

ANÁLISE, DIMENSIONAMENTO, DETALHAMENTO E DESENHO  
DE ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS DE CONCRETO ARMADO  
POR MICROCOMPUTADORES

JOÃO PAULO DE BARROS LEITE

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS  
DE PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO  
RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A  
OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Aprovada por :



---

Prof. Humberto Lima Soriano, D.Sc.

(PRESIDENTE)



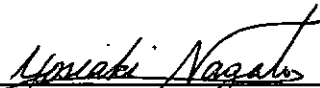
---

Prof. Nelson Szilard Galgoul, Dr. Ing.



---

Prof. Ibrahim Abd El Malik Shehata, Ph.D.



---

Prof. Yosiaki Nagato, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JULHO DE 1990

**LEITE, JOÃO PAULO DE BARROS**

Análise, Dimensionamento, Detalhamento e  
Desenho de Estruturas de Edifícios de Concreto  
Armado, por Microcomputadores [Rio de Janeiro]  
1990

xxiii, 254 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc,  
Engenharia Civil, 1990.

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro,  
COPPE

1. Análise de Estruturas
2. Dimensionamento de Concreto Armado
3. Detalhamento e Desenho de Concreto Armado

I COPPE/UFRJ

II Título (série)

Ao meu Deus,  
por guiar meu caminho e me  
dar forças para alcançar  
mais este objetivo.

AGRADECIMENTOS

Ao prof. Nelson pela valiosa orientação e amizade recebidas.

Ao prof. Humberto pelo incentivo ao tema.

Aos professores e colegas da COPPE pelos ensinamentos ministrados e amizade demonstrada.

Aos meus pais pela dedicação e incentivo recebidos.

Ao sr. Djalma pela caprichosa datilografia.

Resumo da Tese apresentada a COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Ciências (M. Sc.)

ANÁLISE, DIMENSIONAMENTO, DETALHAMENTO E DESENHO  
DE ESTRUTURAS DE EDIFÍCIOS DE CONCRETO ARMADO  
POR MICROCOMPUTADORES

JOÃO PAULO DE BARROS LEITE

Julho de 1990

Orientador : Nelson Szilard Galgoul

Programa : Engenharia Civil/Estruturas

Este trabalho aborda a análise, o dimensionamento, o detalhamento e o desenho de estruturas de concreto armado, através de microcomputadores. Baseado no trabalho de Menezes [25], foi desenvolvido um sistema específico, em linguagem FORTRAN 77, onde os pavimentos do edifício são tratados como grelhas. Os pilares da estrutura funcionam como apoios elásticos à rotação.

Para a execução dos desenhos foram utilizadas rotinas gráficas do sistema PLOT88, com opções de saída para impressora, plotter e tela de vídeo.

O sistema é composto de duas partes. A primeira trata da análise e do dimensionamento de estruturas tendo como dados de entrada as características geométricas, topológicas e de carregamento do edifício, bem como as propriedades dos materiais. A segunda parte trata do detalhamento e desenho das vigas, e tem como dados de entrada as características da unidade de saída e, quando for o caso, as alterações desejadas na armadura.

Foram utilizadas as recomendações da NBR-6118, na formulação referente ao concreto armado.

Abstract of the Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M. Sc.).

ANALYSIS, DESIGN, DETAILING AND DRAWING OF REINFORCED  
CONCRETE MULTISTORY BUILDING BY DESK-COMPUTERS

JOÃO PAULO DE BARROS LEITE

July, 1990

Thesis Supervisor : Nelson Szilard Galgoul  
Department : Civil Engineering/Structures

The analysis, design, detailing and drawing of reinforced concrete multistory buildings by desk-computers are the main objectives of this work. A FORTRAN 77 language specific system based on the work of Menezes [25] was developed, where the floors are considered as grids supported on the columns and with elastic springs for rotation in both directions.

Drawings are obtained using Microsoft Grafic Library (PLOT88), with the output device options being the printer, plotter or screen.

The system is composed of two parts. The first performs the analysis and the design of the structures. The data input for this part are the geometrical, topological and loading characteristics of the building as well as the material properties. The second part deals with the detailing and drawing of the beams. Here the data input are the output device characteristics and, when it is the case, the wanted alterations in the reinforcement.

The design and detailing of the structures are based on the NBR-6118 recommendations



## ÍNDICE

I	- INTRODUÇÃO	1
II	- CONCEITOS GERAIS	5
	2.1 Introdução	5
	2.2 Método de análise	5
	2.3 Esquema geral do método dos deslocamentos	8
III	- MATRIZ DE RIGIDEZ	11
	3.1 Elemento de grelha	11
	3.1.1 Matriz de rigidez do elemento	13
	3.2 Matriz de rigidez da estrutura	14
	3.2.1 Sistemas de referência	14
	3.2.2 Matriz de rotação	15
	3.2.3 Montagem da matriz de rigidez da estrutura	17
	3.3 Apoios elásticos	21
	3.4 Excentricidade dos elementos	23
	3.4.1 Sistema de referência do pilar	23
	3.4.2 Matriz de transformação do elemento	25
IV	- VETOR DE CARREGAMENTO	31
	4.1 Carga distribuída	31
	4.1.1 Vertical uniforme	31

4.1.2	Torção uniforme	34
4.2	Carga concentrada	35
V	- RESOLUÇÃO DO SISTEMA	38
5.1	Matriz de rigidez em blocos	38
5.2	Triangularização da matriz de rigidez	40
5.3	Cálculo dos deslocamentos	40
5.4	Esforços na estrutura	41
VI	- HIPÓTESES ADOTADAS PARA O CONCRETO E AÇO	45
6.1	Hipóteses de cálculo	45
6.2	Diagramas de tensão-deformação dos materiais	48
6.2.1	Concreto	49
6.2.2	Aço	51
VII	- VIGAS	55
7.1	Solicitações produtoras de tensões normais	55
7.1.1	Dimensionamento com armadura simples	56
7.1.2	Dimensionamento com armadura dupla	67
7.1.3	Dimensionamento econômico	70
7.1.4	mecanismo de cálculo do programa	77
7.2	Solicitações tangenciais	79
7.2.1	Cisalhamento	79
7.2.2	Torção	95
VIII	- LAJES	105
8.1	Reações nas vigas	105

8.2	Momentos nas lajes	108
8.2.1	Armadas em uma direção	108
8.2.2	Armadas em cruz	111
8.3	Dimensionamento	114
IX	- PILARES	117
9.1	Flexão composta reta	117
9.2	Flambagem na flexão reta	118
9.3	Dimensionamento na flexão reta	125
9.4	Flexão composta oblíqua	136
9.5	Flambagem na flexão oblíqua	144
9.6	Dimensionamento à flexão oblíqua	146
X	- DETALHAMENTO DAS ARMADURAS	147
10.1	Vigas	147
10.1.1	Escolha das armaduras	147
10.1.2	Armadura de pele (costelas)	149
10.1.3	Armadura de suspensão	151
10.1.4	Armadura de montagem	152
10.1.5	Armadura de compressão	152
10.1.6	Ancoragens	154
10.1.7	Emendas	160
10.1.8	Decalagem	161
XI	- PROGRAMAS AUTOMÁTICOS	163
11.1	Apresentação	163
11.2	Sub-rotinas do programa ADEECA	163
11.3	Estrutura dos dados de entrada	171
11.4	Índices de controle do programa ADEECA	175

11.5	Diagrama da recepção dos dados de entrada (ADEECA)	177
11.6	Deteção de erros nos dados de entrada (ADEECA)	179
11.7	Fluxograma simplificado do programa ADEECA	181
11.8	Sub-rotinas do programa DDEECA	190
11.9	Sub-rotinas do PLOT88	193
11.10	Estrutura de dados de DDEECA	196
11.11	Fluxograma simplificado do programa DDEECA	197
XII	- RESULTADOS E CONCLUSÕES	200
12.1	Descrição do exemplo	200
12.2	Descrição dos dados de entrada	204
12.2.1	Dados do programa ADEECA	204
12.2.2	Dados do programa DDEECA	205
12.3	Descrição dos dados de saída	205
12.3.1	Dados do programa ADEECA	205
12.3.2	Dados do programa DDEECA	206
12.4	Comparação dos resultados	206
12.5	Conclusões	207
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	209
	APÊNDICE A	216
	APÊNDICE B	238
	APÊNDICE C	243
	APÊNDICE D	247

## NOTAÇÕES

### a) ANÁLISE MATRICIAL :

$| \quad |$             matriz

$\{ \quad \}$             vetor

$| \quad |^{-1}$             matriz inversa

$| \quad |^T$             matriz transposta

$\{ A \}$             vetor de cargas

$\{ A_{NL} \}_i^*$             ações de engastamento perfeito do elemento i

$\{ A_K \}_i$             ações no elemento i no sistema de referência local

$\{ A_J \}_i$             ações no elemento i no sistema de referência global

$\{ A_P \}_i$             esforços nos pontos nodais do elemento i

$\{ D \}$	vetor de deslocamentos
$\{ D_J \}_i$	deslocamentos do elemento $i$ no sistema de referência global
$\{ D_M \}_i$	deslocamentos do elemento $i$ no sistema de referência local
$  S  $	matriz de rigidez
$  S_J  $	matriz de rigidez da estrutura
$  S_M  _i$	matriz de rigidez do elemento $i$
$  S_{MD}  _i$	matriz de rigidez do elemento $i$ no sistema de referência global
$  R  _i$	matriz de rotação do elemento $i$
$  T_I   ,   T_S  $	matrizes triangular inferior e superior, respectivamente
$  T_V  _i$	matriz de transformação do elemento $i$
$I$	momento de inércia
$I_T$	momento de inércia à torção ( $\gamma_t \cdot I_x$ )

$a_x, a_y$  excentricidades na extremidade a de uma barra, dadas no sistema de referência do pilar

$ag_x, ag_y$  idem, no sistema de referência global

$a_m_x, a_m_y$  idem, no sistema de referência local

(SR) coeficientes elásticos dos pilares

**SISTEMAS DE REFERÊNCIAS :**

$X, Y, Z$  global ou da grelhas

$x_M, y_M, z_M$  local ou do elemento

$x_p, y_p, z_p$  do pilar

**CONCRETO ARMADO :**

$a_\ell$  decalagem do diagrama de momentos

$b$ ou $b_w$	dimensão da base da peça
$b_s$	distância entre as armaduras de canto longitudinais, paralela a $b$
$d$ ou $d_1$	altura útil da seção
$d_2$	distância do eixo da armadura ao bordo mais próximo
$e$	valor da excentricidade
$e_a$	excentricidade construtiva
$e_b, e_h$	excentricidades do ponto de aplicação
$e_b, e_h$	idem
$e_o$	excentricidade inicial
$e_2$	excentricidade devida ao efeito de 2ª ordem
$e_{tot}$	excentricidade total
$f$	resistências dos materiais
$f_{cd}$	resistência de cálculo do concreto



$f_{ck}$	resistência característica do concreto
$f_{cj}$	resistência média do concreto compressão, prevista para a idade $j$
$f_{yk}$	resistência característica do aço
$f_{yd}$	resistência de cálculo do aço
$h$	altura da seção da peça
$h_s$	distância entre as armaduras de canto longitudinais, paralela a $h$
$l_e$	comprimento de flambagem
$l_x, l_y$	vãos de uma laje
$p_h, p_b$	percentagens de armaduras dos pilares
$q$	carregamento linear distribuído
$z$	braço de alavanca da resultante de forças
$A$	área da seção

$A_c$	área da seção de concreto
$A_{cnc}$	área da seção de concreto teoricamente necessária
$A_c$	área do contorno tracada a meia espessura da parede
$A_s$	área de armadura
$A_{s1}$	área de armadura de tração
$A_{s2}$	área de armadura de compressão
$A_{sw}$	área de armadura de cisalhamento
$E$	módulo de elasticidade ou módulo de deformação logitudinal dos materias
$E_c$	módulo de deformação logitudinal do concreto
$E_s$	módulo de deformacao longitudinal do aço
$G_c$	módulo de deformação transversal do concreto

$M$ ou $M_k$	momento característico em uma seção da peça
$M_c$	momento absorvido pelo concreto
$M_d$	momento de cálculo ( $\gamma_f.M$ )
$M_s$	momento absorvido pela armadura
$M_u$	momento resistente máximo da seção
$M_{xd}$ , $M_{yd}$	momentos de cálculo (caso de flexão oblíqua)
$M_{2d}$	momento de cálculo de segunda ordem
$N$	esforço normal em uma seção da peça
$N_c$	esforço normal absorvido pelo concreto
$N_d$	esforço normal de cálculo ( $\gamma_f.N.$ )
$N_s$	esforço normal absorvido pela armadura
$N_u$	esforço normal resistente máximo da seção
$R$	resultante da força

$R_c$	resultante das forças de compressão
$R_t$	resultante das forças de tração
$R_{cc}$	resultante das forças de compressão no concreto
$R_{sc}$	resultante das forças de compressão no aço
$R_{st}$	resultante das forças de tração no aço
$T$	momento torsor em uma seção da peça
$T_d$	momento torsor de cálculo ( $\gamma_f \cdot T$ )
$V$	esforço cortante de uma seção da peça
$V_c$	esforço cortante absorvido pelo concreto
$V_d$	esforço cortante de cálculo ( $\gamma_f \cdot V$ )
$V_s$	esforço cortante absorvido pela armadura
$\gamma$	coeficientes dimensionais

$\gamma_c$	coeficiente de minoração da resistência do concreto
$\gamma_f$	coeficiente de majoração das solicitações
$\gamma_n$	coeficiente de comportamento
$\gamma_s$	coeficiente de minoração da resistência do aço
$\gamma_t$	coeficiente de minoração da inércia à torção
$\epsilon$	deformação relativa
$\epsilon_{c_1}, \epsilon_{c_2}$	deformação nas fibras mais e menos comprimidas da seção, respectivamente
$\epsilon_s, \epsilon'_s$	deformação nas fibras nas alturas das armaduras de tração e compressão, respectivamente
$\epsilon_{s_1}, \epsilon_{s_2}$	deformação nas fibras nas alturas das armaduras de tração e compressão, respectivamente

$\epsilon_{yd}$	deformação correspondente ao início do escoamento real ou convencional no aço
$\eta$	valor de correção da teoria clássica de Mörsch
$\nu$	distância de uma fibra genérica à linha neutra
$\rho$	taxa geométrica de armadura ( $A_s/A_c$ )
$\rho_{wu}$	taxa geométrica de armadura a esforço cortante
$\rho_{wh}$	taxa geométrica de armadura a esforço cortante calculada segunda a teoria clássica de Mörsch
$\rho_{wmin}$	taxa geométrica mínima de armadura a esforço cortante
$\sigma$	tensões nos materiais devidas às solicitações normais
$\sigma_c$	tensão no concreto

$\sigma_s, \sigma'_s$	tensões nas armaduras de tração e compressão, respectivamente
$\tau$	tensões nos materiais devidas às solicitações tangenciais
$\tau_{wcd}$	tensões no concreto devidas ao esforço cortante de cálculo
$\tau_{wud}$	tensões de cisalhamento máxima
$\tau_{td}$	tensões no concreto devidas ao esforço de torção de cálculo
$\tau_{tud}$	tensões máxima resistente
$\Delta h$	recobrimento da armadura

## CAPÍTULO I

## INTRODUÇÃO

A resolução de problemas técnicos sempre gira em torno de três variáveis : segurança, rapidez e economia. Os progressos na área de informática, nos últimos anos, tornaram o cálculo estrutural por microcomputador a solução otimizada para projetos estruturais, devido à sua grande segurança, rapidez e custos relativamente reduzidos.

Cada vez mais aproxima-se a idealização estrutural real. Assim como, usava-se métodos numéricos de cálculo para resolução de vigas contínuas (método de Cross), passou-se a utilizar programas automáticos de cálculo de estruturas planas e espaciais.

Esses trabalhos, contudo paravam, na sua maioria no cálculo dos esforços nos elementos. Em, se tratando de elementos de concreto armado, quando desciam até o dimensionamento e detalhamento das respectivas armaduras, o faziam analisando os elementos independentemente.

Neste trabalho, procurou-se unir em dois programas automáticos, o cálculo, o dimensionamento, o detalhamento e o desenho de peças de concreto armado, onde, dadas as características de um edifício, se possa ter as armaduras



das lajes, vigas e pilares devidamente solucionadas. Contudo, no que tange ao detalhamento e desenho este trabalho se restringe apenas às vigas.

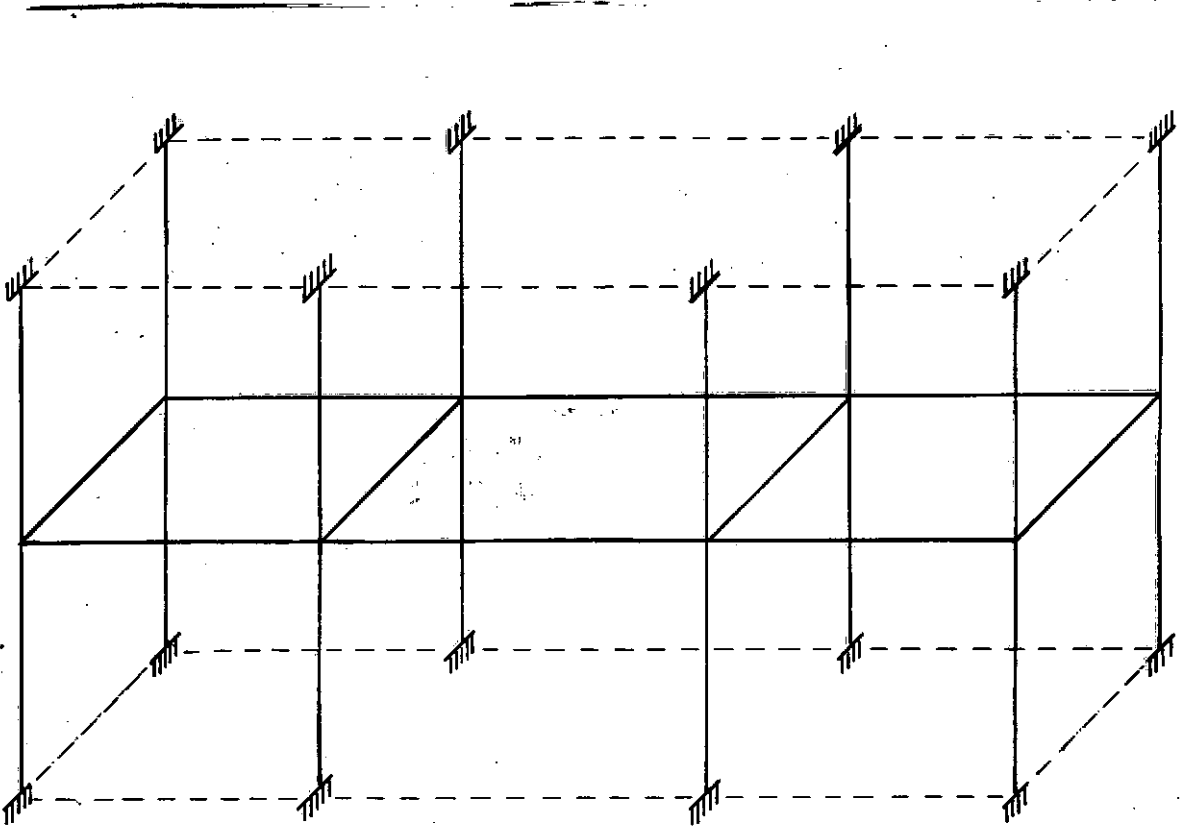
O edifício em análise foi idealizado como uma estrutura onde o conjunto de vigas de cada pavimento funciona como uma grelha e seus apoios (pilares) são considerados elásticos nas direções dos graus de liberdade da estrutura, exceto naquela normal ao plano do pavimento.

O uso de grelha para análise estrutural de edifício, proporciona um resultado mais preciso do que pelos métodos tradicionais de discretização da estrutura em diversas vigas contínuas e/ou isostáticas.

A idealização de grelhas para os propósitos deste trabalho - dimensionamento de edifícios de concreto armado, submetidos basicamente a carregamentos verticais - é plenamente satisfatória, e até mais adequada que a de pórtico espacial por levar em conta o efeito incremental construtivo. Além do que se pode tirar partido dos chamados pavimentos tipo, trazendo uma simplificação nos cálculos que não seria conseguida se fosse utilizada uma análise tridimensional.

Quando da introdução de apoios elásticos, chega-se a resultados que podem ser classificados como um meio termo entre os obtidos com uma grelha simples e aqueles

conseguidos através da análise por pórticos espaciais. Na figura 1.1 tem-se uma visualização do tipo de estrutura considerada, na análise de edifícios, neste trabalho.



**Figura 1.1 - Esquema do modelo estrutural utilizado**

Este trabalho foi dividido em quatro partes. Na primeira estão assentadas as bases teóricas para resolução matricial de uma estrutura em grelhas sobre apoios elásticos (capítulos I a V). A esta seguem as considerações a respeito

dos materiais empregados (concreto e aço) na constituição dos elementos estruturais, bem como o dimensionamento destas peças, tudo à luz das recomendações da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).

Os capítulos X à XII, constituem a quarta e última parte onde são abordados os programas ADEECA (Análise e Dimensionamento de Estruturas de Edifícios de Concreto Armado) e DDEECA (Detalhamento e Desenho de Estruturas de Edifícios de Concreto Armado).

A abordagem dos conteúdos foi conduzida de maneira objetiva e sucinta. Não se teve aqui a pretensão de esgotar os conteúdos, mas apresentá-los de forma prática e clara para a compreensão dos mecanismos utilizados pelos programas.

## C A P Í T U L O   I I

### CONCEITOS GERAIS

#### 2.1 INTRODUÇÃO

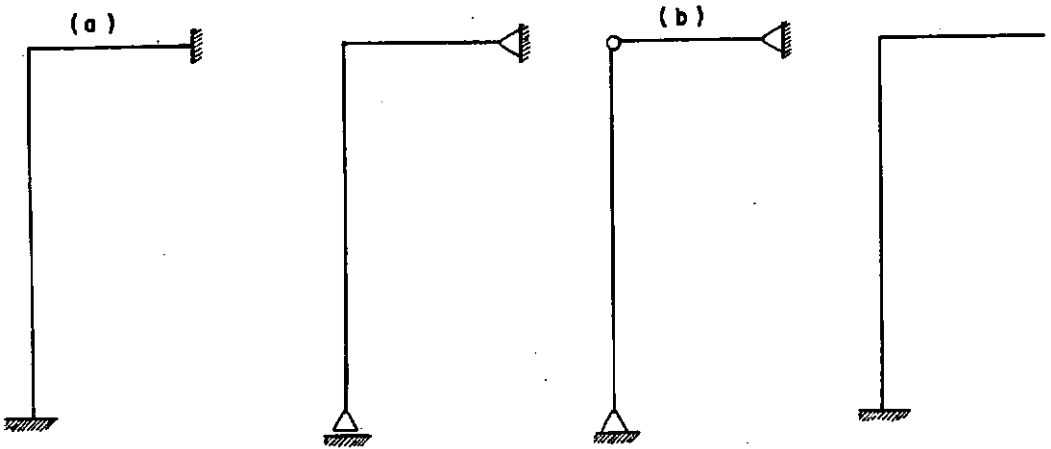
Quando da análise de estruturas, onde uma discretização em elementos é possível, o cálculo matricial encontra um vasto emprego.

Ao processo matricial de análise de estruturas reticuladas, estão ligados dois métodos : o das forças (flexibilidade) e dos deslocamentos (rigidez).

Qualquer dos dois métodos acima enumerados pode ser utilizado , quando da resolução de estruturas correntes de edifícios, pois, uma discretização destas estruturas em elementos de barras sempre é possível.

#### 2.2 MÉTODO DE ANÁLISE

Tanto o método das forças como o dos deslocamentos, estão baseados no princípio da superposição dos efeitos.

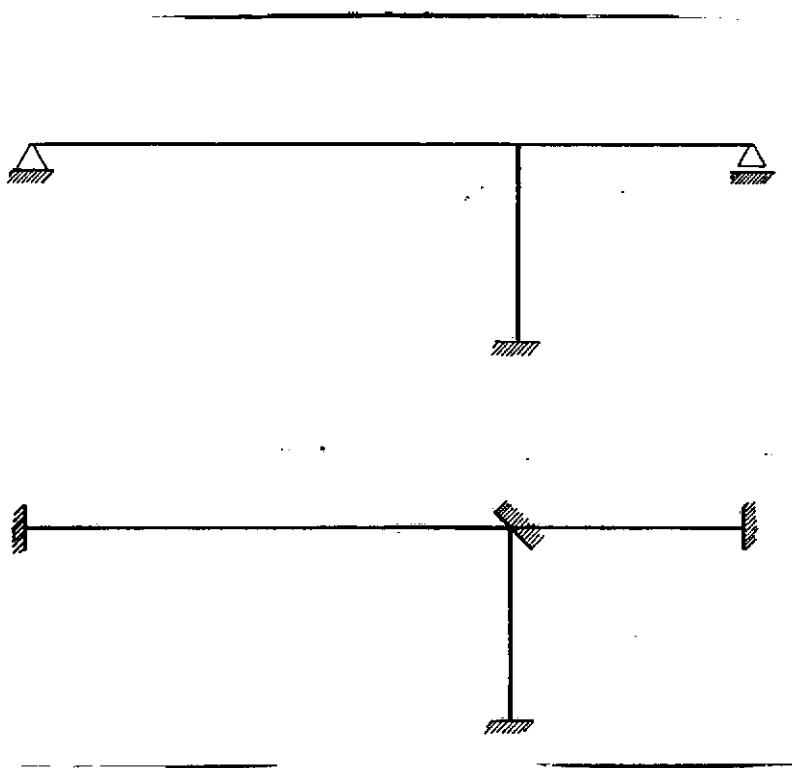


**Figura 2.1 - Estrutura real e três sistemas isostáticos possíveis**

No método das forças, a determinação dos esforços na estrutura é feita idealizando-se, sobre a estrutura hiperestática original, um sistema isostático e procurando-se, através da compatibilidade de deslocamentos, a reconstituição da estrutura original.

No caso de estruturas de baixo grau de hiperestaticidade (Fig. 2.1a), é fácil a determinação de sistemas isostáticos possíveis (Fig. 2.1b). Porém esta escolha se torna tanto mais vaga, quanto mais complexa for a estrutura em análise, não sendo possível estabelecer uma sistemática geral para determinação automática desse sistema isostático. Diante disto, é impraticável o uso deste método

quando se deseja fazer uma análise através de computadores.



**Figura 2.2 - Estrutura original e estrutura de nós engastados**

O método dos deslocamentos, ao contrário do método das forças, não mais utiliza uma estrutura isostática, mas sim um sistema, onde os nós da estrutura original são substituídos por engastes totais (Fig. 2.2). Percebe-se, que o sistema associado tem um caráter unívoco com a estrutura original, prestando-se sobremaneira o método, a uma análise por intermédio de computadores, daí a escolha da sua utilização na resolução das estruturas de edifícios abordadas neste trabalho.

### 2.3 ESQUEMA GERAL DO MÉTODO DOS DESLOCAMENTOS

Este trabalho ocupar-se-á das estruturas reticuladas em grelha, com pequenas peculiaridades, devido à própria condição do problema proposto, a análise de estruturas de edifícios.

Seguem, em síntese, os passos básicos utilizados em uma análise pelo método dos deslocamentos e, em particular, para o caso do problema proposto :

- a) inicia-se com a determinação do problema, definindo-se as características topológicas e geométricas da estrutura, bem como o seu carregamento;
- b) cálculo dos co-senos diretores dos elementos e em relação a um sistema de referência dito global;
- c) consideração de ligações excêntricas de vigas;
- d) cálculo da matriz de rigidez de cada elemento;
- e) montagem da matriz de rigidez da estrutura,  $| S |$ ;
- f) montagem do vetor de cargas ,  $\{ A \}$ ;
- g) resolução do sistema  $\{ A \} = | S | \{ D \}$ , com a determinação dos deslocamentos ;

h) cálculo das ações nas extremidades dos elementos e reações de apoio.

Na figura 2.3 está disposto um fluxograma do problema proposto, pelo método dos deslocamentos.



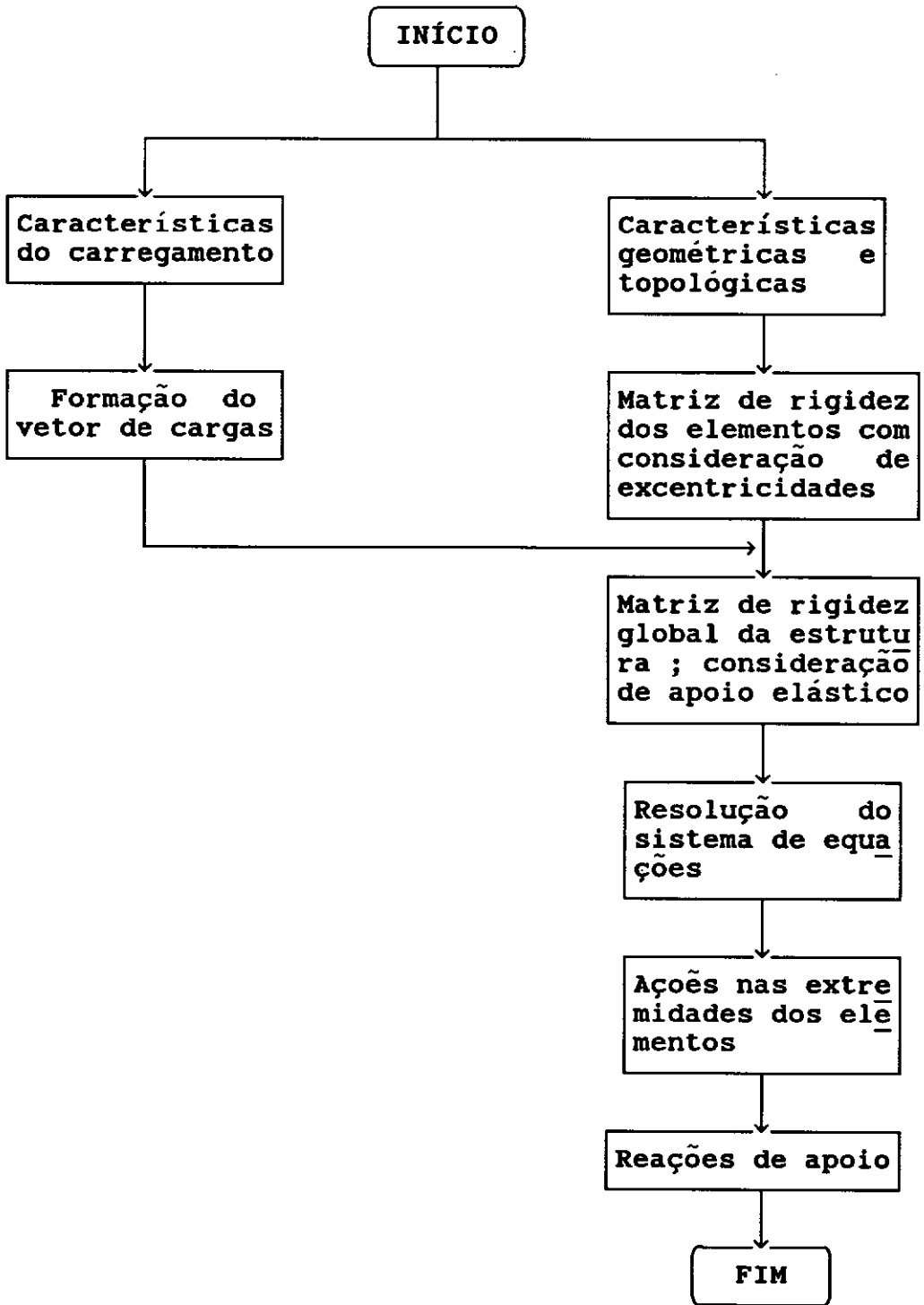


FIGURA 2.3 - Fluxograma simplificado do método dos deslocamentos

## C A P Í T U L O    I I I

## MATRIZ DE RIGIDEZ

## 3.1 ELEMENTO DE GRELHA

Em uma estrutura constituída de barras, ou elementos, pode-se dizer que a ação necessária para promover um deslocamento de um nó da estrutura, em uma determinada direção, é em módulo igual a soma das ações desenvolvidas nas extremidades dos elementos concorrentes a este nó.

A importância disto está no fato de se poder analisar a estrutura a partir de cada um dos seus elementos, pois o deslocamento de um nó pode ser expresso como a soma dos deslocamentos devido as cargas aplicadas a estrutura, atuando separadamente.

A um elemento de grelha são permitidos seis deslocamentos, pois a cada nó são possíveis duas rotações e um deslocamento transversal. Na figura 3.1, seguindo a orientação de Gere & Weaver [13], tem-se um elemento de grelha com as suas direções de deslocamentos. Para melhorar a visualização, as direções das rotações são representadas por vetores de setas duplas.

A chamada matriz de rigidez do elemento  $[S\kappa]_i$ , será pois uma matriz quadrada de dimensão  $6 \times 6$ .

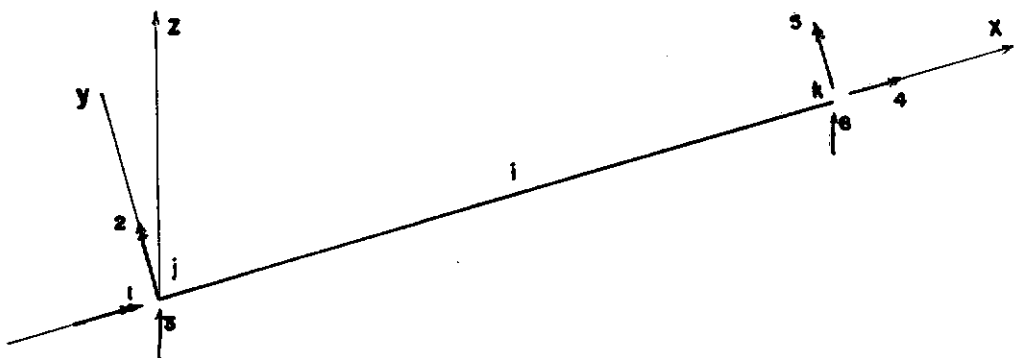


Figura 3.1 - Direções dos deslocamentos de um elemento de grade

De maneira geral um termo  $S\kappa_{mn}$  da matriz é numericamente igual a ação desenvolvida na direção  $m$  do elemento  $i$ , quando um deslocamento unitário é imposto na direção  $n$ , permanecendo todos os demais nulos.

Invocando o teorema de Maxwell, Przemieniecki [27], tem-se que :

$$S\kappa_{mn} = S\kappa_{nm} \quad (3.1)$$

O que atesta a simetria de  $[S\kappa]_i$ . Importam, portanto, apenas os termos da diagonal principal e aqueles valores acima ou abaixo desta. Estes termos encontram-se determinados na referência [13].

### 3.1.1 MATRIZ DE RIGIDEZ DO ELEMENTO

Os diversos valores de  $S_{mn}$  serão, portanto levados a  $[S_M]_1$ , para formação da matriz de rigidez do elemento, utilizando-se para isto a expressão (3.2). Tem-se portanto:

$$[S_M] = \begin{bmatrix} \frac{G I_x}{L} & 0 & 0 & -\frac{G I_x}{L} & 0 & 0 \\ & \frac{4 E I_y}{L} & -\frac{6 E I_y}{L^2} & 0 & \frac{2 E I_y}{L} & \frac{6 E I_y}{L^2} \\ & & \frac{12 E I_y}{L^3} & 0 & -\frac{6 E I_y}{L^2} & -\frac{12 E I_y}{L^3} \\ & & & \frac{G I_x}{L} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{4 E I_y}{L} & \frac{6 E I_y}{L^2} \\ \text{SIMÉTRICO} & & & & & \frac{12 E I_y}{L^3} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Nos valores expressos em (3.2), não foi considerada a influência do esforço cortante na deformação do elemento. Esta parcela tem pouca importância quando se trata de peças esbeltas.

## 3.2 MATRIZ DE RIGIDEZ DA ESTRUTURA

Quando da obtenção da matriz de rigidez da estrutura, a partir das matrizes dos elementos, verifica-se que cada elemento da estrutura pode ter uma direção distinta dos demais, necessitando-se, pois, que se definam sistemas de referência para os elementos e para a estrutura.

### 3.2.1 SISTEMA DE REFERÊNCIA

Normalmente, quando da definição das características topológicas da estrutura, relacionam-se os seus nós a um sistema de referência dito global, e aqui representando por  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ .

Os coeficientes da matriz de rigidez de cada elemento são determinados para um sistema de referência próprio do elemento e diferente do global. É o sistema de referência local, representado por  $x_M$ ,  $y_M$  e  $z_M$ .

Na figura 3.2., tem-se um elemento qualquer  $i$  de grelha, e a sua relação entre os dois sistemas de referência. Nota-se que a barra repousa sobre os planos  $x_M$ ,  $y_M$  e  $Y$ ,  $X$ , bem como todos os outros elementos da grelha. Nesta figura ainda estão representados os índices das direções globais de deslocamentos.

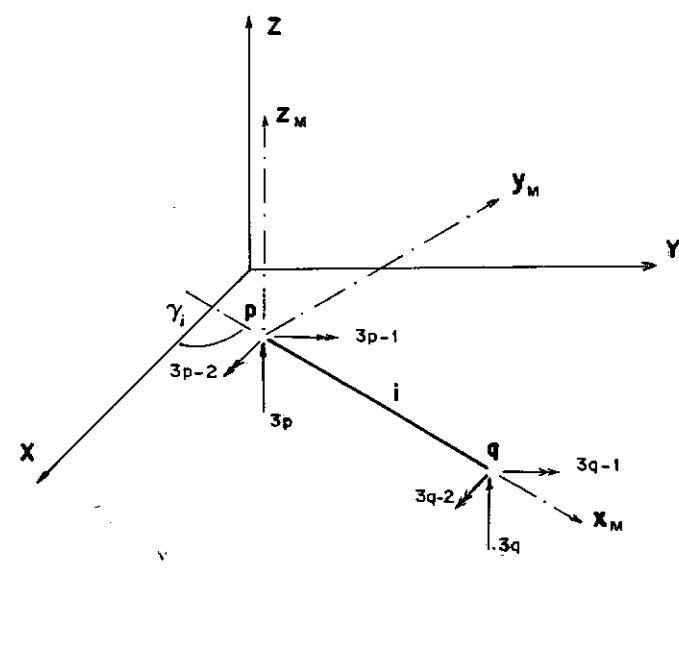


Figura 3.2 - Sistemas de referência local e global

### 3.2.2 MATRIZ DE ROTAÇÃO

Torna-se evidente a necessidade de relacionar-se o sistema local com o global. Isto é obtido através dos co-senos diretores da barra, que constituirão a matriz de rotação do elemento.

Para os graus de liberdade de cada nó da barra da figura 3.2, verifica-se que a matriz de rotação é expressa como:

$$[R]_i = \begin{bmatrix} \cos \gamma_i & \text{sen } \gamma_i & 0 \\ -\text{sen } \gamma_i & \cos \gamma_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Pela equação fundamental do método dos deslocamentos pode-se dizer que :

$$\{ A_M \}_i = | S_M |_i \{ D_M \}_i \quad (3.4)$$

é relação entre os deslocamentos e as ações do elemento  $i$  da figura 3.2.

A equação (3.4) pode ser expressa no sistema de referência global, ou seja:

$$| R_T |_i \{ A_J \}_i = | S_M |_i | R_T |_i \{ D_J \}_i \quad (3.5)$$

sendo  $\{ A_J \}_i$  e  $\{ D_J \}_i$ , as ações e os deslocamentos do elemento  $i$  nas direções globais, respectivamente e  $| R_T |_i$  a matriz de transformação de rotação do elemento  $i$ , dada

$$[R_T]_i = \begin{bmatrix} | R | & | 0 | \\ | 0 | & | R | \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

onde  $| R |$  é dado pela expressão (3.3) e  $| 0 |$  é uma matriz nula.

Da equação (3.5); tira-se que :

$$\{ A_J \}_i = | R_T |_i^{-1} | S_K |_i | R_T |_i \{ D_J \}_i \quad (3.7)$$

relacionando-se, portanto, as ações com os deslocamentos do elemento nas direções do sistema global da estrutura.

Como  $| R_T |$  é uma matriz ortogonal, tem-se; portanto,

$$| R_T |^{-1} = | R_T |^T \quad (3.8)$$

Lançando-se mão das expressões (3.7) e (3.8), chega-se a

$$| S_{MD} |_i = | R_T |_i^T | S_K |_i | R_T |_i \quad (3.9)$$

expressão da matriz da rigidez do elemento  $i$  no sistema global.

### 3.2.3 MONTAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ DA ESTRUTURA

Conforme foi visto na figura 3.2., os índices das direções globais de deslocamentos das extremidades do elemento  $i$ , são :



$p_1 = 3p - 2$	extremidade p, direção X
$p_2 = 3p - 1$	idem, direção Y
$p_3 = 3p$	idem, direção Z
$q_1 = 3q - 2$	extremidade q, direção X
$q_2 = 3q - 1$	idem, direção Y
$q_3 = 3q$	idem, direção Z

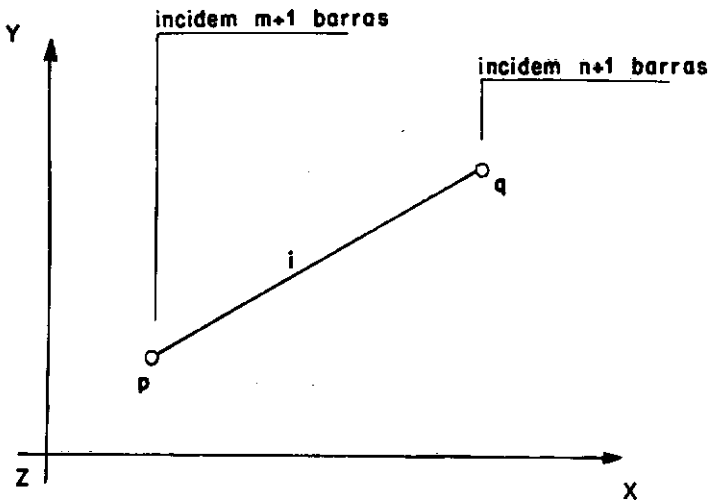


Figura 3.3 - Barras conectadas aos nós p e q de uma grelha

Aos nós p e q da figura 3.3, estão conectados m e n barras, respectivamente.

A contribuição à matriz de rigidez global  $|S_j|$ , das barras incidentes em p, será:

Para a direção X :

$$\begin{aligned}
(SJ)_{p_1 p_1} &= \sum SMD + (SMD_{11})_1 \\
(SJ)_{p_2 p_1} &= \sum SMD + (SMD_{21})_1 \\
(SJ)_{p_3 p_1} &= \sum SMD + (SMD_{31})_1 \\
(SJ)_{q_1 p_1} &= (SMD_{41})_1 \\
(SJ)_{q_2 p_1} &= (SMD_{51})_1 \\
(SJ)_{q_3 p_1} &= (SMD_{61})_1
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Para a direção Y :

$$\begin{aligned}
(SJ)_{p_1 p_2} &= \sum SMD + (SMD_{12})_1 \\
\dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\
(SJ)_{q_3 p_2} &= (SMD_{62})_1
\end{aligned} \tag{3.11}$$

Para a direção Z :

$$\begin{aligned}
(SJ)_{p_1 p_3} &= \sum SMD + (SMD_{13})_1 \\
\dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\
(SJ)_{q_3 p_3} &= (SMD_{63})_1
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Analogamente, a contribuição à  $|S_j|$  das  $n$  barras incidentes em  $q$  será, para a direção X :

$$\begin{aligned}
 (S_J)_{p_1 q_1} &= (S_{MD_{14}})_i \\
 \dots\dots\dots &\dots\dots\dots \\
 (S_J)_{q_3 q_1} &= \sum S_{MD} + (S_{MD_{64}})_i
 \end{aligned}
 \tag{3.13}$$

Para a direção Y :

$$\begin{aligned}
 (S_J)_{p_1 q_2} &= (S_{MD_{15}})_i \\
 \dots\dots\dots &\dots\dots\dots \\
 (S_J)_{q_3 q_2} &= \sum S_{MD} + (S_{MD_{65}})_i
 \end{aligned}
 \tag{3.14}$$

Para a direção Z :

$$\begin{aligned}
 (S_J)_{p_1 q_3} &= (S_{MD_{16}})_i \\
 \dots\dots\dots &\dots\dots\dots \\
 (S_J)_{q_3 q_3} &= \sum S_{MD} + (S_{MD_{66}})_i
 \end{aligned}
 \tag{3.15}$$

A matriz  $| S_J |$ , assim constituída será da ordem  $3n_j \times 3n_j$ , onde  $n_j$  é o número de nós da estrutura.

Esta matriz ainda é simétrica e se apresenta sob a forma de banda, com uma semi-largura de banda igual a:

$$L_f = (d + 1)n \tag{3.16}$$

Sendo  $d$  a maior diferença entre nós de uma mesma barra e  $n$  o número de graus de liberdade por nó.

### 3.3 APOIOS ELÁSTICOS

Conforme foi enfatizado na introdução deste trabalho, para que se possa, chegar a uma representação mais fiel de estruturas de edifícios, através de uma idealização estrutural em grelha, recorreu-se ao artifício de considerar os pilares da estrutura funcionando como apoio elásticos.

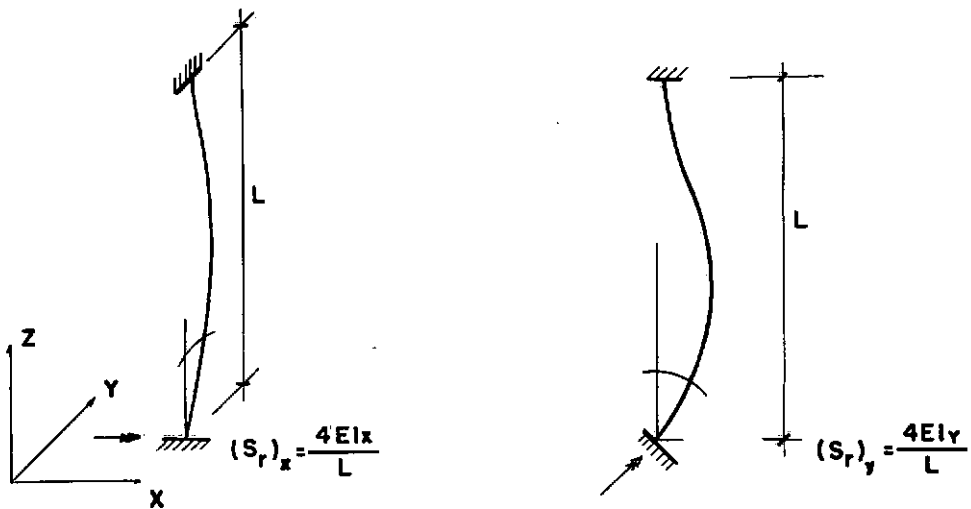


Figura 3.4 - Coeficientes elásticos dos pilares

Para tanto a matriz de rigidez da estrutura deve ser modificada na diagonal principal, o que torna necessário o conhecimento dos coeficientes de rigidez dos pilares em questão.

Eles são determinados considerando-se os pilares como peças bi-engastadas submetidas nas extremidades comuns à grelha em análise, a rotações unitárias em duas das direções globais da estrutura (X e Y). As reações (momentos) desenvolvidas nessas extremidades são os coeficientes procurados.

A figura 3.4 ilustra os coeficientes de rigidez dos pilares, onde L é o comprimento do pilar,  $I_x$  e  $I_y$  são os seus momentos de inércia e E é o módulo de elasticidade do material.

Estes valores são adicionados aos coeficientes da diagonal principal da matriz de rigidez da estrutura,  $|S_j|$ , na linha correspondente nesta matriz, à direção global em que ocorrer o apoio elástico.

Como usualmente a grelha representativa do pavimento está confinada entre pilares, há que se considerar os coeficientes de rigidez dos pilares acima e abaixo da grelha.

Observa-se que a rigidez dos pilares na direção global Z não é considerada, pois o deslocamento vertical de um pilar de um pavimento influencia todos os correspondentes nos outros pavimentos, não sendo portanto representativa a utilização de apoio elástico nesta direção, se a idealização estrutural utilizada é uma grelha.

### 3.4 EXCENTRICIDADE DOS ELEMENTOS

Nem sempre a extremidade de uma barra coincide com o ponto nodal da estrutura, seja pela necessidade de considerar na análise as dimensões transversais dos pilares, seja pelo fato do eixo da barra ser excêntrico em relação ao seu ponto de apoio.

Em ambos os casos há a necessidade de se transferir os coeficientes de rigidez das extremidades das barras ao ponto nodal correspondente da estrutura. Na figura 3.5a, está ilustrado o caso em que os nós possuem tamanho finito e em 3.5b quando a direção do eixo da barra não coincide com o ponto nodal adjacente à extremidade do elemento.

#### 3.4.1. SISTEMA DE REFERÊNCIA DO PILAR

Eventualmente os eixos principais da seção transversal dos pilares podem não ser paralelos aos eixos globais. Daí, tal como ocorre nos elementos da grelha, sente-se a necessidade de criação de um sistema de referência próprio para cada pilar da estrutura.

O relacionamento entre os sistemas do pilar e global, é feito através de co-senos diretores próprios de cada pilar. A figura 3.5b indica as direções do sistema

de referência de um pilar, com  $\beta$  sendo o ângulo que o plano XZ faz com  $x_p y_p$ .

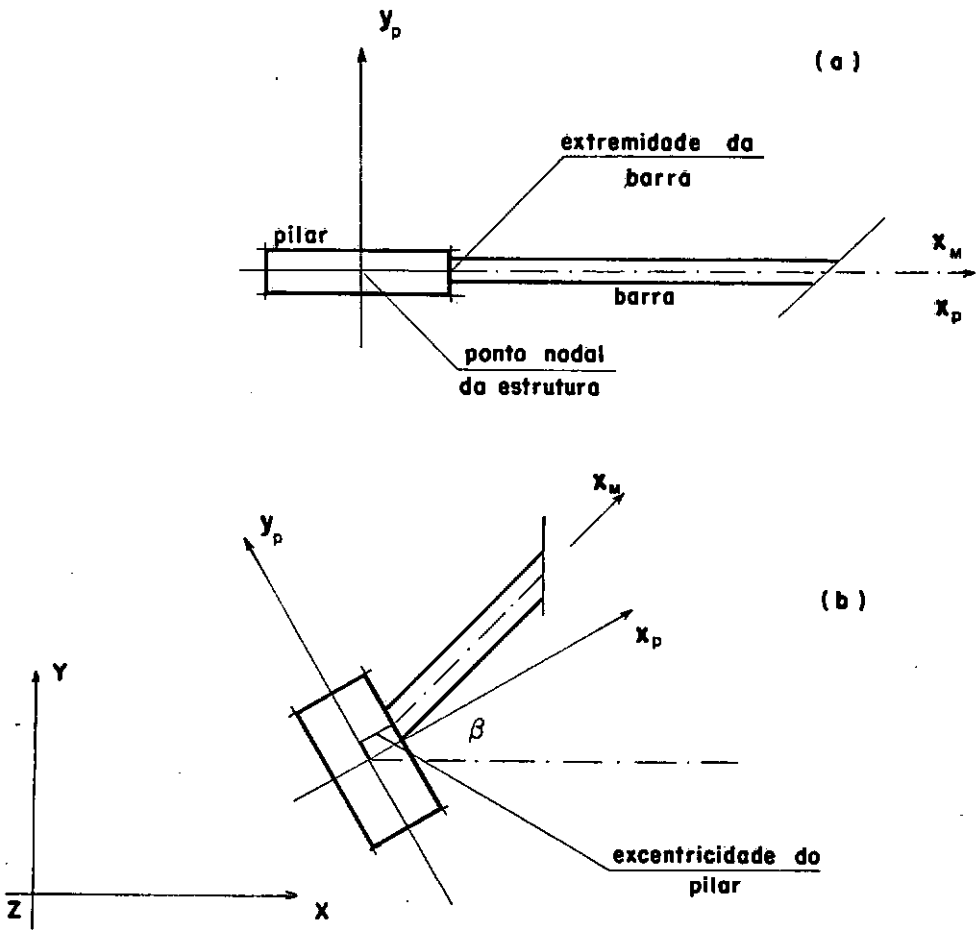


Figura 3.5 - Casos de utilização de excentricidades das barras

### 3.4.2 MATRIZ DE TRANSFORMAÇÃO DO ELEMENTO

As excentricidades nos elementos são tomadas no sistema de referência de cada pilar, mas como as modificações a serem introduzidas no sistema de equações, quando da consideração dessas excentricidades, são realizadas nas matrizes de rigidez dos elementos, faz-se necessário que se transfiram estas excentricidades para o sistema de referência do elemento correspondente.

Seja o elemento  $i$  da figura 3.6 e suas excentricidades. O sentido de orientação  $i$  deve ser sempre de  $a'$  para  $b'$  e os eixos  $x_p^a$  e  $x_p^b$  são dirigidos de forma que  $a_x$  seja sempre positivo e  $b_x$  negativo.

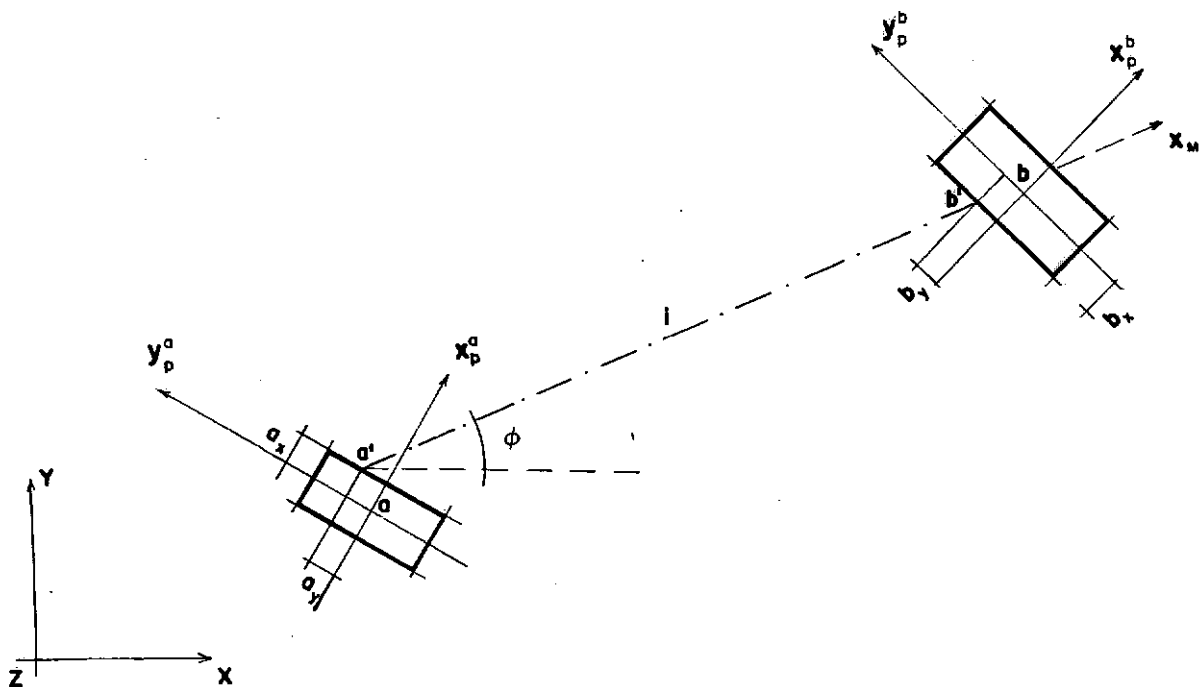


Figura 3.6 - Elemento  $i$  e suas excentricidades



Inicialmente realiza-se a transferência das excentricidades, relativas às direções do pilares, para o sistema global da estrutura. Na figura 3.7 tem-se os detalhes da extremidades de uma barra, onde  $ag_x$ ,  $ag_y$ ,  $bg_x$ ,  $bg_y$  são as excentricidades no sistema de referência da estrutura.

Da figura 3.7a, chega-se que  $\cos \beta$  e  $\sin \beta$  são os co-senos diretores do pilar a e que :

$$d = \sqrt{a_x^2 + b_x^2} \quad (3.17)$$

e

$$\sin \theta = \frac{a_y}{d} \quad (3.18)$$

$$\cos \theta = \frac{a_x}{d} \quad (3.19)$$

As excentricidades nas direções da estrutura são :

$$ag_x = d \cdot \cos.(\theta + \beta) \quad (3.20)$$

e

$$ag_y = d \cdot \sin.(\theta + \beta) \quad (3.21)$$

Utilizando-se as expressões (3.18), (3.19), (3.20) e (3.21), chega-se a :

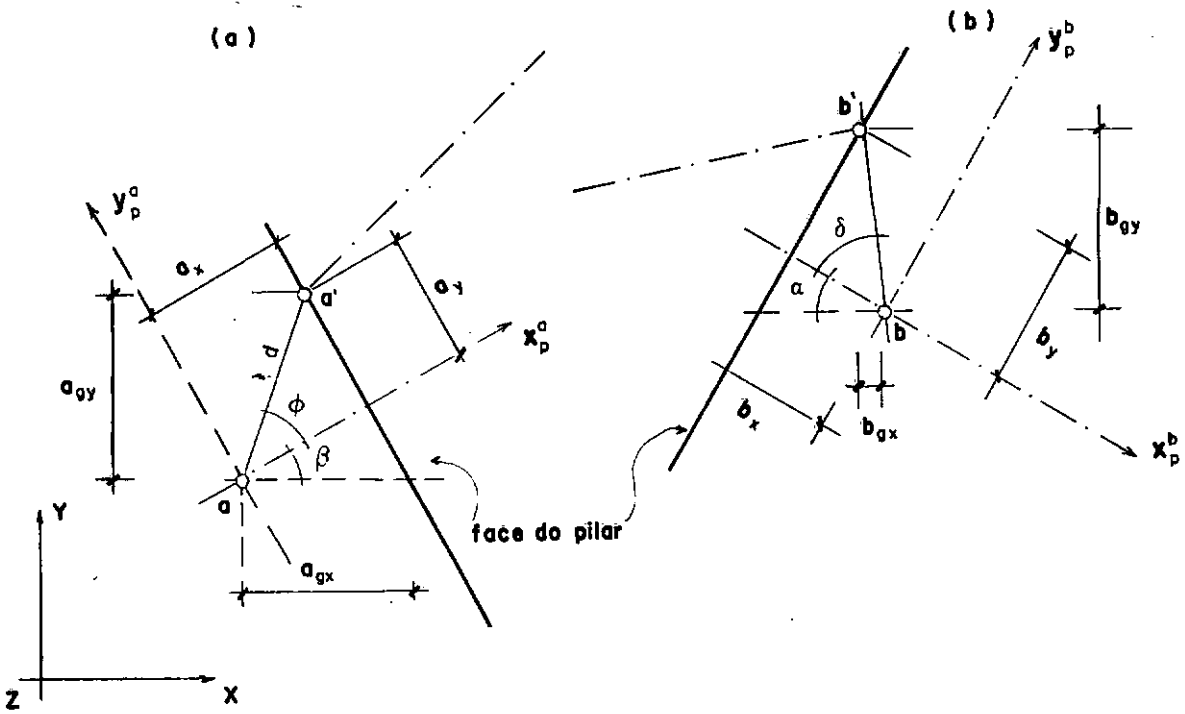


Figura 3.7 - Detalhe das extremidades dos elementos

$$a_{g_x} = a_x \cdot \cos \beta - a_y \cdot \sin \beta \quad (3.22)$$

$$a_{g_y} = a_y \cdot \cos \beta - a_x \cdot \sin \beta \quad (3.23)$$

Analogamente verifica-se, para a extremidade final da barra, figura 3.7b, que :

$$b_{g_x} = b_x \cdot \cos \alpha - b_y \cdot \sin \alpha \quad (3.24)$$

e

$$b_{g_y} = b_y \cdot \cos \alpha - b_x \cdot \sin \alpha \quad (3.25)$$

onde  $bg_x$  e  $bg_y$  são as excentricidades nas direções da estrutura e  $\cos \alpha$  e  $\sin \alpha$  os co-senos diretores do pilar  $\underline{b}$ .

Com o auxílio das expressões (3.22) à (3.25), determina-se o comprimento da barra  $i$ , ou seja :

$$\overline{a'b'} = \sqrt{|(x_b + bg_x) - (x_a + ag_x)|^2 + |(y_b + bg_y) - (y_a + ag_y)|^2} \quad (3.26)$$

com  $x_b$ ,  $y_b$  e  $x_a$ ,  $y_a$ , as coordenadas dos nós  $b$  e  $a$ , respectivamente.

Utilizando-se (3.26), tira-se que os co-senos diretores da barra  $i$  (Fig. 3.7), serão :

$$\cos \phi = \frac{(x_b + bg_x) - (x_a + ag_x)}{\overline{a'b'}} \quad (3.27)$$

$$\sin \phi = \frac{(y_b + bg_y) - (y_a + ag_y)}{\overline{a'b'}} \quad (3.28)$$

Pode-se agora relacionar as excentricidades dadas nas direções dos elementos, para que assim se possa construir a matriz de transformação, Fonte [10].

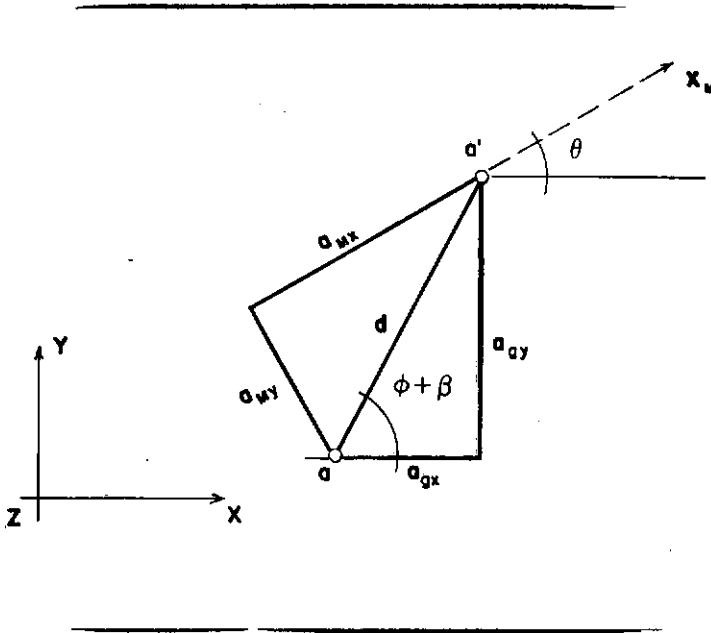


Figura 3.8 - Excentricidade no sistema do elemento

Na figura 3.8, estão esboçadas as excentricidades no sistema de referência do elemento, para a sua extremidade inicial. As excentricidades neste sistema serão pois :

$$a_{m_x} = d \cdot \cos (\theta + \beta - \phi) \quad (3.29)$$

e

$$a_{m_y} = d \cdot \sin (\theta + \beta - \phi) \quad (3.30)$$

Com o auxílio de (3.19) e (3.20), as expressões (3.29) e (3.30) podem ser escritas com :

$$a_{M_x} = a_{g_x} \cdot \cos \phi + a_{g_y} \cdot \sin \phi \quad (3.31)$$

e

$$a_{M_y} = a_{g_y} \cdot \cos \phi - a_{g_x} \cdot \sin \phi \quad (3.32)$$

Da mesma forma, pode-se dizer que para a extremidade final da barra, tem-se :

$$b_{M_x} = b_{g_x} \cdot \cos \phi + b_{g_y} \cdot \sin \phi \quad (3.33)$$

e

$$b_{M_y} = b_{g_y} \cdot \cos \phi - b_{g_x} \cdot \sin \phi \quad (3.34)$$

Sendo  $|Tv|_1$  a matriz de transformação do elemento 1, com excentricidades  $a_x, a_y$  e  $b_x, b_y$ , a matriz de rigidez do elemento com excentricidade será dada por :

$$|SM|_1^* = |Tv|_1^T |SM|_1 |Tv| \quad (3.35)$$

onde  $|SM|$  é dada por (3.2).

## CAPÍTULO IV

## VETOR DE CARREGAMENTO

## 4.1 CARGA DISTRIBUÍDA

O carregamento distribuído computado para os elementos da estrutura, compreende três parcelas : as reações das lajes nas vigas da estrutura, o peso próprio do elemento e as eventuais sobrecargas externas. As reações das lajes são computadas automaticamente, bem como o peso próprio dos elementos. Essas duas parcelas são, portanto, adicionadas às cargas distribuídas externas, fornecidas como dados. Os tipos de carregamentos distribuídos considerados na análise são o vertical uniforme e a torção uniforme.

## 4.1.1 VERTICAL UNIFORME

A figura 4.1 representa as direções das ações de engaste perfeito de um elemento de grelha. Essas ações são obtidas através das reações de apoio, considerando-se o elemento como bi-engastado, onde  $Q$  é a carga vertical (direção  $z_M$ ) uniforme.

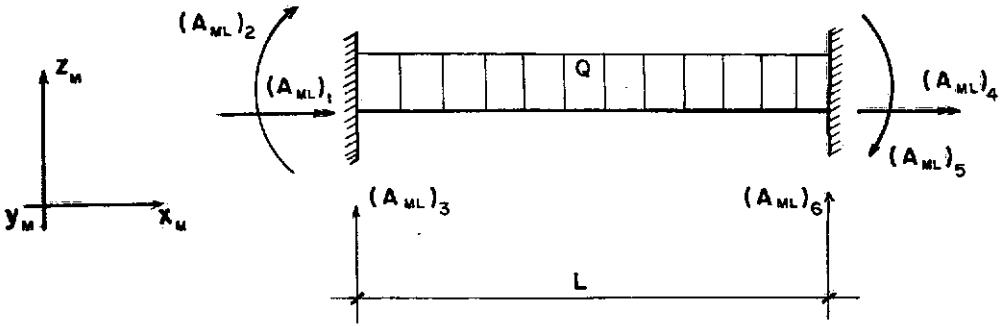


Figura 4.1 - Ações de engastamento perfeito

Os valores das ações serão portanto :

$$(A_{ML})_1 = (A_{ML})_4 = 0$$

$$(A_{ML})_2 = - (A_{ML})_5 = - \frac{Q L^2}{12} \quad (4.1)$$

$$(A_{ML})_3 = (A_{ML})_6 = \frac{Q L}{2}$$

As expressões anteriores devem ser adicionadas às ações resultantes das eventuais excentricidades, ou seja :

$$(AML)_{1,1}^* = \frac{Q L}{2} \cdot a_{M_y} \quad (4.2)$$

$$(AML)_{1,2}^* = - \frac{Q L^2}{12} + \frac{Q L}{2} \cdot a_{M_x} \quad (4.3)$$

$$(AML)_{1,3}^* = \frac{Q L}{2} \quad (4.4)$$

$$(AML)_{1,4}^* = \frac{Q L}{2} \cdot b_{M_y} \quad (4.5)$$

$$(AML)_{1,5}^* = - \frac{Q L^2}{2} - \frac{Q L}{2} \cdot b_{M_y} \quad (4.6)$$

$$(AML)_{1,6}^* = \frac{Q L}{2} \quad (4.7)$$

onde as excentricidades estão representadas nas expressões (3.31) a (3.34).

Como essas ações estão na direção do elemento, há a necessidade de transferi-las para as direções da estrutura, representadas na figura 3.2.

Assim sendo o vetor de carregamento, para o nó p (Fig. 3.2 e 3.3) será :



$$(A)_{3p-2} = \sum A_{ML} - (A_{ML})_{1,1}^* \cdot \cos \gamma_1 + (A_{ML})_{1,2}^* \cdot \sin \gamma_1 \quad (4.8)$$

$$(A)_{3p-1} = \sum A_{ML} - (A_{ML})_{1,1}^* \cdot \sin \gamma_1 + (A_{ML})_{1,2}^* \cdot \cos \gamma_1 \quad (4.9)$$

$$(A)_{3p} = \sum A_{ML} - (A_{ML})_{1,3}^* \quad (4.10)$$

e para a extremidade q:

$$(A)_{3q-2} = \sum A_{ML} - (A_{ML})_{1,4}^* \cdot \cos \gamma_1 + (A_{ML})_{1,5}^* \cdot \sin \gamma_1 \quad (4.11)$$

$$(A)_{3q-1} = \sum A_{ML} - (A_{ML})_{1,4}^* \cdot \sin \gamma_1 + (A_{ML})_{1,5}^* \cdot \cos \gamma_1 \quad (4.12)$$

$$(A)_{3q} = \sum A_{ML} - (A_{ML})_{1,6}^* \quad (4.13)$$

As expressões (4.8) a (4.12) fornecem a parcela do vetor do carregamento relativa na direção  $z_M$

#### 4.1.2 TORÇÃO UNIFORME

Em muitos casos as peças da estrutura podem estar sujeitas a esforços distribuídos na direção  $x_M$ , figura 4.2, sendo T, neste caso, a taxa de esforço à torção por unidade de comprimento da peça. As ações de engaste perfeito produzidas serão :

$$(A_{ML})_1 = (A_{ML})_4 = \frac{T L}{2} \quad (4.14)$$

com todas as ações nas outras direções nulas.

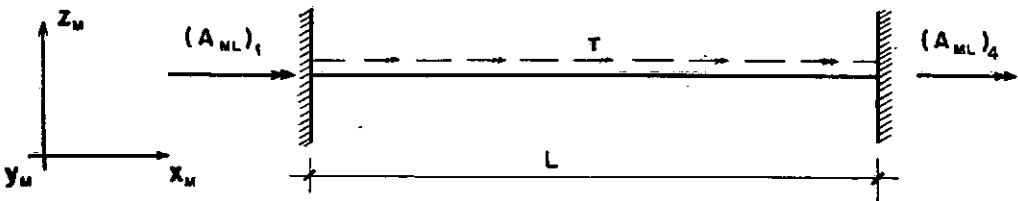


Figura 4.2 - Carregamento distribuído à torção

A expressão (4.14), aliada às expressões (4.2) e (4.5) respectivamente, darão as ações de engaste perfeito devidas ao carregamento distribuído uniforme.

#### 4.2 CARGA CONCENTRADA

Este trabalho somente permite a existência de cargas concentradas atuantes em nós da estrutura. Eventualmente as cargas concentradas podem estar aplicadas ao longo elemento. Recomenda-se nestes casos, a criação de nós nos pontos de aplicação das referidas cargas.

Em cada nó da estrutura, pode-se ter cargas concentradas nas três direções globais. É bastante que se forneça os nós em que as cargas estão aplicadas e os seus respectivos valores.

A formação do vetor de carregamento relativo a estas cargas é feito diretamente, pois as cargas concentradas são dadas já no sistema de referência global.

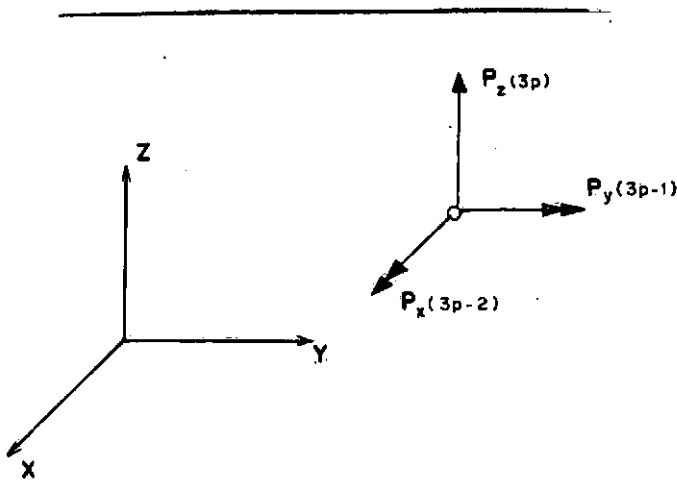


Figura 4.3 - Cargas concentradas no nó p da estrutura

Na figura 4.3 há um nó p qualquer, onde atuam cargas concentradas nas três direções globais.  $P_x$ ,  $P_y$  e  $P_z$  são as cargas e  $3p-2$ ,  $3p-1$  e  $3p$  as direções globais em que agem estas cargas respectivamente.

Conclui-se, portanto que o vetor de carregamento para este caso será :

$$(A)_{3p-2} = P_x \quad (4.15)$$

$$(A)_{3p-1} = P_y \quad (4.16)$$

$$(A)_{3p} = P_z \quad (4.17)$$

As expressões (4.15) à (4.17) devem ser somadas às expressões (4.8) à (4.10) respectivamente, para que se tenha a expressão final do vetor  $\{ A_j \}$  das cargas que atuam na estrutura.

## CAPÍTULO V

## RESOLUÇÃO DO SISTEMA

Feita a montagem da matriz de rigidez do sistema, bem como a do vetor de cargas atuantes, pode-se proceder à resolução do sistema  $\{ A \} = | S_j | \{ D \}$ , para que se possa assim determinar os deslocamentos da estrutura e a partir daí os seus esforços e suas reações de apoio.

## 5.1 MATRIZ DE RIGIDEZ EM BLOCOS

O método descrito a seguir foi desenvolvido em Soriano [30], buscando um melhor aproveitamento de memória interna em computadores IBM-1130 de 32K, e foi adaptado para micros PC-XT de 16 bits.

O processo utiliza a característica de ser  $| S_j |$  uma matriz-banda simétrica. A matriz é particionada em blocos, constituídos pelos coeficientes da semi-banda superior (ou inferior).

A definição do número de blocos em que é subdividida  $| S_j |$ , é automática. Devendo residir na memória central apenas um bloco de cada vez, armazenando-o sob forma de vetor unidimensional. Os blocos restantes são alojados em unidade periférica, no caso, o disco magnético.

Na figura 5.1, tem-se esquematicamente as etapas de tratamento da matriz de rigidez do sistema. Em (a) esta representada a matriz banda tradicional, em (b) esta mesma matriz, porém apenas os termos da semi-banda superior. Finalmente em (c) tem-se a forma unidimensional da matriz anterior.

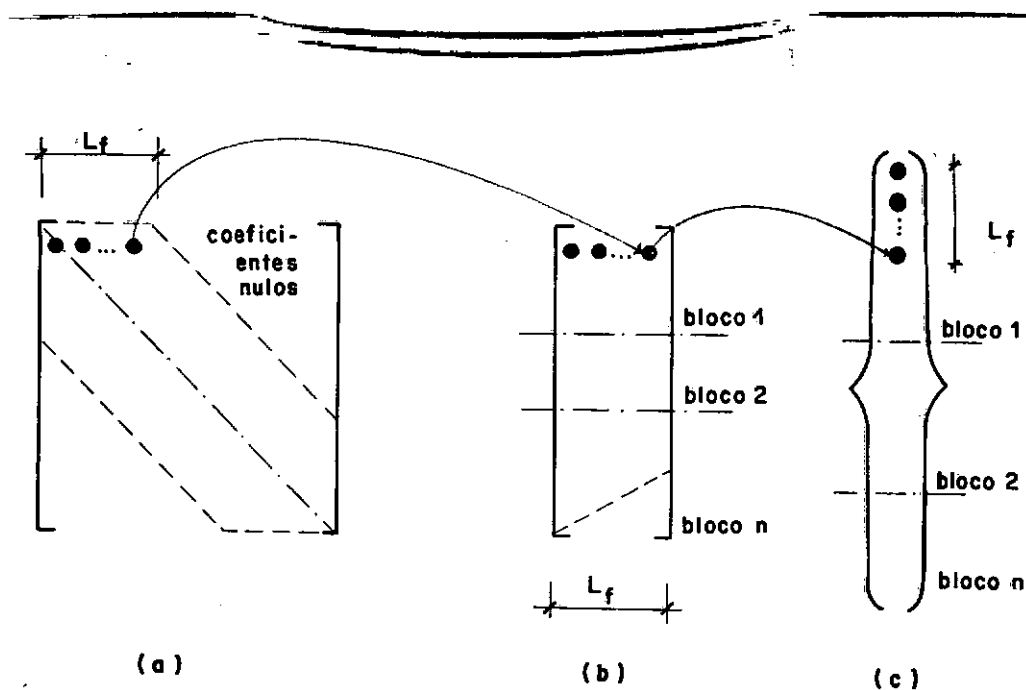


Figura 5.1 - Etapas no tratamento da matriz | S<sub>J</sub> |

## 5.2 TRIANGULARIZAÇÃO DA MATRIZ DE RIGIDEZ

Para a resolução do sistema de equações optou-se pelo método de Cholesky.

Este método parte do princípio que toda matriz de rigidez simétrica positiva definida, pode ser decomposta em duas submatrizes, uma triangular superior e outra triangular inferior, transposta da anterior.

Seja pois  $| S_J |$  a matriz de rigidez, logo :

$$| S_J | = | T_I | | T_S | \quad (5.1)$$

onde  $| T_I |$  e  $| T_S |$  são as matrizes triangulares inferiores e superior, respectivamente e

$$| T_I | = | T_S |^T \quad (5.2)$$

## 5.3 CÁLCULO DOS DESLOCAMENTOS

A equação fundamental do método dos deslocamentos, em função da matriz triangularizada pode ser expressa como :

$$| T_I | | T_S | \{ D \} = \{ A \} \quad (5.3)$$

Adotando :

$$| T_s | \{ D \} = \{ A^* \} \quad (5.4)$$

tem-se,

$$| T_I | \{ A^* \} = | T_s | \quad (5.5)$$

Quando se dispõe da matriz de rigidez na forma de vetor unidimensional, figura 5.1c, há necessidade de se efetuar uma mudança conveniente de índices nas expressões citadas. Estas modificações estão citadas em [30].

#### 5.4 ESFORÇOS NA ESTRUTURA

Os esforços nos pontos nodais da estrutura, referentes a um elemento, são obtidos a partir das ações de engaste perfeito e dos deslocamentos desses nós.

A expressão

$$\{ A_P \}_1 = \{ A_{ML} \}_1^* + | S_M |_1 | R_T |_1 \{ D_J \}_1 \quad (5.6)$$



fornece os esforços nos pontos nodais  $i$ , nos sistema de referência local.

Os valores de  $\{ AML \}_i^*$  serão aqueles atribuídos nas expressões (4.2) à (4.7) e (4.14), pois é necessário que se relacione as ações de engastamento perfeito existentes nas extremidades do elemento  $i$ , com as excentricidades eventuais existentes.

No caso de ser a extremidade do elemento  $i$ , um ponto de apoio da estrutura, as ações neste ponto nodal, serão contribuintes aos esforços solicitantes do pilar correspondente a esta extremidade.

As ações na extremidade superior do pilar, são na verdade as reações de apoio com o sinal trocado, calculadas por equilíbrio de forças, que atuarem no nó da estrutura correspondente à extremidade do pilar. Como cada pilar possui um sistema de referência próprio, essas ações são determinadas nessas direções.

Pode-se dizer que ações atuantes na extremidade superior de cada pilar serão dadas por :

$$M_x^a = \sum M_x^a - (AP)_{1,1} \cdot \cos \alpha_a - (AP)_{1,2} \cdot \sen \alpha_a \quad (5.7)$$

$$M_y^a = \sum M_y^a - (AP)_{1,1} \cdot \text{sen } \alpha_a - (AP)_{1,2} \cdot \text{cos } \alpha_a \quad (5.8)$$

$$F_z^a = \sum F_z^a - (AP)_{1,3} \quad (5.9)$$

$$M_x^b = \sum M_x^b - (AP)_{1,4} \cdot \text{cos } \alpha_b - (AP)_{1,5} \cdot \text{cos } \alpha_b \quad (5.10)$$

$$M_y^b = \sum M_y^b - (AP)_{1,4} \cdot \text{cos } \alpha_b - (AP)_{1,5} \cdot \text{cos } \alpha_b \quad (5.11)$$

$$F_z^b = \sum F_z^b - (AP)_{1,6} \quad (5.12)$$

Nas expressões (5.7) a (5.12)  $\alpha_a$  e  $\alpha_b$  são dados segundo a figura 5.2. O somatório indica a contribuição das outras barras incidentes aos nós a e b .

Quando da existência de excentricidades, as ações nas extremidades de cada barra não coincide com aquelas existentes nos pontos nodais adjacentes. Deve-se efetuar uma transferência das ações  $\{ AP \}_i$  para a extremidade do elemento, o que é conseguido através dos coeficientes da matriz de transformação  $| T_v |_i$  definida no capítulo II, ou seja :

$$(AM)_{1,1} = (AP)_{1,1} - (AP)_{1,3} \cdot am_y \quad (5.13)$$

$$(AM)_{1,2} = (AP)_{1,2} - (AP)_{1,3} \cdot am_x \quad (5.14)$$

$$(AM)_{1,3} = (AP)_{1,3} \quad (5.15)$$

$$(AM)_{1,4} = (AP)_{1,4} - (AP)_{1,6} \cdot bm_y \quad (5.16)$$

$$(AM)_{1,5} = (AP)_{1,5} - (AP)_{1,6} \cdot bm_x \quad (5.17)$$

$$(AM)_{1,6} = (AP)_{1,6} \quad (5.18)$$

As expressões (5.13) à (5.18), fornecem as ações da barra  $i$ .

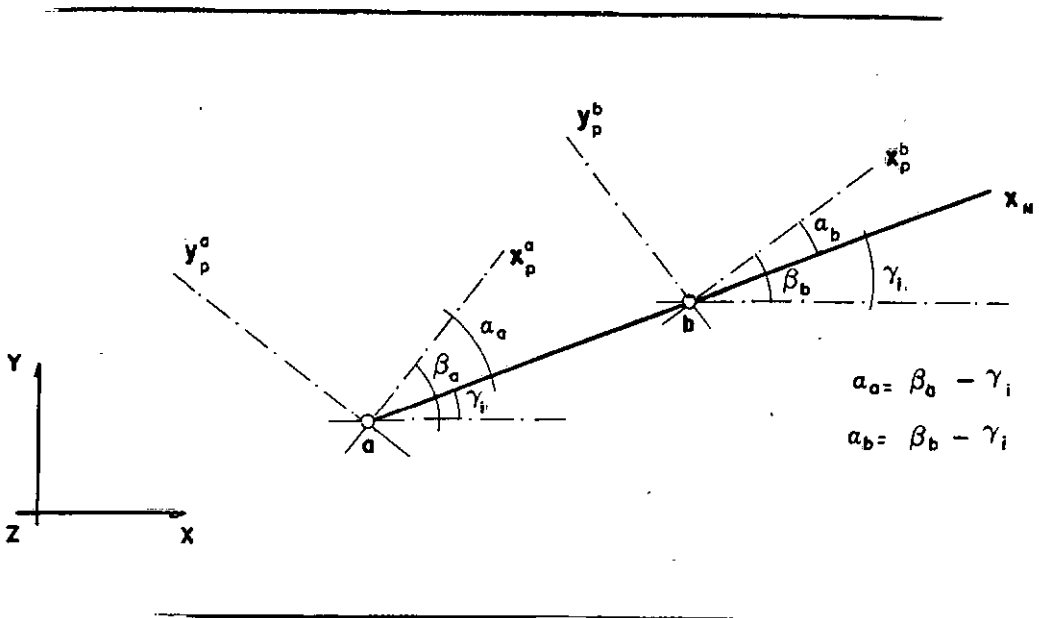


Figura 5.2 - Relacionamento entre os sistemas local e dos pilares

## C A P Í T U L O VI

## CRITÉRIOS PARA CONCRETO E AÇO

## 6.1 HIPÓTESES DE CÁLCULO

Este trabalho foi realizado segundo as recomendações da norma NBR-6118 [1] e complementado pelo CEB [5-8], utilizando o método dos estados-limites, em que o colapso ou a inutilização da peça dar-se-á por uma deformação permanente e excessiva do aço e/ou esmagamento do concreto.

Para garantirmos a margem de segurança no dimensionamento, serão adotadas as seguintes hipóteses de cálculo:

- a) até a ruptura as seções transversais permanecem planas (distribuição linear das deformações ao longo da seção).
- b) a deformação em cada barra é a mesma do concreto adjacente (perfeita aderência das armaduras).
- c) é desprezada a pequena resistência do concreto a tração.

- d) a deformação máxima do concreto nas seções não inteiramente comprimidas é de 3,5%. Nas seções inteiramente comprimidas a deformação nas fibras mais comprimidas, varia de 3,5% a 2%, mantendo-se inalterada e igual a 2% a deformação a uma distância igual a  $\frac{3}{7}$  da altura total da seção a partir da borda mais comprimida.
- e) deformação máxima ao longo da armadura de tração é de 10%, visando prevenir deformação plástica excessiva.

Analisaremos abaixo na figura 6.1 todas as possíveis distribuições na seção.

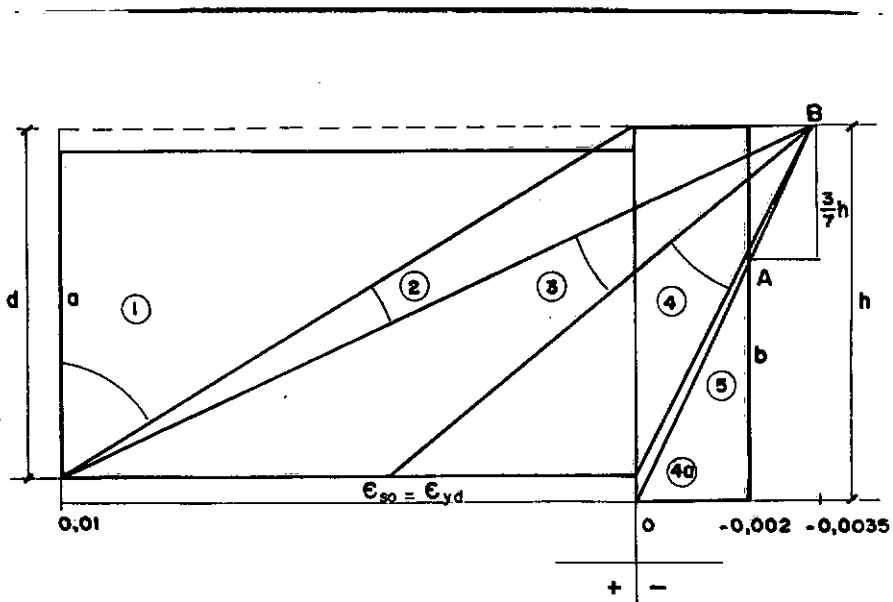


Figura 6.1 - Domínios de deformações das seções

**Domínio 1**

Corresponde à ocorrência de esforço normal de tração na seção, desde a situação pura (reta a) até uma tração excêntrica (flexo-tração) com deformação nula na borda menos tracionada.

**Domínio 2**

Referente a peças sub-armadas submetidas a flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto ( $|\epsilon_c| < 3,5\%$ ) e com o aço atingindo o seu alongamento-limite convencional (10%).

**Domínio 3**

Flexão simples ou composta em que ocorre simultaneamente escoamento do aço tracionado ( $10\% \leq \epsilon_s \leq \epsilon_{y_d}$ ) com tensão de ruptura no concreto ( $|\epsilon_c| = 3,5\%$ ).

**Domínio 4**

Flexão simples (seção super-armada) ou composta com ruptura à compressão do concreto ( $\epsilon_c = 3,5\%$ ) e aço tracionado sem escoamento ( $\epsilon \leq \epsilon_{y_d}$ ).

**Domínio 4a**

Flexão composta com armaduras comprimidas

## Domínio 5

Referente à seção totalmente comprimida correspondendo à variação dos casos flexo-compressão até o limite da compressão centrada (reta b).

## 6.2 DIAGRAMAS DE TENSÃO-DEFORMAÇÃO DOS MATERIAIS

A partir de valores de resistências dos aços e concretos, que são definidos através de ensaios dos materiais, chega-se aos chamados valores característicos ( $f_{yk}$  e  $f_{ck}$ ).

As resistências características devem ser minoradas por coeficientes para fornecer as resistências internas nos estados-limites de projeto, como recomenda o CEB e a norma NBR-6118, caracterizando-se por :

- a) Resistência interna, de projeto, igual à resistência característica, dividida pelo coeficiente de segurança do material determinante ( $\gamma_c$  ou  $\gamma_s$ ).
- b) Uma condição de inutilização por deformação permanente excessiva, que se adota igual ao alongamento-limite convencional.

Os coeficientes denominados de minoração da resistência do material, a serem considerados conforme

prescrições da NBR-6118, têm os seguintes valores :

Para o aço :  $\gamma_s = 1,15$  (caso geral), quando obedecidas as prescrições da EB-3 referentes ao controle e  $\gamma_s = 1,25$ , quando não for feito o controle especificado, o que é permitido em obras sem importância e nas quais se empregue os aços CA-25 ou CA-32.

Para o concreto :  $\gamma_c = 1,40$  nos casos gerais.  
 $\gamma_c = 1,50$  no caso de peças em cuja execução sejam previstas condições desfavoráveis.

Contudo, estes valores referidos para os coeficientes de minoração servem apenas como indicação, não estando nenhum deles embutido neste trabalho, ficando a sua escolha a critério do projetista.

### 6.2.1 CONCRETO

A fim de estabelecer um critério comum ao dimensionamento, buscou-se, para as diferentes resistências



à compressão encontradas na prática, algo em comum em vários diagramas tensão-deformação, no sentido de se obter um diagrama ideal, ainda que simplificado. A partir daí, diversas normas - entre elas a NBR-6118 e o CEB - recomendam a adoção do diagrama parábola-retângulo da fig. 6.2 formado por uma parábola do 2º grau desde a origem até o ponto correspondente a  $\epsilon = 2\%$ , continuada por um patamar até  $\epsilon = 3,5\%$  com ordenada máxima  $\sigma_{c,d}$  igual ao valor fornecido em (6.1), que corresponde a 85% do valor da resistência interna de projeto do concreto, redução adotado pela NBR-6118 e o CEB por prudência a fim de prevenir certas condições desfavoráveis existentes na prática, como por exemplo o efeito Rüsç [29].

Os valores das tensões serão dados por :

$$\sigma_{c,d} = 0,85f_{c,k}/\gamma_c \quad (6.1)$$

$$\sigma_c = \sigma_{c,d} \cdot (\epsilon_c - \epsilon_c^2/4), \text{ para } 0 \leq |\epsilon_c| \leq 2\% \quad (6.2)$$

$$\sigma_c = \sigma_{c,d}, \text{ para } 2\% \leq |\epsilon_c| \leq 3,5\% \quad (6.3)$$

Atribui-se ao concreto um módulo de deformação longitudinal à compressão de  $E_c = 66.400 \sqrt{f_{c,j}}$ , sendo  $f_{c,j}$  no projeto tomado como  $(f_{c,k} + 350 \text{ tf/m}^2)$  e no casos das deformações lentas utiliza-se o módulo secante  $(0,9E_c)$ . Para

o módulo transversal utiliza-se os valores de  $G_c = 0,4(0,9E_c)$  ou ainda  $G_c = 0,36E_c$ .

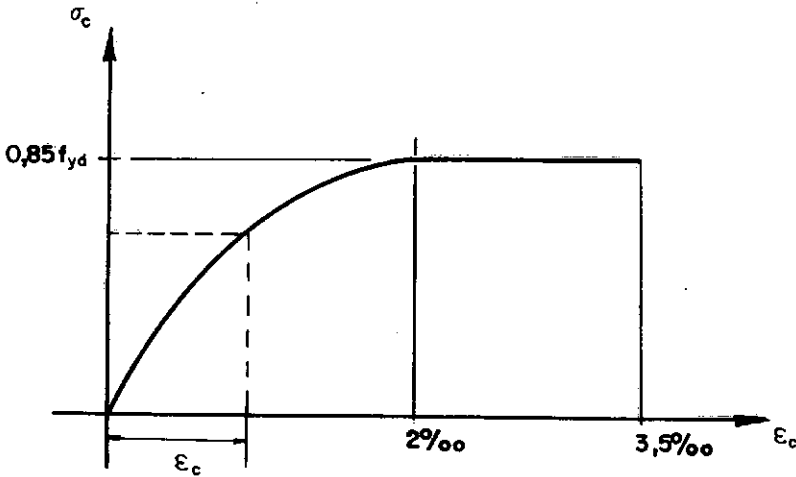


Figura 6.2 - Diagrama de cálculo do concreto

### 6.2.2 AÇO

Os aços utilizados podem ser classificados em aço classe A, laminado a quente, com escoamento definido, caracterizado por um patamar no diagrama tensão-deformação e aço classe B, encruado por deformação a frio, com tensão convencional de escoamento definida por uma deformação permanente de  $2\text{‰}$ .

Para o aço classe A, o NBR-6118 adota um diagrama tensão deformação simplificado, a favor da segurança, típico

elasto-plástico perfeito, com alongamento específico limitado em 10‰ e encurtamentos específicos não superiores a 3,5‰ devido ao concreto seja  $\epsilon_{yd}$  a deformação específica correspondente ao início do escoamento no diagrama de cálculo (Fig. 6.3a).

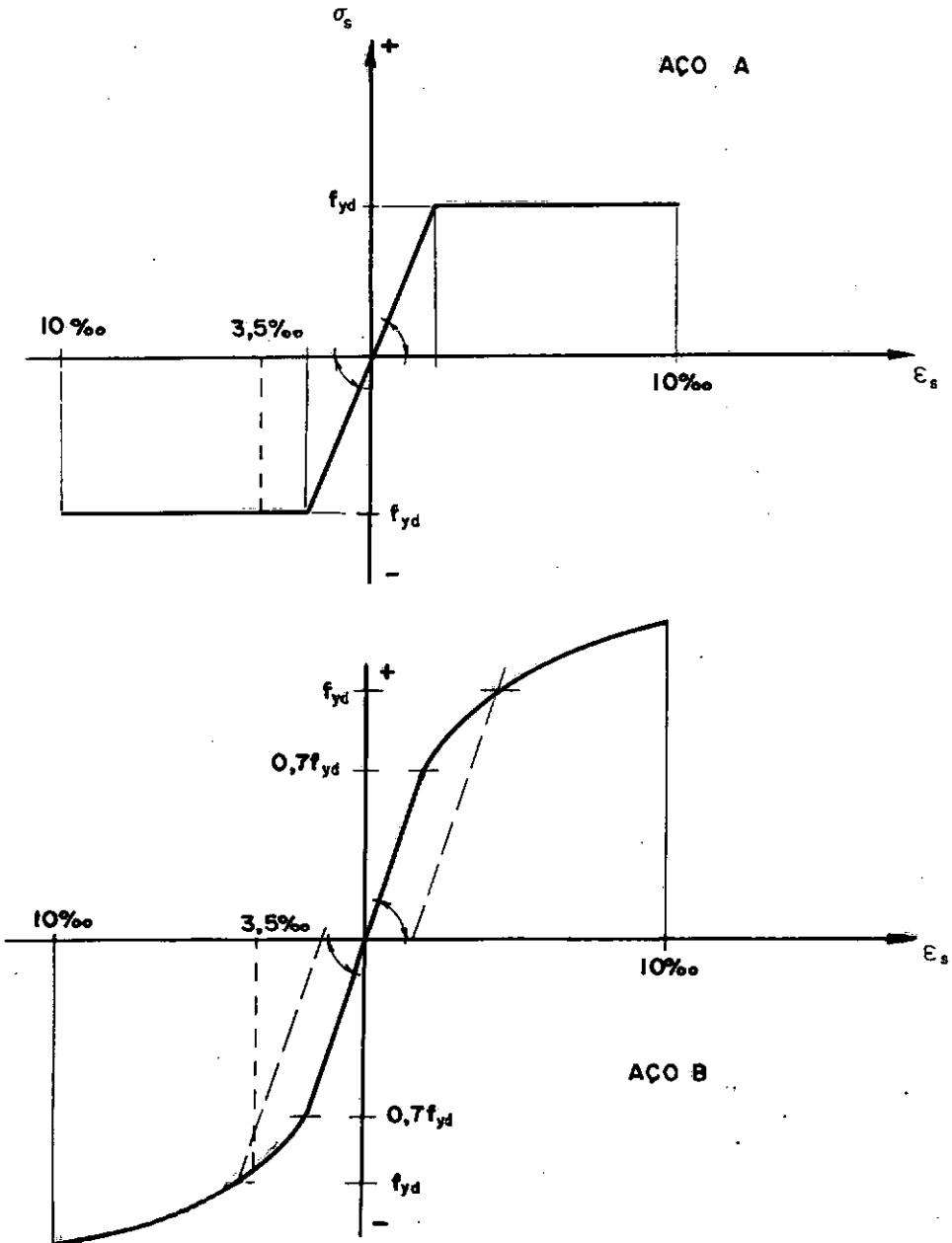


Figura 6.3 - Diagrama tensão-deformação de cálculo dos aços

Para o aço classe B (Fig. 6.3b), a NBR-6118 permite também, o uso de um diagrama simplificado (Fig. 6.4) composto de três trechos :

- trecho linear até o valor  $\sigma_s = 0,7f_{yd}$  ;
- trecho curvo entre este ponto e o ponto correspondente a resistência de escoamento convencional  $f_{yd}$  ;
- um patamar constante deste ponto em diante

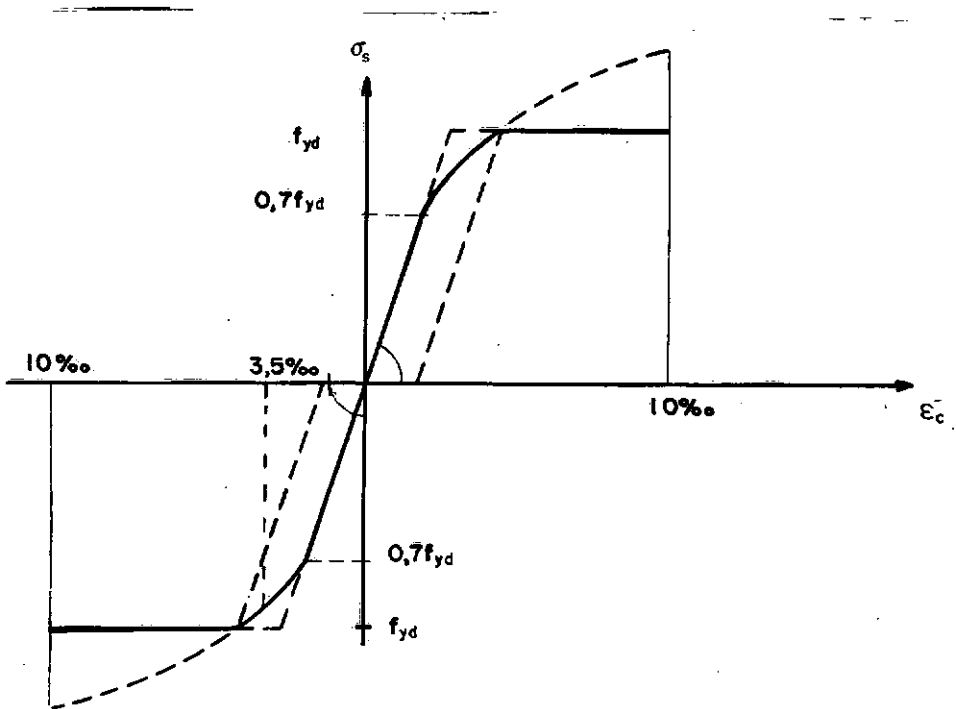


Figura 6.4 - Diagrama simplificado

Quando o projetista ignora se o aço a ser empregado na obra será do tipo A (dureza natural) ou tipo B (encruado), a NBR-6118 recomenda o emprego de um diagrama misto formado pelas condições mais desfavoráveis de ambos os diagramas (Fig. 6.3).

O diagrama da (Fig. 6.4) é definido pelas seguintes expressões :

- para  $0 < | \sigma_s | \leq 0,7f_{yd}$

$$\epsilon_s = \sigma_s / E_s \quad (6.4)$$

- para  $0,7f_{yd} < | \sigma_s | \leq f_{yd}$

$$\epsilon_s = | \sigma_s | / E_s + ( | \sigma_s | / f_{yd} - 0,7 )^2 \quad (6.5)$$

Para a parte curva do diagrama, a NBR-6118 adotou a curva de 2<sup>o</sup> grau, tendo em vista os ensaios de tração procedidos nos aços B brasileiros.

O módulo de deformação longitudinal do aço é tomado como  $E_s = 2,1 \times 10^7 \text{ tf / m}^2$ .

## CAPÍTULO VII

## VIGAS

No caso do elemento de grelha, além do problema da flexão e do esforço cortante, agindo conjuntamente, há que se adicionar o efeito da torção a que a maioria dos elementos da estrutura estão sujeitos.

Pode-se, entretanto, quando do dimensionamento da seção à flexão, sem prejuízo de precisão, desprezar-se os efeitos do cortante e torsor.

**7.1 SOLICITAÇÕES PRODUTORAS DE TENSÕES NORMAIS**

Utilizou-se o título solicitações produtoras de tensões normais como é usado por certos autores [24], para referir-se à expressão "solicitações normais" que foi introduzida pelo CEB para designar os esforços solicitantes  $M$  e  $N$ .

Todavia, a inexistência de esforço normal em elementos de grelhas, permite que sejam as vigas dimensionadas à flexão simples, portanto dentro dos domínios 2, 3 e 4 da figura 6.1.

A formulação utilizada neste capítulo constitui uma adaptação do processo de Löeser [21] tendo em vista as hipóteses de cálculo citadas no capítulo anterior. A notação sofreu pequenos reparos - coeficiente adimensional  $\beta_x$  no lugar de  $k_x$  e a introdução do coeficiente  $k_5$ .

### 7.1.1 DIMENSIONAMENTO COM ARMADURA SIMPLES

Como se pode notar na figura 7.1 a distribuição de tensões na zona comprimida de concreto fornece um trecho parabólico e outro retangular. Para efeito de estabelecimento de fórmulas considerou-se dois diagramas - um exclusivamente parabólico (sub-domínio 2a) e outro retangular parabólico (sub-domínio 2b e domínios 3 e 4) - dividindo o problema em três casos :

- a) correspondente ao sub-domínio 2a;
- b) correspondente ao sub-domínio 2b;
- c) correspondente aos domínios 3 e 4.

O primeiro caso se dá quando  $\epsilon_c \leq 2\%$  simultaneamente com  $\epsilon_{sd} = 10\%$  estado-limite último de deformação plástica excessiva.

Do diagrama de deformações, como veremos na figura 7.2, decorre :

$$\frac{\epsilon_c}{10} = \frac{x}{d - x} \quad (7.1)$$

$$\text{com } \beta_x = \frac{x}{d} \quad (7.2)$$

$$\text{ou ainda, } \beta_x = \frac{\epsilon_c}{10 + \epsilon_c} \quad (7.3)$$

No limite,  $\epsilon_c = 2\%$ , teremos que  $\beta_x = 1/6$ , definindo, assim, o intervalo para o primeiro caso como  $0 \leq \beta_x \leq 0,167$ , tensão máxima de compressão  $\sigma_c \leq \sigma_{cd}$ .

Quando a deformação de compressão  $\epsilon_c$  varia de  $2\%$  a  $3,5\%$  (Fig. 7.3), temos no limite  $\beta_x = 3,5/13,5$ , limitando o segundo caso no intervalo de  $0,167 < \beta_x < 0,259$  continuando ainda  $\epsilon_{sd} = 10\%$ .

Finalmente, a partir de  $\beta_x = 0,259$  começa o terceiro caso, com  $\epsilon_c = \epsilon_{cd}$  constante e igual a  $3,5\%$ , enquanto  $\epsilon_{sd}$  diminui de  $10\%$  até  $\epsilon_{yd}$  (domínio 3) e de  $\epsilon_{yd}$  a zero (domínio 4). Trata-se de estado-limite último de ruptura. Por convenção, chamaremos de  $\beta_{x_{lim}}$  o valor correspondente ao limite entre os domínios 3 e 4.

Para efeito do desenvolvimento das fórmulas do terceiro caso foi definido o intervalo de  $0,259 \leq \beta_x \leq \beta_{x_{lim}}$ , domínio 3 (Fig. 7.4). Devido à impossibilidade de satisfazer às equações de equilíbrio no domínio 4, contudo, as fórmulas continuam valendo para este.



### 7.1.1.1 AS EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

As equações de equilíbrio são duas, exprimindo que os esforços resistentes formam um binário oposto ao momento solicitante :

$$N_d = 0 \quad (7.4)$$

$$M_d = \gamma_f \cdot M = R_{cc} \cdot z = R_{st} \cdot z \quad (7.5)$$

Onde  $R_{cc}$  e  $R_{st}$ , dados em valor absoluto, são os valores de cálculo das resultantes de compressão no concreto e de tração no aço, respectivamente :  $\gamma_f$  é o coeficiente de majoração das cargas e  $M_d$  o momento de cálculo, ou seja, o momento solicitante  $M_k$  ou  $M$ , majorado por  $\gamma_f$ . As demais notações encontram-se na figura 7.1.

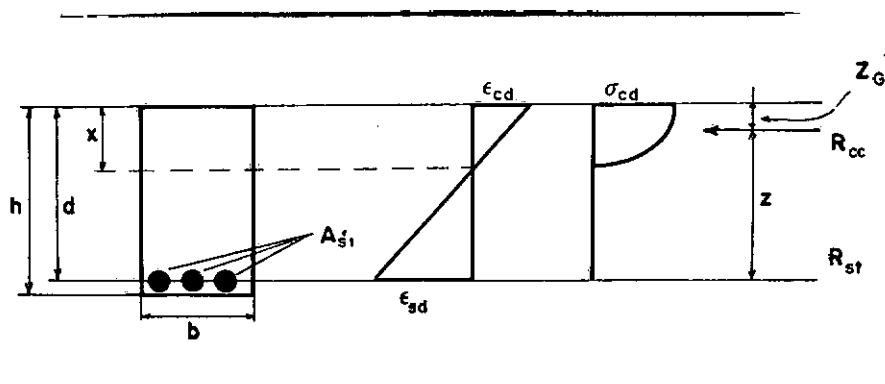


Figura 7.1 - Diagramas de tensão e deformação da seção

### 7.1.1.2 DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE $\beta_z$

Seja  $x$  a profundidade da linha neutra real e  $\nu$  a distância a ela de uma fibra genérica, onde atua a tensão  $\sigma'_c$  (Fig. 7.2). A resultante das tensões é dada por :

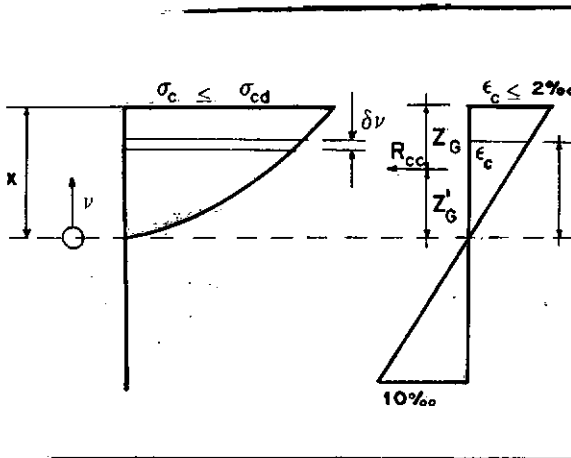


Figura 7.2 - Diagrama de deformações no sub-domínio 2a

$$R_{cc} = b \int_0^x \sigma'_c \cdot d\nu ; \quad (7.6)$$

A partir da eq. (6.2) temos para o caso do sub-domínio 2a :

$$\sigma'_c = \sigma_{cd} \left( \epsilon'_c - \epsilon_c^2/4 \right) \quad (7.7)$$

Da figura 7.2,

$$\epsilon'_c = \epsilon_c \frac{\nu}{x} \quad (7.8)$$

Tomando o valor da eq. (7.1) na eq. (7.8) e integrando a eq. (7.6) decorre que a resultante interna de compressão no concreto vale :

$$R_{cc} = b \cdot \text{área hachurada} = \frac{b \cdot 5\sigma_{cd} \cdot x^2 (3d - 8x)}{3(d - x)^2} \quad (7.9)$$

Determina-se então o centro de gravidade da área hachurada a fim de encontrar a posição de  $R_{cc}$ , pelo que tem-se :

$$\text{área hachurada } z'_G = \int_0^x \sigma'_c \cdot v \, dv ; \quad (7.10)$$

$$z_G = x - z'_G \quad (7.11)$$

Para o braço de alavanca das forças internas tem-se :

$$z = d - z_G \quad (7.12)$$

Introduzindo agora os coeficientes adimensionais :

$$\beta_z = \frac{z}{d} = 1 - \beta_{z_G} \quad (7.13)$$

$$\beta_{z_G} = \frac{z_G}{d} \quad (7.14)$$

resulta a expressão (7.15) válida para  $0 \leq \beta x \leq 0,167$  :

$$\beta z = \frac{12 - 9\beta x(4 - \beta x)}{4(3 - 8\beta x)} \quad (7.15)$$

Para o sub-domínio com diagrama retangular parabólico (Fig. 7.3) vem :

$$R_{cc} = b \int_0^a \sigma_c'' \cdot d\nu + b \int_a^{a+x'} \sigma_c'' \cdot d\nu ; \quad (7.16)$$

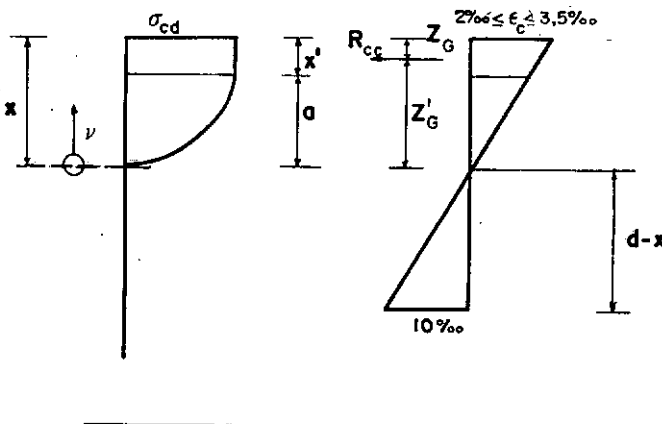


Figura 7.3 - Diagrama de deformações no sub-domínio 2b

Da eq. (7.7) resulta o valor de  $\sigma_c'$  e da eq. (6.3) vem :

$$\sigma_c'' = \sigma_{cd} \quad (7.17)$$

Da figura 7.3 obtém-se,

$$\epsilon'_c = \epsilon_c \frac{v}{a} \quad (7.18)$$

$$\text{onde } \epsilon'_c = \frac{10a}{d - x} \quad (7.19)$$

Assim, para o primeiro termo da integral da eq. (7.16) fica:

$$b \int_0^{a+x'} \sigma'_c \cdot dV = \frac{b \cdot 2\sigma_{cd}}{3} a \quad (7.20)$$

da mesma forma com,

$$x' = \frac{6x - d}{5} ; a = \frac{d - x}{5} \quad (7.21)$$

para o segundo termo da eq. (7.16) ter-se-á :

$$b \int_0^{a+x'} \sigma''_c \cdot dV = b \cdot \sigma_{cd} = x' \quad (7.22)$$

definindo a resultante como sendo,

$$R_{cc} = \frac{b \cdot \sigma_{cd}}{15} (16x - d) \quad (7.23)$$

Da mesma forma que no primeiro caso resolve-se as equações (7.10) a (7.14) determinando o braço de alavanca das forças internas  $z$  e o coeficiente adimensional para  $0,167 < \beta_x < 0,259$ ,

$$\beta_z = - \frac{171\beta_x^2 + 342\beta_x - 21}{20(16\beta_x - 1)} \quad (7.24)$$

Para os domínios 3 e 4 com  $\epsilon_{cd} = 3,5\%$  decorrem da figura 7.4 as seguintes relações :

$$\frac{2}{a} = \frac{3,5}{x} \quad ; \quad x = a + x' \quad (7.25)$$

que podem ser escritas da seguinte forma :

$$a = \frac{4}{7} x \quad ; \quad x' = \frac{3}{7} x \quad (7.26)$$

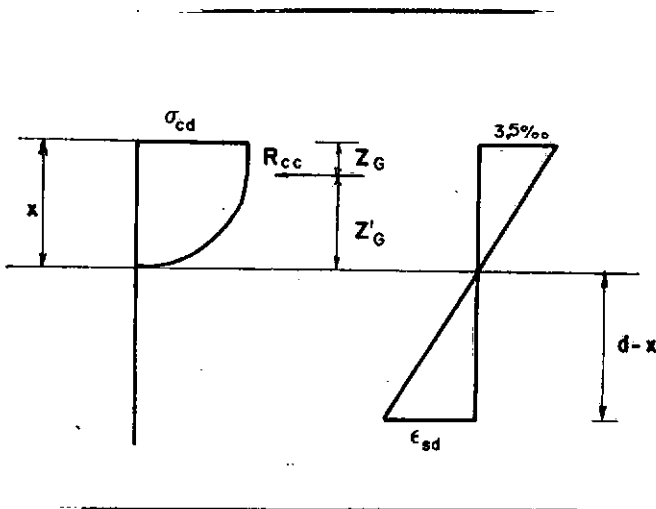


Figura 7.4 - Diagrama de deformações nos domínios 3 e 4

Substituídas estas relações nas equações (7.20) e (7.22) a resultante torna-se :

$$R_{cc} = \frac{17}{21} b \cdot \sigma_{cd} \cdot x \quad (7.27)$$

Novamente, resolvendo-se as equações de (7.10) a (7.14), obtém-se :

$$\beta_z = 1 - \frac{99}{238} \beta_x \quad (7.28)$$

#### 7.1.1.3 DETERMINAÇÃO DO COEFICIENTE $\beta_x$

Para simplificação seja primeiramente a resultante  $R_{cc}$  em função de um coeficiente auxiliar e das dimensões da peça :

$$R_{cc} = k_5 \cdot b \cdot d \quad (7.29)$$

Agora a equação (7.5) de equilíbrio dos momentos fica :

$$M_d = \gamma_f \cdot M = R_{cc} \cdot z = k_5 \cdot \beta_z \cdot b \cdot d^2 ; \quad (7.30)$$

Introduzindo agora o coeficiente,

$$k_6 = \frac{\gamma_f}{k_s \cdot \beta_z} = \frac{b \cdot d^2}{M} \quad \text{e} \quad \beta_6 = k_6 \cdot f_{ck} \quad (7.31)$$

pode-se então determinar o valor de  $\beta_x$  para os três casos. Assim, no primeiro caso, levando em conta as expressões (7.9), (7.15) e (7.29) :

$$k_6 = \frac{2,4\gamma_f(1 - \beta_x)^2}{0,85f_{cd} \cdot \beta_x^2 [12 - 9\beta_x(4 - \beta_x)]} \quad (7.32)$$

Analogamente, para os dois outros casos :

$$k_6 = \frac{300\gamma_f}{0,85f_{cd} [-171\beta_x^2 + 342\beta_x - 21]} \quad (7.33)$$

$$k_6 = \frac{21\gamma_f}{14,45f_{cd} \cdot \beta_x [1 - \frac{99}{238} \beta_x]} \quad (7.34)$$

Como neste trabalho são pré-fixadas as dimensões da peça, utiliza-se o coeficiente  $k_6$  para determinar em qual dos três casos se dará o dimensionamento :

1º Caso : Se  $\beta_6 \geq 22,1364$

2º Caso : Se  $22,1364 < \beta_6 < 12,3149$

3º Caso : Se  $\beta_6 \leq 12,3149$



Levando o valor da eq. (7.31) às equações (7.32), (7.33) e (7.34) pode-se conhecer o valor de  $\beta_x$ , sendo que no primeiro caso, devido à eq. (7.32) ter um grau elevado, foi impossível explicitar  $\beta_x$  utilizando-se, então, o método iterativo de Newton. Nos outros casos a resolução foi direta uma vez que as equações (7.33) e (7.34) são do 2º grau.

#### 7.1.1.4 DETERMINAÇÃO DA ÁREA DA ARMADURA

Da equação de equilíbrio (7.5) decorre :

$$\gamma_f \cdot M = R_{st} \quad z = A_s \cdot \sigma_{sd} \cdot \beta_z \cdot d \quad (7.35)$$

onde  $\sigma_{sd}$  é a tensão de cálculo na armadura tracionada, daí :

$$A_s = \frac{\gamma_f \cdot M}{\sigma_{sd} \cdot \beta_z \cdot d} \quad (7.36)$$

tratando-se de peça no domínio 2 ou 3,  $\sigma_{sd} = f_{yd}$ . No caso de peça super-armada, deformação de cálculo no aço  $\epsilon_{sd} < \epsilon_{yd}$ , tem-se :

$$\epsilon_{sd} = \frac{3.5(1 - \beta_x)}{\beta_x} \text{‰} \quad (7.37)$$

Neste caso tem-se a tensão de cálculo,  $\sigma_{sd} = f$  ( $\epsilon_{sd}$ ) como já foi visto no capítulo anterior.

### 7.1.2 DIMENSIONAMENTO COM ARMADURA DUPLA

Uma vez que as dimensões  $b$  e  $d$  da peça sejam pré-fixadas por razões construtivas ou arquitetônicas, poderia ocorrer, para valores elevados do momento fletor, a necessidade do calculista entrar em zonas não recomendáveis do domínio 4. A fim de evitar tais situações recorre-se ao dimensionamento com armadura dupla.

#### 7.1.2.1 AS EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO

Uma vez que o momento de cálculo é maior que o momento resistente provocado pelo binário  $R_{cc}$  e  $R_{st}$ , coloca-se armadura na zona de compressão formando um novo binário, aço tracionado - aço comprimido, para resistir ao momento excedente (Fig. 7.5).

$$M_{lim} = R_{cc} \cdot z = R_{st_{lim}} \cdot z \quad (7.38)$$

$$\Delta M_d = R_{sc} \cdot z' = R'_{st} \cdot z \quad (7.39)$$

$$M_d = M_{lim} + \Delta M_d \quad (7.40)$$

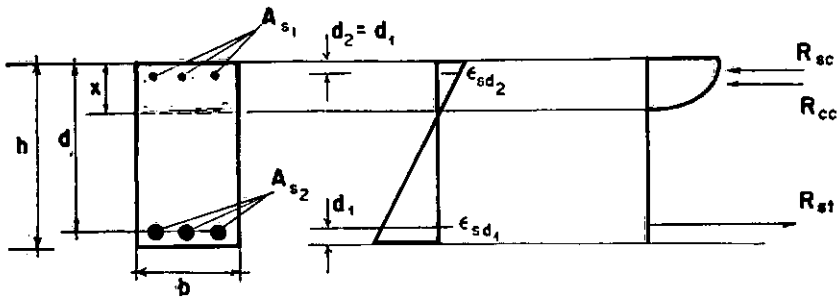


Figura 7.5 - Diagramas de tensão e deformação da seção com armadura dupla

#### 7.1.2.2. DETERMINAÇÃO DAS ÁREAS DE ARMADURA

A armadura total de tração  $A_{s1}$  fica :

$$A_{s1} = A_s + \Delta A_s$$

Sendo a parcela  $A_s$ , que corresponde a  $M_{lim}$ , determinada pelo  $\beta_{x_{lim}}$  :

$$\beta_{x_{lim}} = \frac{3,5}{3,5 + \epsilon_{yd}} , \text{ com } \epsilon_{yd} \text{ em } \% \quad (7.41)$$

$$A_s = \frac{M_{lim}}{\sigma_{sd} \cdot \beta_{z_{lim}} \cdot d} \quad (7.42)$$

$\Delta A_s$  é determinado pela equação de equilíbrio :

$$\gamma_f \cdot \Delta M = \Delta A_s \cdot \sigma_{sd1} \cdot (d - d_2) = A_{s2} \cdot \sigma_{sd2} \cdot (d - d_2) ; \quad (7.43)$$

de onde,

$$\Delta A_{s2} = \frac{\gamma_f \cdot \Delta M}{\sigma_{sd1} \cdot (1 - d_2/d) d} \quad (7.44)$$

Analogamente

$$A_{s2} = \frac{\gamma_f \cdot \Delta M}{\sigma_{sd2} \cdot (1 - d_2/d) d} \quad (7.45)$$

Nos dois primeiros casos, estado-limite de deformação plástica, enquanto  $\epsilon_{sd1}$  permanece constante e igual a 10‰ tem-se,

$$\frac{\epsilon_{sd2}}{x - d_2} = \frac{10}{d - x} \quad (7.46)$$

Já no terceiro caso,  $\epsilon_{sd1}$  é variável  $\epsilon_{cd} = 3,5‰$  ,

e

$$\frac{\epsilon_{sd2}}{x - d_2} = \frac{3,5}{x} \quad (7.47)$$

### 7.1.3 DIMENSIONAMENTO ECONÔMICO

O estudo a seguir, tem um caráter primordialmente indicativo, para que se possa obter uma minimização do custo do projeto através de sucessivas execuções do programa ADEECA (Análise e Dimensionamento de Estruturas de Edifícios de Concreto Armado), embora tenha sido utilizado também para criar certos dispositivos no programa, permitindo uma maior flexibilidade para o projetista.

O estudo foi dividido em dois casos :

- seção retangular sem restrição para a altura útil ;
- seção retangular com as dimensões definidas.

#### 7.1.3.1 SEÇÃO SEM RESTRIÇÃO PARA A ALTURA ÚTIL

Geralmente, quando o projeto não impõe restrição para  $d$ , o dimensionamento econômico corresponde à armadura simples.

Sejam

$p_c$  = preço  $p/m^3$  do concreto simples, incluindo formas ;

$p_s$  = preço  $p/kg$  do aço ;

$p$  = relação entre preços de igual volume dos dois materiais

$$p = \frac{7850p_s}{p_c} \quad (7.48)$$

uma vez que  $1 \text{ m}^3$  de aço pesa 7850 kg.

O estudo de dimensionamento econômico neste caso, consiste em determinar a relação entre a área de aço e a área de concreto, ou seja a taxa de armadura  $\rho$ , que para uma determinada relação  $p$ , produza um menor custo por metro linear de viga.

Apenas, indicar-se-á aqui, o valor de  $\rho_{\text{econ}}$  por se tratar de um estudo apenas complementar e com necessidade de extensa dedução de fórmulas para elucidar o problema. Ressalta-se porém, que o estudo completo sobre o dimensionamento, encontra-se em, [19], sendo para  $0,167 < \beta_x < 0,259$

$$\rho_{\text{econ}} = \frac{\alpha + 0,001949p}{\alpha(\alpha + p)} \quad , \quad (7.49)$$

$$\text{Com } \alpha = \sigma_{sd} / \sigma_{cd} \quad (7.50)$$

e

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} \quad (7.51)$$

é possível expressar  $\beta_x$  para o segundo, dos casos de dimensionamento citados no item 7.1 :

$$\beta_x = \frac{15\alpha \cdot \rho + 1}{16} \quad (7.52)$$

Finalmente, substituindo (7.49) em (7.52) tem-se :

$$\beta_{x_{econ}} = 0,0625 + 0,9375 \frac{\alpha + 0,001949p}{\alpha + p} \quad (7.53)$$

Da mesma forma, para  $0,259 \leq \beta_x \leq \beta_{x_{lim}}$  :

$$\rho_{econ} = \frac{289}{297\alpha + 289p} \quad (7.54)$$

Novamente de (7.50) e (7.51) encontra-se :

$$\beta_x = \frac{21}{17} \alpha \cdot \rho \quad (7.55)$$

de onde, ao substituir-se  $\rho$  pelo valor de (7.54)

$$\beta_{x_{econ}} = \frac{357\alpha}{297\alpha + 289p} \quad (7.56)$$

Assim, se for encontrado para  $\beta_x$  em (7.56) um valor que corresponda ao sub-domínio 2b, deve-se utilizar então a expressão (7.53) para determinar  $\beta_{x_{econ}}$ . No sub-domínio 2a não há valor prático na dedução de  $\beta_x$ , visto que a relação  $p$  dificilmente alcançará um valor que corresponda a  $\beta_{x_{econ}} < 0,167$ .

Ressalta-se, ainda, que os valores encontrados para  $d$  de modo que  $\beta_x = \beta_{x_{econ}}$ , devem ser analisados com cuidado, pois à medida em que a altura cresce, diminui o

valor da armadura necessária, mas em contrapartida aumenta o valor da armadura mínima exigida por norma.

Deve-se considerar também o fato de que existe, para peças de altura superior a 30 cm, uma zona de má aderência do concreto, o que pode significar aumento das ancoragens e, para peças com altura superior a 60 cm, a necessidade de se colocar armaduras de pele.

#### 7.1.3.2 SECÃO COM DIMENSÕES FIXADAS

Em muitos casos a seção é definida por motivos de arquitetura ou de construção. Nestes casos em que a seção está fixada (gasto de concreto constante), a economia consiste em minimizar a armadura.

Neste caso sendo  $\mu$  o momento reduzido dimensional definido por :

$$\mu = \frac{\gamma_f \cdot M}{\sigma_{cd} \cdot b \cdot d^2} \quad (7.57)$$

e sendo  $d\mu/d\rho$  a derivada do momento reduzido em relação à taxa de armadura, que mede o crescimento do momento resistente com a taxa de armadura  $\rho$ , a pesquisa de  $\beta_{x_{econ}}$  consiste em comparar as soluções com armadura simples e dupla, ou seja, confrontar-se  $d\mu/d\rho$  e  $d\mu/d(\rho_1 + \rho_2)$ .



## 7.1.3.2.a AÇO CLASSE A

Nos aços classe A, para posições elevadas de linha neutra na seção fixada, isto é, quando M corresponder a um valor de  $\beta_x$ , tal que  $\beta_x < 5 \beta_x/8 \leq \beta_{x_{lim}}$ , os valores de  $d\mu/d(\rho_1 + \rho_2)$ , a solução corresponde a armadura simples com

$\beta_{econ}$ :

$$\beta_x = \frac{1 - \sqrt{1 - 2\mu}}{0,8} \quad (7.58)$$

Crescendo M, ou seja crescendo  $\beta_x$ , os valores de  $d\mu/d\rho$  irão caindo.

Quando se tiver

$$\beta_x = \frac{5}{8} \beta_h \quad (7.59)$$

as derivadas com armaduras simples e dupla serão iguais. A partir daí, aumentando-se  $\beta_x$ ,  $d\mu/d\rho$  decresce enquanto  $d\mu/d(\rho_1 + \rho_2)$  permanece constante. De onde se conclui que a partir do  $\beta_x$  da expressão (7.59), a armadura dupla é a solução mais econômica.

Assim chega-se para os aços classe A, que o ponto econômico será um ponto vizinho ao ponto A (Fig. 7.6) ou até mesmo o próprio ponto A.

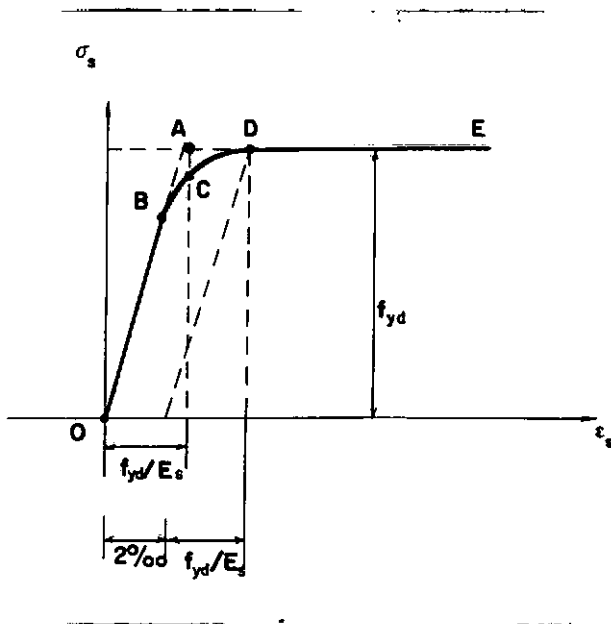


Figura 7.6 - Limites de escoamento dos aços

#### 7.1.3.2.b AÇO CLASSE B

Com o fim de elucidar a questão do dimensionamento econômico nos aços classe B, será necessário um pequeno comentário a respeito do  $\beta_{x_{lim}}$ .

Alguns autores preferem adotar para o valor  $\beta_{x_{lim}}$  nos aços classe B, o mesmo valor determinado para os aços classe A. Tais autores estão adotando como limite, o ponto C da curva do aço classe B (Fig. 7.6). De fato, se a deformação correspondente ao ponto A, no aço classe A, é considerada suficiente para fissurar o concreto a ponto de fornecer o aviso prévio de iminência de esgotamento da seção, não há porque recusar o ponto C, que possui deformação igual.

Todavia, por convenção, adotou-se para  $\beta_{x_{lim}}$  o valor correspondente ao ponto onde se inicia o escoamento convencional. Assim, por coerência, continuamente chamando de  $\beta_{x_{lim}}$  nos aços classe B, o valor correspondente ao ponto D da figura 7.6 e de  $\beta_{x_4}$  o valor correspondente ao ponto C, que delimita a faixa utilizável no domínio 4, trecho CD, como sendo  $\beta_{x_{lim}} < \beta_x < \beta_{x_4}$  (super-armado utilizável).

Na realidade notar-se-á que para  $\beta_{x_{econ}}$  nos aços classe B, quando não for o próprio  $\beta_{x_{lim}}$ , será um valor próximo a este, na faixa de super-armado utilizável.

Tabela 7.1 - Valores econômicos de  $\beta_x$  para armadura simples

AÇO	Valores de $\beta_x$ para $\beta_h$ igual a :							
	1,02	1,05	1,08	1,10	1,12	1,15	1,18	1,20
CA-25	0,64	0,66	0,68	0,69	0,70	0,72	0,74	0,75
CA-32	0,64	0,66	0,68	0,69	0,70	0,72	0,72	0,72
CA-40A	0,64	0,66	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67
CA-40B	0,49	0,49	0,49	0,49	0,49	0,49	0,51	0,52
CA-50A	0,62	0,62	0,62	0,62	0,62	0,62	0,62	0,62
CA-50B	0,46	0,46	0,47	0,47	0,47	0,49	0,51	0,52
CA-60B	0,44	0,44	0,44	0,45	0,46	0,48	0,50	0,51

A solução analítica levaria a expressões muito complexas, optou-se, então, pelo cálculo numérico das

derivadas, tabelando-se os valores de  $\beta_{econ}$ . Assim, os valores da tabela 7.1 representam o limite até o qual é vantajoso o uso de armadura simples.

Convém salientar que no intuito de facilitar o cálculo dos valores da tabela 7.1, adotou-se sempre o diagrama simplificado (retangular) de tensões no concreto.

#### 7.1.4 MECANISMO DE CÁLCULO DO PROGRAMA

O projetista poderá escolher, mediante uma opção de entrada, se deseja ou não a utilização dos limites econômicos tabelados para  $\beta_x$ . Em caso afirmativo, e unicamente para os aços classe B, o cálculo poderia deixar de ser no domínio 3, passando a uma faixa econômica no domínio 4 e que possa produzir um estado de fissuração na iminência da ruptura, semelhante ao "aviso prévio" fornecido no domínio 3.

No caso do projetista não desejar utilizar os limites tabelados, o limite de  $\beta_x$  para uso de armadura simples será  $\beta_{x_{lim}}$ .

Independente da escolha tomada pelo projetista, o programa fornecerá certos valores para auxiliar o projetista em um possível redimensionamento da peça. Tais valores são a altura  $h$  da peça, bem como o  $\beta_x$  com o qual a altura tiver

sido calculada. Sendo h dado por :

$$h = d + \varnothing/2 + c \quad (7.60)$$

onde c é o cobrimento da peça,  $\varnothing/2$  é a metade do diâmetro da armadura longitudinal, tomado 0,5 cm e d altura útil dada por :

$$d = K_2 \sqrt{\frac{M}{b}} \quad (7.61)$$

$$K_2 = \sqrt{K_6} \quad (7.62)$$

Serão assim, calculados valores de h, para  $\beta_x$ , a fim de indicar em que domínio a peça foi dimensionada, para  $\beta_{x_{lim}}$  e  $\beta_{x_{econ}}$ , com o intuito de fornecer dados para um redimensionamento da peça e finalmente para  $\beta_{x_4}$ , também para um redimensionamento da peça, contudo, este valor só terá sentido se a peça tiver dimensões fixadas.

Ressalta-se o fato de que estes valores tem apenas caráter indicativo pois deve-se levar em conta que estes valores devem ser ajustados às combinações de larguras de sarrafos e tábuas.

A escolha dos limites econômicos, ou seja, do dimensionamento usando tais limites, pode ser feita independentemente para cada barra.

## 7.2 SOLICITAÇÕES TANGENCIAIS

O estudo de uma peça de concreto armado submetida a esforços tangenciais, é feito de maneira diversa daquele realizado para avaliar a resistência, desta mesma peça, ao momento fletor, pois neste caso o estudo pode ser feito para cada seção da peça isoladamente.

Já quando se trata de medir a resposta da estrutura a esforços cortantes e/ou de torção, é importante que se analise o comportamento da peça como um todo, em virtude de serem os mecanismos que regem o problema, quase sempre de natureza tridimensional.

### 7.2.1 CISALHAMENTO

No estudo aqui apresentado o combate ao esforço cortante nas peças de concreto armado será feito apenas por estribos a  $90^\circ$ .

A partir deste conceito Ritter, no final do século passado (1899), e depois Mörsch (1904), idealizaram que o comportamento das vigas de seção constante em concreto armado, devido ao esforço cortante e que possuam armaduras transversais, após a fissuração, se assemelham às treliças.

### 7.2.1.1 TENSÕES DE CISALHAMENTO NO ESTÁDIO I

No caso geral, ter-se-á um elemento de comprimento  $dx$  de peça, compreendido entre duas seções  $S$  e  $S'$  (Fig. 7.7a), submetida à atuação de momento fletor, esforço normal e esforço cortante, estando a distribuição de tensões normais nas faces extremas do mesmo representada na figura 6.7b. Cortando este elemento por uma seção C-C, paralela ao plano que contém o eixo longitudinal da peça e a linha neutra da seção, o equilíbrio na direção do eixo ( $\Sigma x = 0$ ) se obterá graças ao aparecimento das tensões  $\tau$  de cisalhamento, cuja resultante deve equilibrar a diferença entre as resultantes das tensões normais  $R_c$  e  $(R_c + dR_c)$ , atuantes nas faces do elemento, conforme a figura 7.7.

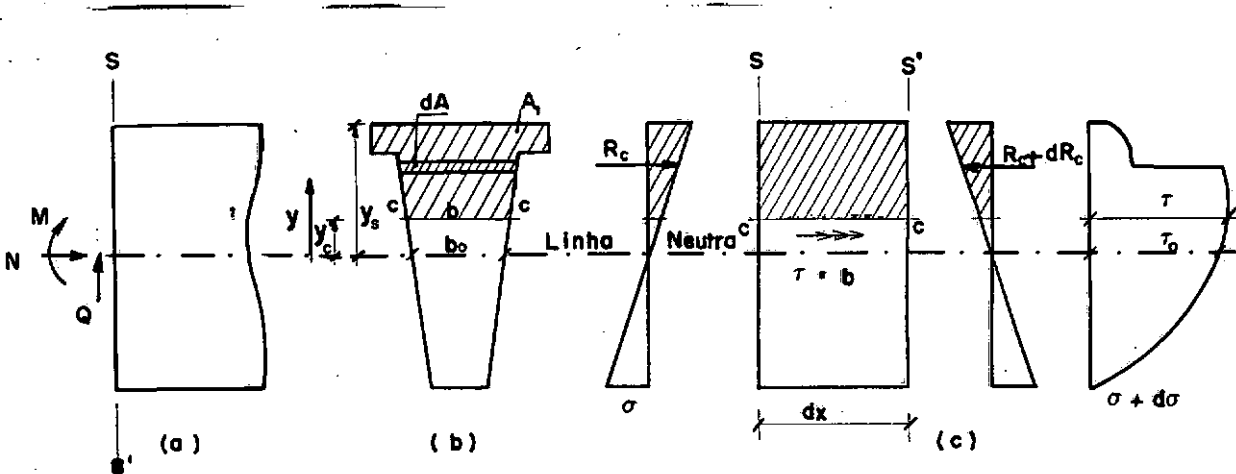


Figura 7.7 - Tensões de cisalhamento (estádio I)

Vem, então :

$$R_c + \tau \cdot b \cdot dx = R_c + dR_c, \quad (7.63)$$

ou seja

$$\tau = \frac{R_c}{b \cdot dx} \quad (7.64)$$

Lembrando que

$$\sigma(y) = \frac{N}{A} + \frac{M}{J} \cdot Y \quad (7.65)$$

e que

$$R_c = \int_{Y_c}^{Y_s} \sigma(y) \, dA, \quad (7.66)$$

temos

$$\begin{aligned} R_c &= \int_{Y_c}^{Y_s} \left( \frac{N}{A} + \frac{M}{J} \cdot Y \right) dA = \frac{N}{A} \int_{Y_c}^{Y_s} dA + \frac{M}{J} \int_{Y_c}^{Y_s} Y \, dA \\ &= \frac{N}{A} \cdot A_1 + \frac{M}{J} \cdot S_1 \end{aligned} \quad (7.67)$$

substituindo (7.67) em (7.66), obtém-se a expressão geral abaixo, que define o valor das tensões de cisalhamento,



$$\tau = \frac{1}{b} \cdot \frac{d}{dx} \left[ \frac{N}{A} \cdot A_1 + \frac{M}{J} \cdot S_1 \right] \quad (7.68)$$

onde  $J$  é a inércia da seção completa em relação à linha neutra e  $S_1$  é o momento estático da área  $A_1$  da seção situada acima da fibra C-C, em relação à linha neutra, dado por :

$$S_1 = A_1 \cdot Y_{G1} \quad (7.69)$$

Para o caso particular de flexão simples de peças com  $J$  constante, tem-se que o esforço normal é nulo,  $N = 0$ , e neste caso a expressão geral (7.68) se transformará em :

$$\tau = \frac{1}{b} \cdot \frac{d}{dx} \left[ \frac{S_1}{J} \cdot M_1 \right] = \frac{V \cdot S_1}{b \cdot J} \quad (7.70)$$

Ao nível da linha neutra, representado por  $\tau_0$  a tensão de cisalhamento ali atuante, fica:

$$\tau_0 = \frac{V \cdot S_1}{b_0 \cdot J} = \frac{V}{b_0 \cdot z} \quad (7.71)$$

Chega-se assim à forma da equação (7.71) lembrando que a relação entre  $J$  e  $S_1$  pode ser identificada como o braço de alavanca entre as resultantes da compressão ( $R_c$ ) e da tração ( $R_t$ ) oriundos da flexão, representando por  $z$ .

Contudo, as equações (7.68) e (7.71) são baseadas na hipótese da resistência dos materiais e na consideração da seção homogênea (sem fissuração), somente válidas no estágio I, de ocorrência pouco comum no concreto armado.

#### 7.2.1.2 TENSÕES DE CISALHAMENTO NOS ESTÁDIOS II E III

Seja, a mesma seção da figura 7.7b funcionando no estágio II (concreto já fissurado), submetida à flexão simples conforme mostra a figura (7.8).

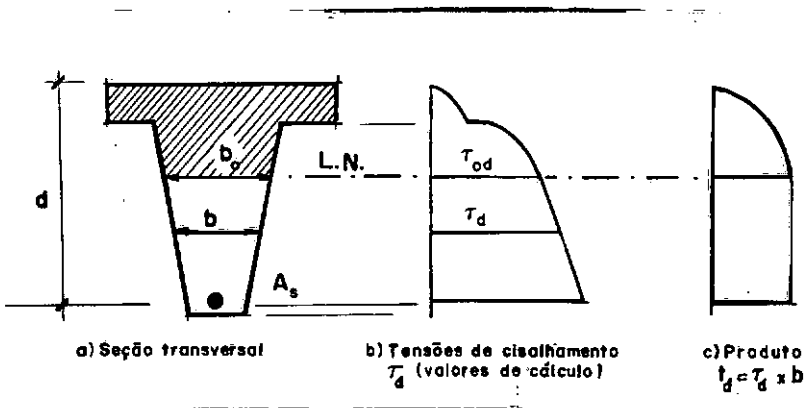


Figura 7.8 - Tensões de cisalhamento (estádio II)

As equações (7.68) e (7.71) permaneceriam válidas se feita a restrição de que todo o concreto tracionado fosse considerado inexistente e que admitida a distribuição linear de tensões de compressão no concreto, ao mesmo tempo em que a armadura  $A_s$  deveria ser tratada como uma área localizada de concreto igual a  $(n.A_s)$ , sendo  $n = E_s/E_c$ . Deste modo, entre a linha neutra e a armadura tracionada  $A_s$ , um valor do

produto  $(b \cdot \tau_1)$  permanece constante, já que nenhum acréscimo sofrerá  $S_1$  (eq. 7.64), tendo em vista a não consideração da área tracionada de concreto, logo o braço de alavanca  $Y_{G1}$ , permaneceria constante, sofrendo uma descontinuidade e caindo a zero ao encontrar a armadura tracionada,  $A_s$ .

O dimensionamento no estado-limite último na flexão simples, para solicitações de cálculo  $V_d$  e  $M_d$ , não admite distribuição linear mas, sim, parabólica das tensões de compressão oriundas de  $M_d$ , de modo que não mais permanecem válidas as equações (7.68) e (7.71). No entanto, a equação (7.71) continuará aplicável desde que considerado, no estado-limite último, para  $z$ , o valor obtido pela equação abaixo

$$z = K_z \cdot d \quad (7.72)$$

No intuito de simplificar o trabalho, toma-se um valor médio para  $K_z = 0,87$ , constante, tal que cobre (do lado da segurança) a grande maioria das atuações que ocorrem na prática. A tensão de cisalhamento  $\tau_d$  a um nível qualquer da zona tracionada, fica.

$$\tau_d = \frac{t_d}{b} = \frac{V_d}{b \cdot z} = \frac{1,15V_d}{b \cdot d} \quad (7.73)$$

No caso particular da linha neutra, tem-se :

$$\tau_{od} = \frac{t_d}{b_o} = \frac{1,15V_d}{b_o \cdot d} \quad (7.74)$$

Numa seção fissurada de concreto armado, os máximos valores de cálculo das tensões de cisalhamento (Fig. 7.8), costumam aparecer na região tracionada do concreto, entre a linha neutra e a armadura  $A_s$ . Apenas em casos particulares muito especiais e inusitados de seções comprimidas com largura caindo na direção das fibras mais comprimidas, pode vir a aparecer na região comprimida, a máxima tensão de cisalhamento, no estado-limite último.

### 7.2.1.3 A TRELIÇA DE MÖRSCH

Considerando um viga retangular ( $b_w \cdot h$ ) de concreto armado, biapoiada (Fig. 7.9) Mörsch admitiu, após a fissuração, seu funcionamento segundo um treliça, com banzo superior comprimido constituído pelo concreto, e o banzo tracionado pela armadura inferior, as diagonais tracionadas por uma armadura colocada com inclinação, arbitrária,  $\alpha$  ( $45^\circ$  à  $90^\circ$  com a horizontal) e as diagonais comprimidas a  $45^\circ$ , constituídas pelo concreto, conforme a figura 7.9.

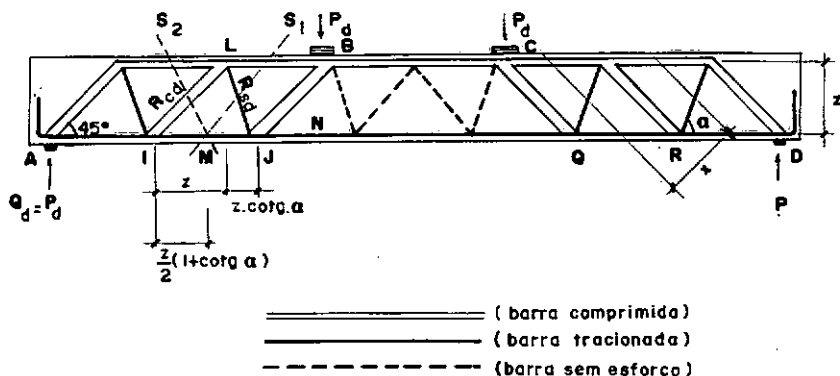


Figura 7.9 - Treliza clássica de Morsch

Os anos de ensaios, feitos desde a apresentação da treliza de Morsch até o dia de hoje, introduziram poucas modificações com relação às suas idéias fundamentais, entre estas estão as ligadas a inclinação das diagonais comprimidas, mas devido à dificuldade de determinar este ângulo usa-se normalmente  $45^\circ$ .

Isto posto, far-se-á a análise da treliza de Morsch representada na figura 7.9. Nota-se que, no trecho BC, compreendido entre as duas cargas  $P_d$  aplicadas, não há diagonais comprimidas ou tracionadas já que, no mesmo,  $V_d = 0$ , conforme o diagrama do cortante mostrado na figura 7.9. No caso, entretanto, de as cargas serem diferentes uma da outra, a lei de formação da treliza se manteria. Assim sendo, preferiu-se indicar as barras sem esforços em tracejado a fim de dar uma configuração isostática à

treliça que vamos analisar.

Da seção de Ritter S<sub>2</sub>, conforme a figura 7.9, por força da condição  $\Sigma Y = 0$ , temos :

$$R_{cd} \cdot \text{sen } 45^\circ = V_d' \quad (7.75)$$

$$R_{cd} = \sqrt{2} \cdot V_d \quad (7.76)$$

Sendo a faixa de viga solicitada por esta compressão igual a :

$$x = z(1 + \text{cotg } \alpha) \text{sen } 45^\circ \quad (7.77)$$

e tendo a viga uma largura  $B_w$ , esta compressão  $\sigma_{cd}$  é dada por :

$$\sigma_{cd} = \frac{R_{cd}}{b_w \cdot x} = \frac{\sqrt{2} \cdot V_d}{b_w \cdot z(1 + \text{cotg } \alpha) \text{sen } 45^\circ} \quad (7.78)$$

$$= \frac{2V_d}{b_w \cdot z(1 + \text{cotg } \alpha)} = \frac{2,3\tau_{wd}}{1 + \text{cotg } \alpha}$$

A expressão (7.78) mostra que a situação de compressão nas diagonais comprimidas, bielas comprimidas, da

treliça é função da inclinação da armação de tração. Assim, por exemplo, se os esforços da tração oriundos da força cortante forem, exclusivamente, absorvidos por barras verticais,  $\alpha = 90^\circ$ , a maior tensão de compressão na biela valerá  $\sigma_{cd} = 2,3\tau_{wd}$ , ao passo que se usar-se apenas barras inclinadas,  $\alpha = 45^\circ$ , a biela estará submetida a uma tensão de compressão  $\sigma_{cd} = 1,15\tau_{wd}$ , isto é, à metade daquela que se teria caso fossem empregados estribos verticais. De qualquer forma, a verificação do não-esmagamento da biela comprimida numa viga significará a comparação da resistência máxima à compressão da diagonal com aquela atuante no estado-limite último, dada pela expressão (7.78).

Da seção S1 (Fig. 7.9), ainda pela condição  $\Sigma Y = 0$ , vem que a resultante de tração é absorvida pelo trecho de viga com comprimento QR.

$$QR = L.J = z(1 + \cotg \alpha) \quad (7.79)$$

Desta forma supondo que a diagonal tracionada LJ seja, na realidade constituída por barras de aço colocadas, longitudinalmente, a cada  $A_{s\alpha}$ , mostrada na figura 7.10 tendo cada uma área  $A_{s\alpha}$  e sendo  $f_{yd}$  o valor de cálculo da tensão de tração no aço, tem-se que a força por comprimento unitário é :

$$r_{sd} = R_{sd}/L.J \quad (7.80)$$

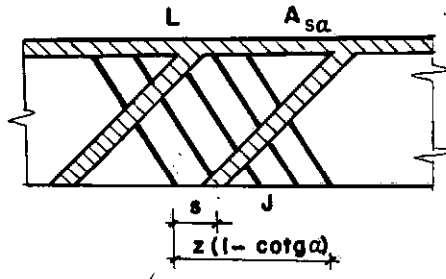


Figura 7.10 - Barras tracionadas resistentes num módulo típico da treliça

$$r_{sd} = \frac{V_d}{\text{sen } \alpha} \cdot \frac{1}{z(\cotg \alpha)} = \frac{V_d}{z(\text{sen } \alpha + \cos \alpha)}$$

sabendo que

$$\sigma_{sd} = F_t / A_{s\alpha} \quad (7.81)$$

onde  $F_t$  é a resultante das forças  $r_{sd}$  no trecho  $s$  entre duas treliças consecutivas :

$$F_t = r_{sd} \cdot s = \frac{V_d}{z(\text{sen } \alpha + \cos \alpha)} \quad (7.82)$$

e fazendo

$$\sigma_{sd} = f_{yd}' \quad (7.83)$$



substituindo as equações (7.82) e (7.83) em (7.81), fica

$$A_s = \frac{V_d \cdot s}{f_{yd} \cdot z (\sin \alpha + \cos \alpha)} \quad (7.84)$$

É interessante atribuir valores particulares para  $\alpha$  e ver seus reflexos sobre a quantidade de armação. Por exemplo, para  $\alpha = 45^\circ$ , tem-se :

$$A_{s45} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{s \cdot V_d}{z \cdot f_{yd}} \quad (7.85)$$

$$A_{s90} = \frac{s \cdot V_d}{z \cdot f_{yd}} \quad (7.86)$$

ou seja, uma armação exclusivamente em estribos verticais gasta maior área de barras de aço ( $\sqrt{2}$  vezes mais). No entanto, em termos de volume e, portanto, custo de armação, praticamente não haverá diferença, já que as barras dobradas a  $45^\circ$  terão comprimento  $\sqrt{2}$  vezes superior ao das barras verticais, o que as tornará consumidoras de pesos totais de armação virtualmente idênticos.

#### 7.2.1.4 DIMENSIONAMENTO AO ESFORÇO CORTANTE

O dimensionamento ao esforço cortante atuante numa viga de seção retangular na flexão simples, será feito de acordo com a NBR-6118.

Primeiramente, fixadas as dimensões da viga ( $b_w, h$ ), faz-se a verificação da tensão convencional de cisalhamento máximo,

$$\tau_{wd} = \frac{\gamma_f \cdot V}{b \cdot d_w} \quad (7.87)$$

que deve ser comparada com o valor último da tensão de cálculo,  $\tau_{wu}$ , a qual a norma define, para peças lineares com  $b_w < 5h$  se toda a armadura transversal calculada (barras dobradas e estribos) for inclinada a  $45^\circ$  sobre o eixo da peça, como sendo :

$$\tau_{wu} = 0,30f_{cd} < 550 \text{ tf/m}^2 \quad (7.88)$$

e para a peças lineares com  $b_w < 5h$  nos outros casos

$$\tau_{wu} = 0,25f_{cd} < 450 \text{ tf/m}^2 \quad (7.89)$$

Se  $\tau_{wd} < \tau_{wu}$ , as dimensões arbitradas poderão ser aceitas, caso contrário, deve-se alterar uma das dimensões até que a desigualdade seja atendida.

A armadura transversal das peças lineares, para resistir aos esforços oriundos da força cortante, deverá ser calculada pela teoria clássica de Morsch, com base na seguinte tensão ( $\text{tf/m}^2$ ) :

$$\tau_d = 1,15\tau_{wd} - \tau_c \quad (7.90)$$

com

$$\tau_c = \psi_1 \sqrt{f_{ck}} \quad \text{e} \quad f_{ck} \quad \text{em} \quad \text{tf/m}^2 ; \quad (7.91)$$

e

$$\psi_1 = 0,7 \quad \text{para} \quad \rho_1 \leq 0,001$$

$$\psi_1 = 1,4 \quad \text{para} \quad \rho_1 \leq 0,015$$

$$\psi_1 = 50\rho_1 + 0,65 \quad \text{para} \quad 0,001 < \rho_1 < 0,015$$

A tensão na armadura transversal, estribos, não poderá ultrapassar o valor da resistência de cálculo  $f_{yd}$ , não se tomando valores superiores a  $48000 \text{ tf/m}^2$ .

Sendo  $A_{sw}$  a seção transversal total de cada estribo, compreendendo todos os ramos que cortam o plano neutro, em uma viga cuja largura da nervura é  $b_w$  e cujos

estribos verticais estão espaçados de "s" cm, tem-se

$$\tau_d \cdot b_w \cdot s = A_{sw} \cdot f_{yd} \quad (7.92)$$

como por definição, porcentagem de armadura transversal é

$$\rho_w = A_{sw} / (b_w \cdot s) \quad (7.93)$$

resulta

$$\tau_d = (A_{sw} / (b_w \cdot s)) \cdot f_{yd} \quad (7.94)$$

$$\tau_d = \rho_w \cdot f_{yd} \quad (7.95)$$

Conhecido o valor de  $\rho_w$  determina-se a seção transversal do estribo e seu espaçamento, arbitrando-se sempre um dos valores. Normalmente, parte-se do diâmetro mínimo do estribo, conforme a NBR-6118, onde tem-se que :

"O diâmetro das barras não deve ultrapassar 1/12 da alma nem ser inferior a 5 mm, exceto no caso das telas soldadas".

Quanto ao espaçamento "s" tem-se :

"O espaçamento dos estribos medidos paralelamente ao eixo da peça, deve ser no máxima igual a  $0,5d$ , não podendo ser maior que 30 cm. Se houver armadura longitudinal de compressão, o espaçamento dos estribos medido ao longo daquela armadura, não pode, ser maior que  $21\phi$  das barras longitudinais no caso do aço CA-25 e CA-32 e  $12\phi$ , no caso de aço CA-40, CA-50 e CA-60".

Também para a armadura transversal existe uma armadura mínima  $A_{s_w \min}$ , de 0,25% da área da seção de concreto no caso dos ços CA-25 e CA-32 e 0,14% para o caso dos aços CA-40, CA-50 e CA-60, não se tomando para  $b_w$ , valores maiores que  $d$ .

Determina-se então a força cortante que corresponde à percentagem mínima de armadura transversal constituída por estribos verticais, a qual denominar-se-á  $V_{\min}$ .

$$V_{d \min} = \tau_{wd \min} \cdot b_w \cdot d \quad (7.96)$$

sendo

$$\tau_{wd \min} = (\tau_{d \min} + \tau_c) / 1,15 \quad (7.97)$$

e

$$V_{\min} = \frac{\rho_{w_{\min}} \cdot f_{yd} + \tau_c}{1,15\gamma_f} \cdot b_w \cdot d \quad (7.98)$$

Se a força cortante do semitramo da viga for menor ou igual a  $V_{\min}$ , pode-se imediatamente adotar a armadura transversal

$$A_{sw_{\min}} = \rho_{w_{\min}} \cdot b_w \cdot s, \quad (7.99)$$

### 7.2.2 TORÇÃO

Caso se trate ou não de uma solicitação indispensável ao equilíbrio e estabilidade da peça em estudo, no seu estado-limite último, optou-se por dividir a torção em dois grupos : torção de equilíbrio e torção de compatibilidade (Fig. 7.11).

Denomina-se torção de compatibilidade a solicitação de torção produzida por compatibilidade de deformação do elemento, não sendo essencial ao equilíbrio do sistema. Tendo em vista que a rigidez a torção do elemento é muito reduzida por efeito da fissuração, as solicitações

de compatibilidade tornam-se pequenas no estado-limite último, podendo em geral ser desprezadas (Fig. 7.11a).

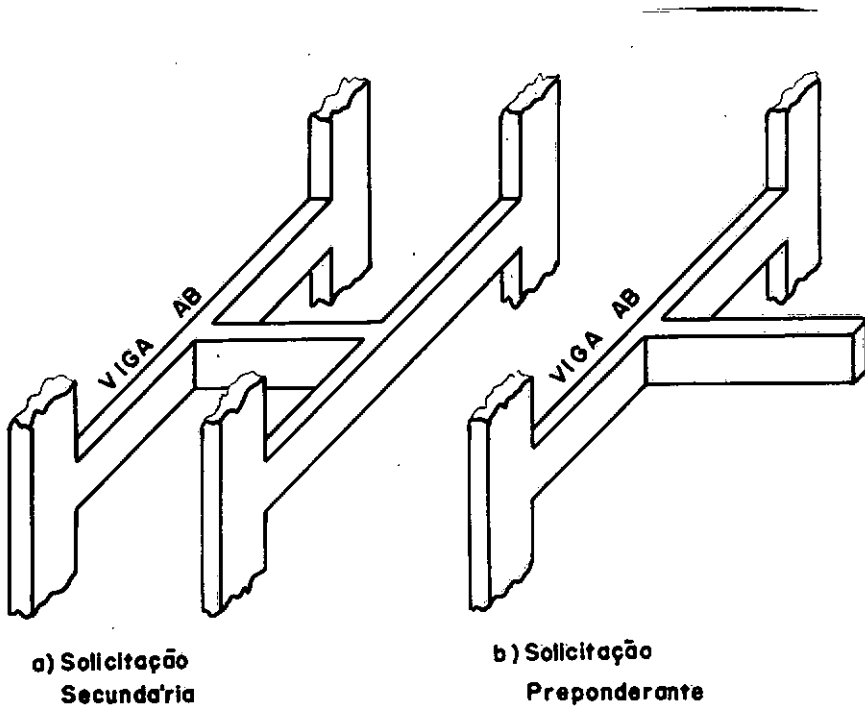


Figura 7.11 - Torção na viga AB

Denomina-se torção de equilíbrio a solicitação de torção que é essencial ao equilíbrio do sistema, razão pela qual ela não pode ser desprezada (Fig. 7.11b).

#### 7.2.2.1 DIMENSIONAMENTO À TORÇÃO

O procedimento utilizado para a determinação dos esforços se valerá de um coeficiente  $\gamma_t$ , de minoração do momento de inércia a torção  $I_t$ , com o qual se poderá

manipular os resultados do cálculo hiperestático. Esta manipulação é incentivada em normas, fundamentalmente por um motivo : a intensa fissuração que surge na peça em função dos esforços da flexão no estado-limite último, faz reduzir, enormemente, a sua rigidez à torção de forma que assumir esforços referentes a valor muito baixo da mesma, equivale, nos casos gerais, a ser mais coerente com o modelo real de funcionamento. Por esta razão a NBR-6118 tolera que se desprezem os momentos de torção de compatibilidade no dimensionamento feito em estado-limite último. Cabe, a este respeito, algumas observações :

O valor da inércia  $I_x$ , para a determinação dos esforços de torção é dada por

$$I_x = \gamma_t \cdot I_T \quad (7.100)$$

onde  $I_T$  é o momento de inércia a torção pura ou de Saint Venant, definido em [8], e o coeficiente  $\gamma_t$  fica a critério do projetista.

No caso de torção combinada com flexão, as armaduras podem ser calculadas separadamente, somando-se posteriormente, no caso das armaduras na zona tracionada por flexão e reduzida no caso das armaduras na zona comprimida por flexão.



No caso de torção combinada com cisalhamento, as áreas de estribos podem ser calculados separadamente para torção e cisalhamento, e somados posteriormente para a determinação da armadura transversal.

É evidente ter-se que dimensionar as peças com diagramas de esforços estaticamente coerentes. Assim é que, se tomada como nula a sollicitação de torção  $T_d$ , deve-se considerar um aumento no momento fletor.

Ao tomar  $T_d \cong 0$  aumentar-se-à também as deformações na viga. É óbvio então que se necessita pesquisar se isto é tolerável, devido às limitações da flecha. Caso contrário passaria a ser obrigatória a consideração de  $T_d$ .

No caso de considerar-se  $T_d \cong 0$ , mesmo assim, deve ser colocada alguma armadura de flexão onde estaremos reduzindo ou anulando momentos fletores que existiriam no caso da sua consideração, com intuito de evitar fissuração.

A colaboração do concreto na resistência ao momento torsor, se resume à uma capa externa de concreto que envolve as armaduras, constituindo uma seção vazada de parede delgada, pois o núcleo da seção pouco contribui no combate ao esforço de torção. Portanto, a seção cheia real é substituída por uma seção vazada equivalente (Fig. 7.14).

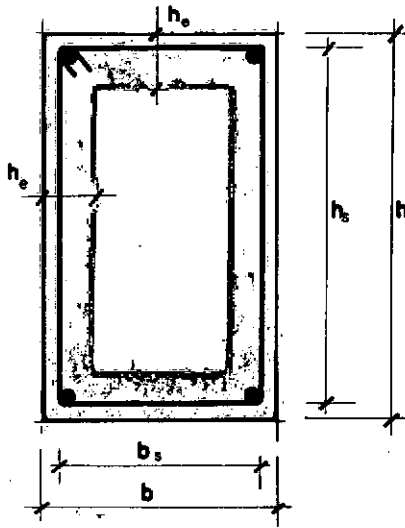


Figura 7.12 - Seção vazada equivalente

A determinação da seção vazada equivalente, segundo a NBR-6118, para o caso de seções retangulares, figura 7.14, será :

i) Se  $b_s \geq \frac{5}{6} b$ , a área da seção média  $A_e$ , será :

$$A_e \geq \frac{5}{6} b \left( h - \frac{b}{6} \right) \text{ e } h_e = \frac{b}{6} \quad (7.101)$$

ii) Se  $b_s \leq \frac{5}{6} b$ , a área da seção média  $A_e$ , será :

$$A_e = b_s \cdot h_s \text{ e } h_e = \frac{b_s}{5} \quad (7.102)$$

Os esforços de torção pura, serão absorvidos por uma armadura constituída de estribos verticais e ferros longitudinais. Tal como no caso do esforço cortante, a armadura assim disposta, proporciona à peça, após a fissuração um comportamento de treliça, porém desta feita de natureza tridimensional.

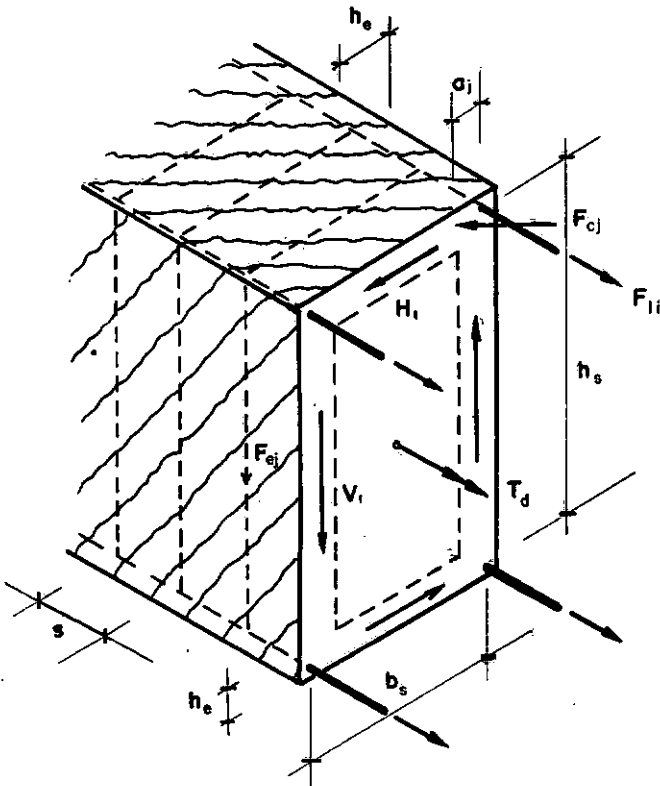


Figura 7.13 - Analogia da treliça no caso da torção

Na peça representada na figura 7.15, tem-se uma seção submetida a momento torsor  $T_d$ . Ao longo da seção de parede delgada equivalente, surgem tensões cisalhantes  $\tau$ .

Por equilíbrio tira-se que :

$$T_d = V_1 \cdot b_s + H_1 \cdot h_s \quad (7.103)$$

mas como

$$V_1 = \tau \cdot h_e \cdot h_s \quad \text{e} \quad H_1 = \tau \cdot h_e \cdot b_s \quad (7.104)$$

o valor da torção será :

$$T_d = 2A_e \cdot \tau \cdot h_e \quad (7.105)$$

com  $A_e$  e  $h_e$  dados segundo (7.100) ou (7.101).

A força da compressão na biela a  $45^\circ$ , é dada por :

$$F_{c_j} \cdot \text{sen } 45^\circ = \tau \cdot h_e \cdot a_j \quad (7.106)$$

Por equilíbrio de forças horizontais, tira-se :

$$\sum_i F_{\ell_i} = \sum_j F_{c_j} \cdot \text{cos } 45^\circ \quad (7.107)$$

Levando (7.106) em (7.107), chega-se a:

$$\sum_i F_{\ell_i} = \tau \cdot h_e \cdot \sum_j a_j \quad (7.108)$$

Como  $\sum_j a_j = u$ , perímetro da seção, com auxílio de (7.105), vem que :

$$\frac{\sum_i F_{\ell_i}}{u} = \frac{T_d}{2A_e} \quad (7.109)$$

Para

$$\sum_i F_{\ell_i} = f_{yd} \cdot \sum A_{\ell} \quad (7.110)$$

o valor de (7.109) sera :

$$\frac{\sum_i F_{\ell_i}}{u} = \frac{T_d}{2A_e \cdot f_{yd}} \quad (7.111)$$

Expressão que fornece a área de armadura longitudinal.

A força  $F_{e_j}$  atuante em cada estribo pode ser escrita como :

$$F_{ej} = \tau \cdot h_e \cdot s \quad (7.112)$$

que levada a (7.105), fornece :

$$\frac{A_s}{s} = \frac{T_d}{2A_e \cdot f_{yd}} \quad (7.113)$$

pois  $F_{ej} = A_s \cdot f_{yd}$

#### 7.2.2.2 VERIFICAÇÃO DO CONCRETO A TORÇÃO

Da equação (7.105), conclui-se que a tensão tangencial de torção é dada por :

$$\tau_{td} = \frac{T_d}{2A_e \cdot h_e} \quad (7.114)$$

A tensão-limite para as peças submetidas à torção pura, corresponde, segundo a NBR-6118, ao menor dos dois seguintes valores de  $\tau_{tud}$  :

$$0,22f_{cd} \text{ ou } 400 \text{ tf/m}^2 \quad (7.115)$$

para o caso aqui apresentado de armadura, constituída de estribos verticais e barras longitudinais.

O valor da tensão encontrada em (7.113) deve ser no máxima igual a  $\tau_{tud}$ .

Para o caso de torção com flexão, o estado-limite último é determinado pela relação :

$$\frac{\tau_{wd}}{\tau_{wud}} + \frac{\tau_{wd}}{\tau_{tud}} \leq 1 \quad (7.116)$$

onde  $\tau_{wd}$  e  $\tau_{wud}$  são os valores respectivamente de (7.87) e (7.89).

### 7.2.2.3 ARMADURA MÍNIMA

Quando a torção é uma solicitação preponderante a percentagem mínima de armadura, tanto longitudinal como vertical, segue a apresentação do caso do esforço cortante, conforme (6.99). Tal como lá, aqui o valor de  $\rho_t$  definido através desta equação, não deve ser inferior a 0,25% para o caso de aços lisos e 0,14% para aços de alta aderência.

## CAPÍTULO VIII

## LAJES

Este trabalho deter-se-á em estudar as lajes retangulares, de espessuras constantes, com bordos assentes em vigas e sob a ação de um carregamento uniformemente distribuído.

## 8.1 REAÇÕES NAS VIGAS

O processo para determinação das reações das lajes nas vigas, consiste na decomposição desta laje em áreas triangulares e trapezoidais, de acordo com o tipo de bordo envolvido. Na figura 8.1, estão representados dois casos possíveis de repartição da carga. Sendo dois bordos adjacentes do mesmo tipo, a repartição da carga se faz à  $45^\circ$ , quando entretanto os bordos são de tipos diferentes, esta repartição far-se-á a  $60^\circ$  do bordo engastado.

De acordo com o esquema apresentado na figura 8.1, pode-se chegar à carga atribuída na vigas de suporte, a partir do carregamento distribuído uniforme atuante na laje em questão.



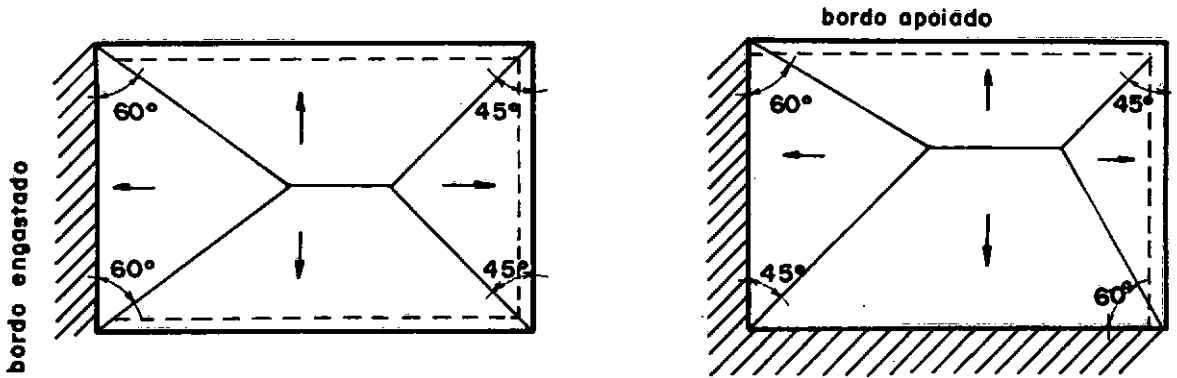


Figura 8.1 - Distribuição do carregamento das lajes sobre as vigas

Seja a laje representada na figura 8.2, de vão  $l_1$  e  $l_2$ , com  $l_1 < l_2$ , e de carregamento uniforme  $q$ .

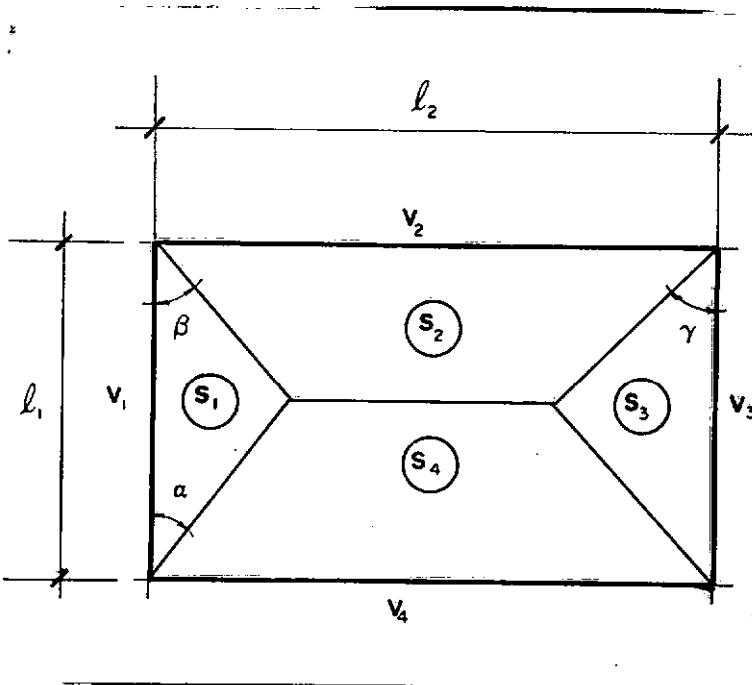


Figura 8.2 - Áreas contribuintes à cada viga

Sobre a viga  $v_1$ , atua uma carga trapezoidal de área  $s_1$ . O carregamento uniformemente distribuído nesta viga será dado por :

$$q_1 = q \frac{s_1}{l_1} \quad (8.1)$$

com

$$s_1 = \frac{1}{2} a \cdot l_1 \cdot \text{sen } \beta \quad (8.2)$$

e onde

$$a = \frac{l_1}{\cos \beta + \text{sen } \beta \cdot \text{cotg } \alpha} \quad (8.3)$$

No caso da viga  $v_2$ , tem-se :

$$q_2 = q \frac{s_2}{l_2} \quad (8.4)$$

com

$$s_2 = a \cdot \cos \beta \left[ l_2 - \frac{1}{2} a (\text{sen } \beta + \cos \beta \cdot \text{tg } \gamma) \right] \quad (8.5)$$

onde  $a$  é dado pela expressão (8.3).

De forma análoga, chega-se às expressões das duas áreas restantes iguais a :

$$s_3 = \frac{1}{2} a \cdot \cos \beta \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot l_1 \quad (8.6)$$

e

$$s_4 = l_1 \cdot l_2 - (s_1 + s_2 + s_3) \quad (8.7)$$

## 8.2 MOMENTOS NAS LAJES

As lajes retangulares, de acordo com suas dimensões, podem ser tratadas, como armadas em uma única direção, ou armaduras em cruz.

### 8.2.1 ARMADAS EM UMA DIREÇÃO

Quando a relação entre os vãos  $l_1/l_2 > 2$ , para  $l_1 > l_2$ , (Fig. 8.2), a laje pode ser associada a uma viga de base unitária, altura igual à espessura da laje e comprimento  $l_1$ . A armadura é dimensionada para resistir aos momentos determinados a partir das condições dos bordos de vão  $l_2$ .

Na figura 8.3, estão representados os momentos e seus valores, para os tipos de bordos possíveis.

Na outra direção, entretanto, deve-se dispor de uma armadura construtiva, dimensionada aqui, para resistir a um momento igual a 1/4 do momento máximo positivo determinado na direção do menor vão.

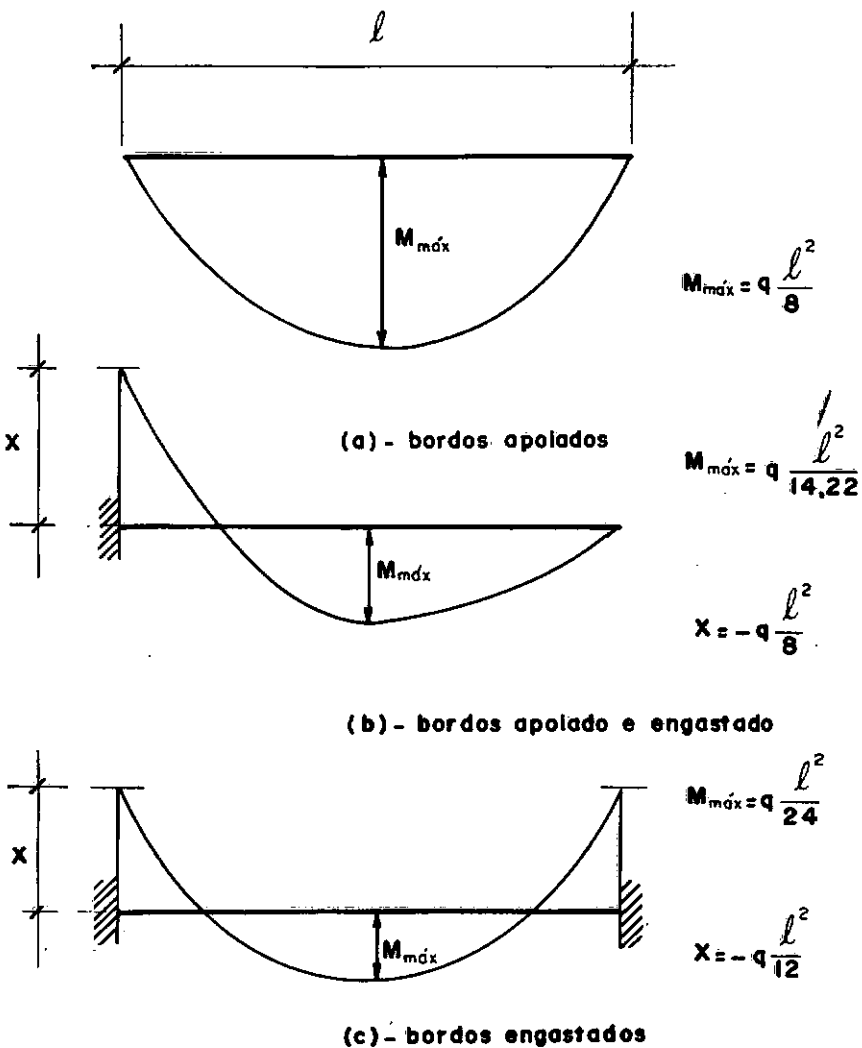


Figura 8.3 - Momentos nas lajes armadas em uma direção

### 8.2.2 ARMADAS EM CRUZ

No caso em que a relação entre os vãos seja inferior a dois, a análise dos momentos é complexa, pois a estrutura se apresenta bastante hiperestática.

Um processo para se avaliar os momento das lajes nestas condições, foi desenvolvido por Marcus [21], Szilard [32]. Para tanto considera-se faixas cruzadas de igual largura, sobre a superfície da laje (Fig. 8.4).

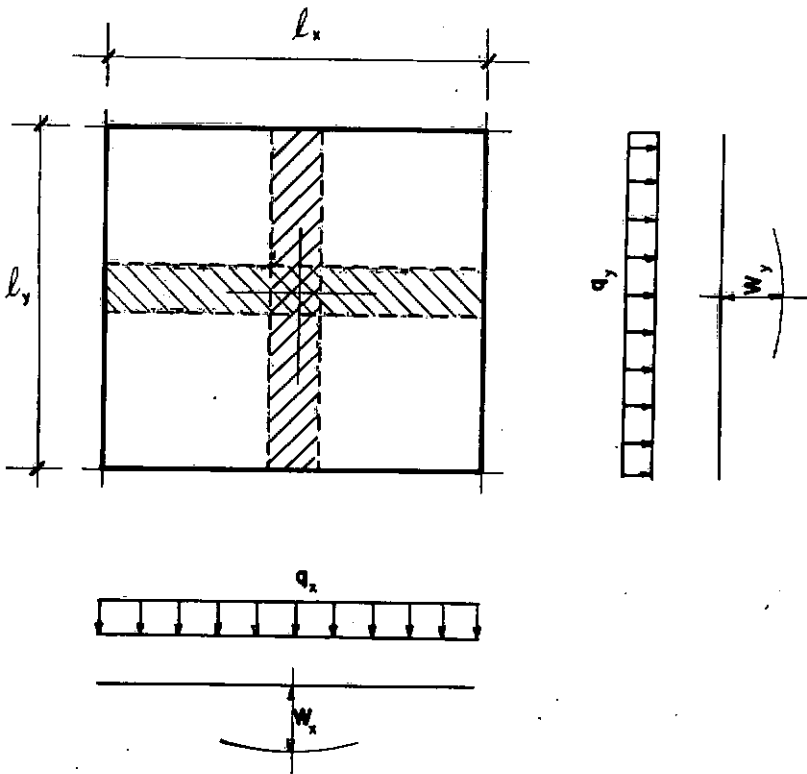


Figura 8.4 - Flechas no centro da placa

A flecha máxima em cada uma destas faixas será :

$$W_x = \frac{\omega_x \cdot q_x \cdot \ell_x^4}{384EI_x} \quad \text{e} \quad W_y = \frac{\omega_y \cdot q_y \cdot \ell_y^4}{384EI_y} \quad (8.8)$$

Os momentos correspondentes à estas flechas, são :

$$M_x = \frac{q_x \cdot \ell_x^2}{m_x} \quad \text{e} \quad M_y = \frac{q_y \cdot \ell_y^2}{m_y} \quad (8.9)$$

onde os coeficientes  $\omega$  e  $m$  são função dos tipos de bordos envolvidos, e os seus valores estão estabelecidos na tabela 8.1.

Fazendo  $W_x = W_y$ , conclui-se, a partir de (8.8), que :

$$\omega_x \cdot q_x \cdot \ell_x^4 = \omega_y \cdot q_y \cdot \ell_y^4 \quad (8.10)$$

pois  $EI_x = EI_y$

se

$$q_x = k_x \cdot q \quad (8.11)$$

e

$$q_y = q - q_x \quad (8.12)$$

de (8.10), tira-se :

$$k_x = \frac{\omega_y \cdot r^4}{\omega_x + \omega_y \cdot r^4} \quad (8.13)$$

onde

$$r = \frac{l_y}{l_x} \quad (8.14)$$

À medida que as faixas da figura 8.4 se afastam do centro da peça em demanda aos bordos, o valor das flechas diminui. Em virtude disto, Marcus desenvolveu dois coeficientes de minoração,  $\nu_x$  e  $\nu_y$  dados pelas expressões seguintes :

$$\nu_x = 1 - \frac{20}{3r^2 \cdot m_x} k_x \quad \text{e} \quad \nu_y = 1 - \frac{20r^2(1 - k_x)}{3m_y} \quad (8.15)$$

Os momentos máximos da laje serão, portanto, iguais a :

$$M_{x_{\max}} = \nu_x \cdot \frac{k_x^2 \cdot q \cdot \ell_x^2}{m_x} \quad \text{e} \quad M_{y_{\max}} = \nu_y \cdot \frac{(1 - k_x) q \cdot \ell_y^2}{m_y} \quad (8.16)$$

Para as lajes que possuem bordos engastados o valor do momento negativo em cada das direções é :

$$N_x = - \frac{k_x \cdot q \cdot \ell_x^2}{n_x} \quad \text{e} \quad N_y = - \frac{(1 - k_x) q \cdot \ell_y^2}{n_y} \quad (8.17)$$

onde  $n_x$  e  $n_y$  são determinados com auxílio da tabela 8.1, de acordo com o tipo de bordo em questão.

Geralmente os momentos negativos encontrados no bordo comum a duas lajes, são diferentes entre si. Neste caso, efetua-se uma média aritmética destes momentos, a qual é comparada com 80% do maior momento envolvido na



média. O dimensionamento far-se-á com o maior destes valores.

### 8.3 DIMENSIONAMENTO

As lajes sendo estruturas sujeitas à flexão simples, o seu dimensionamento será procedido de maneira análoga ao das vigas.

Porém, devido à impraticabilidade de se dispor de armadura dupla, deve-se limitar o dimensionamento aos domínios 2 e 3 (Vide Fig. 6.1).

A determinação da armadura far-se-á utilizando as expressões do item 7.1, por unidade de comprimento do vão. Esta armadura não deve possuir área (em  $\text{cm}^2$ ), inferior a  $10h$ , onde  $h$  é espessura da laje expressa em m, nem inferiores a  $0,25 \% b_w h$  (CA-25, CA-32) ou  $0,15 \% b_w h$  (CA-40, CA-50, CA-60).

A tensão tangencial de alma,  $\tau_{wd}$ , nas lajes, normalmente resultam em valores que dispensam armaduras a cisalhamento. No caso das lajes de edifícios é recomendável evitar-se o emprego dessas armaduras e, para tanto, o valor de  $\tau_{wd}$ , segundo as recomendações do CEB [6], deve situar-se em :

$$\tau_{wd} \leq \frac{6}{\gamma_c} \sqrt[4]{\rho} \sqrt{f_{ck}} \quad (8.18)$$

se  $h \leq 15$  cm, ou

$$\tau_{wd} \leq \frac{1}{\gamma_c} \left(7 - \frac{h}{15}\right) \sqrt[4]{\rho} \sqrt{f_{ck}} \quad (8.19)$$

se  $15 \text{ cm} < h \leq 60 \text{ cm}$ , onde o significado de  $\tau_{wd}$  é aquele apresentado em (7.87),  $\rho$  é a taxa geométrica ( $A_s/A_c$ ) de armadura longitudinal da laje na direção considerada e  $h$  a sua espessura.

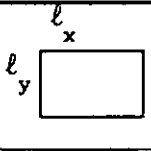
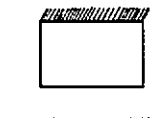
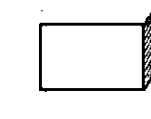
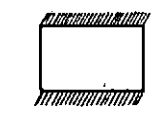
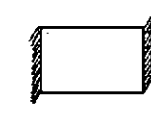
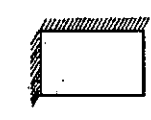
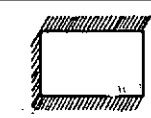
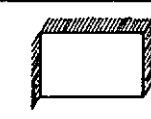
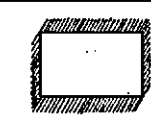
Embora no caso das lajes comuns de edifícios seja bastante improvável, há de se assegurar que a tensão  $\tau_{wd}$  não ultrapasse o valor que define o estado limite último por falha do concreto. Este valor é o mesmo apresentado em (7.89), multiplicado, conforme seja o caso, por :

$$0,5 \quad \text{se } h \leq 0,15 \text{ m} \quad (8.20)$$

ou

$$\frac{1}{3} + \frac{h}{0,9} \quad \text{se } 0,15 \text{ m} < h < 0,60 \text{ m}. \quad (8.21)$$

Tabela 8.1 - Coeficientes  $\omega$ , m e n

tipo		$\omega_x$	$\omega_y$	$m_x$	$m_y$	$n_x$	$n_y$
1		5	5	8	8		
2		5	2	8	128/9		8
3		2	5	128/9	8	8	
4		5	1	8	24		12
5		1	5	24	8	12	
6		2	2	128/9	128/9	8	8
7		2	1	128/9	24	8	12
8		1	2	24	128/9	12	8
9		1	1	24	24	12	12

## CAPÍTULO IX

## PILARES

Os elementos de apoio de uma estrutura em grelha, estão sujeitos, além da força normal, à atuação de momentos em duas direções, promovendo nos pilares um estado de flexão composta oblíqua.

Como caso particular de flexão oblíqua, tem-se, quando um dos momentos é nulo, a flexão composta reta.

## 9.1 FLEXÃO COMPOSTA RETA

O par de valores de cálculo das solicitações esforço normal ( $N_d$ ) e momento fletor ( $M_d$ ) - produto do valor característico da solicitação pelo coeficiente  $\gamma_c$ , é equivalente ao esforço normal com uma excentricidade igual a

$$e_o = \frac{M_{1d}}{N_d} \quad (9.1)$$

e a esta excentricidade soma-se, um valor denominado de excentricidade construtiva ou adicional :

$$e_a = \begin{cases} h/30 \\ \text{ou} \\ 2 \text{ cm} \end{cases} \quad (9.2)$$

tendo em vista a incerteza do ponto de aplicação da força normal.

Independentemente do fato de ser o valor de (9.1) nulo, deve-se sempre considerar a excentricidade com o maior dos valores de (9.2), advindo daí, serem todos os pilares, no mínimo, sujeitos a um estado de flexão composta reta.

O par de solicitação para o qual a peça deve ser dimensionada será pois :

$$N_d$$

$$M_d = N_d \cdot (e_o + e_a) \quad (9.3)$$

## 9.2 FLAMBAGEM NA FLEXÃO RETA

Na maioria das vezes o dimensionamento das peças comprimidas, far-se-á utilizando os esforços referentes ao sistema indeformado (9.3).

Porém, de acordo com as dimensões da coluna, as deformações que nela produzem estes esforços, influenciam a intensidade das solicitações. Nestes casos há necessidade da utilização de uma teoria que leve em conta os efeitos dos momentos de 2ª ordem, a fim de que estas solicitações possam ser avaliadas e, conseqüentemente, introduzidas na análise.

A peça de concreto armado, representada na figura 9.1, sob ação de um momento.

$$M_d = N_d \cdot e_o + N_d \cdot e \quad (9.4)$$

deforma-se, produzindo uma flexa  $f(x)$ .

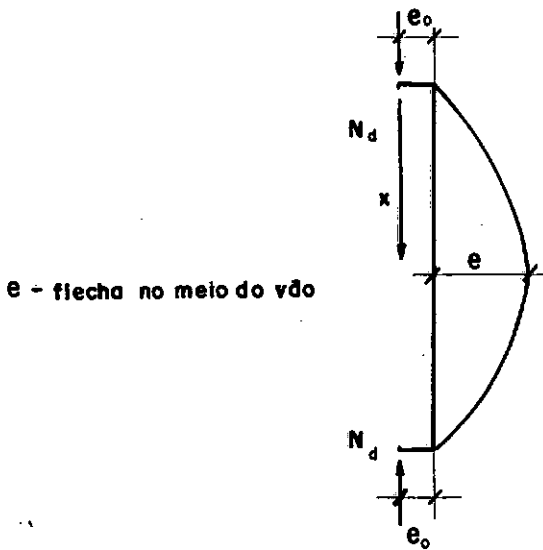


Figura 9.1 - Deformação de uma coluna esbelta

Este momento é combatido por :

$$M_1 = EI \frac{d^2 f(x)}{dx^2} \quad (9.5)$$

e sempre que  $M_1 > M_e$ , a não ruptura da peça está assegurada.

No diagrama carga-flecha da figura 9.2, a variação de momentos internos na peça, é representada pela

linha curva, função da rigidez  $EI$  do material, onde  $M_u$  é o momento que provoca o esgotamento da capacidade resistente do material.

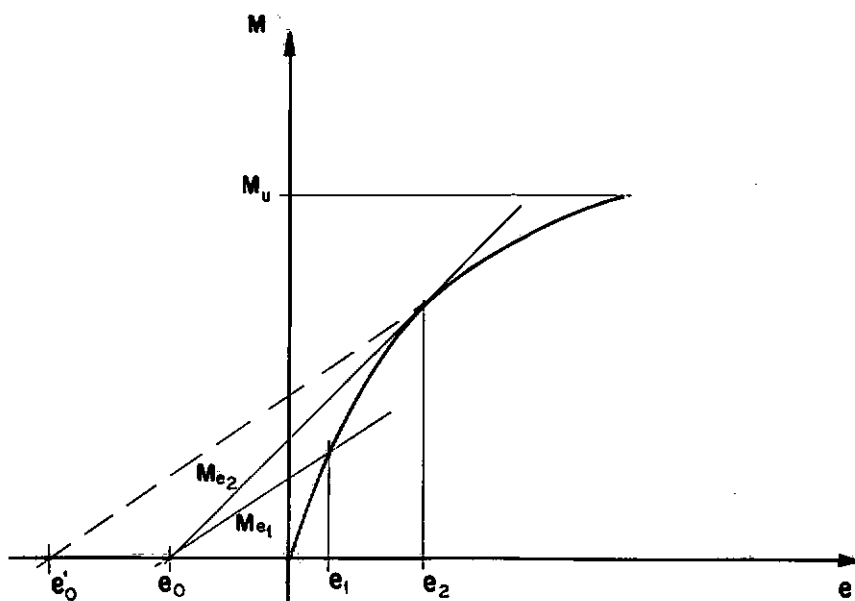


Figura 9.2 - Diagrama carga-flecha da peça da figura 9.1

Para a carga  $N_1$  a peça alcança o equilíbrio estável com a flecha adicional  $e_1$ , pois :

$$M_{e_1} < M_1 \quad \text{com} \quad M_{e_1} = N_1 \cdot e_0 + N_1 \cdot e_1 \quad (9.6)$$

Aumentando-se a força normal até atingir o valor  $N_2$ , conclui-se tal como em (9.6), que  $M_{e_1} < M_1$ , pois

$$M_{e_2} = N_2 \cdot e_0 + N_2 \cdot e_2 \quad (9.7)$$

Porém neste caso, qualquer que seja o incremento dado à força normal, ocorre a instabilidade de equilíbrio ou flambagem da peça. Nota-se que não é necessário, para que isto ocorra, que seja  $M_e$  superior a  $M_u$ .

O ponto B, da figura 9.2, também pode ser alcançado, deslocando-se a reta de força normal  $N_1$ , paralelamente até atingir um valor de excentricidade de carga igual a  $e'_0$ .

Se no entanto a curva carga-flecha tiver uma configuração de acordo com a figura 9.3, a peça romperá por esgotamento da capacidade de resistência do material, antes que seja atingido o ponto B. Isto ocorre sempre quando se trata de peças curtas.

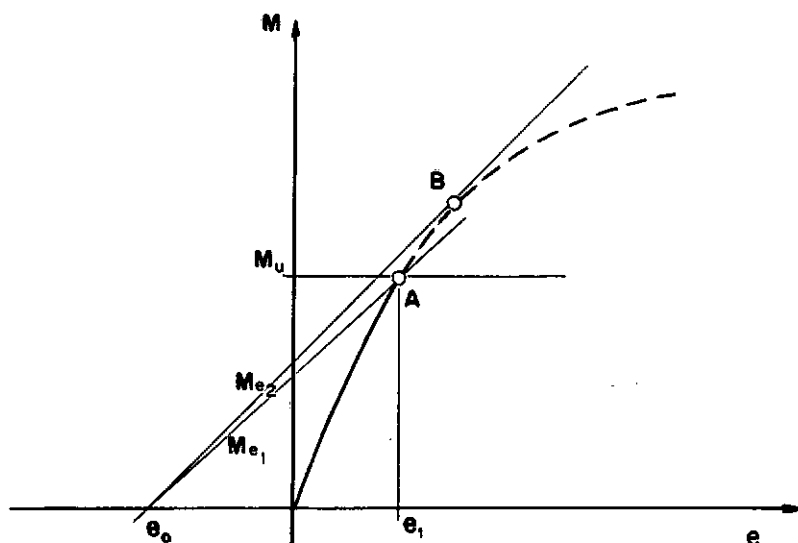


Figura 9.3 - Diagrama carga-flecha de uma peça não esbelta



A peça é chamada de curta - dispensando a verificação à flambagem, quando o coeficiente de esbeltez  $\lambda$ , expresso pela relação entre o comprimento de flambagem  $\ell_e$  e o raio de giração  $i$  da seção, é inferior ou igual a 35. O valor de  $\ell_e$  para o caso das estruturas correntes de edifício é admitido igual ao comprimento do pilar.

Quando no entanto  $\lambda > 35$  (coluna esbelta) a verificação à flambagem faz-se necessária, sendo que os processos de verificação existentes atualmente, obrigam a uma limitação do coeficiente de esbeltez, sendo 140 o limite preconizado pela NBR-6118.

Sendo o concreto um material de comportamento não linear, faz-se necessário o uso de processos numéricos, quando da determinação da configuração deformada da peça. Estes processos conduzem a resultados plenamente de acordo com a experimentação prática [8,33,34].

Porém, neste trabalho, tendo em vista que os pilares de edifícios não requerem um grau de refinamento muito grande em seu dimensionamento, optou-se pelo método aproximado, preconizado pelo CEB, para a avaliação dos efeitos de flambagem.

Este método consiste na determinação do momento complementar

$$M_{2d} = N_d \cdot e_2 \quad (9.8)$$

que somado ao momento solicitante da peça, deve resultar numa armadura capaz de resistir aos esforços adicionais de segunda ordem.

Fundamentado na expressão da carga crítica de Euler, em Timoshenko [35], chega-se que o valor da flecha no meio do vão é

$$e_2 = \frac{1}{r} \cdot \frac{l_e^2}{10} \quad (9.9)$$

A expressão da curvatura  $1/r$ , será :

quando  $N_d \leq 0,5N_{cu}$

$$\frac{1}{r_1} = \frac{0,003 + \epsilon_{sd}}{h} - \frac{l_e}{50000h^2} \quad (9.10)$$

e

$$\frac{1}{r_2} = \frac{1}{r_1} \cdot \frac{N_{cu}}{2N_d} \quad (9.11)$$

$$\epsilon_{sd} = \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (9.12)$$

$$N_{cu} = 1,5 \cdot A_c \cdot f_{cd} \quad (9.13)$$

sendo  $h$  a altura da peça, no plano de flambagem do pilar (Fig. 9.4) e  $A_c$  a área da seção de concreto.

Os valores  $f_{cd}$  e  $f_{yd}$  são calculados aplicando-se aos coeficientes  $\gamma_s$  e  $\gamma_c$  (vide item 6.2), o coeficiente de comportamento  $\gamma_n = 1,2$ .

A determinação da armadura das peças esbeltas, será feita, não mais para as solitações apresentadas em (9.3), mas sim para (Fig. 9.4a) :

$$N_d \quad (9.14)$$

$$M_d = N_d \cdot (e_o + e_2)$$

A armadura assim determinada deve ser ainda comprovada para as solitações (Fig. 9.4b).

$$N_d \quad (9.15)$$

$$M_d = N_d \cdot (e_a + e_2)$$

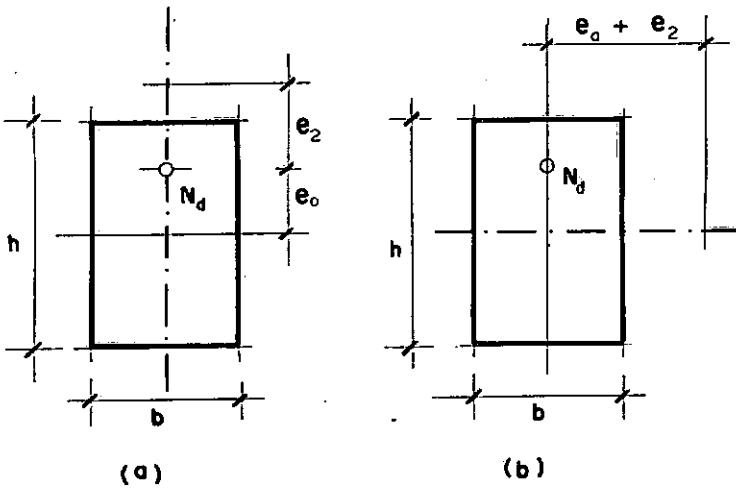


Figura 9.4 - Planos de flambagem possíveis

### 9.3 DIMENSIONAMENTO NA FLEXÃO RETA

A peça deve ser capaz de resistir às solicitações apresentadas em (9.3), se  $\lambda < 35$ , ou se for esbelta, aos valores de (9.14) ou (9.15).

Para o caso de peças comprimidas, é recomendável que a armadura seja disposta de maneira uniforme ao longo das faces.

Aqui, procurou-se distribuir a armadura de forma que a percentagem atribuída às faces opostas sejam iguais. Este valor será

$$P_h = \frac{h}{2(h + b)}, \text{ percentagem ao longo da altura}$$

e

$$P_b = \frac{b}{2(h + b)}, \text{ percentagem ao longo da base}$$

de acordo com a representação da figura 9.5.

O dimensionamento far-se-á com auxílio do chamado diagrama de interação da seção (Fig. 9.6), lugar geométrico dos pares de sollicitação  $(N_u, M_u)$ , a que uma seção de armadura conhecida resiste.

Estes pares de sollicitação são determinados, fazendo-se a peça percorrer todos os estados de deformação apresentados na figura 6.1.

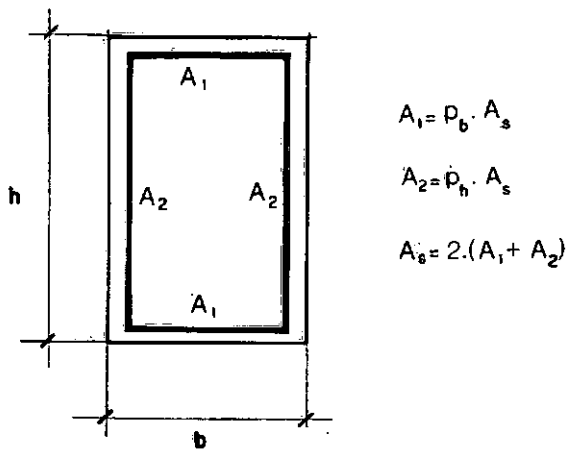


Figura 9.5 - Percentagem de armadura ao longo das faces

Em cada um destes estados, determina-se o valor do esforço normal e do momento fletor, que equilibram a peça, obtendo-se um ponto do diagrama. Ao final do domínio 5, ter-se-á determinado todo um lado da curva de interação da seção. O outro lado lhe será simétrico, pois trata-se de peças de seção retangular, onde seu centro de gravidade coincide com o baricentro da armadura.

As equações de equilíbrio da seção, nos diversos estados de deformação serão :

$$N_u = N_c + N_s \quad (9.16)$$

$$M_u = N_c \cdot y_c + M_s$$

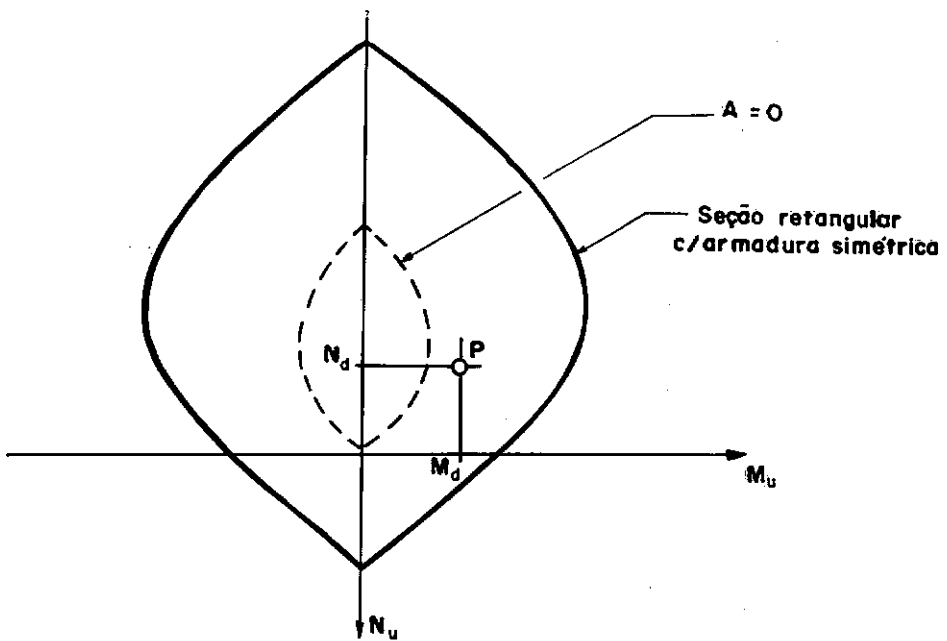


Figura 9.6 - Diagrama de Interação de uma seção

Na primeira parte das equações (9.16), relativamente ao concreto,  $N_c$  representa a resultante das tensões desenvolvidas no concreto e  $y_c$  a distância do ponto de aplicação desta resultante ao centro de gravidade da seção. Tanto  $N_c$  como  $y_c$ , são determinados a partir do diagrama de deformação da seção, e os seus valores são dados a seguir :

i) no domínio 1 (Vide Fig. 6.1) :

$$N_c = 0 \quad (9.17)$$

ii) quando  $0 \geq \epsilon_{c_1} \geq -0,002$  (Fig. 9.7a) :

$$N_c = 0,85f_{cd} \cdot b \cdot x(3 + r) \cdot \frac{r}{3} \quad (9.18)$$

$$x = \frac{\epsilon_{c_1}}{\epsilon_{c_1} - \epsilon_{c_1}} \cdot h \quad (9.19)$$

$$r = - \frac{\epsilon_{c_1}}{0,002} \quad (9.20)$$

e

$$\epsilon_{c_2} = \frac{0,01h - \epsilon_{c_1} \cdot h}{d} \quad (9.21)$$

O valor de  $y_c$ , será neste caso :

$$y_c = \frac{h}{2} - z \quad (9.22)$$

para

$$z = \frac{4 - r}{3 - r} \cdot \frac{x}{4} \quad (9.23)$$

iii) quando  $-0,002 \geq \epsilon_{c_1} \geq -0,0035$  (Fig. 9.7b):

$$N_c = -0,85f_{cd} \cdot b \cdot x \cdot (3r - 1)/3r \quad (9.24)$$

e

$$y_c = \frac{h}{2} - z \quad (9.25)$$

para

$$z = \frac{x}{r} \cdot \frac{6(r - 1)^2 + 8(r - 1) + 3}{4(3r - 1)} \quad (9.26)$$

O significado de  $x$  e  $r$  nas expressões (9.24) e (9.26), bem como o valor de  $\epsilon_{c_2}$ , é o mesmo de (9.19), (9.20) e (9.21), respectivamente.



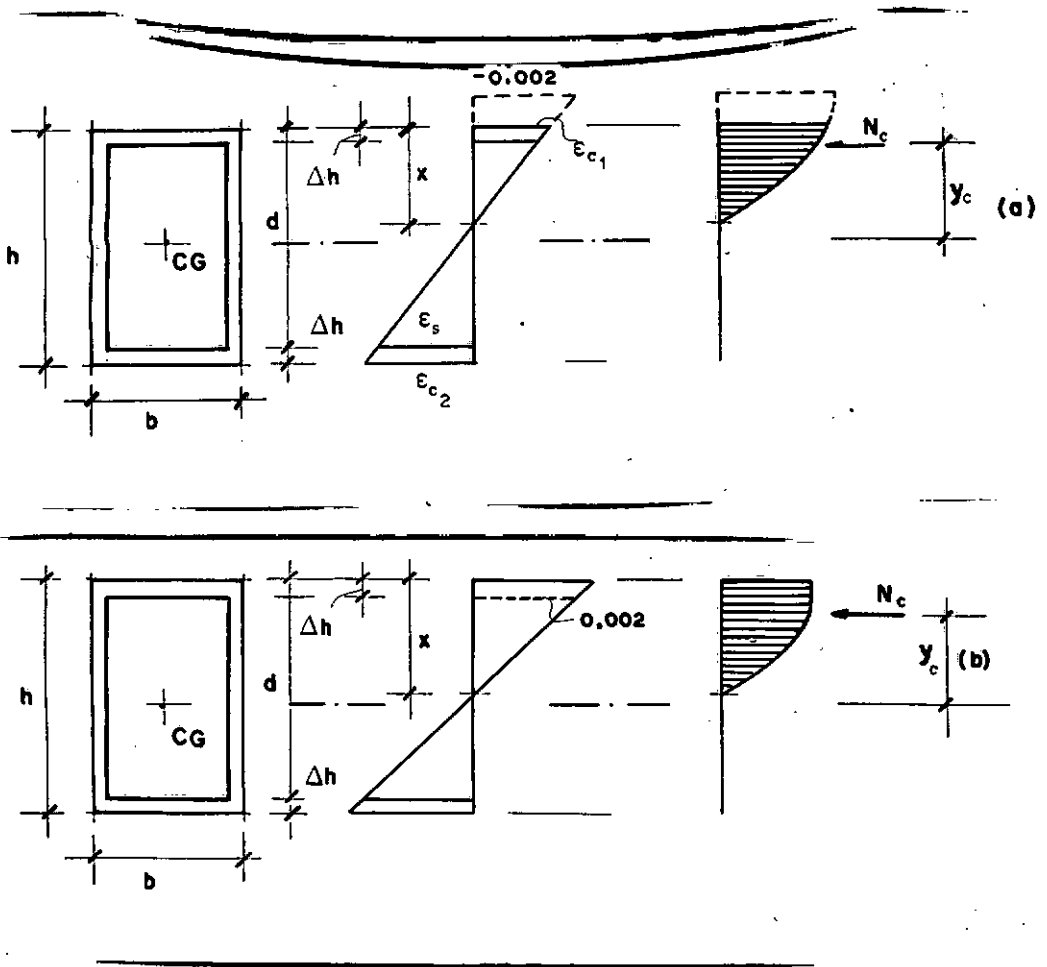


Figura 9.7 - Deformações da seção no Domínio 2

iv) domínios 3, 4 e 4a :

$$N_c = - 0,688095 f_{cd} \cdot h \cdot b \cdot x \quad (9.27)$$

Neste caso o valor do braço de alavanca será :

$$y_c = \frac{h}{2} - z$$

com

$$z = \frac{99}{238} x \quad (9.28)$$

Tanto em (9.27) como (9.28), o valor de  $x$ , será dado por :

$$x = \frac{0,0035}{0,0035 + \epsilon_{c_2}} \cdot h \quad (9.29)$$

para

$$\epsilon_{c_2} = \frac{\epsilon_s \cdot h + 0,0035 \cdot \Delta h}{d} \quad (9.30)$$

v) domínio 5 :

Conforme CEB [27], tem-se :

$$N_c = - 0,85 f_{cd} \cdot h \cdot b \cdot \alpha_1 \quad (9.31)$$

e

$$Y_c = \frac{h}{2} - z, \quad (9.32)$$

para

$$z = \frac{3}{7} \cdot \frac{24,5 - 8\psi^2}{21 - 4\psi^2} h \quad (9.33)$$

e

$$\psi = \frac{4h/7}{x - 3h/7} \quad (9.34)$$

$$\alpha_1 = 1 - \frac{4}{21} \psi^2. \quad (9.35)$$

O valor de  $x$  é o mesmo atribuído em (9.19), para :

$$\epsilon_{c_1} = -0,0035 - 0,75\epsilon_{c_2} \quad (9.36)$$

A contribuição do aço às equações (9.16), pode ser dividida em duas parcelas, uma relativa a armadura  $A_1$  e a outra a  $A_2$  (Fig. 9.5).

Os esforços absorvidos por  $A_1$  serão (Fig. 9.8) :

$$N_{s_1} = A_1 \cdot (\sigma'_{s_1} + \sigma''_{s_1}) \quad (9.37)$$

$$M_{s_1} = A_1 \cdot y_{s_1} \cdot (\sigma'_{s_1} + \sigma''_{s_1}) \quad (9.38)$$

onde  $\sigma'_{s_1}$  e  $\sigma''_{s_1}$  são as tensões, divididas respectivamente às deformações  $\epsilon'_{s_1}$  e  $\epsilon''_{s_1}$ , de acordo com os diagramas das figuras 6.3 e 6.4, conforme o tipo de aço empregado e  $y_{s_1}$  o braço de alavanca igual a :

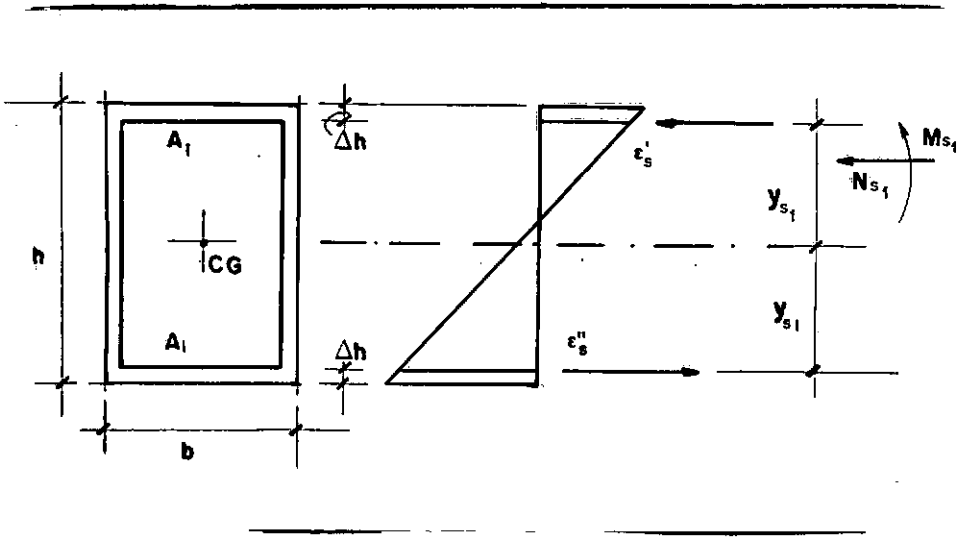


Figura 9.8 - Esforços absorvidos por  $A_1$

A contribuição de  $A_2$  é dada por :

$$N_{s_2} = 2 \sum_{i=1}^n \sigma_1 \cdot \Delta A_1$$

(9.39)

$$M_{s_2} = 2 \sum_{i=1}^n \sigma_1 y_1 \cdot \Delta A_1$$

quando da discretização desta armadura em trechos (Fig. 9.9).

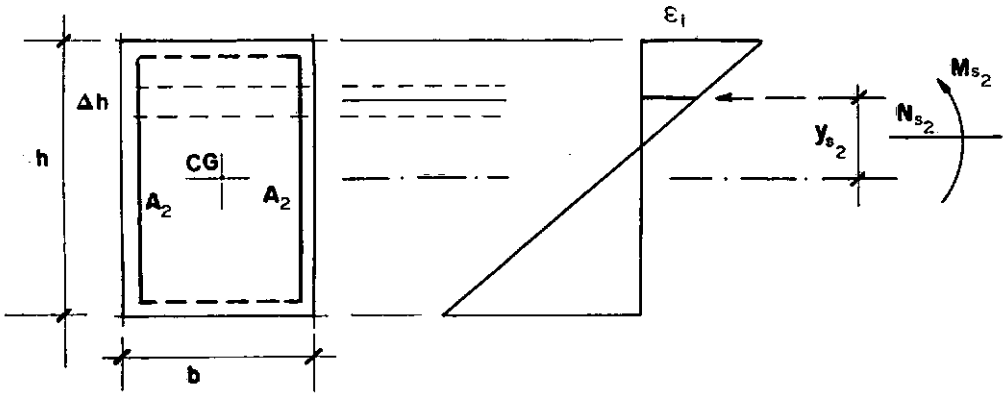


Figura 9.9 - Esforços absorvidos por  $A_2$

Aqui optou-se pela divisão de  $A_2$  em sete trechos [21], sendo portanto :

$$\Delta A_1 = \frac{p_h}{7} A_s \quad (9.40)$$

e a distância do trecho ao centro de gravidade da seção igual a :

$$y_1 = k_1 (h - 2\Delta h) \quad (9.41)$$

Onde  $k_1$ , para cada trecho, é assumido o valor constante na tabela 9.1.

Tabela 9.1 - valores de  $k_i$ 

$i$	1	2	3	4	5	6	7
$k_i$	0,4419	0,2648	0,1620	0,0000	-0,1620	-0,2648	-0,4419

A tensão  $\sigma_i$  será aquela correspondente ao valor da deformação  $\epsilon_i$ , recorrendo-se aos diagramas representados nas figuras 6.3 e 6.4, conforme o tipo de aço empregado.

Os valores de (9.37) e (9.39) somados, serão as parcelas de  $N_s$  e  $M_s$  atribuídas a  $A_s$ , na absorção dos esforços  $N_u$  e  $M_u$ .

Porém para que a peça esteja em equilíbrio, é necessário que o ponto  $P$  (Fig. 9.6) de coordenadas  $M_d$  e  $N_d$ , seja interior a área do diagrama de interação relativo a  $A_s$ . A armadura necessária será precisamente aquela cuja curva de interação contenha este ponto. Isto é obtido por ajustes sucessivos nas parcelas referentes a  $N_s$  e  $M_s$  das expressões (9.16).

O valor da armadura deve situar-se, no entanto, entre

$$0,8\% A_{c\text{ nec}} < A_s < 6\% A_c \quad (9.42)$$

segundo a ABNT [1], para

$$A_{cnecc} = 1,2N_d / 0,85f_{cd}. \quad (9.43)$$

O valor de  $A_s$ , quando  $\lambda > 70$ , não deve ser também inferior a

$$\frac{1}{5} A_c \frac{f_{cd}}{f_{yd}} < A_s \quad (9.44)$$

sendo  $A_s$  a área da seção de concreto.

#### 9.4 FLEXÃO COMPOSTA OBLÍQUA

Uma peça pode estar submetida a um estado de flexão composta oblíqua, pela atuação simultânea de uma força normal ( $N_d$ ), aplicada ao ponto nodal correspondente ao pilar (origem do sistema  $x_p y_p$ ), e dois momentos ortogonais ( $M_{xd}$ ,  $M_{yd}$ ).

O efeito é o mesmo se a aplicação de  $N_d$  se der a valores

$$e_x = \frac{M_{yd}}{N_d} \quad (9.45)$$

$$e_y = \frac{-M_{xd}}{N_d} \quad (9.46)$$

dos eixos  $x_p y_p$  (Fig. 9.10).

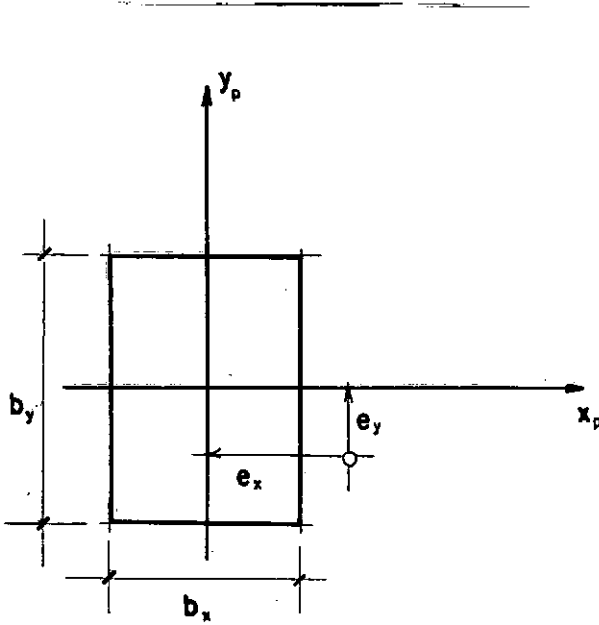


Figura 9.10 - Excentricidades da carga normal

Se no entanto, quaisquer dos valores  $e_x$  e  $e_y$ , forem inferiores a  $e_a$ , dada por (9.2), a peça será tratada como sujeita a uma flexão composta reta.

Enquanto na flexão reta, a direção da linha neutra é sempre conhecida "a priori", na flexão oblíqua esta linha é sempre inclinada em relação aos eixos principais da seção, não se sabendo qual é a sua direção.



O problema consiste pois na determinação do plano de flexão da peça.

A abordagem deste problema pode ser feita, de maneira bastante precisa, através da utilização do diagrama de interação da seção, representado desta feita, por uma superfície, lugar geométrico dos esforços  $N_u$ ,  $M_{xu}$  e  $M_{yu}$ , que equilibram uma seção de disposição e taxa de armadura conhecidas (Fig. 9.11).

As equações que definem a superfície de interação são :

$$N_u = \sum_{i=1}^m \sigma_c \cdot (\epsilon_{ci}) \cdot \Delta A_{ci} + \sum_{j=1}^n \sigma_s \cdot (\epsilon_{sj}) \cdot \Delta A_{sj}$$

$$M_{xu} = \sum_{i=1}^m \sigma_c \cdot (\epsilon_{ci}) \cdot (-y_i) \cdot \Delta A_{ci} + \sum_{j=1}^n \sigma_s \cdot (\epsilon_{sj}) \cdot y_j \cdot \Delta A_{sj}$$

$$M_{yu} = \sum_{i=1}^m \sigma_c \cdot (\epsilon_{ci}) \cdot x_i \cdot \Delta A_{ci} + \sum_{j=1}^n \sigma_s \cdot (\epsilon_{sj}) \cdot x_j \cdot \Delta A_{sj}$$

(9.47)

A determinação destes valores é conseguida, discretizando-se a seção da peça em pequenos retângulos e partindo-se de uma armadura, dividida em trechos, e de uma posição de linha neutra (Fig. 9.12). Percorrendo-se todos os domínios de deformação da seção (Vide Fig. 6.1), determina-se uma curva reversa contida na superfície de interação.

Através de convenientes mudanças na inclinação da linha neutra, define-se toda a superfície.

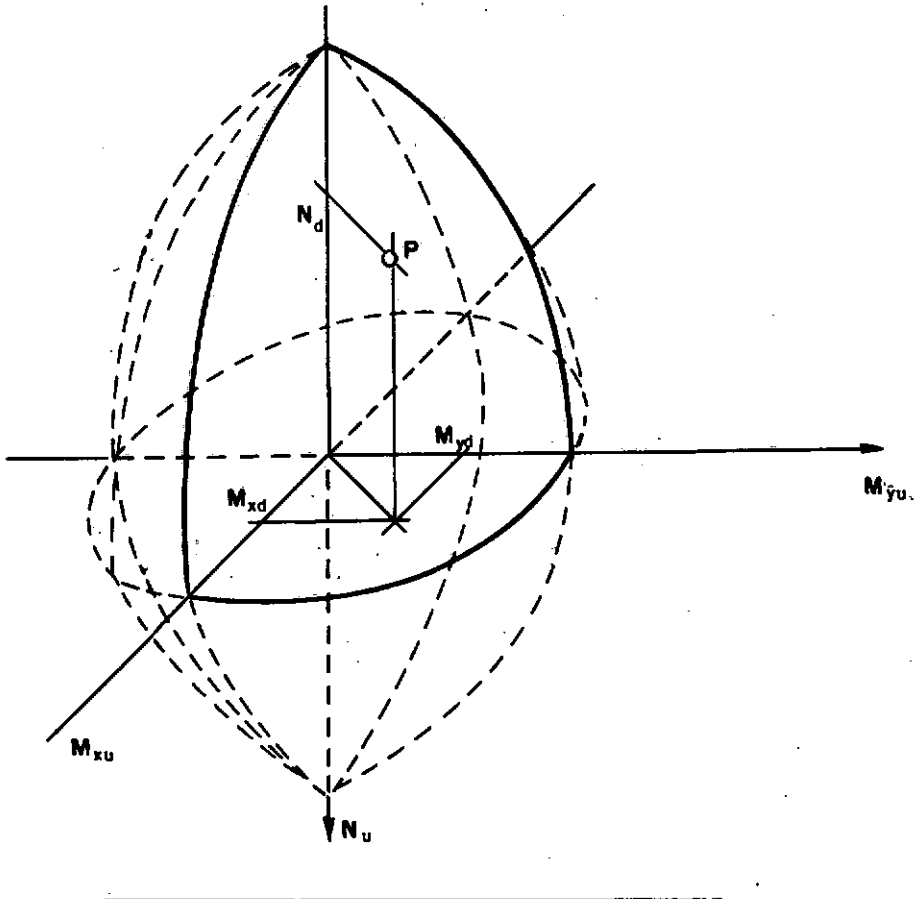


Figura 9.11 - Superfície de interação

Se o ponto  $\underline{P}$  ( $N_d$ ,  $M_{xd}$  e  $M_{yd}$ ), estiver contido nesta superfície, a taxa de armadura arbitrada é a necessária para assegurar o equilíbrio da peça, caso contrário procura-se variar a taxa de armadura, até que se disponha de uma superfície que contenha o ponto  $\underline{P}$  [12].

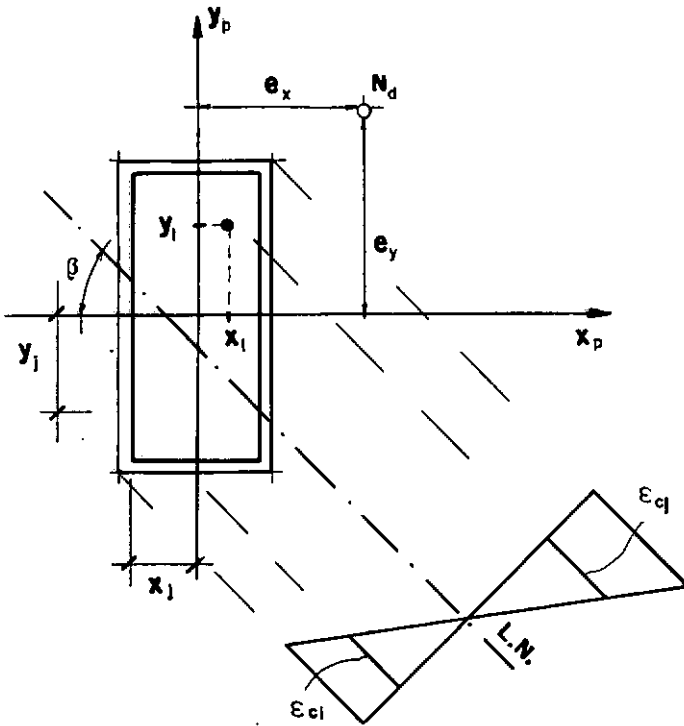


Figura 9.12 - Seção submetida à flexão oblíqua

O que se nota porém, ser este um processo que envolve um número considerável de operações, daí preferir-se a utilização de um método aproximado, quando um grande refinamento na solução do problema não se faz necessário, o que é o caso deste trabalho.

Diversos métodos aproximados para o dimensionamento a flexão oblíqua de peças em concreto armado, já foram propostos, e quase todos resumem-se na redução desta flexão a duas flexões retas equivalentes [22,37].

Um deste métodos, baseia-se no fato que a armadura necessária ao equilíbrio de uma peça à flexão composta oblíqua, é sempre inferior à soma das armaduras obtidas quando da transformação desta flexão em duas flexões compostas retas, ambas com carga normal  $N_d$ , aplicadas aos pontos 1 e 2, respectivamente, interseções de uma reta qualquer que contenha o ponto A ( $e_x$ ,  $e_y$ ), com os eixos de simetria da seção [37] (Fig. 9.13).

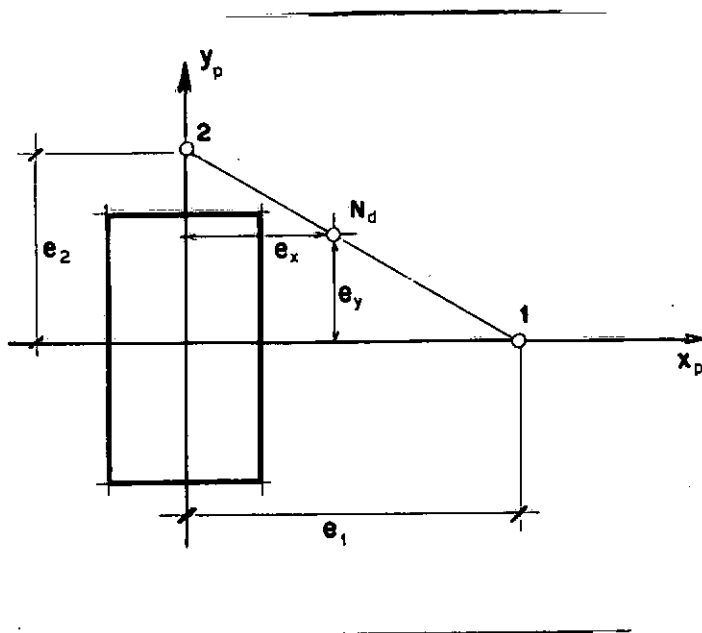


Figura 9.13 - Flexão oblíqua reduzida à duas flexões retas

O método da decomposição, proposto pelo CEB e aqui utilizado, pode-se considerar um aperfeiçoamento do processo anterior. A flexão oblíqua é também reduzida à duas flexões retas, porém com cargas normais  $N_1$  e  $N_2$  tais

que

$$N_d = N_1 + N_2 \quad (9.48)$$

aplicadas aos pontos 1 e 2, respectivamente (Fig. 9.13).

A seção deve ser dimensionada para os esforços

$$N_1 = \frac{M_{yd}}{e_1} \quad (9.49)$$

em uma direção, e repetindo na outra para

$$N_2 = \frac{M_{xd}}{e_2} \quad (9.50)$$

Em cada um dos dimensionamentos reduz-se a resistência à compressão do concreto em :

$$f_{c_1} = \frac{N_1}{N_d} f_{cd}$$

e

$$(9.51)$$

$$f_{c_2} = \frac{N_2}{N_d} f_{cd}$$

respectivamente, considerando-se em cada caso apenas a armadura distribuída nas faces mais e menos comprimidas da seção.

A armadura necessária será a soma das armaduras determinadas em cada caso.

Como a inclinação da reta que passa no ponto A (Fig. 9.13) é arbitrária, pode-se tomar para o ângulo  $\beta$  o valor de :

$$\tan \beta = \frac{e_y}{e_x} \quad (9.52)$$

Os valores das excentricidades nos pontos 1 e 2,

serão respectivamente :

$$e_1 = 2e_x \quad (9.53)$$

$$e_2 = 2e_y$$

Com auxílio de (9.45), (9.46), (9.49) e (9.53),

chega-se a

$$N_1 = N_2 = \frac{N_d}{2} . \quad (9.54)$$

### 9.5 FLAMBAGEM NA FLEXÃO OBLÍQUA

O conceito de peça curta e peça esbelta, na flexão oblíqua, é também dado através do índice de esbeltez ( $\lambda$ ), permanecendo válidos ainda os limites atribuídos na flexão reta.

Uma avaliação apurada dos efeitos da flambagem, no entanto, é complexa, preferindo-se aqui a utilização do método aproximado preconizado pelo CEB [6].

Este método reduz a flexão oblíqua, em uma flexão reta, dimensionado-se a peça para os esforços :

$$N_d \quad (9.55)$$

$$M_d = N_d \cdot e_{tot}$$

O valor da excentricidade é dado por

$$e_{tot} = \alpha h + e_a + e_2 \quad (9.56)$$

COM

$$\alpha = \sqrt{\left(\frac{e_h}{h}\right)^2 + \left(\frac{e_b}{b}\right)^2} \quad (9.57)$$

e onde  $e_a$  e  $e_2$ , têm os significados atribuídos em (9.2) e (9.16), respectivamente, e suposta ser a condição mais desfavorável, quando o plano de flambagem é paralelo a  $h$  (Fig. 9.14). Neste caso :

$$e_h = e_y$$

$$e_b = e_x$$

$$h = b_y$$

(9.58)

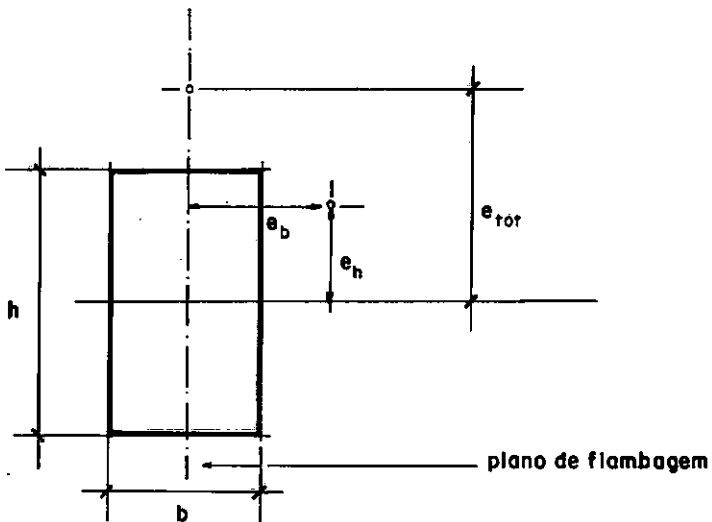


Figura 9.14 - Método aproximado do CEB



## 9.6 DIMENSIONAMENTO À FLEXÃO OBLÍQUA

A flexão composta oblíqua, quando reduzida a um ou dois problemas de flexões compostas retas, permite que se utilize para o dimensionamento da armadura, a formulação apresentada no item 9.3.

Para o caso de  $\lambda < 35$  os esforços solicitantes são os dados por (9.49) e (9.50), lembrando-se ainda que o valor da resistência do concreto à compressão é reduzido conforme (9.51).

Para o caso das peças esbeltas ( $35 \leq \lambda < 140$ ), os esforços utilizados no dimensionamento serão aqueles apresentados em (9.55), ressaltando-se que a armadura assim determinada deve ser verificada na outra direção principal.

Tanto em um caso como no outro, aplica-se aos valores de  $f_{cd}$  e  $f_{yd}$  um coeficiente de minoração  $\gamma_n = 1,2$ .

## CAPÍTULO X

## DETALHAMENTO DAS ARMADURAS

## 10.1 VIGAS

## 10.1.1 ESCOLHA DAS ARMADURAS

A escolha das armaduras será feita automaticamente pelo programa ADEECA.

Os critérios de escolha respeitarão as especificações da NBR-6118, para a disposição e diâmetros mínimos e máximos. As bitolas utilizadas nos programas serão aquelas padronizadas pela EB-3.

A escolha da armadura transversal e da pele (costelas) será feita de forma diferenciada das demais armaduras longitudinais, como veremos a seguir.

## 10.1.1.1 ARMADURA LONGITUDINAL

A escolha da armadura longitudinal será feita através de seis tabelas, sendo que três destas são para aços com  $f_{yk}$  de 60.000 tf/m<sup>2</sup> e as outras três são para os demais aços.

As tabelas serão parametrizadas pela área de aço, sendo que cada grupo de três tabelas constará de uma com parâmetros de área variando entre zero e 10 cm, uma para valores de área entre 10 e 20 cm e última para valores acima de 20 cm. Esta divisão em três tabelas tem o propósito de reduzir a dimensão de alguns vetores bem como facilitar possíveis alterações como veremos no capítulo seguinte.

A armadura será disposta em quantas camadas forem necessárias para respeitar os espaçamentos mínimos exigidos pela NBR-6118 bem como os determinados pelo projetista.

$$e_h \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \emptyset \text{ (diâmetro da barra isolada)} \\ 1,2 d_{\max} \text{ (diâmetro máximo do agregado)} \end{cases}$$

$$e_v \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ \emptyset \\ 0,5 d_{\max} \end{cases}$$

Os esforços na armadura de tração, ou na de compressão, só podem ser considerados concentrados no centro de gravidade de  $A_{s1}$  ou  $A_{s2}$ , se a distância deste centro ao ponto da seção da armadura mais afastada da linha neutra, medida normalmente a ela, for menor que 5% de  $h$ . Desta forma é aconselhável a distribuição da armadura em no máximo três camadas.

O escalonamento das armaduras somente será feito se as barras forem dispostas em mais de uma camada.

#### **10.1.1.2 ARMADURA TRANSVERSAL**

A escolha da armadura transversal, também será feita automaticamente pelo programa, que optará pelo menor diâmetro possível para atingir a área de armadura transversal necessária.

Este procedimento nos levará a espaçamentos bem reduzidos o que ajudará a evitar problemas de fissuração excessiva. Contudo, torna-se necessário limitar-se valores mínimos para o espaçamento entre os estribos a fim de permitir a passagem do concreto por entre as barras. Uma vez que as normas não especificam valores mínimos para espaçamentos entre armaduras transversais (estribos) resolveu-se utilizar os mesmos valores adotados para as armaduras longitudinais, respeitando-se também o valor de mínimo indicado pelo projetista.

#### **10.1.2 ARMADURA DE PELE (Costelas)**

O espírito da armadura de pele é o de costurar, longitudinalmente, a peça fletida fazendo uma transição entre a região mais fortemente fracionada e aquela

comprimida, quantificada para evitar uma fissuração brusca na passagem do estágio I para estágio II servindo, pois, também, para evitar uma fissuração que poderia ocorrer devido à retração e variações térmicas.

Normalmente, as costelas, como são denominadas, são constituídas por barras de bitolas finas, uniformemente espaçadas entre si na seção transversal.

A NBR-6118 [1] diz o seguinte, a respeito de armadura de pele : "quando a altura útil da viga ultrapassar 60 cm e o aço da armadura de tração for CA-40, CA-50 ou CA-60, deve dispor-se longitudinalmente e próxima a cada face lateral da viga, na zona tracionada, uma armadura de pele. Essa armadura de aço com resistência igual ou superior à do aço da armadura de tração, devendo também, ter em cada face seção transversal igual a 0,05% de  $b_w h$ . O afastamento entre as barras não deve ultrapassar  $d/3$  e 30 cm e a barra mais próxima da armadura de tração deve desta distar mais de 6 cm e menos de 20 cm.

Segundo Gobbeti [14], essa não é sem dúvida, uma indicação segura para evitar fissuras nas faces das vigas . Por isto adotou-se também, por considerar-se mais razoável, um critério independente das dimensões da seção, mas dependente da armadura máxima de flexão na viga, conforme a norma americana ACI-318/77 [4].

$$A_{s_{pele}} \geq 10\% A_s \text{ para } d \geq 90 \text{ cm}$$

Cabe enfatizar, que neste trabalho, em se tratando de vigas contínuas, dependendo da região da viga (apoio ou meio do vão), ter-se-á uma determinada faixa da nervura comprimida ou tracionada. Assim, decidiu-se distribuir a armadura de pele ao longo de toda a altura da nervura.

### 10.1.3 ARMADURA DE SUSPENSÃO

Denomina-se apoio indireto a transmissão de carga de uma viga para outra. Na região de apoio indireto, coloca-se uma armadura de suspensão, equilibrando a carga transferida pelo apoio indireto. Esta armação é básica e usualmente composta por estribos verticais, podendo ser distribuída num raio igual a  $d/2$ , medido a partir do nó de aplicação da carga cujo valor de cálculo é  $V_d$ .

$$A_{sw_{susp}} = \frac{\gamma_f \cdot V}{f_{yd}} \quad (10.1)$$

#### 10.1.4 ARMADURA DE MONTAGEM

A armadura de montagem será composta de duas barras de diâmetro igual ao do maior estribo de semitramo em que será colocada esta armadura.

Os transpasses entre armaduras de montagem e outras armaduras longitudinais serão de 25 cm, exceto nos casos em que a armadura de montagem estiver funcionando a compressão, como será visto no próximo item.

#### 10.1.5 ARMADURA DE COMPRESSÃO

Como já foi visto no capítulo VII há casos em que é necessário colocar uma armadura na zona comprimida para conseguir-se equilibrar o momento de cálculo. Esta armadura de compressão será, na maioria dos casos, composta da própria armadura de tração existente ao nível das fibras comprimidas, ou da armadura de montagem ou de ambas.

O programa somente adotará uma armadura diferente destas nos seguintes casos :

- i) Se a armadura de compressão necessária for superior à armadura de tração existente ao nível das fibras comprimidas. Neste caso teremos uma armadura complementar.

- ii) Se a armadura de tração existente ao nível das fibras comprimidas for composta por diâmetros superiores a 25 mm, pois neste caso, a NBR-6823 não permite emenda por transpasse, como é executado neste trabalho. Assim, neste caso, teremos uma armadura totalmente independente da de tração.

#### 10.1.5.1 ARMADURA SUPERIOR DE COMPRESSÃO

No caso de ter-se armadura dupla no meio do vão, a armadura de compressão será composta :

- a) Da armadura de montagem e das armaduras de tração dos apoios, se a armadura de montagem for superior à de compressão. Haverá neste caso, um transpasse por parte da armadura de montagem de extensão igual, ao comprimento de emenda, a fim de garantir a emenda dessa armadura nas armaduras de tração dos apoios.
- b) Das armaduras de tração dos apoios adjacentes, se a armadura de compressão for superior à de montagem. Neste caso, haverá um transpasse por parte da menor armadura dentre as de tração dos apoios adjacentes, também de extensão igual ao



comprimento de emenda. Dispensando assim, o uso de armadura de montagem.

#### 10.1.5.2 ARMADURA INFERIOR DE COMPRESSÃO

No caso de ter-se armadura dupla no apoio, a armadura de compressão será constituída das armaduras de tração do vãos adjacentes ao apoio, emendadas da mesma forma que as armaduras dos apoios no segundo caso do item anterior.

No caso de balanços emenda-se a armadura de montagem da parte inferior do balanço com a armadura de tração do vão adjacente, da mesma forma que no primeiro do item anterior.

#### 10.1.6 ANCORAGENS

Seja o tipo de ensaio representado na figura 10.1, no qual tem-se uma barra de aço mergulhada num bloco de concreto, tracionada por uma força cujo máximo valor de cálculo, no estado-limite último (barra sendo arrancada da massa de concreto) é  $Z_d$ .

Ele mostra que a tendência de deslizamento entre a barra de aço e a massa de concreto é combatida por

tensões de aderência  $\tau_{bu}$  que se manifestam entre o perímetro externo da barra e concreto que a envolve.

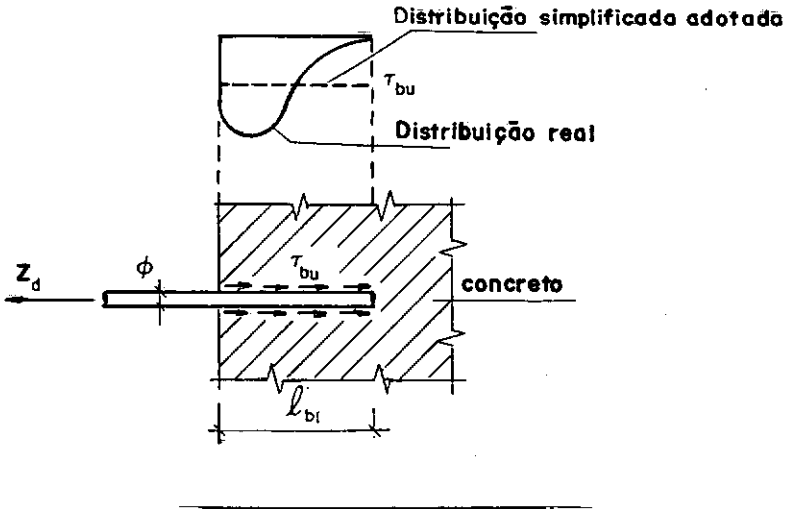


Figura 10.1 - Ancoragem por aderência

Mostra também que, embora estas tensões não sejam uniformemente distribuídas (há concentrações mais fortes no extremo de  $\ell_{b1}$ ), rigorosamente falando-se, ao longo do comprimento  $\ell_{b1}$  em que a barra está mergulhada no concreto, os valores máximos para estas tensões de aderência (valores de cálculo) podem ser tomados, constantes e iguais aos números médios fornecidos pelas expressões (10.1) e (10.5), obtidos por via experimental de ensaios absolutamente análogos àquele apresentado na figura 10.1.

Dentro desta conceituação pode-se definir comprimento de ancoragem  $\ell_{b1}$  por aderência de uma barra no concreto, como sendo, o comprimento mínimo necessário para que se transmita ao concreto sua força  $Z_d$  (de cálculo), não

despertando tensões médios de aderência superiores à correspondente tensão  $\tau_{bu}$  ( de cálculo).

Desta forma, sendo  $\varnothing$  o diâmetro da barra e  $f_{yd}$  o valor de cálculo de sua tensão de escoamento ( $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$ ), o comprimento de ancoragem retilíneo  $l_{b1}$  será obtido da igualdade

$$\frac{\pi \cdot \varnothing^2}{4} f_{yd} = (\pi \cdot \varnothing \cdot l_{b1}) \cdot \tau_{bu} \quad (10.2)$$

chegando-se á

$$l_{b1} = \frac{\varnothing}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{\tau_{bu}} \quad (10.3)$$

Assim, o comprimento de ancoragem é função da textura superficial da barra, da qualidade do concreto e da posição relativa da barra por ocasião da concretagem. Este último fator nos obriga à introdução do conceito do que vêm a ser zonas de boa aderência.

Dizemos ter uma situação de boa aderência quando somos capazes de garantir que o concreto será cuidadosamente vibrado e adensado. em termos práticos, isto sucede, conforme prescrições da NBR-6118, quando a barra estiver numa das situações seguintes :

- quando a peça tiver uma altura máxima de 30 cm ;
- nos 30 cm inferiores de peças com altura compreendida entre 30 e 60 cm
- exceto nos 30 cm superiores de peças com altura maior que 60 cm.

As demais situações serão consideradas como de má aderência.

Os valores de cálculo das tensões de aderência  $\tau_{bu}$ , para situação de boa aderência, são dados por :

$$\tau_{bu} = 2,8 \sqrt{f_{cd}} \quad , \quad \text{para } \eta_b \leq 1,0 \quad (10.4)$$

$$\tau_{bu} = 1,95 \sqrt[3]{f_{cd}^2} \quad , \quad \text{para } \eta_b \leq 1,5 \quad (10.5)$$

interpolando-se linearmente para  $1,0 < \eta_b < 1,5$ .

Nestas expressões ,  $\eta_b$  representa o valor do coeficiente de aderência do aço, dado por (10.6).

$$\begin{aligned} \eta_b &= 1,0 \quad , \quad \text{para CA-25, CA-32} \\ \eta_b &= 1,2 \quad , \quad \text{para CA-40} \\ \eta_b &= 1,5 \quad , \quad \text{para CA-50, CA-60} \end{aligned} \quad (10.6)$$

Para situações de má aderência, os valores de  $\tau_{bu}$  devem ser tomados iguais a 2/3 daqueles fornecidos por (10.3) e (10.4).

No caso da armação existente ser maior que a calculada podemos fazer uma redução no comprimento de ancoragem. Assim teríamos como comprimento de ancoragem mínimo retilíneo o valor dado por :

$$\ell_b = \frac{A_{s_{cal}}}{A_{s_{ex1}}} \ell_{b1} \quad (10.7)$$

Visando coibir a utilização de comprimentos de ancoragem excessivamente reduzidos, conforme a NBR-6118,  $\ell_b$  deve satisfazer às seguintes desigualdades :

$$\ell_b \geq \begin{cases} \ell_{b1}/3 \\ 10\varnothing \\ 10 \text{ cm} \end{cases} \quad , \text{ para tração} \quad (10.8)$$

$$\ell_b \geq \begin{cases} 0,6 \ell_{b1} \\ 10\varnothing \\ 15 \text{ cm} \end{cases} \quad , \text{ para compressão} \quad (10.9)$$

#### 10.1.6.1 ANCORAGENS DAS ARMADURAS DOS APOIOS

As armaduras dos após intermediários serão ancoradas com um comprimento  $\ell_b$ , calculado pela expressão (10.7), medido a partir do diagrama decalado dos momentos fletores.

Nos apoios de extremidade (no sentido da extremidade) o comprimento de ancoragem será medido a partir do centro do apoio.

#### 10.1.6.2 ANCORAGENS DAS ARMADURAS DOS VÃOS

As armaduras dos vãos chegarão, em sua totalidade, nos apoios, pois segundo Gobbeti [14], o critério do escalonamento das armaduras longitudinais de tração somente convém ser adotado quando os vãos ultrapassarem a 8 metros, visto que para vãos menores praticamente não se consegue economizar em consumo de aço e o trabalho de cálculo, detalhamento e execução, serão bem maiores. Sem contar o fato de que se apenas uma parte da armadura fosse levada até o apoio, haveria um consumo maior de armadura transversal e um comprimento de ancoragem maior que no caso de toda armadura ser levada até o apoio.

Assim, no caso das ancoragens nos apoios intermediários, o comprimento de ancoragens  $\ell_{b1}$  será o menor

dos dois valores :

$$\text{apoio direto} \left\{ \begin{array}{l} l_{be} = 10\varnothing \\ l_{be} = 20 \text{ cm} \end{array} \right. \quad (10.10)$$

$$\text{apoio indireto} \left\{ \begin{array}{l} l_{be} = 10\varnothing + b_w/3 \\ l_{be} = 20 \text{ cm} + b_w/3 \end{array} \right. \quad (10.11)$$

Medidos a partir da face do apoio.

No caso das armaduras ancoradas em apoios de extremidade, tem-se :

$$l_{be} = l_b \quad \text{apoio direto} \quad (10.12)$$

$$l_{be} = l_b + b_w/3 \quad \text{apoio indireto}$$

onde  $b_w$  é a largura da viga que serve de apoio.

#### 10.1.7 EMENDAS

As emendas a que este item se refere são apenas aquelas que ocorrerão no caso da utilização das armaduras de

tração funcionando também à compressão como já foi explicado.

Estas emendas serão feitas por transpasse podendo ocorrer em dois casos : emendas entre armaduras de tração e de montagem. Em ambos os casos serão calculadas segundo as expressões (10.7) e (10.9) onde  $\emptyset$  será o maior entre os dois diâmetros emendados.

#### 10.1.8 DECALAGEM

Em virtude da analogia da treliça, o esforço desenvolvido na armadura longitudinal de tração, aumenta em relação ao encontrado quando da flexão da peça.

Em decorrência deste fato, quando se deseja avaliar o momento atuante em uma seção AA' da peça (Fig. 10.2), deve-se tomar como valor real deste momento, aquele que a peça teria a uma seção  $a_\ell$  de AA' e na direção onde o momento fletor aumenta em valor absoluto.

O valor de  $a_\ell$ , ou decalagem, é para o caso da utilização de estribos isolados ou combinados com barras dobradas, igual a :

$$a_\ell = (1,5 - 1,2\eta) d \geq 0,5 d \quad (10.13)$$



onde  $d$  expressa a altura útil da peça e  $\eta$  tem o valor atribuído em (7.33).

## C A P Í T U L O   X I

## PROGRAMAS AUTOMÁTICOS

## 11.1 APRESENTAÇÃO

Utilizando a formulação apresentada nos capítulos anteriores desenvolveu-se dois programas automáticos para utilização em projetos de estruturas de edifícios de concreto armado.

O programa ADEECA (Análise e Dimensionamento de Estruturas de Edifícios de Concreto Armado), foi baseado em um trabalho feito para tese de mestrado de Nilson Corrêa Menezes [25], elaborado em FORTRAN-IV, e desenvolvido em um Sistema Burroughs 6700.

O programa DDEECA, (Desenho e Detalhamento de Estruturas Edifícios de Concreto Armado), funciona de forma complementar ao programa ADEECA, e nesta primeira versão restringe-se ao detalhamento e desenho exclusivamente das vigas dimensionadas no programa ADEECA.

## 11.2 SUBROTINAS DO PROGRAMA ADEECA

**ABREA**      Faz a abertura de arquivos de acesso aleatório, verificando a característica de aberturas.

Chamada por: programa principal, CARML, CARGA, CESVI, COLUN, DECAL, DECBL, EARMT, GEOMB, GEOME, GEOMP, LERDI, LGDAL, OPVIG, PARAM.

Não chama nenhuma subrotina.

ATBOR Analisa os tipos de bordos de uma laje.

Chamada por: DLAJE.

Não chama nenhuma subrotina.

CARGA Lê as características do carregamento nas vigas, formando o vetor de carregamento.

Chamada por: programa principal.

Chama: ABREA, DLAJE, ERROS.

CARML Calcula as armaduras das lajes.

Chamada por: DLAJE.

Chama: ABREA, OPLAJ, TABBX.

CARMP Calcula a armadura pelo diagrama de interação da seção.

Chamada por: DIFOC, DIFOS, DIFRE.

Não chama nenhuma subrotina.

CARMV Calcula as armaduras a cortante, fletor e torsor, em uma barra, a décimos do vão e no ponto de momento fletor máximo.

Chamada por: CESVI.

Chama: TABBX.

- CESAR**      Calcula os esforços máximos atuantes e resistentes em uma viga.  
Chamada por: CESVI.  
Não chama nenhuma subrotina.
- CESVI**      Calcula os esforços nas extremidades das barras.  
Chamada por: programa principal.  
Chama: ABREA, CARMV, CESAR, EXCEN.
- COBOR**      Complementa a subrotina ATBOR.  
Chamada por: DLAJE.  
Não chama nenhuma subrotina.
- COLUN**      Determina o tipo de flexão a que um pilar está submetido, bem como as percentagens de armaduras em cada face e índice de esbeltez.  
Chamada por: programa principal.  
Chama: ABREA, DIFOC, DIFOS, DIFRE.
- COMEN**      Compara os momentos nos engastes de duas lajes adjacentes.  
Chamada por: DLAJE.  
Não chama nenhuma subrotina.
- DECAL**      Calcula o valor da decalagem do diagrama de momentos fletores de uma barra (viga).  
Chamada por: programa principal.  
Chama: ABREA, ERROS.

- DECBL      Decompõe a matriz de rigidez em matrizes triangulares (método de Cholesky), armazenando a semi-banda superior de uma destas matrizes em forma de vetor, particionando-a em blocos se necessário.
- Chamada por: RIGLB.
- Chama: ABREA, ERROS.
- 
- DEFOR      Determina as deformações no aço e concreto para peças sujeitas à flexão composta.
- Chamada por: DIFOC, DIFOS, DIFRE.
- Chama: TEACO.
- 
- DLAJE      Chama diversas subrotinas para o cálculo dos momentos e dimensionamento da lajes.
- Chamada por: CARGA.
- Chama: ATBOR, CARML, COBOR, COMEN, DELAV, LERDI, LGDAL, MLAJE, REMOL.
- 
- DELAV      Determina esforços descarregados das lajes nas vigas.
- Chamada por: DLAJE.
- Não chama nenhuma subrotina.
- 
- DESNE      Determina o espaçamento e o número de estribos em um trecho de vão.
- Chamada por: EARMT.
- Não chama nenhuma subrotina.

- DIFOC        Determina os esforços de cálculo dos pilares sujeitos à flexão composta oblíqua com flambagem.  
Chamada por: COLUN.  
Chama: DEFOR, CARMP.
- DIFOS        Determina os esforços de cálculo em peças sujeitas à flexão composta oblíqua, sem flambagem.  
Chamada por: COLUN.  
Chama: CARMP, DEFOR.
- DIFRE        Determina os esforços de cálculo em peças sujeitas à flexão composta reta, com ou sem flambagem.  
Chamada por: COLUN.  
Chama: CARMP, DEFOR.
- EARMV       Escolhe a armadura transversal (estribos) das vigas.  
Chamadas por: programa principal.  
Chama: ABREA, ERROS.
- EARMV       Escolhe as armaduras longitudinais e determina sua distribuição na seção transversal.  
Chamada por: OPVIG.  
Não chama nenhuma subrotina.
- ERROS        Imprime mensagens relativas a erros devido a dados impropriamente fornecidos.  
Chamada por: CARGA, DECAL, DECBL, GEOMB, GEOME,

GEOMP, LGDAL, MLAJE, PARAM.

Chama: ABREA.

EXCEN        Determina os coeficientes da matriz de rigidez de um elemento com ou sem excentricidades.

Chamada por: RIGLB, CESVI.

Chama: RIGLC.

GEOMB        Determina, a partir das características geométricas e topológicas das barras, seus co-senos diretores e comprimentos.

Chamada por: programa principal.

Chama: ABREA, ERROS.

GEOME        Lê as características que definem a grelha representativa de um pavimento.

Chamada por: programa principal.

Chama: ABREA, ERROS.

GEOMP        Lê as características geométricas dos pilares e determina seus coeficientes elásticos.

Chamada por: programa principal.

Chama: ABREA, ERROS.

LERDI        Lê as características geométricas, topológicas e de carregamento das lajes, já previamente armazenadas em disco.

Chamada por: DLAJE.

Chama: ABREA.

LGDAL Lê arquivos seqüenciais e armazena em arquivos aleatórios as características geométricas, topológicas e de carregamento das lajes.

Chamada por: DLAJE.

Chama: ABREA, ERROS.

MLAJE Calcula os momentos nas lajes armadas em cruz (processo de Marcus) e nas lajes armadas em uma direção.

Chamada por: DLAJE.

Chama: ERROS.

MONUL Determina os pontos de momentos nulos.

Chamada por: CESVI.

Chama: ERROS.

OPLAJ Determina as possíveis opções para bitolas de armaduras nas lajes.

Chamada por: CARML.

Não chama nenhuma subrotina.

OPVIG Determina as opções de armaduras adotadas para as vigas.

Chamada por: programa principal.

Chama: ABREA, EARMV.



- PARAM** Lê as características dos materiais, bem como determina os módulos de deformação longitudinal e transversal, e as quantidades mínimas de armadura.  
Chamada por: programa principal.  
Chama: ABREA, ERROS.
- REBLC** Determina os deslocamentos dos nós da estrutura.  
Chamada por: programa principal.  
Não chama nenhuma subrotina.
- REMOL** Renumerar os momentos das lajes.  
Chamada por: DLAJE.  
Não chama nenhuma subrotina.
- RIGLB** Monta a matriz de rigidez em forma de vetor unidimensional, particionando-a, se necessário, em blocos.  
Chamada por: programa principal.  
Chama: DECBL, EXCEN.
- RIGLC** Determina os coeficientes da matriz de rigidez do elemento.  
Chamada por: EXCEN.  
Não chama nenhuma subrotina.
- TABBX** Calcula as tensões no concreto a partir de suas deformações, utilizando-se o diagrama parábola retângulo. Tabela os valores da posição da linha

neutra e calcula as alturas econômicas das peças.

Chamada por: CARML, CARMV.

Chama: TABXL, TEACO.

**TABXL** Tabela os valores limites da posição da linha neutra para armadura simples, nos aços categoria B.

Chamada por: TABBX.

Não chama nenhuma subrotina.

**TEACO** Calcula as tensões na armadura a partir das deformações nas fibras do concreto.

Chamada por: CARML, CARMV, DECAL, DEFOR,

Não chama nenhuma subrotina.

### 11.3 ESTRUTURA DOS DADOS DE ENTRADA

A massa de dados relativos a cada edifício, é inicializada pelas características comuns a todos os pavimentos: identificação da estrutura, número de pavimentos e índices de controles.

Seguem-se os dados que dizem respeito a cada pavimento, iniciando-se pelo último pavimento, pois o cálculo proceder-se-á de cima para baixo.

Os dados de cada pavimento, foram divididos em grupos afins, quais sejam:

- a) relativos à características dos materiais (aço e concreto);
- b) relativos à topologia das grelhas e seus apoios;
- c) dados geométricos dos pilares;
- d) idem para as vigas;
- e) dados geométricos e de carregamento das lajes;
- f) dados das cargas sobre as vigas da estrutura.

Este procedimento, proporciona ao programa uma maior flexibilidade na recepção dos dados relativos aos pavimentos do edifício, pois é freqüente a repetição, de um pavimento para outro, de algumas características enumeradas acima, sendo portanto desnecessária a redefinição destas características comuns.

Particularmente aos itens c, d e e, apenas é suficiente que se apresentem os dados relativos ao pilar, viga ou laje, respectivamente, que sejam distintos do pavimento anterior, suprimindo-se a necessidade da redefinição de todo o conjunto. Os dados relativos a estes itens são finalidos por uma linha em branco.

Quando da análise de estruturas que possuam um ou dois eixos de simetria, ao usuário somente compete fornecer os dados relativos à parte assimétrica da estrutura, juntamente com índices que informem quais são as barras e os pontos nodais assentes nos eixos de simetria. O efeito

da simetria será automaticamente considerado pelo sistema ADEECA.

Os dados de cada pavimento são apresentados ao sistema segundo a ordem exposta nos itens a até f, e cada subgrupo é inicializado por uma palavra-chave. As palavras utilizadas são:

- |              |            |            |
|--------------|------------|------------|
| a)Materiais; | b)GRelhas; | c)PILares; |
| d)BArras;    | e)LAjes;   | f)CARGas;  |
- finalizadas pelas palavras FIm.

Estas palavras informam ao sistema a natureza dos dados que seguem. Se tais dados se referem à etapa vigente do processamento, serão lidos e em seguida armazenados em arquivos aleatórios. Caso contrário, os dados relativos a esta etapa, serão os correspondentes do pavimento anterior e já previamente armazenados em memória auxiliar. Depreende-se daí a necessidade de informar por completo ao sistema, os dados relativos ao último pavimento.

Caso haja um pavimento (ou mais de um) com características idênticas ao imediatamente anterior, evita-se a definição dos seus dados, já que a estrutura terá neste pavimento uma respostas análoga ao anterior. O sistema se furtará, portanto, ao cálculo do referido pavimento, acumulando apenas as cargas nos pilares.

Após o dimensionamento das lajes e vigas do edifício proceder-se-à ao dimensionamento dos pilares, cujos esforços que os solicitam são as reações de apoio das grelhas, representativas dos pavimentos, acumulados ao longo da altura e considerando um coeficiente de redução, de acordo com as prescrições da NBR-6120 [2].

A figura 11.1 representa a seqüência dos dados referentes a uma estrutura com n pavimentos.

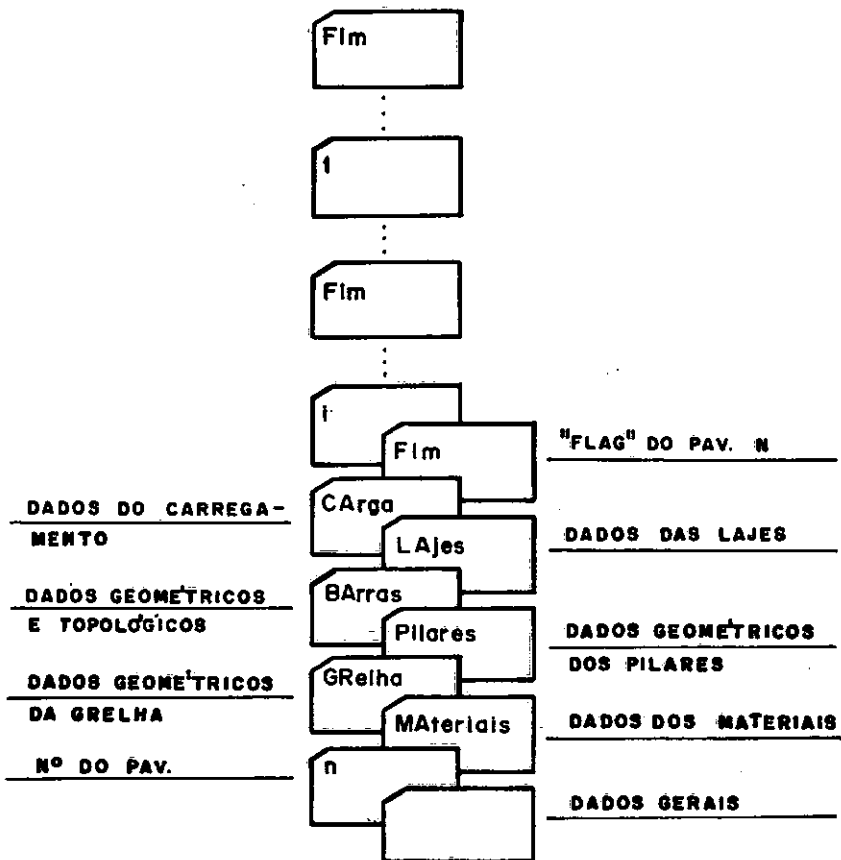


Figura 11.1 - Dados de uma estrutura de n pavimentos

#### 11.4 ÍNDICES DO CONTROLE DO PROGRAMA ADEECA

Em face das peculiaridades inerentes a cada estrutura, o projetista necessita tomar decisões que somente o seu critério cabe julgar. Algumas vezes é de bom alvitre uma pré-análise da estrutura, a fim de que se possa verificar a necessidade de redimensionamento geométrico de alguns de seus elementos, noutras vezes é importante que se disponha de início as cargas nas fundações independentemente do dimensionamento da lajes, vigas e pilares.

Através da utilização de determinados índices, o usuário possuirá controle sobre as etapas de execução e impressão dos dados e resultados de uma análise.

O programa trabalha com quatro índice, fornecidos no início da análise. Estes índices são :

ICIMP                      De acordo com o valor, o sistema fornecerá, além dos dados usualmente impressos, os deslocamentos da estrutura e as constantes elásticas dos pilares.

ICEXC

As etapas de execução desejadas para os movimentos são controladas por este índice. Normalmente o programa executa as lajes, vigas e pilares dos pavimentos. Porém, pode-se suprimir o cálculo das lajes, acumuladas as reações nas vigas, bem como evitar-se o dimensionamento dos pilares. Ainda é possível suprimir o dimensionamento dos elementos estruturais, havendo apenas neste caso uma análise dos esforços para cálculo das cargas nas fundações.

IEXIS

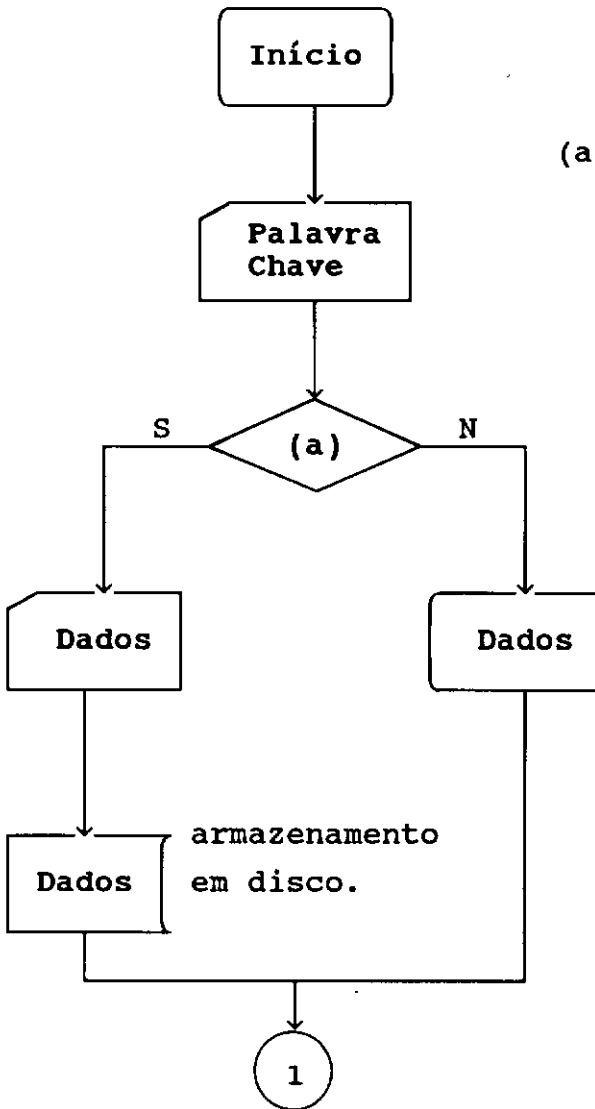
Identifica a estrutura que possui cargas acumuladas em memória arquivos randômicos, ou por outra, que o problema já foi resolvido parcialmente pelo sistema.

LPARE

Este índice informa ao sistema, em que pavimento a análise será interrompida, armazenando em memória auxiliar as cargas - reações da grelha representativa deste pavimento. Estas cargas serão utilizadas quando do retorno da estrutura ao sistema, para o prosseguimento da análise dos pavimentos restantes.

### 11.5 DIAGRAMA DA RECEPÇÃO DOS DADOS DE ENTRADA (ADEECA)

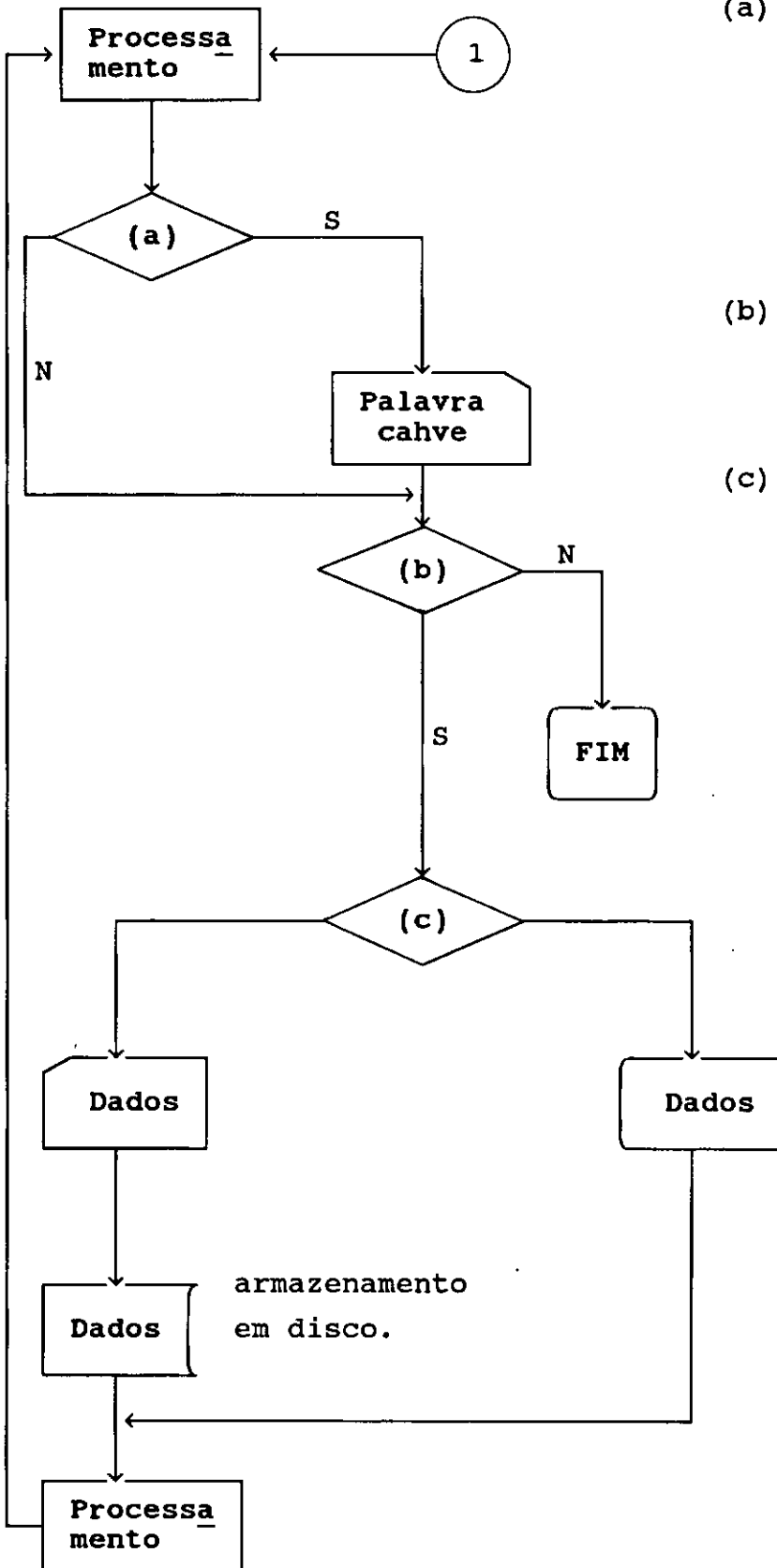
A seguir, o fluxograma de entrada de dados, em um pavimento genérico.



(a) - os dados a seguir são referentes a esta etapa do processamento ?

leitura do disco dos dados referentes a esta etapa do processamento.





(a) - os dados lidos na etapa anterior se referiam àquela etapa do processamento ?

(b) - existe ainda algum grupo de dados.

(c) - os dados a seguir são referentes a esta etapa do processamento ?

leitura em disco dos dados referentes a esta etapa do processamento.

## 11.6 DETECÇÃO DE ERROS NOS DADOS DE ENTRADA (ADEECA)

Os dados de entrada foram organizados de forma que o sistema, sempre que possível, os gerassem. Mesmo assim é elevado o número de dados fornecido ao sistema pelo usuário, sempre havendo a possibilidade de ocorrência de erros.

Em vista deste fato, julgou-se importante suprir o programa de um instrumento, que o capacitasse informar ao projetista, quando da ocorrência de dados incompatíveis com o problema proposto, identificando o erro através de uma mensagem, permitindo assim sua posterior correção.

Detectada uma impropriedade em um dado, o sistema paralisará a análise da estrutura, prosseguindo porém a verificação da consistência dos dados restantes.

A figura 11.2 exemplifica o funcionamento do esquema de detecção de erros. Uma biblioteca de mensagens é criada previamente em arquivo aleatório, através do programa auxiliar ADEECA/BIBLIOTECA. Caso não seja possível a criação deste arquivo, o sistema fornecerá, quando da ocorrência de um dado incompatível, apenas o código do erro, sem mensagem.

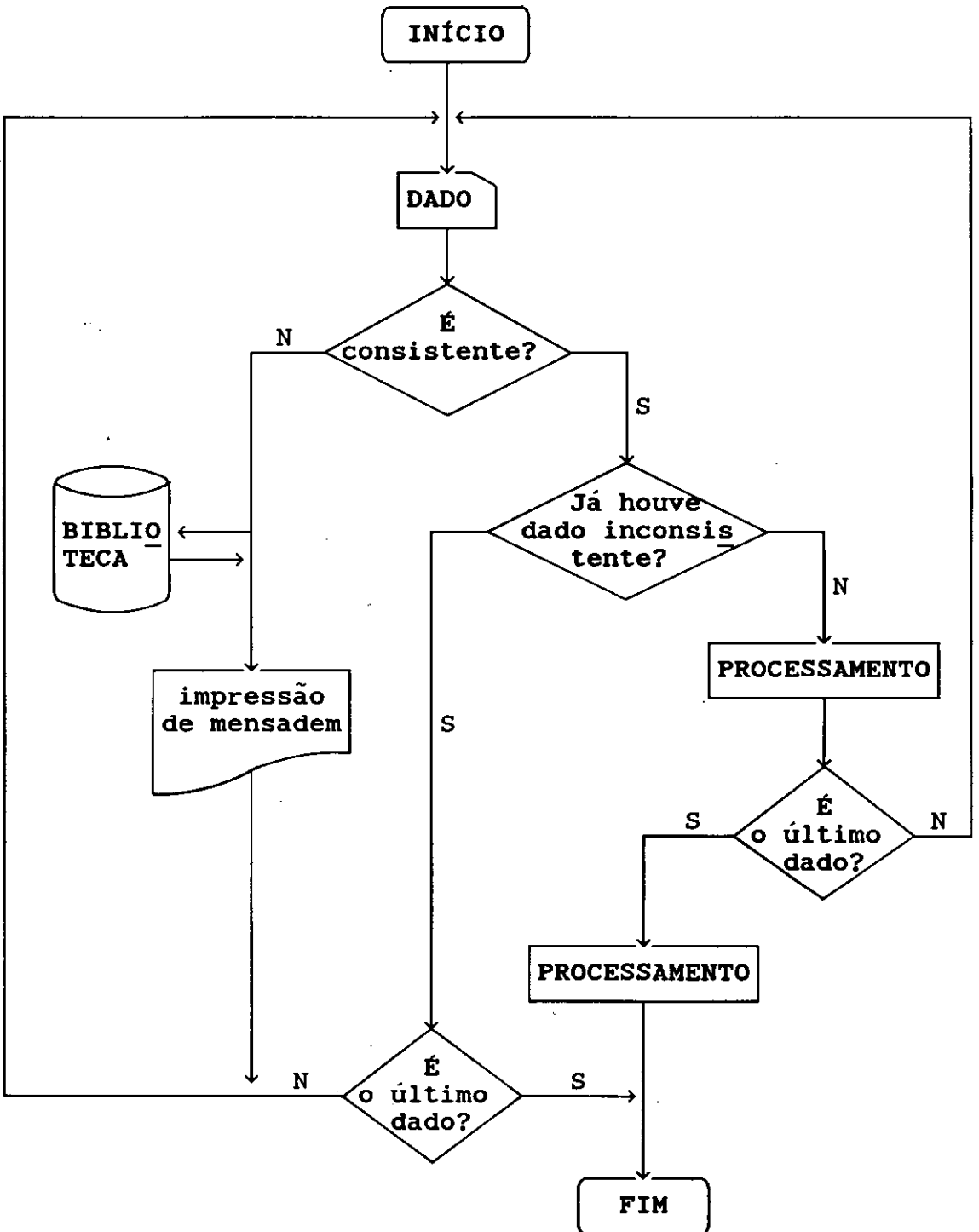


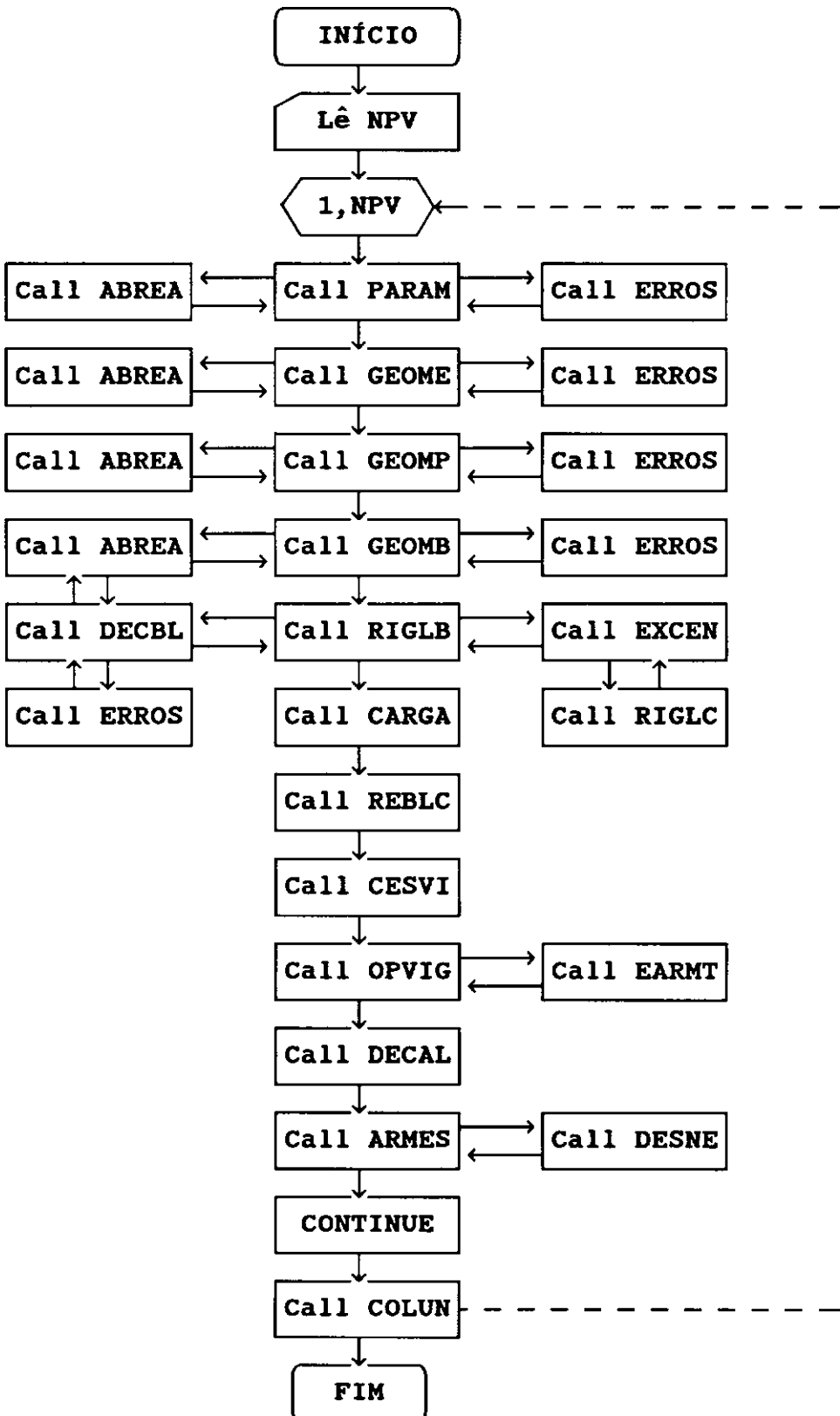
Figura 11.2 - Esquema de detecção de erros

**11.7 FLUXOGRAMA SIMPLIFICADO DO PROGRAMA ADEECA**

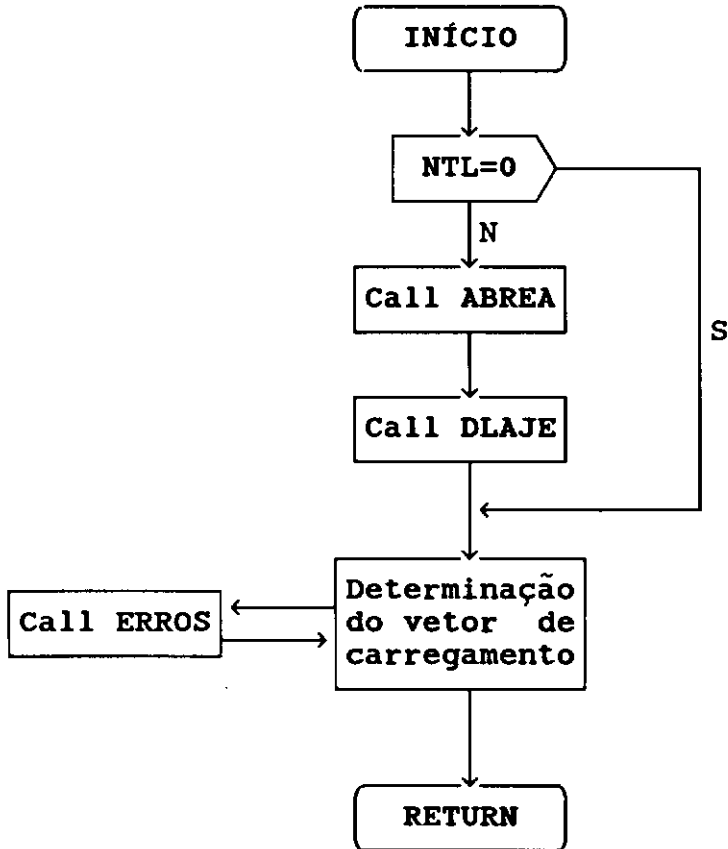
Significado das variáveis :

- NE            número da estrutura.
- NPV          número de pavimentos.
- NTL          número de lajes.
- ICOM        número do pavimento no qual a análise dos pilares iniciará.
- IFIM        número do pavimento no qual a análise dos pilares terminará.
- NA           número dos pilares.
- NB           número de barras.
- LB           índice de esbeltez ( $\lambda$ ).
- ATOT        área de ferro necessária aos pilares.

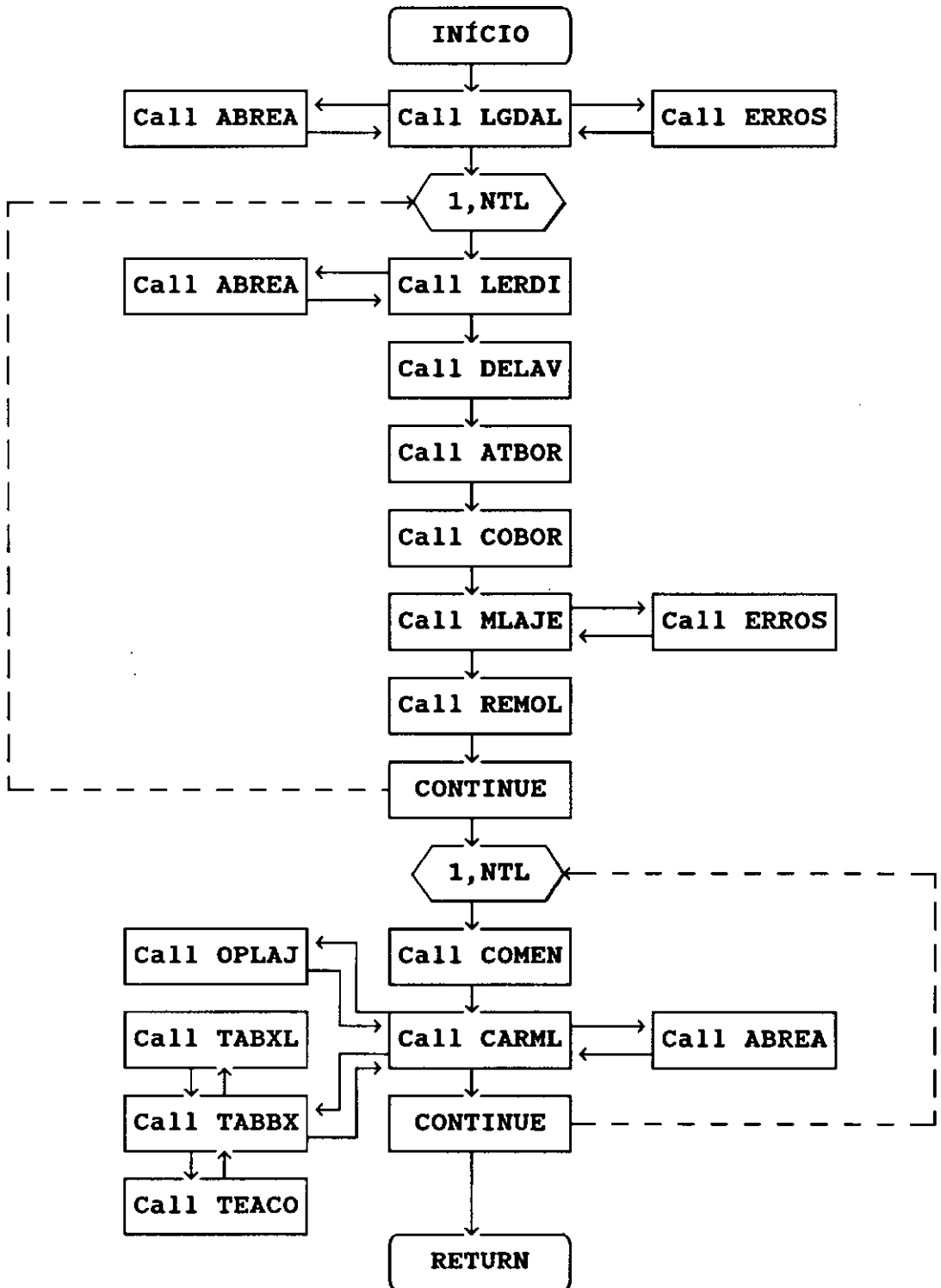
## PROGRAMA PRINCIPAL



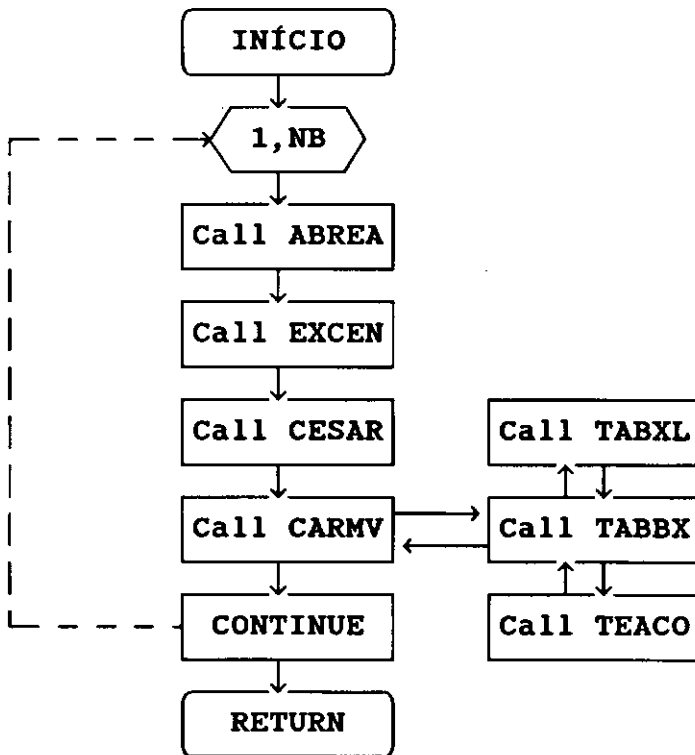
## Subrotina CARGA



## Subrotina DLAJE

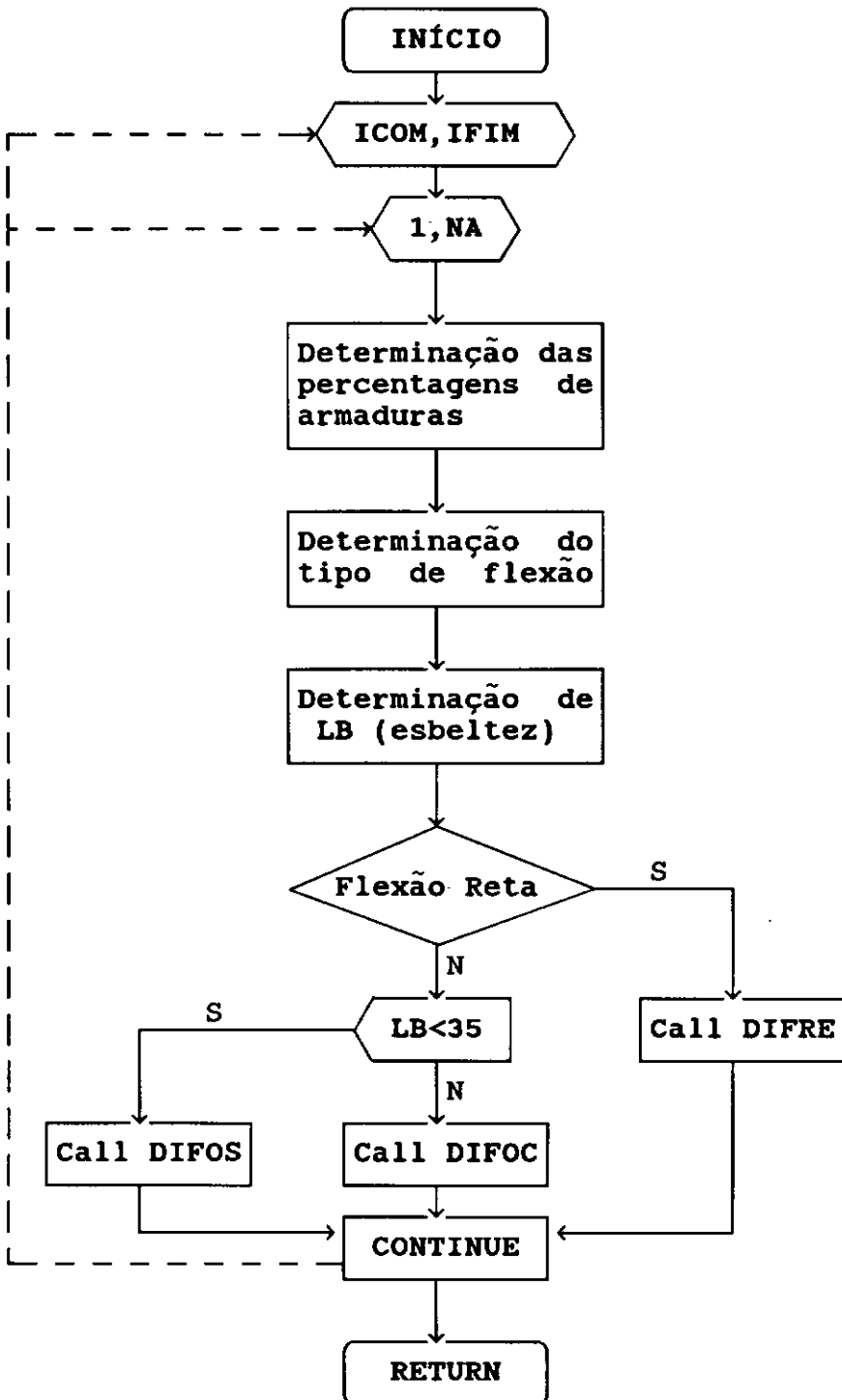


## Subrotina CESVI

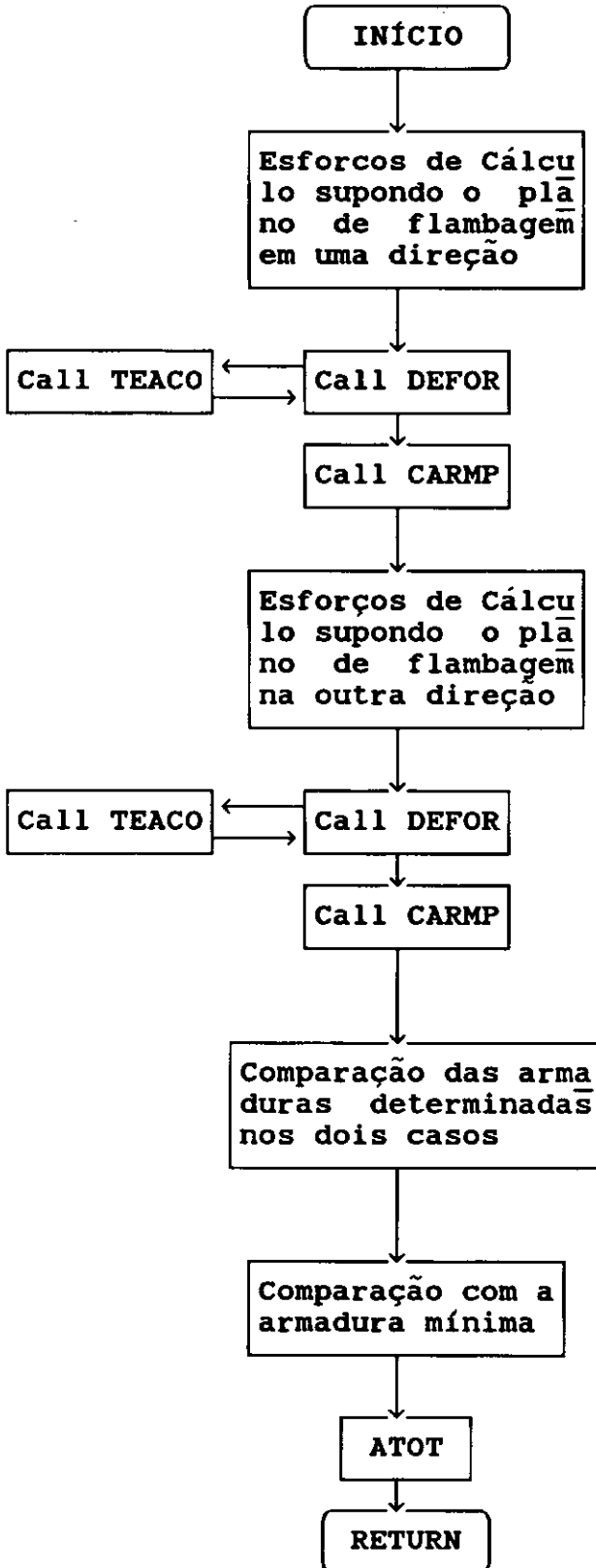




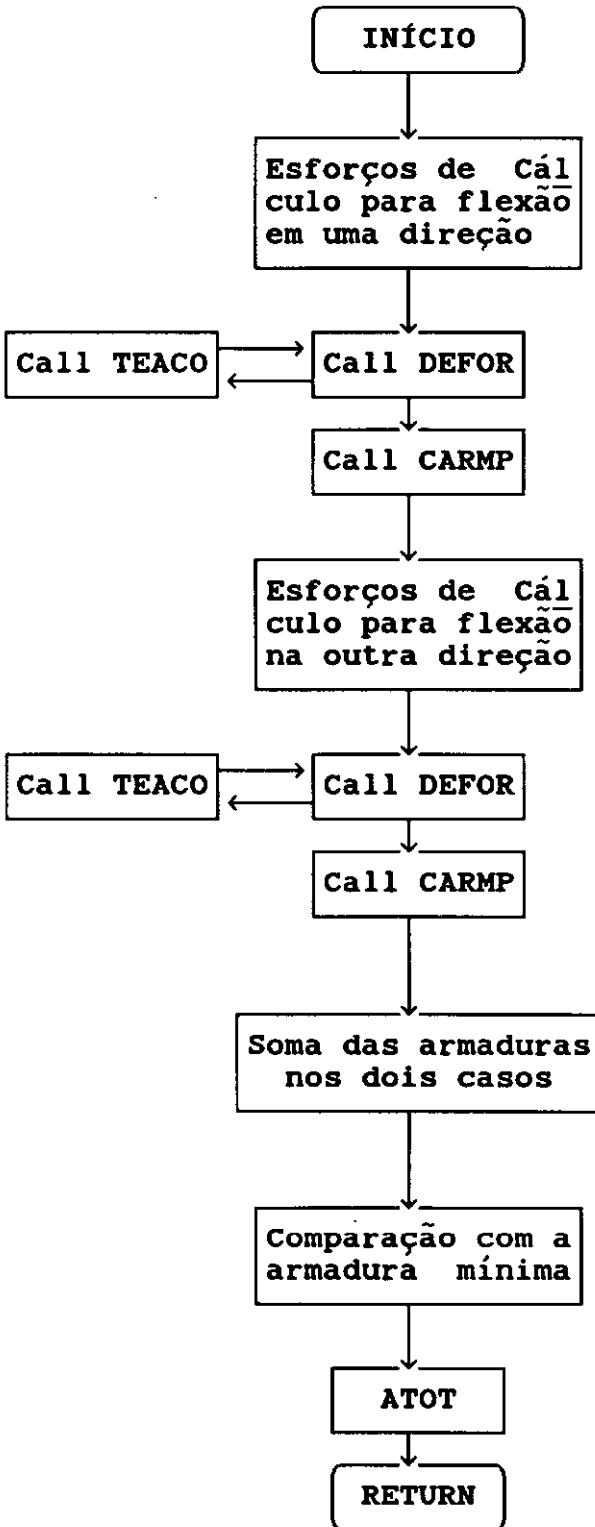
## Subrotina COLUN



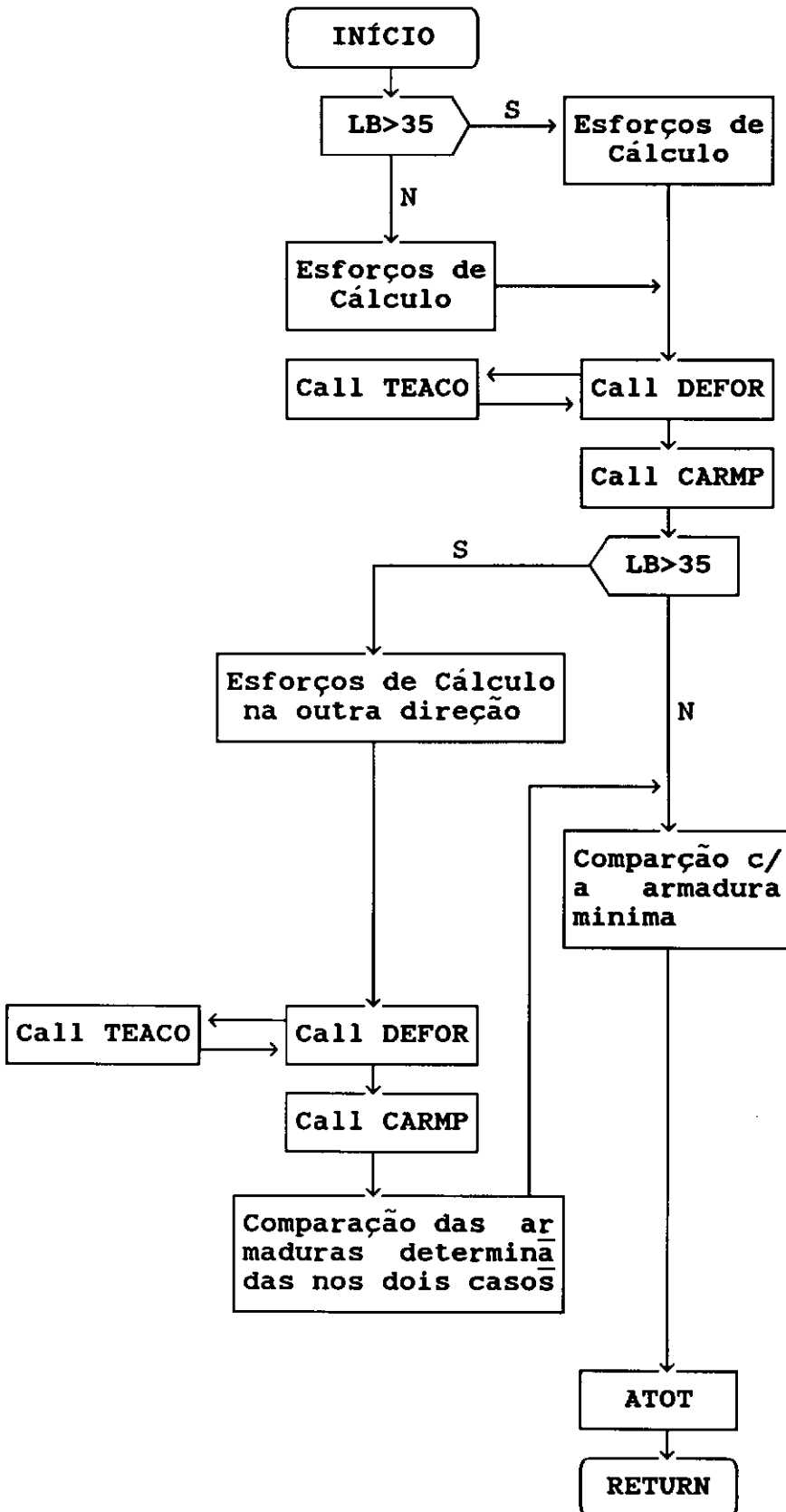
## Subrotina DIFOC



## Subrotina DIFOS



## Subrotina DIFRE



## 11.8 SUBROTINAS DO PROGRAMA DDEECA

- ABREAR** Faz a abertura de arquivos de acesso direto, verificando o status de abertura.  
chamada por: programa principal, DECOBOV, DESAIC, DESAIT, DESARV, DESASC, DESAST, DESCOR, DESEST, DESUSP, DETRAV.  
Não chama nenhuma subrotina.
- ARUTCO** Determina o máximo de área da armadura de tração que pode ser utilizada para compressão.  
chamada por: DECOBV.  
não chama nenhuma subrotina.
- COTAES** Coloca as cotas nos estribos.  
chamado por: DESEST, DESUSP.  
chama: GETNUM, GETWID, PLOT, SYMBOL.
- COTASC** Complementa a colocação das cotas nos cortes.  
chamado por: DESCOR.  
chama: GETNUM, GETWID, NEWPEN, SYMBOL.
- COTASI** Coloca as cotas superiores nas armaduras.  
chamada por: DESAIC, DESAIM, DESAIT, DESASC, DESCOR.  
chama: GETNUM, GETWID, NEWPEN, SYMBOL.

- COTASS Coloca as cotas superiores nas armaduras.  
chamada por: DESAIC DESAIM, DESAIT, DESASC,  
DESASM, DESAST, DESPEL.  
chama : GETNUM, GETWID, NEWPEN, SYMBOL.
- DECOBV Determina os comprimentos das barras das armaduras  
chamada por: programa principal.  
chama : ABREAR, ARUTCO.
- DESAIC Desenha a armadura inferior de compressão  
(armadura de compressão nos apoios).  
chamada por : DESARV.  
chama: ABREAR, COTASI, COTASS, NEWPEN, PLOT  
QUANTA, SYMBOL.
- DESAIM Desenha a armadura inferior de montagem.  
chamada por: DESARV.  
chama: COTASI, COTASS, NEWPEN, PLOT, QUANTA,  
SYMBOL.
- DESAIT Desenha a armadura inferior de tração (armadura de  
tração no vão).  
chamada por: DESARV.  
chama: ABREAR, COTASI, COTASS, NEWPEN, PLOT,  
QUANTA, SYMBOL

- DESARV Chama todas as subrotinas para o desenho das armaduras das vigas.  
chamada por: programa principal.  
chama: ABREAR, DESAIC, DESAIM DESAIT, DESASM, DESAST, DECOR, DESEST, DESPEL, DESUSP, NEWPEN, PLOT.
- DESASC Desenha a armadura superior de compressão (armadura de compressão no vão), no caso desta ser independente da armadura de tração dos apoios.  
chamada por: DESARV.  
chama: ABREAR, COTASI, COTASS, NEWPEN, PLOT, QUANTA, SYMBOL.
- DESASM Desenha a armadura superior de montagem.  
chamada por : DESARV.  
chama : COTASI, COTASS, NEWPEN, PLOT, QUANTA, SYMBOL.
- DESAST Desenha a armadura superior de tração (armadura de tração no apoio).  
chamada por: DESARV.  
chama: ABREAR, COTASI, COTASS, NEWPEN, PLOT, QUANTA, SYMBOL.
- DESCOR Desenha os cortes da vigas (seções transversais).  
chamada por: DESARV.  
chama : ABREAR, COTASC, COTASI, NEWPEN, PLOT, SYMBOL.

- DESEST      Desenha os estribos das vigas (armadura transvesal).  
chamada por: DESARV.  
chama: ABREAR, COTAES, COTASI, NEWPEN, PLOT, QUANTA, SYMBOL.
- DESPEL      Desenha a armadura de pele (costelas).  
chamada por: DESARV.  
chama: COTASS, PLOT, QUANTA.
- DESUSP      Desenha a armadura de suspensão.  
chamada por: DESARV.  
chama: ABREAR, COTAES, COTASI, NEWPEN, PLOT, QUANTA, SYMBOL.
- DESVIG      Desenha a viga (geometria).  
chamada por : programa principal.  
chama: GETNUM, GETWID, IBMPLX, NEWPEN, PLOT, PLOTD, SYMBOL, TRIPLX.
- DETARV      Determina os comprimentos de ancoragem e de emendas das barras.  
chamada por: programa principal.  
chama: ABREAR.
- DIAPIL      Determina as distâncias transversais dos apoios diretos (pilares).



chamada por : programa principal.

Não chama nenhuma Subrotina

**DIAVIG** Determina as distâncias transversais dos apoios (vigas).

chamada por: programa principal.

Não chama nenhuma subrotina.

**INÍCIO** Inicializa o PLOT88 para utilização das subrotinas gráficas.

chamada por: programa principal.

chama: FACTOR, PLOTS.

**QUANTA** Quantifica as armaduras de cada viga e do pavimento.

chamada por : DESIC, DESAIM, DESAIT, DESASC, DESAM, DESAST, DESET, DESPEL, DESUSP.

não chama nenhuma subrotina.

**TABQUA** Confecciona as tabelas de quantificação de aços e de concreto.

chamada por: programa principal.

Não chama nenhuma subrotina.

## 11.9 SUBROTINAS DO PLOT88

- FACTOR**      Determina a escala do desenho.  
chamada por: INICIO.
- GETNUM**      Converte um número real de precisão simples em um  
caracter decimal equivalente.  
chamada por: COTAES, COTASC, COTASI, COTASS,  
DESVIG.
- GETWID**      Determina o comprimento de um caracter.  
chamada por: COTAES, COTASC, COTASI, COTASS,  
DESVIG.
- IBMPLX**      Define a utilização da fonte IBMPLX para  
caracteres a serem utilizados pelo PLOT88.  
chama por: DESVIG.
- NEWPEN**      Define a espessura do traço no desenho.  
chamada por: COTASC, COTASI, COTASS, DESAIC,  
DESAIM, DESAIT, DESARV, DESASC, DESASM, DESAST,  
DESCOR, DESEST, DESUSP, DESVIG.
- PLOT**          Movimenta a pena da corrente posição para uma nova  
posição, desenhando em linha cheia ou sem desenhar  
nada.

chamada por: COTAES, COTASC, COTASI, COTASS, DESAIC, DESAIM, DESAIT, DESARV, DESASC, DESASM, DESAST, DESCOR, DESEST, DESUSP, DESVIG.

**PLOTD** Movimenta a pena desenhando em linha tracejada.  
chamada por: DESPEL, DESVIG.

**PLOTS** Inializa o PLOT88.  
chamada por: INICIO.

**SYMBOL** Desenha caracteres em uma posição indicada.  
chamada por: COTAES, COTASI, COTASS, DESAIC, DESAIM, DESAIT, DESARV, DESASC, DESASM, DESAST, DESCOR, DESEST, DESUSP, DESVIG.

**TRIPLX** Define a utilização da fonte TRIPLX para caracteres a serem utilizados pelo PLOT88.  
chamada por: DESVIG.

#### 11.10 ESTRUTURA DE DADOS DE DDEECA

A massa de dados relativos ao edifício é lida de disco previamente armazenada pelo programa ADEECA. Ficando necessário apenas ser fornecido ao programa, os dados referentes às características da interface e as alterações eventuais que o projetista achar necessário.

**11.11 FLUXOGRAMA SIMPLIFICADO DO PROGRAMA DDEECA**

Significado das variáveis :

IPAV1 índice do pavimento.

ICI índice da condição do apoio.

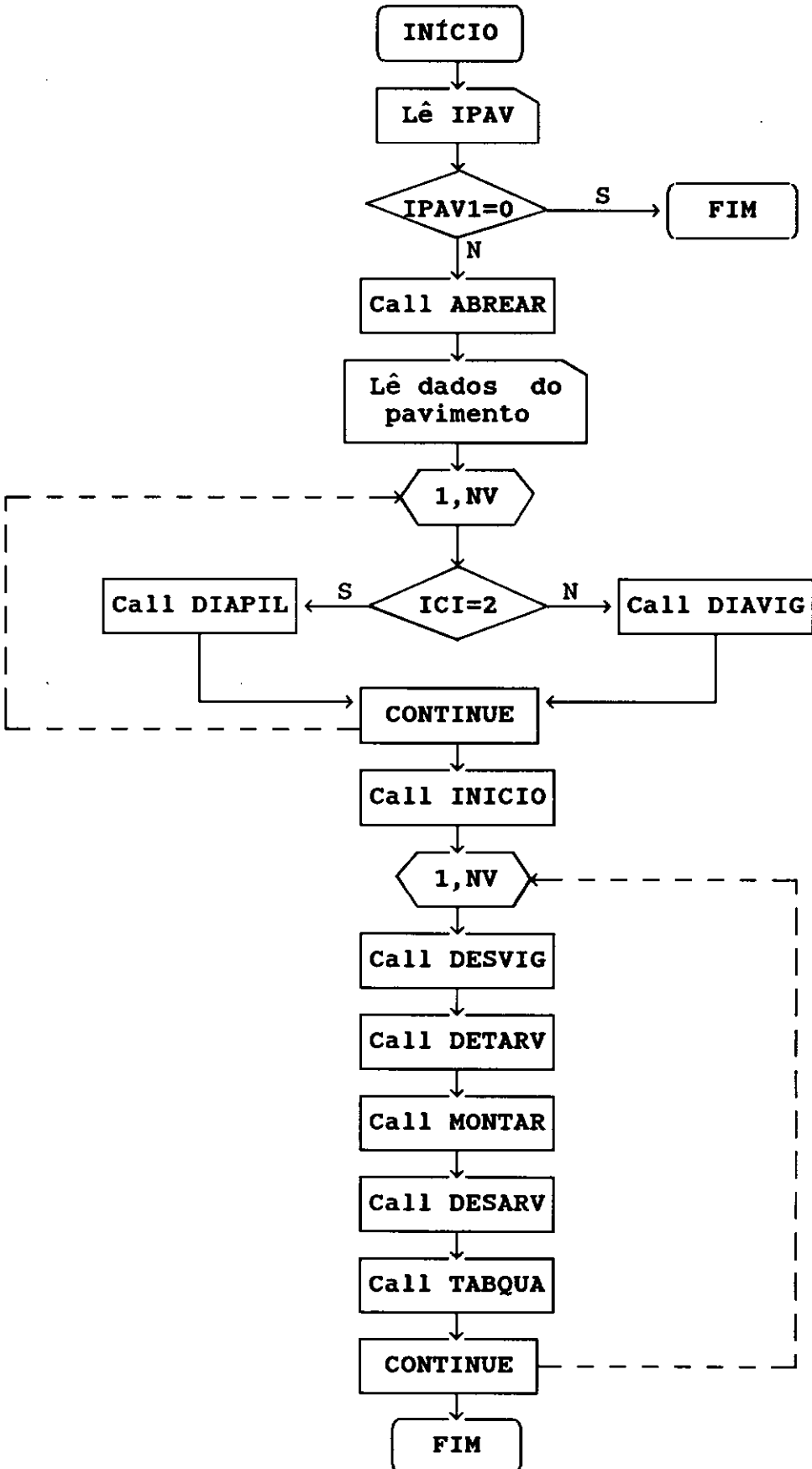
NV número de vigas do pavimento.

NCAM número da camada.

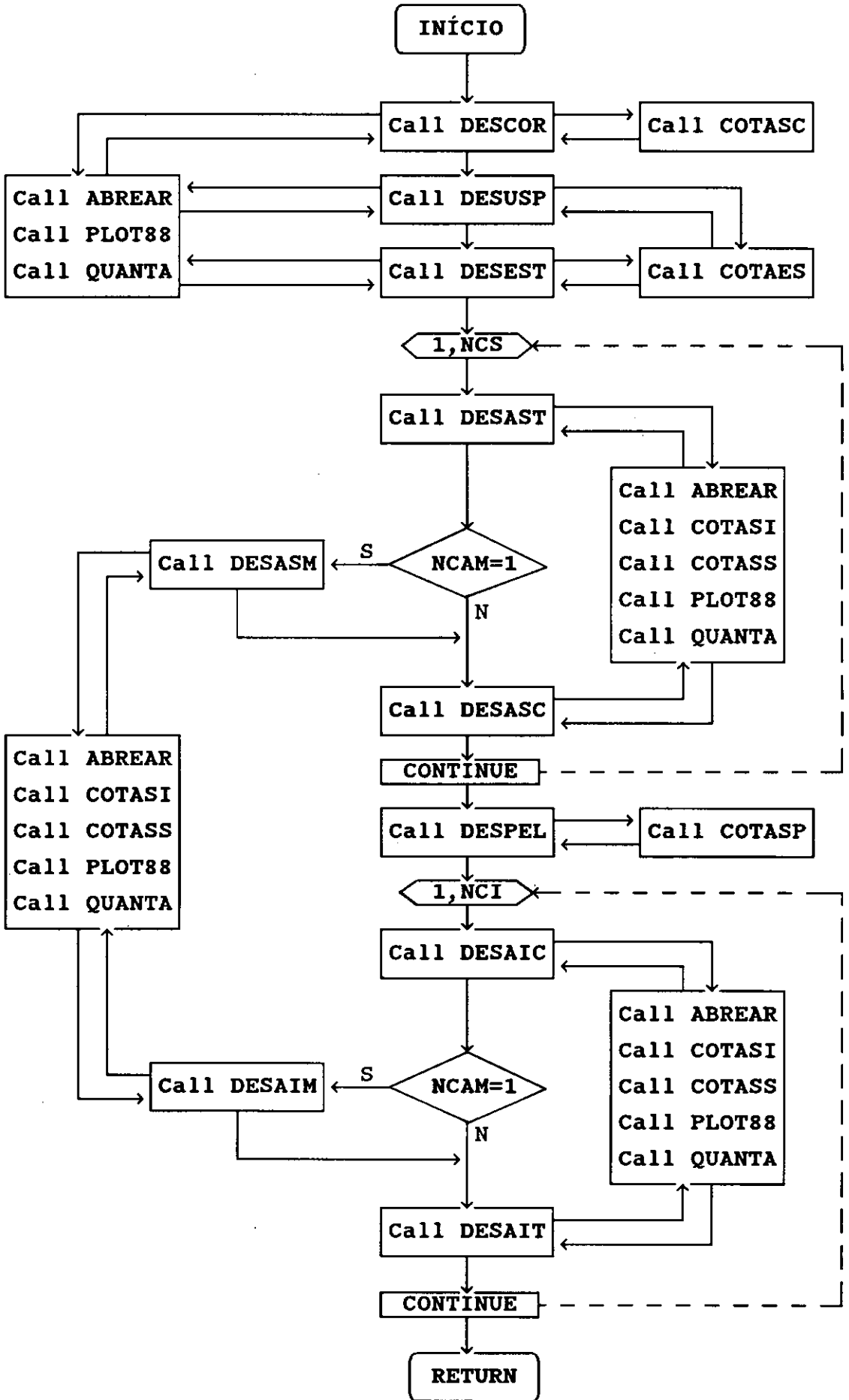
NCS número total de camadas na parte superior da seção da viga.

NCI número total de camadas na parte inferior da seção da viga.

## PROGRAMA PRINCIPAL



Subrotina DESARV



## CAPÍTULO XII

## RESULTADOS E CONCLUSÕES

Para as conclusões que se seguirão, foram utilizados três exemplos com características diferentes. Contudo, apenas um destes exemplos será apresentado com o intuito de elucidar este capítulo.

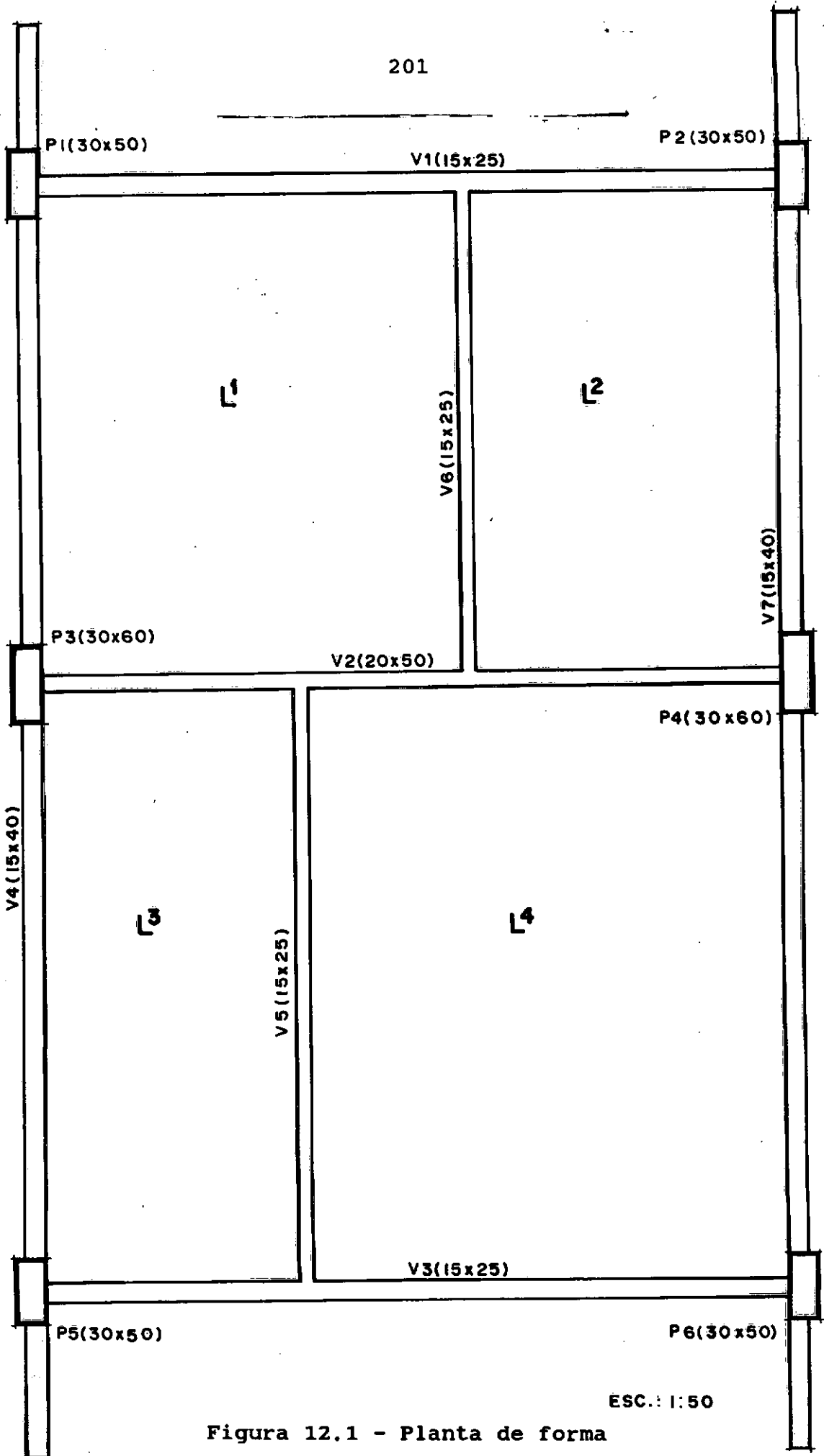
## 12.1 DESCRIÇÃO DO EXEMPLO

Na figura 12.1 é apresentada a planta de forma dos pavimentos, cujo sombreado indica as barras existentes apenas no último pavimento.

Trata-se de um edifício de quatro pavimentos, com sete vigas, seis pilares e quatro lajes em cada pavimento.

Nas figuras 12.2 e 12.3, são apresentadas as plantas de locação dos pontos nodais das grelhas do último pavimento e do primeiro ao terceiro pavimento, respectivamente.

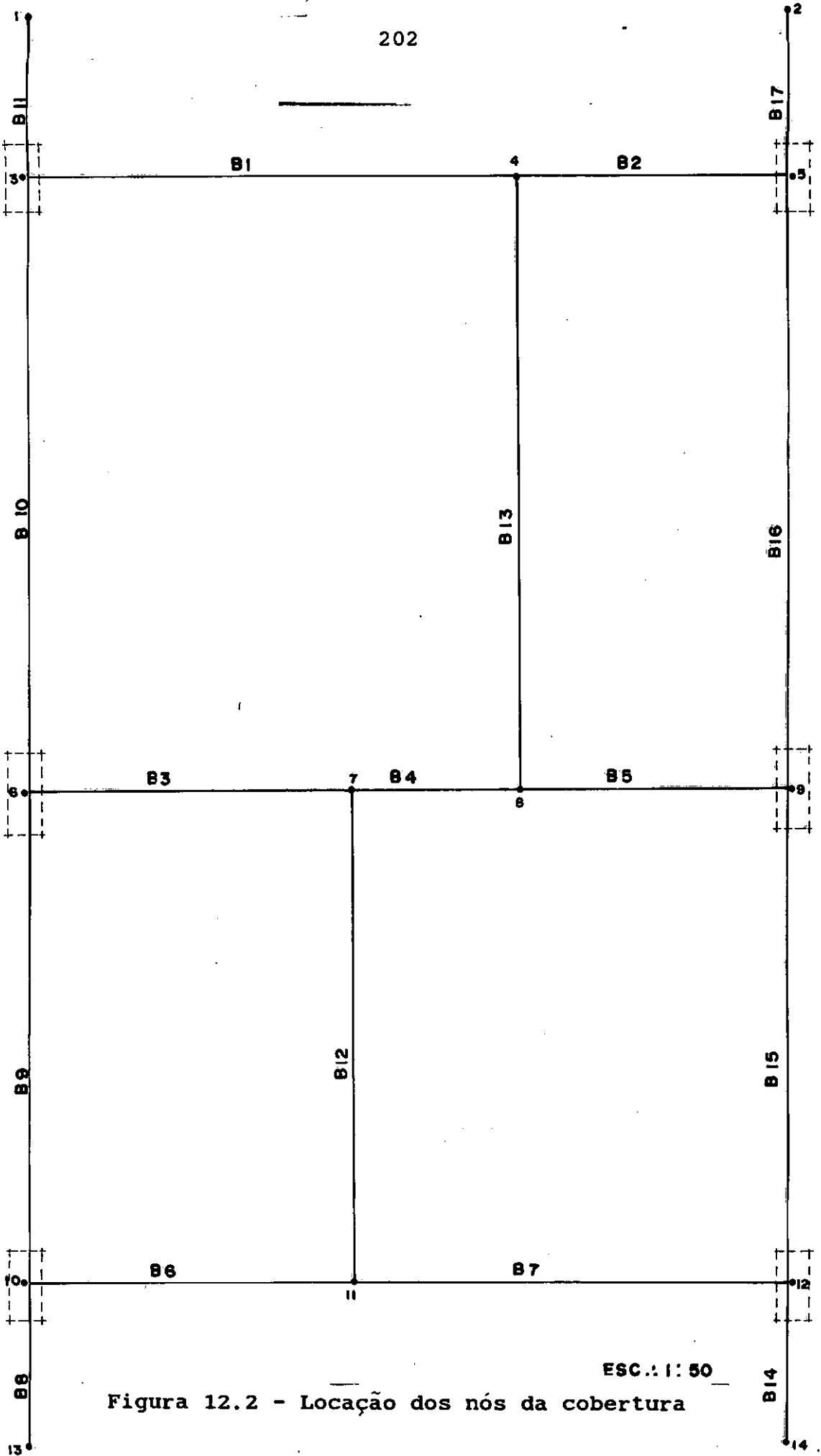
201



ESC.: 1:50

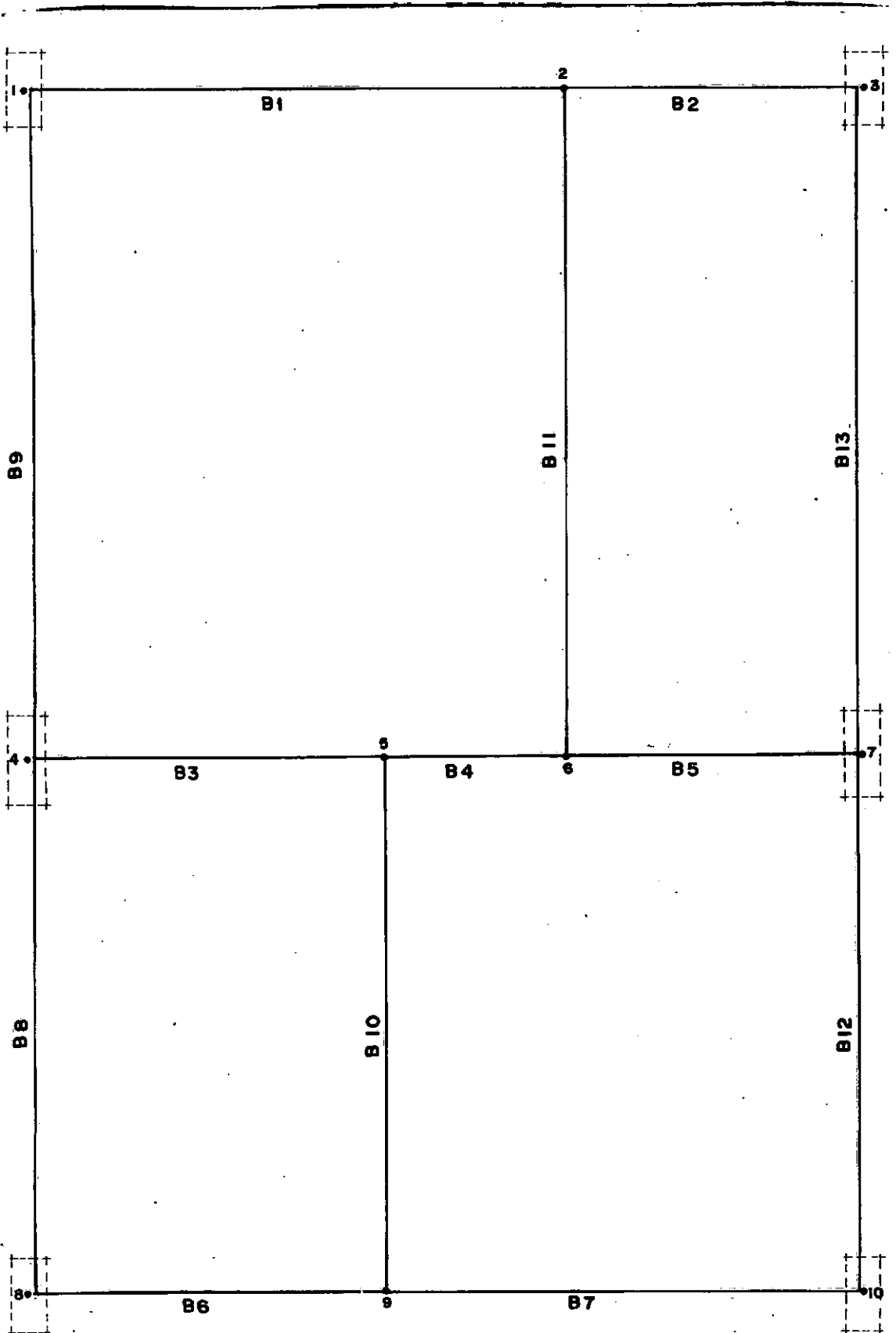
Figura 12.1 - Planta de forma





ESC.: 1:50

Figura 12.2 - Locação dos nós da cobertura



ESC.: 1:50

Figura 12.3 - Localização dos nós do pavimento tipo

## 12.2 DESCRIÇÃO DOS DADOS DE ENTRADA

### 12.2.1 DADOS DO PROGRAMA ADEECA

Como a geometria e o carregamento do segundo e terceiro pavimentos são idênticos, basta que se proceda ao dimensionamento de três dos quatro pavimentos da estrutura, ou seja : Térreo, tipo e cobertura.

O cálculo proceder-se-á de cima para baixo. Os dados referentes à cobertura ( quarto pavimento ) serão fornecidos de forma completa ( materiais, grelha, pilares, lajes, barras e cargas). No pavimento-tipo será desnecessário redefinir os materiais; no entanto, devido à grelha ser composta por um número diferente de barras que no último pavimento, é necessário redefinir os dados relativos à grelha, às lajes, às barras e às cargas. Também é necessário definir as características dos pilares, pois no pavimento-tipo devemos considerar a influência de apoios elásticos relativos aos pilares dos pavimentos inferior e superior à grelha. Finalmente no pavimento térreo serão redefinidos apenas os dados referentes aos pilares a fim de serem considerados apenas os apoios elásticos relativos aos pilares do pavimento superior.

### 12.2.2 DADOS DO PROGRAMA DDEECA

Deve haver obrigatoriamente , apenas três dados de entrada que formarão um arquivo. São eles :

- a) O código que identifica a característica de interface ( tela, impressora, plotter);
- b) O código que identifica o modelo do aparelho;
- c) O fator de escala do desenho.

Quando houver alterações a serem feitas nas armaduras, estas devem figurar em um arquivo apenas de alterações.

## 12.3 DESCRIÇÃO DOS DADOS DE SAÍDA

### 12.3.1 DADOS DO PROGRAMA ADEECA

O programa ADEECA fornecerá seus resultados em dois arquivos de saída. O primeiro fornecerá as características da estrutura, os esforços nos elementos, o dimensionamento e as cargas nas fundações, bem como os elementos necessários para um possível redimensionamento das peças (vide apêndice A ).

### 12.3.2 DADOS DO PROGRAMA DDEECA

O programa DDEECA terá como resultado uma saída gráfica detalhando as armaduras e suas posições e um arquivo que constará das tabelas de quantificação dos materiais. Nos apêndices C e D encontram-se alguns exemplos de dados de saída do programa DDEECA.

### 12.4 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS

O volume de armadura das vigas do pavimento de cobertura foi calculado através do programa e comparado com o obtido discretizando-se o pavimento em vigas isoladas.

Na tabela 12.1 são apresentados os valores para os dois casos, para cada viga do pavimento.

Como se pode notar obteve-se com o dimensionamento automático uma redução no consumo dos materiais, contudo o número de exemplos tomados foi muito pequeno para falar-se em termos quantitativos do significado desta redução. Porém, serve para validar a utilização do cálculo automático como ferramenta de apoio aos escritórios de engenharia.

Tabela 12.1 - Consumo dos materiais nos dois casos

	cálculo manual		cálculo automático	
	concreto ( m <sup>3</sup> )	aco ( kg )	concreto ( m <sup>3</sup> )	aco ( kg )
1	0,36	71,12	0,26	51,68
2	0,69	70,00	0,69	62,53
3	0,36	22,54	0,26	47,50
4	0,77	43,82	0,77	39,69
5	0,17	13,09	0,17	17,81
6	0,25	17,96	0,20	31,29
7	0,77	65,84	0,77	39,37
T	3,37	304,38	3,12	289,86

## 12.5 CONCLUSÕES

Muito embora a economia de armadura conseguida pelo programa, para o exemplo apresentado, tenha sido muito pequena, este fato não invalida a utilização do programa pois a concepção estrutural no programa traduz melhor o comportamento real do edifício do que a tradicional discretização em peças isoladas.

Ainda deve ser considerado que, embora os esforços conseguidos pelo programa tenham sido, em média, inferiores aos obtidos pelo cálculo não automático, os valores das armaduras encontrados para o exemplo, em ambos os casos,

foram inferiores ao da armadura mínima.

Acredita-se que com o redimensionamento geométrico das seções, a diferença de armadura entre os dois casos deve acentuar-se a favor do cálculo automático.

Sugere-se que, para uma avaliação mais completa, sejam concluídas as partes relativas ao detalhamento de lajes e pilares que neste trabalho não foram apresentadas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas, Projetos e Execução de Obras de Concreto Armado, NBR-6118, 1982.
- [2] ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas, Cargas para Cálculo de Estruturas de Edificações, NBR-6120, 1980.
- [3] ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas, Barras e Fios de Aço Destinados a Armaduras de Peças de Concreto Armado, EB-3, 1978.
- [4] ACI - American Concrete Institute, Buildings Code Requirements for Reinforced Concrete, ACI-318, 1977.
- [5] CEB - Comité Euro-International du Béton, Federation Internationale de la Precontrainte Code Modèle, CEB-FIP, pour les structures en Béton, 1978.
- [6] CEB - Comité Européen du Béton, Federation Internationale de la Precontrainte Recommandations Internationales pour le Calcul et l'Execution des Ouvrages en Béton, CEB-FIP, Bulletin n° 84, 1972.



- [7] CEB - Comité Européen du Béton,  
Manual de Calcul "Effort Tranchant-Torsion"  
Bulletin n° 92, 1973.
- [8] CEB - Comité Européen du Béton,  
Buckling Manual  
Bulletin n° 103, 1973.
- [9] DIN - Deuschen Normenausschusses,  
Construccion de Hormigon y Hormigon Armado,  
Cálculo y Ejecucion, DIN-1046, 1978.
- [10] FONTE, Antônio Oscar C.  
Análise Tridimensional de Estruturas de  
Edifício,  
Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, 1972.
- [11] FUSCO, Péricles Brasiliense  
Fundamentos de Projeto Estrutural.  
McGraw-Hill do Brasil Ltda., 1976.
- [12] GALGOUL, Nelson Szilard  
Estudo de Flexão Oblíqua em seções  
Retangulares Simétricas.  
Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, 1975.

- [13] GERE, J. M.; WEAVER Jr., W.  
Análise de Estruturas Reticuladas  
Guanabara Dois, 1981.
- [14] GOBBETI, Leda Carmen W.  
Projeto e Detalhamento das Armaduras de viga  
em Concreto Armado.  
UFRGS - Caderno Técnico N-º15, 1986.
- [15] GOBBETI, L. C. W.; CAMPAGNOLO, J. L. ; CONTE, R.  
Análise Experimental do Comportamento quanto  
às Deformações de Lajes Armadas em uma  
Direção.  
UFRGS - Caderno Técnico N-º81, 1985.
- [16] GOBBETI, L. C. W.; CAMPOS Fº, A.; CAMPAGNOLO, J. L.  
Análise Teórico-Experimental das Deformações  
em Vigas de Concreto Armado.  
UFRGS - Caderno Técnico N-º48.
- [17] HEHL, Maximilian Emil  
Linguagem de Programação Estruturada,  
FORTRAN 77.  
McGraw-Hill do Brasil Ltda., 1986.
- [18] HULSE, R. ; MOSLEY, W. H.  
Reinforced Concrete Design by Computer  
McMillan Education Ltda., 1986

- [19] LANGEDONCK, Telemaco Van  
Cálculo de Concreto Armado - Vol. I e II,  
ABCP - Associação Brasileira de Cimento  
Portland, 1954.
- [20] LEONHARDT, Fritz  
Construções de Concreto - Vol. I, II, III, e  
IV  
Editora Interciência, 1978.
- [21] LÖSER, Benno  
Concreto Armado  
Editora Científica, 1947.
- [22] MONTOYA, P. J. ; MESEGUER, A. G.; MORAN, F.  
Hormigon Armado  
Editorial Gustavo Gili S.A., 1979.
- [23] PFEIL, Walter  
Concreto Armado - Dimensionamento  
Livros Técnicos e Científicos Editora S. A.,  
1984.
- [24] SANTOS, Lauro Modesto  
Cálculo de Concreto Armado  
Editora Edgard Blücher Ltda., 1977.

- [25] MENEZES, Nilson Corrêa  
Dimensionamento Automático de Estruturas de  
Edifícios em Concreto Armado  
Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, 1977.
- [26] PACITTI, Tércio  
FORTRAN-Monitor, Princípios  
Livros Técnicos e Científicos Editora S.A,  
1978.
- [27] PRZEMIENIECKI, J. S.  
Theory of Matrix Structural Analysis  
McGraw-Hill Book Company, 1968.
- [28] REYNOLDS, C. E. ; STTEDMAN, J.C.  
Reinforced Concrete Designer's Handbook  
Viewpoint, 1981.
- [29] SCHIRMBECK, Fernando R. G. ; BISOTTO, Roberto  
Curso de Cálculo Estrutural  
Gráfica e editora NBS Ltda., 1986.
- [30] SORIANO, Humberto de Lima  
Formulação dos Métodos de Gauss e de Cholesky  
para a Análise Matricial de Estruturas,  
COPPE/UFRJ, 1972.

- [31] SÜSSEKIND, José Carlos  
Curso de Concreto Armado - Vol. I e II  
Editora Globo, 1983.
- [32] SZILARD, Ruldolph  
Theory and Analysis of Plates ; Classical and  
Numerical Methods.  
Prentice Hall, 1974.
- [33] TABORDA, Luiz F.  
Análise Não-Linear de Pórticos Planos de  
Concreto Armado.  
Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, 1974.
- [34] TELLES, José Cláudio F.  
Análise do Comportamento Não-Linear Geométrico  
e Físico de Pórticos Planos de Concreto  
Armado,  
Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, 1976.
- [35] TIMOSHENKO, S. P. ; GERE, J. M.  
Mecânica dos Sólidos  
Livros Técnicos e Científicos S.A., 1983.
- [36] VENÂNCIO F<sup>o</sup>, Fernando  
Análise Matricial de Estruturas.  
Almeida Neves-Editores Ltda., 1975.

[37] WEAVER, William

Computer Programs for Structural Analysis,  
Van Nostrand Reinhold Company, 1967.

APÉNDICE A

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO - UFRJ

COORDENACAO DOS PROGRAMAS DE POS-GRADUACAO EM ENGENHARIA - COPPE  
PROGRAMA DE ENGENHARIA CIVIL - AREA DE ESTRUTURAS

PROGRAMA ADEECA - ANALISE E DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS DE EDIFICIOS DE CONCRETO ARMADO EM MICROCOMPUTADORES  
TESE DE MESTRADO - AGOSTO 1990  
AUTOR - JOAO PAULO DE BARROS LEITE  
ORIENTADOR - PROF. NELSON SZILARD GALGOUL

ESTRUTURA 1 - EDIFICIO DE 4 PAVIMENTOS

EXEMPLO N. 2  
EDIFICIO DE QUATRO PAVIMENTOS  
GRELHA DO PAVIMENTO COMPOSTA POR 7 VIGAS

ESTRUTURA 1 - CARACTERISTICAS GEOMETRICAS DO PAVIMENTO 4 - COBERTURA

DADOS GERAIS  
\*\*\*\*\*

17 BARRAS / 14 NOS / 6 PILARES

COORDENADAS DOS NOS (M)  
\*\*\*\*\*

NO'	X	Y	\$
1	.05	13.00	0
2	7.05	13.00	0
3	.00	11.50	0
4	4.55	11.50	0
5	7.10	11.50	0
6	.00	6.00	0
7	3.05	6.00	0
8	4.55	6.00	0
9	7.10	6.00	0
10	.00	1.50	0
11	3.05	1.50	0
12	7.10	1.50	0
13	.05	.00	0
14	7.05	.00	0

\$ - INDICE DE INDICACAO DE SIMETRIA DOS NOS

PE' DIREITO (M)  
\*\*\*\*\*

INFERIOR 3.000



## CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DOS PILARES

\*\*\*\*\*

PIL NO	* DIMENSOES DOS PILARES				* ANGULOS ALFAS		* AREA DOS PILARES		* INERCIA DOS PILARES			
	X-INF.	Y-INF.	X-SUP.	Y-SUP.	INF.	SUP.	INF.	SUP.	X-INF.	Y-INF.	X-SUP.	Y-SUP.
	(M)	(M)	(M)	(M)	(RAD)		(M2)	(M2)	(M4)	(M4)	(M4)	(M4)
1	.300	.500			.0000		.1500		.00313	.00113		
2	.300	.500			.0000		.1500		.00313	.00113		
3	.300	.600			.0000		.1800		.00540	.00135		
4	.300	.600			.0000		.1800		.00540	.00135		
5	.300	.500			.0000		.1500		.00313	.00113		
6	.300	.500			.0000		.1500		.00313	.00113		

## CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS DAS BARRAS

\*\*\*\*\*

VIGA	* BARRA *	* NOS		* SECAO		* INERCIAS		* VAO	* INICIO		* FIM		§
		* INICIO	* FIM	* BASE	* ALTURA	* DIR X	* DIR Y	* EXC X	* EXC Y	* EXC X	* EXC Y		
		(M)	(M)	(M)	(M)	(M4)	(M4)	(M)	(M)	(M)	(M)		
V 1	1	3	4	.150	.250	.00018	.00020	4.50	-.05	.00	.00	.00	0
V 1	2	4	5	.150	.250	.00018	.00020	2.50	.00	.00	.05	.00	0
V 2	3	6	7	.200	.500	.00100	.00208	3.00	-.05	.00	.00	.00	0
V 2	4	7	8	.200	.500	.00100	.00208	1.50	.00	.00	.00	.00	0
V 2	5	8	9	.200	.500	.00100	.00208	2.50	.00	.00	.05	.00	0
V 3	6	10	11	.150	.250	.00018	.00020	3.00	-.05	.00	.00	.00	0
V 3	7	11	12	.150	.250	.00018	.00020	4.00	.00	.00	.05	.00	0
V 4	8	13	10	.150	.400	.00034	.00080	1.50	.00	.00	.00	-.05	0
V 4	9	10	6	.150	.400	.00034	.00080	4.50	.00	-.05	.00	-.05	0
V 4	10	6	3	.150	.400	.00034	.00080	5.50	.00	-.05	.00	-.05	0
V 4	11	3	1	.150	.400	.00034	.00080	1.50	.00	-.05	.00	.00	0
V 5	12	11	7	.150	.250	.00018	.00020	4.50	.00	.00	.00	.00	0
V 6	13	8	4	.150	.250	.00018	.00020	5.50	.00	.00	.00	.00	0
V 7	14	14	12	.150	.400	.00034	.00080	1.50	.00	.00	.00	.05	0
V 7	15	12	9	.150	.400	.00034	.00080	4.50	.00	.05	.00	.05	0
V 7	16	9	5	.150	.400	.00034	.00080	5.50	.00	.05	.00	.05	0
V 7	17	5	2	.150	.400	.00034	.00080	1.50	.00	.05	.00	.00	0

## § - INDICE DE INDICACAO DE SIMETRIA NAS BARRAS

## EXEMPLO N. 2

EDIFÍCIO DE QUATRO PAVIMENTOS

GRELHA DO PAVIMENTO COMPOSTA POR 7 VIGAS

## ESTRUTURA 1 - DADOS GEOMÉTRICOS E TOPOLOGICOS DAS LAJES DO PAVIMENTO 4

PAVIMENTO C/ 4 LAJES

LAJE 1  
\*\*\*\*\*

LADO-X	LADO-Y	ESP	CARGA	C.BORDO
4.500	5.500	.070	.050	0022

## BARRAS ADJACENTES

BORDO-1	BORDO-2	BORDO-3	BORDO-4
10 0 0	1 0 0	13 0 0	3 4 0

## LAJES ADJACENTES

BORDO-1	BORDO-2	BORDO-3	BORDO-4
0 0 0	0 0 0	2 0 0	3 4 0

LAJE 2  
\*\*\*\*\*

LADO-X	LADO-Y	ESP	CARGA	C.BORDO
2.500	5.500	.070	.050	2002

## BARRAS ADJACENTES

BORDO-1	BORDO-2	BORDO-3	BORDO-4
13 0 0	2 0 0	16 0 0	5 0 0

## LAJES ADJACENTES

BORDO-1	BORDO-2	BORDO-3	BORDO-4
1 0 0	0 0 0	0 0 0	4 0 0

LAJE 3  
\*\*\*\*\*

LADO-X	LADO-Y	ESP	CARGA	C.BORDO
3.000	4.500	.070	.050	0220

## BARRAS ADJACENTES

BORDO-1	BORDO-2	BORDO-3	BORDO-4
3 0 0	12 0 0	6 0 0	9 0 0

## LAJES ADJACENTES

BORDO-1	BORDO-2	BORDO-3	BORDO-4
0 0 0	1 0 0	4 0 0	0 0 0

LAJE 4  
\*\*\*\*\*

LADO-X	LADO-Y	ESP	CARGA	C.BORDO
4.000	4.500	.070	.050	2200

## BARRAS ADJACENTES

BORDO-1	BORDO-2	BORDO-3	BORDO-4
12 0 0	4 5 0	15 0 0	7 0 0

## LAJES ADJACENTES

BORDO-1 BORDO-2 BORDO-3 BORDO-4  
 3 0 0 1 2 0 0 0 0 0 0 0

ESTRUTURA 1 - DIMENSIONAMENTO E ESFORÇOS NAS LAJES DO PAVIMENTO 4

## RESISTENCIAS E COEFICIENTES DE SEGURANCA DOS MATERIAIS

ACO 50000.00 T/M2 (TIPO 1) GS 1.15  
 CONCRETO 2100.00 T/M2 GC 1.40

RECOB. RELATIVO .05

LAJE NR. 1

ESPESSURA (M) - .07

DIRECAO	FERRAGEM P/			OBSERVAÇÕES
	MOMENTO (MT)	METRO DE VAO (CM2)	VAO (M)	
1	.1679	1.050	5.500	
2	.1124	1.050	4.500	
3				APOIO SIMPLES
4				APOIO SIMPLES
5	.3048	1.553	5.500	
6	.2336	1.180	4.500	

ARMADURA NA DIRECAO 1 \*\*\*\*\*  
 DIAMETRO DIAMETRO AREA TOTAL ESPACAMENTO  
 ( pol ) ( mm ) ( cm2/m ) ( cm )

3/16	5.00	1.061	18.5
1/4	6.30	1.559	20.0
5/16	8.00	2.513	20.0

ARMADURA NA DIRECAO 2 \*\*\*\*\*  
 DIAMETRO DIAMETRO AREA TOTAL ESPACAMENTO  
 ( pol ) ( mm ) ( cm2/m ) ( cm )

3/16	5.00	1.061	18.5
1/4	6.30	1.559	20.0
5/16	8.00	2.513	20.0

ARMADURA NA DIRECAO 5 \*\*\*\*\*  
 DIAMETRO DIAMETRO AREA TOTAL ESPACAMENTO

( pol )      ( mm )      ( cm<sup>2</sup>/m )      ( cm )

3/16	5.00	1.571	12.5
1/4	6.30	1.559	20.0
5/16	8.00	2.513	20.0

\*\*\*\*\*

ARMADURA NA DIRECAO 6 \*\*\*\*\*

DIAMETRO	DIAMETRO	AREA TOTAL	ESPAÇAMENTO
( pol )	( mm )	( cm <sup>2</sup> /m )	( cm )

3/16	5.00	1.190	16.5
1/4	6.30	1.559	20.0
5/16	8.00	2.513	20.0

LAJE NR. 2

\*\*\*\*\*

ESPESSURA (M) - .07

\*\*\*\*\*

FERRAGEM P/

DIRECAO	MOMENTO	METRO DE VAO	VAO	OBSERVACOES
	(MT)	(CM2)	(M)	

\*\*\*\*\*

1	.0958	1.050	5.500	
2	.0240	1.050	2.500	
3	.3048	1.553	5.500	
4				APOIO SIMPLES
5				APOIO SIMPLES
6	.1697	1.050	2.500	

\*\*\*\*\*

ARMADURA NA DIRECAO 1 \*\*\*\*\*

DIAMETRO	DIAMETRO	AREA TOTAL	ESPAÇAMENTO
( pol )	( mm )	( cm <sup>2</sup> /m )	( cm )

3/16	5.00	1.061	18.5
1/4	6.30	1.057	29.5
5/16	8.00	2.513	20.0

\*\*\*\*\*

ARMADURA NA DIRECAO 2 \*\*\*\*\*

DIAMETRO	DIAMETRO	AREA TOTAL	ESPAÇAMENTO
( pol )	( mm )	( cm <sup>2</sup> /m )	( cm )

3/16	5.00	1.061	18.5
1/4	6.30	1.057	29.5
5/16	8.00	2.513	20.0

\*\*\*\*\*

ARMADURA NA DIRECAO 3 \*\*\*\*\*

DIAMETRO	DIAMETRO	AREA TOTAL	ESPAÇAMENTO
----------	----------	------------	-------------

( pol ) ( mm ) ( cm<sup>2</sup>/m ) ( cm )

3/16	5.00	1.571	12.5
1/4	6.30	1.559	20.0
5/16	8.00	2.513	20.0

\*\*\*\*\*  
ARMADURA NA DIRECAO 6 \*\*\*\*\*

DIAMETRO ( pol )	DIAMETRO ( mm )	AREA TOTAL ( cm <sup>2</sup> /m )	ESPACAMENTO ( cm )
---------------------	--------------------	--------------------------------------	-----------------------

3/16	5.00	1.061	18.5
1/4	6.30	1.057	29.5
5/16	8.00	2.513	20.0

LAJE NR. 3

\*\*\*\*\*

ESPESSURA (M) - .07

\*\*\*\*\*

FERRAGEM P/

DIRECAO	MOMENTO (MT)	METRO DE VAO (CM2)	VAO (M)	OBSERVACOES
---------	-----------------	-----------------------	------------	-------------

\*\*\*\*\*

1	.0952	1.050	4.500	
2	.0423	1.050	3.000	
3				APOIO SIMPLES
4	.2041	1.050	3.000	
5	.2366	1.196	4.500	
6				APOIO SIMPLES

\*\*\*\*\*  
ARMADURA NA DIRECAO 1 \*\*\*\*\*

DIAMETRO ( pol )	DIAMETRO ( mm )	AREA TOTAL ( cm <sup>2</sup> /m )	ESPACAMENTO ( cm )
---------------------	--------------------	--------------------------------------	-----------------------

3/16	5.00	1.061	18.5
1/4	6.30	1.559	20.0
5/16	8.00	2.513	20.0

\*\*\*\*\*  
ARMADURA NA DIRECAO 2 \*\*\*\*\*

DIAMETRO ( pol )	DIAMETRO ( mm )	AREA TOTAL ( cm <sup>2</sup> /m )	ESPACAMENTO ( cm )
---------------------	--------------------	--------------------------------------	-----------------------

3/16	5.00	1.061	18.5
1/4	6.30	1.559	20.0
5/16	8.00	2.513	20.0

\*\*\*\*\*  
ARMADURA NA DIRECAO 4 \*\*\*\*\*

DIAMETRO	DIAMETRO	AREA TOTAL	ESPACAMENTO
----------	----------	------------	-------------

( pol )	( mm )	( cm <sup>2</sup> /m )	( cm )
3/16	5.00	1.061	18.5
1/4	6.30	1.559	20.0
5/16	8.00	2.513	20.0

\*\*\*\*\*

ARMADURA NA DIRECAO 5 \*\*\*\*\*

DIAMETRO ( pol )	DIAMETRO ( mm )	AREA TOTAL ( cm <sup>2</sup> /m )	ESPACAMENTO ( cm )
3/16	5.00	1.227	16.0
1/4	6.30	1.559	20.0
5/16	8.00	2.513	20.0

LAJE NR. 4

\*\*\*\*\*

ESPESSURA (M) - .07

\*\*\*\*\*

FERRAGEM P/

DIRECAO	MOMENTO (MT)	METRO DE VAO (CMZ)	VAO (M)	OBSERVACOES
1	.1166	1.050	4.500	
2	.0921	1.050	4.000	
3	.2366	1.196	4.500	
4	.2336	1.180	4.000	
5				APOIO SIMPLES
6				APOIO SIMPLES

\*\*\*\*\*

\*\*\*\*\*

ARMADURA NA DIRECAO 1 \*\*\*\*\*

DIAMETRO ( pol )	DIAMETRO ( mm )	AREA TOTAL ( cm <sup>2</sup> /m )	ESPACAMENTO ( cm )
3/16	5.00	1.061	18.5
1/4	6.30	1.559	20.0
5/16	8.00	2.513	20.0

\*\*\*\*\*

ARMADURA NA DIRECAO 2 \*\*\*\*\*

DIAMETRO ( pol )	DIAMETRO ( mm )	AREA TOTAL ( cm <sup>2</sup> /m )	ESPACAMENTO ( cm )
3/16	5.00	1.061	18.5
1/4	6.30	1.559	20.0
5/16	8.00	2.513	20.0

\*\*\*\*\*

ARMADURA NA DIRECAO 3 \*\*\*\*\*

DIAMETRO	DIAMETRO	AREA TOTAL	ESPACAMENTO
----------	----------	------------	-------------

( pol )	( mm )	( cm <sup>2</sup> /m )	( cm )
3/16	5.00	1.227	16.0
1/4	6.30	1.559	20.0
5/16	8.00	2.513	20.0

\*\*\*\*\*

ARMADURA NA DIRECAO 4 \*\*\*\*\*

DIAMETRO	DIAMETRO	AREA TOTAL	ESPAÇAMENTO
( pol )	( mm )	( cm <sup>2</sup> /m )	( cm )
3/16	5.00	1.190	16.5
1/4	6.30	1.559	20.0
5/16	8.00	2.513	20.0

\*\*\*\*\*

ESTRUTURA 1 - CARACTERISTICAS DO CARREGAMENTO DO PAVIMENTO 4

\*\*\*\*\*

CARREGAMENTO VERTICAL

\*\*\*\*\*

NUMERO DE CARGAS

- CONCENTRADAS - 0
- DISTRIBUIDAS - 15
- DIST. TORCAO - 0

CARGAS DISTRIBUIDAS NAS VIGAS

\*\*\*\*\*

BARRA	CARGA (T/M)
1	.055
2	.055
3	.055
4	.055
5	.055
6	.055
7	.055
8	.095
9	.075
10	.075
11	.095
14	.095
15	.075
16	.075
17	.095

\*\*\*\*\*

EXEMPLO N. 2

EDIFICIO DE QUATRO PAVIMENTOS

GRELHA DO PAVIMENTO COMPOSTA POR 7 VIGAS  
CARREGAMENTO VERTICAL

ESTRUTURA 1 - DIMENSIONAMENTO E ESFORÇOS INTERNOS DAS VIGAS DO PAVIMENTO 4

RESISTENCIAS E COEFICIENTES DE SEGURANCA DOS MATERIAIS

ACO - 50000.00 T/M2 (TIPO 1) GS 1.15  
CONCRETO - 2100.00 T/M2 GC 1.40

OBS - OS VALORES DOS ESFORÇOS IMPRESSOS SAO OS CARACTERISTICOS  
\* - INDICA PONTO DE MOMENTO MAXIMO

VIGA V 1 (BARRA 1) .15 X .25

	TORSOR	FLETOR	CORTANTE
ESFORÇOS MAXIMOS ATUANTES	.00	2.22	1.63
ESFORÇOS MAXIMOS RESISTENTES	.19	3.27	9.04

	XNULO1		XNULO2				
ABSCISSAS DE MOMENTOS NULOS	1.6182 N.TEM						
DIST (M)	TORSOR (MT)	FLETOR (MT)	CORTANTE (T)	AS1 (CM2)	AS2 (CM2)	ASTOR (CM2)	ASW (CM2)
.000	.000	-2.217	1.633	4.01	.00	.00	2.10
.450	.000	-1.516	1.487	2.49	.00	.00	2.10
.900	.000	-.879	1.341	1.36	.00	.00	2.10
1.350	.000	-.309	1.195	.56	.00	.00	2.10
1.800	.000	.196	1.049	.56	.00	.00	2.10
2.250	.000	.635	.903	.96	.00	.00	2.10
2.700	.000	1.008	.757	1.58	.00	.00	2.10
3.150	.000	1.316	.611	2.12	.00	.00	2.10
3.600	.000	1.558	.465	2.57	.00	.00	2.10
4.050	.000	1.734	.319	2.93	.00	.00	2.10
4.500	.000	1.845	.173	3.16	.00	.00	2.10 *

ALTURAS PARA REDIMENSIONAMENTO DA SECAO

H = .416 PARA BXE = .150  
H = .215 PARA BX4 = .628  
H = .215 PARA BXL = .628

VIGA V 1 (BARRA 2) .15 X .25

	TORSOR	FLETOR	CORTANTE
ESFORÇOS MAXIMOS ATUANTES	.00	2.85	2.19
ESFORÇOS MAXIMOS RESISTENTES	.19	3.27	9.04

	XNULO1		XNULO2	
ABSCISSAS DE MOMENTOS NULOS	N.TEM 1.0863			



```
*****
DIST  TORSOR  FLETOR  CORTANTE  AS1  AS2  ASTOR  ASW
(M)   (MT)   (MT)   (T)      (CM2) (CM2) (CM2) (CM2)
*****
```

DIST (M)	TORSOR (MT)	FLETOR (MT)	CORTANTE (T)	AS1 (CM2)	AS2 (CM2)	ASTOR (CM2)	ASW (CM2)
.000	.000	1.856	-1.576	3.18	.00	.00	2.10 *
.250	.000	1.454	-1.637	2.37	.00	.00	2.10
.500	.000	1.038	-1.698	1.63	.00	.00	2.10
.750	.000	.605	-1.759	.92	.00	.00	2.10
1.000	.000	.158	-1.820	.56	.00	.00	2.10
1.250	.000	-.305	-1.882	.56	.00	.00	2.10
1.500	.000	-.783	-1.943	1.20	.00	.00	2.10
1.750	.000	-1.276	-2.004	2.04	.00	.00	2.10
2.000	.000	-1.785	-2.065	3.03	.00	.00	2.10
2.250	.000	-2.309	-2.126	4.24	.00	.00	2.10
2.500	.000	-2.848	-2.187	5.40	.37	.00	2.10

```
*****
ALTURAS PARA REDIMENSIONAMENTO DA SECAO
-----
```

H = .417                    PARA BXE = .150  
H = .215                    PARA BX4 = .628  
H = .215                    PARA BXL = .628

```
VIGA V 2 (BARRA 3) .20 X .50
*****
```

	TORSOR	FLETOR	CORTANTE
ESFORCOS MAXIMOS ATUANTES	.00	5.24	4.43
ESFORCOS MAXIMOS RESISTENTES	.95	19.43	25.45

```
*****
XNULO1  XNULO2
ABCISSAS DE MOMENTOS NULOS 1.1546 N.TEM
*****
```

DIST (M)	TORSOR (MT)	FLETOR (MT)	CORTANTE (T)	AS1 (CM2)	AS2 (CM2)	ASTOR (CM2)	ASW (CM2)
.000	.000	-4.606	4.431	3.34	.00	.00	2.80
.300	.000	-3.311	4.201	2.37	.00	.00	2.80
.600	.000	-2.085	3.972	1.50	.00	.00	2.80
.900	.000	-.928	3.742	1.50	.00	.00	2.80
1.200	.000	.160	3.512	1.50	.00	.00	2.80
1.500	.000	1.179	3.283	1.50	.00	.00	2.80
1.800	.000	2.130	3.053	1.50	.00	.00	2.80
2.100	.000	3.011	2.823	2.15	.00	.00	2.80
2.400	.000	3.824	2.594	2.75	.00	.00	2.80
2.700	.000	4.567	2.364	3.31	.00	.00	2.80
3.000	.000	5.242	2.134	3.84	.00	.00	2.80 *

```
*****
ALTURAS PARA REDIMENSIONAMENTO DA SECAO
-----
```

H = .595                    PARA BXE = .150  
H = .302                    PARA BX4 = .628  
H = .302                    PARA BXL = .628

```
VIGA V 2 (BARRA 4) .20 X .50
*****
```

	TORSOR	FLETOR	CORTANTE
ESFORÇOS MAXIMOS ATUANTES	.00	5.40	.80
ESFORÇOS MAXIMOS RESISTENTES	.95	19.43	25.45

ABCISSAS DE MOMENTOS NULOS		XNULO1	XNULO2	M.TEM N.TEM			
DIST (M)	TORSOR (MT)	FLETOR (MT)	CORTANTE (T)	AS1 (CM2)	AS2 (CM2)	ASTOR (CM2)	ASW (CM2)
.000	.000	5.247	.519	3.84	.00	.00	2.80
.150	.000	5.315	.387	3.90	.00	.00	2.80
.300	.000	5.363	.255	3.93	.00	.00	2.80
.450	.000	5.391	.122	3.96	.00	.00	2.80
.589	.000	5.399	.000	3.96	.00	.00	2.80
.600	.000	5.399	-.010	3.96	.00	.00	2.80
.750	.000	5.388	-.142	3.95	.00	.00	2.80
.900	.000	5.357	-.275	3.93	.00	.00	2.80
1.050	.000	5.306	-.407	3.89	.00	.00	2.80
1.200	.000	5.235	-.540	3.83	.00	.00	2.80
1.350	.000	5.144	-.672	3.76	.00	.00	2.80
1.500	.000	5.033	-.804	3.67	.00	.00	2.80

ALTURAS PARA REDIMENSIONAMENTO DA SECAO

H = .604	PARA BXE = .150
H = .306	PARA BX4 = .628
H = .306	PARA BXL = .628

VIGA V 2 (BARRA 5) .20 X .50

	TORSOR	FLETOR	CORTANTE
ESFORÇOS MAXIMOS ATUANTES	.00	5.02	4.90
ESFORÇOS MAXIMOS RESISTENTES	.95	19.43	25.45

ABCISSAS DE MOMENTOS NULOS		XNULO1	XNULO2	M.TEM 1.4087			
DIST (M)	TORSOR (MT)	FLETOR (MT)	CORTANTE (T)	AS1 (CM2)	AS2 (CM2)	ASTOR (CM2)	ASW (CM2)
.000	.000	5.022	-3.041	3.67	.00	.00	2.80
.250	.000	4.238	-3.227	3.06	.00	.00	2.80
.500	.000	3.408	-3.413	2.44	.00	.00	2.80
.750	.000	2.532	-3.599	1.79	.00	.00	2.80
1.000	.000	1.609	-3.785	1.50	.00	.00	2.80
1.250	.000	.639	-3.971	1.50	.00	.00	2.80
1.500	.000	-.377	-4.157	1.50	.00	.00	2.80
1.750	.000	-1.439	-4.343	1.50	.00	.00	2.80
2.000	.000	-2.548	-4.529	1.81	.00	.00	2.80
2.250	.000	-3.704	-4.715	2.66	.00	.00	2.80
2.500	.000	-4.906	-4.901	3.58	.00	.00	2.80

ALTURAS PARA REDIMENSIONAMENTO DA SECAO

H = .583                    PARA BXE = .150  
 H = .296                    PARA BX4 = .628  
 H = .296                    PARA BXL = .628

VIGA V 3 (BARRA 6) .15 X .25

\*\*\*\*\*

	TORSOR	FLETOR	CORTANTE
ESFORCOS MAXIMOS ATUANTES	.00	2.49	2.03
ESFORCOS MAXIMOS RESISTENTES	.19	3.27	9.04

XMULO1      XMULO2  
 ABCISSAS DE MOMENTOS NULOS 1.4397 N.TEM

DIST (M)	TORSOR (MT)	FLETOR (MT)	CORTANTE (T)	AS1 (CM2)	AS2 (CM2)	ASTOR (CM2)	ASW (CM2)
.000	.000	-2.486	2.030	4.71	.00	.00	2.10
.300	.000	-1.896	1.904	3.27	.00	.00	2.10
.600	.000	-1.344	1.777	2.17	.00	.00	2.10
.900	.000	-.830	1.651	1.28	.00	.00	2.10
1.200	.000	-.353	1.525	.56	.00	.00	2.10
1.500	.000	.085	1.398	.56	.00	.00	2.10
1.800	.000	.486	1.272	.73	.00	.00	2.10
2.100	.000	.848	1.145	1.31	.00	.00	2.10
2.400	.000	1.173	1.019	1.86	.00	.00	2.10
2.700	.000	1.460	.892	2.38	.00	.00	2.10
3.000	.000	1.708	.766	2.87	.00	.00	2.10 *

\*\*\*\*\*

ALTURAS PARA REDIMENSIONAMENTO DA SECAO

-----

H = .401                    PARA BXE = .150  
 H = .207                    PARA BX4 = .628  
 H = .207                    PARA BXL = .628

VIGA V 3 (BARRA 7) .15 X .25

\*\*\*\*\*

	TORSOR	FLETOR	CORTANTE
ESFORCOS MAXIMOS ATUANTES	.00	2.09	1.56
ESFORCOS MAXIMOS RESISTENTES	.19	3.27	9.04

XMULO1      XMULO2  
 ABCISSAS DE MOMENTOS NULOS N.TEM 2.4123

DIST (M)	TORSOR (MT)	FLETOR (MT)	CORTANTE (T)	AS1 (CM2)	AS2 (CM2)	ASTOR (CM2)	ASW (CM2)
.000	.000	1.704	-.339	2.86	.00	.00	2.10 *
.400	.000	1.544	-.461	2.55	.00	.00	2.10
.800	.000	1.335	-.583	2.15	.00	.00	2.10
1.200	.000	1.078	-.704	1.69	.00	.00	2.10
1.600	.000	.772	-.826	1.18	.00	.00	2.10
2.000	.000	.417	-.948	.62	.00	.00	2.10
2.400	.000	.013	-1.070	.56	.00	.00	2.10
2.800	.000	-.439	-1.192	.66	.00	.00	2.10

3.200	.000	-.940	-1.314	1.46	.00	.00	2.10
3.600	.000	-1.490	-1.435	2.44	.00	.00	2.10
4.000	.000	-2.089	-1.557	3.70	.00	.00	2.10

\*\*\*\*\*  
 ALTURAS PARA REDIMENSIONAMENTO DA SECAO  
 -----

H = .400	PARA BXE = .150
H = .207	PARA BX4 = .628
H = .207	PARA BXL = .628

VIGA V 4 (BARRA 8) .15 X .40  
 \*\*\*\*\*

	TORSOR	FLETOR	CORTANTE
ESFORCOS MAXIMOS ATUANTES	.00	.27	.36
ESFORCOS MAXIMOS RESISTENTES	.33	9.08	15.07

NAO HA MOMENTO POSITIVO NESTE TRECHO  
 \*\*\*\*\*

DIST (M)	TORSOR (MT)	FLETOR (MT)	CORTANTE (T)	AS1 (CM2)	AS2 (CM2)	ASTOR (CM2)	ASW (CM2)
.000	.000	.000	.000	.90	.00	.00	2.10 *
.150	.000	-.003	-.036	.90	.00	.00	2.10
.300	.000	-.011	-.072	.90	.00	.00	2.10
.450	.000	-.024	-.108	.90	.00	.00	2.10
.600	.000	-.043	-.143	.90	.00	.00	2.10
.750	.000	-.067	-.179	.90	.00	.00	2.10
.900	.000	-.097	-.215	.90	.00	.00	2.10
1.050	.000	-.132	-.251	.90	.00	.00	2.10
1.200	.000	-.172	-.287	.90	.00	.00	2.10
1.350	.000	-.218	-.323	.90	.00	.00	2.10
1.500	.000	-.269	-.358	.90	.00	.00	2.10

VIGA V 4 (BARRA 9) .15 X .40  
 \*\*\*\*\*

	TORSOR	FLETOR	CORTANTE
ESFORCOS MAXIMOS ATUANTES	.00	.62	.78
ESFORCOS MAXIMOS RESISTENTES	.33	9.08	15.07

XMULO1 XMULO2  
 ABCISSAS DE MOMENTOS NULOS .8790 3.4942  
 \*\*\*\*\*

DIST (M)	TORSOR (MT)	FLETOR (MT)	CORTANTE (T)	AS1 (CM2)	AS2 (CM2)	ASTOR (CM2)	ASW (CM2)
.000	.000	-.520	.741	.90	.00	.00	2.10
.450	.000	-.221	.588	.90	.00	.00	2.10
.900	.000	.009	.436	.90	.00	.00	2.10
1.350	.000	.171	.283	.90	.00	.00	2.10
1.800	.000	.264	.131	.90	.00	.00	2.10
2.187	.000	.290	.000	.90	.00	.00	2.10 *
2.250	.000	.289	-.021	.90	.00	.00	2.10
2.700	.000	.245	-.174	.90	.00	.00	2.10
3.150	.000	-.132	-.326	.90	.00	.00	2.10
3.600	.000	-.049	-.479	.90	.00	.00	2.10

4.050	.000	-.298	-.631	.90	.00	.00	2.10
4.500	.000	-.617	-.784	.90	.00	.00	2.10

\*\*\*\*\*  
 ALTURAS PARA REDIMENSIONAMENTO DA SECAO  
 -----

H = .180	PARA BXE = .150
H = .100	PARA BX4 = .628
H = .100	PARA BXL = .628

VIGA V 4 (BARRA 10) .15 X .40  
 \*\*\*\*\*

	TORSOR	FLETOR	CORTANTE
ESFORCOS MAXIMOS ATUANTES	.00	1.10	1.20
ESFORCOS MAXIMOS RESISTENTES	.33	9.08	15.07

	XNULO1		XNULO2					
ABCISSAS DE MOMENTOS NULOS	1.1564		4.4310					
DIST (M)	TORSOR (MT)	FLETOR (MT)	CORTANTE (T)	AS1 (CM2)	AS2 (CM2)	ASTOR (CM2)	ASW (CM2)	
.000	.000	-1.105	1.205	.99	.00	.00	2.10	
.550	.000	-.507	.967	.90	.00	.00	2.10	
1.100	.000	-.041	.730	.90	.00	.00	2.10	
1.650	.000	.296	.493	.90	.00	.00	2.10	
2.200	.000	.502	.256	.90	.00	.00	2.10	
2.750	.000	.578	.019	.90	.00	.00	2.10	
2.794	.000	.578	.000	.90	.00	.00	2.10	
3.300	.000	.523	-.218	.90	.00	.00	2.10	
3.850	.000	.337	-.455	.90	.00	.00	2.10	
4.400	.000	.022	-.693	.90	.00	.00	2.10	
4.950	.000	-.424	-.930	.90	.00	.00	2.10	
5.500	.000	-1.001	-1.167	.90	.00	.00	2.10	

\*\*\*\*\*  
 ALTURAS PARA REDIMENSIONAMENTO DA SECAO  
 -----

H = .244	PARA BXE = .150
H = .131	PARA BX4 = .628
H = .131	PARA BXL = .628

VIGA V 4 (BARRA 11) .15 X .40  
 \*\*\*\*\*

	TORSOR	FLETOR	CORTANTE
ESFORCOS MAXIMOS ATUANTES	.00	.27	.36
ESFORCOS MAXIMOS RESISTENTES	.33	9.08	15.07

	XNULO1		XNULO2					
ABCISSAS DE MOMENTOS NULOS	1.5000		1.5000					
DIST (M)	TORSOR (MT)	FLETOR (MT)	CORTANTE (T)	AS1 (CM2)	AS2 (CM2)	ASTOR (CM2)	ASW (CM2)	
.000	.000	-.269	.359	.90	.00	.00	2.10	

.150	.000	-.218	.323	.90	.00	.00	2.10
.300	.000	-.172	.287	.90	.00	.00	2.10
.450	.000	-.132	.251	.90	.00	.00	2.10
.600	.000	-.097	.215	.90	.00	.00	2.10
.750	.000	-.067	.179	.90	.00	.00	2.10
.900	.000	-.043	.143	.90	.00	.00	2.10
1.050	.000	-.024	.108	.90	.00	.00	2.10
1.200	.000	-.011	.072	.90	.00	.00	2.10
1.350	.000	-.003	.036	.90	.00	.00	2.10
1.500	.000	.000	.000	.90	.00	.00	2.10 *

VIGA V 5 (BARRA 12) .15 X .25

\*\*\*\*\*

	TORSOR	FLETOR	CORTANTE
ESFORCOS MAXIMOS ATUANTES	.00	1.18	1.61
ESFORCOS MAXIMOS RESISTENTES	.19	3.27	9.04

	XNULO1	XNULO2					
ABCISSAS DE MOMENTOS NULOS	.0297	3.6266					
DIST (M)	TORSOR (MT)	FLETOR (MT)	CORTANTE (T)	AS1 (CM2)	AS2 (CM2)	ASTOR (CM2)	ASW (CM2)
.000	.000	-.033	1.105	.56	.00	.00	2.10
.450	.000	.404	.833	.60	.00	.00	2.10
.900	.000	.717	.561	1.09	.00	.00	2.10
1.350	.000	.908	.289	1.41	.00	.00	2.10
1.800	.000	.977	.017	1.52	.00	.00	2.10
1.828	.000	.978	.000	1.52	.00	.00	2.10 *
2.250	.000	.924	-.255	1.43	.00	.00	2.10
2.700	.000	.748	-.527	1.14	.00	.00	2.10
3.150	.000	.449	-.799	.67	.00	.00	2.10
3.600	.000	.029	-1.071	.56	.00	.00	2.10
4.050	.000	-.514	-1.343	.77	.00	.00	2.10
4.500	.000	-1.180	-1.615	1.87	.00	.00	2.10

\*\*\*\*\*

ALTURAS PARA REDIMENSIONAMENTO DA SECAO

-----

H = .309                      PARA BXE = .150  
H = .163                      PARA BX4 = .628  
H = .163                      PARA BXL = .628

VIGA V 6 (BARRA 13) .15 X .25

\*\*\*\*\*

	TORSOR	FLETOR	CORTANTE
ESFORCOS MAXIMOS ATUANTES	.00	1.98	2.24
ESFORCOS MAXIMOS RESISTENTES	.19	3.27	9.04

	XNULO1	XNULO2					
ABCISSAS DE MOMENTOS NULOS	.7496	5.4246					
DIST (M)	TORSOR (MT)	FLETOR (MT)	CORTANTE (T)	AS1 (CM2)	AS2 (CM2)	ASTOR (CM2)	ASW (CM2)
.000	.000	-1.473	2.237	2.41	.00	.00	2.10

.550	.000	-.353	1.838	.56	.00	.00	2.10
1.100	.000	.549	1.440	.83	.00	.00	2.10
1.650	.000	1.231	1.041	1.96	.00	.00	2.10
2.200	.000	1.694	.643	2.84	.00	.00	2.10
2.750	.000	1.938	.244	3.36	.00	.00	2.10
3.087	.000	1.979	.000	3.45	.00	.00	2.10 *
3.300	.000	1.963	-.154	3.41	.00	.00	2.10
3.850	.000	1.768	-.553	3.00	.00	.00	2.10
4.400	.000	1.355	-.951	2.19	.00	.00	2.10
4.950	.000	.722	-1.350	1.10	.00	.00	2.10
5.500	.000	-.130	-1.748	.56	.00	.00	2.10

\*\*\*\*\*  
 ALTURAS PARA REDIMENSIONAMENTO DA SECAO  
 -----

H = .429                      PARA BXE = .150  
 H = .221                      PARA BX4 = .628  
 H = .221                      PARA BXL = .628

VIGA V 7 (BARRA 14) .15 X .40  
 \*\*\*\*\*

	TORSOR	FLETOR	CORTANTE
ESFORCOS MAXIMOS ATUANTES	.00	.27	.36
ESFORCOS MAXIMOS RESISTENTES	.33	9.08	15.07

NAO HA' MOMENTO POSITIVO NESTE TRECHO  
 \*\*\*\*\*

DIST (M)	TORSOR (MT)	FLETOR (MT)	CORTANTE (T)	AS1 (CM2)	AS2 (CM2)	ASTOR (CM2)	ASW (CM2)
.000	.000	.000	.000	.90	.00	.00	2.10 *
.150	.000	-.003	-.036	.90	.00	.00	2.10
.300	.000	-.011	-.072	.90	.00	.00	2.10
.450	.000	-.024	-.108	.90	.00	.00	2.10
.600	.000	-.043	-.143	.90	.00	.00	2.10
.750	.000	-.067	-.179	.90	.00	.00	2.10
.900	.000	-.097	-.215	.90	.00	.00	2.10
1.050	.000	-.132	-.251	.90	.00	.00	2.10
1.200	.000	-.172	-.287	.90	.00	.00	2.10
1.350	.000	-.218	-.323	.90	.00	.00	2.10
1.500	.000	-.269	-.359	.90	.00	.00	2.10

VIGA V 7 (BARRA 15) .15 X .40  
 \*\*\*\*\*

	TORSOR	FLETOR	CORTANTE
ESFORCOS MAXIMOS ATUANTES	.00	.74	.92
ESFORCOS MAXIMOS RESISTENTES	.33	9.08	15.07

                                XNULO1      XNULO2  
 ABCISSAS DE MOMENTOS NULOS .8678      3.4674  
 \*\*\*\*\*

DIST (M)	TORSOR (MT)	FLETOR (MT)	CORTANTE (T)	AS1 (CM2)	AS2 (CM2)	ASTOR (CM2)	ASW (CM2)
.000	.000	-.596	.859	.90	.00	.00	2.10
.450	.000	-.250	.681	.90	.00	.00	2.10

.900	.000	.016	.502	.90	.00	.00	2.10
1.350	.000	.202	.324	.90	.00	.00	2.10
1.800	.000	.308	.146	.90	.00	.00	2.10
2.168	.000	.335	.000	.90	.00	.00	2.10 *
2.250	.000	.333	-.033	.90	.00	.00	2.10
2.700	.000	.279	-.211	.90	.00	.00	2.10
3.150	.000	.144	-.389	.90	.00	.00	2.10
3.600	.000	-.072	-.568	.90	.00	.00	2.10
4.050	.000	-.367	-.746	.90	.00	.00	2.10
4.500	.000	-.743	-.924	.90	.00	.00	2.10

\*\*\*\*\*

## ALTURAS PARA REDIMENSIONAMENTO DA SECAO

-----

H = .191                    PARA BXE = .150  
H = .106                    PARA BX4 = .628  
H = .106                    PARA BXL = .628

VIGA V 7 (BARRA 16) .15 X .40

\*\*\*\*\*

	TORSOR	FLETOR	CORTANTE
ESFORÇOS MAXIMOS ATUANTES	.00	.93	1.04
ESFORÇOS MAXIMOS RESISTENTES	.33	9.08	15.07

	XMULO1	XMULO2
ABCISSAS DE MOMENTOS NULOS	1.1276	4.4255

\*\*\*\*\*

DIST (M)	TORSOR (MT)	FLETOR (MT)	CORTANTE (T)	AS1 (CM2)	AS2 (CM2)	ASTOR (CM2)	ASW (CM2)
----------	-------------	-------------	--------------	-----------	-----------	-------------	-----------

\*\*\*\*\*

.000	.000	-.931	1.036	.90	.00	.00	2.10
.550	.000	-.418	.831	.90	.00	.00	2.10
1.100	.000	-.017	.626	.90	.00	.00	2.10
1.650	.000	.271	.420	.90	.00	.00	2.10
2.200	.000	.445	.215	.90	.00	.00	2.10
2.750	.000	.507	.010	.90	.00	.00	2.10
2.777	.000	.507	.000	.90	.00	.00	2.10 *
3.300	.000	.456	-.195	.90	.00	.00	2.10
3.850	.000	.292	-.401	.90	.00	.00	2.10
4.400	.000	.016	-.606	.90	.00	.00	2.10
4.950	.000	-.374	-.811	.90	.00	.00	2.10
5.500	.000	-.877	-1.016	.90	.00	.00	2.10

\*\*\*\*\*

## ALTURAS PARA REDIMENSIONAMENTO DA SECAO

-----

H = .230                    PARA BXE = .150  
H = .124                    PARA BX4 = .628  
H = .124                    PARA BXL = .628

VIGA V 7 (BARRA 17) .15 X .40

\*\*\*\*\*

	TORSOR	FLETOR	CORTANTE
ESFORÇOS MAXIMOS ATUANTES	.00	.27	.36
ESFORÇOS MAXIMOS RESISTENTES	.33	9.08	15.07



ARCISSAS DE MOMENTOS NULOS		XNULO1		XNULO2			
		1.5000		1.5000			
DIST (M)	TORSOR (MT)	FLETOR (MT)	CORTANTE (T)	AS1 (CM2)	AS2 (CM2)	ASTOR (CM2)	ASW (CM2)
.000	.000	-.269	.359	.90	.00	.00	2.10
.150	.000	-.218	.323	.90	.00	.00	2.10
.300	.000	-.172	.287	.90	.00	.00	2.10
.450	.000	-.132	.251	.90	.00	.00	2.10
.600	.000	-.097	.215	.90	.00	.00	2.10
.750	.000	-.067	.179	.90	.00	.00	2.10
.900	.000	-.043	.143	.90	.00	.00	2.10
1.050	.000	-.024	.108	.90	.00	.00	2.10
1.200	.000	-.011	.072	.90	.00	.00	2.10
1.350	.000	-.003	.036	.90	.00	.00	2.10
1.500	.000	.000	.000	.90	.00	.00	2.10 *

ESTRUTURA 1 - CARGAS NOS PILARES E NAS FUNDACOES

EXEMPLO N. 2

EDIFICIO DE QUATRO PAVIMENTOS

NAO FOI CONSIDERADA A CONDICAO DE SIMETRIA

CARGAS NOS PILARES

PILAR N. 1

\*\*\*\*\*

PAV	MOMENTO X (TM)	MOMENTO Y (TM)	FORCA Z (T)
1	2.760	7.858	-18.282
2	2.760	7.858	-13.145
3	.732	2.375	-3.158

PILAR N. 2

\*\*\*\*\*

PAV	MOMENTO X (TM)	MOMENTO Y (TM)	FORCA Z (T)
1	2.323	-9.942	-21.008
2	2.323	-9.942	-15.071
3	.608	-3.026	-3.562

PILAR N. 3

\*\*\*\*\*

PAV	MOMENTO X (TM)	MOMENTO Y (TM)	FORÇA Z (T)
1	-1.200	15.204	-36.858
2	-1.200	15.204	-26.526
3	-.488	4.927	-6.419

## PILAR N. 4

\*\*\*\*\*

PAV	MOMENTO X (TM)	MOMENTO Y (TM)	FORÇA Z (T)
1	-.618	-16.094	-38.381
2	-.618	-16.094	-27.711
3	-.188	-5.249	-6.862

## PILAR N. 5

\*\*\*\*\*

PAV	MOMENTO X (TM)	MOMENTO Y (TM)	FORÇA Z (T)
1	-1.523	8.126	-17.406
2	-1.523	8.126	-12.576
3	-.251	2.643	-3.129

## PILAR N. 6

\*\*\*\*\*

PAV	MOMENTO X (TM)	MOMENTO Y (TM)	FORÇA Z (T)
1	-1.614	-7.338	-16.227
2	-1.614	-7.338	-11.653
3	-.327	-2.227	-2.775

## CARGAS NAS FUNDACOES

\*\*\*\*\*

PIL	MOMENTO X (TM)	MOMENTO Y (TM)	FORÇA Z (T)
1	2.555	7.304	-32.046
2	2.141	-8.990	-36.911
3	-1.140	12.511	-65.595
4	-.539	-13.117	-68.181
5	-1.353	7.397	-30.304
6	-1.439	-6.757	-28.285

## EXEMPLO N. 2

EDIFICIO DE QUATRO PAVIMENTOS

## GRELHA DO PAVIMENTO COMPOSTA POR 7 VIGAS

## PAVIMENTO N. 1

## CARACTERISTICAS DOS MATERIAIS

ACO - FYK 50000.000 (T/M2)

CONCRETO - FCK 2100.000 (T/M2)

PILAR	SECAO	% AS NAS FACES		AS (CM2)	AS/AC %	LB
		-X-	-Y-			
1	.30 X .50	.19	.31	34.424	2.295	34.6
2	.30 X .50	.19	.31	39.642	2.643	34.6
3	.30 X .60	.17	.33	54.472	3.026	34.6
4	.30 X .60	.17	.33	76.783	4.266	34.6
5	.30 X .50	.19	.31	30.970	2.065	34.6
6	.30 X .50	.19	.31	27.938	1.863	34.6

## PAVIMENTO N. 2

## CARACTERISTICAS DOS MATERIAIS

ACO - FYK 50000.000 (T/M2)

CONCRETO - FCK 2100.000 (T/M2)

PILAR	SECAO	% AS NAS FACES		AS (CM2)	AS/AC %	LB
		-X-	-Y-			
1	.30 X .50	.19	.31	36.841	2.456	34.6
2	.30 X .50	.19	.31	43.323	2.888	34.6
3	.30 X .60	.17	.33	56.906	3.161	34.6
4	.30 X .60	.17	.33	60.403	3.356	34.6
5	.30 X .50	.19	.31	31.738	2.116	34.6
6	.30 X .50	.19	.31	31.458	2.097	34.6

## PAVIMENTO N. 3

## CARACTERISTICAS DOS MATERIAIS

ACO - FYK 50000.000 (T/M2)

CONCRETO - FCK 2100.000 (T/M2)

PILAR	SECAO	% AS NAS FACES		AS (CM2)	AS/AC %	LB
		-X-	-Y-			
1	.30 X .50	.19	.31	10.419	.695	34.6

2	.30 x .50	.19	.31	13.403	.894	34.6
3	.30 x .60	.17	.33	18.701	1.039	34.6
4	.30 x .60	.17	.33	20.216	1.123	34.6
5	.30 x .50	.19	.31	10.428	.695	34.6
6	.30 x .50	.19	.31	8.524	.568	34.6

\*\*\*\*\*  
ESTRUTURA 1 - FIM DO CALCULO  
\*\*\*\*\*

APÊNDICE B

## PLANILHA DE ARMADURAS DO PROGRAMA ADEECA

## =====

VIGA 1 \*\*\*\*\*

VAO	AS1	ARM. ADOTADA ( SUP )	N.CAM.	AS2	ARM. ADOTADA ( INF )	N.CAM.
1	3.18	3.36( 3#10.0+ 2# 8.0)	1			
2	3.18	3.36( 3#10.0+ 2# 8.0)	1			

APOIO	AS1	ARM. ADOTADA ( SUP )	N.CAM.	AS2	ARM. ADOTADA ( INF )	N.CAM.
1	4.01	4.02( 2#12.5+ 2#10.0)	1			
3	5.40	5.69( 4#12.5+ 1#10.0)	1	.37	.39( 2# 5.0)	1

## =====

VIGA 2 \*\*\*\*\*

VAO	AS1	ARM. ADOTADA ( SUP )	N.CAM.	AS2	ARM. ADOTADA ( INF )	N.CAM.
1	3.88	4.02( 2#12.5+ 2#10.0)	1			
2	3.88	4.02( 2#12.5+ 2#10.0)	1			
3	3.88	4.02( 2#12.5+ 2#10.0)	1			

APOIO	AS1	ARM. ADOTADA ( SUP )	N.CAM.	AS2	ARM. ADOTADA ( INF )	N.CAM.
1	3.28	3.36( 3#10.0+ 2# 8.0)	1			
4	3.51	3.68( 3#12.5)	1			

## =====

VIGA 3 \*\*\*\*\*

VAO	AS1	ARM. ADOTADA ( SUP )	N.CAM.	AS2	ARM. ADOTADA ( INF )	N.CAM.
1	2.87	3.01( 6# 8.0)	1			
2	2.87	3.01( 6# 8.0)	1			

APOIO	AS1	ARM. ADOTADA ( SUP )	N.CAM.	AS2	ARM. ADOTADA ( INF )	N.CAM.
1	4.71	4.90( 4#12.5)	1			
3	3.70	4.02( 2#12.5+ 2#10.0)	1			

## =====

VIGA 4 \*\*\*\*\*

VAO	AS1	ARM. ADOTADA ( SUP )	N.CAM.	AS2	ARM. ADOTADA ( INF )	N.CAM.
-----	-----	----------------------	--------	-----	----------------------	--------

2	.90	1.00( 2# 8.0)	1
3	.90	1.00( 2# 8.0)	1

-----

APOIO	AS1	ARM. ADOTADA ( SUP )	N.CAM.	AS2	ARM. ADOTADA ( INF )	N.CAM.
1	.90	1.00( 2# 8.0)	1			
2	.90	1.00( 2# 8.0)	1			
3	.99	1.00( 2# 8.0)	1			
4	.90	1.00( 2# 8.0)	1			
5	.90	1.00( 2# 8.0)	1			

=====

VIGA 5 \*\*\*\*\*

-----

VAO	AS1	ARM. ADOTADA ( SUP )	N.CAM.	AS2	ARM. ADOTADA ( INF )	N.CAM.
1	1.49	1.50( 3# 8.0)	1			

-----

APOIO	AS1	ARM. ADOTADA ( SUP )	N.CAM.	AS2	ARM. ADOTADA ( INF )	N.CAM.
1	.56	.58( 3# 5.0)	1			
2	1.83	2.01( 4# 8.0)	1			

=====

VIGA 6 \*\*\*\*\*

-----

VAO	AS1	ARM. ADOTADA ( SUP )	N.CAM.	AS2	ARM. ADOTADA ( INF )	N.CAM.
1	3.45	3.68( 3#12.5)	1			

-----

APOIO	AS1	ARM. ADOTADA ( SUP )	N.CAM.	AS2	ARM. ADOTADA ( INF )	N.CAM.
1	2.41	2.51( 5# 8.0)	1			
2	.56	.58( 3# 5.0)	1			

=====

VIGA 7 \*\*\*\*\*

-----

VAO	AS1	ARM. ADOTADA ( SUP )	N.CAM.	AS2	ARM. ADOTADA ( INF )	N.CAM.
2	.90	1.00( 2# 8.0)	1			
3	.90	1.00( 2# 8.0)	1			

-----

APOIO	AS1	ARM. ADOTADA ( SUP )	N.CAM.	AS2	ARM. ADOTADA ( INF )	N.CAM.
1	.90	1.00( 2# 8.0)	1			
2	.90	1.00( 2# 8.0)	1			

3	.90	1.00( 2# 8.0)	1
4	.90	1.00( 2# 8.0)	1
5	.90	1.00( 2# 8.0)	1

\*\*\*\*\* ARMADURA TRANSVERSAL (ESTRIBOS) \*\*\*\*\*

VIGA

VAO	TRECHO	COMP. T (M)	ASW ADOT. (CM2/M)	DIAM. E (MM)	NUM. E (UN)	COMP. E (CM)	ESPAC. (CM)
1	1	4.50	2.18	5.0	51	82.0	9.0
2	1	2.50	2.18	5.0	28	82.0	9.0

VIGA 2 \*\*\*\*\*

VAO	TRECHO	COMP. T (M)	ASW ADOT. (CM2/M)	DIAM. E (MM)	NUM. E (UN)	COMP. E (CM)	ESPAC. (CM)
1	1	3.00	2.80	5.0	43	142.0	7.0
2	1	1.50	2.80	5.0	22	142.0	7.0
3	1	2.50	2.80	5.0	36	142.0	7.0

VIGA 3 \*\*\*\*\*

VAO	TRECHO	COMP. T (M)	ASW ADOT. (CM2/M)	DIAM. E (MM)	NUM. E (UN)	COMP. E (CM)	ESPAC. (CM)
1	1	3.00	2.18	5.0	34	82.0	9.0
2	1	4.00	2.18	5.0	45	82.0	9.0

VIGA 4 \*\*\*\*\*

VAO	TRECHO	COMP. T (M)	ASW ADOT. (CM2/M)	DIAM. E (MM)	NUM. E (UN)	COMP. E (CM)	ESPAC. (CM)
1	1	1.50	2.18	5.0	17	112.0	9.0
2	1	4.50	2.18	5.0	51	112.0	9.0
3	1	5.50	2.18	5.0	62	112.0	9.0
4	1	1.50	2.18	5.0	17	112.0	9.0

VIGA 5 \*\*\*\*\*

VAO	TRECHO	COMP. T (M)	ASW ADOT. (CM2/M)	DIAM. E (MM)	NUM. E (UN)	COMP. E (CM)	ESPAC. (CM)
-----	--------	----------------	----------------------	-----------------	----------------	-----------------	----------------



1	1	4.50	2.18	5.0	51	82.0	9.0
---	---	------	------	-----	----	------	-----

=====

VIGA 6 \*\*\*\*\*

-----

VAO	TRECHO	COMP. T (M)	ASW ADOT. (CM2/M)	DIAM. E (MM)	NUM. E (UN)	COMP. E (CM)	ESPAÇ. (CM)
1	1	5.50	2.18	5.0	62	82.0	9.0

=====

VIGA 7 \*\*\*\*\*

-----

VAO	TRECHO	COMP. T (M)	ASW ADOT. (CM2/M)	DIAM. E (MM)	NUM. E (UN)	COMP. E (CM)	ESPAÇ. (CM)
1	1	1.50	2.18	5.0	17	112.0	9.0
2	1	4.50	2.18	5.0	51	112.0	9.0
3	1	5.50	2.18	5.0	62	112.0	9.0
4	1	1.50	2.18	5.0	17	112.0	9.0

APÊNDICE C

PLANILHA DE QUANTIFICACAO DOS MATERIAIS  
PROGRAMA DDEECA

-----  
VIGA 1  
=====

DIAMETRO (MM)	COMPRIMENTO (M)	PESO (KG)
5.0	67.32	10.38
8.0	15.20	6.00
10.0	31.40	19.36
12.5	16.56	15.95

-----  
PESO TOTAL DE ACO : 51.68 KG  
VOLUME DE CONCRETO : .26 M3  
-----

-----  
VIGA 2  
=====

DIAMETRO (MM)	COMPRIMENTO (M)	PESO (KG)
5.0	144.17	22.22
8.0	6.11	2.41
10.0	24.74	15.25
12.5	23.50	22.64

-----  
PESO TOTAL DE ACO : 62.53 KG  
VOLUME DE CONCRETO : .69 M3  
-----

-----  
VIGA 3  
=====

DIAMETRO (MM)	COMPRIMENTO (M)	PESO (KG)
5.0	67.35	10.38
8.0	44.68	17.63
10.0	5.73	3.53
12.5	16.56	15.95

-----  
PESO TOTAL DE ACO : 47.50 KG  
VOLUME DE CONCRETO : .26 M3  
-----

-----  
VIGA 4  
=====

DIAMETRO (MM)	COMPRIMENTO (M)	PESO (KG)
5.0	152.38	23.49

8.0                      41.06                      16.20

-----  
 PESO TOTAL DE ACO : 39.69 KG

VOLUME DE CONCRETO : .77 M3  
 -----

-----  
 VIGA 5

=====

DIAMETRO (MM)	COMPRIMENTO (M)	PESO (KG)
5.0	50.03	7.71
8.0	17.53	6.92
10.0	5.17	3.18

-----

-----  
 PESO TOTAL DE ACO : 17.81 KG

VOLUME DE CONCRETO : .17 M3  
 -----

-----  
 VIGA 6

=====

DIAMETRO (MM)	COMPRIMENTO (M)	PESO (KG)
5.0	61.39	9.46
8.0	8.16	3.22
12.5	19.32	18.61

-----

-----  
 PESO TOTAL DE ACO : 31.29 KG

VOLUME DE CONCRETO : .20 M3  
 -----

-----  
 VIGA 7

=====

DIAMETRO (MM)	COMPRIMENTO (M)	PESO (KG)
5.0	153.69	23.69
8.0	39.75	15.68

-----

-----  
 PESO TOTAL DE ACO : 39.37 KG

VOLUME DE CONCRETO : .77 M3  
 -----

-----  
 PAVIMENTO 4

=====

DIAMETRO (MM)	COMPRIMENTO (M)	PESO (KG)
5.0	696.33	107.35

-----

8.0	172.49	68.01
10.0	67.04	41.32
12.5	75.97	73.12

-----  
PESO TOTAL DE ACO : 289.86

VOLUME DE CONCRETO : 3.12  
-----

APÊNDICE D

# VIGA 01

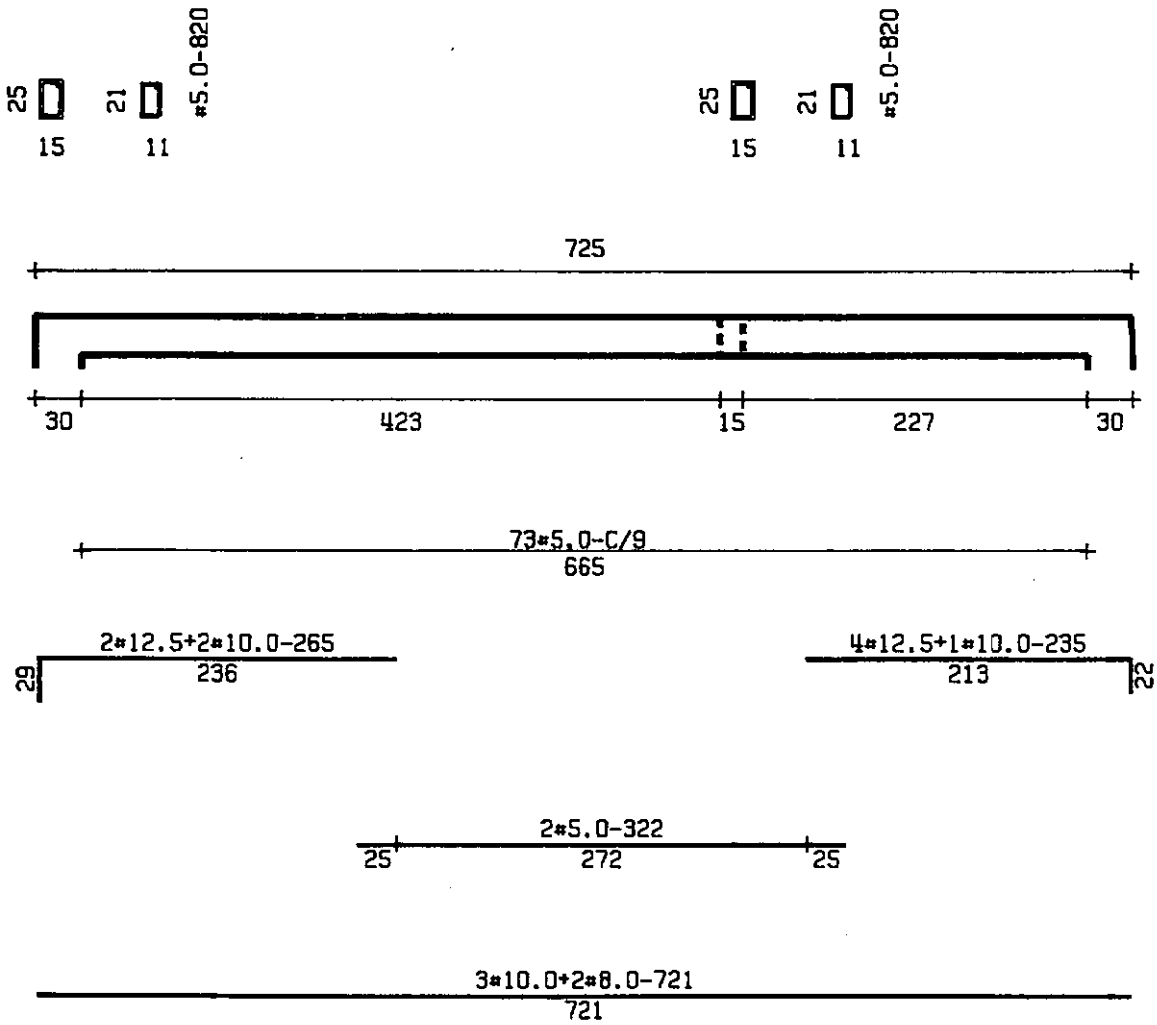


Figura A1 - Viga 1 da cobertura (Plotter)

# VIGA 02

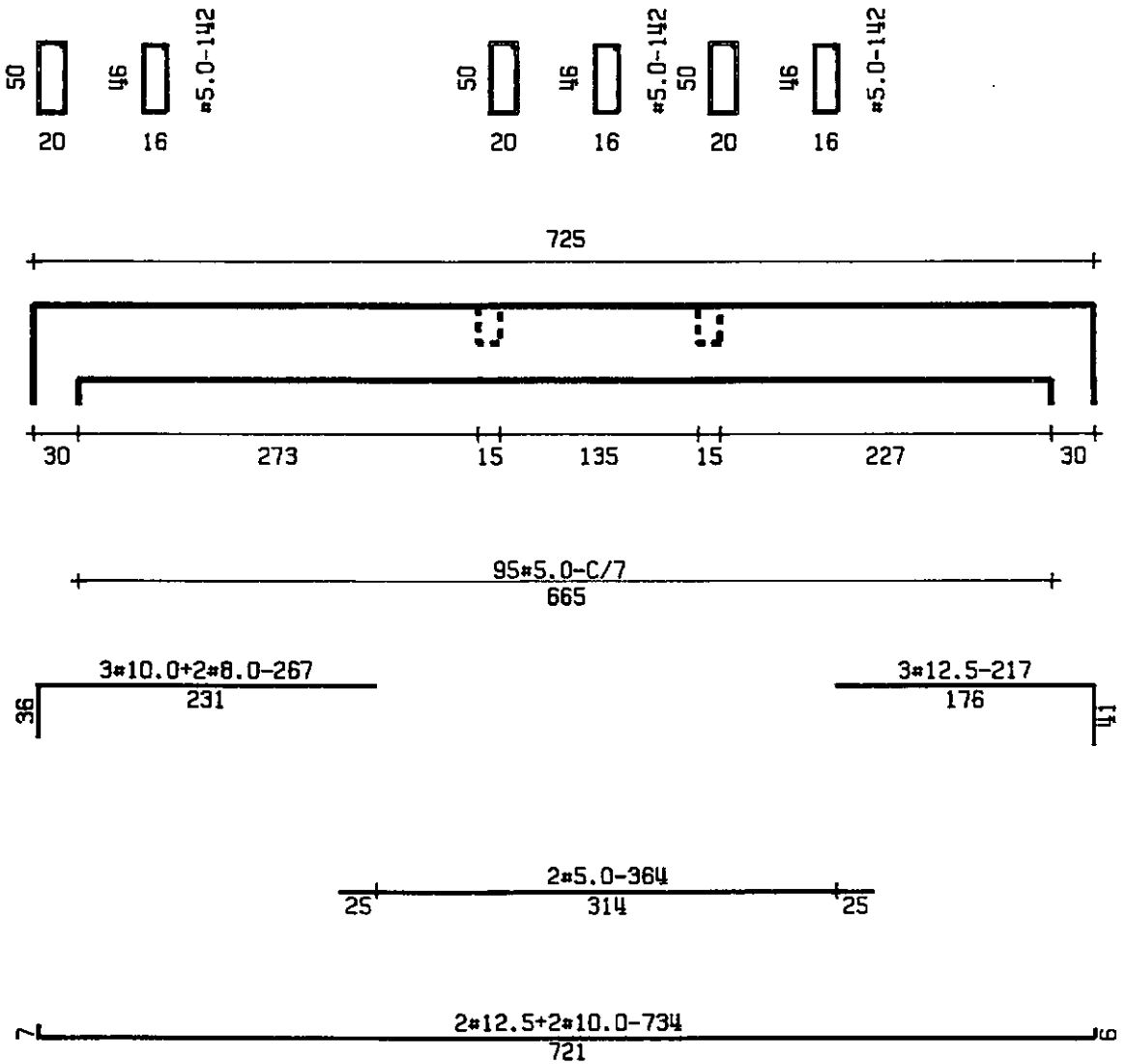


Figura A2 - Viga 2 da cobertura (Plotter)



# VIGA 03

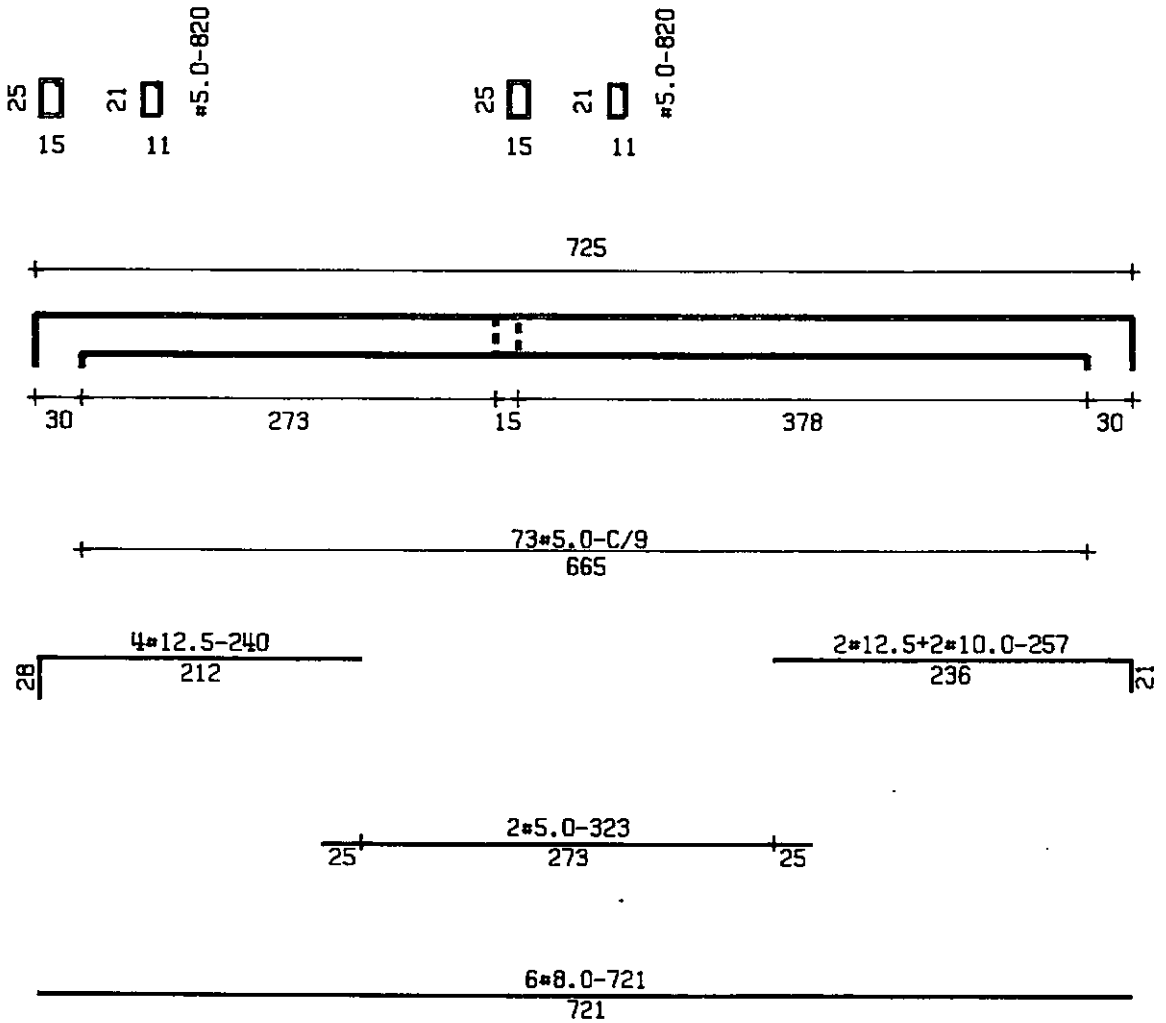
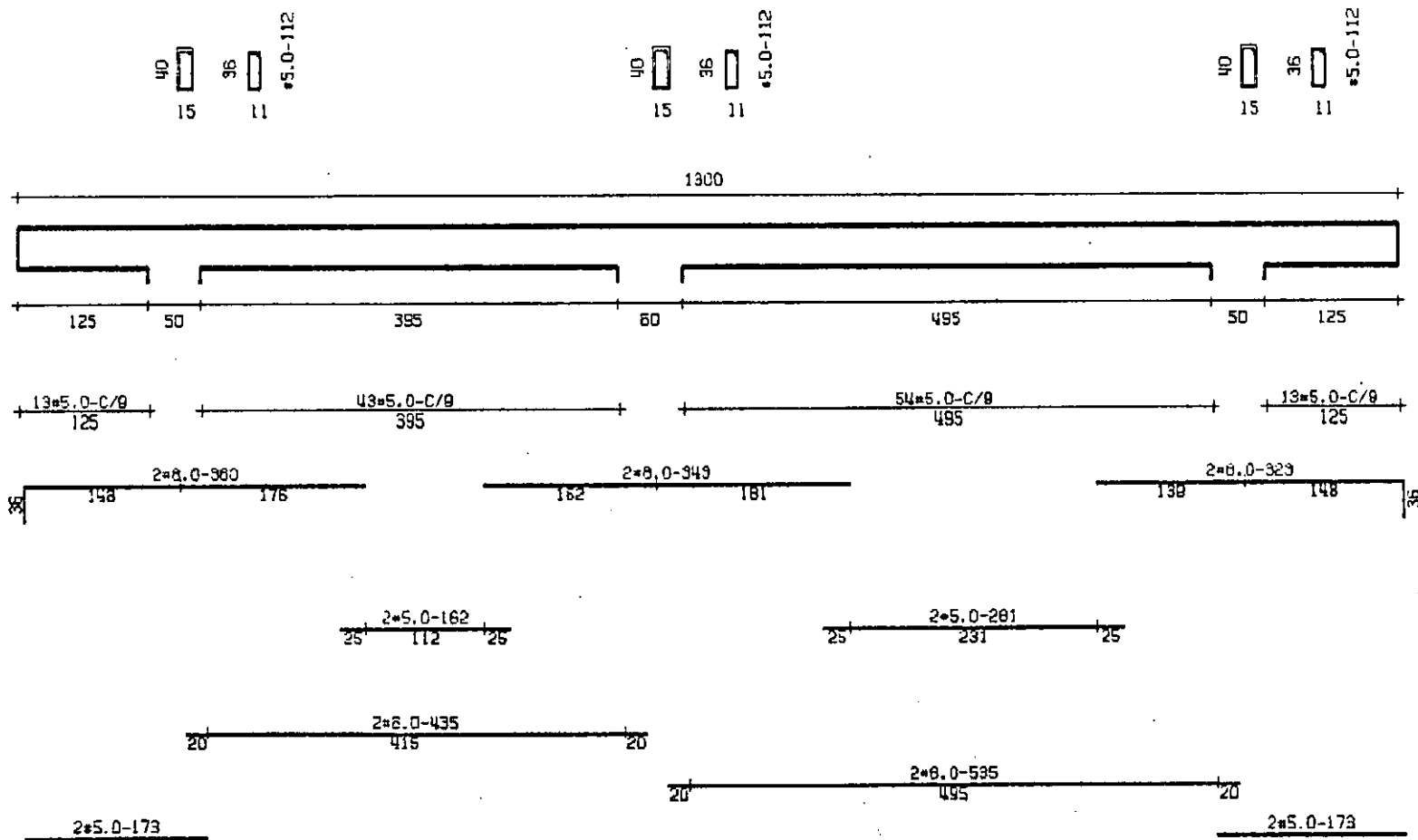


Figura A3 - Viga 3 da cobertura (Plotter)

# VIGA 04

Figura A4 - Viga 4 da cobertura (Impressora)



# VIGA 05

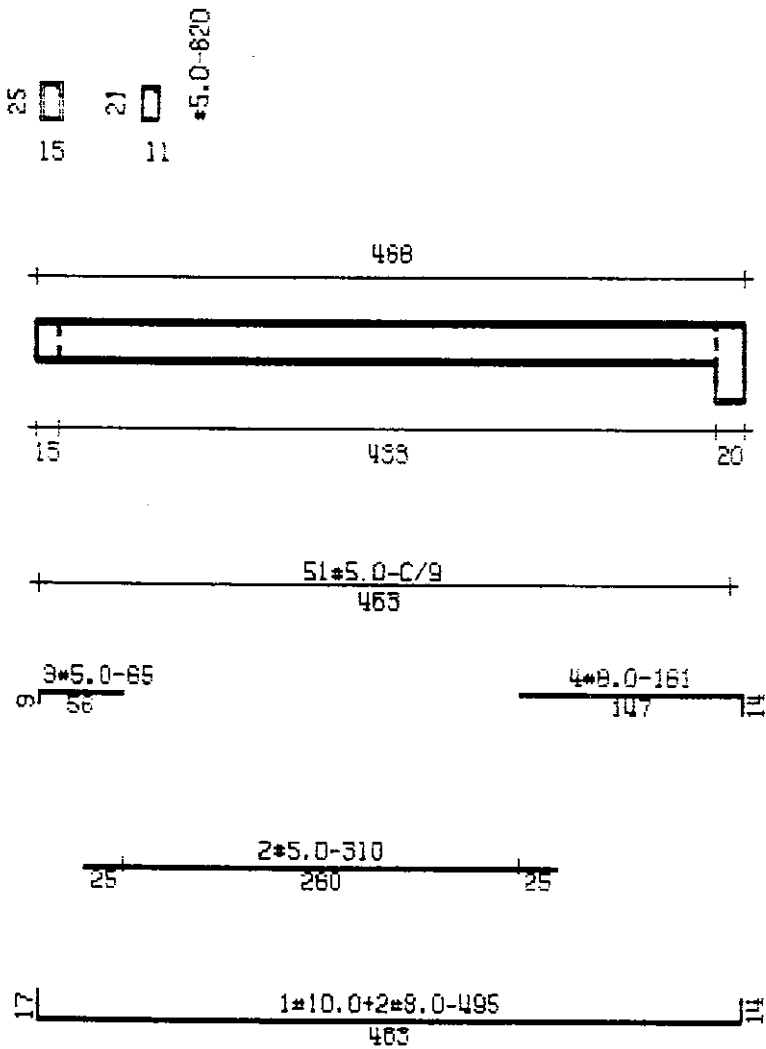


Figura A5 - Viga 5 da cobertura (Impressora)

# VIGA 06

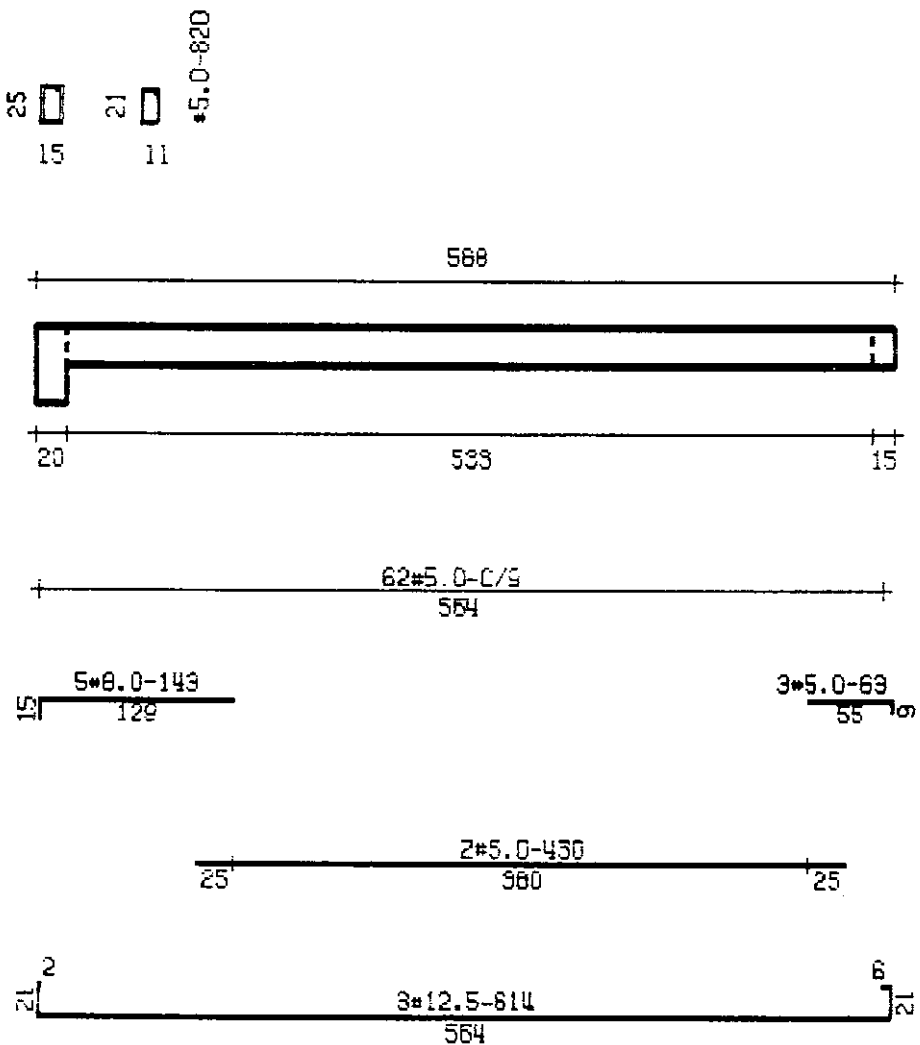


Figura A6 - Viga 6 da cobertura (Impressora)

