indica a decisão "ótima" a ser tomada para qualquer estado do sistema e em qualquer estágio, desde o atual até o final do horizonte de planejamento.

O problema da determinação da estratégia de operação adapta-se à formulação de um processo de decisões seqüenciais e pode ser solucionado por algoritmos de programação dinâmica estocástica. Entretanto, como visto, esbarra-se no problema de dimensionalidade tornando-se inviável a obtenção da solução. A redução do horizonte de planejamento para um único período, correspondendo à solução para um estágio da programação dinâmica, em certas situações conduz a uma solução analítica do problema que é facilmente obtida.

III.1. CRITÉRIO QUE MINIMIZA A SÔMA DO VALOR ESPERADO DOS VERTIMENTOS DE ENERGIA NO PERÍODO

Denotando-se por A_i os armazenamentos existentes no início do período em questão, por \bar{A}_i os armazenamentos máximos disponíveis para regularização de energia, por G_i a meta de energia a gerar, e sendo \bar{E}_i e σ_i a média e o desvio padrão das energias médias no período, afluentes ao sistema i , podemos exprimir o vertimento energético V_i como:

$$V_i = \max \{ 0; A_i + e_i - G_i - \bar{A}_i \} \quad (\text{III.1})$$

onde e_i representa a energia afluente durante o período em análise. Ou seja, haverá vertimento sempre que a energia afluente for superior à energia a

gerar (G_i) somada ao volume disponível para armazenamento ($\bar{A}_i - A_i$) no sistema. A energia vertida, em cada reservatório equivalente, é uma função da energia que aflue a este reservatório. Sendo esta uma variável aleatória, o vertimento também será uma variável aleatória e, consequentemente, o critério de operação deverá basear-se no valor esperado da soma dos vertimentos no sistema.

O valor esperado da soma de variáveis aleatórias quaisquer é igual à soma dos valores esperados de cada uma isoladamente e portanto podemos escrever:

$$E[V_1 + V_2] = E[V_1] + E[V_2] \quad (\text{III.2})$$

onde: $E[V_1] = \int_{G_1 + \bar{A}_1 - A_1}^{\infty} (y - G_1 - \bar{A}_1 + A_1) f_Y(y) dy \quad (\text{III.3})$

$$E[V_2] = \int_{G_2 + \bar{A}_2 - A_2}^{\infty} (z - G_2 - \bar{A}_2 + A_2) f_Z(z) dz \quad (\text{III.4})$$

sendo y e z as afluências de energia com funções densidade de probabilidade, respectivamente $f_Y(y)$ e $f_Z(z)$. Fixada a meta de geração (G_i) determina-se o valor esperado do vertimento em cada subsistema, como:

$$E[V] = \int_{K_V}^{\infty} (x - K_V) f_X(x) dx \quad (\text{III.5})$$

onde: $K_V = G_i + \bar{A}_i - A_i \quad (\text{III.6})$

$$x = y \text{ ou } z \quad (\text{para } i = 1 \text{ ou } 2) \quad (\text{III.7})$$

desenvolvendo-se, para o caso das afluências energéticas distribuirem-se normalmente, chega-se a expressão:

$$E[V] = \sigma \left\{ t [F_X(K_V) - 1] + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \right\} \quad (\text{III.8})$$

onde: $t = \frac{K_V - \bar{E}}{\sigma} \quad (\text{III.9})$

$F_X(\cdot)$ - função de distribuição acumulada da variável aleatória X . A expressão (III.8) fornece o valor esperado do vertimento no período, para qualquer um dos sistemas envolvidos.

Apresenta-se na seqüência a sistemática de obtenção da estratégia de operação para alguns casos particulares:

a) Caso anual com afluências normalmente distribuídas, serialmente e espacialmente não correlacionadas.

Trabalhar na escala anual, desprezando-se as variações sazonais, constitui-se em uma forte simplificação. Evidentemente, há um preço a pagar pela simplificação. Para desprezar-se as variações intra-ano das vazões e consequentemente das energias naturais, deve-se alocar uma parcela de armazenamento para esse fim específico (A_{IA_i}). Então, os armazenamentos máximos disponíveis para regularização plurianual (de ano para ano) de energia (A_p_i) obtém-se subtraindo-se a parcela intra-anual, A_{IA_i} , dos armazenamentos máximos \bar{A}_i .

Usando a nomenclatura, já introduzida, com o cuidado de substituir \bar{A}_i por A_{p_i} , temos:

$$E[V_1 + V_2] = \int_{G_1 + A_{p_1} - A_1}^{\infty} (y - G_1 - A_{p_1} + A_1) f_Y(y) dy + \\ + \int_{G_2 + A_{p_2} - A_2}^{\infty} (z - G_2 - A_{p_2} + A_2) f_Z(z) dz \quad (III.10)$$

Supõe-se que a soma das metas de energia a gerar, $G = G_1 + G_2$, é conhecida e igual ao mercado total uma vez que a intenção é sempre atender à demanda hidrelétrica.

Então reescrevendo temos:

$$E[V_1 + V_2] = \int_{G_1 + A_{p_1} - A_1}^{\infty} (y - G_1 - A_{p_1} + A_1) f_Y(y) dy + \\ + \int_{G - G_1 + A_{p_2} - A_2}^{\infty} (z - G + G_1 - A_{p_2} + A_2) f_Z(z) dz \quad (III.11)$$

A minimização do vertimento esperado, em função de uma decisão de geração a ser tomada, será obtida quando:

$$dE[\cdot]/dG_1 = 0 \quad (III.12)$$

Genericamente a diferenciação das integrais acima podem ser obtidas pela regra de Leibnitz, onde:

$$\frac{d}{d\alpha} \int_{\emptyset_1(\alpha)}^{\emptyset_2(\alpha)} F(x, \alpha) dx = \int_{\emptyset_1(\alpha)}^{\emptyset_2(\alpha)} \frac{\partial F}{\partial \alpha} dx - F(\emptyset_1, \alpha) \frac{d\emptyset_1}{d\alpha} + F(\emptyset_2, \alpha) \frac{d\emptyset_2}{d\alpha} \quad (\text{III.13})$$

Identificando os termos tem-se:

$$\alpha = G_1 \quad (\text{III.14})$$

$$x = y \text{ ou } z \quad (\text{III.15})$$

$$F(x, \alpha) = (x - R_i \mp G_1) f_X(x) \quad (\text{III.16})$$

$$\text{onde: } R_1 = A_{p_1} - A_1 \quad (\text{III.17})$$

$$R_2 = A_{p_2} - A_2 + G \quad (\text{III.18})$$

$$\emptyset_1(\alpha) = (-1)^{1+i} G_1 + R_i \quad \text{p/ } i = 1, 2 \quad (\text{III.19})$$

$$\emptyset_2(\alpha) = \infty \quad (\text{III.20})$$

Observando a independência entre a afluência futura, y ou z, e a meta de geração G_1 , pode-se escrever:

$$\frac{\partial F}{\partial \alpha} = \mp f_X(x), \quad \text{e} \quad (\text{III.21})$$

$$F(\emptyset_1, \alpha) = (-G_1 + R_i - R_i \mp G_1) f_X(\emptyset_1) = 0 \quad (\text{III.22})$$

$$\frac{d\emptyset_2}{d\alpha} = 0 \quad (\text{III.23})$$

$$\text{assim: } \frac{dE[V_1 + V_2]}{dG_1} = - \int_{G_1 + A_{p_1} - A_1}^{\infty} f_Y(y) dy + \int_{G - G_1 + A_{p_2} - A_2}^{\infty} f_Z(z) dz = 0 \quad (\text{III.24})$$

ou seja:

$$P[V_1 > 0] = \int_{G_1 + A_{p_1} - A_1}^{\infty} f_Y(y) dy = \int_{G - G_1 + A_{p_2} - A_2}^{\infty} f_Z(z) dz = P[V_2 > 0] \quad (\text{III.25})$$

Nota-se que o critério de minimizar a soma do valor esperado dos vertimentos equivale a igualarem-se as probabilidades de vertimento em cada sistema, no período. Sendo $\Phi[\cdot]$ a função de distribuição normal acumulada, essas probabilidades seriam:

$$1 - \Phi[(G_1 + A_{p_1} - A_1 - \bar{E}_1)/\sigma_1] = 1 - \Phi[(G_2 + A_{p_2} - A_2 - \bar{E}_2)/\sigma_2] \quad (\text{III.26})$$

A regra de operação plurianual resulta linear da forma:

$$A_2 = G_2 - \beta G_1 + \gamma + \beta A_1 \quad (\text{III.27})$$

onde: $\beta = \sigma_2/\sigma_1$ (III.28)

$$\gamma = A_{p_2} - \bar{E}_2 - \beta (A_{p_1} - \bar{E}_1) \quad (\text{III.29})$$

sujeito a:

$$G_1 + G_2 = G \quad (\text{III.30})$$

$$0 \leq A_1 \leq A_{p_1} \quad (\text{III.31})$$

$$0 \leq A_2 \leq A_{p_2} \quad (\text{III.32})$$

ou seja:

$$A_2 = G - G_1 (1 + \beta) + \gamma + \beta A_1 \quad (\text{III.33})$$

sujeito às restrições sobre os armazenamentos.

Desta expressão, conhecido o estado do sistema, representado por A_1 e A_2 , obtém-se diretamente a geração G_1 que complementada por $G_2 = G - G_1$, atenderá o mercado consumidor com o mínimo valor esperado da soma dos vertimentos no período.

b) Caso anual com afluências normalmente distribuídas, considerando dependência serial.

Tratando-se de afluências correlacionadas em série, o estado do sistema fica melhor caracterizado incluindo-se a "tendência hidrológica" como variável de estado, a qual é representada pela energia afluente a cada sistema no período anterior. A formulação deste caso é preferível à anterior, pois a estratégia de operação resultante fatalmente levará o sistema a um melhor desempenho, uma vez que a hipótese de independência serial é relaxada. Utilizando-se um modelo estocástico para fornecer a distribuição de probabilidades relativa às afluências no período condicionada pela afluência observada no período anterior, por exemplo um modelo auto-regressivo de primeira ordem conforme MATALAS [08], temos:

$$E_i^t = \bar{E}_i + \rho_i (E_i^{t-1} - \bar{E}_i) + \sigma_i \sqrt{1 - \rho_i^2} n_t \quad (\text{III.34})$$

onde: E_i^t - energia média afluente ao sistema i , no ano t .

ρ - coeficiente de correlação serial entre E_i^t e E_i^{t-1} .

η_t - variável aleatória normalmente distribuída com média zero e variância unitária suposta independente de E_i^{t-1} .

\bar{E}_i - energia média anual afluente ao sistema i, observada historicamente.

σ_i - desvio-padrão de energia média anual afluente ao sistema i.

Com vistas a este modelo é possível calcular o valor esperado e a variância da distribuição condicionada de E_i^t .

$$E[E_i^t | E_i^{t-1} = a_i] = \bar{E}_i + \rho_i (a_i - \bar{E}_i) = \bar{E}_i^* \quad (\text{III.35})$$

$$\text{VAR}[E_i^t | E_i^{t-1} = a_i] = \sigma_i^2 (1 - \rho_i^2) = \sigma_i^{*2} \quad (\text{III.36})$$

Logo a afluência futura será agora normalmente distribuída com parâmetros \bar{E}^* e σ^{*2} . Nestas condições, igualando-se as probabilidades de vertimento, para o próximo ano, em cada reservatório equivalente, resulta:

$$(G_1 + A_{p_1} - A_1 - \bar{E}_1^*)/\sigma_1^* = (G_2 + A_{p_2} - A_2 - \bar{E}_2^*)/\sigma_2^* \quad (\text{III.37})$$

Fazendo as substituições necessárias e agrupando os termos constantes, tem-se:

$$A_2 = G - G_1 (1 + \beta^*) + \delta + \beta^* A_1 \quad (\text{III.38})$$

onde:

$$\beta^* = \frac{\sigma_2 \sqrt{1 - \rho_2^2}}{\sigma_1 \sqrt{1 - \rho_1^2}} \quad (\text{III.39})$$

$$\delta = A_{p_2} - \bar{E}_2 (1 - \rho_2) - \rho_2 a_2 - \beta^*[A_{p_1} - \bar{E}_1 (1 - \rho_1) - \rho_1 a_1] \quad (\text{III.40})$$

expressão semelhante à anterior, diferindo apenas nos termos constantes.

c) Caso mensal com afluências normalmente distribuídas, considerando dependência serial.

Estudos de planejamento de operação energética implicam na discretização do problema em etapas mensais. Desta forma, este caso é o mais comumente utilizado possibilitando assim, comparações com outras abordagens.

A determinação da regra de operação mensal, baseia-se na adoção de um modelo estocástico que relaciona energias afluentes ocorridas em meses consecutivos. O modelo auto-regressivo da forma seguinte pode ser utilizado como exemplo:

$$E_i^t = \bar{E}_i^t + \rho_i^t \frac{\sigma_i^t}{\sigma_{t-1}^t} (E_i^{t-1} - \bar{E}_i^{t-1}) + \sigma_i^t \sqrt{1 - \rho_i^{t^2}} \cdot \eta_t \quad (\text{III.41})$$

onde: E_i^t - energias afluentes ao sistema i durante o mês t .

\bar{E}_i^t - média das energias afluentes ao sistema i durante o mês t .

σ_i^t - desvio padrão das energias afluentes ao sistema i durante o mês t .

ρ_i^t - coeficiente de correlação entre E_i^t e E_i^{t-1} .

η_t - variável aleatória normalmente distribuída com média zero e variância unitária, suposta independente de E_i^{t-1} .

O valor esperado e a variância da distribuição condicionada são dados por:

$$E[E_i^t | E_i^{t-1} = a_i] = \bar{E}_i^t + \rho_i^t \frac{\sigma_i^t}{\sigma_{t-1}^t} (a_i - \bar{E}_i^{t-1}) = \hat{E}_i^t \quad (\text{III.42})$$

$$\text{VAR}[E_i^t | E_i^{t-1} = a_i] = \sigma_i^t (1 - \rho_i^{t^2}) = \hat{\sigma}_i^t \quad (\text{III.43})$$

A regra de operação correspondente resulta semelhante às anteriores:

$$A_2 = G - G_1 (1 + \hat{\beta}) + \omega + \hat{\beta} A_1 \quad (\text{III.44})$$

onde:

$$\hat{\beta} = \frac{\sigma_2^t \sqrt{1 - \rho_2^{t^2}}}{\sigma_1^t \sqrt{1 - \rho_1^{t^2}}} \quad (\text{III.45})$$

$$\omega = A_{T_2} - \bar{E}_2^t - \rho_2^t \frac{\sigma_2^t}{\sigma_{t-1}^t} (a_2 - \bar{E}_2^{t-1}) -$$

$$- \hat{\beta} [A_{T_1} - \bar{E}_1^t - \rho_1^t \frac{\sigma_1^t}{\sigma_{t-1}^t} (a_1 - \bar{E}_1^{t-1})] \quad (\text{III.46})$$

sendo: A_{T_i} - armazenamento máximo total de cada sistema (parcela pluri-anual mais a intra-anual).

$$\hat{\beta} = \hat{\beta}(t)$$

d) Caso anual ou mensal com afluências normalmente distribuídas, considerando dependência serial e espacial.

Como nos casos anteriores, a determinação da regra de operação baseia-se na adoção de um modelo estocástico, representativo das afluências, que fornece a distribuição de probabilidades dessas afluências, condicionadas à tendência hidrológica observada em cada região. Um modelo auto-regressivo de primeira ordem AR(1), proposto por MATALAS [08] para o caso bivariado é da forma

$$\begin{bmatrix} u_1^t \\ u_2^t \end{bmatrix} = [\mathbf{A}] \begin{bmatrix} u_1^{t-1} \\ u_2^{t-1} \end{bmatrix} + [\mathbf{B}] \begin{bmatrix} \eta_1^t \\ \eta_2^t \end{bmatrix} \quad (\text{III.47})$$

onde:

u_i^t - energias padronizadas afluentes ao sistema i no período t .

Admitindo-se o índice "j" como indicativo do mês, a relação entre "j" e "t", no caso mensal, seria a observada na série $j = 1, 2, \dots, 12$, $1, 2, \dots, 12, 1, \dots$, enquanto $t = 1, 2, \dots, 12, 13, 14, \dots, 24, 25, \dots$. No caso anual o índice "j" é irrelevante. As matrizes $\underline{\mathbf{A}}$ e $\underline{\mathbf{B}}$ são função de duas outras matrizes M_0 e M_1 que envolvem somente momentos de segunda ordem. Essas matrizes M_0 e M_1 , relacionam ainda, os coeficientes de correlação em série e os coeficientes de correlação cruzada lag = 0 e lag = 1, respectivamente. Se, desiste-se de preservar o coeficiente de correlação cruzada lag = 1, fica facilitado o cálculo dos elementos das matrizes $\underline{\mathbf{A}}$ e $\underline{\mathbf{B}}$. O fato de não preservar este coeficiente, deve-se ao pequeno valor que geralmente ele apresenta em comparação com os valores assumidos pelos coeficientes de correlação em série e cruzada lag = 0. Seguindo a metodologia apresentada por MATALAS [08] o modelo, em termos de energias reais, seria representado pelas equações:

$$E_1^t = \bar{E}_1^t + \rho_1^t \frac{\sigma_1^t}{\sigma_{t-1}} (E_1^{t-1} - \bar{E}_1^{t-1}) + \sigma_1^t \sqrt{1 - (\rho_1^t)^2} \cdot \eta_1^t \quad (\text{III.48})$$

$$\begin{aligned} E_2^t = \bar{E}_2^t + \rho_2^t \frac{\sigma_2^t}{\sigma_{t-1}} (E_2^{t-1} - \bar{E}_2^{t-1}) + \sigma_2^t \frac{\rho_1^t (1 - \rho_1^t \rho_2^t)}{\sqrt{1 - (\rho_1^t)^2}} \cdot \eta_1^t + \\ + \sigma_2^t \left[\frac{(\rho_2^t)^2 \cdot (1 - \rho_1^t \rho_2^t)^2}{1 - (\rho_1^t)^2} \right]^{1/2} \cdot \eta_2^t \quad (\text{III.49}) \end{aligned}$$

Conclui-se, para esse modelo, que a simples inclusão da correlação entre afluências que ocorrem no mesmo período não contribui com informação alguma sobre as possíveis afluências futuras. Assim, o valor esperado e a variância da distribuição condicionada, são exatamente os obtidos no item "c" anterior e, consequentemente, a regra de operação resultante também é a mesma. Apresentou-se, entretanto, esse modelo, pois, no capítulo IV adota-se o método de Monte Carlo para a simulação da operação do sistema e o mesmo modelo é usado para geração de séries sintéticas de afluências aos reservatórios equivalentes.

III.2. CRITÉRIO QUE MINIMIZA A SOMA DO VALOR ESPERADO DOS DÉFICITS DE ENERGIA NO PERÍODO.

O impacto do déficit de energia elétrica na sociedade é de difícil previsão e difícil quantificação. É portanto, algo de ser evitado, justificando-se a adoção de um critério envolvendo déficits. O desempenho do sistema de operação segundo este critério é avaliado pelo déficit energético D_i expresso, em função de variáveis já definidas, por

$$D_i = \max \{ 0; G_i - A_i - e_i \} \quad (\text{III.50})$$

ou seja, será computado como déficit a diferença entre a meta de geração (G_i), que cabe a determinado sistema, e a soma das energias afluentes e armazenadas ($e_i + A_i$) neste sistema, desde que esta diferença seja positiva. Tal como visto no item anterior, a aleatoriedade das afluências infere ao problema a característica estocástica e o critério de operação deve então basear-se no valor esperado da soma dos déficits do sistema, determinado como segue:

$$E[D_1 + D_2] = E[D_1] + E[D_2] \quad (\text{III.51})$$

onde:

$$E[D_1] = \int_{-\infty}^{G_1 - A_1} (G_1 - A_1 - y) f_Y(y) dy \quad (\text{III.52})$$

$$E[D_2] = \int_{-\infty}^{G_2 - A_2} (G_2 - A_2 - z) f_Z(z) dz \quad (\text{III.53})$$

Ao atribuir à meta de geração G_i um valor constante, o valor esperado do déficit poderia ser escrito genericamente como:

$$E[D] = \int_{-\infty}^{K_D} (K_D - x) f_X(x) dx \quad (\text{III.54})$$

$$\text{onde: } K_D = G_i - A_i \quad (\text{III.55})$$

$$x = y \text{ ou } z \quad (\text{para } i = 1 \text{ ou } 2) \quad (\text{III.56})$$

desenvolvendo-se, para o caso das afluências energéticas distribuirem-se normalmente, chega-se finalmente à expressão

$$E[D] = \sigma \left\{ V F_X(K_D) + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} v^2} \right\} \quad (\text{III.57})$$

$$\text{onde: } v = \frac{K_D - \bar{E}}{\sigma} \quad (\text{III.58})$$

$F_X(\cdot)$ - função de distribuição acumulada da variável aleatória X.

A expressão acima fornece o valor esperado do déficit no período, para qualquer dos dois sistemas. As estratégias de operação associadas a esse critério, em analogia com o anterior, são apresentadas na seqüência.

a) Caso anual com afluências normalmente distribuídas, serialmente e espacialmente não correlacionadas.

$$\begin{aligned} E[D_1 + D_2] &= \int_{-\infty}^{G_1 - A_1} (G_1 - A_1 - y) f_Y(y) dy + \\ &= \int_{-\infty}^{G - G_1 - A_2} (G - G_1 - A_2 - z) f_Z(z) dz \end{aligned} \quad (\text{III.59})$$

Novamente empregando-se a expressão de Leibnitz para a diferenciação,

$$\frac{dE[D_1 + D_2]}{dG_1} = \int_{-\infty}^{G_1 - A_1} f_Y(y) dy - \int_{-\infty}^{G - G_1 - A_2} f_Z(z) dz = 0 \quad (\text{III.60})$$

ou seja:

$$P[D_1 \geq 0] = \int_{-\infty}^{G_1 - A_1} f_Y(y) dy = \int_{-\infty}^{G - G_1 - A_2} f_Z(z) dz = P[D_2 > 0] \quad (\text{III.61})$$

Em correspondência ao critério anterior, minimizar a soma do valor esperado dos déficits equivale a igualarem-se as probabilidades de déficit em cada sistema, no período. Esta probabilidade é dada por $\Phi[\cdot]$, logo:

$$\Phi[(G_1 - A_1 - \bar{E}_1)/\sigma_1] = \Phi[(G_2 - A_2 - \bar{E}_2)/\sigma_2] \quad (\text{III.62})$$

A regra de operação plurianual, resulta linear da forma:

$$A_2 = G_2 - \beta' G_1 + \gamma' + \beta' A_1 \quad (\text{III.63})$$

onde: $\beta' = \beta = \sigma_2/\sigma_1$ (III.64)

$$\gamma' = \beta' \bar{E}_1 - \bar{E}_2 = \gamma + \beta A_{p_1} - A_{p_2}$$
 (III.65)

sujeito a:

$$G_1 + G_2 = G$$
 (III.66)

$$0 < A_1 < A_{p_1}$$
 (III.67)

$$0 < A_2 < A_{p_2}$$
 (III.68)

ou seja:

$$A_2 = G - G_1 (1 + \beta') + \gamma' + \beta' A_1$$
 (III.69)

sujeito às restrições sobre os armazenamentos.

b) Caso anual com afluências normalmente distribuídas, considerando dependência serial.

Analogamente ao mesmo caso do critério anterior, inclui-se a tendência hidrológica como variável de estado e utiliza-se explicitamente o modelo estocástico descritivo das afluências, para fornecer a correspondente distribuição de probabilidade condicionada, para a energia média afluente ao sistema i, no ano t, $f_{X|E_i^{t-1}}(x) dx$. Para essas condições a regra de operação plurianual resulta:

$$A_2 = G - G_1 (1 + \beta'^*) + \delta' + \beta'^* A_1$$
 (III.70)

onde:

$$\beta'^* = \beta^* = \frac{\sigma_2 \sqrt{1 - \rho_2^2}}{\sigma_1 \sqrt{1 - \rho_1^2}}$$
 (III.71)

$$\begin{aligned} \delta' &= \beta'^* [\bar{E}_1 (1 - \rho_1) + \sigma_1 a_1] - \bar{E}_2 (1 - \rho_2) - \rho_2 a_2 = \\ &= \delta + \beta^* A_{p_1} - A_{p_2} \end{aligned}$$
 (III.72)

c) Caso mensal com afluências normalmente distribuídas, considerando dependência serial.

Seguindo a mesma sistemática encontra-se a regra de operação correspondente:

$$A_2 = G - G_1 (1 + \beta') + \hat{\omega}' + \hat{\beta}' A_1$$
 (III.73)

$$\hat{\beta}' = \hat{\beta} = \frac{\sigma_2^t \sqrt{1 - \rho_2^{t^2}}}{\sigma_1^t \sqrt{1 - \rho_1^{t^2}}}$$
 (III.74)

$$\omega' = \hat{\beta}' [\bar{E}_1^t + \rho_1^t \frac{\sigma_1^t}{\sigma_1^{t-1}} (a_1 - \bar{E}_1^{t-1})] - \bar{E}_2^t - \rho_2^t \frac{\sigma_2^t}{\sigma_2^{t-1}} (a_2 - \bar{E}_2^{t-1}) = \\ = \omega + \hat{\beta}' A_{T_1} - A_{T_2} \quad (\text{III.75})$$

O caso em que se considera dependência serial e espacial, sob a hipótese de baixo coeficiente de correlação cruzada, lag = 1, mais uma vez confunde-se com o anterior e portanto não está relacionado.

III.3. RELAÇÕES DE EQUIVALENCIA

Nota-se que as equações correspondentes às regras de operação obtidas pelos dois critérios de operação resultam semelhantes em forma, diferindo apenas no valor dos seus coeficientes. Essa observação, desperta a curiosidade de definir as relações de equivalência entre os critérios em estudo. Uma vez que o coeficiente angular da reta de operação que relaciona os armazenamentos é constante, tem-se que a condição de igualdade procurada, em cada caso, é atingida para uma certa relação entre os armazena-mentos máximos disponíveis para regularização, alocados a cada sistema. Essas relações seriam então as seguintes:

$$\text{caso a)} \gamma = \gamma' \therefore \frac{A_{P_1}}{\sigma_1} = \frac{A_{P_2}}{\sigma_2} \quad (\text{III.76})$$

$$\text{caso b)} \delta = \delta' \therefore \frac{A_{P_1}}{\sigma_1 \sqrt{1 - \rho_1^2}} = \frac{A_{P_2}}{\sigma_2 \sqrt{1 - \rho_2^2}} \quad (\text{III.77})$$

$$\text{caso c)} \omega = \omega' \therefore \frac{A_{T_1}}{\sigma_1^t \sqrt{1 - (\rho_1^t)^2}} = \frac{A_{T_2}}{\sigma_2^t \sqrt{1 - (\rho_2^t)^2}} \quad (\text{III.78})$$

A condição expressa no caso "c" não pode ser rigorosamente atingida uma vez que, a dependência do mês de transição dá origem a um sistema de 12 equações que não apresentam solução, a menos de uma condição muito particular em que os coeficientes $\{ 1/\sigma_i^t \sqrt{1 - (\rho_i^t)^2}; i = 1, 2 \text{ e } t = 1, 2, \dots, 12 \}$ são relacionados linearmente.

Definindo, entretanto, como situação de equilíbrio entre os sistemas uma configuração que proporcionasse como meta de geração a cada um deles o seu mercado, para iguais condições relativas de armazenamento inicial, obteríamos com vistas ao critério que minimiza vertimentos, restrições mais severas do tipo:

$$\text{caso a)} \frac{\frac{A_{P_1}}{\sigma_1}}{\frac{A_{P_2}}{\sigma_2}} = e \quad \frac{\frac{M_1 - \bar{E}_1}{\sigma_1}}{\frac{M_2 - \bar{E}_2}{\sigma_2}} \quad (\text{III.79})$$

onde M_i representa o mercado consumidor de energia hidrelétrica correspondente ao sistema "i".

$$\text{caso b)} \frac{\frac{A_{P_1}}{\sigma_1 \sqrt{1 - \rho^2_1}}}{\frac{A_{P_2}}{\sigma_2 \sqrt{1 - \rho^2_2}}} = e \quad \frac{\frac{M_1 - \bar{E}_1^*}{\sigma_1 \sqrt{1 - \rho^2_1}}}{\frac{M_2 - \bar{E}_2^*}{\sigma_2 \sqrt{1 - \rho^2_2}}} \quad (\text{III.80})$$

A mesma análise feita com vistas ao critério alternativo, que minimiza déficits, levaria exatamente às mesmas restrições. Isto já era evidente pois, as relações de equivalência entre critérios de operação são também condições para a obtenção do equilíbrio entre os sistemas. É importante notar, que sistemas equilibrados não distinguem entre si, os critérios em análise mas, se ambos os critérios derem origem à mesma estratégia de operação não significa que os sistemas estejam equilibrados.

III.4. CASO EXEMPLO

A título de ilustração e para possibilitar uma análise comparativa entre os critérios propostos, apresenta-se um exemplo baseado no caso anual com afluências normalmente distribuídas e independentes em série onde o sistema hidrelétrico interligado é representado por dois reservatórios equivalentes de energia.

Uma configuração típica do sistema hidrelétrico das regiões Sudeste e Sul do Brasil é a apresentada nas tabelas (III.1) e (III.2). Conforme mencionado anteriormente, os parâmetros do modelo estocástico simplificado, relevantes para a análise do planejamento da operação interligada são a energia natural média de cada subsistema (\bar{E}_1 e \bar{E}_2), os desvios padrão dessas energias naturais (σ_1 e σ_2), o armazenamento máximo de cada subsistema (\bar{A}_1 e \bar{A}_2) e o coeficiente de correlação entre as energias naturais de cada subsistema (ρ). Com base nos registros hidrológicos correspondentes, obtiveram-se as seguintes estimativas para esses parâmetros, válidas para a configuração considerada (índice 1 identifica o subsistema Sudeste e o índice 2 o sistema Sul):

$$\bar{E}_1 = 15273 \text{ MW-ano}$$

$$\bar{E}_2 = 2616 \text{ MW-ano}$$

$$\sigma_1 = 2778 \text{ MW-ano}$$

$$\sigma_2 = 770 \text{ MW-ano}$$

$$\bar{A}_1 = 6916 \text{ MW-ano}$$

$$\bar{A}_2 = 758 \text{ MW-ano}$$

$$\rho = 0,27$$

Nº	Nome da Usina	Vol. Armaz. a montante (10^6 m ³)	Queda de Referência (m)	Potência Nominal
1	Camargos	672,0	22,8	45
2	Itutinga	672,0	28,5	49
3	Furnas	20.072,0	86,3	1280
4	Peixoto	22.277,0	43,0	477
5	Estreito	22.277,0	63,7	1104
6	Jaguara	22.277,0	44,4	432
7	Volta Grande	22.277,0	26,2	400
8	Porto Colombia	22.277,0	23,6	320
9	Graminha	504,0	93,0	80
10	Euclides da Cunha	504,0	87,5	109
11	Limoeiro	504,0	23,1	32
12	Marimbondo	27.985,0	60,4	1440
13	Água Vermelha	34.585,0	53,1	1380
14	Emborcação	13.026,0	126,6	1000
15	Itumbiara	26.703,0	80,8	2100
16	Cachoeira Dourada	26.703,0	31,9	439
17	São Simão	32.203,0	71,3	1608
18	Ilha Solteira	80.168,0	45,7	3230
19	Barra Bonita	2.600,0	19,5	141
20	Bariri	2.600,0	23,1	143
21	Ibitinga	2.600,0	19,3	131
22	Promissão	4.800,0	26,1	264
23	Nova Avanhandava	4.800,0	29,5	300
24	Jupiá	84.968,0	21,7	1411
25	Jurumirim	2.860,0	31,8	98
26	Xavantes	5.860,0	71,6	414
27	Lucas N. Garcez	5.860,0	17,2	70
28	Capivara	12.700,0	45,1	640
29	Itaipu	-	118,0	2019
30	Cubatão	1.120,0	699,9	870
31	Jaguari	1.172,0	53,1	28
32	Paraibuna	2.625,0	81,9	88
33	Funil-Paraíba	4.403,0	70,0	216
34	Ilha dos Pombos	4.403,0	30,9	164
35	Nilo Peçanha	-	265,4	380
36	Lages	601,0	313,9	142
37	Ponte Coberta	601,0	37,0	96
38	Salto Grande	-	89,0	104
39	Mascarenhas	-	17,5	120
40	Treés Marias	14.200,0	47,2	388

TABELA III.1 - CONFIGURAÇÃO DO SISTEMA SUDESTE (SISTEMA 1)

Assumi-se as demandas de energia hidrelétrica M_i, compatíveis com a configuração proposta, de 14485 MW-ano e 2367 MW-ano, respectivamente para as regiões Sudeste e Sul. É interessante ressaltar que tais valores já desconsideram o mercado correspondente, por exemplo, à parcela de geração térmica média de longo período, ou à parcela de geração térmica máxima contínua.

Nº	Nome da Usina	Vol. Armaz. a montante (10^6 m^3)	Queda de Referência (m)	Potência Nominal (MW)
1	Foz do Areia	3.681,8	135,0	1674
2	Salto Santiago	7.781,8	106,0	1333
3	Salto Osório	8.221,8	70,0	1050
4	Júlio Mesquita	-	59,5	50
5	Passo Fundo	1.388,0	248,1	220
6	Bugres-Canastra	74,0	507,0	42
7	Guaricana	-	313,6	36
8	Chaminé	33,6	288,0	18
9	Passo Real	2.357,0	41,6	140
10	Jacuí	2.357,0	93,1	168
11	Itauba	2.357,0	90,1	500
12	Capivari-Cachoeira	156,0	714,0	250

TABELA III.2 - CONFIGURAÇÃO DO SISTEMA SUL (SISTEMA 2)

A simplificação adotada neste estudo de caso, de se trabalhar na escala anual pede a determinação da parcela de armazenamento intra-anual responsável pela atenuação das vazões (ou energias) ao longo do ano. Essa parcela pode ser determinada em função das características das estiagens de 1 a 6 meses de duração, obtidas das informações históricas, e, do nível de regularização em relação à média de longo período ($q_F = Q_F / \bar{Q}$) conforme GOMIDE e CUNHA [06]. A aplicação de tal metodologia revelou que tais parcelas podem ser avaliadas pelas expressões:

$$A_{IA_1} = 0,232 M_1 \quad (\text{região Sudeste}) \quad (\text{III.81})$$

$$A_{IA_2} = 0,161 M_2 \quad (\text{região Sul}) \quad (\text{III.82})$$

onde A_{IA} denota o "armazenamento intra-ano" e M denota "energia a firmar", isto é, denota a demanda de energia hidrelétrica. Como M_1 e M_2 valem 14485 MW-ano e 2367 MW-ano, respectivamente, é fácil concluir que A_{IA_1} e A_{IA_2} valem 3363 MW-ano e 380 MW-ano, sendo portanto parcelas significativas de armazenamento total. Subtraindo esses valores dos armazenamentos máximos \bar{A}_1 e \bar{A}_2 , obtém-se os armazenamentos máximos disponíveis para regularização plurianual de energia.

$$A_{P_1} = 3553 \text{ MW-ano}$$

$$A_{P_2} = 378 \text{ MW-ano}$$

É interessante lembrar que, neste caso, supõe-se a existência de uma regra de operação intra-anual, capaz de absorver as variações sazonais,

aliada à operação plurianual a qual baseia-se nos critérios discutidos anteriormente.

As estratégias de operação correspondentes ao caso plurianual, representadas pelas equações (III.33) e (III.69), resultam na equação de um plano cujas variáveis são os armazenamentos A_1 e A_2 e a meta de geração em um dos subsistemas, por exemplo G_1 , uma vez que a soma $G_1 + G_2 = G$ é constante e igual ao mercado hidrelétrico total. O critério que minimiza o valor esperado da soma dos vertimentos, segundo a equação (III.33), fornece:

$$A_2 = G - 1,277G_1 + 1010,524 + 0,277A_1 \quad (\text{III.83})$$

onde:

$$G = M_1 + M_2 = 14485 + 2367 = 16.852 \text{ MW-ano} \quad (\text{III.84})$$

$$\text{ou } G_1 = 13.985,933 + 0,217A_1 - 0,783A_2 \quad (\text{III.85})$$

Para o critério que minimiza o valor esperado da soma dos déficits, segundo a equação (III.69), resulta:

$$A_2 = G - 1,277G_1 + 1617,337 + 0,277A_1 \quad (\text{III.86})$$

$$\text{ou } G_1 = 14.461,054 + 0,217A_1 - 0,783A_2 \quad (\text{III.87})$$

Tanto a equação (III.83) como a equação (III.86), fixada uma condição de geração, relacionam os armazenamentos A_1 e A_2 linearmente. As figuras (III.1) e (III.2) mostram graficamente as estratégias de operação resultantes. Para melhor visualização as superfícies planas geradas, em cada caso, estão representadas por retas pertencentes ao plano e parametrizadas pela meta de geração G_1 , uma das variáveis envolvidas. Nas figuras, a reta em destaque representa a condição ideal para o estado do sistema, situação em que os mercados são atendidos, na esperança de não existirem intercâmbios energéticos. A diferença de posicionamento desta reta, nos casos analisados, revela a sensibilidade de variável intercâmbio, em função de dois critérios de operação igualmente defensáveis. Por exemplo, pode-se afirmar, que o critério envolvendo vertimentos é, comparativamente, favorável ao sistema 2 e o que envolve déficits ao sistema 1, quando o interesse se recua somente sobre o intercâmbio. Ou seja, para um mesmo estado do sistema, pretendendo-se minimizar vertimentos, prevê-se maior geração de energia no sistema 2 do que seria previsto, no mesmo sistema, caso a intenção fosse minimizar déficits. Com isso reduz-se a expectativa de importação de energia. Entretanto, a atenção não deve ater-se unicamente ao intercâmbio. A confiabilidade do sistema ou o risco de não atendimento à demanda, bem como a magnitude dos vertimentos e déficits, são parâmetros que auxiliam

na escolha do critério que melhor corresponde às aspirações da operação interligada.

A determinação do risco de não atendimento à demanda pode ser obtida via simulação ou pela aplicação do algoritmo de programação dinâmica estocástica. Por simulação é possível construir-se uma curva de distribuição de probabilidades acumuladas para o déficit do sistema $[F_D(d)]$, e o risco corresponderia, então, a $1 - F_D(0)$. Por programação dinâmica é possível associar uma probabilidade de déficit à cada estado do sistema e uma vez conhecida a probabilidade do sistema atingir determinado estado, fica automaticamente determinado o valor esperado da probabilidade de déficit, ou seja, o próprio risco do sistema.

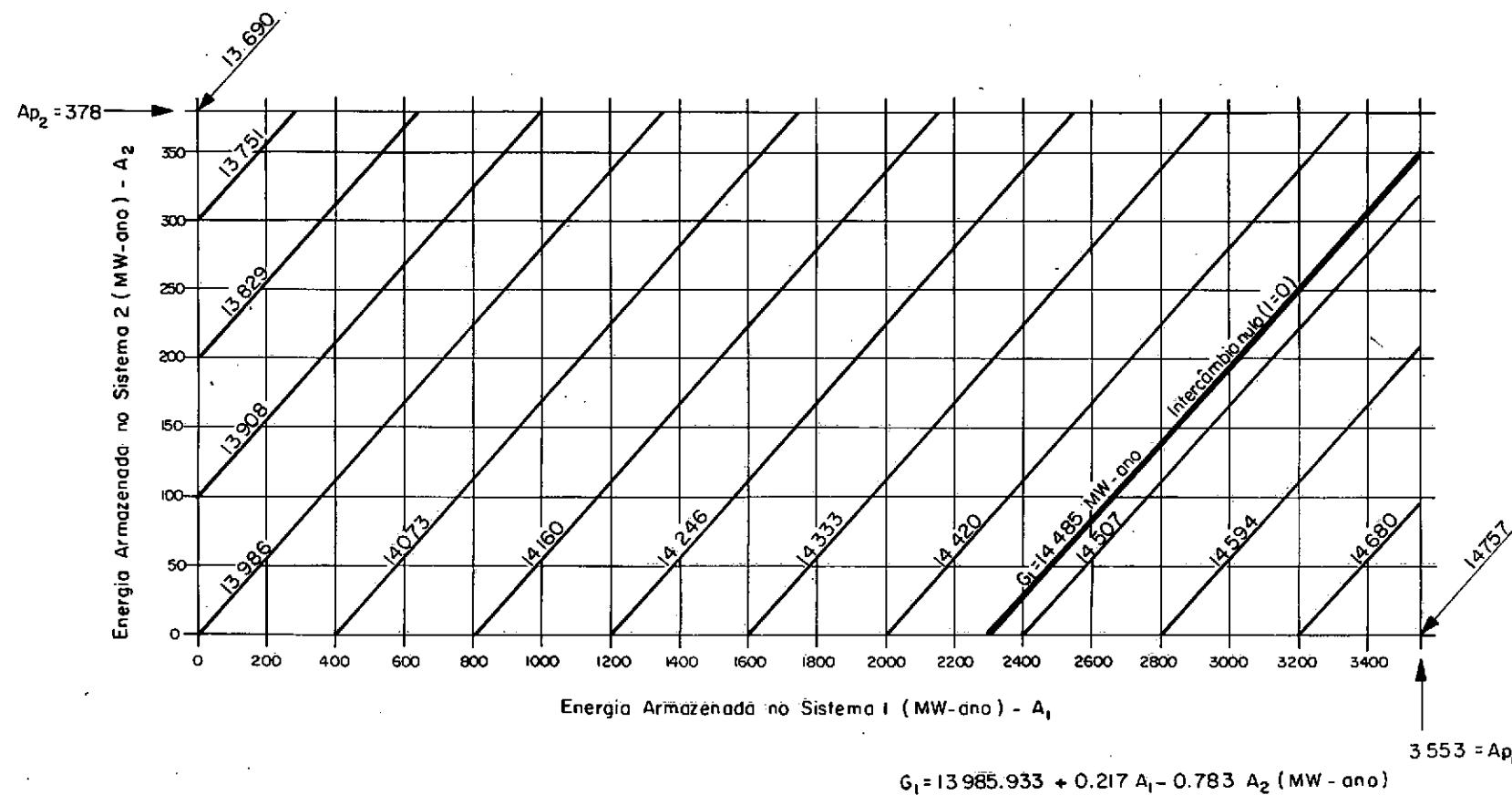
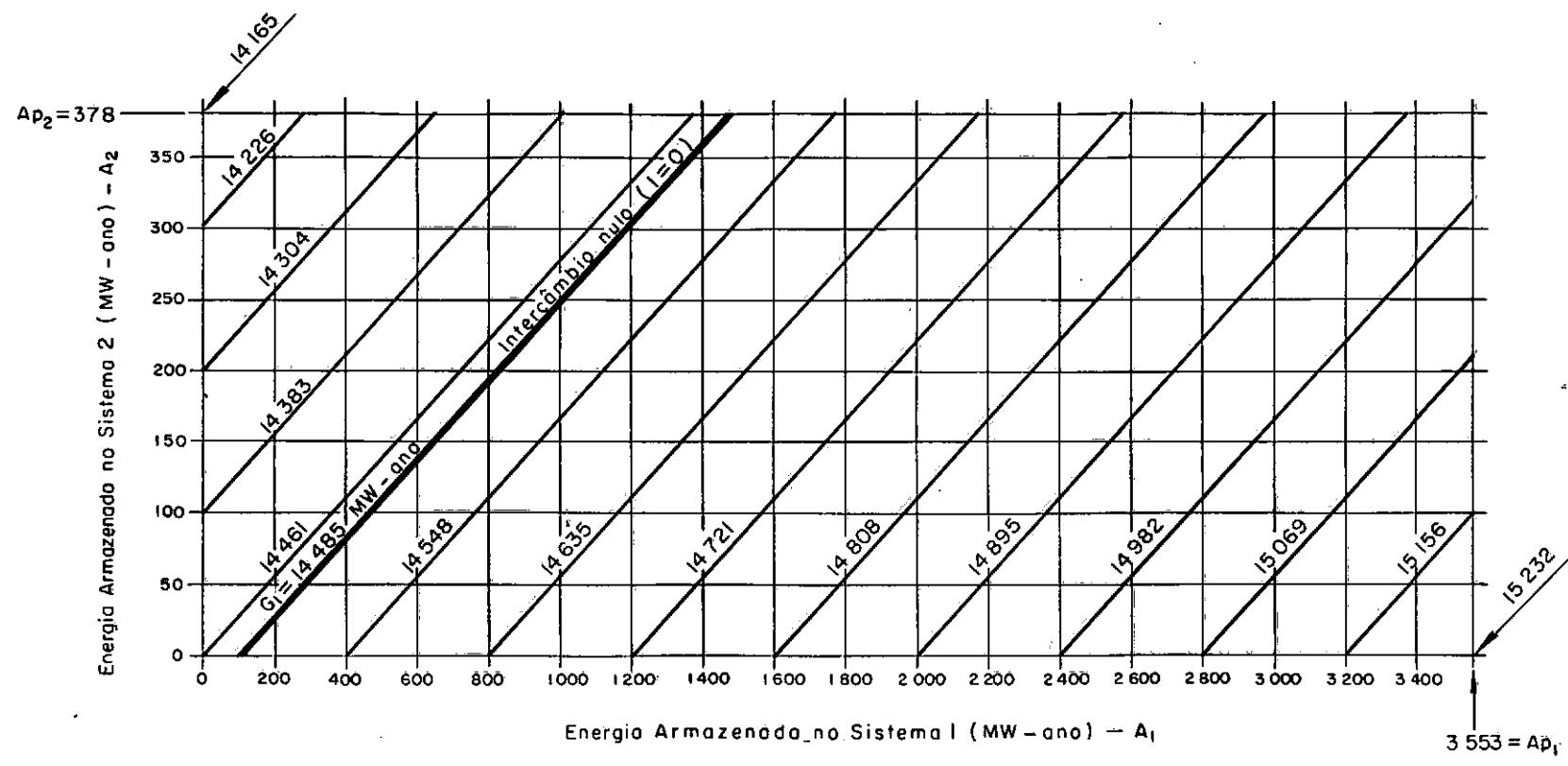


Figura III.1 - Estratégia de Operação - Critério que minimiza o valor esperado da soma dos vertimentos



$$G_1 = 14\,461.054 + 0.217 A_1 - 0.783 A_2 \text{ (MW - ano)}$$

Figura III.2 – Estratégia de Operação – Critério que minimiza o valor esperado da soma dos déficits.

CAPÍTULO IV

SIMULAÇÃO E CONFRONTO DE RESULTADOS

Parâmetros e informações de interesse ao planejamento da operação interligada podem ser obtidas facilmente aplicando-se o chamado método de Monte Carlo. Neste contexto, substitui-se a simples manipulação das séries de afluências observadas passando-se para a manipulação de séries sintéticas, geradas segundo modelos matemáticos apropriados. Idealmente, tais séries serão estatisticamente indistinguíveis das observadas no passado e a manipulação de um grande número delas, tornará possível uma análise estatística dos resultados. Em estudos energéticos o analista, geralmente, preocupa-se com a natureza estática e dinâmica dos sistemas. A primeira, simula a operação dos reservatórios para diversas hidrologias considerando inalteradas as características da configuração. A segunda baseia-se num plano de expansão pré-definido e analisa o comportamento do sistema em evolução. O modelo aqui apresentado e os programas computacionais desenvolvidos estão em consonância com a análise estática mas a sua adaptação ao caso dinâmico não impõem maiores dificuldades.

IV.1. CONDIÇÃO INICIAL DO ESTADO DO SISTEMA

A condição de independência estocástica da seqüência de perturbações (afluências) implica na propriedade denominada markoviana. Supondo um conjunto finito para o espaço de estados do sistema, a probabilidade do sistema passar de um determinado estado a outro, no próximo estágio, pode ser dada por uma matriz chamada matriz de transição. Essa matriz satisfaz as condições das matrizes estocásticas e pode-se tratá-la como uma cadeia de Markov homogênea, quando as probabilidades de transição independem do estágio do sistema.

Denote-se por p_i^k a probabilidade da cadeia encontrar-se no estado a_i no estágio k . Essa probabilidade é função da estratégia de operação adotada e depende, em geral, do estado inicial do processo. A seqüência de vetores $\{p^k = (p_1^k, p_2^k, \dots, p_m^k)\}$ relaciona-se à matriz de transição por meio de

$$p_i^{k+1} = \sum_{j=1}^m p_{ij} p_j^k \quad (\text{IV.1})$$

ou em forma matricial $p^{k+1} = \underline{P} p^k$ onde \underline{P} representa a matriz de transição e "m" é o número total de estados viáveis do sistema. É possível relacionar-se p^{k+1} ao vetor de distribuição de probabilidade do estado inicial, no estágio zero, através da equação

$$\underline{P}^{k+1} = \underline{P}^k \cdot \underline{p}^0 \quad (\text{IV.2})$$

onde: $\underline{P}^i = \underbrace{\underline{P} \cdot \underline{P} \cdots \underline{P}}_{i \text{ vezes}}$ (IV.3)

Comparando-se as matrizes \underline{P}^k nota-se que à medida que k cresce as colunas de \underline{P}^k tornam-se bastante próximas em valor, tendendo à uma distribuição limite \bar{p} . Essa convergência pode ser demonstrada chegando-se a

$$\bar{p} = \lim_{k \rightarrow \infty} \underline{p}^k = \lim_{k \rightarrow \infty} \underline{P}^k \underline{p}^{k-1} \quad (\text{IV.4})$$

portanto

$$\bar{p} = \underline{P} \bar{p} \quad (\text{IV.5})$$

Logo a distribuição limite \bar{p} é uma distribuição estacionária independente da distribuição inicial e representa a chamada distribuição de equilíbrio dinâmico para a configuração do sistema, quando este é operado segundo determinado critério. Portanto assume-se que a distribuição de probabilidade da condição inicial de operação para o caso anual e afluentes não correlacionadas é igual a distribuição limite. A discretização do espaço de estados faz a representação do reservatório plurianual, correspondente ao sistema Sudeste, através de 12 níveis de armazenamento e o correspondente ao Sul através de 8 níveis, totalizando um conjunto de 12×8 estados viáveis para o sistema Sudeste/Sul. As tabelas (IV.1) e (IV.2) apresentam as distribuições de equilíbrio dinâmico determinada em função dos critérios de minimizar o valor esperado da soma dos vertimentos e da soma dos déficits, respectivamente, para o caso exemplo do capítulo III.

IV.2. SIMULAÇÃO - AFLUÊNCIAS INDEPENDENTES EM SÉRIE

Sob a hipótese de independência estocástica pode-se gerar mil pares de afluentes possíveis, e a eles aplicar a estratégia de operação respeitando a condição inicial do estado dos reservatórios e obtendo-se via freqüência relativa as distribuições de probabilidade condicionadas ao estado inicial. De posse desses resultados e conhecendo-se a distribuição de probabilidade da condição inicial encontra-se as distribuições marginais mediante a aplicação do chamado teorema da probabilidade total:

$$P[X \leq x] = \sum_{\text{condição inicial}} \{ P[X \leq x | \text{condição inicial}] \cdot P[\text{condição inicial}] \} \quad (\text{IV.6})$$

De forma similar, valores esperados de funções consideradas relevantes, como média, variância, etc., são obtidos por:

ENERGIA ARMAZENADA NO SISTEMA 2 (MW-ANO)

378	0,0612	0,0111	0,0124	0,0137	0,0150	0,0161	0,0172	0,0182	0,0190	0,0196	0,0199	0,2458
324	0,0039	0,0007	0,0007	0,0008	0,0009	0,0009	0,0010	0,0010	0,0010	0,0011	0,0011	0,0124
270	0,0040	0,0007	0,0007	0,0008	0,0009	0,0009	0,0010	0,0010	0,0010	0,0011	0,0011	0,0123
216	0,0040	0,0007	0,0007	0,0008	0,0009	0,0009	0,0010	0,0010	0,0010	0,0011	0,0011	0,0122
162	0,0041	0,0007	0,0007	0,0008	0,0009	0,0009	0,0010	0,0010	0,0010	0,0010	0,0011	0,0120
108	0,0041	0,0007	0,0007	0,0008	0,0009	0,0009	0,0010	0,0010	0,0010	0,0010	0,0011	0,0117
54	0,0041	0,0007	0,0007	0,0008	0,0008	0,0009	0,0009	0,0010	0,0010	0,0010	0,0011	0,0114
0	0,0764	0,0116	0,0125	0,0133	0,0141	0,0147	0,0152	0,0155	0,0157	0,0157	0,0155	0,1597
A ₂												
A ₁	0	323	646	969	1292	1615	1938	2261	2584	2907	3230	3553

ENERGIA ARMAZENADA NO SISTEMA 1 (MW-ANO)

TABELA IV.1 – DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE DO ESTADO INICIAL DO SISTEMA
CRITÉRIO QUE MINIMIZA O VALOR ESPERADO DO VERTIMENTO TOTAL

ENERGIA ARMAZENADA NO SISTEMA 2 (MW-ANO)

378	0,1266	0,0197	0,0213	0,0229	0,0243	0,0256	0,0265	0,0273	0,0277	0,0279	0,0277	0,2863
324	0,0054	0,0008	0,0008	0,0008	0,0009	0,0009	0,0009	0,0009	0,0009	0,0009	0,0009	0,0085
270	0,0053	0,0007	0,0008	0,0008	0,0009	0,0009	0,0009	0,0009	0,0009	0,0009	0,0009	0,0081
216	0,0052	0,0007	0,0008	0,0008	0,0008	0,0009	0,0009	0,0009	0,0009	0,0009	0,0008	0,0078
162	0,0050	0,0007	0,0007	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0074
108	0,0049	0,0007	0,0007	0,0007	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0070
54	0,0047	0,0006	0,0007	0,0007	0,0007	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0066
0	0,0600	0,0078	0,0081	0,0084	0,0086	0,0088	0,0088	0,0087	0,0086	0,0083	0,0080	0,0669
A ₂												
A ₁	0	323	646	969	1292	1615	1938	2261	2584	2907	3230	3553

cc

ENERGIA ARMAZENADA NO SISTEMA 1 (MW-ANO)

TABELA IV.2 - DISTRIBUIÇÃO DE PROBABILIDADE DO ESTADO INICIAL DO SISTEMA
 CRITÉRIO QUE MINIMIZA O VALOR ESPERADO DO DÉFICIT TOTAL

$$E[h(x)] = \sum_{\text{condição inicial}} \{ E[h(x)] | \text{condição inicial} \} \cdot P[\text{condição inicial}] \quad (\text{IV.7})$$

Na simulação, aplica-se rigorosamente a regra de operação e não sendo possível atingir qualquer das metas de geração, configura-se uma situação de déficit. O intercâmbio neste caso é determinado supondo-se um rateio do déficit proporcional ao mercado de cada sistema. As figuras (IV.1) e (IV.2) apresentam as correspondentes distribuições marginais de probabilidade acumulada do intercâmbio, vertimento e déficit do sistema global.

O risco de déficit, parâmetro de interesse no planejamento da operação interligada, corresponde a $1 - F_D(0)$ onde $F_D(\cdot)$ é a função de distribuição acumulada do déficit do sistema. Se esse parâmetro fosse condicionante para a escolha do critério de operação teríamos, sob as hipóteses introduzidas, como melhor opção operar o sistema minimizando o valor esperado da soma dos déficits. O risco do sistema associado a esse critério de operação é da ordem de 31% contra 42% verificado quando se opera com o critério que minimiza vertimentos. Caso fosse fixada a probabilidade de déficits superiores a 1000 MW-anos, como parâmetro condicionante, os dois critérios se equivaleriam sendo de 13% a probabilidade do déficit superar ao total pré-fixado.

Como ambos os critérios não procuram otimizar parâmetros de intercâmbio e nem impõem restrições de linhas de transmissão é interessante avaliar se um ou outro sistema seria favorecido pelos critérios analisados. Assim, estima-se que em média, ao longo dos 1000 anos, 237 MW-anos são transferidos no sentido Sudeste-Sul quando se procura minimizar déficits, ao passo que ao se procurar minimizar vertimentos esse valor é de aproximadamente 6 MW-anos em sentido contrário, Sul-Sudeste.

É importante lembrar, que a metodologia de simulação presta-se bem para a obtenção de resultados médios sendo que as variações amostrais, associada a esse método, podem interferir mais intensamente ao se estudar eventos extremos formadores das caudas das distribuições. Nesses casos é mais prudente optar por soluções exatas, mesmo que numéricas, pois a variação amostral não deve ser ignorada.

Critérios de operação baseados em um único objetivo nem sempre estão em coerência com a necessidade do sistema, que pode ser variável em função do estado em que o mesmo se encontra. Em condições médias, à medida que o sistema alcança estados mais favoráveis de armazenamento, verifica-se que aumenta a probabilidade de ocorrência de vertimentos ao mesmo tempo que diminui a probabilidade de ocorrência de déficits. Inversamente, ao se atingir estados menos favorecidos quanto a reserva de energia, reduz-se a probabilidade de vertimento e aumenta-se a probabilidade de déficit. Con-

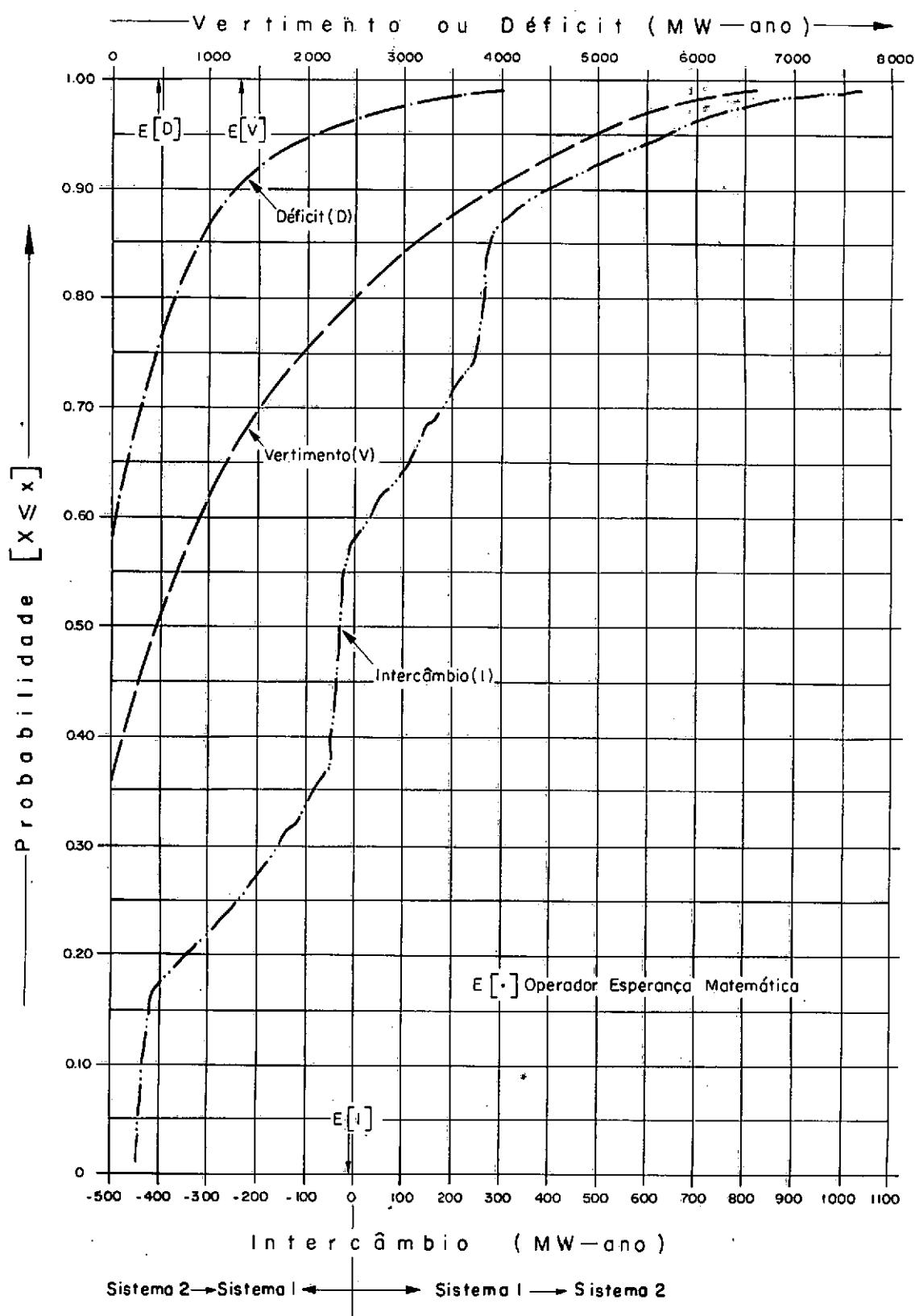


Figura IV.1 - Distribuições marginais de frequência acumulada obtidas a partir das distribuições condicionadas
Critério que minimiza os vertimentos

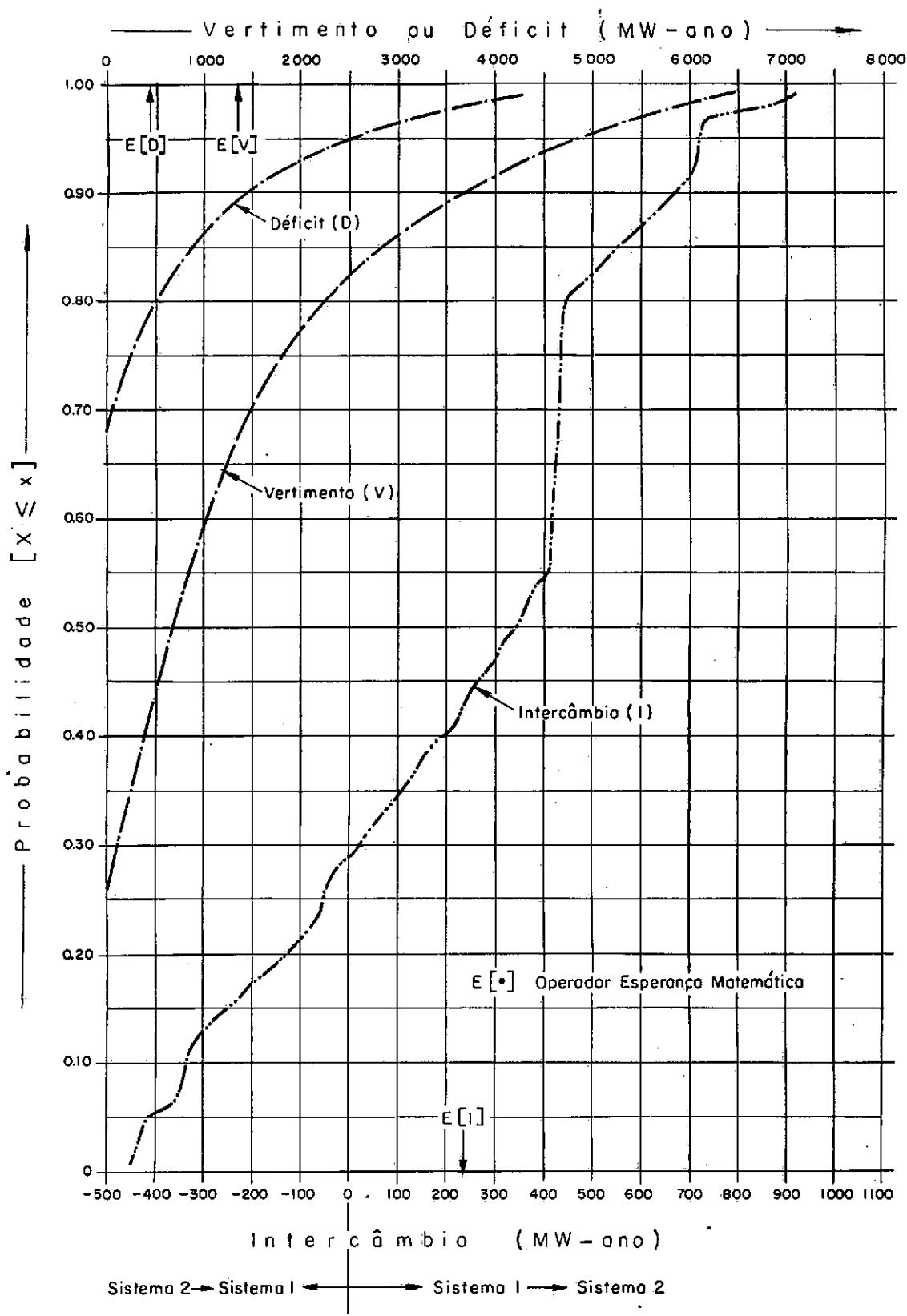


Figura IV.2 — Distribuições marginais de frequência acumulada obtidas a partir das distribuições condicionadas.
Critério que minimiza os déficits.

clui-se então, que o evento crítico, vertimento ou déficit, é função do estado em que se encontra o sistema e que um critério de operação baseado na composição dos dois critérios já analisados pode levar a melhores resultados. O novo problema resume-se, então, em determinar para que estados do sistema é recomendável a adoção de um ou outro critério de operação.

Tomando ainda como exemplo o caso anual com afluências normais e independentes em série, a equação (III.27) que fornece a meta de geração no sistema 1 em correspondência com o critério que minimiza o valor esperado do vertimento pode ser escrita na forma:

$$G_1 = C_1 + A_1 \quad (IV.8)$$

onde C_1 é constante e A_1 representa o armazenamento disponível no sistema 1. O armazenamento disponível no sistema 2, A_2 , está implícito na equação (IV.8), uma vez que a soma $A^* = A_1 + A_2$, no início do intervalo, é sempre considerada conhecida. Consequentemente, a meta de geração para o sistema 2 da mesma forma é dada por uma equação do tipo

$$G_2 = C_2 + A_2 \quad (IV.9)$$

onde C_2 é também constante. O mínimo valor esperado do vertimento total no intervalo, conforme a equação (III.8), válida para o caso de afluências normais, será:

$$\begin{aligned} \min E[V_1 + V_2] &= \sigma_1 \left\{ t_1 [F_X(K_{V_1}) - 1] + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t_1^2} \right\} + \\ &+ \sigma_2 \left\{ t_2 [F_X(K_{V_2}) - 1] + \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t_2^2} \right\} \end{aligned} \quad (IV.10)$$

Lembrando que minimizar o valor esperado da soma dos vertimentos equivale a igualarem-se as probabilidades de vertimento em cada sistema temos

$$t_1 = \frac{G_1 + \bar{A}_1 - A_1 - \bar{E}_1}{\sigma_1} = \frac{G_2 + \bar{A}_2 - A_2 - \bar{E}_2}{\sigma_2} = t_2 \quad (IV.11)$$

Substituindo G_1 e G_2 pelas correspondentes equações (IV.8) e (IV.9) vem

$$t_1 = \frac{C_1 + \bar{A}_1 - \bar{E}_1}{\sigma_1} = \frac{C_2 + \bar{A}_2 - \bar{E}_2}{\sigma_2} = t_2 = \text{constante} \quad (IV.12)$$

logo,

$$\begin{aligned} F_X(K_{V_1}) &= F_X(G_1 + \bar{A}_1 - A_1) = F_X(K_{V_2}) = F_X(G_2 + \bar{A}_2 - A_2) = \\ &= \phi(t_1) = \phi(t_2) = \text{constante} \end{aligned} \quad (IV.13)$$

sendo $F_X(\cdot)$ a função de distribuição acumulada da variável aleatória X e $\phi(\cdot)$ a função de distribuição normal acumulada. Voltando à equação (IV.10) conclui-se então, que o mínimo valor esperado da soma dos vertimentos é constante para qualquer combinação de A_1 e A_2 cuja soma ($A^* = A_1 + A_2$) é constante. O mesmo raciocínio pode ser estendido ao caso do déficit chegando-se à conclusão semelhante, de que o mínimo valor esperado da soma dos déficits no período, varia com a soma dos armazenamentos iniciais ($A^* = A_1 + A_2$), não importando o valor que cada um deles assume isoladamente. A figura (IV.3) mostra como varia as funções de mínimo valor esperado do vertimento e mínimo valor esperado do déficit com o armazenamento total do sistema, no início do intervalo de tempo considerado.

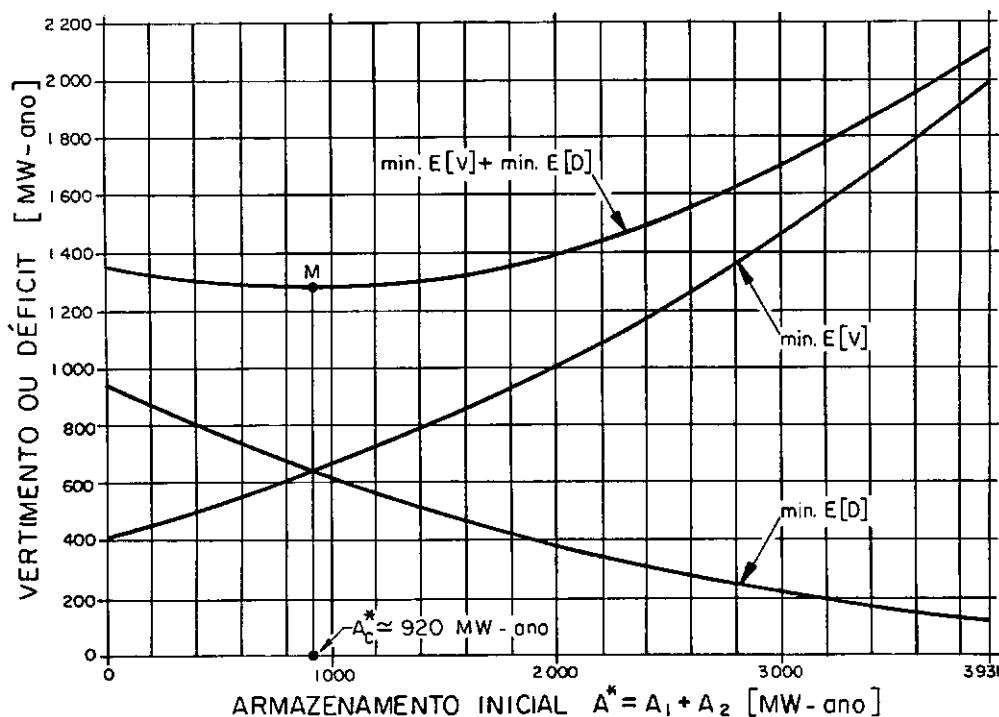


Figura IV.3 - Soma de mínimos valores esperados de vertimento e déficit contra armazenamento inicial no sistema

Uma interessante análise pode ser efetuada, para um objetivo combinado, selecionando-se um total de armazenamento, denominado aqui de armazenamento crítico, que determina qual dos objetivos deverá ser o perseguido no próximo intervalo de tempo. Ou seja, procura-se minimizar o valor esperado da soma dos déficits quando a soma dos armazenamentos iniciais do sistema ($A_1 + A_2$), é menor do que o armazenamento crítico (A_c^*) e, contrariamente, procura-se minimizar o valor esperado da soma dos vertimentos no caso inverso. Como exemplo, poder-se-ia adotar, arbitrariamente, para A_c^* um valor de armazenamento que corresponde à mínima soma das funções mínimo valor esperado do vertimento e mínimo valor esperado do déficit, tal como o armaze-

namento correspondente ao ponto M da figura (IV.3). Para simplificar o processo de determinação do mínimo da função soma, a esta foi ajustado, pelo método dos mínimos quadrados, um polinômio do terceiro grau baseado nas informações constantes da tabela (IV.3), obtidas mediante a aplicação da equação (IV.10).

ARMAZENAMENTOS INICIAIS (NW-ANO)			MÍNIMO VALOR ESPERADO DOS: E[V] + E[D]		
SISTEMA 1 A_1	SISTEMA 2 A_2	TOTAL $A^* = A_1 - A_2$	VERTIMENTO E[V]	DÉFICIT E[D]	MW-ANO
0	0	0	413,50	956,10	1369,60
0	378	378	497,54	819,70	1317,24
600	0	600	552,97	744,10	1297,07
969	54	1023	670,58	617,05	1287,63
1296	216	1512	828,68	492,52	1321,20
1938	162	2100	1051,91	363,40	1451,31
3000	0	3000	1467,18	227,83	1695,01
3553	0	3553	1767,38	160,92	1928,30
3553	378	3931	1992,16	129,66	2121,82

TABELA IV.3 - FUNÇÃO SOMA DE MÍNIMOS VALORES ESPERADOS DE VERTIMENTO E DÉFICIT CONTRA ARMAZENAMENTO INICIAL NO SISTEMA.

O polinômio resultante é do tipo

$$y = 1370,709 - 1,835731 \times 10^{-1} x + 1,018063 \times 10^{-4} x^2 - 1,652171 \times 10^{-9} x^3 \quad (\text{IV.14})$$

onde:

y - soma do mínimo valor esperado do vertimento com o mínimo valor esperado do déficit no período.

x - soma dos armazenamentos iniciais de energia em cada reservatório equivalente.

Fazendo $dy/dx = 0$ e resolvendo o polinômio de x resultante, obtém-se para o armazenamento total crítico A_c^* , o valor aproximado de 920 MW-ano.

A simulação do sistema obedecendo a condição inicial do estado dos reservatórios e posteriormente a aplicação do teorema da probabilidade total definem novas distribuições marginais de intercâmbio, vertimento e déficit que correspondem à utilização combinada das estratégias de operação

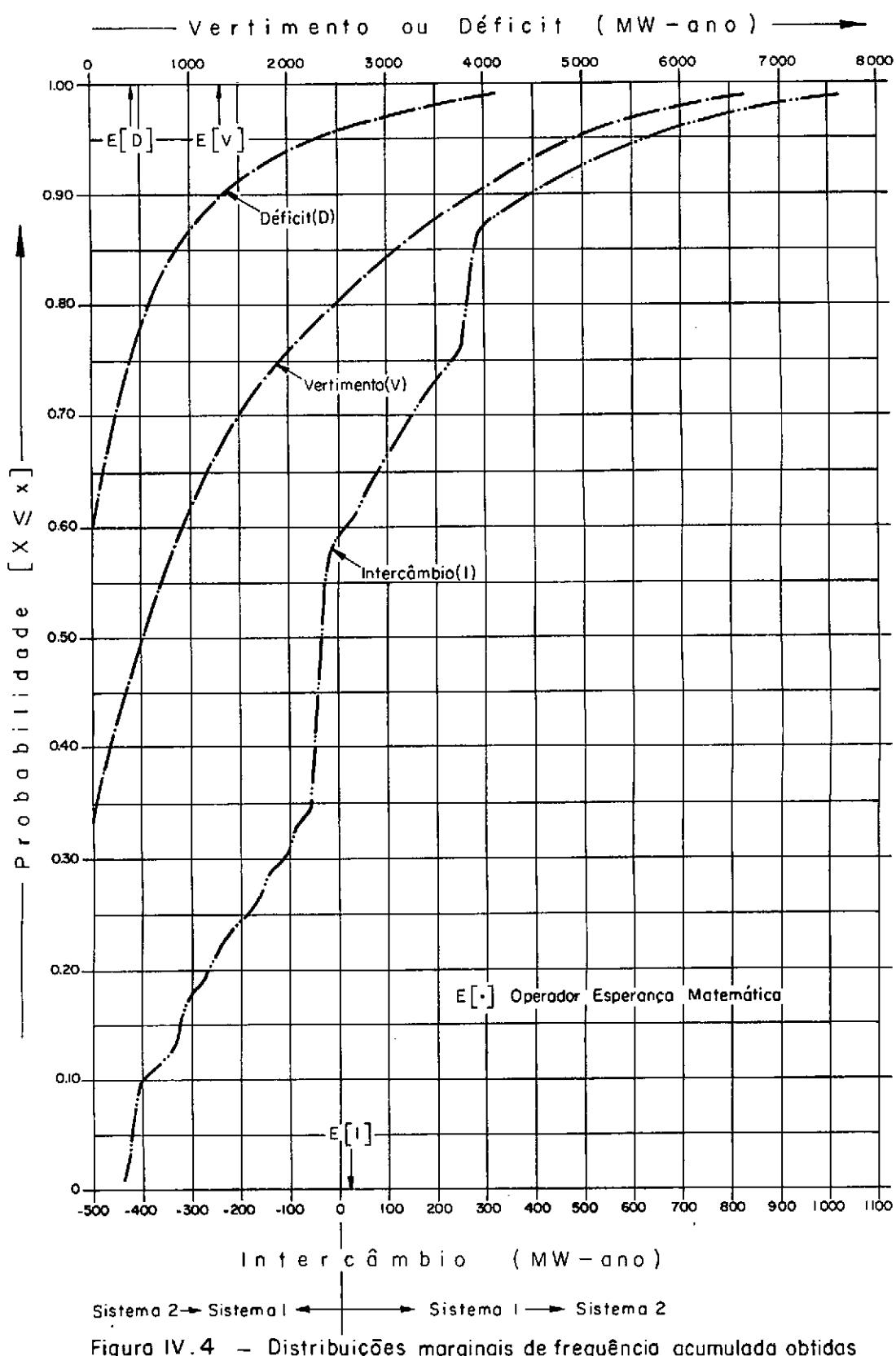


Figura IV.4 – Distribuições marginais de frequência acumulada obtidas a partir das distribuições condicionadas.
Critério que minimiza vertimentos e déficits.

representadas pelas equações (III.83) e (III.86) dependendo do armazenamento inicial do sistema superar ou não ao armazenamento incial crítico de 920 MW-anos. Essas distribuições estão mostradas na figura (IV.4). O risco do sistema associado a este caso é da ordem de 39%, valor intermediário aos obtidos por um ou outro critério isoladamente. Déficits superiores a 1000 MW-anos ocorrem também em 13% dos casos. Quanto ao intercâmbio, verifica-se que em média ao longo dos 1000 anos 24,34 MW-anos são transferidos no sentido Sudeste-Sul. Observa-se portanto, que o risco, bem como os valores médios de intercâmbio, vertimento e déficit assemelham-se mais aos resultados associados ao critério que minimiza vertimentos uma vez que, este é o critério que prevalece em mais de 85% dos casos. Nota-se entretanto, uma inversão no sentido do fluxo médio de energia entre sistemas, fruto da mudança do critério de operação nas situações onde o armazenamento energético encontra-se abaixo do crítico.

IV.3. SIMULAÇÃO - AFLUÊNCIAS DEPENDENTES EM SÉRIE

Em situações onde se inclui a tendência hidrológica como variável de estado, o que implica em considerar a correlação existente entre afluências consecutivas, optou-se por determinar as distribuições marginais via simulação, sendo que a cada intervalo de tempo o estado alcançado pelo sistema é dado pela equação de transição de estados. Certamente, uma conclusão interessante desta abordagem é constatar que a condição inicial de armazenamento, no estágio zero, perde sua importância à medida que o número de estágios cresce, não interferindo nas distribuições de probabilidade resultantes da simulação.

Para uniformizar os resultados, possibilitando comparações entre os vários casos discutidos, todos os valores das variáveis, de interesse são computados em megawatt-anos (MW-anos). Consequentemente ao simular a operação do sistema na escala mensal a determinação dos valores das variáveis, em um ano qualquer, é feita pela média aritmética dos valores assumidos por essas variáveis ao longo dos correspondentes doze meses.

As séries sintéticas de energias afluentes aos reservatórios equivalentes representativas do sistema hidrelétrico interligado, que permitirão a simulação da operação, foram geradas de três maneiras distintas. A primeira delas, através do modelo auto-regressivo de primeira ordem apresentado no item (III.1-b), referente a afluências médias anuais normalmente distribuídas e correlacionadas em séries, rotulada de "simulação 1". A segunda, refere-se ao mesmo modelo, escrito para a escala mensal, como é apresentado no item (III.1-c), rotulada de "simulação 2". E finalmente,

produziu-se uma série de afluências médias anuais a partir da série mensal gerada anteriormente, dando origem à "simulação 3". As estatísticas, média, variância e correlações obtidas para as séries sintéticas, geradas por esses modelos, estão apresentadas nas tabelas (IV.4) e (IV.5). Como era de se esperar, para nenhum dos modelos de geração conseguiu-se reproduzir as características da série observada, tabela (IV.6). Isto deve-se às limitações próprias de cada modelo e consequentemente, mantendo-se inalteradas as demais características do sistema as correspondentes distribuições de probabilidade serão distintas entre si.

Foi mencionado que as estratégias de operação correspondentes aos critérios que visam minimizar vertimentos ou déficits no período, são função das características principais dos sistemas, como a capacidade média de geração, os correspondentes desvios-padrão, etc. Assim, ao simular-se a operação do sistema na escala anual, essas características que definem o sistema, introduzidas no caso exemplo apresentado no capítulo III, foram substituídas pelos valores correspondentes resultantes da manipulação das séries sintéticas geradas. Desta forma admite-se que os mil pares de afluência gerados representam a população de afluências e os dados fornecidos no capítulo III representam uma amostra extraída desta população. As diferenças entre esses valores não sendo muito significativas, não acarretam variações nas distribuições de probabilidade procuradas. Para o caso mensal, esta substituição não foi feita pois, a operação do sistema realizou-se simultaneamente com a geração bivariada de afluências energéticas. Entretanto, verificou-se que as estatísticas das séries geradas não diferiam significativamente dos valores observados. As figuras (IV.5), (IV.6) e (IV.7) mostram as distribuições acumuladas dos intercâmbios, vertimentos e déficits resultantes, segundo os dois critérios de operação e para os três modelos de geração bivariada de séries sintéticas (simulação 1, simulação 2, simulação 3).

O critério envolvendo déficits, mais uma vez, apresenta o menor risco quando simula-se a operação do sistema na escala mensal (simulação 2). O mesmo se verifica na simulação anual onde as afluências anuais foram obtidas pela média das afluências mensais (simulação 3). O critério envolvendo vertimentos, por sua vez, supera o anterior para o caso anual e afluências normalmente distribuídas correlacionadas em série (simulação 1), contrariando o que se observou sob a hipótese de independência estocástica. O papel da correlação entre afluências é muito importante, pois séries mais altamente correlacionadas tendem a apresentar períodos hidrologicamente favoráveis ou desfavoráveis, agrupados em seqüência, dando origem a maiores

ESTATÍSTICA	"SIMULAÇÃO 1"		"SIMULAÇÃO 3"	
	SISTEMA SUDESTE	SISTEMA SUL	SISTEMA SUDUSTE	SISTEMA SUL
Média (MW-ano)	15100	2598	15216	2625
Desvio Padrão (MW-ano)	2833	789	2625	747
Coef. Correlação em Série	0,26	0,08	0,08	0,03

TABELA IV.4 – ESTATÍSTICAS DAS SÉRIES SINTÉTICAS ANUAIS

MÊS	SISTEMA 1			SISTEMA 2		
	MÉDIA (MW-ANO)	DESVIO PADRÃO (MW-ANO)	COEF. CORRELAÇÃO EM SÉRIE	MÉDIA (MW-ANO)	DESVIO PADRÃO (MW-ANO)	COEF. CORRELAÇÃO EM SÉRIE
Janeiro	24364	6866	0,623	2041	832	0,398
Fevereiro	26373	8200	0,559	2525	1415	0,436
Março	25035	7977	0,690	2322	1173	0,621
AbriL	17749	4621	0,803	2000	1052	0,225
Maio	13227	2607	0,842	2304	1435	0,462
Junho	11119	1917	0,867	2758	1587	0,631
Julho	9611	1616	0,917	2822	1852	0,711
Agosto	8398	1239	0,898	2583	1770	0,460
Setembro	8064	1550	0,765	3222	1929	0,784
Outubro	9286	1776	0,580	3797	2107	0,381
Novembro	11882	2614	0,446	2786	1461	0,563
Dezembro	17467	4348	0,531	2331	1194	0,470

Obs: O coeficiente de correlação em série refere-se à energia afluente durante o mês indicado em confronto com a energia afluente durante o mês anterior.

TABELA IV.5 – ESTATÍSTICAS DAS SÉRIES SINTÉTICAS MENSais

MÊS	SISTEMA 1			SISTEMA 2		
	MÉDIA (MW-ANO)	DESVIO PADRÃO (MW-ANO)	COEF. CORRELAÇÃO EM SÉRIE	MÉDIA (MW-ANO)	DESVIO PADRÃO (MW-ANO)	COEF. CORRELAÇÃO EM SÉRIE
Janeiro	24547	6829	0,639	2043	832	0,427
Fevereiro	26253	8094	0,562	2516	1459	0,445
Março	25086	7983	0,688	2359	1183	0,636
AbriL	17905	4513	0,806	1981	1045	0,242
Maio	13298	2606	0,835	2272	1560	0,449
Junho	11143	1914	0,870	2728	1661	0,646
Julho	9596	1610	0,919	2757	1950	0,702
Agosto	8384	1221	0,903	2540	1882	0,498
Setembro	8053	1561	0,782	3213	2050	0,789
Outubro	9328	1828	0,560	3820	2235	0,394
Novembro	11950	2617	0,468	2832	1507	0,580
Dezembro	17730	4457	0,562	2326	1283	0,501

TABELA IV.6 – ESTATÍSTICAS DAS SÉRIES MENSais OBSERVADAS

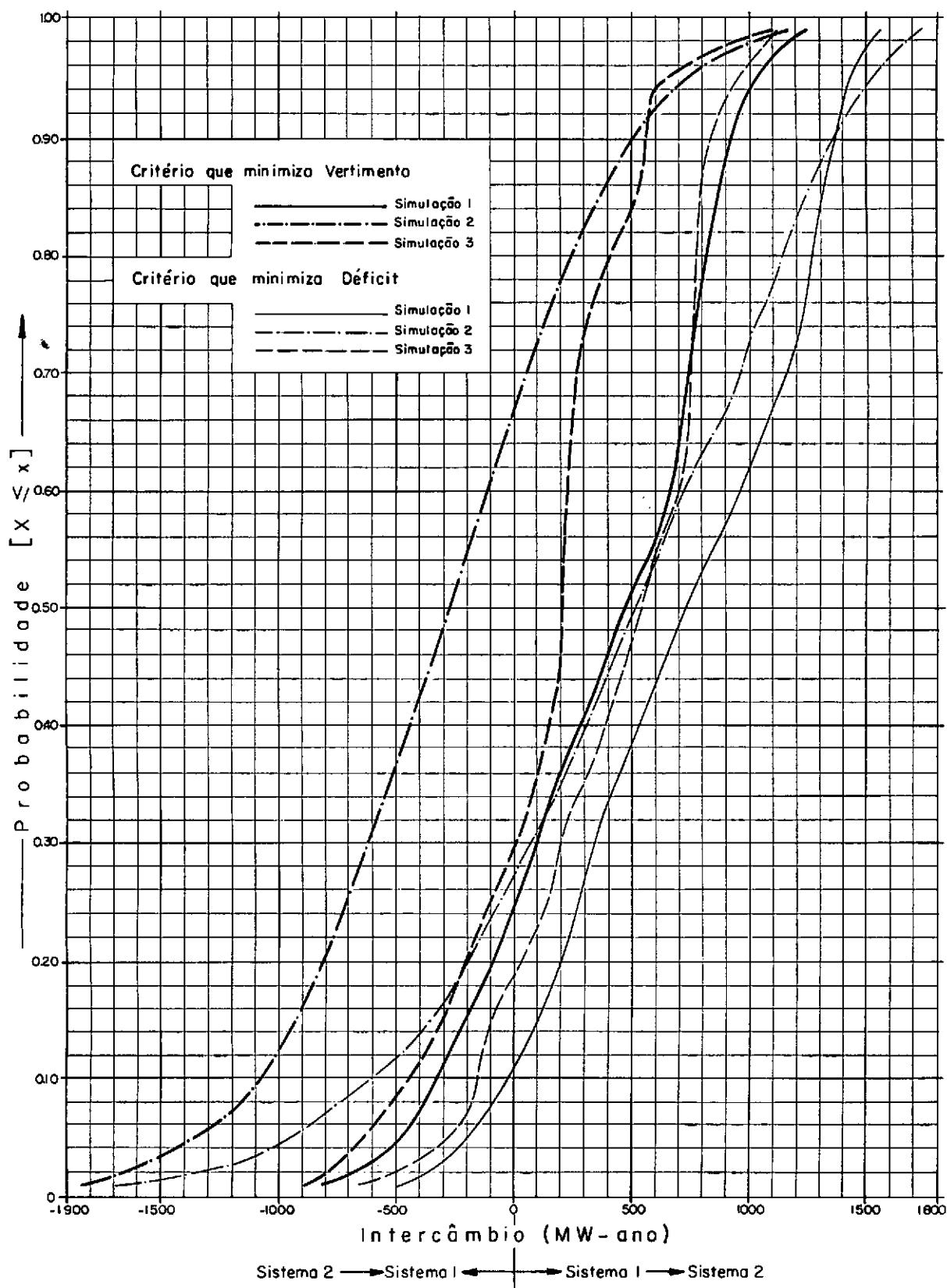


Figura IV.5 – Distribuições marginais de frequência acumulada para o intercâmbio obtidas via simulação ao longo de 1000 anos

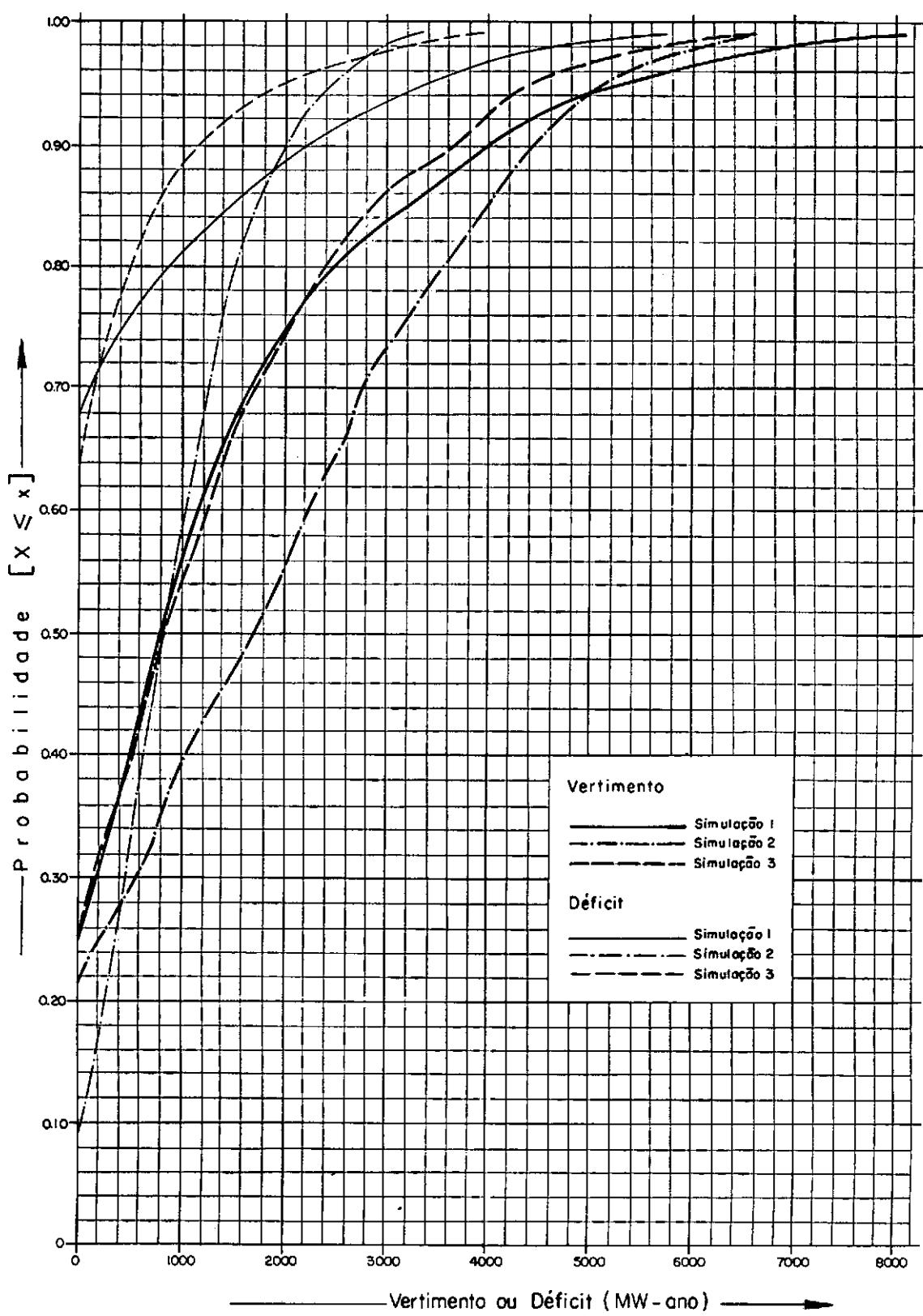


Figura IV.6 – Distribuições marginais de frequência acumulada para o vertimento e o déficit obtidas via simulação ao longo de 1000 anos
Critério que minimiza os vertimentos

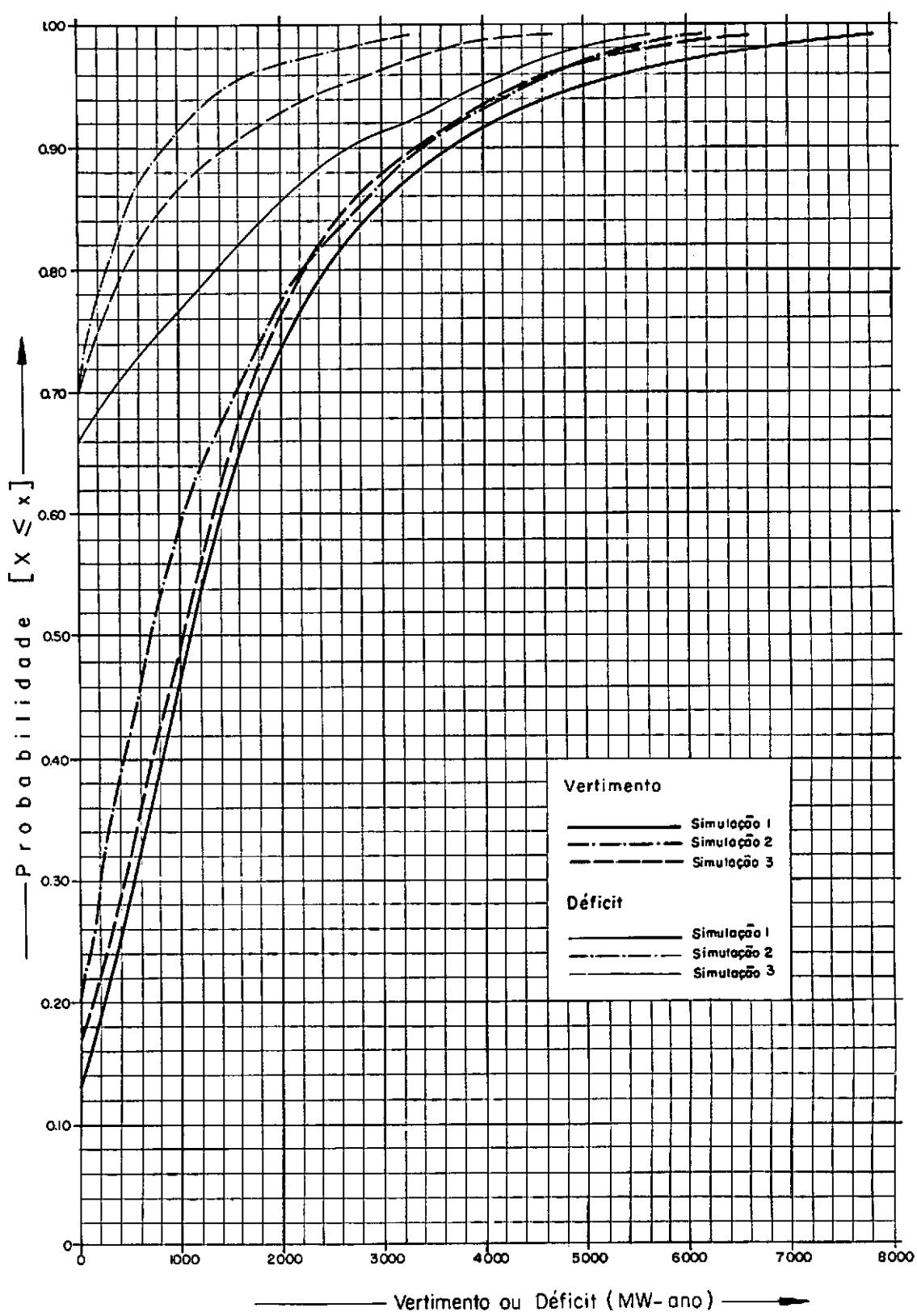


Figura IV.7 – Distribuições marginais de frequência acumulada para o vertimento e o déficit obtidas via simulação ao longo de 1000 anos
Critério que minimiza os déficits

valores para a esperança matemática de vertimentos ou déficits. As séries anuais "simulação 1" e "simulação 3", quando comparadas, justificam a observação de que os maiores déficits e vertimentos estão praticamente sempre em correspondência com a série correlacionada, independentemente do critério de operação adotado como mostra as figuras (IV.6) e (IV.7). O modelo de geração (item III.1-c) não preservando as características de série anual em termos de variância e correlação produziu séries anuais de menor coeficiente de variação e consideradas estatisticamente independentes em série em contraposição às séries obtidas via "simulação 1".

A operação do sistema mês a mês, rotulada por "simulação 2", comportou-se de maneira distinta em função do critério adotado. Minimizando vertimentos, por exemplo, obteve-se um alto nível de risco como mostra a figura (IV.6). A mesma figura permite concluir que esta situação levou, de maneira geral, aos maiores déficits e vertimentos em correspondência à mesma probabilidade acumulada do evento, em comparação com as duas outras alternativas de simulação. A função de distribuição acumulada do intercâmbio, conforme a figura (IV.5), reflete, agora, um favoritismo ao sistema Sul, que passaria a exportar em média cerca de 290 MW-ano, caso o sistema fosse operado, ao longo de 1000 anos, de modo a minimizar o valor esperado da soma dos vertimentos no próximo mês. Já, ao minimizar o valor esperado da soma dos déficits no período observou-se uma situação oposta onde obteve-se o menor nível de risco e os menores valores esperados para o déficit e o vertimento (ver figura (IV.6)). O intercâmbio médio correspondente a esse caso foi de 435 MW-ano, favoravelmente ao sistema Sudeste. As funções de distribuição acumulada do intercâmbio, vertimento e déficit apesar de resultarem distintas não apresentaram distorções tão marcantes, em relação às obtidas pela "simulação 1" e "simulação 3", como verifica-se nas distribuições de vertimentos, discutidas anteriormente. A figura (IV.8), mostra uma particularidade da simulação mensal quando o objetivo é minimizar vertimentos. Para esta situação, o sistema Sudeste mostrou-se mais vulnerável a vertimentos do que o sistema Sul, ao passo que para os demais casos discutidos configura-se o inverso. É importante notar que esta observação não contraria ao critério de operação que baseia-se na igualdade das probabilidades de vertimento, em cada sistema, no próximo período, uma vez que, ao longo do horizonte de simulação, surgem situações em que a meta de geração que satisfaria a condição acima pode resultar superior à demanda total ou negativa. Um reservatório em seu nível máximo e o outro sem reservas de energia criam condições propícias para a ocorrência desse evento. Os estados do sistema que refletem esta condição podem ser alcançados com relati-

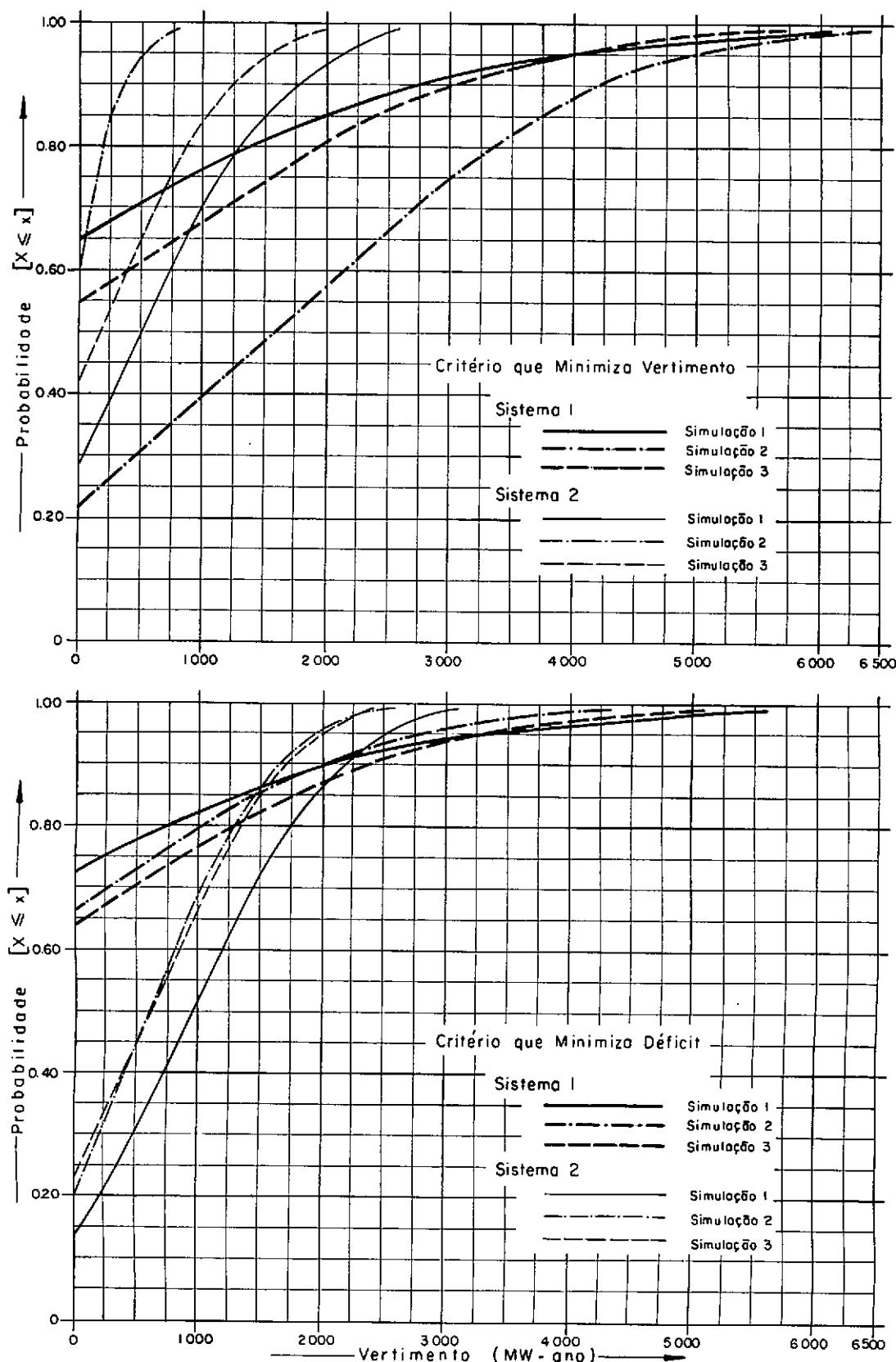


Figura IV.8 - Vertimentos isolados em cada sistema obtidos via simulação ao longo de 1000 anos

va freqüência como observa-se pela distribuição de probabilidade estacionária da condição inicial, mostrada na tabela (IV.4).

A chamada "simulação 3" permite verificar a influência da escala de tempo na operação do sistema. Apesar do modelo de geração correspondente, não ser apropriado para o caso anual ("simulação 2"), pode-se analisar os resultados comparativamente. Por exemplo, nota-se uma maior amplitude de variação do intercâmbio, resultante da operação mensal, devido principalmente à grande sazonalidade característica da hidrologia da região Sudeste, aliada à característica dinâmica que a estratégia de operação assume ao longo do ano. A operação anual reserva uma parcela do armazenamento para abater as variações sazonais. À essa parcela do armazenamento, entretanto, está implícito um risco da falha que não é considerado na determinação da estratégia de operação correspondente. A simplificação imposta, ao se trabalhar na escala anual, pode consequentemente, falsear os resultados merecendo maior atenção por parte do analista. Portanto, parece razoável afirmar, que quanto maior a sazonalidade hidrológica, maiores chances de se obter resultados pouco significativos com a simulação da operação na escala anual.

IV.4. COMENTÁRIOS GERAIS

Os critérios de operação analisados visam otimizar o desempenho do sistema no próximo período, tendo em vista o nível de armazenamento atual em cada reservatório. Todas as distribuições condicionadas ao estado inicial do sistema garantem o objetivo pretendido. Entretanto, ao considerar as distribuições marginais e ao se utilizar as estratégias de operação em simulações ao longo de horizontes superiores a um período, respeitando a transição de estados de um estágio a outro, desvirtua-se as condições de aplicabilidade do critério adotado, não se garantindo mais que o objetivo tenha sido alcançado. A tabela (IV.7), mostra, inclusive, que ao se procurar minimizar déficits pode-se chegar a um menor valor esperado marginal do vertimento do que quando se tenta minimizar o próprio vertimento e vice-versa. Esta situação pode parecer paradoxal mas é explicada pelas diferentes distribuições de probabilidades estacionárias do estado inicial do sistema, resultantes de um e outro critério.

Uma operação mais realista não admitiria intercâmbio entre sistemas com a ocorrência de vertimentos simultâneos. Déficits só seriam computados quando a demanda total superasse a soma de afluências com a reserva energética do sistema. Neste caso, as distribuições de probabilidades relativas ao intercâmbio vertimento e déficit seriam híbridas, no sentido de

que todas as variáveis aleatórias envolvidas poderiam assumir tanto valores contínuos como discretos. Já, no presente estudo, o desconhecimento total das afluências futuras, cria condições potenciais para a ocorrência desses eventos e as distribuições assim obtidas trazem consigo estas características potenciais.

CRITÉRIO QUE MINIMIZA O VALOR ESPERADO DA SOMA DOS:

		VERTIMENTOS				DÉFICITS			
		E[.]	(VAR[.]) ^{1/2}	MIN.	MÁX.	E[.]	(VAR[.]) ^{1/2}	MIN.	MÁX.
simulação 1	Int.	376	500	-1222	1993	705	545	-923	2058
	Vert.	1421	1801	0	11799	1558	1673	0	11799
	Def.	571	1250	0	9274	708	1394	0	9274
simulação 2	Int.	-294	629	-	-	435	768	-	-
	Vert.	1941	1769	-	-	1238	1466	-	-
	Def.	951	767	-	-	247	626	-	-
simulação 3	Int.	116	395	-1287	1392	428	414	-903	1344
	Vert.	1332	1551	0	11563	1373	1438	0	11182
	Def.	343	774	0	5332	385	913	0	5362

Obs: Intercâmbio positivo corresponde ao fluxo de energia no sentido Sudeste-Sul.
O sinal negativo indica fluxo em sentido contrário, Sul-Sudeste.

TABELA IV.7 - PARÂMETROS DAS DISTRIBUIÇÕES OBTIDAS ATRAVÉS DAS DIVERSAS SIMULAÇÕES

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O desenvolvimento de modelos estocásticos simplificados, na área de estudos energéticos, destina-se principalmente ao projeto e à verificação do desempenho de sistemas hidrelétricos. É uma linha de pesquisa relativamente recente, contrastando como muito que se tem feito com base em modelos complexos. Uma das vantagens de se trabalhar com modelos estocásticos simplificados é minimizar o número de parâmetros a estimar. Esta simplicidade facilita a compreensão do problema hidrológico e garante uma discussão mais ampla dos diversos aspectos do problema, inclusive sobre as possíveis consequências das hipóteses simplificadoras introduzidas. Um manejo constante de modelos dessa natureza pode possibilitar o surgimento de idéias que aperfeiçoarão os resultados, sem necessariamente complicar a metodologia.

O problema de derivação de estratégias de operação, como enunciado e resolvido neste trabalho, se presta como exemplo para solução de outros problemas semelhantes, mas com características mais próximas à realidade. Por exemplo, pode-se generalizar a solução obtida pelo critério de minimização do valor esperado da soma dos déficits no período, quando a função objetivo refere-se, não mais simplesmente ao déficit mas à uma função do déficit. Nesse caso pode-se imaginar um sistema composto por dois reservatórios equivalentes e um conjunto de térmicas. Pretende-se minimizar o valor esperado do custo de operação das térmicas mais o custo do déficit. Sendo a necessidade de operação de térmicas, como um déficit para o sistema hidrelétrico, a função de custos poderia ter a forma indicada na figura V.1.

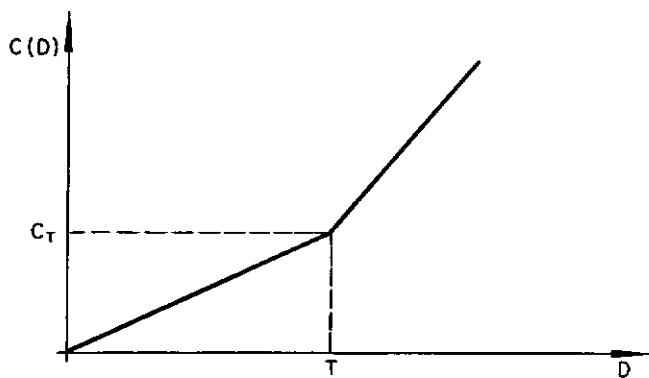


Figura V.1 – Exemplo de uma função custo do déficit

A geração térmica custa C_T , para $D = T$, onde T representa a máxima geração térmica do sistema, e o déficit, propriamente dito, é a diferença ($D-T$). Sabendo-se que a função $C(D)$ é crescente com o déficit, o seu mínimo será atingido para o valor mínimo do déficit e o problema é resolvido como já apresentado. Certamente, olhando-se apenas para um período, a solução é trivial esgotando-se em seqüência todo o recurso hidráulico, todo o recurso térmico e só então se configurando o déficit real. Mas, alterando o enunciado do problema, no sentido de procurar o estado a ser atingido pelo sistema, conhecidas as afluências do período, de modo que até o final do intervalo seguinte se minimize a soma do custo atual com o valor esperado do custo do déficit futuro, podem surgir situações que justifiquem a antecipação da entrada das térmicas, preservando o sistema de maiores probabilidades de ocorrência de déficits reais, ao longo do próximo período. Assim como esse, pode-se imaginar outros casos cuja solução baseia-se na metodologia apresentada.

A técnica de simulação em Hidrologia Estocástica é uma ferramenta poderosa para a solução de problemas complexos. A precisão do resultado gerado é tanto maior quanto maior for o número de repetição do evento aleatório. Entretanto, deve-se ter em mente a importância das variações amostrais que se fazem presentes nesta metodologia e cuja influência é sentida, principalmente, na obtenção de resultados extremos, próprios das caudas das distribuições. Neste trabalho, o desempenho do sistema hidrelétrico interligado foi medido em função de resultados médios, mais robustos em relação às variações amostrais, e portanto mais adequados para a escolha de critérios. Comparações entre a confiabilidade do sistema, quando operado segundo um ou outro critério, utilizase de resultados de ocorrência menos frequente (ramo superior da função de distribuição acumulada do déficit total do sistema) e devem ser analisadas com maior reserva.

Pode-se avaliar as consequências da adoção de determinado critério de operação através da tabela (IV.4). O intercâmbio entre sistemas parece ser a variável mais sensível à mudança de critério chegando a triplicar o seu valor ou mesmo a inverter o sentido do fluxo de energia. O vertimento e o déficit, estão intimamente relacionados e a menos do que se verifica na operação rotulada "simulação 2", não apresentam variações significativas. Em um sistema interligado transfere-se energia, de modo a evitar déficits mas não é possível o fluxo de água entre reservatórios para evitar vertimentos. Assim sendo, uma política envolvendo vertimentos é mais penalizada do que aquela que envolve déficits quando os sistemas encon-

tram-se em desequilíbrio. Ou seja, se a igualdade da probabilidade de déficits entre sistemas só é atingida quando uma das metas de geração é negativa, a obediência à restrição de que metas de geração serão sempre positivas ou nulas servirá para diminuir a tendência do sistema entrar em déficit. No caso do vertimento essa mesma postura aumentará a tendência do sistema registrar vertimentos. A operação a nível mensal, "simulação 2", devido à grande sazonalidade verificada na região Sudeste, vê-se frente a um desequilíbrio pronunciado entre os sistemas, prejudicando a performance do critério de operação que prevê menores vertimentos.

As distribuições marginais do vertimento ou do déficit total do sistema, resultantes da simulação da operação, para todos os casos discutidos (sob a hipótese de independência estocástica das afluências ou afluências correlacionadas) não atendem ao objetivo prescrito pelo critério de operação. Operar o sistema ao longo de um horizonte de planejamento superior a um intervalo de tempo, contrariamente ao que afirma qualquer dos critérios de operação analisadas, obedecendo-se a equação de transição de estados, não produzirá uma série de vertimentos ou déficits, cujo valor esperado seja mínimo. A estratégia de operação obtida, só garante que o objetivo correspondente seja alcançado se aplicada " n " vezes, para uma série de " n " pares de afluências normalmente distribuídas e sempre respeitada a condição inicial do estado do sistema. Desta forma, as distribuições de probabilidade do vertimento ou déficit, condicionadas ao estado inicial, possuirão o menor valor esperado do vertimento ou do déficit conforme o critério adotado. As distribuições marginais, produto das distribuições condicionadas ponderadas pelas respectivas probabilidade de ocorrência da condição inicial, não satisfazem ao objetivo formulado, mas são o resultado da utilização da estratégia na simulação da operação do sistema. O quanto se foge do melhor desempenho do sistema, nestas condições, é um tópico a ser pesquisado.

Definir metas de geração sem o conhecimento das afluências no período e perseguí-las durante a operação do sistema até que se tornem impossíveis fisicamente, devido à falta de reserva, não se constitui em uma ação operativa comumente empregada. Entretanto, reveste-se de características próprias, permitindo a ocorrência de situações críticas que poderiam ser amenizadas pela interferência de agentes externos controladores da continuidade e de qualidade do suprimento aos consumidores. A operação do sistema, admitindo a interferência externa, produziria intercâmbios, vertimentos ou déficits no máximo iguais, em valor absoluto, aos obtidos nas simulações.

lações aqui apresentadas. Assim parece razoável admitir que as distribuições de probabilidade resultantes dessas simulações adquirem características potenciais, uma vez que espelham o desempenho do sistema quando sujeito a situações mais críticas.

A definição de sistemas equilibrados, introduzida no capítulo III, não se adapta a configuração em estudo. Uma observação interessante mostra que, satisfeitas as condições que garantem o equilíbrio entre sistemas, não há mais distinção entre as estratégias de operação obtidas pelo critério envolvendo vertimentos ou pelo que envolve déficits. Procurando manter inalteradas todas as características dos sistema, exceto o armazenamento plurianual, chegariam a conclusão que o sistema Sul, aqui adotado, encontrase subdimensionado, ao passo que o sistema Sudeste estaria ligeiramente superdimensionado. A título de ilustração, os armazenamentos disponíveis para regularização plurianual que tornariam os sistemas equilibrados, segundo a definição proposta, seriam de aproximadamente 2880 MW-anو e 798 MW-anо para o sistema Sudeste e Sul, respectivamente, ao invés dos 3553 MW-anо e 378 MW-anо apresentados no exemplo.

É importante lembrar que neste trabalho não foram consideradas limitações de intercâmbio em função da capacidade das linhas de transmissão. Os resultados obtidos, consequentemente, mais uma vez, não refletem a realidade, mas podem servir de auxílio no estudo e projetos de implantação de novas linhas.

Uma longa linha de pesquisa existe a explorar nos modelos estocásticos simplificados, baseados nos chamados reservatórios equivalentes. O aprimoramento e a discussão sobre as hipóteses simplificadoras, visando contornar as limitações próprias dos modelos desta natureza, a extensão do raciocínio exposto a um maior número de reservatórios equivalentes, a definição do ganho real que se obtém com o aumento do número de intervalos analisados, a investigação do efeito de outras distribuições de probabilidade para as afluências energéticas, a introdução das restrições próprias das linhas de transmissão, a consideração conjunta do parque hidrotermelétrico, a consideração do sistema em expansão, a formulação do problema direcionado ao estudo de garantia de suprimento, são alguns dos tópicos que merecem uma investigação mais detalhada dentro desta mesma linha de pesquisa.

ANEXO

PROCESSOS DINÂMICOS – PROGRAMAÇÃO DINÂMICA ESTOCÁSTICA

Processos dinâmicos são processos que evoluem no tempo. Quando esta evolução é contínua classifica-se o processo como contínuo no tempo; quando a evolução do processo se faz por etapas discretas diz-se que o processo é discreto no tempo e denomina-se estágios às etapas da evolução.

A característica fundamental dos estágios é a ordenação. Representa-se os estágios de um processo pela letra k e considera-se que k pode assumir valores naturais. Denota-se por K o conjunto de estágios pelos quais o processo pode passar.

Em cada estágio, um processo está sujeito a um número finito de entradas e produz um número finito de saídas. As entradas são ações que o meio externo exerce sobre o processo interferindo em sua evolução; as saídas são as respostas de manifestações do processo "observáveis à partir do meio externo". As diversas entradas do sistema podem ser agrupadas em duas categorias: controles (ou decisões) e parâmetros. Os controles são as entradas que estão sujeitas ao nosso arbítrio, cujo valor pode-se atribuir; os parâmetros são as demais entradas, ou seja, as que não estão sob nosso controle.

Denomina-se estado do processo em um dado estágio, representado por x^k , aos atributos do processo nesse estágio que afetam as saídas presente e futuras. O conjunto de todos os valores possíveis para o estado do processo, denotado X , é o espaço de estados do processo. O conjunto dos estados viáveis do processo $x^k \in X$, pode ser dependente do estágio k . A função de transição de estado é a função que permite uma associação entre o estado do sistema em um determinado estágio e o estado no estágio seguinte. Genericamente a função de transição de estado em um estágio k seria representada por :

$$f^k : X^k \rightarrow X^{k+1} \quad (A.1)$$

que satisfaz a equação

$$x^{k+1} = f^k (x^k, \dots) \quad (A.2)$$

denominada de equação de transição de estado. Observe-se que nesta equação pode ou não, surgir outros argumentos que não o estado x^k , em função do tipo de processo a que se refere. Como exemplo poderíamos ter:

a) Processos dinâmicos autônomos discretos no tempo

São os processos determinísticos sem controles sujeitos apenas a parâmetros dados. Neste caso a função de transição de estado do sistema seria simplesmente

$$x^{k+1} = f^k(x^k) \quad (\text{A.3})$$

A função $F^k : X^k \rightarrow Y^k$ é conhecida como função de saída e neste caso é tal que

$$y^k = F^k(x^k) \quad (\text{A.4})$$

b) Processos dinâmicos determinísticos sujeitos a controles

São processos físicos que admitem que alguns de seus parâmetros nhiram valores atribuídos. Esses parâmetros são chamados decisões ou controles. As variáveis de decisão influenciam as possíveis trajetórias, seqüência de estados assumidos pelo sistema, e com vistas à esta propriedade pode-se definir a função de transição de estado de um processo sujeito a decisões seqüenciais como:

$$x^{k+1} = f^k(x^k, u^k) \quad (\text{A.5})$$

onde u^k é o vetor das variáveis de decisão atuando no estágio k . Em um processo deste tipo a equação de saída possui a forma:

$$y^k = F^k(x^k, u^k) \quad (\text{A.6})$$

que caracteriza também a saída como dependente não só do estado como também da decisão. Assim como nem todos os estados são viáveis, também as decisões são sujeitas a um conjunto de decisões admissíveis.

Esquematicamente, um processo dinâmico com decisões seqüenciais pode ser representado como na figura A.1.

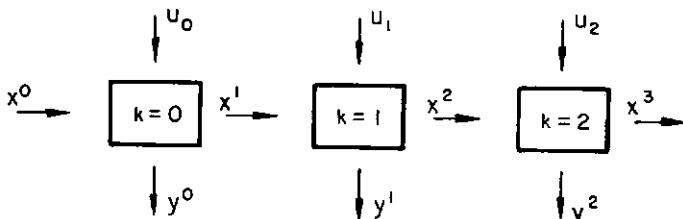


Figura A.1 – Ilustração de um processo dinâmico com decisões seqüenciais

c) Processos dinâmicos estocásticos sujeitos a controle

Quando um ou mais parâmetros do processo são aleatórios têm-se um processo estocástico. Esta é uma situação que ocorre em diversos sistemas físicos: algumas entradas, fora de controle do operador, estão sujeitos a "sinais aleatórios" com distribuição de probabilidade conhecida. Denomina-se perturbação ou variável de perturbação aos parâmetros aleatórios que intervêm no processo.

Sejam $z_1^k, z_2^k, \dots, z_t^k$ as variáveis de perturbação que intervêm no estágio k . A existência desta perturbação implica em que o estado x^{k+1} do processo dependerá agora não só de x^k e u^k como também do valor de z^k . Nestas condições a equação de transição de estado torna-se:

$$x^{k+1} = f^k(x^k, u^k, z^k) \quad (\text{A.7})$$

Como z^k é uma variável aleatória, ainda que os valores de x^k e u^k estejam determinados, o estado seguinte x^{k+1} é também uma variável aleatória. Consequentemente torna-se impossível prever a trajetória do processo mesmo que se estabeleça uma política de decisões e se conheça seu estado inicial. É possível entretanto, determinar-se as distribuições de probabilidade do estado nos estágios futuros se, além daqueles dados, contarmos com as distribuições de probabilidades das variáveis de perturbação. Esquematicamente, podemos visualizar o efeito da decisão (linha contínua) e da perturbação (linhas tracejadas) na transição de estados na figura A.2.

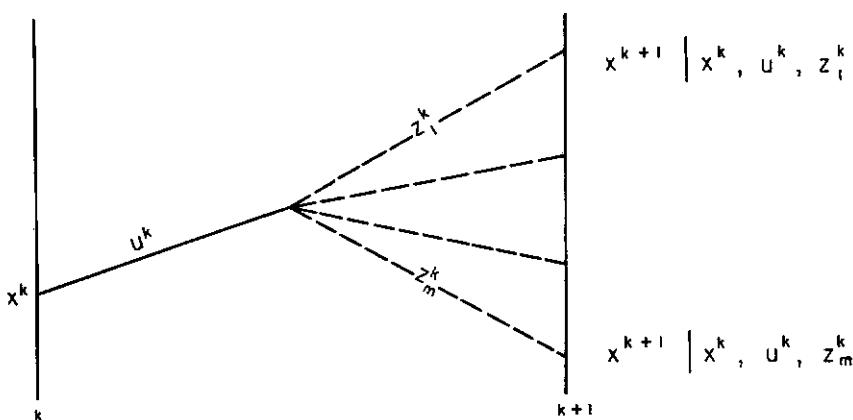


Figura A.2 - Ilustração do efeito da decisão num processo tipo "decisão-perturbação"

Resumindo, o estado x^k e a decisão u^k condicionam mas não determinam o estado seguinte x^{k+1} . Fixados x^k e u^k pode-se deduzir a distribuição de probabilidades de x^{k+1} a partir de distribuição de z^k .

A possibilidade de exercer algum controle sobre um processo dinâmico, por meio das variáveis de decisão, estimula a busca de valores para as decisões de forma a que o processo tenha um desempenho conveniente. Este desempenho é avaliado por meio de índices que são escolhidos como critério para a escolha de decisões: busca-se a política ou a estratégia que otimize esse índice. Esta característica aliada ao "Princípio de Optimalidade" dá origem ao método de otimização conhecido como Programação Dinâmica. O "Princípio da Optimalidade" de Bellman, com vistas à figura A.3, poderia ser resumidamente assim enunciado conforme SILVA E OUTROS [12]. Se o caminho (1) é o mais curto de A para B, e (2) o mais curto de B para C então (1) + (2) é o caminho mais curto de A para C.

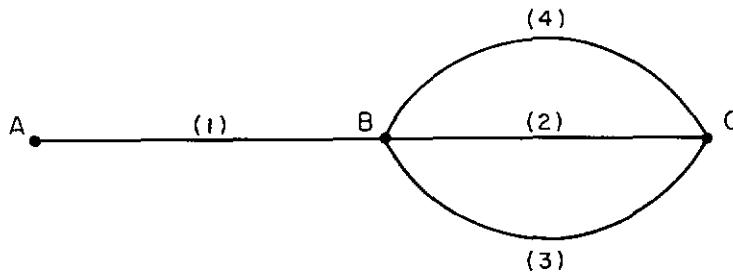


Figura A.3 - Ilustração do "Princípio da Optimalidade"

Para o caso estocástico já foi dito que a variável de perturbação influencia a função de transição de estado, sendo impossível, neste caso, definir qualquer política ou trajetória. Consequentemente a solução do problema só é satisfeita com a determinação de uma estratégia ótima. A estratégia é um conjunto de funções que nos indica a decisão a ser tomada em função do estado e do estágio em que se encontra o sistema. Para incluir esta incerteza na transição é necessário calcular o valor esperado do índice, que serve como critério de otimização, associado à cada decisão admissível. Assim sendo no problema estocástico, o índice ou o critério elemental a ser otimizado é suposto da forma:

$$\bar{F}^k(x^k, u^k) = E[F^k(x^k, u^k, z^k)] \quad (A.8)$$

que corresponde à contribuição da transição de estado, do estágio k , no critério global que passaria a ser escrito como

$$\sum_{k=0}^{n-1} \bar{F}^k(x^k, u^k) \quad (A.9)$$

A função $\bar{F}^k(\cdot)$ que compõe o critério elementar nada mais é do que uma função de saída do sistema, como visto anteriormente.

O problema de controle ótimo consiste em, dado um estado inicial $\hat{x}^0 \in X^0$, determinar uma estratégia admissível a partir de \hat{x}^0 tal que o critério de otimização calculado para esta estratégia seja melhor (maior ou menor) ou igual ao valor do critério calculado para qualquer outra estratégia admissível a partir de \hat{x}^0 .

O método de Programação Dinâmica determina uma solução para o problema por meio da resolução de N problemas menores, a começar do estágio $N-1$. Por uma estrutura adequada resolve-se genericamente o problema no estágio j , a partir de resolução do problema associado ao estágio $j+1$. Quando, finalmente, atingirmos $j=0$, obtemos a solução final. Esta metodologia é exatamente o que espelha a equação recursiva da optimidade, característica de um processo estocástico tipo "decisão - perturbação":

$$\begin{aligned} \bar{J}^k(x) &= \min_z \{ E[F^k(x, U^k(x), z) + \bar{J}^{k+1}(f^k(x, u, z))] \} \\ u &\in U^k(x) \\ f^k(\cdot) &\in X^{k+1} \end{aligned} \quad (A.10)$$

onde: $U^k(x)$ - representa o conjunto de decisões admissíveis associado ao estágio k .

BIBLIOGRAFIA

- [01] - ABRAMOWITZ, M. & STEGUN, I. A. *Handbook of mathematical Functions.* New York, Dover Publ., 1965.
- [02] - ARARIPE NETO, T. A. *Determinação de estratégias de operação de subsistemas interligados utilizando programação dinâmica estocástica com restrições de risco.* Rio de Janeiro, UFRJ/COPPE, 1963. (Tese mestrado).
- [03] - COLÔ, A. A otimização da operação de reservatórios em um sistema hidroelétrico. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE PRODUÇÃO E TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA, 2, Salvador, 1973. *Anais.* Salvador, COHELBA, 1973. v.2, 25p. (PH/GPO/11).
- [04] - GOMIDE, F. L. S. *Análise probabilística dos sistemas elétricos Sul e Sudeste - Centro-Oeste.* Curitiba, CEHPAR, 1982.
- [05] - _____. *Substituição de óleo combustível por energia elétrica.* Curitiba, CEHPAR, 1981.
- [06] - GOMIDE, F. L. S. & CUNHA, L. M. Dimensionamento de reservatórios para regularização de vazões. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE HIDROLOGIA E RECURSOS HÍDRICOS, 4, Fortaleza, 1981. *Anais.* São Paulo, 1981. v.4, p.308-20.
- [07] - KELMAN, J. Programação dinâmica estocástica para operação otimizada de sistemas hidrotérmicos. In: CURSO de engenharia hidrológica; hidrologia operacional. São Paulo, USP/DAEE/ABRH, 1983. v.2, p. 01-11.
- [08] - MATALAS, N. C. Mathematical assessment of synthetic hydrology. *Water Resources Research.* D.C., 3(4):937-45, 1967.
- [09] - PEREIRA, M. F. V. & PINTO, L. M. G. V. *Stochastic optimization of a multireservoir hydroelectric system; a decomposition approach.* Rio de Janeiro, CEPEL, 1983.
- [10] - PERSIANO, Ronaldo C. M. *Notas de aula de programação dinâmica estocástica.* Rio de Janeiro, UFRJ/COPPE, 1983.
- [11] - PINTO, Nelson L. de S.; HOLTZ, Antônio C. T.; MARTINS, José A.; GOMIDE, Francisco L. S. *Hidrologia básica.* São Paulo, Edgar Blücher, 1976. 278p. il.
- [12] - SILVA, M. A. et alii. Aplicação de programação dinâmica no planejamento operativo energético de sistemas hidroelétricos. In: SIMPÓSIO NACIONAL DE PRODUÇÃO E TRANSMISSÃO DE ENERGIA ELÉTRICA, 5, Recife, 1979. *Anais.* Recife, CHESF, 1979, v.10, 28p. (RE/GPO/11).