CALCULO APROXIMADO DA DEFLEXÃO LATERAL EM EDIFICIOS ALTOS

Silvio de Souza Lima

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M.Sc.) EM ENGENHARIA CIVIL.

Aprovada por:

Humberto Lima Soriano
(Presidente)

Carlos Henrique Holck

Fernando Venâncio Filho

Sergio Fernandes Villaça

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

AGOSTO DE 1988

SOUZA LIMA, SILVIO DE

CÁLCULO APROXIMADO DA DEFLEXÃO LATERAL EM EDIFÍCIOS ALTOS (RIO DE JANEIRO) 1988.

xx, 77 P. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., ENGENHARIA CIVIL, 1988).

TESE - UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO , COPPE.

1. ESTRUTURAS I. COPPE/UFRJ II. TÍTULO (SÉRIE) .

À minha esposa, MARIA JOSÉ

AGRADECIMENTOS

Ao professor Humberto Lima Soriano, pela orientação, pelo incentivo, pelos conhecimentos transmitidos, e pelos exemplos de trabalho, honestidade e dedicação.

Aos demais professores da COPPE/UFRJ pelos ensinamentos recebidos.

Ao amigo professor Francisco Gurgel Salles pela agradável companhia e pelo paciente trabalho de confecção das figuras e gráficos.

À professora Maria Lúcia Chevitarese, pela ajuda na revisão do texto.

Aos meus pais, Isabel e Júlio, e meus tios Celeste e Helio, pelos exemplos de dignidade, de trabalho e pelo carinho recebido.

À professora Maria José Chevitarese de Souza Lima, minha esposa e companheira, pelo apoio, pela compreensão e pelo carinho, sem os quais teria sido impossível realizar este trabalho.

Ao engenheiro Raimundo Calixto de Mello Neto, pelo apoio oferecido.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

CÁLCULO APROXIMADO DA DEFLEXÃO LATERAL EM EDIFÍCIOS ALTOS

Silvio de Souza Lima

agosto,1988

Orientador: Humberto Lima Soriano

Programa : Engenharia Civil

O presente trabalho objetiva apresentar meios para o cálculo rápido da deflexão lateral em edifícios de andares múltiplos. Em especial na fase de anteprojeto, a utilização de métodos aproximados de cálculo encontra plena justificativa, uma vez que o uso de sofisticados programas de computador com dados ainda preliminares não é indicado.

É apresentado de forma completa o método da compatibilização da deflexão lateral em um único piso. Este método usa a hipótese do diafragma horizontal rígido para as lajes, e obriga que todos os elementos verticais de contraventamento tenham a mesma deflexão lateral em um único nível de laje, geralmente o último. Para a sua aplicação há a necessidade do cálculo da deflexão dos elementos de contraventamento. Para tanto, são apresentados dois métodos aproximados. O primeiro desenvolvido pelos professores V. Baikov e E. Sigalov e um segundo pelos professores Stafford Smith e Martin Custer.

Diversos exemplos foram feitos usando ambos os métodos, objetivando levantar informações a respeito dos mesmos. Seus

resultados foram comparados com os fornecidos por programas automáticos do método dos deslocamentos e mostraram a boa aplicabilidade dos citados métodos.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

APPROXIMATE CALCULATION OF LATERAL DEFLECTION OF HIGH-RISE BUILDINGS

Silvio de Souza Lima

august, 1988

Chairman : Humberto Lima Soriano

Department: Civil Engineering

This work aims to present ways for a quick calculation of lateral deflection of multistory buildings. At preliminary stage of design, the use of approximate methods is very interesting, because use of computer programs with preliminary data is not a good practice.

A method to do the compatibility of the lateral deflection at one floor is presented. The hypothesis of stiff horizontal diaphagms for floor slabs is considered and the same deflection is imposed for all bracing vertical elements, at one floor only, preferably for the top one. Thus, computation of the lateral deflection of these vertical elements is requested. Here, two ways for this computation are presented. The first one developted by professors V. Baikov and E. Sigalov, and the other one developted by professors Stafford Smith and Martin Kuster.

Several exemples of both methods have been done. Their results have been compared with those obtained by computer programs of the stiffiness method and have showed the powerfull of those methods.

ÍNDICE

NOMENCALTURA

p - número de elementos verticais

CR - centro de rigidez

$x^p y^p z^p$ - sistêma de referência local do p-ésimo elemento vertical

$x' y' z'$ - sistêma de referência auxiliar

d^p - deslocamento horizontal associado ao p-ésimo elemento vertical

s^p - coeficiente de rigidez do p-ésimo elemento

B^p - matriz de transformação de deslocamentos para o p-ésimo elemento

S - matriz de rigidez do modelo

d_x, d_y, - deslocamentos de corpo rígido da laje

- ângulo de inclinação do p-ésimo elemento vertical

s_i - rigidez à flexào das colunas do andar i por unidade de comprimento

r_i - rigidez à flexão das vigas do andar i por unidade de comprimento

l_m - vão médio

d_{ki} - deslocamento horizontal do andar i para uma força horizontal unitária aplicada no andar k

y_k - deslocamento horizontal do andar k

Q_k - força cortante no andar k

A, GA - rigidez cortante

B,

B_0 - rigidez à flexão

M - momento fletor

H_0 - altura total

I, I_0 - momento de inércia da viga

B_{sw} - rigidez à flexão de pilar-parede

G - módulo de elasticidade transversal

E - módulo de elasticidade longitudinal

- coeficiente de Poisson

h - altura do andar

U - energia de deformação

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Todos têm consciência das dificuldades e complexidade encontradas no cálculo das deflexões laterais em estruturas de edifícios altos. Tais dificuldades advém do elevado grau de indeterminação cinemática dos modelos matemáticos capazes de bem representar o comportamento da estrutura real. A complexidade se refere aos diferentes sistemas estruturais de tais edifícios, que podem conter os mais diferentes elementos verticais resistentes, e à compatibilização de deslocamentos. É verdade que os computadores são uma valiosa e imprescindível ferramenta em qualquer tentativa de abordagem mais elaborada do problema. Porém, em que pese o crescente uso de métodos automáticos de análise destas estruturas, os ditos métodos aproximados (simples e rápidos) ainda são importantes e úteis, principalmente na fase de anteprojeto, quando se necessita de uma avaliação rápida das deflexões, para uma primeira análise da resposta do sistema estrutural adotado. Além disso, o estudo destes métodos contribui para o desenvolvimento, no especialista, de um sentimento em relação ao comportamento estrutural. Este sentimento adquire uma grande importância quando da análise crítica de resultados obtidos por meios automáticos, os quais, sabemos, necessitam de uma interpretação criteriosa para evitar o uso de resultados incoerentes.

No Capítulo II, deste trabalho, é apresentado um método aproximado para estudo do efeito das cargas laterais em estruturas de edifícios. Neste método é feita a compatibilização, entre os diversos elementos verticais resistentes, dos deslocamentos horizontais em um único piso, em geral o último.

Nos Capítulos III e IV são apresentados dois métodos, também aproximados, para cálculo dos deslocamentos laterais isoladamente em elemento vertical resistente. No Capítulo III está o método apresentado pelo professor V. Baikov e no Capítulo IV o apresentado pelo professor B. Stafford Smith e M. Kuster. É importante registrar, desde já, a grande semelhança entre os dois métodos.

Ambos os métodos adotam, como hipótese básica, a substituição das vigas ao longo da altura, por uma distribuição contínua das mesmas. Obtém-se, desta forma, um sistema contínuo, procedimento este que simplifica em muito o tratamento algébrico do problema, permitindo uma formulação única, quer se trate de pórtico ou pilar-parede. Aplicações numéricas foram feitas usando ambos os métodos, com a finalidade de comparação de resultados, de forma a estabelecer paralelos e conclusões a cerca da eficácia dos mesmos.

Os resultados apresentados como exatos no texto foram obtidos por cálculo automático, utilizando programa de computador desenvolvido como aplicação do método dos deslocamentos com formulação matricial.

Ambos os métodos apresentam resultados excelentes, principalmente considerando que são aproximados, e representam uma ferramenta importante para o desenvolvimento de projetos de edifícios altos. No apêndice A é apresentada a listagem de um programa simples e muito útil, que calcula as defexões em todos os andares de um edifício, usando o método de Stafford Smith.

Nas expressões algébricas o sinal tradicional de multiplicação foi substituído pelo asterisco (*) de forma a evitar possíveis confusões com a letra X.

CAPÍTULO II

DISTRIBUIÇÃO DO CARREGAMENTO LATERAL

II.1 Considerações Iniciais

Ao se iniciar o estudo do efeito das cargas laterais em uma edificação, a primeira preocupação é como proceder à distribuição das cargas pelos elementos verticais resistentes. A literatura especializada apresenta diferentes métodos para solução do problema que é muito complexo, pois envolve um número muito grande de variáveis a considerar.

Dentre os métodos aproximados disponíveis podem ser citados :

- método da compatibilização dos deslocamentos horizontais em cada piso
- método da compatibilização dos deslocamentos horizontais em um único piso.

Para maiores detalhes a cerca dos métodos acima consultar MELLO NETO (3).

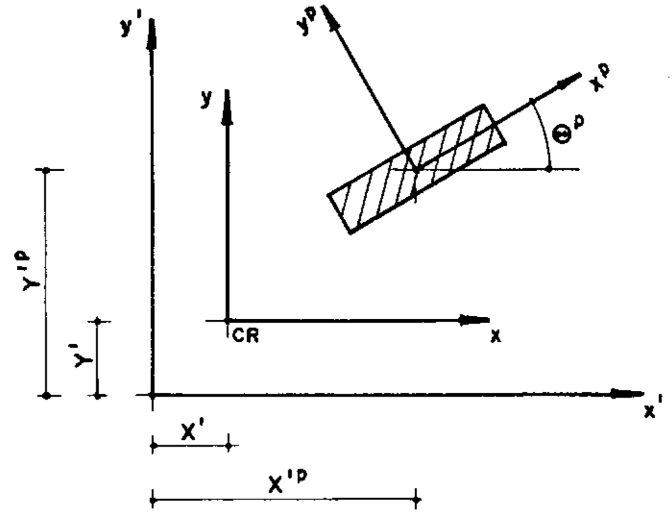


FIGURA II.1 - EIXOS DE REFERÊNCIA

No presente trabalho será considerado apenas o segundo método, por apresentar resultados equivalentes aos do primeiro, ver referência (3), e além disso ser de aplicação mais simples. A compatibilização será feita ao nível do último piso, de acordo com o apresentado na referência já citada. A aplicação dos conceitos aqui apresentados está condicionada à validade das seguintes hipóteses :

a) os elementos verticais resistentes possuem resistência apenas na direção de seu eixo x_p , ver figura (II.1),

b) a laje forma um diafragma horizontal rígido, isto é, possue rigidez infinita em seu próprio plano,

c) a origem dos eixos de referência x e y coincide com o centro de rigidez do último piso,

d) o carregamento é paralelo ao eixo x,

e) a estrutura tem comportamento elástico linear.

II.2 Método da compatibilização dos deslocamentos horizontais em um único piso

Neste método os deslocamentos horizontais dos elementos verticais resistentes são igualados em apenas um piso, preferencialmente o último.

Seja :

R a resultante do carregamento lateral,

d^p o deslocamento horizontal do topo do p-ésimo componente, quando submetido a todo o carregamento lateral, ver figura (II.2),

d_x, d_y e γ os deslocamentos paralelos aos eixos x e y, e a rotação em torno do eixo z, respectivamente, ver figura (II.3).

Considerando a totalidade do carregamento aplicado ao p-ésimo elemento resistente, o "coeficiente de rigidez" deste será :

$$s^p = R/d^p \qquad (II.1)$$

Obtido o coeficiente de rigidez para todos os elementos, a posição do centro de rigidez do sistema é dada por :

$$X' = \sum_p (s^p * \sin\Theta^p) X'^p / (\sum_p s^p * \sin\Theta^p) \quad (II.2a)$$

$$Y' = \sum_p (s^p * \cos\Theta^p) Y'^p / (\sum_p s^p * \cos\Theta^p) \quad (II.2b)$$

O deslocamento do p-ésimo elemento em função dos deslocamentos de corpo rígido do piso é :

$$d^p = d_x * \cos\Theta^p + d_y * \sin\Theta^p + y^p * \gamma \quad (II.3)$$

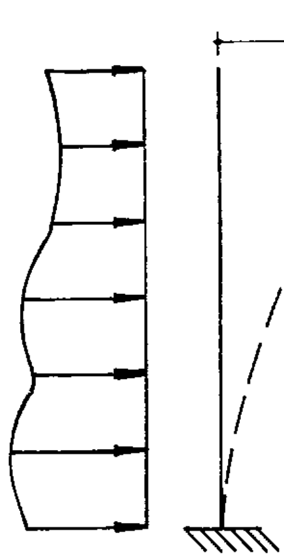


FIGURA II.2 - DESLOCAMENTO DO p-ÉSIMO ELEMENTO

Em forma matricial

$$d^p = [\ \cos\Theta^p \quad \sin\Theta^p \quad -y^p\ ] \begin{pmatrix} d_x \\ d_y \\ \gamma \end{pmatrix} = \underset{\sim}{B}^p * \underset{\sim}{d} \qquad (II.4)$$

Em que $\underset{\sim}{B}^p$ é a matriz de transformação do elemento. A matriz de rigidez do modelo estrutural pode ser escrita como:

$$\underset{\sim}{S} = \sum_p s^p * (\underset{\sim}{B}^p)^T * \underset{\sim}{B}^p =$$

$$= \sum_p s^p \begin{pmatrix} \cos^2\Theta & \cos\Theta * \sin\Theta & y * \cos\Theta \\ \cos\Theta * \sin\Theta & \sin^2\Theta & y * \sin\Theta \\ y * \cos\Theta & y * \sin\Theta & y^2 \end{pmatrix}^p \qquad (II.5)$$

Em que o índice T representa a transposta da matriz e o símbolo $\sum_p$ representa o somatório para todos os elementos verticais resistentes.

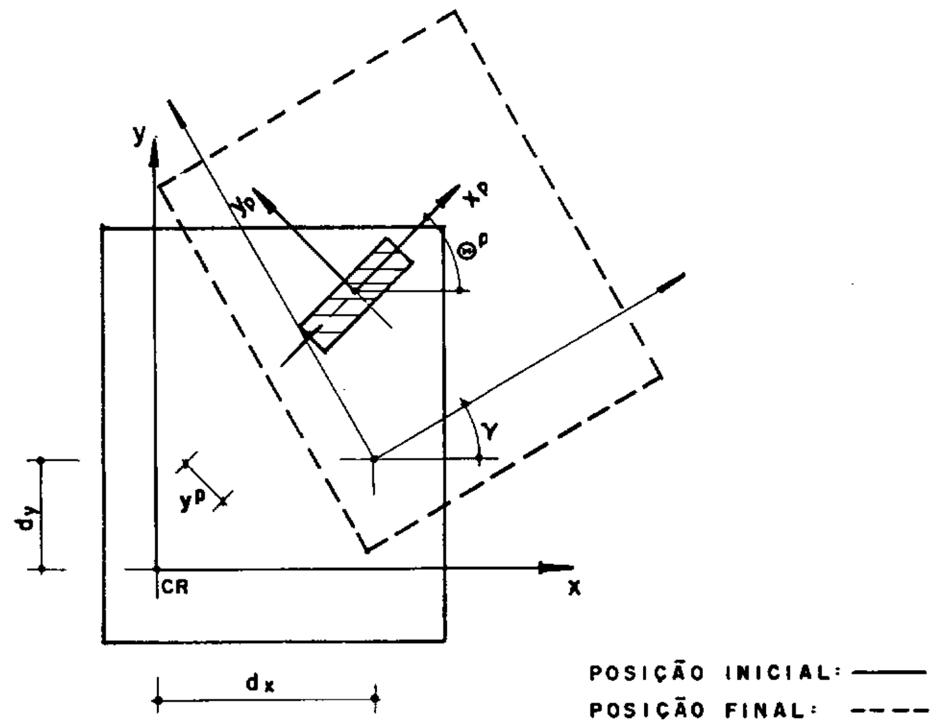


FIGURA II.3 - DESLOCAMENTOS DE CORPO RÍGIDO DO PISO

Escrevendo a equação de equilíbrio em forma compacta tem-se:

$$\underset{\sim}{S} * \underset{\sim}{d} = \underset{\sim}{R}$$

Para o caso em que o carregamento é paralelo ao eixo x e a origem do sistema coincidente com o centro de rigidez, o deslocamento horizontal será na direção x, logo eliminado o deslocamento em y vem :

$$\sum_{p} s^{p} \begin{pmatrix} \cos^{2}\Theta & y * \cos\Theta \\ y * \cos\Theta & y^{2} \end{pmatrix}^{p} \begin{pmatrix} d_{x} \\ \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R \\ -R * \bar{y} \end{pmatrix} \qquad \text{(II.6)}$$

Em que $\bar{y}$ é a distância, paralela a y, da origem ao do ponto de aplicação da resultante.

Resolvendo e fazendo $d = d_x$, tem-se:

$$d = \Big(\sum_p s^p * (y^p)^2 + \bar{y} * \sum_p (s^p * y^p * \cos\Theta^p) \Big) /$$

$$\Big(\sum_p s^p * \cos^2\Theta^p * \sum_p s^p * (y^p)^2 -$$

$$\big(\sum_p s^p * y^p * \cos\Theta^p \big)^2 \Big) * R \qquad \text{(II.7a)}$$

$$\gamma = \Big(-\bar{y} * \sum_p s^p * (\cos\Theta^p)^2 - \sum_p s^p * y^p * \cos\Theta^p \Big) /$$

$$\Big(\sum_p s^p * (\cos\Theta^p)^2 * \sum_p s^p * (y^p)^2 -$$

$$\big(\sum_p s^p * y^p * \cos\Theta^p \big)^2 \Big) * R \qquad \text{(II.7b)}$$

Quando a linha de ação da resultante R for o próprio eixo x, isto é, $\bar{y}$ for nulo, acontecerá apenas deslocamento horizontal d, sendo a rotação γ nula. Para que isto seja verdade, da equação (II.7a), conclui-se que :

$$\sum_p = s^p * y^p * \cos\Theta^p = 0 \qquad \text{(II.8)}$$

Ficando o sistema (II.6) como :

$$\sum_p s^p \begin{pmatrix} \cos^2\Theta & 0 \\ 0 & y^2 \end{pmatrix}^p \begin{pmatrix} d \\ \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R \\ -R * \bar{y} \end{pmatrix} \qquad \text{(II.9)}$$

cuja solução é :

$$d = R/\left(\sum_{p} s^{p} * (\cos \Theta^{p})^{2}\right) \qquad \text{(II.10a)}$$

$$\gamma = -R * \bar{y}/\left(\sum_{p} s^{p} * (y^{p})^{2}\right) \qquad \text{(II.10b)}$$

Sendo o deslocamento na direção y nulo, e fazendo $d_x = d$, a equação (II.3) pode ser escrita como:

$$d^{p} = d * \cos \Theta^{p} - y^{p} * \gamma \qquad \text{(II.11)}$$

Obtidos d e γ , e com o auxílio da equação (II.11), determina-se o deslocamento final do p-ésimo elemento resistente.

Para a aplicação do método acima descrito, são necessários meios que permitam a determinação dos deslocamentos d^{p}, para uso na equação (II.1). Nos próximos capítulos são apresentados métodos, também aproximados, que permitem a determinação de tais deslocamentos.

CAPITULO III

O MÉTODO DE V. BAIKOV e E. SIGALOV

III.1 - Hipóteses e elementos básicos

Em sua formulação o método usa as seguintes hipóteses básicas:

a) a laje constitui um diafragma horizontal rígido, indeformável em seu próprio plano,

b) a distibuição discretizada das vigas ao longo da altura da edificação é substituida por uma distribuição uniforme, o que permite tratar a estutura como um meio contínuo.

A primeira hipótese representa com muita fidelidade o efeito de solidarização exercido pelas lajes no conjunto, sendo inclusive adotada em métodos mais sofisticados de análise. Com relação à segunda hopótese, segundo BAIKOV e SIGALOV (2), é aceitável para estruturas em que o número de andares é maior que seis. Para estruturas com menor número de andares os resultados fornecidos pelo método afastam-se em muito dos valores exatos.

Serão analisados quatro tipos básicos de elementos verticais, ver figura (III.1), a saber:

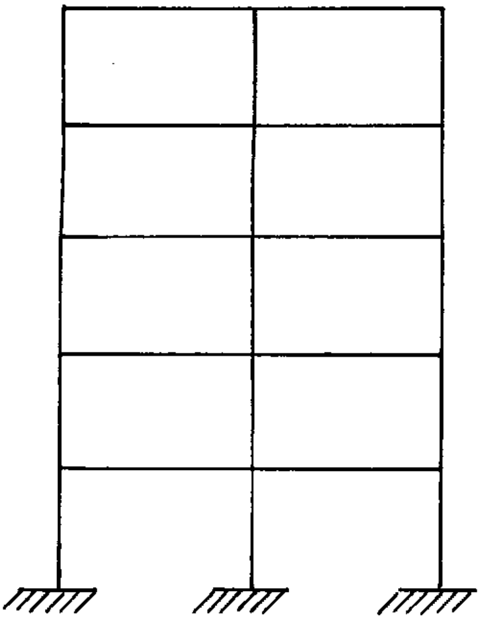
a) quadro de nós rígido (quadro rígido)

b) quadro rígido associado a pilar-parede

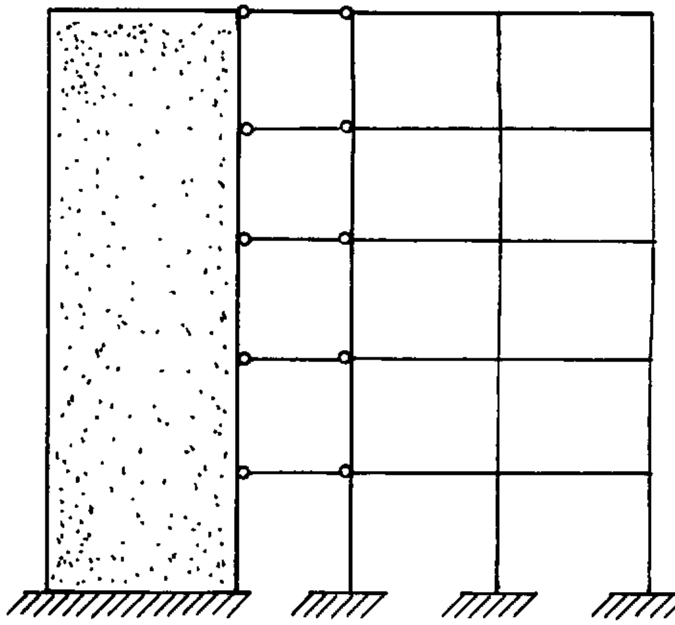
c) quadro rígido ligado a pilar-parede

d) pilares-parede associados

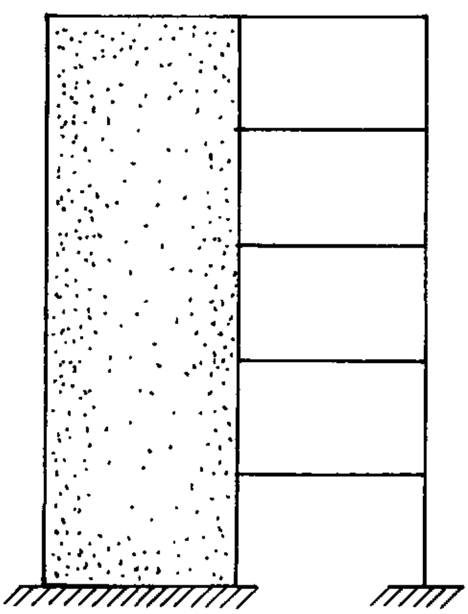
O tipo básico b representa a interação entre o quadro rígido e pilar-parede, que poderá ser sólido ou vazado. As barras rotuladas entre estes dois elementos são supostas indeformáveis axialmente, de forma a simular o efeito de solidarização exercido pelos diversos pisos (diafragma horizontal indefomável).



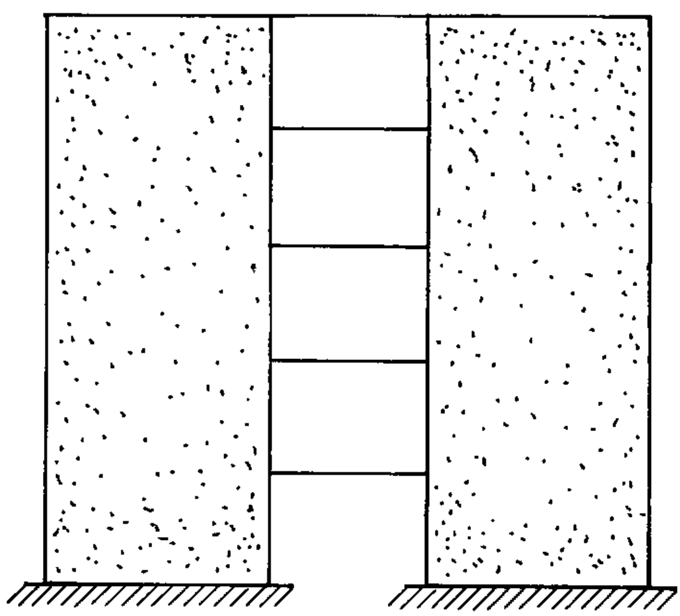
a)- QUADRO RÍGIDO



b)- QUADRO ASSOCIADO A PILAR-PAREDE



c)- QUADRO LIGADO A PILAR-PAREDE



d)- PILARES-PAREDE ASSOCIADOS

FIGURA III.1

III.2 Quadro rígido

A estrutura real será substituída por uma hipotética formada por uma única barra vertical (representando os pilares) e vigas representando o vigamento dos diversos pisos.

Seja

v = número de vigas no andar

c = número de pilares no andar

n = número de andares

J, I = momentos de inércia das colunas e vigas na estrutura real, respectivamente

s, r = rigidezas à flexão das colunas e vigas na estrutura substituta, por unidade de comprimento, respectivamente

l_m = vão médio das vigas

E = módulo de elasticidade do material,

então

$$s_i = \sum_{k=1}^{c} E * J_{i,k} / h_i \qquad \text{(III.1a)}$$

$$r_i = \sum_{k=1} E * I_{i,k} / l_m \qquad \text{(III.1b)}$$

$$l_m = \sum_{k=1}^{b} l_k / v \quad , \; i=1,2,........,n \qquad \text{(III.1c)}$$

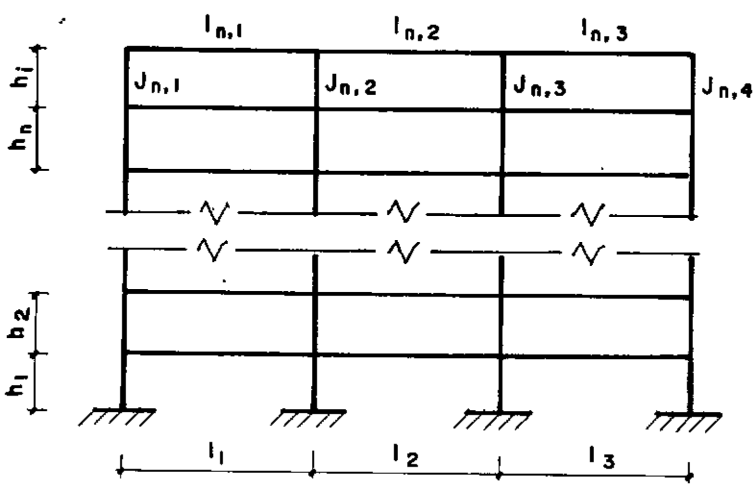


FIGURA III.2 - ESTRUTURA REAL

Este modelo implica em se admitir que as rotações dos nós de um mesmo andar diferem pouco entre sí, podendo ser admitidas iguais. Em se tratando de análise para cargas horizontais, isto pode ser aceito, sem se afastar muito da realidade. Uma força horizontal aplicada em um andar k provoca neste andar uma deflexão igual a

$$d_{kk} = (S_k + R_k + h_k^2 / r_k)/12 \quad , \; k=2,3,\ldots,n \qquad \text{(III.2a)}$$

$$d_{11} = (S_1 + R_1)/12 \qquad \text{(III.2b)}$$

e nos andares acima

$$d_{ki} = d_{ik} = d_{k,k+1} = d_{kk} + (h_k * h_{k+1})/(48 * r_k) \quad , \; i>k$$

em que

$$S_k = \sum_{i=1}^{k} h^2 / s_i$$

$$R_1 = h_1^2 / (4 * r_1 + 0{,}33 * s_1)$$

$$R_2 = (h_1 + h_2)^2 / (4 * r_1 + 0{,}33 * s_1)$$

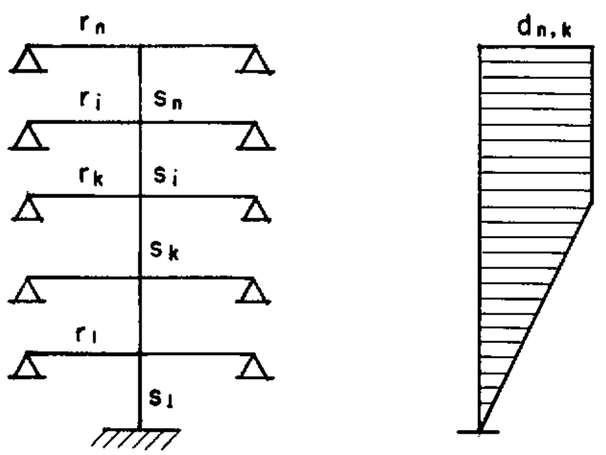
$$R_k = R_{k-1} + (h_{k-1} + h_k)^2 / (4 * r_{k-1}) \quad , \qquad r=3,4,\ldots,n$$

Sendo c_i numericamente igual à deflexão horizontal do andar i em relação ao andar i-1 quando se aplica uma força unitária no andar i, e Q_i igual à força cortante no andar, a deflexão horizontal de um andar k genérico será:

$$y_k = \sum_{i=1}^{k} Q_i * c_i$$

$$Q_k = \sum_{i=k}^{n} P_i \quad , \; i > k$$

Ou seja, a deflexão lateral de um certo andar será calculada como a soma das defexões relativas dos andares abaixo do considerado e a do andar em questão.



ESTRUTURA EQUIVALENTE
FIGURA III.3

Em um quadro rígido com J,I e h constantes ao longo da altura, o coeficiente c_i pode ser obtido multiplicando o diagrama de momentos fletores mostrado na figura (III.4) por ele mesmo, no trecho hachurado, ampliado na figura (III.5).
Assim tem-se

$$c_i = \sum \int M * M/(E * J)\, dx = h^2 * (1/s + 1/r)/12$$

em que x representa o eixo do elemento.

Chamando de rigidez cortante a força necessária para produzir uma distorção unitária no andar e omitindo o índice i na expressão acima, tem-se:

$$A = h/c = 12/(h * (1/s + 1/r)) \quad (III.3)$$

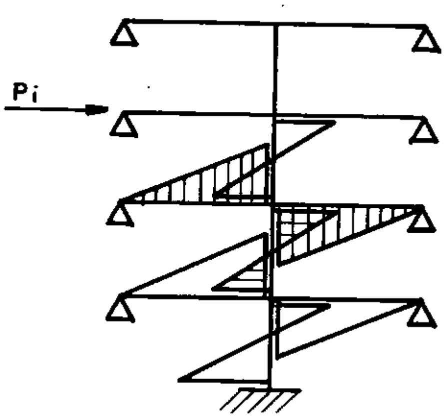


FIGURA III.4

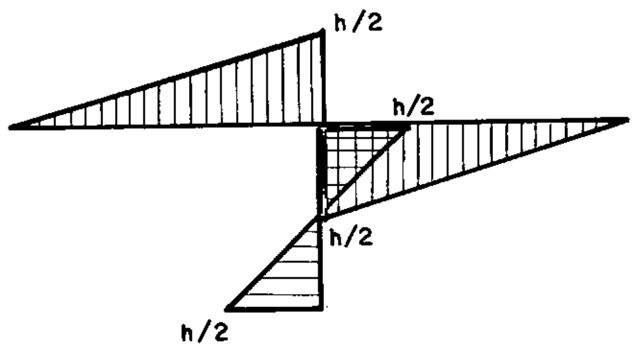


FIGURA III.5

Para quadros com n>6, as vigas poderão ser substituídas por um arranjo contínuo, e as cargas nos andares, por uma distribuição uniforme p(x), assim :

$$y = \int_0^x (Q_0 * c/h)dx = \int_0^x (Q_0/A)dx$$

em que Q_0 é a força cortante devida à carga uniforme. Derivando uma vez em x

$$y' = Q_0/A \qquad A * y' = Q_0$$

Derivando novamente em x

$$A * y'' = - p(x)$$

O efeito provocado pelas forças axiais nos pilares extremos, causando encurtamento em um e alongamento no oposto, faz com que o quadro sofra uma flexão (comportamento de conjunto), semelhante ao de uma viga em balanço, com rigidez à flexão B_0. A rotação devida ao efeito de encurtamento/alongamento dos pilares será:

$$\int_0^x (\bar{M} * M/B_0)dx = \int_0^x (N * b/B_0)dx = \int_0^x b/B_0 \quad N\, dx$$

lembrando que em cada nível tem-se M = N * b, em que M representa o momento devido ao carregamento, $\bar{M}$ o momento para a carga unitária e b a distância entre os centros dos pilares externos, ver figura (III.6).

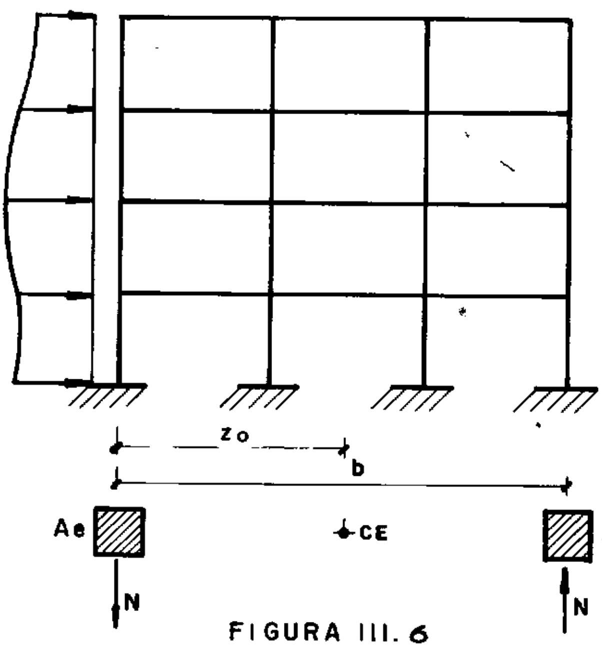


FIGURA III.6

Na figura (III.7) esta representada a deformada experimentada por um elemento vertical. Tem-se uma parcela devida à deformação axial das colunas (modo flexionante), linha 1 figura (III.7), e uma outra devida à deformação de flexão dos elementos colunas, linha 2 figura (III.7). Do modo flexionante tem-se uma contribuição para a força cortante dada por :

$$-B * y'''$$

em que $B = \sum_{k=1}^{c} E * J_k$ é a rigidez à flexão dos pilares no andar.

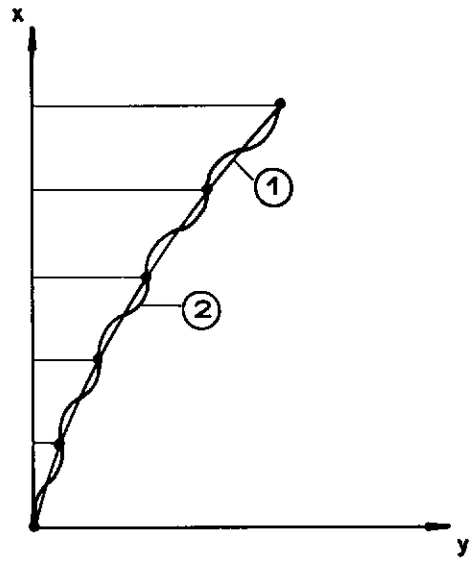


FIGURA III.7

A equação geral de equilíbrio das forças horizontais em uma seção horizontal do quadro será:

$$-B * y''' + A * y' + (A * b/B_0) \int_0^x N \, dx = Q_0 \quad (III.4)$$

A força axial N pode ser determinada fazendo-se o equilíbrio dos momentos na seção horizontal em estudo:

$$N = (M_0 - M)/b = (M_0 + B * y'')/b$$

em que:

M_0 = momento devido ao carregamento na elevação x

$M = - B * y''$ momento fletor total nos pilares na elevação x

Substituindo o valor de N na equação (III.4), obtém-se:

$$-B * y''' + A * y' + A * b \int_0^x ((M_0 + B * y'')/(B_0 * b)\, dx = Q_0$$

Diferenciando em relação a x

$$-B * y^{IV} + A * y'' + A * b * (M_0 + B * y'')/(b * B_0) = dQ_0/dx$$

$$-B * y^{IV} + (A + B/B_0) * y'' + A * M_0/B_0 = -p(x)$$

$$B * y^{IV} - (A + B/B_0) * y'' - A * M_0/B_0 - p(x) = 0 \quad \text{(III.5)}$$

fazendo $w = B * y$

$$\nu^2 = 1 + B/B_0$$

$$S_2 = \sqrt{B/(A * \nu^2)}$$

$$S_2^2 * w^{IV} - w'' - (\nu^2 - 1) * M_0/\nu^2 - S_2^2 * p(x) = 0 \quad \text{(III.6)}$$

A solução da equação para w é

$$w = C_1 + C_2 * S_2 * \varphi + C_3 * \cosh\varphi + C_4 * \sinh\varphi + C_0 \quad \text{(III.7)}$$

em que C_1, C_2, C_3 e C_4 são constantes de integração que dependem das condições de contorno. C_0 é uma solução particular que depende do tipo de carregamento, e

$\varphi = x/S_2$ coordenada relativa,

$\lambda = H/S_2$ rigidez característica,

$H = H_0 * n/(n - 0{,}5)$,

H_0 é a altura total da edificação.

Para os quadros usuais (pilares com pequena rigidez à flexão), o primeiro termo da equação (III.5) pode ser ignorado, o que equivale a se adotar $B = 0$ e consequentemente $\nu^2 = 1$. Assim,

$$A * y'' + A * M_0/B_0 + p(x) = 0 \qquad \text{(III.8)}$$

com as condições de contorno

$$y(0) = 0$$

$$A * y'(0) = 0$$

Para uma carga uniformemente distribuída $p(x) = p$, tem-se

$$M_0 = -p * (H - x)^2/2$$

Sendo

$$\xi = x/H$$

a solução da equação (III.8) será:

$$y = p * H^2 * (2 * \xi - \xi^2)/(2 * A) +$$

$$+ p * H^4 * (2 * \xi^2 - 4 * \xi^3/3 + \xi^4/3)/(8 * B_0) \quad (III.9)$$

A derivada segunda em x será:

$$y'' = -(A * p * (H - x)^2/(2 * B_0) - p)/A = -(A * M_0/B_0 + p)/A$$

Substituindo na equação (III.8) o valor de y'' verifica-se a exatidão da solução. O deslocamento horizontal do topo do quadro será obtido fazendo na equação (III.9) $\xi = x/H = 1$.

Assim,

$$y_{topo} = p * H^2 * (1 + \lambda_f^2/4)/(2 * A)$$

em que

$$\lambda_f = H * A/B_0$$

é a rigidez característica do quadro.

Chamando de A_e e A_d as áreas dos pilares esquerdo e direito, respectivamente, e de z_0 a distância do centróide dessas áreas até ao centro do pilar esquerdo (ver figura III.6), tem-se

$$z_0 = A_d * b/(A_d + A_e) = b/(1 + A_e/A_d)$$

O momento de inércia da área composta se escreve

$$I_0 = A_e * b^2/(1 + A_e/A_d) \quad (III.10)$$

e a rigidez à flexão do quadro ,

$$B_0 = E * I_0 = E * A_e * b^2/(1 + A_e/A_d) \quad (III.11)$$

Quando o quadro for simétrico com $A_e = A_d$, tem-se

$$B_0 = E * A_e * b^2/2$$

Para verificar a validade do processo descrito, foram resolvidos quatro quadros rígidos,como mostrado na figura (III.8), com igual geometria, e variação apenas nas dimensões das vigas, a saber :

quadro 1	vigas com	(40X30)cm^2
quadro 2	"	(40X50)cm^2
quadro 3	"	(40X80)cm^2
quadro 4	"	(40X100)cm^2 .

Os pilares nas quatro situações foram mantidos com seção transversal igual a (40X40)cm^2 . Os valores obtidos para a deflexão no topo estão resumidos no quadro (III.1), apresentados juntamente com os respectivos valores exatos.

λ	deflexão no topo (metro)			
quadro	1	2	3	4
valor exato	0,0581	0,0227	0,0145	0,0131
valor obtido	0,0665	0,0234	0,0154	0,0130

quadro III.1 - resultados

Dos exemplos acima observa-se que a medida que as vigas são enrigecidas, o método fornece melhores resultados. Isto leva a supor que a formulação apresentada representa bem o modo cortante de deformação.

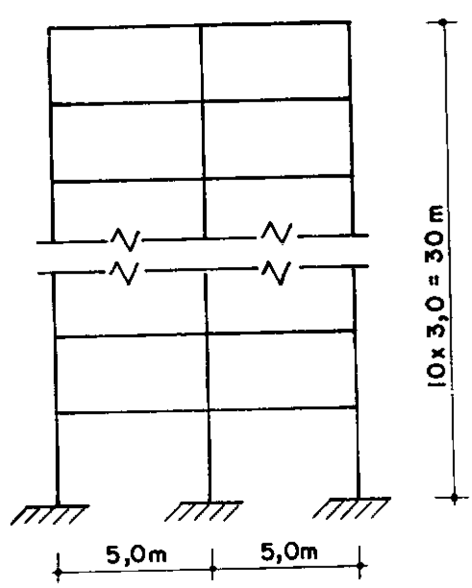


FIGURA III.8

III.3 Quadro associado a pilar parede

Quando o método do capítulo anterior não for aplicável os diferentes elementos verticais que constituem a estrutura do edifício, paralelos entre si, são supostos pertencentes ao mesmo plano e ligados por barras articuladas, admitidas com rigidez axial infinita para simular a indeformabilidade da laje em seu próprio plano, ver figura (III.9).

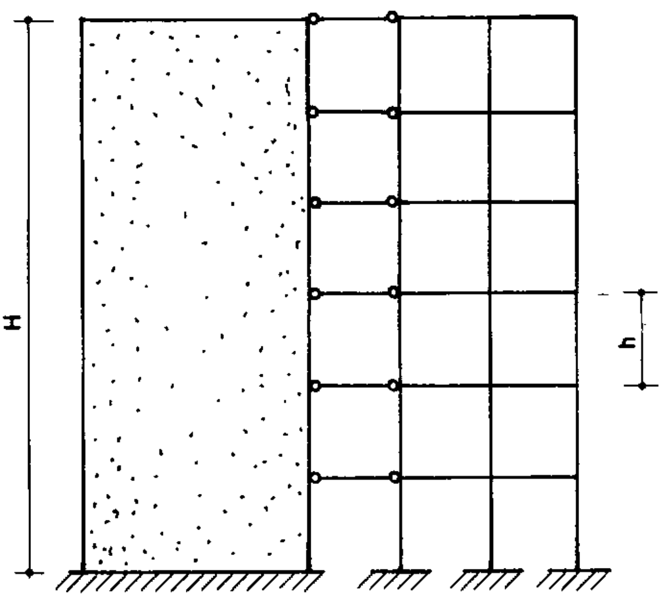


FIGURA III.9

No cálculo, a rigidez à flexão do pilar-parede é tomada igual ao somatório das rigidezas de todos os pilares-parede do prédio, na direção em estudo. A rigidez à flexão do conjunto é

$$B = \sum B_j + B_{sw}$$

em que :

B_j = rigidez à flexão das colunas do quadro

B_{sw} = rigidez à flexão do pilar-parede.

A rigidez dos pilares ($\sum B_j$) normalmente é pequena, quando comparada com a do pilar-parede, podendo ser desprezada nos cálculos e considerar apenas $B = B_{sw}$. A solução do problema é dada pela equação (III.6) com as condições de contorno :

$$w(0) = 0$$

$$w'(0) = 0$$

$$-w'''(0) = Q_0$$

$$w''(\lambda) = 0$$

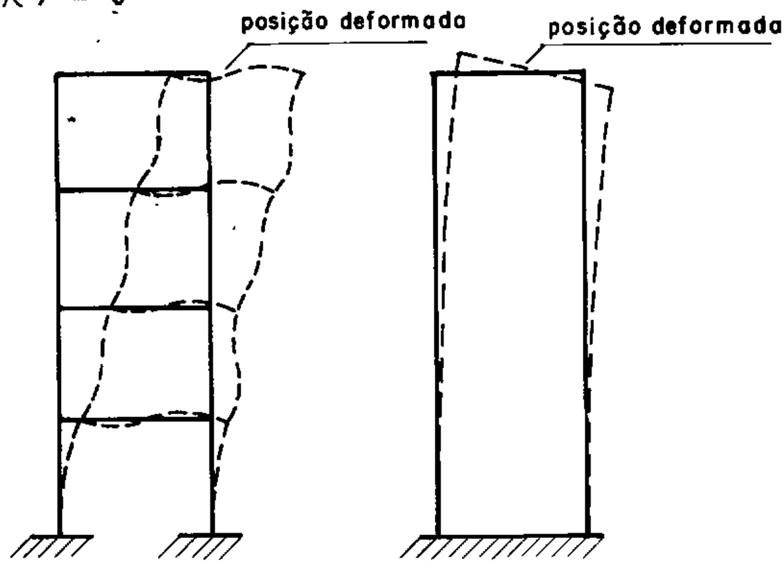


FIGURA III.10 - MODOS DE DEFORMAÇÃO

Para uma carga uniformemente distribuída $p(x) = p$

$$M_0 = - p * H^2 * (1 - \xi)^2 /2$$

$$Q_0 = p * H * (1 - \xi)$$

Os valores das constantes são

$$C_0 = - p * s_2^4 * \varphi^2 /(2 * \nu^2) + (p * s_2^4 * \lambda^4 *$$

$$* (\nu^2 - 1)/(2 * \nu^2)) * (\xi^2/2 - \xi^3/3 + \xi^4/12)$$

$$C_1 = - C_3 = -p * s_2^4 * \chi / \nu^2$$

$$C_4 = - s_2 * C_2 = - p * s_2^4 * \lambda / \nu^2$$

$$\chi = (1 + \lambda \sinh\lambda)/\cosh\lambda$$

λ	α
0,25	0,1220
0,50	0,1140
0,75	0,1027
1,00	0,0904
1,25	0,0784
1,50	0,0676
1,75	0,0583
2,00	0,0504
2,50	0,0383
3,00	0,0298

tabela III.1

A deflexão do topo será obtida substituindo os valores das constantes na equação (III.7) e fazendo $\xi = 1$ e $\varphi = 1$:

$$y_{topo} = p * H^4 * (1 - 2 * (\chi - 1)/ \lambda^2 + \lambda^2 * (\nu^2 - 1)/4)/$$

$$(2 * \nu^2 * \lambda^2 * B) =$$

$$= p * H^4 * (1/(2 * \lambda^2) - (\chi - 1)/ \lambda^4 + (\nu^2 - 1)/8)/$$

$$(\gamma^2 * B) = p * H^4 * (\alpha + (\gamma^2 - 1)/8)/(\gamma^2 * B) \quad \text{(III.12)}$$

α só depende de λ , podendo ser tabelado em função deste, conforme tabela (III.1).

λ , s_2 e γ têm os mesmos significados dados no item anterior.

A rigidez cortante do conjunto é igual à do quadro associado, dada pela equação (III.3).

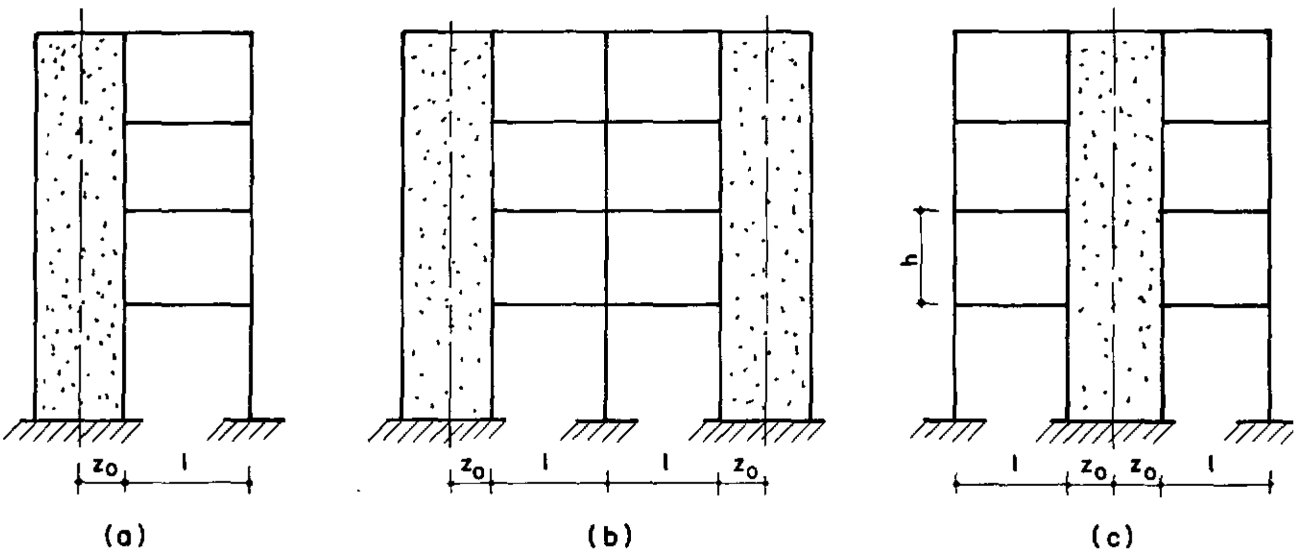
De uma maneira geral em estruturas sujeitas à ação de carregamento horizontal, dependendo das características das seções tranversais de seus elementos resistentes, dois modos de deformação podem ser identificados. A deformação em modo cortante, figura (III.10a), é característica de estruturas aporticadas, e a deformação em modo flexionante, figura (III.10b), é característica de paredes estruturais, vigas em balanço, etc. A rigidez característica está ligada ao modo de deformação da estrutura. Assim, para $\lambda \leqslant 1$ a deformada é em modo flexionante e quando $\lambda \geqslant 6$, a deformação se faz em modo cortante.

III.4 Quadro rígido ligado a pilar-parede

São estruturas formadas por pilar-parede ligado a quadro rígido, conforme mostra a figura (III.11). A rigidez à flexão do conjunto é tomada como sendo igual a do pilar-parede, isto é, a contribuição dos pilares, por ser muito pequena quando comparada com a do pilar-parede, é desprezada.

Assim:

$$B = B_{sw}$$



F I G U R A III.11

A rigidez cortante do conjunto, dada pela parte reticulada do sistema, pode ser deduzida considerando-se o esquema mostrado na figura (III.12). Assim, a mola K representa o engastamento elástico oferecido pelos pilares e, além disso, a viga é considerada como perfeitamente engastada no pilar-parede.

Dando inicialmente uma rotação $\Theta = 1/h$ no apoio esquerdo, em relação ao ponto O o momento será:

$$M = 3 * i_g * (i_g * (1 + \eta_0)^2 +$$

$$+ (4 * i_{st} *(1 + 3\eta_0 + 3 * \eta_0^2))/(h * (i_g + 3 * i_{st})) \quad (III.13)$$

Considerando agora um giro $\Theta = 1/h$ no apoio direito, em relação ao ponto O o momento será :

$$M = 3 * i_g * (2 * i_{st} + 6 * i_{st} * \eta_0)/(h * (i_g + 3 * i_{st})) \quad (III.14)$$

Somando os efeitos anteriores, escreve-se

$$M = 3 * i_g * (1 + \eta_0) * (i_g * (1 + \eta_0) + 6 * i_g * (1 + 2 * \eta_0))/$$

$$/(h * (i_g + 3 * i_{st}))$$

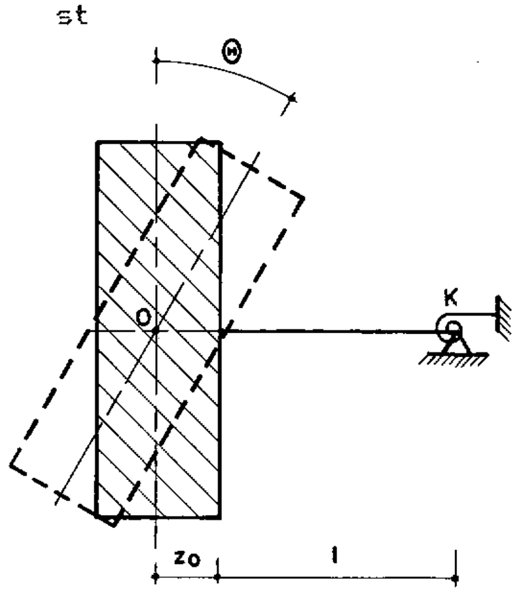


FIGURA III.12

Admitindo que os pontos médios dos pilares correspondem às seções de momento nulo, e sendo h o pé direito do andar, a força horizontal S, conforme mostra a figura (III.13), associada a um deslocamento horizontal unitário do andar será:

$$S = 3 * i_g * (1 + \eta_0) * (i_g * (1 + \eta_0) + 6 * i_{st} * (1 + 2 * \eta_0)) / (h^2 * (i_g + 3 * i_{st}))$$

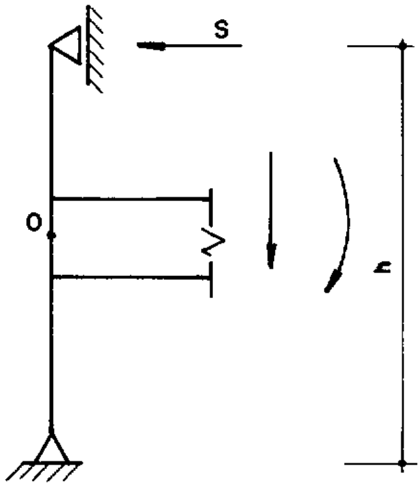


FIGURA III.13

A rigidez cortante será :

$A = Sh/d$ (d é o deslocamento do andar)

$$A = 3 * i_g * (1 + \eta_0) * (i_g * (1 + \eta_0) + 6 * i_{st} * (1 + 2 * \eta_0)) / (h * (i_g + 3 * i_{st})) \qquad (III.15)$$

em que :

$$\eta_0 = z_0/l$$

$$i_g = E * I/l$$

$$i_{st} = E * J/h$$

z_0 ver figura (III.11)

Se a parte reticulada for simétrica em relação ao pilar parede, ver figura (III.11c), o valor da rigidez cortante será igual ao dobro do acima. No caso de dois pilares-parede externos com parte reticulada central, figura (III.11b), a rigidez também será igual ao dobro da acima calculada considerando i_{st} multiplicado por 0,5 .

As deflexões podem ser calculadas usando a mesma expressão apresentada no item anterior.

III.5 Pilares-parede associados

Este tipo de elemento será tratado como um quadro com pilares de grande rigidez representando as partes maciças laterais da parede. As partes maciças entre as aberturas serão representadas por vigas supostas perfeitamente engastadas nos elementos verticais. Assim, a rigidez cortante será:

$$A = 12/(h * (1/s + 1/r))$$

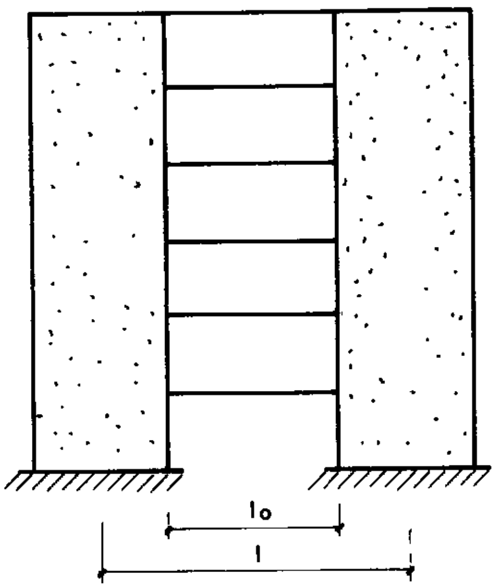


FIGURA III.14

Como 1/s pode ser desprezado se comparado com o valor de 1/r, tem-se:

$$A = 12 * r/h$$

Em que $r = \sum i_g$ é a rigidez à flexão da viga por unidade de comprimento. Sendo B_g a rigidez à flexão da viga e l_0 a distância livre entre faces de parede, ver figura (III.14), a rigidez equivalente relativa ao vão total l será $B_g * (l/l_0)^3$, e a rigidez por unidade de comprimento será:

$$i_g = B_g * (l/l_0)^3 / (l * (1 + k))$$

em que k representa a contribuição da força cortante na deformação do elemento. Da análise estrutural, ver referência (1), tem-se:

$$k = 12 * E * I_g * f/(G * A_g * l_0^2)$$

em que :

f é o fator de forma para efeito do cisalhamento, dependente da forma da seção transversal

A_g e I_g são, respectivamente, a área e o momento de inércia da viga

G é o módulo de elasticidade transversal do material. Para seções retangulares com altura h_g, tem-se:

$$k = 6 * E * (h_g/l_0)^2 /(5 * G)$$

mas $G = E/(2 * (1 + \mu))$, em que μ é o coeficiente de Poisson. Para $\mu = 0$, tem-se:

$$k = 2,4 * (h_g/l_0)^2$$

Para estruturas de concreto, adotando $\mu = 0,2$ resulta:

$$k = 2,88 * (h_g/l_0)^2$$

A rigidez total à flexão dos elementos verticais será igual a

$B = \sum B_j$, em que B_j é a rigidez de cada elemento vertical. Na seção entre aberturas a rigidez à flexão B_0 do pilar-parede será calculada usando a equação (III.11). A deflexão do topo será determinada pela equação (III.9).

III.6 Exemplos

III.6.1 Quadro associado a pilar-parede

Seja calcular a deflexão no topo da estrutura mostrada na figura (III.15).

Dados:

pilar-parede..... $(40 \times 500)cm^2$

pilares.......... $(30 * 30)cm^2$

vigas .... $(30 * 50)cm^2$

E .... $2,1 * 10^7\ kN/m^2$

número de andares 10

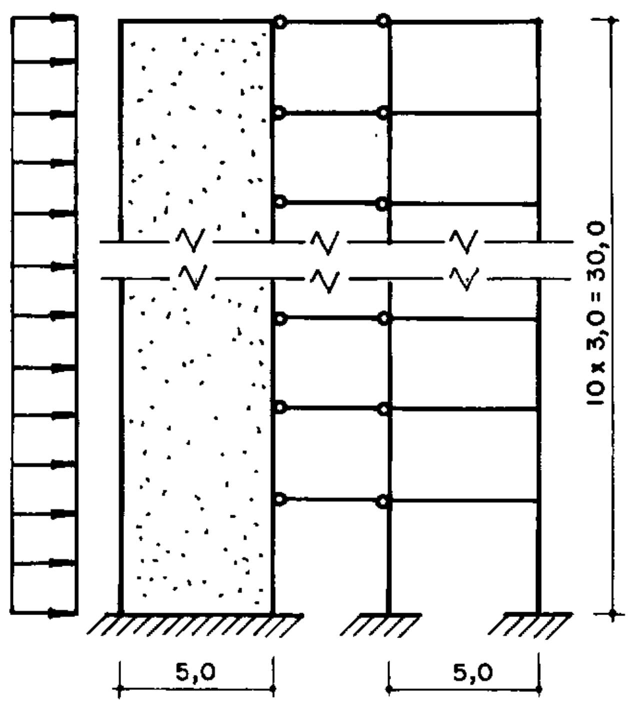


FIGURA III.15

Rigidez à flexão do pilar-parede:

$$I = 0,40 * 5,0^3/12 = 4,1667\ m^4$$

$$B_{sw} = 4,1667 * 2,1 * 10^7 = 8,75 * 10^7\ kNm^2$$

Desprezando a contribuição dos pilares:

$$B = B_{sw} = 8{,}75 * 10^{7} \ kNm^{2}$$

$$B_{0} = E * A * b/2 = 2{,}1 * 10^{7} * 0{,}30 * 0{,}30 * 5^{2} /2 =$$

$$= 2{,}362 * 10^{7} \ kNm^{2}$$

$$\nu^{2} = 1 + B/B_{0} = 1 + 8{,}75 * 10^{7} /2{,}365 * 10^{7} = 4{,}704$$

$$\nu = 2{,}17$$

Momento de inércia das vigas:

$$I = 0{,}30 * 0{,}50^{3} /12 = 3{,}125 * 10^{-3} \ m^{4}$$

$$r = 2{,}1 * 10^{7} * 3{,}125 * 10^{-3} /5{,}0 = 1{,}3125 * 10^{4} \ kNm$$

Momento de inércia dos pilares:

$$J = 0{,}30 * 0{,}30^{3} /12 = 6{,}75 * 10^{-4} \ m^{4}$$

$$s = 2 * 2{,}1 * 10^{7} * 6{,}75 * 10^{-4} /3{,}0 = 9{,}45 * 10^{3} \ kNm$$

Rigidez cortante:

$$A = \quad 12/(h * (1/s + 1/r)) \quad = \quad 12/(3{,}0 * (1/(9{,}45 * 10^{3} \quad +$$

$$+ 1/1{,}3125 * 10^4)) = 2{,}1977 * 10^4 \text{ kN}$$

$$H = H_0 * n/(n - 0{,}5) = 30 * 10/(10 - 0{,}5) = 31{,}58 \text{ m}$$

$$S_2 = \sqrt{B/(A * \nu^2)} = \sqrt{8{,}75 * 10^7/(2{,}1977 * 10^4 * 2{,}17^2)} =$$

$$= 29{,}08 \text{ m}$$

Rigidez característica:

$$\lambda = H/S_2 = 31{,}58/29{,}08 = 1{,}09$$

Deslocamento do topo:

$$\text{para } \lambda = 1{,}09 \quad \text{-------}> \quad \alpha = 0{,}0859$$

$$y_{topo} = 10 * 31{,}58^4 * (0{,}0859 + (2{,}17^2 - 1)/8)/$$

$$/(2{,}17^2 * 8{,}75 * 10^7)$$

$$y_{topo} = 0{,}013 \text{ m}$$

O valor exato deste deslocamento é: 0,011 m.

III.6.2 Quadro rígido ligado a pilar-parede

Calcular a deflexão no topo da estrutura mostrada na figura (III.16).

Dados:

pilar-parede..... $(40 * 500)cm^2$

pilares.......... $(30 * 30)cm^2$

vigas............ $(30 * 50)cm^2$

E .... $2,1 * 10^7$ kN/m^2

número de andares 10

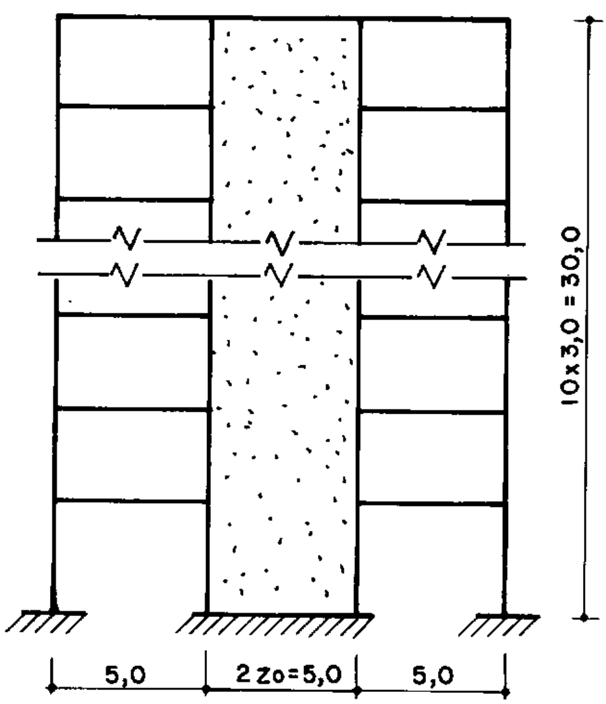


FIGURA III.16

Rigidez à flexão do conjunto:

$$B = B_{sw} = 8,75 * 10^7 \ kNm^2$$

Rigidez cortante:

$$\eta_0 = z_0/l = 2,5/5 = 0,5$$

$$i_g = 2,1 * 10^7 * 3,125 * 10^{-3} /5,0 = 1,313 * 10^4 \text{ kNm}$$

$$i_{st} = 2,1 * 10^7 * 6,175 *^{-4} /3,0 = 4,323 * 10^3 \text{ kNm}$$

$$A = 2 * 3 * 1,313 * 10^4 * (1 + 0,5) * (1,313 * 10^4 *(1 + 0,5) +$$

$$+ 6 * 4,323 * 10^3 * (1 + 2 * 0,5))/$$

$$/(3 * (1,313 * 10^4 + 3 * 1,323 * 10^3)) =$$

$$= 1,08 * 10^5 \text{ kN}$$

Rigidez característica:

$$B_0 = E * A * b^2 /2 = 2,1 * 10^7 * 0,30 * 0,30 * 15^2 /2$$

$$B_0 = 2,126 * 10^8 \text{ kNm}^2$$

$$\nu^2 = 1 + B/B_0 = 1 + 8,75 * 10^7 /(2,126 * 10^8) = 1,412$$

$$\nu = 1,19$$

$$H = H_0 * n/(n - 0,5) = 30,0 * 10/(10 - 0,5) = 31,58 \text{ m}$$

$$S_2 = \sqrt{B/(A * \nu^2)} = \sqrt{8,75 * 10^7 /(1,08 * 10^5 * 1,19^2)}$$

$$S_2 = 23,92$$

$$\lambda = H/S_2 = 31,58/23,92 = 1,32$$

Deslocamento do topo:

para $\lambda = 1,32$ --------> $\alpha = 0,0752$

$$y_{topo} = 10 * 31,58^4 * (0,0752 + (1,19^2 - 1)/8)/$$

$$/(1,19^2 * 8,75 * 10^7) =$$

$$y_{topo} = 0,010 \text{ m}$$

O valor exato deste deslocamemto é: 0,0082 m.

CAPÍTULO IV

O MÉTODO DE STAFFORD SMITH E MARTIN KUSTER

IV.1 - Hipóteses e elementos básicos

A base do método está na substituição das vigas ao nível dos pisos por um meio elástico contínuo de rigidez equivalente (E*I/h) em que:

E é o módulo de elasticidade do material,

I é o momento de inércia da viga e

h é a altura relativa do andar.

Além desta, as seguintes hipóteses simplificadoras são adotadas:

a) vigas e colunas apresentam características constantes ao longo de toda a altura da estrutura,

b) estrutura com comportamento elástico-linear,

c) a deflexão horizontal ao nível de um piso é a mesma para todo o piso (hipótese da laje trabalhando como diafragma)

d) estrutura perfeitamente engastada nas fundações,

e) a distorção infinitesimal nos elementos que constituem a estrutura é desprezada.

Serão analisados os seguintes tipos de elementos verticais resistentes, ver figura (IV.1), a saber:

a) quadro de nós rígidos (quadro rígido)

b) quadro contraventado

c) pilares-parede associados

Para quadros contraventados serão considerados os seguintes tipos de contraventamento, ver figura (IV.2):

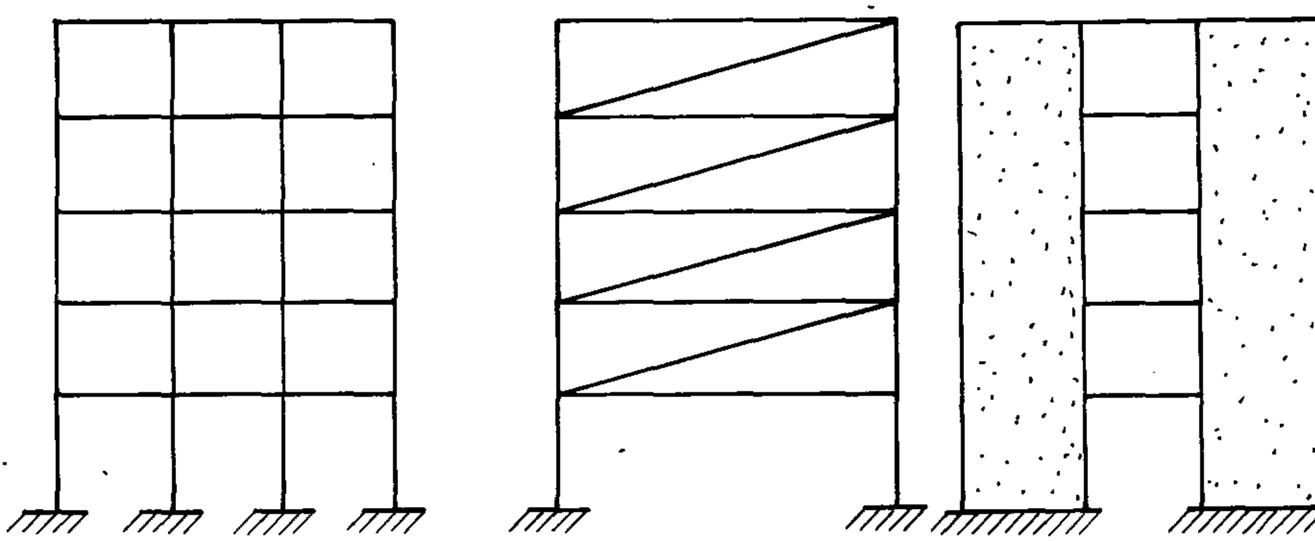
a) diagonal simples ou diagonal isolada

b) diagonal dupla ou contraventamento em "X"

c) contraventamento em "K"

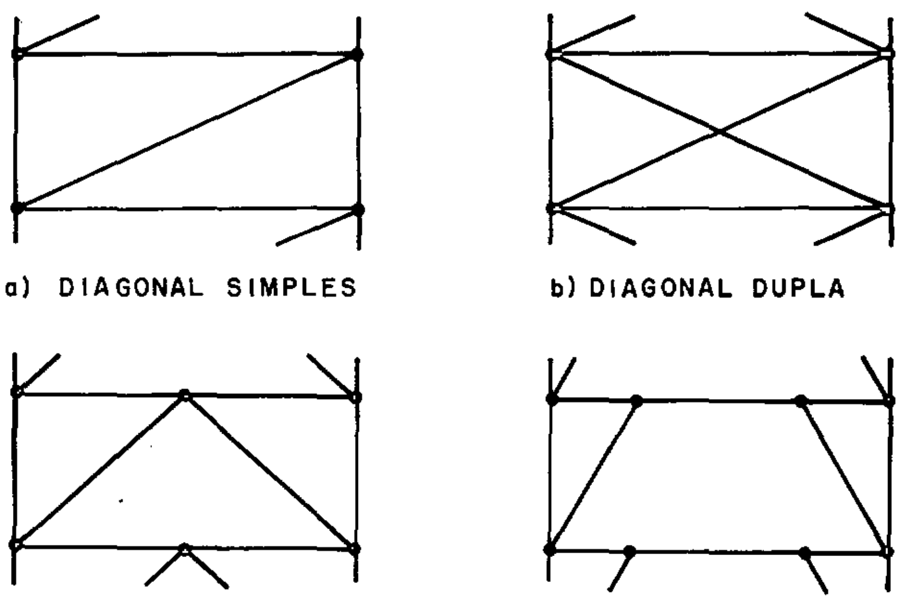
d) mão francesa.

O carregamento é suposto uniformemente distribuído ao longo da altura da edificação.



a) quadro rígido b) quadro contraventado c) pilares-parede associ

FIGURA IV.1 - TIPOS DE ELEMENTOS VERTICAIS



a) DIAGONAL SIMPLES b) DIAGONAL DUPLA

c) CONTRAVENTAMENTO EM "K" d) MÃO FRANCESA

FIGURA IV.2 - TIPOS DE CONTRAVENTAMENTO

IV.2 - Equação fundamental

Seja o pilar-parede mostrado na figura (IV.3).

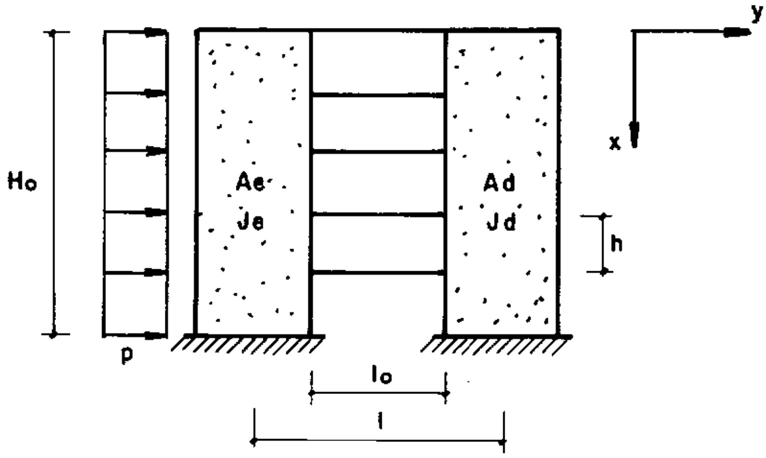


FIGURA IV.3 - PILARES-PAREDE ASSOCIADOS

Tem-se que:

A_e = área do elemento à esquerda

A_d = área do elemento à direita

J_e = momento de inércia do elemento à esquerda

J_d = momento de inércia do elemento à direita.

Uma vez que as seções transversais dos elementos colunas são muito maiores do que as dos elementos vigas, estes podem ser admitidos como vigas com extremidades perfeitamente engastadas, e sendo as rotações dos extremos iguais, o ponto de inflexão de suas elásticas será coincidente com a seção do meio do vão.

Seccionando a estrutura ao longo das seções médias das vigas, pode-se definir uma força cortante vertical $q(x)$ aplicada ao longo da linha de corte. A resultante desta força é chamada de T, logo:

$$T = \int_0^x q \, dx \qquad (IV.1)$$

Como dito anteriormente, as vigas serão substituídas por um meio elástico contínuo com rigidez igual a (E*I/h).

A energia total de deformação da estrutura será então igual à soma das energias de deformação das vigas (ou agora do meio contínuo equivalente) com a energia de deformação dos elementos verticais.

A energia de deformação do meio contínuo, será:

$$U_b = \int_0^{Ho} 2 \int_0^{lo/2} M^2 * h \,/\, (2 * E * I) \, dz \, dx \qquad (IV.2)$$

Como $M = q * z$ e $T' = dT / dx = q$, substituindo na equação (IV.2), tem-se:

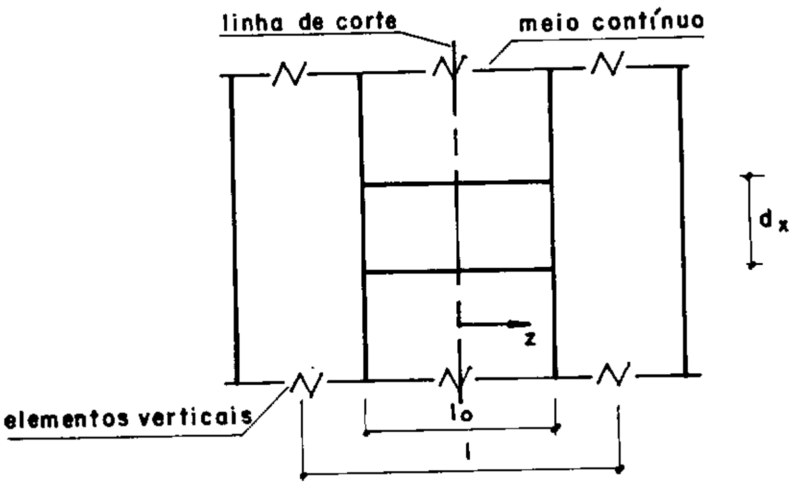


FIGURA IV.4 - MEIO CONTÍNUO

$$U_b = \int_0^{Ho} 2 \int_0^{lo/2} q^2 * h * z^2 \,/\, (2 * E * I) \, dz \, dx =$$

$$= \int_0^{Ho} q^2 * l_0^3 * h \,/\, (24 * E * I) \, dx =$$

$$= \int_0^{Ho} (T')^2 * l_0^3 * h \,/ (24 * E * I) \, dx \qquad (IV.3)$$

O momento fletor no elemento vertical será proporcional à sua rigidez de flexão. Assim, para o elemento da esquerda tem-se

$$M_e = (p * x^2 /2 - T * l) * J_e / J \quad \text{(IV.4a)}$$

e para o elemento da direita tem-se

$$M_d = (p * x^2 /2 - T * l) * J_d / J \quad \text{(IV.4b)}$$

em que $J = J_e + J_d$. Lembrando que a força axial nos elementos verticais é igual a T, a energia de deformação será:

$$U_v = (1/2) \int_0^{Ho} (M_e^2 /(E * J_e) + M_d^2 /(E * J_d) +$$

$$+ T^2 /(E * A_e) + T^2 /(E * A_d)) \, dx \quad \text{(IV.5)}$$

Substituindo as equações (IV.4) na equação (IV.5), chega-se a

$$U_v = (1/2) \int_0^{Ho} ((p * x^2 / 2 - T * l)^2 /(E * J) +$$

$$+ T^2 * (1/A_e + 1/A_d)/E) \, dx$$

A energia total de deformação se escreve:

$$U = U_b + U_v = \int_0^{Ho} ((T')^2 * l_0^3 * h /(24 * E * J) +$$

$$+ (p * x^2 / 2 - T * l)^2 /(2 * E * J) +$$

$$+ T^2 * (1/A_e + 1/A_d)/(2 * E)) \, dx$$

Sendo nulo o deslocamento relativo entre as seções à esquerda e à direita da linha de corte, a intensidade da resultante T (vínculo interno) será a que minimiza o trabalho de deformação do sistema (método do trabalho mínimo). Portanto, aplicando os conceitos do cálculo variacional ao funcional U, tem-se:

$$U = \int_0^{Ho} F(x,T,T')\, dx$$

$$\partial F/\partial T = - l * (p * x^2 / 2 - T * l)/(E * J) +$$

$$+ T * (1/A_e + 1/A_d)/E$$

$$d(\partial F/\partial T')/dx = l_0^3 * h * T''/(12 * E * J)$$

Substituindo na equação de Euler-Lagrange

$$\partial F/\partial T \quad - d(\partial F/\partial T')\, d x = 0$$

tem-se:

$$- l * (p * x^2 / 2 - T * l)/(E * J) + T * (1/A_e + 1/A_d)/E -$$

$$- l_0^3 * h * T''/(12 * E * J) = 0$$

$$T'' - 12 * I * (l^2/J + A/(A_e * A_d))/(l_0^3 * h) +$$

$$+ (6 * I * p * l/(J * l_0^3 * h)) * x^2 = 0 \qquad \text{(IV.6)}$$

Fazendo:

$$\alpha^2 = 12 * I * l^2 / (l_0^3 * h * J) \qquad (IV.7a)$$

$$\beta = 6 * I * p * l / (J * l_0^3 * h) \qquad (IV.7b)$$

$$k^2 = 1 + A_t * J / (A_e * A_d * l^2) \qquad (IV.7c)$$

em que $A_t = A_e + A_d$ representa a área total do pilar-parede. A equação (IV.6) pode ser escrita como:

$$T'' - (k * \alpha)^2 * T + \beta * x^2 = 0 \qquad (IV.8)$$

cuja solução se escreve:

$$T = C_1 * \sinh(k * \alpha * x) + C_2 * \cosh(k * \alpha * x) +$$

$$+ \beta * (x^2 + 2/(k * \alpha)^2) / (k * \alpha)^2 \qquad (IV.9)$$

As constantes C_1 e C_2 são determinadas usando as condições de contorno:

$$T(0) = 0 \qquad e \qquad T'(H_0) = 0$$

Logo, chega-se a

$$C_1 = 2 * \beta * (\sinh(k * \alpha * H_0) - k * \alpha * H_0) / ((k * \alpha)^4 *$$

$$\cosh(k * \alpha * H_0))$$

e $$C_2 = -2 * \beta /(k * \alpha)^4$$

Substituindo C_1 e C_2 na equação (IV.9), tem-se:

$$T = p * (1 + ((\sinh(k * \alpha * H_0) - k * \alpha * H_0)/\cosh(k * \alpha * H_0)) *$$

$$* \sinh(k * \alpha * x) - \cosh(k * \alpha * x) +$$

$$+ (k * \alpha)^2 * x^2/2)/(k^4 * \alpha^2 * l) \qquad \text{(IV.10)}$$

Em uma seção distante x do topo do pilar-parede, o momento absorvido pelos elementos verticais é:

$$M = p * x^2 / 2 - T * l$$

Como $E * J * d^2y/dx^2 = M$, em que y representa .o deslocamento lateral do pilar-parede, tem-se:

$$E * J * d^2y/dx^2 = p * x^2/2 - T * l$$

Integrando a equação anterior, obtèm-se:

$$y = p * H_0^4 * ((1/8 - 1/6 * x/H_0 + (1/24) * (x/H_0)^4) *$$

$$* (k^2 - 1)/k^2 + ((1 - (x/H_0)^2)/(2 * (k * \alpha * H_0)^2) +$$

$$+ (\cosh(k * \quad *(H_0 - x)) - 1 -$$

$$- k * \alpha * H_0 * (\sinh(k * \alpha * H_0) - \sinh(k * \alpha * x)))/$$

$$/((k * \alpha * H_0)^4 * \cosh(k * \alpha * H_0)))/k^2)/(E * J) \qquad (IV.11)$$

Seja $J_g = J + A_d * c_d^2 + A_e * c_e^2$ (IV.12)

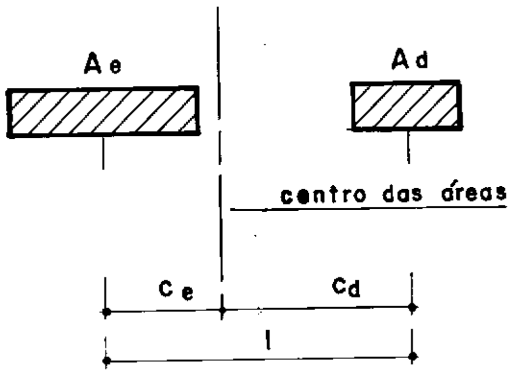


FIGURA IV.5 - CENTRO DE GRAVIDADE DO CONJUNTO DE ÁREAS DOS PILARES - PAREDE

Sendo c_d e c_e as distâncias do centro de gravidade da seção à direita e à esquerda, respectivamente, ao centro de gravidade do conjunto, ver figura (IV.5), pode-se escrever .

$$c_e = A_d * l/(A_e + A_d)$$

$$c_d = A_e * l/(A_e + A_d)$$

A equação (IV.12) pode então ser escrita como:

$$J_g = J + A_e * c_e^2 + A_d * c_d^2 =$$

$$= J + A_e * A_d^2 * l^2/(A_e + A_d)^2 +$$

$$+ A_d * A_e^2 * l^2/(A_e + A_d)^2$$

$$J_g = J + A_e * A_d * l^2 / A_t \qquad \text{(IV.13)}$$

Substituindo a equação (IV.7c) na equação (IV.13) obtèm-se:

$$J = J_g * (k^2 - 1)/k^2 \qquad \text{(IV.14)}$$

Finalmente, a equação (IV.11) pode ser escrita como:

$$y = p * H_0^4 * (1/8 - (1/6) * (x/H_0) + (1/24) * (x/H_0)^4 +$$

$$+ ((1 - (x/H_0)^2)/(2 * (k * \alpha * H_0)^2) +$$

$$(\cosh(k * \ * (H_0 - x)) - 1 - k * \ * H_0 *$$

$$* (\sinh(k * \alpha * H_0) - \sinh(k * \alpha * x)))/((k * \alpha * H_0)^4 *$$

$$* \cosh(k * \alpha * H_0)))/(k^2 - 1))/(E * J_g) \qquad \text{(IV.15)}$$

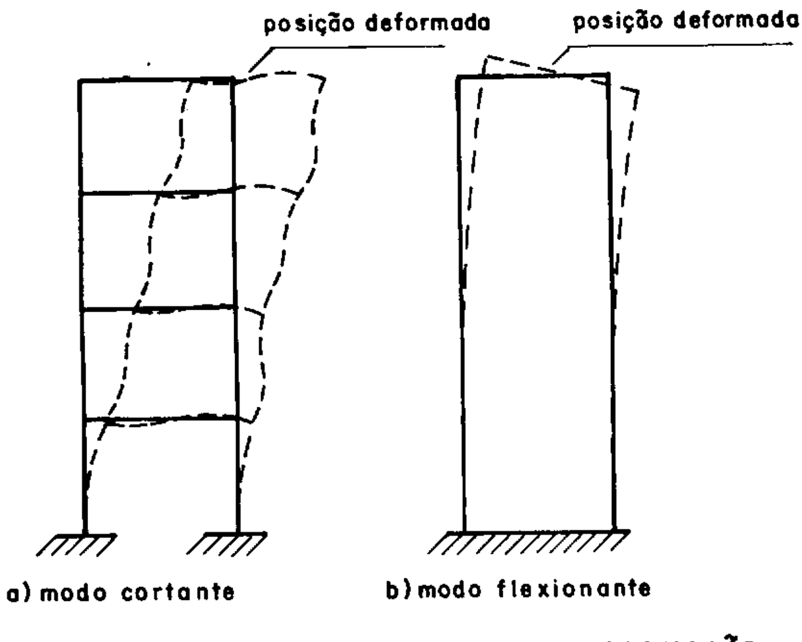


FIGURA IV.6 - MODOS DE DEFORMAÇÃO

Quando sob a ação do carregamento lateral a deformada do elemento estrutural depende das propriedades de sua(s) seção(ões) transversal(ais). Dois tipos de comportamento distintos podem ser identificados. A deformação em modo cortante, figura (IV.6a), é característica de estruturas aporticadas e a deformação em modo flexionante, figura (IV.6b), é característica de vigas em balanço, paredes estruturais, etc. Em verdade, nas estruturas reais acontece uma combinação dos dois modos acima relatados. O significado físico do parâmetro α^2, ver equação (IV.7a), pode ser entendido como sendo a relação entre as rigidezas para deformação em modo cortante e em modo flexionante. Chamando de (G*A) e (E*J) estas rigidezas, α^2 pode ser representado por:

$$\alpha^2 = G * A/(E * J) \qquad \text{(IV.16)}$$

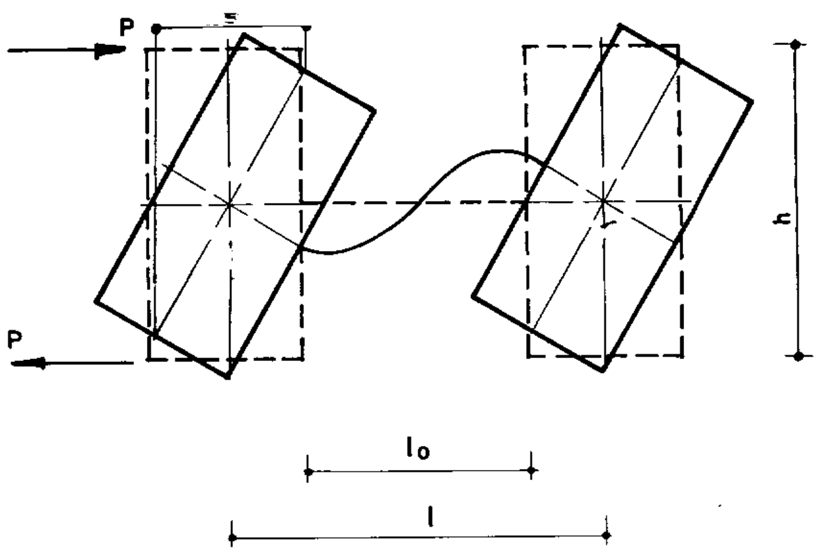


FIGURA IV.7 - REPRESENTAÇÃO DOS DESLOCAMENTOS DE UM NÍVEL GENÉRICO

Considere a figura (IV.7), onde está representado o nível i. A força P necessária para provocar um deslocamento δ será:

$$P = 12 * E * I * l^2 * \delta /(l_0^3 * h^2)$$

A rigidez em modo cortante é definida como sendo a força necessária para produzir uma distorção unitária no andar, e portanto

$$G * A = P * h/\delta = 12 * E * I * l^2/(l_0^3 * h) \qquad (IV.17)$$

Usando as equações (IV.7c) e (IV.13), o parâmetro k^2 pode ser escrito como:

$$k^2 = J_g / (A_d * c_d^2 + A_e * c_e^2)$$

Ou generalizando este parâmetro, tem-se

$$k^2 = J_g / \Sigma(A_i * c_i^2) \qquad (IV.18)$$

IV.3 - Aplicações a quadro rígido e quadro com contraventamento

A equação (IV.15) é aplicável também a quadros rígidos e quadros com contraventamento. A exatidão dos resultados depende apenas da escolha criteriosa dos parâmetros α e k . Uma vez determinados (G*A) e (E*J), a equação (IV.16) fornecerá o valor de .

IV.3.1 - Quadro rígido

Quadro rígido com apenas duas colunas, ver figura (IV.8), pode ser considerado como um pilar-parede semelhante ao da figura (IV.3), em que $l_{\emptyset} = l$.
Assim, tem-se:

$$E * J = E * (J_e + J_d)$$

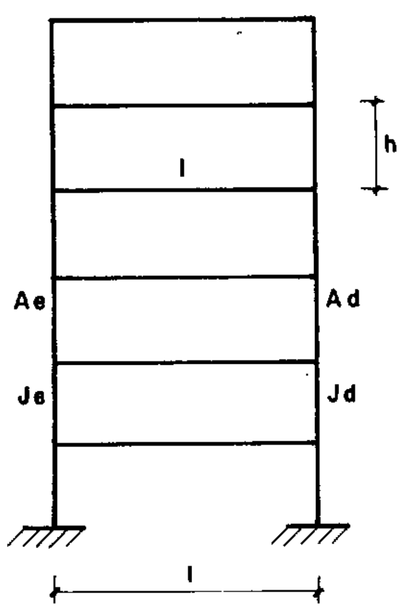


FIGURA IV.8 - QUADRO SIMPLES

Na determinação da rigidez em modo cortante, deverá ser considerada a flexibilidade dos elementos verticais. Seja então, a figura (IV.9), onde está representado o modelo estrutural usado para a dedução de (G*A).

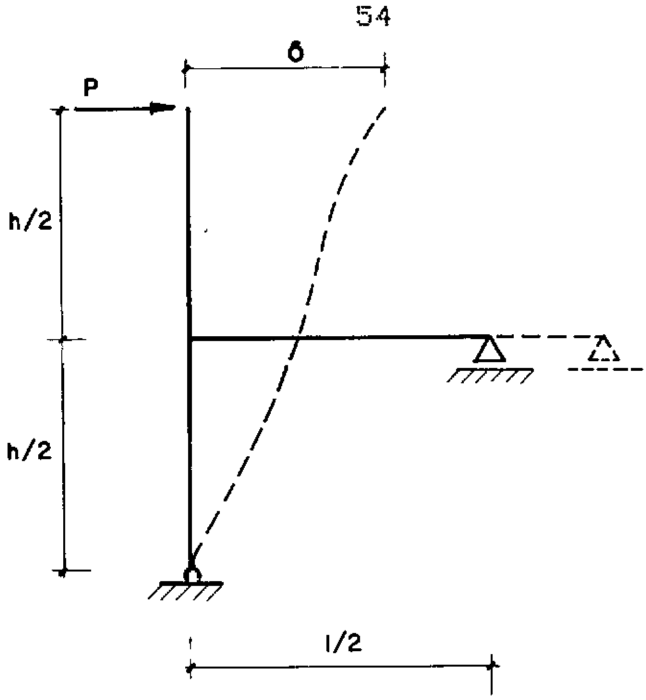


FIGURA IV.9 - MODELO ESTRUTURAL PARA DEDUÇÃO DE GA

Neste modelo foi considerado que o ponto de momento nulo nas colunas está situado no meio do vão. Para quadros em que as colunas apresentam as mesmas propriedades e os pilares não são do tipo parede, a hipótese acima pode ser aceita sem restrições. A força necessária para produzir uma deformação δ é:

$$P = 6 * E * \delta /(h^2 * (1/(J/h) + 1/(I/l)))$$

Logo, a rigidez cortante para a estrutura completa será:

$$G * A = 2 * P * h/\delta = 12 * E/(h * (1/(J/h) + 1/(I/l)) \quad (IV.19)$$

O parâmetro k será:

$$k^2 = 1 + (A_e + A_d) * J/(A_e * A_d * l^2) \quad (IV.20)$$

Quadro com múltiplos vãos, ver figura (IV.10), pode ser substituído por um quadro simples simétrico equivalente com as seguintes propriedades:

$$E * J_e/h = E * J_d/h = (1/2) * \sum E * J_i/h \qquad \text{(IV.21a)}$$

$$E * I/l = \sum E * I_i/l_i \qquad \text{(IV.21b)}$$

$$A_e * l^2/2 = A_d * l^2/2 = \sum A_i * c_i^2 \qquad \text{(IV.21c)}$$

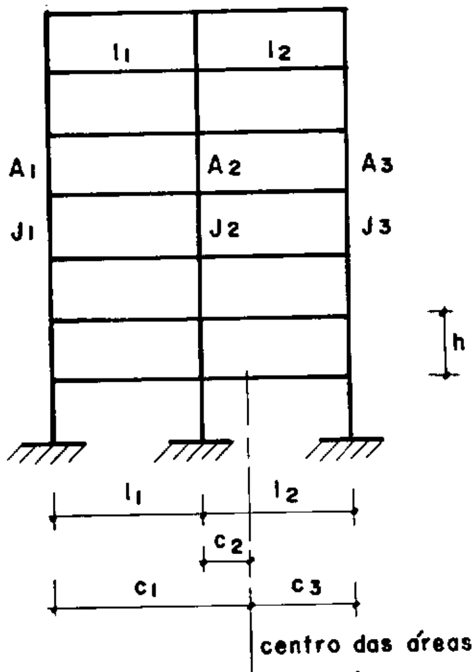


FIGURA IV.10 - QUADRO RÍGIDO

Substituindo os valores acima nas equações (IV.19) e (IV.20), os valores de (G*A) e k, para quadro com múltiplos vãos, ficam determinados.

IV.3.2 - Quadro com contraventamento

Quadro com contraventamento em que as ligações dos elementos são supostas rotuladas, o momento de inércia J das colunas é nulo, o que acarreta uma indeterminação no cálculo do parâmetro α, ver equação (IV.7a). Para eliminar esta indeterminação pode ser adotado para J o valor fictício dado por:

$$J = 0,001 * A_e * l^2/2$$

o que resulta $k^2 = 1,001$.

A seguir, serão apresentadas expressões para o cálculo da rigidez cortante para alguns tipos de contraventamento mais comuns. Na dedução destas expressões foi suposto quadro simétrico, isto é, quadro de colunas iguais. Os elementos de contraventamento possuem área transversal A_c, as colunas são de área A_d, e as vigas são supostas inderformáveis axialmemte.

IV.3.2.1 - Contraventamento em diagonal simples

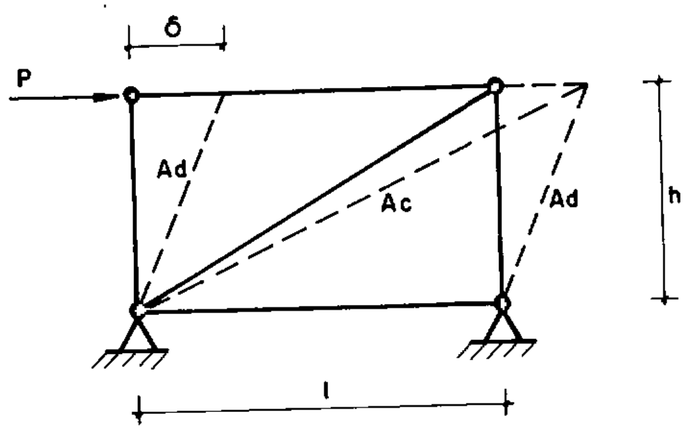


FIGURA IV.11 - DIAGONAL SIMPLES

O deslocamento horizontal provocado pela força P é:

$$\delta = P * ((l^2 + h^2)^{3/2}/(A_c * l^2) + h^3/(A_d * l^2))/E$$

Logo, tem-se:

$$G * A = P * h/\delta = h * l^2 * E/(h^3/A_d + (l^2 + h^2)^{3/2}/A_c) \qquad \text{(IV.22)}$$

IV.3.2.2 - Contraventamento em diagonal dupla

O delocamento horizontal provocado pela força P é:

$$\delta = P * (h^3/A_d + (l^2 + h^2)^{3/2}/A_c)/(2 * l^2 * E)$$

Logo, tem-se:

$$G * A = P * h/\delta = 2 * h * l^2 * E/(h^3/A_d + (l^2 + h^2)^{3/2}/A_c) \quad \text{(IV.23)}$$

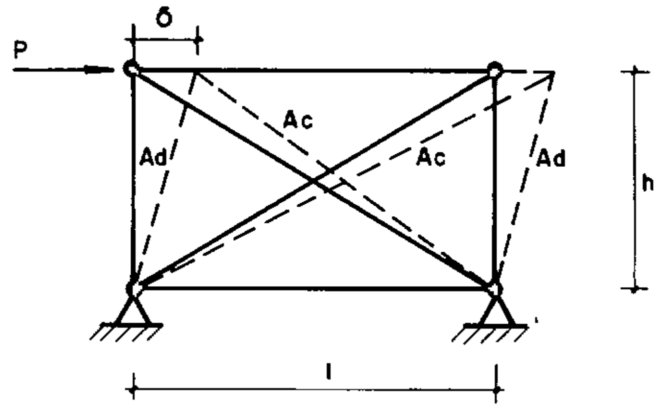


FIGURA IV 12 - DIAGONAL DUPLA

IV.3.2.3 - Contraventamento em "K"

O deslocamento horizontal provocado pela força P é:

$$\delta = 2 * P * (l^2/4 + h^2)^{3/2}/(l^2 * A_c * E)$$

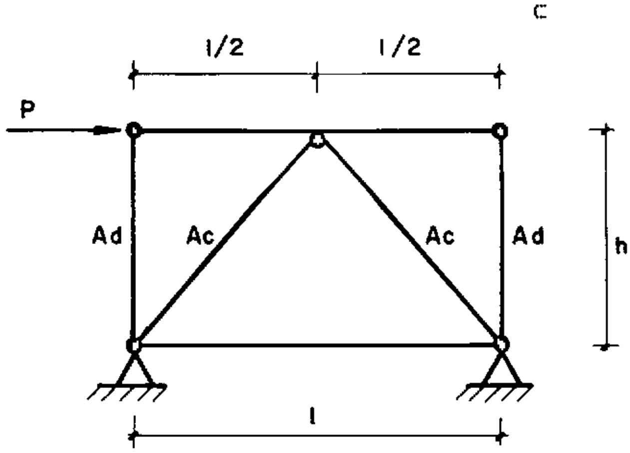


FIGURA IV.13 - CONTRAVENTAMENTO "K"

Logo, tem-se:

$$G * A = P * h/\delta = h * l^2 * A_c * E/(2 * (l^2/4 + h^2)^{3/2}) \quad (IV.24)$$

IV.3.2.4 - Contraventamento em mão francesa

O deslocamento horizontal provocado pela força P é:

$$\delta = P * (h^2 * (l - 2 * u)^2/(6 * l * I) +$$
$$+ h^3 * (l - 2 * u)^2/(l^2 * u^2 * A_d) +$$
$$+ (u^2 + h^2)^{3/2}/(u^2 * A_c))/(2 * E)$$

Logo, tem-se:

$$G * A = P * h/\delta = 2 * h * E/(h^2 * (l - 2 * u)^2/(6 * l * I) +$$
$$+ h^3 * (l - 2 * u)^2/(l^2 * u^2 * A_d) +$$
$$+ (u^2 + h^2)^{3/2}/(u^2 * A_c)) \quad (IV.25)$$

Nesta equação, I representa o momento de inércia da viga.

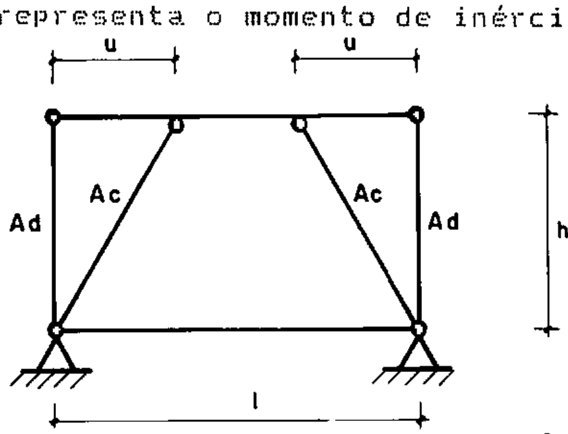


FIGURA IV.14 - CONTRAVENTAMENTO EM MÃO FRANCESA

IV.4 - Exemplos

Visando levantar informações a respeito do grau de aproximação do método apresentado, foram feitos exemplos, um para cada tipo de contraventamento. Os resultados assim obtidos foram comparados com os fornecidos por programa automático desenvolvido como aplicação do método dos deslocamentos com formulação matricial.

Foi desenvolvido um programa que calcula para todos os andares os deslocamentos correspondentes, usando o método de Stafford Smith. Este programa é totalmente interativo e de fácil aplicação, mostrando-se bastante útil com a eliminação do cálculo repetitivo que aparece quando da aplicação do método. A listagem do programa, que foi desenvolvido em linguagem PASCAL, é apresentada no apêndice A deste.

Em todos os exemplos o número de andares foi fixado em quinze, a altura dos andares (pé direito) em 3 metros, o material usado o aço, e a estrutura sujeita a uma carga uniforme lateral de 10,0 kN/m. As características geométricas usadas foram:

exemplo 1

área da coluna............... 0,0761 m^2

momento de inércia da coluna.. 0,0058 m^4

momento de inércia da viga.... 0,0009 m^4

exemplos 2 a 4

área da coluna............... 0,0761 m^2

área do contraventamento...... 0,0144 m^2

exemplo 5

área da coluna............... 0,0761 m^2

área do contraventamento...... 0,0144 m^2

momento de inércia da viga.... $0,0009\ m^4$

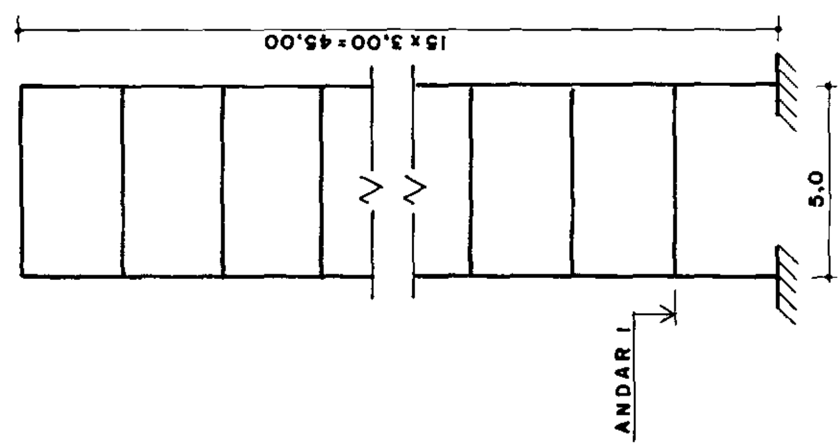


FIGURA IV. 15 EXEMPLO 1
QUADRO RÍGIDO

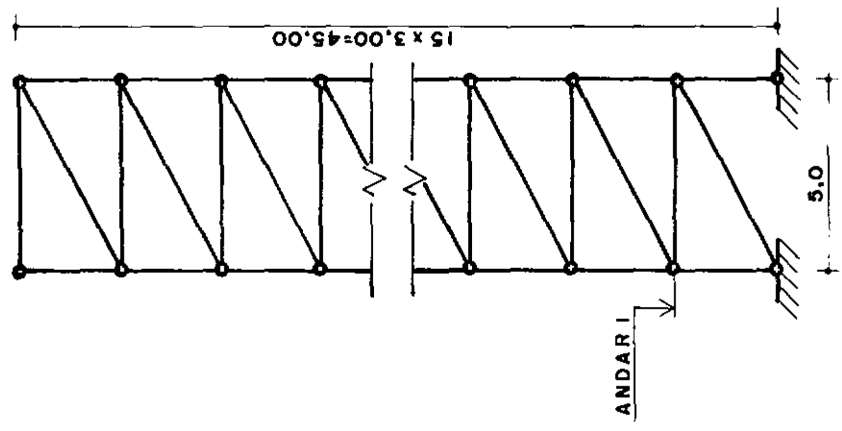


FIGURA IV. 16 EXEMPLO 2
DIAGONAL SIMPLES

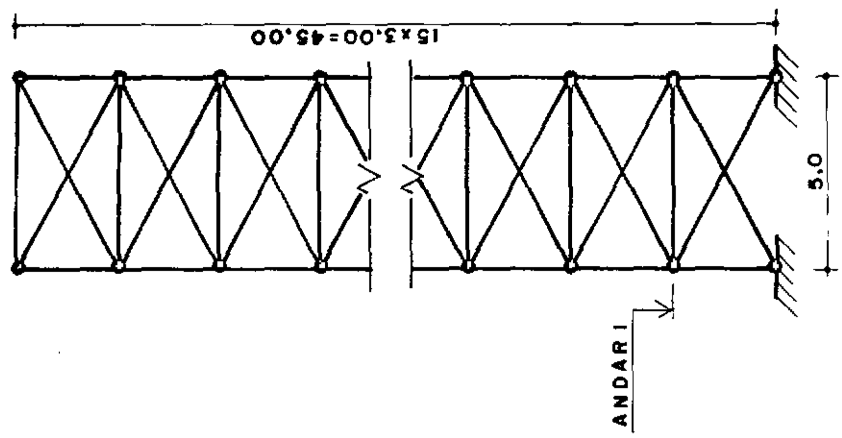


FIGURA IV. 17 EXEMPLO 3
DIAGONAL DUPLA

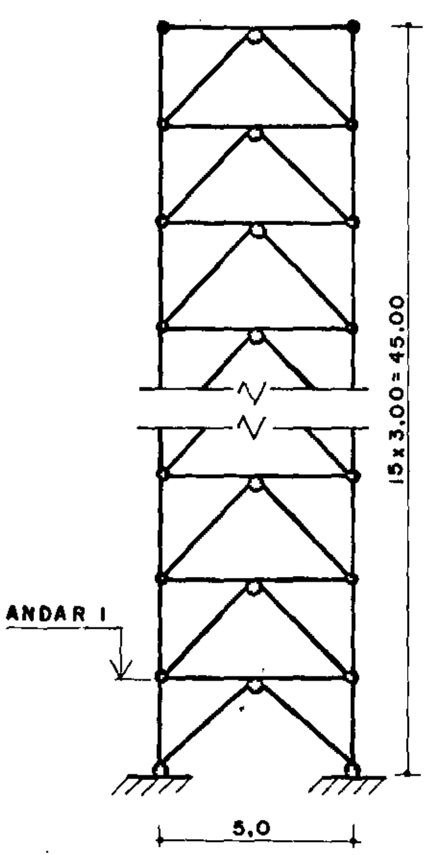


FIGURA IV. 18 EXEMPLO 4
CONTRAVENTAMENTO K

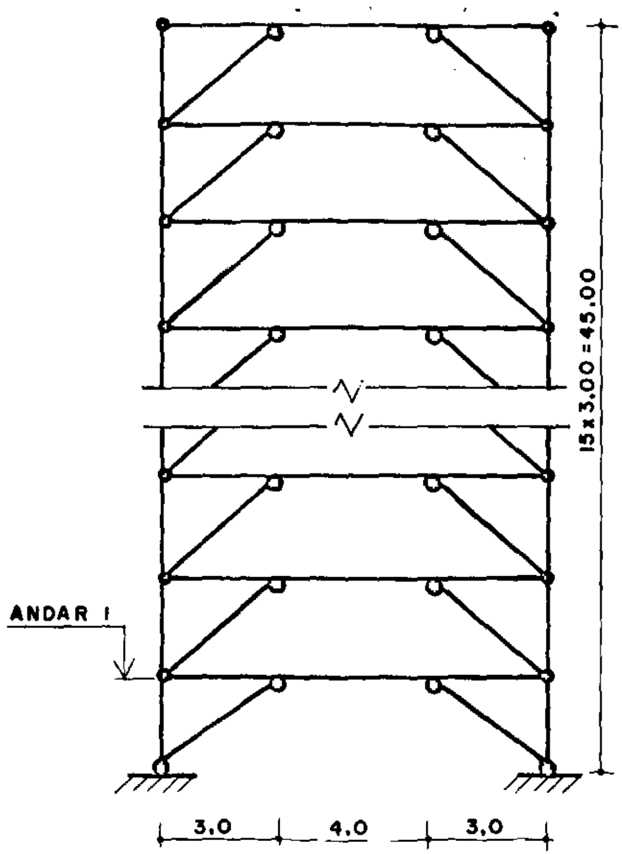


FIGURA IV. 19 EXEMPLO 5 MÃO FRANCESA

Os resultados obtidos, deslocamentos nos andares, estão apresentados em forma de gráfico, nas folhas seguintes, junto com valores exatos.

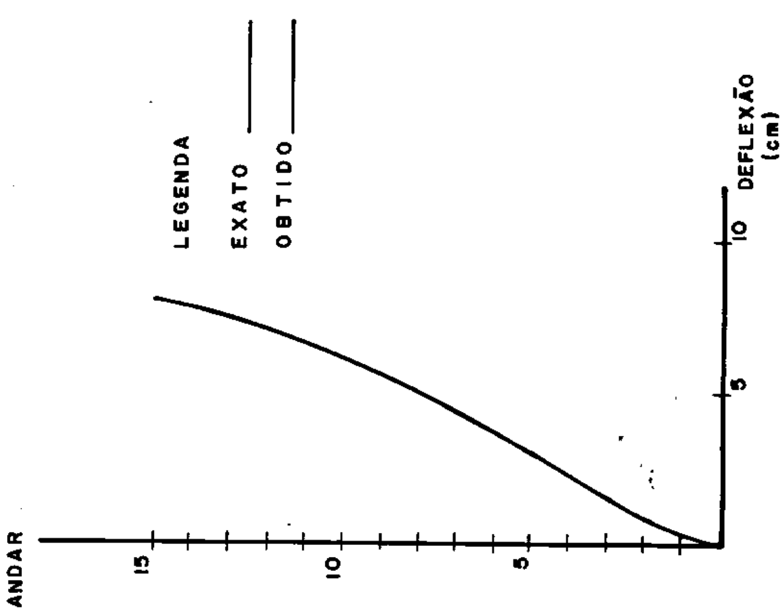


FIGURA IV.20 - EXEMPLO 1
DESLOCAMENTO DOS ANDARES

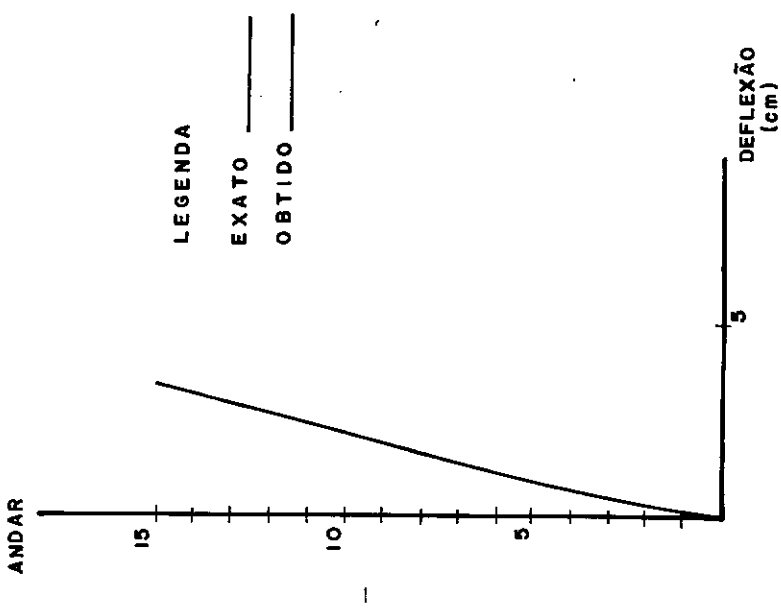


FIGURA IV.21 - EXEMPLO 2
DESLOCAMENTO DOS ANDARES

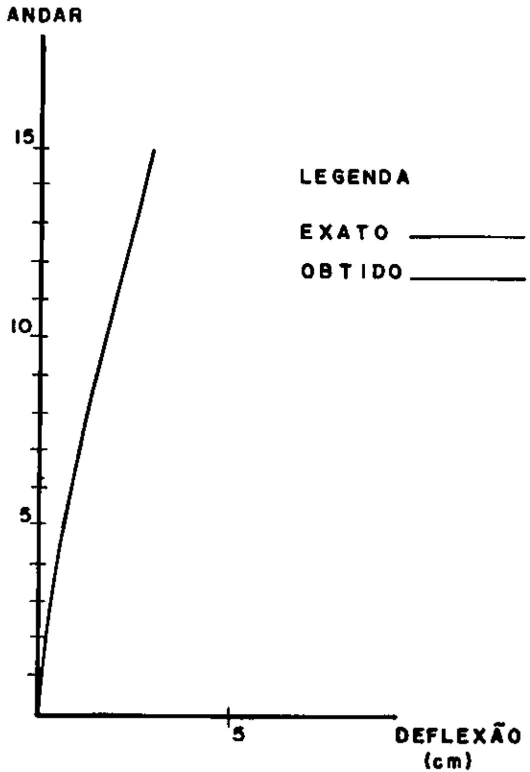


FIGURA IV.22 - EXEMPLO 3
DESLOCAMENTO DOS ANDARES

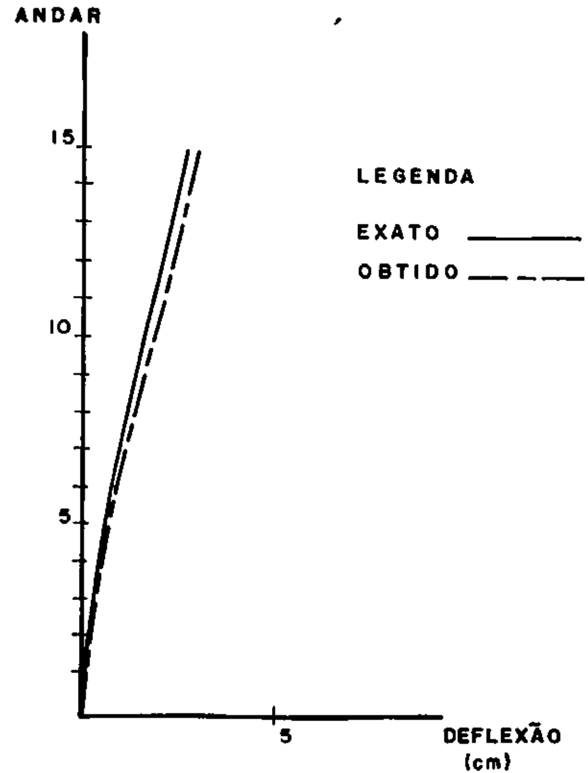


FIGURA IV.23 - EXEMPLO 4
DESLOCAMENTO DOS ANDARES

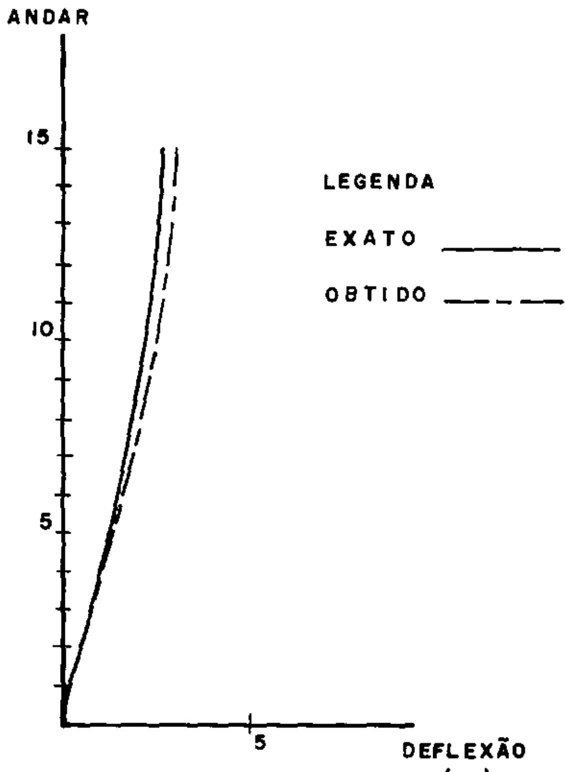


FIGURA IV.24 - EXEMPLO 5
DESLOCAMENTO DOS ANDARES

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES

Com os resultados obtidos nos exemplos pode-se concluir que ambos os métodos apresentados oferecem resultados bastantes satisfatórios, principalmente em se considerando que são métodos aproximados. Falta entretanto uma comparação direta entre os dois, para isto o quadro rígido mostrado na figura (IV.15) foi resolvido pelo método do professor V. Baikov, agora chamado de método 1, e comparado os resultados obtidos pelo método do professor Stafford Smith, chamado de método 2. Os resultados estão apresentados na figura (V.1) juntamente com os valores exatos das deflexões.

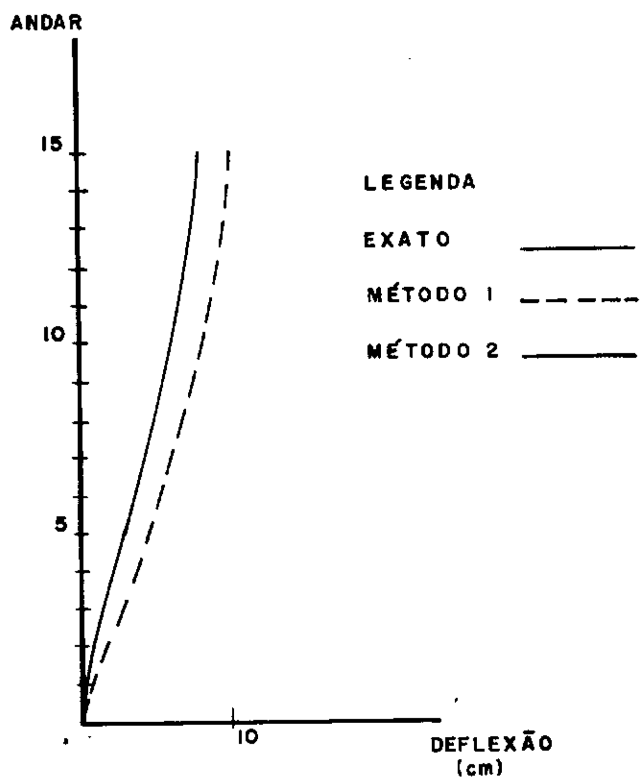


FIGURA V. 1 - COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

Observando a figura (V.1) vê-se que o método 2 apresenta valores melhores, pelo menos para estruturas com características semelhantes às da figura (IV.15).

No método 2, as expressões originais, fornecidas por STAFFORD SMITH e MARTIN KUSTER (5), para cálculo da rigidez cortante nos casos de "diagonal simples", contraventamento em "K" e "mão francesa" foram modificadas neste texto. As novas equações levam a resultados melhores do que as originariamente apresentadas.

Ambos os métodos apresentados constituem uma ferramenta muito útil para a análise do comportamento de edifícios elevados. Principalmente na fase de anteprojeto, ou quando da impossibilidade da aplicação de meios automáticos de cálculo, a utilização de qualquer dos dois métodos será uma boa alternativa. Com o programa DEFLEC (listado no apêndice A) a aplicação do método 2 é imediata.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

(1). PREZEMIENIECKI, J. S., "Theory of matrix structural analysis", MacGraw-Hill Book Company, 1968.

(2). BAIKOV, V. e SIGALOV E., "Reinforced concrete structures", Mir Publishers, 1981.

(3). MELLO NETO, R. CALIXTO, "Contribuição à classificação dos sistemas de contraventamento e métodos de análise em edifícios de andares múltiplos em aço", Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, 1987.

(4). TIMOSHENKO, S. e YOUNG, D. H., "Teoria das Estuturas", Editora Bertum Carneiro, 1947.

(5). STAFFORD SMITH, B., KUSTER, M. e HOENDERKAMP, J. C. D., "A generalized approach to the deflection analysis of braced frame, rigid frame and coupled wall structures", Canadian Journal of Civil Engineering, vol. 8, 1981.

(6). KUSTER, M., "A parameter study of tall buildings structures", MacGill University, 1978.

(7). SHUELLER, W., "High-rise building structures", A Wiley Interscience Publication, 1977.

(8). SORIANO, H. L., "Cálculo automático do efeito do vento em estruturas de edifícios", Tese de M. Sc., COPPE/UFRJ, 1971.

(9). SILVA, J. L., "Análise aproximada de edifícios altos em microcomputadores", Tese de M. Sc., COPPE/UFRJ, 1986.

(10). CAMARA Jr., V. F., "Análise dos esforços em edifícios altos", Tese de M. Sc., COPPE/UFRJ.

(11). STAMATO, M. C., "Distribuição das cargas de vento entre painéis de contraventamento", Publicação 131, São Carlos.

(12). SORIANO, H. L., "Análise dos esforços em estruturas de edifícios altos", Palestra apresentada no Clube de Engenharia do Rio Janeiro, 1983.

(13). BAIKOV, V. N., "Reinforced concrete structures - specialization course", Mir Publishers, 1978.

APENDICE A
Listagem do Programa DEFLEC

```
PROGRAM DEFLEC;
(*$u+*)
VAR
          folha,linha,
          numero_de_andares,
          tipo_de_contravento,
          kk                                          :INTEGER;
          h  (* altura_do_andar *),
          h0 (* altura total *),
          deflex,
          p  (* carga aplicada *),
          l  (* distancia entre colunas *),
          x,
          jg,
          j  (* momento de inercia das colunas *),
          ac (* area transversal da coluna *),
          i  (* momento de inercia da viga *),
          ad (* area tranversal de elemento
               de contraventamento *),
          elasticidade,
          ga (* rigidez cortante *),
          alfa,k (* parametro *),
          u  (* distancia u da mao francesa *),
          kx                                          :REAL;
          controle                                    :STRING[10];
          titulo                                      :STRING[50];

FUNCTION COSH(x:REAL):REAL;
BEGIN
 IF abs(x)>88 THEN x:=88*abs(x)/x;
 cosh:=(EXP(x)+EXP(-x))/2;
END;      (* fim cosh *)

FUNCTION SINH(x:REAL):REAL;
BEGIN
 IF abs(x)>88 THEN x:=88*abs(x)/x;
 sinh:=(EXP(x)-EXP(-x))/2;
END;      (* fim sinh *)

FUNCTION POTENCIA(y,x:REAL):REAL;
BEGIN
 IF y<0 THEN BEGIN
          WRITELN(lst,'Argumento Invalido p/a Funcao POTENCIA');
          WRITELN(lst,'FIM DO PROGRAMA');
          HALT;
               END;
IF y=0 THEN potencia:=0
ELSE potencia:=EXP(x*ln(y));
END;      (* fim potencia *)

PROCEDURE tela;
BEGIN
 ClrScr;
 FOR kk:=1 TO 79 DO WRITE('-');WRITELN;
```

```
 WRITE('!');
 WRITE(
'CALCULO DA DEFLEXAO LATERAL EM ELEMENTOS DE CONTRAVENTAMENTO'
:67);
 WRITELN('!':11);
 WRITE('!');
 WRITE('METODO DE STAFFFORD-SMITH / MARTIN KUSTER':57);
 WRITELN('!':21);
 FOR kk:=1 TO 79 DO WRITE('-');WRITELN;
END;

PROCEDURE INICIO;
BEGIN
 tela;
 GoToXY(10,12);WRITELN('Qual o Titulo do Problema ?');
 GoToXY(10,14);
 READLN(titulo);
END;      (* fim inicio *)


PROCEDURE cabecalho;
BEGIN
 WRITE(lst,chr(12));
 FOR kk:=1 TO 79 DO WRITE(lst,'-');WRITELN(lst);
 WRITE(lst,'!');
 WRITE(lst,
'CALCULO DA DEFLEXAO LATERAL EM ELEMENTOS DE CONTRAVENTAMENTO'
:67);
 WRITELN(lst,'!':11);
 WRITE(lst,'!');
 WRITE(lst,'METODO DE STAFFFORD-SMITH / MARTIN KUSTER':57,
 'folha ':16,folha:3);
 WRITELN(lst,'!':2);
 FOR kk:=1 TO 79 DO WRITE(lst,'-');WRITELN(lst);
END;

PROCEDURE menu;
BEGIN
 REPEAT
 BEGIN
  tela;
  GoToXY(5,6);
  WRITELN('Tipos de Contraventamento');
  GoToXY(5,7);
  WRITELN('----- -- ---------------');
  GoToXY(35,10);
  WRITELN('[1] - Quadro Rigido');
  GoToXY(35,11);
  WRITELN('[2] - Diagonal Simples');
  GoToXY(35,12);
  WRITELN('[3] - Diagonal Dupla');
  GoToXY(35,13);
  WRITELN('[4] - Contraventamento Em "K"');
  GoToXY(35,14);
  WRITELN('[5] - Contraventamento Em Mao Francesa');
  GoToXY(6,20);
  WRITE('Qual o Tipo ?   ');
  (*$i-*)
```

```
   READLN(tipo_de_contravento);
   IF NOT(IoreSult=0) THEN controle:='nok';
   (*$i+*)
   controle:='nok';
   FOR kk:= 1 TO 5 DO IF tipo_de_contravento=kk
   THEN controle:='ok';
   IF controle='nok'
      THEN BEGIN
            GoToXY(30,23);
            WRITELN('Tipo de contraventamento nao reconhecido');
            Delay(1500);
           END;
 END
 UNTIL controle='ok';
END;      (* fim menu *)

PROCEDURE quadro_rigido;
BEGIN
 REPEAT
 BEGIN
  tela;
  GoToXY(30,6);
  WRITELN('Quadro Rigido');
  (*$i-*)
  REPEAT
  BEGIN
   GoToXY(0,9);
   FOR kk:=1 to 79 DO WRITE(' ');WRITELN;
   GoToXY(0,9);
   WRITE('Momento de Inercia da Coluna        :  ');
   READLN(j);
  END
  UNTIL IoreSult=0;

  REPEAT
  BEGIN
   GoToXY(0,11);
   FOR kk:=1 to 79 DO WRITE(' ');WRITELN;
   GoToXY(0,11);
   WRITE('Area Transversal da Coluna          :  ');
   READLN(ac);
  END
  UNTIL IoreSult=0;

  REPEAT
  BEGIN
   GoToXY(0,13);
   FOR kk:=1 to 79 DO WRITE(' ');WRITELN;
   GoToXY(0,13);
   WRITE('Momento de Inercia da  Viga         :  ');
   READLN(i);
  END
  UNTIL IoreSult=0;

  GoToXY(20,20);WRITE('alguma correcao ? (s/n)    ');
  READLN(controle);
  IF controle='' THEN controle:='N';
  IF NOT((controle='n') OR (controle='N')) THEN controle:='S';
```

```
  controle:=UpCase(controle);
 END
 UNTIL controle='N';
 (*$i+*)
END;      (* fim quadro_rigido *)

PROCEDURE diagonal;
BEGIN
 REPEAT
 BEGIN
  tela;
  GoToXY(30,6);
  CASE tipo_de_contravento OF
  2:WRITELN('Diagonal Simples');
  3:WRITELN('Diagonal Dupla');
  4:WRITELN('Contraventamento em "K"');
  5:WRITELN('Mao Francesa');
  END;
  (*$i-*)

  REPEAT
  BEGIN
   GoToXY(0,9);
   FOR kk:=1 to 79 DO WRITE(' ');WRITELN;
   GoToXY(0,9);
   WRITE('Area Transversal da Coluna          :  ');
   READLN(ac);
  END
  UNTIL IoreSult=0;

  REPEAT
  BEGIN
   GoToXY(0,11);
   FOR kk:=1 to 79 DO WRITE(' ');WRITELN;
   GoToXY(0,11);
   WRITE('Area Tranversal do Contraventamento:  ');
   READLN(ad);
   j:=0.001*ac*l*l/2
  END
  UNTIL IoreSult=0;

  IF tipo_de_contravento=5
     THEN BEGIN

           REPEAT
            BEGIN
             GoToXY(0,13);
             FOR kk:=1 to 79 DO WRITE(' ');WRITELN;
             GoToXY(0,13);
             WRITE('Momento de Inercia da Viga          :  ');
             READLN(i);
            END
            UNTIL IoreSult=0;


           REPEAT
           BEGIN
            GoToXY(0,15);
```

```
            FOR kk:=1 TO 79 DO WRITE(' ');WRITELN;
            GoToXY(0,15);
            WRITE('Distancia u                        :  ');
            READLN(u);
           END
           UNTIL IoreSult=0;
          END;

   GoToXY(20,20);WRITE('alguma correcao ? (s/n)     ');
   READLN(controle);
   IF controle='' THEN controle:='N';
   IF NOT((controle='n') OR (controle='N')) THEN controle:='S';
   controle:=UpCase(controle);
  END
  UNTIL controle='N';
  (*$i+*)
 END;      (* fim diagonal_simples *)

 PROCEDURE leitura_dos_dados;
 BEGIN
  REPEAT
  BEGIN
   (*$i-*)
   REPEAT
   BEGIN
    tela;
    GoToXY(0,6);WRITE('Modulo de Elasticidade do Material :  ');
    READLN(elasticidade);
   END
   UNTIL IoreSult=0;

   REPEAT
   BEGIN
    GoToXY(0,8);FOR kk:=1 TO 79 DO WRITE(' ');WRITELN;
    GoToXY(0,8);WRITE('Numero de Andares                  :  ');
    READLN(numero_de_andares);
   END
   UNTIL IoreSult=0;

   REPEAT
   BEGIN
    GoToXY(0,10);FOR kk:=1 TO 79 DO WRITE(' ');WRITELN;
    GoToXY(0,10);WRITE('Altura do Andar                   :  ');
    READLN(h);
   END
   UNTIL IoreSult=0;

   REPEAT
   BEGIN
    GoToXY(0,12);FOR kk:=1 TO 79 DO WRITE(' ');WRITELN;
    GoToXY(0,12);WRITE('Distancia Entre Colunas           :  ');
    READLN(l);
   END
   UNTIL IoreSult=0;

   REPEAT
   BEGIN
    GoToXY(0,14);FOR kk:=1 TO 79 DO WRITE(' ');WRITELN;
```

```
    GoToXY(0,14);WRITE('Carga Lateral                          :  ');
    READLN(p);
   END
   UNTIL IoreSult=0;

   (*$i+*)
   GoToXY(20,20);WRITE('alguma correcao ? (s/n)     ');
   READLN(controle);
   IF controle='' THEN controle:='N';
   IF NOT((controle='n') OR (controle='N')) THEN controle:='S';
   controle:=UpCase(controle);
  END
  UNTIL controle='N';
  IF tipo_de_contravento=1 THEN quadro_rigido;
  IF tipo_de_contravento>1 THEN diagonal;
 END;    (* fim leitura_de_dados *)

 PROCEDURE PARAMETROS;
 BEGIN
  CASE tipo_de_contravento OF
  1: ga:=12*elasticidade/h/(h/j/2+l/i);
  2: ga:=h*l*l*elasticidade/(h*h*h/ac+potencia(l*l+h*h,1.5)/ad);
  3: ga:=2*h*l*l*elasticidade/(h*h*h/ac+
         potencia(l*l+h*h,1.5)/ad);
  4: ga:=h*l*l*ad*elasticidade/2/(potencia(l*l/4+h*h,1.5));
  5: ga:=2*h*elasticidade/(h*h*potencia(l-2*u,2)/6/i/l+
         h*h*h*potencia(l-2*u,2)/
     u/u/ac/l/l+potencia(u*u+h*h,1.5)/u/u/ad);
  END;
  IF tipo_de_contravento=1
                       THEN BEGIN
                             k:=1+4*ac*j/ac/ac/l/l;
                             alfa:=ga/elasticidade/2/j;
                             jg:=2*j*k/(k-1);
                            END
                       ELSE BEGIN
                             k:=1+2*ac*j/ac/ac/l/l;
                             alfa:=ga/elasticidade/j;
                             jg:=j*k/(k-1);
                            END;
  alfa:=sqrt(alfa);
  k:=sqrt(k);
 END;      (* fim parametros *)

 PROCEDURE IMPRIME_DADOS;
 BEGIN
  REPEAT
  BEGIN
   tela;
   GoToXY(10,12);
   WRITE('A Impressora Esta Pronta ? (s/n) ');
   READLN(controle);
   IF controle='' THEN controle:='S';
   IF NOT((controle='S') OR (controle='s'))THEN controle:='N';
   controle:=Upcase(controle);
  END
  UNTIL controle='S';
  folha:=1;
```

```
cabecalho;
FOR kk:=1 TO 5 DO WRITELN(lst);
WRITELN(lst,'Titulo : ',titulo);
FOR kk:=1 TO 5 DO WRITELN(lst);
WRITELN(lst,'Dados Gerais do Problema':52);
FOR kk:=1 TO 5 DO WRITELN(lst);
WRITELN(lst,'Modulo de Elasticidade do material     : ',
             elasticidade:10);
WRITELN(lst);
WRITE(lst,'Tipo de Contraventamento               : ');
CASE tipo_de_contravento OF
1: WRITELN(lst,'Quadro Rigido');
2: WRITELN(lst,'Diagonal Simples');
3: WRITELN(lst,'Diagonal Dupla');
4: WRITELN(lst,'Contraventamento em K');
5: WRITELN(lst,'Mao Francesa');
END;
WRITELN(lst);;
WRITELN(lst,'Altura do Andar                        : ',
             h:10:2);
WRITELN(lst);
WRITELN(lst,'Numero de Andares                      : ',
             numero_de_andares:10);
WRITELN(lst);
WRITELN(lst,'Altura Total                           : ',
             h*numero_de_andares:10:2);
WRITELN(lst);
WRITELN(lst,'Distancia Entre Colunas                : ',
             l:10:2);
WRITELN(lst);
IF NOT(tipo_de_contravento=1)
    THEN BEGIN
          WRITELN(lst,
                  'Area Transversal do Contraventamento  : ',
                  ad:10:5);
          WRITELN(lst);
         END;
WRITELN(lst,'Area Transversal da Coluna             : ',
            ac:10:5);
WRITELN(lst);
IF tipo_de_contravento=1
      THEN BEGIN
            WRITELN(lst,
                    'Momento de Inercia da Coluna           : ',
                    j:10:5);
            WRITELN(lst);
            WRITELN(lst,
                    'Momento de Inercia da Viga             : ',
                    i:10:5);
            WRITELN(lst);
           END;
IF tipo_de_contravento=5
      THEN BEGIN
            WRITELN(lst,
                    'Momento de Inercia da viga             : ',
                    i:10:5);
            WRITELN(lst);
            WRITELN(lst,
```

```
                    'Distancia u                                : ',
                    u:10:2);
             WRITELN(lst);
            END;
 WRITELN(lst,'Carga Lateral                           : ',
             p:10:2);
 folha:=folha+1;
END;      (* fim imprime_dados *)

PROCEDURE DEFLEXAO;
BEGIN
 h0:=h*numero_de_andares;
 IF NOT(sinh(k*alfa*h0)>(1e35/(k*alfa*h0)))
 THEN BEGIN
       deflex:=cosh(k*alfa*(h0-x))-1-
               k*alfa*h0*(sinh(k*alfa*h0)-sinh(k*alfa*x));
       deflex:= deflex/potencia(k*alfa*h0,4)/cosh(k*alfa*h0);
      END
 ELSE deflex:=0;
 deflex:=(deflex+(1-x*x/h0/h0)/2/(k*k*alfa*alfa*h0*h0))/
        (k*k-1);
 deflex:=deflex+0.125-x/h0/6+potencia(x/h0,4)/24;
 deflex:=deflex*p*potencia(h0,4)/elasticidade/jg;
END;      (* fim deflexao *)

PROCEDURE ROTULO;
BEGIN
 FOR kk:=1 TO 4 DO WRITELN(lst);
 linha:=8;
 WRITELN(lst,'RESULTADOS':43);
 WRITELN(lst);
 WRITELN(lst);
 WRITELN(lst,
      '------------------------------------------------------------':62);
 WRITELN(lst,
      '!  distancia ao topo    !      deslocamento     !':62);
 WRITELN(lst,
      '------------------------------------------------------------':62);
 WRITELN(lst,
      '!                       !                       !':62);
 linha:=linha+7;
END;

PROCEDURE RESULTADOS;
BEGIN
 cabecalho;
 rotulo;
 h0:=h*numero_de_andares;
 x:=0;
 FOR kk:=1 TO numero_de_andares+1 DO
          BEGIN
           IF linha>55
     THEN BEGIN
          WRITELN(lst,
     '------------------------------------------------------------':62);
          cabecalho;
          rotulo;
         END;
```

```
          WRITE(lst,'!':14,x:14:2,'!':10);
          deflexao;
          WRITELN(lst,deflex:15:5,'!':9);
          x:=x+h;
          linha:=linha+1;
          END;
 WRITELN(lst,
    '--------------------------------------------------':62);
 WRITELN(lst);
 WRITELN(lst,'FIM DO PROGRAMA');
 WRITE(lst,chr(12));
END;     (* fim resultados *)

(* programa principal *)
BEGIN
 inicio;
 menu;
 leitura_dos_dados;
 parametros;
 imprime_dados;
 resultados;
 WRITELN('FIM DO PROGRAMA');
END.
```