

ANÁLISE DA INTERAÇÃO TRILHO-VIADUTO

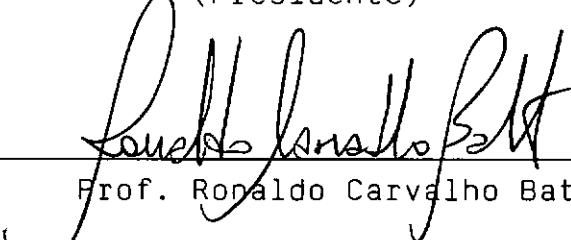
Flávio Mota Monteiro

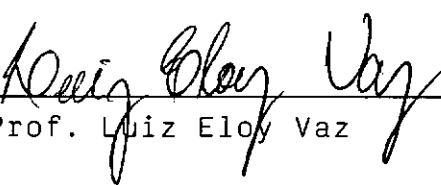
TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.) EM ENGENHARIA CIVIL.

Aprovada por:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Benjamin Ernani Diaz

(Presidente)

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Ronaldo Carvalho Batista

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Luiz Eloy Vaz

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL  
MARÇO DE 1987

MONTEIRO, Flávio Mota

Análise da Interação Trilho-Viaduto (Rio de Janeiro), 1987.  
IX, 148 p. 29,7cm (COPPE-UFRJ, M.Sc., Engenharia Civil -  
1987)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.

1. Pontes Ferroviárias. I. COPPE/UFRJ II. Titulo (série)

iii

### **AGRADECIMENTOS**

Ao Professor Benjamin Ernani Diaz pelo apoio, incentivo e dedicação que teve na orientação deste trabalho.

À Companhia Brasileira de Trens Urbanos - CBTU, pela permissão para utilização do computador.

Resumo da Tese Apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

## ANÁLISE DA INTERAÇÃO TRILHO-VIADUTO

Flávio Mota Monteiro

Março de 1987

Orientador: Prof. Benjamin Ernani Diaz

Programa: Pós-Graduação de Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro

Apresenta-se uma sistemática com auxílio de um programa de computador para a análise tridimensional de estruturas considerando a interação de esforços entre trilhos e estrutura de viadutos ferroviários.

Tais esforços são devidos a efeitos térmicos e a ações atuantes durante a passagem do trem e são distribuídos parte para os trilhos e parte para a estrutura através do lastro representado por suas relações constitutivas entre deslocamentos relativos e forças aplicadas.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial  
fulfillment of the requirements for the degree of Master of  
Science (M.Sc.)

**ANALYSIS OF RAIL-BRIDGE INTERACTION**

**Flávio Mota Monteiro**

**March, 1987**

**Chairman : Prof. Benjamin Ernani Diaz**

**Department:** Engineering Post-Graduate School of the  
Federal University of Rio de Janeiro

A rigorous approach making use of a computer program  
for three-dimensional analysis of structures which considers  
the interactions of forces between rails and railway bridge  
structure is presented.

The forces are due to thermal variations and to forces  
caused by trains passing over the structure. The acting  
forces are distributed to the rails and structures by means of  
the ballast which is represented by a constitutive relation  
between relative displacements and applied forces.

## Í N D I C E

PÁG.

<u>CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO</u>	1
<u>CAPÍTULO II - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</u>	6
2.1 Trabalhos referentes a estudos da interação trilho-viaduto .....	6
2.2 Trabalhos utilizados na elaboração do programa de computador e na formulação de seus elementos especiais .....	8
<u>CAPÍTULO III - MODELO PROPOSTO PARA A ANÁLISE</u>	10
<u>CAPÍTULO IV - FORMULAÇÃO DOS ELEMENTOS INTRODUZIDOS NO MODELO</u>	15
4.1 Elemento não linear representando o lastro .....	15
4.2 Elemento representando o aparelho de neoprene ...	19
4.3 Elemento de barra de concreto armado .....	26
<u>CAPÍTULO V - ANÁLISE NÃO LINEAR DO MODELO PROPOSTO</u>	36
<u>CAPÍTULO VI - DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS PARA A ANÁLISE</u>	40
<u>CAPÍTULO VII - EXEMPLOS</u>	50
7.1 Viaduto 1 .....	53
7.2 Viaduto 2 .....	67
7.3 Viaduto 3 .....	76
7.4 Considerações finais sobre os exemplos .....	82

<u>CAPÍTULO VIII - APLICAÇÃO PRÁTICA DO ESTUDO .....</u>	86
8.1 Determinações de esforços nos trilhos .....	86
8.2 Distribuição de esforços nas obras-de-arte .....	87
8.3 Verificação para o caso de ruptura de trilho ....	88
8.4 Verificação à flambagem .....	89
<u>CAPÍTULO IX - CONCLUSÕES .....</u>	90
<u>BIBLIOGRAFIA .....</u>	92
<u>APÊNDICE A - PROGRAMA DE COMPUTADOR .....</u>	94
A.1 <u>Descrição Geral do Programa .....</u>	94
A.1.1 Programa principal - ANSTRUN .....	94
A.1.2 Subrotina CONVER .....	95
A.1.3 Subrotina DADOS .....	95
A.1.4 Subrotina INVERT .....	95
A.1.5 Subrotina CARRE .....	95
A.1.6 Subrotina PERFIL .....	95
A.1.7 Subrotina FORMS .....	96
A.1.8 Subrotina CALRT .....	96
A.1.9 Subrotina CALT .....	96
A.1.10 Subrotina GAUT .....	96
A.1.11 Subrotina INTEGRE .....	96

A.1.12 Subrotina FORMF .....	97
A.1.13 Subrotina CEEQ .....	97
A.1.14 Subrotina CALEEQ .....	97
A.1.15 Subrotina APOIO .....	97
A.1.16 Subrotina RESOL .....	97
A.1.17 Subrotina ESFOR .....	97
A.1.18 Subrotina ERRO .....	98
A.2 <u>DADOS DE ENTRADA</u> .....	99
A.3 <u>LISTAGEM DO PROGRAMA</u> .....	111
<b><u>APÊNDICE B - FORMULAÇÃO DAS MATRIZES DE RIGIDEZ DOS ELEMENTOS ESPECIAIS</u></b> .....	146
B.1 <u>MATRIZ DO ELEMENTO REPRESENTATIVO DO LASTRO</u> .....	146
B.2 <u>MATRIZ DO ELEMENTO DE NEOPRENE</u> .....	147

## CAPÍTULO I

### INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem por objetivo apresentar uma sistemática, com auxílio de um programa de computador, para a análise de estruturas considerando a interação de esforços entre trilhos e estrutura de um viaduto ferroviário.

Devido a existência de trilhos longos contínuos soldados instalados sobre a estrutura de um viaduto, os esforços na estrutura devidos a variação térmica e a esforços exercidos pelo trem, são distribuídos de forma diferente de como seria sem a existência dos trilhos. Consequentemente, os trilhos passam também a absorver esforços provenientes da movimentação da estrutura.

O comportamento do elemento que serve de ligação entre o trilho e a estrutura, que é o lastro, tem grande importância na interação dos esforços e tem sido objeto de vários estudos sobre o assunto.

Os esforços nos trilhos que vai aumentando a medida que o comprimento dilatável do viaduto aumenta, bem como a distribuição de esforços nos viadutos devida à presença de trilhos contínuos, à ocorrência de ruptura de trilho ou à instalação de junta de dilatação nos trilhos, são preocupações mundialmente levantadas em projetos de obras de arte ferroviárias.

Experiências sobre o assunto têm sido realizadas em viadutos ferroviários na Europa medindo-se tensões em vários pontos dos trilhos, deslocamentos relativos entre trilhos e superestrutura, assim como as temperaturas nos trilhos e na superestrutura.

No Brasil também foram realizados alguns estudos e instrumentações em viadutos para analisar o efeito da interação trilho-viaduto.

A Companhia Vale do Rio Doce, realizou instrumentação nos trilhos, juntas e tabuleiros da ponte sobre o rio Cajuapara na estrada de ferro Carajás. Essa ponte tem aproximadamente 600 metros e possui apenas uma junta de dilatação localizada sobre seu pilar central. Dentre os resultados obtidos nessa instrumentação, verificou-se que a movimentação da junta de dilatação introduziu perturbações localizadas no estado de deformação do trilho, aumentando em quase 100% a magnitude das tensões térmicas que agem no trilho na região próxima àquela junta, durante o período de tempo das observações [17].

A Companhia do Metropolitano de São Paulo-Metrô, também realizou estudos desenvolvendo critérios simplificados de cálculo da interação trilho-viaduto e analisou principalmente os efeitos que ocorrem em viadutos isostáticos, devidos à ocorrência de ruptura de trilho [16], [18].

Estudos sobre o assunto também foram realizados para a ENGEFER - Empresa de Engenharia Ferroviária, com a finalidade de analisar os efeitos da interação trilho-viaduto em obras contínuas e obras isostáticas [5] da Ferrovia do Aço.

Para analisar o comportamento do lastro tendo em vista a movimentação do tabuleiro, foi construído um modelo reduzido em madeira, na escala 1:20 do trecho da junta de dilatação do viaduto de maior comprimento dilatável da Ferrovia do Aço, possivelmente mostrando as perturbações que devem ocorrer no lastro quando a abertura da junta se altera devido à variação térmica.

Este modelo está mostrado nas figuras I.1 e I.2. Como se pode notar foram incluídos no modelo os seguintes elementos da superestrutura: laje suporte superior, lastro de brita, dormentes, trilho e chapa de cobrimento da junta. O modelo além disto permite simular a abertura da junta e o seu fechamento, através da movimentação das partes do modelo no sentido longitudinal. Como se pode notar na figura I.2, os trilhos contínuos estão passando sobre a junta. Neste local, para impedir a queda do lastro através da junta foi instalada uma peça simulando uma chapa de aço que serve como transição entre as duas ex-

tremidades do tabuleiro.

Nas figuras I.3 e I.4 são mostrados aspectos do lastro depois que a abertura de junta foi aumentada. Como se pode notar há um assentamento do lastro na zona da junta, já que a dormentação não consegue distribuir o material de lastro na zona da junta. Este afundamento do lastro neste trecho pode ocasionar tensões elevadas nos trilhos já que o apoio efetuado pelo lastro sofreu queda de rigidez neste trecho.



Fig.I.1 - Fotografia do modelo para simulação  
do comportamento do lastro na junta

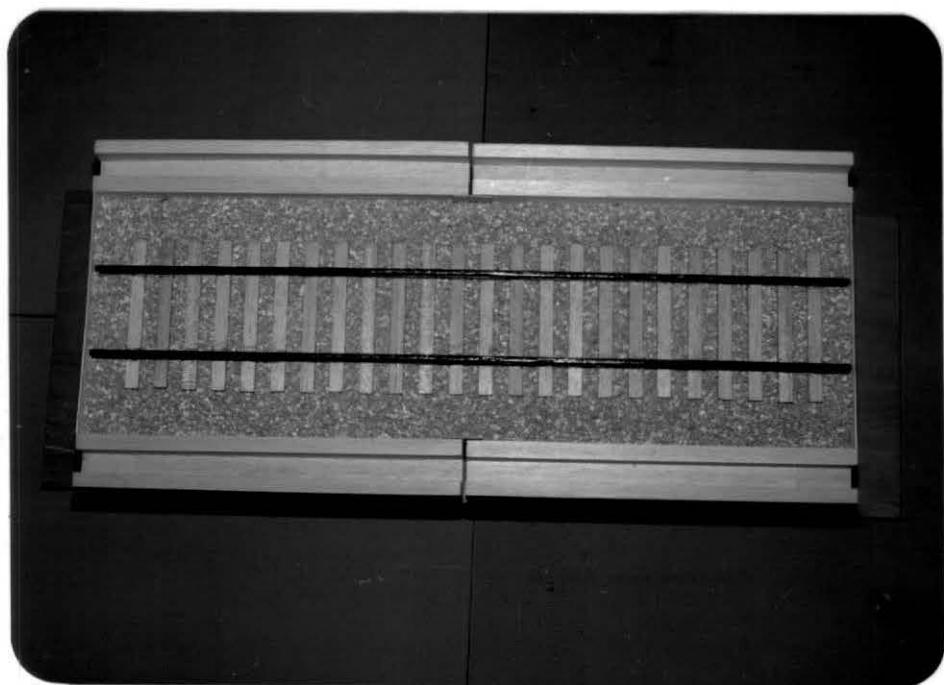


Fig.I.2 - Fotografia do modelo visto de cima  
mostrando a abertura de junta

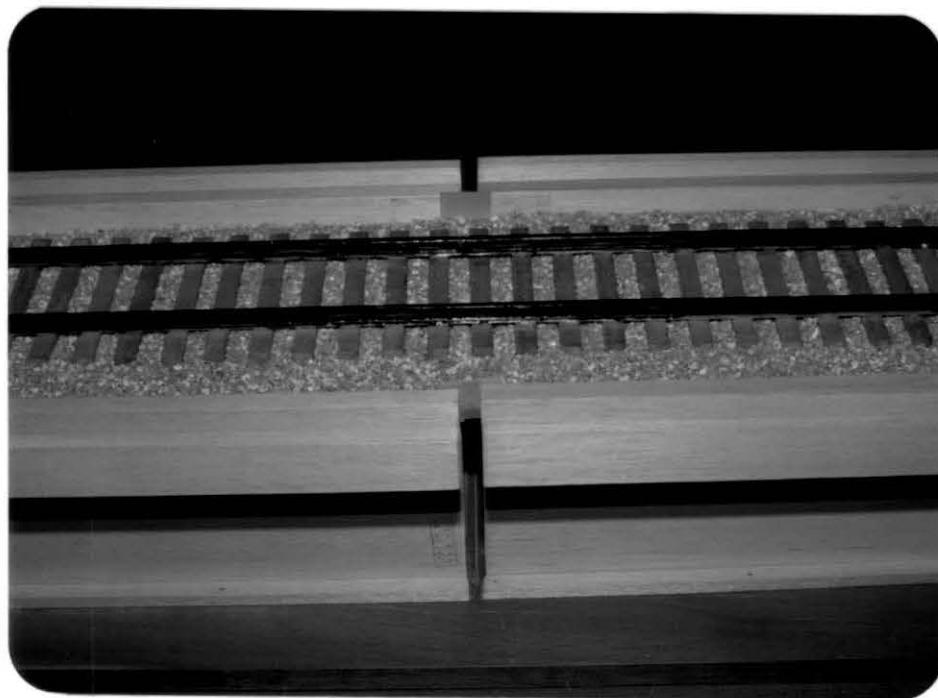


Fig. I.3 - Vista do modelo com a junta aberta



Fig. I.4 - Vista do modelo no sentido longitudinal com a junta aberta e lastro afundado

CAPÍTULO IIREVISÃO BIBLIOGRÁFICA2.1 Trabalhos referentes a estudos de interação trilho-viaduto

Alguns estudos, a partir de modelos matemáticos, apresentam formulações para o cálculo de coeficientes que permitem estabelecer uma relação entre esforços horizontais atuantes nos trilhos e esforços transmitidos para a estrutura [1], [3].

Esses estudos são apresentados para estruturas simples, isostáticas, devido ao fato de que a resolução conjunta da interação trilho-viaduto com a hiperestaticidade da estrutura se tornaria altamente complexa.

As formulações propostas dependem da determinação experimental das relações constitutivas entre deslocamento relativo e força horizontal distribuída para representar as características de transmissão de esforços pelo lastro.

No trabalho elaborado por FRYBA [1], apresenta-se gráfico contendo resultados de determinações experimentais da relação constitutiva do lastro em função dos esforços horizontais distribuídos para diferentes situações de carregamento vertical (fig. II.1). Esse gráfico foi extraído do trabalho de Andreev, V.G. e Glybina, G.K. (*Réponse des poutres des ponts de chemin de fer aux forces longitudinales* - "Transportnoe Stroitelstvo", 1973, nº 5, pags. 42-43).

No trabalho elaborado por KLASSEN [2], apresentam-se curvas simplificadas relacionando esforços horizontais distribuídos-deslocamentos, para diferentes situações de carregamentos verticais (fig. II.2).

Experiências realizadas por engenheiros responsáveis pela Divisão de Obras do Departamento de Obras-de-Arte da Société Nationale de Chemins de Fer, França [3], fornecem valores de ten-

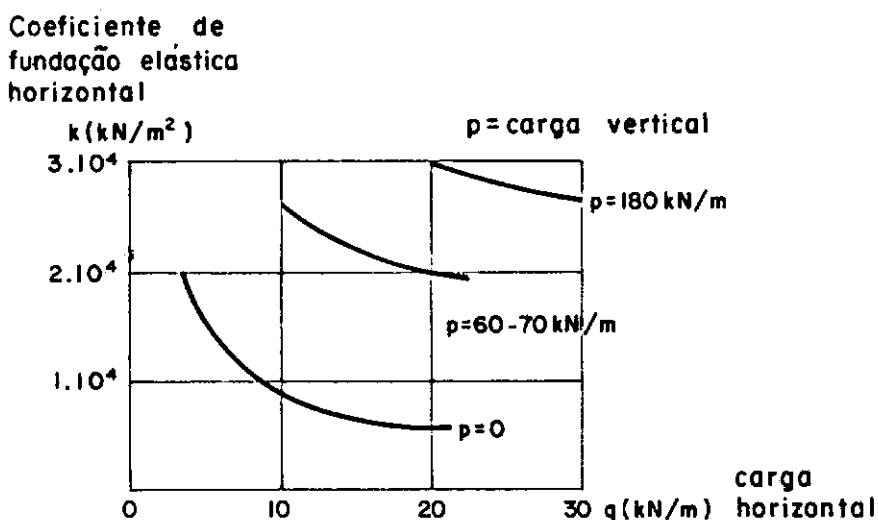


Fig.II.1 - Relação constitutiva do lastro apresentada por FRYBA

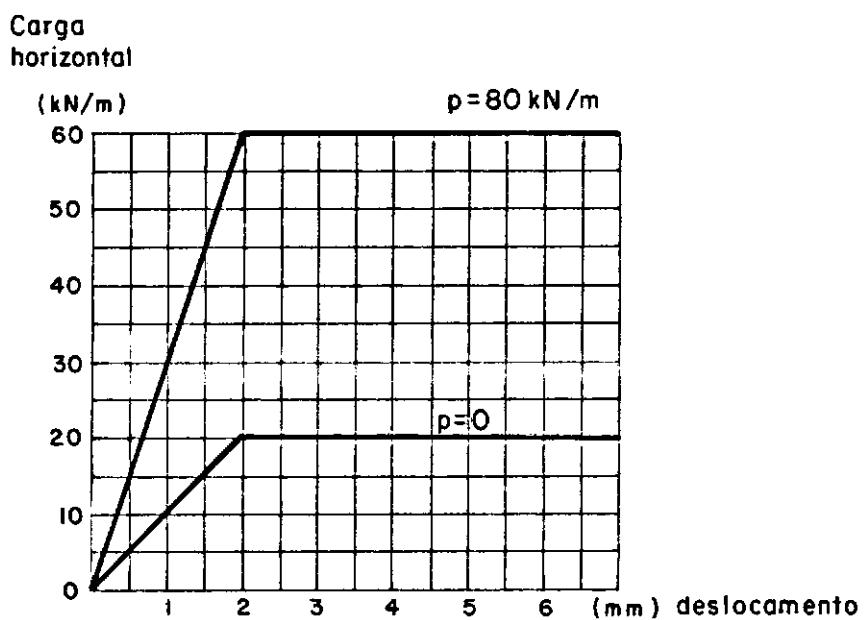


Fig.II.2 - Relação constitutiva do lastro apresentada por KLASSEN.

sões nos trilhos, deslocamentos relativos entre trilhos e superestrutura e variação de temperatura concomitantes nos trilhos e na estrutura. Os resultados experimentais são comparados com resultados obtidos por formulação teórica. Comprimentos dilatáveis máximos para as superestruturas de viadutos são recomendados, a partir dos quais, os trilhos devem ter juntas de dilatação.

Em [4], são apresentados aparelhos de dilatação de trilhos recomendados para diferentes velocidades máximas dos trens, bem como dispositivos para conter o lastro nas juntas de dilatação.

## 2.2 Trabalhos utilizados na elaboração do programa de computador e na formulação de seus elementos especiais

Para a elaboração do programa de computador que permite a análise do conjunto trilho-lastro-estrutura, foi desenvolvido primeiramente um programa de análise linear espacial utilizando-se de orientações do trabalho de SORIANO [6] e WEAVER [7].

A resolução do sistema de equações é feita pelo método de Cholesky e os termos da matriz de rigidez da estrutura no sistema global são armazenados num vetor por colunas e pelo método conhecido como "sky line".

Nesta fase ainda, foi estudado um elemento especial para representar os aparelhos de apoio de neoprene. Os termos da matriz de rigidez desse elemento foram desenvolvidos a partir de expressões teóricas deduzidas no trabalho de COURBON [9].

Na fase de análise não linear, foram estudados outros elementos especiais para poder representar o lastro e a estrutura de concreto armado no estado fissurado.

Os termos da matriz de rigidez do elemento de concreto armado foram obtidos através do trabalho de SCHULZ e DIAZ [8]. Neste trabalho foi apresentada a matriz de rigidez secante acoplada, proposta por BERTRAND [19], para elementos lineares de concreto

armado.

Essa matriz é constituída de expressões simples e fechadas, dispensando-se integração numérica.

## CAPÍTULO III

### MODELO PROPOSTO PARA A ANÁLISE

Para que se possa fazer uma análise bastante ampla do problema, incluindo todos os esforços que possam atuar numa estrutura e levar em consideração a existência do trilho, lastro e estrutura, a utilização de um programa de computador se torna imprescindível.

O modelo proposto para representar a estrutura, é constituído por um pórtico espacial com 6 graus de liberdade por nó e por vários tipos de elementos: barras elásticas, elementos com extremidades rígidas, elementos representando o lastro, aparelhos de neoprene, fundações e barras de concreto armado. A análise será não linear, quanto ao comportamento não linear dos materiais, não sendo considerado o comportamento não linear geométrico neste trabalho.

O programa assim proposto, permite estudar o comportamento da estrutura sujeita aos esforços atuantes na direção longitudinal de um viaduto (efeitos de temperatura e frenagem) aos atuantes na direção transversal (efeitos de força centrífuga e vento) e aos esforços verticais de peso próprio e cargas móveis.

Para que se possa considerar os esforços nos pontos corretos, sem hipóteses simplificadoras relativas a distâncias entre centros de gravidade dos elementos que compõem a estrutura, foi criado um elemento de geometria que consiste em efetuar a translação dos esforços como corpo rígido.

Esse elemento contém um trecho rígido em cada uma das extremidades, podendo o trecho interno ser um elemento elástico constituído por barra ou representado por matriz de rigidez ou flexibilidade, um elemento de aparelho de neoprene ou ainda um elemento não linear de lastro.

O elemento está representado na figura (III.1) e a matriz de translação utilizada é a seguinte:

$$[T] = \left[ \begin{array}{cccccc|cccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & c & -b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -c & 0 & a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & b & -a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & f & e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -e & d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \quad (\text{III.1})$$

onde  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$ ,  $f$  são distâncias definidas na fig. (III.1).

A matriz de rigidez local do elemento do trecho interno é transformada para o sistema global, através da expressão

$$[S_G] = [T^T] \cdot [R^T] \cdot [S_L] \cdot [R] \cdot [T] \quad (\text{III.2})$$

sendo:

$[S_G]$  = matriz de rigidez no sistema global do elemento completo

$[T^T]$  = matriz de translação transposta

$[R^T]$  = matriz de rotação transposta (ver [7])

$[S_L]$  = matriz de rigidez no sistema local do elemento interno

O elemento com extremidades rígidas também permite representar um bloco rígido sobre estacas em que se considera o primeiro trecho rígido de comprimento nulo, o trecho intermediário uma barra (representando a estaca ou simplesmente sua matriz de rigidez ou flexibilidade que pode ser calculada considerando os parâmetros do solo [15]) e o trecho final, rígido ligando o topo das estacas ao centro da seção do pilar na sua base.

A fundação também pode ser representada diretamente por uma matriz de rigidez compreendendo o conjunto bloco rígido-estacas. Nesse caso, a matriz de rigidez é fornecida juntamente com os dados que definem um apoio, e pode ser calculada previamente

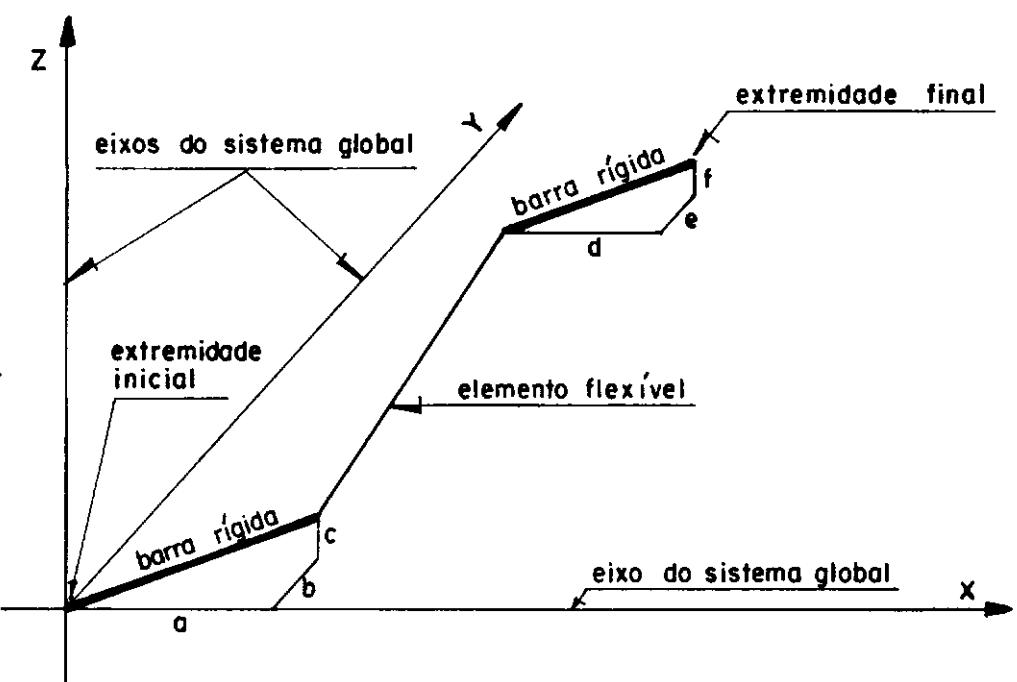


Fig. III. 1 - Elemento de geometria

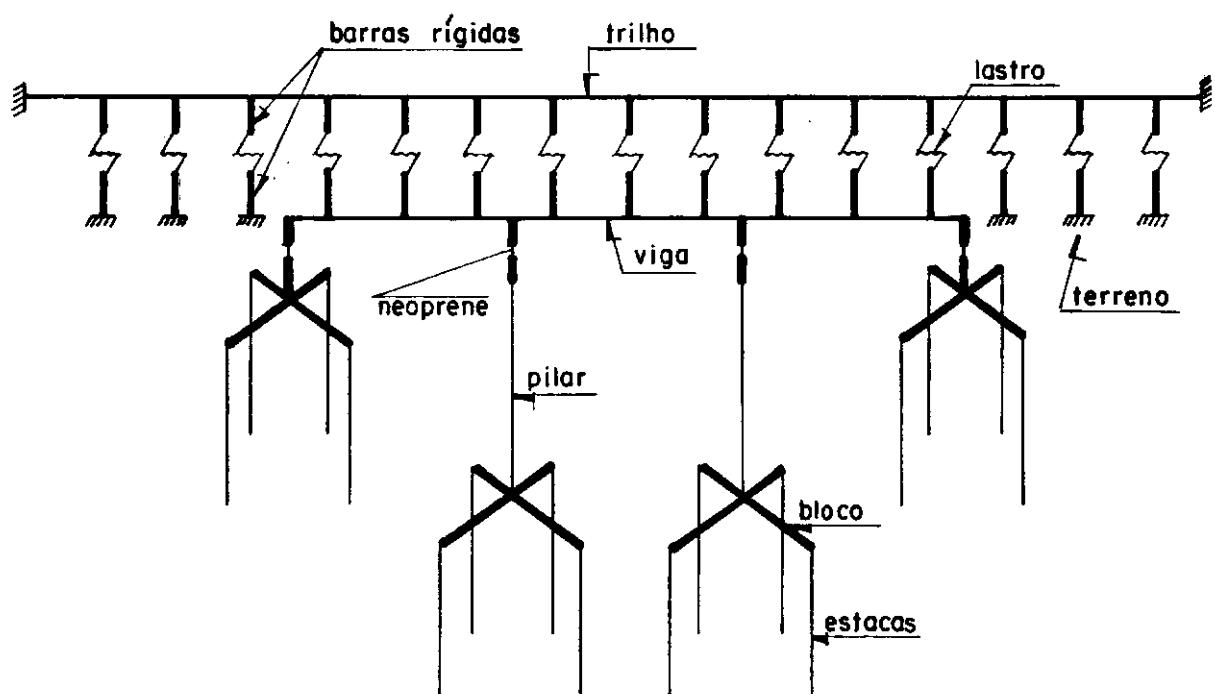


Fig. III. 2 - Exemplo de modelo proposto para a análise da interação trilho-viaduto

pelo próprio programa através de aplicação de esforços unitários num modelo representando apenas o bloco com as estacas.

Os elementos de aparelho de neoprene, lastro e barras de concreto armado, serão apresentados nos capítulos seguintes.

O modelo proposto para a análise da interação trilho-viaduto, engloba as seguintes partes:

- Viaduto completo com fundação, pilares, aparelhos de neoprenos se houver e superestrutura.

- Lastro, fazendo a ligação não linear entre a estrutura e o trilho.

- Trilho, representado por elementos de barra e compreendendo uma extensão equivalente ao comprimento do viaduto mais um trecho adicional de cada lado com comprimento que represente a continuidade do trilho além do viaduto (fig. III.2).

O comprimento desse trecho deve ser no mínimo o comprimento necessário para absorver os esforços de variação de temperatura e pode ser calculado conforme segue.

Uma variação de temperatura  $\Delta t$ , induz a uma variação de deformação específica  $\epsilon$ . Sendo  $\alpha$  o coeficiente de dilatação térmica do trilho, que pode ser considerado igual a  $1,15 \cdot 10^{-5} K^{-1}$  a deformação específica será:

$$\epsilon = \alpha \cdot \Delta t \quad (\text{III.3})$$

A tensão em função da variação da temperatura será:

$$\sigma = E \cdot \epsilon = E \cdot \alpha \cdot \Delta t \quad (\text{III.4})$$

sendo  $E$  o módulo de elasticidade do aço do trilho.

Assim a força a ser absorvida será:

$$F = \sigma \cdot A = E \cdot A \cdot \alpha \cdot \Delta t \quad (\text{III.5})$$

sendo A a área dos dois trilhos que compreendem uma via.

Esse esforço dividido pela força máxima por unidade de comprimento absorvida pelo sistema dormente-lastro para uma via descarregada resultará no comprimento procurado.

O comprimento de ancoragem nos casos usuais de vias brasileiras, é da ordem de 100 metros.

CAPÍTULO IVFORMULAÇÃO DOS ELEMENTOS INTRODUZIDOS NO MODELO4.1 Elemento não linear representando o lastro

Para representar o comportamento do lastro, foi desenvolvido um elemento de características não lineares, relacionando esforço com deslocamento. Como a transferência das variações dos esforços dos trilhos é feita no modelo real de forma discreta, preferiu-se representar o lastro através de barras verticais convenientemente espaçadas no sentido longitudinal do via-duto.

O modelo é constituído, como mostra a figura (IV.3), por:

a - um elemento rígido com comprimento finito no caso geral.

b - um elemento não linear com desacoplamento integral entre os 6 graus de liberdade e com comprimento nulo.

c - um elemento rígido com comprimento finito no caso geral.

As relações constitutivas deste elemento são definidas através de seis curvas, de forma que cada uma delas represente as relações entre esforços e deslocamentos generalizados para cada um dos seis graus de liberdade de um nó numa estrutura espacial.

Na matriz de rigidez local do elemento, as relações entre os esforços generalizados e deslocamentos generalizados dessas curvas multiplicadas pelo comprimento de influência, representam os valores da diagonal das linhas 7 a 12.

Por condições de equilíbrio, a matriz é completada montando-se os termos restantes da diagonal principal e os demais termos necessários ao equilíbrio conforme figura (IV.1) e Apêndice B.

S(1,1)						S(1,7)						
	S(2,2)						S(2,8)					
		S(3,3)						S(3,9)				
.			S(4,4)						S(4,10)			
				S(5,5)						S(5,11)		
					S(6,6)						S(6,12)	
S(7,1)						S(7,7)						
	S(8,2)						S(8,8)					
		S(9,3)						S(9,9)				
			S(10,4)						S(10,10)			
				S(11,5)						S(11,11)		
					S(12,6)						S(12,12)	

Fig.IV. 1 - Matriz de rigidez do elemento não linear de lastro

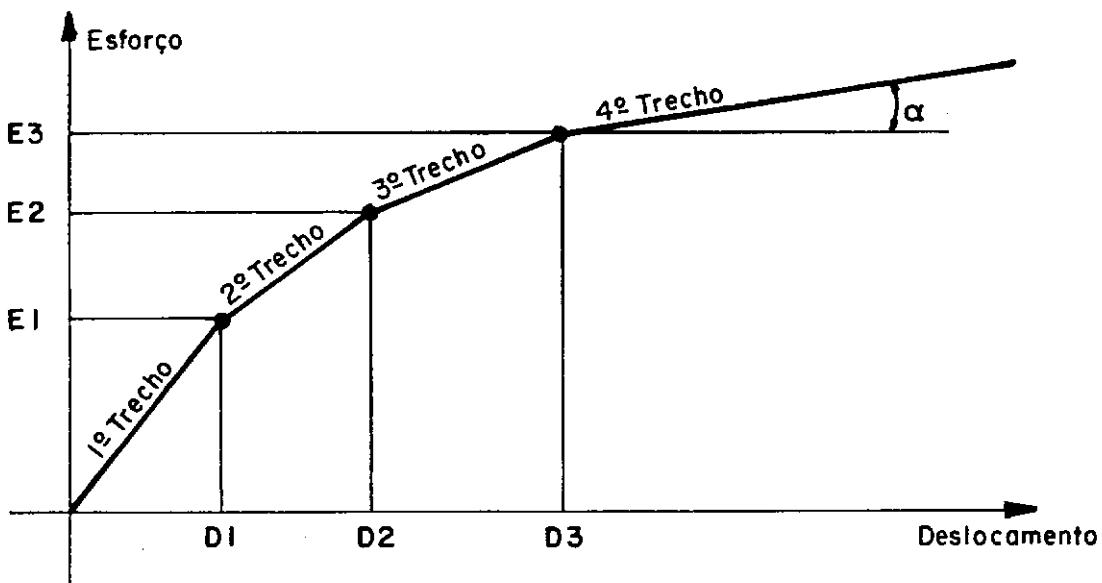


Fig.IV. 2 - Curva esforço - deslocamento do elemento não linear de lastro

Cada uma das curvas que relacionam os esforços com deslocamentos é formada por quatro segmentos de reta como mostrado na figura (IV.2), de forma que o último segmento se extende indefinidamente.

O final dos três primeiros segmentos é definido por um par de valores representando a força e o deslocamento respectivo. O quarto segmento é definido pela tangente do ângulo formado entre a reta e a horizontal.

Para a montagem da matriz de rigidez secante no sistema local, na primeira vez em que será analisada a estrutura (primeira iteração), é utilizada como valor da rigidez do elemento para cada um dos graus de liberdade, a tangente do ângulo formado pelo primeiro segmento de cada uma das curvas e a horizontal.

Nas iterações sucessivas, o valor da rigidez do elemento é calculado da seguinte forma:

Determinam-se os deslocamentos nas extremidades internas do elemento no sistema local, através da multiplicação

$$[RD] = [R] \cdot [T] \cdot [D] \quad (\text{IV.1})$$

sendo:

$[RD]$  = deslocamentos dos nós extremos internos do elemento no sistema local (vetor  $1 \times 6$ ).

$[R]$  = matriz de rotação (matriz  $6 \times 6$ ) (ver [7])

$[T]$  = matriz de translação (matriz  $6 \times 6$ ) (Eq. III.1)

$[D]$  = deslocamento dos nós extremos do elemento no sistema global (vetor  $1 \times 6$ ).

O valor absoluto da diferença entre os deslocamentos dos nós internos para cada direção representa o deslocamento relativo de cada um dos graus de liberdade do elemento. Os valores dos esforços correspondentes, em cada curva, divididos por esses deslocamentos, formam as respectivas riquezas secantes (Fig. V.2).

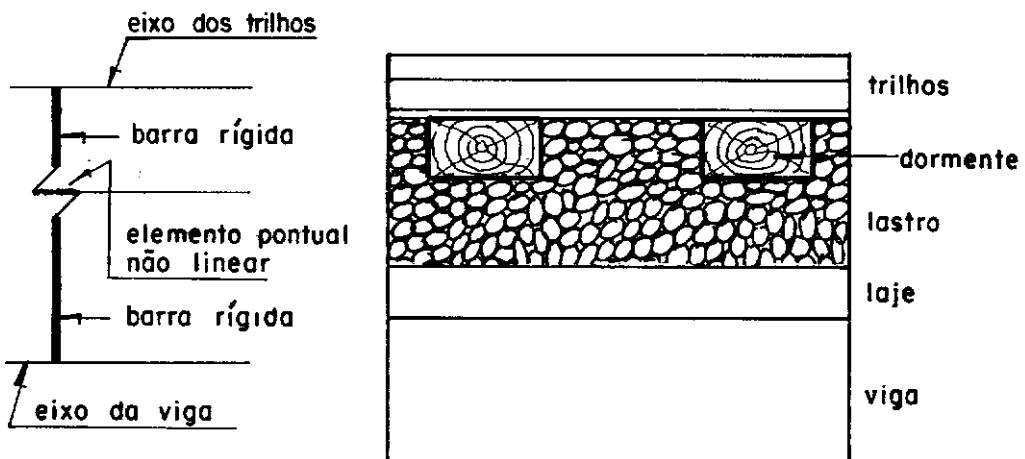


Fig. IV. 3 - Modelo para representação do lastro

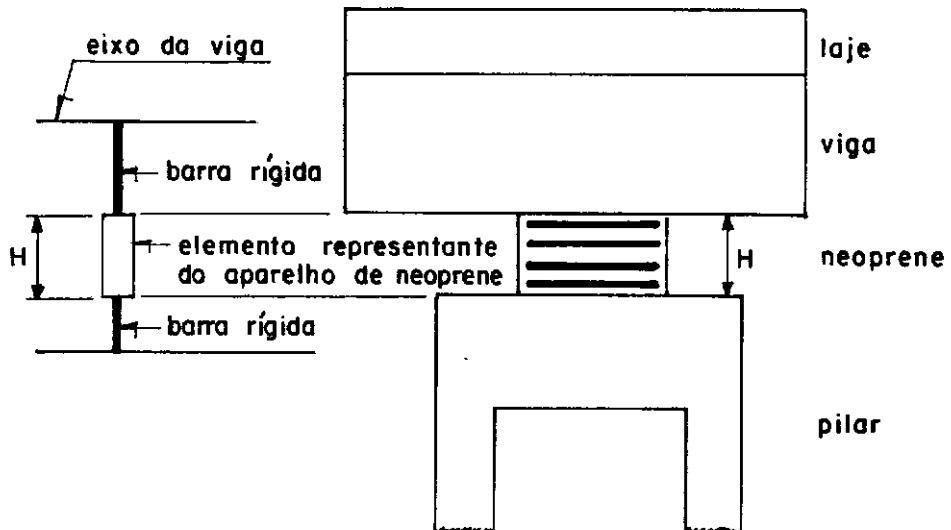


Fig. IV. 4 - Modelo para representação do aparelho de neoprene

#### 4.2 Elemento representando o aparelho de neoprene

Para representar os aparelhos de apoio de neoprene, foi desenvolvido um elemento de comprimento finito, cuja matriz de rigidez foi montada a partir das expressões para deslocamentos e rotações obtidas por COURBON [9] para almofadas de neoprene fretadas.

O termo referente aos efeitos axiais da matriz de rigidez foi determinado a partir da expressão relacionando o deslocamento com tensão, para uma camada de neoprene:

$$Z = C_4 \frac{e^3}{2.a^2.E} \cdot \sigma \quad (\text{IV.2})$$

com,

$Z$  = deslocamento axial relativo entre extremidades

$C_4$  = coeficiente dependente das dimensões e do coeficiente de compressibilidade do neoprene

$E$  = módulo de elasticidade do neoprene

$\sigma$  = tensão axial

Os demais parâmetros estão definidos na figura (IV.5).

Da expressão (IV.2), obtém-se:

$$\epsilon = \frac{Z}{e} = C_4 \frac{\sigma e^2}{2.a^2.E} \quad (\text{IV.3})$$

$$E_{\text{equ}} = \frac{2.a^2}{C_4 \cdot e^2} E \quad (\text{IV.4})$$

Com o coeficiente de Poisson igual a 0,5, tem-se:  
 $E = 3.G$  (IV.5)

A rigidez axial de uma camada de neoprene é:

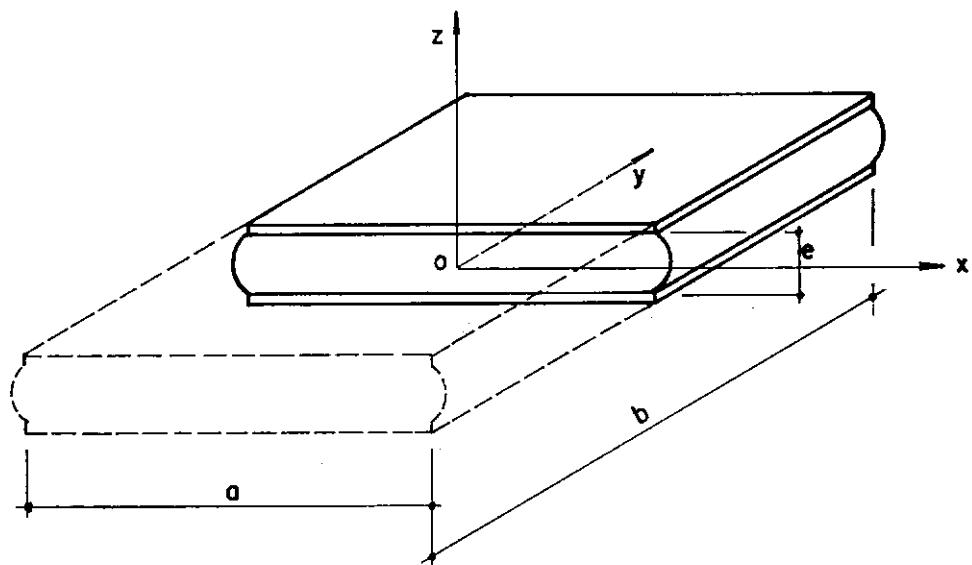


Fig. IV. 5 - Aparelho de neoprene sob ação de carga axial.

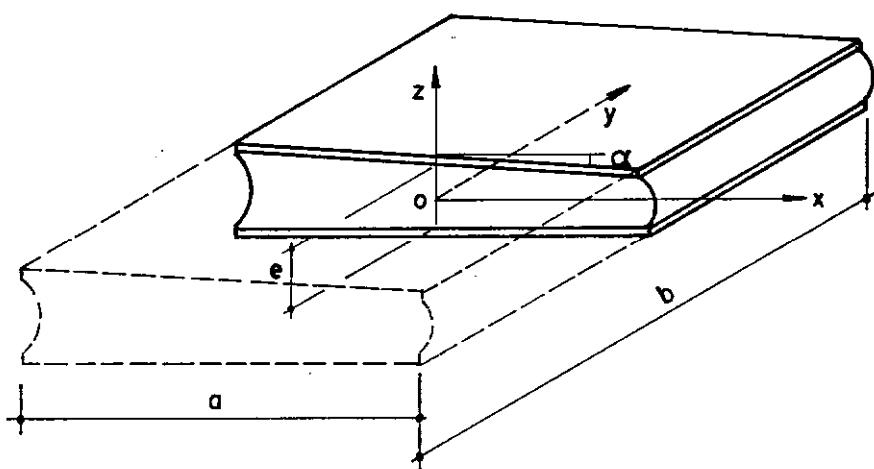


Fig.IV. 6 - Aparelho de neoprene sob ação de momento fletor.

$$S_{\text{axial}} = \frac{E_{\text{equ}.a.b}}{e} = \frac{6.G.b.a^3}{C_4 \cdot e^3} \quad (\text{IV.6})$$

Para aparelhos de neoprene com  $n$  camadas, a expressão acima deve ser dividida por  $n$ , assim:

$$S(1,1) = \frac{6.G.b.a^3}{n.C_4 \cdot e^3} \quad (\text{IV.7})$$

sendo

$S(1,1)$  um termo da matriz de rigidez.

O valor de  $C_4$  foi determinado a partir da expressão:

$$C_4 = \frac{\pi^4}{16} \cdot \frac{1}{\sum_{1,3}^{\infty} \frac{1}{R^2 \cdot n^4} \left(1 - \frac{2.a}{R.n.\pi.b} \tanh R \cdot \frac{n.\pi.b}{2.a}\right)} \quad (\text{IV.8})$$

com,

$$R^2 = 1 + c \frac{4.a^2.E}{e^2.n^2.\pi^2} \quad (\text{IV.9})$$

Considerando-se o coeficiente de compressibilidade do neoprene  $c$  igual a zero, o coeficiente  $C_4$ , pode ser calculado em função da razão  $b/a$ .

A partir desses valores calculados, procurou-se adotar equação que pudesse representá-los aproximadamente.

Foi escolhida uma equação do tipo:

$$y \doteq \frac{a}{\sqrt{x}} + \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2} + \frac{d}{x^3} + e \quad (\text{IV.10})$$

Com 5 pontos particulares, resolveu-se um sistema de equações, obtendo-se:

$$C_4 = \frac{77,7631}{\sqrt{x}} - \frac{153,0153}{x} + \frac{110,681}{x^2} - \frac{27,2088}{x^3} + 6 \quad (\text{IV.11})$$

sendo  $x = b/a$ .

O valor mais discrepante dessa representação, que foi para a relação  $b/a = 40$ , situação não usual, distanciou-se do valor correto 2,8%. Os demais valores ficaram com discrepâncias inferiores a 1,0%.

Os termos da matriz de rigidez relacionando os esforços horizontais e momentos fletores em cada direção foram determinados a partir da expressão relacionando momento com rotação, para uma camada de neoprene (figura IV.6):

$$M = \frac{C_3 \cdot E \cdot a^5 \cdot b}{8 \cdot e^3} \alpha \quad (\text{IV.12})$$

Comparando-se com a expressão do momento em função da rotação para barra elástica engastada na base e com momento no topo:

$$M = \frac{E \cdot J_{\text{equ}}}{e} (2\alpha) \quad (\text{IV.13})$$

tem-se

$$J_{\text{equ}} = \frac{C_3 \cdot a^5 \cdot b}{16 \cdot e^2} \quad (\text{IV.14})$$

Através da expressão (IV.14) e dos termos da matriz de rigidez elástica considerando o efeito de cisalhamento [7], tem-se para aparelhos de neoprene com  $n$  camadas:

$$S(2,2) = \frac{E \cdot J_{\text{equ}} \cdot 12}{(1+2g) \cdot n^3 \cdot e^3} = \frac{9 \cdot G \cdot C_3 \cdot a^5 \cdot b}{4 \cdot (1+2g) \cdot n \cdot e^5} \quad (\text{IV.15})$$

$$S(2,6) = \frac{E \cdot J_{\text{equ}} \cdot 6}{(1+2g) \cdot n^2 \cdot e^2} = \frac{9 \cdot G \cdot C_3 \cdot a^5 \cdot b}{8 \cdot (1+2g) \cdot n^2 \cdot e^4} \quad (\text{IV.16})$$

$$\begin{aligned}
 S(6.6) &= \frac{E \cdot J_{equ} \cdot 4}{(1 + 2g) \cdot n \cdot e} \cdot \left(1 + \frac{g}{2}\right) = \\
 &= \frac{3 \cdot G \cdot C_3 \cdot a^5 \cdot b}{4 \cdot (1+2g) \cdot n \cdot e^3} \left(1 + \frac{g}{2}\right) \quad (\text{IV.17})
 \end{aligned}$$

com

$$g = \frac{6 \cdot E \cdot J_{equ}}{G \cdot a \cdot b \cdot n^2 \cdot e^2} = \frac{9 \cdot C_3 \cdot a^4}{8 \cdot n^2 \cdot e^4} \quad (\text{IV. 18})$$

O valor de  $C_3$  foi determinado a partir da expressão:

$$C_3 = \frac{4}{\pi^4} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{S^2 \cdot n^4} \left(1 - \frac{a}{S \cdot n \cdot \pi \cdot b} \tanh S \frac{n \cdot \pi \cdot b}{a}\right) \quad (\text{IV.19})$$

com

$$S^2 = 1 + \frac{c \cdot E \cdot a^2}{e^2 \cdot n^2 \cdot \pi^2} \quad (\text{IV.20})$$

Da mesma forma que para o coeficiente  $C_4$ , considerando-se o coeficiente de compressibilidade  $c$  igual a zero, o coeficiente  $C_3$ , pode ser calculado em função da razão  $b/a$ .

Representando-se o coeficiente através de uma equação do tipo apresentado em (IV.10), obteve-se:

$$C_3 = -\frac{0,000302}{\sqrt{x}} - \frac{0,012679}{x} - \frac{0,001260}{x^2} + \frac{0,000736}{x^3} + 0,044444 \quad (\text{IV.22})$$

sendo  $x = b/a$

O valor mais discrepante dessa representação, que foi também para a relação  $b/a = 40$ , distanciou do valor correto 8,2 por mil. Os demais valores ficaram com discrepâncias inferiores a 1,0 por mil.

Para os termos da matriz de rigidez na direção perpendicular àquela já considerada, as mesmas expressões são válidas ob-

servando-se apenas a inversão dos valores de  $a$  com  $b$ .

O termo de torção, foi determinado pela expressão:

$$S(4,4) = \frac{G \cdot J_T}{n.e} \quad (\text{IV.22})$$

com

$$J_T = \eta \cdot a^3 \cdot b \quad (\text{IV. 23})$$

O valor de  $\eta$  é obtido aproximadamente por:

$$\eta = \frac{1}{3} - 0,21 \frac{a}{b} \left( 1 - \frac{1}{12} \left( \frac{a}{b} \right)^4 \right) \quad (\text{IV.24})$$

para  $a < b$

Através dos termos já determinados, compõe-se a matriz completa  $12 \times 12$  para o elemento espacial (ver Fig. IV.7).

Comparando-se os resultados obtidos pela expressão (IV.15) para esforço horizontal devido a deslocamento unitário na mesma direção, com a expressão usualmente utilizada para aparelhos de neoprene:

$$S(2,2)_{\text{aprox.}} = \frac{G \cdot a \cdot b}{n \cdot e} \quad (\text{IV. 25})$$

chegou-se a valores praticamente iguais.

Isso explica a simplificação utilizada na expressão (IV. 25) e a determinação experimental do módulo de elasticidade transversal  $G$  em que se usa esta expressão.

Os demais termos da matriz de rigidez local para o elemento representando o aparelho de neoprene estão indicados na figura (IV. 7), e no Apêndice B, e são obtidos por relações triviais de conhecimento geral.

A figura (IV . 4) mostra o elemento de aparelho de neoprene de comprimento finito, unido a bases de rigidez infinita.

$S(1,1)$						$-S(1,1)$				
	$S(2,2)$				$S(2,6)$		$-S(2,2)$			$S(2,6)$
		$S(3,3)$		$S(3,5)$				$-S(3,3)$		$S(3,5)$
			$S(4,4)$						$-S(4,4)$	
				$S(5,5)$				$-S(3,5)$		$S(5,11)$
					$S(6,6)$		$-S(2,6)$			$S(6,12)$
<b>SIMÉTRICA</b>					$S(1,1)$					
						$S(2,2)$				$-S(2,6)$
							$S(3,3)$		$-S(3,5)$	
								$S(4,4)$		
									$S(5,5)$	
										$S(6,6)$

Fig. IV. 7 - Matriz de rigidez do elemento representativo do aparelho de neoprene.

#### 4.3 Elemento de barra de concreto armado

Para analisar o comportamento não linear de barra de concreto armado, foi desenvolvido um elemento especial utilizando-se a orientação apresentada no trabalho de SCHULZ e DIAZ [8].

Esse tipo de elemento foi implantado neste trabalho, para seção transversal retangular cheia ou vazada e para armaduras iguais em faces opostas com aço do tipo A ou B conforme figura (IV. 8).

O cálculo dos termos da matriz de rigidez do elemento, é feito de forma diferente quando se trata da primeira iteração da resolução global da estrutura do que quando se trata das iterações sucessivas.

Na primeira iteração, os termos do elemento de barra são obtidos pelo procedimento usual considerando-se apenas as características geométricas da seção constituída pelo concreto e pela armadura.

Nesta fase já se divide a seção de concreto em 120 partes, tanto na seção vazada quanto na cheia e arquiva-se para cada parte, sua área e par de coordenadas. A armadura é considerada subdividida em 100 partes, e da mesma forma, arquiva-se para cada parte, sua área e par de coordenadas. Este procedimento é igual àquele adotado por GALGOUL [14].

Os termos da matriz de rigidez na primeira iteração consideram também a parcela de área de cada parte em que a armadura total é subdividida e a sua inércia em relação aos eixos de referência da seção. Para a rigidez a torção, a armadura não é considerada.

Nas iterações sucessivas, é adotado a seguinte sequência de cálculo (ver Figura V.3):

a) Determinam-se através dos esforços nas duas extremidades do elemento obtido pela iteração anterior, os esforços mé-

dios da força normal, momento fletor na direção y local e momento fletor na direção z local.

b) Calculam-se as deformações de partida  $\epsilon_0$ ,  $k_y$  e  $k_z$  que são, respectivamente, a deformação longitudinal e as curvaturas em torno do eixo y e z local do elemento.

$$\epsilon_0 = \frac{N_x}{E \cdot A} \quad (\text{IV. } 26)$$

$$k_y = \frac{M_y}{E \cdot I_y} \quad (\text{IV. } 27)$$

$$k_z = \frac{M_z}{E \cdot I_z} \quad (\text{IV. } 28)$$

sendo  $N_x$ ,  $M_y$  e  $M_z$ , os esforços médios calculados no item anterior.

c) Calculam-se os esforços resistentes no elemento em função das deformações acopladas

$$\epsilon = \epsilon_0 + k_y \cdot z - k_z \cdot y \quad (\text{IV. } 29)$$

A matriz é dita acoplada pois os esforços normais dependem das rotações e os momentos também estão associados a deslocamentos axiais.

A interação esforço normal-momento fletor é então considerada na formulação da matriz de rigidez.

Para cada elemento do concreto e do aço da seção é determinada sua tensão considerando-se os diagramas tensão-deformação apresentados no CÓDIGO MODELO [11] e representados nas figuras (IV. 9), (IV. 10) e (IV. 11).

Para o concreto, utilizou-se a curva parábola-retângulo, com a seguinte equação da tensão  $\sigma_c$  e módulo tangente  $E_c^T$  para o trecho da parábola ( $\epsilon$  entre -0,002 e 0).

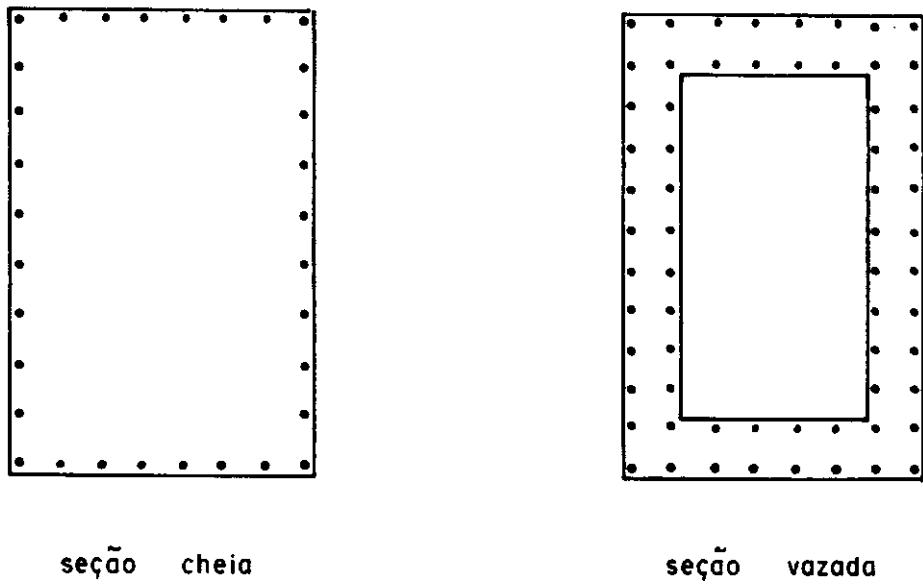


Fig. IV.8 - Seção transversal do elemento de concreto armado

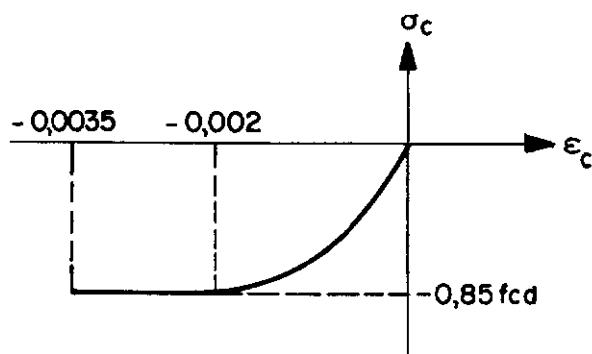


Fig. IV. 9 - Diagrama tensão-deformação para o concreto

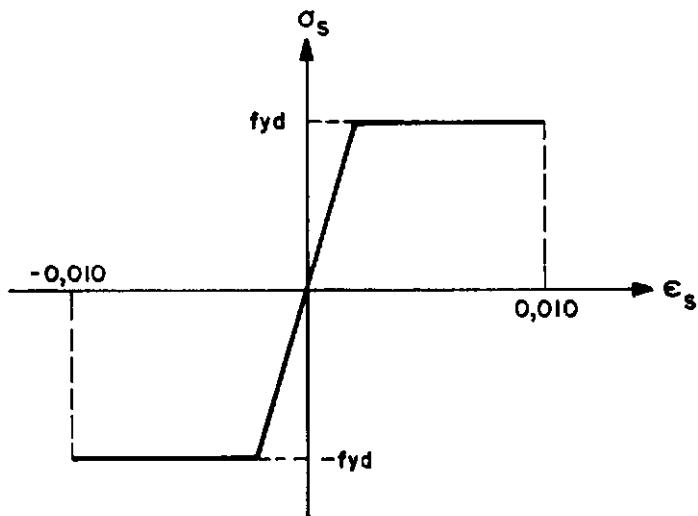


Fig. IV.10 - Diagrama tensão-deformação para o aço tipo A

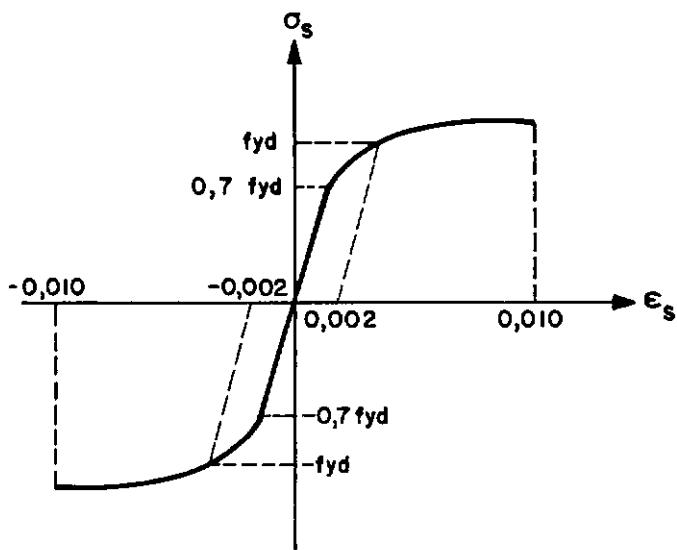


Fig. IV.11 - Diagrama tensão-deformação para o aço tipo B

$$\sigma_c = -1000 \cdot 0,85 \cdot f_{cd} \cdot \epsilon \cdot (250 \cdot \epsilon + 1) \quad (\text{IV. 30})$$

e

$$E_c^T = -1000 \cdot 0,85 \cdot f_{cd} \cdot (500 \cdot \epsilon + 1) \quad (\text{IV. 31})$$

com

$f_{cd}$  = resistência de cálculo do concreto.

Para o aço tipo B, no trecho de deformação entre  $0,7 \epsilon_{yd}$  e  $\epsilon_{ydt}$ , utiliza -se a equação

$$\epsilon_s = \frac{\epsilon_s}{2 \cdot 10^5} + 0,823 \left[ \frac{\sigma_s}{f_{ykt}} - 0,7 \right]^5 \quad (\text{IV. 32})$$

que é resolvida implicitamente através do processo iterativo de Newton-Raphson.

sendo,

$f_{ykt}$  = tensão característica do aço à tração.

Os esforços na seção média do elemento são finalmente obtidos através da integração numérica

$$N_x = \sum_{i=1}^{120} \sigma_c(i) \cdot A_c(i) + \sum_{i=121}^{220} \sigma_s(i) \cdot A_s(i) \quad (\text{IV. 33})$$

$$M_y = \sum_{i=1}^{120} \sigma_c(i) \cdot z(i) \cdot A_c(i) + \sum_{i=121}^{220} \sigma_s(i) \cdot z(i) \cdot A_s(i) \quad (\text{IV. 34})$$

$$M_z = \sum_{i=1}^{120} \sigma_c(i) \cdot y(i) \cdot A_c(i) - \sum_{i=121}^{220} \sigma_s(i) \cdot y(i) \cdot A_s(i) \quad (\text{IV. 35})$$

com os índices c e s indicando respectivamente as partes de concreto e de aço.

d) Verifica-se a convergência dos esforços determinados através da expressão:

$$\frac{(\Delta N_x)^2 + (\Delta M_y)^2 + (\Delta M_z)^2}{N_x^2 + M_y^2 + M_z^2} \leq 0,05 \quad (\text{IV. 36})$$

sendo

$\Delta N_x$  = diferença do esforço normal em relação ao obtido na iteração anterior.

$\Delta M_y$  = diferença do momento  $M_y$  em relação ao obtido na iteração anterior.

$\Delta M_z$  = diferença do momento  $M_z$  em relação ao obtido na iteração anterior.

A tolerância adotada foi de  $\sqrt{5\%}$  no erro.

e) Caso não tenha havido convergência satisfatória, calculam-se novas deformações em função dos esforços obtidos, através da resolução do seguinte sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N_x}{\partial \epsilon_0} & \frac{\partial N_x}{\partial k_y} & \frac{\partial N_x}{\partial k_z} \\ \frac{\partial M_y}{\partial \epsilon_0} & \frac{\partial M_y}{\partial k_y} & \frac{\partial M_y}{\partial k_z} \\ \frac{\partial M_z}{\partial \epsilon_0} & \frac{\partial M_z}{\partial k_y} & \frac{\partial M_z}{\partial k_z} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \epsilon_0 \\ \Delta k_y \\ \Delta k_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta N_x \\ \Delta M_y \\ \Delta M_z \end{bmatrix} \quad (\text{IV. 37})$$

Resolvendo-se o sistema, as novas deformações estimativas dos parâmetros  $\epsilon_0$ ,  $k_y$  e  $k_z$ , passam a ser:

$$\epsilon_{0N} = \epsilon_0 + \Delta \epsilon_0$$

$$k_{yN} = k_y + \Delta k_y \quad (\text{IV. 38})$$

$$k_{zN} = k_z + \Delta k_z$$

Volta-se à sequência de cálculo (c) e (d) até que se obtenha a convergência desejada. Esse processo iterativo converge rapidamente fornecendo as deformações e tensões ao longo da seção submetida à flexão oblíqua.

As derivadas parciais são calculadas conjuntamente com as tensões integrando numericamente ao longo das áreas-parcelas em que o elemento é dividido e através das expressões:

$$\frac{\partial N_x}{\partial \epsilon_0} = \sum_{i=1}^{120} E_c^T(i) \cdot A_c(i) + \sum_{i=121}^{220} E_s^T(i) \cdot A_s(i)$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial k_y} = \frac{\partial N_x}{\partial k_y} = \sum_{i=1}^{120} E_c^T(i) \cdot z(i) \cdot A_c(i) - \sum_{i=121}^{220} E_s^T(i) \cdot z(i) \cdot A_s(i)$$

$$\frac{\partial M_z}{\partial k_z} = \frac{\partial N_x}{\partial k_z} = \sum_{i=1}^{120} E_c^T(i) \cdot y(i) \cdot A_c(i) - \sum_{i=121}^{220} E_s^T(i) \cdot y(i) \cdot A_s(i)$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial k_y} = \sum_{i=1}^{120} E_c^T(i) \cdot z(i)^2 \cdot A_c(i) + \sum_{i=121}^{220} E_s^T(i) \cdot z(i)^2 \cdot A_s(i)$$

$$\frac{\partial M_y}{\partial k_z} = \frac{\partial M_z}{\partial k_y} = - \sum_{i=1}^{120} E_c^T(i) \cdot y(i) \cdot z(i) \cdot A_c(i) - \sum_{i=121}^{220} E_s^T(i) \cdot y(i) \cdot z(i) \cdot A_s(i)$$

$$\frac{\partial M_z}{\partial k_z} = \sum_{i=1}^{120} E_c^T(i) \cdot y(i)^2 \cdot A_c(i) + \sum_{i=121}^{220} E_s^T(i) \cdot y(i)^2 \cdot A_s(i)$$

(IV. 39)

f) Após atingida a convergência estabelecida, determinam-se as riquezas seccionais que são também calculadas conjuntamente com as tensões, integrando-se numericamente ao longo das áreas - parciais em que o elemento é dividido e através das expressões:

$$EA_x = \sum_{i=1}^{120} E_c^S(i) \cdot A_c(i) + \sum_{i=121}^{220} E_s^S(i) \cdot A_s(i)$$

$$ES_y = \sum_{i=1}^{120} E_c^S(i) \cdot z(i) \cdot A_c(i) + \sum_{i=121}^{220} E_s^S(i) \cdot z(i) \cdot A_s(i)$$

$$ES_z = \sum_{i=1}^{120} E_c^S(i) \cdot y(i) \cdot A_c(i) + \sum_{i=121}^{220} E_s^S(i) \cdot y(i) \cdot A_s(i)$$

$$EI_{yy} = \sum_{i=1}^{120} E_c^S(i) \cdot z(i)^2 \cdot A_c(i) + \sum_{i=121}^{220} E_s^S(i) \cdot z(i)^2 \cdot A_s(i)$$

$$EI_{zz} = \sum_{i=1}^{120} E_c^S(i) \cdot y(i)^2 \cdot A_c(i) + \sum_{i=121}^{220} E_s^S(i) \cdot y(i)^2 \cdot A_s(i)$$

$$EI_{yz} = \sum_{i=1}^{120} E_c^S(i) \cdot y(i) \cdot z(i) \cdot A_c(i) + \sum_{i=121}^{220} E_s^S(i) \cdot y(i) \cdot z(i) \cdot A_s(i)$$

(IV. 40)

sendo  $E_c^S$  e  $E_s^S$  respectivamente, os módulos secantes para o concreto e para o aço, obtidos pela divisão da tensão pela de formaçāo.

g) Determina-se a matriz de rigidez acoplada do elemento, utilizando as riquezas seccionais definidas no item anterior, com as expressões apresentadas na figura (IV. 12).

Os termos para a rigidez à torção foram determinados pela rigidez no estádio II conforme CÓDIGO MODELO [11].

$\frac{EAx}{L}$				$\frac{ESy}{L}$	$\frac{-ESz}{L}$	$\frac{-EAx}{L}$			$\frac{-ESy}{L}$	$\frac{ESz}{L}$	
	$\frac{12EI_{zz}}{L^3}$	$\frac{12EI_{yz}}{L^3}$		$\frac{-6EI_{yz}}{L^2}$	$\frac{6EI_{zz}}{L^2}$		$\frac{-12EI_{zz}}{L^3}$	$\frac{-12EI_{yz}}{L^3}$		$\frac{-6EI_{yz}}{L^2}$	$\frac{6EI_{zz}}{L^2}$
		$\frac{12EI_{yy}}{L^3}$		$\frac{-6EI_{yy}}{L^2}$	$\frac{6EI_{yz}}{L^2}$		$\frac{-12EI_{yz}}{L^3}$	$\frac{-12EI_{yy}}{L^3}$		$\frac{-6EI_{yy}}{L^2}$	$\frac{6EI_{yz}}{L^2}$
			$0,1E_c J_T$						$-0,1E_c J_T$		
				$\frac{4EI_{yy}}{L}$	$\frac{-4EI_{yz}}{L}$	$\frac{-ESy}{L}$	$\frac{6EI_{yz}}{L^2}$	$\frac{6EI_{yy}}{L^2}$		$\frac{2EI_{yy}}{L}$	$\frac{-2EI_{yz}}{L}$
					$\frac{4EI_{zz}}{L}$	$\frac{ESz}{L}$	$\frac{-6EI_{zz}}{L^2}$	$\frac{-6EI_{yz}}{L^2}$		$\frac{-2EI_{yz}}{L}$	$\frac{2EI_{zz}}{L}$
					$\frac{EAx}{L}$				$\frac{ESy}{L}$	$\frac{-ESz}{L}$	
SIMÉTRICA						$\frac{12EI_{zz}}{L^3}$	$\frac{12EI_{yz}}{L^3}$		$\frac{6EI_{yz}}{L^2}$	$\frac{-6EI_{zz}}{L^2}$	
							$\frac{12EI_{yy}}{L^3}$		$\frac{6EI_{yy}}{L^2}$	$\frac{-6EI_{yz}}{L^2}$	
								$0,1E_c J_T$			
									$\frac{4EI_{yy}}{L}$	$\frac{-4EI_{yz}}{L}$	
										$\frac{4EI_{zz}}{L}$	

Fig. IV.12 - Matriz de rigidez acoplada do elemento de concreto armado

$$K_{II} = 0,1 \cdot \epsilon_c \cdot J_T \quad (\text{IV. 41})$$

sendo  $J_T$  para seção retangular calculado conforme (IV. 23) e para seção vazada,

$$J_T = \frac{4 \cdot A^2}{\int_0^t ds} \quad (\text{IV. 42})$$

com,

$A$  = área da seção definida pelas linhas médias das paredes

$ds$  = diferencial de comprimento de parede

$t$  = espessura da parede

É de se notar que o programa não prevê cargas aplicadas ao longo de um elemento de concreto, pois seria necessário um procedimento especial que não foi implantado para cálculo dos esforços de engastamento perfeito. Esta consideração também é válida para os efeitos de temperatura.

CAPÍTULO VANÁLISE NÃO LINEAR DO MODELO PROPOSTO

No modelo proposto a análise não linear é efetuada da seguinte forma:

a) Análise global iterativa do sistema, cuja resolução é feita considerando-se uma matriz de rigidez global secante, formada pela somatória das matrizes de rigidez individuais secantes de cada elemento, através da comparação dos deslocamentos obtidos em cada uma das iterações, com os esforços externos atuantes. A sistemática está ilustrada na figura (V.1). A rigidez secante de cada elemento não linear, é obtida também iterativamente em cada iteração da análise global como mostrado nos itens (b) e (c) deste capítulo.

O teste da convergência é feito após cada iteração comparando-se os deslocamentos e rotações de todos os nós da estrutura, através da expressão:

$$C = \sqrt{\frac{(A(I)-AV(I))^2 + (A(I+1)-AV(I+1))^2 + (A(I+2)-AV(I+2))^2}{A(I)^2 + A(I+1)^2 + A(I+2)^2}}$$
(V.1)

com, I variando de 3 em 3, desde 1 até o produto do número de nós pelo número de graus de liberdade de cada nó,

sendo,

$[A]$  = deslocamentos da iteração testada

$[AV]$  = deslocamentos da iteração anterior

Em  $[A]$  e  $[AV]$ , os deslocamentos generalizados estão armazenados sequencialmente em grupos de 6 deslocamentos por nó,

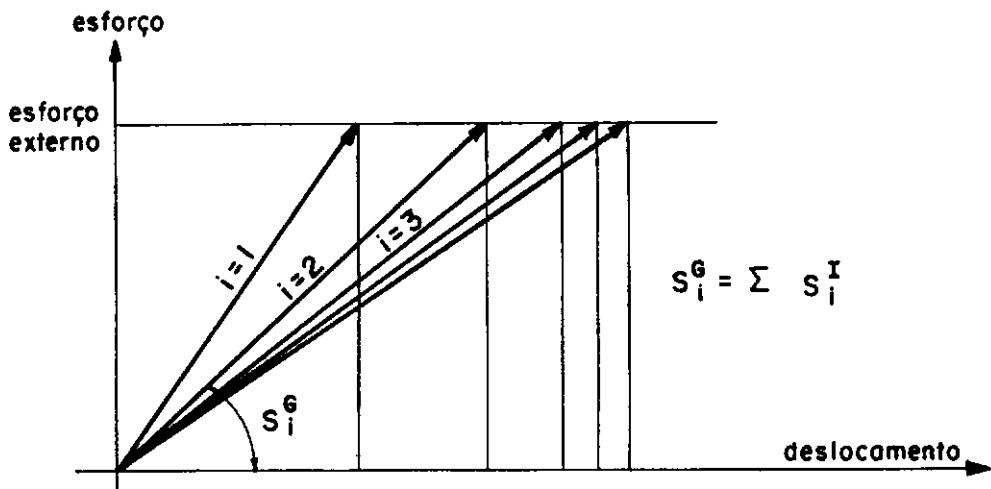


Fig. V.1 - Diagrama esforço - deslocamento para análise global iterativa do sistema.

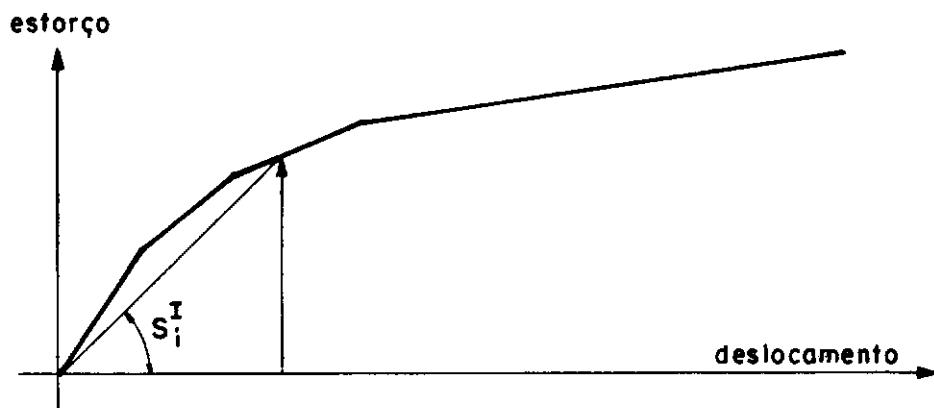


Fig. V.2 - Diagrama esforço - deslocamento para análise local do elemento representativo do lastro.

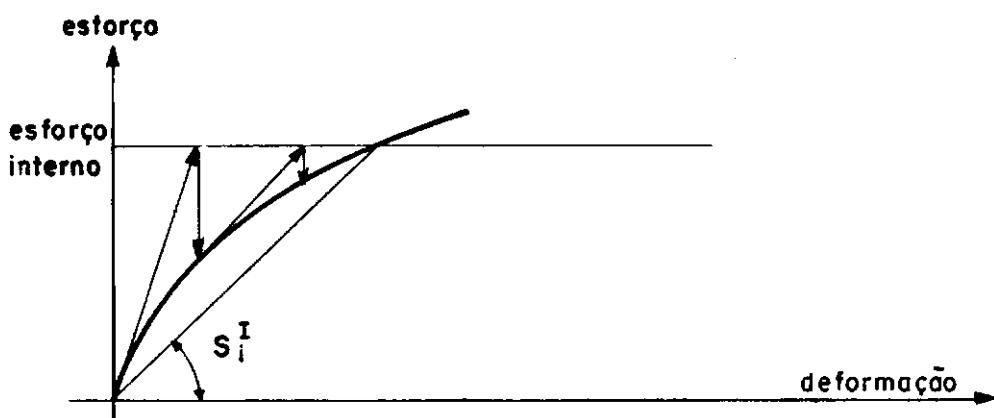


Fig. V.3 - Diagrama esforço-deformação para análise local da rigidez seccional do elemento de concreto

sendo os 3 iniciais correspondentes aos deslocamentos lineares e os 3 seguintes às rotações.

O valor da convergência C pode ser definido externamente ao programa. Pode-se considerar com precisão razoável coeficiente de convergência  $C = 0,05$ , correspondente ao erro de 0,05.

b) Análise local do elemento representativo do lastro, cuja matriz de rigidez individual secante é formada acessando-se à curva correspondente através dos deslocamentos relativos obtidos para o elemento em questão na iteração anterior e dividindo-se o esforço encontrado pelo deslocamento. Na primeira iteração a rigidez secante coincide com o primeiro segmento da curva. A sistemática está ilustrada na figura (V.2).

c) Análise do elemento de concreto armado cuja matriz de rigidez individual secante é formada através de uma iteração local.

O procedimento é baseado na determinação da rigidez seccional secante do elemento de concreto armado, isto é, a relação entre os esforços internos e as deformações (deformações lineares e curvaturas) através do método de Newton - Raphson. Com a determinação da rigidez seccional a matriz de rigidez é calculada supondo aproximadamente que a rigidez seccional é constante ao longo do elemento.

A sistemática para a determinação da rigidez seccional secente está indicada na figura (V.3). A convergência local é verificada pela expressão (IV. 36) do capítulo anterior.

A sistemática da análise não linear está apresentada na figura V.4. Neste fluxograma é mostrado como são efetuadas as iterações locais e globais do programa.

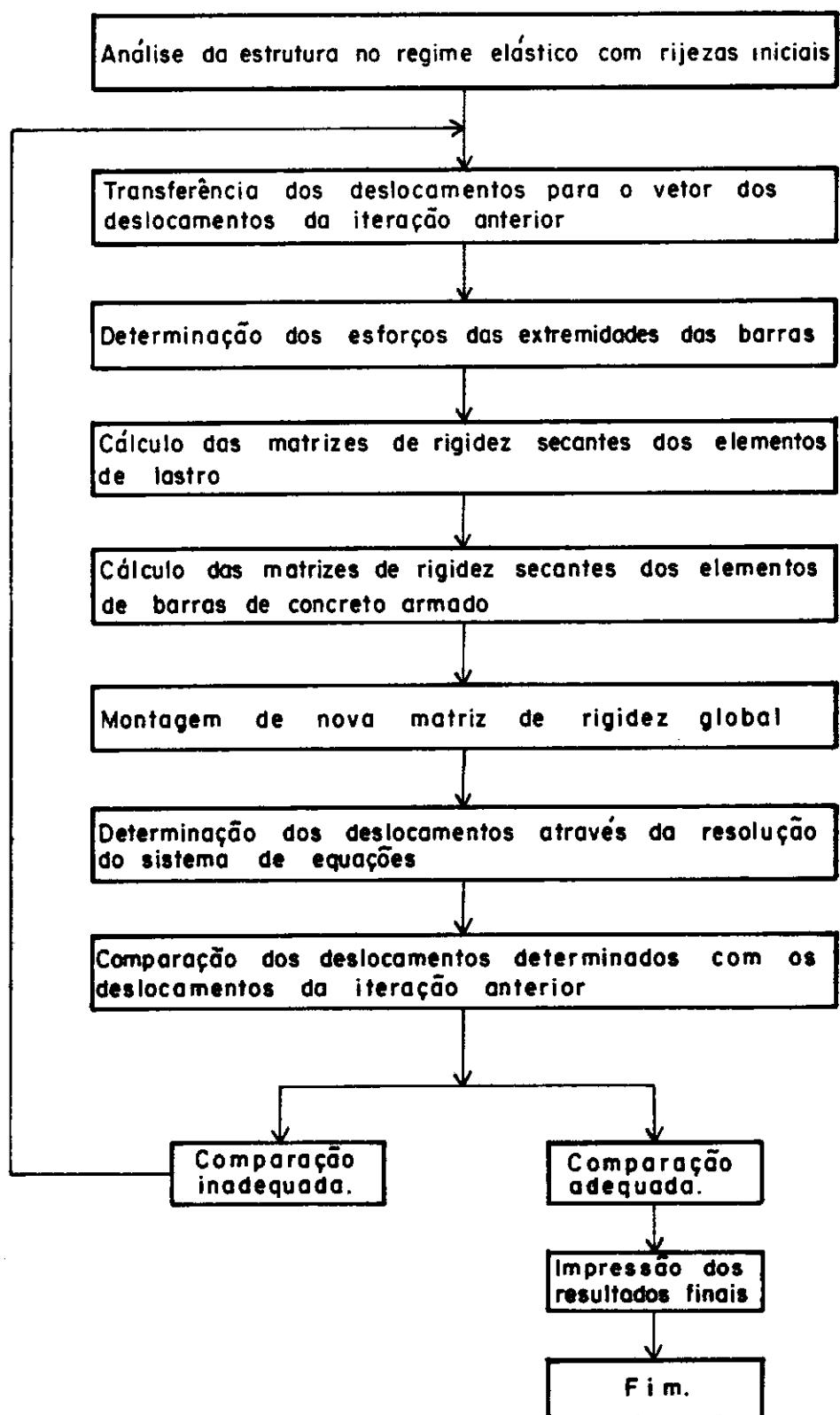


Fig. V. 4 - Fluxograma geral do programa de análise não linear

## CAPÍTULO VI

### DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS PARA A ANÁLISE

As relações constitutivas entre deslocamentos relativos e força horizontal distribuída, conforme já foi enfocado, dependem de determinação experimental.

São variáveis nessa determinação, as dimensões e tipos de dormentação e a granulometria e espessura do lastro.

Existem superestruturas de vias férreas com dormentação de madeira, de concreto protendido monobloco e de concreto bi-bloco, tendo cada tipo de dormentação diferentes dimensões, de forma que a área lateral de contato bem como a área de apoio variam em cada caso. Outra variável é o atrito que se desenvolve no contato dormente-lastro, no próprio lastro e no contato lastro-estrutura, devido a variação de material e granulometria da brita, bem como da espessura dessa camada.

Algumas dimensões de dormentes empregados em ferrovias brasileiras, estão mostradas na figura(VI.1).

As espessuras da camada de lastro comumente utilizadas nessas ferrovias são de 25 a 30cm, sobre as obras-de-arte.

Outro fator de influência na determinação da relação constitutiva do lastro é o carregamento vertical a que a via está submetida.

Dessa forma, os dados experimentais devem ser determinados para diferentes situações de carregamentos vertical. À medida que o carregamento vertical aumenta, obviamente aumenta a força de atrito, necessitando de forças horizontais maiores para produzirem um mesmo deslocamento da via.

Na falta de determinação específica para cada ferrovia em análise, as características determinadas nas experiências cita-

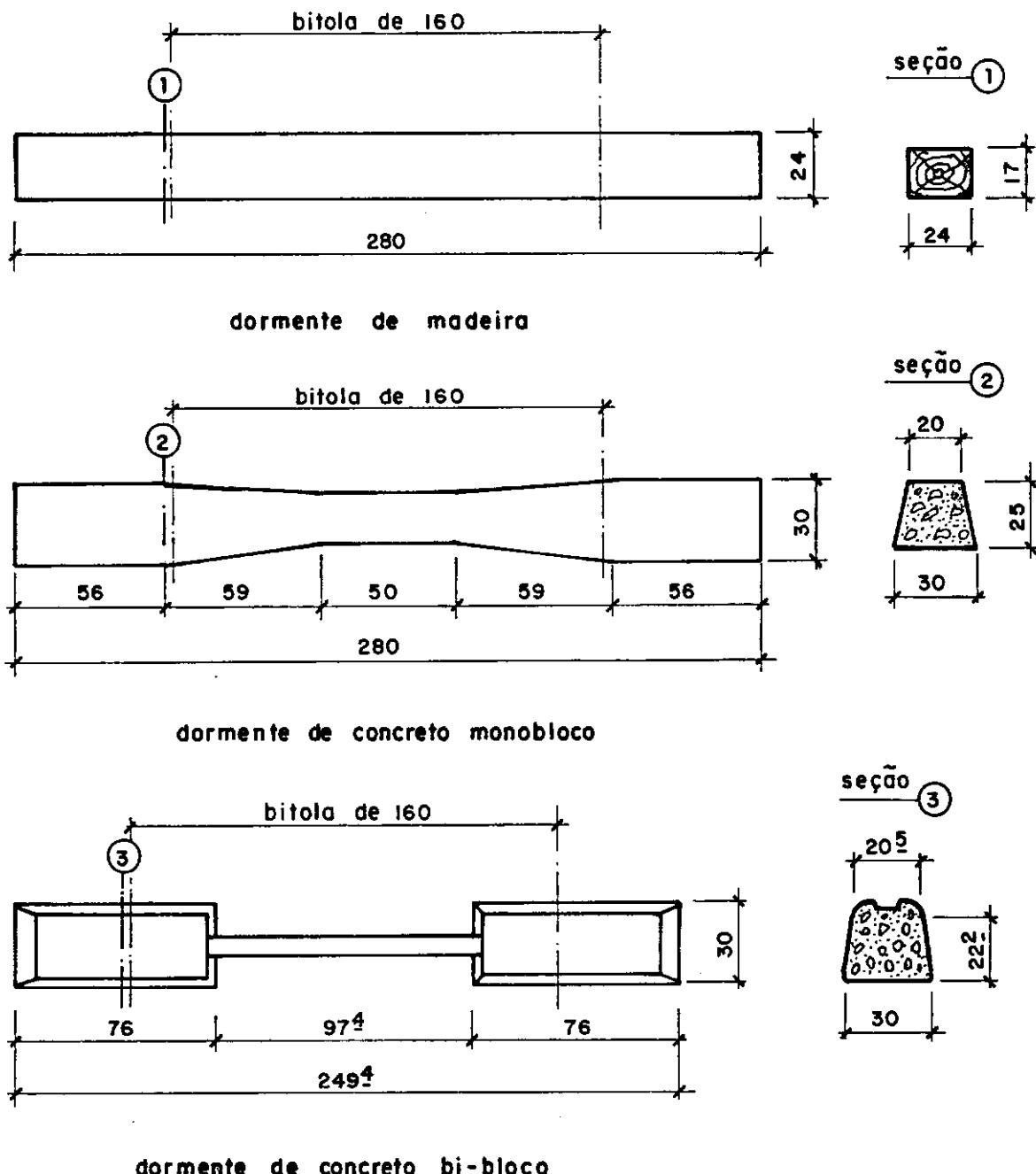


Fig. VI. 1 - Tipos de dormentes utilizados em ferrovias brasileiras para bitola de 1,60 m.

das nas bibliografias [1] e [2], devem conduzir a resultados próximos da realidade.

Esses mesmos fatores influenciam na determinação das relações constitutivas entre deslocamentos relativos e forças verticais.

SCHRAMN [12] indica para esse fator, valores variantes de 55000 a 185000 kN/m.

As características geométricas dos trilhos também têm que ser definidas para a análise da interação de esforços.

Os tipos de trilhos usualmente empregados nas linhas ferreas brasileiras, apresentam as seguintes características geométricas e massas.

Tipo do trilho	Massa (kg/m)	Momento de inércia (cm <sup>4</sup> )	Área da seção (cm <sup>2</sup> )	Módulos de resist. (cm <sup>3</sup> )
TR-37	37,10	951,5	47,29	312,0
TR-45	44,64	1610,8	56,90	455,3
TR-50	50,35	2039,5	64,19	539,1
TR-57	56,90	2730,5	72,58	655,5
TR-68	67,56	3950,1	86,12	855,4

Quadro (VI.1) - Massas e características geométricas dos trilhos

As propriedades mecânicas dos trilhos, dependem da composição química do aço e estão apresentadas a seguir para as principais qualidades utilizadas nos trilhos brasileiros:

Qualidade do trilho	Límite de resistência à tração (MPa)	Límite de escoamento (MPa)	Alongamento (%)
Aço carbono	936	487	10,2
Aço alto silício	1015	567	10,0
Aço Cr-Mn-Si	1076	619	8,6
Aço Niobrás 200	1089	574	10,2

Quadro (VI.2) - Propriedades mecânicas dos trilhos.

A tensão máxima admissível no trilho é a tensão de escoamento, quando são considerados todos os esforços nele atuantes agindo simultaneamente.

Segundo SCHRAMM [12], a tensão de escoamento pode ser atingida numericamente pois na prática sua ocorrência é difícil e atinge apenas uma fibra extrema da seção transversal do trilho, isto é, um dos lados do patim ou boleto. Além disto a duração da solicitação é quase instantânea.

As ações, a que o trilho está sujeito, ainda segundo o autor mencionado, são:

a) Cargas verticais das rodas

A análise pode ser feita pelo método de Zimmermann, apresentado por BRINA [13] e que consiste em se determinar o momento máximo para duas situações:

- roda no vão entre dormentes:

$$M_{\max} = \frac{7 + 8\gamma}{8(5 + 2\gamma)} \cdot P \cdot C_d \cdot a \quad (\text{VI.1})$$

sendo

$\gamma$  = coeficiente da superestrutura (ver Eq. VI.3)

P = Carga vertical (peso por roda)

$C_d$  = coeficiente de impacto

a = distância entre dormentes

- roda sobre um dormente:

$$M_{\max} = \frac{\gamma}{2 + 3\gamma} \cdot P \cdot C_d \cdot a \quad (\text{VI.2})$$

O coeficiente da superestrutura é definido como:

$$\gamma = \frac{6 \cdot E \cdot I}{D \cdot a^3} \quad (\text{VI.3})$$

sendo

$$D = C \cdot S \quad [\text{F/L}]$$

$$D = 0,9 \cdot C \cdot S \quad (\text{para dormente de madeira}) \quad [\text{F/L}]$$

$$S = b \cdot c \quad [L^2]$$

com

$b$  = largura do dormente

$c$  = comprimento definido por faixa de socaria (em torno de 70cm)

$C$  = coeficiente de lastro  $[\text{F/L}^3]$

O coeficiente  $C$  varia de  $300 \text{ kN/m}^3$  para um lastro de saibro sobre plataforma de má qualidade, sem drenagem, a  $1800 \text{ kN/m}^3$ , para um lastro de pedra britada sobre plataforma muito boa. O valor médio adotado por SCHRAMM [12] é  $C = 1460 \text{ kN/m}^3$ .

O coeficiente de impacto  $C_d$  utilizado pela AREA é:

$$C_d = 1 + \frac{V^2}{30000} \quad (\text{VI.4})$$

com a velocidade  $V$  em km/h.

O mesmo momento devido a carga vertical, pelo método de Winkler ou método dos apoios fixos, vale:

$$M_{\max} = 0,1875 \cdot P \cdot C_d \cdot a \quad (\text{VI.5})$$

Essas solicitações podem também ser calculadas pelo programa considerando elementos de lastro concentrados embaixo de cada dormente.

As tensões devidas somente às cargas verticais são limitadas para linhas de 1ª categoria em 150 MPa.

b) Variações de temperatura e Frenagem

As solicitações respectivas podem ser calculadas pelo programa proposto, podendo atingir valores bem maiores que os obtidos para carga vertical, sobre viadutos contínuos longos.

c) Forças centrífugas e vento

Da mesma forma, podem ser analisadas pelo programa proposto, podendo atingir valores da mesma ordem de grandeza que os obtidos para carga vertical.

d) Esforços provocados por calos de roda

Essas solicitações podem ser calculadas através do momento fletor adicional no trilho apresentado no ábaco da figura (VI.2). Calos com saliência  $f = 2\text{mm}$ , são bastante frequentes e as tensões decorrentes podem atingir valores maiores que as tensões por carga vertical.

Assim, as tensões no trilho podem atingir valores altos possibilitando a ocorrência de ruptura do trilho.

O caso de ruptura de trilho pode ser analisado no programa, através da interrupção do elemento que representa o trilho no local desejado, ou ainda, para não alterar o modelo em análise, apenas zerando as características geométricas daquele elemento de trilho no local de ruptura desejada.

Os carregamentos que devem ser considerados na análise são temperatura, frenagem, força centrífuga e carregamento vertical.

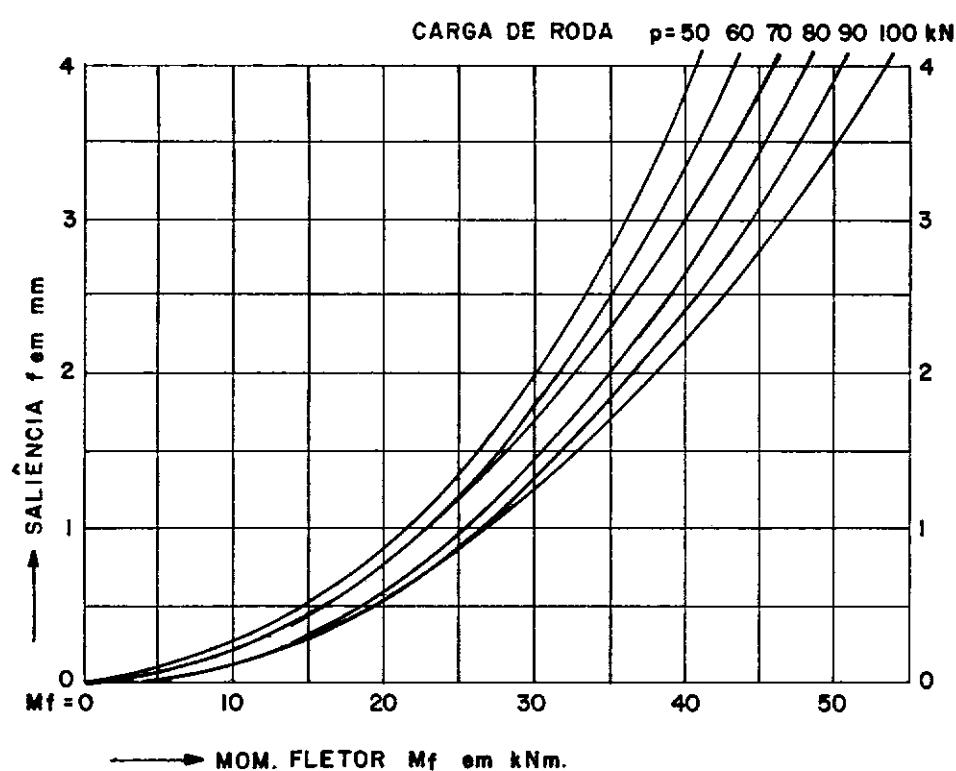


Fig. VI. 2 - Momento fletor adicional no trilho resultante de calo de roda.

A temperatura é carregamento preponderante para essa análise. É necessário conhecer a temperatura em que o trilho foi soldado, conforme a técnica de trilho longo soldado (TLS). Essa temperatura é chamada de temperatura neutra.

É necessário também que sejam feitas observações ao longo das estações do ano, referentes às variações de temperatura a que o trilho estará submetido.

Esses dados são básicos para se poder iniciar o estudo da interação de esforços. Esses dados também são bastante particulares para cada região em que a análise é feita, não se podendo fazer extrapolações de dados obtidos para outro tipo de região.

Outro dado também de grande importância é saber como se comportam as variações de temperatura da obra-de-arte, concomitantemente com a variação de temperatura nos trilhos.

Algumas experiências realizadas, como a indicada na bibliografia [3], mostram a existência de uma inércia térmica oferecida pelo lastro da ordem de 2,5. Assim, a variação de temperatura na estrutura é cerca de 2,5 vezes menor que a variação de temperatura nos trilhos.

Outro carregamento que também é bastante afetado pela interação trilho-viaduto, são os esforços de frenagem e aceleração.

Na falta de determinação mais precisa para esses esforços, podem ser adotados os critérios da Norma "CÁLCULOS E EXECUÇÃO DE PONTES DE CONCRETO ARMADO" NB-2, da ABNT, que considera o esforço de frenagem com valor igual a 15% do carregamento vertical do trem-tipo. Esse carregamento pode ser considerado distribuído ao longo de toda extensão do viaduto em análise, ou apenas utilizado em trechos convenientes. O esforço de aceleração é considerado igual a 25% do carregamento vertical da locomotiva pertinente ao trem-tipo utilizado.

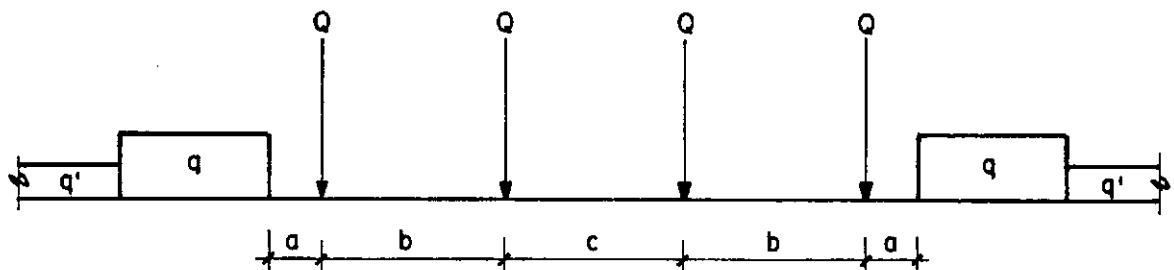
Os carregamentos referentes às forças centrífugas do trem -tipo em movimento devem ser objeto também da análise.

Da mesma forma que na frenagem, na falta de estudos mais precisos, pode ser adotado o valor fixado pela NB-2, que considera o esforço de forças centrífugas igual a  $12000/R\%$  (no máximo igual a 12% do valor do carregamento vertical) acrescido de impacto vertical. Na fórmula acima, R é o valor do raio da curva em metros.

O carregamento vertical é o que menos influencia diretamente nos efeitos da interação entre trilho-estrutura mas, como já foi visto, influencia indiretamente na determinação dos carregamentos anteriores de frenagem e força centrífuga, bem como, na determinação da relação constitutiva do lastro.

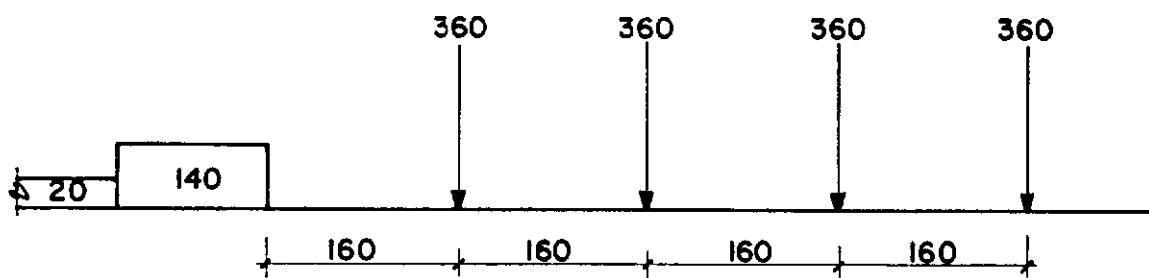
Os elementos de lastro devem ser compatíveis com as posições e valores do carregamento vertical, devendo ter seus parâmetros alterados cada vez em que o carregamento é alterado, uma vez que o atrito do lastro depende da carga vertical sobre a via.

O trem-tipo utilizado deve ser específico para cada ferrovia, podendo ter características particulares ou ser um dos trens-tipo definidos pela norma NBR-7189 da ABNT. Na figura (VI.3) estão apresentados alguns trens-tipo.



TB	$Q$ (kN)	$q$ (kN/m)	$q'$ (kN/m)	$a$ (m)	$b$ (m)	$c$ (m)
360	360	120	20	1,00	2,00	2,00
270	270	90	15	1,00	2,00	2,00
240	240	80	15	1,00	2,00	2,00
170	170	25	15	11,00	2,50	5,00

Trens - tipo da NBR - 7189



Trem - tipo da Ferrovia do Aço

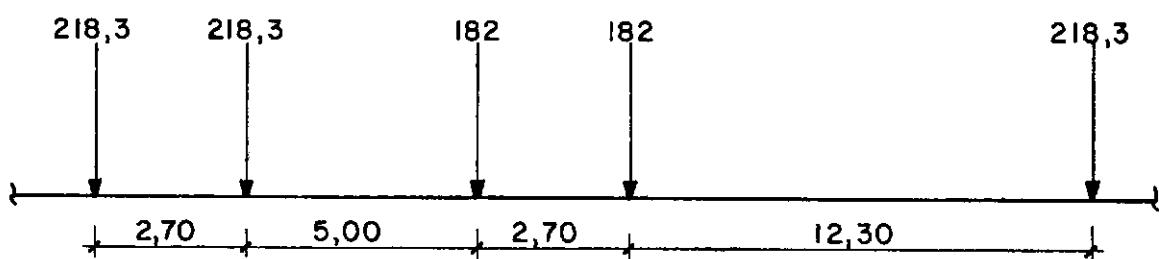
Trem unidade elétrica-suburbio do Rio de Janeiro  
( unidades kN, m., kN /m )

Fig. VI.3 - Alguns trens-tipo

CAPÍTULO VIIEXEMPLOS

Como exemplos de análise da interação trilho-viaduto utilizando o modelo proposto, foram escolhidos três viadutos da Ferrovia do Aço com as seguintes características:

Viaduto 1 - Viaduto contínuo aporticado, preso nos encontros e com junta central de dilatação.  
Comprimento dilatável = 593,75m.  
19 vãos de 31,25m.  
Altura máxima dos pilares = 67,0m.

Viaduto 2 - Viaduto isostático com vigas apoiadas sobre a parelhos de neoprene.  
Comprimento = 250m.  
8 vãos de 31,25m.  
Altura máxima dos pilares = 62,0m.

Viaduto 3 - Viaduto contínuo de dois tramos com junta nos encontros e no pilar central.  
Comprimento dilatável = 124,5m.  
6 vãos de 41,50m.  
Altura máxima dos pilares = 21,0m.

Alguns parâmetros que podem ser considerados comuns aos três viadutos, foram determinados, como mostrado abaixo.

As relações constitutivas entre deslocamentos relativos e forças horizontais distribuídas foram determinadas utilizando - se os dois trabalhos já mencionados [1] e [2].

Pelo trabalho de FRYBA [1], interpolando-se as curvas existentes procurou determinar a relação força-deslocamento para

carregamentos verticais de 80 kN/m e de 140 kN/m, além da relação constitutiva para a via descarregada. O deslocamento é obtido dividindo-se o esforço horizontal pelo coeficiente do lastro ( $q \div k$ ).

As mesmas curvas foram estabelecidas pelo trabalho de KLASSEN [2], sendo as de carregamentos verticais de 80 kN/m e descarregadas, obtidas diretamente, e a de 140 kN/m extrapolando-se a de 80 kN/m.

Foram adotadas as curvas estabelecidas em [2] para carregamento vertical de 140 kN/m, que é o correspondente ao trem-típico adotado nessa ferrovia, e para via descarregada.

Na figura (VII.1) estão representadas todas essas curvas e também o esforço por dormente, considerando-se a distância entre dormentes de 54cm.

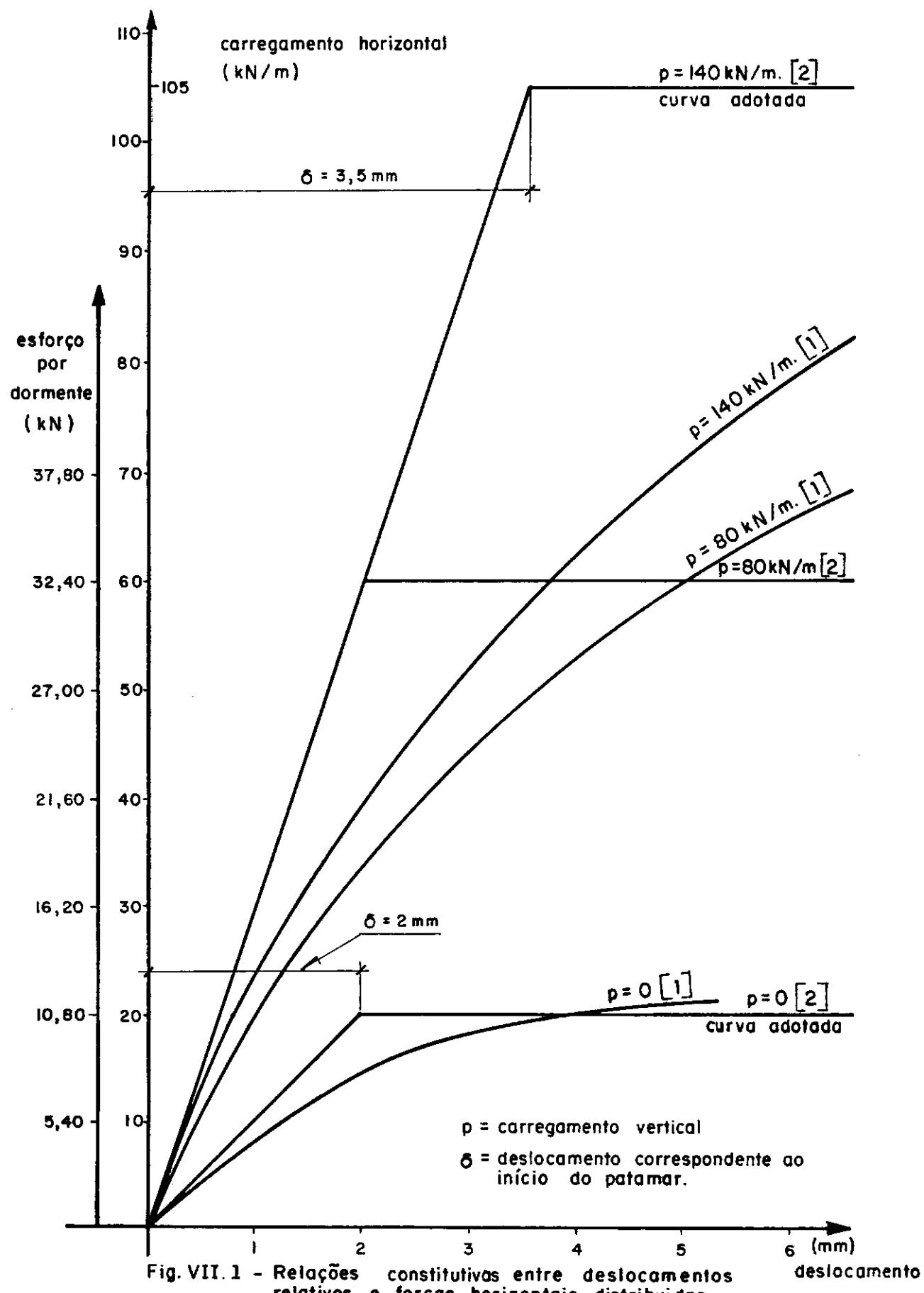
Para a relação constitutiva entre deslocamentos relativos e forças verticais, foi adotado o valor de 150000 kN/m. O programa proposto considera esse valor tanto para tração como para compressão.

Para as relações constitutivas entre rotações relativas e momentos, foram feitas analogias com barras e adotados os valores de 200.000 kNm/rd para momentos fletores e 35000000 kNm/rd para momento torsor.

Os elementos não lineares foram posicionados no meio da distância entre a superestrutura e a base dos dormentes e por simplificação, concentrados em alguns nós convenientemente estabelecidos.

O trilho adotado é o TR-68 e o comprimento adicional para os dois extremos fora da estrutura é de 150m.

O carregamento de variação de temperatura foi determinado a partir da temperatura neutra estabelecida igual a 35°C e das temperaturas máxima de 60°C e mínima de 0°C medidas na região.



Assim, a máxima variação de temperatura é de - 35°C no trilho e admitindo-se uma inércia térmica do tabuleiro de 2,5 [3], a variação de temperatura na superestrutura de concreto será de 14°C, valor este próximo ao estipulado pela Norma Brasileira NB-2 que é de 15°C.

O esforço de frenagem distribuído é de 21 kN/m que corresponde a 15% do carregamento vertical distribuído e o trem—tipo é o apresentado na figura (VI.3) para a Ferrovia do Aço.

## 7.1 Viaduto 1

O esquema desse viaduto está apresentado na figura (VII.2) e o modelo estrutural adotado, na figura (VII.3).

As relações constitutivas entre deslocamentos relativos e forças horizontais foram representadas pelas curvas já citadas com os seguintes limites para o trecho linear.

- comprimento adicional fora da estrutura.

$$E = 20 \times 30 = 600 \text{ kN} \quad \text{e} \quad \delta = 0,002\text{m} \text{ (ver Fig. VII.1)}$$

- estrutura descarregada

$$E = 20 \times 7,8125 = 156,25 \text{ kN} \quad \text{e} \quad \delta = 0,002\text{m}.$$

- estrutura carregada

$$E = 105 \times 7,8125 = 820,31 \text{ kN} \quad \text{e} \quad \delta = 0,0035\text{m}.$$

A seção da superestrutura está indicada na figura (VII.4), com as seguintes características:

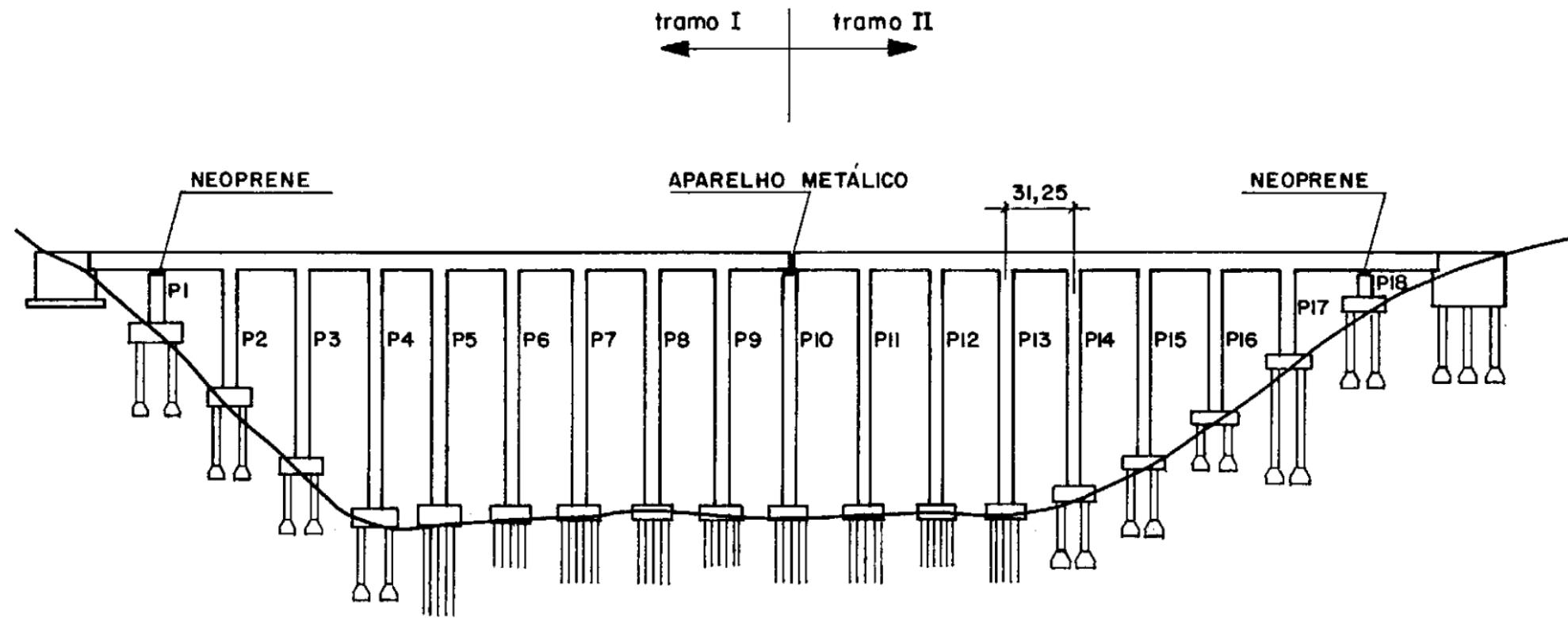


Fig. VII. 2 - Esquema estrutural do viaduto 1

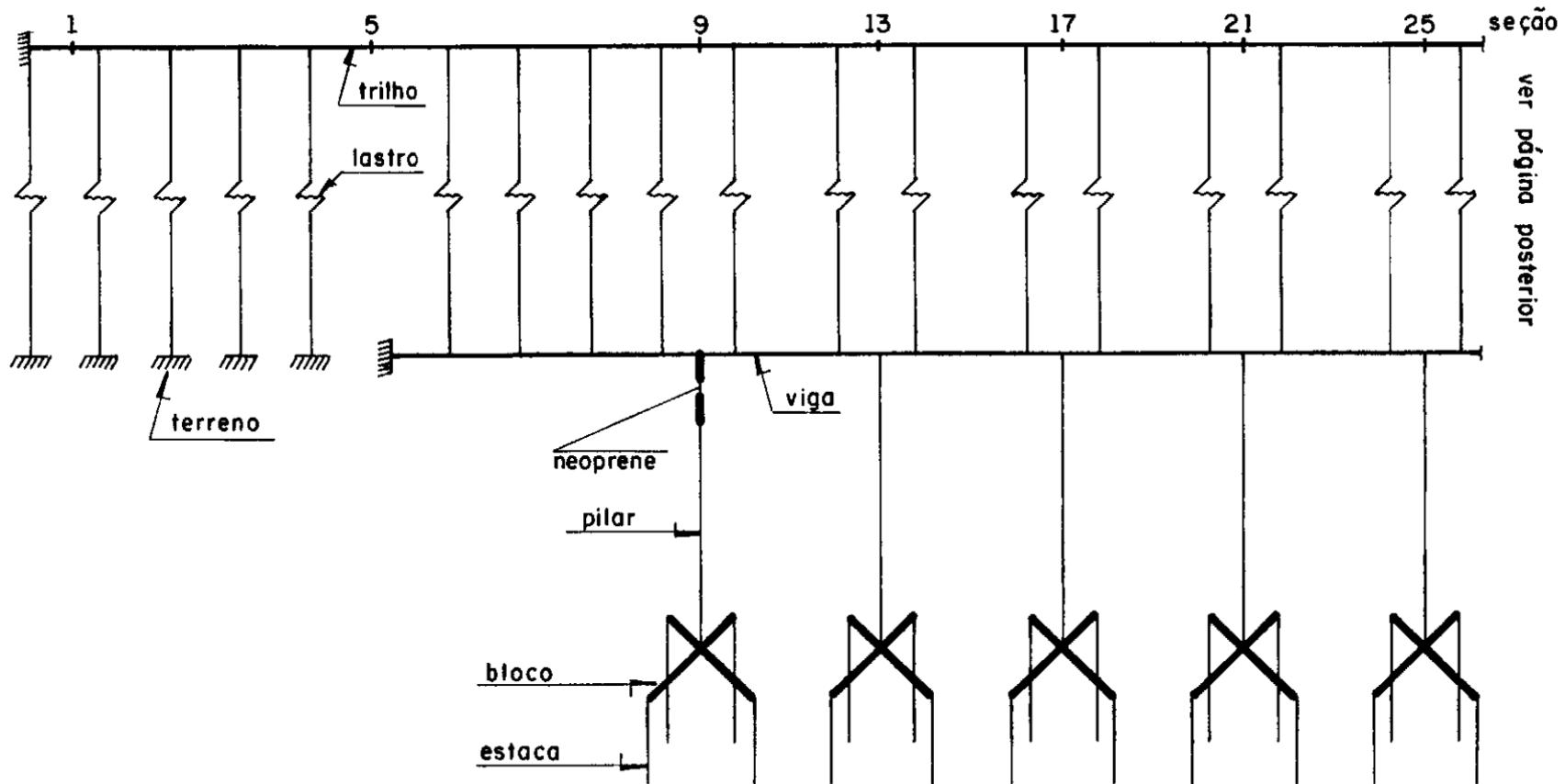


Fig. VII. 3 (parte)

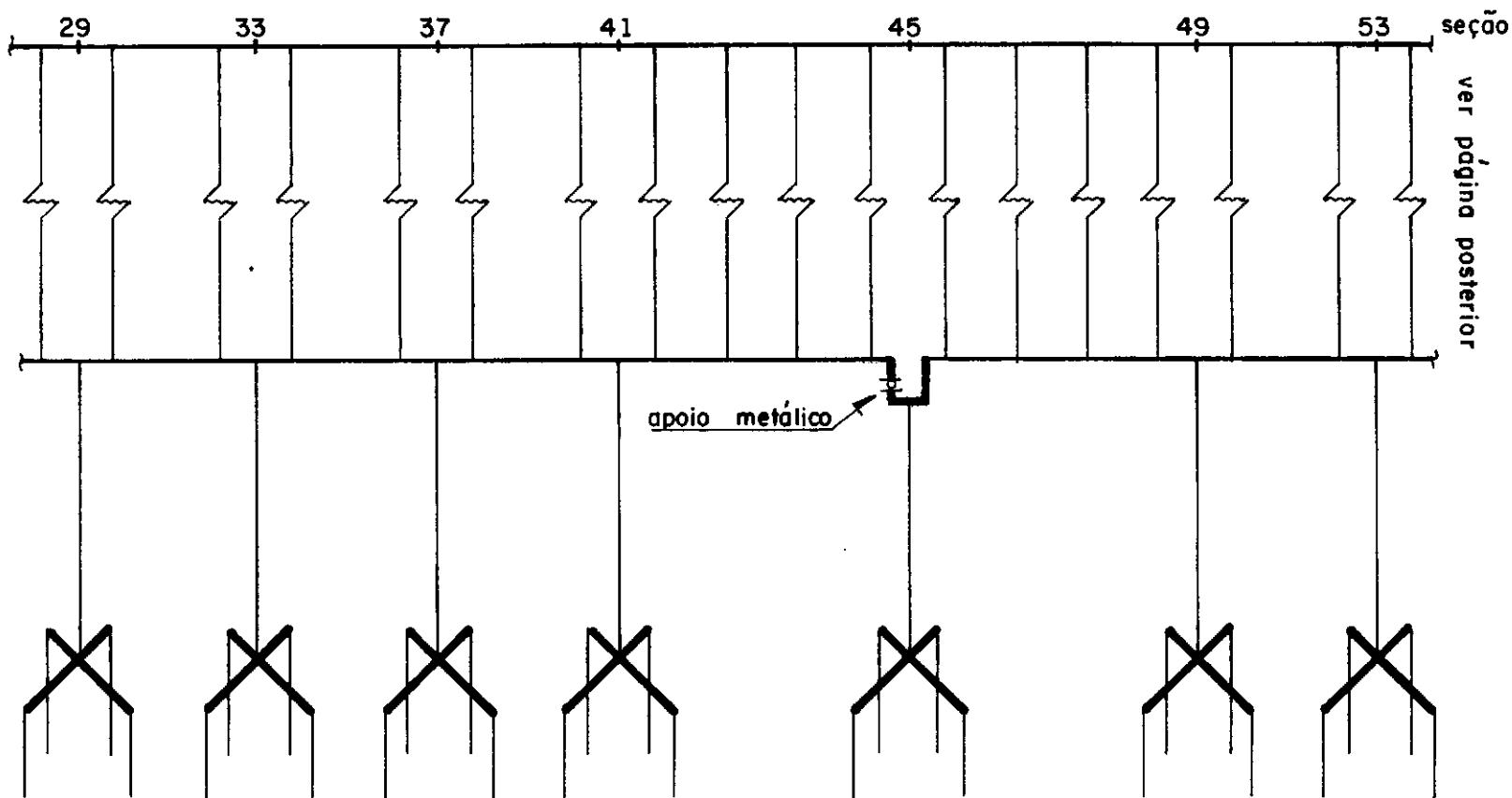


Fig. VII. 3 (parte)

ver página anterior

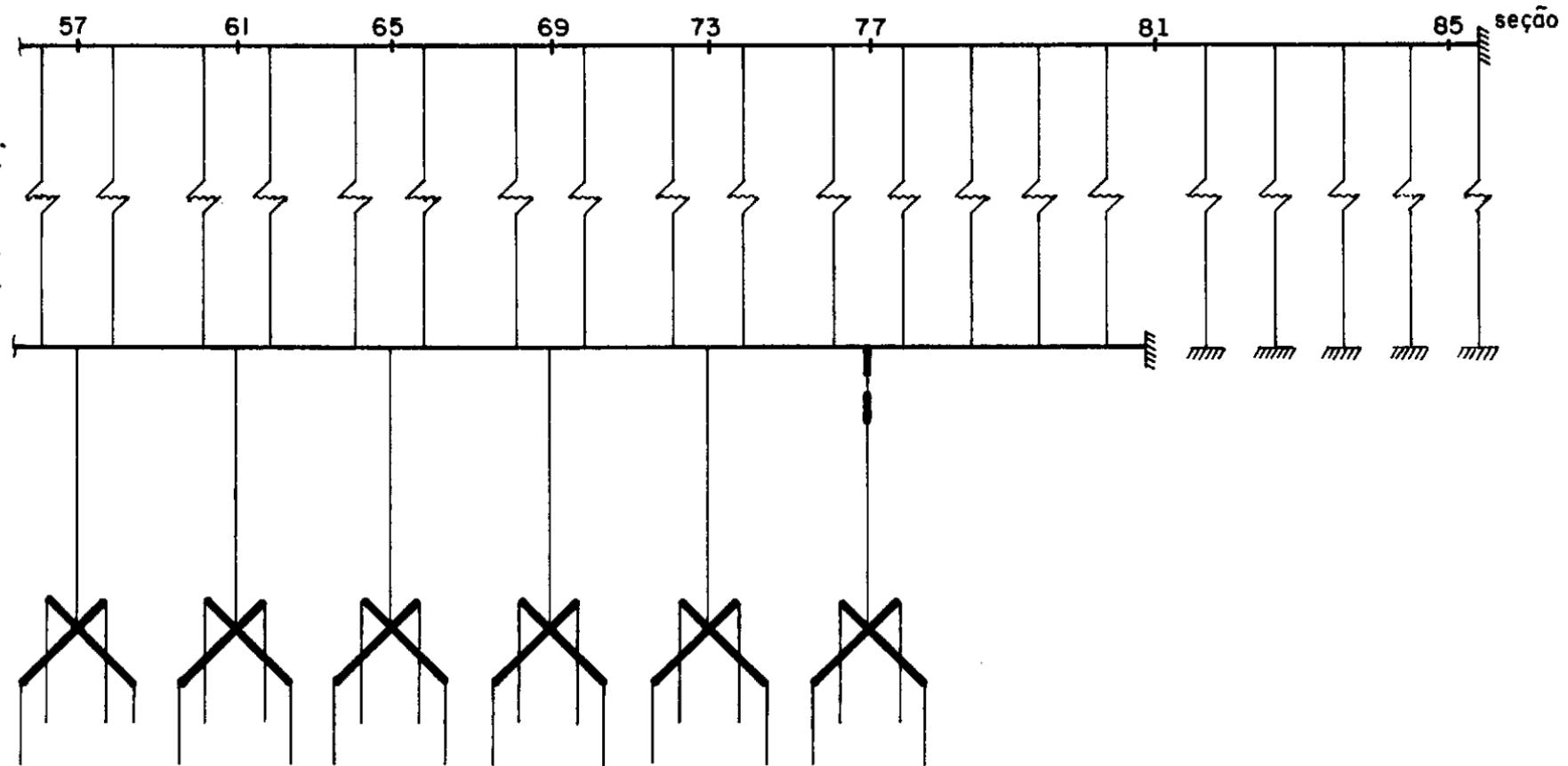


Fig. VII. 3 - Modelo estrutural adotado no viaduto 1

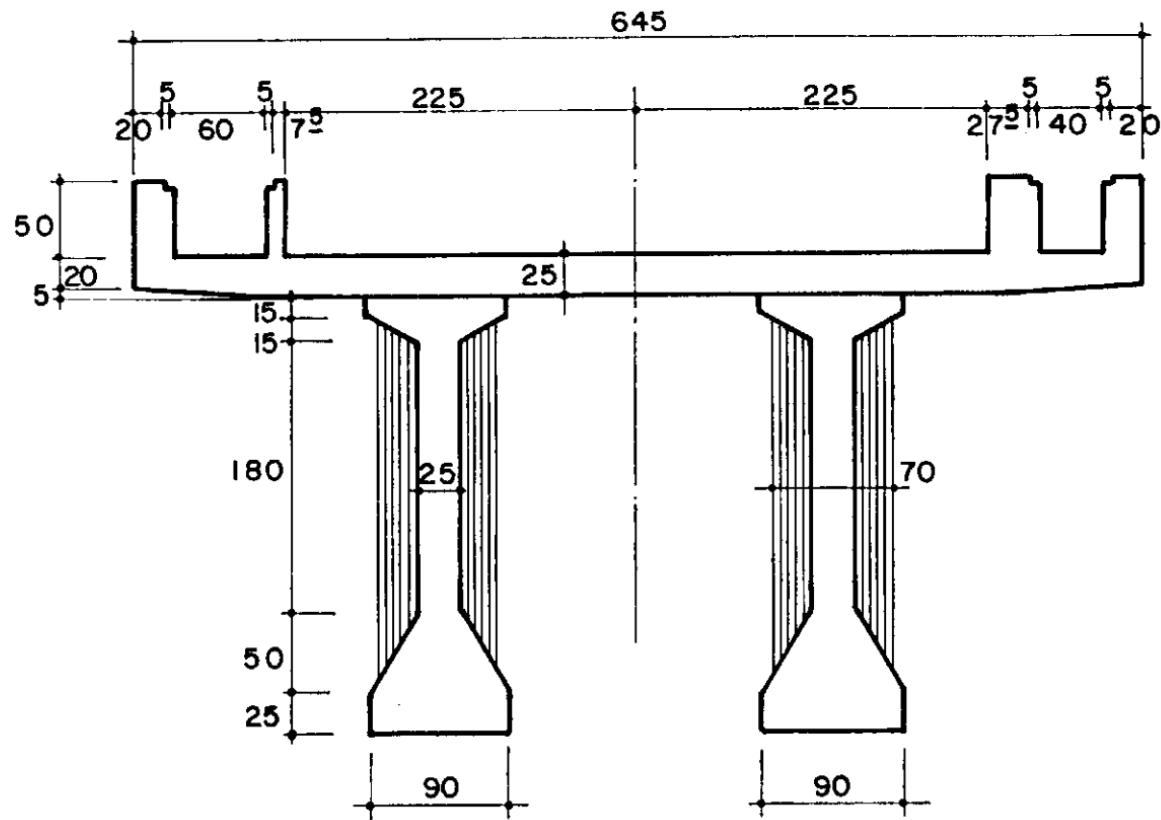


FIG. VII. 4 - Seção da superestrutura do viaduto 1

Trecho próximo dos apoios (1/8 do vão)

$$A = 4,76\text{m}^2 \quad e \quad J = 5,44\text{m}^4$$

Trecho central

$$A = 3,98\text{m}^2 \quad e \quad J = 5,10\text{m}^4$$

Os pilares são de seção retangular vazada, constante ao longo da altura, com dimensões externas de 3,45m x 6,45m e com as seguintes características:

Pilar	Altura (m)	Área (m <sup>2</sup> )	Momento de inércia (m <sup>4</sup> )
1	13,70	5,52	10,07
2	33,10	6,07	10,42
3	53,40	6,62	10,76
4 a 6	67,00	7,17	11,11
7 a 9	66,00	7,17	11,11
10 a 13	65,00	7,17	11,11
14	60,80	7,17	11,11
15	51,10	7,17	11,11
16	37,50	6,62	10,76
17	22,80	5,52	10,07
18	7,00	5,52	10,07

Quadro (VII.1) - Características dos pilares do viaduto 1.

Os pilares 1 e 18 tem quatro aparelhos de neoprene com dimensão de 0,45m x 0,85m em planta e altura de neoprene de 0,075m.

Foram analisados os seguintes casos de carregamento:

1 - Estrutura com trilho contínuo

Carregamento: Frenagem no tramo I

2 - Estrutura com trilho contínuo

Carregamento : Temperatura (-35°C no trilho e -14°C na superestrutura).

3 - Estrutura com trilho contínuo

Carregamento : Temperatura e frenagem no tramo I.

4 - Ruptura de trilho na junta do pilar 10.

Carregamento : Temperatura.

5 - Ruptura de trilho na junta do pilar 10.

Carregamento : Temperatura e frenagem no tramo I.

6 - Estrutura com trilho contínuo

Carregamento : Temperatura só no trilho.

7 - Estrutura com trilho contínuo

Carregamento : Temperatura só na superestrutura.

Os resultados obtidos para as tensões nos trilhos estão apresentados no gráfico da figura (VII.5), e o valor máximo de tensão é de 240 MPa. para o carregamento 3. Os resultados obtidos para os esforços transmitidos à superestrutura pelo lastro por unidade de comprimento ou por dormentes, considerando-se dormentes espaçados de 54cm, estão apresentados no gráfico da figura (VII.6).

Os deslocamentos na junta de dilatação do pilar 10, obtidos para cada carregamento, são:

Carrega mento	1	2	3	4	5	6	7
Deslocamento em metros	0,0048	0,0695	0,0734	0,0811	0,0886	0	0,0695

Quadro (VII.2) - Deslocamentos na junta do pilar 10.

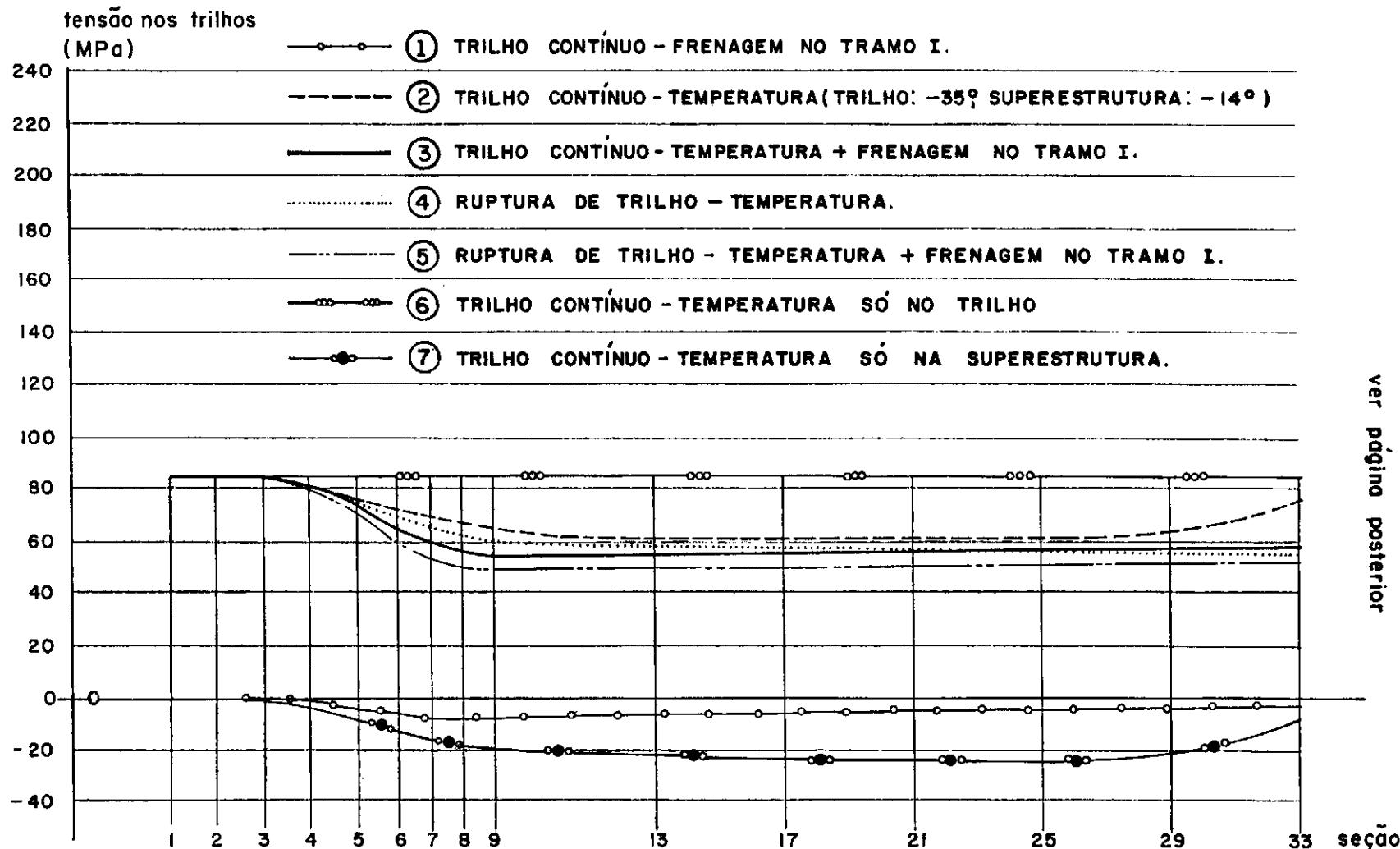


Fig. VII.5 (parte)

[ver página anterior](#)

tensão nos trilhos  
(MPa)

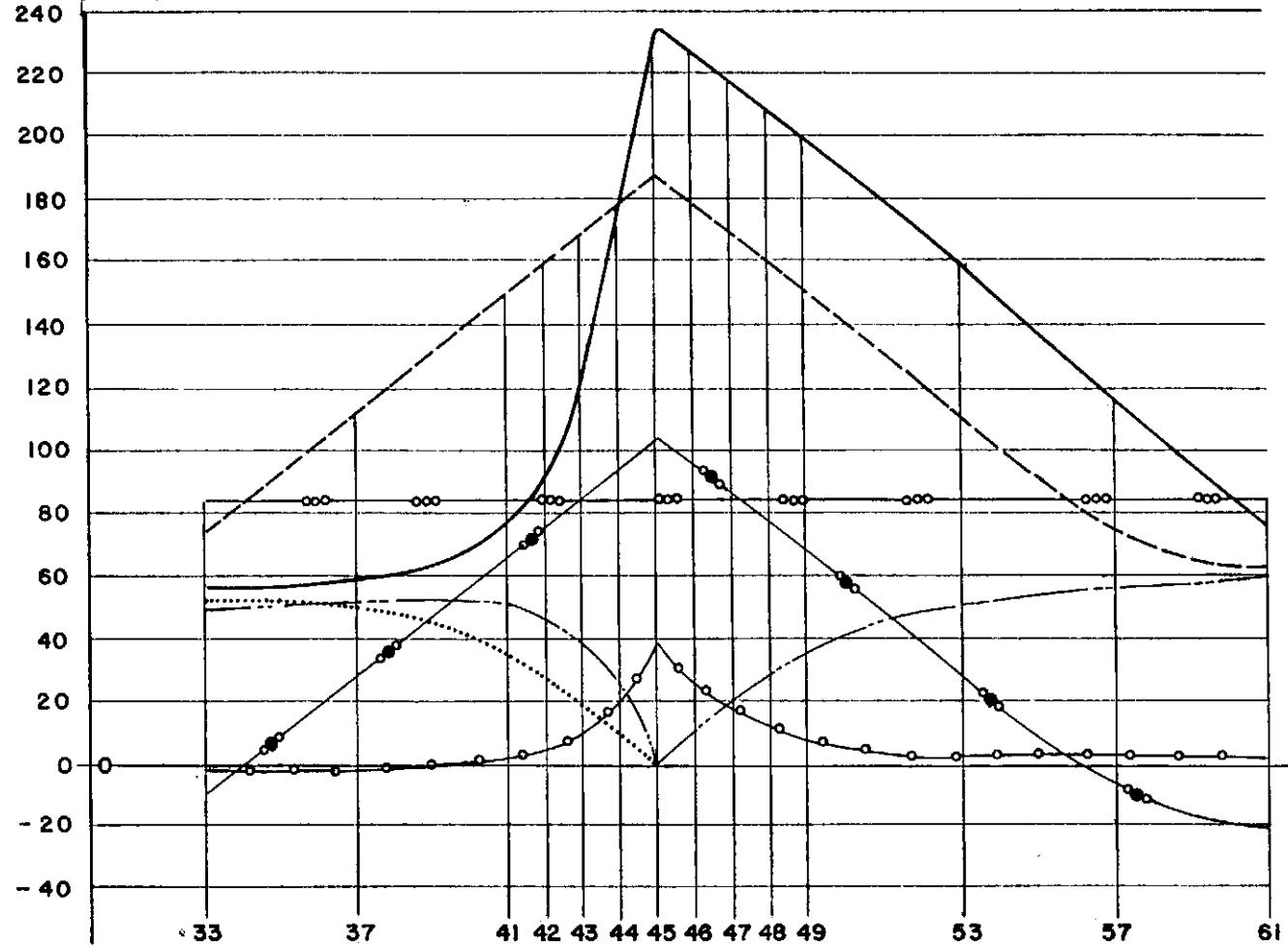


Fig. VII.5 (parte)

[ver página posterior](#)

ver  
página  
anterior

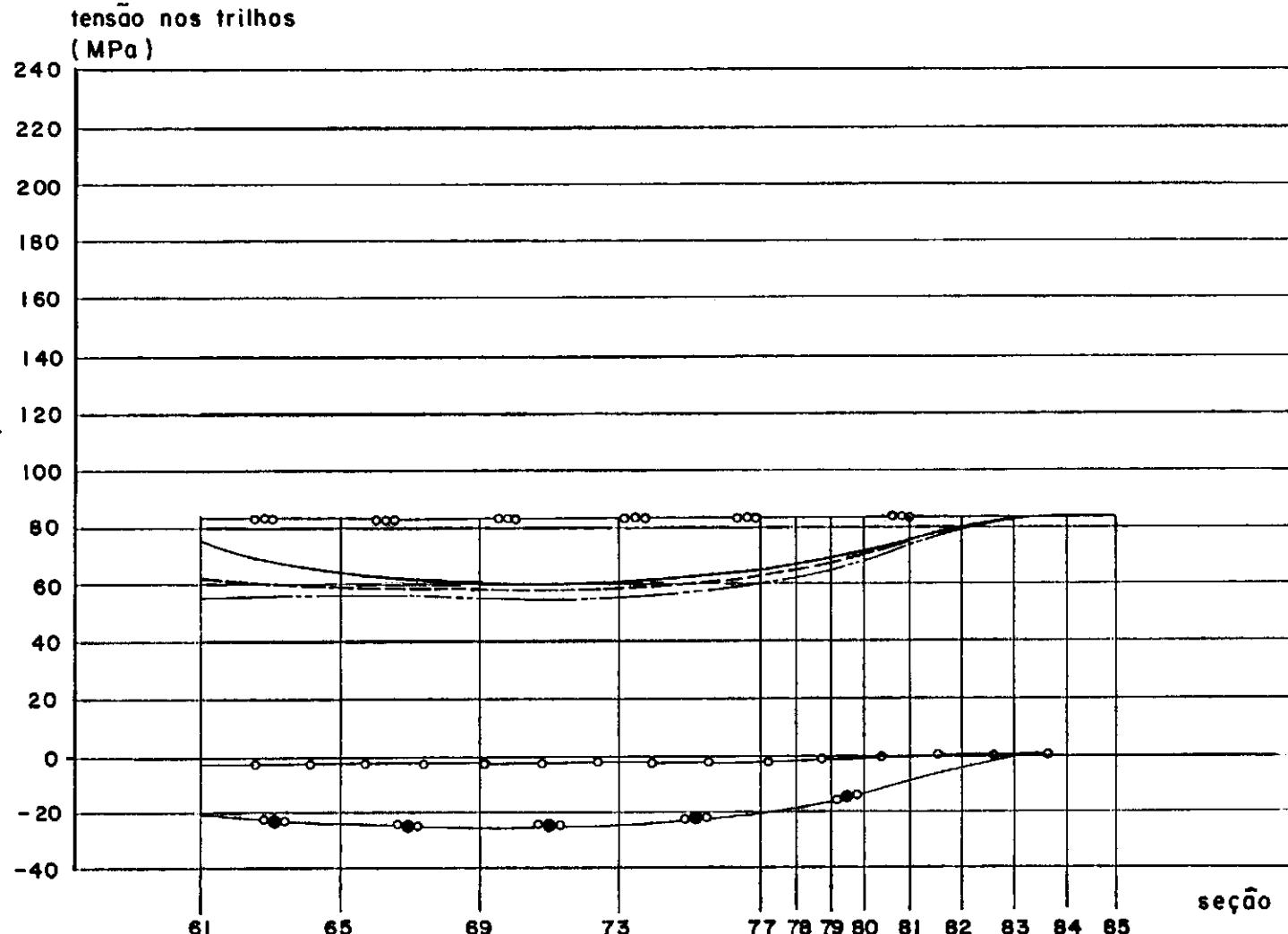
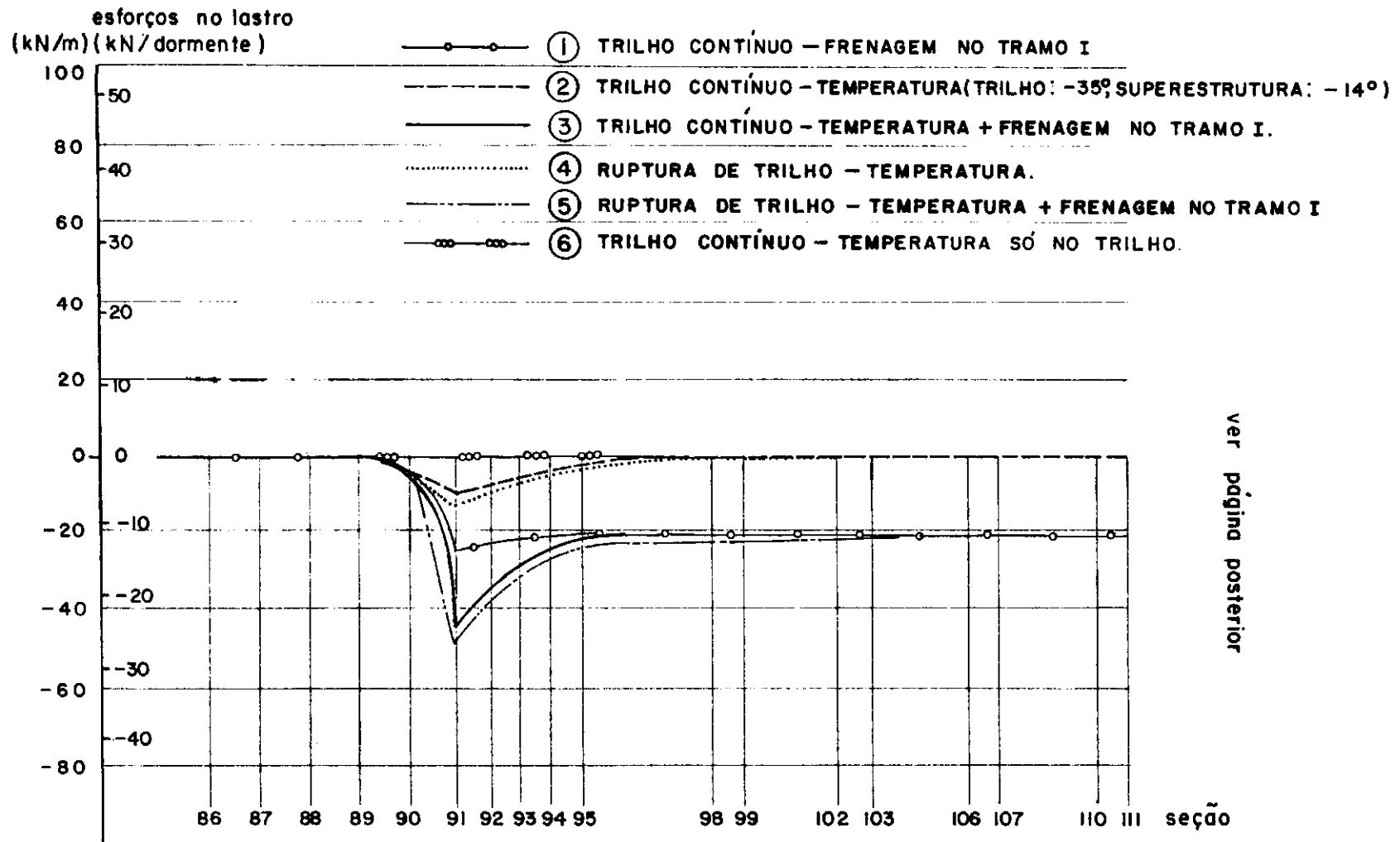
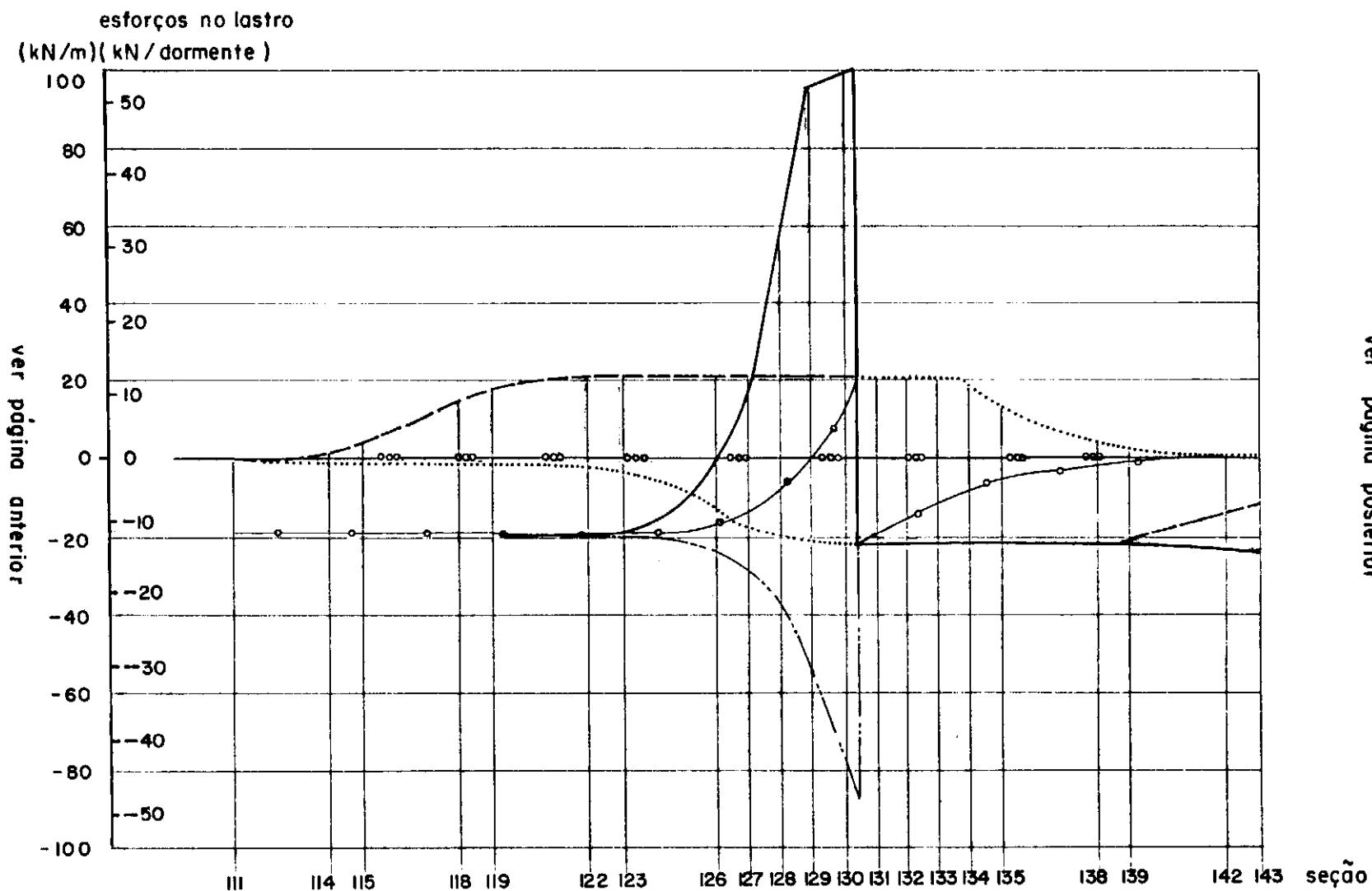


Fig. VII. 5 – Tensões nos trilhos para o viaduto 1.



ver página posterior

Fig.VII 6 (parte)



ver página anterior

ver página posterior

Fig.VII.6 (parte)

ver página anterior

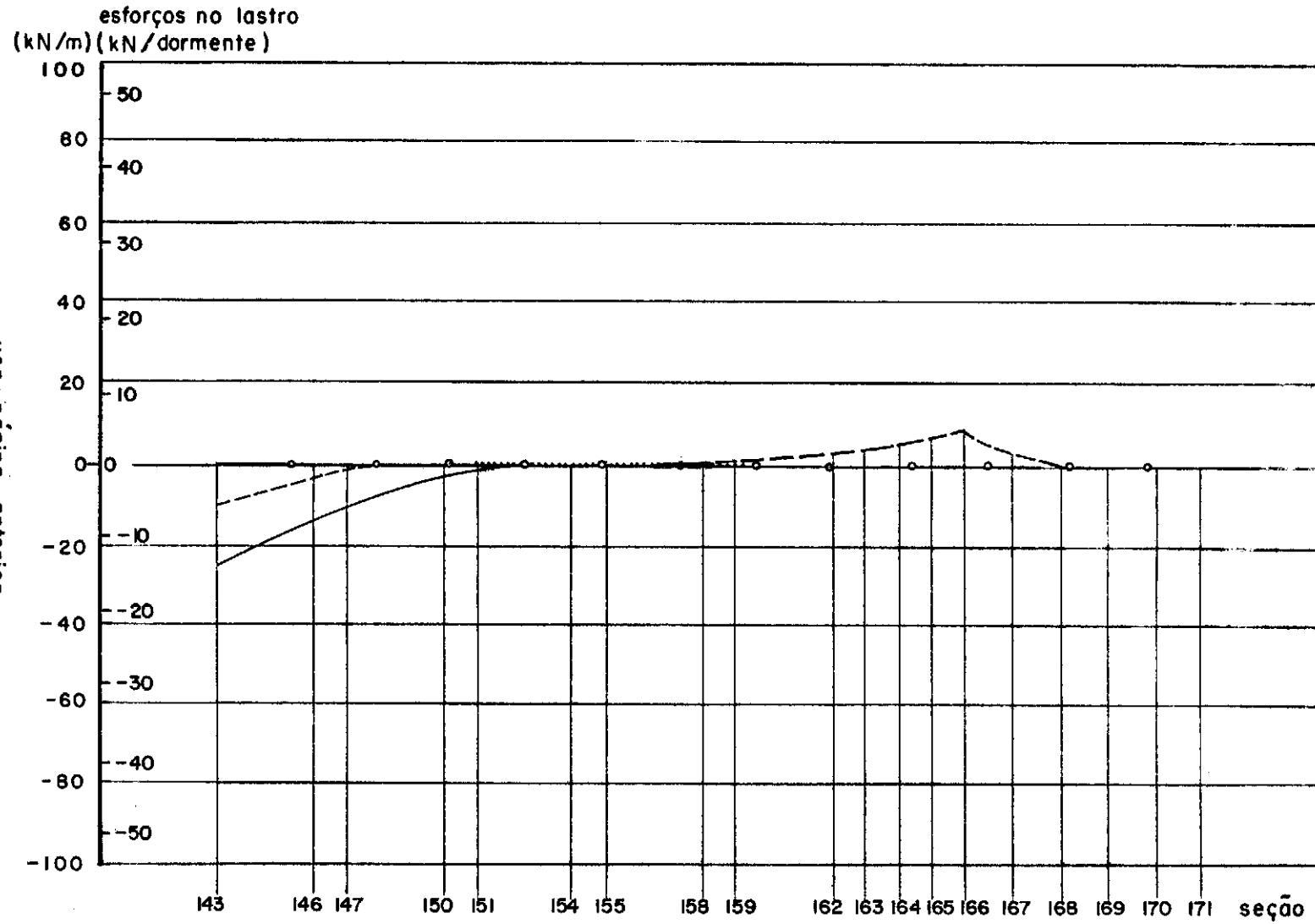


Fig. VII. 6 - Esforços transmitidos pelo lastro para o viaduto. 1

Os deslocamentos obtidos para o trilho no caso de ruptura de trilho na junta do pilar 10 . são, para o caso 4, 0,0920 m, e para o caso 5 . 0,0962m.

Os esforços nos pilares foram comparados com os obtidos no cálculo sem consideração da interação trilho-viaduto e verificou-se que nos pilares 1 e 18, tiveram esforços superiores ao de projeto para os carregamentos de ruptura de trilho, chegando a valores 26% maiores para momentos fletores.

Os esforços nos encontros foram também comparados com os obtidos no cálculo sem consideração da interação trilho-viaduto e verificou-se que tiveram aumentos de até 13%, para carregamentos na situação de trilho contínuo.

## 7.2 Viaduto 2

O esquema desse viaduto está apresentado na figura (VII.7 ) e o modelo estrutural adotado, na figura (VII.8).

As relações constitutivas do lastro são as mesmas calculadas para o viaduto anterior, bem como a seção da superestrutura é a da figura (VII.4).

Os aparelhos de neoprene sob cada viga tem as seguintes dimensões, 0,45m x 0,85m em planta e altura de neoprene de 0,075m.

Os pilares são de seção retangular vazada, variáveis com a altura na direção longitudinal do viaduto com inclinação de cada lado de 1,5% e dimensão no topo de 3,45m, e com as seguintes características:

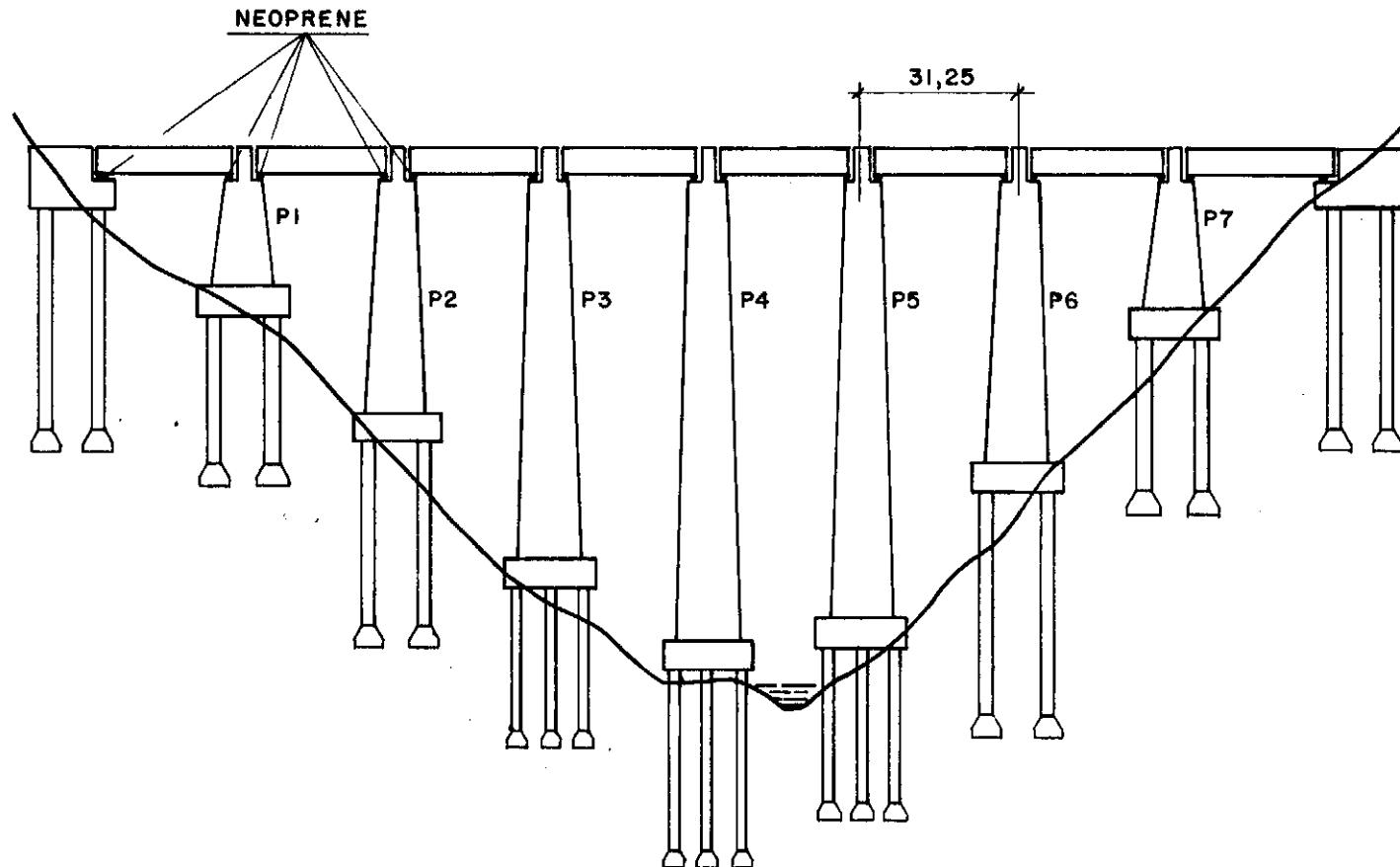


Fig. VII. 7 - Esquema estrutural do viaduto 2.

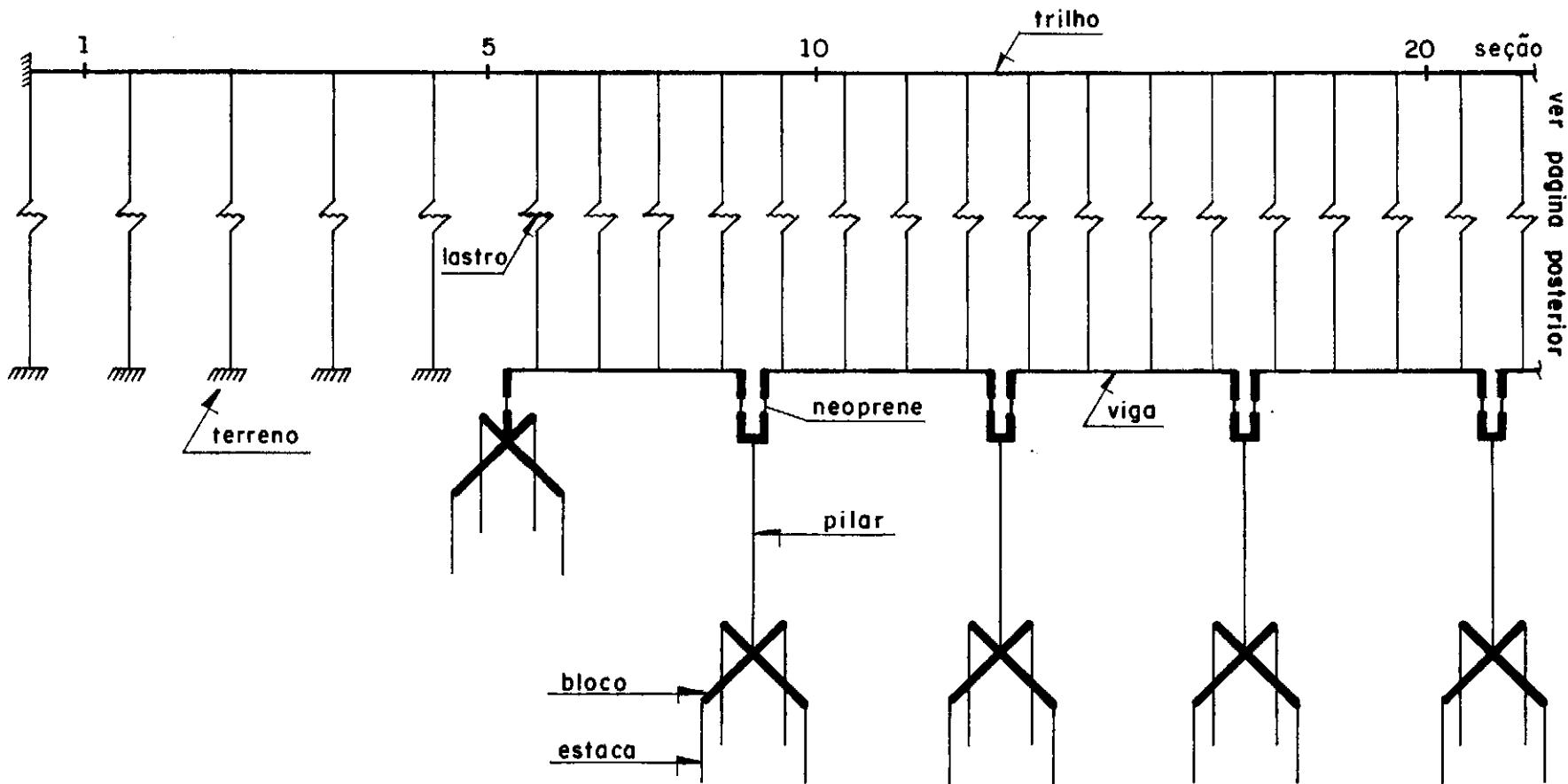


Fig. VII. 8 (parte)

ver pagina posterior

ver página anterior

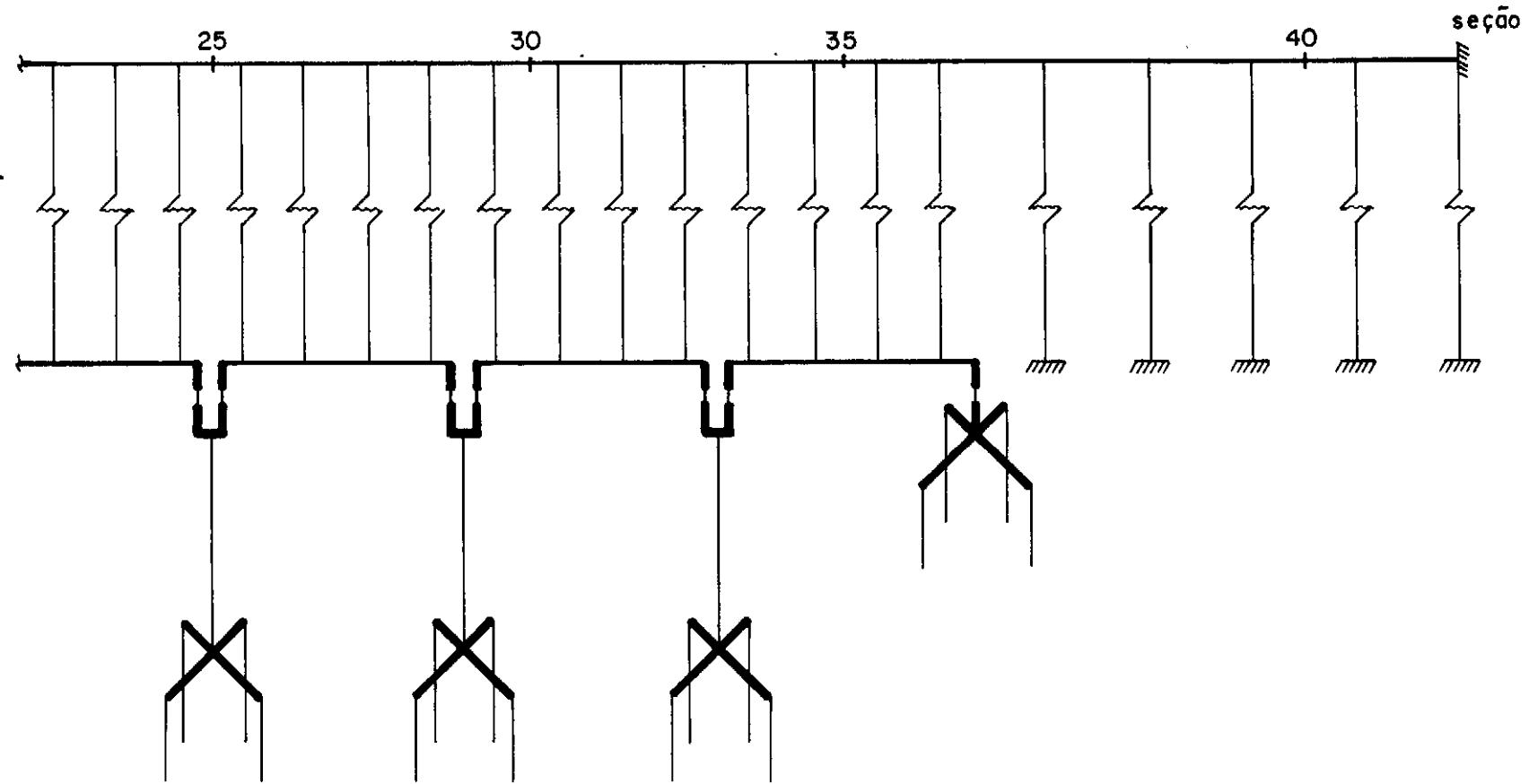


Fig. VII. 8 - Modelo estrutural adotado no viaduto 2

Pilar	Altura (m)	Dimensão Transversal (m)	Rigidez (kN/m)
1	15,00	4,20	198400
2	32,00	6,00	38430
3	51,50	6,00	20150
4	62,00	7,00	18950
5	59,00	7,00	21000
6	38,50	6,00	26120
7	18,00	4,20	122480

Quadro (VII.3) - Características dos pilares do viaduto 2.

Os carregamentos analisados neste viaduto foram:

1 - Estrutura com trilho contínuo

Carregamento: Frenagem em todos os vãos

2 - Estrutura com trilho contínuo

Carregamento: Temperatura (- 35°C no trilho e - 14°C na superestrutura)

3 - Estrutura com trilho contínuo

Carregamento: Temperatura e frenagem em todos os vãos

4 - Ruptura de trilho sobre o pilar 4

Carregamento: Temperatura e frenagem nos vãos 1 a 4

5 - Estrutura com trilho contínuo

Carregamento: Temperatura só na superestrutura

Os resultados obtidos para as tensões nos trilhos estão apresentados no gráfico da figura (VII.9), e o valor máximo de tensão é de 160 MPa para o carregamento 3. Os resultados obtidos para os esforços transmitidos pelo lastro por unidade de comprimento ou por dormentes, estão apresentados na figura (VII.10).

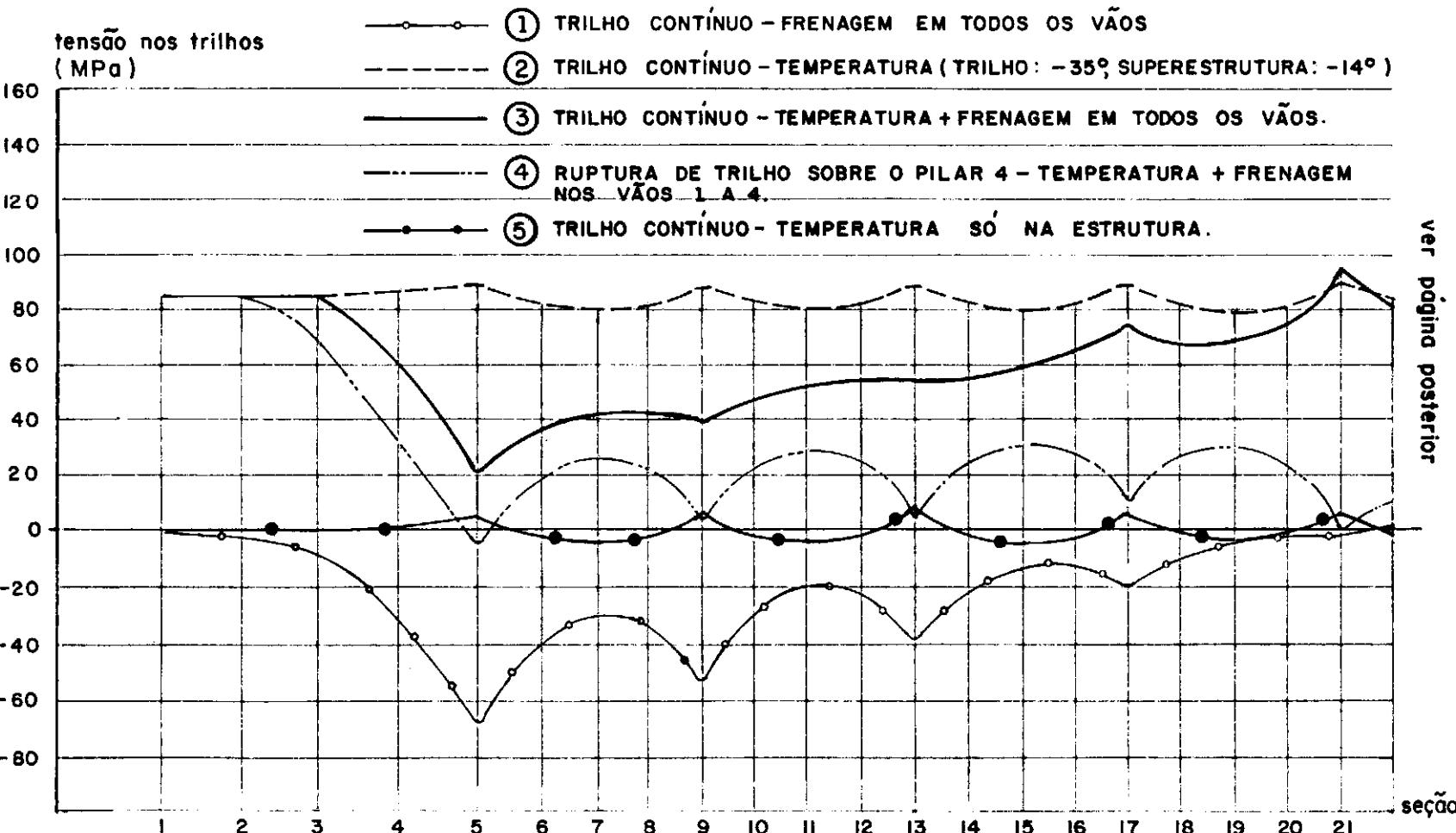


Fig. VII. 9 (parte)

tensão nos trilhos  
( MPa )

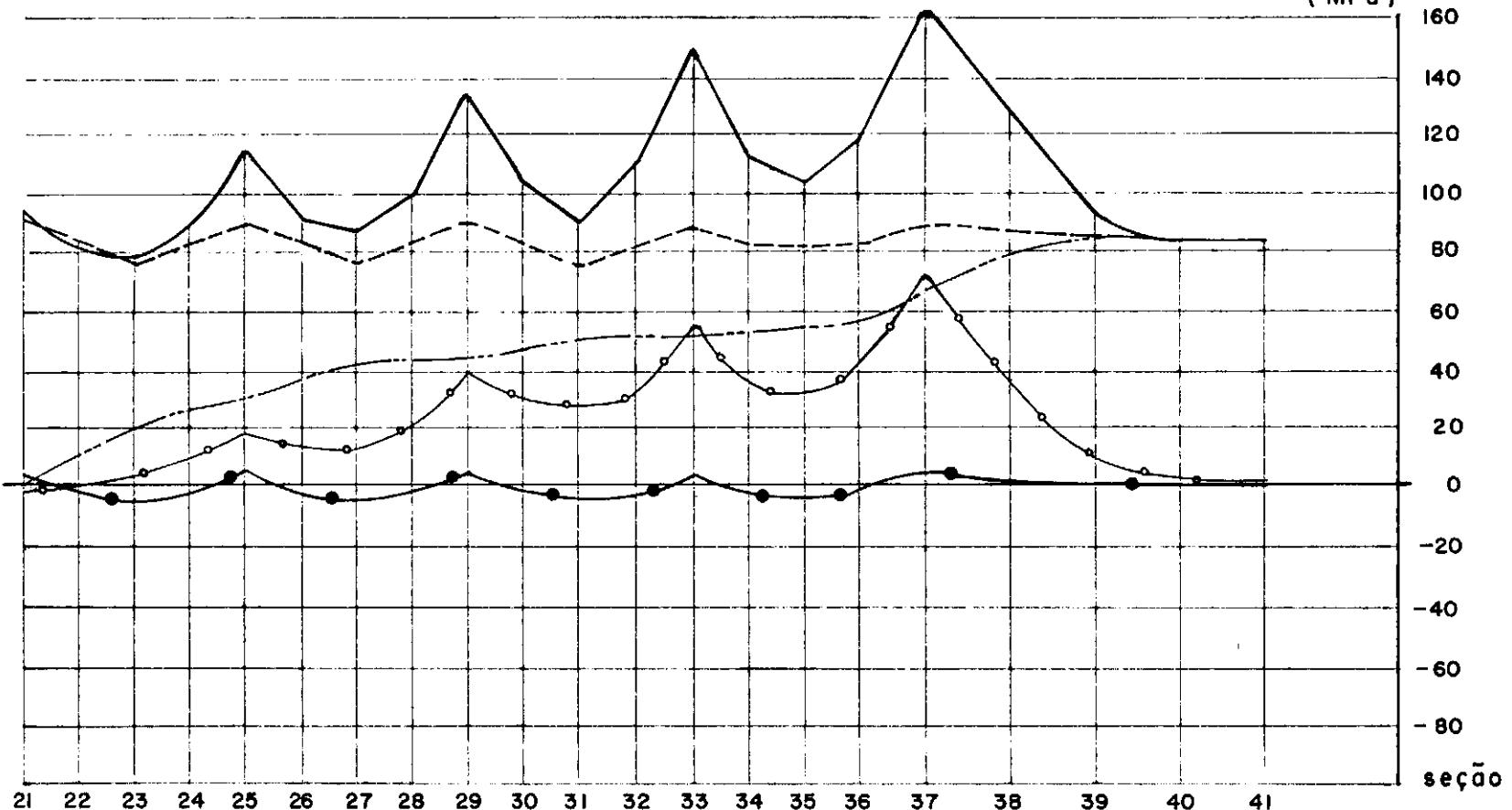


Fig. VII 9 –Tensões nos trilhos para o viaduto 2.

esforços no lastro  
(kN/m) (kN/dormente)

- ① TRILHO CONTÍNUO - FRENAGEM EM TODOS OS VÃOS
- - - - ② TRILHO CONTÍNUO - TEMPERATURA (TRILHO:  $-35^{\circ}$  SUPERESTRUTURA:  $-14^{\circ}$ )
- — — ③ TRILHO CONTÍNUO - TEMPERATURA + FRENAGEM EM TODOS OS VÃOS
- - - - ④ RUPERTURA DE TRILHO SOBRE O PILAR 4 - TEMPERATURA + FRENAGEM NOS VÃOS 1 A 4.
- ⑤ TRILHO CONTÍNUO - TEMPERATURA SÓ NA ESTRUTURA.

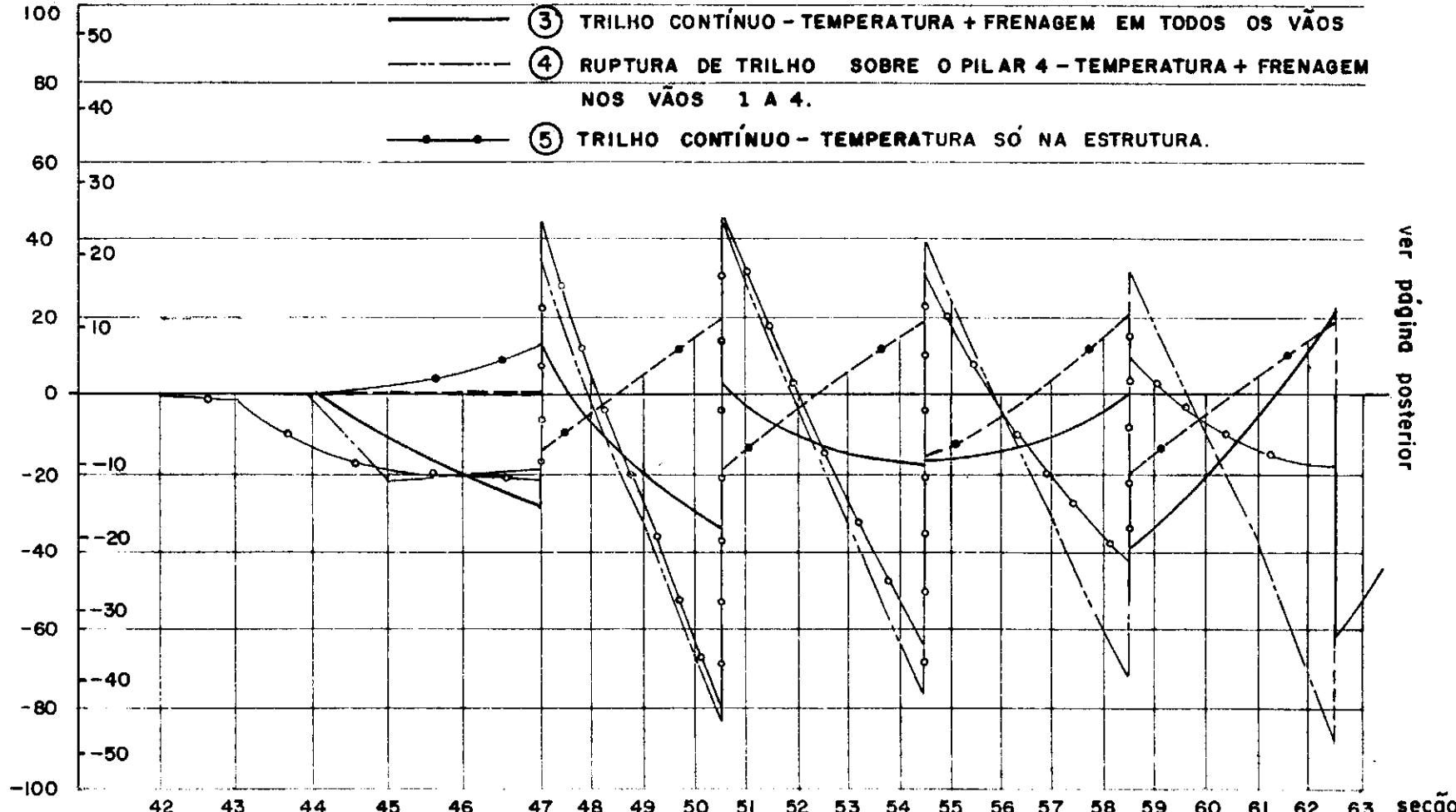
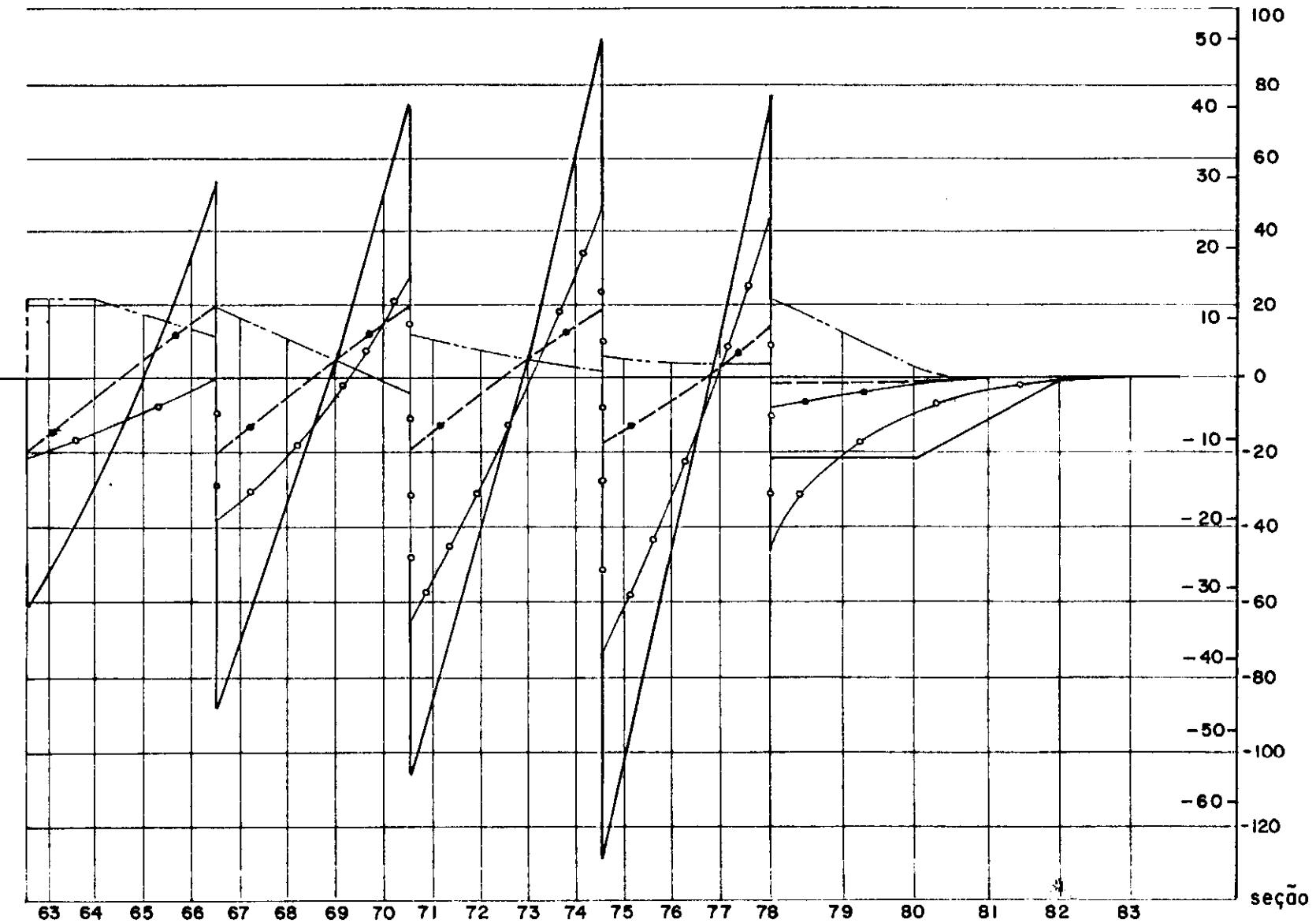


FIG. VII.10 (parte)

ver página posterior

esforços no lastro  
(kN/dormente) (kN/m)



ver página anterior

Fig.VII.10 - Esforços transmitidos pelo lastro para o viaduto. 2

O deslocamento obtido para o trilho no caso de ruptura de trilho é de 0,0877m.

Os esforços nos pilares aumentaram bastante no caso de ruptura de trilho indicando que a segurança dos pilares e das fundações ficou bastante comprometida , chegando a atingir coeficientes  $\gamma_f$  de segurança para alguns pilares, com valores iguais a 1,0.

Da mesma forma, os aparelhos de neoprene ficaram bem solicitados chegando a apresentar distorções de 1,87, ou seja, quase no limite em que eles são ensaiados ( $\tan \gamma = 2,0$ ), sob ação das cargas fatoradas.

### 7.3 Viaduto 3

O esquema desse viaduto está apresentado na figura (VII.11), e o modelo estrutural adotado, na figura (VII.12).

As relações constitutivas do lastro, foram representadas pelas curvas da figura (VII.1), com os seguintes parâmetros para o trecho linear da relação constitutiva.

- comprimento adicional fora da estrutura

$$E = 20 \times 30 = 600 \text{ kN} \quad \text{e} \quad \delta = 0,002\text{m} \text{ (ver Fig.VII.1)}$$

- estrutura descarregada

$$E = 20 \times 10,375 = 207,5 \text{ kN} \quad \text{e} \quad \delta = 0,002\text{m}$$

- estrutura carregada

$$E = 105 \times 10,375 = 1089,4 \text{ kN} \quad \text{e} \quad \delta = 0,0035\text{m}$$

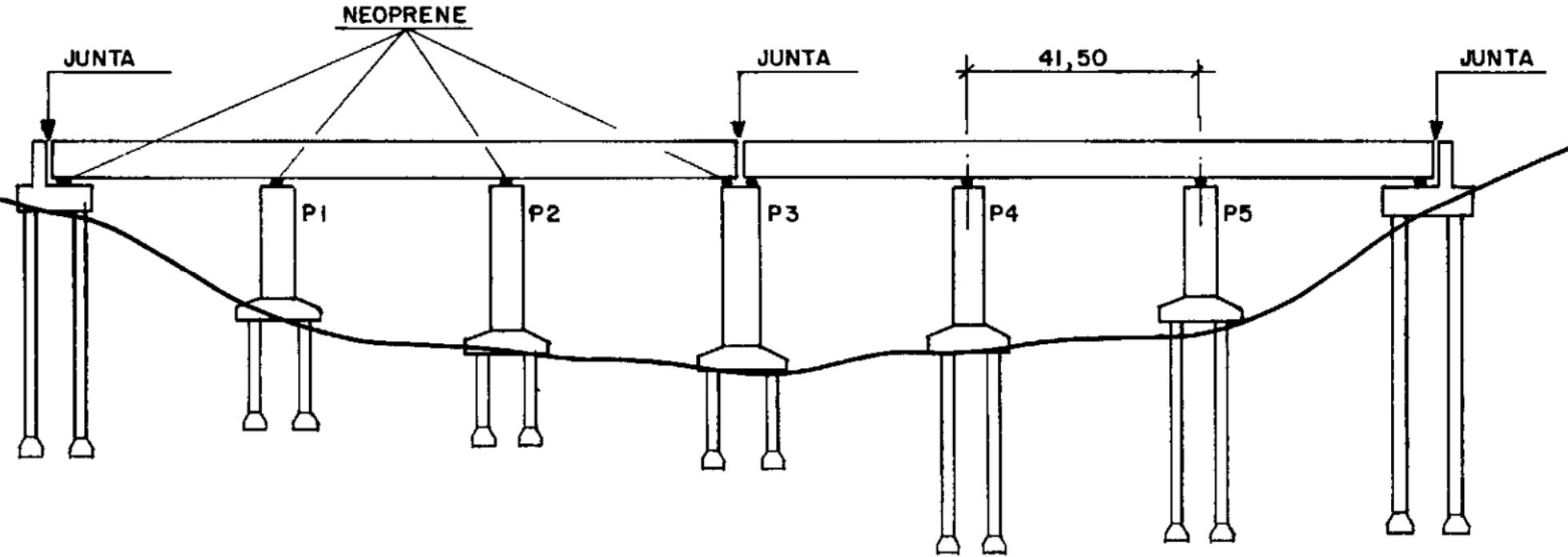


Fig. VII.11 - Esquema estrutural do viaduto 3

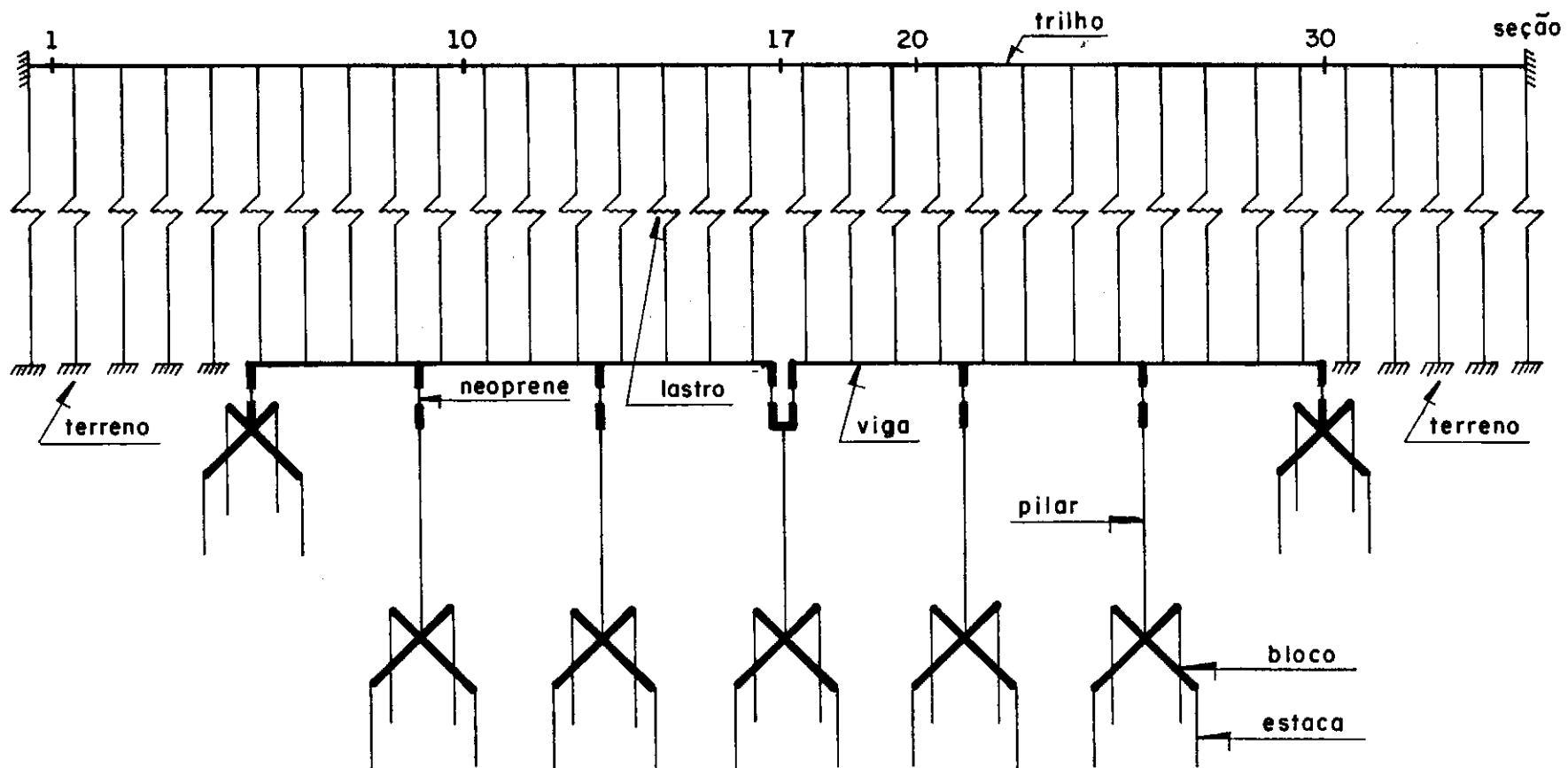


Fig. VII.12 - Modelo estrutural adotado no viaduto. 3

A seção da superestrutura está indicada na figura (VII.13) com as seguintes características:

Trecho próximo aos apoios (1/8 do vão)

$$A = 5,14 \text{m}^2 \quad \text{e} \quad J = 12,21 \text{m}^4$$

Trecho central

$$A = 4,32 \text{m}^2 \quad \text{e} \quad J = 10,07 \text{m}^4$$

Os pilares são de seção retangular vazada, constantes ao longo da altura com dimensões externas de 3,00m x 4,50m e com as seguintes características:

Pilar	Altura (m)	Área (m <sup>2</sup> )	Momento de inércia (m <sup>4</sup> )
1	15,30	4,14	5,63
2	17,70	4,14	5,63
3	21,20	4,14	5,63
4	17,60	4,14	5,63
5	13,60	4,14	5,63

Quadro (VII.4) - Características dos pilares do viaduto 3.

As extremidades dos tramos contínuos são apoiadas em dois aparelhos de neoprene de 0,45m x 0,85m em planta e altura de neoprene de 0,075m e os apoios intermediários, em cinco aparelhos de neoprene de 0,50m x 0,85m e mesma altura de neoprene.

Foram analisados os seguintes casos de carregamento:

1 - Estrutura com trilho contínuo

Carregamento: Temperatura e frenagem nos vãos 1 a 3 e carregamento vertical do TB.

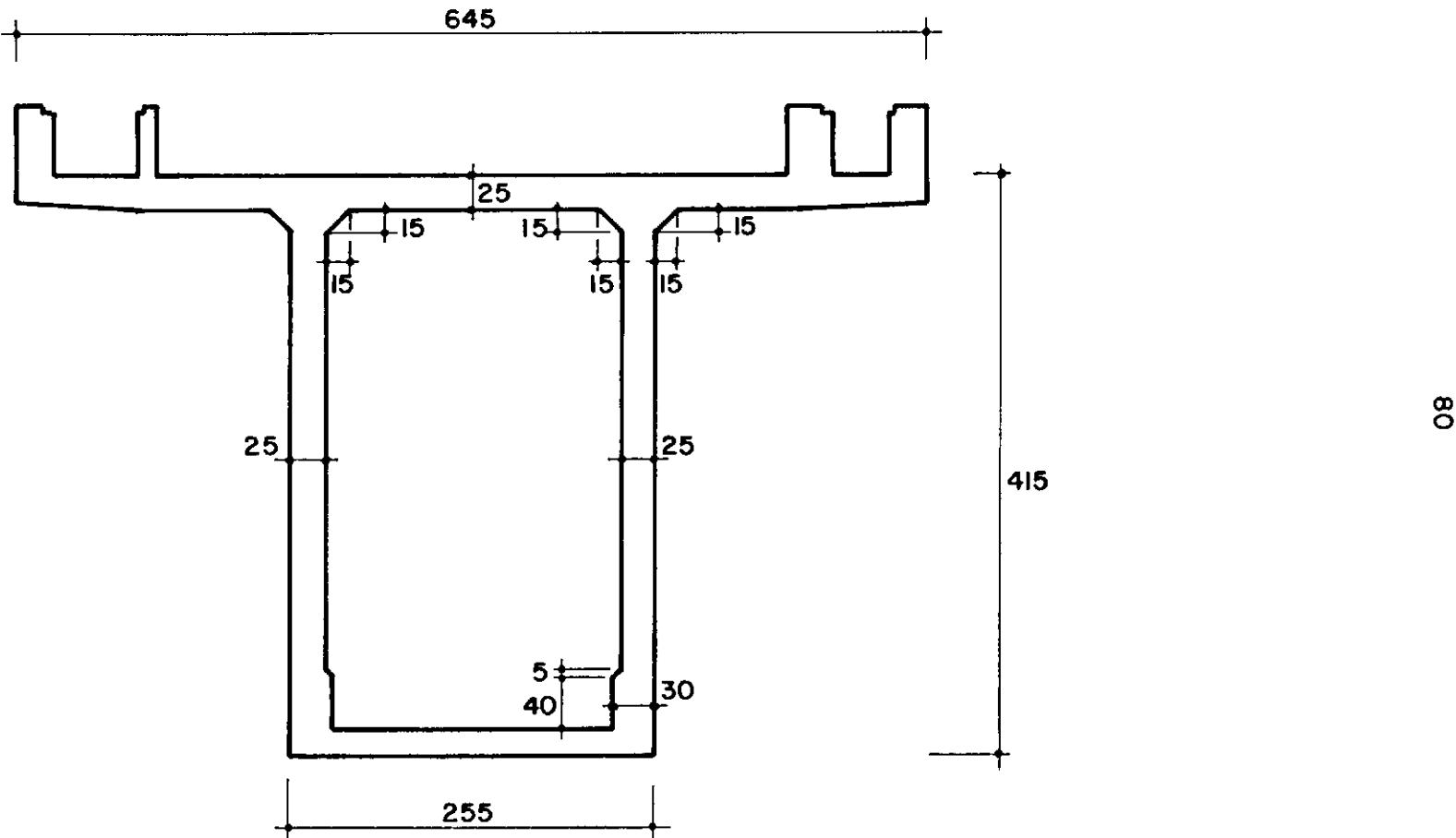


FIG. VII.13 - Seção da superestrutura do viaduto 3

## 2 - Estrutura com trilho contínuo

Carregamento: Mesmo que o anterior com forças aplicadas fatoradas e pilares de concreto armado.

Coeficientes de segurança, 1,2 para temperatura e  
1,4 para demais ações

## 3 - Ruptura de trilho sobre o pilar 3.

Carregamento: Temperatura e frenagem nos vãos 1 a 3.

## 4 - Ruptura de trilho junto ao encontro 2

Carregamento: Temperatura e frenagem nos vãos 1 a 3.

Nos carregamentos seguintes, foi alterado o modelo estrutural de forma a considerar o viaduto em curva, com raio de 900m.

## 5 - Estrutura com trilho contínuo.

Carregamento: Temperatura.

## 6 - Estrutura com trilho contínuo.

Carregamento: Força centrífuga.

## 7 - Estrutura com trilho contínuo.

Carregamento: Frenagem em todos os vãos.

## 8 - Estrutura com trilho contínuo

Carregamento : Temperatura, força centrífuga e frenagem nos vãos 1 a 3 e carregamento vertical do TB.

Os resultados obtidos para as tensões nos trilhos estão apresentados no gráfico da figura (VII.14), e os valores máximos para o primeiro modelo estrutural, são 150 MPa em serviço e 186 MPa com cargas fatoradas e para o segundo modelo, 170 MPa.

Os deslocamentos obtidos para o trilho no caso de ruptura de trilho sobre o pilar 3 é de 0,0734m e no caso de ruptura no encontro 2, é de 0,0695m.

Os esforços nos pilares aumentaram bastante no caso de ruptura de trilho no encontro 2, indicando que a segurança dos pilares e das fundações ficou bastante comprometida , tornando-se estável apenas com coeficiente de segurança reduzido.

No caso de trilho contínuo, os esforços nos pilares e fundações reduziram bastante, chegando até a 30% do valor original de projeto sem a consideração da interação trilho-viaduto no pilar mais carregado.

A distribuição dos esforços nos pilares para o carregamento 2 (com cargas fatoradas) mostrou-se sempre inferior ao acréscimo de esforço solicitante devido ao coeficiente de segurança introduzido. Assim podemos concluir que numa análise com cargas fatoradas, é mais expressiva a transferência de esforços para o trilho, aliviando-se assim os pilares.

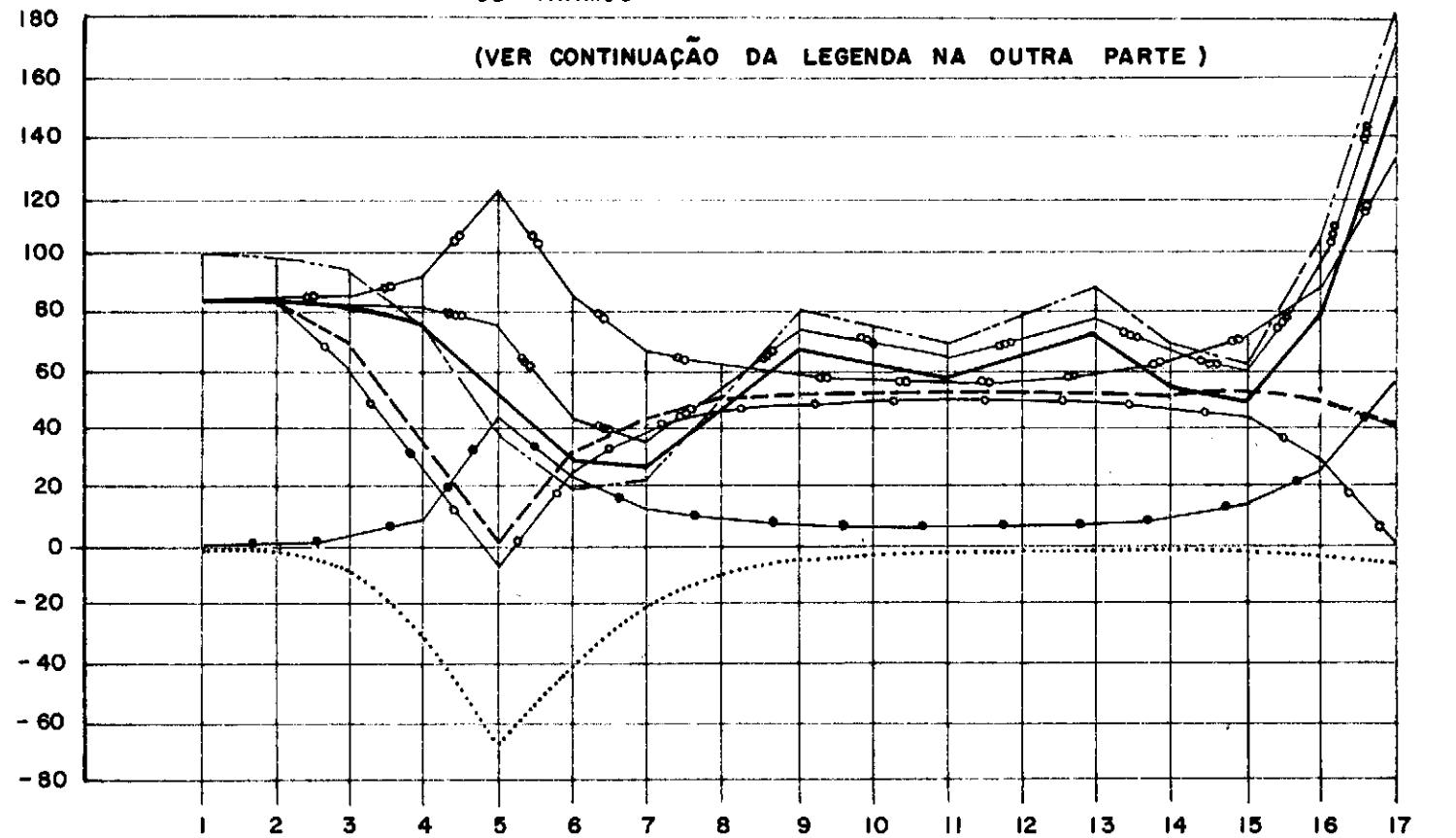
### 7.4 Considerações finais sobre os exemplos

Através da análise dos resultados apresentados para os viadutos dos exemplos, podemos concluir que para viadutos longos com grande comprimento de dilatação, é mais favorável tanto

tensão nos trilhos  
 (MPa)

- 1 TRILHO CONTÍNUO - TB + TEMPERATURA + FRENAGEM NO TRAMO I
- 2 TRILHO CONTÍNUO - TB + TEMPERATURA + FRENAGEM NO TRAMO I - ESFORÇOS fatorados
- 3 RUPTURA DE TRILHO SOBRE O PILAR 3 - TEMPERATURA + FRENAGEM NO TRAMO I
- 4 RUPTURA DE TRILHO SOBRE O ENCONTRO 2 - TEMPERATURA + FRENAGEM EM TODOS OS TRAMOS

(VER CONTINUAÇÃO DA LEGENDA NA OUTRA PARTE)



ver página posterior

Fig. VII. 14 (parte)

- tensão nos trilhos .....  
 (MPa)
- 5 TRILHO CONTÍNUO — TEMPERATURA (TRILHO:  $-35^\circ$ , SUPERESTRUTURA  $-14^\circ$ )
  - 6 TRILHO CONTÍNUO — FORÇA CENTRIFUGA EM TODOS OS TRAMOS
  - 7 TRILHO CONTÍNUO — FRENAGEM EM TODOS OS TRAMOS
  - 8 TRILHO CONTÍNUO — TB + TEMPERATURA + FRENAGEM + CENTRIFUGA NO TRAMO I

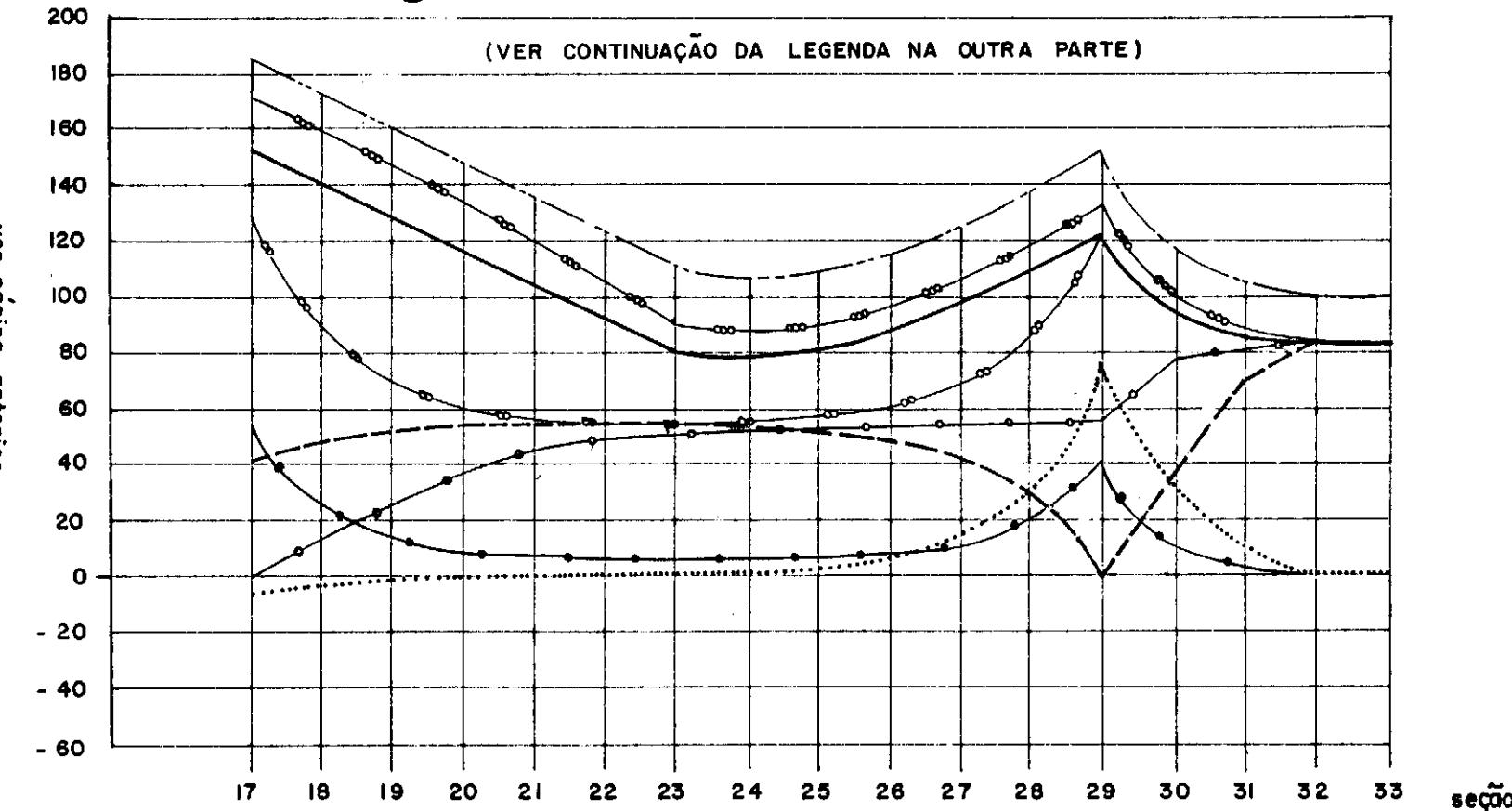


Fig. VII.14 — Tensão nos trilhos para o viaduto 3.

para o trilho como para o viaduto, que haja junta de dilatação coincidente com a do viaduto. Para viadutos isostáticos, a utilização de trilho contínuo auxilia na distribuição de esforços, sendo portanto favorável para o viaduto. Nesse caso, devem ser tomadas precauções, no cálculo, para que seja considerada a ocorrência de ruptura de trilho.

## CAPÍTULO VIII

### APLICAÇÃO PRÁTICA DO ESTUDO

#### 8.1 Determinações de esforços nos trilhos

A primeira aplicação do presente estudo, é aquela referente ao método desenvolvido para a determinação de tensões nos trilhos, decorrentes da interação trilho-estrutura.

Essa determinação de tensões deve ser feita considerando a estrutura com comportamento espacial, principalmente quando se trata de obra em curva.

É fundamental considerar essa tensão para que se possa definir a necessidade de utilização de junta de dilatação, quando seu valor se torna bastante elevado.

Esse cuidado tem sido tomado em estudos feitos por engenheiros especializados na Alemanha, na França e em outros países da Europa, limitando o comprimento máximo dilatável dos via dutos ferroviários, para que sejam restrinvidas as tensões nos trilhos provocadas pelos movimentos longitudinais das estruturas devidos a diferenças de temperatura, retração e fluência. Assim, os cálculos das tensões devidas aos efeitos da interação trilho-estrutura, são sempre realizados nestes casos especiais.

Ao longo de uma obra-de-arte, existem locais que devem ser investigados com o maior cuidado no que se refere a esforços nos trilhos decorrentes da interação trilho-estrutura.

Um dos locais mais críticos no que se refere a tensões nos trilhos contínuos, são os pontos ao longo da obra-de-arte que apresentam juntas de dilatação da estrutura. Nestes pontos os esforços nos trilhos podem atingir valores muito altos. Para

comprimentos dilatáveis maiores que 100m a 150m é interessante dispor no trilho juntas de dilatação de modo a reduzir as forças adicionais nos trilhos. Para viadutos com comprimentos dilatáveis menores, as juntas de dilatação nos trilhos parecem não ser mais necessárias (desde que uma análise mostre que elas sejam dispensáveis).

Outro local ao longo da obra-de-arte que deve receber atenção especial, é na transição nos encontros, entre os trechos em que a superestrutura ferroviária se apóia sobre o terreno e o trecho em que a mesma se apóia diretamente sobre o viaduto. Existe uma diferença de rigidez da infraestrutura dos casos citados pois no apoio sobre viaduto a rigidez vertical é muito maior que no apoio sobre terreno, por estar o viaduto assente sobre fundações rígidas além de normalmente haver uma diminuição da altura de lastro, fazendo com que o suporte da linha se torne ainda mais rígido. Nesse local não deve haver necessidade de instalação de aparelhos de dilatação.

Outro local em que a tensão no trilho pode se apresentar aumentada é aquele situado sobre aparelhos de apoio flexíveis, onde ocorrerá um recalque elástico daquela extremidade do viaduto toda vez que as rodas das locomotivas ou vagões entrarem nesse trecho. Nesse local também não deve haver necessidade de instalação de aparelhos de dilatação.

## 8.2 Distribuição de esforços nas obras-de-arte

A outra aplicação prática do estudo é aquela que trata da consideração do trilho contínuo para a distribuição de esforços.

Nos viadutos isostáticos com pilares altos, é necessário verificar como se distribuem os esforços de frenagem que são aplicados diretamente sobre os trilhos. Essa distribuição ocorre de forma bastante variável entre encontros, pilares e tri-

lhos e é função principalmente da variação de altura e dimensões dos pilares.

É de se esperar que nos viadutos de pilares baixos o esforço seja transmitido mais para os pilares e encontros, e nos viadutos de pilares altos, esse esforços seja absorvido em maior escala pelos próprios trilhos.

Nos viadutos contínuos cujos tramos são apoiados em aparelhos de neoprene, não havendo nenhuma fixação rígida com os encontros, tal distribuição de esforços também é modificada considerando-se a presença dos trilhos.

No terceiro exemplo apresentado no capítulo anterior, no carregamento só com forças de frenagem, pode-se verificar que 49% dos esforços aplicados foram transmitidos pelos trilhos para fora do viaduto. Esse valor é bastante significativo, evidenciando o aspecto prático desse estudo, podendo resultar num dimensionamento mais econômico de uma obra nova, ou na viabilização de uma situação especial para obras existentes.

Nos viadutos isostáticos com pilares altos, é necessário verificar como os esforços transversais (devido principalmente à força centrífuga em obras curvas) são transmitidos para a estrutura e para fora dos viadutos através de incrementos de esforços de tração nos trilhos.

Nos viadutos contínuos apoiados sobre aparelhos de neoprene, tal fato também pode acontecer.

### **8.3 Verificação para o caso de ruptura de trilho**

Uma terceira aplicação do estudo que pode ser salientada, é a verificação da obra-de-arte especial para ocorrência de ruptura de trilho ou mesmo de um seccionamento proposital dos trilhos.

Tal verificação é mais significativa para obras isostáticas. Devem ser analisados principalmente os pilares e os aparelhos de apoio.

Os exemplos apresentados no capítulo anterior, mostraram os grandes aumentos de esforços ocorridos, de tal forma que essas peças estruturais se tornaram bastante comprometidas.

Assim é recomendável que não se tenha juntas nos trilhos em obras isostáticas, e se por alguma razão, elas forem necessárias, seu posicionamento deve ser cuidadosamente examinado, podendo até implicar na necessidade de outras juntas isolando o viaduto.

#### 8.4 Verificação à flambagem

Embora neste trabalho não tenha sido considerada a análise não linear geométrica, a sua implantação exige meramente a consideração de uma matriz de rigidez não linear geométrica para os elementos de barra.

É de se ressaltar que a ligação dos topos dos pilares (usualmente rotulados na extremidade superior) através de trilhos contínuos pode resultar numa diminuição substancial dos momentos de 2ª ordem para os pilares.

Esta consideração deverá ser investigada num trabalho futuro.

## CAPÍTULO IX

### CONCLUSÕES

Essa análise mostrou a necessidade de se verificar os efeitos do conjunto trilho-viaduto, interligados por uma camada de lastro, representada por elementos de características não-lineares, para os casos em que os trilhos são contínuos ou em que haja uma junta de dilatação ou ruptura de trilho em qualquer ponto ao longo do viaduto.

A representação espacial da estrutura que é permitida pelo programa implementado possibilita uma análise bem ampla, de forma a se poder determinar esforços nos trilhos e no viaduto para os diversos carregamentos a que a via férrea pode estar submetida.

A necessidade dessa análise foi bastante evidenciada para estruturas contínuas apresentando grandes comprimentos dilatáveis, sendo mostrada a elevação das tensões nos trilhos e consequente necessidade de introdução de aparelhos de dilatação. Detalhes específicos para contenção do lastro devem ser projetados no local da junta de dilatação do viaduto independente de se ter ou não juntas de dilatação nos trilhos.

Nas obras com superestruturas soltas, apoiadas em aparelhos de neoprene, ficou demonstrada a capacidade de transmissão de esforços pelos trilhos.

Nas obras isostáticas, a ruptura de trilho pode elevar consideravelmente os esforços nos aparelhos de neoprene, pilares e fundações, devendo assim ser objeto de verificação estrutural.

Apresentamos ainda, as seguintes sugestões para estudos adicionais que podem ser realizados:

1. Experiências num trecho de via permanente com instrumentações, para determinação das relações constitutivas entre deslocamentos e esforços solicitantes no lastro.

Nessas experiências devem ser determinadas as seguintes curvas:

a) Curvas esforço-deslocamento para as direções horizontais longitudinais e transversais ao eixo da ferrovia.

b) Curva esforço-deslocamento para a direção vertical ob servando também se o conjunto lastro-dormentes admite algum esforço de tração.

c) Curva esforço-rotação para efeitos de torção e de rotação nas direções longitudinais e transversais ao eixo da ferrovia.

2. Experiências em verdadeira grandeza num trecho de viaduto, simulando as movimentações existentes, para determinação da posição em que o elemento não linear de comprimento nulo representativo do lastro deverá ser teoricamente posicio nado e a influência de sua discretização na interação de es forços.

3. Implementação da verificação à flambagem, através da introdução de subrotina que permita a análise não linear geo métrica dos elementos constituintes do modelo proposto.

BIBLIOGRAFIA

- [1] FRYBA, L., Distribution "quasi-statique" des forces de démarrage et de freinage dans les rails et les ponts , Rail International, Feb., 1975.
- [2] KLASSEN, K., SCHMALZLIN, G., Berechnung der Langskräfte in hohen Eisenbahnbrücken bei nichtlinearem Materialgesetz des Schotters, Die Bautechnik, 1980.
- [3] GANDIL, J., VOIGNIER, P., Phénomène d'interaction "voie-ouvrage d'art" sous les effets de variations de température dans le cas de pose de voie en longs rails soudés, Revue Générale des Chemins de Fer, oct., 1979.
- [4] DOLCE, M., VILLATICO, C., La realizzazione dei ponti in c.a.p. a travata continua, Ingegneria Ferroviaria, mar., 1985.
- [5] MONTEIRO, F.M., Estudo da interação trilho x viaduto, I Encontro Nacional de Trilho, AMV, fixação e acessório - I ENTRI, Rio de Janeiro, out., 1984.
- [6] SORIANO, H.L., Análise de estruturas reticuladas em computadores de pequeno porte, Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1983.
- [7] WEAVER, W. Jr., Computer programs for structural analysis, D. van Nostrand Company Inc., 1967.
- [8] SCHULZ, M., DIAZ, B.E., Matriz de rigidez acoplada de elementos lineares de concreto armado, Revista Brasileira de Engenharia, Rio de Janeiro, 2, (1), 1984.
- [9] COURBON, J., CONVERSY, F., RAJADE, J., Appareils d'appui en caoutchouc fretté pour ouvrages d'art, Annales des Ponts et Chaussées, juin, 1967.

- [10] SERVIDE D'ETUDES TECHNIQUES DES ROUTES ET AUTOROUTES, Appareils d'appui en élastomère fretté, dec., 1974.
- [11] COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON, Code Modèle CEB-FIP pour les structures en béton, Paris, 1978.
- [12] SCHRAMM, G., Técnica e economia na via permanente, Rio de Janeiro, 1977.
- [13] BRINA, H.L., Estradas de Ferro, Livros Técnicos e Científicos Editora S/A., 1979.
- [14] GALGOUL, N.S., Dimensionamento de seção qualquer à flexão composta, Estrutura, Rio de Janeiro (86), 1979.
- [15] MONTEIRO, F.M., COSTA E SILVA, A.V., Determinação de esforços em estanqueamentos verticais com contenção lateral, Estrutura, Rio de Janeiro (89), 1979.
- [16] CLEMENTE, L.G., SALVATORI, S.E.F., Estruturas elevadas com trilhos longos soldados continuamente, Relatório Interno da Companhia do Metropolitano de São Paulo, 1983.
- [17] INSPECTOR ENGENHARIA LTDA., Relatório sobre Instrumentação dos trilhos-trecho Cajuapara, Relatório Interno para a Companhia Vale do Rio Doce, 1984.
- [18] FIGUEIREDO FERRAZ - CEP LTDA., Estudo dos esforços na infra-estrutura devido a ruptura de trilhos no elevado Tatuapé, Relatório Interno para a Companhia do Metropolitano de São Paulo, 1978.
- [19] BERTRAND, G., Vorentwurf und Tragverhalten der Aussteifungskonstruktion von Hochhäusern - Eine Untersuchung der statischen und verkehrstechnischen Entwurfsansätze zur Dimensionierung von Stahlbetonkernen anhand eines numerischen Verfahrens, München, 1977 (tese de doutorado - Technische Universität München).

## APÊNDICE A

### PROGRAMA DE COMPUTADOR

#### A.1 DESCRIÇÃO GERAL DO PROGRAMA

O programa de computador foi implementado na linguagem FORTRAN 77 em computador da CONTROL DATA CORPORATION - modelo CYBER 185.

O programa destina-se à análise de estrutura espacial de barras com elementos de características não lineares.

As barras podem ser representadas por suas características geométricas e propriedades dos materiais ou por matrizes de rigidez ou de flexibilidade.

Alguns elementos especiais também foram desenvolvidos para representarem os aparelhos de neoprene, características de geometria com elementos rígidos nas extremidades, elementos representativos do lastro e elementos de concreto armado.

Os apoios podem apresentar além de restrições e liberações, coeficientes de mola ou matriz de rigidez completa e recalques de apoio.

#### A.1.1 Programa principal - ANSTRUN

No programa principal, são definidas as dimensões dos vetores de trabalho, oito blocos de declaração COMMON e dez mandos OPEN para criação de arquivos em disco. Nele são acessadas todas as subrotinas principais e é verificado se houve convergência dentro do número de iterações estipuladas.

#### A.1.2 Subrotina CONVER

Subrotina para verificar a convergência das iterações globais do sistema e imprimir o número de iterações em que houve convergência e os deslocamentos dos nós.

#### A.1.3 Subrotina DADOS

Subrotina para a leitura dos dados relativos a definições dos nós, elementos, materiais, características geométricas, matriz de rigidez ou flexibilidade, elementos especiais de geometria, não linear representativos do lastro, representativos de aparelhos de neoprene e de barras de concreto armado, e dados relativos aos apoios, suas restrições, recalques e coeficientes de mola.

#### A.1.4 Subrotina INVERT

Subrotina para inversão de matriz. Essa subrotina é utilizada apenas quando há elemento representado por matriz de flexibilidade. Essa subrotina é acessada pela subrotina DADOS.

#### A.1.5 Subrotina CARRE

Subrotina para leitura de carregamentos de cargas concentradas nos nós e de cargas concentradas, distribuídas, momentos aplicados e variação de temperatura nas barras.

#### A.1.6 Subrotina PERFIL

Subrotina para análise da esparsidade das matrizes de rigidez global. Define o acoplamento existente entre os termos da matriz de rigidez com o deslocamento para armazenamento em perfil ("sky-line").

#### A.1.7 Subrotina FORMS

Subrotina para a montagem da matriz de rigidez local de cada elemento, sua conversão para o sistema global e arquivo no vetor de trabalho principal.

#### A.1.8 Subrotina CALRT

Subrotina para cálculo da matriz de rotação transposta de cada elemento. Essa subrotina é acessada pelas subrotinas FORMS, CEEQ e ESFOR.

#### A.1.9 Subrotina CALT

Subrotina para cálculo da matriz de translação do elemento de geometria. Essa subrotina é acessada pelas subrotinas FORMS e ESFOR.

#### A.1.10 Subrotina GAUT

Subrotina para divisão da seção de concreto armado em 220 partes, sendo 120 na seção de concreto e 100 na seção de aço. Para cada uma das partes e para a seção total, são determinadas a área e as coordenadas no sistema local. Essa subrotina é acessada pela subrotina FORMS.

#### A.1.11 Subrotina INTEGRE

Subrotina para integração de tensões ao longo da seção do elemento de concreto armado para obtenção de esforços, suas derivadas parciais em relação às deformações e termos da matriz constitutiva secante acoplada. Essa subrotina é acessada pela subrotina FORMS.

#### A.1.12 Subrotina FORMF

Subrotina para montagem do vetor independente de esforços de cada elemento e seu arquivamento no vetor de trabalho principal.

#### A.1.13 Subrotina CEEQ

Subrotina para cálculo dos esforços equivalentes para cada elemento, no sistema global. Essa subrotina é acessada pela subrotina FORMF.

#### A.1.14 Subrotina CALEEQ

Subrotina para cálculo dos esforços equivalentes para cada elemento no sistema local considerando os diversos tipos de carregamento permitidos pelo programa. Essa subrotina é acessada pelas subrotinas CEEQ e ESFOR.

#### A.1.15 Subrotina APOIO

Subrotina para introdução das condições de contorno, na qual é utilizada a técnica do número grande com valor adotado de  $10^{100}$ . Nessa subrotina são introduzidos além das restrições, os recalques de apoio e coeficientes de mola.

#### A.1.16 Subrotina RESOL

Subrotina para resolução do sistema global de equações a través do método de Cholesky e constituído pelas seguintes etapas: fatoração, substituição para frente e retro-substituição.

#### A.1.17 Subrotina ESFOR

Subrotina para cálculo e impressão dos esforços seccionais de cada elemento no sistema local e para cálculo e impres-

são das reações de apoio e condições de equilíbrio de cada nó, no sistema global.

#### A.1.18 Subrotina ERRO

Subrotina para imprimir mensagens de erro, onde se identifica a subrotina, a linha da declaração e o valor do parâmetro em que houve erro.

A.2 DADOS DE ENTRADAPROGRAMA ANSTRUN - ANÁLISE DE ESTRUTURAS NÃO LINEARMANUAL DE UTILIZAÇÃO

21.11.86

FLÁVIO MOTA MONTEIRO

FINALIDADE

Cálculo de estrutura espacial de barras. O programa permite representar as barras pelas suas características geométricas e propriedades dos materiais assim como através de matriz de rigidez ou de flexibilidade.

Existem também a possibilidade de utilização de elementos de aparelhos de neoprene e de características de geometria com elementos rígidos nas extremidades.

Os apoios são representados através de restrições ou liberações, assim como através de molas nas direções do apoio ou de matriz de rigidez completa. Podem ser discriminados recalques de apoio.

Os dados de entrada podem ser fornecidos em qualquer coluna do campo definido. Dado em branco não é considerado.

CARTÃOFORMATOPRIMEIRO: Numeração da estrutura

Col 1 a 10 - Número de estrutura em análise	I 10
Col 11 a 20 - Número de iterações	I 10
Col 21 a 30 - Valor da precisão para finalizar as iterações	I 10

SEGUNDO: Identificação da estrutura

Col 1 a 80 - Título da estrutura	20A4
----------------------------------	------

CARTÃOFORMATOTERCEIRO: Dados gerais

Col 1 a 10 - Número de pontos nodais	I10
Col 11 a 20 - Número de elementos	I10
Col 21 a 30 - Número de nós com condições de contorno	I10
Col 31 a 40 - Número de tipos de materiais (se existir)	I10
Col 41 a 50 - Número de seções transversais (se existir)	I10

QUARTO: Dados especiais

Col 1 a 10 - Número de tipos de matrizes de rigidez (se existir)	I10
Col 11 a 20 - Número de tipos de matrizes de flexibilidade (se existir)	I10
Col 21 a 30 - Número de tipos de neoprenes (se existir)	I10
Col 31 a 40 - Número de tipos de geometria (se existir)	I10
Col 41 a 50 - Número de tipos de mola não linear (se existir)	I10
Col 51 a 60 - Número de tipos de concreto (se existir)	I10

QUINTO: Coordenadas dos nós

Col 1 a 10 - Número do nó	I10
Col 11 a 20 - Coordenada X	F10.0
Col 21 a 30 - Coordenada Y	F10.0
Col 31 a 40 - Coordenada Z	F10.0

SEXTO: Definição dos elementos

Col 1 a 10 - Número do elemento	I10
Col 11 a 20 - Primeiro nó da incidência	I10
Col 21 a 30 - Segundo nó da incidência	I10
Col 31 a 40 - Tipo do material	I10

Obs.: Barra representada por matriz de rigidez, = -1

CARTÃO

Barra representada por matriz de flexibilidade, = -2

Para mola não linear, o tipo do material tem que ter 6 números, representando o tipo de mola não linear para cada grau de liberdade na seqüência x, y, z, xx, yy, zz (sistema local)

Col 41 a 50 - Tipo da seção transversal

I10

Obs.: Quando tipo do material = - 1, é dado o tipo da matriz de rigidez

Quanto tipo do material = - 2, é dado o tipo da matriz de flexibilidade

Quando o elemento for de neoprene, mola não linear ou concreto, não é necessário esse dado.

Col 51 a 60 - Ângulo beta

F10.0

Obs.: Igual ao utilizado no programa Stress

Col 61 a 72 - Código de liberação de extensibilidade das barras

I12

Obs.: Col 61 a 66 - extremo inicial

Col 67 a 72 - extremo final

0 → continuidade

1 → liberação

(sistema local)

Col 73 a 75 - Tipo de geometria

I 3

Col 76 a 80 - Tipo do elemento

I 5

Obs.: 1 → Barra; 2 → Neoprene; 3 → Mola não linear; 4 → Concreto armado; (se não for fornecido, o programa admite = 1 → barra)

CARTÃOFORMATOSÉTIMO: Definição dos materiais das barras

(Somente se o número de tipos de materiais for diferente de Zero)

Col 1 a 10 - Número do tipo do material	I10
Col 11 a 20 - Módulo de elasticidade	F10.0
Col 21 a 30 - Coeficiente de Poisson	F10.0

OITAVO: Definição das características geométricas das barras

(Somente se o número de tipos de seções transversais for diferente de Zero)

Col 1 a 10 - Número do tipo da seção transversal	I10
Col 11 a 20 - Área	F10.0
Col 41 a 50 - Inércia à torção	F10.0
Col 51 a 60 - Inércia em relação ao eixo Y local	F10.0
Col 61 a 70 - Inércia em relação ao eixo Z local	F10.0

Obs.: Não existem dados nas colunas 21 a 40

NONO: Definição das matrizes de rigidez

(Somente se o número de tipos de matriz de rigidez for diferente de Zero)

**GRUPO DE SEIS CARTÕES****PRIMEIRO DO GRUPO:**

Col 1 a 10 - Número do tipo da matriz de rigidez	I10
Col 11 a 20 - Linha 1 Coluna 1	F10.0
Col 21 a 30 - Linha 1 Coluna 2	F10.0
Col 31 a 40 - Linha 1 Coluna 3	F10.0
Col 41 a 50 - Linha 1 Coluna 4	F10.0
Col 51 a 60 - Linha 1 Coluna 5	F10.0
Col 61 a 70 - Linha 1 Coluna 6	F10.0

CARTÃOFORMATO**SEGUNDO AO SEXTO DO GRUPO: (5 Cartões)**

Col 11 a 20 - Linha 2 a 6 Coluna 1	F10.0
Col 21 a 30 - Linha 2 a 6 Coluna 2	F10.0
Col 31 a 40 - Linha 2 a 6 Coluna 3	F10.0
Col 41 a 50 - Linha 2 a 6 Coluna 4	F10.0
Col 51 a 60 - Linha 2 a 6 Coluna 5	F10.0
Col 61 a 70 - Linha 2 a 6 Coluna 6	F10.0

**DÉCIMO: Definição das matrizes de flexibilidade**

(Somente se o número de tipos de matriz de flexibilidade for diferente de Zero)

**GRUPO DE SEIS CARTÕES IGUAIS AOS DA MATRIZ DE RIGIDEZ.****DÉCIMO PRIMEIRO: Definição dos neoprenes**

(Somente se o número de tipos de neoprenes for diferente de Zero)

Col 1 a 10 - Número do tipo de neoprene	I10
Col 11 a 20 - Dimensão do neoprene na direção Y local	F10.0
Col 21 a 30 - Dimensão do neoprene na direção Z local	F10.0
Col 31 a 40 - Número de camadas	I10
Col 41 a 50 - Altura de cada camada	F10.0
Col 51 a 60 - Módulo de elasticidade transversal	F10.0

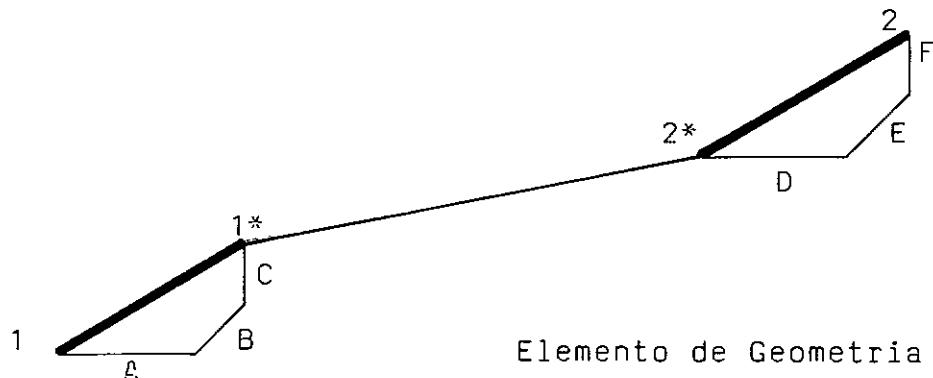
**DÉCIMO SEGUNDO: Definição das geometrias das barras com extremidades rígidas (ver desenho folha seguinte)**

(Somente se o número de tipos de geometria for diferente de Zero)

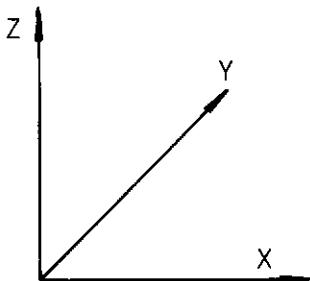
Col 1 a 10 - Número do tipo de geometria	I10
Col 11 a 20 - Dimensão A (Coord. X de 1* - Coord. X de 1)	F10.0

## CARTÃO

## FORMATO



## Elemento de Geometria



## Eixos globais de coordenadas

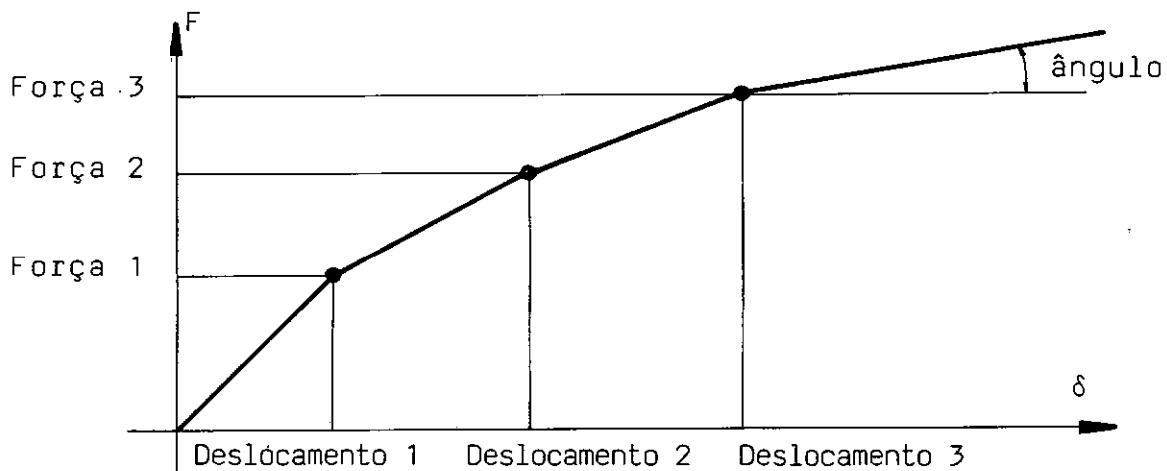
- 1 - N o Inicial do elemento
  - 1\*- N o Inicial da parte n o r g i d a que pode ser definida pelos materiais e seções transversais, ou pela matriz de rigidez, ou pela matriz de flexibilidade.
  - 2\*- N o Final da parte n o r g i d a
  - 2 - N o Final do elemento

Obs.: O nó 1 pode coincidir com o nó 1\*. Da mesma forma o nó 2\* pode coincidir com o nó 2.

CARTÃOFORMATO

**DÉCIMO TERCEIRO:** Definição dos elementos de mola não linear (somente se o número de tipos de mola não linear for diferente de Zero)

Col 1 a 10 - Número do tipo de mola não linear	I10
Col 11 a 20 - Força 1	F10.0
Col 21 a 30 - Deslocamento 1	F10.0
Col 31 a 40 - Força 2	F10.0
Col 41 a 50 - Deslocamento 2	F10.0
Col 51 a 60 - Força 3	F10.0
Col 61 a 70 - Deslocamento 3	F10.0
Col 71 a 80 - Ângulo em graus	F10.0



Definição do esforço de conexão em função do deslocamento relativo

**DÉCIMO QUARTO:** Definição dos elementos de concreto armado

(Somente se o número de tipos de elementos de concreto for diferente de Zero)

**GRUPOS DE DOIS CARTÕES PARA SEÇÃO RETANGULAR CHEIA,  
OU DE TRÊS CARTÕES PARA SEÇÃO RETANGULAR VAZADA.**

**PRIMEIRO DO GRUPO:**

Col 1 a 10 - Número do tipo de concreto	I10
Col 11 a 20 - Tensão de cálculo do concreto fcd	F10.0
Col 21 a 30 - Tensão de cálculo do aço fyd	F10.0

CARTÃOFORMATO

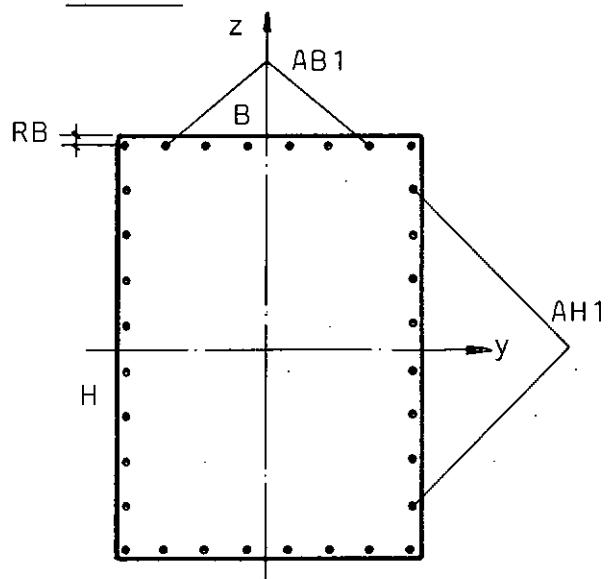
Col 31 a 40 - Tipo do aço	I10
Obs.: Aço tipo A → 1	
Aço tipo B → 2	
Col 41 a 50 - Área de aço	F10.0
Col 51 a 60 - Módulo de elasticidade do concreto	F10.0
Col 61 a 70 - Módulo de elasticidade do aço	F10.0

**SEGUNDO DO GRUPO:**

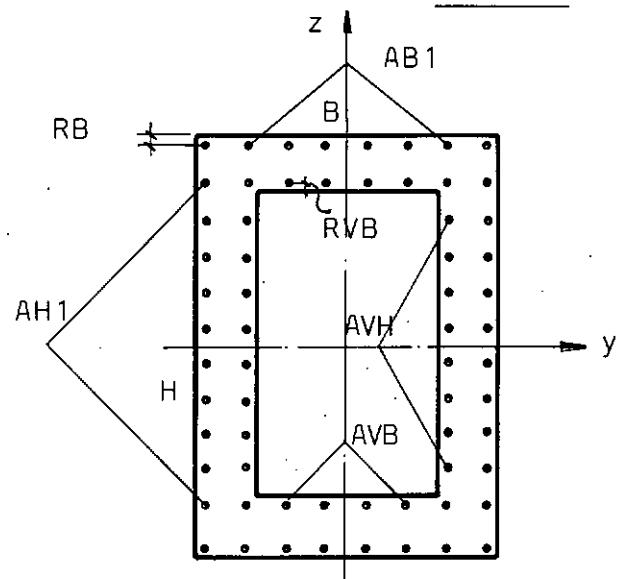
Col 1 a 10 - Tipo da seção de concreto	I10
Obs.: Retangular cheia → 1	
Retangular vazada → 2	
Col 11 a 20 - Largura B da seção (direção y local)	F10.0
Col 21 a 30 - Altura H da seção (direção z local)	F10.0
Col 31 a 40 - Recobrimento da armadura RB	F10.0
Col 41 a 50 - Percentagem AB1 da armadura total na direção da largura B	
Col 51 a 60 - Percentagem AH1 da armadura total na direção da altura H	F10.0

**TERCEIRO DO GRUPO (somente se for seção retangular vazada)**

Col 11 a 20 - Largura VB da seção vazada	F10.0
Col 21 a 30 - Altura VH da seção vazada	F10.0
Col 31 a 40 - Recobrimento interno da armadura RVB	F10.0
Col 41 a 50 - Percentagem AVB da armadura total na direção da largura B <u>interna</u>	F10.0
Col 51 a 60 - Percentagem AVH da armadura total na direção da altura H interna	F10.0

CARTÃO

Seção retangular cheia

FORMATO

Seção retangular vazada

Obs.: na seção cheia  $AB1 + AH1 = 0,50$

na seção vazada  $AB1 + AH1 + AVB + AVH = 0,50$

DÉCIMO QUINTO: Definição dos apoios

Col 1 a 4 - Número do nó com condição de contorno (apoio) I10

Col 5 a 10 - Tipo da condição de contorno 6A1

Obs.: Em branco — sem restrição

R → com restrição

M → com matriz de rigidez completa (o 'M' pode ser escrito em qualquer coluna do campo)

(Sistema Global)

Col 11 a 20 - Se sem restrição — Coeficiente de mola na direção 1

Se com restrição R — Deslocamento prescrito na direção 1 (recalque)

Se com restrição M — Linha 1 coluna 1 da matriz de rigidez

F10.0

Col 21 a 30 - Idem para a direção 2, ou se com Restrição M — Linha 1 coluna 2

F10.0

Col 31 a 40 - Idem para a direção 3, ou linha 1 coluna 3

F10.0

CARTÃOFORMATO

Col 41 a 50 - Idem para a direção 4, ou linha 1 coluna 4	F10.0
Col 51 a 60 - Idem para a direção 5, ou linha 1 coluna 5	F10.0
Col 61 a 70 - Idem para a direção 6, ou linha 1 coluna 6	F10.0

Se a restrição for 'M', introduzir mais um grupo de 5 cartões.

**PRIMEIRO AO QUINTO DO GRUPO**

Col 11 a 20 - Linha 2 a 6 Coluna 1	F10.0
Col 21 a 30 - Linha 2 a 6 Coluna 2	F10.0
Col 31 a 40 - Linha 2 a 6 Coluna 3	F10.0
Col 41 a 50 - Linha 2 a 6 Coluna 4	F10.0
Col 51 a 60 - Linha 2 a 6 Coluna 5	F10.0
Col 61 a 70 - Linha 2 a 6 Coluna 6	F10.0

**DÉCIMO SEXTO: Definição da quantidade de carregamentos**

Col 1 a 10 - Número de carregamentos	I10
--------------------------------------	-----

**DÉCIMO SÉTIMO: Identificação do carregamento**

Col 1 a 80 - Título do carregamento	20A4
-------------------------------------	------

**DÉCIMO OITAVO: Carregamento nos nós (Sistema Global)**

Col 1 a 10 - Número do nó carregado	I10
Col 11 a 20 - Força X	F10.0
Col 21 a 30 - Força Y	F10.0
Col 31 a 40 - Força Z	F10.0
Col 41 a 50 - Momento X	F10.0
Col 51 a 60 - Momento Y	F10.0
Col 61 a 70 - Momento Z	F10.0

Obs.: Repetir um cartão para cada nó carregado e para terminar a leitura de carregamento nos nós, colocar um cartão em branco.

**DÉCIMO NONO: Carregamento nas barras (Sistema Local)**

Col 1 a 10 - Número do elemento carregado	I 10
Col 11 - Tipo de esforço	A1

Obs.: F → força  
 M → momento  
 T → temperatura

Col 21 a 30 - Direção do carregamento	I 10
---------------------------------------	------

Obs.: 1 → Direção X  
 2 → Direção Y  
 3 → Direção Z

Col 31 - Tipo do carregamento	A1
-------------------------------	----

Obs.: U → uniforme  
 C → concentrado  
 L → linear

Col 41 a 50 - Valor da força uniforme ou linear no início do carregamento, ou da força concentrada, ou do momento, ou da temperatura	F 10.0
Col 51 a 60 - Valor da força uniforme ou linear no final do carregamento	F 10.0
Col 61 a 70 - Distância do nó inicial da barra onde se inicia o carregamento uniforme ou linear, ou coeficiente de dilatação uniforme	F 10.0
Col 71 a 80 - Extensão do carregamento uniforme ou linear	F 10.0

CARTÃOFORMATO

Obs.: Repetir um cartão para cada barra carregada e para terminar a leitura do carregamento nas barras, colocar um cartão em branco.

Se a barra for definida com extremidades rígidas, ou for elemento de mola não linear ou de concreto, não pode ter carregamento na barra.

### A.3 LISTAGEM DO PROGRAMA

PROGRAM ANSTRUN  
A N S T R U N  
ANALISE NAO LINEAR DE ESTRUTURAS  
PROGRAMA ELABORADO PELO ENG. FLAVIO MOTA MONTEIRO  
E ORIENTADO PELO PROF. BENJAMIN ERNANI DIAZ .  
  
DEFINICAO DOS VETORES DE TRABALHO  
DIMENSION A(60000),NP(1800),AV(1800)  
  
DEFINICAO DE POSICOES DE MEMORIA PARA DADOS GERAIS, GEOMETRICOS,  
TOPOLOGICOS, ELASTICOS E DE VINCULACAO  
  
COMMON/UM/NPROB,TIT1(20),NN0,NELM,NCC,NTM,NTS,NTE,NODESNO,NCOR,  
\*NNOELM,COORD(300,3),NDN(300,2),INTM(300),INTS(300),ELAST(50,2),  
\*CGEO(100,6),NNR(100),NTC(100),REC(100,6),AG(100,2),AB(300),NCS,  
\*ICON(300),NLN(300),NLM(300)  
  
DEFINICAO DE POSICOES DE MEMORIA PARA DADOS DE CARREGAMENTO  
COMMON/DOIS/NC,TIT2(20),NNOC(300),CCNO(300,6),NELC(300),CELM(300,4  
\*),IFOUUM(300),IDIR(300),IUCOUL(300),NNC,NEC  
  
DEFINICAO DE PARAMETROS DE DIMENSIONAMENTO E DE ARQUIVOS  
  
DEFINICAO DE VARIAVEIS CALCULADAS PELO PROGRAMA  
COMMON/TRES/NDA,NDP,NI,NL,NAD1,NAD2,NAD3,NAD4,NAD5,NAD6,NAD7,NAD8  
COMMON/QUATRO/NDESL,NDEELM  
  
VARIABEL UTILIZADA NA DEPURACAO  
COMMON/CINCO/IDEP(80)  
  
DEFINICAO DO VALOR DE VGRAN - ALTERACAO NA PRECISAO  
COMMON /SEIS/ VGRAN  
  
DEFINICAO DE POSICOES DE MEMORIA PARA ELEMENTOS ESPECIAIS  
COMMON/SETE/NTMR,NTFL,NTNE,NTGE,ITIPO(300),INTMR(300),INTFL(300),  
\*INTNE(300),INTGE(300),AA(300),BB(300),NN(300),HH(300),GG(300),  
\*CCOORD(300,6),RREC(100,36),F1(300),D1(300),F2(300),D2(300),F3(300),  
,D3(300),F4(300),NTNL,INTNL(300)

```

C
C      DEFINICAO DE POISICOES DE MEMORIA PARA CONCRETO ARMADO
C
COMMON/OITO/NTCO,INTCO(100),FCD(100),FYD(100),IACO(100),AREA(100),
*JTIPO(100),B(100),H(100),RB(100),AR1(100),AH1(100),VR(100),VH(100)
*,RVB(100),AVB(100),AVH(100),EC(100),EA(100),ECS(100),ECZ(100),
*FCY(100),XTC(100)
      DATA NDA,NDP,NI,NL,NAD1,NAD2,NAD3,NAD4,NAD5,NAD6,NAD7,NAD8/60000,
*1800,8,5,11,12,13,14,15,16,17,18/
C      CALL    PMDDUMP
C
C      INFORMACOES SOBRE A DEPURACAO
C      VALORES DE IDEP(I)
C      1 NOMES DAS SUBROTINAS
C      2 ABORTA NO FIM DO PROGRAMA PRINCIPAL
C      3 IMPRIME S+ RTSR NA SURROGINA FORMS
C      4 IMPRIME A MATRIZ A NA SUBROTINA FORMS
C      5 IMPRIME A MATRIZ A NA SUBROTINA RESOL
C      6 IMPRIME F NA SUBROTINA RESOL
C      7 IMPRIME RT,R NA SUBROTINA ESFOR
C      8 IMPRIME O VALOR DE NL NAS SUBROTINAS
C      9 IMPRIME O VALOR DA CONVERGENCIA C
C     10 IMPRIME S+Z,Y NA SUBROTINA GAUT
C     11 IMPRIME A CONVERGENCIA C,OS ESFORCOS N,MY,MZ NA SURROGINA INTEGREF
C
      OPEN(UNIT=5,FILE='INPUT',STATUS='OLD',FORM='FORMATTED',BLANK='NULL
**')
      OPEN(UNIT=8,FILE='OUTPUT',STATUS='OLD',FORM='FORMATTED')
      OPEN(UNIT=11,STATUS='SCRATCH',FORM='UNFORMATTED',ACCESS='DIRECT',
*RECL=22)
      OPEN(UNIT=12,STATUS='SCRATCH',FORM='UNFORMATTED',ACCESS='DIRECT',
*RECL=2100)
      OPEN(UNIT=13,STATUS='SCRATCH',FORM='UNFORMATTED',ACCESS='DIRECT',
*RECL=2400)
      OPEN(UNIT=14,STATUS='SCRATCH',FORM='UNFORMATTED',ACCESS='DIRECT',
*RECL=144)
      OPEN(UNIT=15,STATUS='SCRATCH',FORM='UNFORMATTED',ACCESS='DIRECT',
*RECL=660)
      OPEN(UNIT=16,STATUS='SCRATCH',FORM='UNFORMATTED',ACCESS='DIRECT',
*RECL=157)
      OPEN(UNIT=17,STATUS='SCRATCH',FORM='UNFORMATTED',ACCESS='DIRECT',
*RECL=36)
      OPEN(UNIT=18,STATUS='SCRATCH',FORM='UNFORMATTED',ACCESS='DIRECT',
*RECL=12)
C      READ(NL,150) IDEP
C 150 FORMAT(R0I1)
  10 READ(NL,100,END=60)NPROB,NINT,C
 100 FORMAT(I10,I10,F10.0)
  IF(NINT.EQ.0)NINT=10
  IF(C.EQ.0)C=.1
  WRITE(NI,200)NPROB
 200 FORMAT(1H1,IH ,!NUMERO DA ESTRUTURA EM ANALISE = !,T40,I10)
C      LEITURA DOS DADOS DO COMMON/UM
      CALL DADOS
      NDESL=NNO+NDESNO
  20 IF(NDESL.GT.NDP)CALL ERRO('PRINCIPAL',20,'ULTRAPASOU A DIMENSAO DO
*VETOR APONTADOR QUE VALE',NDP,0,,1)
C      LEITURA DOS DADOS DO COMMON/DOIS

```

```

C CALL CARRE
ANALISE DA ESPARCIDADEF DE S
CALL PERfil(NP)
I1=1
I2=NP(NDESL)+I1
I3=I2+NDESL
40 IF(I3.GE.NDA)CALL ERRO('PRINCIPAL',40,'ULTRAPASSOU A DIMENSAO DO VF
*TOR A QUE VALE',NDA+0..)
DO 70 I=1,NC
DO 30 J=1,NDESL
30 AV(J)=0.
INT=0
NCO=0
C MONTAR A MATRIZ S
50 CALL FORMS(A(I1),NP,AV,INT,L)
C MONTAR OS VETORES INDEPENDENTES
CALL FORMF(A(I2),I)
C INTRODUCAO DAS CONDICOES DE CONTORNO
CALL APOIO(A(I1),A(I2),NP)
C RESOLUCAO DOS SISTEMAS
CALL RESOL(A(I1),NP(NDESL),A(I2),NP)
C VERIFICACAO DE CONVERGENCIA
CALL CONVER(A(I2),AV,NCO,INT,I+C)
IF(INT.EQ.NINT.AND.NCO.EQ.0)THEN
WRITE(NI,'(25HNAO HOUVE CONVERGENCIA EM,I4,11H ITFRACOES ))')NINT
GO TO 10
ENDIF
IF(NCO.EQ.0.AND.L.EQ.0)THEN
DO 80 J=1,NDESL
80 AV(J)=A(I2+J-1)
GO TO 50
ELSE IF(NCO.EQ.0.AND.L.EQ.1)THEN
DO 90 J=1,NDESL
90 AV(J)=A(I2+J-1)
CALL ESFOR(A(I2),I,NCO)
GO TO 50
ENDIF
C CALCULO DOS ESFORCOS SECCIONAIS
CALL ESFOR(A(I2),I,NCO)
70 CONTINUE
GO TO 10
60 CONTINUE
C IF(IDEp(2).EQ.1) CALL PMDSTOP
STOP
END
SUBROUTINE CONVER(A,AV,NCO,INT,II,CC)
COMMON/UM/NPROB,TIT1(20),NN0,NELM,NCC,NTM,NTS,NTL,NDESN0,NCOP,
*NNOELM,COORD(300,3),NDN(300,2),INTM(300),INTS(300),ELAST(50,2),
*Cgeo(100,6),NNR(100),NTC(100),REC(100,6),AG(100,2),AR(300),NCS,
*ICON(300),NLN(300),NLM(300)
COMMON/TRES/NDA,NDP,NI,NL,NAD1,NAD2,NAD3,NAD4,NAD5,NAD6,NAD7,NAD8
COMMON/QUATRO/NDFSL,NDEELM
C COMMON/CINCO/IDEp(80)
DIMENSION A(NDESL),AV(NDESL)
INT=INT+1
IC=0
DO 10 I=1,NDESL,3
AA=A(I)**2+A(I+1)**2+A(I+2)**2

```

```

IF(AA.EQ.0)AA=1.
C=SQRT(((A(I)-AV(I))**2+(A(I+1)-AV(I+1))**2+(A(I+2)-AV(I+2))**2)/
*AA)
C IF(IDEF(9).EQ.1)WRITE(NI,'(3H C,F10.3,3H A,3G10.3,3H AV,3G10.3)'+
*)C,A(I),A(I+1),A(I+2),AV(I),AV(I+1),AV(I+2)
IF(C.GT.CC)IC=1
IF(IC.EQ.1)RETURN
10 CONTINUE
NCO=1
WRITE(NI,'(1H1,20X,37HNUMERO DE ITERACOES PARA CONVERGENCIA,I10)')*
*INT
WRITE(NI,'(1H1,20X,12HCARREGAMENTO,I10)')II
WRITE(NI,'(1H0,20X,13HDESLOCAMENTOS)')*
WRITE(NI,'(1H0,8X,62HNO      DESL.X      DESL.Y      DESL.Z ROTACAO X R0
*TACAO Y ROTACAO Z)')*
DO 15 JK=1,NN0
J=NLN(JK)
JJ=(J-1)*NDFSNO+1
KK=J*NDESNO
WRITE(NI,'(1H ,I10,6F10.5)')J,(A(K),K=JJ,KK)
15 CONTINUE
RETURN
END
SUBROUTINE DADOS
CHARACTER RNTC(6)*1,CHA*12,CHA6(2)*6
COMMON/UM/NPROB,TIT1(20),NN0,NELM,NCC,NTM,NTS,NT,E,NDESNO,NCOR,
*NNOELM,COORD(300,3),NDN(300,2),INTM(300),INTS(300),ELAST(50,2),
*CGEO(100,6),NNR(100),NTC(100),REC(100,6),AG(100,2),BR(300),NCS,
*IICON(300),NLN(300),NLM(300)
COMMON/TRES/NDA,NDP,NI,NL,NAD1,NAD2,NAD3,NAD4,NAD5,NAD6,NAD7,NADR
COMMON/QUATRO/NDFSL,NDFLM
C COMMON/CINCO/IDFP(80)
COMMON /SEIS/ VGRAN
COMMON/SETE/NTMR,NTFL,NTNE,NTGE,ITIPO(300),INTMR(300),INTFL(300),
*INTNE(300),INTGE(300),AA(300),BB(300),NN(300),HH(300),GG(300),
*CCOORD(300,6),RFRC(100,36),F1(300),D1(300),F2(300),D2(300),F3(300),
*D3(300),F4(300),NTNL,INTNL(300)
COMMON/OITO/NTCO,INTCO(100),FCD(100),FYD(100),IACO(100),ARFA(100),
*JTIPO(100),R(100),H(100),RR(100),AB1(100),AH1(100),VR(100),VH(100),
*,RVB(100),AVB(100),AVH(100),EC(100),EA(100),ECS(100),ECZ(100),
*ECY(100),XTC(100)
DIMENSION S(6,6)
READ(NL,10)TIT1
10 FORMAT(20A4)
WRITE(NI,11)TIT1
11 FORMAT(1H0,20A4)
READ(NL,20)NN0,NELM,NCC,NTM,NTS ,VGRAN
20 FORMAT(5I10,F10.0)
IF(VGRAN.EQ.0.) VGRAN=10.*#100
WRITE(NI,21)NN0,NELM,NCC,NTM,NTS
21 FORMAT(1H0,'NUMERO DE PONTOS NODAIS = ',T40,I10/1H ,,'NUMERO DE FLE-
*MENTOS = ',T40,I10/1H ,,'NUM.NOS COM COND.CONTOPO = ',T40,I10/1H ,
*,'NUM.DE TIPOS DE MATERIAIS = ',T40,I10/1H ,,'NUMERO SECÕES TRANSVER-
*SAIS = ',T40,I10)
READ(NL,22)NTMR,NTFL,NTNE,NTGE,NTNL,NTCO
22 FORMAT(6I10)
WRITE(NI,23)NTMR,NTFL,NTNE,NTGE,NTNL,NTCO
23 FORMAT(1H0,'NUM.TIPOS DE MATRIZ DE RIGIDEZ = ',T40,I10/1H ,,'NUM.TT

```

```

*POS DE MATRIZ FLUXIBILIDADE = ',T40,I10/1H ,*NUMERO TIPOS DE NEOPP
*ENE = ',T40,I10/1H ,*NUMERO TIPOS DE GEOMETRIA = ',T40,I10/1H ,
*!NUMERO TIPOS MOLA NAO LINFOR = ',T40,I10/1H ,*NUMERO TIPOS DE CON
*CRETO = ',T40,I10)
NDESNO=6
NCOR=3
NNOELM=2
NCS=6
DO 25 L=1,NNO
READ(NL,26)K,(COORD(K,M),M=1,NCOR)
24 FORMAT(I10,3F10.0)
25 NLN(L)=K
WRITE(NI,'(1H0,8X,39HNO          COORD.X    COORD.Y    COORD.Z)') 
DO 29 L=1,NNO
K=NLN(L)
29 WRITE(NI,27)K,(COORD(K,M),M=1,NCOR)
FORMAT(1H ,I10,6X,3F10.2)
DO 30 L=1,NELM
READ(NL,28)K,(NDN(K,M),M=1,NNOELM),IINTM,IINTS,AB(K),ICON(K),INTGE
*(K),ITIPO(K)
28   FORMAT(5I10,F10.0,I12,I3,I5)
IF(ITIPO(K).EQ.0)ITIPO(K)=1
IF(ITIPO(K).EQ.1.AND.IINTM.GT.-1)THEN
INTM(K)=IINTM
INTS(K)=IINTS
ELSE IF(ITIPO(K).EQ.1.AND.IINTM.EQ.-1)THEN
INTM(K)=IINTM
INTMR(K)=IINTS
ELSE IF(ITIPO(K).EQ.1.AND.ITNTM.EQ.-2)THEN
INTM(K)=IINTM
INTFL(K)=IINTS
ELSE IF(ITIPO(K).EQ.2)THEN
INTNE(K)=IINTM
ELSE IF(ITIPO(K).EQ.3)THEN
INTNL(K)=IINTM
ELSE IF(ITIPO(K).EQ.4)THEN
INTCO(K)=IINTM
ENDIF
30 NLN(L)=K
WRITE(NI,'(1H0,2X,8HELEMENTO,10X,10HINCIDENCIA,5X,8HMATERIAL,4X,15
*HSECAO ANG,BETA,9X,6HCODIGO,5X,9HGEOMTRIA,2X,4HTIPO)') 
DO 31 L=1,NELM
K=NLM(L)
K=NLM(L)
WRITE(CHA,200)ICON(K)
FORMAT(I12)
DO 201 KK=1,12
IF(CHA(KK:KK).EQ.' ')CHA(KK:KK)='0'
CONTINUE
CHA6(1)=CHA(1:6)
CHA6(2)=CHA(7:12)
IF(ITIPO(K).EQ.1.AND.INTM(K).GT.-1)THEN
IINTM=INTM(K)
IINTS=INTS(K)
ELSE IF(ITIPO(K).EQ.1.AND.INTM(K).EQ.-1)THEN
IINTM=INTM(K)
IINTS=INTMR(K)
ELSE IF(ITIPO(K).EQ.1.AND.INTM(K).EQ.-2)THEN
IINTM=INTM(K)

```

```

IINTS=INTFL(K)
ELSE IF(ТИРО(K).EQ.2)THEN
IINTM=INTNE(K)
IINTS=0
ELSE IF(ТИРО(K).EQ.3)THEN
IINTM=INTVL(K)
IINTS=0
ELSE IF(ТИРО(K).EQ.4)THEN
IINTM=INTCO(K)
IINTS=0
ENDIF
31 WRITE(NI,32)K,(NDN(K,M),M=1,NNOELM),IINTM,IINTS,AR(K),CHAR,TNTGF(K)
*),ТИРО(K)
32 FORMAT(1H ,5I10,F10.2,8X,A6,1X,A6,17,18)
IF(NTM.FQ.0)GO TO 53
DO 40 L=1,NTM
40 READ(NL,41)K,(ELAST(K,M),M=1,2)
41 FORMAT(I10,2F10.0)
WRITE(NI,42)(K,(ELAST(K,M),M=1,2),K=1,NTM)
42 FORMAT(1H0,2X,'MATERIAL      MOD.ELAST. COEF.POISSON/(1H +I10,3X,F
*10.0,F10.2))
DO 50 L=1,NTS
50 READ(NL,51)K,(CGEO(K,M),M=1,NCS)
51 FORMAT(I10,6F10.0)
WRITE(NI,52)(K,(CGEO(K,M),M=1,NCS),K=1,NTS)
52 FORMAT(1H0,5X,'SECAO      AREA      AY      AZ      IX
* IY      IZ'/(1H +I10,6G10.4))
53 IF(NTMR.NE.0)THEN
WRITE(NI,'(1H0,5X,5H TIPO,22X,22HMATRIX DE RIGIDEZ(SKK))')
DO 54 L=1,NTMR
READ(NL,55)K,((S(I,J),J=1,6),I=1,6)
55 FORMAT(I10,6F10.0/(10X,6F10.0))
WRITE(NI,56)      K,((S(I,J),J=1,6),I=1,6)
56 FORMAT(1H +I10,6G10.4/(1H +10X,6F10.4))
WRITE(NAD7,REC=K)S
54 CONTINUE
ENDIF
IF(NTFL.NE.0)THEN
WRITE(NI,'(1H0,5X,5H TIPO,19X,28HMATRIX DE FLEXIBILIDADE(FKK))')
DO 57 L=1,NTFL
READ(NL,58)K,((S(I,J),J=1,6),I=1,6)
58 FORMAT(I10,6F10.0/(10X,6F10.0))
WRITE(NI,59)K,((S(I,J),J=1,6),I=1,6)
59 FORMAT(1H +I10,6G10.4/(1H +10X,6F10.4))
CALL INVERT(K,S,6)
KK=K+NTMR
WRITE(NAD7,REC=KK)S
57 CONTINUF
ENDIF
IF(NTNE.NE.0)THEN
WRITE(NI,'(1H0,2X,8HNEOPRENE,7X,1HA,9X,1HB,9X,1HN,9X,1HH,9X,1HG)')
DO 70 L=1,NTNE
READ(NL,71)K,AA(K),BB(K),NN(K),HH(K),GG(K)
71 FORMAT(I10,2F10.0,I10,2F10.0)
WRITE(NI,72)K,AA(K),BB(K),NN(K),HH(K),GG(K)
72 FORMAT(1H +I10,2F10.2,I10,2F10.2)
CONTINUE
ENDIF

```

```

IF(NTGE.NE.0)THEN
  WRITE(NI,*'(1H0,10H GEOMETRIA,6X,2H A,BX,2H R,RX,2H C,BX,2H D,BX,2H
* E,BX,2H F)')
  DO 90 L=1,NTGE
    READ(NL,91)K,(CCOORD(K,M),M=1,6)
    FORMAT(I10,6F10.0)
    WRITE(NI,92)K,(CCOORD(K,M),M=1,6)
    FORMAT(1H ,I10,6F10 .2)
  90 CONTINUE
  ENDIF
  IF(NTNL.NE.0)THEN
    WRITE(NI,*'(1H0,10H MOLA N.L.,10H FORCA 1 ,10H DESLOC. 1,10H FORC
*A 2 ,10H DESLOC. 2,10H FORCA 3 ,10H DESLOC. 3,BH ANGULO)')
    DO 80 L=1,NTNL
      READ(NL,81)K,F1(K),D1(K),F2(K),D2(K),F3(K),D3(K),F4(K)
    81 FORMAT(I10,7F10.0)
      WRITE(NI,82)K,F1(K),D1(K),F2(K),D2(K),F3(K),D3(K),F4(K)
    82 FORMAT(1H ,I10,F10.2,F10.4,F10.2,F10.4,F10.2,F10.4,F10.2)
    80 CONTINUE
    ENDIF
    IF(NTCO.NE.0)THEN
      WRITE(NI,*'(1H0,10HTIPO CONCR,10H FCD/SECAO,10H FYD/B/VB ,10H AC0/H
*/VH ,10H AREA/RECOB,10H EC/PERC.B,10H FA/PERC.H)')
      DO 95 L=1,NTCO
        READ(NL,96)K,FCD(K),FYD(K),IAC0(K),AREA(K),EC(K),FA(K)
    96 FORMAT(I10,2F10.0,I10,3F10.0)
        READ(NL,97)JTIPO(K),B(K),H(K),RR(K),AB1(K),AH1(K)
    97 FORMAT(I10,5F10.0)
        IF(JTIPO(K).EQ.2)READ(NL,*'(10X,5F10.0)')
        *VB(K),VH(K),RVB(K),AVB(K),AVH(K)
        WRITE(NI,93)K,FCD(K),FYD(K),IAC0(K),AREA(K),EC(K),FA(K),JTIPO(K),
* B(K),H(K),RR(K),AB1(K),AH1(K)
    93 FORMAT(1H ,I10,2F10.0,I10,F10.6,2F10.0/1H ,10X,I10,2F10.2,3F10.3)
        IF(JTIPO(K).EQ.2)WRITE(NI,*'(1H ,20X,2F10.2,3F10.3)')
        *VB(K),VH(K),RVB(K),AVB(K),AVH(K)
    95 CONTINUE
    ENDIF
    DO 60 L=1,NCC
      READ(NL,61)NNR(L),RNTC,(REC(L,M),M=1,NDESN0)
    61 FORMAT(I4,6A1,6F10.0)
      NTC(L)=0
      DO 100 K=1,6
        IF(RNTC(K).EQ.'M')NTC(L)=-1
    100 CONTINUE
        IF(NTC(L).EQ.-1)THEN
          DO 101 M=1,6
            RREC(L,M)=REC(L,M)
    101 CONTINUE
          READ(NL,62)(RREC(L,M),M=7,36)
    62 FORMAT(10X,6F10.0/(10X*6F10.0))
        ELSE
          DO 160 K=1,6
            IF(RNTC(K).EQ.'R')NTC(L)=NTC(L)+10** (6-K)
    160 CONTINUE
        ENDIF
    60 CONTINUE
    WRITE(NI,*'(1H0,60H NO CODIGO      DESLOCAMENTO PRESCRITO OU COEFICI
*ENTE DE MOLA)')

```

```

DO 63 L=1,NCC
NTCA=NTC(L)
IF(NTCA.EQ.-1)THEN
DO 180 K=1,5
RNTC(K)=' '
180 CONTINUE
RNTC(6)='M'
WRITE(NI,64)NNR(L),RNTC,(RREC(L,M),M=1,36)
64 FORMAT(1H ,I3,1X,64I,6F10.2/(1H ,10X,6F10.2))
ENDIF
IF(NTCA.EQ.-1)GO TO 63
DO 170 K=1,6
IDA=NTCA/(10***(6-K))
NTCA=NTCA-IDA*10***(6-K)
IF(IDA.EQ.1)THEN
RNTC(K)='R'
ELSE
RNTC(K)=' '
ENDIF
170 CONTINUE
WRITE(NI,65)NNR(L),RNTC,(REC(L,M),M=1,NDESNO)
65 FORMAT(1H ,I3,1X,64I,6F10.2)
63 CONTINUE
NDEELM=NDESNO*NNOELM
RETURN
END
SUBROUTINE INVERT(KK,A,NN)
DIMENSION A(NN,NN)
COMMON/TRES/NDA,NDP,NI,NL,NAD1,NAD2,NAD3,NAD4,NAD5,NAD6,NAD7,NAD8
C COMMON/CINCO/IDEP(80)
C IF(IDEP(1).EQ.1)WRITE(NI, '(7H INVERT)')
DO 10 I=1,NN
DO 10 J=I,NN
SUM=A(I,J)
IF(I.GT.1)THEN
NX=I-1
DO 20 K=1,NX
SUM=SUM-(A(K,I)*A(K,J))
20 ENDIF
IF(J.GT.I)THEN
A(I,J)=SUM*TEMP
30 ELSE IF(SUM.LT.0.OR.SUM.EQ.0)THEN
CALL FRRO('INVERT',30,'MATRIZ DE FLEXIBILIDADE NAO POSITIVA TIPO '
*,KK,0,,1)
ELSE
TEMP=1./SORT(SUM)
A(I,J)=TEMP
ENDIF
10 CONTINUE
DO 40 I=1,NN
IF(NN.EQ.1)GO TO 50
II=I+1
IF(II.GT.NN)GO TO 50
DO 40 J=II,NN
SUM=0.
JJ=J-1
DO 60 K=I,JJ
SUM=SUM-A(K,I)*A(K,J)
60

```

```

40      A(J,I)=SUM*A(J,J)
50      CONTINUE
50      DO 80 I=1,NN
50      DO 80 J=I,NN
50      SUM=0.
50      DO 70 K=J,NN
70      SUM=SUM+A(K,I)*A(K,J)
80      A(J,I)=SUM
80      A(I,J)=SUM
80      CONTINUE
80      RETURN
80      END
SUBROUTINE CARRE
CHARACTER FOUM*1,UCOUL*1
COMMON/UM/NPROB,TIT1(20),NNO,NELM,NCC,NTM,NTS,NTE,NDESNO,NCOR,
*NNOELM,COORD(300,3),NDN(300,2),INTM(300),INTS(300),ELAST(50,2),
*CGEO(100,6),NNR(100),NTC(100),REC(100,6),AG(100,2),AR(300),NCS,
*ICON(300),NLN(300),NLM(300)
COMMON/D0IS/NC,TIT2(20),NNOC(300),CCNO(300,6),NELC(300),CELM(300,4
*)+IFOUM(300),IDIR(300),IUCOUL(300),NNC,NEC
COMMON/TRES/NDA,NDP,NI,NL,NAD1,NAD2,NAD3,NAD4,NAD5,NAD6,NAD7,NAD8
C COMMON/CINCO/IDEP(80)
C IF (IDEP(1).EQ.1) WRITE(NI,      '(6H CARRE)1')
C READ(NL,10)NC
10 FORMAT(I10)
10 WRITE(NI,11)NC
11 FORMAT(1H1,10X,26HNUMERO DE CARREGAMENTOS = ,T40,T10)
11 DO 20 I=1,NC
11 READ(NL,30)TIT2
30 FORMAT(20A4)
30 WRITE(NI,31)TIT2
31 FORMAT(1H0,20A4)
31 NNC=0
40 NNC=NNC+1
40 READ(NL,50)NNOC(NNC),(CCNO(NNC,L),L=1,NDESNO)
50 FORMAT(I10,6F10.0)
50 IF (NNOC(NNC).GT.0) GO TO 40
50 NNC=NNC-1
50 IF (NNC.EQ.0) GO TO 60
50 WRITE(NI,56)(NNOC(J),(CCNO(J,L),L=1,NDESNO),J=1,NNC)
56 FORMAT(1H0,70H      NO FORCA X   FORCA Y   FORCA Z MOMENTO X M
      *OMENTO Y MOMENTO Z/(1H ,I10,6F10.2))
60 NEC=0
70 NEC=NFC+1
70 READ(NL,'(I10,A1,9X,I10,A1,9X,4F10.0)')NFC(NEC),FOUM,DIR(NEC),UC
    *OUL,(CELM(NEC,L),L=1,4)
70 IF (      NELC(NEC).EQ.0) GO TO 91
72 IF (FOUM.NE.'F'.AND.FOUM.NE.'M'.AND.FOUM.NE.'T')CALL ERRO
72 *      ('CARRE',72,'ESFORCO NAO RECONHECIDO NA BARRA',NEC,0..1)
75 IF (FOUM.EQ.'F')IFOUM(NEC)=1
75 IF (FOUM.EQ.'M')IFOUM(NEC)=2
75 IF (FOUM.EQ.'T')IFOUM(NEC)=3
77 IF (UCOUL.NE.'U'.AND.UCOUL.NE.'C'.AND.UCOUL.NE.'L')
77 * CALL ERRO('CARRE',77,'ESFORCO NAO RECONHECIDO NA BARRA',NEC,0..1)
80 IF (UCOUL.EQ.'U')IUCOUL(NEC)=1
80 IF (UCOUL.EQ.'C')IUCOUL(NEC)=2
80 IF (UCOUL.EQ.'L')IUCOUL(NEC)=3
80 IF (NEC.EQ.1) THEN

```

```

      WRITE(NI,86)
86 FORMAT(1H0,80H      BARRA    ESFORCO   DIRECAO      TIPO   WA/P/M/T
      *      WB      LA/ALFA      LB)
      *      WRITE(NI,'(1H ,I10.9X,A1,I10.9X,A1,4G10.2)')NELC(NEC),FOUM,
      *      IDIR(NEC),UCOUL,(CELM(NEC,L),L=1,4)
      ELSE
      *      WRITE(NI,'(1H ,I10.9X,A1,I10.9X,A1,4G10.2)')NELC(NEC),FOUM,
      *      IDIR(NEC),UCOUL,(CELM(NEC,L),L=1,4)
      ENDIF
      GO TO 70
91  NEC=NEC-1
90 IF(NC.EQ.1) RETURN
      WRITE(NAD1,REC=1)TIT2,NNC,NEC
      IF(NNC.EQ.0)GO TO 100
      WRITE(NAD2,PEC=1)(NNOC(J),(CCNO(J+L)*L=1,NDESNO)*J=1,NNC)
100 IF(NEC.EQ.0) GO TO 20
      WRITE(NAD3,REC=1)(NELC(J),IFOUM(J),IDTR(J),IUCOUL(J),(CELM(J+L)*L=
      *1,4),J=1,NEC)
20 CONTINUE
      RETURN
      END

      SUBROUTINE PERfil(NP)
      COMMON/UM/NPROB,TIT1(20),NNO,NELM,NCC,NTM,NTS,NT,E,NDESNO,NCOR,
      *NNOELM,COORD(300,3),NDN(300,2)*INTM(300),INTS(300),ELAST(50,2),
      *CGEO(100,6),NNR(100),NTC(100),REC(100,6),AG(100,2),AR(300),NCS,
      *ICON(300),NLN(300),NLM(300)
      COMMON/TRES/NDA,NDP,NI,NL,NAD1,NAD2,NAD3,NAD4,NAD5,NAD6,NAD7,NAD8
      COMMON/QUATRO/NDESL,NDEELM
      COMMON/CINCO/IDEP(80)
      DIMENSION NP(*)
      C      IF(IDEP(1).EQ.1) WRITE(NI,    '(7H PERfil)')
      C      DO 5 I=1,NDESL
      S      NP(I)=0
      DO 20 IK=1,NELM
      I=NLM(IK)
      NOI=1
      C      SELECCIONA A MENOR ORDEM DE PONTO NODAL DE ELEMENTO
      J=2
      IF(NDN(I,J).GE.NDN(I,NOI)) GO TO 10
      NOI=J
      C      DEFINE MENOR GRAU DE LIBERDADE
      10 L=(NDN(I,NOI)-1)*NDESNO+1
      C      DEFINE OS ACOPLAMENTOS EXISTENTES EM S COM O DESLOCAMENTO L.
      C      DEFINICAO DAS ALTURAS EFETIVAS DE COLUNA
      DO 20 J=1,2
      DO 20 K=1,NDESNO
      M=(NDN(I,J)-1)*NDESNO+K
      IDIF=M-L+1
      IF(NP(M).LT.IDIF)NP(M)=IDIF
      20 CONTINUE
      C      MONTAGEM FINAL DE NP
      DO 30 I=2,NDESL
      30 NP(I)=NP(I-1)+NP(I)
      RETURN
      END

      SUBROUTINE FORMS(A,NP,AV,INT,LM)
      COMMON/UM/NPROB,TIT1(20),NNO,NELM,NCC,NTM,NTS,NT,E,NDESNO,NCOR,
      *NNOELM,COORD(300,3),NDN(300,2)*INTM(300),INTS(300),ELAST(50,2),

```

```

*C GEO(100,6), NNR(100), NTC(100), REC(100,6), AG(100,2), AR(300), NCS,
*I CON(300), NLN(300), NLM(300)
COMMON/TRES/NDA,NDP,NI,NL,NAD1,NAD2,NAD3,NAD4,NAD5,NAD6,NAD7,NAD8
COMMON/QUATRO/NDFSL,NDEELM
COMMON/CINCO/IDEP(80)
COMMON/SETE/NTMR,NTFL,NTNE,ITIPO(300),INTMR(300),INTFL(300),
*INTNE(300),INTGE(300),AA(300),BB(300),NN(300),HH(300),GG(300),
*CCOORD(300,6),RRFC(100,36),F1(300),D1(300),F2(300),D2(300),F3(300)
*,D3(300),F4(300),NTNL,INTNL(300)
COMMON/OITO/NTCO,INTCO(100),FCD(100),FYD(100),IACO(100),AREA(100),
*JTIPO(100),R(100),H(100),RR(100),AB1(100),AH1(100),VR(100),VH(100)
*,RVB(100),AVB(100),AVH(100),EC(100),EA(100),ECS(100),ECZ(100),
*FCY(100),XTC(100)
DIMENSION A(*),NP(*),S(12,12),R(12,12),RT(12,12),RTSR(12,12),JK(12
*),SR(12,12),LI(12),SRR(12,12),SL(12,12),AV(NDESL),RD(12),SS(6,6),
*T(12,12),TT(12,12),SRT(12,12),TSRT(12,12),TRT(12,12),D(12),DP(6),
*D(3,3),TD(12)
CALL PMODUMP
IF (IDEP(1).EQ.1) WRITE(NI,    '(6H FORMS)')
DO 5 I=1, NP(NDESL)
A(I)=0.
LM=0
DO 10 IK=1,NELM
I=NLM(IK)
IF (ITIPO(I).NE.1) GO TO 310
IF (INTM(I).EQ.-1) THEN
K=INTMR(I)
READ(NAD7,RFC=K) SS
GO TO 7
ELSE IF (INTM(I).EQ.-2) THEN
K=INTFL(I)
KK=K+NTMR
READ(NAD7,RFC=KK) SS
GO TO 7
ENDIF
DO 20 J=1,12
DO 20 K=1,12
S(J,K)=0.
NM=INTM(I)
NS=INTS(I)
NJ=NDN(I+1)
NK=NDN(I+2)
IF (INTGE(I).EQ.0) THEN
V=SQRT((COORD(NK,1)-COORD(NJ,1))**2+(COORD(NK,2)-COORD(NJ,2))**2+
*COORD(NK,3)-COORD(NJ,3))**2)
ELSE
II=INTGE(I)
V=SQRT(((COORD(NK,1)-CCOORD(II,4))-(COORD(NJ,1)+CCOORD(II+1)))**2+
* ((COORD(NK,2)-CCOORD(II,5))-(COORD(NJ,2)+CCOORD(II+2)))**2+
* ((COORD(NK,3)-CCOORD(II,6))-(COORD(NJ,3)+CCOORD(II+3)))**2)
ENDIF
1 IF (V.FQ.0) CALL EPRO
*(IFORMS',1,'COMPRIMENTO NULO NA BARRA',I,0..1)
CALCULO DOS TERMOS DA MATRIZ DE RIGIDEZ
S(1,1)=ELAST(NM,1)*CGEO(NS,1)/V
S(2,2)=12*ELAST(NM,1)*CGEO(NS,6)/V**3
S(2,6)=6*ELAST(NM,1)*CGEO(NS,6)/V**2
S(6,6)=4*ELAST(NM,1)*CGEO(NS,6)/V

```

```

S(3,3)=12*ELAST(NM,1)*CGEO(NS,5)/V**3
S(3,5)=-6*ELAST(NM,1)*CGEO(NS,5)/V**2
S(5,5)=4*ELAST(NM,1)*CGEO(NS,5)/V
S(4,4)=ELAST(NM,1)*CGEO(NS,4)/(V*2*(1+ELAST(NM,2)))
G1=0.
G2=0.
600 S(1,7)=-S(1,1)
S(2,8)=-S(2,2)
S(2,12)=S(2,6)
S(3,9)=-S(3,3)
S(3,11)=S(3,5)
S(4,10)=-S(4,4)
S(5,9)=-S(3,5)
S(5,11)=S(5,5)*(1-G2)/(2+G2)
S(6,8)=-S(2,6)
S(6,12)=S(6,6)*(1-G1)/(2+G1)
S(7,7)=S(1,1)
S(8,8)=S(2,2)
S(8,12)=-S(2,6)
S(9,9)=S(3,3)
S(9,11)=-S(3,5)
S(10,10)=S(4,4)
S(11,11)=S(5,5)
S(12,12)=S(6,6)
DO 30 J=1,12
DO 30 K=1,12
30 S(K,J)=S(J,K)
GO TO 25
C CALCULO DOS TERMOS DA MATRIZ DE RIGIDEZ COM SUB-MATRIZ 'KK' DADA
7 DO 260 J=1,12
DO 260 K=1,12
260 S(J,K)=0.
NJ=NDN(I,1)
NK=NDN(I,2)
IF(INTGE(I).EQ.0)THEN
V=SQRT((COORD(NK,1)-COORD(NJ,1))**2+(COORD(NK,2)-COORD(NJ,2))**2+
*COORD(NK,3)-COORD(NJ,3))**2)
ELSE
II=INTGE(I)
V=SQRT(((COORD(NK,1)-CCOORD(II,4))-(COORD(NJ,1)+CCOORD(II,1)))**2+
* ((COORD(NK,2)-CCOORD(II,5))-(COORD(NJ,2)+CCOORD(II,2)))**2+
* ((COORD(NK,3)-CCOORD(II,6))-(COORD(NJ,3)+CCOORD(II,3)))**2)
ENDIF
2 IF(V.EQ.0)CALL ERRO
*('FORMS',2,'COMPRIMENTO NULO NA PARRA',I,0..1)
DO 270 J=7,12
DO 270 K=7,12
JJ=J-6
KK=K-6
S(J,K)=SS(JJ,KK)
270 CONTINUE
DO 280 K=7,12
S(1,K)=-S(7,K)
S(2,K)=-S(8,K)
S(3,K)=-S(9,K)
S(4,K)=-S(10,K)
S(5,K)=S(9,K)*V-S(11,K)
S(6,K)=-S(8,K)*V-S(12,K)
280 CONTINUE
DO 290 J=7,12

```

```

290 DO 290 K=1,6
      S(J,K)=S(K,J)
      DO 300 K=1,6
      S(1,K)=-S(7,K)
      S(2,K)=-S(8,K)
      S(3,K)=-S(9,K)
      S(4,K)=-S(10,K)
      S(5,K)=S(9,K)*V-S(11,K)
      S(6,K)=-S(8,K)*V-S(12,K)
300 CONTINUE
      GO TO 25
C CALCULO DA MATRIZ DE RIGIDEZ DE NEOPRENE
310 IF(ITIPO(I).NE.2)GO TO 501
      DO 320 J=1,12
      DO 320 K=1,12
320 S(J,K)=0.
      TI=INTNE(I)
      RA=BB(II)/AA(II)
      C4=77.7631/SQRT(RA)+6.-153.0153/RA+110.681/RA**2-27.2088/RA**3
      C3=.044444-.000302/SQRT(RA)-.012679/RA-.00126/RA**2+.000736/RA**3
      EJEQ=C3*AA(II)**5*BB(II)/16/HH(II)**2*3*GG(II)
      G=6*EJEQ/GG(II)/AA(II)/RB(II)/NN(II)**2/HH(II)**2
      S(1,1)=6*GG(II)*BB(II)*AA(II)**3/(NN(II))*C4*HH(II)**3
      S(2,2)=12*EJEQ/(1+2*G)/NN(II)**3/HH(II)**3
      S(2,6)=6*EJEQ/(1+2*G)/NN(II)**2/HH(II)**2
      S(6,6)=4*EJEQ/(1+2*G)/NN(II)/HH(II)*(1+G/2)
      G1=G
      RA=AA(II)/BB(II)
      C3=.044444-.000302/SQRT(RA)-.012679/RA-.00126/RA**2+.000736/RA**3
      EJEQ=C3*BB(II)**5*AA(II)/16/HH(II)**2*3*GG(II)
      G=6*EJEQ/GG(II)/AA(II)/BB(II)/NN(II)**2/HH(II)**2
      S(3,3)=12*EJEQ/(1+2*G)/NN(II)**3/HH(II)**3
      S(3,5)=-6*EJEQ/(1+2*G)/NN(II)**2/HH(II)**2
      S(5,5)=4*EJEQ/(1+2*G)/NN(II)/HH(II)*(1+G/2)
      G2=G
      AAA=AA(II)
      BBB=BB(II)
      IF(BBB.LT.AAA)THEN
      AAA=BB(II)
      BBB=AA(II)
      ENDIF
      S(4,4)=GG(II)*(1./3.-.21*AAA/BBB*(1.-(AAA/BBB)**4/12.))*AAA**3*BBB
      */NN(II)/HH(II)
      GO TO 600
C CALCULO DA MATRIZ DE RIGIDEZ DE MOLA NAO LINEAR
501 IF(ITIPO(I).NE.3)GO TO 601
      KNDN=NDN(I,2)
      JNDN=NDN(I,1)
      DO 500 J=1,12
      DO 500 K=1,12
      RT(J,K)=0.
      R(J,K)=0.
500 S(J,K)=0.
      IF(INTGE(I).EQ.0)THEN
      V=SQRT((COORD(KNDN,1)-COORD(JNDN,1))**2+(COORD(KNDN,2)-COORD(JNDN,
      *2))**2+(COORD(KNDN,3)-COORD(JNDN,3))**2)
      IF(V.EQ.0)CALL ERRO
      *(FORMS',502,'COMPRIMENTO NULO NA BARRA',I+0..1)
      CX=(COORD(KNDN,1)-COORD(JNDN,1))/V
      CY=(COORD(KNDN,2)-COORD(JNDN,2))/V

```

```

CZ=(COORD(KNDN,3)-COORD(JNDN,3))/V
ELSE
II=INTGE(I)
V=SQRT(((COORD(KNDN,1)-CCOORD(II,4))-(COORD(JNDN,1)+CCOORD(II,1))
* )**2+((COORD(KNDN,2)-CCOORD(II,5))-(COORD(JNDN,2)+CCOORD(II,2)))
* )**2+((COORD(KNDN,3)-CCOORD(II,6))-(COORD(JNDN,3)+CCOORD(II,3)))
* )**2)
503 IF(V.EQ.0)CALL ERRO
*(^FORMS*+503,'COMPRIMENTO NULO NA BARRA',I,0.,1)
CX=((COORD(KNDN,1)-CCOORD(II,4))-(COORD(JNDN,1)+CCOORD(II,1)))/V
CY=((COORD(KNDN,2)-CCOORD(II,5))-(COORD(JNDN,2)+CCOORD(II,2)))/V
CZ=((COORD(KNDN,3)-CCOORD(II,6))-(COORD(JNDN,3)+CCOORD(II,3)))/V
ENDIF
CAB=AB(I)
C CALCULO DA MATRIZ DE ROTACAO TRANSPOSTA
CALL CALRT(CX,CY,CZ,CAB,RT)
C CALCULO DA MATRIZ DE POTACAO
DO 510 J=1,12
DO 510 K=1,12
510 R(J,K)=RT(K,J)
DO 520 J=1,12
D(J)=0.
520 RD(J)=0.
DO 525 J=1,6
D8(J)=0.
IA=(NDN(I,1)-1)*6
DO 530 K=1,6
IA=IA+1
530 D(K)=AV(IA)
IA=(NDN(I,2)-1)*6
DO 540 K=7,12
IA=IA+1
540 D(K)=AV(IA)
IF(INTGE(I).NE.0)THEN
DO 545 J=1,12
DO 545 K=1,12
545 T(J,K)=0.
DO 546 J=1,12
TD(J)=0.
CALL CALT(II,CX,CY,CZ,V,I,T)
DO 547 J=1,12
DO 547 K=1,12
547 TD(J)=TD(J)+T(J,K)*D(K)
DO 548 J=1,12
DO 548 K=1,12
548 RD(J)=RD(J)+R(J,K)*TD(K)
ELSE
DO 550 J=1,12
DO 550 K=1,12
550 RD(J)=RD(J)+R(J,K)*D(K)
ENDIF
DO 552 J=1,6
D8(J)=RD(J+6)-RD(J)
IINT=INTNL(I)
NX=10** (NDESN0-1)
DO 560 J=1,6
IIN=IINT/NX
IF(IIN.EQ.0)GO TO 555

```

```

IF(ABS(DB(J)).LT.D1(IIN))THEN
S(J,J)=F1(IIN)/D1(IIN)
ELSE IF(ABS(DB(J)).LT.D2(IIN))THEN
S(J,J)=((F2(IIN)-F1(IIN))/(D2(IIN)-D1(IIN))*ABS(DB(J))-D1(IIN))+*
F1(IIN))/ABS(DB(J))
ELSE IF(ABS(DB(J)).LT.D3(IIN))THEN
S(J,J)=((F3(IIN)-F2(IIN))/(D3(IIN)-D2(IIN))*ABS(DB(J))-D2(IIN))+*
F2(IIN))/ABS(DB(J))
ELSE
S(J,J)=(F4(IIN)*(ABS(DB(J))-D3(IIN))+F3(IIN))/ABS(DB(J))
ENDIF
IINT=IINT-NX*IIN
555 NX=NX/10
560 CONTINUE
DO 565 J=1,6
S(J,J+6)=-S(J,J)
S(J+6,J)=S(J,J+6)
565 S(J+6,J+6)=S(J,J)
GO TO 25
C CALCULO DA MATRIZ DE RIGIDEZ DE CONCRETO
601 IF(ITIPO(I).NE.4)CALL ERRO
*('FORMS',601,'TIPO DE ELEMENTO INEXISTENTE NA BARRA',I,0,.1)
LM=1
DO 605 J=1,12
DO 605 K=1,12
605 S(J,K)=0.
NJ=NDN(I+1)
NK=NDN(I+2)
V=SORT((COORD(NK,1)-COORD(NJ,1))**2+(COORD(NK,2)-COORD(NJ,2))**2+(
*COORD(NK,3)-COORD(NJ,3))**2)
IF(INT.EQ.0)THEN
II=INTCO(I)
CALL GAUT(AREA(II)*ITIPO(II),B(II),H(II),RB(II),AR1(II),A41(II),
*VB(II),VH(II),RVR(II),AVB(II),AVH(II),SC,ZIC,YIC,ZIA,YIA,I,
*XTC(II))
ECS(II)=EC(II)*SC+EA(II)*AREA(II)
ECZ(II)=EC(II)*ZIC+EA(II)*ZIA
ECY(II)=EC(II)*YIC+EA(II)*YIA
S(1,1)=ECS(II)/V
S(2,2)=12*ECZ(II)/V**3
S(2,6)=6*ECZ(II)/V**2
S(6,6)=4*ECZ(II)/V
S(3,3)=12*ECY(II)/V**3
S(3,5)=-6*ECY(II)/V**2
S(5,5)=4*ECY(II)/V
S(4,4)=.1*EC(II)*XTC(II)
G1=0.
G2=0.
GO TO 600
ENDIF
II=INTCO(I)
CALL INTEGR(1,FCO(II),FYD(II),EA(II),IACO(II),ECS(II),ECZ(II),
*ECY(II),DK,INT)
S(1,1)=DK(1,1)/V
S(1,5)=DK(1,2)/V
S(1,6)=-DK(1,3)/V
S(1,7)=-S(1,1)
S(1,11)=-S(1,5)
S(1,12)=-S(1,6)
S(2,2)=12*DK(3,3)/V**3

```

```

S(2,3)=12*DK(2,3)/V**3
S(2,5)=-6*DK(2,3)/V**2
S(2,6)=6*DK(3,3)/V**2
S(2,8)=-S(2,2)
S(2,9)=-S(2,3)
S(2,11)=S(2,5)
S(2,12)=S(2,6)
S(3,3)=12*DK(2,2)/V**3
S(3,5)=-6*DK(2,2)/V**2
S(3,6)=6*DK(2,3)/V**2
S(3,8)=-S(2,3)
S(3,9)=-S(3,3)
S(3,11)=S(3,5)
S(3,12)=S(3,6)
S(4,4)=.1*EC(II)*XTC(TI)
S(4,10)=-S(4,4)
S(5,5)=4*DK(2,2)/V
S(5,6)=-4*DK(2,3)/V
S(5,7)=-S(1,5)
S(5,8)=-S(2,5)
S(5,9)=-S(3,5)
S(5,11)=2*DK(2,2)/V
S(5,12)=-2*DK(2,3)/V
S(6,6)=4*DK(3,3)/V
S(6,7)=-S(1,6)
S(6,8)=-S(2,6)
S(6,9)=S(2,5)
S(6,11)=S(5,12)
S(6,12)=2*DK(3,3)/V
S(7,7)=S(1,1)
S(7,11)=S(1,5)
S(7,12)=S(1,6)
S(8,8)=S(2,2)
S(8,9)=S(2,3)
S(8,11)=-S(2,5)
S(8,12)=-S(2,6)
S(9,9)=S(3,3)
S(9,11)=-S(3,5)
S(9,12)=S(2,5)
S(10,10)=S(4,4)
S(11,11)=S(5,5)
S(11,12)=S(5,6)
S(12,12)=S(6,6)
DO 610 J=1,12
DO 610 K=1,12
610 S(K,J)=S(J,K)
C LIBERACAO DE VINCULOS NAS EXTREMIDADES DAS BARRAS
25 IF(ICON(I).EQ.0) GO TO 35
C DEFINICAO DAS DIRECOES LIVRES
IL=0
IN=ICON(I)
NX=10** (NDEELM-1)
DO 31 J=1,12
ICO=IN/NX
IF(ICO.EQ.0)GO TO 32
IL=IL+1
LI(IL)=J
IN=IN-NX

```

```

32      NX=NX/10
31      CONTINUE
C      CALCULO DA MATRIZ DE RIGIDEZ COM EXTREMOS LIVRES
DO 33 IIL=1,IL
LL=LI(IIL)
DO 34 J=1,12
SBR(J,IIL)=S(J,LL)/S(LL,LL)
DO 36 K=1,12
SL(J,K)=S(J,K)-SBR(J,IIL)*S(LL,K)
36      CONTINUE
34      CONTINUE
DO 37 J=1,12
DO 38 K=1,12
S(J,K)=SL(J,K)
38      CONTINUE
37      CONTINUE
33      CONTINUE
C      TESTE DE HIPOSTATICIDADE
201    IF(IL.GT.6)CALL ERRO
*( 'FORMS',201,'HIPOSTATICIDADE NA BARRA',I,0..1)
IF(IL.LT.2)GO TO 220
DO 230 IN=1,IL-1
DO 202 M=IN+1,IL
203    IF(LI(IN).EQ.1.AND.LI(M).EQ.7)CALL ERRO
*( 'FORMS',203,'HIPOSTATICIDADE NA BARRA',I,0..0)
204    IF(LI(IN).EQ.2.AND.LI(M).EQ.8)CALL ERRO
*( 'FORMS',204,'HIPOSTATICIDADE NA BARRA',I,0..0)
IF(LI(IN).EQ.2.AND.LI(M).EQ.6)GO TO 207
205    IF(LI(IN).EQ.3.AND.LI(M).EQ.9)CALL ERRO
*( 'FORMS',205,'HIPOSTATICIDADE NA BARRA',I,0..0)
IF(LI(IN).EQ.3.AND.LI(M).EQ.5)GO TO 208
206    IF(LI(IN).EQ.4.AND.LI(M).EQ.10)CALL ERRO
*( 'FORMS',206,'HIPOSTATICIDADE NA BARRA',I,0..0)
IF(LI(IN).EQ.5.AND.LI(M).EQ.9)GO TO 208
IF(LI(IN).EQ.6.AND.LI(M).EQ.8)GO TO 207
202    CONTINUE
230    CONTINUE
GO TO 220
207    DO 209 N=M,TL
210    IF(LI(N).EQ.12)CALL ERRO
*( 'FORMS',210,'HIPOSTATICIDADE NA BARRA',I,0..1)
209    CONTINUE
GO TO 220
208    DO 211 N=M,TL
212    IF(LI(IN).EQ.11)CALL ERRO
*( 'FORMS',212,'HIPOSTATICIDADE NA BARRA',I,0..1)
211    CONTINUE
220    WRITE(NAD6,REC=I) IL,(LI(K),(SBR(J,K),J=1,12),K=1,IL)
35      KNDN=NDN(1,2)
JNDN=NDN(1,1)
DO 40 J=1,12
DO 40 K=1,12
RTSR(J,K)=0.
SR(J,K)=0.
RT(J,K)=0.
40      R(J,K)=0.
IF(INTGE(I).EQ.0)THEN
CL=SQRT((COORD(KNDN,1)-COORD(JNDN,1))**2+(COORD(KNDN,2)-COORD(JNDN

```

```

*,2)*+2*(COORD(KNDN,3)-COORD(JNDN,3))*+2)
3 IF(CL.EQ.0)CALL ERRO
*(^FORMS*+3,^COMPRIMENTO NULO NA BARRA!,I,0..1)
CX=(COORD(KNDN,1)-COORD(JNDN,1))/CL
CY=(COORD(KNDN,2)-COORD(JNDN,2))/CL
CZ=(COORD(KNDN,3)-COORD(JNDN,3))/CL
ELSE
II=INTGE(I)
CL=SQRT(((COORD(KNDN,1)-CCOORD(II,4))-(COORD(JNDN,1)+CCOORD(II,1)))
* )**2+((COORD(KNDN,2)-CCOORD(II,5))-(COORD(JNDN,2)+CCOORD(II,2)))
* )**2+((COORD(KNDN,3)-CCOORD(II,6))-(COORD(JNDN,3)+CCOORD(II,3)))
* )**2)
4 IF(CL.EQ.0)CALL ERRO
*(^FORMS*+4,^COMPRIMENTO NULO NA BARRA!,I,0..1)
CX=((COORD(KNDN,1)-CCOORD(II,4))-(COORD(JNDN,1)+CCOORD(II,1)))/CL
CY=((COORD(KNDN,2)-CCOORD(II,5))-(COORD(JNDN,2)+CCOORD(II,2)))/CL
CZ=((COORD(KNDN,3)-CCOORD(II,6))-(COORD(JNDN,3)+CCOORD(II,3)))/CL
ENDIF
CAR=AR(I)
C CALCULO DA MATRIZ DE ROTACAO TRANSPOSTA
CALL CALRT(CX,CY,CZ,CAR,RT)
C CALCULO DA MATRIZ DE ROTACAO
DO 70 J=1,12
DO 70 K=1,12
70 R(J,K)=RT(K,J)
C CALCULO DO PRODUTO S VEZES R
DO 80 K=1,12
DO 80 J=1,12
DO 80 KK=1,12
80 SR(J,K)=SR(J,K)+S(J,KK)*R(KK,K)
C ARQUIVO DO PRODUTO S VEZES R
WRITE(NAD4,REC=I)((SR(J,K),K=1,12),J=1,12)
DO 90 K=1,12
DO 90 J=1,12
DO 90 KK=1,12
90 RTSR(J,K)=RTSR(J,K)+RT(J,KK)*SR(KK,K)
C CALCULO DA MATRIZ DE TRANSLACAO
IF(INTGE(I).NE.0)THEN
II=INTGE(I)
DO 400 K=1,12
DO 400 J=1,12
T(J,K)=0.
TT(J,K)=0.
SRT(J,K)=0.
TRT(J,K)=0.
400 TSRT(J,K)=0.
CALL CALT(II,CX,CY,CZ,CL,I,T)
DO 420 J=1,12
DO 420 K=1,12
420 TT(J,K)=T(K,J)
C CALCULO DO PRODUTO SRT
READ(NAD4,REC=I)((SR(J,K),K=1,12),J=1,12)
DO 430 K=1,12
DO 430 J=1,12
DO 430 KK=1,12
430 SRT(J,K)=SRT(J,K)+SR(J,KK)*T(KK,K)
WRITE(NAD4,REC=I)((SRT(J,K),K=1,12),J=1,12)
DO 440 K=1,12

```

```

DO 440 J=1,12
DO 440 KK=1,12
440 TRT(J,K)=TRT(J,K)+TT(J,KK)*RT(KK,K)
DO 450 K=1,12
DO 450 J=1,12
DO 450 KK=1,12
450 TSRT(J,K)=TSRT(J,K)+TRT(J,KK)*SRT(KK,K)
DO 460 J=1,12
DO 460 K=1,12
460 RTSR(J,K)=TSRT(J,K)
ENDIF
IC=0
DO 100 J=1,2
M=(NDN(I+J)-1)*6
DO 100 K=1,6
IC=IC+1
JK(IC)=M+K
100 CONTINUE
DO 110 J=1,12
JKJ=JK(J)
DO 120 K=1,12
JKK=JK(K)
IF(JK(K).LT.JK(J))GO TO 120
L=NP(JKK)+JKJ-JKK
A(L)=A(L)+RTSR(J,K)
120 CONTINUE
110 CONTINUE
C IF(IDFP(3).EQ.1) WRITE(NI,'(3H S,12G10.3)') S
C IF(IDFP(3).EQ.1) WRITE(NI,'(6H RTSR,12G10.3)') RTSR
10 CONTINUE
C IF(IDFP(4).EQ.1) WRITE(NI,'(3H A,12G10.3)')(A(I),I=1,NP(NDESL))
RETURN
END
SUBROUTINE CALRT(CX,CY,CZ,CAB,RT)
DIMENSION RT(12,12)
IF(CX.EQ.0.AND.CZ.EQ.0) THEN
RT(2,1)=CY
RT(1,2)=-CY*COSD(CAB)
RT(3,2)=SIND(CAB)
RT(1,3)=CY*SIND(CAB)
RT(3,3)=COSD(CAB)
ELSE
CC=SQRT((CX**2)+(CZ**2))
RT(1,1)=CX
RT(2,1)=CY
RT(3,1)=CZ
RT(1,2)=(-CX*CY*COSD(CAB)-CZ*SIND(CAB))/CC
RT(2,2)=CC*COSD(CAB)
RT(3,2)=(-CY*CZ*COSD(CAB)+CX*SIND(CAB))/CC
RT(1,3)=(CX*CY*SIND(CAB)-CZ*COSD(CAB))/CC
RT(2,3)=-CC*SIND(CAB)
RT(3,3)=(CY*CZ*SIND(CAB)+CX*COSD(CAB))/CC
ENDIF
70 RT(4,4)=RT(1,1)
RT(5,4)=RT(2,1)
RT(6,4)=RT(3,1)
RT(4,5)=RT(1,2)
RT(5,5)=RT(2,2)

```

```

RT(6,5)=RT(3,2)
RT(4,6)=RT(1,3)
RT(5,6)=RT(2,3)
RT(6,6)=RT(3,3)
RT(7,7)=RT(1,1)
RT(8,7)=RT(2,1)
RT(9,7)=RT(3,1)
RT(7,8)=RT(1,2)
RT(8,8)=RT(2,2)
RT(9,8)=RT(3,2)
RT(7,9)=RT(1,3)
RT(8,9)=RT(2,3)
RT(9,9)=RT(3,3)
RT(10,10)=RT(1,1)
RT(11,10)=RT(2,1)
RT(12,10)=RT(3,1)
RT(10,11)=RT(1,2)
RT(11,11)=RT(2,2)
RT(12,11)=RT(3,2)
RT(10,12)=RT(1,3)
RT(11,12)=RT(2,3)
RT(12,12)=RT(3,3)
RETURN
END
SUBROUTINE CALT(I,CX,CY,CZ,CL,J,T)
COMMON/SETE/NTMR,NTFL,NTNE,NTGE,ITIPO(300),INTMR(300),INTEL(300),
*INTNE(300),INTGE(300),AA(300),BB(300),NN(300),HH(300),GG(300),
*CCOORD(300,6),RRFC(100,36),F1(300),D1(300),F2(300),D2(300),F3(300),
*,D3(300),F4(300),NTNL,INTNL(300)
DIMENSION T(12,12)
DO 410 K=1,12
  T(K,K)=1.
410 IF(ITIPO(J).EQ.3)THFN
  T(1,5)=CCOORD(I,3)+CZ*CL/2.
  T(1,6)=-CCOORD(I,2)+CY*CL/2.
  T(2,4)=-CCOORD(I,3)+CZ*CL/2.
  T(2,6)=CCOORD(I,1)+CX*CL/2.
  T(3,4)=CCOORD(I,2)+CY*CL/2.
  T(3,5)=-CCOORD(I,1)+CX*CL/2.
  T(7,11)=-CCOORD(I,6)+CZ*CL/2.
  T(7,12)=CCOORD(I,5)+CY*CL/2.
  T(8,10)=CCOORD(I,6)+CZ*CL/2.
  T(8,12)=-CCOORD(I,4)+CX*CL/2.
  T(9,10)=-CCOORD(I,5)+CY*CL/2.
  T(9,11)=CCOORD(I,4)+CX*CL/2.
ELSE
  T(1,5)=CCOORD(I,3)
  T(1,6)=-CCOORD(I,2)
  T(2,4)=-CCOORD(I,3)
  T(2,6)=CCOORD(I,1)
  T(3,4)=CCOORD(I,2)
  T(3,5)=-CCOORD(I,1)
  T(7,11)=-CCOORD(I,6)
  T(7,12)=CCOORD(I,5)
  T(8,10)=CCOORD(I,6)
  T(8,12)=-CCOORD(I,4)
  T(9,10)=-CCOORD(I,5)
  T(9,11)=CCOORD(I,4)

```

```

ENDIF
RETURN
END
SUBROUTINE GAUT(AREA,JTIPO,R,H,RR,AB1,AH1,VR,VH,RVR,AVR,AVH,SC,YIC
*,XIC,YIA,XIA,II,XTC)
COMMON/TRES/NDA,NDP,NI,NL,NAD1,NAD2,NAD3,NAD4,NAD5,NAD6,NAD7,NAD8
C COMMON/CINCO/IDEP(80)
C DIMENSION X(220),Y(220),S(220)
IF(IDEP(1).EQ.1) WRITE(NI, '(5H GAUT)')
IF(JTIPO.EQ.2)GO TO 100
T1=B/10.
T2=H/12.
S1=T1*T2
DO 20 I=1,12
DO 20 J=1,10
K=10.*(I-1)+J
S(K)=S1
X(K)=(T1-B)/2.+ (J-1)*T1
Y(K)=(T2-H)/2.+ (I-1)*T2
20 CONTINUE
T1=(B-2.*RR)/24.
T2=(H-2.*RR)/26.
DO 40 I=1,25
K=120+I
S(K)=AB1*AREA/25.
S(K+25)=S(K)
X(K)=RR+B/2.+ (I-1)*T1
X(K+25)=X(K)
Y(K)=H/2.-RR
Y(K+25)=RR-H/2.
J=170+I
S(J)=AH1*AREA/25.
S(J+25)=S(J)
X(J)=R/2.-RR
X(J+25)=RR-R/2.
Y(J)=RB-H/2.+I*T2
Y(J+25)=Y(J)
40 CONTINUE
SC=B*H
XIC=B*H**3/12.
YIC=H*B**3/12.
XIA=0.
YIA=0.
DO 60 I=121,220
XIA=XIA+S(I)*Y(I)**2
YIA=YIA+S(I)*X(I)**2
60 CONTINUE
BB=B
HH=H
IF(H.LT.B)THEN
BR=B
HH=B
ENDIF
XTC=(1./3.-.21*BB/HH*(1.-(BB/HH)**4/12.))*BB**3*HH
GO TO 300
T1=B/10.
T2=(H-VH)/6.
T3=VH/10.

```

```

T4=(B-VR)/6.
S1=T1*T2
S2=T3*T4
DO 120 I=1,6
DO 120 J=1,10
K=10*(I-1)+J
S(K)=S1
X(K)=(T1-B)/2.+ (J-1)*T1
GO TO (110,110,110,115,115,115),I
110 Y(K)=(T2-H)/2.+ (I-1)*T2
GO TO 120
115 Y(K)=(T2+VH)/2.+ (J-4)*T2
120 CONTINUE
DO 140 I=1,10
DO 140 J=1,6
K=6*(I-1)+J+60
S(K)=S2
Y(K)=(T3-VH)/2.+ (I-1)*T3
GO TO (130,130,130,135,135,135),J
130 X(K)=(T4-B)/2.+ (J-1)*T4
GO TO 140
135 X(K)=(T4+VB)/2.+ (J-4)*T4
140 CONTINUE
T1=(B-2.*RR)/12.
T2=(H-2.*RR)/14.
T3=(VR+2.*RVB)/11.
T4=(VH+2.*RVR)/13.
DO 160 I=1,26
K=120+I
S(K)=AR1*AREA/13.
IF(I.LE.13)THEN
X(K)=RR-B/2.+ (I-1)*T1
Y(K)=RR-H/2.
ELSE
J=I-13
X(K)=RR-B/2.+ (J-1)*T1
Y(K)=H/2.-RR
ENDIF
160 CONTINUE
DO 180 I=1,2
DO 180 J=1,13
K=146+(I-1)*13+J
S(K)=AH1*ARFA/13.
X(K)=(-1)**I*(B/2.-RR)
Y(K)=J*T2-H/2.+RR
180 CONTINUE
DO 200 I=1,24
K=172+I
S(K)=AVB*AREA/12.
IF(I.LE.12)THEN
X(K)=-RVR-VR/2.+ (I-1)*T3
Y(K)=-(RVR+VH/2.)
ELSE
J=I-12
X(K)=-RVB-VR/2.+ (J-1)*T3
Y(K)=RVB+VH/2.
ENDIF
200 CONTINUE

```

```

DO 220 I=1,2
DO 220 J=1,12
K=196+(I-1)*12+J
S(K)=AVH*ARFA/12.
X(K)=(-1)**T*(VR/2.+RVB)
Y(K)=J*T4-(VH/2.+RVB)
220 CONTINUE
SC=B*H-VR*VH
XIC=(B*H**3-VR*VH**3)/12.
YIC=(H*B**3-VH*VR**3)/12.
XIA=0.
YIA=0.
DO 230 I=121,220
XIA=XIA+S(I)*Y(I)**2
YIA=YIA+S(I)*X(I)**2
230 CONTINUE
XTC=2.*((B+VB)/2.*((H+VH)/2.)***2/((B+VR)/(H-VH)+(H+VH)/(B-VR)))
300 WRITE(NAD5,REC=II)(S(J),Y(J),X(J),J=1,220)
C IF(IDEP(10).EQ.1) WRITE(NI,'(3H S,12F10.4)')S
C IF(IDEP(10).EQ.1) WRITE(NI,'(3H Z,12F10.4)')Y
C IF(IDEP(10).EQ.1) WRITE(NI,'(3H Y,12F10.4)')X
RETURN
END
SUBROUTINE INTEGRF(I,FCD,FYD,EA,TACO,FCS,FCZ,ECY,DK,INT)
COMMON/TRFS/NDA,NDP,NI,NL,NAD1,NAD2,NAD3,NAD4,NAD5,NAD6,NAD7,NAD8
C COMMON/CINCO/IDEP(80)
DIMENSION S(220),Y(220),Z(220),DN(3,4),DK(3,3),E(12),FM(6)
C IF(IDEP(1).EQ.1) WRITE(NI,'(RH INTEGRF)')
READ(NAD8,REC=I)(E(L),L=1,12)
C IF(IDEP(11).EQ.1) WRITE(NI,'(3H E,12F10.2)')E
DO 1 L=1,6
1 EM(L)=(-E(L)+E(L+6))/2.
E0=EM(1)/ECS
AKY=EM(5)/ECY
AKZ=EM(6)/ECZ
READ(NAD5,REC=I)(S(J),Z(J),Y(J),J=1,220)
C IF(IDEP(11).EQ.1) WRITE(NI,'(3H S,12F10.4)')S
C IF(IDEP(11).EQ.1) WRITE(NI,'(3H Z,12F10.4)')Z
C IF(IDEP(11).EQ.1) WRITE(NI,'(3H Y,12F10.4)')Y
N=0
2 AN=0.
AMY=0.
AMZ=0.
EH2=0.
EH3=0.
DO 5 J=1,3
DO 5 K=1,3
5 DK(J,K)=0.
DO 6 J=1,3
DO 6 K=1,4
6 DN(J,K)=0.
N=N+1
DO 10 J=1,220
FH=E0+AKY*Z(J)-AKZ*Y(J)
IF(J.GT.120)GO TO 20
IF(EH.GT.0)THEN
C IF(IDEP(11).EQ.1) WRITE(NI,'(4H IF1)')
TC=EH*1.

```

```

EETC=1.
C   IF (EH.GT.-.002) THEN
C     IF (IDEP(11).EQ.1) WRITE(NI,'(4H IF2)')
C     TC=1000.*FC0*EH*(250.*EH+1.)*.85
C     FETC=1000.*FC0*.85*(500.*EH+1.)
C   ELSE
C     IF (IDEP(11).EQ.1) WRITE(NI,'(4H IF3)')
C     TC=-FC0*.85*(EH+.002)*1.
C     EETC=1.
C   ENDIF
C   IF (EH.LT.EH2) EH2=EH
C   GO TO 30
20  FYD=FYD/EA
FS1=.7*FYD
FH1=ARS(EH)
IF (IAC0.EQ.1.AND.EH1.GT.FYD) THEN
C   IF (IDEP(11).EQ.1) WRITE(NI,'(4H IF4)')
C   TC=(FYD+(EH1-FYD)*1.)*(FH/FH1)
C   FETC=1.
C   ELSE IF (IAC0.EQ.1) THEN
C     IF (IDEP(11).EQ.1) WRITE(NI,'(4H IF5)')
C     TC=EA*EH
C     EETC=EA
C   ELSE IF (IAC0.EQ.2.AND.EH1.GT.FS1) THEN
C     IF (IDEP(11).EQ.1) WRITE(NI,'(4H IF6)')
C     TS1=.7*FYD
40  EEEES=1./EA+(TS1/FYD-.7)**4/.243/FYD
TC=TS1+(EH1-ES1)/EEEES
FS=TC/EA+(TC/FYD-.7)**5/1.215
C   IF (IDEP(11).EQ.1) WRITE(NI,'(3H TC,F10.2,10X,3H ES,F10.8,10X,3HEH1,
C   *F10.8)') TC,ES,EH1
C   IF (ABS(EH1-FS).LT..1E-6) GO TO 50
TS1=TC
FS1=ES
50  GO TO 40
TC=TC*EH/FH1
FETC=1./EEEES
ELSE IF (IAC0.EQ.2) THEN
TC=EA*EH
C   IF (IDEP(11).EQ.1) WRITE(NI,'(4H IF7)')
FETC=EA
ENDIF
IF (EH.GT.EH3) EH3=EH
30  IF (ABS(FH).LT..00001) THEN
EETS=FETC
ELSE
EETS=TC/EH
ENDIF
C   IF (IDEP(11).EQ.1) WRITE(NI,'(3H TC,F10.2,10X,4HEETC,F10.0,10X,
C   *4HEETS,F10.0,10X,3H EH,F10.6)') TC,FETC,EETS,EH
AN=AN+TC*S(J)
AMY=AMY+TC*Z(J)*S(J)
AMZ=AMZ-TC*Y(J)*S(J)
C   IF (IDEP(11).EQ.1) WRITE(NI,'(3H AN,F10.2,10X,3HAMY,F10.2,10X,
C   *3HAMZ,F10.2)') AN,AMY,AMZ
DN(1,1)=DN(1,1)+FETC*S(J)
DN(1,2)=DN(1,2)+FETC*Z(J)*S(J)
DN(1,3)=DN(1,3)-FETC*Y(J)*S(J)

```

```

DN(2,2)=DN(2,2)+FETC*Z(J)**2*S(J)
DN(2,3)=DN(2,3)-FETC*Y(J)*Z(J)*S(J)
DN(3,3)=DN(3,3)+FETC*Y(J)**2*S(J)
DK(1,1)=DK(1,1)+FETS*S(J)
DK(1,2)=DK(1,2)+FETS*Z(J)*S(J)
DK(1,3)=DK(1,3)+FETS*Y(J)*S(J)
DK(2,2)=DK(2,2)+FETS*Z(J)**2*S(J)
DK(2,3)=DK(2,3)+FETS*Y(J)*Z(J)*S(J)
DK(3,3)=DK(3,3)+FETS*Y(J)**2*S(J)
10 CONTINUF
C IF (IDEP(11).EQ.1) WRITE(NI,'(4H *AN,F10.2,10X,3HAMY,F10.2,10X,
C *3HAMZ,F10.2)') AN,AMY,AMZ
DN(1,4)=EM(1)-AN
DN(2,4)=EM(5)-AMY
DN(3,4)=EM(6)-AMZ
C IF (IDEP(11).EQ.1) WRITE(NI,'(3H DN,12F10.2)') DN
C=(DN(1,4)**2+DN(2,4)**2+DN(3,4)**2)/(FM(1)**2+EM(5)**2+FM(6)**2)
C IF (IDEP(11).EQ.1) WRITE(NI,'(3H C,F10.3)') C
IF (C.LT..05) GO TO 130
DN(2,1)=DN(1,2)
DN(3,1)=DN(1,3)
DN(3,2)=DN(2,3)
DO 100 J=1,2
DAUX=DN(J,J)
DO 110 K=J,4
110 DN(J,K)=DN(J,K)/DAUX
DO 100 JJ=J+1,3
DAUX=DN(JJ,J)
DO 100 K=J,4
100 DN(JJ,K)=DN(JJ,K)-DAUX*DN(J,K)
DAUX=DN(3,3)
DO 120 K=3,4
120 DN(3,K)=DN(3,K)/DAUX
DKZ=DN(3,4)
DKY=DN(2,4)-DN(2,3)*DKZ
DEO=DN(1,4)-DN(1,3)*DKZ-DN(1,2)*DKY
EO=EO+DFO
AKY=AKY+DKY
AKZ=AKZ+DKZ
C IF (IDEP(11).EQ.1) WRITE(NI,'(4H DFO,F10.8,10X,3HDKY,F10.8,10X,3HDKZ
*,F10.8)') DEO,DKY,DKZ
IF (N.EQ.10)
*WRITE(NI,'(4H NAO HOUVE CONVERGENCIA FM DEZ ITERACOES NA BARRA .
*I10)') I
IF (N.EQ.10) GO TO 130
GO TO 2
130 IF (EH2.LT.-.0035) THEN
WRITE(NI,140) EH2
140 FORMAT(1H0,'DEFORMACAO NO CONCRETO = ',T40,F10.4/1H , 'BARRA = ',
*T40,I10/1H , 'ITERACAO = ',T40,I10)
ENDIF
IF (EH3.GT..010) THEN
WRITE(NI,150) EH3
150 FORMAT(1H0,'DEFORMACAO NO ACO = ',T40,F10.4/1H , 'BARRA = ',T40,
*I10/1H , 'ITERACAO = ',T40,I10)
ENDIF
DK(2,1)=DK(1,2)
DK(3,1)=DK(1,3)

```

```

DK(3,2)=DK(2,3)
RETURN
FND
SUBROUTINE FORMF(F,T)
COMMON/UM/NPROB,TIT1(20),NNO,NELM,NCC,NTM,NTS,NTE,NDESNO,NCOR,
*NNOELM,COORD(300,3),NNN(300,2),INTM(300),INTS(300),ELAST(50,2),
*CGEO(100,5),NNR(100),NTC(100),RFC(100,6),AG(100,2),AR(300),NCS,
*TCON(300),NLN(300),NLM(300)
COMMON/DOIS/NC,TIT2(20),NNOC(300),CCNO(300,6),NELC(300),CELM(300,4
*)+IFOUN(300),IDIR(300),IUCOUL(300),NNC,NFC
COMMON/TRES/NDA,NDP,NI,NL,NAD1,NAD2,NAD3,NAD4,NAD5,NAD6,NAD7,NAD8
COMMON/QUATRO/NDFSL,NDEELM
COMMON/CINCO/IDEP(80)
DIMENSION F(NDESLO),EEQG(12)
IF(IDEP(1).EQ.1) WRITE(NI,'(5H FORMF)')
IF(IDEP(8).EQ.1) WRITF(NI,'(3H NL,I10)')NL
DO 5 TA=1,NDESLO
F(TA)=0.
IF(NC.EQ.1) GO TO 15
READ(NAD1,REC=1)TIT2,NNC,NFC
IF(NNC.EQ.0)GO TO 16
READ(NAD2,REC=1)(NNOC(J),(CCNO(J,L),L=1,NDESNO),J=1,NNC)
15 IF(NNC.EQ.0)GO TO 16
DO 20 J=1,NNC
IA=(NNOC(J)-1)*NDESNO
DO 20 L=1,NDESNO
IA=IA+1
20 F(IA)=F(IA)+CCNO(J,L)
16 IF(NC.EQ.1)GO TO 17
IF(NFC.EQ.0)RETURN
READ(NAD3,REC=1)(NELC(J),IFOUN(J),IDIP(J),IUCOUL(J),(CELM(J,L),L=1
*,4),J=1,NEC)
17 IF(NFC.EQ.0)RETURN
DO 30 J=1,NEC
C CALCULO DOS ESFORCOS EQUIVALENTES NO REFERENCIAL GLOBAL
CALL CEEQ(J,EEQG)
JNELC=NELC(J)
IA=(NNN(JNELC,1)-1)*NDESNO
DO 36 L=1,NDESNO
IA=IA+1
36 F(IA)=F(IA)+EEQG(L)
IA=(NNN(JNELC,2)-1)*NDESNO
DO 37 L=(NDESNO+1),NDFELM
IA=IA+1
37 F(IA)=F(IA)+EEQG(L)
38 CONTINUE
RETURN
FND
SUBROUTINE CEEQ(J,EEQG)
COMMON/UM/NPROB,TIT1(20),NNO,NELM,NCC,NTM,NTS,NTE,NDESNO,NCOR,
*NNOELM,COORD(300,3),NNN(300,2),INTM(300),INTS(300),ELAST(50,2),
*CGEO(100,5),NNR(100),NTC(100),RFC(100,6),AG(100,2),AR(300),NCS,
*TCON(300),NLN(300),NLM(300)
COMMON/DOIS/NC,TIT2(20),NNOC(300),CCNO(300,6),NELC(300),CELM(300,4
*)+IFOUN(300),IDIR(300),IUCOUL(300),NNC,NFC
COMMON/TRES/NDA,NDP,NI,NL,NAD1,NAD2,NAD3,NAD4,NAD5,NAD6,NAD7,NAD8
COMMON/CINCO/IDEP(80)
COMMON/SETE/NTMR,NTFL,NTNE,NTGE,TTPO(300),INTMR(300),INTFL(300),

```

```

*INTNE(300),TNTGF(300),AA(300),BB(300),NN(300),HH(300),GG(300).
*COORD(300,6),RRFC(100,36),F1(300),D1(300),F2(300),D2(300),F3(300)
*,D3(300),F4(300),NTNL,INTNL(300)
DIMENSION EEQG(*),EEQ(12),RT(12,12)
C IF(IOEP(1).EQ.1) WRITE(NI, '(5H CEEQ)')

30 JNELC=JNELC(J)
40 IF(ITIPO(JNELC).NE.1.OR.INTGE(JNELC).NE.0)CALL ERRO
*( 'CEEQ',40,'CARREGAMENTO NAO ADMITIDO NO TIPO DE ELEMENTO DA BARRA
*,JNELC,0..1)
JNDN=NDN(JNELC,1)
KNDN=NDN(JNELC,2)
DO 50 JJ=1,12
DO 50 KK=1,12
50 RT(JJ,KK)=0.
CL=SORT((COORD(KNDN,1)-COORD(JNDN,1))**2+(COORD(KNDN,2)-COORD(JNDN
*,2))**2+(COORD(KNDN,3)-COORD(JNDN,3))**2)
CX=(COORD(KNDN,1)-COORD(JNDN,1))/CL
CY=(COORD(KNDN,2)-COORD(JNDN,2))/CL
CZ=(COORD(KNDN,3)-COORD(JNDN,3))/CL
CAR=AR(JNELC)
C CALCULO DA MATRIZ DE ROTACAO TRANSPOSTA
CALL CALRT(CX,CY,CZ,CAR,RT)
DO 15 K=1,12
EEQ(K)=0.
15 EEQG(K)=0.
NM=INTM(JNELC)
F=ELAST(NM,1)
NS=INTS(JNELC)
G=CGEO(NS,1)
C CALCULO DOS ESFORCOS EQUIVALENTES NO SISTEMA LOCAL
CALL CALEEQ(EEQ,CL,J,F,G,JNELC)
100 DO 110 JJ=1,12
DO 110 KK=1,12
110 EEQG(JJ)=EEQG(JJ)+RT(JJ,KK)*EEQ(KK)
RETURN
END
SUBROUTINE CALEEQ(EEQ,CL,J,F,G,I)
COMMON/UM/NPROB,TIT1(20),NN0,NELM,NCC,NTM,NTS,NT,E,NFSNO,VCOP,
*NNOELM,COORD(300,3),NDN(300,2),INTM(300),INTS(300),FLAST(50,2),
*CGEO(100,5),NNR(100),NTC(100),REC(100,6),AG(100,2),AR(300),NCS,
*IICON(300),NLN(300),NLM(300)
COMMON/DOIS/NC,TTT2(20),NNOC(300),CCNO(300,6),NELC(300),CELM(300,4
*),IFOU(300),IDIP(300),IUCOUL(300),NNC,NFC
COMMON/TRFS/NDA,NDP,NT,NL,NAD1,NAD2,NAD3,NAD4,NAD5,NAD6,NAD7,NAD8
DIMENSION EEQ(*),LI(12),SBR(12,12),EEQL(12)
A=CELM(J,3)+CELM(J,4)/2.
R=CL-A
C=CELM(J,3)+CELM(J,4)
20 IF(C.GT.CL)CALL FRR0('CALEEQ',20,'CARREGAMENTO ULTRAPASSOU FINAL D
*A BARRA',I,0..1)
IF(IFOU(J).EQ.2)GO TO 60
IF(IFOU(J).EQ.3)GO TO 90
IF(IUCOUL(J).EQ.2)GO TO 50
IF(IDTR(J).NE.1)GO TO 32
AAA=CFLM(J,1)
IF(CELM(J,1).GT.CELM(J,2))AAA=CELM(J,2)
EEQ(1)=      AAA*CELM(J,4)*R/CL
EEQ(7)=      AAA*CELM(J,4)*A/CL

```

```

IF(IUCOUL(J).EQ.3)GO TO 40
GO TO 100
32 IF(IDIR(J).NE.2)GO TO 34
AAA=CELM(J,1)
IF(CELM(J,1).GT.CELM(J,2))AAA=CELM(J,2)
FEQ(6)= AAA*CELM(J,4)/(CL**2)*(A*(R**2)+(CELM(J,4)**2)/12.**
*(CL-(3*R)))
FEQ(12)=-FEQ(6)-3* AAA*(CELM(J,4)**3)/(12.**(CL**2))*(R-A)+*
AAA*CELM(J,4)*A*R*(B-A)/(CL**2)
FEQ(2)=(FEQ(6)+FEQ(12))/CL+ AAA*CFLM(J,4)*B/CL
FEQ(A)= AAA*CELM(J,4)-FEQ(2)
IF(IUCOUL(J).EQ.3)GO TO 42
GO TO 100
34 IF(IDIR(J).NE.3)CALL FRRO('CALEEQ',34,'INTRECAO DE FSFORCO NAO RECO
*NHECIDA NA BARRA',I,0..1)
AAA=CELM(J,1)
IF(CELM(J,1).GT.CELM(J,2))AAA=CELM(J,2)
FEQ(5)=- AAA*CELM(J,4)/(CL**2)*(A*(R**2)+(CELM(J,4)**2)/12.**
*(CL-(3*R)))
FEQ(11)=-FEQ(5)+3*AAA *(CELM(J,4)**3)/(12.**(CL**2))*(R-A)-*
AAA*CELM(J,4)*A*R*(B-A)/(CL**2)
FEQ(3)=- (FEQ(5)+FEQ(11))/CL+ AAA*CFLM(J,4)*B/CL
FEQ(9)= AAA*CELM(J,4)-FEQ(3)
IF(IUCOUL(J).EQ.3)GO TO 44
GO TO 100
40 IF(CELM(J,2).GT.CELM(J,1))THEN
AA=CELM(J,3)+CELM(J,4)*2./3.
BB=CL-AA
CC=CELM(J,2)-CELM(J,1)
ELSE
AA=CELM(J,3)+CELM(J,4)/3.
BB=CL-AA
CC=CELM(J,1)-CELM(J,2)
ENDIF
FEQ(1)=FEQ(1)+CC*CELM(J,4)/2.*BB/CL
FEQ(7)=FEQ(7)+CC*CELM(J,4)/2.*AA/CL
GO TO 100
42 IF(CELM(J,2).GT.CELM(J,1))THEN
AA=CELM(J,3)
CC=CELM(J,2)-CELM(J,1)
BB=CL-AA-CELM(J,4)
D=1.
DD=0.
ELSE
BB=CELM(J,3)
CC=CELM(J,1)-CELM(J,2)
AA=CL-BB-CELM(J,4)
D=0.
DD=1.
ENDIF
FEQ1= CC*CELM(J,4)*(10.* (BB**2)*(3.*AA+2.*CELM(J,4))+*
*(CELM(J,4)**2)*(10.*BB+5.*AA+2.*CELM(J,4))+20.*AA*BB*CELM(J,4))/*
*(60.* (CL**2))
FEQ2= CC*CELM(J,4)*(10.* (AA**2)*(3.*BB+CFLM(J,4))+*
*(CELM(J,4)**2)*(15.*BB+10.*AA+3.*CELM(J,4))+40.*AA*BB*CELM(J,4))/*
*(60.* (CL**2))
FEQ3=(FEQ1-FEQ2)/CL+CC*CELM(J,4)*(RB+CFLM(J,4)/3.)/(2.*CL)
FEQ(A)=FEQ(A)+D*(CC*CELM(J,4)/2.-FEQ3)+DD*FEQ3

```

```

EQ(2)=EQ(2)+D*EQ3+DD*(CC*CELM(J,4)/2.-EE03)
EQ(12)=EQ(12)-D*EQ2-DD*EQ1
EQ(6)=EQ(6)+D*EQ1+DD*EQ2
GO TO 100
44 IF(CELM(J,2).GT.CELM(J,1))THEN
AA=CELM(J,3)
CC=CELM(J,2)-CELM(J,1)
BB=CL-AA-CELM(J,4)
D=1.
DD=0.
ELSE
BB=CELM(J,3)
CC=CELM(J,1)-CELM(J,2)
AA=CL-BB-CELM(J,4)
D=0.
DD=1.
ENDIF
EQ1= CC*CELM(J,4)*(10.*(BB**2)*(3.*AA+2.*CFLM(J,4))+*(CELM(J,4)**2)*(10.*BB+5.*AA+2.*CELM(J,4))+20.*AA*BB*CELM(J,4))/*(60.*(CL**2))
EQ2= CC*CFLM(J,4)*(10.*(AA**2)*(3.*BB+CELM(J,4))+*(CELM(J,4)**2)*(15.*BB+10.*AA+3.*CELM(J,4))+40.*AA*BB*CELM(J,4))/*(60.*(CL**2))
EQ3=(EQ1-EQ2)/CL+CC*CELM(J,4)*(BB+CFLM(J,4)/3.)/(2.*CL)
EQ(9)=EQ(9)+D*(CC*CELM(J,4)/2.-EQ3)+DD*EQ3
EQ(3)=EQ(3)+D*EQ3+DD*(CC*CELM(J,4)/2.-EE03)
EQ(11)=EQ(11)+D*EQ2+DD*EQ1
EQ(5)=EQ(5)-D*EQ1-DD*EQ2
GO TO 100
50 IF(IDIR(J).NE.1)GO TO 52
EQ(1)=CELM(J,1)*(CL-CELM(J,3))/CL
EQ(7)=CELM(J,1)-EQ(1)
GO TO 100
52 IF(IDIR(J).NE.2)GO TO 54
EQ(6)=CELM(J,1)*CELM(J,3)*((CL-CELM(J,3))**2)/(CL**2)
EQ(12)=-CELM(J,1)*(CL-CELM(J,3))*(CELM(J,3)**2)/(CL**2)
EQ(2)=(EQ(6)+EQ(12))/CL+CELM(J,1)*(CL-CELM(J,3))/CL
EQ(8)=-EQ(12)+EQ(6))/CL+CELM(J,1)*CELM(J,3)/CL
GO TO 100
54 IF(IDIR(J).NE.3)CALL ERRO('CALEEQ',54,'DIRECAO DE ESFORCO NAO RECONHECIDA NA BARRA',I,0..1)
EQ(5)=-CFLM(J,1)*CELM(J,3)*((CL-CELM(J,3))**2)/(CL**2)
EQ(11)=CELM(J,1)*(CL-CFLM(J,3))*(CELM(J,3)**2)/(CL**2)
EQ(3)=-EQ(5)+EQ(11))/CL+CELM(J,1)*(CL-CFLM(J,3))/CL
EQ(9)=(EQ(11)+EQ(5))/CL+CELM(J,1)*CELM(J,3)/CL
GO TO 100
60 IF(IUCOUL(J).NE.2)CALL ERRO('CALEEQ',60,'TIPO DE CARREGAMENTO NAO RECONHECIDO NA BARRA',I,0..1)
IF(IDIR(J).NE.1)GO TO 82
EQ(4)=CFLM(J,1)*(CL-CELM(J,3))/CL
EQ(10)=CELM(J,1)-EQ(4)
GO TO 100
82 IF(IDIR(J).NE.2)GO TO 84
BB=CL-CELM(J,3)
EQ(11)=-CELM(J,1)*CELM(J,3)*(2.*BB-CFLM(J,3))/(CL**2)
EQ(5)=-CELM(J,1)*BB*(2.*CELM(J,3)-BB)/(CL**2)
EQ(3)=6.*CELM(J,1)*CELM(J,3)*BB/(CL**3)
EQ(9)=-EQ(3)

```

```

GO TO 100
84 IF(IDIR(J).NE.3)CALL FRRO('CALEEQ',84,'DIRECAO DE ESFORCO NAO RFC0
*NHECIDA NA RARRA',I,0..1)
RR=CFLM(J,3)
EEQ(12)=-CELM(J,1)*CELM(J,3)*(2.*BR-CFLM(J,3))/(CL**2)
EEQ(6)=-CELM(J,1)*RR*(2.*CFLM(J,3)-RR)/(CL**2)
EEQ(2)=-6.*CELM(J,1)*CELM(J,3)*BR/(CL**3)
EEQ(8)=-EEQ(2)
GO TO 100
90 EEQ(1)=-E*G*CELM(J,1)*CELM(J,3)
EEQ(7)=-EEQ(1)
100 IF(ICON(I).EQ.0) RETURN
READ(NAD6,RFC=I) TL,(LI(K),(SBR(JJ,K),JJ=1,12),K=1,IL)
DO 110 IIL=1,IL
LL=LI(IIL)
DO 120 JJ=1,12
EEQL(JJ)=EEQ(JJ)-SBR(JJ,IIL)*EEQ(LL)
120 CONTINUE
DO 130 JJ=1,12
EEQ(JJ)=EEQL(JJ)
130 CONTINUE
110 CONTINUE
RETURN
END
SUBROUTINE APOIO(A,F,NP)
COMMON/UM/NPROB,TIT1(20),NNO,NELM,NCC,NTM,NTS,NT,E,NDESNO,NCOR,
*NNOELM,COORD(300,3),NDN(300,2),INTM(300),INTS(300),ELAST(50,2),
*CGEO(100,6),NNR(100),NTC(100),REC(100,6),AG(100,2),AR(300),NCS,
*ICON(300),NLN(300),NLM(300)
COMMON/DOTS/NC,TIT2(20),NNOC(300),CCNO(300,6),NELC(300),CELM(300,4
*),IFOU(300),IDIR(300),IUCOUL(300),NNC,NEC
COMMON/TRES/NDA,NDP,NI,NL,NAD1,NAD2,NAD3,NAD4,NAD5,NAD6,NAD7,NAD8
COMMON/QUATRO/NDFSL,NDEELM
C COMMON/CINCO/IDFP(80)
COMMON /SEIS/ VGPAN
COMMON/SETE/NTMR,NTFL,NTNE,NTGE,ITIPO(300),TNTMR(300),INTFL(300),
*INTNE(300),INTGE(300),AA(300),BR(300),NN(300),HH(300),GG(300),
*COORD(300,6),RRFC(100,36),F1(300),D1(300),F2(300),D2(300),F3(300)
*D3(300),F4(300),NTNL,INTNL(300)
DIMENSION A(*),F(NDESNO),NP(*)
C IF(IDEF(1).EQ.1) WRITE(NI, '(6H APOTO)')
DO 40 J=1,NCC
NX=10** (NDESNO-1)
I=NNR(J)
NLL=(I-1)*NDESNO
IF(NTC(J).EQ.-1)THEN
DO 5 K=1,NDFSL
NLL=NLL+1
IP=NP(NLL)+1
KK=K+(K-1)*6+6
DO 5 I=1,K
IP=IP-1
KK=KK-6
A(IP)=A(IP)+RREC(J,KK)
5 CONTINUE
ELSE
NNTC=NTC(J)
DO 30 K=1,NDESNO

```

```

NLL=NLL+1
IP=NP(NLL)
A(IP)=A(IP)+REC(J,K)
TDA=NNTC/NX
IF(IDA.EQ.0) GO TO 20
A(IP)=A(IP)+VGRAN
F(NLL)=F(NLL)+VGRAN*REC(J,K)
NNTC=NNTC-NX
20 NX=NX/10
30 CONTINUE
ENDIF
40 CONTINUE
RETURN
END

SUBROUTINE RESOL(A,NS,F,NP)
COMMON/UM/NPROB,TIT1(20),NN0,NELM,NCC,NTM,NTS,NTE,NDESNO,VCOP,
*NNOELM,COORD(300,3),NDN(300,2),INTM(300),INTS(300),ELAST(50,2),
*Cgeo(100,6),NNR(100),NTC(100),REC(100,6),AG(100,2),AR(300),NCS,
*IICON(300),NLN(300),NLM(300)
COMMON/DOTS/NC,TIT2(20),NNOC(300),CCNO(300,6),NELC(300),CELM(300,4)
*,IFOUUM(300),IDIR(300),TUCOUL(300),NNC,NFC
COMMON/TRES/NDA,NDP,NI,NL,NAD1,NAD2,NAD3,NAD4,NAD5,NAD6,NAD7,NAD8
COMMON/QUATRO/NDFSL,NDEELM
C COMMON/CINCO/IDEP(80)
C DIMENSION A(NS),F(NDES),NP(*)
C IF(IDEP(1).EQ.1) WRITE(NI,'(6H RESOL*)')
C IF(IDEP(5).EQ.1) WRITE(NI,'(3H A,12G10.3)') (A(I),I=1,NP(NDFSL))
C IF(IDEP(6).EQ.1) WRITE(NI,'(3H AF,12G10.3)') (F(I),I=1,NDFSL)
C ETAPA DE FATORACAO
VMIN=10.E-30
J=1
40 IF(A(1).LT.VMIN)CALL ERRO('RESOL',40,'MATRIZ NAO POSITIVA DEFINTOA
* COEFICIENTE MENOR QUE 10E-30 NA LINHA',J,A(1),1)
A(1)=SQRT(A(1))
DO 50 I=2,NDES
IH=NP(I)-NP(I-1)
IQ=NP(I-1)+1
IR=J-IH+1
IF(IR.EQ.J) GO TO 50
INP=NP(IR)
A(IQ)=A(IQ)/A(INP)
DO 25 I=(IR+1),J
IQ=IQ+1
L=NP(I)-NP(I-1)
IS=I-L+1
IX=IR
IF(IX.LT.IS)IX=IS
IF(IX.EQ.I) GO TO 20
IQ1=NP(I)-(I-IX)-1
IQ2=NP(J)-(J-IX)-1
DO 30 K=IX,(I-1)
IQ1=IQ1+1
IQ2=IQ2+1
30 A(IQ)=A(IQ)-A(IQ1)*A(IQ2)
IF(I.EQ.J)GO TO 50
20 INP=NP(I)
A(IQ)=A(IQ)/A(INP)
CONTINUE
25

```

```

50      IF(A(IQ).LT.VMIN)CALL ERRO('RESOL',50,'MATRIZ NAO POSITIVA DEFINIDA')
* A COEFICIENTE MENOR QUE 10E-30 NA LINHA',J,A(IQ)+1)
A(IQ)=SQRT(A(IQ))
501    CONTINUE
C      IF(IDEP(5).EQ.1) WRITE(NI,'(3H A,12G10.3)') (A(I),I=1,NP(NDFSL))
C      SUBSTITUICAO PARA FRENTE
F(1)=F(1)/A(1)
DO 70 I=2,NDES
IH=NP(I)-NP(I-1)
IR=I-IH+1
IQ=NP(I-1)
ABR=F(I)
IF(IR.EQ.I)GO TO 701
DO 80 K=IR,I-1
IQ=IQ+1
80 ABR=ABR-A(IQ)*F(K)
701  INP=NP(I)
F(I)=ABR/A(INP)
CONTINUE
C      IF(IDEP(6).EQ.1) WRITE(NI,'(3H AF,12G10.3)') (F(I),I=1,NDES)
C      RETROSUBSTITUICAO
DO 100 II=2,NDES
I=NDES-II+2
INP=NP(I)
F(I)=F(I)/A(INP)
IH=NP(I)-NP(I-1)
IR=I-IH+1
IF(IR.EQ.I)GO TO 100
IQ=NP(I-1)
DO 101 K=IR,(I-1)
IQ=IQ+1
F(K)=F(K)-A(IQ)*F(I)
101  CONTINUE
100  CONTINUE
F(1)=F(1)/A(1)
C      IF(IDEP(6).EQ.1) WRITE(NI,'(3H AF,12G10.3)') (F(I),I=1,NDFSL)
RETURN
END
SUBROUTINE FSFOR(F,T,NCO)
COMMON/UM/NPROB,TIT1(20),NND,NELM,NCC,NTM,NTS,NTF,NDESN0,NCOR,
*NNOELM,COORD(300,3),NNN(300,2),INTM(300),INTS(300),ELAST(50,2),
*CGEO(100,6),NNR(100),NTC(100),REC(100,6),AG(100,2),AR(300),NCS,
*TCON(300),NLN(300),NLM(300)
COMMON/DOIS/NC,TIT2(20),NNOC(300),CCNO(300,6),NELC(300),CELM(300,4),
*,IFQUM(300),IDIR(300),IUCOUL(300),NNC,NEC
COMMON/TRES/NDA,NDP,NI,NL,NAD1,NAD2,NAD3,NAD4,NAD5,NAD6,NAD7,NAD8
COMMON/QUATRO/NDFSL,NDFLM
C      COMMON/CINCO/IDEP(80)
COMMON/SETE/NTMR,NTFL,NTNE,NTGE,ITIPO(300),INTMR(300),INTFL(300),
*TNTNE(300),INTGF(300),AA(300),BB(300),NN(300),HH(300),GG(300),
*CCORD(300,6),RREC(100,36),F1(300),D1(300),F2(300),D2(300),F3(300),
*D3(300),F4(300),NTNL,INTNL(300)
DIMENSION F(NDES), D(12),EEQ(12),RT(12,12),E(300,12),
*D(300,6),SR(12,12),T(12,12),TRT(12,12),TT(12,12)
C      IF(IDEP(1).EQ.1) WRITE(NI, '(6H ESFOR)')
IF(NC.EQ.1)GO TO 15
READ(NAD1,REC=1)TIT2,NNC,NFC
IF(NEC.EQ.0)GO TO 15

```

```

      READ(NAD3,RFC=I)(NELC(J),INFOUM(J),IDIR(J),IUCOUL(J),(CELM(J,L),L=1
*,4),J=1,NEC)
15   DO 12 NK=1,NN0
      NNN=NLN(NK)
      DO 12 IT=1,NDESNO
17   R(NNN,IT)=0.
      DO 20 JK=1,NELM
         J=NLM(JK)
         IA=(NDN(J,1)-1)*NDESNO
         DO 30 L=1,NDESNO
            IA=IA+1
30   D(L)=F(IA)
         IA=(NDN(J,2)-1)*NDESNO
         DO 40 L=NDESNO+1,NDFELM
            IA=IA+1
40   D(L)=F(IA)
C   PRODUTO S VFZES
      READ(NAD4,RFC=J)((SR(JJ,K),K=1,NDFELM),JJ=1,NDFELM)
C   PRODUTO S VFZES R VFZFS DESLOCAMENTO MAIS ESFORCOS EQUIVALENTES
      DO 50 L=1,NDEELM
50   E(J,L)=0.
      DO 60 L=1,NDEELM
      DO 60 K=1,NDEELM
60   E(J,L)=E(J,L)+SP(L,K)*D(K)
      IF(NCO.EQ.0)THEN
         WRITE(NAD8,REC=J)(E(J,L),L=1,NDFELM)
      ENDIF
20   CONTINUE
      IF(NCO.EQ.0)RETURN
C   CALCULO DE ESFORCOS EQUIVALENTES NO SISTEMA LOCAL
      IF(NEC.EQ.0) GO TO 135
      DO 70 K=1,NFC
         J=NLC(K)
80   DO 90 KK=1+12
90   EQ(EQ)=0.
      IF(INTGE(J).NE.0)GO TO 120
      KNDN=NDN(J,2)
      JNDN=NDN(J,1)
      CL=SQRT((COORD(KNDN,1)-COORD(JNDN,1))**2+(COORD(KNDN,2)-COORD(JNDN
*,2))**2+(COORD(KNDN,3)-COORD(JNDN,3))**2)
      NM=INTM(J)
      EL=ELAST(NM,1)
      NS=INTS(J)
      G=CGEO(NS,1)
      CALL CALEEQ(EQ,CL,K,EL,G,J)
120  DO 125 L=1,NDEELM
125  E(J,L)=E(J,L)-EQ(L)
70   CONTINUE
C   CALCULO DAS REACOES DE APOIO E CONDICoes DE EQUILIBRIO
135  DO 130 JK=1,NELM
      J=NLM(JK)
      KNDN=NDN(J,2)
      JNDN=NDN(J,1)
C   CALCULO DA MATRIZ DE ROTACAO TRANSPOSTA
150  DO 152 JJ=1+12
      DO 152 KK=1+12
      T(JJ,KK)=0.
      TT(JJ,KK)=0.

```

```

      TRT(JJ,KK)=0,
152  RT(JJ,KK)=0,
      IF(INTGF(J).EQ.0) THEN
      CL=SQRT(((COORD(KNDN,1)-COORD(JNDN,1))**2+(COORD(KNDN,2)-COORD(JNDN
     *,2))**2+(COORD(KNDN,3)-COORD(JNDN,3))**2)
      CX=(COORD(KNDN,1)-COORD(JNDN,1))/CL
      CY=(COORD(KNDN,2)-COORD(JNDN,2))/CL
      CZ=(COORD(KNDN,3)-COORD(JNDN,3))/CL
      ELSE
      IJ=INTGF(J)
      CL=SQRT(((COORD(KNDN,1)-CCOORD(IJ,4))-(COORD(JNDN,1)+CCOORD(IJ,1))
     * )**2+((COORD(KNDN,2)-CCOORD(IJ,5))-(COORD(JNDN,2)+CCOORD(IJ,2)))
     * )**2+((COORD(KNDN,3)-CCOORD(IJ,6))-(COORD(JNDN,3)+CCOORD(IJ,3)))
     * )**2)
      CX=((COORD(KNDN,1)-CCOORD(IJ,4))-(COORD(JNDN,1)+CCOORD(IJ,1)))/CL
      CY=((COORD(KNDN,2)-CCOORD(IJ,5))-(COORD(JNDN,2)+CCOORD(IJ,2)))/CL
      CZ=((COORD(KNDN,3)-CCOORD(IJ,6))-(COORD(JNDN,3)+CCOORD(IJ,3)))/CL
      ENDIF
      CAB=AR(J)
      CALL CALRT(CX,CY,CZ,CAB,RT)
C      IF(IDEP(7).EQ.1) WRITE(NI,'(3H RT,12G10.3)') ((
C      *RT(NNN,KKK),KKK=1,12),NNN=1,12)
      IF(INTGF(J).NE.0) THEN
      CALL CALT(IJ,CX,CY,CZ,CL,J,T)
      DO 155 II=1,12
      DO 155 JJ=1,12
155   TT(II,JJ)=T(JJ,II)
      DO 160 II=1,12
      DO 160 JJ=1,12
      DO 160 KK=1,12
160   TRT(JJ,II)=TRT(JJ,II)+TT(JJ,KK)*RT(KK,II)
      DO 165 II=1,12
      DO 165 JJ=1,12
165   RT(II,JJ)=TRT(II,JJ)
      ENDIF
      DO 170 II=1,6
      DO 170 JJ=1,6
170   R(JNDN,II)=R(JNDN,II)+RT(II,JJ)*F(J,JJ)
      DO 175 II=7,12
      DO 175 JJ=7,12
      III=II-6
175   R(KNDN,III)=R(KNDN,III)+RT(II,JJ)*F(J,JJ)
C      IF(IDEP(7).EQ.1) WRITE(NI,'(2H R,6G10.3)') ((
C      *(R(NNN,KKK),KKK=1,NDESN0),NNN=1,NN0)
      180 CONTINUE
      IF(NNC.EQ.0) GO TO 181
      DO 180 K=1,NNC
      NO=NNOC(K)
      DO 185 II=1,6
      R(NO,II)=R(NO,II)-CCNO(K,II)
185   CONTINUE
180   CONTINUE
181   WRITE(NI,'(1H1,20X,12HCARREGAMENTO,I10)') I
      WRITE(NI,'(1H0,15X,19HESFORCOS NAS BARRAS)') J
      WRITE(NI,'(1H0,5X,5HRARRA,RX,62HNO FORCA X FORCA Y FORCA Z M
      *OMENTO X MOMENTO Y MOMENTO Z)') K
      DO 191 JK=1,NELM
      J=NLM(JK)

```

```

IF(INTGE(J),EQ.0)THEN
  WRITE(NI,192)J,NDN(J,1),(E(J,L),L=1,NDFSNO),
*NDN(J,2),(E(J,L),L=NDFSNO+1,NDEELM)
192  FORMAT(1H ,2I10,6F10.4/1H +10X,I10,6F10.4)
  ELSE
    WRITE(NI,195)J,NDN(J,1),(E(J,L),L=1,NDFSNO),
*NDN(J,2),(E(J,L),L=NDFSNO+1,NDFELM)
195  FORMAT(1H ,4X,1H*,I5,I10,6F10.4/IH +10X,I10,6F10.4)
  ENDIF
191  CONTINUE
  WRITE(NI,'(1H0,15X,42HREACOES DE APOIO E CONDICOES DE EQUILIBRIO)
*')
  WRITE(NI,'(1H0,8X,62HNO FORCA X FORCA Y FORCA Z MOMENTO X NO
*MOMENTO Y MOMENTO Z)')
  DO 193 KK=1,NN0
    K=NLN(KK)
193  WRITE(NI,194)K,(R(K,M),M=1,NDESNO)
194  FORMAT(1H ,I10,6F10.4)
  RETURN
END
SUBROUTINE ERRO(SUR,IDECK,COM,IPAR,RPAR,IPROS)
CHARACTER SUR*8,COM*100
COMMON/TRFS/NDA,NDP,NI,NL,NAD1,NAD2,NAD3,NAD4,NAD5,NAD6,NAD7,NAD8
WRITE(NI,100)SUR,IDECK,COM,IPAR,RPAR
100 FORMAT(1H0,'ERRO NA SUBROTINA ',A8/1H , 'NA DECLARACAO',I10/1H ,
*100/1H , 'PARAMETROS',I10,G15.5)
  IF(IPROS.EQ.0)RETURN
C   CALL PMDSTOP
  STOP
END

```

APÊNDICE BFORMULAÇÃO DAS MATRIZES DE RIGIDEZ DOS ELEMENTOS ESPECIAISB.1 MATRIZ DO ELEMENTO REPRESENTATIVO DO LASTRO

Termos calculados pela curva esforço-deslocamento:

$$S(7,7); S(8,8); S(9,9); S(10,10); S(11,11) \text{ e } S(12,12)$$

Demais termos:

$$S(1,7) = S(7,1) = -S(7,7)$$

$$S(2,8) = S(8,2) = -S(8,8)$$

$$S(3,9) = S(9,3) = -S(9,9)$$

$$S(4,10) = S(10,4) = -S(10,10)$$

$$S(5,11) = S(11,5) = -S(11,11)$$

$$S(6,12) = S(12,6) = -S(12,12)$$

$$S(1,1) = S(7,7)$$

$$S(2,2) = S(8,8)$$

$$S(3,3) = S(9,9)$$

$$S(4,4) = S(10,10)$$

$$S(5,5) = S(11,11)$$

$$S(6,6) = S(12,12)$$

## B.2 MATRIZ DO ELEMENTO DE NEOPRENE

$$S(1,1) = \frac{6.G.b.a^3}{n.C_4.e^3}$$

$$S(2,2) = \frac{9.G.C_3.a^5.b}{4(1+2.g).n^3.e^5},$$

$$S(2,6) = \frac{9.G.C_3.a^5.b}{8(1+2.g).n^2.e^4},$$

$$S(6,6) = \frac{3.G.C_3.a^5.b}{4(1+2.g).n.e^3} \left(1 + \frac{g}{2}\right)$$

$$\text{com } g = \frac{9.C_3.a^4}{8.n^2.e^4}$$

$$S(3,3) = \frac{9.G.\bar{C}_3.b^5.a}{4(1+2.\bar{g}).n^3.e^5},$$

$$S(3,5) = \frac{9.G.\bar{C}_3.b^5.a}{8(1+2.\bar{g}).n^2.e^4},$$

$$S(5,5) = \frac{3.G.\bar{C}_3.b^5.a}{4(1+2.\bar{g}).n.e^3} \left(1 + \frac{\bar{g}}{2}\right)$$

$$\text{com } \bar{g} = \frac{9.\bar{C}_3.b^4}{8.n^2.e^4}$$

$$S(4,4) = \frac{G.J_T}{n.e}$$

$$S(1,7) = -S(1,1)$$

$$S(2,8) = -S(2,2)$$

$$S(2,12) = S(2,6)$$

$$S(3,9) = -S(3,3)$$

$$S(3,11) = S(3,5)$$

$$S(4,10) = -S(4,4)$$

$$S(5,9) = -S(3,5)$$

$$S(5,11) = \frac{S(5,5)}{(2 + \bar{g})} (1 - \bar{g})$$

$$S(6,8) = -S(2,6)$$

$$S(6,12) = \frac{S(6,6)}{(2 + g)} (1 - g)$$

$$S(7,7) = S(1,1)$$

$$S(8,8) = S(2,2)$$

$$S(8,12) = -S(2,6)$$

$$S(9,9) = S(3,3)$$

$$S(9,11) = -S(3,5)$$

$$S(10,10) = S(4,4)$$

$$S(11,11) = S(5,5)$$

$$S(12,12) = S(6,6)$$

Os termos inferiores à diagonal principal são obtidos por simetria.