

ANÁLISE DE FUNDAÇÕES DE MÁQUINAS SUJEITAS
A EXCITAÇÕES VERTICAIS

ALFREDO AMERICANO DA COSTA

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO
GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.SC.) EM ENGENHARIA CIVIL.

APROVADA POR:



PROF. CLAUDIO FERNANDO MAHLER
(PRESIDENTE)



PROF. PAULO ALCÂNTARA GOMES



PROF. FRANCISCO REZENDE LOPES



PROF. CID SANTOS GESTEIRA

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
MARÇO DE 1988

AMERICANO DA COSTA, ALFREDO

Análise de Fundações de Máquinas Sujeitas a Excitações Verticais (Rio de Janeiro) 1988.

xi, 184 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Civil, 1988)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.

1. Fundações de Máquinas I. COPPE/UFRJ II. Título (série)

A minha mãe pela sua dedicação.

A minha esposa Angela.

A meu filho que está para nascer.

Aos meus irmãos, Eduardo e Beth.

AGRADECIMENTOS

À Natron Consultoria e Projetos S/A na pessoa do seu diretor regional, Sergio Carvalho, pelas facilidades proporcionadas para o término deste trabalho.

Ao professor Claudio Fernando Mahler pela amizade, interesse e preciosa orientação.

Ao professor Paulo Alcântara Gomes, pela amizade, sugestão e apoio neste trabalho.

Ao professor Cid Santos Gesteira pela disposição em ajudar a qualquer solicitação de minha parte.

Ao engº José Salim Sahade, chefe da Divisão de Engenharia Civil da Natron, pelo incentivo e constante apoio.

Ao meu "irmão" José Adeodato de Souza Neto, pela motivação e pelos ensinamentos através do seu grande conhecimento e experiência na área da pesquisa.

Aos companheiros e professores da COPPE/UFRJ por tudo que me transmitiram ao longo de toda a convivência.

Um especial agradecimento à minha mãe, Celina, pela sua grande participação, em todos aspectos, na minha formação.

Resumo da Tese Apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

ANÁLISE DE FUNDAÇÕES DE MÁQUINAS SUJEITAS
A EXCITAÇÕES VERTICAIS

Alfredo Americano da Costa

Março de 1988

Orientador: Claudio Fernando Mahler

Programa: Engenharia Civil

Este trabalho tem por objetivo estudar e comparar, com observações *in situ*, os resultados obtidos na análise dinâmica de fundações de máquinas, submetidas a excitações harmônicas verticais com amplitude função da frequência, através do método em que o solo é considerado semi-espaco elástico e do método em que o solo é substituído por molas lineares.

Para tanto, utilizou-se ensaios de campo realizados nos EUA, em solos argilo siltooso de Vicksburg (WES) e arenoso de Eglin, e ensaios realizados, no Brasil, em areia siltoosa, de Volta Redonda, típica de um solo residual jovem de gnaiss.

Apresentou-se ainda, critérios a serem considerados no projeto, resumo dos métodos de cálculo, bem como os cuidados a serem tomados na determinação dos parâmetros do solo.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

ANALYSIS OF MACHINE FOUNDATIONS UNDER
VERTICAL EXCITATIONS

Alfredo Americano da Costa

March, 1988

Chairman: Claudio Fernando Mahler

Department: Civil Engineering

The aim of this research was to compare *in situ* test results with theoretical results of dynamic analyses used for machine foundation design. The tests were carried out on blocks submitted to vertical harmonic excitation with amplitude as function of frequency. In the analyses the soil was considered either as an elastic half space or as a set of linear springs.

In order to achieve the research purpose, test results carried out on silty clay soil from Vicksburg (WES) (USA), sandy soils of Eglin (USA) and silty sand from Volta Redonda (BRAZIL) are analysed. The Brazilian soil was of young residual gneiss type.

Finally, this work, also, shows design criteria, calculations methods and soil parameters to be used in dynamic machine foundation design.

ÍNDICE

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO II - REVISÃO DOS MÉTODOS DE CÁLCULO	6
II.1. Introdução	6
II.2. Tipos de Fundações	7
II.3. Critérios de Cálculo	10
II.4. Métodos de Cálculo	14
II.4.1. Degebo	15
II.4.2. Método que leva em conta a massa do solo	17
Mool e Kinne	20
Crockett	20
Crockett e Hammond	20
Pauw	20
Balakrishna	21
II.4.3. Método empírico de Tschebotarioff e Ward	21
II.4.4. Método empírico de Alpan	23
II.4.5. Método que considera o solo como semi-espaco elástico ..	25
1 - Vibração vertical	27
Reissner	27
Quinlan e Sung	29
Hsieh	31
Lysmer e Richart	37

Nagendra e Sridaran	46
2 - Vibração horizontal, por rotação e por torção para base circular rígida apoia da na superfície do solo (semi-espço elástico)	47
Vibração horizontal	48
Vibração rotacional	49
Vibração por torção	50
3 - Vibração horizontal acoplada com rotação	51
4 - Alguns conceitos complementares	52
a) Amortecimento	52
b) Fundação de base retangular	54
c) Fundação imersa no solo	57
II.4.6. Método em que o solo é substituído por molas lineares sem peso	61
1 - Vibração vertical	62
2 - Vibração horizontal, por rotação e por torção	67
Vibração horizontal	67
Vibração por torção	67
Vibração por rotação	68
CAPÍTULO III - DETERMINAÇÃO E OBTENÇÃO DE PARÂMETROS	70
III.1. Introdução	70
III.2. Coeficiente de Compressão Elástica Uniforme	71
III.2.1. Determinação dos parâmetros	71
III.2.2. Ensaios de campo para obtenção do coefi ciente de compressão elástica uniforme	74
Bloco de ressonância	74
Teste cíclico - placa - carga	76

III.3.	Coeficiente de Compressão Elástica Não Uniforme.....	76
III.3.1.	Determinação do parâmetro	76
III.4.	Coeficiente de Corte Elástico Uniforme	77
III.4.1.	Determinação do parâmetro.....	77
III.4.2.	Ensaio de campo para obtenção do coeficiente de corte elástico uniforme	78
	Bloco de ressonância	78
III.5.	Coeficiente de Corte Elástico Não Uniforme	79
III.5.1.	Determinação do parâmetro	79
III.6.	Coeficiente de Poisson	80
III.6.1.	Determinação do parâmetro	80
III.7.	Módulo Cisalhante.....	81
III.7.1.	Determinação do parâmetro	81
III.7.2.	Ensaio dinâmico para obtenção da velocidade de propagação das ondas cisalhantes	85
	Teste da coluna ressonante	85
	Teste pelo método de propagação de ondas de superfície	85
	Teste pelos métodos de propagação de ondas (<i>cross-hole</i> , <i>up-hole</i> e <i>down-hole</i>)	87
CAPÍTULO IV - ESTUDOS DE ENSAIOS DE CAMPO		90
IV.1.	Introdução	90
IV.2.	Testes Realizados pela WES	91
IV.2.1.	Determinação dos componentes dos ensaios	92
	Solo	92
	Base	93
	Equipamentos	93
IV.2.2.	Ensaio	102
	Modo vertical	102

Modos torcional e rotacional	103
Ensaio para determinação das propriedades do solo	103
IV.3. Testes Realizados por Ribeiro	113
IV.3.1. Determinação dos componentes dos ensaios	113
Solo	113
Base	116
Equipamentos	116
IV.3.2. Ensaio	118
 CAPÍTULO V - DESCRIÇÃO DAS APLICAÇÕES DOS MÉTODOS DE CÁLCULO	121
V.1. Introdução	121
V.2. Ensaio Realizados pela WES	122
V.2.1. Escolha dos ensaios	122
V.2.2. Determinação dos parâmetros	123
V.2.3. Aplicação dos métodos de cálculo	125
1 - Aplicação dos métodos para os ensaios em WES ..	126
2 - Aplicação dos métodos para os ensaios em Eglin	126
V.3. Ensaio Realizados por Ribeiro	142
V.3.1. Escolha dos ensaios	142
V.3.2. Determinação dos parâmetros	144
V.3.3. Aplicação dos métodos de cálculo	145
 CAPÍTULO VI - ANÁLISE DOS RESULTADOS	159
VI.1. Introdução	159
VI.2. Análise Quanto as Considerações para os Cálculos dos Coeficientes de Rigidez e Amortecimento nos Ensaio com Bases Retangulares	159
VI.3. Análise Quanto às Frequências	160

VI.4. Análise Quanto à Acurácia dos Resultados	163
a) Ensaio realizado em WES	163
b) Ensaio realizado em Eglin	164
c) Ensaio realizado em Volta Redonda	166
 CAPÍTULO VII - CONCLUSÕES E SUGESTÕES	167
VII.1. Conclusões	167
VII.2. Sugestões para Pesquisa	169
 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	171
 APÊNDICE A - RESUMO DAS FÓRMULAS PARA BASE RÍGIDA PELO MÉTODO DO SEMI-ESPAÇO ELÁSTICO	177
 APÊNDICE B - FÓRMULAS PARA UM SISTEMA DE UM GRAU DE LI- BERDADE, COM E SEM AMORTECIMENTO, EXCITADO HARMONICAMENTE, SENDO A AMPLITUDE DA FORÇA DE EXCITAÇÃO FUNÇÃO DA FREQUÊNCIA	182

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Os projetos de fundações de máquinas, devido à complexidade de fatores envolvidos, requerem uma especial atenção do engenheiro. Existem, além da carga estática, cargas dinâmicas atuantes que provocam vibrações no conjunto, as quais devem ser profundamente analisadas para que se obtenha um projeto econômico e seguro, de forma a que não se observem ações nocivas tanto para a própria máquina como para outras máquinas localizadas na proximidade, como para estruturas de suporte, para a construção que abriga a máquina e, em especial, ao elemento humano que trabalha no local.

Com o aumento constante na utilização das máquinas, desenvolveu-se um interesse por parte dos pesquisadores da área e uma real necessidade dada a evolução tecnológica, em aprimorar o conhecimento sobre o assunto e apresentar soluções de cálculo. No Brasil, tal fato evidenciou-se também, com a ampliação, por exemplo, da indústria petroquímica.

O projeto de fundações de máquinas é um procedimento iterativo, acerto-erro, contendo três etapas interrelacionadas:

(1) estabelecimento do critério de comportamento desejado para a fundação; (2) determinação da dimensão e característica do carregamento dinâmico; e (3) estimativa dos movimentos previstos de translação e rotação do sistema máquina-fundação-solo. Desde que em todas estas etapas anteriormente descritas o projetista apoia suas respostas em suposições simplificadas. A avaliação do projeto através da observação da resposta da fundação após a construção precisa ser vista como uma etapa seguinte necessária. Busca-se de fato neste trabalho estudar apenas a terceira parte deste processo e de forma específica estudando-se as soluções para fundações apoiadas diretamente no terreno sujeitas apenas a excitações harmônicas - amplitude dependente da frequência - verticais.

A chave da solução do problema é a determinação da relação dinâmica força, que compreende a massa e a frequência de excitação, amplitude de deslocamentos e frequência de ressonância do sistema levando-se em conta não só o tipo e características da máquina, mas também a fundação adotada e, em especial, o tipo de solo com seu comportamento e características muitas vezes tão difíceis de previsão, particularmente quando o fator tempo está incluído. Em termos matemáticos configura-se um problema de valor de fronteira mista no qual a forma dos deslocamentos sob a fundação rígida é prescrito enquanto o resto da superfície do semi-espaco está com tensões nulas.

O problema tem sido historicamente estudado desde 1930 (REISSNER (29)) e uma quantidade considerável de trabalhos tem sido investido nesta área desde a década de 50 (QUINLAN e SUNG (29); BRYCROFT (29); dentre outros) até os dias atuais, em particular em conexão com os estudos de interação solo-estrutura para

fundações de motores nucleares quando sujeitos a ações de terremotos.

Para o problema anteriormente exposto duas soluções foram adotadas: uma que pode ser considerada como mais empírica, proposta por BARKAN (8) que caracteriza sob certos aspectos a escola russa na solução de problemas de fundações de máquinas e a outra, que caracteriza a escola americana, a solução do semi-espaco elástico que pode sob certos aspectos ser considerada uma solução "fechada" (BYCROFT (29); HSIEH (29); QUINLAN (24) e SUNG (36) dentre outros).

Enquanto a solução proposta por Barkan substitui o solo por um conjunto de molas lineares sem peso sem levar em conta a distribuição das tensões sob a fundação, a solução analítica busca resolver as condições de fronteira mista supondo uma forma particular para as tensões sob a fundação. Assim distribuições uniforme (REISSNER (29); QUINLAN e SUNG), parabólica (QUINLAN (24) e SUNG (36)) e de "base-rígida" (BYCROFT (29); HSIEH (29); QUINLAN (24) e SUNG (36)) foram empregadas e a resposta foi essencialmente determinada pela integração da solução de LAMB (1904) aplicada ao problema de "Boussinesq dinâmico". Frise-se contudo, que uma distribuição de tensões simples adotada, pode não conduzir a deslocamentos de corpo rígido na interface fundação-solo exceto possivelmente para uma faixa muito estreita de frequências e assim os resultados dos métodos aqui estudados são somente aproximados e mostram como poderão ser visto quando comparados entre si e com observações *in situ* diferenças significativas, mas que se compreendidas e bem avaliadas pelo projetista da fundação podem apesar disso ser extremamente úteis.

Busca-se, assim neste trabalho analisar e comparar o comportamento dinâmico de fundações submetidas a excitações harmônicas verticais com dimensões da área de contato e o tipo de solo variantes, calculados a partir das suposições propostas por duas diferentes escolas e por ensaios de campo.

No Capítulo II deste trabalho, são apresentados alguns ítens relevantes com relação ao projeto bem como alguns métodos de cálculo, respeitando a ordem cronológica das contribuições. Foi dada mais ênfase ao método em que o solo é considerado homogêneo, isôtropo, elástico, semi-infinito (RICHART et al. (29)) e ao método em que o solo é substituído por molas lineares sem peso (BARKAN, (8)), por serem os mais utilizados nos escritórios de engenharia e fazerem parte do escopo deste trabalho.

O Capítulo III contém uma descrição mais detalhada dos parâmetros do solo utilizados nos dois métodos de cálculo, ora em estudo, e a descrição dos ensaios de campo e de laboratório realizados para obtenção dos mesmos.

No Capítulo IV são apresentados os procedimentos dos ensaios de campo, utilizados nestes trabalhos, os quais foram realizados em solos argilo siltoso de Vicksburg (WES), arenoso (areia fina) de Eglin (FRY (13)) e areia siltosa de Volta Redonda (RIBEIRO (25)).

O Capítulo V contém o procedimento utilizado na aplicação dos dois métodos de cálculo nesta pesquisa enquanto no Capítulo VI estão apresentadas as análises dos resultados comparativos entre os dois métodos de cálculo e os ensaios *in situ*.

O Capítulo VII apresenta as conclusões e sugestões para novas pesquisas.

O Apêndice A contém o resumo das fórmulas do método em que o solo é considerado semi-espaco elástico e a pressão de contato exercida por uma base rígida.

No Apêndice B estão apresentadas as fórmulas para um sistema de um grau de liberdade, com e sem amortecimento, excitado harmonicamente, sendo a amplitude da força de excitação função da frequência.

CAPÍTULO II

REVISÃO DOS MÉTODOS DE CÁLCULO

II.1. INTRODUÇÃO

A fundação de máquina difere de qualquer outra fundação pelo fato de suportar além da carga estática, que corresponde ao peso próprio mais o peso da máquina, a uma carga dinâmica.

O projeto de uma fundação é constituído do dimensionamento e do detalhamento da mesma. No dimensionamento o objetivo é tornar a fundação capaz de suportar as cargas que sobre ela atuam e transmiti-las para o solo de tal maneira que se obtenha um comportamento satisfatório. Para uma fundação de máquina uma verificação obrigatória é relativa ao comportamento dinâmico. Para esta verificação, existem métodos empíricos e teóricos com diferentes concepções.

As cargas dinâmicas que atuam em uma fundação vão depender do tipo da máquina. São classificadas de curta duração, como as forças de impacto, ou, aquelas que variam periodicamente como é o caso da massa desbalanceada de uma máquina rotativa.

Na análise do comportamento dinâmico toda a preocupação do projetista é com relação à amplitude da vibração que vai ser máxima na situação de ressonância. Para este cálculo é necessário o conhecimento do método a ser usado e de alguns critérios a serem respeitados.

É de fundamental importância que o projetista conheça a teoria das vibrações, porém o assunto não será abordado aqui por ser básico em dinâmica e estar presente em quase todos os livros clássicos.

No presente capítulo serão revistos alguns métodos de cálculo de fundações de máquinas, bem como alguns tópicos relevantes do assunto em questão.

Métodos numéricos tal como, método dos elementos finitos, apesar de ser uma grande ferramenta para análise de fundações de máquinas, não será abordado neste trabalho.

II.2. TIPOS DE FUNDAÇÕES

O comportamento dinâmico das fundações de máquinas é influenciado tanto pelo seu peso como pelas suas propriedades geométricas.

Os tipos mais usuais de fundações de máquinas são:

- i) maciça - consiste de um pedestral de concreto onde a máquina se apoia (Fig. II.2.1a);
- ii) com paredes - consiste de um par de paredes engastadas em uma placa de fundação (Fig. II.2.1b);
- iii) caixão - consiste de um bloco de concreto vazado no

centro, suportando a máquina no topo (Fig. II.2.1c);

iv) aporticadas - consiste de vigas no topo, apoiadas num par de colunas sob forma de pórticos sucessivos, as quais formam o local sobre o qual a máquina é instalada (Fig. II.2.1d).

Nas fundações, as aberturas, quando existem, são utilizadas para passagem de tubulações e canalizações como também para diminuir a massa, o que provoca um aumento da frequência natural do sistema. O material normalmente utilizado é o concreto armado, devido à sua resistência à compressão e tração.

As máquinas rotativas de baixa frequência, até 600 rpm, assunto deste trabalho, estão fixadas normalmente em fundações do tipo maciça, as quais são consideradas rígidas em relação ao solo, possuindo seis graus de liberdade, sendo três translações referentes aos eixos principais e três rotações em torno dos mesmos eixos (Fig. II.2.2), tendo logicamente, seis frequências naturais.

As propriedades geométricas da fundação que vão influenciar basicamente a análise dinâmica são: centro de gravidade, centróide da área da base, momento polar de inércia da massa, momento de inércia da massa. Os dois últimos só vão influenciar quando houver rotação ou torção. O centro de gravidade deve estar, sempre quando possível, na mesma linha que o centróide da área da base para evitar o acoplamento entre o modo vertical e o de rotação.

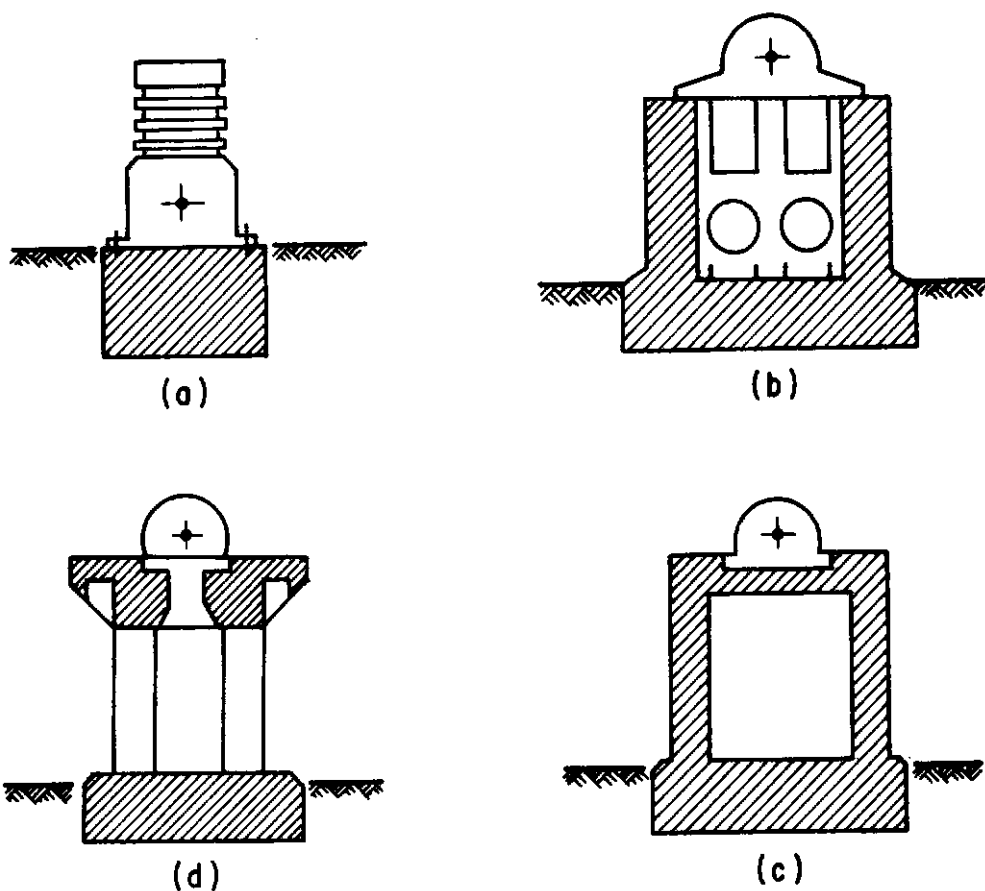


Fig. II-2.1 - Tipos básicos de fundações com cargas dinâmicas:
 (a) maciça; (b) com paredes; (c) caixão;
 (d) aporticadas.

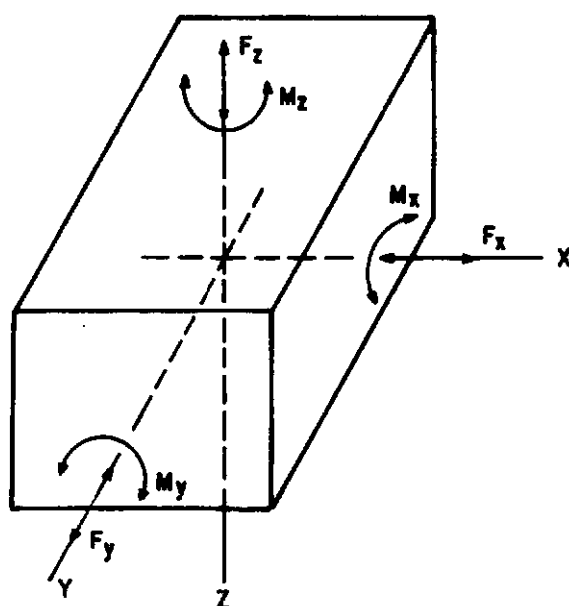


Fig. II-2.2 - Modos de vibração de uma fundação maciça:
 - translações segundo os eixos X, Y, Z
 - rotações em torno dos eixos X, Y, Z

II.3. CRITÉRIOS DE CÁLCULO

Um projeto de fundação de máquina pode conduzir a um sistema com uma vibração que pode ter amplitudes prejudiciais à própria máquina, quanto ao seu funcionamento e vida útil. Da mesma forma o ambiente pode ser prejudicado pela vibração excessiva, a qual pode influenciar de forma negativa o solo, em especial solos não coesivos.

Para análise dinâmica, dimensionamento e verificação da fundação, o projetista deve ter o melhor conhecimento possível da máquina e do solo sobre a qual está apoiada.

Dados necessários para a análise, dimensionamento e verificação, com as condições de projeto a serem usadas, serão a seguir, em detalhes, descritos.

a) Dados da máquina

Os dados necessários para o projeto, com relação à máquina devem ser fornecidos pelo fabricante da mesma.

- planta e detalhes de fixação da máquina na fundação;
- tipo e ponto de aplicação das cargas na fundação;
- distância entre o eixo principal da máquina e o topo da fundação;
- frequência de excitação no caso de máquinas rotativas;
- força excitante da máquina e momento de curto circuito, caso ocorra.

b) Dados do solo

- sondagem e perfil do terreno;
- características dos solos, inclusive dinâmicas, as quais vão formar os parâmetros para a análise dinâmica (vide Capítulo III);
- posição do nível do lençol freático em diferentes épocas do ano.

c) Comportamento da fundação

Com os dados citados, o projetista tem condições de dimensionar a fundação de forma que o comportamento da mesma se encontre dentro das restrições abaixo descritas:

- o centro de gravidade da máquina e do bloco deve estar abaixo do topo da fundação;
- o centro de gravidade da fundação e da máquina, de preferência, deve estar no mesmo plano e na mesma linha do centróide da base da fundação para evitar o acoplamento entre o movimento de translação e de rotação, evitando assim uma análise mais complexa. BARKAN (8) e PRAKASH (22) fornecem como limite de excentricidade, para não ser considerado o acoplamento, nos modos vertical e de rotação, 5% da menor largura;
- a fundação deve ter profundidade suficiente para se apoiar em um terreno de qualidade melhor e garantir a estabilidade com relação a rotação no plano vertical. Uma fundação enterrada em contato lateral com o solo terá na análise dinâmica coeficientes de rigidez e de amortecimento maiores;

- a fundação deve estar segura quanto à pressão admissível no terreno e quanto ao recalque (a norma indiana recomenda que a pressão admissível não ultrapasse 80% da permitida para carregamento estático);

- as amplitudes de vibrações não devem ser ofensivas tanto à própria máquina como ao meio. As amplitudes máximas devem ser fornecidas pelo fabricante. Na ausência destas informações, existem algumas tabelas e gráficos que podem ser utilizados no projeto. Fig. II.3.1 (RICHART (27)) e Tabela II.3.1 (SRINIVASULU e VAIDYANATHAN (33)) fornecem critérios com relação as amplitudes;

- a frequência natural do conjunto máquina-fundação-solo deve ter um valor de 20% a 30% (MAJOR (18)) diferente do valor da frequência de operação da máquina. Na Índia utiliza-se essa diferença entre 40% e 50% (PRAKASH (22)). Quando a frequência de operação da máquina é maior do que a frequência natural do sistema nota-se que na partida e parada vai ocorrer, em um curto espaço de tempo, a ressonância;

- deve-se evitar a colocação de fundação direta no solo em que o nível do lençol freático esteja a uma distância inferior a $1/4$ da menor largura da base (MAJOR (18)), pois as vibrações são transmitidas até consideráveis distâncias através do lençol freático.

A vibração provoca um aumento "na pressão neutra", induzindo a uma perda da resistência ao cisalhamento (liquefação).

Tab. II.3.1 - Limites de deslocamentos para determinadas máquinas (apud SRINIVASULU e VAIDYANATHAM (33))

Tipos de máquinas	Amplitudes permissíveis (cm)	
Máquina com baixa frequência de operação (500 rpm)	0,02	a 0,025
Máquinas tipo martelo	0,1	a 0,12
Máquina com alta velocidade de operação		
a) 3000 rpm		
i) vibrações vertical	0,002	a 0,003
ii) vibrações horizontal	0,004	a 0,005
b) 1500 rpm		
i) vibrações vertical	0,004	a 0,006
ii) vibrações horizontal	0,007	a 0,009

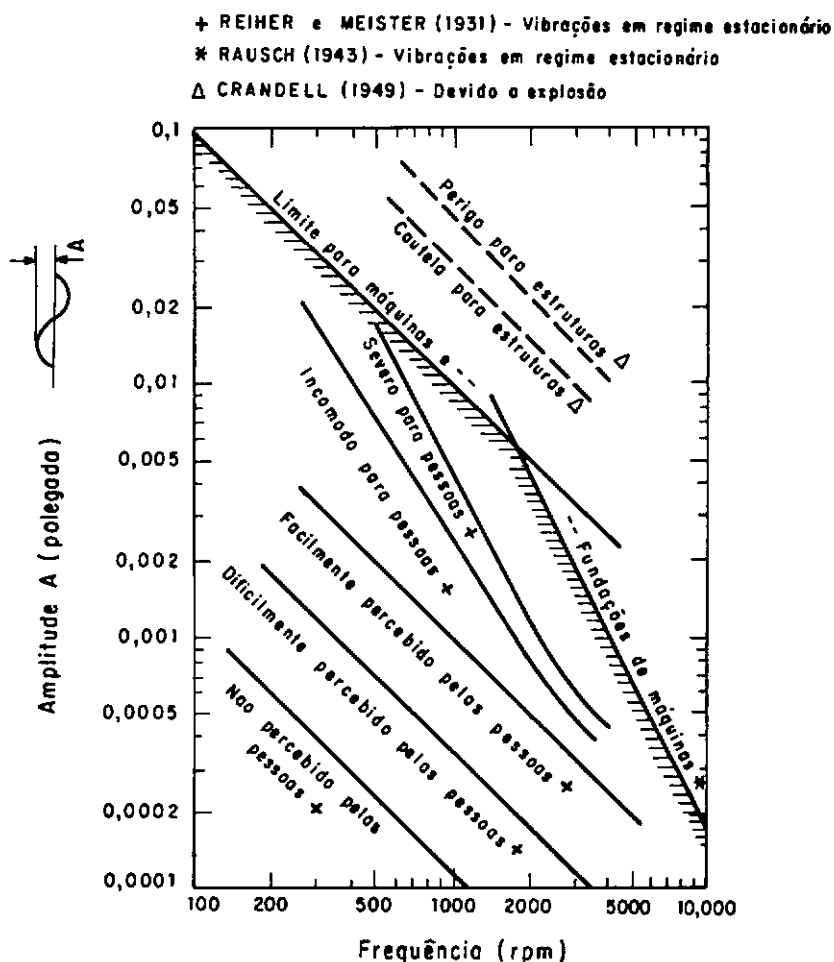


Fig. II-3.1 - Limites gerais de amplitudes de deslocamentos para uma particular frequência de vibração (apud Richart(27)).

II.4. MÉTODOS DE CÁLCULO

Os primeiros projetos de fundações de máquinas sujeitas à excitação vertical eram feitos através da multiplicação das cargas por um fator dinâmico. Experiências, segundo NAJOR (18), verificaram que o procedimento de cálculo não estava correto, mesmo quando esses fatores introduziam cargas dinâmicas muito grandes e verificaram que o comportamento da fundação depende não apenas da força mas, também da relação entre a frequência de operação da máquina e a frequência natural do sistema.

Os primeiros estudos foram feitos por I. Geiger (1922-23)(18), através de investigações para determinar a frequência natural. EHLERS (1925) e PRAGER (1927-30) (18) estudaram a teoria da vibração e suas aplicações. A partir daí começaram a aparecer vários estudos com relação à frequência natural e à vibração do conjunto máquina-fundação-solo de onde saíram vários métodos.

O comportamento de uma fundação de máquinas é claramente influenciado pelo solo e a base de todos os estudos é praticamente a determinação de como o mesmo deve ser considerado e de como se devem obter os coeficientes de rigidez e amortecimento para aplicar na teoria da vibração.

Os métodos mais usuais são:

a) os que consideram o solo como semi-espaco elástico;

b) o método em que o solo é substituído por molas lineares sem peso (Barkan).

Ambos os métodos consideram deslocamentos da fundação muito pequenos e conseqüentemente um comportamento elástico do solo, não considerando alterações das suas características devido à vibração.

Sendo os dois métodos acima citados de muita aplicabilidade por projetistas da área, no estudo de fundações de máquinas, e aproveitando ensaios *in situ* que verificaram deslocamentos de fundações maciças submetidas a cargas provocadas por máquinas rotativas com diferentes frequências de excitação, desenvolveu-se este trabalho onde são analisados e comparados os resultados obtidos pelos métodos acima para uma excitação harmônica vertical.

II.4.1. DEGEB0

Durante o período 1928 a 1936 DEGEB0 (German Research Society for Soil Mechanics), em Berlin, estudou vibrações de fundações e propriedades do solo através do desenvolvimento de um oscilador mecânico com quatro massas excêntricas como excitador das fundações nos modos vertical e torcional.

HERTWIG, FRÜH e LORENZ (1933), DEGEB0 (in RICHART et al. (29)) desenvolveram testes para excitação vertical e fizeram as seguintes observações:

- i) os resultados dos testes podem ser adaptados para o sistema massa-mola com um grau de liberdade;
- ii) a resposta dinâmica foi não-linear e depende do peso da fundação e oscilador, área da base da fundação, da força dinâmica aplicada e das características do

solo.

Na sua publicação, Hertwig, Früch e Lorenz apresentaram a Tabela II.4.1 obtida dos resultados dos ensaios. Esta tabela indica a "frequência característica" para uma variedade de solos e difundiu-se a concepção errônea de utilizar esses valores como a frequência natural do sistema. Esta tabela fornece informações de solos em condições especiais de ensaios apresentando dados apenas sob o aspecto qualitativo segundo RICHART et al. (29).

Tab. II.4.1 - Frequências naturais de um vibrador DEGEBO tipo padrão para diversos tipos de solo (apud, TSCHEBOTARIOFF (39)).

Natureza do solo	Frequências naturais, f_{nd}	
	Hz (ciclos/s)	ciclos/min
camada de 1,8 m de turfa sobre areia	12,5	750
camada de 1,8 m de aterro antigo formado de areia média e restos de turfa	19,1	1.145
areia pedregulhosa com lentes de argila	19,4	1.165
aterro antigo de escória, bem compactado pelo tráfego	21,3	1.280
aterro muito antigo, bem compactado, de areia argilosa	21,7	1.300
argila terciária úmida	21,8	1.310
argila liásica úmida	23,8	1.430
areia média, muito uniforme, amarela	24,1	1.445
areia fina com 30% de areia média	24,2	1.455
areia grossa uniforme	26,2	1.570
areia compactada não uniforme	26,7	1.600
argila terciária bastante seca	27,5	1.650
argila dura	28,1	1.685
calcário, rocha indeformada	30,0	1.800
arenito indeformado	34,0	2.040

Em publicações subseqüentes foi estudada a influência do peso do oscilador, da área da base da fundação, e da força de excitação na frequência de ressonância (frequência natural), mostrando, segundo TSCHEBOTARIOFF (39), as limitações na utilização dos parâmetros da tabela.

HERTWIG e LORENZ (1939), DEGEBO (in RICHART et al. (29) e TSCHEBOTARIOFF, (39)) verificaram em testes com excitações vertical e torcional em argila e areia que:

- i) mesma área da base da fundação e mesma força de excitação, com aumento do peso do oscilador diminuía a frequência de ressonância;
- ii) mesmo peso do oscilador e mesma força de excitação, aumentando a área da base da fundação, aumentava a frequência de ressonância;
- iii) permanecendo constantes as outras condições, um aumento na força de excitação originava uma redução da frequência de ressonância.

II.4.2. MÉTODO QUE LEVA EM CONTA A MASSA DO SOLO

Dos testes realizados pelo DEGEBO e análises subseqüentes desenvolveu-se a concepção de que em relação à fundação, o solo age como uma mola, vibrando juntamente com ela (Fig. II.4.1).

Dentro desta concepção considere-se um bloco de massa "m", apoiado em uma mola com coeficiente linear "K" (Fig. II.4.2). Quando esta massa está em vibração livre sem amortecimento, sua frequência natural (ressonância), em ciclos por unidade de tem-

po, será:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{Kg}{P}} \quad (\text{II.4.1})$$

para uma vibração forçada com amortecimento:

$$f_{nd} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m} - \frac{c^2}{4m^2}} \quad (\text{II.4.2})$$

sendo c = coeficiente de amortecimento.

A partir da concepção de que o solo vibra com a fundação, alguns estudiosos incluíram no cálculo a massa do solo. Lorenz segundo TSCHEBOTARIOFF (39) tentou atribuir um valor definido à massa do solo em vibração (Fig. II.4.3), e por isso transformou a equação II.4.1 da seguinte maneira:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m + m_s}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K' Ag}{P_s + P_v}} \quad (\text{II.4.3})$$

onde:

A = área da base da fundação;

$K' = \frac{K}{A}$ = módulo de reação dinâmica do solo;

P_v = peso da máquina mais a fundação;

P_s = peso do solo em vibração.

Uma simples observação da Fig. II.4.1 mostrará que os movimentos do solo são bem mais complexos que os da máquina e fundação, tornando complicado o valor de " P_s " a considerar no projeto.

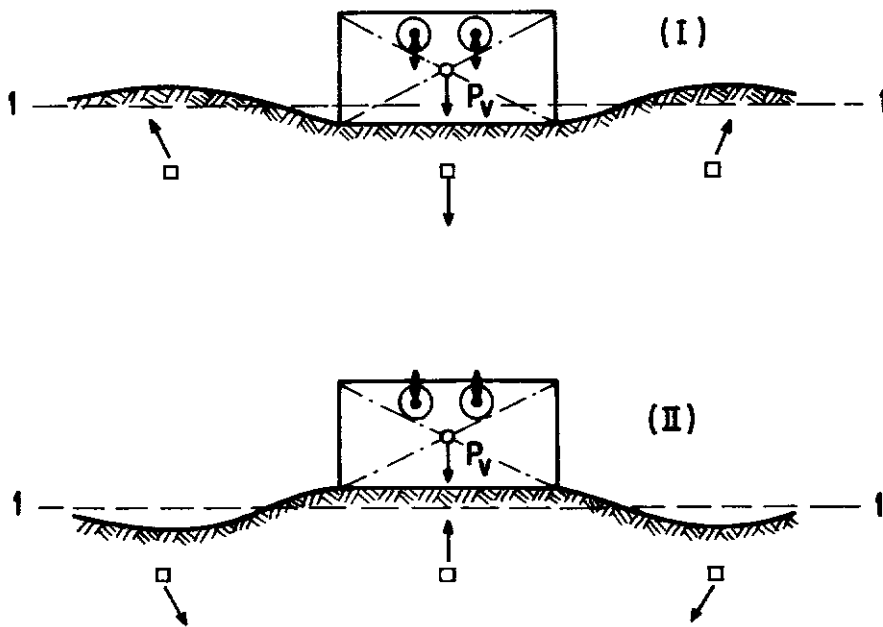


Fig. II-4.1 - Deformação da superfície do solo ao redor de uma fundação com excitação vertical.

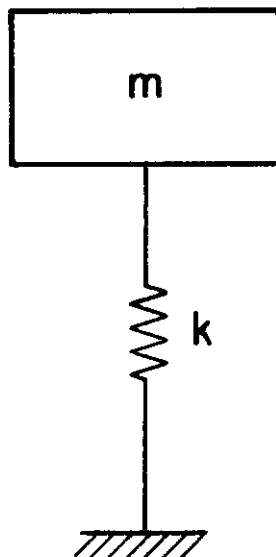


Fig. II-4.2 - Bloco de massa " m " apoiado em uma mola com coeficiente de rigidez " K ".

Abaixo estão ilustrados valores do peso do solo em vibração (P_s) fornecidos por alguns estudiosos:

HOOE e KINNE, 1943 (in ALPAN, (1))

Empiricamente forneceram a seguinte relação:

$$P_s = 10 P_v$$

onde:

P_s - peso do solo a considerar;

P_v - peso da máquina mais a fundação.

CROCKETT (in BALAKRISHNA RAO e NAGARAJ, (7))

Crockett observou que a frequência natural é função da velocidade da onda de Rayleigh no solo, logo, vai ser função de densidade e propriedades do solo.

CROCKETT e HAMMOND (in BALAKRISHNA RAO e NAGARAJ (7))

Crockett e Hammond sem ter comprovado através de experiência, apresentaram a concepção que a provável participação do solo na vibração pode ser representada por um bulbo de pressão e que a frequência natural é governada pelas propriedades deste bulbo.

PAUW (in SRINIVASULU e VAIDYANATHAN, (33))

Pauw apresenta em seu trabalho as seguintes suposições:

- i) para solos não coesivos o módulo de elasticidade (E) aumenta proporcionalmente com a profundidade;

- ii) para solos coesivos o valor do módulo de elasticidade (E) é constante;
- iii) o solo é elástico, isotrópico e homogêneo.

A carga na superfície é suposta uniforme, estando esta carga abaixo da fundação dispersa sob a forma de um tronco de pirâmide ou um cone, de profundidade infinita, dependendo se a base do topo é retangular ou circular (Fig. II.4.4).

A partir da concepção de que a parte efetiva do solo abaixo da fundação pode ser suposta como um tronco de pirâmide ou cone, Pauw determinou coeficientes de rigidez e massa do solo.

BALAKRISHNA RAO e NAGARAJ (7)

Balakrishna Rao e Nagaraj, baseados nas idéias de CROCKETT e CROCKETT e HAMMOND (BALAKRISHNA e NAGARAJ (7)), desenvolveram a concepção que o valor da massa do solo " m_s " da Eq. (II.4.3) está contida dentro do bulbo de pressão correspondente ao peso específico do solo γ (K_g/cm^3), em valor absoluto, antes da vibração. O bulbo de pressão é obtido considerando a soma das cargas estática e máxima dinâmica positiva da máquina e fundação, agindo na área de contato com o solo como uma carga concentrada equivalente, aplicada no centro de massa da área.

II.4.3. MÉTODO EMPÍRICO DE TSCHEBOTARIOFF E WARD

TSCHEBOTARIOFF e WARD (40) correlacionaram em um gráfico a frequência natural em função da área da base da fundação. Depois de obterem dispersões nos resultados, atribuindo-

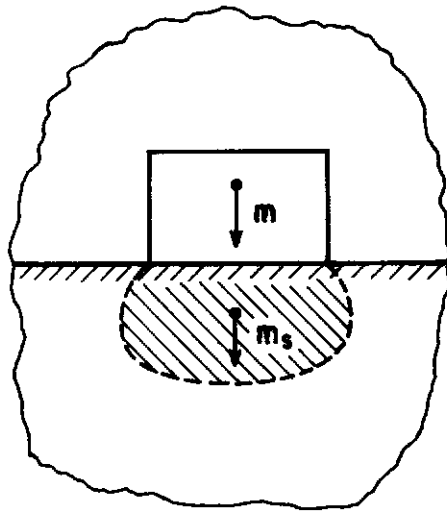
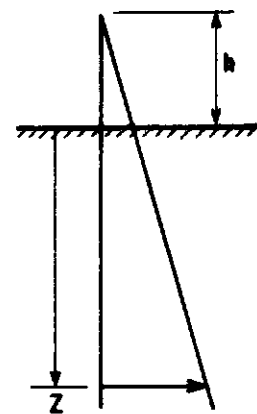
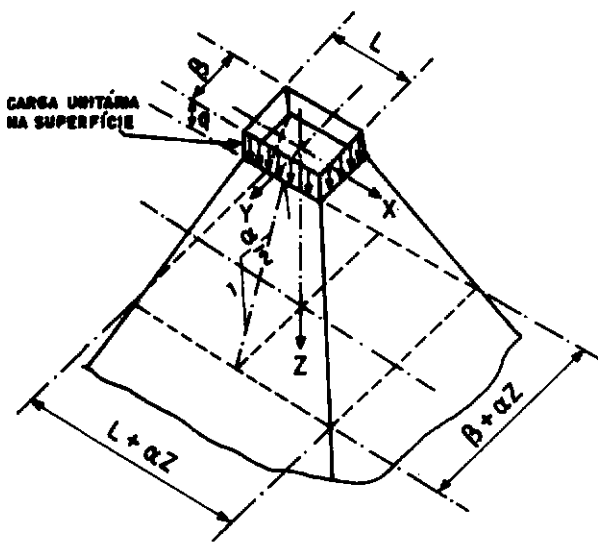
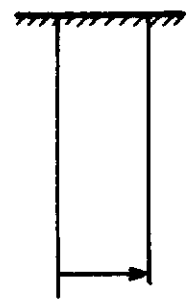


Fig. II-4.3 - Massa do solo a considerar.



$$E(Z) = \beta(h+Z)$$

SOLOS NÃO COESIVOS



$$E(Z) = E$$

SOLOS COESIVOS

Fig. II-4.4 - Concepção da análise de Pauw (Srinivasulu e Vaidyanathan (33)).

as a pressão de contato entre a fundação e o solo, passaram a admitir aquela frequência natural do gráfico como uma frequência natural reduzida (frequência natural para uma pressão média P , igual a unidade), Fig. II.4.5, e obtiveram seguinte relação, empírica, para a frequência natural.

$$f_n = \frac{1}{\sqrt{P}} f_{nr} = \sqrt{\frac{A}{W}} f_{nr} \quad (\text{II.4.4})$$

sendo:

A - a área da base da fundação;

W - o peso da fundação mais o da máquina;

f_{nr} - a frequência natural reduzida.

TSCHEBOTARIOFF (38) verificou que os valores das frequências naturais reduzidas, para a ressonância, estavam dentro da faixa AB da Fig. II.4.5.

II.4.4. MÉTODO EMPÍRICO DE ALPAN

ALPAN (1) desenvolveu os estudos de Tschebotarioff e Ward, para o cálculo da frequência natural.

Assumindo a fórmula empírica para o gráfico de Tschebotarioff e Ward como:

$$A = a_1 (f_{nr})^b$$

sendo:

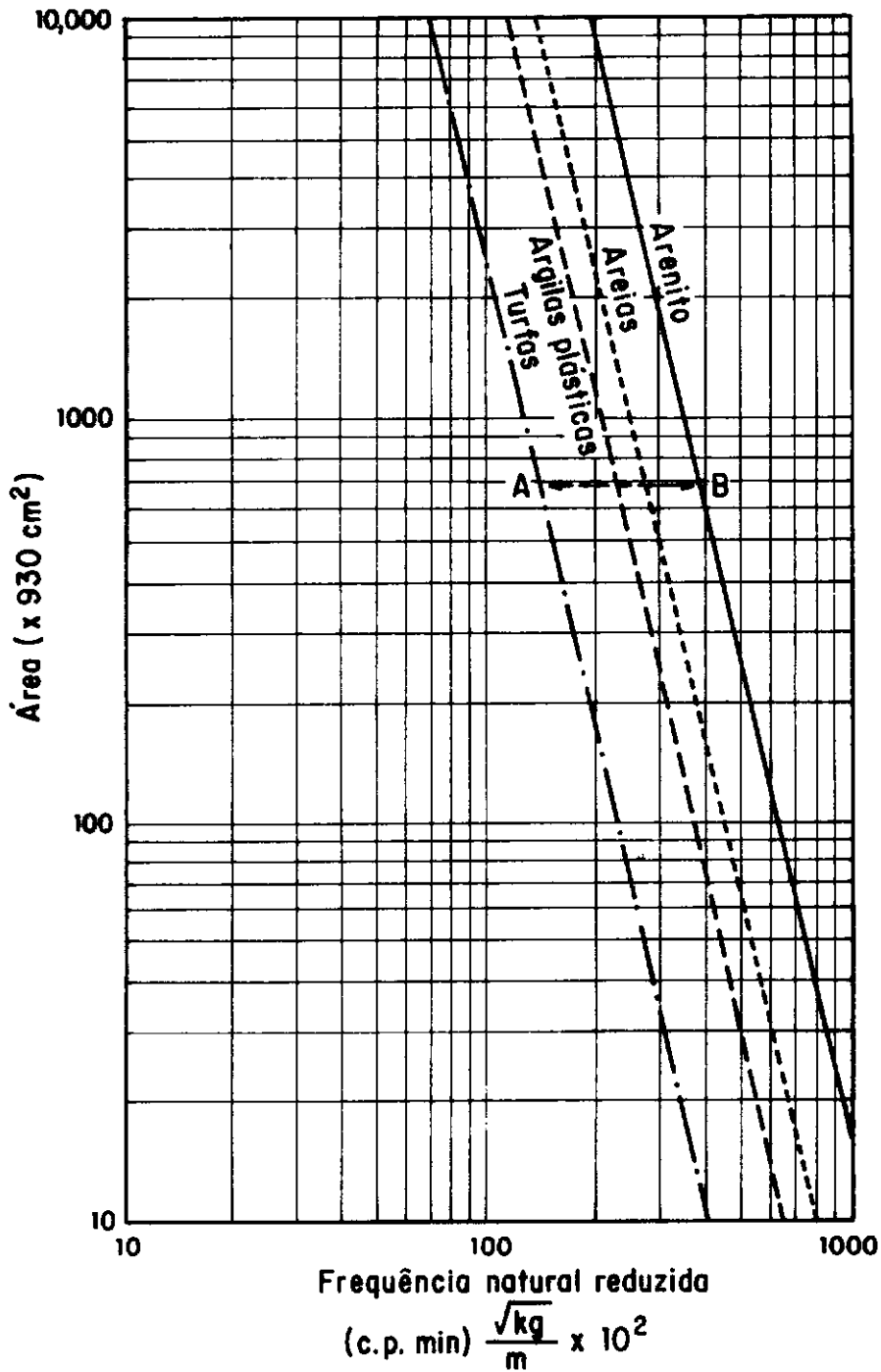


Fig. II-4.5 - Gráfico frequência natural reduzida em função da área da base (apud, Tschebotarioff (39)).

$$f_{nr} = \sqrt{\frac{W}{A}} f_n$$

obtem-se

$$f_n = \frac{a_1^{-(1/b)}}{\sqrt{W}} \cdot A^{(1/b+1/2)}$$

Todas as linhas sendo paralelas, "b" foi encontrado igual a "-3,98". Considerando que o valor de a_1 varia, dependendo do tipo de solo tem-se:

$$f_n = \frac{a}{\sqrt{W}} A^{0,25} \quad (\text{II.4.5})$$

tendo "a" os seguintes valores, dependendo do solo:

Arenito - 111,000

Areias - 82,000

Argilas plásticas - 69,000

Turfa - 39,000

II.4.5. MÉTODO QUE CONSIDERA O SOLO COMO SEMI-ESPAÇO ELÁSTICO

Nesta teoria, a fundação é suposta apoiada na superfície do semi-espaço-elástico e tendo áreas de contato geométricas simples, em geral circulares, mas também outras formas tais como retangular ou corridas podem ser consideradas com algumas modificações. O próprio semi-espaço é suposto como homogêneo, isotrópico, elástico, semi-infinito que freqüentemente é chamado "semi-espaço-elástico". Esta teoria inclui a dissipação de energia através do semi-espaço por "amortecimento geométrico" e permite o cálculo de uma amplitude finita de vibração na "fre-

quência de ressonância". O método é um processo analítico que fornece um meio racional de avaliar as constantes de mola e amortecimento para incorporação em sistemas de vibração de parâmetros concentrados (*lumped parameter*) e massa mola-amortecedor. O método de análise tornou-se o estado-da-arte corrente para análise dinâmica de fundações apoiadas em solos.

Apresentar-se-ã a seguir, sob forma sucinta, buscando respeitar a ordem cronológica de contribuição, os autores e trabalhos mais importantes que contribuíram de forma marcante no desenvolvimento da teoria da vibração do semi-espaco elástico.

LAMB (in RICHART et alii., (29))

O trabalho de LAMB (1904) é a pedra fundamental das soluções teóricas desenvolvidas a partir da suposição de um oscilador apoiado em um corpo semi-infinito, elástico, isotrópico e homogêneo. Neste trabalho Lamb estuda inicialmente a resposta do semi-espaco elástico quando excitado por forças oscilantes verticais atuando ao longo de uma linha, ou seja, estabeleceu a solução para a propagação de onda bi-dimensional. Dentre outras proposições, o estudo foi estendido para oscilações horizontais na superfície e, verticais e horizontais no interior do solo.

Seguindo a mesma linha de pensamento para o caso tridimensional, Lamb desenvolveu a solução para excitação pontuais harmônicas e transientes. Tal força vertical oscilante na superfície para o caso tridimensional é freqüentemente chamada de "carregamento dinâmico de Boussinesq" e forma a base do estudo de oscilação de fundações apoiadas em semi-espacos elástico.

Outro aspecto interessante proposto por Lamb foi o da condição de reciprocidade dinâmica que é uma extensão da lei de Maxwell de deflexão recíprocas sob condições dinâmicas.

1) VIBRAÇÃO VERTICAL PARA BASE CIRCULAR APOIADA NA SUPERFÍCIE DO SOLO (SEMI-ESPAÇO ELÁSTICO)

REISSNER (in RICHART et alii (29) e DAS (11))

Reissner, em 1936, inspirado nas investigações da DEGEBO (1928-1936), tentou avaliar a influência das propriedades do solo na resposta dinâmica de uma fundação, admitindo-se uma pressão na superfície do semi-espaço elástico, periódica vertical, uniformemente distribuída sobre uma área circular de raio " r_0 " (Fig. II.4.6b). Esta análise foi realizada integrando a solução de Lamb anteriormente descrita.

O deslocamento vertical periódico, segundo a solução analítica proposta por Reissner, para excitações harmônicas verticais atuando no centro de uma área circular da superfície pode ser expressa por:

$$Z = \frac{Q_0 e^{i\omega t}}{G r_0} (f_1 + i f_2) \quad (\text{II.4.6})$$

onde:

Z = deslocamento vertical periódico no centro da fundação;

ω = frequência circular da força aplicada;

r_0 = raio da fundação;

Q_0 = amplitude da total força aplicada;

f_1, f_2 = "funções deslocamento" de Reissner;

G = módulo cisalhante do semi-espaco elástico.

As expressões para f_1 e f_2 são funções do coeficiente de Poisson (ν) e de uma frequência adimensional:

$$a_0 = \omega r_0 \sqrt{\frac{\rho}{G}} = \frac{\omega r_0}{v_s} \quad (\text{II.4.7})$$

sendo v_s a velocidade de propagação da onda cisalhante, ρ a densidade do solo ($\frac{\gamma}{G}$).

Usando a Eq. (II.4.6) e resolvendo a equação de equilíbrio de forças, Reissner obteve a seguinte expressão para a amplitude do movimento de uma fundação circular flexível submetida a uma força periódica, $Q = Q_0 e^{i\omega t}$

$$A_z = \frac{Q_0}{G r_0} \sqrt{\frac{f_1^2 + f_2^2}{(1 - b a_0^2 f_1)^2 + (b a_0^2 f_2)^2}} \quad (\text{II.4.8})$$

sendo "b", razão de massa adimensional

$$b = \frac{m}{\rho r_0^3} = \frac{P}{\gamma r_0^3} \quad (\text{II.4.9})$$

γ = peso específico do solo;

P = peso da fundação mais a máquina.

O trabalho de Reissner foi o estudo analítico básico para uma fundação submetida a uma excitação periódica sobre um semi-espaco elástico. Contudo, seu estudo não era totalmente aceito por parte dos engenheiros que trabalhavam neste assunto pois, não apresentou bons resultados em comparação com ensaios

de campo. Segundo RICHART, HALL e WOODS (29) havia três razões fundamentais para esta não concordância:

- i) os recalques desenvolvidos durante muitos testes violentaram as condições assumidas para o meio elástico;
- ii) a concepção da pressão distribuída uniformemente na superfície do semi-espaço não foi realística;
- iii) existia um erro no cálculo de f_2 o qual foi descoberto por Sung e Quinlan 17 anos depois da publicação do trabalho de Reissner.

QUINLAN (24) e SUNG (36)

Com relação ao trabalho de Reissner, Sung fez basicamente duas observações:

- 1) o erro no sinal na expressão que calcula o valor de f_2 ;
- 2) muitas das amplitudes das forças de excitação são funções do quadrado da frequência de operação ($Q_0 = m_e \omega^2$); Reissner contudo, só considerou forças com amplitudes constantes.

Quinlan e Sung estabeleceram equações da resposta dinâmica de uma base circular que produziam pressões uniformemente distribuídas, parabólicas e pressões exercidas por uma base rígida (Fig. II.4.6), na superfície do semi-espaço elástico. Quinlan obteve solução, apenas, para base rígida, enquanto Sung encontrou respostas para os três casos. Sung obteve a solução tanto para a amplitude da força de excitação constante como para uma amplitude dependente da frequência de operação do vibrador ($Q_0 = m_e \omega^2$).

Sendo " m_e " a massa desbalanceada e " e " a excentricidade da mesma, Sung chegou neste caso à seguinte expressão para amplitude do momento

$$A_z = \frac{m_e e \omega^2}{G r_0} \sqrt{\frac{f_1^2 + f_2^2}{(1 + b a_0^2 f_1)^2 + (b a_0^2 f_2)^2}} \quad (\text{II.4.10})$$

" f_1 " e " f_2 " são "funções deslocamentos" obtidas em função da frequência adimensional (a_0) e Coeficiente de Poisson (ν). A Fig. II.4.7 fornece os valores de " f_1 " e " f_2 " para os três casos de pressão.

A Eq. (II.4.9) pode ser transformada e explicitada em função da frequência circular como segue:

$$\omega^2 = \frac{a_0^2 G}{\rho r_0^2} \quad (\text{II.4.11})$$

Substituindo a Eq. (II.4.11) na Eq. (II.4.10) obtêm-se

$$A_z = \frac{m_e e a_0^2}{\rho r_0^3} \sqrt{\frac{f_1^2 + f_2^2}{(1 + b a_0^2 f_1)^2 + (b a_0^2 f_2)^2}} \quad (\text{II.4.12})$$

onde a expressão para a amplitude adimensional do movimento vai ser:

$$\frac{A_z m}{b m_e e} = a_0^2 \sqrt{\frac{f_1^2 + f_2^2}{(1 + b a_0^2 f_1)^2 + (b a_0^2 f_2)^2}} \quad (\text{II.4.13})$$

Através desta fórmula, Sung apresentou os gráficos que mostram as curvas da amplitude adimensional em função da frequência adimensional " a_0 " para: os três casos de pressão, tendo valores fixos de $b=5$ e $\nu=0,25$; base rígida com valor fixo de

$b=5$, variando o valor de " v " (Fig. II.4.8); e para base rígida com valor fixo de $v=0,25$, variando " b " (Fig. II.4.9).

Considerando a amplitude da força de excitação constante (Q_0) Sung obteve a seguinte expressão para a amplitude adimensional do movimento

$$A_z \frac{G r_0}{Q_0} = \sqrt{\frac{f_1^2 + f_2^2}{(1 + b a_0^2 f_1)^2 + (b a_0^2 f_2)^2}}$$

A Fig. II.4.10 apresenta o gráfico amplitude adimensional em função da frequência adimensional.

As Figs. II.4.8 e II.4.10, se comparadas com as curvas obtidas pela teoria da vibração (sistema massa-mola), amplitude adimensional (ou fator de amplificação) em função da razão de frequências $\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)$, para valores da razão de amortecimento e mes mos casos de carregamento, indicam semelhança. Menor valor de " b " nas Figs. II.4.8 e II.4.10 corresponde a um maior amortecimento. Esses dados mostram a possibilidade de substituir o con junto fundação-solo por um sistema massa-mola-amortecimento (Fig. II.4.11), simplificando assim, a resolução da análise de fundações de máquinas.

Alguns estudiosos como Hsieh, Whitman e Richart obtiveram valores dos coeficientes de rigidez e amortecimento, o que será a seguir descrito.

HSIEH (16)

Hsieh, através da equação de Reissner (Eq. II.4.6), obteve a seguinte expressão para equação do movimento, no modo de translação simples sendo a pressão considerada correspon-

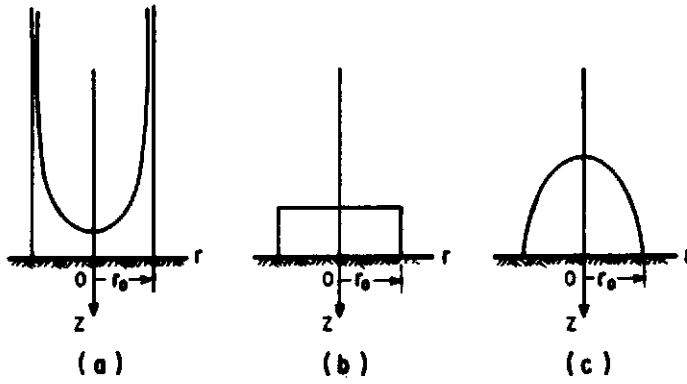


Fig. II-4.6 - Distribuição de pressão: (a) produzida por base rígida; (b) uniformemente distribuída; (c) parabólica, agindo sobre uma região circular.

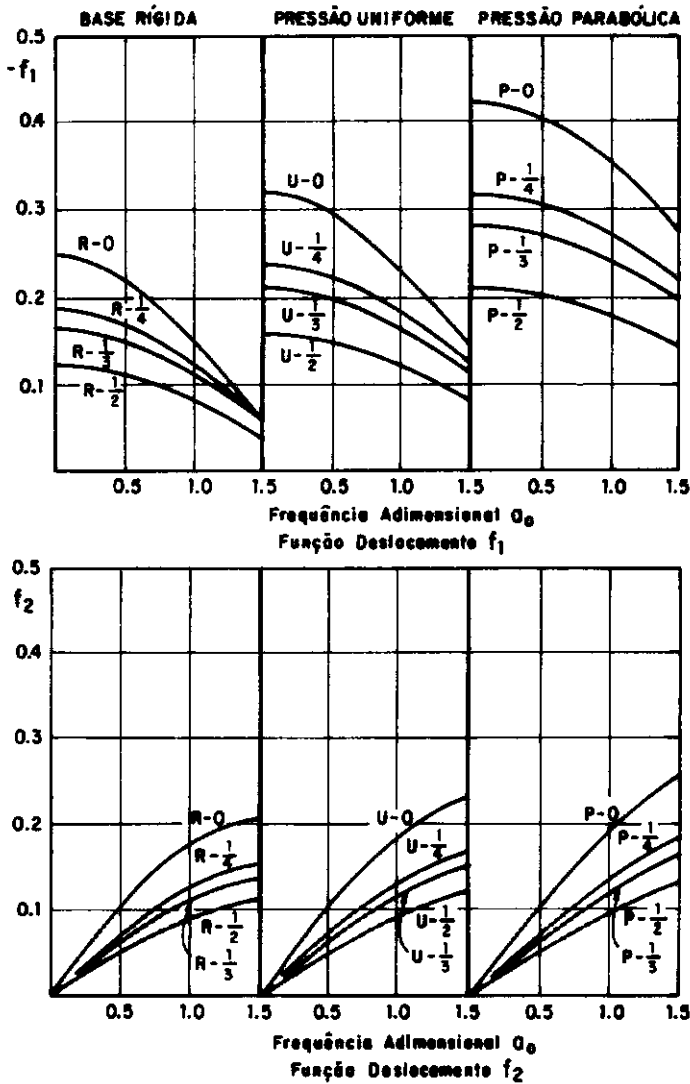


Fig. II-4.7 - Representação gráfica da função " f_1 " e da função " f_2 ". Cada curva é identificada pelo tipo de pressão e coeficiente de Poisson (ν) (apud Sung (36)).

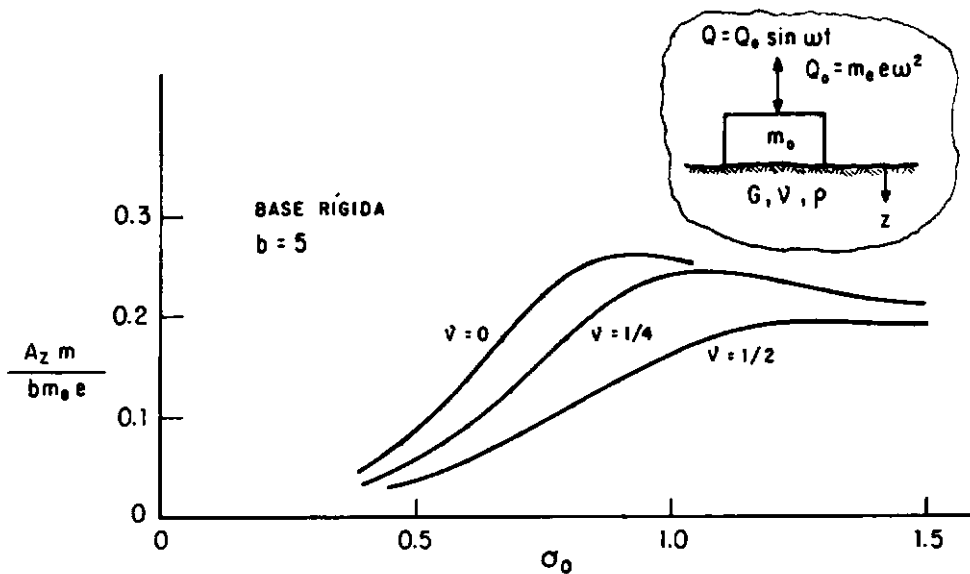
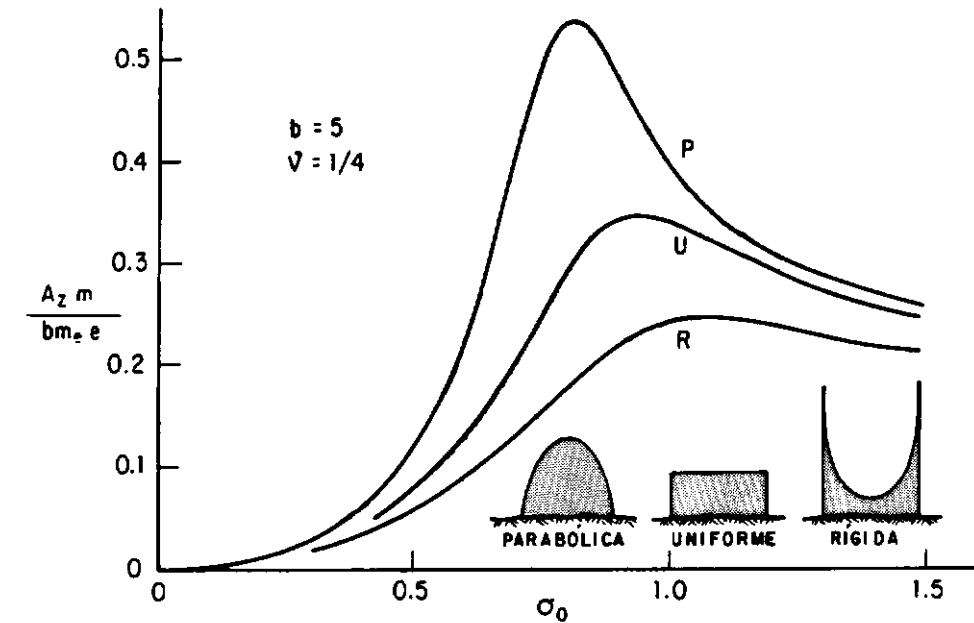


Fig. II-4.8 - Efeito da distribuição de pressão e coeficiente de Poisson (ν) na amplitude adimensional do movimento de uma fundação vibrando no modo vertical (apud Richart and whitman (43)).

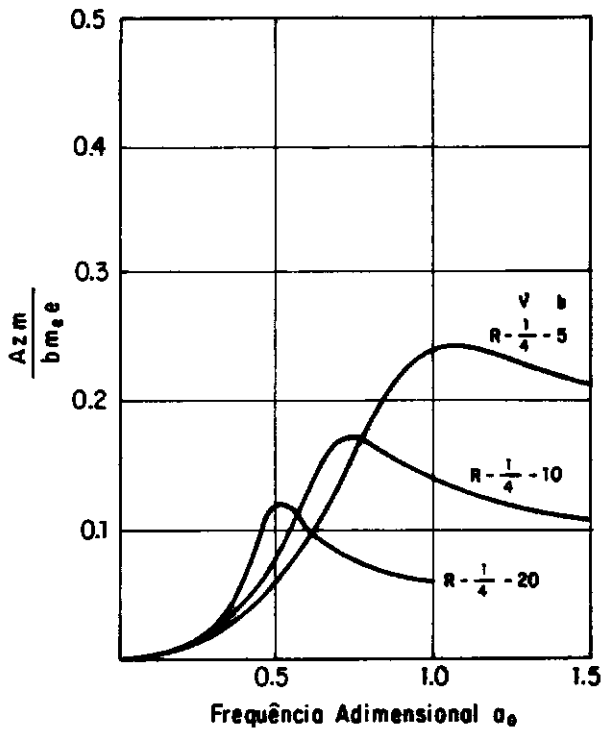


Fig. II-4.9 - Efeito na amplitude adimensional ($Azm/bm_e e$), considerando pressão de base rígida e coeficiente de Poisson igual a 0,25, devido a razão de massa "b" (apud Sung (36)).

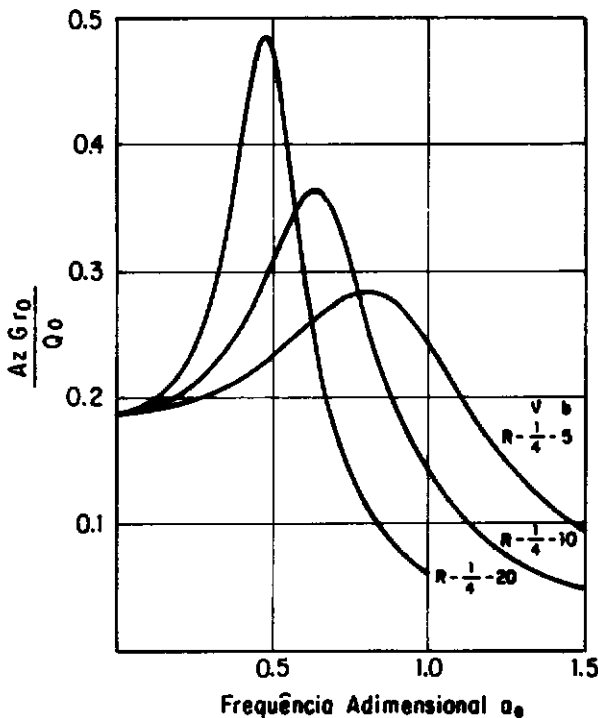


Fig. II-4.10 - Efeito na amplitude adimensional ($Az G r_0 / Q_0$), considerando pressão de base rígida e coeficiente de Poisson igual a 0,25, devido a razão de massa "b" (apud Sung (36)).

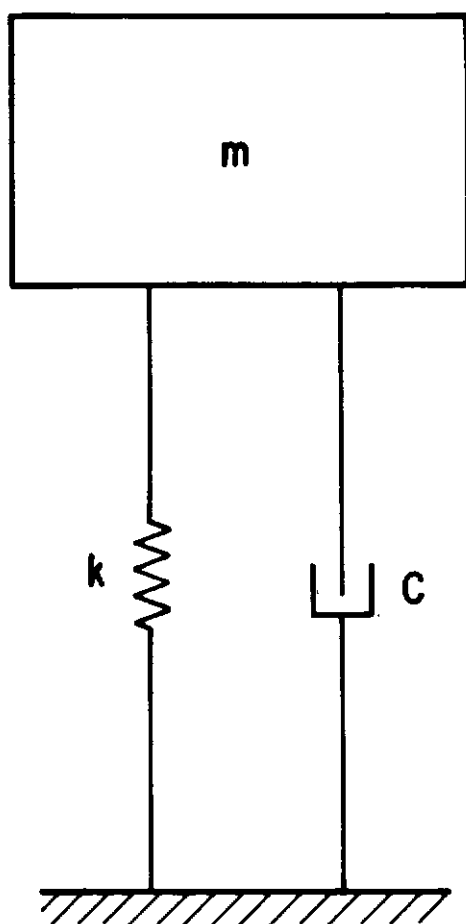


Fig. II-4.11 - Sistema Massa - Mola - Amortecedor.

te a uma base rígida:

$$m \ddot{z} - \sqrt{G\rho} r_0 F_2 \dot{z} - G r_0 F_1 z = P$$

sendo

- $G r_0 F_1$ = coeficiente de rigidez "K";

- $\sqrt{G\rho} r_0^2 F_2$ = coeficiente de amortecimento "C"

m = massa da máquina mais a fundação;

P = força de excitação;

r_0 = raio da fundação circular, ou raio da área circular equivalente à área da base quando se trata de uma base retangular;

ρ = densidade do solo;

G = módulo cisalhante.

As expressões de F_1 e F_2 foram fornecidas para o modo de vibração vertical, no caso da base rígida na superfície do semi-espaço elástico, como descritos a seguir para $0 < a < 1,5$:

$$v = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} F_1 = 4,0 - 0,5 a_0^2 \\ F_2 = 3,3 + 0,4 a_0 \end{array} \right.$$

$$v = 0,25 \quad \left\{ \begin{array}{l} F_1 = 5,3 - 1,0 a_0^2 \\ F_2 = 4,4 + 0,8 a_0 \end{array} \right.$$

$$v = 0,5 \begin{cases} F_1 = 8,0 - 2,0 a_0^2 \\ F_2 = 6,9 \end{cases}$$

Estendendo os seus estudos, Hsieh encontrou a solução para pressões uniformemente distribuída e parabólica multiplicando o raio da área circular pelos seguintes fatores:

pressão uniforme - 0,78

pressão parabólica - 0,59

Hsieh enfatiza em seu trabalho a necessidade de analisar quantitativamente as amplitudes de oscilação em todos seis modos ou graus de liberdade de forma a assegurar um funcionamento satisfatório da fundação. Frisa também que muitos dos problemas são devidos a vibrações envolvendo mais de um modo de vibração ao mesmo tempo. Muitas de suas preocupações referentes a influência da não-linearidade do solo bem como de propriedades dissipadas do mesmo ainda não foram totalmente esclarecidas e fazem parte das preocupações dos pesquisadores atuais.

LYSMER & RICHART (17)

O modelo do semi-espaco considerado pelos autores é um compromisso inteligente entre a conveniência matemática e a representação precisa de um sistema real fundação-solo. A utilidade do modelo foi claramente demonstrada pelo fato que as discrepâncias entre deslocamentos calculados caem no domínio esperável para um sistema solo fundação, que é um sistema definido de uma maneira muito pobre.

Lysmer e Richart apresentaram a analogia entre a dissipação

ção de energia, causada pela propagação de ondas, com a resultante do amortecimento viscoso. Esta concepção permite o estudo de um sistema infinito (solo) por um sistema simples finito. A dissipação de energia é inteiramente causada pela geometria infinita do sistema e será abordado como "Amortecimento Geométrico", enquanto o amortecimento viscoso é geralmente referido às propriedades do material.

No estado de uma fundação rígida circular na superfície do semi-espaco elástico os autores utilizaram, como ferramenta, a analogia reológica entre os sistemas lineares típicos e o sistema de osciladores simples amortecidos (Fig. II.4.12) introduzindo um tipo análogo ao mostrado na Fig. II.4.12c para o modelo idealizado do semi-espaco (LYSMER e RICHART (17) e DAS, 1983). As constantes obtidas através da analogia para o amortecimento e a mola, respectivamente, são:

$$C = \frac{\frac{-F_2}{a_0}}{F_1^2 + F_2^2} \frac{K_2 r_0}{v_s} = C_1 \frac{K_2 r_0}{v_s} \quad (\text{II.4.14})$$

$$K_z = \frac{F_1}{F_1^2 + F_2^2} K_2 = K_1 K_2 \quad (\text{II.4.15})$$

sendo F_1 e F_2 funções deslocamentos e K_2 constante de mola estática. As expressões de K_2 , C_1 e K_1 estão definidas abaixo.

$$K_2 = \frac{4 G r_0}{1 - \nu} \quad (\text{II.4.16})$$

$$C_1 = \frac{-F_2/a_0}{F_1^2 + F_2^2} \quad (\text{II.4.17})$$

$$K_1 = \frac{F_1}{F_1^2 + F_2^2} \quad (\text{II.4.18})$$

LYSMER (17) apresentou uma função deslocamento (F) que se independente do Coeficiente de Poisson (ν), baseada na função deslocamento de BYCROFT (17) (f), bem como uma razão de massa modificada adimensional conforme expressões abaixo.

$$F = \frac{4}{1 - \nu} f = F_1 + i F_2 \quad (\text{II.4.19})$$

$$B_z = \frac{1 - \nu}{4} \frac{m}{\rho r_0^2} \quad (\text{II.4.20})$$

A determinação analítica da função F , envolve uma difícil resolução matemática, que consiste da solução da equação de onda para um sólido elástico com condições de fronteira mistas tendo tensão zero na superfície livre do semi-espaco e uma condição uniforme de deslocamento sob a fundação. LYSMER (1965) apresentou uma solução aproximada para $\nu=1/3$ podendo ser adotada para outros valores de " ν " devido a insignificância da influência deste coeficiente em " F " (Fig. II.4.13).

Introduzindo-se a seguir as equações (II.4.14 e II.4.15) na equação do movimento obtêm-se

$$m \ddot{z} + C_1 \frac{K_2 r_0}{v_s} \dot{z} + K_1 K_2 z = Q_0 e^{i\omega t}$$

obtendo para a expressão do fator de amplificação ou amplitude adimensional para uma excitação com amplitude constante:

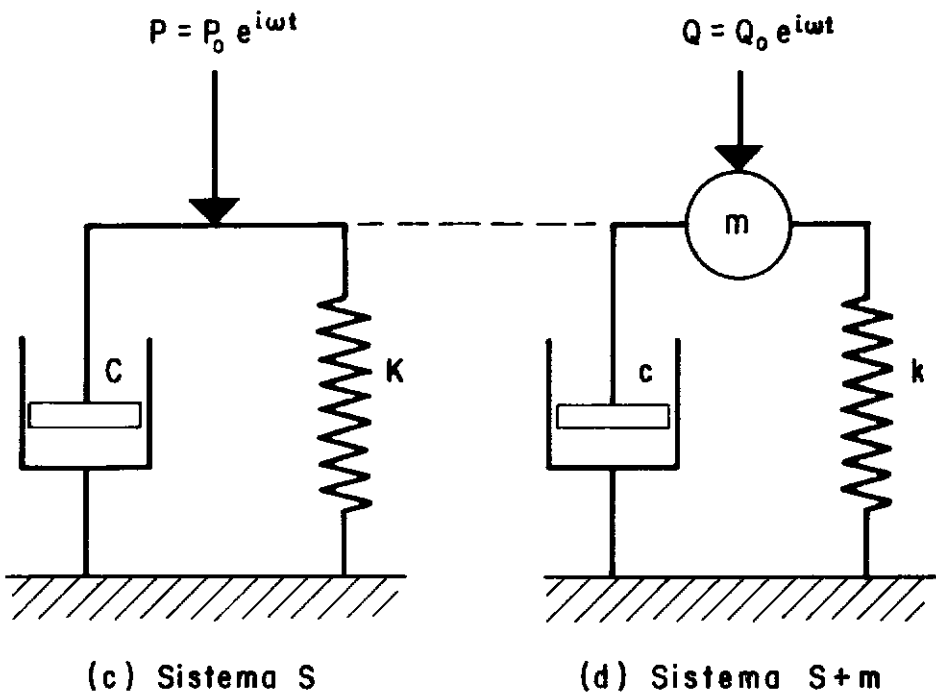
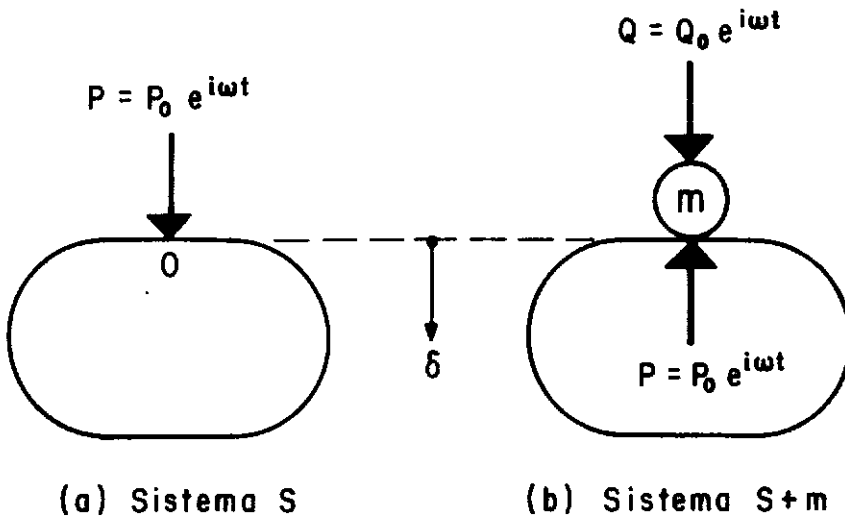


Fig. II-4.12 - (a) e (b) Sistema típico linear, (c) e (d) Simples osciladores amortecidos.

$$M = \sqrt{\frac{1}{(K_1 - B_Z a_0^2)^2 + (C_1 a_0)^2}} \quad (\text{II.4.22})$$

sendo

$$B_Z a_0^2 = \frac{m \omega^2}{K_2} \quad (\text{II.4.23})$$

A aplicação prática da concepção acima, mostrou que uma concordância apenas limitada entre as amplitudes observadas e calculadas pode ser obtida devido em especial à discrepância entre o modelo teórico do semi-espaco e o sistema fundação-solo real, o qual é geralmente não-linear, não homogêneo e imperfeitamente descrito. As dificuldades matemáticas envolvidas no uso restrito do modelo semi-espaco podem introduzir aproximações grosseiras nos cálculos práticos. LYSMER e RICHART (17) estenderam os seus estudos na finalidade de substituir o sistema semi-espaco por um oscilador amortecido simples com propriedades dinâmicas tão similares quanto possíveis. Uma das formas de fazê-lo é assumindo valores apropriados para as funções C_1 e K_1 .

Analisando valores para K_1 e C_1 , LYSMER e RICHART (17) fizeram as seguintes observações:

- i) para que haja concordância com o caso estático, K_1 deve assumir valor unitário, o qual é satisfatório para " a_0 " menor do que 0,8;
- ii) C_1 tem grande influência na ressonância, que ocorre para $0,3 < a_0 < 0,8$. Neste domínio pode-se admitir um valor médio de C_1 igual a 0,85.

Introduzindo esses valores de K_1 e C_1 nas Eqs. (II.4.14 e II.4.15) tem-se

$$C = \frac{K_2 r_0}{v_s} = \frac{3,4}{1 - \nu} r_0^2 \sqrt{G\rho} \quad (\text{II.4.23})$$

$$K_z = K_2 = \frac{4 G r_0}{1 - \nu} \quad (\text{II.4.24})$$

Introduzindo-se essas expressões na equação do movimento, pode-se representar a mesma para uma fundação de máquina circular rígida apoiada na superfície de um semi-espaco por:

$$m \ddot{z} + \frac{3,4 r_0^2}{(1 - \nu)} \sqrt{\rho G} \dot{z} + \frac{4 G r_0}{(1 - \nu)} z = Q \quad (\text{II.4.25})$$

sendo:

m = massa da fundação mais a massa da máquina;

r_0 = raio da fundação;

Q = força de excitação.

Segundo o autor, o erro obtido por esta aparentemente grosseira aproximação é surpreendentemente pequeno como pode ser visto na Fig. II.4.14, onde a resposta está representada pela linha pontilhada.

Assumindo a equação II.4.25 pode-se analisar o comportamento dinâmico de uma fundação circular rígida apoiada na superfície através de algumas fórmulas para o movimento harmônico do sistema fundação-solo como apresentado a seguir:

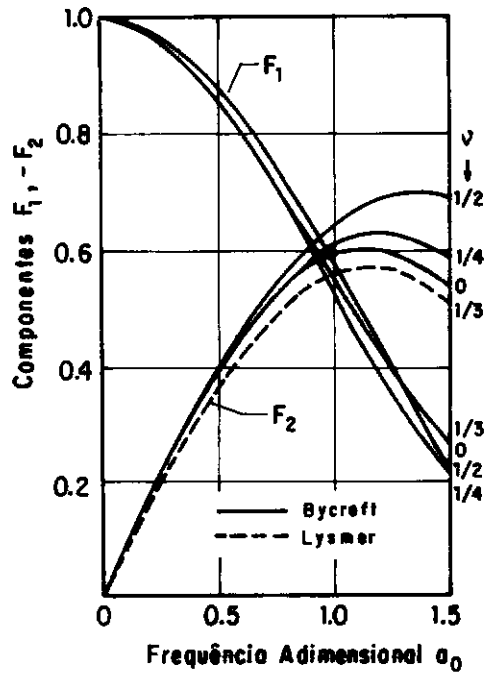


Fig. II-4.13 - Variação de "F" com o coeficiente de Poisson (ν) (apud Lysmer and Richart (17)).

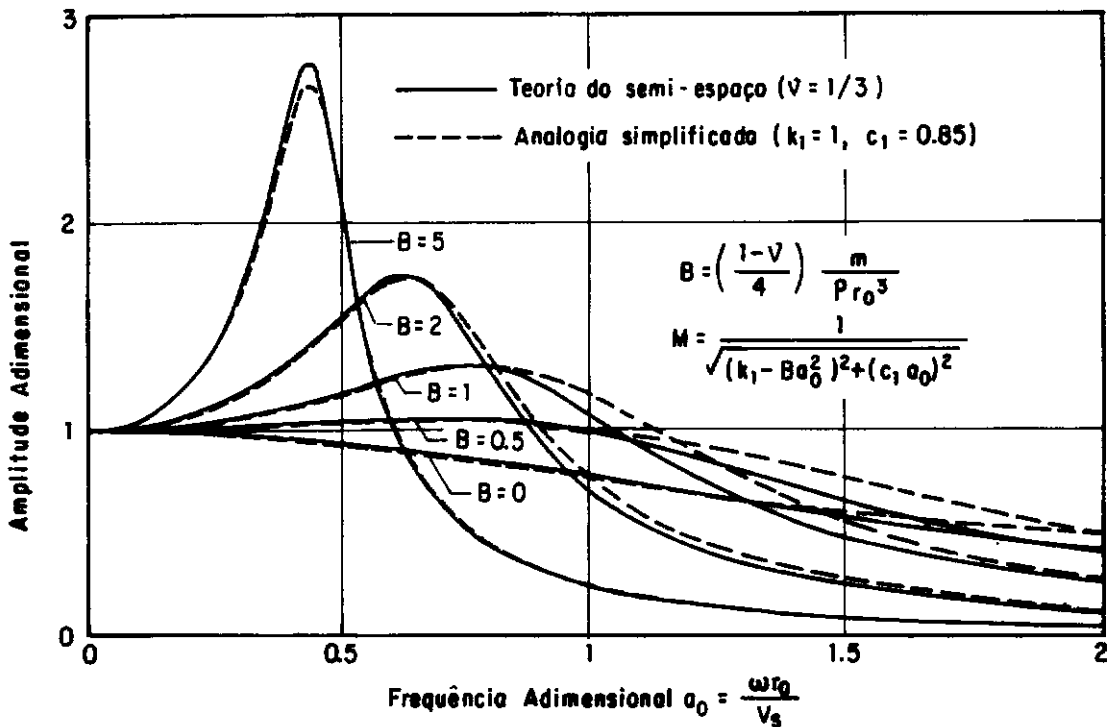


Fig. II-4.14 - Fator de amplificação de uma fundação circular rígida para uma força vertical com amplitude constante. (apud Lysmer and Richart (17)).

1) Amortecimento crítico

$$C_c = 2 \sqrt{K_z} m = 2 \sqrt{\frac{4 G r_0 m}{(1 - \nu)}} \quad (\text{II.4.26})$$

2) Razão de amortecimento

$$D = \frac{C}{C_c} = \frac{0,425}{\sqrt{B_z}} \quad (\text{II.4.27})$$

3) Frequência de ressonância (CPS)

i) amplitude da força de excitação constante

$$(Q = Q_0 \text{ sen } \omega t)$$

$$f_m = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_z}{m}} \sqrt{1 - 2D^2} = \frac{1}{2\pi} \frac{v_s}{r_0} \frac{B_z - 0,36}{B_z} \quad (\text{II.4.28})$$

ii) amplitude da força de excitação em função da frequência
($Q = m_e e \omega^2 \text{ sen } \omega t$)

$$f_{mr} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_z}{m}} \frac{1}{2D \sqrt{1-D^2}} = 0,31847 \sqrt{\frac{G r_0}{(1-\nu)m - 1,445 r_0^3 \rho}} \quad (\text{II.4.29})$$

4) Amplitude do deslocamento

i) amplitude da força de excitação constante

$$(Q = Q_0 \text{ sen } \omega t)$$

$$A_z = \frac{Q_0}{\sqrt{(K_z - m \omega^2)^2 + C^2 \omega^2}} =$$

$$= \frac{Q_0}{\sqrt{\left(\frac{4 G r_0}{(1-\nu)} - m \omega^2\right)^2 + \left(\frac{3,4 r_0^2 \rho^{1/2} G^{1/2} \omega}{(1-\nu)}\right)^2}} \quad (\text{II.4.30})$$

ii) amplitude da força de excitação em função da frequência ($Q = Q_0 m_e e \omega^2 \sin \omega t$)

$$A_z = \frac{m_e e \omega^2}{\sqrt{(K_z - m \omega^2)^2 + C^2 \omega^2}} =$$

$$= \frac{m_e e \omega^2}{\sqrt{\left(\frac{4 G r_0}{(1-\nu)} - m \omega^2\right)^2 + \left(\frac{3,4 r_0^2 \rho^{1/2} G^{1/2} \omega}{(1-\nu)}\right)^2}} \quad (\text{II.4.31})$$

5) Frequência natural para oscilação não amortecida

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_z}{m}} = \sqrt{\frac{4 G r_0}{(1-\nu) m}} \quad (\text{rad/seg}) \quad (\text{II.4.32})$$

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{G r_0}{(1-\nu) m}} \quad (\text{CPS}) \quad (\text{II.4.33})$$

6) Fator de amplificação

i) amplitude da força de excitação constante

($Q = Q_0 \sin \omega t$)

$$M = \frac{A_z}{Q_0} = \frac{1}{\sqrt{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left[2 D \frac{\omega}{\omega_n}\right]^2}} \quad (\text{II.4.34})$$

ii) amplitude da força de excitação em função da frequência ($Q = m_e e \omega^2 \sin \omega t$)

$$= \frac{A_z m}{m_e e} = N a_0^2 B_z \quad (\text{II.4.35})$$

7) Máxima amplitude do deslocamento

i) amplitude da força de excitação constante

$$(Q = Q_0 \text{ sen } \omega t)$$

$$A_{z \text{ m}} = \frac{Q_0 (1-\nu)}{4 G r_0} \frac{B_z}{0,85 \sqrt{B_z - 0,18}} \quad (\text{II.4.36})$$

ii) amplitude da força de excitação em função da frequência ($Q = m_e e \omega^2 \text{ sen } \omega t$)

$$A_{z \text{ m}} = \frac{m_e e}{m} \frac{B_z}{0,85 \sqrt{B_z - 0,18}} \quad (\text{II.4.37})$$

NAGENDRA e SRIDHARAN (19).

Os autores observaram que as funções deslocamento f_1 e f_2 para distribuição de pressão uniforme conforme fornecido por SUNG (36) para quatro coeficientes de Poisson diferentes, quando multiplicado pelo fator $K/G r_0$ onde K é a constante de mola, G o módulo cisalhante e r_0 o raio da fundação torna-se quase independente do coeficiente de Poisson. Desenvolveram assim as funções F_1 e F_2 ("funções de deslocamento modificadas") que correspondem ao valor médio das expressões $K f_1/G r_0$ e $K f_2/G r_0$. A partir destes valores de F_1 e F_2 , o fator $- F_2/a_0 F_1$ pode ser modificado tanto para distribuição de pressão uniforme quanto para pressão parabólica. Observe-se que de acordo com o sugerido por LYSMER e RICHART (17), para o coeficiente de amortecimento, C , se tomou a média de valores no domínio $0,3 < a_0 < 0,8$. No caso de $- F_2/a_0 F_1$, também se tomou o valor médio neste domínio para efeito de cálculo.

A partir disto obtêm-se as expressões abaixo transcritas

as quais desenvolvidas foram utilizadas em aplicações práticas neste trabalho.

a) Distribuição de pressão uniforme

$$K_z = \frac{\pi G r_0}{1 - \nu} \quad (\text{II.4.38})$$

$$C = \frac{2,117 (G \rho)^{1/2} r_0^2}{1 - \nu} \quad (\text{II.4.39})$$

a equação do movimento:

$$m \ddot{z} + \frac{2,117 (G \rho)^{1/2} r_0^2}{1 - \nu} \dot{z} + \frac{\pi G r_0}{1 - \nu} = Q \quad (\text{II.4.40})$$

b) Distribuição de pressão parabólica

$$K_z = \frac{3 \pi G r}{4(1-\nu)} \quad (\text{II.4.41})$$

$$C = \frac{1,164 r_0^2 (G \rho)^{1/2}}{1 - \nu} \quad (\text{II.4.42})$$

a equação do movimento:

$$m \ddot{z} + \frac{1,164 r_0^2 (G \rho)^{1/2}}{1 - \nu} \dot{z} + \frac{3 \pi G r_0}{4(1-\nu)} = Q \quad (\text{II.4.43})$$

2) VIBRAÇÃO HORIZONTAL, VIBRAÇÃO POR ROTAÇÃO E VIBRAÇÃO POR TORÇÃO PARA BASE CIRCULAR RÍGIDA APOIADA NA SUPERFÍCIE DO SOLO (SEMI-ESPAÇO ELÁSTICO)

A concepção física desses modos de vibração desacoplado pode ser visto juntamente com a Fig. II.2.2 como:

modo de vibração horizontal - translação nos eixos X e Y;

modo de vibração por rotação - rotação em torno dos eixos X e Y;

modo de vibração por torção - rotação em torno do eixo Z.

A análise desses modos de vibração não faz parte deste trabalho. Por esta razão vão ser apresentados, sucintamente, apenas os coeficientes de rigidez e amortecimento, em funções de simples parâmetros do solo (fórmulas simplificadas).

Vibração horizontal

ARNOLD, BYCROFT e WARBURTON (1955) e BYCROFT (1956) (in RICHARD, HALL e WOODS (29)) apresentaram a solução analítica para base rígida no semi-espaco elástico. HALL (1967) (in RICHART, HALL e WOODS (29)) desenvolveu expressões para os coeficientes de rigidez e amortecimento, bem como a razão de massa com:

$$K_x = \frac{32(1-\nu)}{7-\nu} G r_0$$

$$C_x = \frac{18,4(1-\nu)}{7-8\nu} r_0^2 \sqrt{\rho G}$$

$$B_x = \frac{7-8\nu}{32(1-\nu)} \frac{m}{\rho r_0^3}$$

Substituindo essas expressões na equação do movimento obtêm-se:

$$m \ddot{x} + \frac{18,4(1-\nu)}{7-8\nu} r_0^2 \sqrt{\rho G} \dot{x} + \frac{32(1-\nu)}{7-8\nu} G r_0 x = Q \quad (\text{II.4.44})$$

m = massa da fundação mais a máquina

Q = força de excitação

sendo o amortecimento crítico e o fator de amortecimento:

$$C_c = 2 \sqrt{\frac{m \cdot 32(1-\nu)}{(7-8\nu)} G r_0}$$

$$D = \frac{C_x}{C_c} = \frac{0,2875}{\sqrt{B_x}}$$

Vibração por rotação

ARNOLD, BYCROFT e WARBURTON (1955) e BYCROFT (1956) (in RICHART, Hall e WOODS (29)) desenvolveram a solução analítica para rotação. HALL (1967) (in RICHART, HALL e WOODS (29)) desenvolveu as expressões para os coeficientes de rigidez e amortecimento bem como a razão de massa como:

$$K_{\phi} = \frac{8 G r_0^3}{3(1-\nu)}$$

$$C'_{\phi} = \frac{0,80 r_0^4 \sqrt{G\rho}}{(1-\nu) (1 + B_{\phi})}$$

$$B_{\phi} = \frac{3(1-\nu)}{8} \frac{I_{\phi}}{\rho r_0^5}$$

substituindo essas expressões na equação do movimento tem-se

$$I_{\phi} \ddot{\phi} + \frac{0,80 r_0^4 \sqrt{G\rho}}{(1-\nu)(1+B_{\phi})} \dot{\phi} + \frac{B G r_0^3}{3(1-\nu)} \phi = T_{\phi}$$

I_{ϕ} = momento de inércia da massa em relação ao eixo de rotação

sendo o amortecimento crítico e fator de amortecimento:

$$C_c = 2 \sqrt{K_{\phi} I_{\phi}}$$

$$D_{\phi} = \frac{C'_{\phi}}{C_c} = \frac{0,15}{(1+B_{\phi}) \sqrt{B_{\phi}}}$$

Vibração por torção

REISSNER (1937) e REISSNER e SAGOCI (1944) (in RICHART, HALL e WOODS (29)) apresentaram a razão de massa

$$B_{\psi} = \frac{I_{\psi}}{\rho r_0^5}$$

sendo

I_{ψ} = momento polar de inércia da massa

Richart, segundo PRAKASH (22) definiu o coeficiente da rigidez e o fator de amortecimento como:

$$K_{\psi} = \frac{16}{3} G r_0^3$$

$$D = \frac{0,5}{1 + 2 B_{\psi}}$$

3) VIBRAÇÃO HORIZONTAL ACOPLADA COM ROTAÇÃO

No dimensionamento de uma fundação de máquina o projetista tem a preocupação de evitar, ao máximo, o acoplamento entre os modos de vibração. Isto pode ser obtido através da adaptação da fundação com relação as propriedades geométricas. Para que o modo vertical fique desacoplado, é necessário que o centro de gravidade da fundação e máquina esteja na mesma linha que o centróide da área da base ou no máximo com 5% da menor largura de excentricidade. O acoplamento entre os modos horizontal e rotação é praticamente inevitável pois, o centro de gravidade da fundação e máquina nunca coincide com o centro de resistência ao deslizamento provocado pelo solo. A natureza deste movimento, segundo RICHART, HALL e WOODS (29), é igual a soma do movimento horizontal e o movimento de rotação (Fig. II.4.15). Analisando desta maneira, despreza-se o momento realizado pelo peso ($M_p = Ph\phi$), devido o ângulo de rotação ser muito pequeno.

Quando as vibrações são causadas por um momento " M_i ", as equações das vibrações forçadas das fundações, para o movimento acoplada, vão ser:

$$m \ddot{x}_g + (x \ddot{x}_g + K_x x_g - (x h \dot{\phi} - K_x h \phi) = 0$$

$$I_{\phi} \ddot{\phi} + (C_{\phi}' + C_x h^2) \dot{\phi} + (K_{\phi} + K_x h^2) \phi - h (C_x \ddot{x}_h + K_x x_g) = M_i$$

ARYA, O'NEILL e PINCUS (6) admitem, para o sistema onde existe o acoplamento de modos de vibração e um deles apresenta um grande domínio no movimento, poder analisar cada modo separadamente e depois superpor os resultados. No caso em que

"h" tenha um valor substancialmente alto o acoplamento deve ser considerado. Isto é um alerta para os projetista que, muitas vezes sem utilizar qualquer análise, não considera o acoplamento.

4) ALGUNS CONCEITOS COMPLEMENTARES

a) Amortecimento

Hã dois tipos de amortecimento no sistema real: um introduzido pela perda de energia através da propagação de ondas elásticas a partir da proximidade da fundação e um outro associado com perda de energia interna no interior do solo devido a efeitos viscosos e histerético (amortecimento interno). O amortecimento equivalente corresponde à propagação de ondas elásticas é chamado "amortecimento geométrico", o qual as expressões da razão do amortecimento são obtidos da teoria do semi-espaço elástico. O amortecimento interno, expressado em torno da equivalente razão de amortecimento "D" está ilustrado para alguns tipos de solo na Tab. II.4.2, a qual fornece que um valor típico de "D" é da ordem de 0,05.

O parâmetro amortecimento para qualquer particular sistema fundação-solo incluirã ambos os efeitos do amortecimento geométrico e interno. Se considerar o valor do amortecimento interno 0,05, comparando este valor com a razão de amortecimento geométrico da Fig. II.4.16, onde apresenta a variação de "D" em função de "B" para os quatro modos de vibração, verifica-se a contribuição para cada modo. Pode-se notar para os modos de translação, que a participação do amortecimento interno é desprezível.

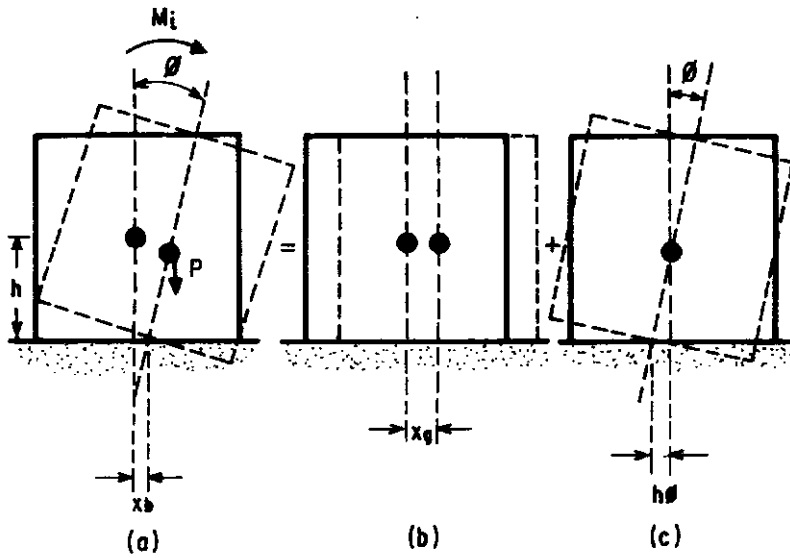


Fig. II-4.15 - Vibração horizontal acoplada com rotação

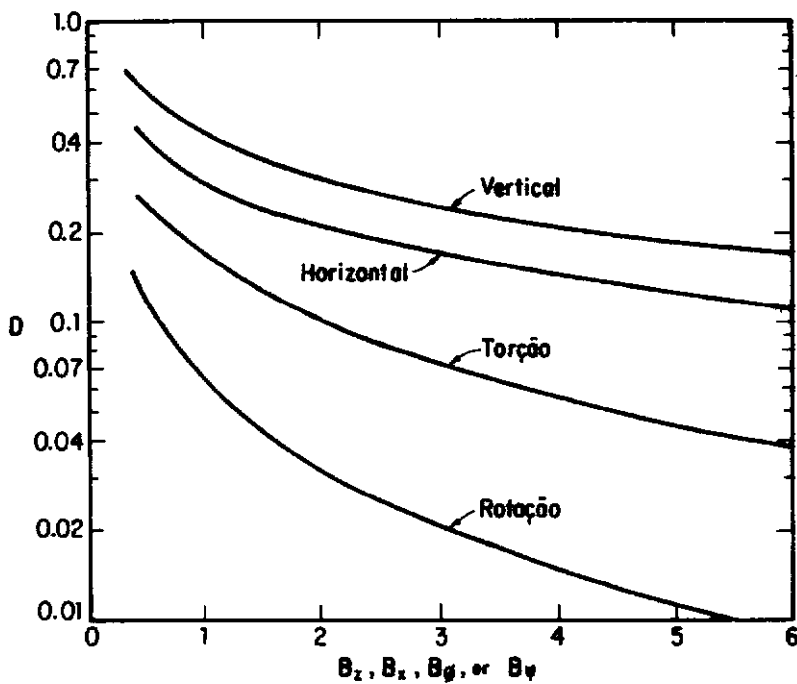


Fig. II-4.16 - Razão de amortecimento equivalente para oscilação de uma fundação circular rígida no semi-espaço elástico. (apud Richart et al.(29)).

Tab. II.4.2 - Alguns valores típicos de amortecimento interno nos solos (apud RICHART et al., (29))

Tipos de solo	Equivalente razão de amortecimento "D"	Referência
areia seca e pedregulho	0,03 - 0,07	WEISSMANN e HART (1961)
areia saturada e seca	0,01 - 0,03	HALL e RICHART (1963)
areia seca	0,03	WHITMAN (1963)
areia seca e saturada e pedregulho	0,05 - 0,06	BARKAN (1962)
argila	0,02 - 0,05	BARKAN (1962)
areia siltosa	0,03 - 0,10	STEVENS (1966)
areia seca	0,01 - 0,03	HARDIN (1965)

b) Fundação de base retangular

Estudos de vibrações verticais para uma carga oscilante uniformemente distribuída agindo em uma área retangular na superfície do semi-espaco elástico foram realizados, por SUNG (1953), por KOBORI (1962) e por THOMPSON e KOBORI (1963) (in RICHART, HALL e WOODS (29)), através da integração da solução de Lamb. Eles tentaram obter as funções de deslocamentos f_1 e f_2 porém, não obtiveram bons resultados. ELORDUY, NIETO e SZEKELY (1967) (RICHART, HALL e WOODS (29)), desenvolveram " f_1 " e " f_2 " para uma base retangular rígida com largura $2d$ e comprimento $2c$ na superfície do semi-espaco, obtendo bons resultados quando comparados com as funções deslocamento obtidos pela publicação de SUNG (36) e BYCROFT (29) utilizando um raio de uma base circular com área equivalente.

Para fundações rígidas de base retangular com dimensões L (largura) e B (comprimento), apoiadas na superfície do semi-espaco elástico, foram apresentadas, por RICHART et al. (29),

as soluções descritas a seguir, para os coeficientes de rigidez e amortecimento geométrico:

i) coeficiente de rigidez

$$\text{modo vertical: } K_z = \frac{G}{1-\nu} \beta_z \sqrt{BL} \quad (\text{II.4.45})$$

$$\text{modo horizontal: } K_x = 2(1-\nu) G \beta_x \sqrt{BL} \quad (\text{II.4.46})$$

$$\text{modo de rotação: } K_\phi = \frac{G}{1-\nu} \beta_\phi BL^2 \quad (\text{II.4.47})$$

modo de torção: não foi apresentado solução. Usa-se o raio de uma base circular com mesma área

β_z , β_x e β_ϕ são obtidos através da Fig. II.4.17.

Estas expressões acima foram obtidas através da teoria da elasticidade. No estudo, foi considerado deslocamento uniforme (base rígida) para todos os modos, exceto para o modo horizontal no qual considerou-se distribuição de tensão cisalhante uniforme na área de contato computando o deslocamento médio.

PRAKASH (22) admite as mesmas expressões apresentadas para base circular, considerando o raio de uma base circular com área equivalente à área da base retangular (raio equivalente) porém, alerta que nas experiências de Chae's a amplitude de vibração real é menor do que a obtida admitindo o raio equivalente.

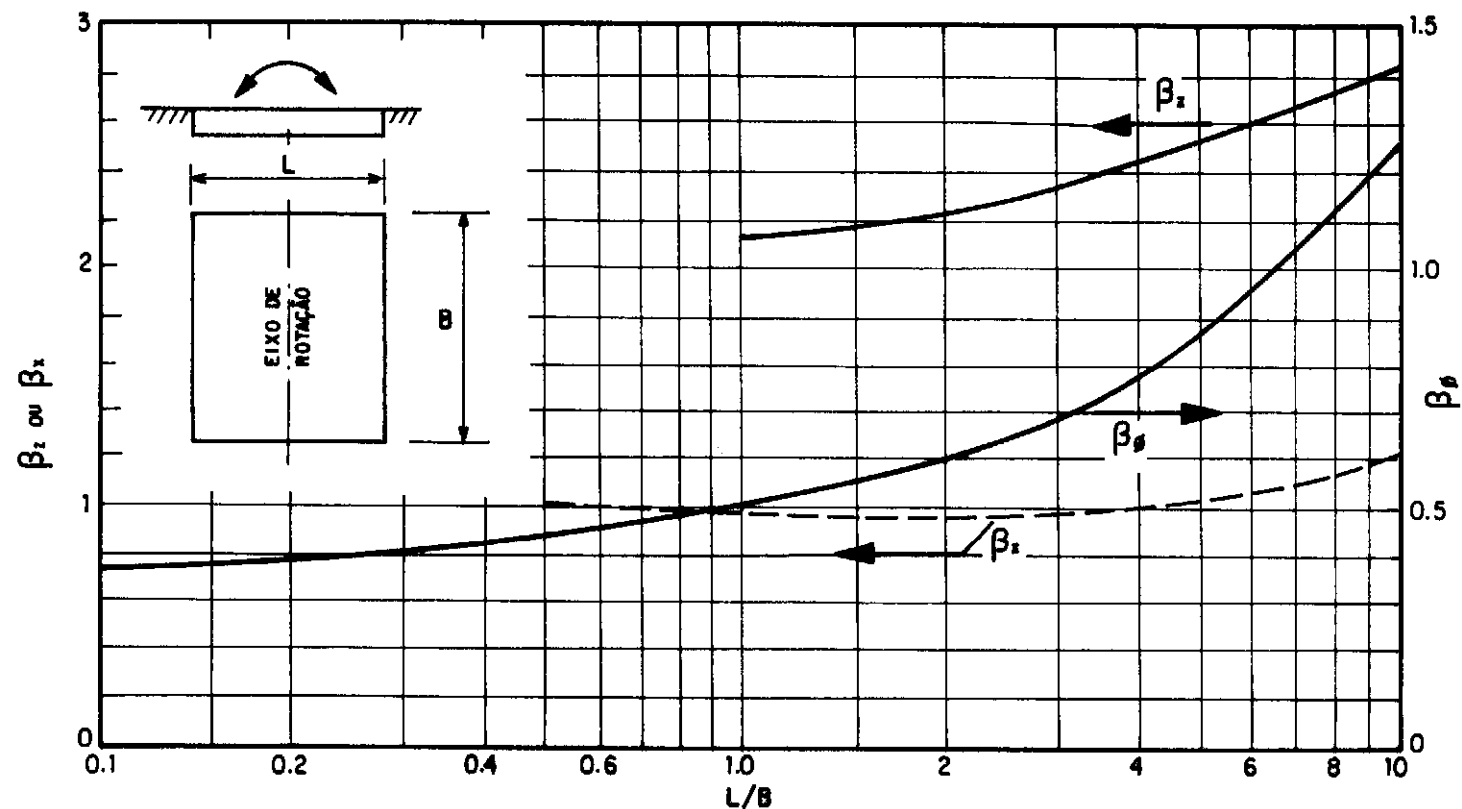


Fig. II-4.17 - Coeficientes β_z, β_x e β_y para fundações retangulares rígidas no semi-espaço elástico. (Whitman and Richart (42)).

ii) amortecimento

Admite-se segundo RICHART, HALL e WOODS (29) as mesmas expressões apresentadas para base circular, considerando o raio equivalente.

Os raios equivalentes para os diferentes modos são:

$$\text{translação: } r_0 = \sqrt{\frac{BL}{\pi}} \quad (\text{II.4.48})$$

$$\text{rotação: } r_0 = \sqrt{\frac{BL^3}{3\pi}} \quad (\text{II.4.49})$$

L - lado perpendicular ao eixo de rotação

$$\text{torção: } r_0 = \sqrt{\frac{BL(B^2 + L^2)}{6\pi}} \quad (\text{II.4.50})$$

ARYA, DREWYER e PINCUS (4); ARYA, DREMYER e PINCUS (5) e ARYA, O'NEILL e PINCUS (6) consideram as equações II.4.45; II.4.46 e II.4.47 para os coeficientes de rigidez e as mesmas expressões das razões de amortecimento para base circular considerando o raio equivalente.

c) Fundação imersa no solo

As teorias apresentadas até aqui, admitindo o solo como semi-espaco elástico, consideraram a fundação na superfície. Na realidade, essas fundações estão sempre parcialmente imersas no solo e, investigações realizadas verificaram que a imersão diminui a amplitude do movimento e aumenta a frequência de ressonância principalmente nos modos horizontal e de rotação. Esta influência já era esperada pois aumenta a área de reação provocada pelo solo.

BARKAN (8), FRY (13) e PAUW (in RICHART, HALL e WOODS (29)) têm publicações de testes realizados em fundações na superfície e parcialmente imersas. Os testes em que as amplitudes tiveram valores menores do que às permissíveis para máquinas (Ítem II.3), a redução na amplitude foi da ordem de 10% a 25%. KALDJIAN (1969) (in RICHART, HALL e WOODS (29)) apresentou o aumento do coeficiente de rigidez através da solução do problema elástico pelo método dos elementos finitos através da Fig. II.4.18. STOKOE e RICHART (34) realizaram outros testes de imersão e mostraram a variação da razão de amortecimento e frequência de ressonância em função do comprimento imerso (Fig. II.4.19). Outros como NOVAK (20) e NOVAK e BREDUGO (21), ANANDAKRISHNAN e KRISHNASWAMY (2) e SRIDHARAN, NAVENDRA e CHINNASWAMY (32) estudaram o assunto apresentando soluções analíticas.

WHITMAN (in ARYA, BRILYER e PINCUS (5)) apresentou uma maneira simples de considerarmos a imersão da fundação no solo, utilizando as fórmulas simplificadas da fundação rígida circular e retangular, no semi-espaco elástico. Nesta solução ele admitiu um fator multiplicador em cada modo de vibração para os respectivos coeficientes de rigidez "k", bem como para as respectivas razões de amortecimento geométrico "D", como mostrado a seguir:

i) coeficiente de rigidez

fator multiplicador

$$\text{modo vertical: } \eta_z = 1 + 0,6 \left(1 - \frac{h}{r_0}\right) \quad (\text{II.4.51})$$

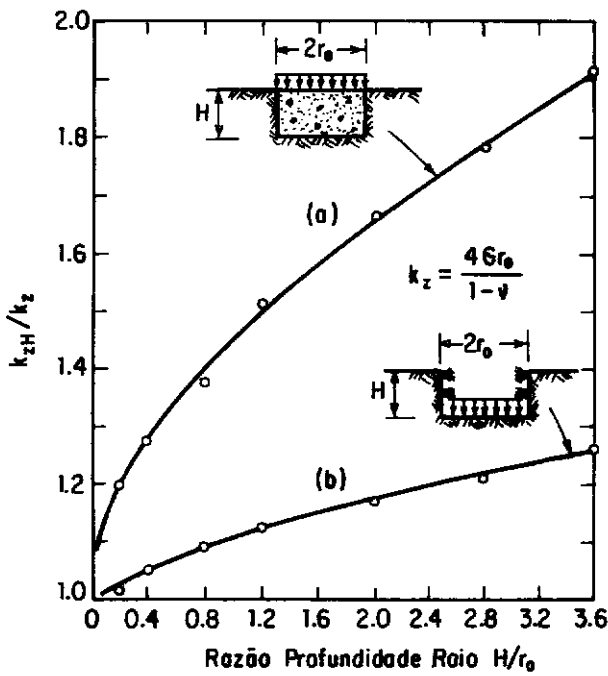


Fig. II-4.18 - Efeito da profundidade da fundação, imersa no solo, no coeficiente de rigidez para uma fundação circular carregada verticalmente. (apud Richart et al.(29)).

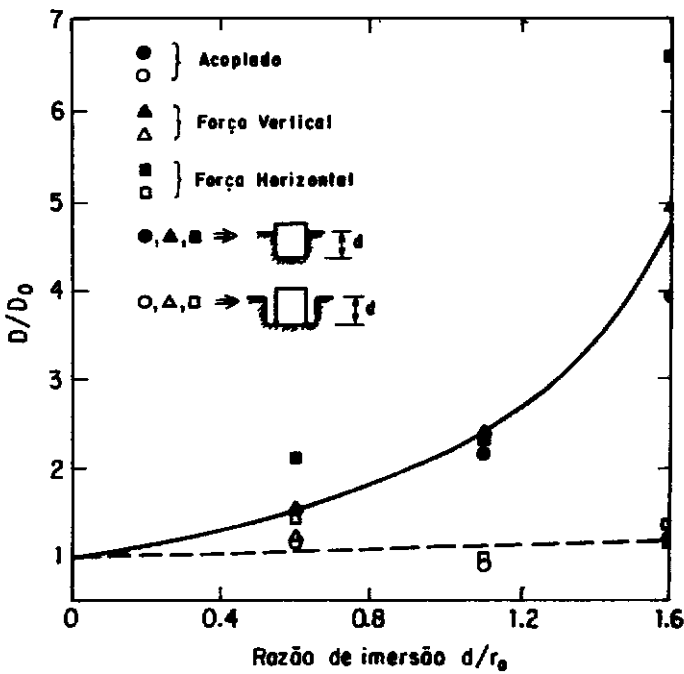


Fig. II-4.19 - Variação da razão de amortecimento com razão de profundidade imersa da fundação no solo e tipo de excitação. (apud Stokoe and Richart (34)).

modo horizontal: $\eta_x = 1 + 0,55 (1-\nu) \frac{h}{r_0}$ (II.4.52)

rotação: $\eta_\phi = 1 + 1,2(1-\nu) \frac{h}{r_0} + 0,2(2-\nu) \left(\frac{h}{r_0}\right)^3$ (II.4.53)

torção: não foi apresentado

sendo:

h = efetivo comprimento de imersão da fundação do solo;

r_0 = raio da base circular ou raio equivalente;

ν = coeficiente de Poisson;

ii) razão de amortecimento

fator multiplicador

modo vertical: $\alpha_z = \frac{1 + 1,9(1-\nu) \frac{h}{r_0}}{\sqrt{\eta_z}}$ (II.4.54)

modo horizontal: $\alpha_x = \frac{1 + 1,9(2-\nu) \frac{h}{r_0}}{\sqrt{\eta_x}}$ (II.4.55)

modo rotação: $\alpha_\phi = \frac{1 + 0,7(1-\nu) \frac{h}{r_0} + 0,6(2-\nu) \left(\frac{h}{r_0}\right)^3}{\sqrt{\eta_\phi}}$ (II.4.56)

É fácil notar que para fundação apoiada na superfície ($h=0$) obtêm-se a unidade nas expressões acima.

II.4.6. MÉTODO EM QUE O SOLO É SUBSTITUIDO POR MOLAS LINEARES SEM PESO

Nesta teoria, o solo sobre o qual a fundação excitada se apóia é substituído por um conjunto de molas elásticas independentes, Fig. II.4.20, as quais fornecem uma força reativa equivalente em resposta ao deslocamento. Uma vez escolhidos os valores da representatividade para a reação das molas, esses são constantes, independentemente de mudanças na pressão de confinamento ou na amplitude de vibração. Uma desvantagem importante na utilização desta teoria tem sido a não consideração dos efeitos de amortecimento na resposta do sistema de vibração.

O coeficiente de reação do solo para um dado sistema é descrito pela expressão:

$$k = k' A$$

na qual a constante de mola, k , (força por unidade de comprimento) é representada pelo produto de k' (pressão por unidade de comprimento) multiplicado pela área de contato da fundação.

Informações de testes onde o solo é submetido a uma carga aplicada através de uma placa rígida e testes de campo em fundações têm sido usadas para estabelecer o coeficiente de reação do solo " k " para fundações de máquinas. BARKAN (8) cita numerosos testes de campo os quais demonstram que a constante de mola aplicável para o movimento dinâmico é essencialmente igual a razão do incremento da carga para o incremento da deflexão (ou momento para rotação) durante repetidos testes de carregamento estático.

1) VIBRAÇÃO VERTICAL

BARKAN (8) realizou testes onde aplicava uma carga no solo através de uma placa rígida, e verificava o recalque, que se constituía de uma parte residual e outra elástica (Fig. II.4.21a). Essa última varia linearmente com a pressão segundo a relação mostrada na Fig. II.4.21b e pela expressão

$$p_z = C_z Z \quad (II.4.57)$$

p_z = pressão aplicada;

Z = recalque elástico;

C_z = coeficiente de compressão uniforme.

O coeficiente de compressão elástica uniforme multiplica-se pela área da base da fundação e recalque elástico corresponde à reação do solo. Como o recalque é sempre elástico, para fundações de máquina, segundo Barkan, o mesmo forneceu a seguinte expressão para reação do solo devido ao deslocamento dinâmico

$$C_z A Z = F_d \quad (II.4.58)$$

sendo A = área da base e os termos restantes parâmetros já conhecidos e indicados anteriormente.

Considerando as propriedades elásticas do solo e a equação do movimento sem amortecimento o conjunto fundação-solo pode ser substituído pelo sistema massa-mola conforme seguinte expressão:

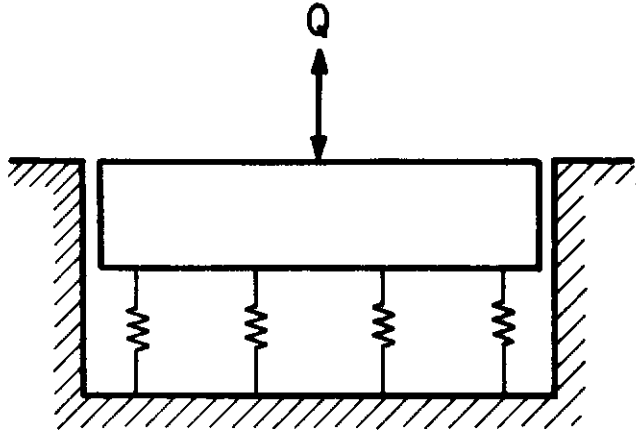


Fig. II-4.20 - Solo sendo substituído por molas independentes.

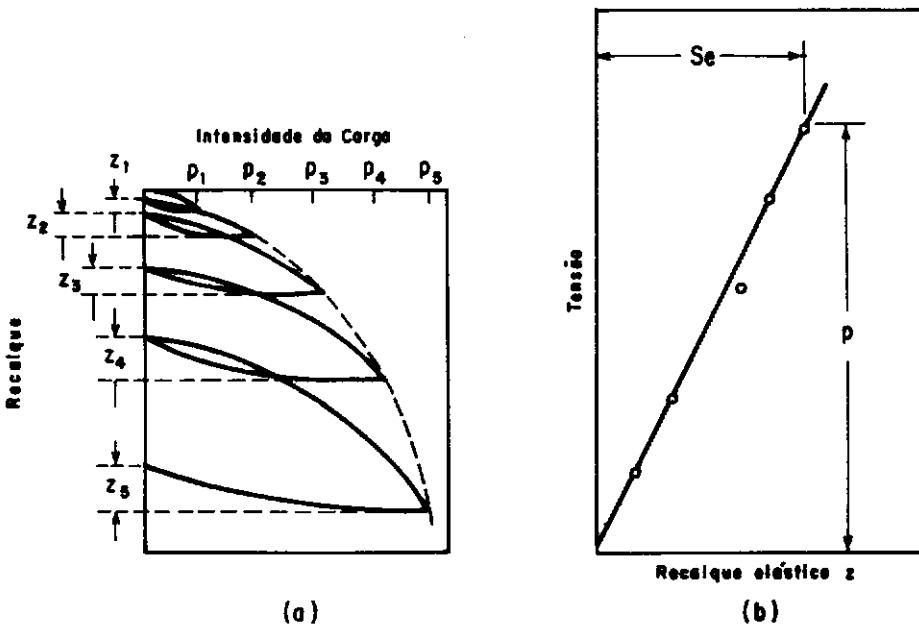


Fig. II-4.21 - (a) Intensidades de cargas e os recalques em um teste cíclico-placa-carga. (b) Pressão e o recalque elástico obtido do item "a."

$$m \ddot{Z} + C_z A Z = Q \quad (\text{III.4.59})$$

m = massa da fundação mais a máquina;

$Q = Q_0 \cos \omega t$ = força dinâmica aplicada;

C_z = coeficiente de compressão elástica uniforme;

A = área da base da fundação.

Pode-se analisar o comportamento dinâmico de uma fundação através de algumas fórmulas obtidas da integração da Eq. (II.4.59) mostradas a seguir:

a) frequência natural

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{C_z A}{m}} \quad (\text{II.4.60})$$

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \omega_n = \sqrt{\frac{C_z A}{4\pi^2 m}} \quad (\text{II.4.61})$$

b) amplitude da vibração para amplitude da excitação constante ou função da frequência

$$A_z = \frac{Q_0}{m(\omega_n^2 - \omega^2)} \quad \text{ou} \quad A_z = \frac{m_e e \omega^2}{m(\omega_n^2 - \omega^2)} \quad (\text{II.4.62})$$

A teoria de vibração de fundações descrita é baseada na concepção que a reação do solo pode ser representado por uma mola sem peso e sem amortecedor. BARKAN (8) para isto, considerou o amortecimento e um coeficiente de acréscimo na massa da fundação mais a massa da máquina devido a participação do solo (β). Comparando sua teoria com a teoria do semi-espaco elásti-

co, Barkan apresentou os gráficos das Figs. II.4.22 e II.4.23 que mostram o fator de amortecimento (D) e o coeficiente de acréscimo na massa da fundação (β), respectivamente, em função da razão de massa " b " (Eq. II.4a) e do Coeficiente de Poisson dos quais foram extraídas as informações seguintes (BARKAN (8):

i) visto que o amortecimento influencia, na resposta dinâmica de uma fundação de máquina, preponderantemente perto da ressonância, e devido a que nos projetos dessas fundações a razão da frequência de excitação com a frequência natural tem uma diferença significativa da unidade, pode-se desprezar o amortecimento;

ii) os valores de " b " para fundações de máquinas variam entre 7 e 15. Para esses valores, o coeficiente de acréscimo da massa β , mesmo para $\nu=0,5$, não ultrapassa o valor de 1,23, conforme a Fig. II.4.23. Conseqüentemente, a participação da massa do solo nas vibrações de fundação não excede 23% da massa total (fundação mais máquina). Sendo a frequência natural função da raiz quadrada da massa, o cálculo dessas frequências, incluindo a massa do solo, não altera mais do que 10%. O erro nos cálculos das frequências naturais ou das amplitudes das vibrações de fundações forçadas usualmente não é menor do que 10 a 15%. Com isso pode-se desprezar a massa do solo ($\beta=1$);

iii) a análise foi realizada para uma fundação apoiada na superfície do solo. Quando a fundação é imersa, a reação do solo atua na área horizontal da base e nas áreas laterais da fundação, de onde pode existir um efeito considerável da massa do solo.

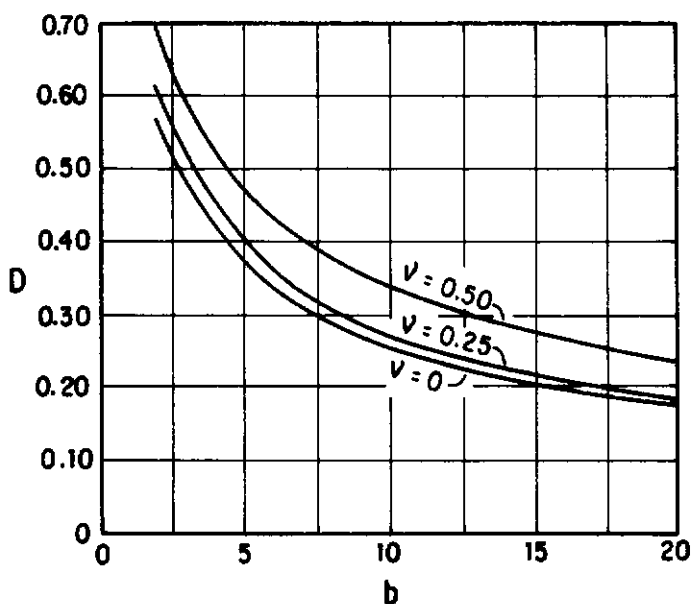


Fig. II-4.22 - Diagrama auxiliar para a determinação da razão de amortecimento (D) em função da razão de massa (b) (apud Barkan (8)).

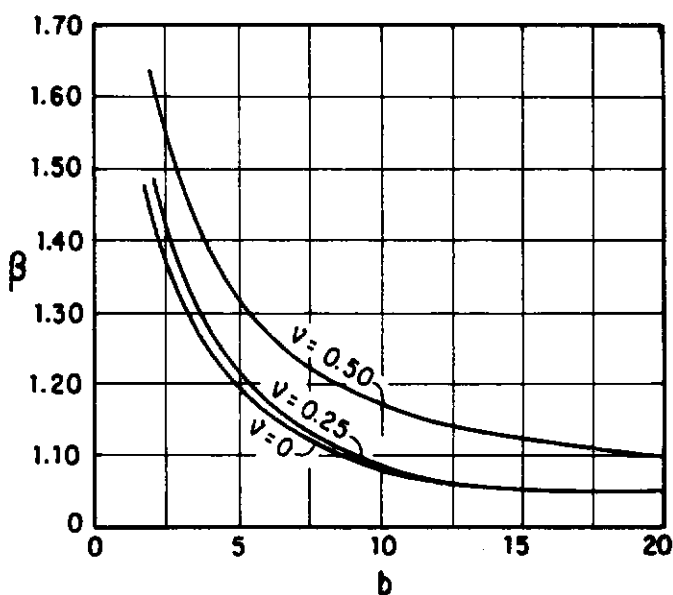


Fig. II-4.23 - Diagrama auxiliar para a determinação do coeficiente de acréscimo na massa da fundação (β) em função da razão da massa (b) (apud Barkan (8)).

2) VIBRAÇÃO HORIZONTAL, VIBRAÇÃO POR TORÇÃO E VIBRAÇÃO POR ROTAÇÃO

Vibração horizontal

Seja uma placa rígida sobre o solo, submetida à ação de uma força horizontal, a tensão média de corte aplicada $\bar{\tau}$ e o deslocamento elástico transversal estão relacionados pela expressão

$$\bar{\tau} = C_{\tau} x \quad (II.4.63)$$

sendo

C_{τ} = coeficiente elástico de corte uniforme

A reação do solo e a equação de movimento são:

$$R = C_{\tau} A x \quad (II.4.64)$$

e

$$m \ddot{x} + C_{\tau} A x = Q \quad (II.4.65)$$

$Q = Q_0 \cos \omega t$ = força dinâmica aplicada;

A = área da base da fundação;

m = massa da fundação mais a máquina.

Vibração por torção

Para uma fundação rígida sobre o solo submetida a um momento M_z em relação a um eixo vertical a qual gira de um ângulo

ψ elástico, o momento resistente vai ser:

$$M_z = C_\psi I_z \psi \quad (\text{II.4.66})$$

sendo

I_z = momento polar de inércia da área da base;

C_ψ = coeficiente de corte elástico não uniforme;

ψ = ângulo de rotação,

para equação de movimento tem-se:

$$I_\psi \ddot{\psi} + C_\psi I_z \psi = M \quad (\text{II.4.67})$$

onde

I_ψ = momento de inércia polar do corpo;

$M = M_0 \cos \omega t$ = momento dinâmico aplicado;

$I_\psi \ddot{\psi}$ = força de inércia, e

$C_\psi I_z \psi$ = força elástica da mola (solo).

Vibração rotacional

Para a rotação, as expressões para a força de inércia e elástica da mola estão apresentadas abaixo

$I_\phi \ddot{\phi}$ = força de inércia;

$C_\phi I_\phi$ = força elástica da mola

sendo

I_{ϕ} = momento de inércia do corpo em relação ao eixo de rotação;

C_{ϕ} = coeficiente de compressão elástica não uniforme;

I = momento de inércia da área da base em relação ao eixo de rotação.

CAPÍTULO III

DETERMINAÇÃO E OBTENÇÃO DE PARÂMETROS

III.1. INTRODUÇÃO

Toda a preocupação dos estudiosos nas concepções dos métodos do cálculo de fundações de máquinas é como representar, através de fórmulas analíticas, o real comportamento do solo. Os dois métodos usuais, o semi-espaco elástico e o que substitui o solo por molas lineares sem peso, utilizam parâmetros do solo diferentes. O primeiro requer além do peso específico do solo a determinação do módulo cisalhante " G " e o coeficiente de Poisson " ν ", enquanto o segundo requer a avaliação dos coeficientes de compressão elástica uniforme " C_z ", de compressão elástica não uniforme " C_ϕ ", de corte elástico uniforme " C_τ " e de corte elástica não uniforme " C_ψ ".

A precisão na utilização dos métodos depende principalmente do melhor conhecimento dos parâmetros, bem como a precisão na determinação dos mesmos.

A seguir será feita uma apresentação de cada um dos parâ

metros do solo utilizados em projetos de fundação de máquinas, sendo descritas as formas usuais de determinação dos mesmos através de ensaios de campo e de laboratório.

III.2. COEFICIENTE DE COMPRESSÃO ELÁSTICA UNIFORME (C_z)

III.2.1. DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO

O coeficiente de compressão elástica uniforme (C_z) como já foi descrito no capítulo anterior, é a relação entre a pressão exercida no solo e o recalque elástico do mesmo (eq. II.4.57). O seu valor vai depender tanto das propriedades do solo quanto da área de contato da fundação.

A partir dos estudos de SADOVSKY (in BARKAN (8)), Barkan obteve a expressão de " C_z " para uma placa circular rígida

$$C_z = 1,13 \frac{E}{1 - \nu^2} \frac{1}{\sqrt{A}} \quad (\text{III.2.1})$$

Schleicker forneceu a solução para o deslocamento médio elástico de uma placa flexível retangular de dimensões L e B. Barkan, aproveitando este resultado, forneceu o valor de C_z pela seguinte expressão:

$$C_z = \frac{C_s C}{\sqrt{A}} \quad (\text{III.2.2})$$

onde

$$C = \frac{E}{1 - \nu^2}$$

$$C_s = \frac{\pi \sqrt{\alpha}}{\ln \frac{\sqrt{1+\alpha^2+\alpha}}{\sqrt{1+\alpha^2-\alpha}} + \alpha \ln \frac{\sqrt{1+\alpha^2+1}}{\sqrt{1+\alpha^2-1}} - \frac{2}{3} \left[\frac{(1+\alpha^2)^{3/2} - (1+\alpha^3)}{\alpha} \right]} \quad (\text{III.2.3})$$

$$\alpha = L/B$$

A = área de contato da fundação com o solo

Vale acrescentar que a expressão de " C_s " apresentada por BARKAN (8), pág. 24, conduz a interpretação dúbia, conforme pode ser observado em publicações posteriores como por exemplo MAJOR (18). A expressão ora apresentada é a correta tendo sido conferida com valores da tabela (III.2.1) fornecida por BARKAN (8).

GORBONV — POSADOV (in BARKAN (8)) estudou o valor de " C_s " para placa retangular rígida (C_s) verificando que a diferença com relação à placa retangular flexível não ultrapassa 3%.

Experiências realizadas mostraram que, para duas fundações com áreas das bases diferentes suportadas por um mesmo solo, sabendo o valor de " C_z " de uma delas pode-se calcular o valor da outra pela expressão abaixo, obtida da eq. (III.2.2)

$$C_{z2} = C_{z1} \sqrt{\frac{A_1}{A_2}} \quad (\text{III.2.4})$$

sendo válido apenas para áreas menores que 10 m².

Barkan realizou testes, em diversos tipos de solo com várias áreas de contato da fundação, para determinar valores do coeficiente de compressão elástica uniforme. A tabela (III.2.2) fornece a adaptação dos valores obtidos pelos testes para uma área de contato de 10 m² pela utilização da eq. (III.2.4). Esses valores podem ser utilizados em projetos preliminares.

Tab. III.2.1 - Valores de C_s e C'_s para cálculo de recalques de fundações flexíveis e rígidas (apud BARKAN (8)).

α	C_s	C'_s
1	1,06	1,08
1,5	1,07	
2	1,09	1,10
3	1,13	1,15
5	1,22	1,24
10	1,41	1,41

Tab. III.2.2 - Valores do coeficiente de compressão elástica uniforme C_z para uma fundação com área de 10 m² segundo BARKAN (8)

Categoria do solo	Descrição do solo	Pressão admissível no solo sob ação de cargas estáticas (kgf/cm ²)	Coeficiente (C_z (kgf/cm ³))
I	Solos Fracos: argilas plásticas com siltes ou areias; areias com silte ou argila; solos das categorias II e III com silte orgânico e turfa	Até 1,5	Até 3
II	Solos Médios: argilas, argilas com silte e areia, perto do limite da plasticidade; areia	1,5 - 3,5	3 - 5
III	Solos Resistentes: argilas sem ou com silte ou areia, duras; pedregulho; areia com pedregulho; loess	3,5 - 5	5 - 10
IV	Rochas	> 5	> 10

III.2.2. ENSAIOS DE CAMPO PARA OBTENÇÃO DO COEFICIENTE DE COMPRESSÃO ELÁSTICA UNIFORME

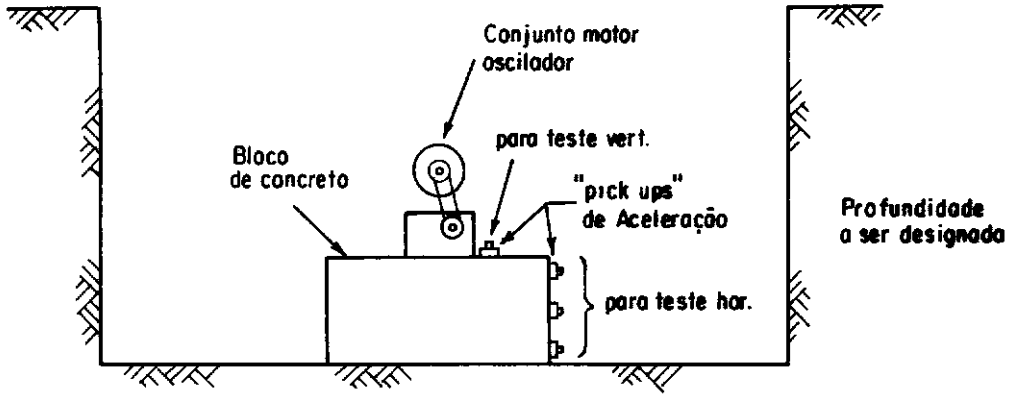
- Bloco de Ressonância

Para uma fundação de máquina sujeita a uma vibração exclusivamente vertical, através da teoria apresentada por Barkan a expressão da frequência natural, eq. (II.4.61), fornece

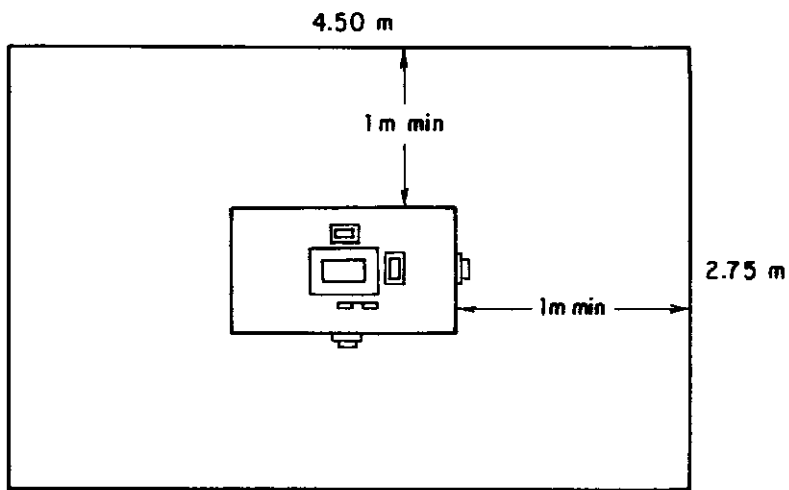
$$C_z = \frac{4 \pi^2 f_{nz}^2 m}{A} \quad (\text{III.2.5})$$

Conforme pode ser visto acima, admitindo-se que a frequência natural é a frequência de ressonância, sabendo-se o seu valor bem como o da massa total (fundação e máquina) e o da área de contato, obtêm-se o valor do coeficiente de compressão elástica uniforme " C_z ".

O ensaio para a determinação de " C_z ", consiste basicamente da análise da vibração de um bloco suportando um vibrador, para a determinação da frequência de ressonância. Pela Norma Indiana (IS5249 - 1978) o ensaio deve ser realizado em um bloco com 1,5 m x 0,75 m em planta tendo 0,70 m de altura podendo estar na superfície do terreno ou em uma escavação com dimensões 4,5 x 2,75 m em planta e uma profundidade desejável. O bloco deve estar suportando um oscilador mecânico o qual fornece uma excitação vertical através de massas desbalanceadas com frequência de operação variável (fig. III.2.1), de onde obtêm-se a frequência correspondente à máxima amplitude.



(a)



(b)

Fig. III - 2.1 - Croqui do teste de campo bloco de ressonância segundo norma Indiana (IS5249 - 1978). a) Corte b) Planta.

na sua tese de mestrado e utilizados neste trabalho.

- Teste Cíclico-Placa-Carga

Uma placa apoiada sobre o solo é submetida a carregamentos e descarregamentos repetidos que são aumentadas a cada estágio (fig. II.4.20a). Para cada descarregamento vai existir um assentamento elástico e outro residual. Da relação entre a pressão no solo e o recalque elástico (fig. II.4.20b) (eq. II.4.57) obtêm-se o valor de " C_z ".

III.3. COEFICIENTE DE COMPRESSÃO ELÁSTICA NÃO UNIFORME (C_ϕ)

III.3.1. DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO

Estando uma placa retangular, de dimensões L e B, submetida a um momento, ela vai girar de um ângulo ϕ , em torno de um eixo horizontal provocando um momento resistente, devido a rotação elástica, em um elemento de área dA igual a

$$dM = C_\phi L^2 \phi dA$$

sendo L a distância do elemento de área (dA) ao eixo de rotação.

O momento reativo total vai ser:

$$M = C_\phi \phi \int_A L^2 dA = C_\phi \phi I$$

sendo I momento de inércia da área em relação ao eixo de rotação.

Aproveitando a solução de POLSHIN (in BARKAN (8)) Barkan, admitiu o ângulo de rotação de uma placa retangular r̃ígida como igual ã média dos ângulos de rotação de uma retangular fle_xível, obtendo a solução para este ângulo bem como a expressão de C_ϕ

$$C_\phi = \frac{K_\phi E}{\sqrt{A} (1-\nu^2)} \quad (\text{III.3.1})$$

$$\alpha = L/B$$

Barkan fornece a expressão de k_ϕ em função de α , porém foi verificado neste trabalho que os resultados obtidos pela expressão não coincidem com os resultados dados pelo próprio Barkan utilizando a expressão de k_ϕ . Supõe-se que, como aconteceu na expressão de C_s , tenha havido um erro de impressão.

Através de experiências o seguinte valor de C_ϕ pode ser usado (MAJOR (18))

$$C_\phi = 2 C_z \quad (\text{III.3.2})$$

III.4. COEFICIENTE DE CORTE ELÁSTICO UNIFORME (C_T)

III.4.1. DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO

Por experiências, sob condições iguais às apresentadas para a compressão, existe uma relação linear entre o deslizamento elástico de uma fundação e a média da tensão de cisalhamento

desenvolvida ao longo da área de contato da fundação e o solo

$$P_X = C_\tau \times \quad (III.4.1)$$

As seguintes expressões para C_τ foram determinadas através de ensaios, podendo serem utilizadas:

$$\frac{C_z}{C_\tau} = 2 \quad (\text{BARKAN (8)}) \quad (III.4.2)$$

$$\frac{C_z}{C_\tau} = 1,73 \quad (\text{Norma Indiana, 155249}) \quad (III.4.3)$$

$$C_{\tau 2} = C_{\tau 1} \sqrt{\frac{A_1}{A_2}} \quad (III.4.4)$$

III.4.2. ENSAIO DE CAMPO PARA OBTENÇÃO DO COEFICIENTE DE CORTE ELÁSTICO UNIFORME

- Bloco de Ressonância

Para a determinação do coeficiente de compressão uniforme " C_z " o bloco é submetido a uma excitação vertical. Na determinação do coeficiente de corte elástico uniforme " C_τ " o oscilador vai fornecer uma força horizontal no topo do bloco. Esta força vai provocar uma vibração no modo horizontal acoplado com o modo de rotação. Do acoplamento, e admitindo-se " C_ϕ " quatro vezes " C_τ " obtêm-se a expressão de " C_τ " em função da frequência de ressonância do modo horizontal " f_{nx} ".

No ensaio, "f_{nx}" é obtida analisando o deslocamento horizontal para várias frequências de operação do oscilador.

Este ensaio também, foi realizado por RIBERIRO (25) porém não é assunto deste trabalho.

III.5. COEFICIENTE DE CORTE ELÁSTICO NÃO UNIFORME (C_ψ)

III.5.1. DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO

Para uma fundação submetida a um momento torçor a expressão do momento resistente para a rotação elástica vai ser:

$$M_z = C_{\psi} I_z \psi$$

C_ψ = coeficiente de compressão elástico não uniforme;

I_z = momento polar de inércia da área de contato;

ψ = ângulo de rotação elástico.

Por experiências realizadas por Barkan podemos adotar o valor de C_ψ como:

$$C_{\psi} = 1,5 C_{\tau} \quad (\text{III.5.1})$$

III.6. COEFICIENTE DE POISSON (ν)

III.6.1. DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO

Da teoria de propagação de ondas no semi-espaco elástico obtêm-se a seguinte expressão do coeficiente de Poisson em função das ondas de compressão, Rayleigh e cisalhante:

$$\frac{v_R^2}{v_C^2} = \frac{v_R^2}{v_S^2} \left(\frac{1 - 2\nu}{2 - 2\nu} \right) \quad (\text{III.6.1})$$

onde

v_R = velocidade da onda de "Rayleigh";

v_S = velocidade da onda cisalhante;

v_C = velocidade da onda de compressão;

ν = coeficiente de Poisson.

Segundo RICHART (27) o valor de v_R é aproximadamente igual a v_S em especial para valores do coeficiente de Poisson entre 0,25 e 0,50. Logo:

$$\nu = \frac{1 - 2 \left(\frac{v_S}{v_C} \right)^2}{2 - 2 \left(\frac{v_S}{v_C} \right)^2} \quad (\text{III.6.2})$$

Segundo RICHART, HALL e WOODS (29) os valores encontrados para o coeficiente de Poisson varia de 0,25 a 0,35 para solos não coesivos e 0,35 a 0,45 para solos coesivos, podendo-se utilizar 0,33 para solos não coesivos e 0,40 para solos coesi-

vos.

Segundo BARKAN (8) Tsytoovich recomenda para areia $\nu = 0,15 \text{ a } 0,25$; para argila com areia e silte, $\nu = 0,30 \text{ a } 0,35$ e para argila pura $0,35 \text{ a } 0,40$.

III.7. MÓDULO CISALHANTE (G)

III.7.1. DETERMINAÇÃO DO PARÂMETRO

O solo desenvolve uma relação tensão cisalhante-deformação com comportamento inelástico não-linear quando carregada por forças externas simples e repetidas. Resultados de apropriados testes de laboratório para solos coesivos e não coesivos permitiram o desenvolvimento de típicas curvas tensão deformação as quais podem ser aproximadas para as curvas analíticas "Ramberg-Osgood" para o caso dinâmico.

A curva tensão cisalhante-deformação cisalhante, para deformações do solo, exibe uma deformação com continua perda de resistência *strain softening* conforme a fig. (III.7.1) (RICHART e WYLIE (30)), tendo uma inclinação inicial, na origem, G_0 (módulo cisalhante máximo) e uma inclinação zero na tensão cisalhante máxima.

Testes de laboratório, como o cisalhante direto, compressão triaxial e o simples cisalhante oscilatório, podem fornecer diretamente informações sobre o módulo cisalhante medindo a força aplicada e a deformação da amostra. Outros testes como

a coluna ressonante (laboratório), *cross-hole* e método de propagação de ondas de superfície (campo) calculam o módulo cisalhante indiretamente, medindo a velocidade de propagação da onda cisalhante (v_s) e introduzindo-a na expressão

$$G = \rho v_s^2 \quad (\text{III.7.1})$$

sendo ρ a densidade do solo. Estes testes, onde fornecem a velocidade de propagação da onda cisalhante, serão descritos no próximo item deste capítulo.

Pode-se, também, obter o valor do módulo cisalhante (G) através da determinação do coeficiente de compressão elástica uniforme (C_z). Obtêm-se o módulo de elasticidade (E) (eq. (III.2.2)) e introduz na expressão

$$G = \frac{E}{2(1 - \nu)} \quad (\text{III.7.2})$$

HARDIN e BLACK, 1968 (in RICHART, HALL e WOODS (29)). indicaram os seguintes fatores que influenciam no módulo cisalhante do solo:

- média efetiva pressão confinante ($\bar{\sigma}_0$);
- razão de vazios (e);
- história das tensões e vibrações no ambiente (H);
- grau de saturação (S);
- tensão cisalhante octaédrica (τ_0);
- característica por grãos (C);

- amplitude de deformação (A);
- frequência de vibração (f);
- efeitos secundários que são função do tempo e magnitude do aumento de tensão (t);
- estrutura do solo (θ);
- temperatura (T).

Testes de laboratório em areias claras com baixa amplitude de deformação cisalhante (menor do que 10^{-5} in/in) demonstraram que o módulo cisalhante é principalmente uma função da razão de vazios (e) e da média efetiva da pressão confinante ($\bar{\sigma}_0$). Larga amplitude de deformação cisalhante causa uma redução no módulo cisalhante. A figura (III.7.2) mostra a variação do módulo cisalhante (G) em função da variação da deformação cisalhante para solos argilosos (in RICHART (28)).

HARDIN (1961) e HARDIN e RICHART (1963) realizaram testes de coluna ressonante para solos não coesivos. A partir dos resultados destes testes foram apresentadas as seguintes equações empíricas que mostram a influência da razão de vazios (e) e da média efetiva pressão confinante no valor da velocidade da onda cisalhante (in RICHART (28)) sendo v_s dado em pés por segundo e σ_0 em libras por pés quadrados:

$$v_s = (170 - 78,2 e) (\bar{\sigma}_0)^{0,25} \quad (\text{III.7.3})$$

para solos não coesivos com grãos redondos ($e < 0,8$), e

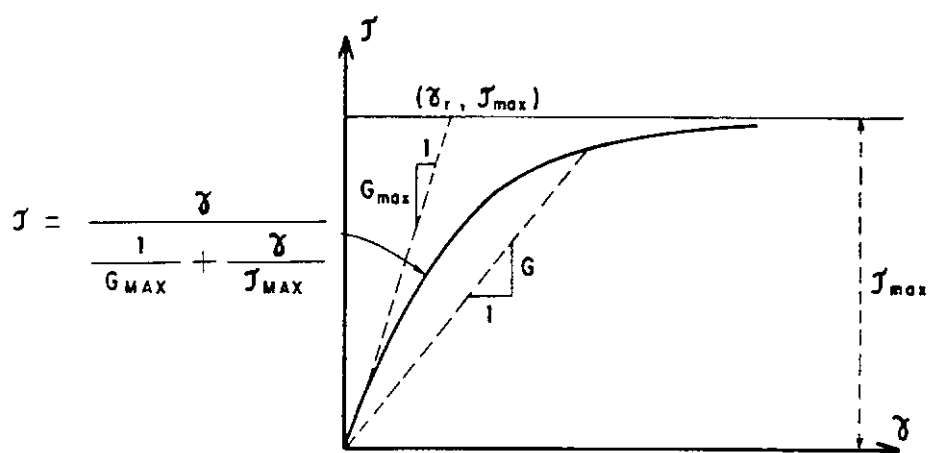


Fig. III-7.1 - Relação Hiperbólica tensão cisalhante - deformação cisalhante.

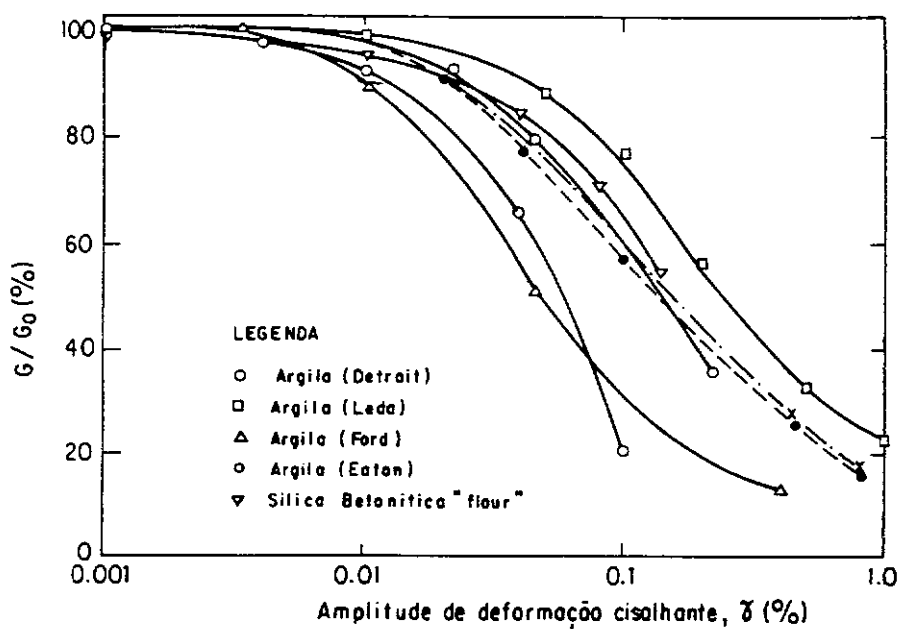


Fig. III-7.2 - Efeito da deformação cisalhante no módulo cisalhante (apud Richard and Wylie(30)).

$$v_S = (159 - 53,5 \text{ e}) (\bar{\sigma}_0)^{0,25} \quad (III.7.4)$$

para solos com grãos angulares.

III.7.2. ENSAIOS DINÂMICOS PARA OBTENÇÃO DA VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO DAS ONDAS CISALHANTES

- Teste de Coluna Ressonante

O teste da coluna ressonante tem sido o teste de laboratório padrão para determinar a velocidade da onda cisalhante. Estes testes tem a vantagem de adaptar a amostra às condições desejáveis como, por exemplo, pressão confinante, razão de vazios, etc e, como desvantagem pode-se dizer a questão da representatividade da amostra.

Nesta técnica, uma coluna cilíndrica, é excitada por torção a diferentes frequências até que seja determinada a frequência de ressonância, a partir da qual se calcula a velocidade da onda cisalhante.

- Teste Pelo Método de Propagação de Ondas de Superfície

O teste pelo método de propagação de ondas de superfície é um ensaio de campo e tem a vantagem de determinar a velocidade de propagação da onda cisalhante, no solo, sem nenhum desvio que comprometa a real representatividade do mesmo.

Este método consiste na determinação das ondas de "Rayleigh". Qualquer excitação harmônica em um ponto da superfície do solo, como por exemplo, uma base suportando um vibrador que induz uma força harmônica vertical, vai provocar ondas de superfície

ficie chamada ondas de "Rayleigh", as quais tem um comportamento que pode ser representado por movimento harmônico (fig. (III.7.3)). A distância entre qualquer dois sucessivos picos é equivalente ao comprimento de onda "Rayleigh" (L_R) e essas distâncias são medidas pela Norma Indiana, IS5249-1978, (in PRAKASH (22) através de dois geofones, um situado a 30 cm do ponto da excitação e o outro ao longo da onda.

Sabendo o valor do comprimento da onda de "Rayleigh" obtêm-se o valor da velocidade da onda correspondente pela seguinte expressão:

$$v_R = f L_R \quad (III.7.5)$$

sendo "f" a frequência de vibração aplicada. Conforme anteriormente exposto no item III.6

$$v_R \cong v_S \quad (III.7.6)$$

tem-se

$$v_S = f L_R \quad (III.7.7)$$

A profundidade atingida pela onda de "Rayleigh" vai ser a metade do seu comprimento, conhecendo-se com isto a profundidade atingida e a velocidade da onda cisalhante correspondente. Pelas equações (III.7.1 e III.7.2) obtêm-se o valor do módulo cisalhante e do módulo de elasticidade.

Diminuindo a frequência de excitação, aumenta o comprimento de onda e a profundidade atingida. Logo, para vários tes

tes com diferentes frequências de excitação obtêm-se o módulo cisalhante e o módulo de elasticidade para várias profundidades.

Ensaio desta natureza foram realizados pela WES (FRY (13)), como será descrito no capítulo seguinte:

-Testes Pelos Métodos de Propagação de Ondas

Cross-Hole, Up-Hole e Down-Hole

Por este método avalia-se *in situ* a velocidade da onda cisalhante na profundidade desejada. Eles consistem basicamente na técnica em que se dá um impulso em um ponto no solo, e um equipamento situado em outro ponto do solo determina a chegada e o tempo de percurso da onda. Sabendo-se a distância percorrida e o tempo gasto pode-se determinar a velocidade da onda.

O método *Cross-Hole* consiste da utilização de dois ou mais buracos no solo com as profundidades que se deseja determinar a velocidade da onda cisalhante. Em um buraco dá-se o impulso e em outro, com distância conhecida do primeiro, coloca-se o receptor do equipamento que vai medir a chegada e o tempo percorrido (fig. (III.7.4)).

O método *Up-Hole* consiste de um único buraco. Na profundidade que se deseja obter a velocidade da onda dá-se o impulso, e na superfície coloca-se um receptor onde vai medir a chegada e o tempo gasto (fig. (III.7.5)).

O método *Down-Hole* é o inverso do *Up-Hole* dá-se o impulso na superfície e coloca os receptores nas profundidades desejada (fig. (III.7.6)).

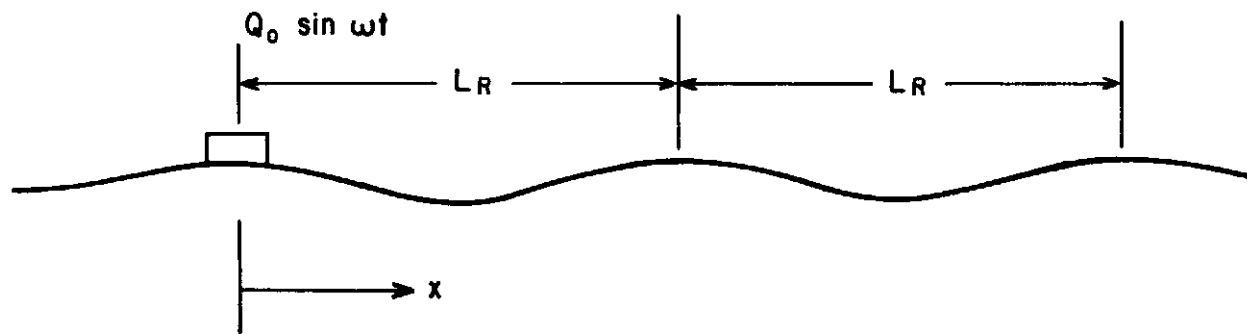


Fig. III - 7.3 - Comportamento das ondas de superfície no semi-espaço elástico.

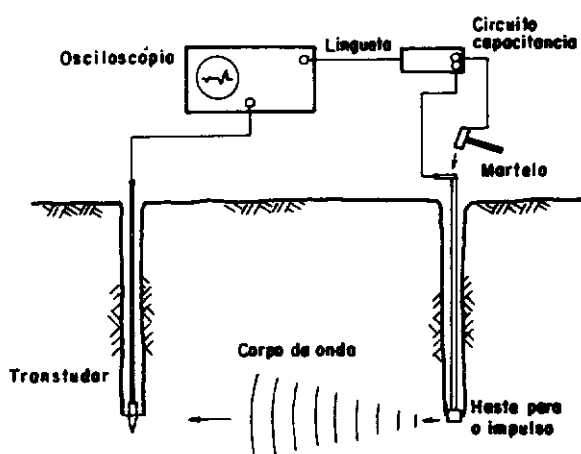


Fig. III - 7.4 - Croqui mostrando o ensaio "CROSS - HOLE".

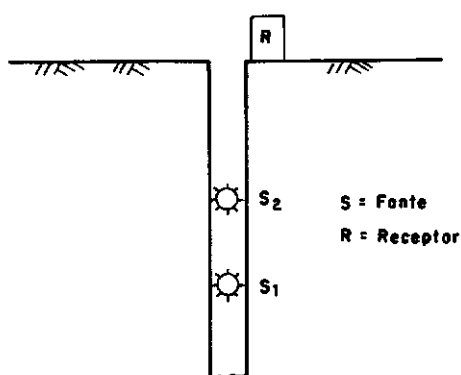


Fig. III - 7.5 - Croqui mostrando o ensaio "UP - HOLE".

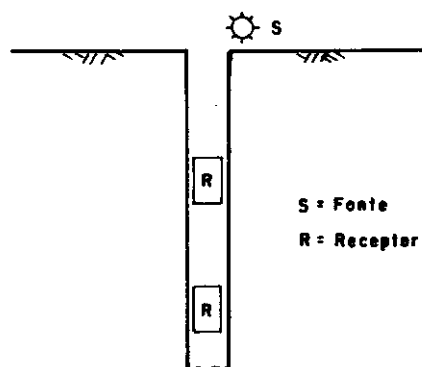


Fig. III - 7.6 - Croqui mostrando o ensaio "DOWN - HOLE".

CAPÍTULO IV

ESTUDOS DE ENSAIOS DE CAMPO

IV.1. INTRODUÇÃO

O escopo deste trabalho consiste de comparar os resultados de análises do comportamento dinâmico de fundações submetidas à excitações harmônicas verticais, os quais foram obtidos através dos dois métodos de cálculo mais usuais, apresentados no Capítulo II, com ensaios de campo. No decorrer deste trabalho não foi realizado nenhum ensaio, porém utilizou-se de resultados de ensaios feitos através de fundações suportando um vibrador mecânico, o qual fornecia amplitude da força em função da frequência ($Q = m_e \text{ e } \omega^2 \text{ sen } \omega t$). Esses testes foram realizados por engenheiros da U.S. ARMY ENGINEER WATERWAYS EXPERIMENT STATION (WES) e Ribeiro.

Para escolha desses ensaios foram levados em conta os seguintes tópicos:

i) apresentam gráficos da amplitude do deslocamento vertical em função da frequência de operação do vibrador;

ii) apresentam, obtidos através de ensaios, parâmetros suficientes para realização dos cálculos;

iii) foram realizados em três tipos de solo: nos ensaios realizados pela WES as fundações foram apoiadas em solos americanos, coesivo e não coesivo, e os realizados por Ribeiro em solo tropical;

iv) o primeiro foi realizado em bases circulares enquanto o segundo em bases retangulares;

v) os ensaios realizados pela WES são confiáveis, sendo reconhecidos por autores conceituados como Richart e Whitman;

vi) os ensaios realizados por Ribeiro são ensaios que compõem uma tese de mestrado da COPPE podendo, logicamente, serem confiáveis.

A seguir será feito um resumo dos dois ensaios de campo realizados pela WES e por Ribeiro (25).

IV.2. TESTES REALIZADOS PELA WES (FRY (13))

Esses ensaios de campo foram realizados em Vicksburg (WES) e Eglin Air Force Base, Fla, dois diferentes tipos de solo, com a finalidade de obter dados para resolver problemas que apareciam em projetos de fundações de equipamentos de radar ou outras estruturas, com exigências de estabilidade extremamente altas, sob carregamentos dinâmicos. A operação da antena do radar produz

vibrações no interior da estrutura e ao mesmo tempo são equipados com equipamentos de controle extremamente sensíveis. Subseqüentemente, planos foram formulados para estudar o efeito da área de contato da carga e da pressão de contato estática nas propriedades elásticas das fundações.

Os ensaios vibratórios foram conduzidos, construindo-se bases de concreto circulares de diversas dimensões suportando um vibrador que produzia forças de excitação harmônicas de várias amplitudes nos modos vertical, torcional e rotacional. Foram analisados tanto o deslocamento como o ângulo de fase entre o deslocamento e a força de excitação para diversas frequências de operação do vibrador.

IV.2.1. DETERMINAÇÃO DOS COMPONENTES DOS ENSAIOS

SOLO

Primeiramente optou-se em realizar ensaios em uma área plana no reservado do U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station (WES), Vicksburg, onde o solo é um *loess* e é classificado como uma argila siltosa (CL). Um *lay-out* da área do ensaio e dos resultados da umidade e densidade obtidos em amostras podem ser vistos nas figuras IV.2.1 e IV.2.2. O nível d'água estava aproximadamente a uma profundidade de 16 pés.

Posteriormente foram feitas análises semelhantes na Base da Força Aérea Eglin, Fla, onde o solo se classificava como areia fina uniforme não plástica (SP). Um *lay-out* da área de ensaio e resultados da umidade e densidade obtidas em amostras podem ser vistos nas figuras IV.2.3 e IV.2.4. O nível d'água

não foi encontrado em nenhum dos furos de sondagem devido a sua grande profundidade.

Ensaio pelo método sísmico e pelo método de propagação de ondas de superfície foram realizados para determinar as velocidades das ondas de compressão (v_c) e cisalhante (v_s) respectivamente. Conseqüentemente, os módulos de elasticidade e cisalhante bem como o coeficiente de Poisson foram determinados.

BASE

Para os ensaios, foram escolhidas bases de concreto de geometria circular, com diversos tamanhos e pesos, apoiadas na superfície do solo. Essas bases tanto para WES como para Eglin foram construídas *in situ* sendo designadas bases 1, 2, 3, 4, tendo como respectivos diâmetros da área de contato com o solo 62,0; 87,6; 107,6; 124,0 polegadas. Posteriormente, objetivando análises, foram construídas a base 16 com 19,2 polegadas de diâmetro na superfície no local de ensaios WES e a base 5 de 87,6 polegadas de diâmetro, enterrada no local de ensaios Eglin. As figuras IV.2.1, IV.2.3, IV.2.5 e IV.2.6. mostram a localização e as dimensões das bases.

EQUIPAMENTOS

i) Vibrador

O equipamento excitante utilizado foi um gerador de vibração com força motriz auto contida, baixa frequência, capaz de desenvolver forças senoidais e momentos em diversas direções. Este consiste de dois motores montados em paralelo conectados por engrenagens com uma massa excêntrica em cada extremidade dos eixos. As massas desbalanceadas pesavam 339 lb cada, e sua

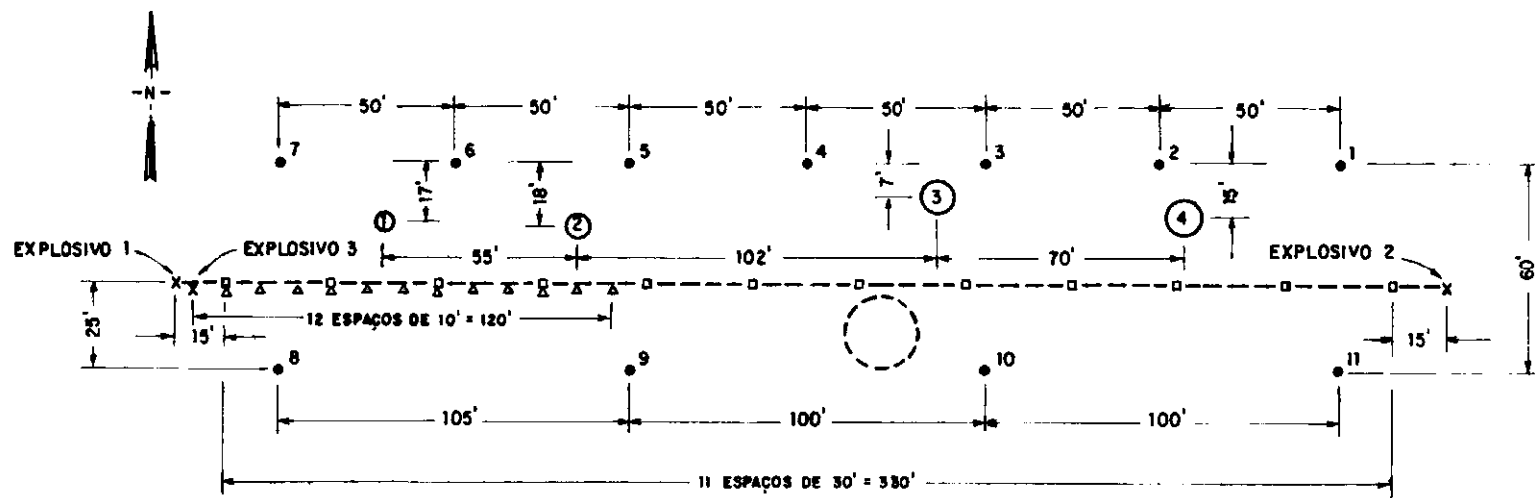
excentricidade podia variar de zero a cento e oitenta graus, ou de zero a quatro polegadas, podendo ser ajustadas para produzir forças verticais, torcionais ou de rotação com amplitudes variantes. Assim, sendo as forças e momentos funções da excentricidade e frequência (m e ω^2), variando a excentricidade variava a amplitude da força para uma mesma frequência. Nestes ensaios a massa desbalanceada foi constante. A tabela IV.2.1. fornece alguns valores da amplitude da força para excentricidade 0,105; 0,209; 0,314; 0,418 polegadas em diversas frequências de operação do vibrador, o qual foi centrado simetricamente na superfície de cada base e preso por seis parafusos.

ii) Equipamentos de medição

ii.1) Deslocamentos

O equipamento utilizado para medir o deslocamento tanto o vertical como o horizontal foi o *pickup* de velocidade, fabricado pela MB Eletronics Company, que consiste de uma serpentina movendo-se através de um campo magnético.

Os *pickups* de velocidades foram montados em suportes cimentados à superfície da base, localizados no centro e no perímetro da mesma. O *pickup* do centro tinha a finalidade de medir o deslocamento vertical. Os da periferia, posicionados em eixos passando através do centro do vibrador sendo um paralelo e outro perpendicular aos eixos do motor mediam: para testes no modo vertical, deslocamentos vertical, e horizontal se houvesse; no modo torcional deslocamento horizontal; no modo rotacional deslocamento vertical.



LEGENDA:

- BASE DE CONCRETO ARMADO PARA MONTAGEM DO VIBRADOR
- ② LOCAÇÃO APROXIMADA DA BASE 16
- 7 { BURACOS
(20 PÉS DE PROFUNDIDADE) PARA RETIRADA DAS AMOSTRAS
- — — — □ LOCAÇÕES DOS SISMÓGRAFOS, NA SUPERFÍCIE DO TERRENO, PARA DETERMINAÇÕES SÍSMICAS.
- △ — — — △
- X LOCAÇÕES DE EXPLOSIVOS PARA DETERMINAÇÕES SÍSMICAS

NOTA: O BURACO 3 FOI A LOCALIZAÇÃO PARA A DETERMINAÇÃO DO LENÇOL D'ÁGUA

Fig. IV-2.1 - Layout da área dos testes WES (apud Fry (13)).

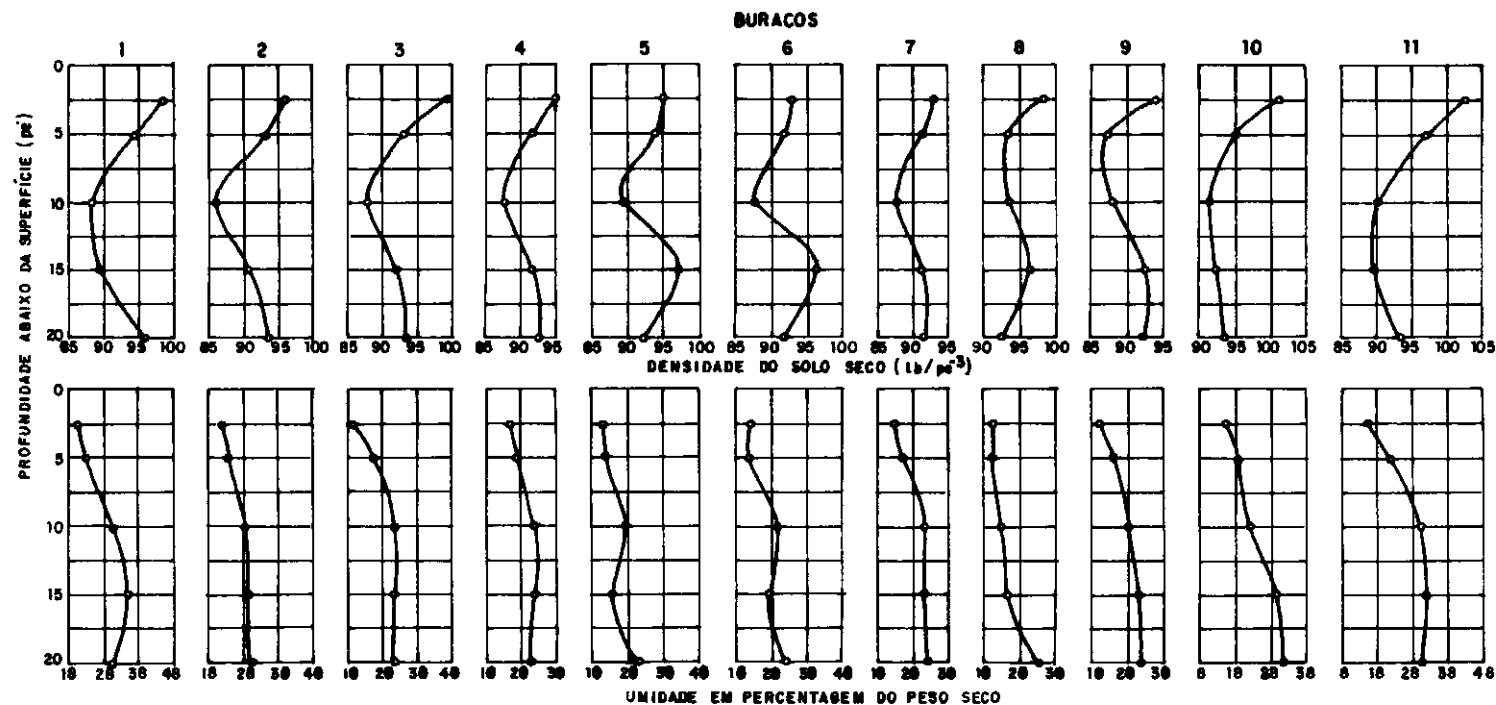
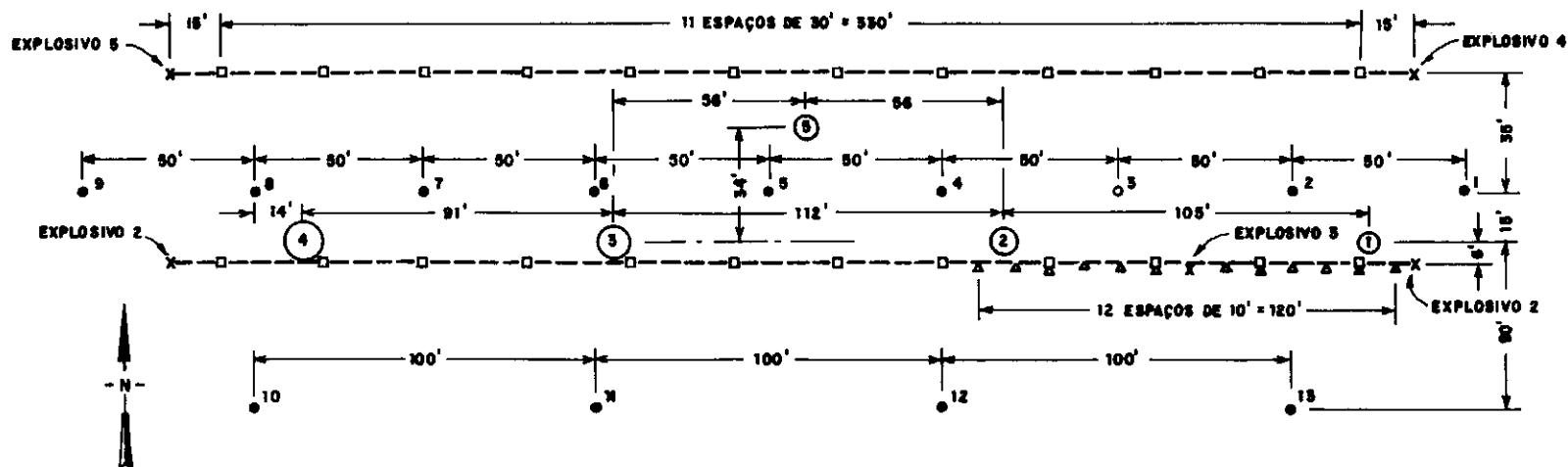


Fig. IV-2.2 - Densidade e umidade da área dos testes WES antes da construção das bases.(apud Fry (13)).



LEGENDA:

- ② BASE DE CONCRETO ARMADO PARA MONTAGEM DO VIBRADOR
- 7 BURACOS (25 PÉS DE PROFUNDIDADE) PARA RETIRADA DAS AMOSTRAS
- — — □ LOCAÇÕES DOS SISMÓGRAFOS, NA SUPERFÍCIE DO TERRENO, PARA DETERMINAÇÕES SÍSMICAS
- △ — — △
- X LOCAÇÕES DOS EXPLOSIVOS PARA DETERMINAÇÕES SÍMICAS

Fig. IV-2.3 - Layout da área dos testes EGLIN (apud Fry (13)).

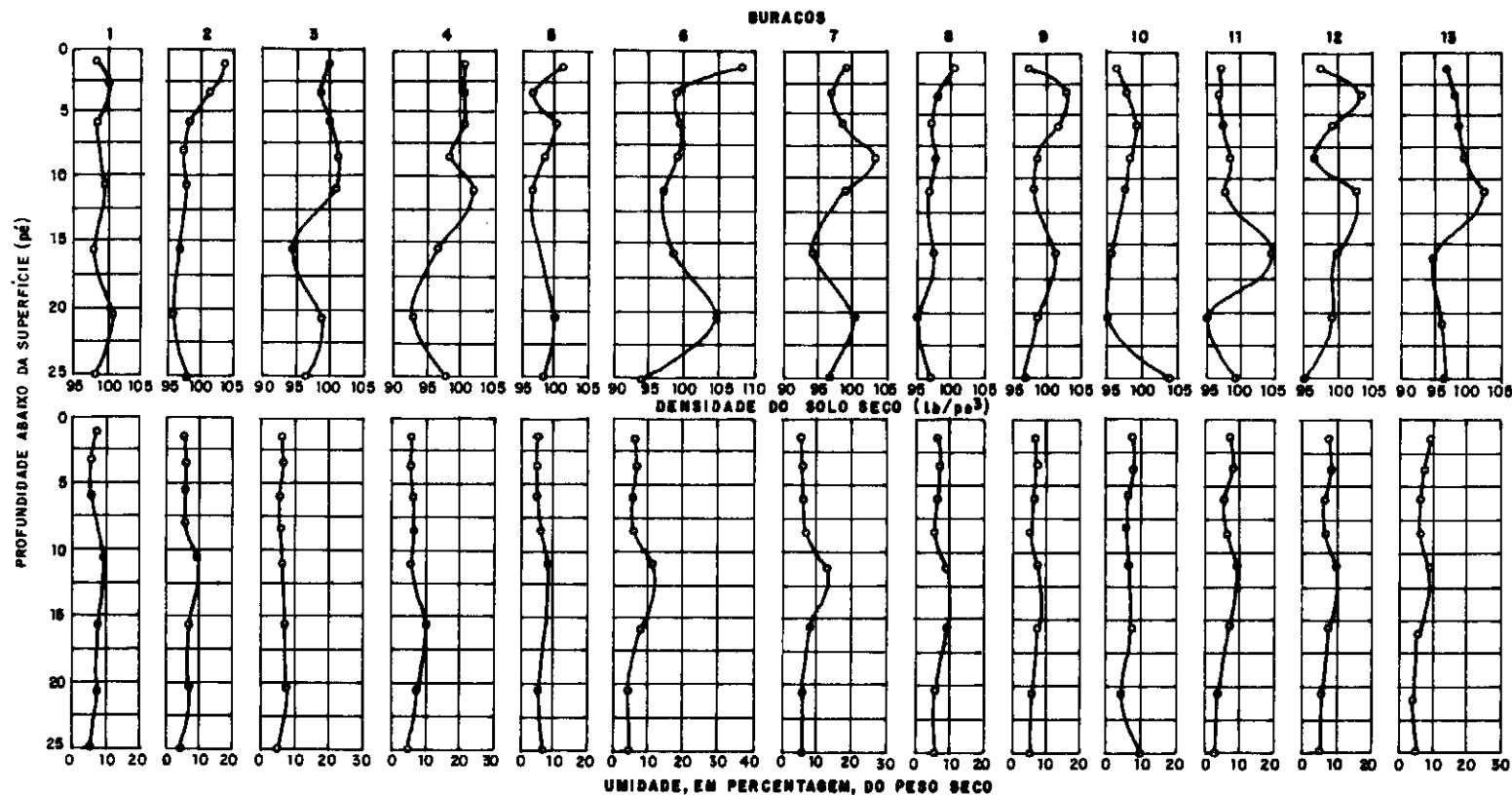


Fig. IV-2.4 - Densidade e umidade da área dos testes EGLIN antes da construção das bases (apud Fry (13)).

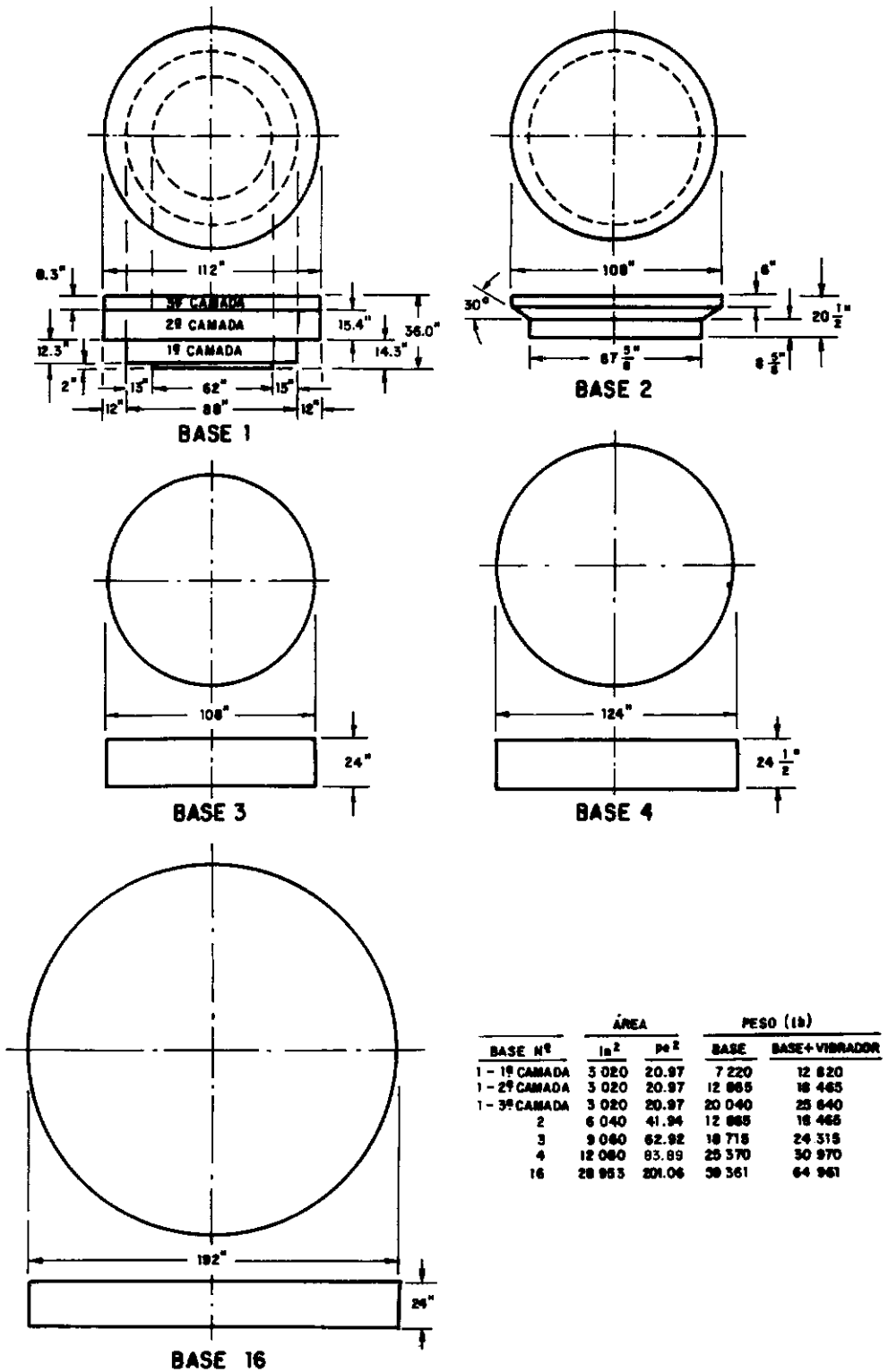


Fig. IV-2.5 - Planta e elevação das bases dos testes em WES (apud Fry (13)).

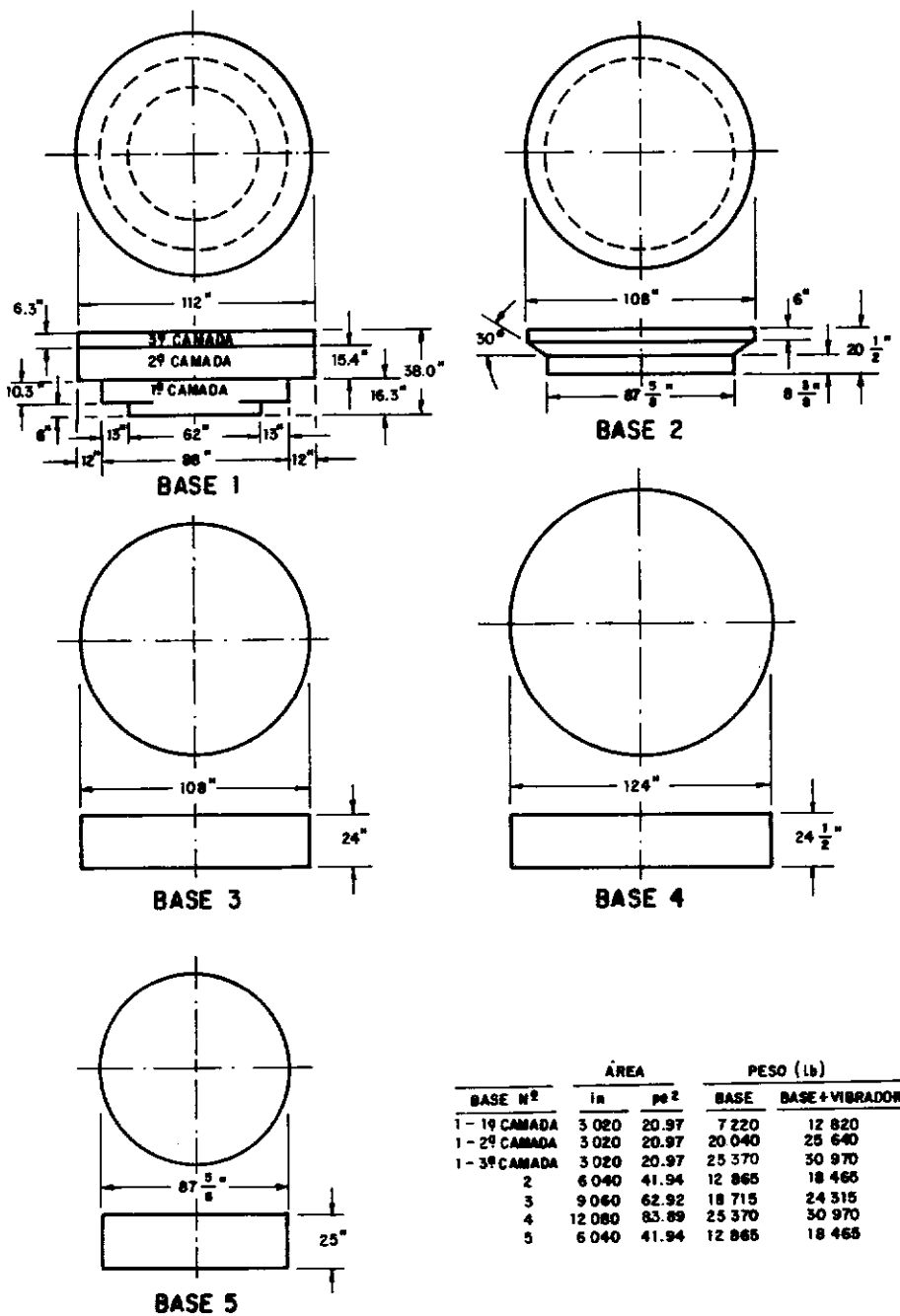


Fig. IV-2.6 - Planta e elevação das bases dos testes em EGLIN (apud Fry(13)).

Tab. IV.2.1 - Amplitudes das forças de excitação (1b)
 nos ensaios apresentados por Fry (13) em
 função da freqüência de operação e da ex-
 centricidade da massa desbalanceada

Frequência de operação (cps)	Excentricidade da massa desbalanceada			
	0,105 in	0,209 in	0,314 in	0,418 in
8,0	935	1855	2790	3695
9,0	1180	2350	3530	4680
10,0	1460	2910	4365	5790
14,0	2860	5690	8550	11330
15,0	3285	6540	9825	13020
18,0	4725	9410	14140	18730
21,0	6440	12820	19260	25520
24,0	8405	16730	25140	33310

ii.2) Ângulo de fase

Para medir o ângulo de fase foi utilizado um acelerômetro *Statham* em conjunto com um amplificador tipo carregador e um filtro *cutoff* de 35 cps.

IV.2.2. ENSAIOS

MODO VERTICAL

Esses ensaios foram realizados tanto em WES bem como em Eglin para as bases descritas anteriormente. Foram feitas análises para dois casos:

i) peso da fundação mais o vibrador constante e área de contato da fundação com o solo variando. Logicamente, pressão de contato também variando;

ii) pressão de contato constante sendo o peso da fundação mais o vibrador e a área de contato variantes.

A variação da área era feita através das bases pois estas tinham dimensões diferentes. Os pesos eram controlados através de lastros compostos de lingotes de chumbo pesando 200 lb cada. Estes eram colocados simetricamente sobre o vibrador na superfície da base.

As forças senoidais eram aplicadas com o vibrador sobre um domínio de frequências entre 6 a 30 cps. Para a série de ensaios individuais as excentricidades das massas desbalanceadas foram 0,105; 0,209; 0,314 e 0,418 polegadas, apresentando gráficos da amplitude do deslocamento vertical e ângulo de fase em

função das frequências de excitação.

MODOS TORCIONAL E ROTACIONAL

O vibrador foi ajustado para produzir forças nos modos torcional e rotacional. Os ensaios foram realizados para as bases já citadas, sem nenhuma preocupação com o peso nem pressão estática. O vibrador foi utilizado para o mesmo domínio de frequência e as mesmas excentricidades aplicadas no modo vertical. Foram apresentados os gráficos das amplitudes dos deslocamentos e ângulos de fase em função da frequência de excitação.

ENSAIOS PARA A DETERMINAÇÃO DAS PROPRIEDADES DO SOLO

Antes da construção das bases, foram feitas, tanto em WES como em Eglin, investigações sísmicas superficiais nas áreas dos locais de ensaio. Os sismógrafos foram colocados em uma linha na superfície do terreno, e cargas explosivas foram detonadas em cada final da linha (figuras IV.2.1 e IV.2.3). Pela distância percorrida e o tempo de percurso, determinou-se a velocidade das ondas de compressão (figuras IV.2.7 e IV.2.8).

Testes pelo método de propagação de ondas de superfície foram realizados medindo o comprimento das ondas de vibração (Rayleigh) produzidas pelos vibradores montados nas bases e por um vibrador eletrodinâmico de uma baixa, alta frequência. As figuras IV.2.9 e IV.2.10 mostram o número de comprimentos de onda em função da distância ao ponto de origem da vibração e das frequências de excitação utilizada. Para cada frequência obteve-se o valor da velocidade de ondas cisalhantes ($v_s = f L_R$) na

profundidade $L_R/2$ (figuras IV.2.11 e IV.2.12) e, conseqüentemente os módulos cisalhante (G) e de elasticidade (E) (figuras IV.2.13 e IV.2.14).

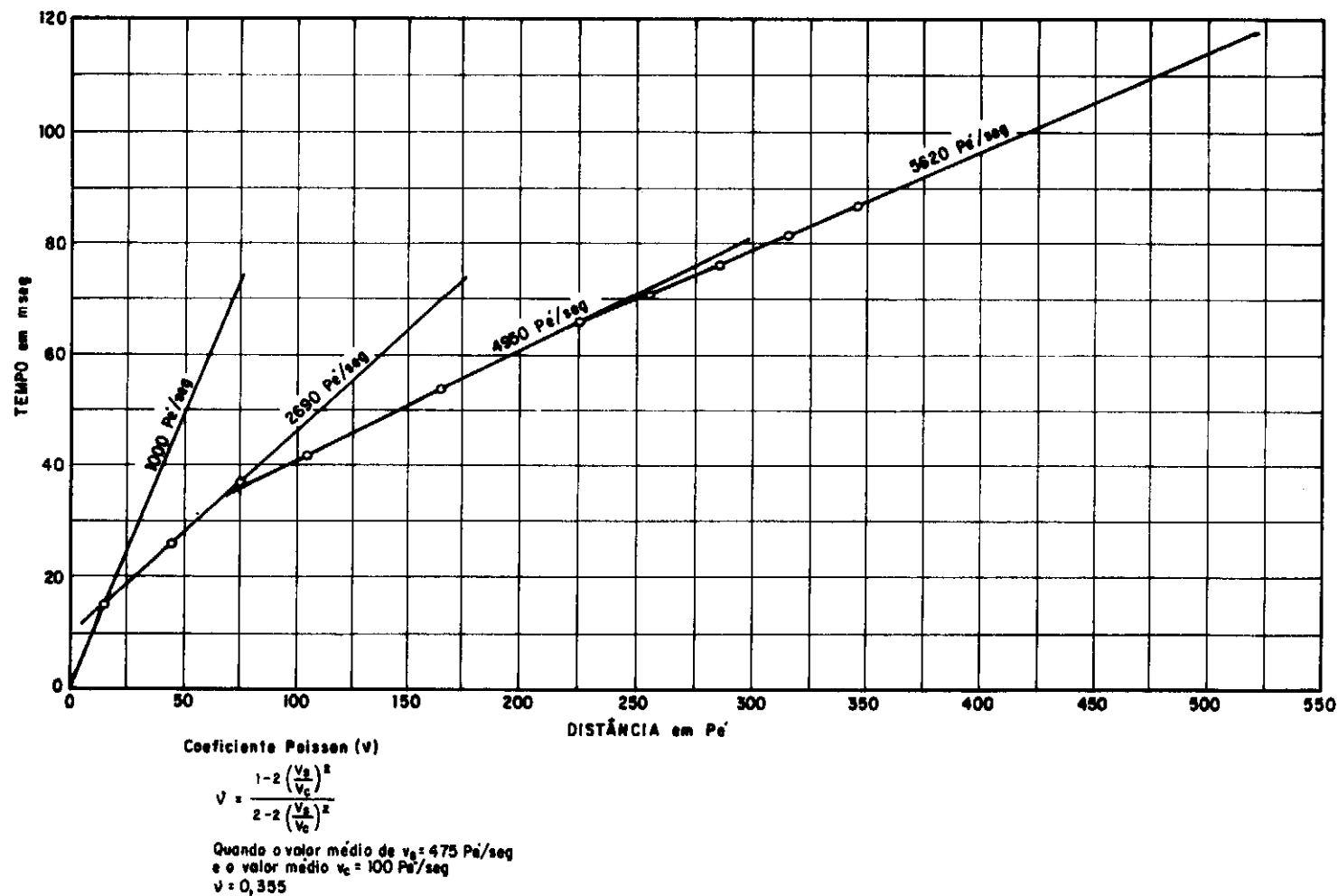
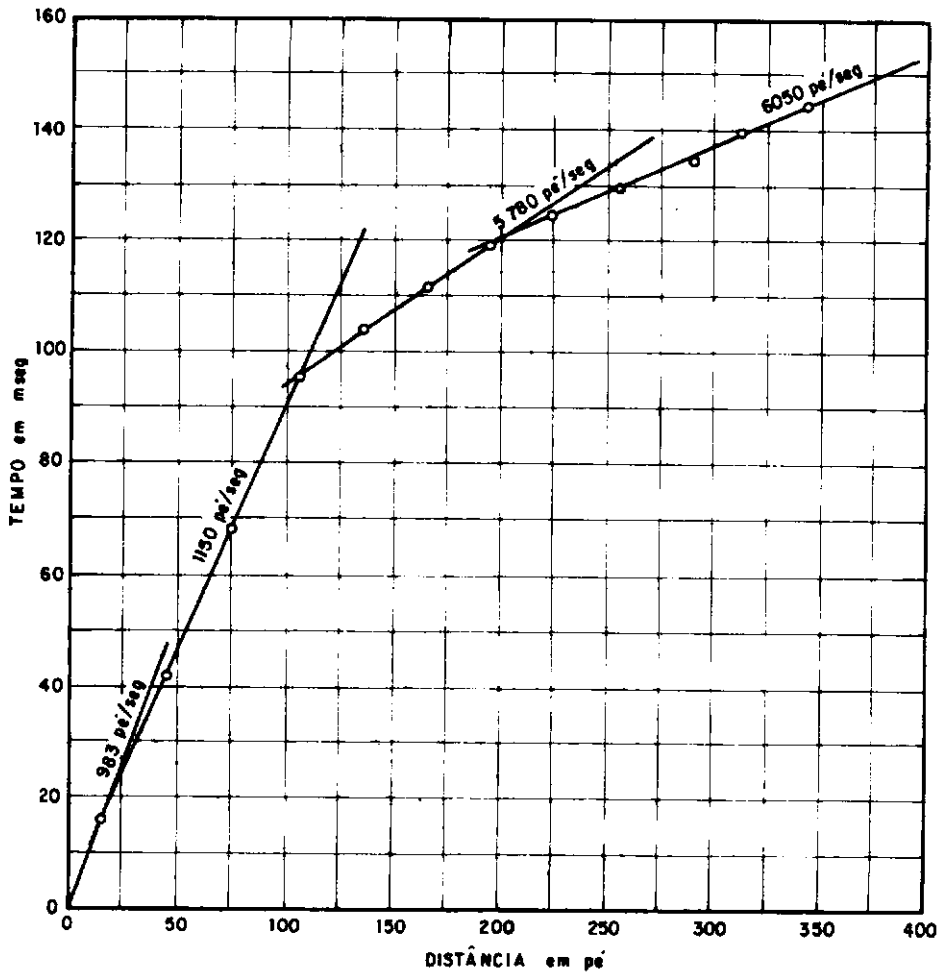


Fig. IV-2.7 - Velocidades de onda pelas investigações sísmicas superficiais em WES (apud Fry (13)).



Coefficiente Poisson (ν)

$$\nu = \frac{1 - 2 \left(\frac{v_s}{v_c} \right)^2}{2 - 2 \left(\frac{v_s}{v_c} \right)^2}$$

Quando o valor média de $v_s = 250$ pé/seg

e o valor média $v_c = 1044$ pé/seg

$\nu = 0,472$

Fig. IV-2.8 - Velocidades de onda pelas investigações sísmicas superficiais em EGLIN (apud Fry (13)).

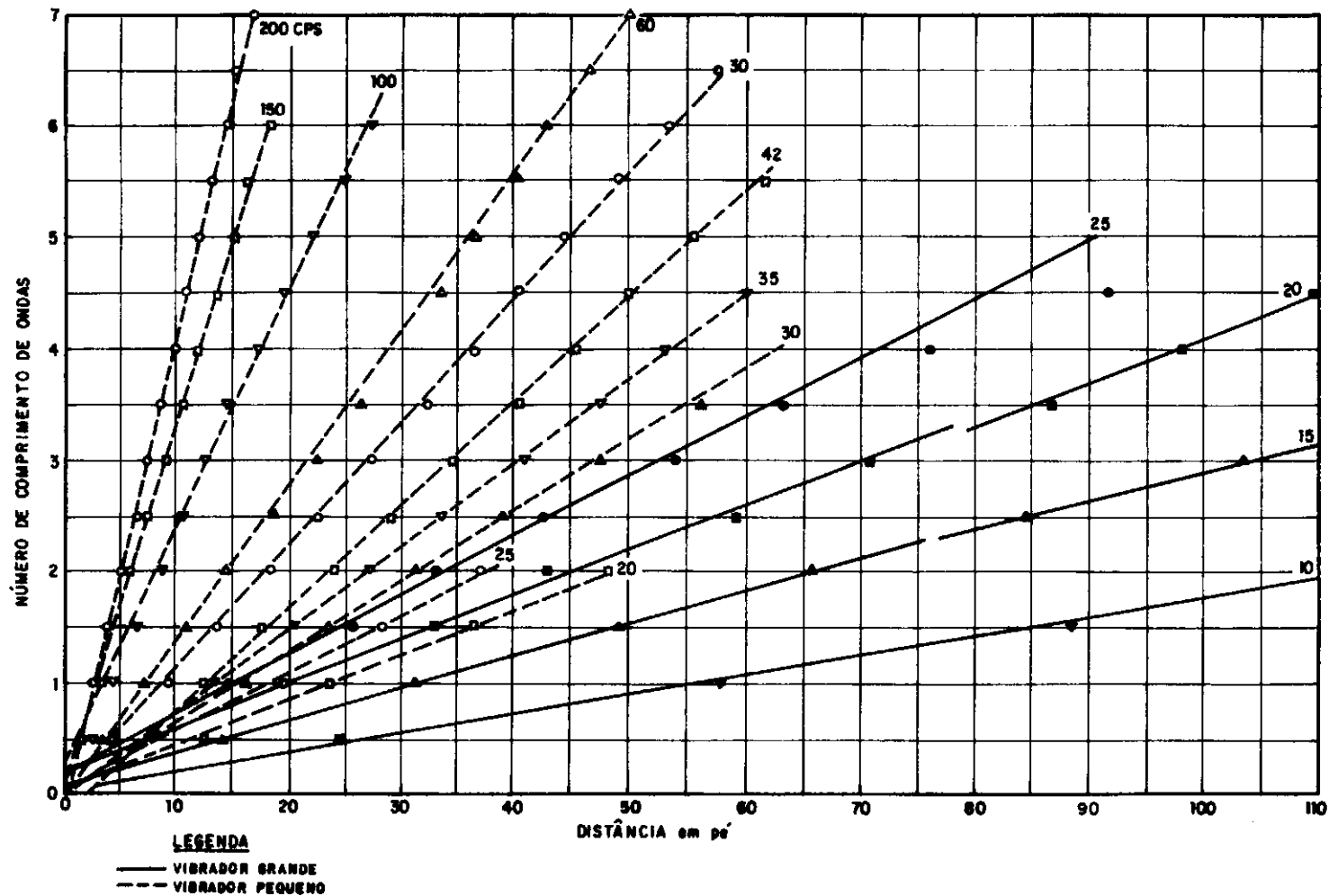


Fig. IV-2.9 - Determinação do comprimento de onda Rayleigh em WES (apud Fry(13)).

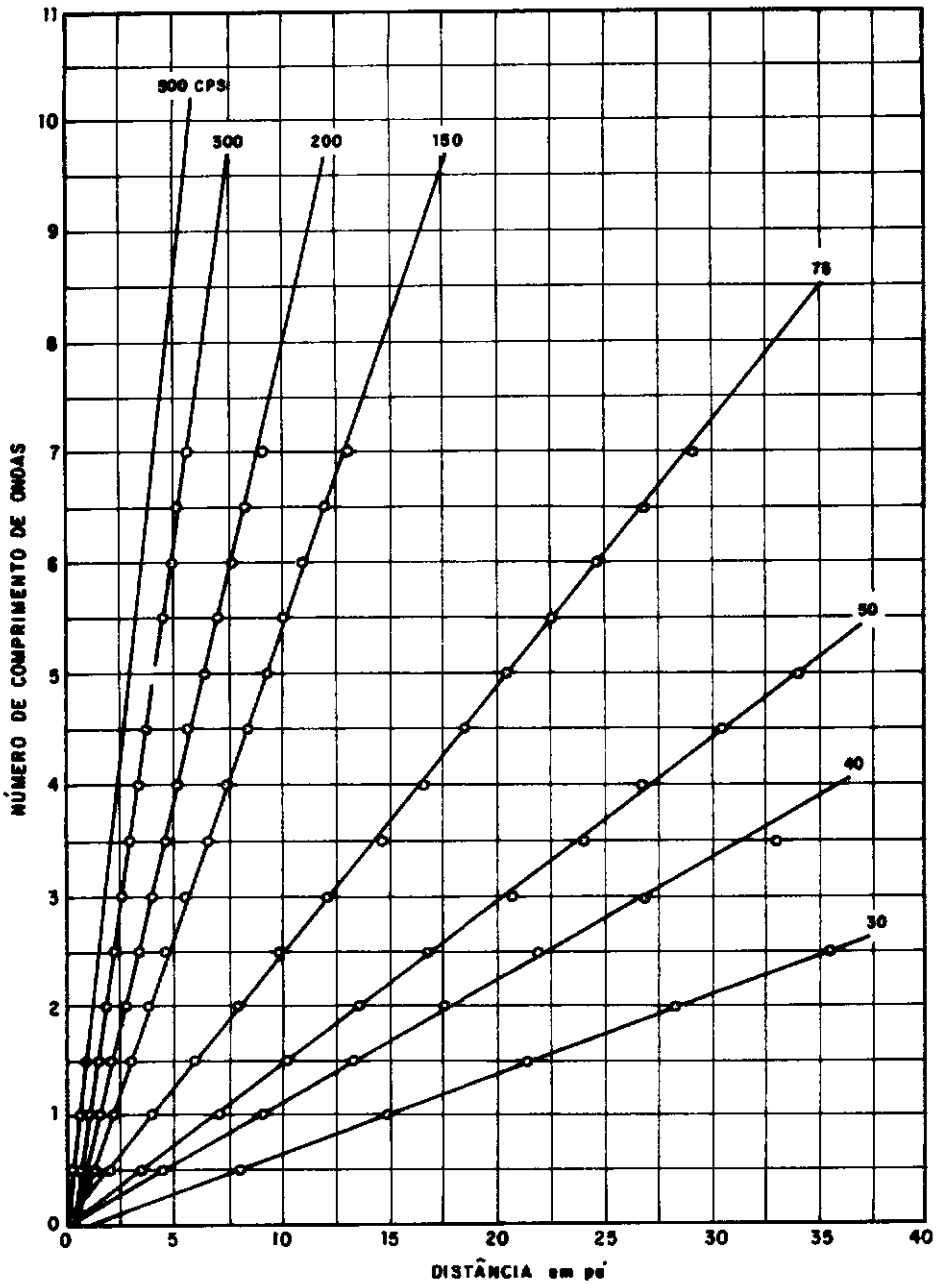
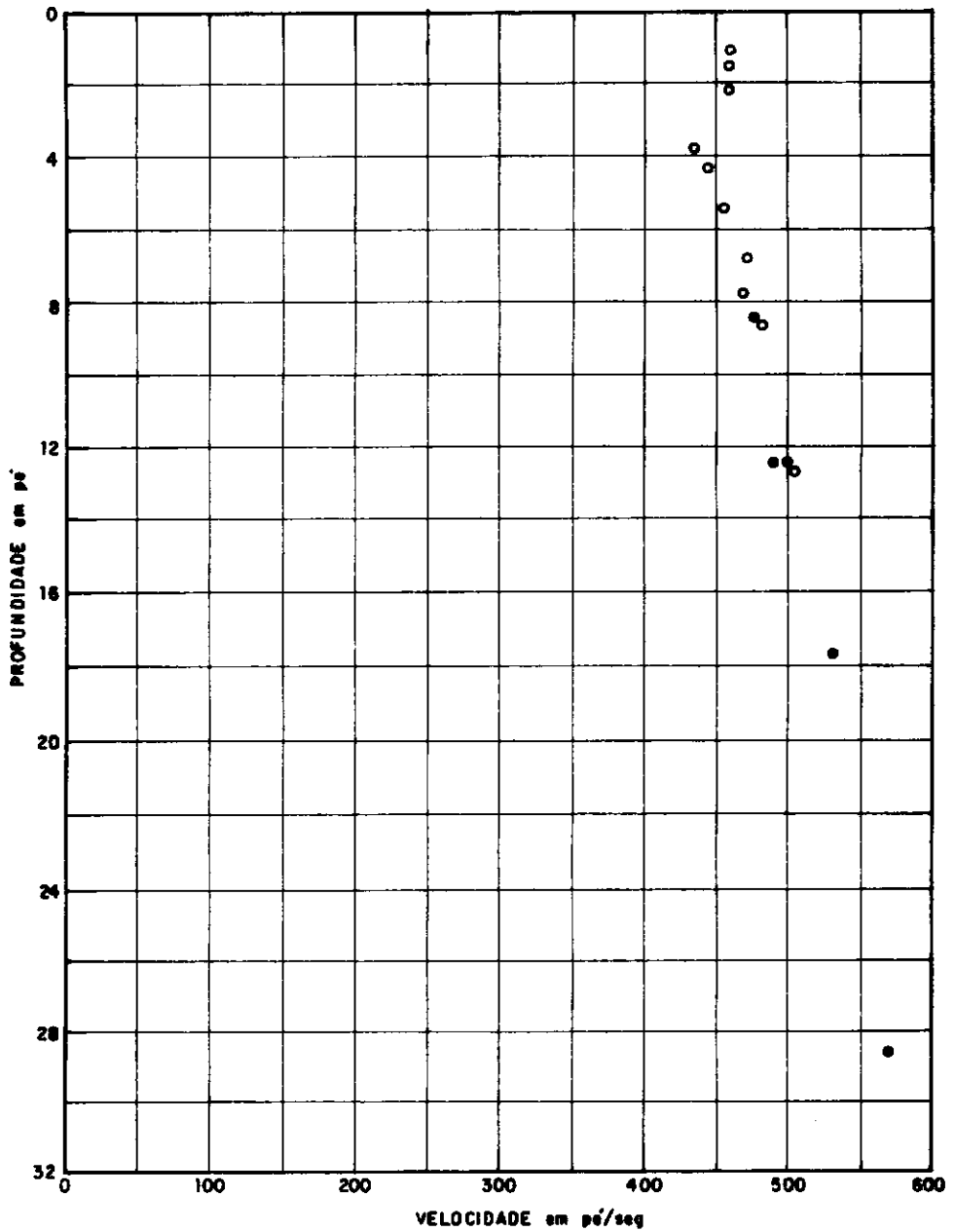


Fig. IV-2.10-Determinação do comprimento de onda Rayleigh em EGLIN (apud Fry(13)).



LEGENDA

SIMBOLO	VIBRADOR	
	PESO (lb)	DOMÍNIO DE FREQUÊNCIA CPS
○	25	25 - 10.000
●	5000	10 - 25

Fig. IV-2.11 - Velocidade de propagação da onda cisalhante em função da profundidade, em WES (apud Fry(13)).

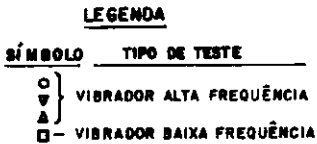


Fig. IV-2.12 - Velocidade de propagação da onda cisalhante em função da profundidade, em EGLIN (apud Fry (13)).

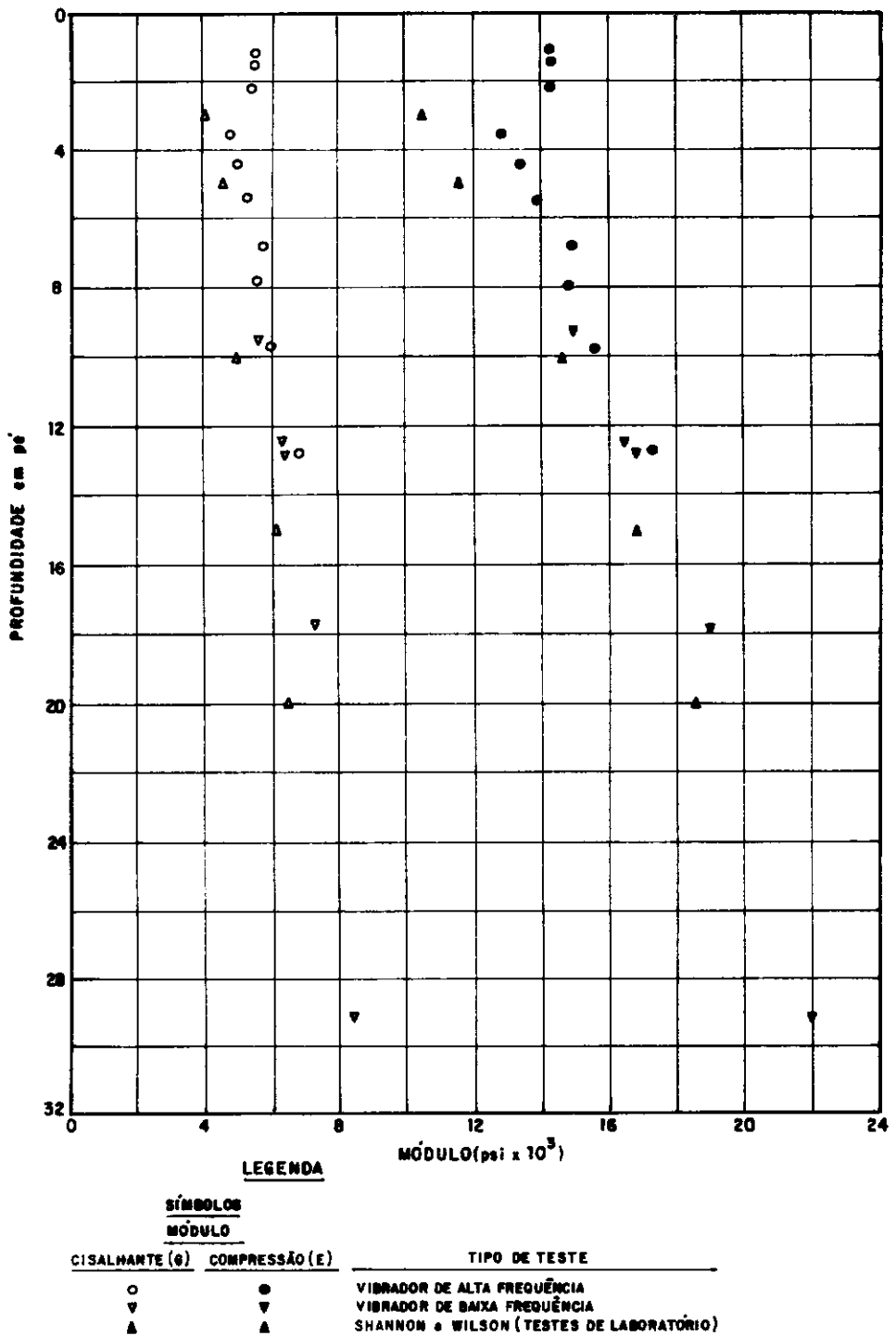


Fig. IV-2.13 - Módulo cisalhante (G) e módulo de compressão (E) em função da profundidade, em WES (apud Fry (13)).

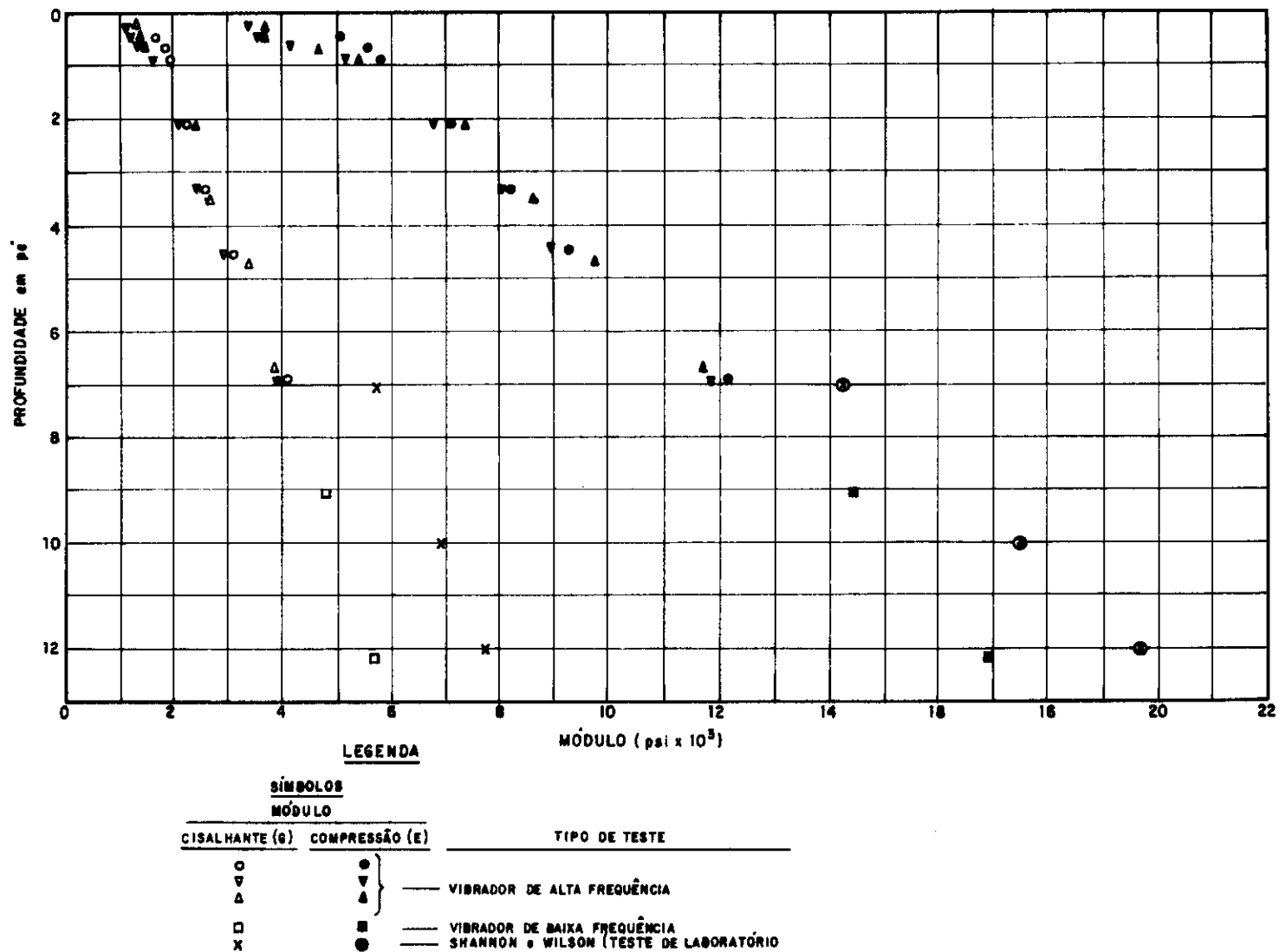


Fig. IV-2.14 - Módulo cisalhante (G) e módulo de compressão (E) em função da profundidade, em EGLIN (apud Fry(13)).

IV.3. TESTES REALIZADOS POR RIBEIRO (1984)

Ribeiro realizou ensaios com a finalidade de avaliar os parâmetros dinâmicos do solo para análise de fundações de máquinas. Esses parâmetros correspondem ao coeficiente de compressão uniforme " C_z " e ao coeficiente de corte uniforme " C_τ ", da teoria utilizada por BARKAN (8) (item II.4.6), os quais podem ser determinados a partir da frequência de ressonância (Ítems III.2.2 e III.4.2).

Para tanto, realizou-se uma fundação de concreto retangular suportando um vibrador que provocava forças harmônicas vertical e horizontal. Para cada teste foram analisados os deslocamentos em função da frequência de operação do vibrador, como também, apresentados os gráficos correspondentes.

IV.3.1. DETERMINAÇÃO DOS COMPONENTES DOS ENSAIOS

SOLO

Os ensaios foram realizados na área do Centro de Pesquisa da Companhia Siderúrgica Nacional em Volta Redonda, estado do Rio de Janeiro, onde encontra uma areia siltosa, pouco argilosa, de baixa plasticidade, tipo de solo residual jovem de gnaiss, classificada como SM segundo o Sistema Unificado de Classificação dos solos. As análises da granulometria bem como uma sondagem à percussão estão mostradas nas figuras IV.3.1 e IV.3.2.

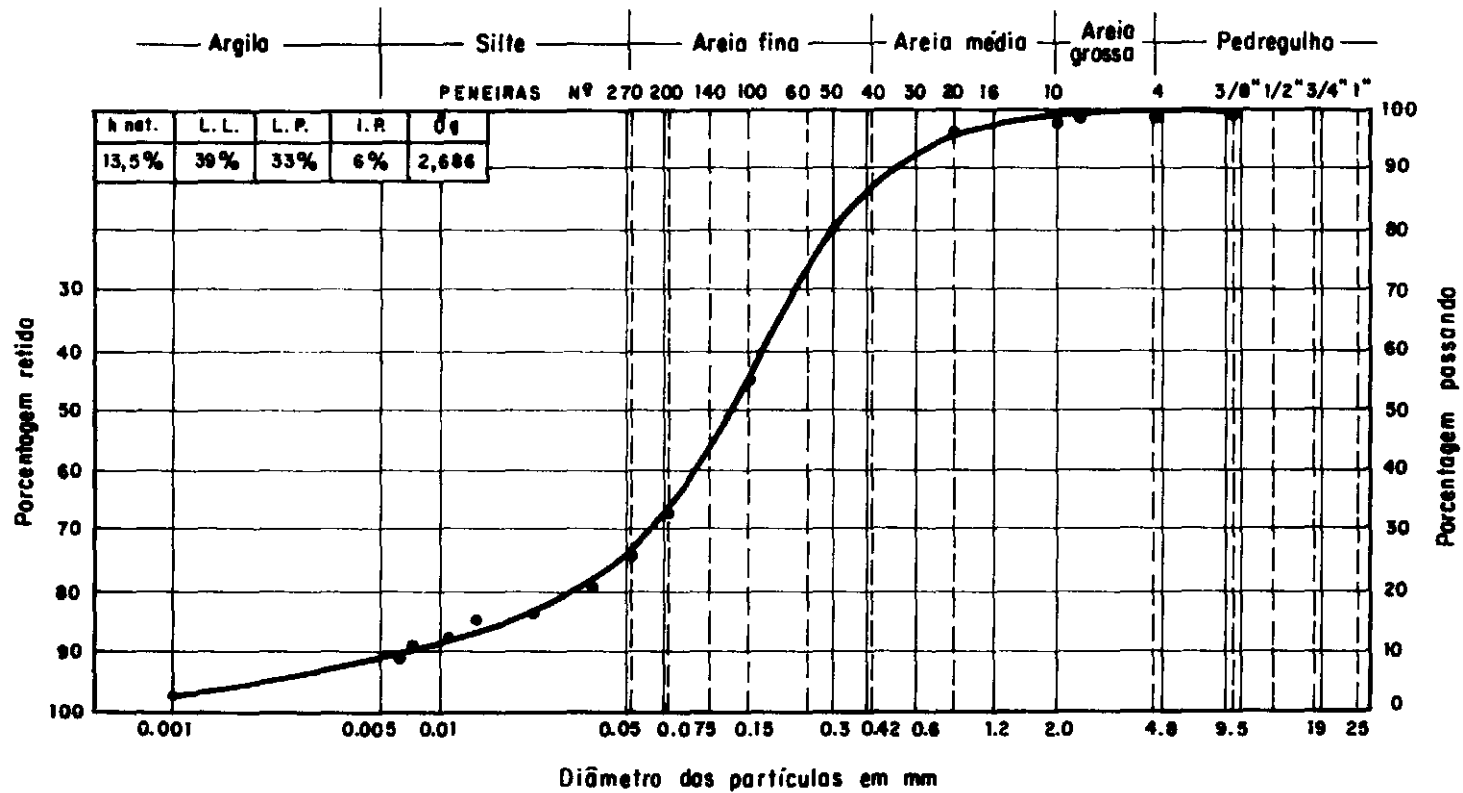


Fig. IV- 3.1 - Análise granulométrica (apud Ribetiro(25)).

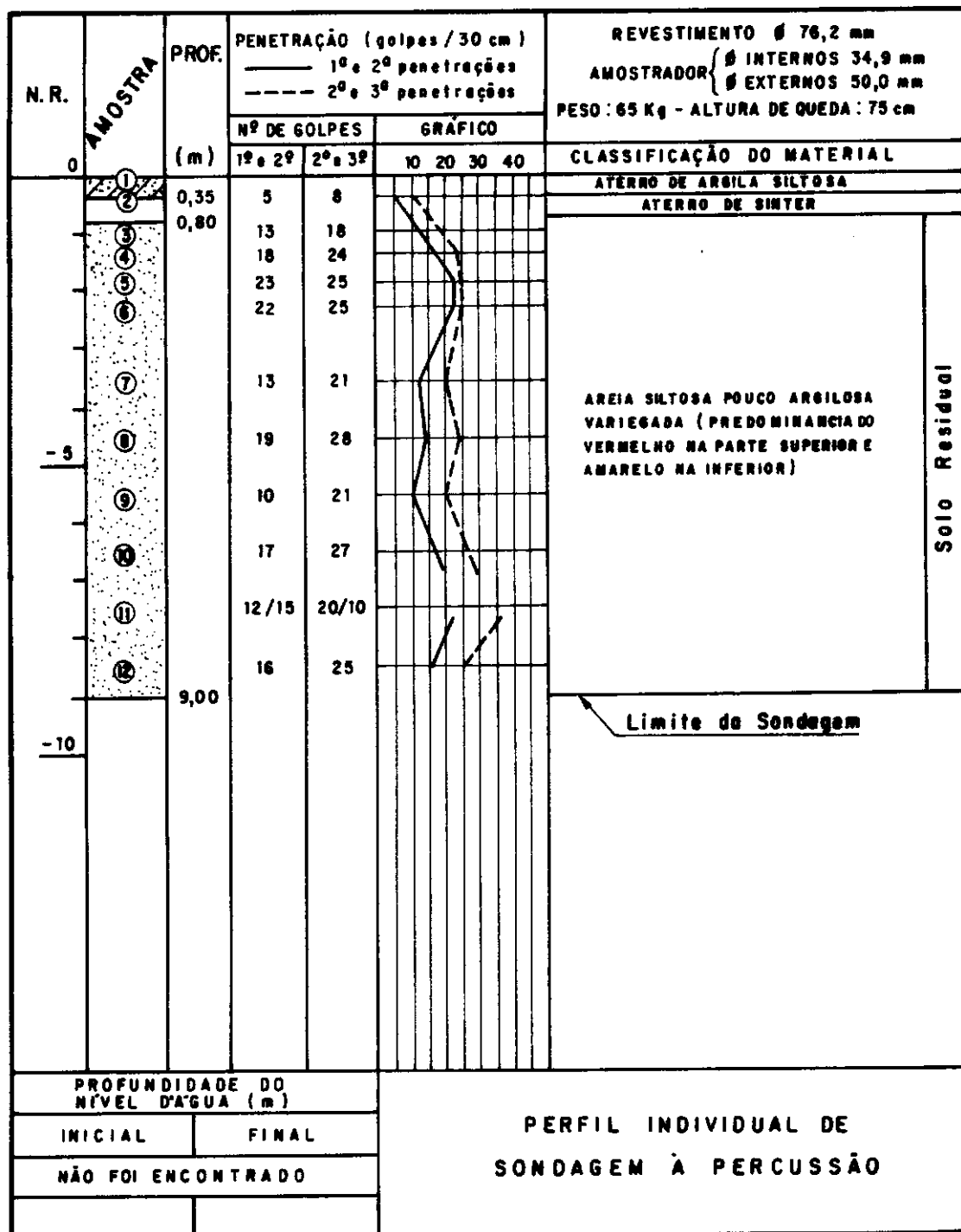


Fig. IV - 3.2 - Sondagem a percussão (apud Ribeiro(25)).

BASE

A base escolhida foi um bloco retangular de concreto de 1,00 m x 0,50 m em planta, e 0,75 m de altura, assentado em dois tipos de cavas com altura não definida e as seguintes dimensões em planta:

Primeira cava: 2,00 m x 1,00 m

Segunda cava: 3,00, m x 1,50 m

EQUIPAMENTOS

i) Vibrador

O vibrador utilizado foi do tipo que produz uma força harmônica na base, através de massas desbalanceadas distribuídas sobre dois eixos acoplados entre si por um par de engrenagens iguais. Esses eixos giravam com frequências iguais induzidas por um motor de 5 HP, as quais sofreram variações mediante às necessidades dos ensaios.

Essas forças, como já se conhece, tem uma amplitude que é função da massa desbalanceada, da excentricidade, bem como da frequência de rotação (m_e e ω^2). Para o vibrador utilizado a excentricidade foi constante e igual a 7,5 cm porém, a frequência de rotação e a massa desbalanceada, através de elementos fixados por parafusos, foram variáveis.

Os elementos de balanceamento e/ou desbalanceamento foram utilizados para produzirem quatro forças com as seguintes amplitudes (kgf):

$$F_{d0} = 0$$

$$F_{d1} = 3,975 \times 10^{-2} \omega^2$$

$$F_{d2} = 7,645 \times 10^{-3} \omega^2$$

$$F_{d3} = 11,468 \times 10^{-3} \omega^2$$

$$F_{d4} = 15,290 \times 10^{-3} \omega^2$$

O vibrador foi fixado no topo da base através de chumbadores e, a depender da posição dos eixos, as forças poderiam ser vertical ou horizontal. O peso total do vibrador juntamente com o motor foi igual a 1165,6 ksf.

ii) Equipamentos de medição

Os instrumentos utilizados para medir os deslocamentos dinâmicos foram:

- um "Analisador de Vibrações/Balanceador Dinâmico" modelo IRD-340;
- um sensor de vibrações modelo 544 (IRD);
- lâmpada estroboscópica modelo 568 (IRD).

Utilizando estes equipamentos, as medições foram realizadas conforme apresentadas abaixo:

- nas vibrações verticais, a amplitude do deslocamento era obtida pela média aritmética dos valores nos pontos 1, 2 e 3 conforme a figura IV.3.3.a;
- nas excitações horizontais a amplitude do deslocamento

horizontal era medida no ponto 1 conforme a figura IV.3.3b.

IV.3.2. ENSAIOS

Foram realizados alguns ensaios com a mesma base para os dois tipos de cavas, sendo a unidade do fundo da cava e força excitante variantes. Em cada ensaio foi medida a amplitude do deslocamento para várias frequências de operação da máquina. Primeiro os eixos do motor foram posicionados para induzir força vertical, passando através do centro de gravidade do conjunto fundação-máquina e do centróide da base, e depois força horizontal provocando movimento acoplado nos modos horizontal e rotacional. Para cada direção foram utilizadas três massas desbalanceadas. A tabela IV.3.1 fornece alguns dados do ensaio. Em cada caso de ensaio foi apresentado o gráfico da amplitude do deslocamento em função da frequência de operação da máquina.

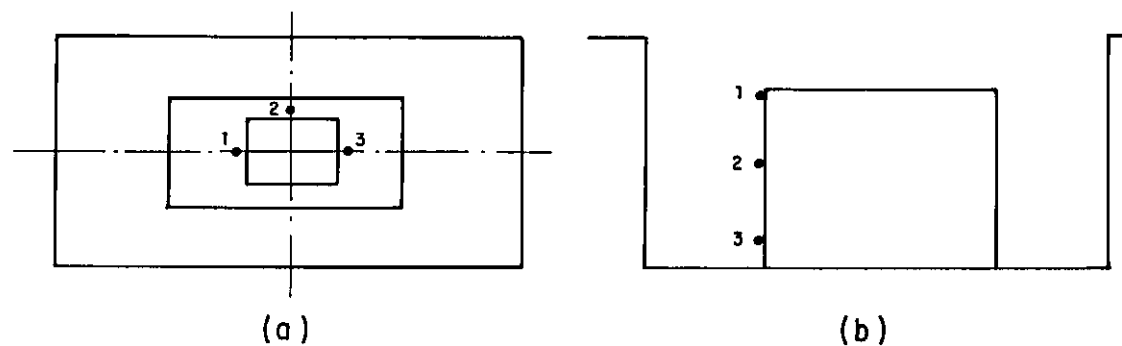


Fig. IV - 3.3 - Pontos de medição das amplitudes: (a) vibração vertical;
(b) vibração horizontal (apud Ribeiro(25)).

Tab. IV.3.1 - Dados de ensaio (apud RIBEIRO (25))

Descrição	Vibração vertical	Vibração horizontal
Área da base do bloco (A_b)	5000 cm ²	5000 cm ²
Momento de inércia da área de contato do bloco (I_y)	-	$4,16 \times 10^6$ cm ⁴
Peso do bloco	900 kgf	900 kgf
Peso do vibrador + placas	175 kgf	175 kgf
Peso do motor	90,6 kgf	90,6 kgf
Massa do conjunto bloco-vibrador-motor	1,1882 kgf seg ² /cm	1,1882 kgf seg ² /cm
Momento de inércia da massa m em relação ao eixo que passa pelo centro de gravidade do conjunto e é perpendicular ao plano de vibração	-	1237 kgf cm seg ²
Momento de inércia da massa m em relação ao eixo que passa pelo centro de gravidade da área de contato do bloco e é perpendicular ao plano de vibração (Mn_0)	-	4730 kgf cm seg ²
Frequência natural (ω_n)	$\frac{\pi f_{nz}}{30} (\text{seg}^{-1})$	$\frac{\pi f_{nx}}{30} (\text{seg}^{-1})$

CAPÍTULO V

DESCRIÇÃO DAS APLICAÇÕES DOS MÉTODOS DE CÁLCULO

V.1. INTRODUÇÃO

Uma série de ensaios de campo de fundações submetidas a excitações harmônicas verticais variantes em amplitudes em função da frequência, foram descritas por FRY (13) e RIBEIRO (25), conforme apresentado com detalhes no capítulo anterior. Alguns desses ensaios foram criteriosamente escolhidos e comparados com resultados analíticos obtidos através dos dois métodos de cálculo mais utilizados em projetos de engenharia (vide Cap. II).

Para o método do semi-espaco elástico, utilizou-se as fórmulas simplificadas, independentes das funções deslocamentos " F_1 " e " F_2 ", para os três casos de distribuição de pressão no solo: pressão exercida por base rígida, pressão uniformemente distribuída e pressão parabólica. A partir dos coeficientes de rigidez e amortecimento calculou-se as amplitudes dos deslocamentos para várias frequências de excitação, frequência natural

para oscilação não amortecida e a frequência de ressonância através das fórmulas apresentadas na tabela B.1, Apêndice B.

Para o método em que o solo é substituído por molas lineares sem peso (BARKAN (8)), considerou-se dois casos:

i) reação do solo sem amortecimento (equação II.4.59) - calculou-se através das fórmulas apresentadas na tabela B.2, Apêndice B, as amplitudes dos deslocamentos para várias frequências de excitação e a frequência natural do sistema;

ii) reação do solo com amortecimento - neste caso, obteve-se o fator de amortecimento, a partir da Fig. II.4.22, e a força elástica conforme equação II.4.58. Utilizando a tabela B.1 calculou-se as amplitudes dos deslocamentos para várias frequências de excitação, a frequência natural para oscilação não amortecida e a frequência de ressonância.

Considerações sobre a utilização dos ensaios realizados pela WES (FLY (13)) e RIBEIRO (25) são descritos em detalhe nos itens V.2 e V.3 apresentados a seguir.

V.2. ENSAIOS REALIZADOS PELA WES

V.2.1. ESCOLHA DOS ENSAIOS

O procedimento de uma série de ensaios em fundações circulares com raios variantes, apoiadas na superfície, submetidas a excitações exclusivamente verticais, realizadas em WES e Eglin foram descritos no capítulo precedente. As amplitudes

das forças de vibração eram controladas através da variação da excentricidade da massa desbalanceada, bem como da frequência de excitação. Para este trabalho escolheram-se três séries de ensaios, bases 2, 3 e 4, as quais têm o diâmetro 87,6; 107,6; 124,0 polegadas respectivamente. Tais bases foram utilizadas nos estudos de FRY (13) tanto no solo argilo siltoso de WES, quanto no solo arenoso (areia fina) de Eglin. Pesquisou-se assim resultados de campo e de diferentes métodos de cálculos para as três bases, diferentes, apoiadas em dois tipos de solo.

Segundo RICHART e WHITMAN (43), a resposta do solo, nos ensaios descritos por FRY (13) foi aproximadamente elástica para a magnitude do deslocamento da fundação. Considerou-se contudo em todos os ensaios escolhidos para este trabalho a menor excentricidade utilizada, 0,105 polegadas, a qual tem o menor deslocamento e provavelmente comportamento elástico. A massa da fundação mais a máquina para todos os ensaios escolhidos foi constante e igual a 80,23 lb x seg²/in.

V.2.2. DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS

Os parâmetros necessários para aplicação dos métodos de cálculo estão descritos abaixo sendo conjuntamente especificado o procedimento da determinação do mesmo ou a justificativa para a adoção de valores baseados na experiência:

- Coeficiente de Poisson (ν)

WES - considerou-se o valor ν fornecido por FRY (13) igual a 0,355 (Fig. IV.2.7) pois está dentro da normalidade para o solo e condição em que se realizaram os testes, e foi admi-

tido por RICHART et al. (29).

Eglin - considerou-se para todos os casos o valor fornecido por FRY (13) igual a 0,47 (fig. IV.28) obtidos através de ensaios pelo método sísmico e pelo teste de propagação de ondas de superfície conforme descrito no capítulo precedente. Tendo em vista que a literatura indica para solos arenosos o valor do Coeficiente de Poisson igual a 0,33, refez-se a título comparativo estes cálculos, exceto para o método apresentado por BARKAN (8) com amortecimento.

- Coeficiente de compressão uniforme (C_z) - obtido através da equação (III.2.1).

- Densidade do solo (ρ)

WES - admitiu-se $0,000174 \text{ lb} \times \text{seg}^2/\text{in}^4$, valor que esta de acordo com trabalhos publicados sobre estes ensaios tais como RICHART et al. (29) dentre outros.

Eglin - admitiu-se $1,54 \times 10^{-4} \text{ lb} \times \text{seg}^2/\text{in}^4$ conforme a consideração feita por WHITMAN R.V. (41).

- Módulo cisalhante (G)

WES - admitiu-se o valor de $5340 \text{ lb}/\text{in}^2$ obtido através da fig. IV.2.13. Este mesmo valor foi considerado por RICHART et al. (29).

Eglin - admitiu-se o valor de $3000 \text{ lb}/\text{in}^2$ obtido através da fig. IV.2.14, que é um valor médio, o qual pareceu ser mais coerente sendo, também, o valor adotado por WHITMAN (41).

- Módulo de elasticidade (E)

Obteve-se o correspondente valor através da equação (III.7.2). Para os ensaios realizados em WES utilizou-se 14471,4 lb/in². Já para os ensaios realizados em Eglin utilizou-se 8820,0 lb/in² e 7980,0 lb/in² a depender do Coeficiente de Poisson considerado.

V.2.3. APLICAÇÃO DOS MÉTODOS DE CÁLCULO

Para cada ensaio escolhido, realizado em WES, cinco análises do comportamento dinâmico da fundação foram executadas sendo três utilizando o método do semi-espço elástico e dois utilizando o método apresentado por Barkan. Para os ensaios, realizados em Eglin, nove análises foram executadas sendo seis utilizando o método do semi-espço elástico e três utilizando o método apresentado por Barkan (8).

Nas Figuras V.2.1, V.2.2, V.2.3, e V.2.4, V.2.5, V.2.6 estão apresentados os resultados das amplitudes dos deslocamentos para várias frequências de excitação, obtidos dos ensaios ora em estudo, realizados em WES e Eglin respectivamente, e dos métodos de cálculo. Nas tabelas V.2.1, V.2.2, V.2.3 e V.2.4, V.2.5, V.2.6 estão apresentadas as frequências naturais para oscilação não amortecida e de ressonância obtidas pelos métodos de cálculo, bem como os seus respectivos erros, em porcentagem, com relação à frequência de excitação na amplitude máxima obtida no ensaio de campo (frequência de ressonância de campo), para os ensaios em estudos realizados em WES e Eglin respectivamente. Mais detalhes com relação à aplicabilidade de cada método utilizando os ensaios realizados em WES e

Eglin serão apresentados a seguir.

1) APLICAÇÃO DOS MÉTODOS PARA OS ENSAIOS EM WES

a) Método do semi-espço elástico

Foram realizadas três aplicações, uma para cada pressão no solo. Para pressão exercida com base rígida fez uso das equações (II.4.23 e II.4.24); para pressão uniformemente distribuída as equações (II.4.38 e II.4.39) e para pressão parabólica as equações (II.4.41 e II.4.42).

b) Método em que o solo é substituído por molas lineares sem peso

Foram realizadas duas aplicações da seguinte maneira:

i) reação do solo sem amortecimento segundo BARKAN (8) - admitiu-se conforme a equação (II.4.59);

ii) reação do solo com amortecimento segundo BARKAN (8) - introduziu-se o valor da massa adimensional (b) (equação II.4.9) na Fig. II.4.22 e obteve-se o valor do fator de amortecimento. O coeficiente de rigidez foi obtido através da força elástica da equação (II.4.59).

2) APLICAÇÃO DOS MÉTODOS PARA OS ENSAIOS EM EGLIN

a) Método do semi-espço elástico

Foram realizadas três aplicações considerando o Coeficiente de Poisson igual a 0,47 com o procedimento conforme o item V.2.3.1a, e três admitindo o Coeficiente de Poisson 0,33.

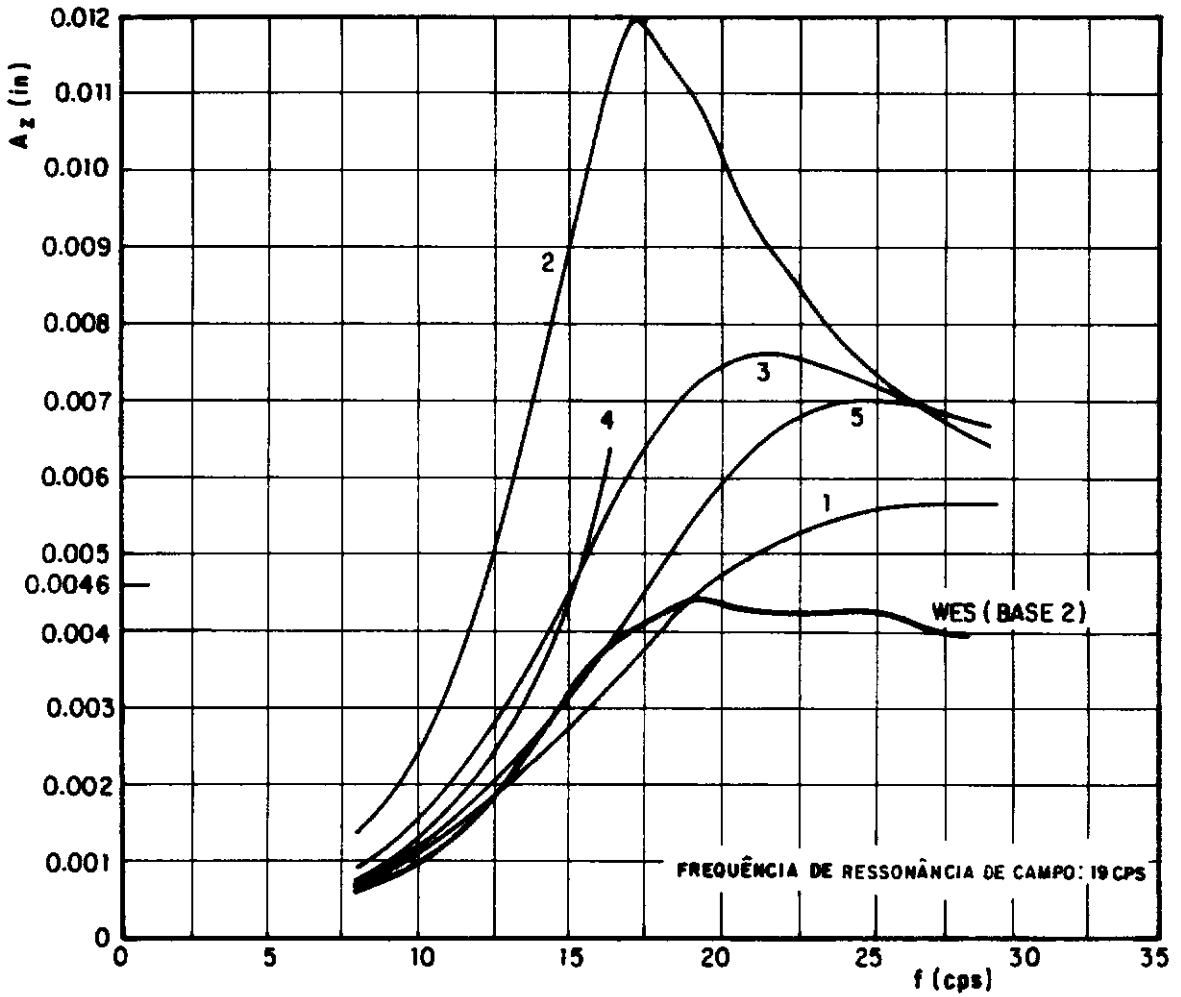


Fig. V-2.1 - Conjunto de curvas da amplitude do deslocamento versus a frequência de excitação.

- (1) Base rígida ; (2) Pressão parabólica ; (3) Pressão uniforme ;
 (4) Reação do solo sem amortecimento segundo Barkan [8]
 (5) Reação do solo com amortecimento segundo Barkan [8]

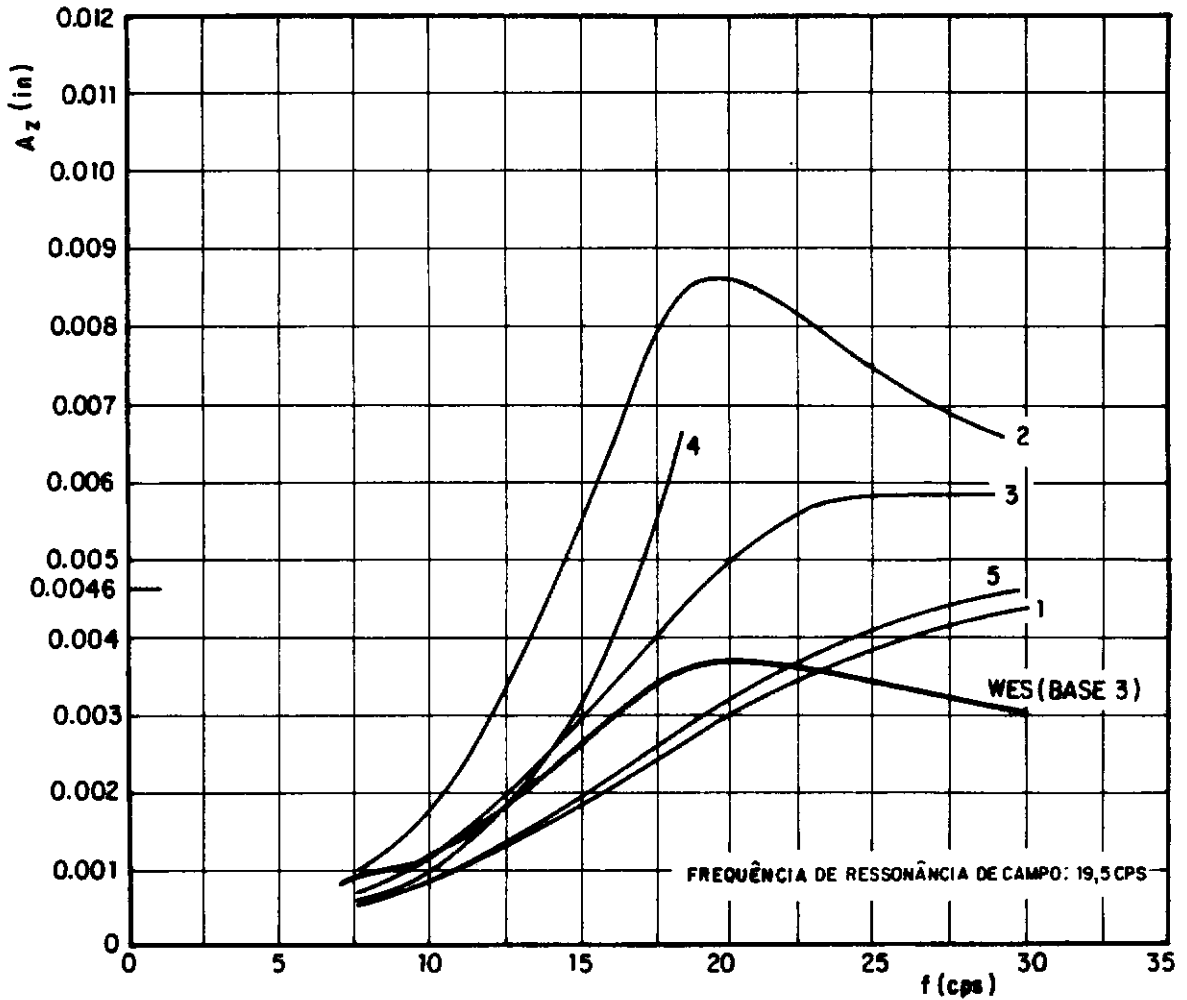


Fig. V-2.2 - Conjunto de curvas da amplitude do deslocamento versus a frequência de excitação.

- (1) Base rígida ; (2) Pressão parabólica ; (3) Pressão uniforme ;
 (4) Reação do solo sem amortecimento segundo Barkan [8]
 (5) Reação do solo com amortecimento segundo Barkan [8]

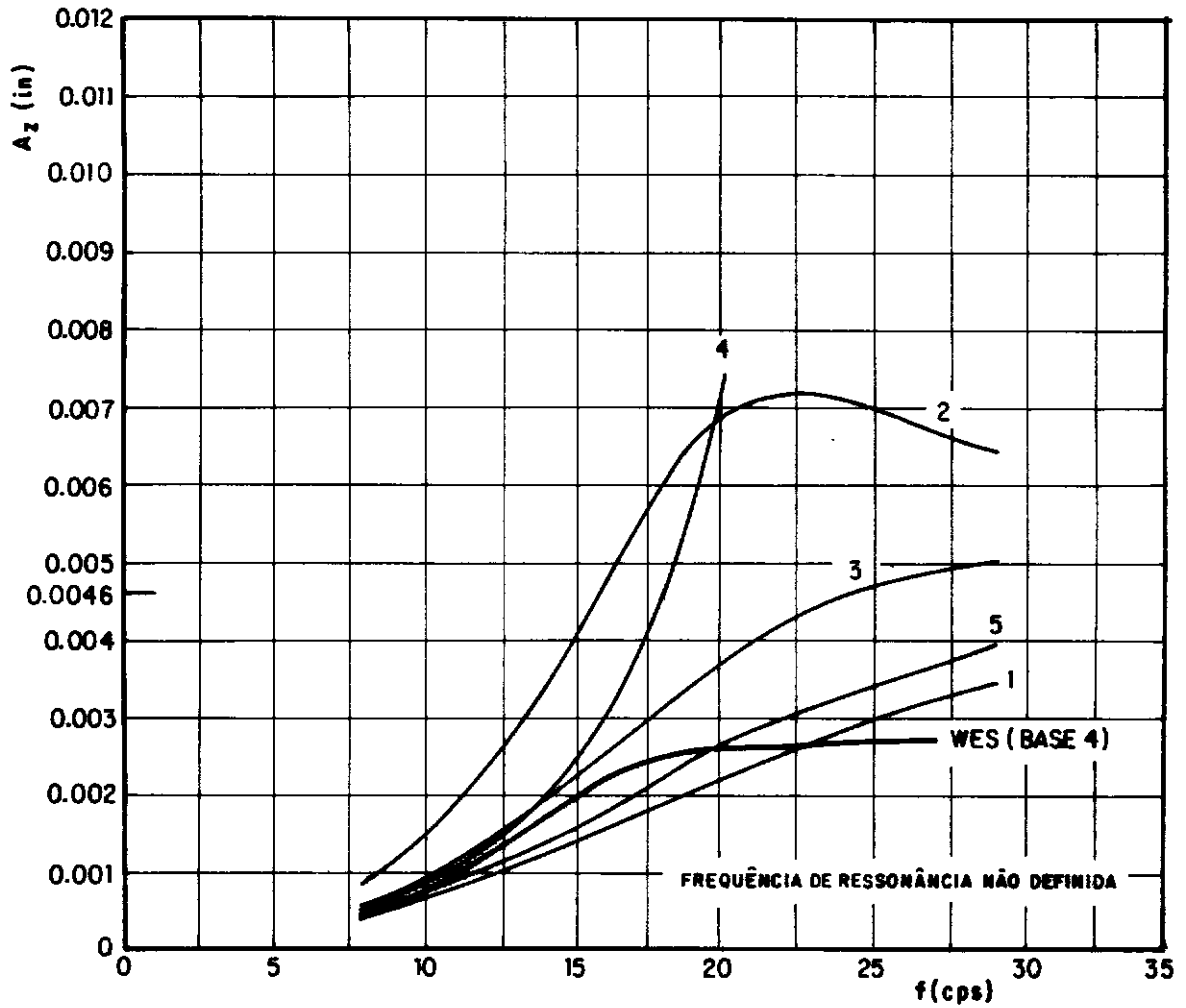


Fig. V-2.3 - Conjunto de curvas da amplitude do deslocamento versus a frequência de excitação.

- (1) Base rígida ; (2) Pressão parabólica ; (3) Pressão uniforme ;
 (4) Reação do solo sem amortecimento segundo Barkan [8]
 (5) Reação do solo com amortecimento segundo Barkan [8]

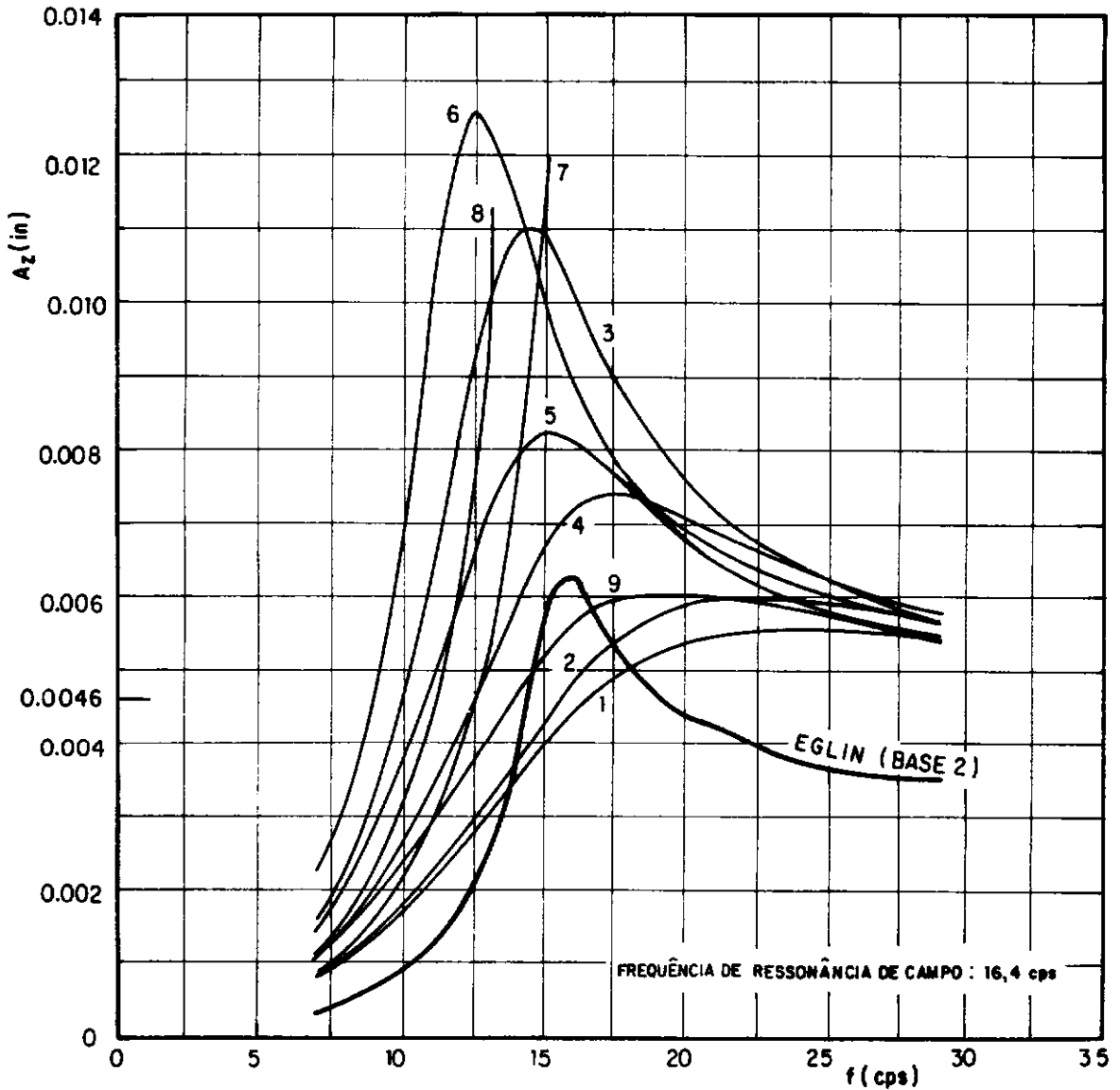


Fig.V-2.4 - Conjunto de curvas da amplitude do deslocamento versus a frequência de excitação.

(1) Base rígida para $V=0,47$; (2) Reação do solo com amortecimento segundo Barkan [8] para $V=0,47$; (3) Pressão parabólica para $V=0,47$; (4) Pressão uniforme para $V=0,47$; (5) Reação do solo sem amortecimento segundo Barkan [8] para $V=0,47$; (6) Pressão parabólica para $V=0,33$; (7) Pressão uniforme para $V=0,33$; (8) Reação do solo sem amortecimento segundo Barkan [8] para $V=0,33$; (9) Base rígida para $V=0,33$.

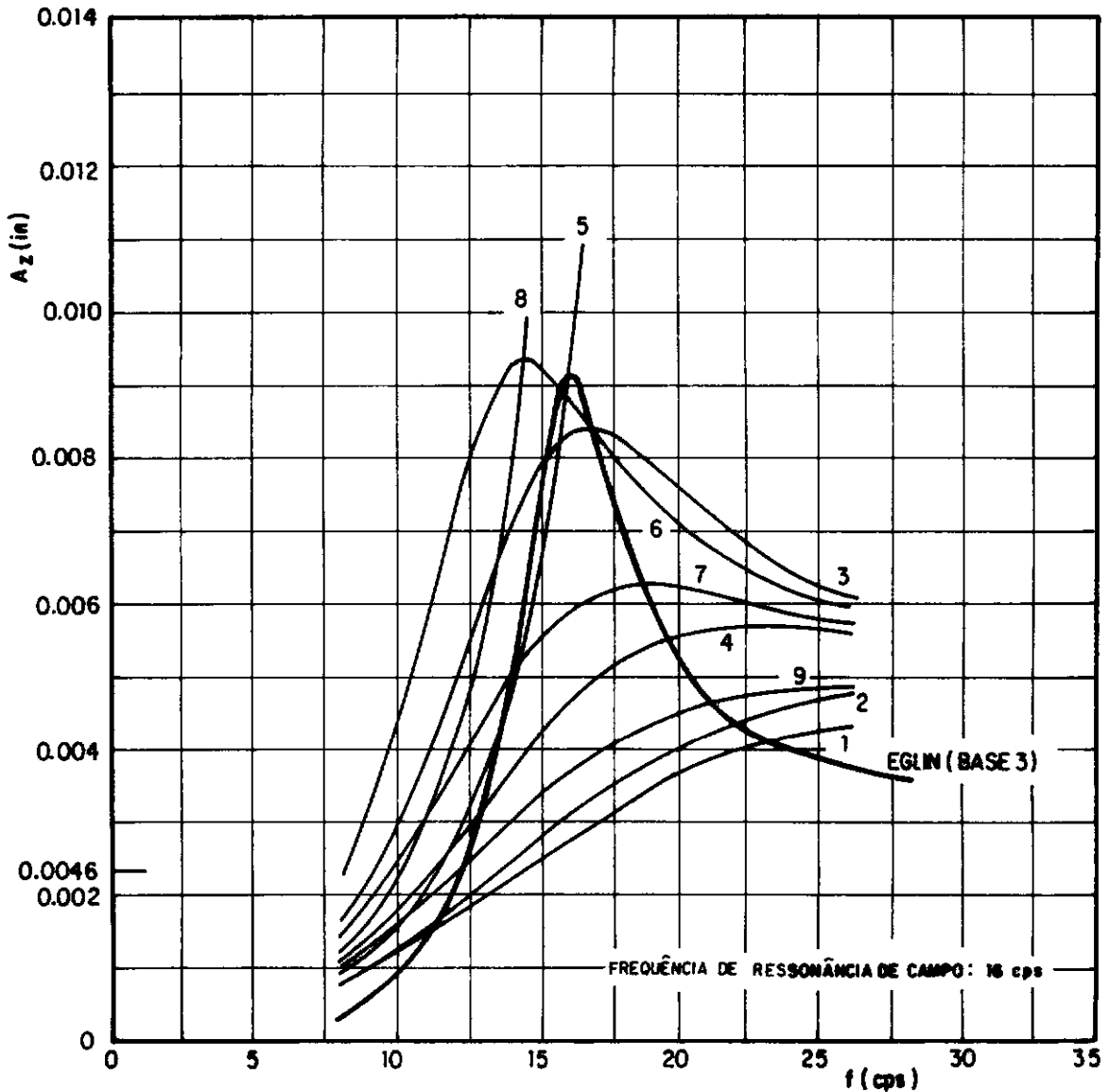


Fig. V-2.5 - Conjunto de curvas da amplitude do deslocamento versus a frequência de excitação.

(1) Base rígida para $V=0,47$; (2) Reação do solo com amortecimento segundo Barkan [8] para $V=0,47$; (3) Pressão parabólica para $V=0,47$; (4) Pressão uniforme para $V=0,47$; (5) Reação do solo sem amortecimento segundo Barkan [8] para $V=0,47$; (6) Pressão parabólica para $V=0,33$; (7) Pressão uniforme para $V=0,33$; (8) Reação do solo sem amortecimento segundo Barkan [8] para $V=0,33$; (9) Base rígida para $V=0,33$.

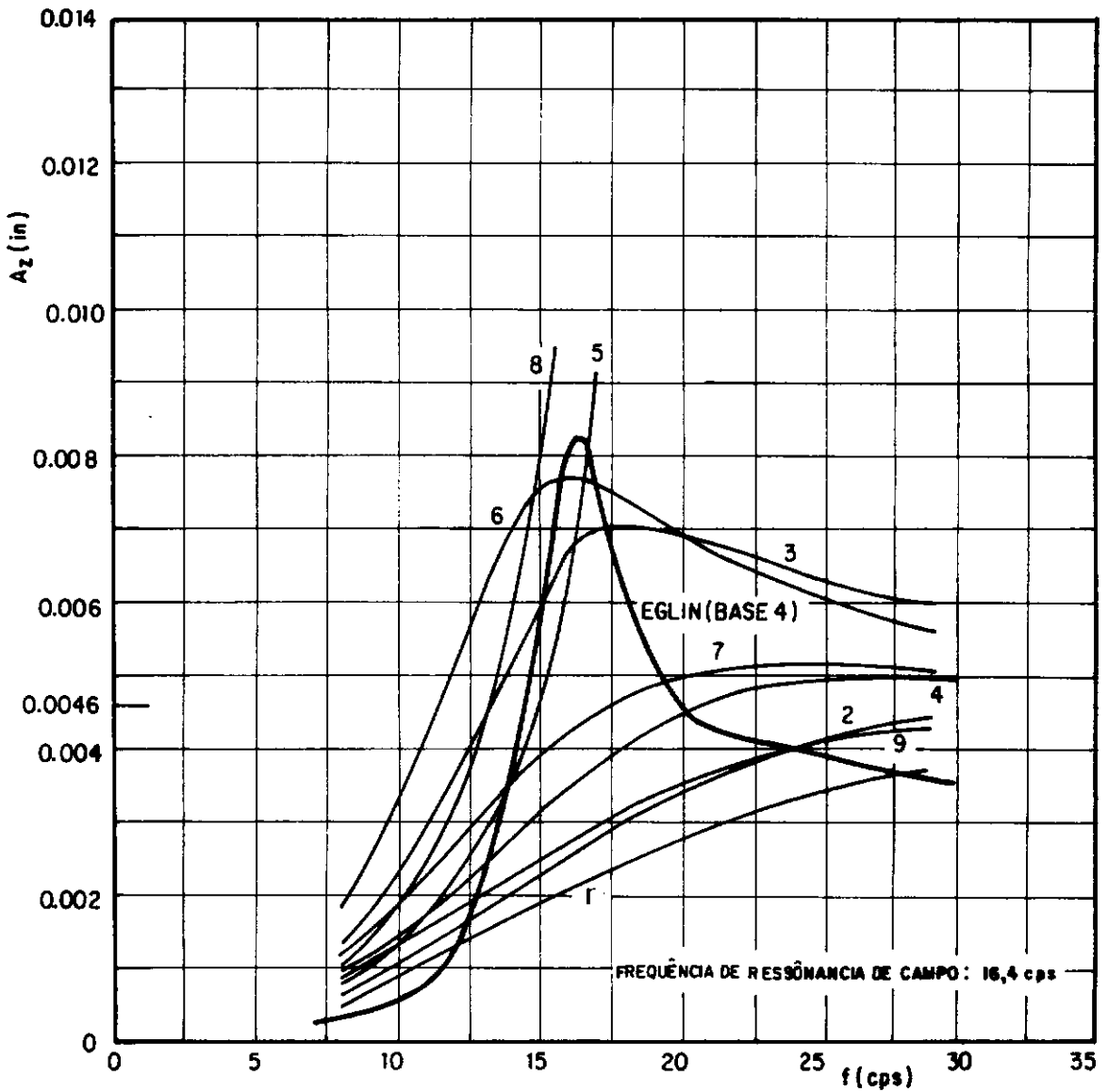


Fig.V-2.6 - Conjunto de curvas da amplitude do deslocamento versus a frequência de excitação.

(1) Base rígida para $V=0,47$; (2) Reação do solo com amortecimento segundo Barkan [8] para $V=0,47$; (3) Pressão parabólica para $V=0,47$; (4) Pressão uniforme para $V=0,47$; (5) Reação do solo sem amortecimento segundo Barkan [8] para $V=0,47$; (6) Pressão parabólica para $V=0,33$; (7) Pressão uniforme para $V=0,33$; (8) Reação do solo sem amortecimento segundo Barkan [8] para $V=0,33$; (9) Base rígida para $V=0,33$.

Tab. V.2.1 - Frequências-natural para oscilação não amortecida, e de ressonância, e os respectivos erros em relação a frequência de ressonância de campo referentes à V.2.1

Método de cálculo	Frequência natural para oscilação não amortecida (fn) (CPS)	Frequência de ressonância (CPS)	Erro da freq. na- tural para oscila- ção não amorteci- da com relação à freq. de ressonân- cia de campo (%)	Erro da freq. de ressonância em relação à freq. de ressonância de campo (%)
base rígida	21,0	27,84	10,53	46,53
pressão parabólica	16,42	17,14	-13,58	- 9,79
pressão uniforme	18,97	21,24	- 0,16	11,79
reação do solo sem amorte- cimento segundo BARKAN (8)	21,42	21,42	12,79	12,79
reação do solo com amorte- cimento segundo BARKAN (8)	21,42	24,65	12,74	29,74

Tab. V.2.2 - Frequências-natural para oscilação não amortecida, e de ressonância, e os respectivos erros em relação a frequência de ressonância de campo referentes à fig. V.2.2

Método de cálculo	Frequência natural para oscilação não amortecida (fn) (CPS)	Frequência de ressonância (CPS)	Erro da freq. natural para oscilação não amortecida com relação a freq. de ressonância de campo (%)	Erro da freq. de ressonância em relação à freq. de ressonância de campo (%)
base rígida	23,76	49,0	21,85	151,28
pressão parabólica	18,24	19,82	6,46	1,64
pressão uniforme	21,06	26,70	8,0	36,92
reação do solo sem amortecimento segundo BARKAN (8)	23,78	23,78	21,95	21,95
reação do solo com amortecimento segundo BARKAN (8)	23,78	41,57	21,95	113,18

Tab. V.2.3 - Freqüências-natural para oscilação não amortecida, e de ressonância, e os respectivos erros em relação a freqüência de ressonância de campo referentes à fig. V.2.3

Método de cálculo	Freqüência natural para oscilação não amortecida (fn) (CPS)	Freqüência de ressonância (CPS)	Erro da freq. natural para oscilação não amortecida com relação a freq. de ressonância de campo (%)	Erro da freq. de ressonância em relação a freq. de ressonância de campo (%)
base rígida	25,46	muito alto	não ficou definida a freqüência de ressonância de campo	não ficou definida a freqüência de ressonância de campo
pressão parabólica	19,54	22,28	"	"
pressão uniforme	22,56	34,48	"	"
reação do solo sem amortecimento segundo BARKAN (8)	25,48	25,48	"	"
reação do solo com amortecimento segundo BARKAN (8)	25,48	64,72	"	"

Tab. V.2.4 - Frequências-natural para oscilação não amortecida, e de ressonância, e os respectivos erros em relação a frequência de ressonância de campo referentes à fig. V.2.4

Método de cálculo	Frequência natural para oscilação não amortecida (fn) (CPS)	Frequência de ressonância (CPS)	Erro da freq. na- tural para oscila ção não amorteci da com relação à freq. de ressonân cia de campo (%)	Erro da freq. de ressonância em relação à freq. de ressonância de campo (%)
base rígida para $\nu = 0,47$	17,71	23,68	10,69	48,00
reação do solo com amorte cimento segundo BARKAN (8) para $\nu = 0,47$	17,71	22,01	10,69	37,56
pressão parabólica para $\nu = 0,47$	13,59	14,22	-15,06	-11,13
pressão uniforme para $\nu = 0,47$	15,69	17,73	- 1,94	10,81
reação do solo sem amorte cimento segundo BARKAN (8) para $\nu = 0,47$	17,71	17,71	10,69	10,69
pressão parabólica para $\nu = 0,33$	12,00	12,53	-25,00	-21,69
pressão uniforme para $\nu = 0,33$	13,95	15,33	-12,81	- 4,19

Tab. V.2.4 - Frequências-natural para oscilação não amortecida, e de ressonância, e os respectivos erros em relação a frequência de ressonância de campo referentes à fig. V.2.4 (continuação)

Método de Cálculo	Frequência natural para oscilação não amortecida (fn) (CPS)	Frequência de ressonância (CPS)	Erro da freq. na- tural para oscila- ção não amorteci- da com relação à freq. de ressonân- cia de campo (%)	Erro da freq. de ressonância em relação à freq. de ressonância de campo (%)
reação do solo sem amorte- cimento segundo BARKAN (8) para $\nu = 0,33$	15,75	15,75	- 1,56	- 1,56
base rígida para $\nu = 0,33$	15,74	19,50	- 1,63	21,88

Tab. V.2.5 - Frequências-natural para oscilação não amortecida, e de ressonância, e os respectivos erros em relação a frequência de ressonância de campo referentes à fig. V.2.5

Método de cálculo	Frequência natural para oscilação não amortecida (fn) (CPS)	Frequência de ressonância (CPS)	Erro da freq. na- tural para oscila- ção não amortecida com relação à freq. de ressonância de campo (%)	Erro da freq. de ressonância em relação à freq. de ressonância de campo (%)
base rígida para $\nu = 0,47$	19,65	47,09	22,81	194,31
reação do solo com amorte- cimento segundo BARKAN (8) para $\nu = 0,47$	19,66	33,22	22,87	107,63
pressão parabólica para $\nu = 0,47$	16,50	15,08	3,13	- 5,75
pressão uniforme para $\nu = 0,47$	17,41	22,64	8,81	41,50
reação do solo sem amorte- cimento segundo BARKAN (8) para $\nu = 0,47$	19,66	19,66	22,88	22,88
pressão parabólica para $\nu = 0,33$	13,41	14,38	-16,19	-10,13
pressão uniforme para $\nu = 0,33$	15,49	18,82	- 3,19	17,63

Tab. V.2.5 - Frequências-natural para oscilação não amortecida, e de ressonância, e os respectivos erros em relação a frequência de ressonância de campo referentes à fig. V.2.5 (continuação)

Método de cálculo	Frequência natural para oscilação não amortecida. (fn) (CPS)	Frequência de ressonância (CPS)	Erro da freq. natural para oscilação não amortecida com relação a freq. de ressonância de campo (%)	Erro da freq. de ressonância em relação a freq. de ressonância de campo (%)
reação do solo em amortecimento segundo BARKAN (8) para $\nu = 0,33$	17,49	17,49	9,31	9,31
base rígida para $\nu = 0,33$	17,47	29,63	9,19	85,19

Tab. V.2.6 - Frequências-natural para oscilação não amortecida, e de ressonância, e os respectivos erros em relação a frequência de ressonância de campo referentes à fig. V.2.6

Método de cálculo	Frequência natural para oscilação não amortecida (fn) (CPS)	Frequência de ressonância (CPS)	Erro da freq. na- tural para oscila- ção não amorteci- da com relação à freq. de ressonân- cia de campo (%)	Erro da freq. de ressonância em relação à freq. de ressonância de campo (%)
base rígida para $\nu = 0,47$	21,05	muito alto	28,35	muito alto
reação do solo com amorte- cimento segundo BARKAN (8) para $\nu = 0,47$	21,06	49,54	28,41	202,00
pressão parabólica para $\nu = 0,47$	16,16	18,65	- 1,46	13,72
pressão uniforme para $\nu = 0,47$	18,66	30,17	13,78	83,96
reação do solo sem amorte- cimento segundo BARKAN (8) para $\nu = 0,47$	21,06	21,06	28,41	28,41
pressão parabólica para $\nu = 0,33$	16,04	14,38	- 2,19	-12,32
pressão uniforme para $\nu = 0,33$	16,59	24,75	1,16	50,91

Tab. V.2.6 - Frequências-natural para oscilação não amortecida, e de ressonância, e os respectivos erros em relação a frequência de ressonância de campo referentes à fig. V.2.6 (continuação)

Método de cálculo	Frequência natural para oscilação não amortecida (fn) (CPS)	Frequência de ressonância (CPS)	Erro da freq. natural para oscilação não amortecida com relação à freq. de ressonância de campo (%)	Erro da freq. de ressonância em relação à freq. de ressonância de campo (%)
reação do solo sem amortecimento segundo BARKAN (8) para $\nu = 0,33$	18,74	18,74	14,27	14,27
base rígida para $\nu = 0,33$	18,72	161,98	14,15	887,68

- b) Método em que o solo é substituído por molas lineares sem peso

Foram realizadas duas aplicações com e sem amortecimento adotando-se o Coeficiente de Poisson igual a 0,47. Admitindo o Coeficiente de 0,33 considerou-se a reação do solo, apenas, sem amortecimento.

V.3. ENSAIOS REALIZADOS POR RIBEIRO (25)

V.3.1. ESCOLHA DOS ENSAIOS

Os ensaios com excitações exclusivamente verticais foram executados de acordo com os procedimentos descritos no capítulo precedente. Para a fundação assentada na primeira cava foram realizados quatro ensaios sendo dois com a amplitude da força de excitação " Fd_3 " ($11,468 \times 10^{-3} \omega^2 \text{ kg}$) e dois com " Fd_4 " ($15,290 \times 10^{-3} \omega^2 \text{ kg}$) tendo a umidade do fundo da cava a condição seca e úmida, para cada uma das amplitudes de excitação. Já para segunda cava foram realizadas nove ensaios (5V a 13V) com variação na umidade do fundo da cava e na amplitude da força de excitação (Fd_2 , Fd_3 e Fd_4). Na tabela V.3.1 estão apresentadas as condições dos ensaios bem como alguns resultados. Neste trabalho foram escolhidos os ensaios 2V, 3V, 6V, 7V, 9V e 10V, objetivando comparações para duas amplitudes da força de excitação com variação nas dimensões da cava e na umidade do solo no contorno da fundação.

Tab. V.3.1 - Condições dos ensaios de vibrações verticais e alguns resultados dos mesmos

Ensaio	Amplitude da força de ex- citação	Condições	ω_{nz_1} (seg ⁻¹)	C_z (kgf/cm ³)	Amplitude da força na res- sonância (kgf)
IV	F_{d3}	Fundo da 1ª cava úmido	243,47	14,09	679,82
2V	F_{d3}	Fundo da 1ª cava seco	240,86	13,79	665,27
3V	F_{d4}	Fundo da 1ª cava seco	215,98	11,09	713,27
4V	F_{d4}	Fundo da 1ª cava úmido	213,37	10,82	696,08
5V	F_{d2}	Fundo da 2ª cava úmido	240,86	13,79	443,50
6V	F_{d3}	Fundo da 2ª cava úmido	238,24	13,48	650,89
7V	F_{d4}	Fundo da 2ª cava úmido	212,06	10,69	687,67
8V	F_{d2}	Fundo da 2ª cava seco	256,56	15,64	503,23
9V	F_{d3}	Fundo da 2ª cava seco	227,77	12,33	594,93
10V	F_{d4}	Fundo da 2ª cava seco	212,06	10,69	687,57
11V	F_{d2}	Fundo da 2ª cava úmido	239,55	13,64	438,69
12V	F_{d3}	Fundo da 2ª cava úmido	227,77	12,33	594,93
13V	F_{d4}	Fundo da 2ª cava úmido	206,82	10,17	654,02

V.3.2. DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS

Os parâmetros necessários para aplicação dos métodos estão descritos abaixo:

- coeficiente de Poisson (ν) - considerou-se o valor fornecido por RIBEIRO (25), de 0,3 por estar dentro da normalidade para o solo e condição em que se realizaram os testes de campo;

- coeficiente de compressão uniforme (C_z) - obtido através da frequência de ressonância de cada ensaio e da equação (III.2.5) (obtenção do parâmetro através do teste de campo bloco de ressonância, item III.2.2);

- densidade do solo (ρ) - admitiu-se o valor de $1,798 \times 10^{-6} \text{ kg} \times \text{seg}^2/\text{cm}^4$ que equivale a um peso específico de $17,30 \text{ kN/m}^3$. O peso específico total segundo STOKOE e WOODS (44) para muitos solos tem o valor entre 100 lb/pé^3 ($15,7 \text{ kN/m}^3$) e 140 lb/pé^3 ($21,97 \text{ kN/m}^3$), o qual estimando 120 lb/pé^3 ($18,84 \text{ kN/m}^3$) introduzirá em erro no módulo cisalhante não maior do que 20%;

- módulo de elasticidade (E) - obteve-se através da equação (III.2.2), para cada ensaio, sendo o valor de " C_s ", da equação, adotado para todos os casos como igual a 1,09;

- módulo cisalhante (G) - obtido a partir do módulo de elasticidade e do Coeficiente de Poisson segundo a equação (III.7.2);

- massa da fundação mais a máquina (m) - conforme tabela IV.3.1.

V.3.3. APLICAÇÃO DOS MÉTODOS DE CÁLCULO

Para cada ensaio escolhido, seis análises do comportamento dinâmico da fundação foram feitas, sendo quatro aplicações pelo método do semi-espaco elástico e duas pelo método em que o solo é substituído por molas lineares. Em todos os casos desprezou-se a imersão da fundação no solo conforme resultados de ensaios obtidos por STOKOE e RICHART (34) para o caso em que não havia um contato entre o solo e as áreas laterais da fundação (fig. II.4.19). Outro aspecto não considerado é o amortecimento interno conforme computado no item II.4.5.4a.

Nas figuras V.3.1 a V.3.6 estão apresentados resultados das amplitudes dos deslocamentos para várias frequências de excitação obtidos dos ensaios escolhidos e dos métodos de cálculo. Nas tabelas V.3.2 a V.3.7 são apresentadas as frequências naturais para oscilação não amortecida e de ressonância obtidas pelos métodos de cálculo, bem como os seus respectivos erros, em percentagem, com relação à frequência de excitação na amplitude máxima obtida no ensaio de campo (frequência de ressonância de campo). A seguir está mostrada a aplicação dos dois métodos de cálculo.

a) Método do semi-espaco elástico

Este método, como foi mostrado no Capítulo II, teve o seu estudo baseado em uma fundação circular. Em se tratando de uma fundação retangular utilizou-se, para pressão no solo exercida por base rígida, as duas concepções (item II.4.5.4b), sendo uma apresentada por RICHART, HALL e WOODS (29) (Apêndice A) e a outra por PRAKASH (22). Para pressão uniformemente

distribuída e parabólica, por não ter sido apresentado na literatura a solução para base retangular, utilizou-se o raio equivalente.

Foram adotados os seguintes procedimentos de cálculo para as quatro aplicações citadas acima:

- i) base rígida segundo RICHART et al. (29) - nesta aplicação calculou-se o valor do fator de amortecimento (D) através do raio equivalente (tabela A.4, Apêndice A) e o coeficiente de rigidez conforme a Tabela A.2);
 - ii) base rígida segundo PRAKASH (22) - considerou-se as fórmulas dos coeficientes de rigidez e amortecimento para uma fundação circular (equações II.4.23 e II.4.24) admitindo para as mesmas um raio de uma área circular com o mesmo valor da área da base da fundação (raio equivalente);
 - iii) pressão uniformemente distribuída - considerou-se as fórmulas para uma fundação circular (equações II.4.38 e II.4.39) admitindo o raio equivalente;
 - iv) pressão parabólica - considerou-se as fórmulas para uma fundação circular equações (II.4.41 e II.4.42) admitindo o raio equivalente.
- b) método em que o solo é substituído por molas lineares sem peso

As aplicações deste método foram realizadas conforme item V.2.3.1b.

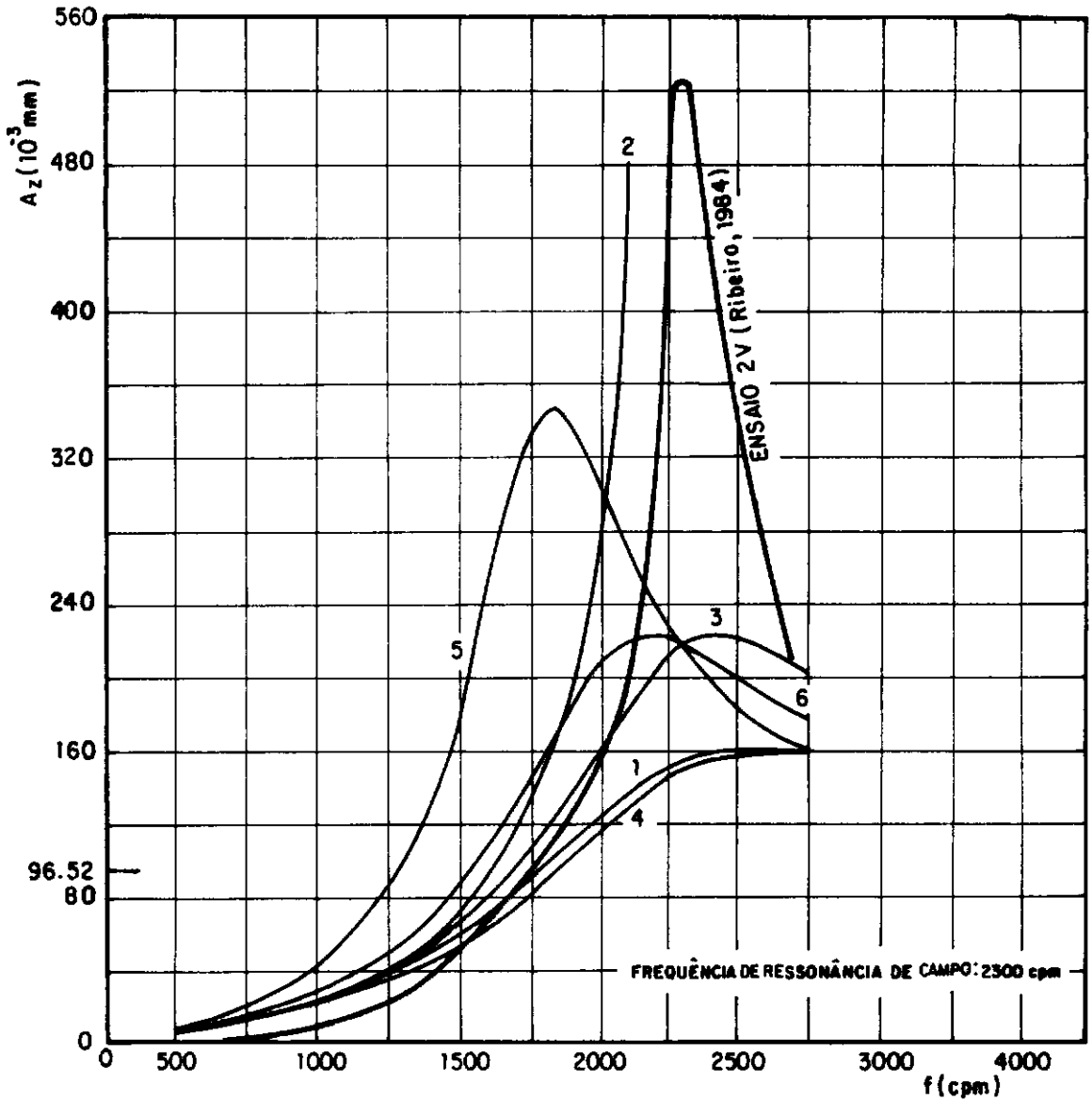


Fig. V-3.1 - Conjunto de curvas da amplitude do deslocamento versus a frequência de excitação.

(1) Base rígida segundo Richart et al. [29]; (2) Reação do solo sem amortecimento segundo Barkan [8]; (3) Reação do solo com amortecimento segundo Barkan [8]; (4) Base rígida segundo Prakash [22]; (5) Pressão parabólica; (6) Pressão uniforme.

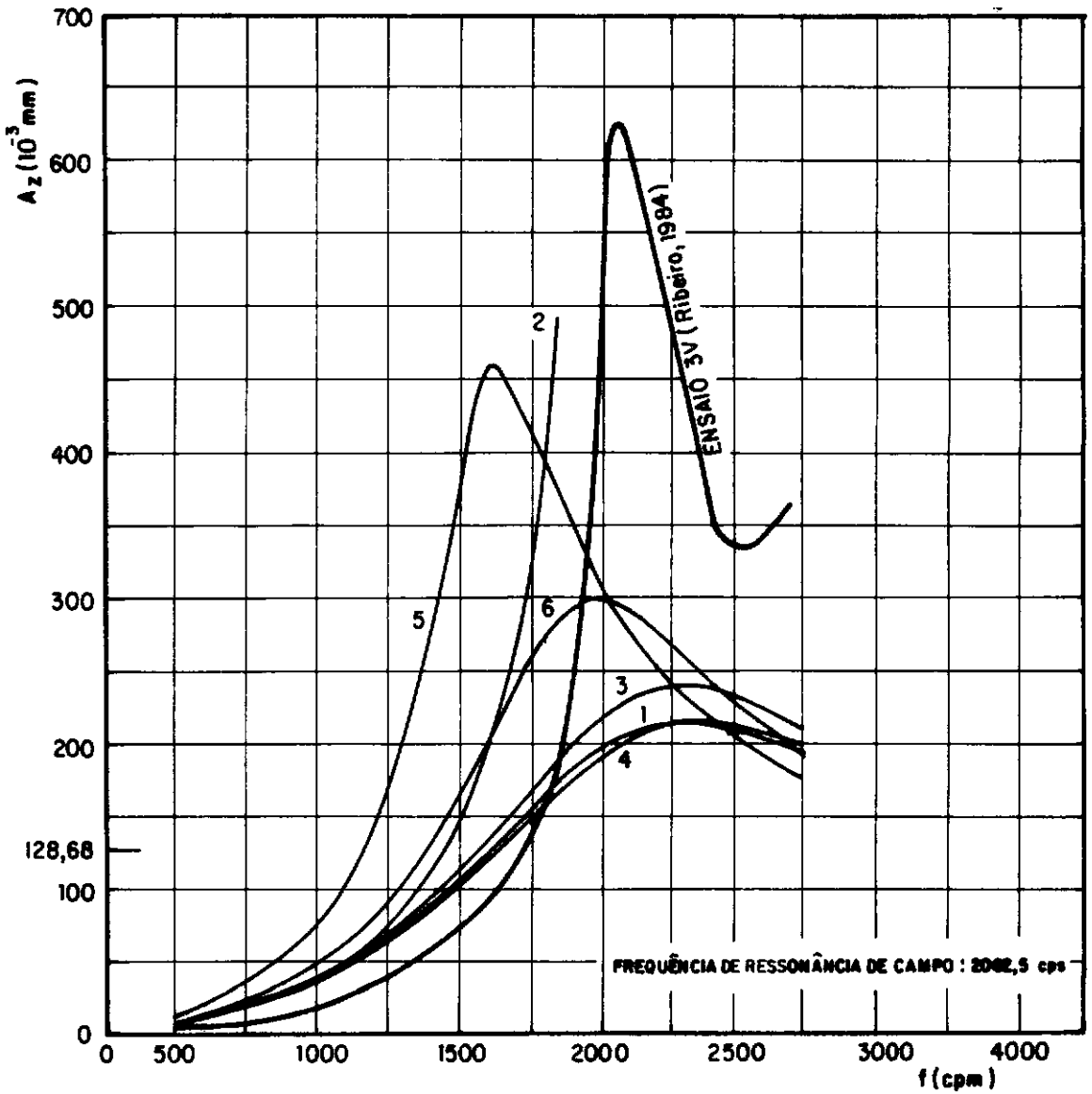


Fig.V-3.2 - Conjunto de curvas da amplitude do deslocamento versus a frequência de excitação.

(1) Base rígida segundo Richart et al. [29]; (2) Reação do solo sem amortecimento segundo Barkon [8]; (3) Reação do solo com amortecimento segundo Barkon [8]; (4) Base rígida segundo Prakash [22]; (5) Pressão parabólica; (6) Pressão uniforme.

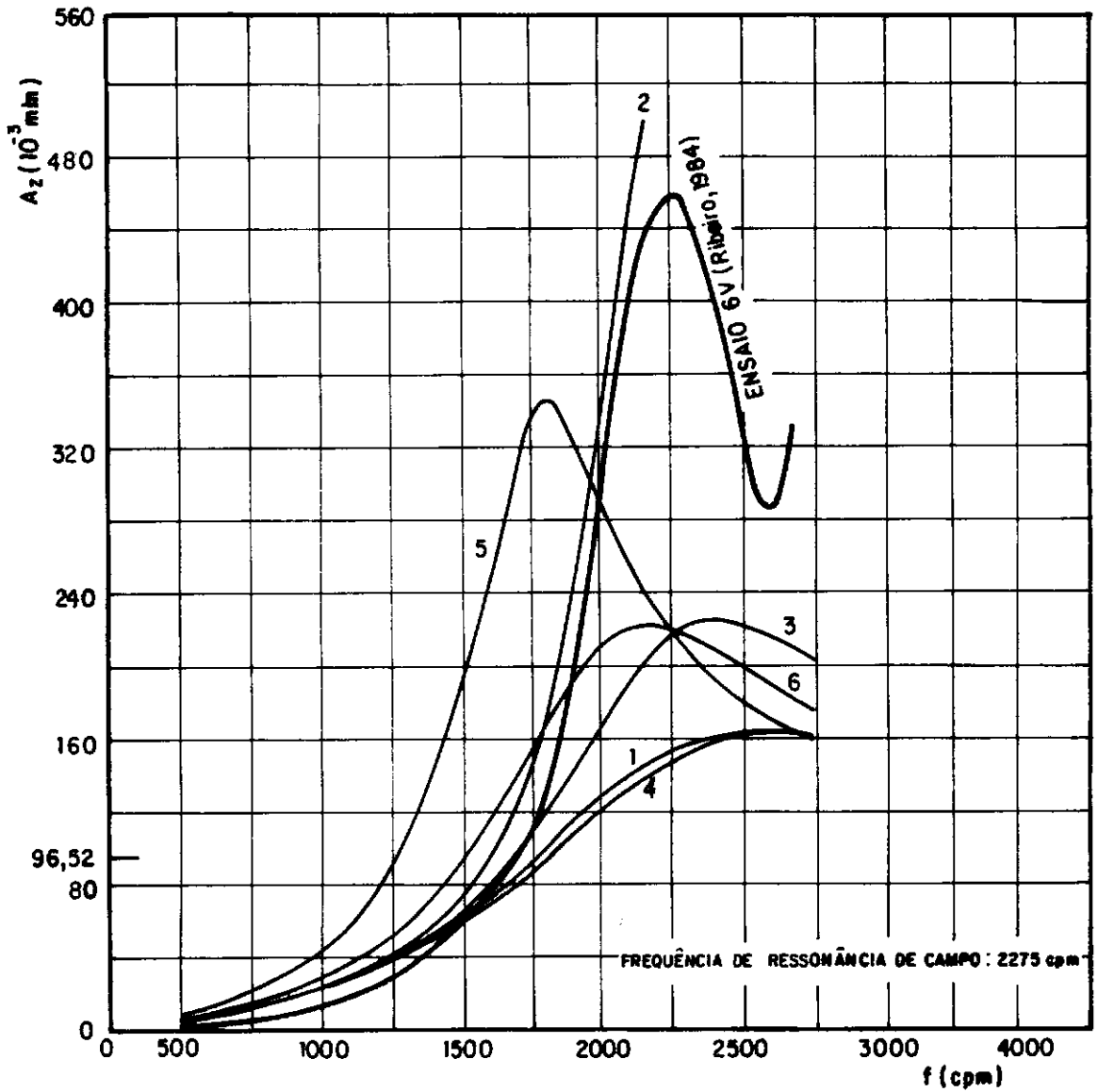


Fig. V-3.3- Conjunto de curvas da amplitude do deslocamento versus a frequência de excitação.

(1) Base rígida segundo Richart et al. [29]; (2) Reação do solo sem amortecimento segundo Barkan [8]; (3) Reação do solo com amortecimento segundo Barkan [8]; (4) Base rígida segundo Prakash [22]; (5) Pressão parabólica; (6) Pressão uniforme.

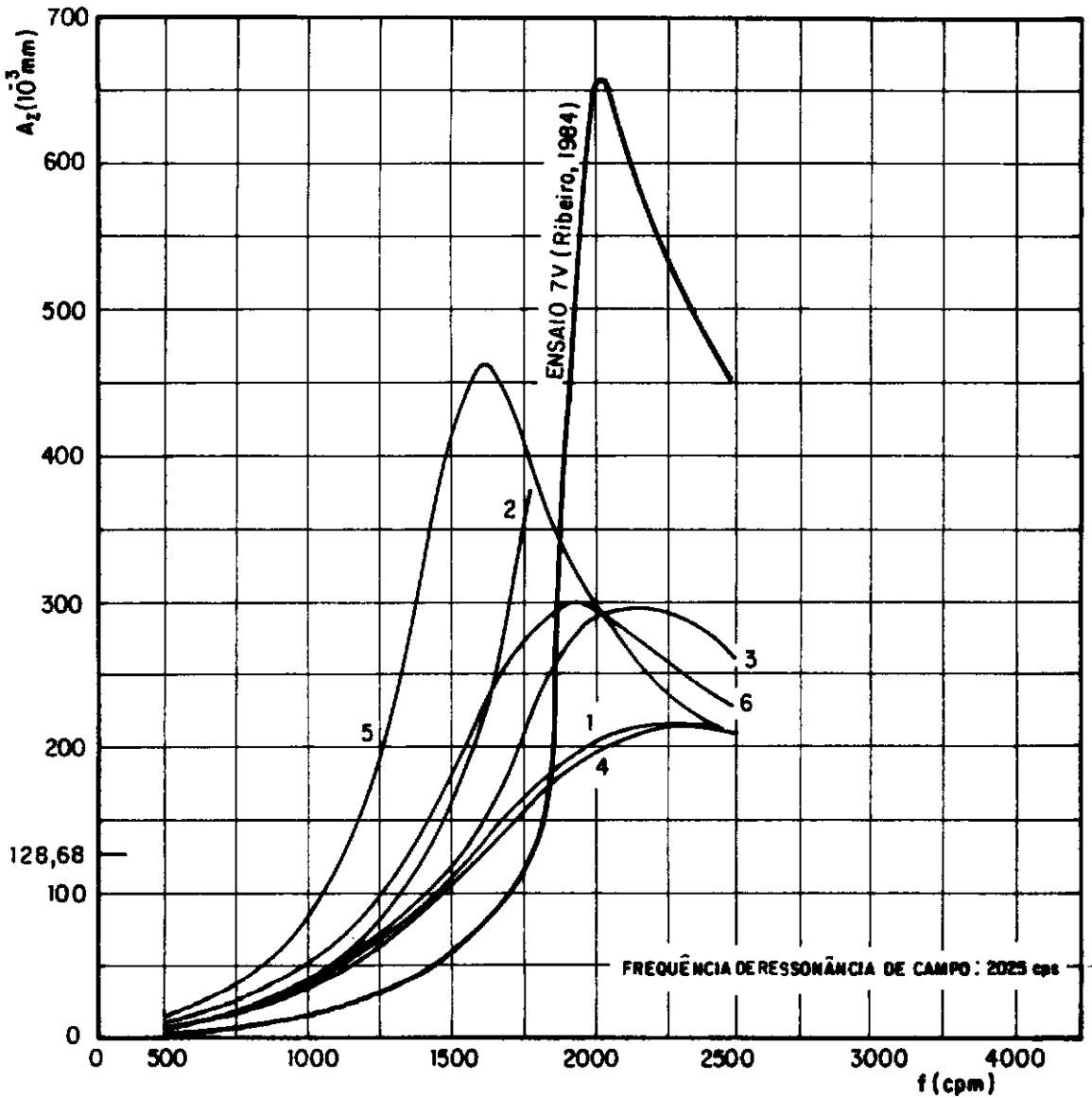


Fig. V-3.4 - Conjunto de curvas da amplitude do deslocamento versus a frequência de excitação.

(1) Base rígida segundo Richart et al. [29]; (2) Reação do solo sem amortecimento segundo Barkan [8]; (3) Reação do solo com amortecimento segundo Barkan [8]; (4) Base rígida segundo Prakash [22]; (5) Pressão parabólica; (6) Pressão uniforme.

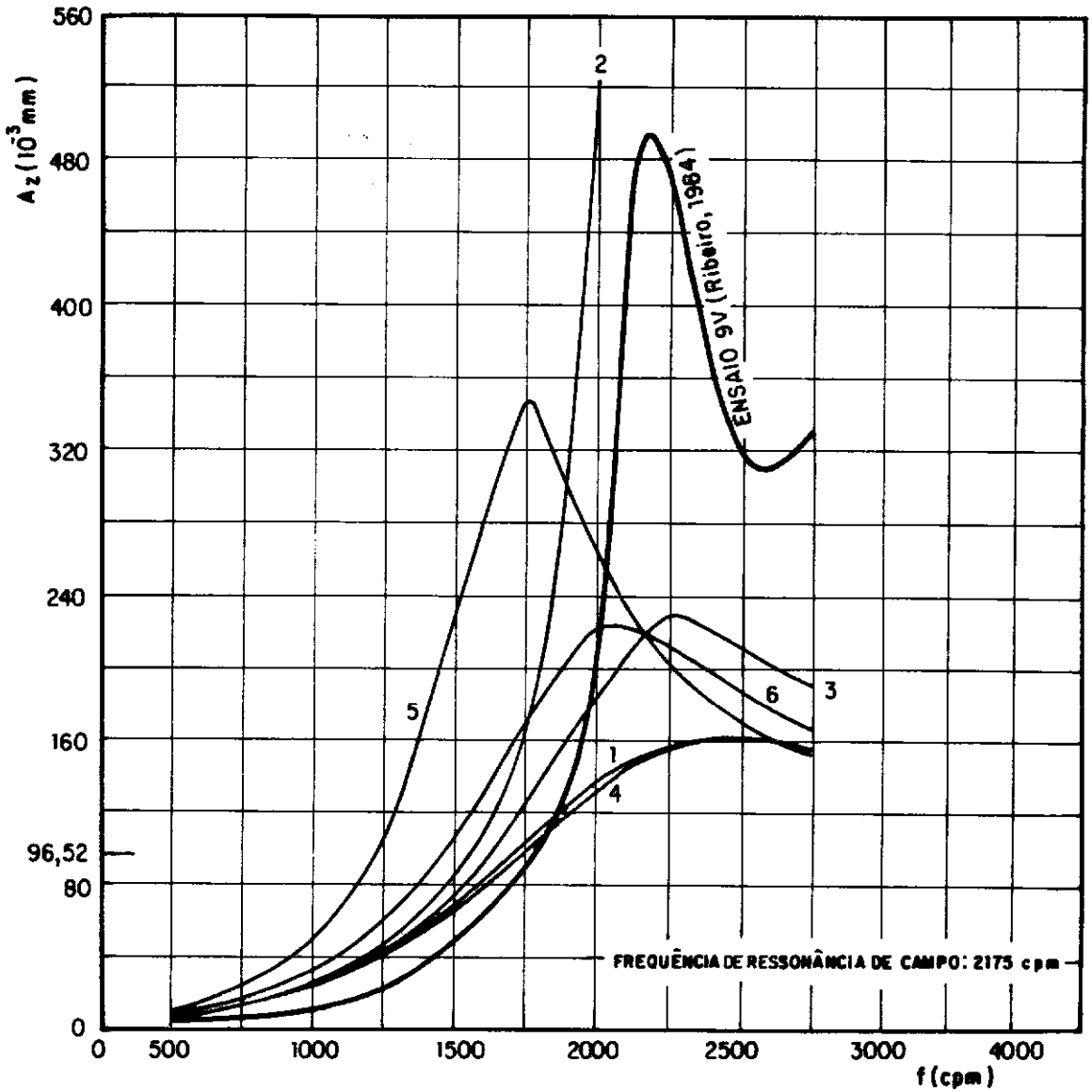


Fig. V-3.5 - Conjunto de curvas da amplitude do deslocamento versus a frequência de excitação.

(1) Base rígida segundo Richart et al. [29] ; (2) Reação do solo sem amortecimento segundo Barkan [8] ; (3) Reação do solo com amortecimento segundo Barkan [8] ; (4) Base rígida segundo Prakash [22] ; (5) Pressão parabólica ; (6) Pressão uniforme.

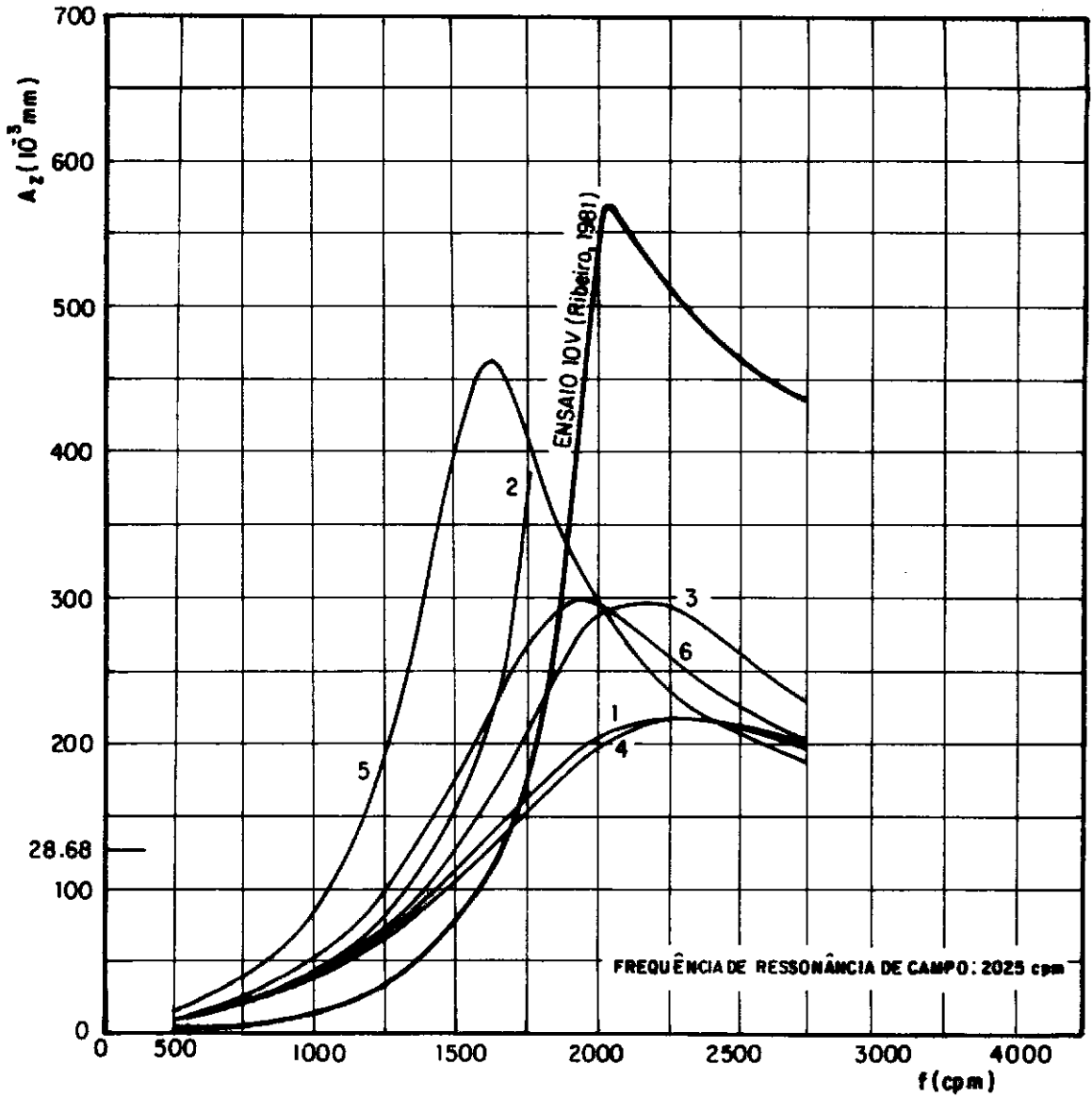


Fig. V-3.6 - Conjunto de curvas da amplitude do deslocamento versus a frequência de excitação.

(1) Base rígida segundo Richart et al. [29]; (2) Reação do solo sem amortecimento segundo Barkan [8]; (3) Reação do solo com amortecimento segundo Barkan [8]; (4) Base rígida segundo Prakosh [22]; (5) Pressão parabólica; (6) Pressão uniforme

Tab. V.3.2 - Frequências-natural para oscilação não amortecida, e de ressonância, e os respectivos erros em relação a frequência de ressonância de campo referentes à fig. V.3.1

Método de cálculo	Frequência natural para oscilação não amortecida (fn) (cpm)	Frequência de ressonância (cpm)	Erro da freq. na- tural para oscila- ção não amorteci- da com relação à freq. de ressonân- cia de campo (%)	Erro da freq. de ressonância em relação à freq. de ressonância de campo (%)
base rígida segundo RICHART et al. (29)	2284,47	2551,64	- 0,68	10,94
reação do solo sem amorte- cimento segundo BARKAN (8)	2300,34	2300,34	0,01	0,01
reação do solo com amorte- cimento segundo BARKAN (8)	2300,34	2420,48	0,01	5,24
base rígida segundo PRAKASH (22)	2340,50	2615,35	1,76	13,71
pressão parabólica	1796,25	1833,61	-21,90	-20,28
pressão uniforme	2074,21	2184,74	- 9,81	- 5,01

Tab. V.3.3 - Frequências-natural para oscilação não amortecida, e de ressonância, e os respectivos erros em relação a frequência de ressonância de campo referentes à fig. V.3.2.

Método de cálculo	Frequência natural para oscilação não amortecida (fn) (cpm)	Frequência de ressonância (cpm)	Erro da freq. natural para oscilação não amortecida com relação à freq. de ressonância de campo (%)	Erro da freq. de ressonância em relação à freq. de ressonância de campo (%)
base rígida segundo RICHART et al. (29)	2048,65	2288,24	- 0,67	10,94
reação do solo sem amortecimento segundo BARKAN (8)	2062,9	2062,9	0,02	0,02
reação do solo com amortecimento segundo BARKAN (8)	2062,9	2170,63	0,02	5,24
base rígida segundo PRAKASH (22)	2098,9	2345,38	1,76	13,71
pressão parabólica	1610,82	1644,33	-21,9	-20,27
pressão uniforme	1860,10	1959,22	- 9,81	- 5,0

Tab. V.3.4 - Frequências-natural para oscilação não amortecida, e de ressonância, e os respectivos erros em relação a frequência de ressonância de campo referentes à fig. V.3.3

Método de cálculo	Frequência natural para oscilação não amortecida (fn) (cpm)	Frequência de ressonância (cpm)	Erro da freq. natural para oscilação não amortecida com relação a freq. de ressonância de campo (%)	Erro da freq. de ressonância em relação a freq. de ressonância de campo (%)
base rígida segundo RICHART et al. (29)	2258,65	2522,63	- 0,72	10,88
reação do solo sem amortecimento segundo BARKAN (8)	2274,46	2274,46	- 0,02	- 0,02
reação do solo com amortecimento segundo BARKAN (8)	2274,46	2246,53	- 0,02	8,92
base rígida segundo PRAKASH (22)	2314,05	2585,80	1,72	13,66
pressão parabólica	1775,95	1812,89	-21,94	-20,31
pressão uniforme	2050,77	2160,06	- 9,86	- 5,05

Tab. V.3.5 - Freqüências-natural para oscilação não amortecida, e de ressonância, e os respectivos erros em relação a freqüência de ressonância de campo referentes à fig. V.3.4

Método de cálculo	Freqüência natural para oscilação não amortecida (fn) (cpm)	Freqüência de ressonância (cpm)	Erro da freq. natural para oscilação não amortecida com relação a freq. de ressonância de campo (%)	Erro da freq. de ressonância em relação a freq. de ressonância de campo (%)
base rígida segundo RICHART et al. (29)	2011,37	2246,61	- 0,67	10,94
reação do solo sem amortecimento segundo BARKAN (8)	2025,35	2025,35	0,017	0,017
reação do solo com amortecimento segundo BARKAN (8)	2025,35	2131,12	0,017	5,24
base rígida segundo PRAKASH (22)	2060,70	2302,70	1,76	13,71
pressão parabólica	1581,51	1614,41	-21,9	-20,28
pressão uniforme	1826,25	1923,57	- 9,81	- 5,00

Tab. V.3.6 - Frequências-natural para oscilação não amortecida, e de ressonância, e os respectivos erros em relação a frequência de ressonância de campo referentes à fig. V.3.5

Método de cálculo	Frequência natural para oscilação não amortecida (fn) (cpm)	Frequência de ressonância (cpm)	Erro da freq. natural para oscilação não amortecida com relação a freq. de ressonância de campo (%)	Erro da freq. de ressonância em relação a freq. de campo (%)
base rígida segundo RICHART et al. (29)	2160,13	2412,76	- 0,68	10,93
reação do solo sem amortecimento segundo BARKAN (8)	2175,17	2175,17	0,00	0,00
reação do solo com amortecimento segundo BARKAN (8)	2175,17	2288,76	0,00	5,23
base rígida segundo PRAKASH (22)	2213,11	2473,00	1,75	13,70
pressão parabólica	1698,48	1733,81	- 2,19	-20,28
pressão uniforme	1961,32	2065,83	- 9,82	- 5,02

Tab. V.3.7 - Frequências-natural para oscilação não amortecida, e de ressonância, e os respectivos erros em relação a frequência de ressonância de campo referentes à fig. V.3.6

Método de cálculo	Frequência natural para oscilação não amortecida (fn) (cpm)	Frequência de ressonância (cpm)	Erro da freq. na- tural para oscila- ção não amorteci- da com relação à freq. de ressonân- cia de campo (%)	Erro da freq. de ressonância em relação à freq. de ressonância de campo (%)
base rígida segundo RICHART et al. (29)	2011,37	2246,61	- 0,67	10,94
reação do solo sem amorte- cimento segundo BARKAN (8)	2025,35	2025,35	0,017	0,017
reação do solo com amorte- cimento segundo BARKAN (8)	2025,35	2131,12	0,017	5,24
base rígida segundo PRAKASH (22)	2060,70	2302,70	1,76	13,71
pressão parabólica	1581,51	1614,41	-21,90	-20,28
pressão uniforme	1826,25	1923,57	- 9,81	- 5,00

CAPÍTULO VI

ANÁLISE DOS RESULTADOS

VI.1. INTRODUÇÃO

Os procedimentos dos cálculos do comportamento dinâmico das fundações submetidas a excitações exclusivamente verticais, ora em estudo, bem como a representação dos resultados através de gráficos e tabelas juntamente com os ensaios de campo, foram apresentados nos capítulos precedentes. As análises desses resultados serão realizadas cuidadosamente neste capítulo, objetivando tornar mais claro a utilização dos métodos de cálculo em projetos de fundações de máquinas.

VI.2. ANÁLISE QUANTO AS CONSIDERAÇÕES PARA OS CÁLCULOS DOS COEFICIENTES DE RIGIDEZ E AMORTECIMENTO NOS ENSAIOS COM BASES RETANGULARES

RIBEIRO (25) realizou ensaios através de uma base re-

tangular assentada em dois tipos de cavas com dimensões e umidade do fundo variantes submetida a forças verticais também variantes. Neste trabalho analisou-se as amplitudes dos deslocamentos para o método do semi-espaco elástico considerando duas concepções: a apresentada por RICHART et al. (29) onde calcula-se o coeficiente de rigidez pela eq. (II.4.45), e o fator de amortecimento pelo raio equivalente; e a apresentada por PRAKASH (22) onde calcula-se os coeficientes de rigidez, e amortecimento a partir do raio equivalente. Tendo observado, que para todos os ensaios, independente do tamanho da escavação, umidade em torno da fundação e da força de excitação, a diferença máxima dos valores obtidos entre a concepção de RICHART et al. (29) e de PRAKASH (22) foi em torno de 6,5% do valor encontrado, pelo primeiro.

VI.3. ANÁLISE QUANTO ÀS FREQUÊNCIAS

Neste trabalho calculou-se para cada método analisado as frequências-natural para oscilação não amortecida, e de ressonância, bem como os respectivos erros em relação à frequência da amplitude máxima obtida no campo (frequência de ressonância de campo), apresentando-os nas tabelas V.2.1 a V.2.6 e V.3.2 a V.3.7. Pode-se notar a partir desses resultados o seguinte:

- Nos ensaios realizados no solo de areia siltosa de Volta Redonda (RIBEIRO (25)) verificou-se que para as mesmas condições (dimensão da cava, umidade do fundo da cava) de teste, com o aumento da força de excitação e amplitude, as frequências

naturais para oscilação não amortecida, de ressonância e de campo diminuíram. O módulo de elasticidade do solo diminuiu tornando o sistema menos rígido.

Os erros em relação às frequências de ressonâncias de campo foram praticamente constantes para cada método de cálculo conforme tabela VI.3.1, ou seja, a variação das frequências calculadas foram as mesmas da frequência de ressonância de campo.

- As frequências de ressonância calculadas a partir do método do semi-espaco elástico considerando pressão no solo por base rígida apresentaram para todas as análises, erros positivos, ou seja, valores maiores do que a frequência de ressonância de campo e elevadas quando comparadas com as outras frequências de cálculo. Já as frequências naturais para oscilação não amortecida obtidas pelo mesmo método de cálculo obteve-se erros negativos não maiores do que 1% para o solo tropical (RIBEIRO (25)); erros positivos até 22% para o solo argilo siltooso (WES); erros positivos até 28% e negativo de 1,63% para solo arenoso (Eglin).

- Com relação aos ensaios realizados em solo argilo siltooso de WES, as amplitudes máximas de cálculo e de campo diminuíram com o aumento das dimensões da base, resultados coerentes devido à menor pressão exercida pela fundação no solo. Já as frequências de ressonância de campo para base 2 e 3 foram praticamente constantes, o que difere das frequências de cálculo às quais alteram com o raio.

- Para o solo arenoso (areia fina) de Eglin, as frequências de cálculo aumentaram juntamente com a dimensão da funda-

Tab. VI.3.1 - Erros das frequências obtidas pelos métodos de cálculo em relação à frequência de ressonância de campo, por ensaio realizado por RIBEIRO (25): (a) frequência natural para oscilação não amortecida e (b) frequência de ressonância

Método de cálculo	Ensaio					
	2V	3V	6V	7V	9V	10V
pressão base rígida segundo RICHART et al. (29)	- 0,68	- 0,67	- 0,72	- 0,67	- 0,68	- 0,67
reação do solo sem amortecimento segundo BARKAN (8)	0,01	0,02	0,02	- 0,017	0,00	0,017
reação do solo com amortecimento segundo BARKAN (8)	0,01	0,02	0,02	- 0,017	0,00	0,017
pressão base rígida segundo PRAKASH (22)	1,76	1,76	1,72	1,76	1,75	1,76
pressão parabólica	- 21,9	- 21,9	- 21,94	- 21,9	- 21,9	- 21,9
pressão uniforme	- 9,81	- 9,81	- 9,86	- 9,81	- 9,82	- 9,81

(a)

	Ensaio					
	2V	3V	6V	7V	9V	10V
pressão base rígida segundo RICHART et al. (29)	10,94	10,94	10,88	10,94	10,93	10,94
reação do solo sem amortecimento segundo BARKAN (8)	0,01	0,02	- 0,02	0,017	0,00	0,017
reação do solo com amortecimento segundo BARKAN (8)	5,24	5,24	8,92	5,24	5,23	5,24
pressão base rígida segundo PRAKASH (22)	13,71	13,71	13,66	13,71	13,70	13,71
pressão parabólica	- 20,28	- 20,27	- 20,31	- 20,28	- 20,28	- 20,28
pressão uniforme	- 5,01	- 5,0	- 5,05	- 5,0	- 5,02	- 5,0

(b)

ção, enquanto as frequências observadas *in situ* permaneceram praticamente constantes.

- Nos erros das frequências naturais para oscilação não amortecida calculadas pelo método do semi-espaço elástico considerando a pressão no solo parabólica encontrou-se: valores negativos e constantes de 21,9% para solo tropical; valores positivos de até 6,5% e negativos até 25,0% para o solo arenoso (Eglin), e argilo siltoso (WES). Pode-se observar uma tendência de serem menores do que as frequências de ressonância observadas *in situ*.

VI.4. ANÁLISE QUANTO À ACURÁCIA DOS RESULTADOS

a) Ensaios realizados em WES

Esses ensaios (figuras V.2.1 a V.2.3) apresentam, conforme comparados com as curvas teóricas da figura VI.4.1 (gráfico da amplitude adimensional do deslocamento em função da razão de frequências e do fator de amortecimento), um alto fator de amortecimento, induzindo a melhores resultados qualitativos para as curvas obtidas pelo método do semi-espaço elástico com pressão exercida por base rígida e pelo método apresentado por BARKAN (8) considerando o amortecimento.

Quantitativamente, pode-se notar que: para baixas frequências todos os métodos apresentaram bons resultados; para altas frequências, apresentaram resultados superiores aos observados *in situ*, aumentando a diferença para menores dimensões das bases.

Quanto ao método em que o solo é substituído por molas lineares sem peso (BARKAN (8)), sem amortecimento, observa-se resultados satisfatórios para baixas frequências sendo irreal na frequência de ressonância de cálculo.

b) Ensaaios realizados em Eglin

Conforme pode ser observado, em comparação com a figura VI.4.1, estas curvas correspondem a uma curva teórica com fator de amortecimento entre 0,15 e 0,20. Das curvas obtidas pelos métodos de cálculo, estes valores do fator de amortecimento, foram obtidos para o método do semi-espaco elástico admitindo pressão parabólica. Desta maneira, pode-se dizer que os melhores resultados qualitativos são obtidos admitindo o método do semi-espaco elástico com pressão, sob a fundação, parabólica.

Quantitativamente pode-se dizer que o método apresentado por BARKAN (8), sem amortecimento, apresentou resultados satisfatórios e seguros quanto ao projeto. Já quanto ao método do semi-espaco elástico pode-se observar: para o ensaio realizado com a base 2, os melhores resultados foram encontrados admitindo pressão exercida por base rígida; para os ensaios realizados com a base 3 e 4 os melhores resultados foram obtidos admitindo pressão parabólica. Com isto, para o solo arenoso (areia fina) de Eglin o método do semi-espaco elástico apresentou, quanto à precisão, resultados inseguros os quais variavam com as dimensões da fundação.

Para todos os casos analisados, as amplitudes dos deslocamentos obtidas pelos métodos de cálculo foram superiores para baixas e altas frequências do que às amplitudes obtidas no cam

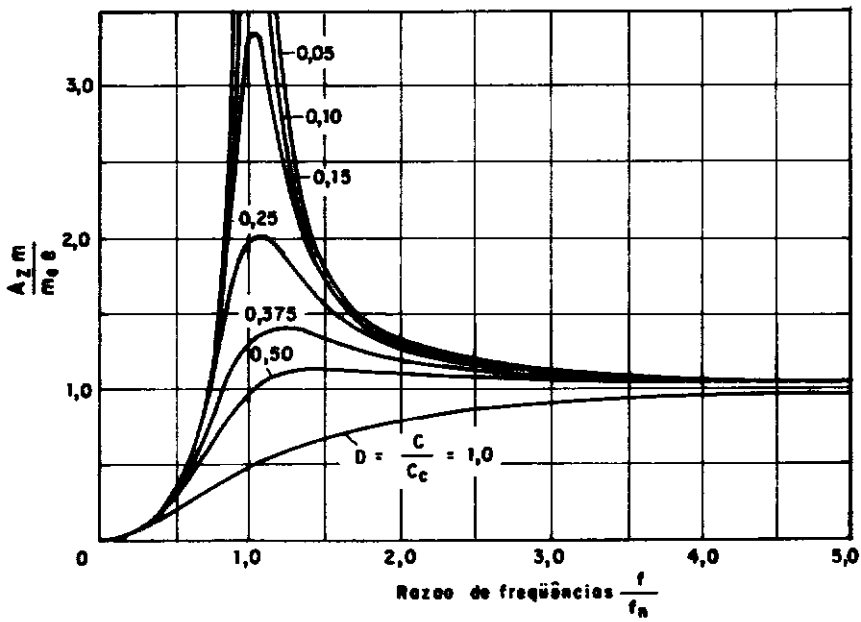


Fig. VI-4.1- Curvas teóricas amplitude adimensional do deslocamento em função da razão de frequências e do fator de amortecimento para o caso de vibração forçada c/ desbalanceamento rotativo.

po. Quando as dimensões da base aumentaram as razões do amortecimento nas curvas de cálculo diminuíram, enquanto para os ensaios permaneceram constantes. Induzindo assim um domínio maior perto da ressonância, onde as amplitudes de cálculo foram menores.

c) Ensaios realizados em Volta Redonda

Para estes ensaios, realizados em um solo de areia siltoosa com dimensões das bases constantes, obteve-se melhores resultados qualitativos para o método do semi-espaco elástico admitindo pressão parabólica.

Quantitativamente o método em que o solo é substituído por molas lineares sem peso e sem amortecimento apresentou resultados satisfatórios em todos os ensaios para frequências fora da ressonância. Já o método do semi-espaco elástico os resultados foram constantes sendo: inferiores do que os observados *in situ* para frequências um pouco menor, e superiores à de ressonância.

Verificando que apenas para frequências inferiores do que 1850 cpm as amplitudes dos deslocamentos foram permissíveis para fundações de máquinas, observa-se que os resultados em termos quantitativos, foram satisfatórios para o método do semi-espaco elástico admitindo pressão exercida por base rígida e parabólica.

CAPÍTULO VII

CONCLUSÕES E SUGESTÕES

VII.1. CONCLUSÕES

A pesquisa permitiu alguns esclarecimentos quanto a utilização dos métodos de cálculo mais usuais em projetos de fundações de máquinas, quando sujeitas a excitações harmônicas verticais. As principais conclusões deste trabalho estão apresentadas a seguir:

1. A análise dinâmica pelo método de cálculo em que o solo é substituído por molas lineares sem peso e sem amortecimento (BARKAN (8)), apesar de ter sido publicado na década de 40 fornece resultados bastante seguros para o projetista e quantitativamente excelentes para os solos com menor fator de amortecimento, que são os solos com características não coesivas. O fato do método fornecer amplitude de deslocamentos infinita na ressonância, apesar de ser uma situação irreal não interfere negativamente nos resultados obtidos pelo método na faixa de frequências de interesse do projetista.

2. A teoria do semi-espço elástico apresenta um resultado inseguro em relação à pressão de contato entre o solo e a fundação a ser considerada, tanto no aspecto qualitativo como no quantitativo. No solo argilo siltoso que apresenta um amortecimento alto, obtêm-se melhores resultados tanto quantitativos como qualitativos quando considera base rígida. Já para o solo arenoso e a areia siltosa obtêm-se resultados satisfatórios qualitativamente quando associado à consideração da pressão parabólica porém, no aspecto quantitativo a eficiência dos resultados depende da dimensão da base.

3. O amortecimento geométrico diminui com o aumento da razão de massa do sistema e com a diminuição da dimensão da fundação. Com uma fundação larga e leve o amortecimento de projeto, principalmente considerando base rígida, deve ser maior do que o amortecimento real do solo o que induzirá a resultados inseguros para o projetista.

4. Sendo a geometria da fundação retangular, na análise do comportamento dinâmico pelo método do semi-espço elástico com pressão exercida por base rígida obtêm-se praticamente os mesmos resultados calculando o coeficiente de rigidez através do raio equivalente, ou pelas expressões apresentadas por RICHART et al. (29) a partir da teoria da elasticidade.

5. As freqüências obtidas pelo método em que o solo é substituído por molas lineares sem peso (BARKAN (8)) foram superiores à freqüência de ressonância de campo. Assim, tendo a máquina uma freqüência de operação alta, pretende-se que esta seja maior do que a freqüência de ressonância. Calculando a freqüência relativa à amplitude máxima pelo método apresentado por

BARKAN (8) obtêm-se maior segurança no projeto quanto à vibração fora da ressonância.

6. Quando a máquina funciona com uma rotação baixa (frequência de operação baixa), pretende-se que esta seja menor do que a frequência de ressonância. As frequências naturais para oscilação não amortecida calculadas pelo método do semi-espaço elástico considerando pressão parabólica apresentaram resultados tendendo a serem menores do que as obtidas *in situ*. Evidenciando um resultado de cálculo mais seguro.

VII.2. SUGESTÕES PARA PESQUISA

A seguir estão algumas sugestões para novas pesquisas, as quais fornecerão mais conhecimentos aos interessados no assunto, principalmente aos projetistas da área.

1. Realizar comparações entre o método do semi-espaço elástico e o método em que o solo é substituído por molas lineares sem peso (BARKAN (8)) para os modos acoplados horizontal e de rotação.

2. Os parâmetros do solo na utilização dos ensaios realizados em solo tropical (RIBEIRO (25)) foram obtidos através da frequência de ressonância observada *in situ*, enquanto nos ensaios descritos por FRY (13) foram obtidos através de testes sísmicos e de propagação de ondas da superfície. Sugere-se analisar o comportamento dinâmico de fundações admitindo o mesmo procedimento para obtenção de parâmetros dos ensaios realizados por RIBEIRO (25), nos ensaios realizados em solo de WES, e Eglin (FRY (13)).

3. Analisar e comparar os resultados obtidos pelo método do semi-espaco elástico e o método apresentado por BARKAN (8) nos solos argilo siltoso (WES) e arenoso (Eglin) com amplitudes de excitação variantes.

4. Analisar os resultados obtidos pelo método do semi-espaco elástico admitindo as funções deslocamentos " F_1 " e " F_2 " de Lysmer.

5. Verificar a eficiência dos valores das frequências naturais obtidas pelos métodos apresentados por TSCHEBOTARIOFF e WARD (40) e ALPAN (1) em relação às frequências de ressonância obtidas nos ensaios utilizados neste trabalho.

6. É constantemente considerado, por parte dos projetistas, o desacoplamento entre o modo horizontal e o de rotação para depois superpor os resultados, mesmo quando é evidente o acoplamento. ARYA, O'NEILL e PINCUS (6) admitem a hipótese da consideração do desacoplamento quando existe um grande domínio do deslocamento de um modo sobre o outro (vide Capítulo II). Segue a sugestão de analisar, para os três tipos de solo utilizados neste trabalho, a consideração ou não do acoplamento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- (1) ALPAN, I., "Machine Foundations and Soil Resonance",
Geotechnique, vol. 11, pp. 95-113, 1961.
- (2) ANANDAKRISHNAN, M. and KRISHNASWAMY, N.R., "Response of
Embedded Footings to Vertical Vibrations", Journal of the
Soil Mechanics and Foundations Division, Proc. ASCE,
vol. 99, No. SM10, Oct., pp. 863-883, 1973.
- (3) ANDERSON, D.G. and WOODS, R.D., "Time-Dependent Increase in
Shear Modulus of Clay", Journal of the Geotechnical
Engineering Division, vol. 102, No. GT5, pp. 525-537,
1976.
- (4) ARYA, S.C., DREWYER, R.P. and PINCUS, G., "Foundation Design
for Vibrating Machines", Hydrocarbon Procesing, Nov.
pp. 273-278, 1975.
- (5) _____ "Foundation Design for Reciprocating Compressors",
Hydrocarbon Procesing, May, pp. 223-231, 1977.
- (6) ARYA, S.C., O'NEILL, M.W. and PINCUS, G., "Design of
Structures and Foundation for Vibrating Machines", Gulf
Publishing Company, Houston, 191 pp, 1979.
- (7) BALAKRISHNA RAO, H.A. and NAGARAJ, C.N., "A New Method for

Predicting the Natural Frequency of Foundation-Soil Systems", *Structural Engineer*, pp. 310-316, 1960.

- (8) BARKAN, D.D., "Dynamics of Bases and Foundations", McGraw-Hill Book Company, New York, 434 pp., 1962.
- (9) CLOUGH, R.W. and PENZIEN, J., "Dynamics of Structures", McGraw-Hill Kogakusha, Ltd., Tokyo, 634 pp., 1982.
- (10) CUNNY, R.W. and FRY, B.Z., "Vibratory In Situ and Laboratory Soil Moduli Compared", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proc. ASCE, vol. 99, No. SM12, Dec., pp. 1055-2076, 1973.
- (11) DAS, B.M., "Fundamentals of Soil Dynamics", Elsevier Science Publishing Co., New York, 399 pp., 1983.
- (12) DRNEVICH, V.P. and RICHART, F.E., Jr., "Dynamic Prestraining of Dry Sand", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proc. ASCE, vol. 96, No. SM2, March, pp. 453-468, 1970.
- (13) FRY, Z.B., "Development and Evaluation of Soil Bearing Capacity Foundations of Structures", WES, Technical Report No. 3-632, Report No. 1, July, 1963.
- (14) HARDIN, B.O. and DRNEVICH, V.P., "Shear Modulus and Damping in Soils: Measurement and Parameter Effects", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proc. ASCE, vol. 98, No. SM6, June. pp. 603-624, 1972.
- (15) _____, "Shear Modulus and Damping in Soils: Design Equations and Curves", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proc. ASCE, vol. 98, No. SM7,

July, pp. 667-691, 1972.

- (16) HSIEH, T.K., "Foundations Vibrations", Proc. Institution of Civil Engineers, vol. 22, pp. 211-226, 1962.
- (17) LYSMER, J. and RICHART, F.E., Jr., "Dynamic Response of Footings to Vertical Loading", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proc. ASCE, vol. 92, No. SM1, January, pp.65-91, 1966.
- (18) MAJOR, A., "Vibration Analysis and Design of Foundations for Machines and Turbines", Akadémiai Kiadó, Budapest, 828 pp., 1962.
- (19) NAGENDRA, M.V. and SRIDHARAN, A., "Response of Circular Footings to Vertical Vibrations", Journal of the Geotechnical Engineering Division, Proc. ASCE, Technical Notes, vol. 107, No. GT7, July, pp. 989-995, 1981.
- (20) NOVAK, M., "Prediction of Footing Vibrations", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proc. ASCE, vol. 96, No. SM3, May. pp. 837-861, 1970.
- (21) NOVAK, M. and BEREDUGO, Y.O., "Vertical Vibration of Embedded Footings", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proc. ASCE, vol. 98, No. SM12, Dec., pp. 1291-1310, 1972.
- (22) PRAKASH, S., "Soil Dynamics", McGraw-Hill Book Company, New York, 426 pp., 1981.
- (23) PRANGE, G., "Dynamic Response and Wave Propagation in Soils", Dynamics Methods in Soil and Rock Mechanics, Proceedings/ Karlsruhe/5-16 September, 166 pp., 1977.

- (24) QUINLAN, P.M., "The Elastic Theory of Soil Dynamics",
Symposium on Dynamic Testing of Soils, ASTM STP No. 156,
pp. 3-34, 1953.
- (25) RIBEIRO, A.T.F., "Determinação de Propriedades Dinâmicas
do Solo no Campo para Análise de Fundações de Máquinas
Rotativas", Tese de Mestrado em Engenharia Civil da
COPPE, Rio de Janeiro, 142 pp., 1984.
- (26) RICHART, F.E., Jr, "Foundations Vibrations", Journal of
the Soil Mechanics and Foundations Division, Proc. ASCE,
vol. 86, No. SM4, August, pp. 1-34, 1960.
- (27) _____, "Foundations Vibrations", Trans. ASCE, vol. 127
Part 1, pp. 863-898, 1962.
- (28) _____, "Some Effects of Dynamics Soil Properties on
Soil-Structure Interaction"; Journal of the Geotechnical
Engineering Division, Proc. ASCE, vol. 101, No. GT12,
Dec., pp. 1197-1240, 1975.
- (29) RICHART, F.E., Jr., HALL, J.R., Jr., and WOODS, R.D.,
"Vibrations of Soils and Foundations", Prentice-Hall,
Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 414 pp., 1970.
- (30) RICHART, F.E., Jr., and WYLIE, E.B., "Influence of
Dynamic Soil Properties on Response of Soil Masses",
Structural and Geotechnical Mechanics, A Volume Honoring
Nathan M. Newmark, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs,
New Jersey, pp. 141-162, 1977.
- (31) SKOGLUND, G.R., MARCUSON, W.F. and CUNNY, R.W., "Evaluation
of Resonant Column Test Devices", Journal of the

Geotechnical Engineering Division, Proc. ASCE, vol. 102, No. GT11, Nov., pp. 1147-1157, 1976.

- (32) SPIDHARAN, A., NAGENDRA, M.V. and CHINNASWAMY, C., "Embedded Foundations under Vertical Vibration", Journal of the Geotechnical Engineering Division, Proc. ASCE, Technical Notes, vol. 107, No. GT10, Oct., pp. 1429-1434, 1981.
- (33) SRINIVASULU, P. and VAIDYANATHAN, C.V., "Handbook of Machine Foundations", Tata McGraw-Hill Publishing Company Ltd., New Delhi, 238 pp. 1980.
- (34) STOKOE, K.H. and RICHART, F.E., Jr., "Dynamic Response of Embedded Machine Foundations", Journal of the Geotechnical Engineering Division, Proc. ASCE, vol. 100, No. GT4, April, pp. 427-447, 1974.
- (35) _____, "Shear Moduli of Soils, In Situ and From Laboratory Tests", Proceedings 5th World Conference on Earthquake Engineering, vol. 1, Rome, pp. 356-359, 1974.
- (36) SUNG, T.Y., "Vibrations in Semi-Infinite Solids due to Periodic Surface Loading", Symposium on Dynamic Testing of Soils, ASTM-STP No. 156, pp. 35-64, 1953.
- (37) THOMPSON, W.T., "Teoria da Vibração", Editora Interciência Ltda., Rio de Janeiro, 433 pp., 1978.
- (38) TSCHEBOTARIOFF, G.P., "Performance Records of Engine Foundations", ASTM Special Technical Publication, No. 156, pp. 163-173, 1953.
- (39) _____, "Fundações, Estruturas de Arrimo e Obras de Terra",

McGraw-Hill do Brasil Ltda., 513 pp., 1978.

- (40) TSCHEBOTARIOFF, G.P. and WARD, E.R., "The Resonance of Machine Foundations and the Soil Coefficients which Affect It", Proc. 2d Int. Conf. Soil Mech. Found., vol. 1, pp., 309-313, Eng. Rotterdam, 1948.
- (41) WHITMAN, R.V., "Analysis of Foundations Vibrations", Symposium on Man-Made Vibrations in Civil Engineering, British National Session, International Association for Earthquake Engineering, London, April, pp. 159-179, 1965.
- (42) WHITMAN, R.V. and RICHART, F.E., Jr., "Design Procedures for Dynamically Loaded Foundations", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proc. ASCE, vol. 93, No. SM6, Nov., pp. 169-193, 1967.
- (43) RICHART, F.E., Jr. and WHITMAN, R.V., "Comparison of Footing Vibration Tests with Theory", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proc. ASCE, vol. 93, No. SM6, Nov., pp. 143-168, 1967.
- (44) STOKOE, K.H. and WOODS, R.D., "In Situ Wave Velocity by Cross-Hole Method", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, Proc. ASCE, vol. 98, No. SM5, May, pp. 443-460, 1972.

APÊNDICE A

Resumo das fórmulas para base rígida pelo método do semi-espaco elástico.

Tab. A.1 - Efeito da imersão da fundação, no solo, no coeficiente de rigidez

Modo de vibração	Fator multiplicador do coeficiente de rigidez
Vertical	$\eta_z = 1 + 0,6 (1 - \nu) \frac{h}{r_0}$
Horizontal	$\eta_x = 1 + 0,55 (2 - \nu) \frac{h}{r_0}$
Rotação	$\eta_\phi = 1 + 1,2 (1 - \nu) \frac{h}{r_0} + 0,2 (2 - \nu) \left(\frac{h}{r_0} \right)^3$
Torção	não foi apresentado

Notas:

h = comprimento da fundação imerso no solo;

r_0 = raio equivalente.

Tab. A.2 - Coeficiente de rigidez para fundação circular e retangular

com dimensões L e B		
Modo de Vibração	Fundação circular	Fundação retangular
Vertical	$K_z = \frac{4 G r_0}{1-\nu} \eta_z$	$K_z = \frac{G}{1-\nu} \beta_z \sqrt{BL} \eta_z$
Horizontal	$K_x = \frac{32(1-\nu) G r_0}{7 - 8 \nu} \eta_x$	$K_x = 2(1+\nu) G \beta_x \sqrt{BL} \eta_x$
Rotação	$K_\phi = \frac{8 G r_0^3}{3(1-\nu)} \eta_\phi$	$K_\phi = \frac{G}{(1-\nu)} \beta_\phi BL^2 \eta_\phi$
Torção	$K_\psi = \frac{16}{3} G r_0^3$	Não foi apresentado. Usar fundação circular equivalente segundo ARYA, DREWYER e PINCUS (5)

Notas:

 η_z, η_x e η_ϕ Tab. A.1; β_z, β_x e β_ϕ Fig. II.4.17;

L = lado perpendicular ao eixo de rotação.

Tab. A.3 - Efeito da imersão na razão de amortecimento (D)

Modo de vibração	Fator multiplicador da razão de amortecimento
Vertical	$\alpha_z = \frac{1 + 1,9 (1-\nu) \frac{h}{r_0}}{\sqrt{\eta_z}}$
Horizontal	$\alpha_x = \frac{1 + 1,9 (2-\nu) \frac{h}{r_0}}{\sqrt{\eta_x}}$
Rotação	$\alpha_\phi = \frac{1 + 0,7 (1-\nu) \frac{h}{r_0} + 0,6 (2-\nu) \left(\frac{h}{r_0}\right)^3}{\sqrt{\eta_\phi}}$

Notas:

 η_z , η_x e η_ϕ Tab. A.1;

h = comprimento da fundação imerso no solo.

Tab. A.4 - Razão de amortecimento para fundação circular e retangular
com dimensões L e B

Modo de vibração	Raio de uma base circular com mesma área da base retangular (raio equivalente)	Razão de massa ou inércia	Razão de amortecimento geométrico (D_{zg})
Vertical	$r_0 = \sqrt{\frac{BL}{\sqrt{\pi}}}$	$B_z = \frac{(1-\nu)}{4} \frac{m}{\rho r_0^3}$	$D_{zg} = \frac{0,425}{\sqrt{B_z}} \alpha_z$
Horizontal	$r_0 = \sqrt{\frac{BL}{\sqrt{\pi}}}$	$B_x = \frac{(7-8\nu)}{32(1-\nu)} \frac{m}{\rho r_0^3}$	$D_{xg} = \frac{0,288}{\sqrt{B_x}} \alpha_x$
Rotação	$r_0 = \sqrt[4]{\frac{BL^3}{3\pi}}$	$B_\phi = \frac{3(1-\nu)}{8} \frac{I_\phi}{\rho r_0^5}$	$D_{\phi g} = \frac{0,15 \alpha_\phi}{(1+n_\phi B_\phi) \sqrt{n_\phi B_\phi}}$
Torção	$r_0 = \sqrt[4]{\frac{BL(B^2+L^2)}{6\pi}}$	$B_\psi = \frac{I_\psi}{\rho r_0^5}$	$D_\psi = \frac{0,80}{1+2B_\psi}$

Notas:

α_z , α_x e α_ϕ Tab. A.3;

n_ϕ Tab. A.5;

L = lado perpendicular ao eixo de rotação.

Tab. A.5 - Valores de n_ϕ para valores de B_ϕ

B_ϕ	5	3	2	1	0,8	0,5	0,2
n_ϕ	1,079	1,110	1,143	1,219	1,251	1,378	1,600

APÊNDICE B

Tab. B.1 - Fôrmulas para um sistema de um grau de liberdade, com amortecimento, excitado harmonicamente, sendo a amplitude da força de excitação função do quadrado da frequência de excitação ($Q = m_e e \omega^2 \sin \omega t$)

Amortecimento crítico	$C_c = 2 \sqrt{km}$	
Razão de amortecimento	$D = \frac{C}{C_c}$	
Frequência natural para oscilação não amortecida ou Frequência natural do sistema	$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$	(CPS)
Frequência natural para oscilação amortecida	$f_\alpha = f_n \sqrt{1 - D^2}$	(CPS)
Frequência para amplitude do deslocamento máximo (frequência de ressonância)	$f_{mr} = \frac{f_n}{\sqrt{1 - 2D^2}}$	(CPS)
Máxima amplitude de vibração	$A_{z \max} = \frac{m_e e}{m} \frac{1}{2D \sqrt{1 - D^2}}$	
	$A_z = \frac{m_e e \omega^2}{\sqrt{(K - m \omega^2)^2 - C^2 \omega^2}}$	ou
Amplitude de vibração	$A_z = \frac{m_e e}{m} \frac{f^2}{f_n^2} \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{f^2}{f_n^2}\right)^2 + \left(2D \frac{f}{f_n}\right)^2}}$	

Notas:

C = coeficiente de amortecimento;
 K = coeficiente de rigidez;
 m = massa da fundação mais a massa da máquina
 m_e = massa desbalanceada;

e = excentricidade da massa desbalanceada;
 ω = frequência circular de operação da máquina (rad/seg);
 f = frequência de operação da máquina.

Tab. B.2 - Fórmulas para um sistema de um grau de liberdade, sem amortecimento, excitado harmonicamente, sendo a amplitude da força de excitação função do quadrado da frequência de excitação ($Q = m_e e \omega^2 \sin \omega t$)

Frequência natural do sistema	$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}}$	(CPS)
-------------------------------	---	-------

Amplitude de vibração	$A_z = \frac{m_e e \omega^2}{m (\omega_n^2 - \omega^2)}$	
-----------------------	--	--

Notas:

K = coeficiente de rigidez;

m = massa da fundação mais a massa da máquina;

ω = frequência circular de operação da máquina (rad/seg);

$\omega_n = 2\pi f$ = frequência circular do sistema (rad/seg).