

# ANÁLISE ELASTO-PLÁSTICA DA CONSTRUÇÃO DE ATERROS

Edwin Alvaro Zuleta Iturri

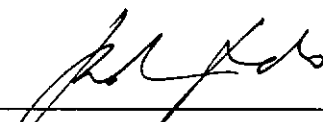
TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Aprovada por:



---

Prof. Cláudio Fernando Mahler, M.Sc.  
(Presidente)




---

Prof. Roberto Francisco de Azevedo, Ph.D.



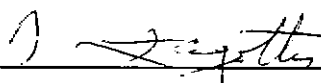
---

Prof. José Roberto Thedim Brandt, Ph.D.



---

Prof. Francisco de Rezende Lopes, Ph.D.



---

Prof. Decio Leal de Zagottis, D.Sc.

**ITURRI, EDWIN ALVARO ZULETA**

Análise elasto-plástica da construção de aterros [Rio de Janeiro] 1991.

xxviii, 292 p. 29,7 cm (COPPE/UFRJ, M.Sc., Engenharia Civil, 1991).

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.

1. Elasto-plasticidade

I. COPPE/UFRJ

II. Título (série)

À minha mãe  
(*in memoriam*)

## AGRADECIMENTOS

Ao Professor Cláudio Fernando Mahler pela sincera amizade, irrestrita cooperação e eficiente orientação dada; obrigado mesmo.

Aos Professores de Mecânica dos Solos da COPPE/UFRJ pela amizade e ensinamentos transferidos, especialmente a Márcio Miranda Soares, Márcio de Souza Soares de Almeida, Francisco de Rezende Lopes e Fernando Artur Brasil Danziger.

À Engenheira Maria de Fatima Costa de Vasconcelos pelo carinho, apoio e dedicação que me estimularam a finalizar o mestrado.

Ao Engenheiro Marcio Alvarado Enamorado pela sincera amizade e companheirismo, além da acolhida fraterna que me dispensou no seio da sua família.

Aos meus primos José e Ana Maria que, nos momentos mais difíceis, souberam dar-me apoio e força; obrigado querida família.

Aos colegas e amigos Paulo José Brugger, Marcos Barreto de Mendonça, Carlos Alberto Moreira Ferreira, Sergio Roberto Ladeira Carvalho e Flavio Alberto Crispel pela convivência amistosa que me proporcionaram na COPPE.

Ao Salvador Lopes Assad pela eficiente cooperação prestada na digitação dos programas e pela fraterna amizade.

A todos meus amigos e colegas da COPPE/UFRJ pelo companheirismo e amizade.

Ao Célio Noia Miranda pela cooperação prestada no uso dos computadores do Programa de Engenharia Civil, COPPE/UFRJ.

Ao Engenheiro Sérgio Iório pela cooperação nos ensaios de laboratório.

Ao pessoal da Secretaria do Programa de Engenharia Civil e da Biblioteca Central do CT, em especial a Celma, Bethy, Eunice e Edimna.

Ao Núcleo de Computação Eletrônica da UFRJ (NCE) pela utilização do equipamento BURROUGHS.

À Coordenação de Aperfeiçoamento do Pessoal de Nível Superior (Ministério de Educação), ao Programa de Estudantes-Convênio de Pós-Graduação (PEC/PG) e à CAPES e CNPq pela ajuda financeira e oportunidade que me deram de continuar minha formação profissional.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.).

## ANÁLISE ELASTO-PLÁSTICA DA CONSTRUÇÃO DE ATERROS

Edwin Alvaro Zuleta Iturri

SETEMBRO, 1991

Orientador: Cláudio Fernando Mahler

Programa: Engenharia Civil

Apresenta-se neste trabalho um estudo comparativo do estado de tensões, deformações e deslocamentos no canal de irrigação Formoso "A" originado pela construção do aterro do canal por etapas.

Este estado de tensões, deformações e deslocamentos é obtido com o auxílio do Método dos Elementos Finitos com análise elástica e elasto-plástica. Faz-se uso do elemento isoparamétrico quadrático e do triangular com seis nós, sendo que as tensões e deformações são calculadas nos pontos de integração de cada elemento.

Na análise elástica não linear faz-se uso da formulação de Duncan e Chang (1970) sendo incluída a formulação exponencial de Lade (1972) para o coeficiente de Poisson. Na análise elasto-plástica faz-se uso da formulação de Drucker e Prager (1952) e Drucker (1953), e da formulação recente de Kim e Lade (1988) que baseia-se na utilização de uma única superfície de plastificação. Toda a análise é feita no estado plano de deformação.

A análise elástica não linear utiliza a técnica incremental incluindo a modificação do ponto médio de Runge - Kutta. A análise elasto-plástica utiliza a técnica incremental iterativa combinada com o método das tensões iniciais, acelerando-se a convergência através do *Line Search Method* para o caso do modelo de Drucker e Prager.

Na implementação computacional da técnica das tensões iniciais faz-se uso do algoritmo proposto por Zienkiewicz e outros (1969) com melhorias sugeridas por Nayak e Zienkiewicz (1972), e para a aceleração da convergência usa-se o algoritmo proposto por Crisfield (1983).

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

**ELASTO-PLASTIC ANALYSIS OF CONSTRUCTION DAMS**

Edwin Alvaro Zuleta Iturri

SEPTEMBER, 1991

Thesis Supervisor: Cláudio Fernando Mahler

Department: Civil Engineering

This work presents a comparative study of the stress, strain and displacement conditions of Formoso "A" Canal, considering the construction sequence.

The state of stresses, strains and displacements is obtained using the Finite Element Method with both elastic and elasto-plastic analysis. The program uses both quadratic isoparametric quadrilateral elements and triangular elements with six nodes. The stresses and strains are computed at the integration points of each element.

In the elastic nonlinear analysis the formula proposed by Duncan and Chang (1970) is used and for the Poisson's ratio the exponential formulation published by Lade (1972) is applied. In the elasto-plastic analysis the formula proposed by Drucker and Prager (1952) and Drucker (1953) and the new formulation of Kim and Lade (1988), which uses only one plastic surface, are employed.

The technique used for the nonlinear analysis is incremental, taking into account the modification of the middle point of Runge Kutta. For the elasto-plastic analysis an incremental-iterative technique combined with the initial stress method is applied, including convergence acceleration using the *Line Search Method* for the Drucker and Prager model.



In the initial stress technique, the algorithm proposed by Zienkiewicz et al. (1969) with changes suggested by Nayak and Zienkiewicz (1972) is employed, while the algorithm proposed by Crisfield (1983) is used to accelerate the convergence.

## ÍNDICE

	página
LISTA DE FIGURAS .....	xv
LISTA DE TABELAS .....	xxi
NOTAÇÃO E SIMBOLOGIA .....	xxii
CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO .....	1
I.1 - Tópicos da tese .....	3
CAPÍTULO II - REVISÃO DE MODELOS TENSÃO-DEFORMAÇÃO PARA SOLOS .....	5
II.1 - Introdução .....	5
II.2 - Revisão das teorias e critérios para a clasificação dos modelos tensão-deformação para solos .....	7
II.2.1 - Teorias de deformação .....	7
II.2.2 - Teorias incrementais .....	7
II.2.3 - Teoria endocrônica .....	8
II.2.4 - Critério isotrópico de ruptura .....	8
II.2.5 - Critério anisotrópico de ruptura .....	18
II.2.6 - Teorias elasto-plásticas para comportamen to isotrópico .....	19
II.2.7 - Teorias elasto-plásticas para comportamen tos anisotrópicos .....	24
II.2.8 - Teoria viscoelasto-plástica .....	29
II.2.9 - Teoria termoplástica .....	31
II.3 - Alguns exemplos da simulação da construção de aterros fazendo uso do método dos elemen tos finitos .....	32
II.4 - Alguns comentários a respeito da bibliogra fia revista .....	45
CAPÍTULO III - REVISÃO DOS MODELOS TENSÃO - DEFOR MAÇÃO UTILIZADOS .....	47
III.1 - Introdução .....	47
III.2 - Modelo elástico linear .....	47
III.3 - Modelo elástico não linear .....	48

III.4 - Modelos elasto-plásticos .....	49
III.4.1 - Modelo elasto-plástico perfeito com lei de escoamento associada - Drucker e Prager .....	53
III.4.2 - Modelo elasto-plástico encruavel com lei de escoamento não associada - Modelo de Kim e Lade .....	54
III.4.2.1 - Introdução .....	54
III.4.2.2 - Componentes de deformação .....	56
III.4.2.3 - Comportamento elástico .....	56
III.4.2.3.a - Modelo para o modulo elástico Eur ..	56
III.4.2.3.b - Modelo elástico verdadeiro para so- los de Lade e Nelson .....	57
III.4.2.4 - Comportamento plástico .....	59
III.4.2.4.a - Critério de ruptura .....	59
III.4.2.4.b - Regra de fluxo e Função potencial plástica .....	60
III.4.2.4.c - Função plástica e Lei trabalho-endu- recimento/amolecimento .....	64
<b>CAPÍTULO IV - IMPLEMENTAÇÃO DOS MODELOS TENSÃO - DEFORMAÇÃO REVISADOS .....</b>	<b>68</b>
IV.1 - Introdução .....	68
IV.2 - Matriz elástica $D$ .....	68
IV.3 - Matriz elasro-plástica $D_{ep}$ .....	69
IV.3.1 - Parametro $A$ .....	71
IV.4 - Implementação do modelo de Drucker e Prager	72
IV.5 - Implementação do modelo de Kim e Lade .....	74
IV.6 - Análise elasto-plástica - Método das ten- sões iniciais .....	76
IV.6.1 - Análise da convergencia .....	81
IV.6.1.1 - Critério das forças .....	81
IV.6.1.2 - Critério dos deslocamentos .....	82
IV.6.1.3 - Acelerac, o da convergencia .....	83
IV.7 - Programação computacional .....	84
<b>CAPÍTULO V - CALIBRAÇÃO DOS MODELOS. OBTENÇÃO DE PARÂMETROS .....</b>	<b>90</b>
V.1 - Introdução .....	90
V.2 - Caracterização do solo de fundação do canal	90

V.3 - Ensaio de compactação .....	91
V.4 - Ensaio triaxiais .....	94
V.4.a - Solo natural .....	94
V.4.b - Solo compactado .....	102
V.4.1 - Módulo de elasticidade inicial e tensão deviatória na ruptura .....	102
V.4.2 - Pressão neutra. Parâmetro $\bar{A}$ .....	107
V.4.3 - Representação hiperbólica das curvas ten- são-deformação e exponencial do coeficien- te de Poisson .....	108
V.4.3.1 - Parâmetros da formulação hiperbólica ...	114
V.4.3.2 - Parâmetros da formulação exponencial ...	114
V.5 - Obtenção de parâmetros elásticos e plásticos	124
V.5.1 - Parâmetros para o modelo elástico linear .	124
V.5.2 - Parâmetros do modelo de Drucker e Prager .	125
V.5.3 - Parâmetros do modelo de Kim e Lade .....	128
V.5.3.1 - Parâmetros elásticos .....	128
V.5.3.1.a - Modelo clássico descarregamento-recar- regamento .....	128
V.5.3.1.b - Modelo elástico verdadeiro .....	128
V.5.3.2 - Parâmetros plásticos .....	131
V.5.3.2.a - Parâmetros C e p da função de endureci- mento .....	131
V.5.3.2.b - Parâmetros m e $n_1$ do critério de ruptu- ra .....	134
V.5.3.2.c - Parâmetro $\psi_1$ do potencial plástico ...	136
V.5.3.2.d - Parâmetros $\psi_2$ e $\mu$ do potencial plásti- co .....	136
V.5.3.2.e - Parâmetros h e $\alpha$ da função plástica ..	141
V.6 - Análise da previsão dos modelos .....	144
V.6.1 - Previsão da formulação hiperbólica e expo- nencial .....	144
V.6.1.a - Formulação hiperbólica .....	144
V.6.1.b - Formulação exponencial .....	144
V.6.2 - Previsão da pressão neutra .....	155
V.6.3 - Previsão com o modelo elástico linear ....	155
V.6.4 - Previsão com o modelo de Drucker e Prager	155
V.6.5 - Previsão com o modelo de Kim e Lade .....	155
V.6.5.1 - Compressão triaxial .....	157

V.6.5.2 - Compressão isotrópica .....	157
V.7 - Parâmetros do concreto e junta elástica ....	157
<b>CAPÍTULO VI - ANÁLISE DA CONSTRUÇÃO DE UM ATERRO DO CANAL DE IRRIGAÇÃO FORMOSO "A" ..</b>	<b>159</b>
VI.1 - Introdução .....	159
VI.2 - Localização do Projeto Formoso "A" .....	159
VI.3 - Breve descrição do perímetro de irrigação Formoso "A" .....	162
VI.4 - Análise da construção e do enchimento .....	165
VI.4.1 - Condicionantes e hipóteses adotadas .....	165
VI.4.1.1 - Discretização do canal .....	165
VI.4.1.1.a - Reologia .....	167
VI.4.1.1.b - Topologia .....	167
VI.4.1.2 - Estado inicial de tensões .....	168
VI.4.1.3 - Estado plástico inicial .....	169
VI.4.1.4 - Critério para o descarregamento-recar_ regamento .....	170
VI.4.1.5 - Comportamento após ruptura .....	171
VI.4.1.6 - Resistência à tração .....	172
VI.4.2 - Entrada e saída dos programas .....	172
VI.4.2.a - Entrada de dados .....	172
VI.4.2.b - Valor da tolerancia .....	173
VI.4.2.c - Saída dos resultados .....	173
VI.4.3 - Análise da construção .....	173
VI.4.3.a - Deslocamentos .....	173
VI.4.3.b - Tensões principais .....	184
VI.4.3.c - Tensões cisalhantes máximas .....	190
VI.4.3.d - Resistência mobilizada .....	190
VI.4.3.1 - Retroanálise da construção usando o pro_ grama CONSATPLAST .....	190
VI.4.4 - Análise do enchimento .....	191
VI.4.4.a - Deslocamentos .....	195
VI.4.4.b - Tensões principais .....	195
VI.4.4.c - Tensões cisalhantes máximas .....	207
VI.4.4.d - Resistência mobilizada .....	215
VI.4.4.1 - Retroanálise do enchimento .....	215
VI.5 - Caminho de tensões .....	219
VI.6 - Tempos de processamento .....	230

VI.7 - Construção e enchimento fazendo uso dos parâmetros obtidos pelo CEPED (1988) .....	231
VI.7.a - Deslocamentos .....	231
VI.7.b - Tensões principais .....	251
VI.7.c - Tensões cisalhantes máximas .....	252
VI.7.d - Resistência mobilizada .....	252
VI.7.e - Zonas plásticas .....	252
VI.7.1 - Análise da aceleração da convergência ...	253
 <b>CAPÍTULO VII - CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS .....</b>	 <b>255</b>
VII.1 - Comentários e conclusões .....	255
VII.1.a - Quanto à implementação e calibração dos modelos de Drucker e Prager (1952/1953) e de Kim e Lade (1988) .....	255
VII.1.b - Quanto à simulação da construção e do enchimento do canal .....	257
VII.2 - Sugestões para futuras pesquisas .....	259
 <b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	 <b>260</b>
I - Bibliografia consultada .....	260
II.- Bibliografia referenciada .....	275
 <b>ANEXO A .....</b>	 <b>288</b>
 <b>ANEXO B .....</b>	 <b>290</b>
 <b>ANEXO C .....</b>	 <b>292</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura	página
II.1 - Diagrama de Mohr .....	10
II.2 - Superfície plástica de Coulomb (apud Chen, 1975) .....	10
II.3 - Superfície plástica de Mohr - Coulomb e de Tresca (apud Zienkiewicz, 1980) .....	13
II.4 - Superfície plástica de Drucker - Prager e de Von Mises (apud Zienkiewicz, 1980) .....	13
III.1 - Comportamento uniaxial: (a) elástico não linear e plástico, (b) plasticidade perfeita e (c) plasticidade com encruamento ....	52
III.2 - Superfície fronteira isotrópica no espaço das tensões principais, modelo de Drucker e Prager (apud Zienkiewicz, 1980) .....	55
III.3 - Três planos perpendiculares nos quais o modelo elástico é constante de acordo com a equação (III.16) (apud Lade, 1988) .....	55
III.4 - Contornos do módulo de Young constante mostrados no: (a) plano triaxial e (b) plano octaédrico (apud Lade, 1988) .....	58
III.5 - Características da superfície de ruptura mostradas no espaço das tensões principais: (a) plano triaxial e (b) plano octaédrico (apud Lade e Kim, 1988b) .....	61
III.6 - Relação entre os parâmetros $\phi_1$ e $m$ (apud Kim e Lade, 1988) .....	63
III.7 - Superfície potencial plástica mostrada no plano triaxial (apud Lade e Kim, 1988b) ..	63
III.8 - Superfícies plásticas mostradas no plano triaxial (apud Lade e Kim, 1988b) .....	67
III.9 - Modelação do trabalho endurecimento e amolecimento (apud Lade e Kim, 1988b) ....	67
IV.1 - Localização dos pontos de integração .....	84
IV.2 - Estrutura hierarquica do CONSAT (apud Mahler e Pereira, 1988a) .....	86
IV.3 - Estrutura hierarquica do CONSATPLAST .....	88

IV.4 - Estrutura hierarquica do CONSATPLAST/LADE	89
V.1 - Análise granulométrica. Estaca +50.00 .....	92
V.2 - Ensaio de compactação. Estaca +50.00 .....	93
V.3 - Ensaio triaxial adensado - drenado (CD - 25 kPa) .....	95
V.4 - Ensaio triaxial adensado - drenado (CD - Preinundado - 25 kPa) .....	96
V.5 - Ensaio triaxial adensado - drenado (CD - 50 kPa) .....	97
V.6 - Ensaio triaxial adensado - drenado (CD - Inunado - 50 kPa) .....	98
V.7 - Ensaio triaxial adensado - drenado (CD - 100 kPa) .....	99
V.8 - Ensaio triaxial adensado - drenado (CD - Inundado - 100 kPa) .....	100
V.9 - Ensaio isotrópicos .....	101
V.10 - Ensaio triaxial adensado - rápido ( $\overline{C\bar{U}}$ - 25 kPa) .....	103
V.11 - Ensaio triaxial adensado - rápido ( $\overline{C\bar{U}}$ - 50 kPa) .....	104
V.12 - Ensaio triaxial adensado - rápido ( $\overline{C\bar{U}}$ - 100 kPa) .....	105
V.13 - Ensaio triaxial adensado - rápido ( $\overline{C\bar{U}}$ - 200 kPa) .....	106
V.14 - Aplicação da formulação hiperbólica (CD - 25, 50 e 100 kPa) .....	110
V.15 - Aplicação da formulação hiperbólica ( $\overline{C\bar{U}}$ - 25 e 50 kPa) .....	111
V.16 - Aplicação da formulação hiperbólica ( $\overline{C\bar{U}}$ - 100 e 200 kPa) .....	112
V.17 - Ajuste hiperbólico e exponencial (CD - 25 kPa) .....	115
V.18 - Ajuste hiperbólico e exponencial (CD - 50 kPa) .....	116
V.19 - Ajuste hiperbólico e exponencial (CD - 100 kPa) .....	117
V.20 - Ajuste hiperbólico ( $\overline{C\bar{U}}$ - 25 kPa) .....	118
V.21 - Ajuste hiperbólico ( $\overline{C\bar{U}}$ - 50 kPa) .....	119
V.22 - Ajuste hiperbólico ( $\overline{C\bar{U}}$ - 100 kPa) .....	120



V.23 - Ajuste hiperbólico ( $\overline{C\bar{U}}$ - 200 kPa) .....	121
V.24 - Ensaio triaxial adensado - drenado (curvas ajustadas) .....	122
V.25 - Ensaio triaxial adensado - rápido (curvas ajustadas) .....	123
V.26 - Coesão e ângulo de atrito (CD e CD inundado) .....	126
V.27 - Coesão e ângulo de atrito ( $\overline{C\bar{U}}$ ) .....	127
V.28 - Parâmetros elásticos $K_{ur}$ e $n$ (modelo $K_{ur}$ ) .	129
V.29 - Parâmetros elásticos $M$ e $\lambda$ (modelo verdadeiro) .....	130
V.30 - Parâmetros $w$ e $t$ .....	133
V.31 - Parâmetros $m$ e $n_1$ .....	135
V.32 - Parâmetros $\varphi_2$ e $\mu$ (solo natural) .....	139
V.33 - Parâmetros $\varphi_2$ e $\mu$ (solo compactado) .....	140
V.34 - Relação entre $S$ e $q$ (solo natural) .....	145
V.35 - Relação entre $S$ e $q$ (solo compactado) .....	146
V.36 - Previsão dos modelos (CD - 25 kPa) .....	147
V.37 - Previsão dos modelos (CD - 50 kPa) .....	148
V.38 - Previsão dos modelos (CD - 100 kPa) .....	149
V.39 - Previsão dos modelos ( $\overline{C\bar{U}}$ - 25 kPa) .....	150
V.40 - Previsão dos modelos ( $\overline{C\bar{U}}$ - 50 kPa) .....	151
V.41 - Previsão dos modelos ( $\overline{C\bar{U}}$ - 100 kPa) .....	152
V.42 - Previsão dos modelos ( $\overline{C\bar{U}}$ - 200 kPa) .....	153
V.43 - Previsão dos modelo. Ensaio isotrópico ....	154
VI.1 - Projeto Formoso "A". Localização da obra (apud CEPED, 1988) .....	160
VI.2 - Construção do canal de irrigação .....	161
VI.3 - Seção transversal típica A (apud CEPED, 1988) .....	163
VI.4 - Seção transversal típica B (apud CEPED, 1988) .....	164
VI.5 - Malha de Elementos Finitos Utilizada .....	166
VI.6 - Malha deformada exagerada - Construção ....	174
VI.7 - Deslocamentos nodais - Construção .....	175
VI.8 - Deslocamentos horizontais - Construção ....	176
VI.9.a - Curvas de igual deslocamento horizontal (Construção - CONSAT) .....	177

VI.9.b - Curvas de igual deslocamento horizontal (Construção - CONSATPLAST) .....	178
VI.9.c - Curvas de igual deslocamento horizontal (Construção - CONSATPLAST/LADE) .....	179
VI.10 - Deslocamentos verticais - Construção .....	180
VI.11.a - Curvas de igual deslocamento vertical (Construção - CONSAT) .....	181
VI.11.b - Curvas de igual deslocamento vertical (Construção - CONSATPLAST) .....	182
VI.11.c - Curvas de igual deslocamento vertical (Construção - CONSATPLAST/LADE) .....	183
VI.12 - Tensões principais - Construção .....	185
VI.13 - Tensões cisalhantes máx. - Construção ....	186
VI.14.a - Resistência mobilizada - CONSAT (Constru ção) .....	187
VI.14.b - Nivel de tensões - CONSATPLAST/LADE (Construção) .....	188
VI.15 - Zonas tracionadas .....	189
VI.16 - Malha deformada exagerada - Construção (Retroanálise - CONSATPLAST) .....	192
VI.17 - Deslocamentos - Construção (Retroanálise - CONSATPLAST) .....	193
VI.18 - Estado de tensões - Construção (Retroaná- lise - CONSATPLAST) .....	194
VI.19 - Malha deformada exagerada - Enchimento ...	196
VI.20 - Deslocamentos nodais - Enchimento .....	197
VI.21 - Deslocamentos horizontais - Enchimento ...	198
VI.22.a - Curvas de igual deslocamento horizontal (Enchimento - CONSAT) .....	199
VI.22.b - Curvas de igual deslocamento horizontal (Enchimento - CONSATPLAST) .....	200
VI.22.c - Curvas de igual deslocamento horizontal (Enchimento - CONSATPLAST/LADE) .....	201
VI.23 - Deslocamentos verticais - Enchimento .....	202
VI.24.a - Curvas de igual deslocamento vertical (Enchimento - CONSAT) .....	203
VI.24.b - Curvas de igual deslocamento vertical (Enchimento - CONSATPLAST) .....	204

VI.24.c - Curvas de igual deslocamento vertical (Enchimento - CONSATPLAST/LADE) .....	205
VI.25 - Tensões principais - Enchimento .....	206
VI.26.1 - Tensões principais na camada de concreto (Enchimento) .....	208
VI.26.2 - Tensões principais maiores máximas na camada de concreto (Enchimento) .....	209
VI.26.3 - Tensões principais menores máximas na camada de concreto (Enchimento) .....	210
VI.27 - Tensões cisalhantes máx. - Enchimento ....	211
VI.28 - Tensões cisalhantes máximas na camada de concreto .....	212
VI.29.a - Resistência mobilizada - CONSAT (Enchi- mento) .....	213
VI.29.b - Nivel de tensões - CONSATPLAST/LADE (En- chimento) .....	214
VI.30 - Malha deformada exagerada - Enchimento (Retroanálise - CONSATPLAST) .....	216
VI.31 - Deslocamentos - Enchimento (Retroanálise - CONSATPLAST) .....	217
VI.32 - Estado de tensões - Enchimento (Retroanáli- se - CONSATPLAST) .....	218
VI.33.a - Caminho de tensões na base do aterro ...	220
VI.33.b - Ampliação do caminho de tensões da base do aterro .....	221
VI.34.a - Caminho de tensões na base do aterro ...	222
VI.34.b - Ampliação do caminho de tensões da base do aterro .....	223
VI.35.a - Caminho de tensões no corpo do aterro ..	224
VI.35 b - Ampliação do caminho de tensões do corpo do aterro .....	225
VI.36.a - Caminho de tensões no pe do talude do aterro .....	226
VI.36.b - Ampliação do caminho de tensões do pe do talude do aterro .....	227
VI.37.a - Caminho de tensões no talude do aterro .	228
VI.37.b - Ampliação do caminho de tensões do talu- de do aterro .....	229

VI.38 - Malha deformada exagerada - (Construção - Dados CEPED) .....	232
VI.39 - Deslocamentos nodais - Construção (Dados CEPED) .....	233
VI.40 - Deslocamentos horizontais - (Construção - Dados CEPED) .....	234
VI.41 - Deslocamentos verticais - (Construção - Dados CEPED) .....	235
VI.42 - Tensões principais - Construção (Dados CEPED) .....	236
VI.43 - Tensões cisalhantes máximas - (Construção - Dados CEPED) .....	237
VI.44 - Resistência mobilizada - CONSAT (Construção - Dados CEPED) .....	238
VI.45 - Zonas plásticas - CONSATPLAST (Dados CEPED) .....	239
VI.46 - Malha deformada exagerada - (Enchimento - Dados CEPED) .....	240
VI.47 - Deslocamentos nodais - Enchimento (Dados CEPED) .....	241
VI.48 - Deslocamentos horizontais - (Enchimento - Dados CEPED) .....	242
VI.49 - Deslocamentos verticais - (Enchimento - Dados CEPED) .....	243
VI.50 - Tensões principais - Enchimento (Dados CEPED) .....	244.
VI.51.1 - Tensões principais na camada de concreto (Enchimento - Dados CEPED) .....	245
VI.51.2 - Tensões principais maiores máximas no concreto (Enchimento - Dados CEPED) ....	246
VI.51.3 - Tensões principais menores máximas no concreto (Enchimento - Dados CEPED) ....	247
VI.52 - Tensões cisalhantes máximas - (Enchimento - Dados CEPED) .....	248
VI.53 - Tensões cis. máx. na camada de concreto (Enchimento - Dados CEPED) .....	249
VI.54 - Resistência mobilizada - CONSAT (Enchimen <u>to</u> - Dados CEPED) .....	250
VI.55 - Análise da aceleração da convergência ....	254

## LISTA DE TABELAS

Tabela	página
V.1 - Módulo de elasticidade inicial $E_i$ e $E_{iu}$ , e tensão deviatória na ruptura $\sigma_{rup}$ .....	102
V.2 - Parâmetro $\bar{A}$ na ruptura .....	107
V.3 - Parâmetros da formulação hiperbólica .....	114
V.4 - Parâmetros da formulação exponencial .....	114
V.5 - Parâmetros $E_{ur}$ e $\nu$ no trecho descarregamento-recarregamento .....	125
V.6 - Coesão (c) e ângulo de atrito ( $\phi$ ) .....	125
V.7 - Parâmetros $K_{ur}$ e n .....	128
V.8 - Parâmetros M e $\lambda$ .....	128
V.9 - Parâmetros C e p .....	134
V.10 - Parâmetros m e $n_1$ .....	134
V.11 - Parâmetro $\psi_1$ .....	136
V.12 - Parâmetros $\psi_2$ e $\mu$ .....	141
V.13 - Parâmetros h e $\alpha$ .....	144
V.14 - Parâmetros elásticos, coesão e ângulo de atrito do concreto e junta elástica .....	158
V.15 - Parâmetros do concerto e da junta elástica para o modelo de Kim e Lade .....	158
VI.1 - Parâmetros elásticos (retroanálise) .....	191
VI.2 - Tempos de processamento .....	230
VI.3 - Parâmetros CEPED .....	231

## NOTAÇÃO E SIMBOLOGIA

A	parâmetro de pressão neutra, parâmetro auxiliar do modelo de Drucker e Prager, e parâmetro da função plástica no amolecimento do modelo de Kim e Lade
$A_1$	parâmetro de endurecimento
$\alpha$	parâmetro da função plástica de Drucker e Prager, ângulo do vértice do cone do modelo de Drucker e Prager, inclinação do plano de ruptura, parâmetro da função plástica de Kim e Lade, parâmetro de aceleração da convergencia
$\alpha_0, \alpha_1$	valor inicial e final do ângulo do vértice do cone do modelo de Drucker e Prager
a	parâmetro da função plástica de Drucker e Prager, parâmetro usado para incluir a resistência à tração no modelo de Kim e Lade
B	parâmetro da função plástica no amolecimento do modelo de Kim e Lade
[B]	matriz deformação-deslocamento
$\beta$	parâmetro da função potencial plástica para o modelo de Drucker e Prager
$\beta_1$	constante auxiliar do algoritmo das tensões iniciais
C	parâmetro da função de endurecimento do modelo de Kim e Lade
c, c( $\alpha$ )	coesão

$D$	parâmetro da função plástica do modelo de Kim e Lade
$\tilde{D}$	matriz elástica
$[D_{ep}], D_{ep}$	matriz elasto-plástica
$D_{ij}^p$	componente da matriz elasto-plástica
$\{d\}_i$	vetor auxiliar do algoritmo das tensões iniciais
$\tilde{d\varepsilon}^p$	vetor dos incrementos de deformação específica
$d\varepsilon_{ij}, d\varepsilon_{ij}^e, d\varepsilon_{ij}^p$	incremento de deformação específica total, elástica e plástica
$d\varepsilon_1^p, d\varepsilon_3^p, d\bar{\varepsilon}_p$	incremento de deformação específica plástica
$d\varepsilon_a, d\varepsilon_r$	incremento de deformação específica axial e radial
$dK$	parâmetro de endurecimento
$\partial W_p$	incremento de trabalho plástico
$d\lambda_p$	constante de proporcionalidade da regra de fluxo
$\tilde{d\sigma}, \tilde{\partial\sigma}$	vetor dos incrementos de tensões
$\{\delta\sigma\}$	vetor da correção de tensões
$dV$	diferencial de volume
$\partial g_p / \partial \sigma_{ij}$	derivada parcial da função potencial plástica

$\partial f_p / \partial \sigma_{ij}$	derivada parcial da função plástica
$\delta_{ij}$	delta de Kronecker, deslocamento
$\{\Delta \delta\}$	vetor dos incrementos de deslocamento
$\Delta \delta_i$	incremento de deslocamento
$\Delta \epsilon_v, \Delta \epsilon_v^e, \Delta \epsilon_v^p$	incremento de deformação específica volumétrica total, elástica e plástica
$\{\Delta F\}$	vetor dos incrementos de carga
$\Delta \sigma, \Delta \sigma_1^{(j)}, \Delta \sigma_{ci}$	incremento de tensão
$\Delta \sigma_d$	incremento da tensão deviatórica
$\Delta u$	incremento de pressão neutra
$E, E_1, E_{ur}$	módulo de elasticidade, módulo de elasticidade inicial e no descarregamento - recarregamento
$e$	base dos logaritmos naturais
$\tilde{\epsilon}, \tilde{\epsilon}^e, \tilde{\epsilon}^p$	vetor dos incrementos de deformação específica total, elástica e plástica
$\epsilon_v, \epsilon_v^e$	deformação volumétrica específica total, e elástica
$\epsilon_a, \epsilon_r$	deformação específica axial e radial
$\bar{\epsilon}, \epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$	deformação específica
$\ \epsilon\ $	norma
$F$	constante auxiliar no modelo de Kim e Lade



$f_{ck}, f_{tk}$	resistência característica à compressão e resistência característica à tração
$f_n$	criterio de ruptura de Kim e Lade
$f_p, f'_p, f''_p$	função plástica
$f'_{p0}$	função plástica inicial
$f'_{pA}, f'_{pB}$	função plástica nos pontos A e B
$\phi$	ângulo de atrito
G	modulo elástico transversal, densidade real, constante auxiliar no modelo de Kim e Lade
$g_p, g(\sigma)$	função potencial plástica
$\gamma_{seco}$	peso específico seco
H	constante auxiliar no modelo de Kim e Lade
h	espessura da camada de solo, parâmetro da função plástica de Kim e Lade
$h_1, h_2, h_3$	constantes auxiliares no modelo de Drucker e Prager
$\eta_1$	parâmetro do criterio de ruptura de Kim e Lade
$I_1, I_2, I_3$	primeiro, segundo e terceiro invariante de tensões
J, $J_2$	segundo invariante dos desvios das tensões
$\psi$	força residual

$\psi_1, \psi_2$	parâmetros da função potencial plástica do modelo de Kim e Lade
K	parâmetro de encruamento, módulo volumétrico
$K_0$	coeficiente de tensão lateral no repouso
$K_{ur}$	parâmetro do modelo elástico para $E_{ur}$
k	parâmetro do modelo elástico para $E_1$ , parâmetro da função plástica de Drucker e Prager
[k]	matriz de rigidez do elemento
l	parâmetro da formulação de Lade para o coeficiente de Poisson tangente
$\lambda$	parâmetro do modelo elástico verdadeiro para solos de Lade
M	parâmetro do modelo elástico verdadeiro para solos de Lade
$M_B, M_D$	módulo volumétrico e módulo cisalhante
m	parâmetro da formulação de Lade para o coeficiente de Poisson, parâmetro do critério de ruptura de Kim e Lade
$\mu$	parâmetro da função potencial plástica do modelo de Kim e Lade
n	parâmetro do módulo elástico inicial, parâmetro do módulo elástico $E_{ur}$
$\nu, \nu_t$	coeficiente de Poisson e coeficiente de Poisson tangente

$\nu_p$	relação entre a deformação específica plástica radial e a deformação específica plástica axial
$p$	parâmetro da função de endurecimento do modelo de Kim e Lade, tensão hidrostática
$p_a$	pressão atmosférica
$q$	tensão deviatórica, parâmetro da formulação de Lade para o coeficiente de Poisson tangente, parâmetro da função plástica do modelo de Kim e Lade
$R$	parâmetro do modelo elástico verdadeiro para solos de Lade
$R_f$	relação de ruptura
$r$	coeficiente de correlação
$\rho$	parâmetro da função plástica do modelo de Kim e Lade
$S$	nível de tensões do critério de ruptura de Kim e Lade
$SL$	nível de tensões
$\vec{S}$	vetor de tensões
$S_x, S_y, S_z$	componentes do vetor $\vec{S}$
$\bar{\sigma}_{ij}, \sigma_{ij}$	tensão
$\sigma_{rup}, (\sigma_1 - \sigma_3)_f$	tensão deviatórica na ruptura
$(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$	tensão deviatórica última

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	tensões segundo as direções $x, y, e z$
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	tensões principais
$\sigma_v, \sigma_h$	tensão vertical e tensão horizontal
$t$	parâmetro da formulação para a compressão isotrópica
$\tau, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}$	tensão cisalhante
$U$	constante auxiliar no modelo de Kim e Lade
USC	unidade de serviço computacional
$W_p, W_{po}$	trabalho plástico, trabalho plástico inicial
$w$	parâmetro da formulação para a compressão isotrópica
$\xi_x, \xi_y$	variáveis auxiliares para a obtenção de $\psi_2$ e $\mu$

## CAPÍTULO I

## INTRODUÇÃO

Desde tempos remotos que o homem vem tentando descrever, simular e prever o comportamento da natureza. Para isso cria modelos que possam representá-la adequadamente.

Numa modelagem perfeita incluem-se todas as condicionantes para uma correta representação do problema, isto é, incluem-se fatores tais como de composição e ambientais. Mas, sabe-se que, na prática, apenas alguns destes fatores podem ser considerados.

Com o surgimento da era da computação, o Método dos Elementos Finitos mostrou-se uma ferramenta muito importante para a análise de problemas geotécnicos principalmente por poder considerar geometrias quaisquer e heterogeneidade do solo. Mas, sabe-se que em todo programa de elementos finitos é necessário estabelecer uma correta modelagem do solo, que consiste em simular sua relação tensão-deformação através de um modelo matemático, expresso genericamente por:

$$f(\{\sigma\}, \{\varepsilon\}, \text{parâmetros}) = 0 \quad (\text{I.1})$$

Dentre os fatores geralmente considerados nesta modelagem pode-se citar a não linearidade, a inelasticidade, a dependência da trajetória de tensões, a dilatância, a drenagem, a anisotropia, a deformação no tempo. Estes fatores podem ser incluídos intrinsecamente no modelo, ou ser considerados através de parâmetros.

Talvez um dos mais importantes e difíceis aspectos de qualquer análise de tensões e movimentos de massas de terra por elementos finitos, seja a representação correta da relação tensão-deformação destes solos. Quanto mais complexa seja esta relação, maior será o esforço requerido

na análise. Portanto o grau de sofisticação e refinamento desta relação dependerá principalmente dos dados disponíveis de campo e laboratório, domínio de tensões no solo e o propósito da análise.

Para a simulação da construção de aterros dispõe-se, dentre outros, do programa de elementos finitos CONSAT, apresentado por PEREIRA (1986). Este programa, codificado em FORTRAN IV, é o resultado de modificações e adaptações feitas no programa de elementos finitos CLAUDIOM, desenvolvido por MAHLER (1974) para a simulação da construção por etapas de aterros no campo da elasticidade bidimensional.

O programa CONSAT calcula no estado plano de deformação: deslocamentos, deformações e tensões em barragens de terra ou barragens zonadas de terra e enrocamento, ou enrocamento e concreto pela simulação da sequência de construção por camadas e ação de cargas localizadas e distribuídas.

Toda a análise é feita no domínio elástico, assumindo-se um comportamento tensão-deformação dos materiais linear ou não linear. A não linearidade pode ser analisada, tanto pela forma digital como pela funcional (MAHLER, 1974).

Na forma funcional, para a determinação do módulo de elasticidade tangencial em cada estágio, foi adotada a formulação hiperbólica proposta em 1963 por Kondner e Zelasco, generalizada por DUNCAN e CHANG (1970) para uso no método dos elementos finitos, e para a determinação do coeficiente de Poisson tangencial foi adotada a formulação exponencial de LADE (1972).

Não obstante, sabe-se que quando um material é submetido a um nível de tensões acima do seu limite elástico, este passa a ter um comportamento plástico.

Mais ainda, nota-se que em processos de descarregamento-recarregamento nos quais surgem deformações permanentes, as análises elástica linear e não linear apresentam certas limitações.

Assim nasceu a idéia de implementar no programa CONSAT a análise plástica, levando em consideração todos os recursos numéricos e computacionais do mesmo.

## I.1 - TÓPICOS DA TESE

Objetivando implementar o programa CONSAT com a análise plástica e estudar a construção e operação do canal de irrigação Formoso "A", são considerados no presente trabalho os tópicos a seguir elencados:

No capítulo II apresenta-se a revisão bibliográfica de um grande número de modelos tensão-deformação e de análises feitas da construção de aterros fazendo uso do método dos elementos finitos.

No capítulo III apresenta-se a revisão dos modelos elasto-plásticos implementados no programa CONSAT: modelo de Drucker e Prager (1952/53) e modelo de Kim e Lade (1988).

No capítulo IV apresenta-se a implementação dos modelos citados no parágrafo anterior. Neste capítulo é apresentada também a aceleração da convergência aplicada ao modelo de Drucker e Prager (1952/53).

No capítulo V é apresentada a obtenção dos parâmetros do solo de fundação do canal, não lineares e elasto-plásticos.

No capítulo VI apresenta-se a análise ao final da construção do canal de irrigação Formoso "A", incluindo-se nesta o enchimento do canal sem infiltração.

Finalmente no capítulo VII são apresentadas as conclusões e sugestões para futuras pesquisas.

Nos anexos I, II e III apresenta-se o cálculo da correção de tensões do algoritmo utilizado para o método das tensões iniciais, o cálculo de parâmetro  $\alpha$  da aceleração da convergencia e a obtenção de uma relação aproximada entre os parâmetros do modelo elástico Kur e o modelo elástico verdadeiro para solos de Lade e Nelson (1988), respectivamente.



## CAPÍTULO II

## REVISÃO DE MODELOS TENSÃO-DEFORMAÇÃO PARA SOLOS

## II.1 - INTRODUÇÃO

Da grande variedade de modelos propostos nos últimos anos para caracterizar o comportamento tensão-deformação dos solos nenhum deles pôde descrever, de forma completa, sob todas as condicionantes, o comportamento real dos solos.

Todos os materiais submetidos a carregamento que não exceda um certo limite, apresentam determinado grau de comportamento elástico, isto é, uma vez removido o carregamento, as deformações produzidas pelo mesmo desaparecem, recuperando o material sua forma inicial. Segundo WESTERGAARD (1952), Navier, Cauchy e Poisson podem ser considerados os fundadores da teoria da elasticidade ao expressar esta em termos tridimensionais, no ano de 1820.

A elasticidade linear foi, e ainda é, usada para descrever tal comportamento. Sabe-se contudo, que o solo comporta-se de maneira muito mais complexa. Problemas nos quais não está envolvida a ruptura, são frequentemente resolvidos usando esta teoria, sendo denominados, por tal motivo, como problemas elásticos.

O conceito de plasticidade está fundamentalmente ligado ao de deformações irrecuperáveis no descarregamento. Segundo VALLIAPAN (1981) a história da teoria da plasticidade remonta a 1864, quando Tresca publicou seus trabalhos experimentais propondo uma condição de escoamento, atualmente conhecida como o critério de escoamento de Tresca. Apesar de Tresca ser considerado o precursor dos estudos do escoamento plástico de metais, os primeiros estudos sobre o escoamento plástico dos solos foram realizados bem antes por Coulomb em 1773.

A lei de Mohr-Coulomb da plasticidade perfeita proporciona uma boa previsão do comportamento do solo próximo da resistência última, na qual o fluxo plástico tem uma influência dominante, enquanto que o comportamento elástico torna-se menos influente. Problemas tais como capacidade de carga de fundações, estabilidade de taludes e muros de arrimo são considerados dentro deste domínio plástico perfeito, sendo frequentemente chamados de problemas de estabilidade.

Segundo CHEN (1988), a conexão entre problemas elásticos e de estabilidade é a questão da ruptura progressiva. Assim sendo, os problemas de ruptura progressiva tratam da transição elasto-plástica a partir do estado inicial elástico até o estado último do solo, denominada de encruamento, no qual um encruamento positivo indicará endurecimento e um encruamento negativo amolecimento. As equações para a solução dos problemas de ruptura progressiva são denominadas equações constitutivas.

Dada a grande variedade de modelos existentes na literatura, foi necessário estabelecer um critério para poder agrupá-los. Assim sendo, neste trabalho adotou-se a classificação de SAADA (1988), a qual estabelece a existência das seguintes teorias e critérios: teorias de deformação, teorias incrementais, teoria endocrônica, critérios isotrópicos e anisotrópicos de ruptura e teorias elasto-plásticas para comportamentos isotrópicos e anisotrópicos. Neste trabalho foram incluídas nesta classificação as teorias viscoelasto - plásticas e termoplásticas.

## II.2 - REVISÃO DAS TEORIAS E CRITÉRIOS PARA A CLASSIFICAÇÃO DOS MODELOS TENSÃO-DEFORMAÇÃO PARA SOLOS

### II.2.1 - TEORIAS DE DEFORMAÇÃO

Nas teorias de deformação, a partir das tendências dos comportamentos tensão - deformação do solo, adaptam-se relações matemáticas que as possam representar adequadamente.

Dentre estas podem-se citar as seguintes: relação hiperbólica tensão-deformação de KONDNER (1963); relação tensão - deformação de HANSEN (1963); as relações hiperbólicas propostas por DUNCAN e CHANG (1970) para a variação do módulo elástico tangente e do coeficiente de Poisson tangente; e a relação exponencial proposta por LADE (1972) para a variação do coeficiente de Poisson tangente.

### II.2.2 - TEORIAS INCREMENTAIS

Segundo DARVE e LABANIEH (1982), no projeto de obras sujeitas a vibrações ou comportamentos cíclicos faz-se necessária a utilização de leis constitutivas formuladas de forma incremental, caso contrário a previsão do comportamento cíclico torna-se bastante complexa. As teorias incrementais permitem seguir o caminho de tensões ou de deformações. SAADA (1988) engloba todos os modelos hipoeelásticos nesta teoria, os quais descrevem uma classe de material em que os incrementos de tensão e deformação estão relacionados por coeficientes que, por sua vez, são geralmente função da tensão ou da deformação, ou de ambas.

Dentre os modelos que se baseiam nas teorias incrementais podem-se citar o modelo de DARVE (1974), de DAVIS e MULLENGER (1978) e de HARDIN (1983).

### II.2.3 - TEORIA ENDOCRÔNICA

Segundo cita SAADA (1988), a formulação da relação tensão-deformação usando a termodinâmica para sistemas que têm propriedades viscoelásticas ou de relaxação foi iniciada por BIOT (1954).

O termo endocrônico foi introduzido por VALANIS (1971), segundo CUELLAR e outros (1977). VALANIS (1971) desenvolveu a teoria endocrônica representando a não linearidade em termos de uma variável, a qual chamou de tempo intrínseco.

Segundo cita SAADA (1988), LANIER (1979) e BAZANT e outros (1976, 1977, 1979) aplicaram este modelo ao comportamento de solos. Devido ao fato que esta teoria não requer a identificação da superfície plástica ou a definição de carregamento e descarregamento tornou-se particularmente atrativa para solos (considera a existencia de deformações plásticas desde o início do carregamento). Este modelo pode reproduzir *strain hardening/softening*. BAZANT (1974) estendeu a teoria endocrônica para concreto.

Dentre as várias aplicações da teoria endocrônica IMAI e XIE (1990) destacam as seguintes: representação do creep cíclico e da relaxação de metais (VALANIS e WU, 1975), representação da liquefação de areias (BAZANT e KRIZEK, 1976), descrição da resposta de areias a carregamento estático (WU e WANG, 1983), e representação do comportamento de argilas préadensadas sob carregamento estático (IMAI e XIE, 1990).

### II.2.4 - CRITÉRIO ISOTRÓPICO DE RUPTURA

É necessário ter-se uma idéia da condição do critério de escoamento que caracteriza a mudança no material do estado elástico ao estado plástico.

Assume-se de maneira geral (CHEN, 1975), que o fluxo plástico acontece quando em qualquer plano e em qualquer ponto da massa do solo a tensão cisalhante  $\tau$  satisfaz a equação proposta por COULOMB (1773):

$$\tau = c + \sigma \cdot \tan(\phi) \quad (\text{II.1})$$

onde  $c$  é a coesão,  $\phi$  é o ângulo de atrito e  $\sigma$  é a tensão normal.

Baseados em evidência experimental, vários autores dentre eles SKEMPTON (1964), usaram a equação (II.1) para representar a resistência residual, considerando o valor da coesão igual a zero (termos efetivos).

FREDLUNG, MORGENSTERN e WIDGER (1978) apresentaram uma extensão da equação (II.1) para solos parcialmente saturados através de um novo ângulo de atrito relacionando mudanças na resistência ao cisalhamento com mudanças na sucção.

Para expressar a condição de escoamento de Coulomb em função das tensões principais  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$ , apropriada para o tratamento de problemas tridimensionais, usou-se o diagrama de Mohr (fig. II.1). A partir de relações geométricas para o caso em que  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ , encontrou-se que:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2 \cdot c \cdot \cos(\phi) + (\sigma_1 + \sigma_3) \cdot \sin(\phi) \quad (\text{II.2})$$

Na figura II.2 mostra-se a superfície plástica de Coulomb no espaço das tensões principais. Esta superfície tem a forma de uma pirâmide com base hexagonal irregular igualmente inclinada com relação aos eixos  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$ .

HUMBERT e MESTAT (1988) citam que a função plástica para o critério de escoamento de Mohr-Coulomb pode ser expressa por:

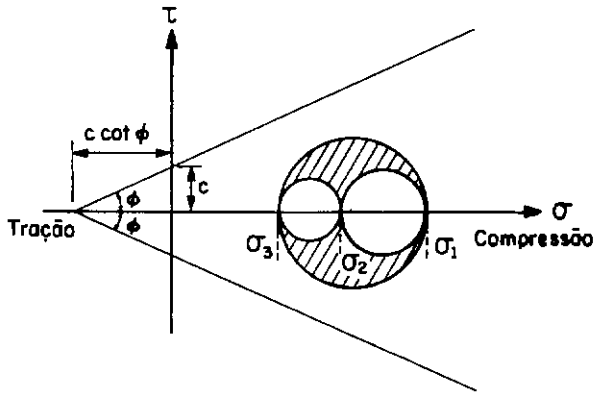


Fig.II.1 - Diagrama de Mohr

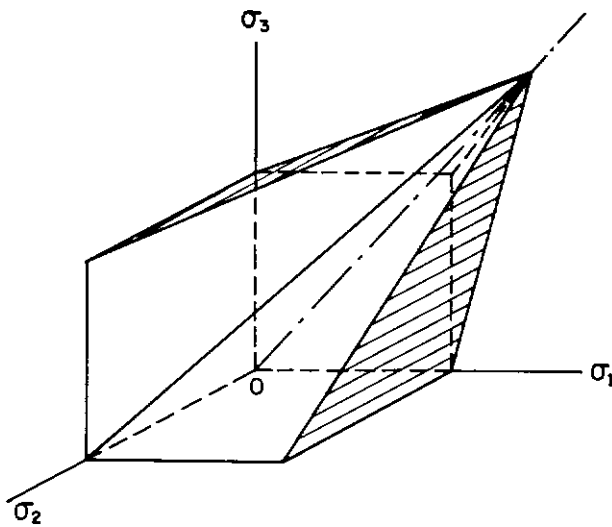


Fig.II.2 - Superfície plástica de Coulomb  
(Apud Chen, 1975)

$$f_p(\sigma) = |\sigma_1 - \sigma_3| + (\sigma_1 + \sigma_3) \cdot \text{sen}(\phi) - 2 \cdot c \cdot \text{cos}(\phi) \quad (\text{II.3})$$

e a função potencial plástica por:

$$g_p(\sigma) = |\sigma_1 - \sigma_3| + (\sigma_1 + \sigma_3) \cdot \text{sen}(\psi) - 2 \cdot c \cdot \text{cos}(\psi) \quad (\text{II.4})$$

sendo  $\psi$  o ângulo de dilatação. Os autores para um cilindro axissimétrico submetido a pressão interna, obtiveram os melhores resultados quando  $\psi = \phi$ .

Devido à linearidade deste critério, não é aplicável a materiais que exibem envoltórias de ruptura não lineares. Assim sendo, vários autores questionaram a linearidade deste critério. Dentre eles podemos citar:

GRIFFITH (1921, 1924) propôs um critério não linear (equação parabólica em termos da tensão cisalhante e tensão normal na ruptura) baseado em estudos teóricos do processo inicial de ruptura de materiais frágeis, tais como o vidro.

McCLINTOCK e WALSH (1962) modificaram o critério de Griffith a fim de que as forças de atrito existentes nas fissuras fossem consideradas.

MURRELL (1965) expandiu o critério original de Griffith para incluir condições triaxiais de tensões e efeitos da pressão hidrostática.

WONG e DUNCAN (1974) observaram que selecionando um valor adequado do ângulo de atrito para representar a resistência do material no centro de barragens (altos níveis de tensão), este pode ser muito pequeno para ser utilizado corretamente nas proximidades dos taludes. Assim sendo os autores propuseram considerar o ângulo de atrito decrescente com o logaritmo da tensão confinante  $\sigma_3$ .

ORGLER (1983) citou que a envoltória de resistência apresenta-se curva para solos coesivos parcialmente saturados em ensaios não drenados e para solos granulares em ensaios drenados a altos níveis de tensão, propondo por conseguinte que o critério de Mohr-Coulomb seja aproximado através de uma hipérbole, função da tensão deviatórica  $q$  e da tensão hidrostática  $p$ .

YOSHIDA, MORGENSTERN e CHAN (1989) propuseram um critério de ruptura não linear para materiais geológicos que apresentassem *softening* dependente do tempo. Os efeitos do *softening* são introduzidos reduzindo os valores dos parâmetros de resistência em função do tempo. O critério de Mohr-Coulomb pode ser derivado a partir do critério de ruptura proposto.

O critério de escoamento de Tresca, o qual é aplicado para metais dúcteis, corresponde ao caso particular do critério de escoamento de Coulomb quando não é considerado o ângulo de atrito ( $\phi = 0$ ). Assim sendo, a forma de pirâmide da superfície de escoamento de Coulomb transforma-se em um cilindro de base hexagonal regular e igualmente inclinado em relação aos eixos  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ , e  $\sigma_3$ , fig. II.3.

Com base no critério de Tresca para metais, DRUCKER (1953) propôs o critério modificado de Tresca, adequado para o tratamento geral tridimensional de problemas geotécnicos, eq. II.5.

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \alpha \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (\text{II.5})$$

na que  $\alpha$  é um parâmetro do material.

Em contraste com a pirâmide hexagonal irregular de Coulomb, a superfície proposta por Drucker é uma pirâmide de base hexagonal regular, fig. II.3. Observa-se que o critério de escoamento estendido de Tresca reduz-se à lei de Coulomb para o caso de deformação plana.



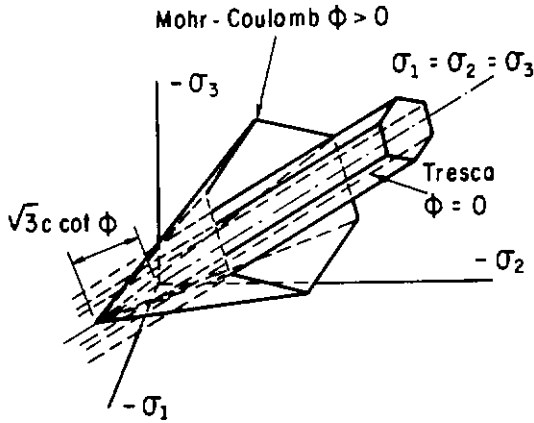


Fig.II.3 – Superfície plástica de Mohr–Coulomb e de Tresca (Apud Zienkiewicz, 1980)

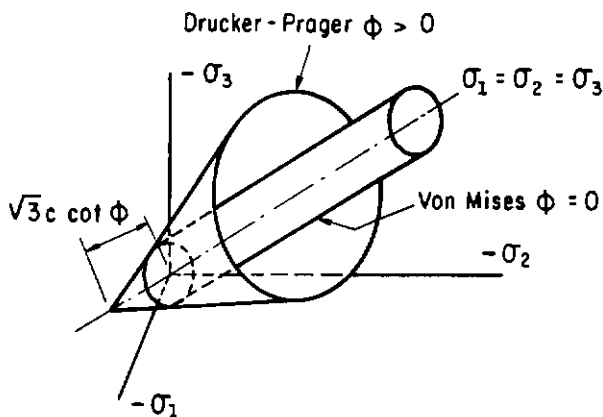


Fig.II.4 – Superfície plástica de Drucker–Prager e de Von Mises (Apud Zienkiewicz, 1980)

Segundo cita CHEN (1975), o uso do critério de escoamento de Tresca, produz certas dificuldades matemáticas na solução de problemas tridimensionais. Assim sendo, para metais, Von Mises sugeriu substituir o prisma hexaédrico por um cilindro circular inscrito, fig. II.4.

A generalização do critério de Von Mises para solos foi proposta por DRUCKER e PRAGER (1952). A superfície de escoamento para este critério modificado de Von Mises no espaço das tensões principais é um cone de base circular igualmente inclinado em relação aos eixos das tensões principais, fig. II.4. A função plástica usada por Drucker e Prager para descrever este cone é expressa por:

$$\alpha \cdot p + J^{1/2} = k \quad (\text{II.6})$$

onde  $\alpha$  e  $k$  são parâmetros do material. Se  $\alpha = 0$  a equação II.6, reduz-se à condição de escoamento de Von Mises para metais, e reduz-se ao caso da lei de Coulomb no caso de deformação plana se:

$$\alpha = \frac{\tan(\phi)}{\sqrt{9 + 12 \cdot \tan^2(\phi)}} \quad (\text{II.7})$$

$$k = \frac{3 \cdot c}{\sqrt{9 + 12 \cdot \tan^2(\phi)}} \quad (\text{II.8})$$

DRUCKER (1961) observou que com frequência o valor da dilatância na ruptura prevista pelo modelo plástico perfeito, é consideravelmente maior que o observado experimentalmente.

Segundo cita THOMAS (1984), o modelo de Drucker e Prager com regra de fluxo associada é frequentemente aplicado a areias densas, as quais exibem inicialmente um incremento de volume durante o cisalhamento. Não obstante, após uma certa deformação, o incremento de dilatância das areias decresce e o material atinge volume constante.

Conseqüentemente, a regra de fluxo associada prevê um incremento de volume muito maior que o observado experimentalmente. Para evitar esta dificuldade, é possível controlar a dilatação plástica usando uma regra de fluxo não associada. Assim sendo o autor considerou a seguinte função potencial plástica:

$$g_p = 3.\beta.\sigma_m + \bar{\sigma} \quad (\text{II.9})$$

em que:

$$\sigma_m = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3 \quad (\text{II.10})$$

$$\bar{\sigma}^2 = 0.5.(S_x^2 + S_y^2 + S_z^2) + S_{xy}^2 \quad (\text{II.11})$$

$$S = \sigma - \sigma_m \quad (\text{II.12})$$

$$\beta = \frac{\text{sen}(\psi)}{\sqrt{9 + 3.\text{sen}^2(\psi)}} \quad (\text{II.13})$$

MARTIN, BARROS e DINS (1987) usaram como função potencial plástica a superfície de Von Mises. Dos resultados numéricos obtidos com plasticidade associada e não associada no estado plano de deformação, para uma sapata rígida contínua, observou-se uma menor variação de volume no solo de fundação com a análise não associada, resultado confirmado experimentalmente pelos autores.

Por outro lado a função plástica do critério de escoamento de Drucker e Prager depende unicamente do estado de tensões, mantendo-se fixa no espaço de tensões através da história de deformação. Em formulações mais gerais, mudanças na função plástica são consideradas. Essas mudanças são introduzidas nas formulações definindo-se o endurecimento/amolecimento.

THOMAS (1984) adoptou uma simples aproximação para o endurecimento isotrópico, associando o parâmetro de endurecimento à deformação plástica (*strain hardening*) segundo:

$$dK = d\bar{\epsilon}_p \quad (\text{II.14})$$

onde:

$$\bar{\epsilon}^2 = 2 \cdot (\epsilon_x^2 + \epsilon_y^2 + \epsilon_z^2) + \gamma_{xy}^2 \quad (\text{II.15})$$

Então o modelo de Drucker e Prager pode ser estendido com o *friction hardening/softening* variando o ângulo do cone com as deformações plásticas.

Rearrmando a função plástica de Drucker e Prager e fixando o vértice do cone com o valor constante  $a$ , expresso por:

$$a = \frac{k}{3\alpha} = c \cdot \text{ctg}(\phi) \quad (\text{II.16})$$

é obtida a função plástica para o *friction hardening* expressa por:

$$f_p = \bar{\sigma} - 3 \cdot \alpha(k) \cdot (a - \sigma_m) \quad (\text{II.17})$$

em que se assume uma variação hiperbólica para  $\alpha(k)$  segundo:

$$\alpha(k) = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot k / (B + k) \quad (\text{II.18})$$

onde:

$$k = \int d\bar{\epsilon}_p \quad (\text{II.19})$$

No espaço das tensões principais, o efeito do endurecimento mostra-se como um incremento uniforme do ângulo do vértice do cone do modelo de Drucker e Prager a partir do valor inicial  $\alpha_0$  até o valor final  $\alpha_0 + \alpha_1$ .

Para o caso de fluxo não associado, THOMAS (1984) modificou a expressão da constante  $\beta$  (eq. II.13), por:

$$\beta(k) = \gamma \cdot \alpha(k) \quad (0 \leq \gamma \leq 1) \quad (\text{II.20})$$

sendo que para fluxo associado  $\gamma = 1$  e para fluxo não associado  $\gamma = 0$ .

O amolecimento é introduzido no modelo de Drucker e Prager considerando  $\alpha_1$  com valor negativo. No espaço das tensões principais, esta mudança do sinal reflete-se como uma diminuição do ângulo do vértice do cone. Neste caso a resistência de pico é definida por  $\alpha_0$  e a resistência residual por  $\alpha_0 - |\alpha_1|$ .

MCCARRON e CHEN (1987) usaram a superfície de Drucker e Prager acoplada ao *Cap Model* com regra de fluxo associada. Este modelo tem uma configuração semelhante ao do modelo apresentado por ROSCOE e BURLAND (1968). Considera-se a posição da superfície de Drucker e Prager fixa, enquanto que a *hardening surface* considera-se com possibilidade de contrair ou expandir ao longo do eixo hidrostático.

BISHOP (1966) analisou a correlação dos critérios de ruptura de Mohr-Coulomb, extendido de Tresca e extendido de Von Mises usando dados experimentais, e concluiu que o critério de Mohr-Coulomb dava a melhor previsão da ruptura ou plastificação do solo. Contudo, para o caso de deformação plana, pode ser visto que no estado limite ou de colapso (onde as deformações específicas elásticas são iguais a zero), ambos critérios, o extendido de Von Mises e o extendido de Tresca reduzem-se à lei de Coulomb para problemas bidimensionais. (Nota-se que os três critérios dão diferentes previsões abaixo da carga de colapso).

MATSOUKA e NAKAI (1974) apresentaram um novo critério de ruptura baseados no plano espacial mobilizado (*spatial mobilized plane* - SMP), considerando que o estado de tensões no plano mobilizado, corresponde ao ponto do círculo de Mohr onde uma reta que passa pela origem do gráfico, é tangente ao círculo.

Este critério é expresso pela seguinte equação:

$$\frac{I_1 \cdot I_2}{I_3} = \text{constante} \quad (\text{II.21})$$

em que  $I_1$ ,  $I_2$  e  $I_3$  são o primeiro, segundo e terceiro invariante de tensões, respectivamente.

No plano octaédrico, o critério de Matsuoka e Nakai tem forma triangular com os lados ligeiramente curvos circunscrevendo o exágono do critério de Mohr-Coulomb, da mesma forma como o critério de Mises circunscreve o critério de Tresca (vide MATSUOKA e NAKAI, 1985).

Alem destes critérios isotrópicos de ruptura podemos citar o de DAVIS e MULLENGER (1979), o critério geral tridimensional de KIM e LADE (1984) o qual foi utilizado no presente trabalho, e o critério de HIRAI, TAKAHASHI e YAMADA (1989).

## II.2.5 - CRITÉRIO ANISOTRÓPICO DE RUPTURA

Durante o processo de sedimentação seguido de adensamento unidimensional (anisotropia inicial) e/ou processo de deformação (anisotropia induzida), as partículas do solo podem adquirir uma orientação preferencial, obtendo-se como resultado propriedades mecânicas anisotrópicas.

Segundo SAADA e outros (1973), o critério de Mohr - Coulomb pode ser estendido para materiais anisotrópicos fazendo uso da seguinte equação:

$$\tau = c(\alpha) + \sigma \cdot f(\alpha) \quad (\text{II.21})$$

correspondente ao plano de ruptura com inclinação  $\alpha$ , na ruptura.

De acordo com SAADA e outros (1973), CASAGRANDE e CARRILLO (1941,1953) aplicaram este critério a solos puramente coesivos e somente com atrito; e HANK e McCARTY (1948), LIVNEH e SHKLARSKY (1965), e BAKER e KRIZEK (1970) aplicaram este critério a solos com coesão e atrito.

Ainda segundo SAADA (1988), é apresentado o critério de Coulomb nos trabalhos de BOEHLER e SAWZUCK (1970) e de NOVA e SACCHI (1979), de forma mais geral.

Além do critério de ruptura de Mohr-Coulomb para solos anisotrópicos, dispõe-se ainda do critério de HILL (1948) e do critério de GOL'DENBLAT e KOPNOV (1968). Estes dois últimos critérios, em ausência da anisotropia, reduzem-se ao critério de Von Mises (vide SAADA e outros, 1973). Dispõe-se também dentre outros do critério de ruptura anisotrópico para rochas apresentado por JAEGER (1960) e da generalização do critério de Tresca apresentado por BOSCHAT (1962).

#### II.2.6 - TEORIAS ELASTO - PLÁSTICAS PARA COMPORTAMENTO ISOTRÓPICO

Segundo cita SAADA (1988), DRUCKER, GIBSON e HENKEL (1957) foram os primeiros a tratar os solos como materiais que apresentam *work hardening*. A superfície de escoamento que eles postularam consiste na superfície de Mohr - Coulomb e a *cap surface*, a qual desloca-se ao longo do eixo isotrópico segundo a tensão de pré-adensamento. A maioria dos modelos elasto-plásticos foram desenvolvidos a partir deste estudo.

Dentre os modelos elasto-plásticos tem-se dentre outros os seguintes:

Modelo Cam-Clay - ROSCOE e outros (1963) usaram a teoria da plasticidade considerando *strain hardening* para formular um modelo completo tensão-deformação aplicável a argilas normalmente adensadas e ligeiramente pré-adensadas. Este modelo denominou-se Cam-clay, o qual assume que: a regra de fluxo segue a condição de normalidade; as deformações específicas elásticas desviatórias são iguais a zero; as deformações específicas elásticas volumétricas são dependentes, de forma não linear, da tensão hidrostática "p" porém, independentes da tensão desviatória "q"; e a deformação específica volumétrica plástica é assumida como parâmetro de encruamento. O modelo inclui 5 parâmetros (vide ATKINSON e BRANSBY, 1978).

BURLAND (1965) sugeriu a versão modificada do modelo Cam-Clay, que foi posteriormente estendido para o caso geral tridimensional por ROSCOE e BURLAND (1968), citados por CHEN (1975).

"Cap model" para solos granulares (DiMAGGIO e SANDLER, 1971) - O modelo faz uso de duas superfícies plásticas, uma fixa e outra do tipo *cap-hardening*. Engloba um total de 9 parâmetros. Foi usado na análise do mecanismo de penetração do Cone (CPT) (vide KIOUSIS, VOYIADJIS e TUMAY, 1988).

Modelo elasto-plástico para comportamentos não drenados de argilas fortemente preadensadas (BANERJEE e STIPHO, 1979) - Neste modelo é usada a teoria dos estados críticos com regra de fluxo não associada para evitar excessiva dilatância. São requeridos 7 parâmetros. Para vários OCR foram obtidos resultados concordantes com os teóricos.



**Modelo constitutivo de duplo endurecimento para solos (LADE, 1977,1979)** - Este modelo incorpora duas superfícies de escoamento, uma esférica relativa às deformações plásticas de colapso e outra cônica relativa às deformações plásticas expansivas. Usa-se regra de fluxo não associada na superfície cônica e regra de fluxo associada na superfície esférica. O modelo inclui 14 parâmetros para areias e 10 parâmetros para argilas. Revelou-se satisfatório para o caso de areias e argilas normalmente adensadas. ZORNBERG (1989) utilizou o modelo para o caso de argilas préadensadas.

**Modelo Cam-Clay extendido considerando o tempo (BORJA e KAVAZANJIAN, 1985)** - O novo modelo implementa o "critério de duplo endurecimento", representado pelo elipsóide do modelo modificado de Cam-clay e pelo cilindro de Von Mises, inscrito no elipsóide. É usado para descrever o comportamento tensão-deformação-tempo (creep) de solos coesivos normalmente e ligeiramente préadensados. (vide HSIEH, KAVAZANJIAN e BORJA, 1990).

**Modelo de PREVOST (1985)** para descrever o comportamento tensão-deformação de solos usando a multi-superfície cinemática - Envolve uma superfície de multi-escoamento, regra de fluxo não associada e o critério de ruptura de Drucker e Prager. Considera-se a anisotropia induzida. O modelo inclui 4 parâmetros. Mostrou-se satisfatório para areias e argilas. Entre as deficiências do modelo, GRIFFITHS e PREVOST (1988) citam as seguintes: previsão da resistência muito alta e não reprodução de caminhos circulares (cíclicos) de tensão.

**Modelo de NOVA (1986)**, denominado de "Sinfonietta Classica" - Este modelo é o resultado da combinação do modelo Cam Clay (SCHOFIELD e WROTH, 1968) e do critério de ruptura proposto por MATSUOKA e NAKAI (1974). O solo é tratado como um material elasto-plástico com *strain hardening/softening*. É usada regra de fluxo não associada. Para o descarregamento-recarregamento é assumido um

comportamento hipoeelástico do solo. São considerados 6 parâmetros. Mostrou-se satisfatório para areias e argilas. Limita-se seu uso para carregamentos monotônicos. (vide NOVA, 1988).

**Modelo de ALONSO e outros (1987)** - Este é um modelo constitutivo adequado para descrever o comportamento tensão-deformação de solos parcialmente saturados. Envolve duas superfícies de escoamento, regra de fluxo não associada e uma lei de endurecimento. Este modelo inclui nove parâmetros. Comportou-se de forma satisfatória para solos parcialmente saturados que apresentavam ligeira ou moderada expansão como areias, siltes, areias argilosas e argilas com baixa plasticidade. Atingida a saturação, este modelo pode ser associado a um outro modelo constitutivo. (vide ALONSO, GENS, e JOSA, 1990).

**Modelo de KIM e LADE (1988)** - Uma importante característica do novo modelo é a utilização de uma única superfície de plastificação. Esta superfície expressa em termos de invariantes de tensão mais dois parâmetros, tem a forma de uma lágrima com o ponto mais agudo na origem do espaço das tensões principais. O contorno da superfície de plastificação descreve o lugar exato no qual o trabalho total plástico (devido a deformações específicas de cisalhamento como as deformações específicas volumétricas) é constante. O trabalho total plástico serve como parâmetro de encruamento e este é usado para definir a localização e forma da superfície de plastificação. A vantagem decorrente da utilização de uma única superfície de plastificação traduz-se numa maior facilidade na implementação numérica do modelo.

A regra de fluxo não associada é derivada a partir da função potencial plástica. Esta função é expressa em termos de invariantes de tensão mais três parâmetros, a qual descreve uma superfície tridimensional com a forma aproximada de um charuto no espaço das tensões principais.

À medida que o trabalho plástico aumenta, a superfície plástica se expande até atingir a superfície de ruptura. A superfície de ruptura expressa em termos de invariantes de tensão mais dois parâmetros, tem a forma de um projétil com seu ponto mais agudo na origem de tensões principais, formato diferente ao da superfície de plastificação. Após a ruptura a superfície plástica contrai-se isotropicamente conforme aumenta o trabalho plástico.

O modelo engloba um total de 12 parâmetros. Achou-se satisfatório para descrever o comportamento de argilas normalmente adensadas, areias, concreto e rocha (vide LADE, 1990). Este modelo será utilizado na presente tese e será descrito em maiores detalhes no capítulo III.

**Modelo plástico generalizado para comportamento tridimensional de areias de PASTOR, ZIENKIEWICZ e CHAN (1988)** - Usa-se a formulação geral da plasticidade apresentada por ZIENKIEWICZ e MROZ (1984). Assume-se o incremento total de deformação como a soma dos incrementos de deformação correspondentes a cada mecanismo de deformação considerado. Efeitos viscosos são desprezados. Foi usada a linha dos estados críticos como critério de ruptura. O modelo inclui 9 parâmetros. Aplicou-se para o caso de areias e argilas.

Além destes modelos dispõem-se, dentre outros, do modelo para materiais com endurecimento não linear para carregamentos complexos, apresentado por DAFALIAS e POPOV (1975); do Cap model generalizado para materiais geológicos, apresentado por SANDLER, DIMAGGIO e BALADI (1976); do modelo com duplo endurecimento para areias, apresentado por VERMEER (1978); do modelo elasto-plástico para simular o comportamento de solos arenosos melhorados, apresentado por HIRAI, TAKAHASHI e YAMADA (1989); e do modelo elasto-plástico com endurecimento isotrópico para areias apresentado por NAKAI (1989).

## II.2.7 - TEORIAS ELASTO-PLÁSTICAS PARA COMPORTAMENTOS ANISOTRÓPICOS

Tanto a anisotropia inicial como a anisotropia induzida, citadas no item II.2.5, podem ser incorporadas às equações constitutivas dos modelos elasto-plásticos.

O conceito de endurecimento cinemático junto ao de endurecimento isotrópico estão sendo usados para quantificar esta anisotropia, em particular, quando carregamentos cíclicos estão envolvidos (SAADA, 1988).

Dentre os modelos propostos para descrever o comportamento anisotrópico dos solos tem-se dentre outros os seguintes:

Modelo Cam-Clay anisotropico - OHTA e HATA (1971) e OHTA e outros (1975) segundo HIRAYAMA (1987), obtiveram equações similares às do modelo Cam-clay baseados aparentemente em diferentes suposições básicas. Redefiniu-se a mudança de volume como uma composição de adensamento e dilatância. É assumida regra de fluxo associada. Este modelo foi denominado como modelo Cam-clay anisotrópico por poder levar em consideração tensões anisotrópicas induzidas em argilas.

Modelo de KRIEG (1975) e de DAFALIAS e POPOV (1975) - Estes modelos envolvem duas superfícies, uma plástica e outra denominada de contorno. A superfície plástica define o domínio plástico, o qual muda em tamanho movimentando-se dentro da superfície de contorno com certas restrições cinemáticas (vide SAADA, 1988).

Modelo de HASHIGUCHI e UENO (1977) extendido por HASHIGUCHI (1980,1986) - É usada uma superfície denominada de "superfície de subcarregamento", a qual passa pelo ponto de tensões considerado, sendo similar à superfície de escoamento. O "centro de similaridade" movimenta-se com a deformação plástica, e por conseguinte segundo citam os

autores, são descritos consistentemente o endurecimento / amolecimento anisotrópico, a transição suave elástica - plástica e o comportamento de histerese. O modelo inclui 11 parâmetros. Aplica-se a areias, argilas e metais. (vide HASHIGUCHI, IMAMURA e UENO, 1988).

**Modelo de POPOV e PETERSSON (1977, 1978)** - Estes autores modificaram o conceito do modelo de superfície múltipla de MRÓZ (1967), desenvolvendo um modelo misto com endurecimento isotrópico e cinemático. O modelo é aplicável para o caso de carregamentos cíclicos. Análises com programas de elementos finitos fazendo uso deste modelo requer grande capacidade de memória do computador. (vide MIZUNO e CHEN, 1988).

**Modelo de DAFALIAS e HERRMANN (1980) e de MROZ (1980)** - Todos eles usaram o modelo de duas superfícies com o conceito dos estados críticos. A superfície de contorno é do tipo de Roscoe-Burland. (vide SAADA, 1988).

**Modelo simplificado com superfície plástica de contorno para previsões de comportamentos de areias de ZIENKIEWICZ e outros (1985)** - Este modelo faz uso de uma superfície de contorno, uma superfície potencial plástica, regra de fluxo não associada e lei de endurecimento isotrópica. A anisotropia induzida é considerada. O modelo inclui 11 parâmetros. Mostrou-se satisfatório para areias e para argilas com  $OCR < 4$ . SALEEB e LOU (1988) encontraram alguma dificuldade na aplicação numérica do modelo devido ao uso da regra de fluxo não associada.

**Modelo constitutivo de MATSUOKA, IWATA e SAKAKIBARA (1986)** para areias, expresso diretamente em coordenadas gerais para avaliar a rotação das tensões principais - Este modelo usa duas superfícies de escoamento e considera a rotação das tensões principais. Leva em consideração tanto a anisotropia inicial como a anisotropia induzida. É aplicável para o caso de areias e argilas. São considerados 7 parâmetros. (vide MATSUOKA e SUZUKI, 1988).

**Modelo constitutivo elasto-plástico cíclico de AKAI e ADAHI (1988) para areias** - As equações constitutivas foram derivadas a partir de deslocamentos e deformações específicas infinitesimais, materiais com anisotropia induzida e regra de fluxo não associada com uma superfície de contorno (pré-adensamento). O modelo inclui 7 parâmetros. Mostrou-se satisfatório para areias e argilas pré-adensadas. Segundo citam os autores, ao ser usado o critério de ruptura de Mohr-Coulomb, a resistência ao cisalhamento foi subestimada.

**Modelo constitutivo de CAMBOU e JAFARI (1988) para materiais granulares baseado na dupla plasticidade** - Este modelo foi construído baseado na teoria termodinâmica. Faz uso de duas superfícies plásticas com regra de fluxo não associada. É limitado para anisotropia inicial e pequenas deformações. O modelo inclui 11 parâmetros. Mostrou-se satisfatório para solos granulares. Segundo citam os autores, a previsão do modelo para carregamento cíclico com grande número de ciclos não é realista.

**Modelo de CHAFFOIS e MONNET (1988) para comportamentos de areias submetidas a compressão e cisalhamento em condições tridimensionais de tensão e deformação** - Este modelo usa duas superfícies plásticas, regra de fluxo associada e o critério de ruptura de Lade. A anisotropia induzida é considerada. O modelo inclui 8 parâmetros para solos pré-adensados e 6 parâmetros para solos normalmente adensados. É aplicável para solos não coesivos, mas os autores indicam que precisa de melhoramentos para poder considerar mudanças de direção no caminho de tensões (caminhos cíclicos).

**Modelação constitutiva para solos baseada em mecanismos de cisalhamento de CHANG (1988) com aproximação micromecânica** - Este modelo baseia-se em considerações da microestrutura. Considera o meio granular como um pacote randômico de partículas, interceptado por um grande número de superfícies potenciais de deslizamento. São usadas a

superfície de ruptura de Mohr-Coulomb, uma superfície plástica e regra de fluxo não associada. O modelo inclui 7 parâmetros. É aplicável a areias.

**Modelo de LIANG, SOBHANIE e SHAW (1988)** - O modelo constitutivo descreve comportamentos anisotrópicos de materiais granulares não coesivos sujeitos a complicadas condições de tensões, incluindo carregamento monotônico, carregamento cíclico e contínua rotação das direções das tensões principais num processo cíclico. Assume-se o conceito de superfície de contorno usando o estado crítico para a superfície de ruptura, uma superfície plástica com regra de fluxo associada e elasticidade isotrópica. O modelo inclui 7 parâmetros. É aplicável a areias. Segundo os autores, sua simples formulação matemática o faz adequado para implementá-lo numericamente.

**Modelo constitutivo para areias sob carregamentos monotônicos e cíclicos de JARZEBOWSKI e MRÓZ (1988). (Modelo melhorado de MROZ e PIETRUSZCZAK, 1982 - 1983)** - Neste modelo assume-se uma superfície de configuração que representa o grau de compactação; uma superfície plástica que pode se deslocar, expandir ou contrair dentro da superfície de configuração; uma superfície ativa de carregamento que representa o estado atual de tensões; e uma superfície de tensão em reversão que representa a história do carregamento. É usada a regra de fluxo não associada com uma superfície potencial plástica. O modelo inclui 4 parâmetros. Mostrou um comportamento satisfatório para areias.

**Modelo de OKA, LEROUEIL e TAVENAS (1989)** - O modelo envolve uma superfície potencial plástica, uma superfície de escoamento, regra de fluxo não associada e uma superfície de contorno. É introduzido um novo tensor de tensões, o qual representa a história de tensões em relação à deformação específica. O modelo proposto é adequado para descrever comportamentos *strain - hardening/softening* de argilas pré-adensadas.

**Modelo de HIRAI (1989)** - As principais características do modelo proposto são as seguintes: (a) formas generalizadas dos modelos de Cambridge são dadas para a função de escoamento e potencial plástico; (b) é usada uma combinação de endurecimento isotrópico e cinemático; (c) é considerada regra de fluxo não associada; (d) o endurecimento isotrópico envolve trabalho plástico relacionado não unicamente com as deformações específicas volumétricas como também com as deformações específicas desviatórias; (e) a translação da superfície de escoamento é especificada pela regra estendida de ZIEGLER (1959) do endurecimento cinemático e (f) o modelo é capaz de descrever simultaneamente a expansão e a translação da superfície de escoamento no espaço de tensões. Estabeleceu-se que este modelo descreve o comportamento mecânico de argilas anisotropicamente adensadas razoavelmente bem.

Além destes modelos tem-se, dentre outros, o modelo anisotrópico baseado na teoria dos estados críticos para solos sujeitos a carregamentos cíclicos, apresentado por MRÓZ, NORRIS e ZIENKIEWICZ (1981); o modelo constitutivo para argilas, apresentado por KAVVADAS (1983); o modelo de PIETRUSZCZAK e outros (1983), para simular comportamentos anisotrópicos de argilas Ko-adensadas, usando o modelo de superfície múltipla baseado numa combinação de endurecimento isotrópico-cinemático; os modelos constitutivos apresentados por BANERJEE e outros (1984) e ANANDARAJAH e outros (1986) nas bases da superfície plástica de contorno, para quantificar a anisotropia inicial e induzida em argilas; os modelos com endurecimento anisotrópico propostos por HIRAI (1987a-e) para descrever a anisotropia induzida em areias isotropicamente adensadas; e o modelo elasto-plástico para argilas apresentado por TOPOLNICKI (1990).



## II.2.8 - TEORIA VISCOELASTO-PLÁSTICA

Segundo citam ADACHI e OKANO (1974), a teoria viscoelasto-plástica de Perzyna é uma generalização do trabalho de HOHENEMSER e PRAGER (1932), a qual foi amplamente utilizada na análise de problemas dinâmicos em metais. PERZYNA (1963,1971) aponta que a diferença entre o comportamento estático e dinâmico dos materiais está associada ou à velocidade de deformação, ou ao tempo propriamente dito. Para argilas totalmente saturadas assume-se que a resposta mecânica do sistema solo - água adsorvida corresponde ao comportamento viscoplástico. Assim sendo, Perzyna propôs um modelo para o estudo dos comportamentos viscoplásticos o qual considera uma superfície dinâmica de carregamento e uma função do excesso de tensões, a qual representa a diferença entre a função de carregamento dinâmica e a função plástica estática.

ADACHI e OKANO (1974) apresentaram uma equação constitutiva para argilas totalmente saturadas e normalmente adensadas usando uma extensão da teoria dos estados críticos conjuntamente com a teoria de PERZYNA (1963,1971) para viscoelasto-plasticidade, para analisar o comportamento tensão - deformação - tempo.

A Viscoplasticidade cíclica para materiais granulares é discutida com algum detalhe por OKA (1982).

Dentre os modelos elasto-viscoplásticos tem-se dentre outros os seguintes:

Modelo constitutivo viscoplastico para solos de MATSUI (1988) - Este modelo pode ser considerado como uma extensão dos modelos elasto-plásticos propostos por SEKIGUCHI (1977) e SEKIGUCHI e OHTA (1977) para argilas normalmente adensadas. O modelo não está diretamente baseado na teoria dos estados críticos, mas indiretamente reconhece a existência do estado crítico no solo. Três

tipos de anisotropia podem ser descritos pelo modelo: anisotropia devido ao estado anisotrópico inicial de tensões, anisotropia devido à estrutura anisotrópica inicial do solo e anisotropia devido ao carregamento com reversão. É aplicável a análise do comportamento de argilas normalmente adensadas, argilas ligeiramente pré-adensadas, argilas quase pré-adensadas e de areias sujeitas a carregamentos monotônicos e cíclicos sob condições gerais de tensão.

Modelo elastoplástico-viscoplastico de KALIAKIN e DAFALIAS (1990) baseado no conceito da "bounding-surface" no espaço de tensoes - Este modelo foi desenvolvido na estrutura acoplada da elastoplasticidade-viscoplasticidade e da teoria dos estados críticos. A característica principal do conceito da *bounding surface* está no fato que deformações inelásticas podem acontecer num ponto de tensões dentro da mesma. A consideração da viscoplasticidade introduz no modelo os efeitos da velocidade e do tempo. O modelo envolve 10 parâmetros elastoplásticos e 3 parâmetros viscoplásticos. É aplicável a solos coesivos com qualquer grau de pré-adensamento. O modelo tem capacidade de prever comportamentos tridimensionais do solo dependentes ou independentes do tempo. Dados experimentais mostraram que o modelo prevê satisfatoriamente o creep e a relaxação de tensões, efeitos da velocidade de deformação, e o adensamento secundário. O presente modelo foi usado para analisar ensaios centrífugos (SHEN e outros, 1986) e estruturas de terra (PORAN e outros, 1986).

Implementou-se o programa SAC-2 (HERRMANN e MISH, 1983; HERRMANN e KALIAKIN, 1987) com este modelo de KALIAKIN e DAFALIAS (1990) através da subrotina CLAYVP. Com o programa SAC-2 pode-se analisar problemas geotécnicos quasi-estáticos envolvendo condições plano tensão ou plano deformação, ou condições axissimétricas. Considerando-se o fluxo do fluido dos poros, o programa pode representar analiticamente o processo de adensamento

(i.e. problemas *stress-flow*).

Dispõe-se também, dentre outros, dos modelos viscoplásticos apresentados por ADACHI e OKANO (1974), SEKIGUCHI (1977), SEKIGUCHI e OHTA (1977), MATSUI e ABE (1982), ADACHI e OKA (1982), e YIN e GRAHAM (1989). Todos eles aplicáveis a argilas.

## II.2.9 - TEORIA TERMOPLÁSTICA

O comportamento plástico de solos submetidos a aquecimento e/ou carregamentos a elevadas temperaturas é discutido em termos da termoplasticidade.

As deformações termoplásticas dependem da história de deformações e temperatura e, por conseguinte, os incrementos de deformação termoplástica são relacionados com os incrementos de tensões e incrementos de temperatura.

HUECKEL e BORSETTO (1990) apresentaram o comportamento termoplástico de solos saturados baseados na versão termoplástica do modelo dos estados críticos. Foram realizados ensaios termo-mecânicos em três argilas normalmente adensadas. Os resultados destes ensaios foram usados na obtenção dos parâmetros para as equações constitutivas da teoria dos estados críticos na versão termoplástica. Os resultados indicaram que o modelo proposto prevê razoavelmente bem o comportamento de argilas em processos tais como o de adensamento termoplástico, ruptura não drenada termoplástica devido ao aquecimento, ductilização térmica de argilas em compressão triaxial e ciclos não drenados de aquecimento-esfriamento.

### II.3 - ALGUNS EXEMPLOS DA SIMULAÇÃO DA CONSTRUÇÃO DE ATERROS FAZENDO USO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

BROWN e KING (1966) analisaram os possíveis planos potenciais de ruptura que podem acontecer em aterros e escavações, fazendo uso do método dos elementos finitos baseados na elasticidade bidimensional. A importância do estado local de tensões iniciais é graficamente ilustrado.

CLOUGH e WOODWARD (1967) estudaram bidimensionalmente a barragem de Otter Brook (USA, altura 40 m), usando o MEF (Método dos Elementos Finitos) com análise não linear incremental com base de dados de ensaios triaxiais. Foram obtidos resultados concordantes com os medidos na barragem. Apresentaram um procedimento aproximado empírico para representar a influência da variação do coeficiente de Poisson e da geometria da seção transversal da barragem no estado de tensões e deformações.

KULLAWY, DUNCAN e BOLTON SEED (1969) fizeram três análises bidimensionais da barragem de Otter Brook usando o MEF: em uma etapa só, incrementalmente mantendo constantes os parâmetros elásticos, e incrementalmente variando o módulo elástico e mantendo o coeficiente de Poisson constante. Os valores das tensões obtidas com as três análises foram concordantes com os medidos, porém os valores previstos dos deslocamentos verticais apresentaram certa discrepância com os respectivos valores medidos, notando-se uma acentuada discrepância, quando a análise foi feita numa etapa só (*Gravity turn on*).

DUNCAN e CLOUGH (1971) estudaram elasticamente o Port Allen Lock fazendo uso de vários programas computacionais com o método dos elementos finitos. Na análise *gravity turn-on* foram achadas tensões de tração, comportamento não concordante com o observado. Análises subsequentes foram feitas usando processos de análise incremental.

PENMAN, BURLAND e CHARLES (1971) analisaram a barragem Scammonden (Inglaterra, altura 62 m) através do MEF. O comportamento elástico do enrocamento da barragem foi considerado não linear. Para caracterizar a não linearidade usou-se a "compressibilidade equivalente" proposta por CLOUGH e WOODWARD (1967), a qual é definida como a deformação de uma camada dividida pelo acréscimo de tensão que provocou esta deformação. Foram usados dados obtidos a partir de ensaios de compressão confinada. As regiões próximas às ombreiras apresentaram resultados que não eram compatíveis aos observados. Atribui-se esta diferença à obtenção dos parâmetros do solo a partir do ensaio de compressão confinada, o qual não simula corretamente a trajetória de tensões durante a construção da barragem.

KULLAWY e DUNCAN (1972) apresentaram a análise da construção da barragem Oroville (altura = 235 m), localizada na Califórnia, EUA, fazendo uso do MEF. Foi realizada análise elástica não linear. Tanto o módulo elástico tangente como o coeficiente de Poisson tangente foram expressos usando as formulações hiperbólicas propostas por DUNCAN e CHANG (1970). Simulou-se a construção, com análise incremental em três estágios. No primeiro estágio usou-se uma malha com 89 elementos em 9 etapas, no segundo estágio usou-se 111 elementos em 9 etapas e no terceiro estágio usou-se 249 elementos em 12 etapas. Os resultados obtidos no estágio anterior foram utilizados como dados de entrada para o estágio seguinte. A instrumentação mostrou que os deslocamentos do solo de fundação comparados com os do corpo da barragem, podem ser considerados desprezíveis. Assim sendo, a fundação foi considerada rígida. Obteve-se uma boa concordância de recalques medidos e calculados, não sendo assim para o caso dos deslocamentos horizontais (os calculados foram maiores que os medidos).

PENMAN e CHARLES (1972) estudaram a barragem Llyn Brianne (Inglaterra, altura 90 m) fazendo uso do MEF,

utilizando análise bidimensional incremental. Empregou-se o mesmo programa usado por PENMAN e outros (1971) na barragem Scamonden. Os resultados obtidos foram concordantes com os observados principalmente próximo às regiões centrais do maciço da barragem. Esta concordância atribuiu-se principalmente à obtenção dos parâmetros a partir de ensaios de compressão confinada que representaram adequadamente o comportamento na região central do maciço.

RESENDIZ e ROMO (1972) estudaram bidimensionalmente a barragem de Otter Brook (USA, altura 40 m), usando o MEF com análise não linear, baseados na formulação hiperbólica proposta por KONDNER (1963). A partir do cálculo do fator de segurança através de métodos convencionais, desenvolveu-se um método para estimar as deformações em taludes de aterros compactados. Encontrou-se uma boa concordância de resultados com os medidos.

LACERDA e MAHLER (1973) discutiram sobre a obtenção de parâmetros elásticos mais apropriados que ajudassem a definir melhor o estado de tensões e deformações em uma barragem de terra pelo método dos elementos finitos, durante e após a construção. Adotou-se para esta análise uma barragem homogênea (GABRIEL 2) de 50 m de altura com taludes simétricos 3H:1V e apoiada sobre fundação rígida. Foi usado o programa codificado por MAHLER (1974) com uma malha de 23 elementos isoparamétricos quadrilaterais e 88 pontos nodais. Para varios pontos nodais da barragem encontrou-se que as trajetórias de tensão correspondentes à construção, desenvolveram-se ao longo de retas K aproximadamente constantes e de valor compreendido entre 0,4 e 0,7. A distribuição dos recalques obtidos usando-se módulos lineares (a partir de ensaios  $K = \text{constante}$ ) e não lineares (ensaios UU) foram qualitativamente satisfatórios. Analisou-se também a obtenção do módulo de elasticidade a partir de ensaios  $K = \text{constante}$ . Derivou-se uma equação similar à utilizada em ensaios triaxiais, assunto que os autores realçam que merece um maior estudo.

Para a determinação dos recalques durante a construção e o enchimento do reservatório, apresentou-se de forma simplificada o método proposto por SILVEIRA (1972) para solos linearmente elásticos. Para comportamentos não lineares citam os autores que poder-se-ia usar o método proposto por NOBARI (1971).

LAMBE (1973) apresentou na 13<sup>a</sup> "Rankine Lecture" as previsões e sua importância na engenharia geotécnica. Dentre os casos históricos apresentados pelo autor para ilustrar os diferentes tipos de previsões feitas na engenharia civil, citou o caso da barragem FORS-3 (EUA, altura = 22,3 m), na qual se utilizou um programa de elementos finitos (DAMBUILD) para prever os deslocamentos verticais e horizontais originados pela construção sequencial em camadas da barragem. Esta previsão foi feita antes da construção da barragem. Os recalques obtidos foram considerados bons, entretanto os deslocamentos horizontais não. (O programa DAMBUILD baseia-se na elasticidade isotrópica). Utilizou-se um outro programa elasto-plástico de elementos finitos (FEAST-3) para investigar a provável presença de zonas plásticas no solo de fundação da barragem. Esta análise indicou uma plastificação desprezível do solo de fundação, sendo por tal motivo, aceitas como corretas as deformações previstas pelo programa DAMBUILD (domínio elástico). Os parâmetros do solo foram obtidos a partir de ensaios de laboratório.

SKERMER (1973) estudou bidimensionalmente a barragem El Infiernillo (México, altura 148 m) usando o MEF com análise não linear incremental (módulo elástico não linear) no estado plano de deformação, após a construção. Foram usados elementos trapezoidais, retangulares e triangulares num total de 474 elementos distribuídos em sete etapas. Os nós da base da barragem foram fixados fazendo um total de 900 graus de liberdade. Os parâmetros dos materiais foram obtidos a partir de ensaios triaxiais não drenados. Observou-se que os resultados foram

concordantes com os medidos, exceto nas zonas do enrocamento compactado. Atribuiu-se esta discrepância ao fato que, os ensaios triaxiais não representaram adequadamente o comportamento de campo, devido à existência de um efeito de pré-adensamento na camada compactada causado pelos pesados rolos compactadores.

MAHLER (1974) realizou uma análise elástica não linear bidimensional estática da construção de barragens de terra usando o MEF. Fez uma comparação do uso do elemento isoparamétrico quadrilateral com o elemento de Felippa (*four constant strain triangle*). Utilizou a representação hiperbólica de KONDNER e ZELASCO (1963) para a relação tensão-deformação, e a exponencial de LADE (1972) para o coeficiente de Poisson tangente. Incluiu a simulação das curvas tensão - deformação pela forma digital. Analisou também a influência da variação do módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson nos resultados. Finalmente apresentou alguns comentários sobre os ensaios de laboratório adequados para a obtenção de parâmetros no estudo de barragens.

CELESTINO e MARECHAL (1975) apresentaram uma comparação do comportamento tensão-deformação da barragem Ilha Solteira (Brasil, altura 70 m). Foram feitas duas análises: uma com dados obtidos a partir de ensaios UU e outra com dados obtidos a partir do ensaio PN proposto por CASAGRANDE e HIRSCHFELD (1960). A análise feita usando o ensaio PN apresentou valores de deslocamentos bastante próximos dos medidos, enquanto que os deslocamentos obtidos com a análise usando o ensaio UU, apresentaram-se com valores superiores aos medidos.

LAW (1975) analisou a barragem de Mica (Canadá, altura 244 m). Foi usada a formulação hiperbólica e um modelo não linear apresentado pelo autor. Este modelo baseou-se em ensaios oedométricos e de compressão isotrópica. Os recalques obtidos com a formulação hiperbólica foram superestimados, e os recalques e poro-



pressão previstos a partir dos ensaios oedométricos e de compressão isotrópica foram concordantes com os medidos.

SIGVALDASON e outros (1975) apresentaram uma análise bidimensional usando o MEF na barragem Alto Anchicaya (Colômbia, altura 140 m). Foram obtidos resultados qualitativamente bons. Os valores da deformação foram superestimados. Atribuiu-se este fato à importante influência tridimensional da geometria do local de construção da barragem (tipo vale).

CATHIE e DUNGAR (1978) estudaram a construção da barragem Llyn Brianne (Inglaterra, altura 90 m) com análises elástico linear, elástico variável (hiperbólico) e elasto-plástica. As análises elásticas foram bi e tridimensionais. Os autores concluíram que os melhores resultados foram obtidos com a análise elástica linear. A distribuição das deformações próxima dos taludes não foi concordante com a medida. Os autores acharam a modelagem elástica do núcleo como a maior fonte de erro, não obstante, com a modelagem elasto-plástica os resultados não melhoraram.

MARTIN (1978) apresentou uma análise elástica tridimensional da barragem Storvas (80 m de altura). Foi analisada a deformação externa da barragem e as tensões e deformações internas devido ao enchimento do reservatório, mediante um programa de elementos finitos tridimensional. Os parâmetros do enrocamento usados no programa foram o módulo de Young e o coeficiente de Poisson.

MARANHA DAS NEVES (1980) apresentou algumas notas sobre o dimensionamento de barragens de aterro de enrocamento. Dentre estas destacam-se as seguintes:

i) Considera-se uma fase importante dos estudos para um projeto de barragem os aterros experimentais, os quais fornecem elementos que permitem estabelecer os métodos mais adequados para a colocação e compactação dos

materiais. Os ensaios de granulometria e peso específico aparente "in situ" constituem-se nos principais índices de qualidade do material rochoso colocado numa barragem;

ii) O ângulo de atrito obtido a partir de ensaios de deformação plana resulta num valor superior ao obtido a partir de ensaios triaxiais, portanto os ângulos de atrito obtidos a partir destes últimos ensaios situam-se a favor da segurança;

iii) A plastificação de certas zonas no interior da barragem não implica necessariamente num estado de ruptura, porque para que isto ocorra deve verificar-se que ao longo de uma superfície contínua, as tensões cisalhantes induzidas sejam iguais à resistência dos materiais por ela atravessados;

iv) Um dos objetivos principais da aplicação dos métodos numéricos baseada no conhecimento de uma lei tensão - deformação é a possibilidade de prever os deslocamentos;

v) O fenômeno da fluência nos enrocamentos é muito complexo e difícil de abordar através do estabelecimento de apropriadas equações constitutivas, sendo ainda necessários grandes esforços no domínio dos ensaios de laboratório e de campo para se obter parâmetros mais adequados e precisos.

ADIKARI, DONALD e PARKIN (1981) estudaram a barragem Talbingo (Australia) usando o MEF com análise elástica linear e elástica não linear (hiperbólica), ao final da construção. Nada foi comentado sobre os valores e a obtenção dos parâmetros elásticos lineares. Os parâmetros elásticos não lineares foram obtidos a partir de ensaios  $\overline{UU}$ , CD e  $\overline{CU}$ . Realizaram-se ensaios oedométricos para analisar a colapsibilidade. Para a previsão da poro pressão apresentou-se um modelo, cuja resposta foi razoavelmente concordante com os valores medidos. Observou-se uma boa previsão dos recalques com as duas

análises, sendo que no caso dos deslocamentos horizontais, a melhor previsão ocorreu com o modelo elástico linear. Observou-se também um pequeno potencial colapsível no núcleo da barragem.

COLE e CUMMINS (1981) estudaram a barragem Dartmouth (Austrália, altura 180 m) usando o MEF com análises bi e tri-dimensionais. Usou-se o elemento isoparamétrico quadrilateral na análise bi-dimensional (estado plano de deformação) e o *brick element* na análise tri-dimensional. Obteve-se uma boa concordância entre tensões medidas e calculadas, porém uma pobre concordância entre recalques medidos e calculados. Atribuiu-se esta diferença entre recalques medidos e calculados, ao baixo valor de rigidez adotado na zona de transição. Os resultados da análise tridimensional mostraram-se pouco diferentes dos da análise bidimensional, o que indicou que análises bidimensionais são aplicáveis quando a relação comprimento/altura na seção máxima do aterro é de 2,5:1 ou maior (MARSAL, 1977). Foram usados parâmetros diferentes aos usados por ADIKARI e outros (1982).

ADIKARI, DONALD e PARKIN (1982) estudaram a barragem Dartmouth (Austrália, altura 180 m) usando o MEF com análise elástica não linear fazendo uso da formulação hiperbólica. Para a previsão das poropressões usou-se o modelo apresentado por ADIKARI e outros (1981), obtendo-se resultados concordantes com os medidos. No referente aos recalques, foi obtida uma boa previsão; entretanto para os deslocamentos horizontais a previsão não foi boa.

AVILA, J.P. e outros (1982) publicaram o projeto, construção e operação de algumas barragens brasileiras, entre elas a de Salto Osório (Brasil, altura 56 m), a qual foi estudada fazendo uso do MEF. Foram feitas duas análises: uma para determinar a possível existência de fratura hidráulica e outra para estudar a relação tensão-deformação no corpo da barragem.

A primeira análise foi feita na Universidade de California, USA, em maio de 1972 durante a construção da barragem, usando-se o programa BWATER de Kulhaway F.H. e outros, com modificações de K.L.Lee. Os materiais foram idealizados com um comportamento elástico não linear (hiperbólico). Usou-se uma malha com 138 elementos em 8 camadas e 169 pontos nodais. Este primeiro estudo indicou a não possibilidade de fratura no núcleo argiloso.

Após a construção da barragem (1975) foi feita a segunda análise no Brasil finalizada no ano de 1978. Desta vez usaram-se os dados existentes obtidos do comportamento da barragem após o enchimento, tais como os recalques. Foi usado o programa ISBILD de OSAWA e DUNCAN (1973) com uma malha de 243 elementos e 264 nós distribuídos em 12 camadas. Os critérios adotados na análise foram idênticos aos do primeiro estudo, sendo esta análise feita no estado plano de deformação (considerou-se o enchimento do reservatório).

Nesta segunda análise encontrou-se concordância entre deslocamentos medidos e calculados no núcleo da barragem. No enrocamento esta concordância não foi boa, mesmo assim considerou-se satisfatória.

ROSI (1982) estudou a barragem de Foz de Areia (Brasil, altura 160 m) usando o MEF com análise elástica linear incremental. Os parâmetros adotados para os materiais foram obtidos "in situ" durante a construção. Baseados nos resultados obtidos, concluiu-se que é possível acompanhar a construção de um aterro através deste modelo matemático simples. Observou-se a falta de dados de campo dos deslocamentos e tensões geradas no interior do maciço.

BON JUNIOR, PINTO e MARANHA DAS NEVES (1983) apresentaram tensões e deformações da análise de previsão da barragem Beliche (altura 55 m) durante a fase de construção. Usaram-se três modelos: hiperbólico (H) de

DUNCAN e CHANG (1970), hiperbólico modificado (HpM) adequado para modelar curvaturas acentuadas da envoltória de ruptura, e  $E^*$  (oedométrico)-G(distorção).

Os parâmetros dos materiais foram obtidos a partir de ensaios triaxiais e de adensamento. Para a variação do coeficiente de Poisson tangencial definiu-se uma equação exponencial empírica, admitindo-se que o valor de  $\nu_t$  cresce com o valor de  $(\sigma_1 - \sigma_3)$ , exibindo o valor de 0.5 apenas na ruptura.

Os cálculos efetuados restringiram-se às hipóteses de comportamento elástico linear para pequenos acréscimos de carga, embora não linear no seu conjunto. Os resultados obtidos com o modelo HpM foram considerados os mais confiáveis, e com o modelo  $E^*$ -G os menos confiáveis.

JUSTO e SAURA (1983) apresentaram uma análise tridimensional da barragem El Infiernillo (México, altura 148 m), simulando a construção da barragem em dez etapas e enchimento do reservatório. Um programa tridimensional de elementos finitos foi elaborado para estudar o comportamento da barragem durante a construção e enchimento do reservatório. Usou-se o elemento hexaédrico descrito por WILSON (1972) no seu programa SOLID SAP.

Foi assumido comportamento linear tensão-deformação dos materiais. Os parâmetros foram deduzidos a partir dos movimentos medidos durante a construção, checados com os resultados do ensaio oedométrico em laboratório. A resistência a tração dos materiais granulares foi incluída de acordo com ZIENKIEWICZ e outros (1968). O colapso a montante foi introduzido no cálculo de maneira simples a partir dos recalques observados no enchimento sob pressão constante no oedômetro. Uma boa concordância foi encontrada entre os deslocamentos medidos e os previstos.

ORGLER (1983) estudou bidimensionalmente, fazendo uso do MEF, a construção de barragens de terra e enrocamento

sobre fundação rígida. Fez uma análise paramétrica variando a geometria e propriedades do núcleo e da transição. Adicionalmente estudou a previsão dos recalques da barragem Itaúba (Brasil, altura 83 m) ao final da construção. Os recalques previstos foram concordantes com os medidos, exceto na região do núcleo, onde foram um tanto superestimados.

Nestas análises foi utilizado o programa ISBILD desenvolvido em Berkeley, na Universidade de California. Para o cálculo do módulo de elasticidade tangencial utiliza-se envoltória de resistência não linear e  $R_f$  (relação de ruptura) variável com a tensão confinante. Foi acrescentada como opção a formulação exponencial proposta por LADE (1972), para a representação do coeficiente de Poisson tangente.

POST e CLERDOUET (1984) fizeram uma análise com o auxílio do método dos elementos finitos na barragem Grand'Maison (França, altura 160 m). Para a previsão das deformações ao final da construção foi utilizado o programa de elementos finitos G.E.F. - B.A.R., desenvolvido por Coyne e Bellier a partir do programa N.O.N. - S.A.P. A análise foi feita no estado plano de deformação simulando a construção em camadas. O modelo usado para simular o comportamento tensão-deformação do solo foi o desenvolvido em 1976 por Aubry des Croix e Hujeux, a partir do modelo Cam-Clay de Cambridge. Ao não dispor-se de medições de campo, os resultados foram aceitos somente como qualitativamente bons.

PEREIRA (1986) fez uma análise bidimensional e estática da simulação da construção e do primeiro enchimento do reservatório de barragens zonadas de terra e enrocamento fazendo uso dos programas de elementos finitos CONSAT (construção) e ENCHIBAR (enchimento), desenvolvidos pelo autor a partir do programa CLAUDIOM (MAHLER, 1974).

Analisaram-se as barragens Oroville (EUA, altura 220 m) e João Durval Carneiro (Brasil, altura 40 m). Foram usados nestas análises o elemento isoparamétrico quadrilateral quadrático de 8 nós e o elemento triangular de 6 nós.

O programa ENCHIBAR faz uso do método de NOBARI e DUNCAN (1972) para analisar os efeitos do primeiro enchimento do reservatório. Utiliza também a formulação hiperbólica (KONDNER e ZELASCO, 1963) para a representação da relação tensão-deformação e a formulação exponencial (LADE, 1972) para a representação da variação do coeficiente de Poisson tangente.

Como os parâmetros hiperbólicos para o coeficiente de Poisson tangencial foram obtidos a partir da bibliografia, foi feita uma reconstituição das curvas de deformação específica radial vs deformação específica axial para a obtenção dos parâmetros exponenciais respectivos.

No referente à construção, tanto os recalques como os deslocamentos horizontais calculados mostraram-se inferiores aos medidos. O autor atribuiu esta discrepância aos altos valores do módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson adotados. Na parte da simulação do enchimento, encontrou-se certa discrepância entre os deslocamentos medidos e os calculados. Foram atribuídas estas diferenças à adoção dos parâmetros elásticos. No referente à estabilidade dos taludes, tanto na construção como no enchimento encontrou-se uma estabilidade satisfatória das barragens analisadas.

PEREIRA, MAHLER e ITURRI (1990) estudaram a implementação de canais de irrigação em solos colapsíveis fazendo uso dos programas de elementos finitos CONSAT e ENCHIBAR (MAHLER, 1974 e PEREIRA, 1986), com análise não linear elástica e incremental. Utilizaram a formulação hiperbólica de KONDNER (1963) para a representação da relação tensão-deformação e a formulação exponencial de

LADE (1972) para a representação do coeficiente de Poisson tangencial. Os parâmetros dos materiais foram obtidos a partir de ensaios triaxiais não drenados com medição da poro pressão, ensaios oedométricos e ensaios de compressão simples. O valor do módulo elástico para o concreto foi calculado a partir da norma NBR-6118, e o valor do coeficiente de Poisson foi adotado a partir do trabalho de PEREIRA (1986). Não se dispunha de dados de campo para poder comparar os resultados das análises.

POTTS, DOUNIAS e VAUGHAN (1990) analisaram, fazendo uso do MEF, a ruptura progressiva da barragem Carsington. Utilizou-se o programa de elementos finitos ICFEP, desenvolvido pelo Imperial College para análises geotécnicas de estruturas de solos e iteração solo-estrutura. Foi usado o elemento isoparamétrico de oito nós. A técnica de Newton-Raphson foi usada para solucionar as equações não lineares. Um modelo elasto-plástico foi adotado, o qual considera o comportamento do solo antes da ruptura como elástico isotrópico e após a ruptura como *strain-softening*. Segundo citam os autores, o uso do critério de ruptura de Mohr-Coulomb apresentou uma incompatibilidade com o comportamento observado do solo. As superfícies de ruptura previstas estavam orientadas com ângulos de  $\pi/4 \pm \psi/2$  em relação às direções das tensões principais, onde  $\psi$  é o ângulo de dilatância. Para o solo de Carsington, dados de ensaios mostraram que o ângulo de dilatância era praticamente nulo (i.e.  $\psi = 0$ ), apesar de que a orientação das superfícies de ruptura em relação às direções das tensões principais no laboratório foram  $\pi/4 \pm \phi'/4$ . Para evitar a dilatância irreal foi adotado  $\psi = 0$ .

CRISPEL (1991) analisou de que maneira a deformação da laje da barragem de enrocamento com face de concreto é afetada pela colocação de materiais menos rígidos na sua porção a jusante. Simulou-se a construção e o enchimento da barragem Foz de Areia (Brasil, altura 160 m) fazendo uso do programa de elementos finitos CONSAT (MAHLER, 1974



e PEREIRA, 1986) desenvolvido na COPPE/UFRJ. Fez-se um estudo paramétrico das características de rigidez do enrocamento. Os recalques obtidos foram concordantes com os medidos.

#### II.4 - ALGUNS COMENTÁRIOS A RESPEITO DA BIBLIOGRAFIA REVISTA

São usadas terminologias não muito comuns ao meio geotécnico, o que dificultou de certa forma o entendimento e compreensão de alguns destes modelos.

Quase todos os modelos são expressos em termos tridimensionais, o que viabiliza sua implementação em programas de elementos finitos tridimensionais ou bidimensionais.

Todos os modelos consideram a deformação específica como a soma de uma componente imediata e outra dependente do tempo. A componente imediata, que independe do tempo, é calculada a partir da teoria elástica e/ou plástica e a componente dependente do tempo é calculada a partir da teoria da viscosidade (vide BJERRUM, 1967).

À medida que o modelo tenta simular de forma mais completa o comportamento do solo maior é o número de parâmetros requisitados, demandando um maior esforço e tempo na obtenção correta destes.

À medida que o modelo apresenta uma maior derivação matemática, alguns parâmetros, produtos desta derivação, não são de fácil interpretação física.

A maioria dos modelos não precisa de ensaios especiais na obtenção de parâmetros. Quase todos usam ensaios convencionais.

Na apresentação dos modelos, a maioria não contém exemplos práticos de aplicação.

Nos últimos anos, deu-se maior atenção ao desenvolvimento de modelos anisotrópicos.

Somente alguns dos modelos apresentados citam que podem ser implementados em programas de elementos finitos, desconhecendo-se assim, a facilidade ou não de ser implementados em algum programa de elementos finitos.

A maioria das previsões feitas do comportamento tensão-deformação em aterros (barragens) enquadram-se na do tipo C1 de LAMBE (1973).

A aplicação do MEF na simulação da construção de aterros com análises elásticas lineares e não lineares no Brasil é muito escassa, sendo que com análises elasto-plásticas é quase nula.

O uso do elemento isoparamétrico quadrilateral de oito nós e triangular de seis nós assegura que com um número menor de elementos possa-se representar formas complexas ,como as que frequentemente se encontram em problemas reais.

## CAPÍTULO III

### REVISÃO DOS MODELOS TENSÃO-DEFORMAÇÃO UTILIZADOS

#### III.1 - INTRODUÇÃO

Na continuação é apresentada uma revisão dos modelos elásticos e elasto-plásticos utilizados no presente trabalho. Os modelos elasto-plásticos são revistos com maior detalhe, por serem estes, os que foram implementados no programa CONSAT.

Da grande variedade de modelos elasto-plásticos apresentados no capítulo II, foram escolhidos o modelo de Drucker e Prager (1952/1953) e o modelo de Lade (1988).

O modelo de Drucker e Prager (1952/1953) foi escolhido pelo autor da presente tese, tendo em consideração os três seguintes aspectos: i) este modelo engloba os mesmos parâmetros usados pelo programa CONSAT, ii) por ser um modelo com lei de fluxo associada, o método de resolução de equações do programa CONSAT (para matrizes simétricas) é bem adequado e iii) existe experiência no seu uso na COPPE, já que foi utilizado por ALMEIDA (1977), no seu trabalho de tese de mestrado na análise elasto-plástica de túneis pelo Método dos Elementos Finitos.

#### III.2 - MODELO ELÁSTICO LINEAR

Dos modelos tensão-deformação específica com que se dispõe no presente, este é o mais simples, e devido a esta simplicidade, é utilizado na maioria dos problemas de geotecnia para um estudo a nível de anteprojeto, principalmente quando se conta com pouca informação do solo.

A aplicação do MEF a problemas que envolvem materiais que obedecem leis constitutivas lineares é direta, porque

os parâmetros do material (módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson) são considerados constantes e uma única aplicação do processo de solução é exigida para obter resultados para um caso de carga particular, desde que processos incrementais geométricos não façam parte da análise.

### III.3 - MODELO ELÁSTICO NÃO LINEAR

É amplamente conhecido que, aproximadamente todos os problemas em mecânica dos solos e rochas são não lineares, e que dependendo da não linearidade, são divididos dentro de três categorias: problemas envolvendo não linearidade do material, não linearidade geométrica, e problemas envolvendo ambas não linearidades, do material e geométrica. Neste trabalho, somente é considerada a não linearidade do material, assumindo-se que a magnitude dos deslocamentos e deformações será bem pequena, de tal forma a poder manter válida a relação linear entre deslocamentos e deformações.

Na prática, é conveniente utilizar aproximações lineares para obter a solução em problemas não lineares. É assim que o Método dos Elementos Finitos é usualmente aplicado com uma das seguintes três técnicas básicas: processos incrementais, processos iterativos e processos incrementais e iterativos ou mistos. Estas técnicas são descritas em DESAI e ABEL (1972), MAHLER (1974), ALMEIDA (1977) e ZIENKIEWICZ (1980), dentre outros.

Considerando que a construção de aterros consiste na colocação sucessiva de camadas de um ou vários materiais, a técnica incremental tem que ser aproveitada para simular tal processo. A técnica do ponto médio de Runge-Kutta, utilizado por MAHLER (1974) e PEREIRA (1986), é uma modificação comum do processo incremental proporcionando maior precisão às custas de maior esforço computacional no incremento. Em realidade é um processo incremental com uma iteração dirigida pelo valor médio do acréscimo de tensão

calculada, que globalmente proporciona um ganho no tempo de processamento devido á diminuição de incrementos.

### III.4 - MODELOS ELASTO - PLÁSTICOS

Quando um material é submetido a um carregamento externo são originados neste, incrementos de tensões e deformações. Se o nível de tensões atingido é superior a um limite denominado de elástico ou ponto de escoamento, se apresentarão no material deformações irrecuperáveis, ou seja o material passará a ter um comportamento elasto-plástico.

O comportamento plástico de um material pode ser definido completamente quando se especifica (ALMEIDA, 1977):

- i) uma condição de escoamento inicial, necessária para caracterizar a transição da fase elástica para a fase plástica;
- ii) uma lei de endurecimento e/ou amolecimento, necessária para estabelecer as condições dos estados subsequentes após o início do escoamento;
- iii) uma lei de escoamento plástico, relacionando os incrementos de deformações com as tensões e incrementos de tensões.

Os modelos elasto-plásticos podem levar em conta o comportamento não linear e elasto-plástico observado em solos e rochas. Nestes modelos os incrementos de deformação específica são divididos em dois componentes: elástico e plástico.

$$\underset{\sim}{d\varepsilon} = \underset{\sim}{d\varepsilon^e} + \underset{\sim}{d\varepsilon^p} \quad (\text{III.1})$$

Os incrementos de deformação específica elástica são calculados fazendo uso da teoria clássica da elasticidade. Os incrementos de deformação específica plástica são

definidos através de uma função de plastificação e de uma função potencial plástica. A função de plastificação ou de cedência define os estados de tensão combinada  $\sigma_{ij}$ , para a qual se dão deformações plásticas e a função potencial plástica define a direção e sentido dos vetores incremento de deformação específica plástica ao longo do fluxo plástico. A magnitude da deformação específica plástica é determinada a partir da lei de endurecimento. A regra de fluxo é expressa por:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda_p \frac{\partial g_p}{\partial \sigma_{ij}} \quad (\text{III.2})$$

na qual  $g_p$  é a função potencial plástica e  $d\lambda_p$  é uma constante positiva de proporcionalidade. Caso as funções potencial plástica e de plastificação sejam consideradas idênticas o fluxo é denominado associado.

POOROOSHASB, HOLUBEC e SHERBOURNE (1966), LADE e DUNCAN (1973), LADE, NELSON e ITO (1987) citados por ZORNBERG (1989), têm demonstrado que os materiais geológicos não apresentam um comportamento caracterizado por uma lei de fluxo associada, sendo a função potencial plástica diferente da de plastificação (fluxo não associado).

A função de plastificação leva em conta se o material é modelado como elasto-plástico perfeito ou elasto-plástico encruável através de um parâmetro denominado parâmetro de encruamento, tal que, quando a função de escoamento não engloba este parâmetro, diz-se que há plasticidade perfeita, caso contrário diz-se que há plasticidade com encruamento (*hardening/softening*). O parâmetro de encruamento pode ser relacionado com as deformações plásticas (*strain-hardening*) ou com o trabalho plástico (*work-hardening*). Então a função de plastificação será representada por:

$$f_p = f_p(\sigma_{ij}, K) \quad (\text{III.3})$$

na qual K representa o parâmetro de encruamento.

Para estabelecer-se a ocorrência de deformações elásticas e/ou plásticas, definem-se os três casos seguintes possíveis para materiais que apresentam encruamento (ZORNBERG, 1989; HSIEH e outros, 1990 ; e HUECKEL e BORSETTO, 1990):

i) processo elástico: deformações elásticas

$$f_p < 0 \quad (\text{sobreadensado}) \quad (\text{III.4})$$

ou

$$f_p = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma < 0 \quad (\text{descarregamento}) \quad (\text{III.5})$$

ii) processo neutral: deformações elásticas

$$f_p = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma = 0 \quad (\text{carregamento neutro}) \quad (\text{III.6})$$

O ponto de tensões em questão movimenta-se tangencialmente ao longo da superfície plástica sem provocar expansão desta.

iii) processo elasto-plástico: deformações elásticas e plásticas

$$f_p = 0 \quad \text{e} \quad \frac{\partial f}{\partial \sigma} d\sigma > 0 \quad (\text{carregamento}) \quad (\text{III.7})$$

Para materiais que não apresentam encruamento, define-se o processo de deformação a partir de  $f_p$ :  $f_p < 0$  implica deformações elásticas e  $f_p = 0$  implica deformações elasto-plásticas (ZAGOTTIS, 1974).

Estando o critério de plastificação ligado à física do fenômeno, a função de plastificação não depende do referencial adotado. Assim sendo, a função de plastificação pode ser expressa em termos de tensões principais, dos invariantes do tensor de tensões, ou de outras grandezas ligadas a esses invariantes (ZAGOTTIS, 1974).

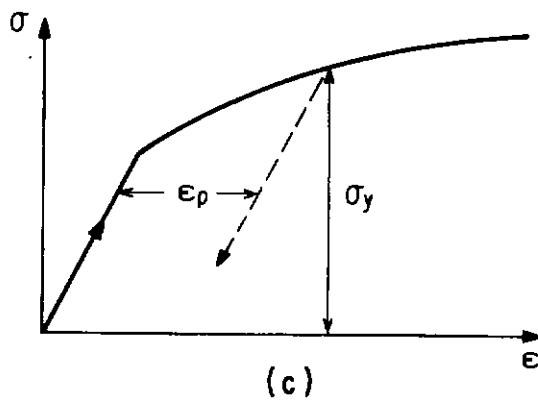
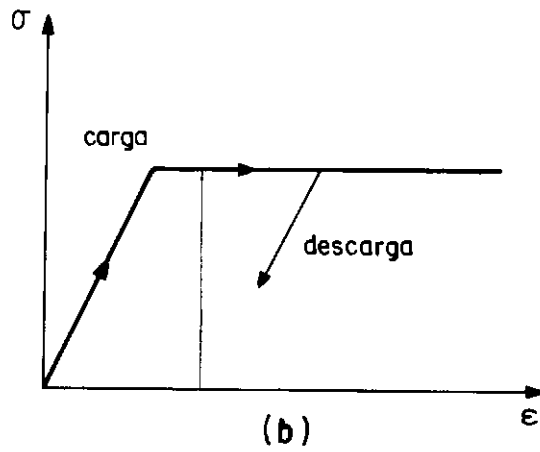
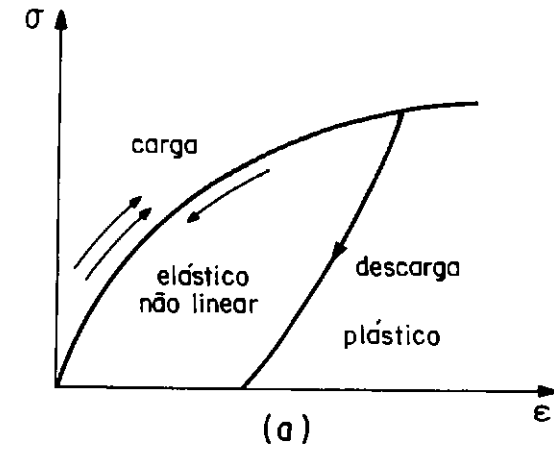


Fig.III.1 - Comportamento uniaxial: (a) elástico não linear e plástico, (b) plasticidade perfeita, e (c) plasticidade com encruamento



### III.4.1 - MODELO ELASTO - PLÁSTICO PERFEITO COM LEI DE ESCOAMENTO ASSOCIADA - DRUCKER E PRAGER

Dos modelos elasto-plásticos este é, possivelmente, o de mais simples aplicação a solos e rochas. Suas bases foram estabelecidas nos anos de 1952 e 1953.

A função de plastificação proposta por Drucker e Prager é a seguinte:

$$f_p = \alpha \cdot I_1 + J_2^{1/2} - k \quad (\text{III.8})$$

Na equação (III.8)  $\alpha$  e  $k$  são constantes físicas que dependem da coesão e do ângulo de atrito. Para o estado de deformação plana  $\alpha$  e  $k$  são expressos pelas equações III.9 e III.10, já citadas no capítulo II (eqs. II.7 e II.8).

$$\alpha = \frac{\tan(\phi)}{\sqrt{9 + 12 \cdot \tan^2(\phi)}} \quad (\text{III.9})$$

e

$$k = \frac{3 \cdot c}{\sqrt{9 + 12 \cdot \tan^2(\phi)}} \quad (\text{III.10})$$

sendo  $c$  e  $\phi$  a coesão e o ângulo de atrito respectivamente.  $I_1$  é o primeiro invariante das tensões e  $J_2$  é o segundo invariante dos desvios das tensões expressos por:

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \quad (\text{III.11})$$

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 \quad (\text{III.12})$$

Ao se considerar uma lei de escoamento associada, a função de plastificação  $f_p$  será idêntica à função potencial plástica  $g_p$ , e usando a regra de fluxo

(equação III.2), obtém-se a seguinte expressão para a deformação específica plástica volumétrica:

$$d\varepsilon_v^P = 3.\alpha.d\lambda_p \quad (\text{III.13})$$

Nota-se que quando  $\phi$  (ângulo de atrito)  $> 0$ ,  $\alpha > 0$ , e sendo  $d\lambda_p$  uma constante positiva, este modelo conduz necessariamente a um aumento de volume com as deformações específicas plásticas, propriedade conhecida como dilatância.

Para  $\phi > 0$ , no espaço das tensões principais o domínio plástico segundo este modelo, é representado por um cone como é mostrado na Figura III.2.

### III.4.2 - MODELO ELASTO-PLÁSTICO ENCRUÁVEL COM LEI DE ESCOAMENTO NÃO ASSOCIADA - MODELO DE KIM E LADE

#### III.4.2.1 - INTRODUÇÃO

A seguir é apresentado um resumo da descrição do modelo de KIM e LADE (KIM e LADE, 1988; LADE e KIM, 1988a; LADE e KIM, 1988b; e LADE, 1990). O modelo foi desenvolvido sobre as bases de uma completa revisão e avaliação de dados obtidos a partir de ensaios em materiais com ângulo de atrito diferente de zero tais como areia, argila, concreto e rocha.

O modelo baseia-se em conceitos contidos nas teorias da elasticidade e plasticidade expressos em termos de tensões efetivas, aceitando-se o encruamento do material.

A formulação é estendida para incluir a resistência à tração, apresentada por certos materiais tais como o concreto e a rocha, fazendo uma translação do espaço das tensões principais ao longo do eixo hidrostático. Assim sendo, a tensão constante "a.p<sub>a</sub>" é adicionada à tensão normal, segundo a seguinte equação:

$$\bar{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} + \delta_{ij}.a.p_a \quad (\text{III.14})$$

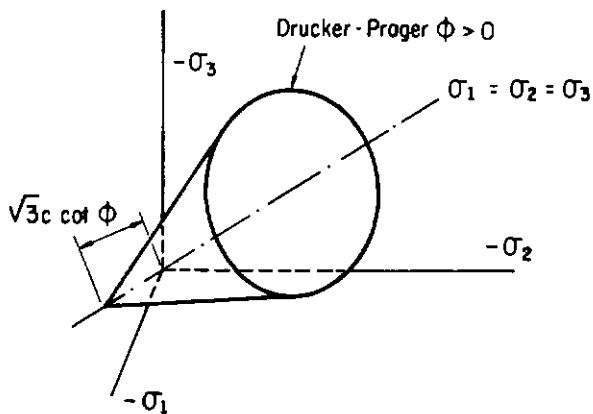


Fig.III.2 – Superfície fronteira isotrópica no espaço das tensões principais, modelo de Drucker e Prager (Apud Zienkiewicz, 1980)

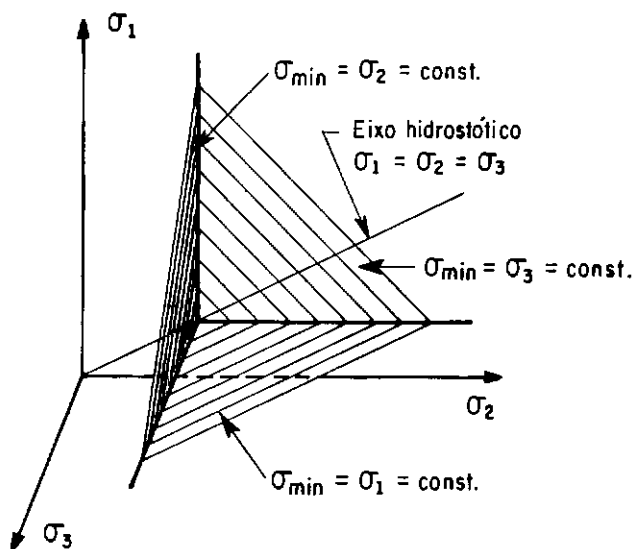


Fig.III.3 – Três planos perpendiculares nos quais o modelo elástico é constante de acordo com a equação (III.16) (Apud Lade, 1988)

na qual "a" é um parâmetro adimensional,  $p_a$  é a pressão atmosférica, e  $\delta_{ij}$  é o delta de Kronecker ( $= 1$  para  $i=j$ , e  $= 0$  para  $i \neq j$ ). O valor de "a.p<sub>a</sub>" reflete o efeito da resistência à tração do material.

#### III.4.2.2 - COMPONENTES DE DEFORMAÇÃO

O incremento de deformação total específica é dividido em duas partes: elástica e plástica,

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p \quad (\text{III.15})$$

Estes incrementos de deformação específica são calculados separadamente: os elásticos com a lei de Hooke, e os plásticos com uma função potencial plástica, uma função de plastificação, uma regra de fluxo e uma lei trabalho endurecimento/amolecimento.

#### III.4.2.3 - COMPORTAMENTO ELÁSTICO

Os incrementos de deformação específica elástica, os quais são recuperados após o descarregamento, são calculados a partir da lei de Hooke, usando-se nesta tese os dois modelos seguintes: o modelo clássico para o módulo descarregamento - recarregamento e o modelo recente de LADE e NELSON (1987) e LADE (1988), denominado por seus autores de modelo elástico verdadeiro para solos.

##### a) MODELO PARA O MODULO ELÁSTICO Eur

Esta expresso da seguinte forma:

$$E_{ur} = K_{ur} \cdot p_a \cdot \left( \frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \quad (\text{III.16})$$

na qual  $K_{ur}$  e  $n$  são parâmetros adimensionais determinados a partir de dados obtidos em ensaios de compressão triaxial, realizados com várias pressões confinantes  $\sigma_3$  e  $p_a$  é a pressão atmosférica expressa nas mesmas unidades que  $E_{ur}$  e  $\sigma_3$ . Condições para as quais a tensão principal menor  $\sigma_3$  é constante produzindo pois, o mesmo valor do módulo de Young, são ilustradas na fig.III.3 (LADE, 1988).

O coeficiente de Poisson é considerado constante sendo obtido a partir dos mesmos ensaios citados acima.

#### b) MODELO ELÁSTICO VERDADEIRO PARA SOLOS DE LADE E NELSON

Este modelo isotrópico recentemente desenvolvido para representar a variação não linear do módulo de Young com o estado de tensões, considera o valor do coeficiente de Poisson constante e limitado entre 0,0 e 0,5. A expressão para o módulo de Young segundo cita LADE (1988), foi derivada a partir de considerações teóricas baseadas no princípio da conservação da energia. De acordo com esta derivação, o módulo de Young (E), é expresso em termos de uma lei potencial que envolve parâmetros adimensionais do material e invariantes de tensão conforme exposto na equação III.17.

$$E = M.p_a \cdot \left[ \left( \frac{I_1}{p_a} \right)^2 + R \frac{J_2}{p_a^2} \right]^\lambda \quad (\text{III.17})$$

na qual,

$$R = 6 \frac{1 + \nu}{1 - 2\nu} \quad (\text{III.18})$$

$I_1$  é o primeiro invariante do tensor de tensões e  $J_2$  é o segundo invariante do tensor de tensões deviatóricas expressos pelas equações (III.11) e (III.12),  $p_a$  é a pressão atmosférica expressa nas mesmas unidades de E,  $I_1$  e  $(J_2)^{1/2}$ . Os parâmetros M e  $\lambda$  são constantes adimensionais.

A equação (III.17) e a Figura III.4 mostram que o módulo de Young é constante ao longo de superfícies elipsoidais simétricas, cujo eixo maior coincide com o eixo hidrostático e cujo centro é localizado na origem do espaço das tensões principais. O valor do coeficiente de Poisson determina a forma da superfície elipsoidal. Para  $\nu = 0$ ,  $R = 6$ , a superfície torna-se esférica, entretanto para  $\nu = 0,5$ ;  $R = \infty$ , a superfície transforma-se numa linha coincidente com o eixo hidrostático.

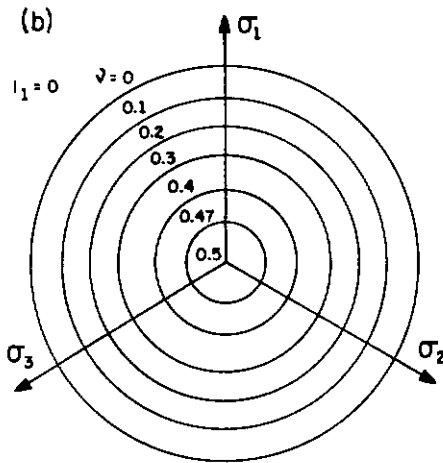
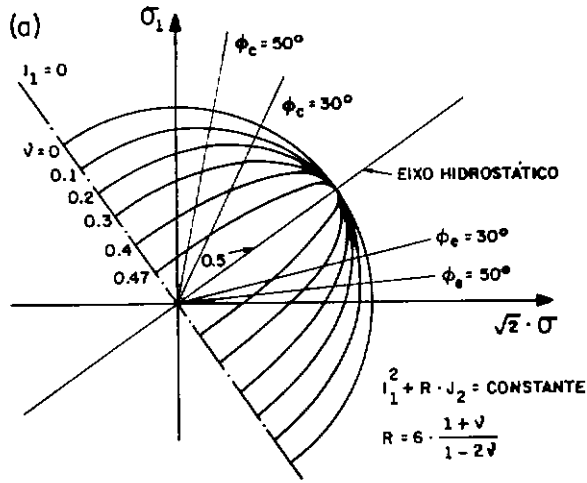


Fig.III.4 – Contornos do módulo de Young constante mostrados no: (a) plano triaxial e (b) plano octaédrico (Apud Lade, 1988)

Os três parâmetros do material  $\nu$ ,  $M$  e  $\lambda$  podem ser obtidos a partir do ensaio de compressão triaxial.

#### III.4.2.4 - COMPORTAMENTO PLÁSTICO

Em adição à lei de Hooke para o comportamento elástico, o comportamento plástico baseia-se em um critério de ruptura, uma regra de fluxo não associada, uma função plástica que descreve contornos de igual trabalho plástico, e uma lei trabalho-endurecimento/amolecimento (LADE, 1990).

##### a) CRITÉRIO DE RUPTURA

LADE (1977,1982,1984) e KIM e LADE (1984) desenvolveram um critério de ruptura geral e tridimensional para solos, concreto e rocha. O critério é expresso em termos do primeiro e terceiro invariantes do tensor de tensões:

$$\left( \frac{I_1^3}{I_3} - 27 \right) \left( \frac{I_1}{p_a} \right)^m = \eta_1 \quad (\text{III.19})$$

na qual  $I_1$  é dado pela equação (III.11) e

$$I_3 = \sigma_x \sigma_y \sigma_z + \tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} + \tau_{yx} \tau_{zy} \tau_{xz} - \\ - (\sigma_x \tau_{yz} \tau_{zy} + \sigma_y \tau_{zx} \tau_{xz} + \sigma_z \tau_{xy} \tau_{yx}) \quad (\text{III.20})$$

Na equação (III.19),  $\eta_1$  e  $m$  são parâmetros adimensionais do material, os quais podem ser determinados a partir de ensaios convencionais, tal como o de compressão triaxial.

No espaço das tensões principais, a superfície de ruptura segundo citam KIM e LADE (1984), tem a forma de um projétil com seu vértice na origem dos eixos das tensões,

como é mostrado na Figura III.5. O ângulo do vértice aumenta com o valor de  $\eta_1$ . A superfície de ruptura é sempre côncava em direção ao eixo hidrostático, e sua curvatura aumenta com o valor de  $m$ . Para  $m = 0$ , a superfície de ruptura é plana, e para  $m > 1,979$  a superfície de ruptura torna-se convexa em direção ao eixo hidrostático. Análise de numerosos conjuntos de dados para concreto e rocha indicam que o valor de  $m$  raras vezes excede o valor de 1,5 (LADE, 1984). Com valor constante de  $m$  e incrementando-se o valor de  $\eta_1$ , a forma da seção transversal no plano octaédrico muda de circular para triangular com margens levemente arredondadas, conforme evidência experimental. A forma destas seções transversais não muda com o valor de  $I_1$  quando  $m = 0$ . Para  $m > 0$ , a forma da seção transversal da superfície de ruptura muda de triangular para circular, com o incremento do valor de  $I_1$ . Mudanças similares na forma da seção transversal são observados em estudos experimentais feitos em solos, concreto e rocha. (vide LADE, 1990).

#### b) REGRA DE FLUXO E FUNÇÃO POTENCIAL PLÁSTICA

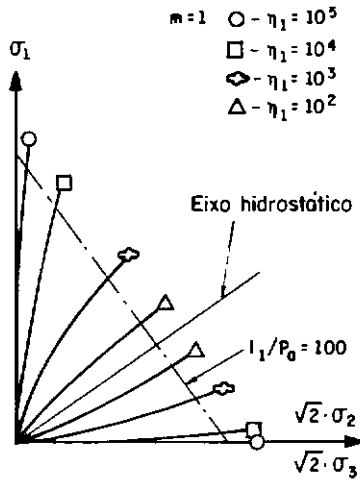
Segundo KIM e LADE (1988), SAINT-VENANT (1870) baseado em resultados experimentais prop[ôs que os eixos das tensões principais coincidem com os correspondentes eixos dos incrementos das deformações plásticas principais durante a rotação de tensões. Assim sendo, os incrementos das deformações específicas plásticas podem ser calculados a partir da eq. (III.2) denominada como regra de fluxo:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda_p \frac{\partial g_p}{\partial \sigma_{ij}} \quad (\text{III.21})$$

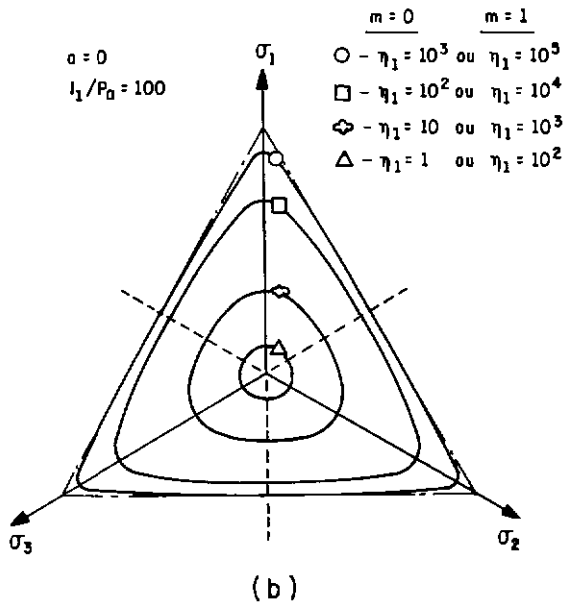
na qual  $g_p$  é a função potencial plástica, e  $d\lambda_p$  é uma constante de proporcionalidade.

Uma função potencial plástica adequada para materiais com ângulo de atrito diferente de zero foi desenvolvida e apresentada por KIM e LADE (1988). Esta função é diferente





(a)



(b)

Fig.III.5 - Características da superfície de ruptura mostradas no espaço das tensões principais: (a) plano triaxial e (b) plano octaédrico (Apud Lade e Kim, 1988b)

da função plástica e um fluxo não associado é consequentemente obtido.

A função potencial plástica é expressa em termos dos três invariantes do tensor de tensões:

$$g_p = \left( \psi_1 \frac{I_1^3}{I_3} - \frac{I_1^2}{I_2} + \psi_2 \right) \left( \frac{I_1}{p_a} \right)^\mu \quad (\text{III.22})$$

na qual  $I_1$  e  $I_3$  são dados pelas equações (III.11) e (III.20), e  $I_2$  é definido como:

$$I_2 = \tau_{xy} \tau_{yx} + \tau_{yz} \tau_{zy} + \tau_{zx} \tau_{xz} - \left( \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x \right) \quad (\text{III.23})$$

$\psi_2$  e  $\mu$  são parâmetros que podem ser determinados a partir de ensaios de compressão triaxial. O parâmetro  $\psi_1$  está relacionado com o parâmetro de curvatura  $m$  do critério de ruptura, segundo a seguinte relação empírica dada por KIM e LADE (1988), Figura III.6,

$$\psi_1 = 0,00155 m^{-1,27} \quad (\text{III.24})$$

O valor de  $\psi_1$  diminui à medida que a rigidez do material aumenta, e a seção transversal da superfície potencial plástica transforma-se de triangular para circular, sendo que  $\psi_1$  é considerado como um fator de peso nesta mudança de forma. O parâmetro  $\psi_2$  controla a interseção com o eixo hidrostático, e  $\mu$  determina a curvatura dos meridianos. As superfícies potenciais correspondentes são mostradas na Figura III.7. Elas são formadas como charutos com seção transversal triangular, ligeiramente arredondada, similar mas não idêntica à superfície de ruptura mostrada na Figura III.5.

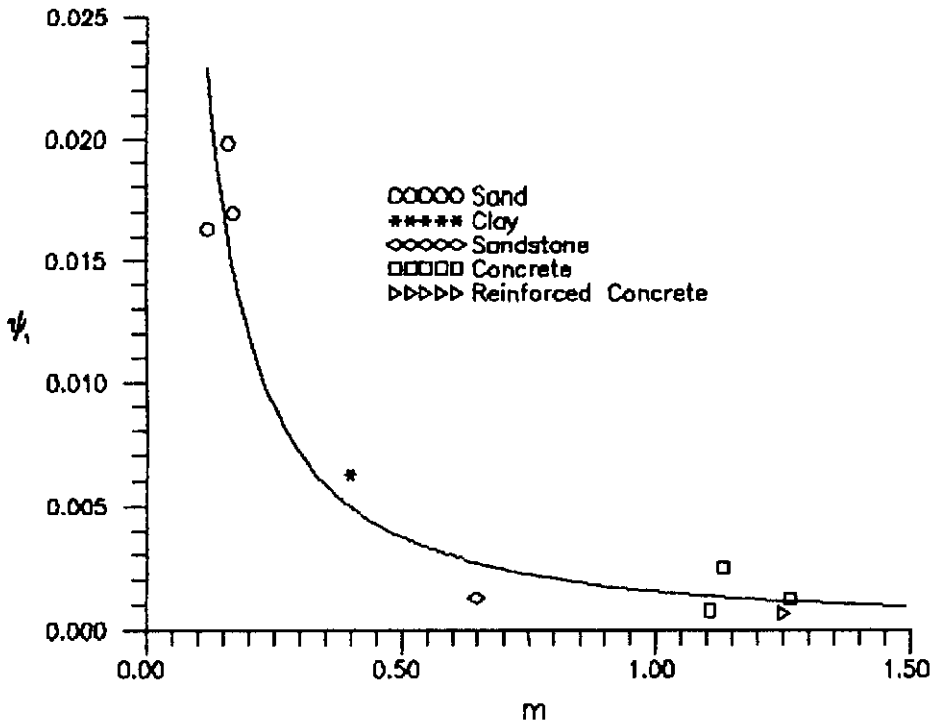


Fig.III.6 - Relação entre os parâmetros  $\psi_1$  e  $m$  (Apud Kim e Lade, 1988)

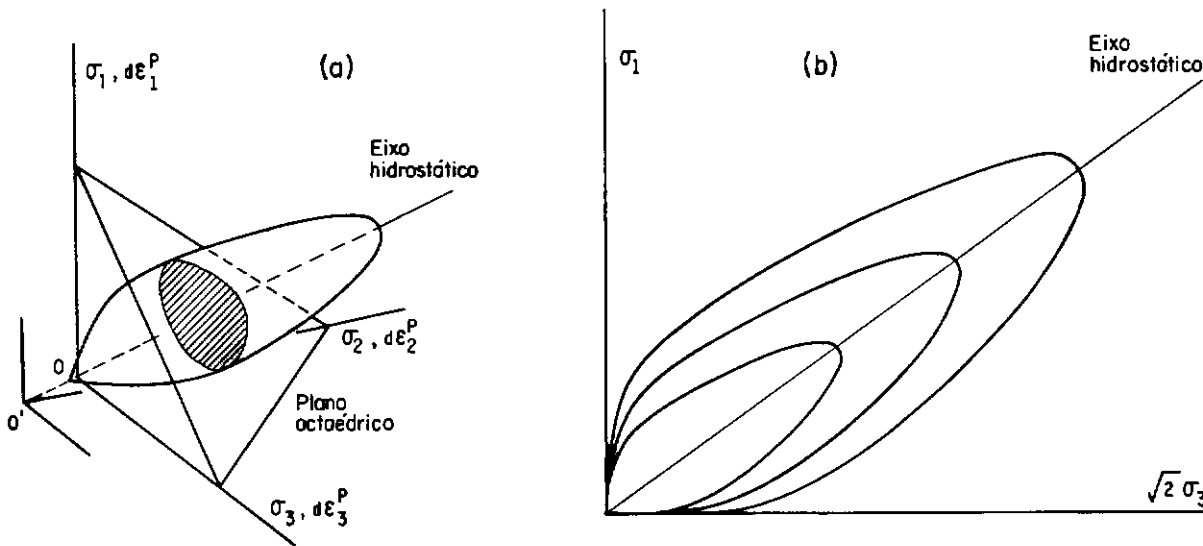


Fig.III.7 - Superfície potencial plástica mostrada no plano triaxial (Apud Lade e Kim, 1988b)

c) FUNÇÃO PLÁSTICA E LEI TRABALHO - ENDURECIMENTO/  
AMOLECIMENTO

Uma revisão de numerosos conjuntos de dados experimentais para materiais com ângulo de atrito diferente de zero, levou a uma reformulação da condição de fluência para tais materiais. Assim sendo, a função plástica é proposta tal que as superfícies plásticas sejam equivalentes aos contornos do trabalho plástico (LADE e KIM, 1988a). A função plástica isotrópica é expressa como:

$$f_p = f'(\sigma)_p - f''(W_p)_p = 0 \quad (\text{III.25})$$

na qual:

$$f'_p = \left( \psi_1 \frac{I_1^3}{I_3} - \frac{I_1^2}{I_2} \right) \left( \frac{I_1}{p_a} \right)^h e^q \quad (\text{III.26})$$

onde h é uma constante e q varia desde zero, no eixo hidrostático, até a unidade na superfície de ruptura e

$$f''_p = \left( \frac{1}{D} \right)^{1/\rho} \left( \frac{W_p}{p_a} \right)^{1/\rho} \quad (\text{III.27})$$

onde  $\rho$  e D são expressos por:

$$\rho = \frac{p}{h} \quad (\text{III.28})$$

$$D = \frac{C}{(27 \cdot \psi_1 + 3)^\rho} \quad (\text{III.29})$$

onde C e p são parâmetros do material obtidos a partir do ensaio de compressão isotrópica, modelando o trabalho

plástico desenvolvido neste, segundo:

$$W_p = C.p_a \cdot \left( \frac{I_1}{p_a} \right)^p \quad (\text{III.30})$$

As expressões para  $I_1$ ,  $I_2$ , e  $I_3$  na equação (III.26) são fornecidas nas equações (III.11), (III.23) e (III.20), respectivamente. O parâmetro  $\psi_1$  atua como um fator de peso entre a forma triangular e a forma circular, como na expressão para o potencial plástico (eq. III.22). O parâmetro constante  $h$  é determinado considerando que o trabalho plástico é constante ao longo da superfície plástica. Então, para dois pontos de tensões, tais como A no eixo hidrostático e B na superfície de ruptura, a seguinte expressão é obtida para  $h$ :

$$h = \frac{\ln \frac{\left( \frac{I_{1B}^3}{I_{3B}} - \frac{I_{1B}^2}{I_{2B}} \right) \cdot e}{27 \cdot \psi_1 + 3}}{\ln \left( \frac{I_{1A}}{I_{1B}} \right)} \quad (\text{III.31})$$

na qual  $e$  é a base dos logaritmos naturais.

O valor de  $q$  varia com o nível de tensões definido como:

$$S = \frac{f_n}{\eta_1} = \frac{1}{\eta_1} \left( \frac{I_1^3}{I_3} - 27 \right) \left( \frac{I_1}{p_a} \right)^n \quad (\text{III.32})$$

na qual  $f_n$  é fornecido na equação (III.19), e  $\eta_1$  é o valor de  $f_n$  na ruptura. O nível de tensão  $S$  varia de zero no eixo hidrostático até um na superfície de ruptura.

O valor de  $q$  pode ser determinado a partir de dados de ensaios de acordo com:

$$q = \ln \frac{\left( \frac{W_p}{D \cdot P_a} \right)^{1/\rho}}{\left( \psi_1 \frac{I_1^3}{I_3} - \frac{I_1^2}{I_2} \right) \left( \frac{I_1}{P_a} \right)^h} \quad (\text{III.33})$$

sendo que:  $q = 0$  durante a compressão isotrópica  
 $0 < q < 1$  durante o endurecimento  
 $q = 1$  na ruptura

A variação de  $q$  com  $S$  é expressa como:

$$q = \frac{\alpha \cdot S}{1 - (1 - \alpha) \cdot S} \quad (\text{III.34})$$

na qual  $\alpha$  é constante.

As superfícies plásticas têm a forma de uma lágrima com seção transversal triangular levemente arredondada, desenhado no plano triaxial, como é mostrado na Figura III.8.

Com um incremento no trabalho plástico, a superfície plástica isotrópica expande-se até que o ponto de tensões considerado alcance a superfície de ruptura. A relação entre  $f_p$  e  $W_p$  é descrita por uma função de crescimento monotônico, cuja tangente diminui com o incremento do trabalho plástico, tal qual é mostrado na Figura III.9.

Para o amolecimento a superfície plástica decresce isotrópicamente de acordo com a função de decaimento exponencial:

$$f''_p = A \cdot e^{-B \cdot (W_p/P_a)} \quad (\text{III.35})$$

na qual  $A$  e  $B$  são constantes positivas determinadas sobre as bases da tangente na curva de endurecimento no ponto pico de ruptura, como é mostrado na Figura III.9.

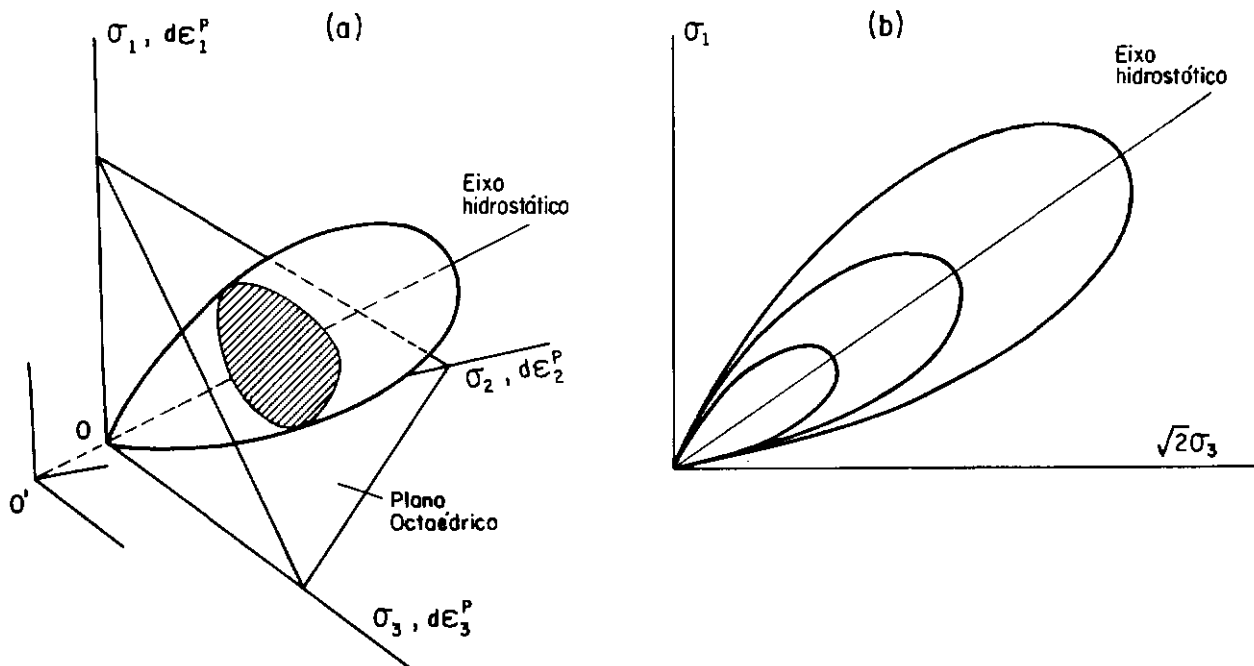


Fig.III.8 - Superfícies plásticas mostradas no plano triaxial (Apud Lade e Kim, 1988b)

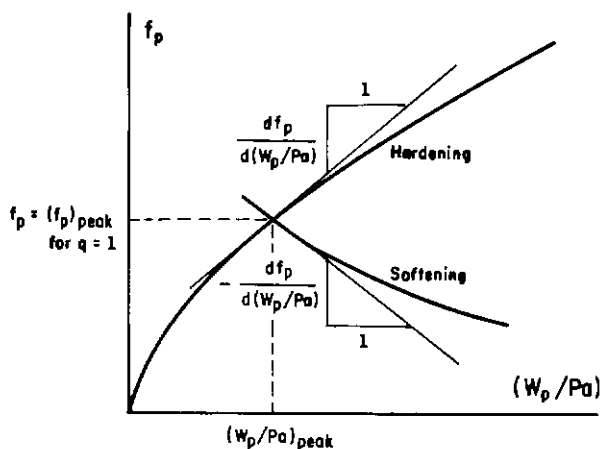


Fig.III.9 - Modelação do trabalho endurecimento e amolecimento (Apud Lade e Kim, 1988b)

## CAPÍTULO IV

## IMPLEMENTAÇÃO DOS MODELOS ELASTO-PLÁSTICOS REVISADOS

## IV.1 - INTRODUÇÃO

Foram implementados neste trabalho o modelo de DRUCKER e PRAGER (1952/1953) e o modelo de KIM e LADE (1988) revistos no capítulo III. Para isso fez-se uma revisão da expressão para a matriz elástica  $D$ , elasto-plástica  $D_{ep}$  e para o parâmetro  $A$ .

Na análise elasto-plástica utilizou-se a técnica das tensões iniciais para ambos os modelos. Incluiu-se na análise a aceleração da convergência, aplicada ao caso do modelo de Drucker e Prager.

Na programação computacional fez-se uma revisão do programa CONSAT (análise elástica linear e não linear da construção de aterros), o qual foi ampliado com a implementação da análise elasto-plástica.

IV.2 - MATRIZ ELÁSTICA  $D$ 

A matriz elástica para o caso de deformação plana é dada por:

$$D = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \begin{bmatrix} 1 - \nu & \nu & \nu & 0 \\ \nu & 1 - \nu & \nu & 0 \\ \nu & \nu & 1 - \nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1 - 2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.1})$$

A utilização dos módulos:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (\text{IV.2})$$



e

$$K = \frac{E}{2(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (\text{IV.3})$$

tem como vantagem principal sobre a utilização de E e  $\nu$ , a melhor representação da compressibilidade volumétrica do solo, principalmente após a ruptura (ALMEIDA, 1977). Assim sendo, neste trabalho é usada a seguinte expressão para

D :

~

$$D = \begin{bmatrix} K + G & K - G & K - G & 0 \\ K - G & K + G & K - G & 0 \\ K - G & K - G & K + G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \quad (\text{IV.4})$$

#### IV.3 - MATRIZ ELASTO-PLÁSTICA $D_{ep}$

Assumiu-se a hipótese geral baseada em resultados experimentais que a tensão de fluência só é alcançada se as tensões satisfizessem a seguinte condição limite geral:

$$f_p(\sigma, K) = 0 \quad (\text{IV.5})$$

onde K é o parâmetro de encruamento, ZIENKIEWICZ (1980).

Diferenciando esta equação obtém-se:

$$df_p = \frac{\partial f_p}{\partial \sigma_1} d\sigma_1 + \frac{\partial f_p}{\partial \sigma_2} d\sigma_2 + \dots + \frac{\partial f_p}{\partial K} dK = 0 \quad (\text{IV.6})$$

ou

$$\frac{\partial f^T}{\partial \sigma} d\sigma - A \cdot d\lambda_p = 0 \quad (\text{IV.7})$$

considerando-se que:

$$A = - \frac{\partial f}{\partial K} dK \frac{1}{d\lambda_p} \quad (\text{IV.8})$$

Sabendo-se que:

$$d\varepsilon^e = D^{-1} d\sigma \quad (\text{IV.9})$$

onde  $D$  é a matriz de elasticidade, e agrupando esta equação com as equações (III.1), (III.2) e (IV.7), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} d\varepsilon \\ \sim \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D^{-1} & \frac{\partial g_p}{\partial \sigma} \\ \sim & \sim \\ \frac{\partial f^T}{\partial \sigma} & -A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d\sigma \\ \sim \\ d\lambda_p \end{bmatrix} \quad (\text{IV.10})$$

Realizando operações algébricas com as equações (IV.10) obtém-se a seguinte expressão para  $d\lambda_p$ :

$$d\lambda_p = \frac{\partial f^T}{\partial \sigma} D \left[ A + \frac{\partial f^T}{\partial \sigma} D \frac{\partial g_p}{\partial \sigma} \right]^{-1} d\varepsilon \quad (\text{IV.11})$$

Substituindo-se esta equação na primeira das equações (IV.10) e considerando que:

$$d\sigma = (D - D_p) d\varepsilon = D_{ep} d\varepsilon \quad (\text{IV.12})$$

obtemos a seguinte expressão para a matriz elasto-plástica

$\underline{D}_{op}$ :

$$\underline{D}_{op} = \underline{D} - \underline{D} \frac{\partial \underline{g}_p}{\partial \underline{\sigma}} \frac{\partial \underline{f}_p^T}{\partial \underline{\sigma}} \underline{D} \left[ \underline{A} + \frac{\partial \underline{f}_p^T}{\partial \underline{\sigma}} \underline{D} \frac{\partial \underline{g}_p}{\partial \underline{\sigma}} \right]^{-1} \quad (\text{IV.13})$$

Esta matriz só é simétrica quando a plasticidade é associada. Para o caso de plasticidade pura  $\underline{A} = 0$ . A forma explícita destas expressões para plasticidade foi obtida originalmente por YAMADA et al. (1968) e por ZIENKIEWICZ et al. (1969) citados por ZIENKIEWICZ (1980).

#### IV.3.1 - PARÂMETRO A

Quando é considerado o encruamento, é preciso atentar quanto a natureza do parâmetro  $K$ , do que dependem as mudanças da superfície plástica (ZIENKIEWICZ, 1980).

Para um material plástico com encruamento sob carregamento,  $K$  é representado nesta tese pela quantidade de trabalho plástico por unidade de volume que é dissipado durante a deformação plástica. Sendo assim:

$$dK = \sigma_1 d\varepsilon_1^p + \sigma_2 d\varepsilon_2^p + \dots = \underline{\sigma}^T d\underline{\varepsilon}^p \quad (\text{IV.14})$$

Substituindo a equação (III.2) na equação (IV.14), tem-se:

$$dK = d\lambda_p \underline{\sigma}^T \frac{\partial \underline{g}_p}{\partial \underline{\sigma}} \quad (\text{IV.15})$$

e substituindo esta equação na equação (IV.8), tem-se:

$$\underline{A} = - \frac{\partial \underline{f}_p}{\partial K} \underline{\sigma}^T \frac{\partial \underline{g}_p}{\partial \underline{\sigma}} = \frac{\partial \underline{f}_p''}{\partial K} \underline{\sigma}^T \frac{\partial \underline{g}_p}{\partial \underline{\sigma}} \quad (\text{IV.16})$$

A expressão anterior fica determinada se a relação entre  $\underline{f}_p$  e  $K$  for conhecida.

#### IV.4 - IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO DE DRUCKER E PRAGER

O modelo de DRUCKER e PRAGER (1952/1953) idealiza como elasto-plástico perfeito o comportamento tensão-deformação específica do material com lei de fluxo associada. Assim sendo, a equação (IV.13), com  $A = 0$  e  $f_p = g_p$ , reduz-se a:

$$\underset{\sim}{D}_{ep} = \underset{\sim}{D} - \underset{\sim}{D} \frac{\partial f}{\partial \sigma} \underset{\sim}{D} \frac{\partial f^T}{\partial \sigma} \underset{\sim}{D} \left[ \underset{\sim}{D} \frac{\partial f}{\partial \sigma} \underset{\sim}{D} \frac{\partial f^T}{\partial \sigma} \right]^{-1} \quad (IV.17)$$

que segundo a equação (IV.12), tem-se:

$$\underset{\sim}{D}_p = \underset{\sim}{D} \frac{\partial f}{\partial \sigma} \underset{\sim}{D} \frac{\partial f^T}{\partial \sigma} \underset{\sim}{D} \left[ \underset{\sim}{D} \frac{\partial f}{\partial \sigma} \underset{\sim}{D} \frac{\partial f^T}{\partial \sigma} \right]^{-1} \quad (IV.18)$$

cujas componentes são (ALMEIDA, 1977):

$$D_{11}^p = 2.G.(1 - h_2 - 2.h_1.\sigma_x - h_3.\sigma_x^2) \quad (IV.19)$$

$$D_{22}^p = 2.G.(1 - h_2 - 2.h_1.\sigma_y - h_3.\sigma_y^2) \quad (IV.20)$$

$$D_{33}^p = 0 \quad (IV.21)$$

$$D_{44}^p = 2.G.(0,5 - h_2 - 2.h_1.\sigma_y - h_3.\sigma_y^2) \quad (IV.22)$$

$$D_{12}^p = D_{21}^p = -2.G.[h_2 + h_1.(\sigma_x + \sigma_y) + h_3.\sigma_x.\sigma_y] \quad (IV.23)$$

$$D_{13}^p = D_{31}^p = -2.g.[h_2 + h_1.(\sigma_x + \sigma_z) + h_3.\sigma_x.\sigma_z] \quad (IV.24)$$

$$D_{14}^P = D_{41}^P = -2.G.[h_1.\tau_{xy} + h_3.\sigma_x.\tau_{xy}] \quad (\text{IV.25})$$

$$D_{23}^P = D_{32}^P = -2.G.[h_2 + h_1.(\sigma_x.\sigma_z) + h_3.\sigma_y.\sigma_z] \quad (\text{IV.26})$$

$$D_{24}^P = D_{42}^P = -2.G.[h_1.\tau_{xy} + h_3.\sigma_y.\tau_{xy}] \quad (\text{IV.27})$$

$$D_{34}^P = D_{43}^P = -2.G.[h_1.\tau_{xy} + h_3.\sigma_z.\tau_{xy}] \quad (\text{IV.28})$$

onde:

$$h_1 = \frac{\frac{3.K.\alpha}{2.G} - \frac{I_1}{6.J_2^{1/2}}}{J_2^{1/2} \cdot (1 + 9.\alpha^2 \frac{K}{G})} \quad (\text{IV.29})$$

$$h_2 = \frac{(\alpha - \frac{I_1}{6.J_2^{1/2}}) (\frac{3.K.\alpha}{G} - \frac{I_1}{3.J_2^{1/2}})}{1 + 9.\alpha^2 \frac{K}{G}} - \frac{3.\nu.K.k}{E.J_2^{1/2} \cdot (1 + 9.\alpha^2 \frac{K}{G})} \quad (\text{IV.30})$$

$$h_3 = \frac{1}{2.J_2 \cdot (1 + 9.\alpha^2 \frac{K}{G})} \quad (\text{IV.31})$$

$$K = \frac{E}{3(1 - 2.\nu)} \quad (\text{IV.32})$$

e G é expresso pela equação (IV.2), e  $I_1$  e  $J_2$  são expressos pelas eq. (III.11) e (III.12), respectivamente.

## IV.5 - IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO DE KIM E LADE

Segundo a apresentação feita no item III.4.2, o modelo de Kim e Lade idealiza o comportamento do material, quando submetido a um carregamento externo, como elasto-plástico com encruamento. Por conseguinte, para obter a matriz elasto-plástica, serão utilizadas as equações (IV.13) e (IV.16), sendo que o parâmetro K será simbolizado por  $W_p$ .

Para o estado plano de deformação tem-se (KIM e LADE, 1988):

$$\frac{\partial g_p}{\partial \sigma} = \left[ \frac{I_1}{p_a} \right] \mu \left\{ \begin{array}{l} G - (\sigma_y + \sigma_z) \frac{I_1^2}{I_2} - \psi_1 \sigma_y \sigma_z \frac{I_1^3}{I_3} \\ G - (\sigma_z + \sigma_x) \frac{I_1^2}{I_2} - \psi_1 \sigma_z \sigma_x \frac{I_1^3}{I_3} \\ G - (\sigma_x + \sigma_y) \frac{I_1^2}{I_2} - \psi_1 (\sigma_x \sigma_y - \tau_{xy}^2) \frac{I_1^3}{I_3} \\ 2 \cdot \tau_{xy} \frac{I_1^2}{I_2} + 2 \cdot \psi_1 \sigma_z \tau_{xy} \frac{I_1^3}{I_3} \end{array} \right. \quad (IV.33)$$

onde:

$$G = \psi_1 (\mu + 3) \frac{I_1^2}{I_3} - (\mu + 2) \frac{I_1}{I_2} + \psi_2 \mu \frac{1}{I_1} \quad (IV.34)$$

e

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial f_p}{\partial \sigma} &= e^q \left[ \frac{I_1}{P_a} \right]^h \left\{ \begin{array}{l} H - (\sigma_y + \sigma_z) \frac{I_1^2}{I_2^2} - \psi_1 \sigma_y \sigma_z \frac{I_1^3}{I_3^2} \\ H - (\sigma_z + \sigma_x) \frac{I_1^2}{I_2^2} - \psi_1 \sigma_z \sigma_x \frac{I_1^3}{I_3^2} \\ H - (\sigma_x + \sigma_y) \frac{I_1^2}{I_2^2} - \psi_1 (\sigma_x \sigma_y - \tau_{xy}^2) \frac{I_1^3}{I_3^2} \\ 2 \cdot \tau_{xy} \frac{I_1^2}{I_2^2} + 2 \cdot \psi_1 \sigma_z \tau_{xy} \frac{I_1^3}{I_3^2} \end{array} \right\} + \\
 &+ \frac{1}{\eta_1} f'_p U \cdot \left[ \frac{I_1}{P_a} \right]^m \left\{ \begin{array}{l} F - \sigma_y \sigma_z \frac{I_1^3}{I_3^2} \\ F - \sigma_z \sigma_x \frac{I_1^3}{I_3^2} \\ F - (\sigma_x \sigma_y - \tau_{xy}^2) \frac{I_1^3}{I_3^2} \\ 2 \cdot \sigma_z \tau_{xy} \frac{I_1^3}{I_3^2} \end{array} \right\} \quad (IV.35)
 \end{aligned}$$

onde:

$$H = \psi_1 (h + 3) \frac{I_1^2}{I_3^2} - (h + 2) \frac{I_1}{I_2} \quad (IV.36)$$

$$F = (m + 3) \frac{I_1^2}{I_3^2} - 27 \cdot m \frac{1}{I_1} \quad (IV.37)$$

$$U = \frac{\alpha}{(1 - (1 - \alpha) \cdot S)^2} \quad (\text{IV.38})$$

$I_2$  e  $I_3$  são expressos pelas equações (III.23) e (III.20), respectivamente.

Finalmente, para o endurecimento tem-se:

$$\frac{\partial f_p}{\partial W_p} = \frac{1}{\rho \cdot p_a} \left(\frac{1}{D}\right)^{1/\rho} \left(\frac{W_p}{p_a}\right)^{1/\rho-1} \quad (\text{IV.39})$$

e para o amolecimento:

$$\frac{\partial f_p}{\partial W_p} = - \frac{A \cdot B}{p_a} e^{-B(W_p/p_a)} \quad (\text{IV.40})$$

#### IV.6 - ANÁLISE ELASTO-PLÁSTICA - MÉTODO DAS TENSÕES INICIAIS

Dentre as técnicas conhecidas para a análise elasto-plástica de um corpo submetido a carregamento externo temos: o método incremental, o método iterativo, o método das deformações iniciais e o método das tensões iniciais.

Dentre estes métodos achou-se por conveniente implementar no programa CONSAT, o método das tensões iniciais. Esta escolha baseou-se principalmente na experiência adquirida na COPPE (ALMEIDA, 1977), na capacidade de se adaptar ao comportamento plástico geral (DESAI e ABEL, 1972) e na adequabilidade do método à técnica do ponto médio de Runge-Kutta (processo incremental-iterativo) existente no programa CONSAT.



A principal desvantagem deste método, recae na velocidade da convergência. MARTINS, BARROS e DINIS (1987) apontam que quando o solo atinge um elevado número de zonas plásticas, o método das tensões iniciais torna-se de convergência lenta. Assim sendo, para evitar esta deficiência, emprega-se no presente trabalho, um processo de aceleração (item IV.6.1.3).

O método das tensões iniciais é basicamente um método misto, no qual a matriz de rigidez é modificada para cada incremento de carga, sendo mantida nas iterações dentro do incremento. O processo iterativo para um  $i^{\text{th}}$  incremento de carga é dado por:

$$[k]\{\Delta\delta_1^{(j)}\} = \{\Delta F_1\} + \{\Delta F_{0,1}^{(j)}\} \quad \text{para } j = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{IV.41})$$

onde:

$$\{\Delta F_{0,1}^{(0)}\} = 0 \quad (\text{IV.42})$$

na qual  $i$  denota o incremento de carga e  $j$  o ciclo de iteração dentro do incremento de carga. Para  $j = 0$  é aplicado  $\{\Delta F_1\}$  e são calculados os incrementos de deslocamentos, deformações específicas e tensões elásticas,

$$\{\Delta\delta_1^{(j)}\}, \{\Delta\epsilon_1^{(j)}\}, \{\Delta\sigma_1^{(j)}\} \quad (\text{IV.43})$$

Devido à não linearidade, os incrementos de tensões podem não ser geralmente as tensões corretas necessárias para equilibrar  $\{\Delta F_1\}$ . Se os incrementos de tensões corretos são  $\{\Delta\sigma_{c1}\}$ , as diferenças entre os incrementos de tensões calculados e os incrementos de tensões corretos passam a ser tratadas como as "tensões iniciais", e as forças residuais são calculadas através de:

$$\{\Delta F_{0,1}^{(j+1)}\} = \iiint_v [B]^T (\{\Delta\sigma_1^{(j)}\} - \{\Delta\sigma_{c1}\}) dV \quad (\text{IV.44})$$

O processo é repetido até que a convergência seja alcançada.

ZIENKIEWICZ et al. (1969) propuseram e usaram o método das tensões iniciais no qual o incremento de tensões  $\{\Delta\sigma_{ci}\}$  é calculado a partir da relação geral elasto-plástica tensão-deformação específica:

$$\{\Delta\sigma_{ci}\} = [D_{ep}] \{\Delta\varepsilon_1^{(j)}\} \quad (\text{IV.45})$$

considerando-se que:

$$\{\Delta\sigma_e\} = \int_0^{\Delta\varepsilon} [D]\{d\varepsilon\} = [D]\Delta\varepsilon \quad (\text{IV.46})$$

e

$$\{\Delta\sigma_p\} = \int_{r.\Delta}^{\Delta\varepsilon} [D_p]\{d\varepsilon\} \quad (\text{IV.47})$$

Na equação (IV.47),  $r.\Delta\varepsilon$  é a porção do incremento de deformação, na qual inicia-se o comportamento plástico (i.e. quando  $f_p = 0$ ).

Na implementação do método das tensões iniciais foi usado o algoritmo proposto por ZIENKIEWICZ e outros (1969) com melhorias sugeridas por NAYAK e ZIENKIEWICZ (1972). Este algoritmo também foi utilizado, dentre outros, por ALMEIDA (1977) e por KIOUSIS e outros (1988). O algoritmo proposto é o seguinte:

1. Aplicar o incremento  $i^{\text{th}}$  de carga e determinar os incrementos de tensões  $\{\Delta\sigma'\}_i$  e deformações específicas elásticas  $\{\Delta\varepsilon'\}_i$  correspondentes;
2. Adicionar  $\{\Delta\sigma'\}_{i-1}$  às tensões existentes no início do incremento  $\{\sigma\}_{i-1}$  para obter  $\{\sigma'\}_i$ . Checar se  $f_p(\sigma'_i)$  é menor que zero. Se esta condição é satisfeita se está no

no domínio elástico, então as deformações específicas e tensões calculadas estão corretas, e o processo é interrompido;

3. Se  $f_p(\sigma'_{i-1}) \geq 0$  e  $f_p(\sigma_{i-1}) = 0$  fazer  $r = 0$  e  $r_1 = 1 - r = 1$ , e ir para etapa 5;
4. Se  $f_p(\sigma'_{i-1}) > 0$  e  $f_p(\sigma_{i-1}) < 0$  calcular o valor de  $r$  de acordo como Anexo A.i;

5. Calcular

$$\{\sigma\}_i = \{\sigma\}_{i-1} + r \cdot \{\Delta\sigma'\}_i \quad (\text{IV.48})$$

6. Impor o valor de  $F_2$  (Anexo A.i) a  $m$ , sendo  $m$  o número de sub-incrementos utilizados no cálculo da equação (IV.47), e calcular

$$\{d\sigma'\}_i = \frac{(1-r)}{m} \{\Delta\sigma'\}_i \quad (\text{IV.49})$$

7. Calcular o parâmetro de endurecimento  $A_1$  fazendo uso da equação (IV.16). (Para plasticidade perfeita  $A_1 = 0$ );

8. Calcular

$$d\lambda_p = \frac{1}{A_1 + \bar{\beta}_1} \left\{ \frac{\partial f_p}{\partial \sigma} \right\}_i^T \{d\sigma'\}_i \quad (\text{IV.50})$$

em que: 
$$\bar{\beta}_1 = \left\{ \frac{\partial f_p}{\partial \sigma} \right\}_i^T [D] \left\{ \frac{\partial g_p}{\partial \sigma} \right\}_i \quad (\text{IV.51})$$

Se  $d\lambda_p < 0$  adotar  $d\lambda_p = 0$ ;

9. Calcular

$$\{\mathrm{d}\sigma\}_1 = \{\mathrm{d}\sigma'\}_1 - \mathrm{d}\lambda_p [D] \left\{ \frac{\partial g}{\partial \sigma} \right\}_1 \quad (\text{IV.52})$$

e

$$\{\Delta\sigma\}_1 = \{\Delta\sigma'\}_1 + \{\mathrm{d}\sigma\}_1 \quad (\text{IV.53})$$

11. Calcular

$$\{\sigma\}_{1+1} = \{\sigma\}_1 + \{\mathrm{d}\sigma\}_1 \quad (\text{IV.54})$$

Omíte-se este passo para plasticidade perfeita;

12. Repetir as etapas de 7. a 11. m vezes;

13. Calcular as tensões desequilibradas necessárias para o posterior cálculo das forças residuais;

$$\{\Delta\sigma''\}_1 = \{\Delta\sigma'\}_1 - \{\Delta\sigma\}_1 \quad (\text{IV.55})$$

14. Atualizar as tensões e deformações específicas;

$$\{\sigma_1\} = \{\sigma'\}_1 - \{\Delta\sigma''\}_1 \quad (\text{IV.56})$$

$$\{\varepsilon\}_1 = \{\varepsilon'\}_1 + \{\Delta\varepsilon'\}_1 \quad (\text{IV.57})$$

15. Fazer a correção de tensões (omíte-se este passo para plasticidade com encruamento);

$$\{\sigma\}_1 = \{\sigma'\}_1 + \{\delta\sigma\} \quad (\text{IV.58})$$

O cálculo de  $\{\delta\sigma\}$  é apresentado no Anexo A.ii;

16. Calcular as forças residuais correspondentes através da equação (IV.44);

17. Repetir as etapas de 1. a 16. até alcançar a convergência;
18. Atualizar a superfície plástica (omite-se este passo para plasticidade perfeita).

#### IV.6.1 - ANÁLISE DA CONVERGÊNCIA

Em problemas não lineares solucionados usando técnicas iterativas, estabeleceram-se critérios de convergência, mediante os quais assegura-se a "suficiente" precisão do processo de cálculo para a finalização deste.

Esses critérios podem ser classificados num dos seguintes quatro grupos: 1) critério das forças, 2) critério dos deslocamentos, 3) critério das tensões e 4) critério energético.

Neste trabalho serão usados, o critério das forças e o critério dos deslocamentos, em ambos modelos elasto-plásticos. Estes dois critérios são descritos nos itens IV.6.1.1 e IV.6.1.2.

O terceiro critério compara as variações nos valores de tensões com níveis de tensão pré-estabelecidos. Este tipo de critério adequa-se a estruturas tais como treliças, cabos e membranas, com grandes deformações (BERGAN e CLOUGH, 1972).

No critério energético compara-se o incremento de trabalho plástico durante a iteração com uma parcela do trabalho plástico total no incremento (NAYAK e ZIENKIEWICZ, 1972).

##### IV.6.1.1 - CRITÉRIO DAS FORÇAS

O critério das forças compara as forças residuais  $\psi_1$  calculadas durante cada iteração, com os incrementos de carga externa  $\Delta F_1$ . Duas normas são sugeridas:

a) Norma das forças residuais: A norma,

$$\psi_i = \psi_i^T \cdot \psi_i \quad (\text{IV.59})$$

é comparada com uma parcela da norma das forças aplicadas  $\Delta F_i$ .

b) Forças residuais - Magnitude absoluta: O maior termo em valor absoluto  $|\psi_i|$  é comparado com uma parcela da norma das forças aplicadas  $\|\Delta F_i\|$ .

#### IV.6.1.2 - CRITÉRIO DOS DESLOCAMENTOS

O critério dos deslocamentos baseia-se na comparação entre os incrementos de deslocamentos e os deslocamentos totais obtidos durante cada iteração.

Três normas são sugeridas para a avaliação desta relação:

a) Norma absoluta modificada:

$$\|\epsilon\| = \frac{1}{N} \sum_i \left| \frac{\Delta \delta_i}{\delta_{i, \text{ref}}} \right|, \quad i = 1, N \quad (\text{IV.60})$$

b) Norma Euclideana modificada:

$$\|\epsilon\| = \left[ \frac{1}{N} \sum_i \left| \frac{\Delta \delta_i}{\delta_{i, \text{ref}}} \right|^2 \right]^{1/2}, \quad i = 1, N \quad (\text{IV.61})$$

c) Norma máxima:

$$\|\epsilon\| = \max_i \left| \frac{\Delta \delta_i}{\delta_{i, \text{ref}}} \right|, \quad i = 1, N \quad (\text{IV.62})$$

onde N é o número total de deslocamentos.

Nos três casos, compara-se o valor da norma com um número pré-estabelecido denominado tolerância. O valor da tolerância é usualmente adotado entre os valores de  $10^{-2}$  a  $10^{-6}$ , dependendo da precisão exigida (BERGAN e CLOUGH, 1972), sendo que:

$$\|\epsilon\| < \text{tolerância} \quad (\text{IV.63})$$

#### IV.6.1.3 - ACELERAÇÃO DA CONVERGÊNCIA

A técnica das tensões iniciais é o método mais flexível para análise não linear, porém frequentemente envolve uma convergência lenta. É assim que, vários autores dentre eles, IRONS e TUCK (1969), NAYAK e ZIENKIEWICZ (1972), DENNIS e MORE (1977), CRISFIELD (1983), THOMAS (1984), e RYU e ARORA (1985) apresentaram várias técnicas de aceleração para melhorar a convergência em processos iterativos. Dentre estas técnicas podem-se citar o *Line Search Method*, o *Secant Method*, o *Line Search + Secant Method*, o *Broyden's Method*, o *David on Fletcher - Powell Method* e o *Broyden - Fletcher - Goldfarb - Shanno Method*. Não obstante, para obter um método geral de aceleração, dois impedimentos permanecem: problemas com ciclos de carregamento- descarregamento e problemas elasto-plásticos com lei de fluxo não associada, HUMBERT e MESTAT, 1988.

Neste trabalho é usado o *Line Search Method* (CRISFIELD, 1983), expresso por:

$$\delta_{i+1} = \delta_i + \alpha \cdot \Delta \delta_i \quad (\text{IV.64})$$

na qual  $\alpha$  é um parâmetro escalar, sendo igual a um no método das tensões iniciais sem aceleração. O cálculo de parâmetro  $\alpha$  é apresentado no Anexo B.

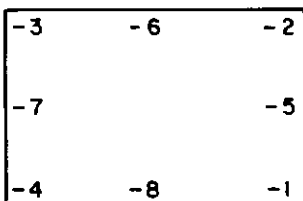
#### IV.7 - PROGRAMAÇÃO COMPUTACIONAL

O programa CONSAT (MAHLER, 1974 e PEREIRA, 1987) na sua forma original simula a construção sequencial de aterros, fazendo uso do Método dos Elementos Finitos com análise elástica linear e não linear.

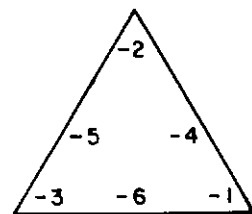
No cálculo dos parâmetros elásticos é usada a fórmula proposta por DUNCAN e CHANG (1970) para o módulo elástico, e para o coeficiente de Poisson é usada a formulação exponencial proposta por LADE (1972).

A técnica usada na análise não linear é a incremental, empregando-se a modificação do ponto médio de Runge-Kutta.

São usados elementos isoparamétricos quadráticos quadrilaterais e elementos triangulares com seis nós, sendo calculadas as tensões e deformações específicas nos pontos de integração, oito no elemento quadrilateral e seis no elemento triangular, figura IV.1.



a) Elemento Quadrilateral



b) Elemento Triangular

Fig.IV.1 - Localização dos pontos de integração



O programa CONSAT, figura IV.2, consiste de um programa principal (MAIN) e treze subrotinas (GAMAL, HIPER, TEPRIN, PROSOL, ISOPE, TENS, DLOAD, BANSOL, MODIFY, STIFF, TENSI, ESTADO e MOBLZ).

As subrotinas BANSOL (resolução do sistema de equações), MODIFY (inclusão das condições de fronteira) e STIFF (montagem da matriz de rigidez global do sistema) foram codificadas por WILSON (1963) e adaptadas por MAHLER (1974). A subrotina DLOAD (cálculo do vetor de cargas consistentes em cada lado do elemento devidas a forças de superfície) foi codificada por EBECKEN (1973) e adaptada por MAHLER (1974). As subrotinas HIPER (cálculo do módulo de elasticidade e do coeficiente de Poisson em função das tensões principais pela forma funcional para análise não linear), TEPRIN (cálculo das tensões principais, da tensão cisalhante máxima e das respectivas orientações com relação ao eixo horizontal), PROSOL (cálculo do módulo de elasticidade e do coeficiente de Poisson em função das tensões principais pela forma digital para análise não linear), TENS (cálculo do estado de tensões em cada ponto de integração), e MAIN (programa principal) foram codificadas por MAHLER (1974). As subrotinas GAMAL (cálculo do vetor de cargas consistentes em cada elemento devidas a forças de massa e as distribuídas no vetor de cargas global) e ISOPE (cálculo da matriz de rigidez de cada elemento) foram codificadas por MAHLER e PEREIRA (1988a). As subrotinas TENSI (cálculo do estado inicial de tensões em cada ponto nodal quando do início do lançamento das camadas do aterro), ESTADO (cálculo e atualização da mobilização de resistência ao cisalhamento nos pontos de integração) e MOBLZ (cálculo da mobilização de resistência ao cisalhamento nos pontos de integração dos elementos para o estado inicial de tensões) foram codificadas por PEREIRA (1986).

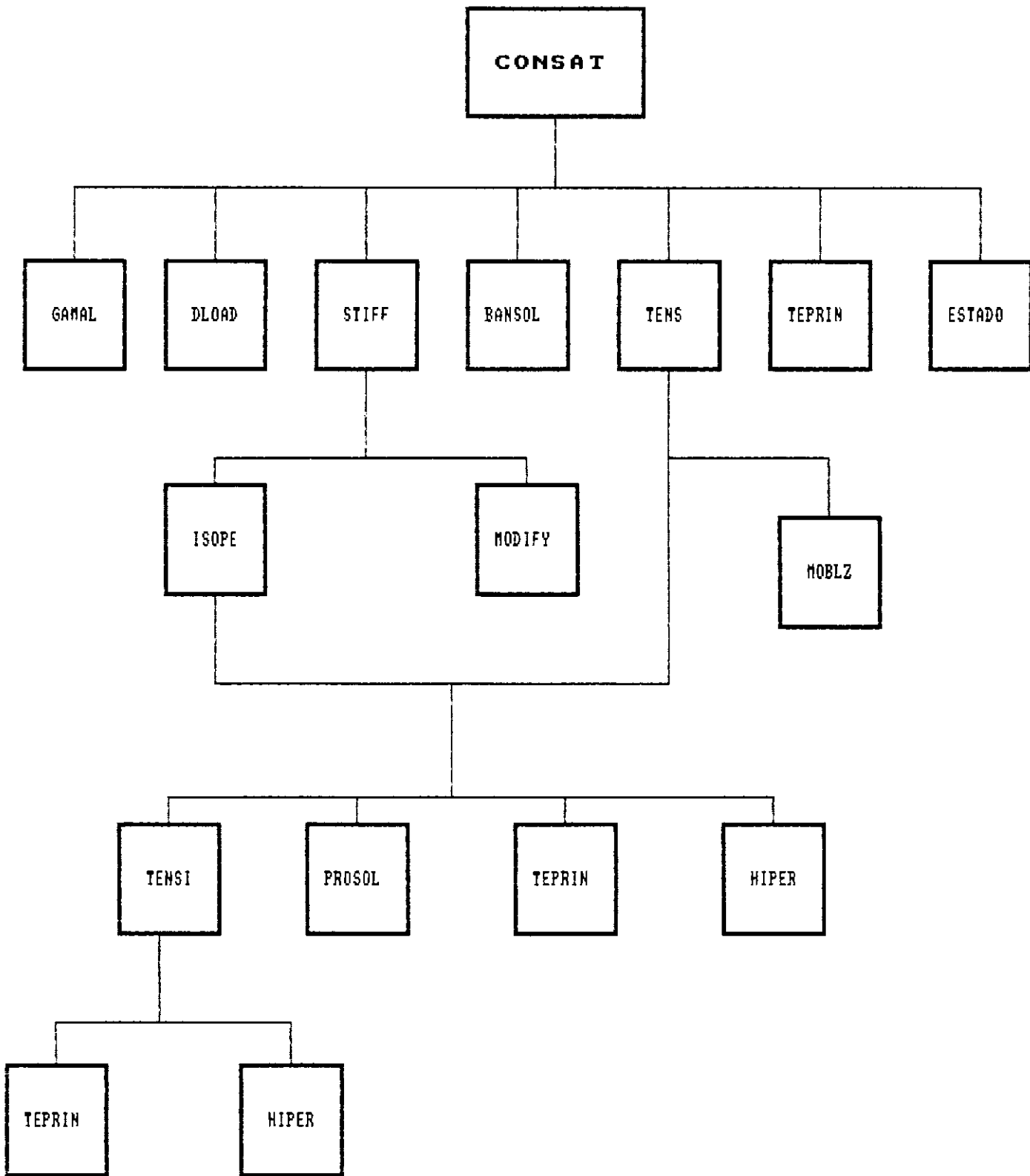


Fig.IV.2 – Estrutura hierárquica do CONSAT  
(Apud Mahler e Pereira, 1988a)

Os programas elasto-plásticos implementados foram denominados de CONSATPLAST no caso do modelo de Drucker e Prager, e de CONSATPLAST/LADE no caso do modelo de Kim e Lade.

No CONSATPLAST foram implementadas cinco subrotinas (figura IV.3): a) para o algoritmo da análise elasto-plástica (EPLAST); b) para o cálculo da matriz elasto-plástica, dos incrementos de tensões, das tensões desequilibradas e da atualização de tensões e correção destas últimas (MATEP); c) para o cálculo das forças residuais (EQLOAD); d) para o algoritmo da análise elasto-plástica com aceleração da convergência (EPLAC) e e) para a saída dos resultados (PSAIDA).

No CONSATPLAST/LADE foram implementadas sete subrotinas (figura IV.4): a) para o algoritmo da análise elasto-plástica (EPLASTL); b) para o cálculo dos incrementos das tensões, das tensões desequilibradas e da atualização de tensões (TENPLA); c) para o cálculo das componentes  $\partial f_p / \partial \sigma_1$  (COEFDG); d) para o cálculo das componentes  $\partial g_p / \partial \sigma_1$  (COEFDG); e) para o cálculo dos parâmetros elásticos  $E$  e  $\nu$  segundo as formulações apresentadas no item III.4.2.2 (ELADE); f) para o cálculo das forças residuais (EQLOAD); e g) para a saída dos resultados (PSAIDA).

As subrotinas EPLAC, EPLASTL, TENPLA, COEFDG, COEFDG, ELADE e PSAIDA foram codificadas pelo autor. A subrotina EQLOAD foi extraída de EBECKEN (1973), modificada por PEREIRA (1977) para o cálculo de forças de escavação e por ALMEIDA (1977) para o cálculo de forças residuais para análise elasto-plástica. As subrotinas EPLAST e MATEP foram codificadas por ALMEIDA (1977) e modificadas pelo autor. A subrotina TENSIP (implementação da subrotina TENSI) foi codificada por PEREIRA (1986) e modificada pelo autor.

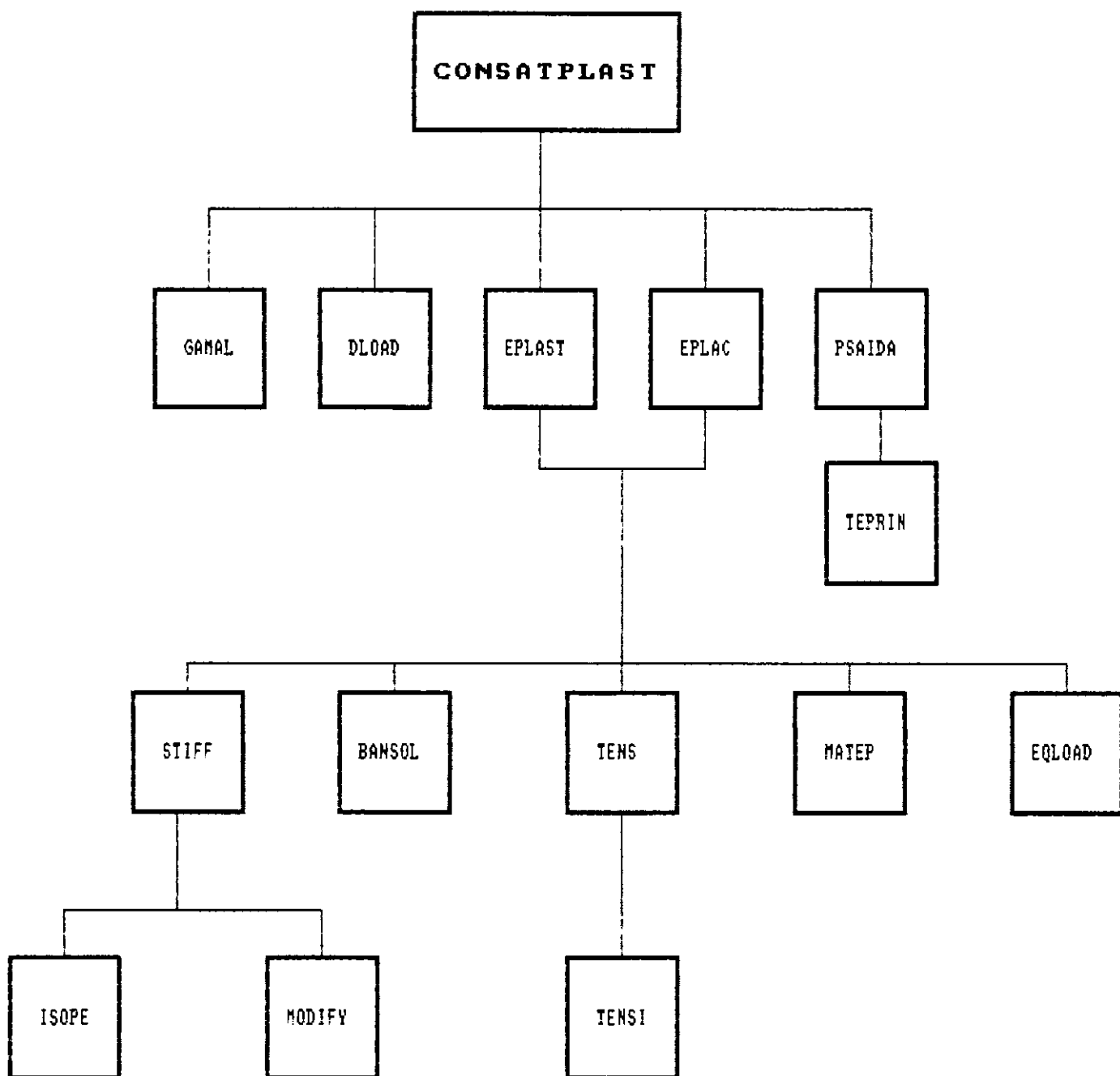


Fig.IV.3 - Estrutura hierárquica do CONSATPLAST

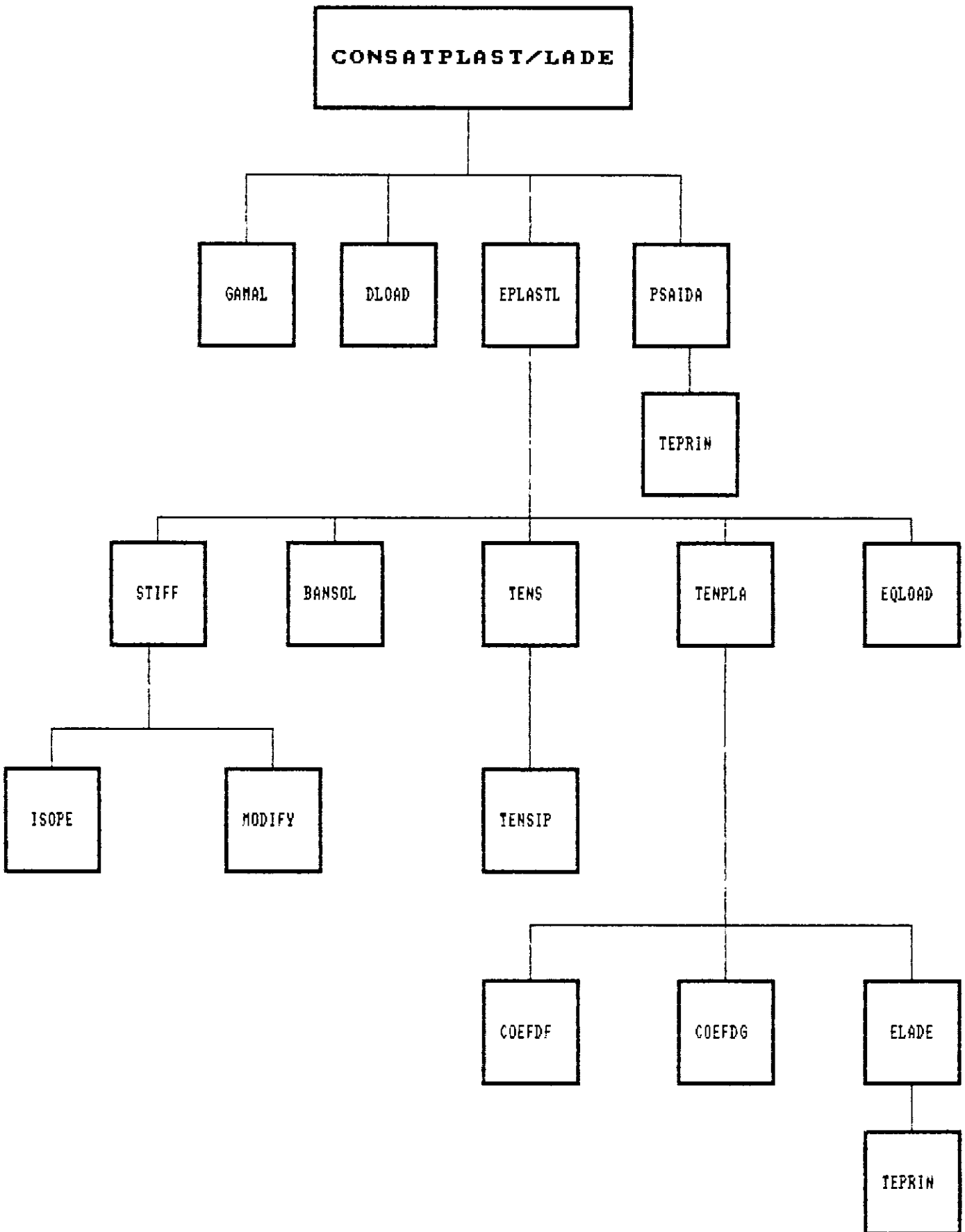


Fig.IV.4 – Estrutura hierárquica do CONSATPLAST/LADE

## CAPÍTULO V

### CALIBRAÇÃO DOS MODELOS. OBTENÇÃO DE PARÂMETROS

#### V.1 - INTRODUÇÃO

Para a calibração dos modelos elásticos e elasto - plásticos descritos no capítulo III, foram usados os ensaios feitos por MENDONÇA (1990), que analisou a potencialidade ao colapso do solo de fundação do canal de irrigação do Projeto Formoso "A" (CEPED, 1988).

Dentre estes ensaios temos, os ensaios de caracterização, os ensaios de compactação e os ensaios de compressão triaxial com ciclos de descarregamento - recarregamento, todos eles correspondentes à estaca 50+00, os quais são apresentados de maneira resumida nos itens V.2 a V.4.

Adicionalmente a estes ensaios foram realizados os ensaios de compressão isotrópica, tanto para o solo no estado natural como compactado.

#### V.2 - CARACTERIZAÇÃO DO SOLO DE FUNDAÇÃO DO CANAL

As amostras do solo de fundação do canal correspondentes à estaca 50+00, foram extraídas em blocos por "escultura" de uma profundidade de 4,00 m num total de vinte e seis, das quais sete foram ensaiadas na COPPE.

Os ensaios de caracterização compreenderam basicamente a granulometria, densidade dos grãos, limites de Atterberg, umidade e peso específico seco, cujos resultados foram os seguintes:

Profundidade da amostragem ..... 4,00 m

## Granulometria:

pedregulho .....	0%
areia grossa .....	0%
areia média .....	2,9%
areia fina .....	75,39%
silte .....	5,99%
argila .....	15,72%
Classificação S.U. ....	SC - SM (Areia argilosa siltosa, mistura mal graduada de areia, argila e silte). A curva granulométrica é mostrada na figura V.1.

Umidade inicial .....	0,82%
Grau de saturação inicial .....	3,95%
Índice de vazios inicial .....	0,553
Não plástico	
Peso específico total .....	16,98 (kN/m <sup>3</sup> )
Peso específico seco .....	16,84 (kN/m <sup>3</sup> )
G .....	2,67

Dada a característica colapsível do solo, a tensão de préadensamento não pôde ser determinada (vide BARRETO, 1990).

### V.3 - ENSAIO DE COMPACTAÇÃO

Usando energia do Proctor normal e equipamento do MCV (Miniatura Compactado Tropical - NOGAMI e VILLIBOR, 1981), foram compactados 5 diferentes corpos de prova com umidades de 6%, 7%, 8%, 10% e 12% respectivamente. Escolheu-se este domínio de umidades levando em consideração os valores de umidades ótimas apresentados pelo CEPED (1988) de 11% a 13% para este tipo de solo. A relação diâmetro:altura de cada um destes corpos foi aprox. de 1:2 (diâm. 5 cm e alt. aprox. 10 cm). Na figura V.2, apresenta-se a respectiva curva de compactação (apud MENDONÇA, 1990), da qual extrae-se:

Peso específico seco máximo .....	21,00 (kN/m <sup>3</sup> )
Umidade ótima .....	8,10%

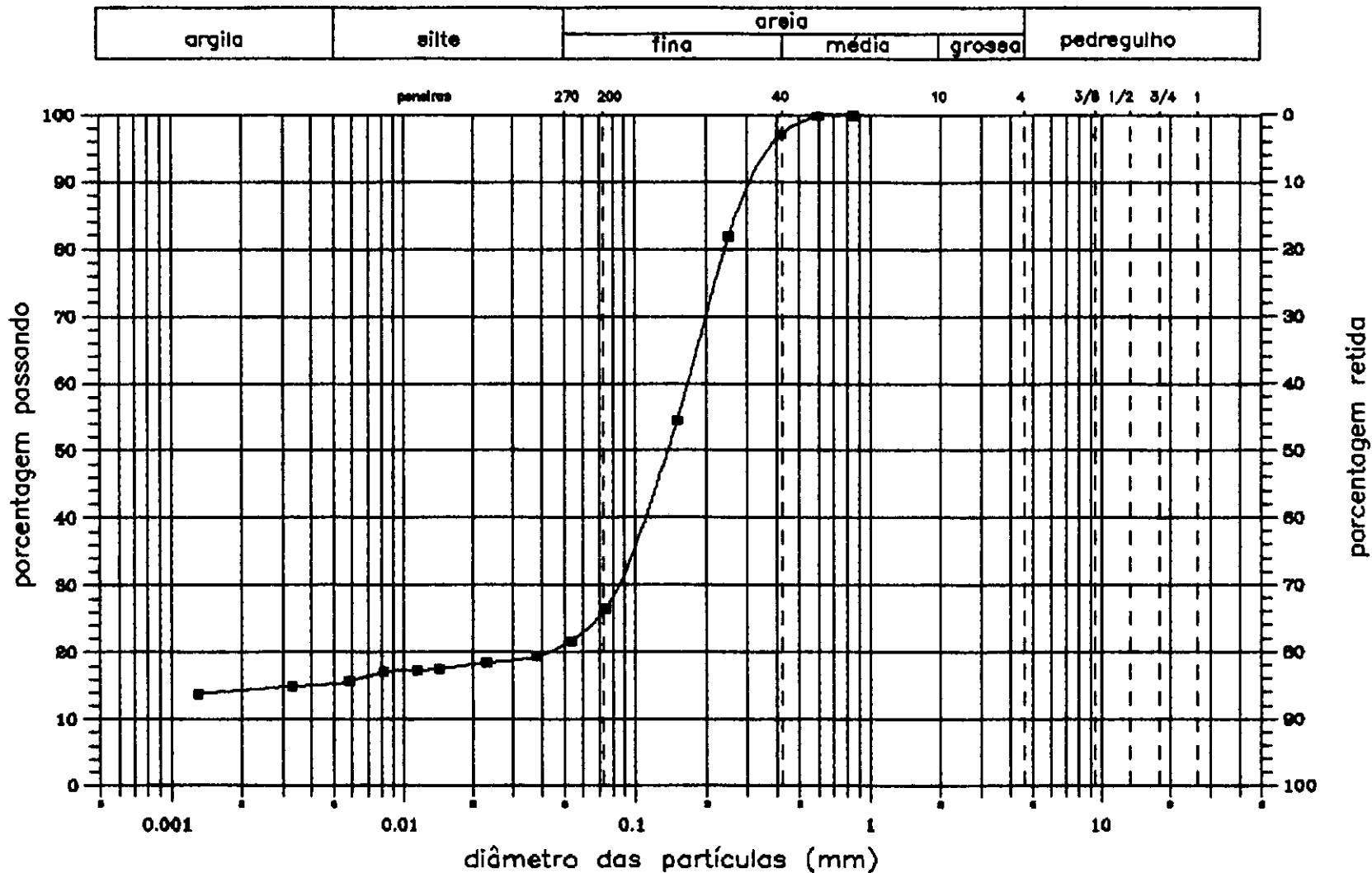
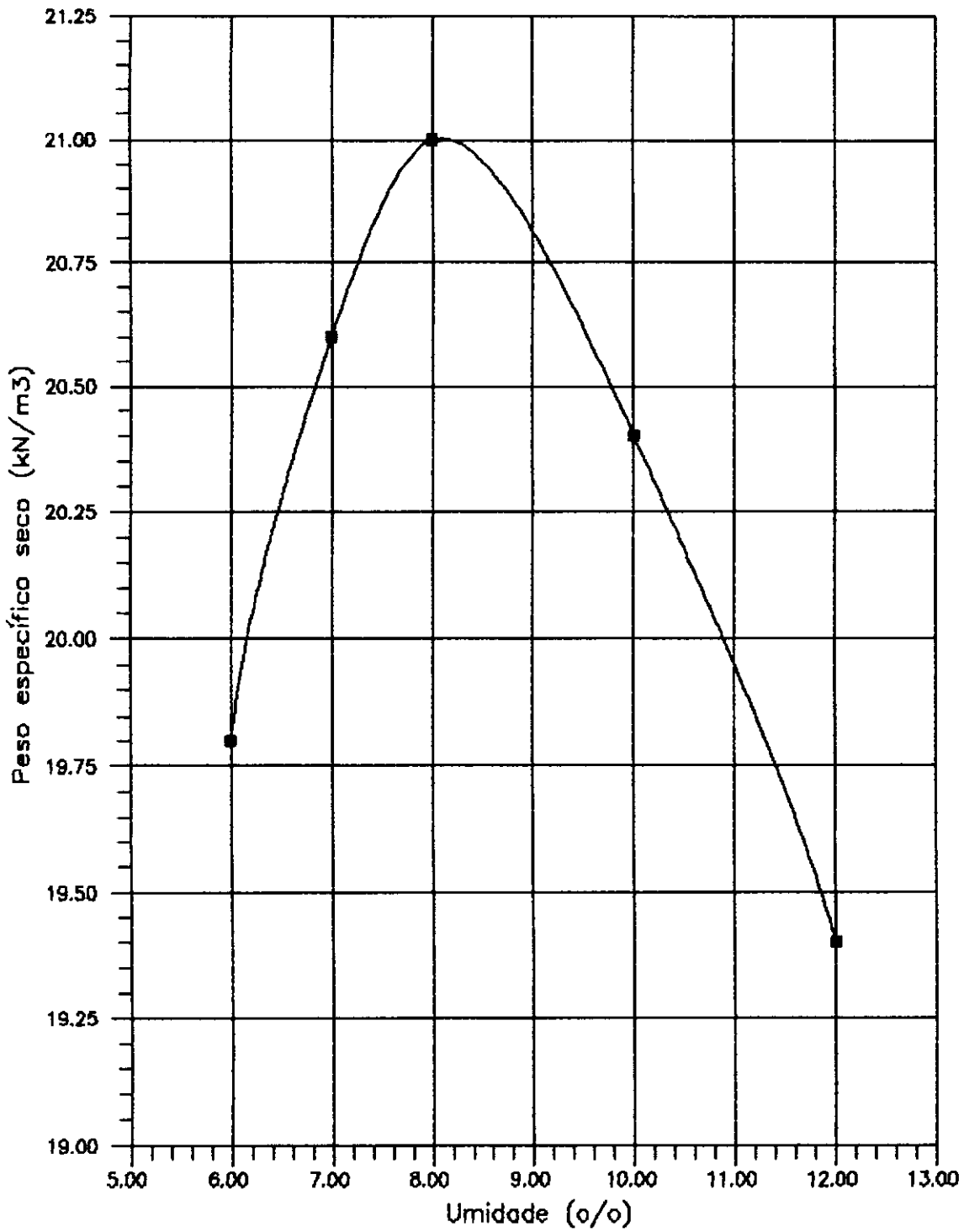


Fig.V.1 - Análise granulométrica. Estaca +50.00





Peso específico seco máx. = 21,00 (kN/m<sup>3</sup>)

Umidade ótima = 8,10 (o/o)

Fig.V.2 - Ensaio de compactação. Estaca +50.00

## V.4 - ENSAIOS TRIAXIAIS

### a) Solo natural

Dada a escassa quantidade de amostras de solo no seu estado natural disponíveis no laboratório da COPPE para poder moldar os respectivos corpos de prova (c.p.) para os ensaios triaxiais, conseguiu-se preparar apenas cinco c.p. no estado natural com uma relação diâm.:alt. de 1:2 (diâm. aprox. 5 cm e alt. aprox. 10 cm). Esta limitação obrigou a programar os ensaios adensados drenados (CD), com o solo natural e inundado, num mesmo ensaio.

Foram feitos três ensaios adensados drenados (CD) correspondentes às tensões confinantes de 25, 50 e 100 (kPa). Realizou-se um ciclo de descarregamento - recarregamento para o caso de 25 (kPa), e dois ciclos nos ensaios restantes de 50 e 100 (kPa). No segundo ciclo nestes dois últimos ensaios, descarregaram-se os c.p. num nível de tensões próximo a 70% da tensão respectiva de ruptura encontrada pelo CEPED (1988). Posteriormente inundaram-se os c.p. no início do recarregamento e continuaram-se os ensaios até a ruptura.

Adicionalmente foi feito um outro ensaio (CD) com tensão confinante de 25 (kPa). Neste ensaio o corpo de prova foi pré-inundado realizando-se um ciclo de descarregamento-recarregamento.

Os ciclos de descarregamento-recarregamento foram feitos para analisar o comportamento elástico do solo, enquanto que a inundação foi feita para analisar sua colapsividade.

Os resultados experimentais são mostrados nas figuras V.3 a V.8, sendo que nas figuras V.4, V.6 e V.8 apresentam-se os resultados correspondentes à inundação.

Além dos ensaios de compressão triaxial, foi feito o ensaio de compressão isotrópica, figura V.9.a.

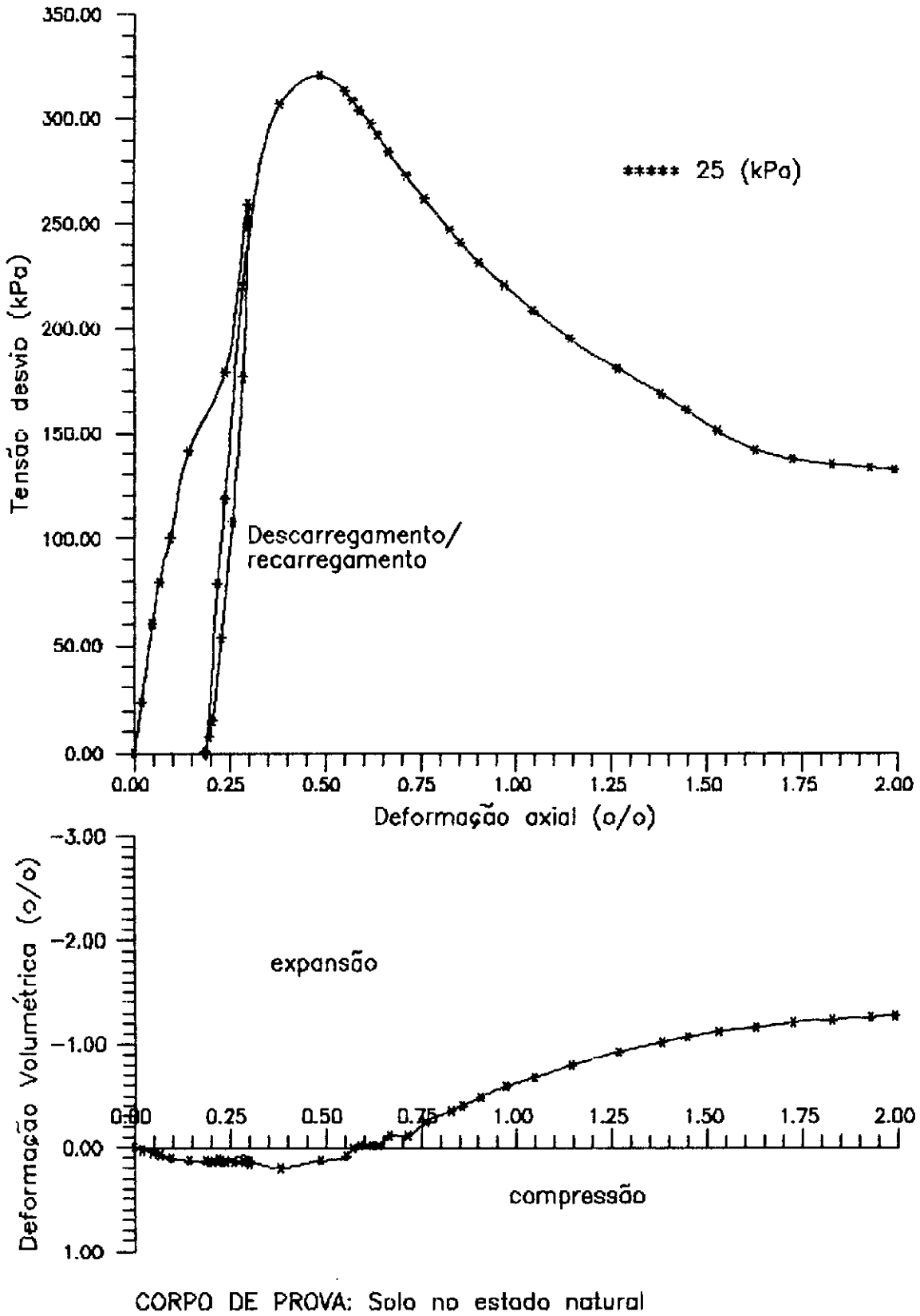


Fig.V.3 - Ensaio triaxial adensado - drenado  
(CD - 25 kPa)

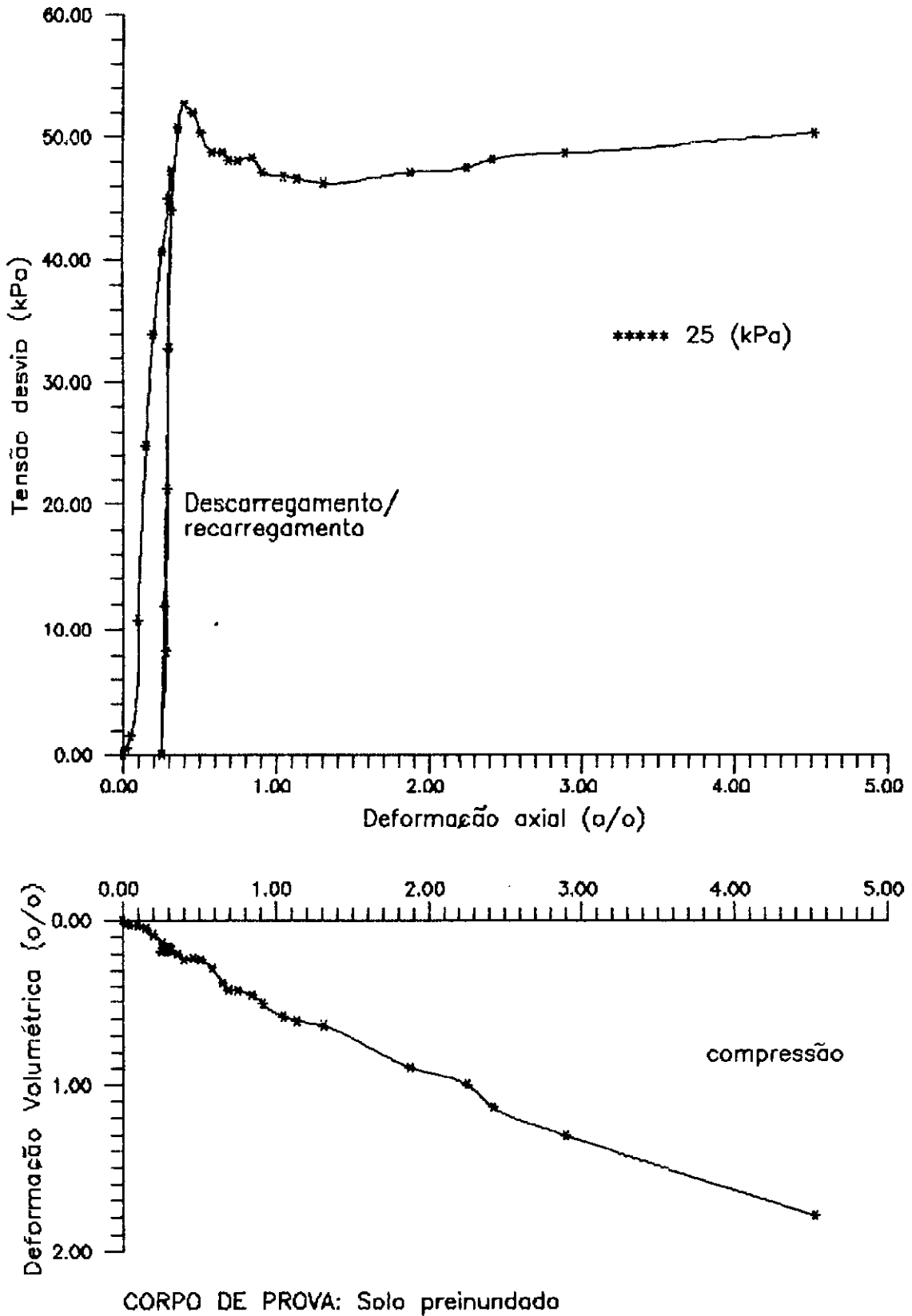
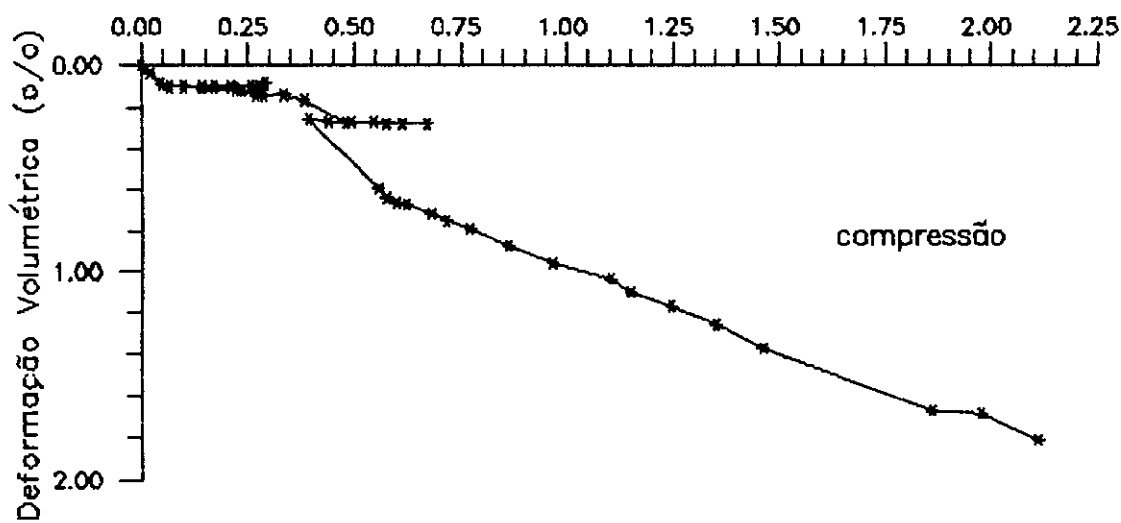
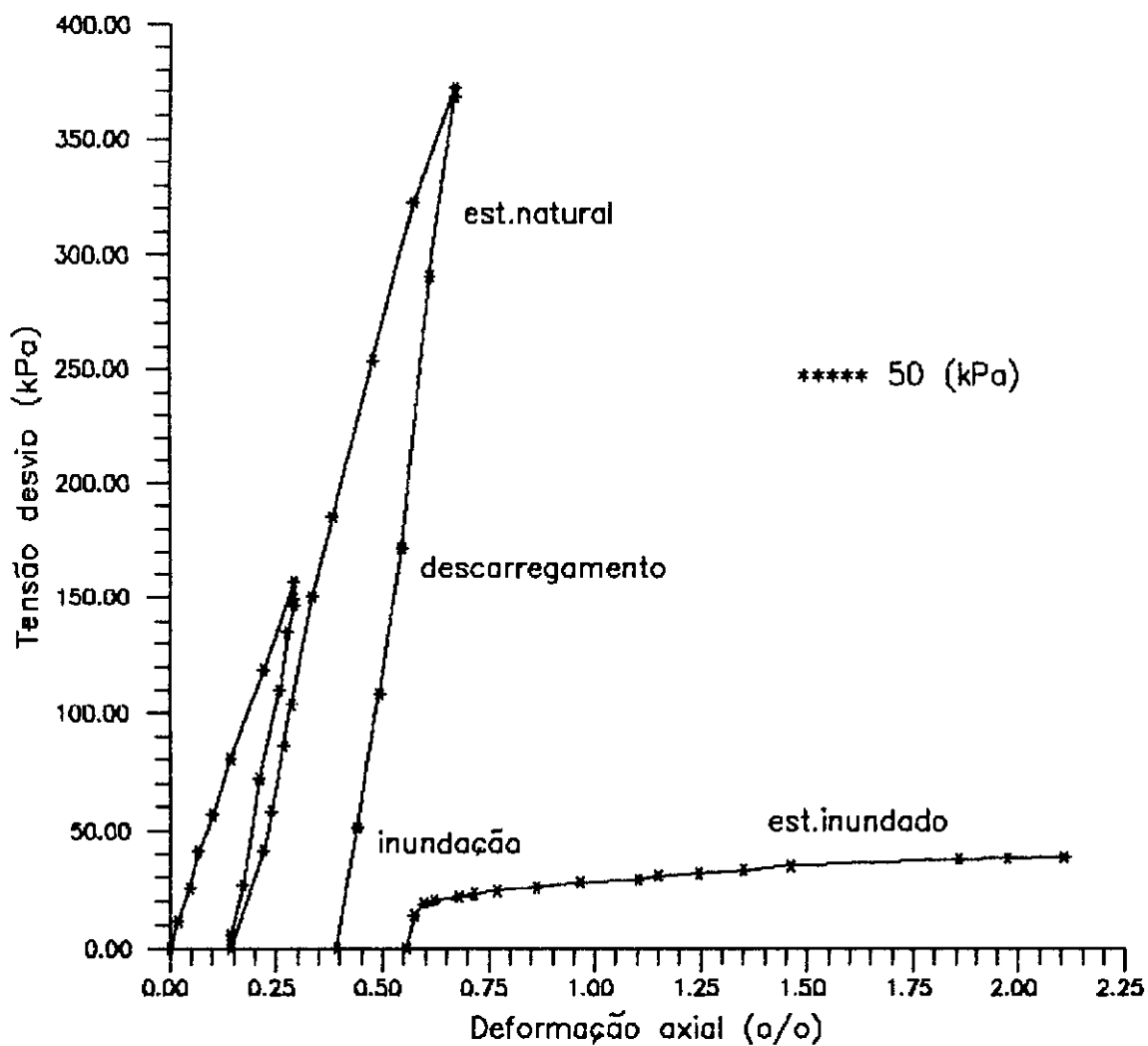


Fig.V.4 - Ensaio triaxial adensado - drenado  
(CD Preinundado - 25 kPa)



CORPO DE PROVA: Solo no estado natural e inundado

Fig.V.5 - Ensaio triaxial adensado - drenado  
(CD - 50 kPa)

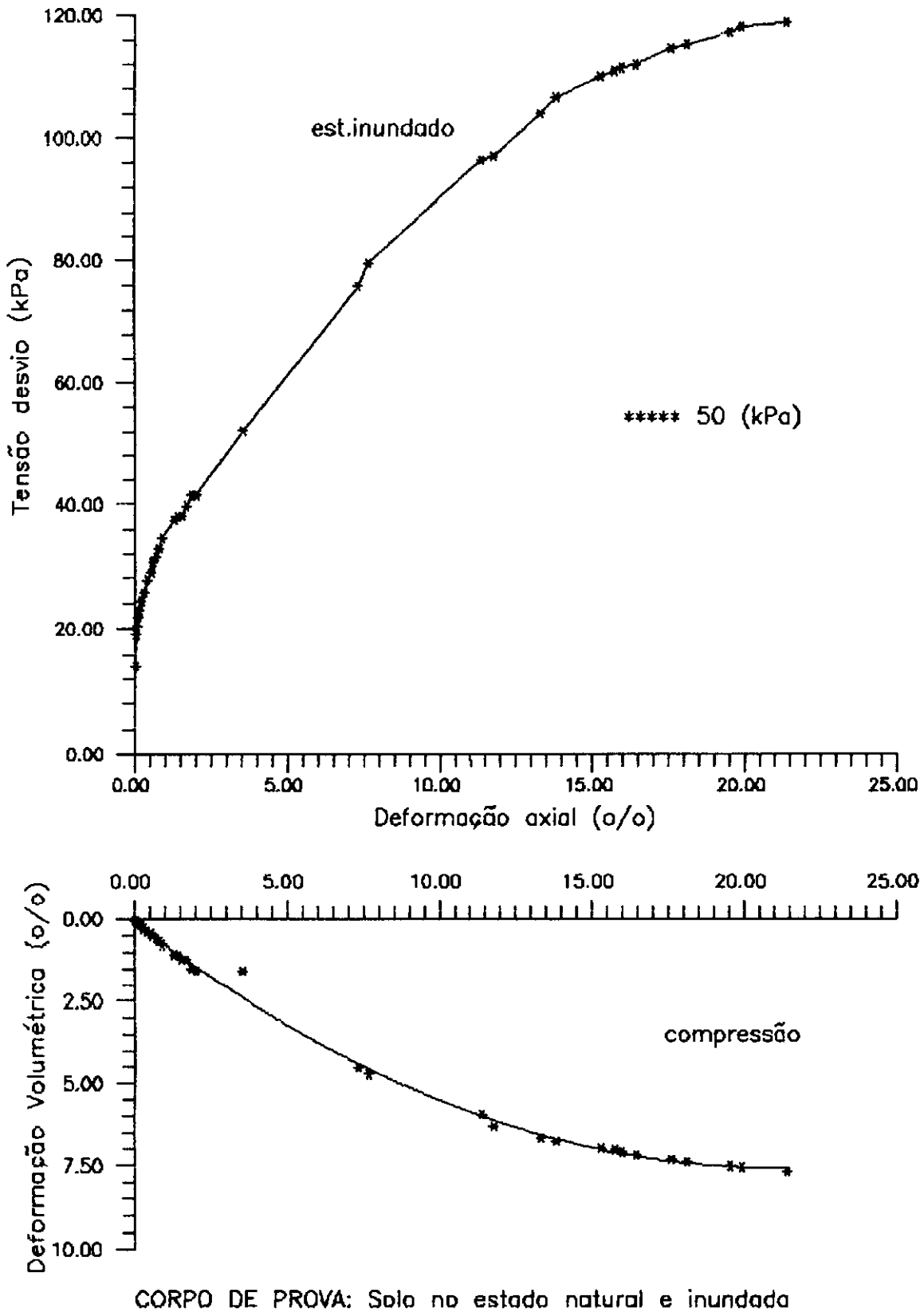
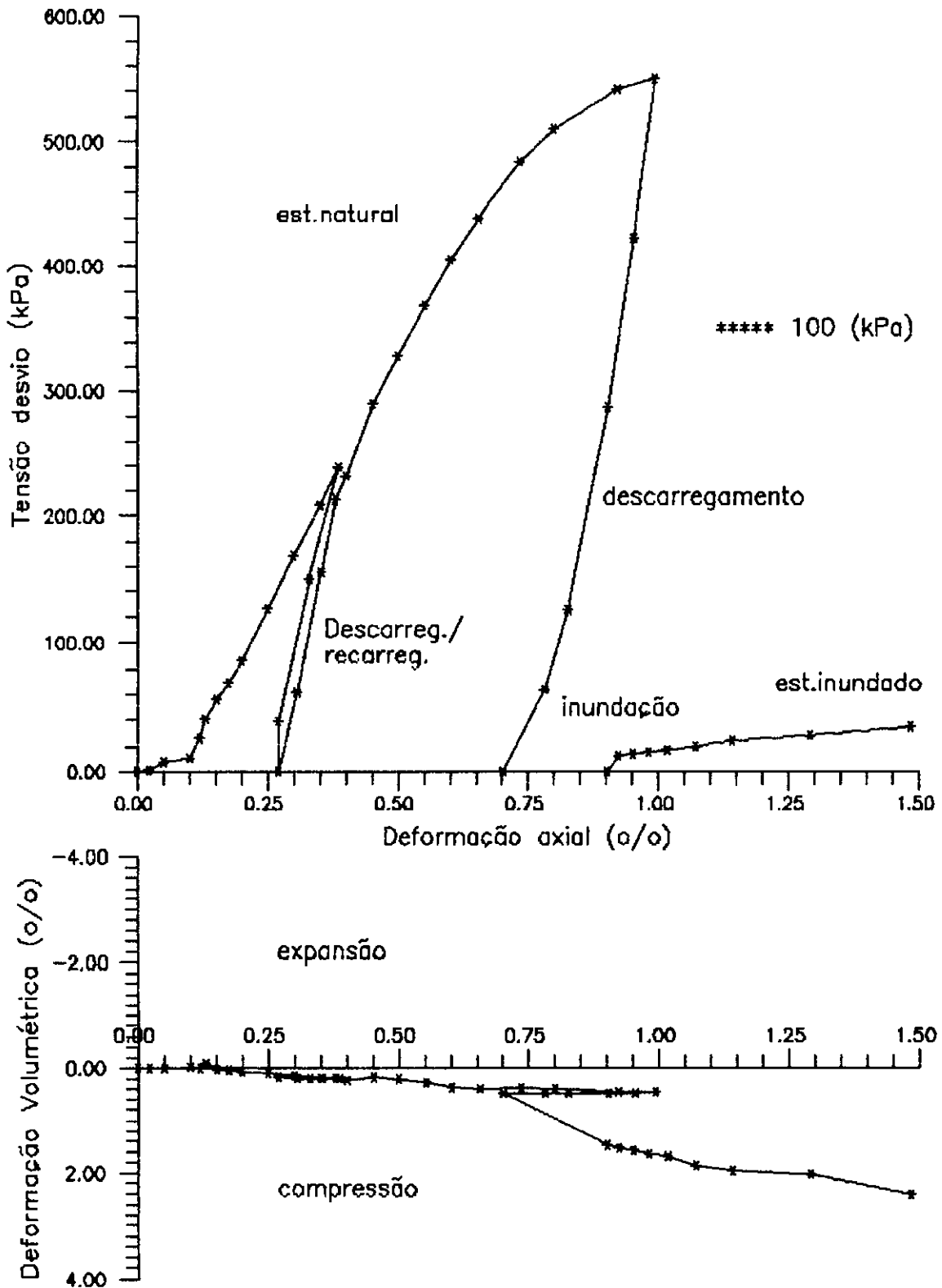


Fig.V.6 - Ensaio triaxial adensado - drenado  
(CD Inundado - 50 kPa)



CORPO DE PROVA: Solo no estado natural e inundado

Fig.V.7 - Ensaio triaxial adensado - drenado  
(CD - 100 kPa)

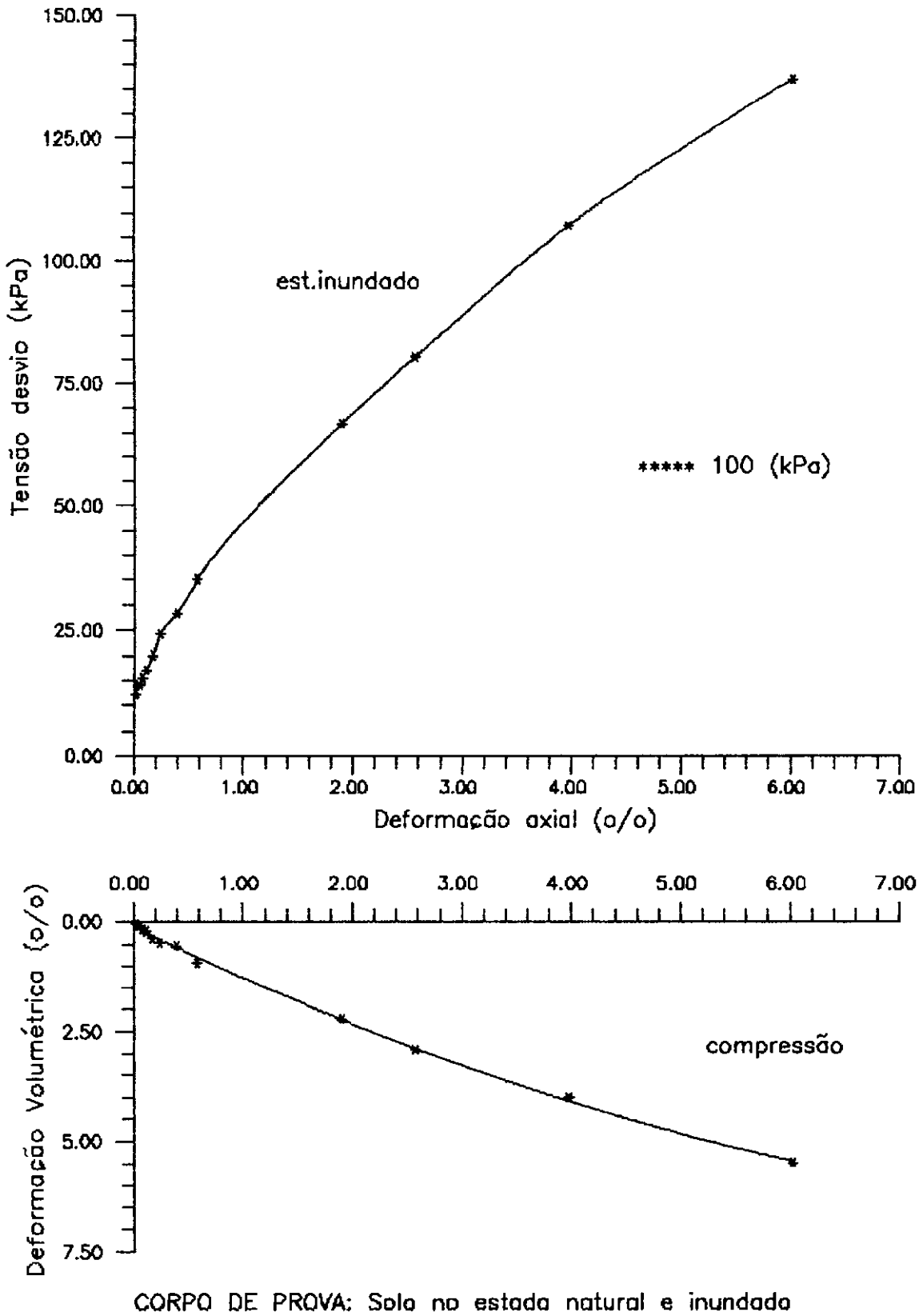
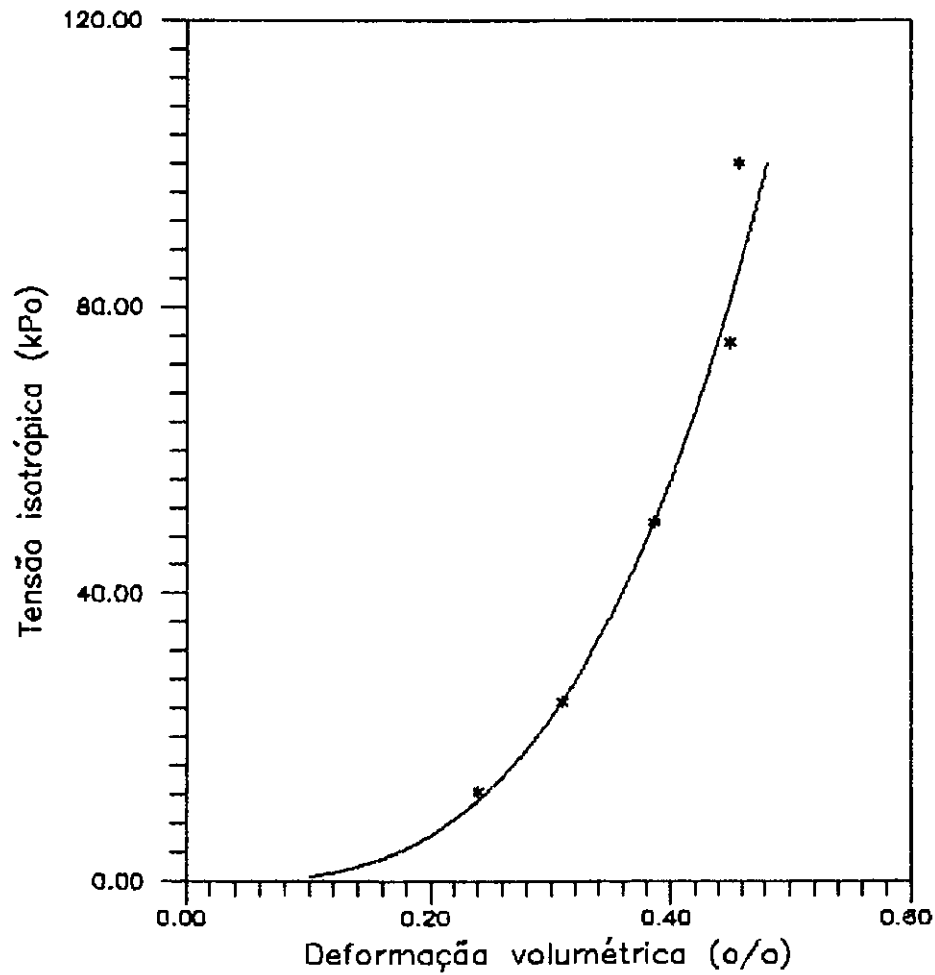
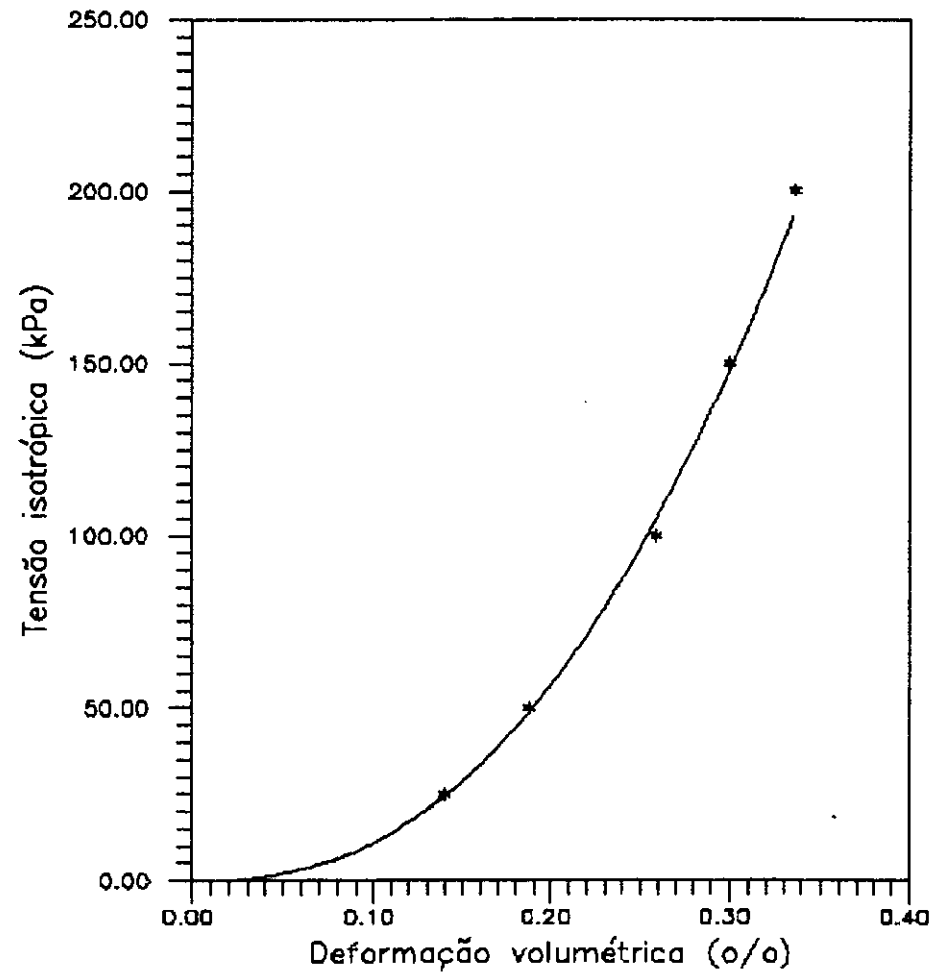


Fig.V.8 - Ensaio triaxial adensado - drenado  
(CD Inundado - 100 kPa)





a) CORPO DE PROVA: Solo natural



b) CORPO DE PROVA: Solo compactado

Fig.V.9 - Ensaios isotrópicos

### b) Solo compactado

Prepararam-se cinco c.p., os quais foram compactados a uma umidade de 8,10% correspondente à umidade ótima. Realizaram-se quatro ensaios adensados não drenados com medição da pressão neutra ( $\bar{C}U$ ) correspondentes às tensões confinantes de 25, 50, 100 e 200 (kPa), sendo que os c.p. respectivos foram previamente saturados. Em cada um destes ensaios foi feito um ciclo de descarregamento - recarregamento. Os resultados experimentais dos mesmos são mostrados nas figuras V.10 a V.13.

Da mesma forma que para o solo no estado natural, foi feito um outro ensaio de compressão isotrópica com o c.p. compactado e saturado, sendo mostrados os resultados experimentais na figura V.9.b.

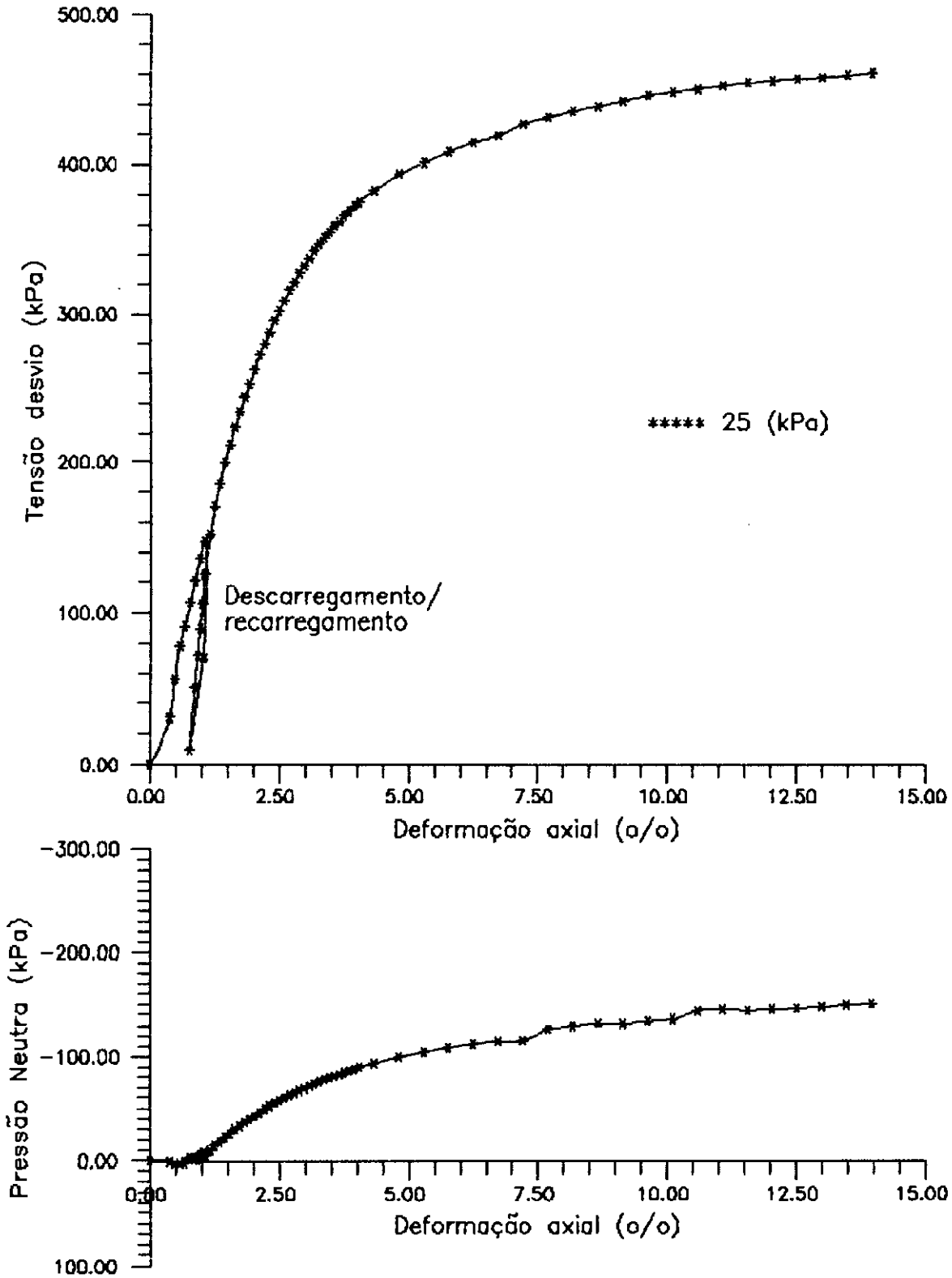
#### V.4.1 - MÓDULO DE ELASTICIDADE INICIAL E TENSÃO DEVIATÓRICA NA RUPTURA

Os seguintes valores foram extraídos de MENDONÇA (1990), incluindo-se a estes os respectivos ao solo inundado com tensões confinantes de 50 e 100 kPa.

Estaca: 50+00		Prof.: 4,00 m				Solo: SC - SM	
$\sigma_3$ (kPa)	Natural		Inundado		Compactado		
	$\sigma_{rup}$ (kPa)	$E_i$ (kPa)	$\sigma_{rup}$ (kPa)	$E_i$ (kPa)	$\sigma_{rup}$ (kPa)	$E_{iu}$ (kPa)	
25	314	116969	51	22837	461	26328	
50	---	54986	119	3500	647	57700	
100	---	77100	228	4833	633	41061	
200	---	---	---	---	789	60806	

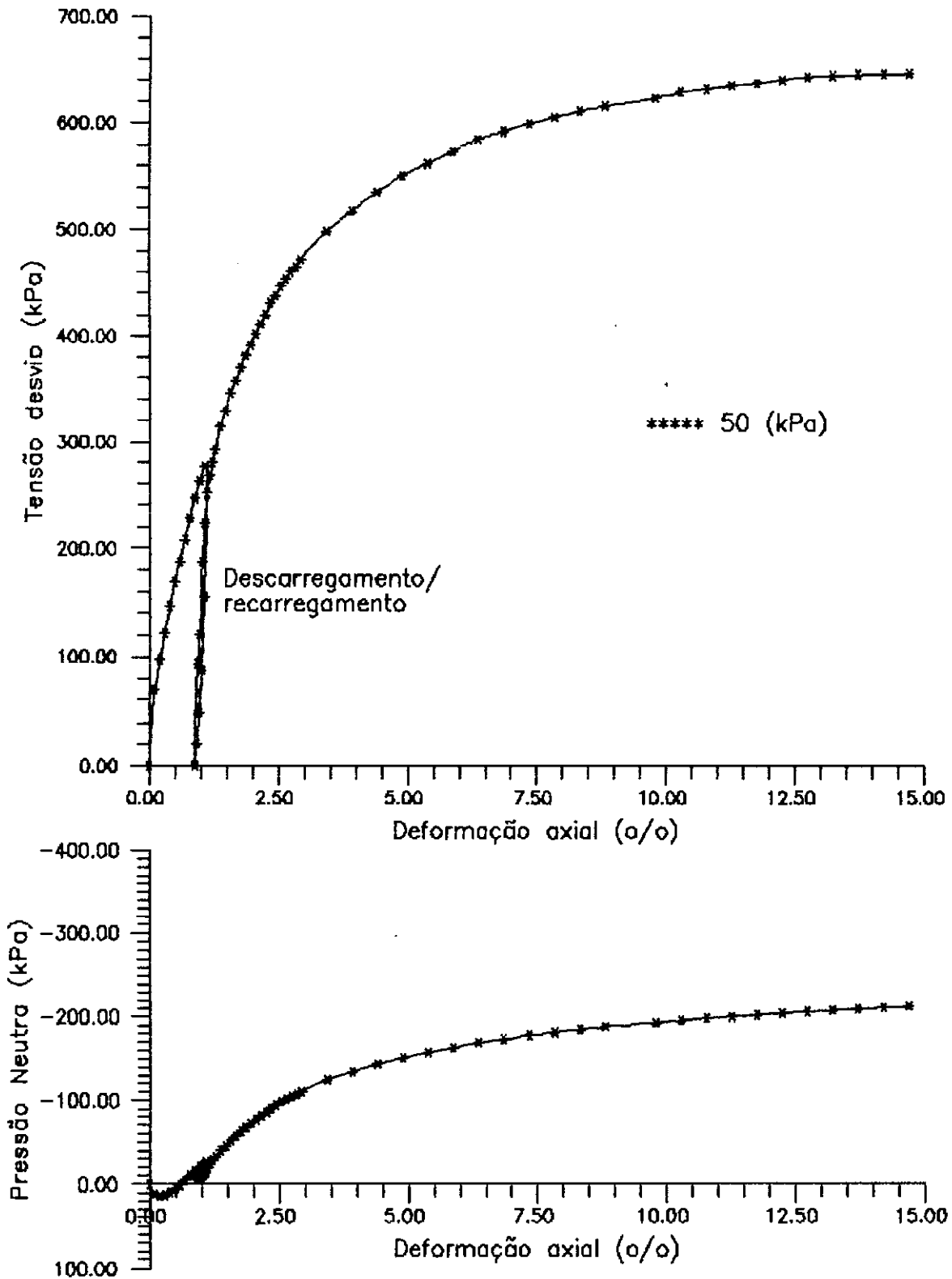
Tabela V.1 - Módulo de elasticidade inicial  $E_i$  e  $E_{iu}$ , e tensão deviatória na ruptura  $\sigma_{rup}$

O valor da  $\sigma_{rup}$  (solo inundado) para  $\sigma_3 = 100$  (kPa) foi extrapolado usando a figura V.26.



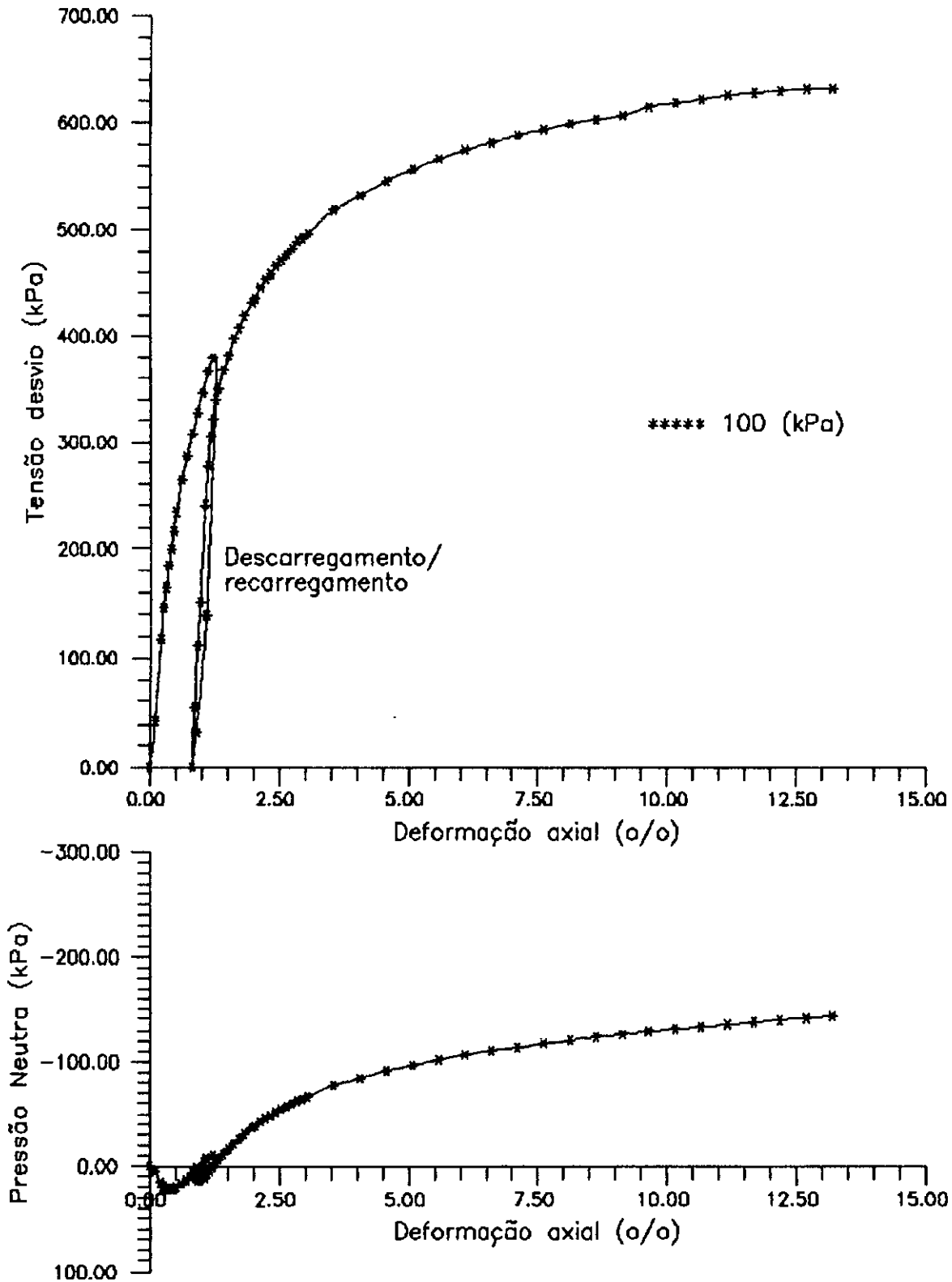
CORPO DE PROVA: Solo compactado saturado

Fig.V.10 - Ensaio triaxial adensado - rápido  
(CU - 25 kPa)



CORPO DE PROVA: Solo compactado saturado

Fig.V.11 - Ensaio triaxial adensado - rápido  
(CU - 50 kPa)



CORPO DE PROVA: Solo compactado saturado

Fig.V.12 - Ensaio triaxial adensado - rápido  
(C $\bar{U}$  - 100 kPa)

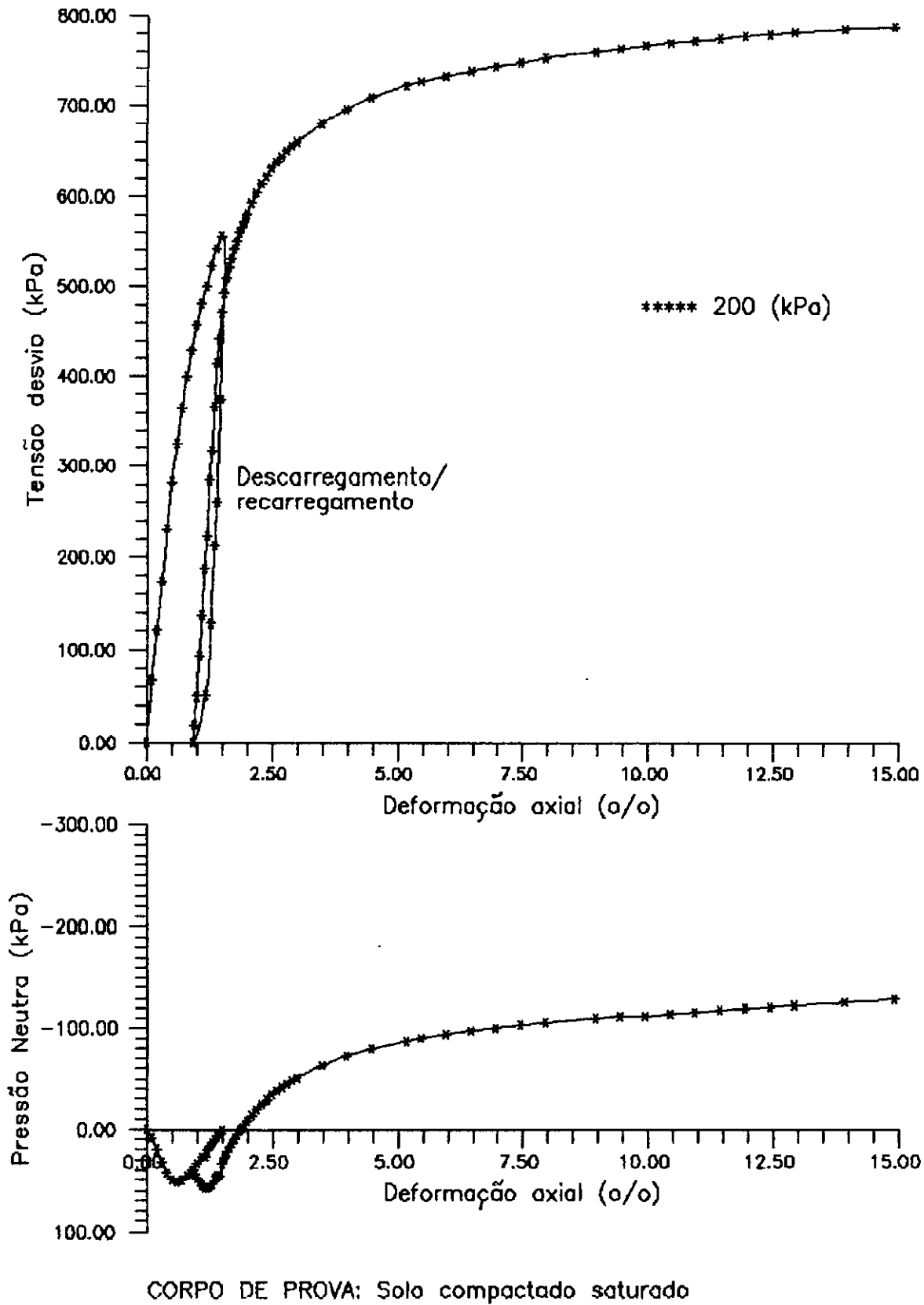


Fig.V.13 - Ensaio triaxial adensado - rápido  
(CU - 200 kPa)

Podemos observar na Tabela V.1, que para o solo no estado natural, o módulo de elasticidade inicial cai de valor, para logo crescer. Segundo cita MENDONÇA (1990), tenta-se explicar este fato como o aumento da rigidez do solo com o aumento da tensão confinante, mas se esta ultrapassar um certo valor tal que inicie a quebra dos vínculos entre os grãos e, provoque conseqüentemente um aumento na deformação, poderá provocar uma queda na rigidez. Assim sendo, as tensões de 50 (kPa) e 100 (kPa) devem ter sido suficientes para desencadear este processo de deformação contínua com o tempo até sua estabilização.

#### V.4.2 - PRESSÃO NEUTRA. PARÂMETRO $\bar{A}$

A poropressão gerada nos ensaios triaxiais  $\bar{C}\bar{U}$ , pode ser modelada fazendo uso de alguma das várias fórmulas existentes na literatura. Dentre estas pode-se citar a de SKEMPTON (1954), a de HENKEL (1958) e a de BJERRUM. Neste trabalho usou-se a fórmula citada de Skempton expressa pela seguinte equação:

$$\Delta u = \bar{A} \cdot \Delta \sigma_d \quad (V.1)$$

onde que  $\bar{A}$  é um parâmetro adimensional (parâmetro de poropressão), o qual é apresentado na tabela seguinte para o solo de fundação (compactado) da estaca 50+00 do canal de irrigação.

Estaca: 50+00		Prof.: 4,00 m	Solo: SC - SM
$\sigma_3$ (kPa)	poropressão na ruptura (kPa)		$\bar{A}$
25	-150,00		-0,325
50	-213,00		-0,329
100	-143,00		-0,226
200	-129,00		-0,163
Valor médio:			-0,260±0,040

Tabela V.2 - Parâmetro  $\bar{A}$  na ruptura

#### V.4.3 - REPRESENTAÇÃO HIPERBÓLICA DAS CURVAS TENSÃO - DEFORMAÇÃO E EXPONENCIAL DO COEFICIENTE DE POISSON

Considerando que os ensaios (CD) realizados com o solo no seu estado natural não foram levados até a ruptura, devido à inundação feita no início do recarregamento do segundo ciclo, foi preciso adotar formulações que pudessem representar adequadamente as relações tensão-deformação e deformação radial vs deformação axial (coeficiente de Poisson).

Com tal objetivo foi usada a formulação hiperbólica de Kondner desenvolvida por DUNCAN e CHANG (1970) para a representação da relação tensão deviatórica - deformação específica axial (eq. V.2), e a formulação exponencial de LADE (1972) para a representação do coeficiente de Poisson tangencial (eq. V.3). Ambas formulações são usadas no programa CONSAT,

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\epsilon_a}{\frac{1}{E_1} + \frac{\epsilon_a}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}}} \quad (V.2)$$

onde  $E_1$  é o módulo de elasticidade inicial e  $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$  é a tensão deviatórica última, e

$$\nu_t = L.m. (\sigma_3/p_a)^q . \epsilon_1^{m-1} \quad (V.3)$$

onde L, m e q são parâmetros do solo.

Baseado no software de WONG e DUNCAN (1974) para o cálculo automático dos parâmetros hiperbólicos tensão - deformação (programa SP1), o qual faz uso de deformações específicas e tensões deviatóricas correspondentes a 70% e 95% da tensão deviatórica de ruptura, foi criado um outro programa denominado como SP1DLSI (devido à inclusão da fórmula de LADE (1972) para a representação do coeficiente de Poisson tangencial e à obtenção dos resultados no



sistema internacional SI). O SP1 foi modificado para poder incluir o cálculo automático dos parâmetros hiperbólicos e exponenciais a partir de tensões deviatóricas e deformações específicas correspondentes a dois pontos quaisquer definidos pela análise descrita a seguir.

Inicialmente foram eliminados alguns pontos próximos da origem que não eram representativos do comportamento tensão - deformação, e não foram considerados aqueles pontos pertencentes aos ciclos de descarregamento-recarregamento. Logo, foram plotados os pares tensão-deformação restantes num gráfico  $\varepsilon_a/\sigma_d$  versus  $\varepsilon_a$ , traçando-se por estes uma reta ajustada, equação V.4.

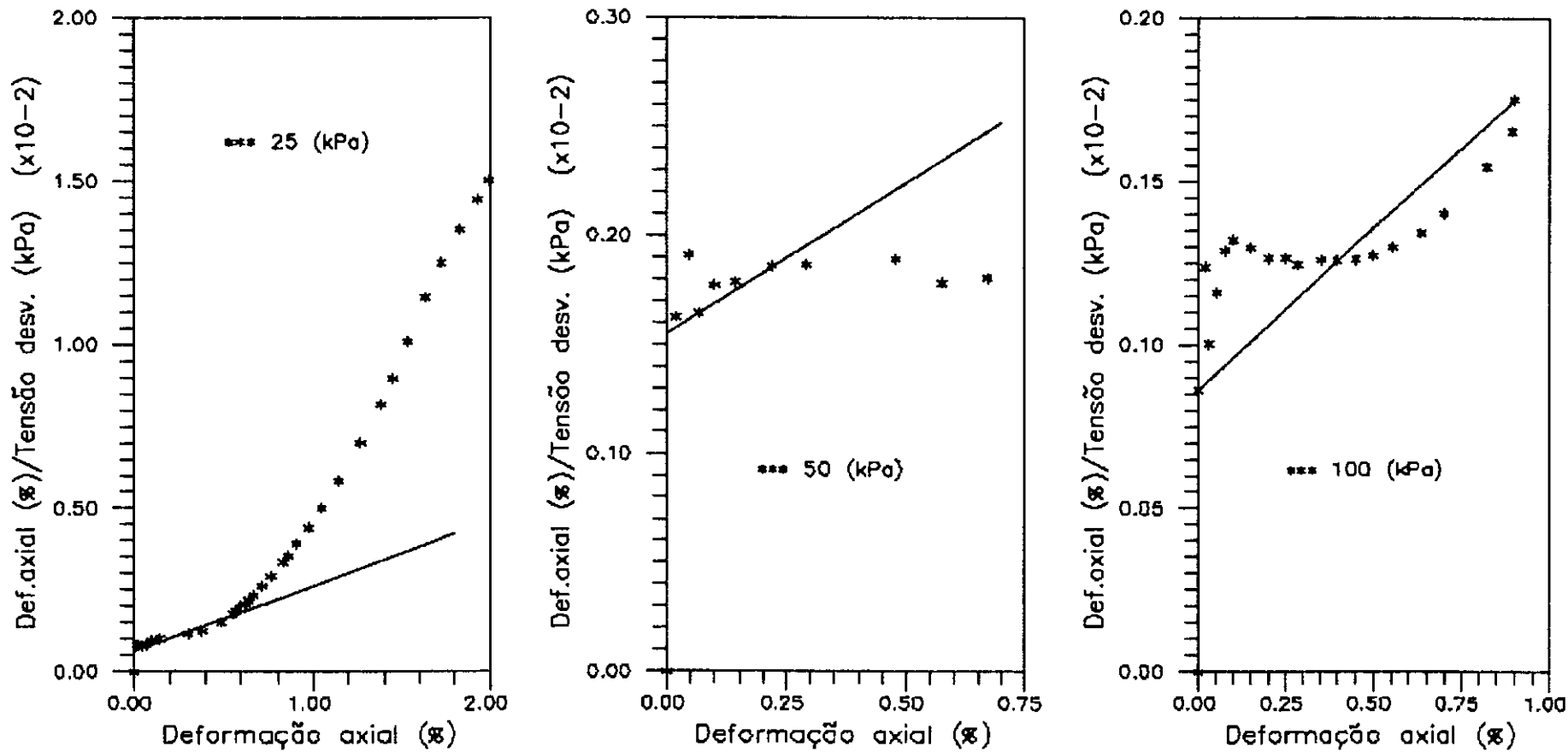
$$\frac{\varepsilon_a}{(\sigma_1 - \sigma_3)} = \frac{1}{E_1} + \frac{\varepsilon_a}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}} \quad (V.4)$$

Considerando-se que para  $\sigma_3 = 25$  (kPa), o ensaio foi levado até a ruptura com o solo no estado natural, utilizou-se o formato do ajuste da reta deste gráfico para os restantes dois ensaios com  $\sigma_3 = 50$  (kPa) e  $\sigma_3 = 100$  (kPa), tal qual é mostrado na figura V.14. Para o solo compactado, o ajuste das curvas é mostrado nas figuras V.15 e V.16. Observa-se nestes gráficos que o ajuste das retas usando a formulação hiperbólica somente foi satisfatório para o solo compactado.

Dado que para o cálculo automático dos parâmetros hiperbólicos além do par tensão-deformação é necessário o valor da tensão deviatórica na ruptura, o qual ficou indeterminado nos ensaios (CD) com o solo no estado natural para as tensões confinantes de 50 e 100 (kPa), foi usado o valor da relação de ruptura  $R_f$  do ensaio com  $\sigma_3$  de 25 (kPa) como valor médio nos três ensaios.  $R_f$  é expresso pela seguinte relação:

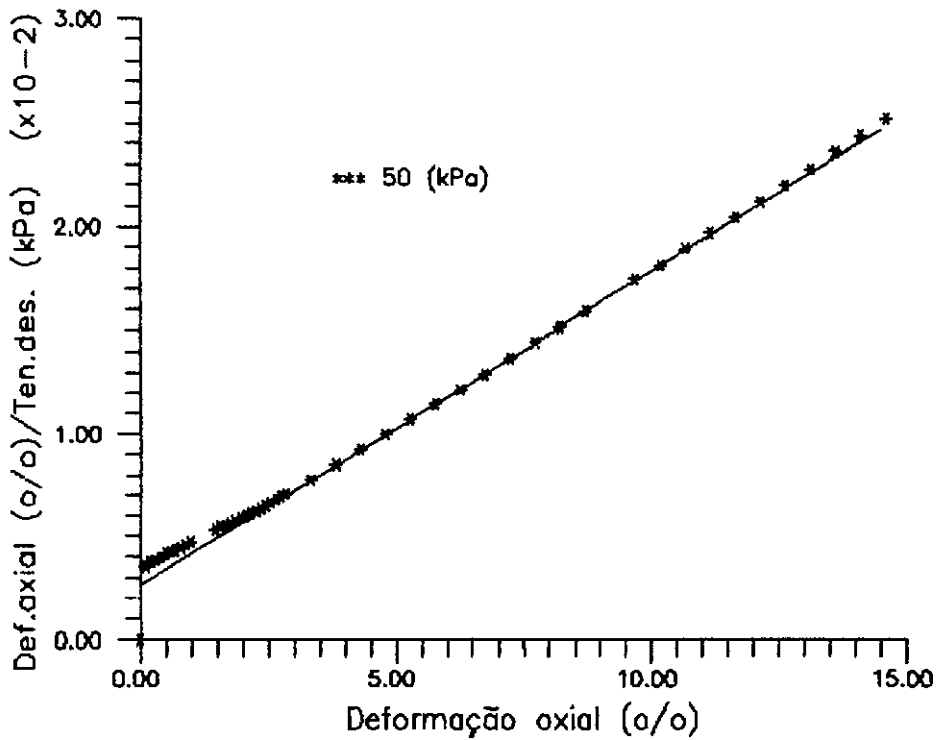
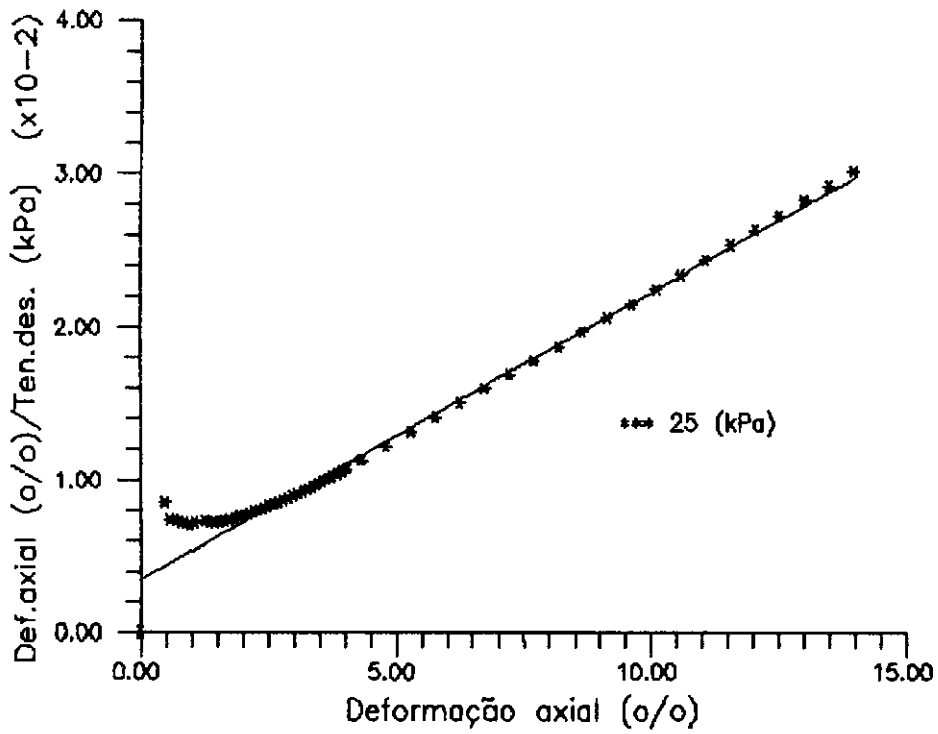
$$R_f = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}} \quad (V.5)$$

onde  $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$  é a tensão deviatórica na ruptura.



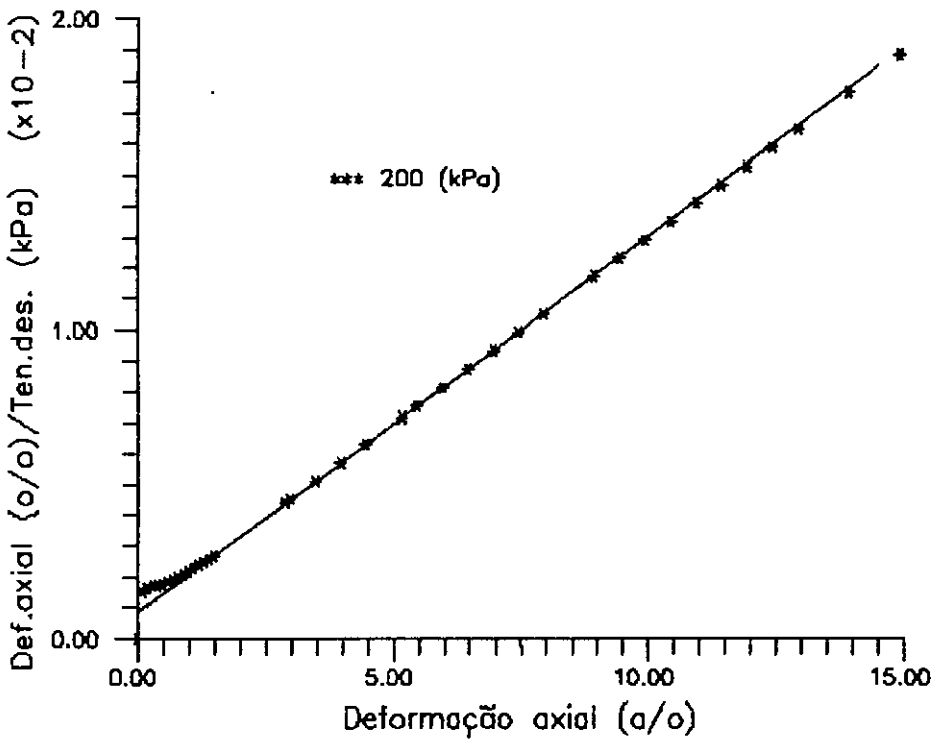
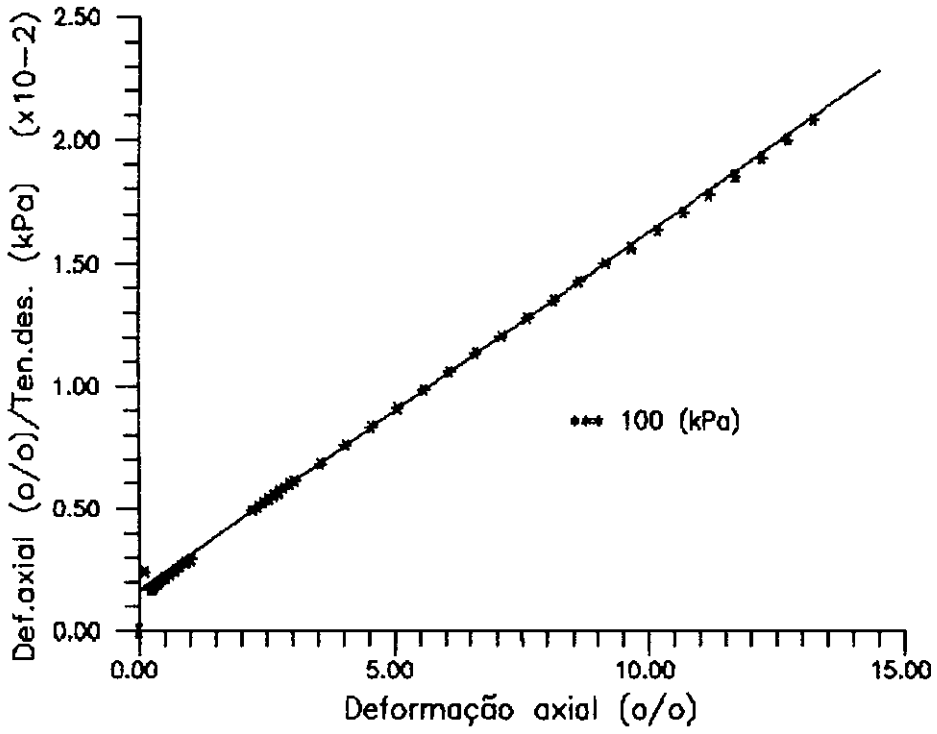
CORPO DE PROVA: Solo no estado natural

Fig.V.14 - Aplicação da formulação hiperbólica (CD - 25, 50 e 100 kPa)



CORPO DE PROVA: Solo compactado

Fig.V.15 - Aplicação da formulação hiperbólica  
( $\bar{C}_U$  - 25 e 50 kPa)



CORPO DE PROVA: Solo compactado

Fig.V.16 - Aplicação da formulação hiperbólica (C<sub>U</sub> - 100 e 200 kPa)

Para a representação da curva deformação específica volumétrica vs. deformação específica axial, foi integrada a seguinte equação:

$$-\frac{d\varepsilon_r}{d\varepsilon_a} = \nu_t = L.m. \left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right)^q \cdot \varepsilon_a^{m-1} \quad (V.6)$$

obtendo-se:

$$\varepsilon_r = -L \cdot (\sigma_3/p_a)^q \cdot \varepsilon_a^m \quad (V.7)$$

Nota-se na representação da curva  $\varepsilon_v$  vs  $\varepsilon_a$  que controlando o valor de  $\varepsilon_a$  obtém-se valores de  $\nu_t$  maiores do que 0,5, sendo que nestes casos fixou-se o valor de  $\nu_t$  em 0,5, calculando-se assim o valor de  $\varepsilon_r$ .

Nas figuras V.17 a V.23 são mostrados os valores experimentais conjuntamente com as curvas calculadas para o solo no estado natural e compactado. Nota-se nestes gráficos, que o ajuste hiperbólico foi bem realizado para o solo compactado. Para o solo natural, não se conseguiu um bom ajuste, devido principalmente ao desconhecimento dos pares tensão - deformação próximos da região de ruptura.

No referente à modelagem da poropressão fazendo uso da equação de SKEMPTON (1954), observa-se nas figuras V.20 a V.23, um ajuste pobre. Este fato deve-se principalmente à alta dispersão do valor do parâmetro  $\bar{A}$  (na ruptura), mostrada na tabela V.2.

Nas figuras V.24 e V.25 são apresentadas para estes dois casos, as curvas ajustadas de maneira resumida. Observa-se na figura V.25, que a curva  $\varepsilon_a$  vs.  $\varepsilon_v$  para  $\sigma_3$  de 50 (kPa), fica quase coincidente com a curva correspondente a  $\sigma_3 = 25$  (kPa). Isto deve-se principalmente aos poucos dados de ensaio que se dispunha para ajustar a primeira curva como é mostrado na figura V.18.

### V.4.3.1 - PARÂMETROS DA FORMULAÇÃO HIPERBÓLICA

Os seguintes valores foram obtidos fazendo uso do programa SP1DLSI citado no item V.4.3.

Estaca: 50+00		Prof.: 4,00 m		Solo: SC - SM	
$\sigma_3$ (kPa)	Natural		Compactado		$E_{1u}$ (kPa)
	$\sigma_{rup}$ (kPa)	$E_1$ (kPa)	$\sigma_{rup}$ (kPa)	$E_{1u}$ (kPa)	
25	320	122279	495	26094	
50	428	105460	538	41580	
100	643	90954	625	66260	
200	---	---	799	105593	
Parâmetros		$R_f$	k	n	
Estado					
Natural		0,641	895,40	-0,213	
Compactado		0,874	512,11	0,672	

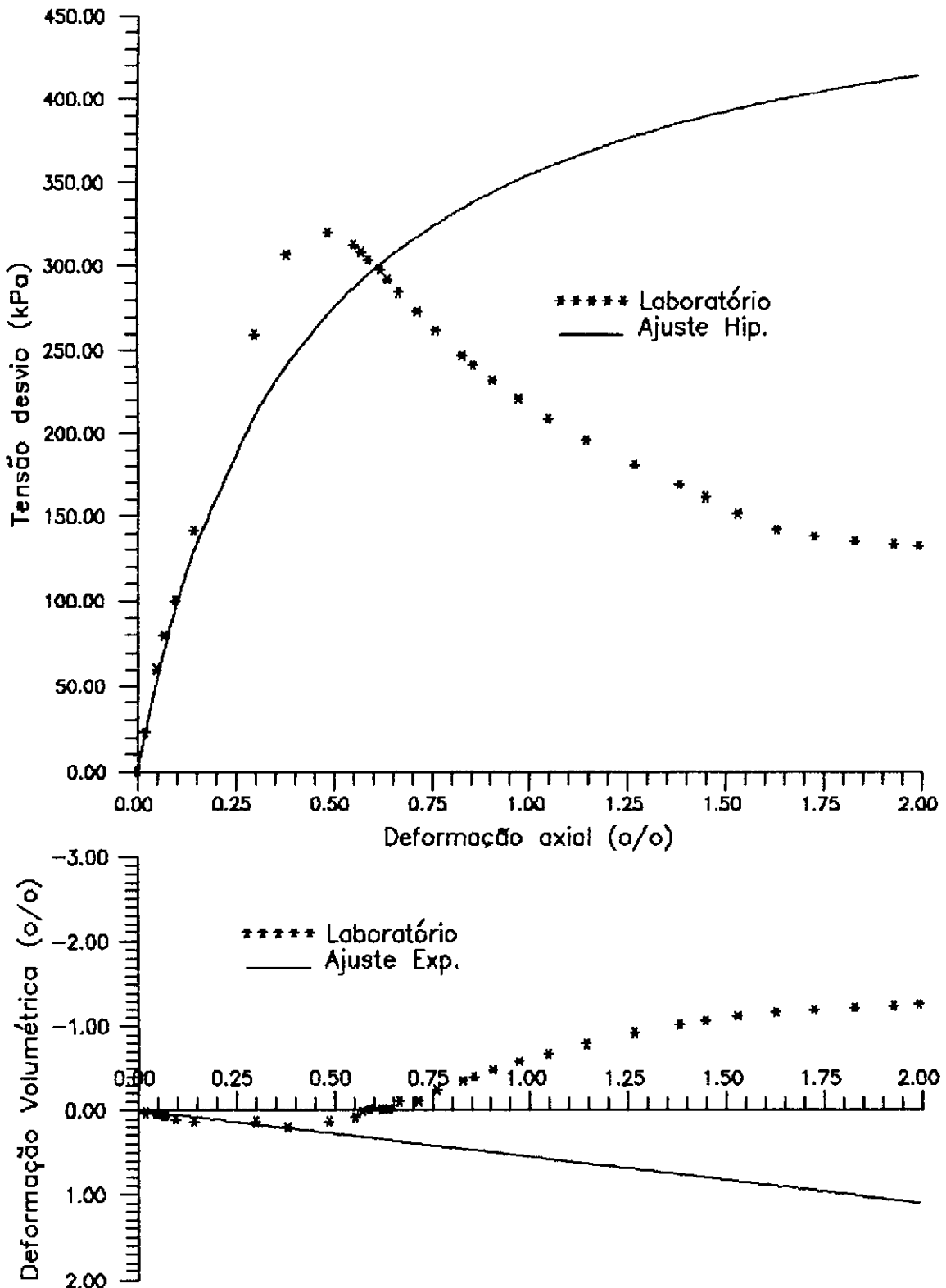
Tabela V.3 - Parâmetros da formulação hiperbólica

### V.4.3.2 - PARÂMETROS DA FORMULAÇÃO EXPONENCIAL

Da mesma forma que no item anterior V.4.3.1 os seguintes valores foram obtidos fazendo uso do programa SP1DLSI.

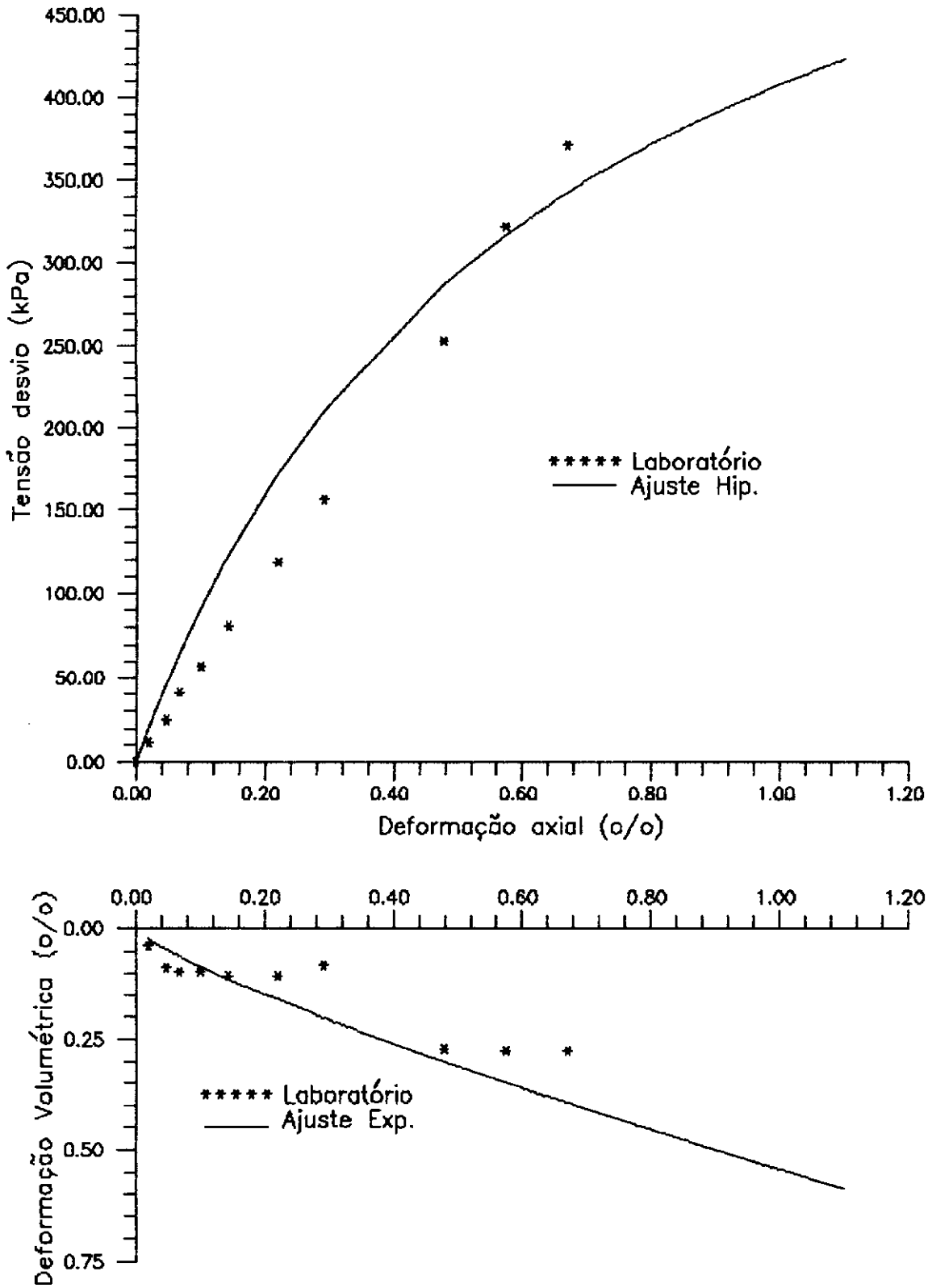
Estaca : 50+00		Prof.: 4,00 m		Solo : SC - SM	
Parâmetros		L	m	q	
Estado					
Natural		8,749	2,248	-4,238	
Compactado		0,490	1,000	0,000	

Tabela V.4 - Parâmetros da formulação exponencial



CORPO DE PROVA: Solo natural. Tens. conf. 25 (kPa)

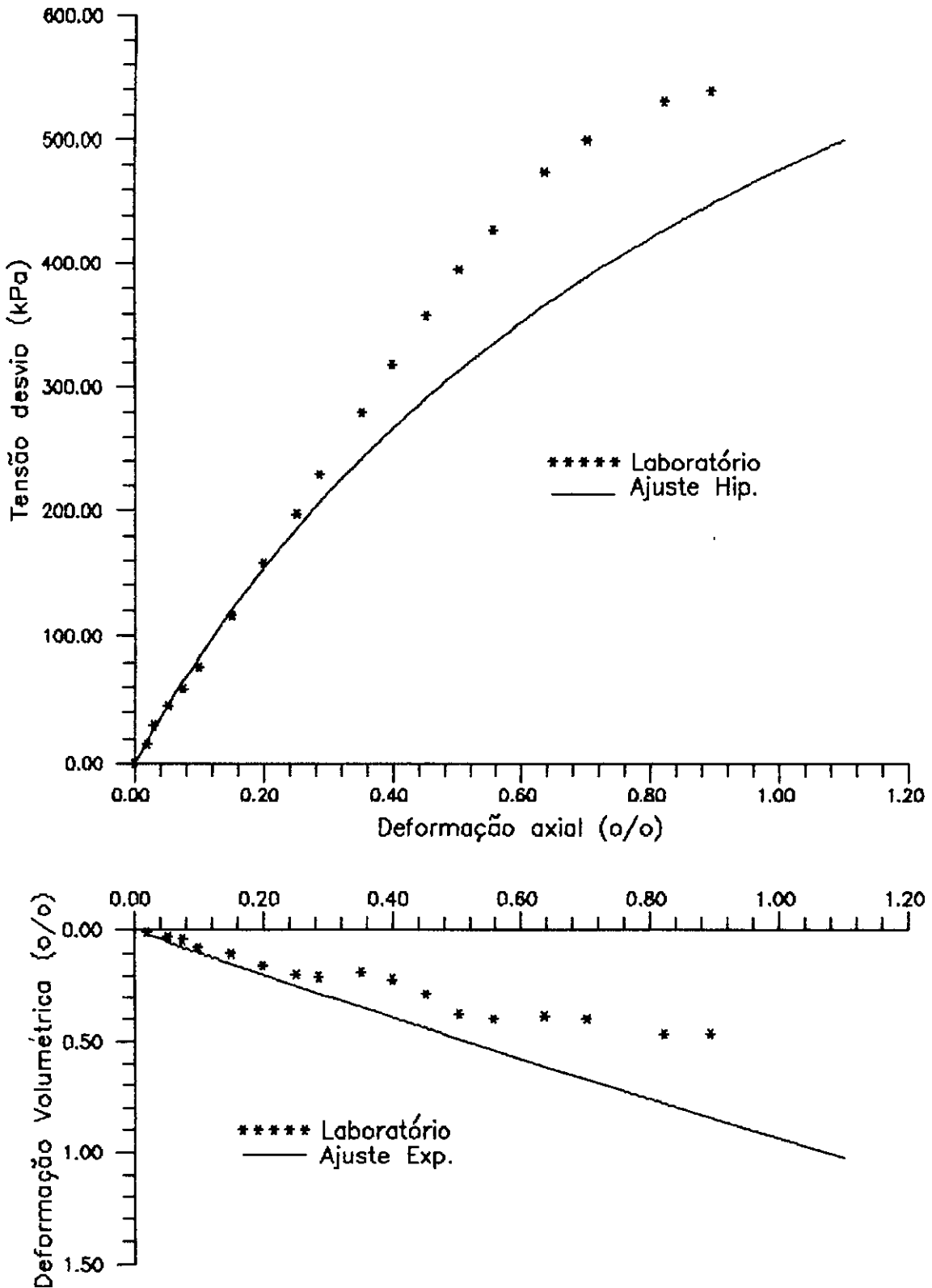
Fig.V.17 - Ajuste hiperbólico e exponencial  
(CD - 25 kPa)



CORPO DE PROVA: Solo natural, Ten. conf. 50 (kPa)

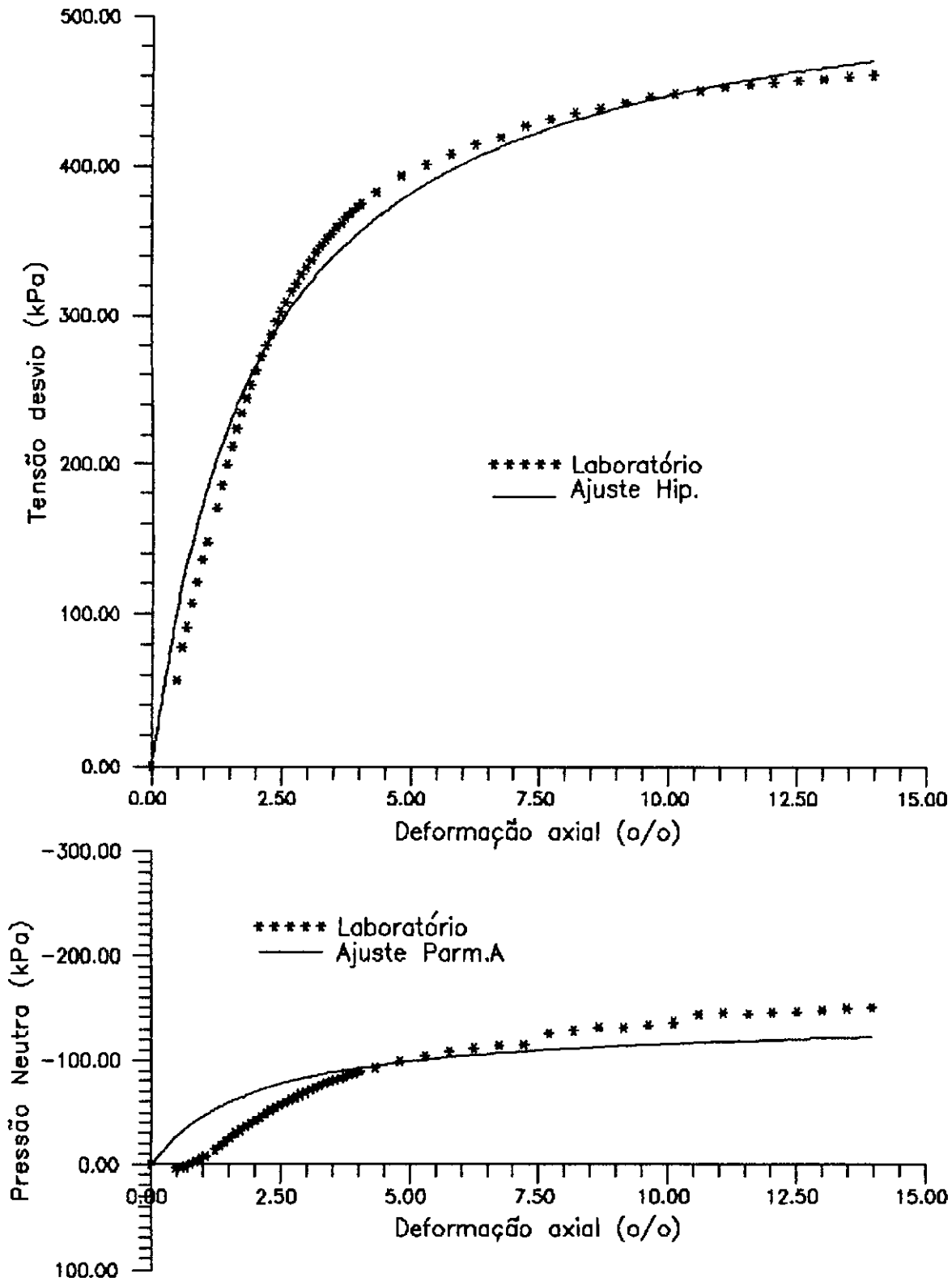
Fig.V.18 - Ajuste hiperbólico e exponencial  
(CD - 50 kPa)





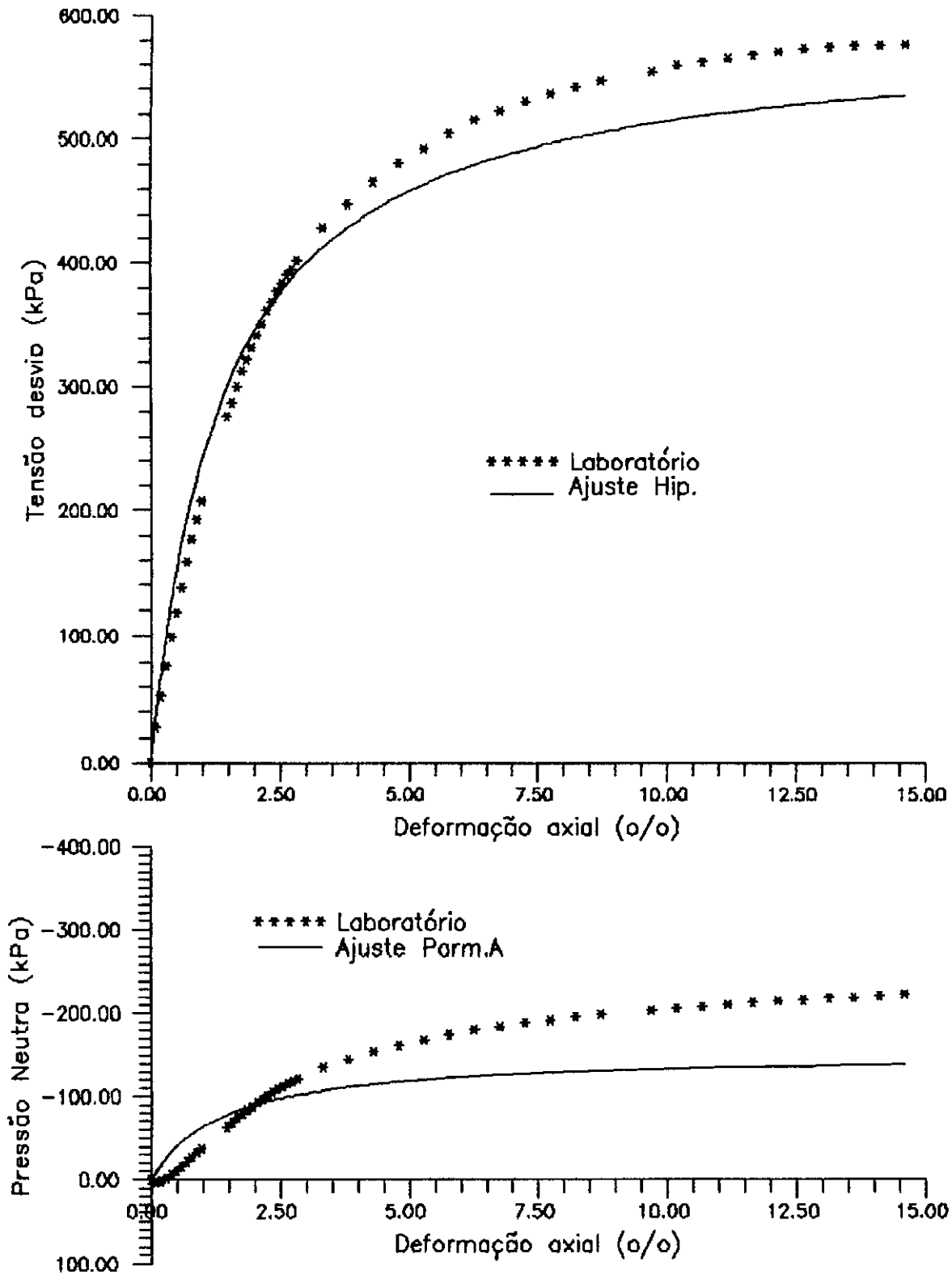
CORPO DE PROVA: Solo natural. Ten. conf. 100 (kPa)

Fig.V.19 - Ajuste hiperbólico e exponencial  
(CD - 100 kPa)



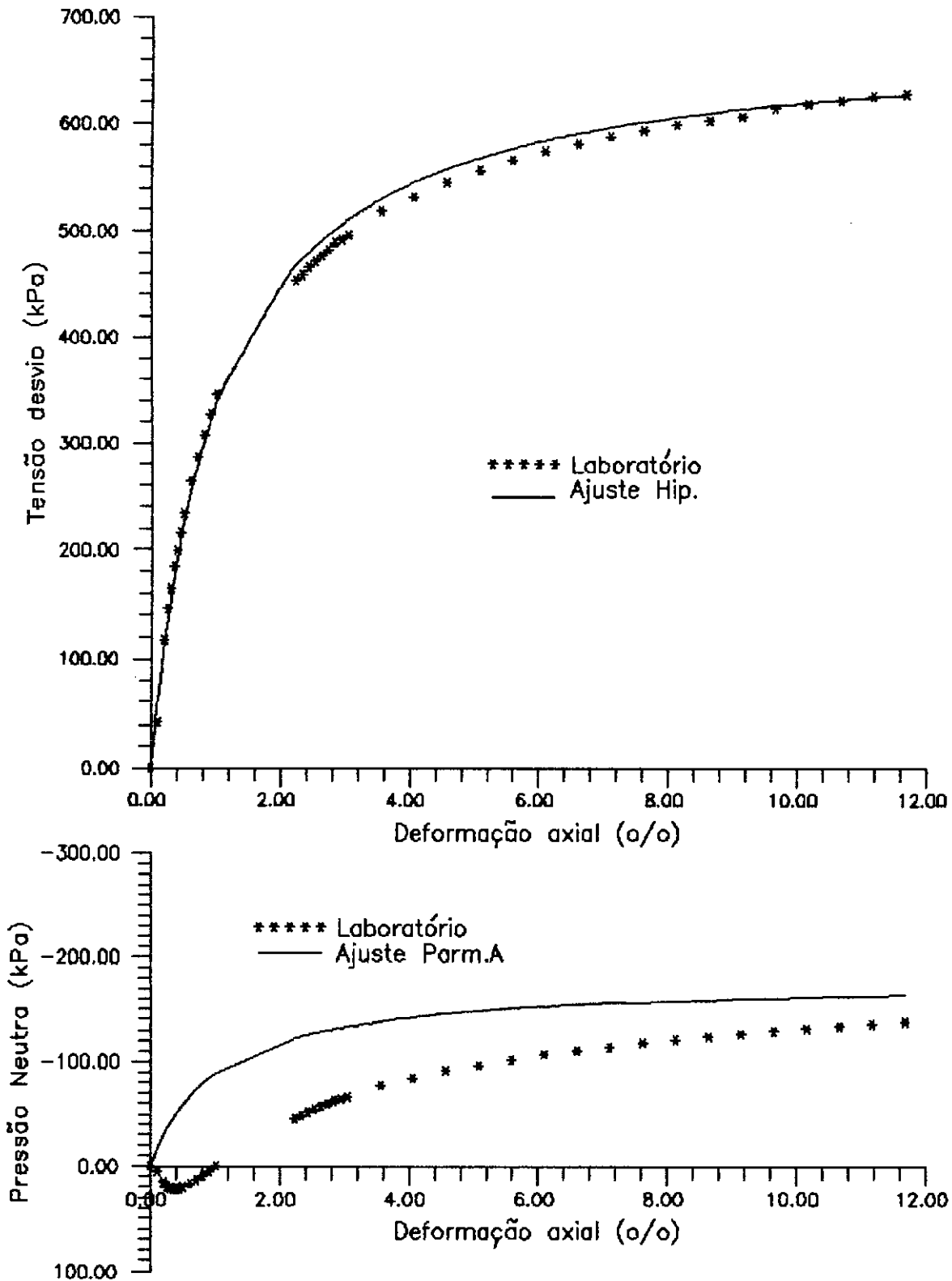
CORPO DE PROVA: Solo compac. Ten conf. 25 (kPa)

• Fig.V.20 - Ajuste hiperbólico ( $\bar{C}_U$ -25 kPa)



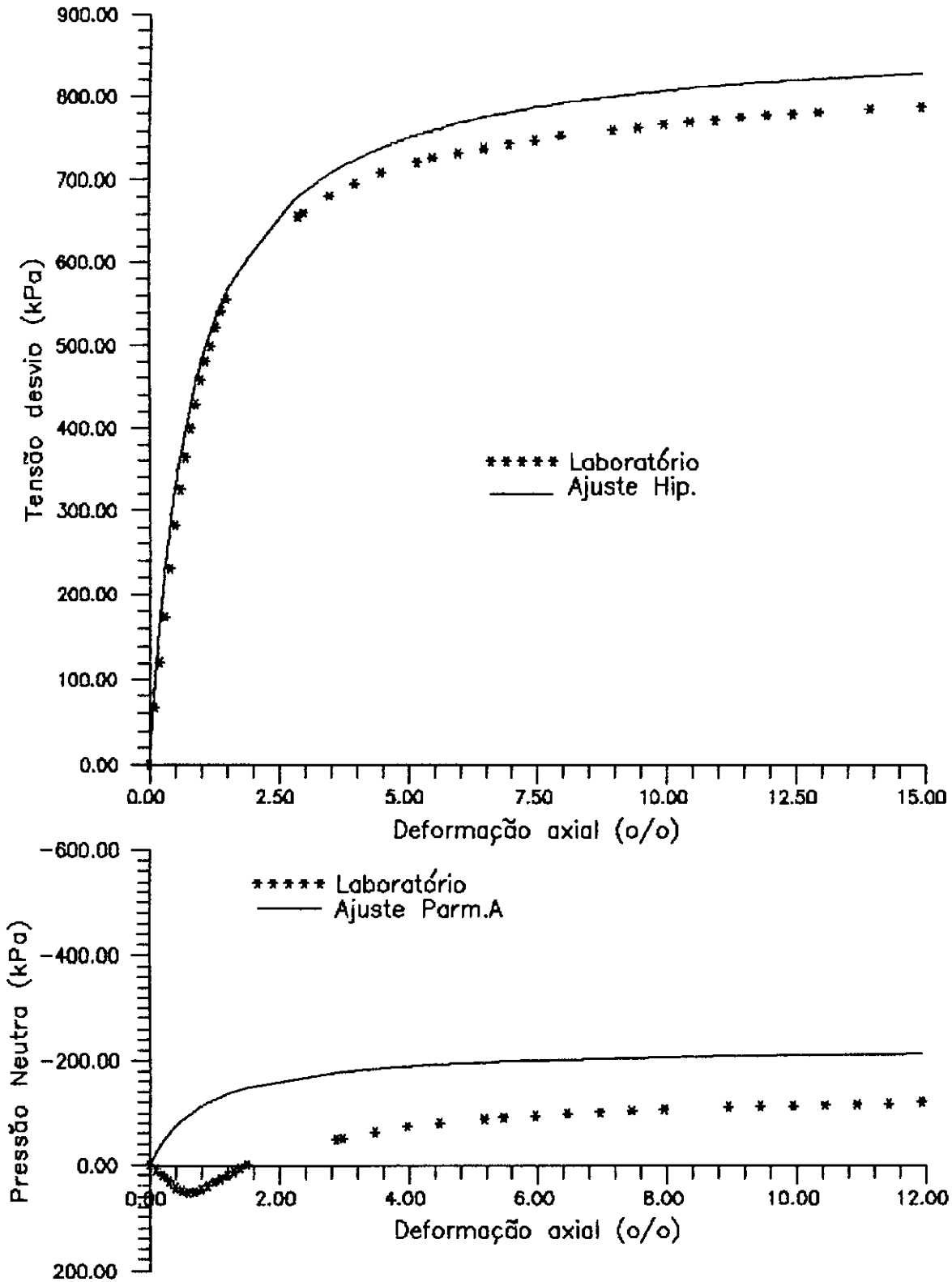
CORPO DE PROVA: Solo compac. Ten. conf. 50 (kPa)

Fig.V.21 - Ajuste hiperbólico ( $\bar{C}U-50$  kPa)



CORPO DE PROVA: Solo compac. Ten. conf. 100 (kPa)

Fig.V.22 - Ajuste hiperbólico ( $\bar{C}U-100$  kPa)



CORPO DE PROVA: Solo compac. Ten. conf. 200 (kPa)

Fig.V.23 - Ajuste hiperbólico ( $\bar{C}U-200$  kPa)

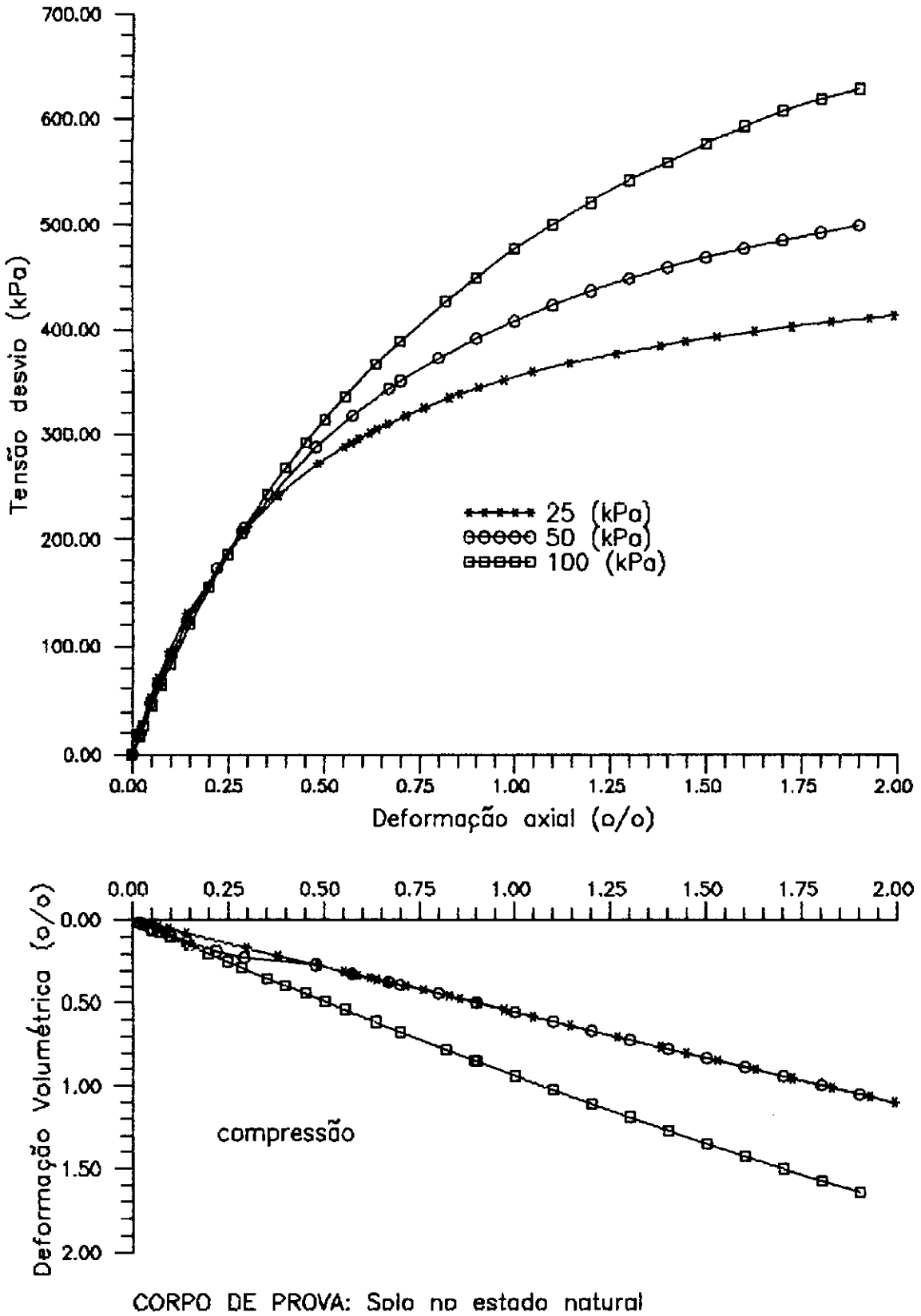
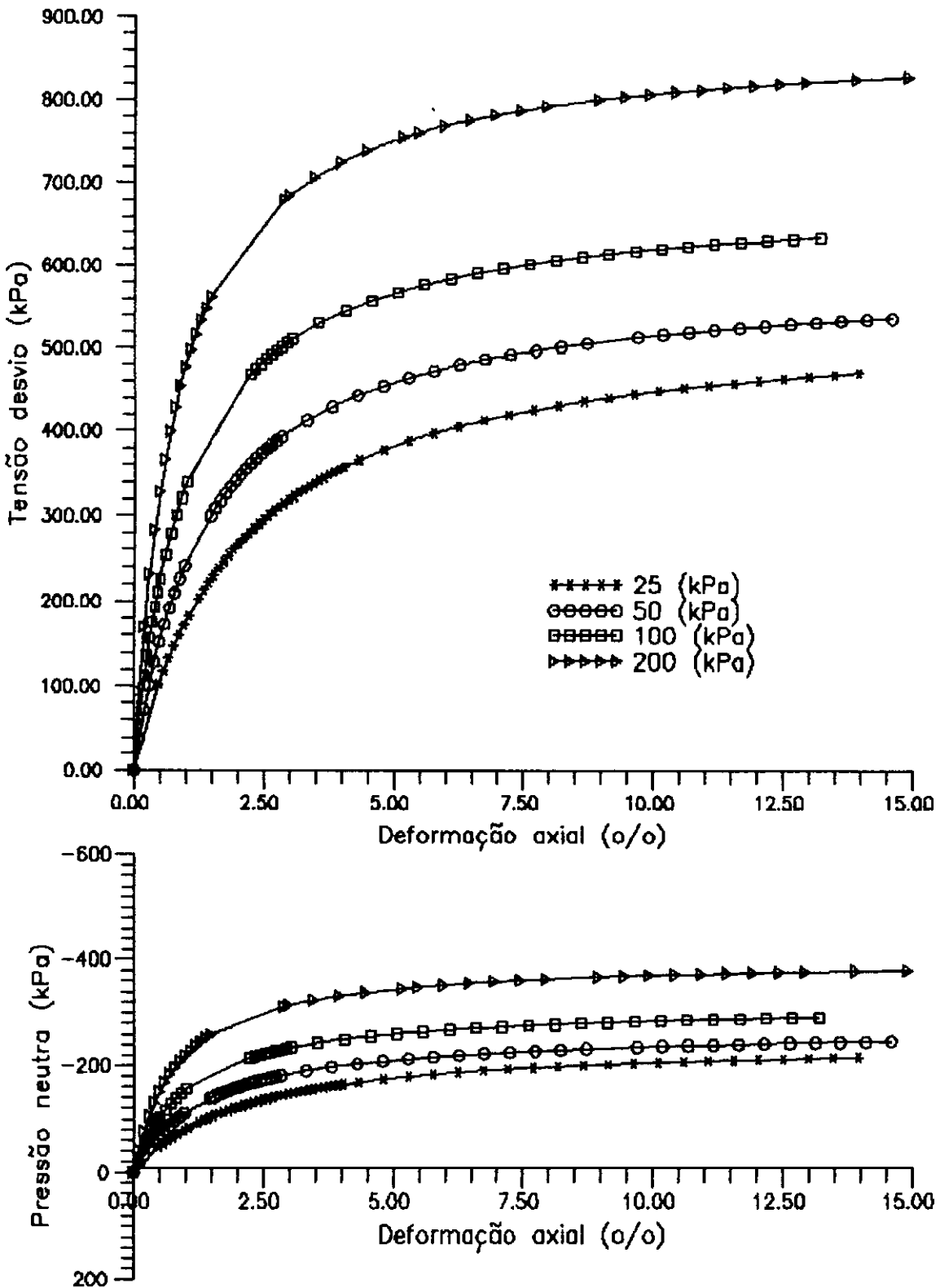


Fig.V.24 - Ensaio triaxial adensado - drenado  
(Curvas ajustadas)



CORPO DE PROVA: Solo compactado saturado

Fig.V.25 - Ensaio triaxial adensado - rápido  
(Curvas ajustadas)

## V.5 - OBTENÇÃO DE PARÂMETROS ELÁSTICOS E PLÁSTICOS

É apresentada a seguir o caminho seguido para a obtenção dos parâmetros elásticos e plásticos do solo no seu estado natural, e compactado, descritos no capítulo IV. Para isso são usadas as curvas tensão-deformação, deformação volumétrica - deformação axial e pressão neutra - deformação axial, mostradas no item V.4.3.

Tanto para o solo no estado natural como compactado, foram usadas as curvas hiperbólicas e exponenciais ajustadas. As mesmas foram usadas no estado natural devido a que os respectivos ensaios CD não foram levados até a ruptura, e no caso compactado devido à facilidade na programação computacional que proporciona seu uso (o ajuste fornece uma boa aproximação).

Para a determinação dos parâmetros da formulação elasto-plástica proposta por LADE (1988) foi empregada a previsão da poropressão de acordo com a equação de SKEMPTON (1954). Não foram usados os dados de ensaio, por apresentarem um comportamento não muito bem definido, como pode ser observado nas figuras V.10 a V.13.

### V.5.1 - PARÂMETROS PARA O MODELO ELÁSTICO LINEAR

Tanto para o cálculo do módulo elástico como para o coeficiente de Poisson, foram usadas as respectivas curvas no trecho do descarregamento-recarregamento, sendo que para obter a melhor estimativa destes parâmetros, os mesmos foram calculados no início do recarregamento (LADE, 1988), sendo seus valores apresentados na tabela V.5, mostrada na folha seguinte.



Estaca : 50+00		Prof.: 4,00 m		Solo : SC - SM	
$\sigma_3$ (kPa)	Natural		Compactado		$\nu_u$
	Eur (kPa)	$\nu$	Eur <sub>u</sub> (kPa)		
25	120740	0,50	42200		0,50
50	105520	0,40	114050		0,50
100	208360	0,45	98760		0,50
200	---	--	110000		0,50
Valor adop.:	110000	0,45	90000		0,50

Tabela V.5 - Parâmetros Eur e  $\nu$  no trecho descarregamento - recarregamento

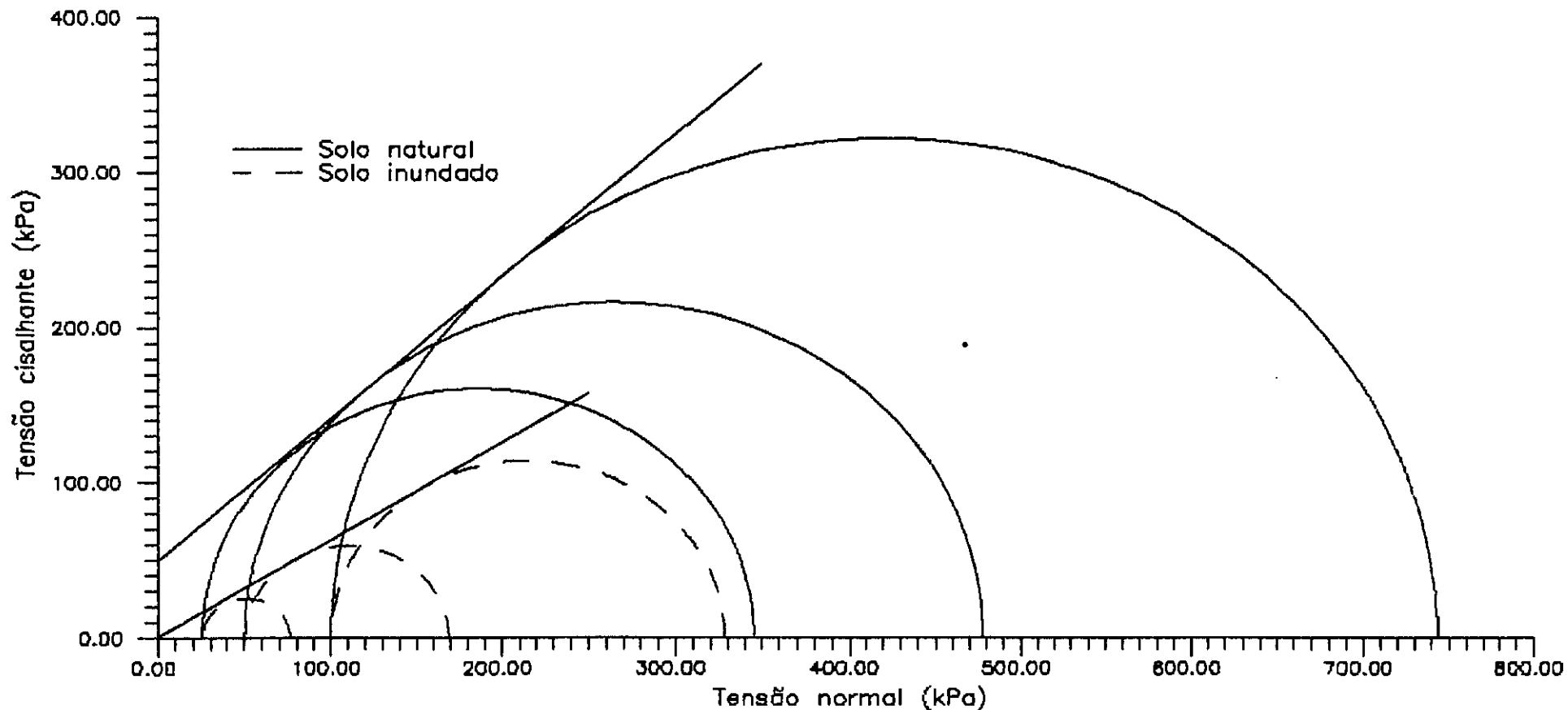
#### V.5.2 - PARÂMETROS DO MODELO DE DRUCKER E PRAGER

Além do módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson obtidos no item anterior V.5.1, precisa-se dos valores da coesão e ângulo de atrito, apresentados na tabela V.6, os quais foram determinados a partir das figuras V.26 e V.27.

Estaca : 50+00		Prof.: 4,00 m		Solo : SC - SM	
Estado	Parâmetros	c (kPa)		$\phi$ (graus)	
		Natural	50,00		42,50
Inundado	1,00		32,00		
Compactado	105,00		21,90		

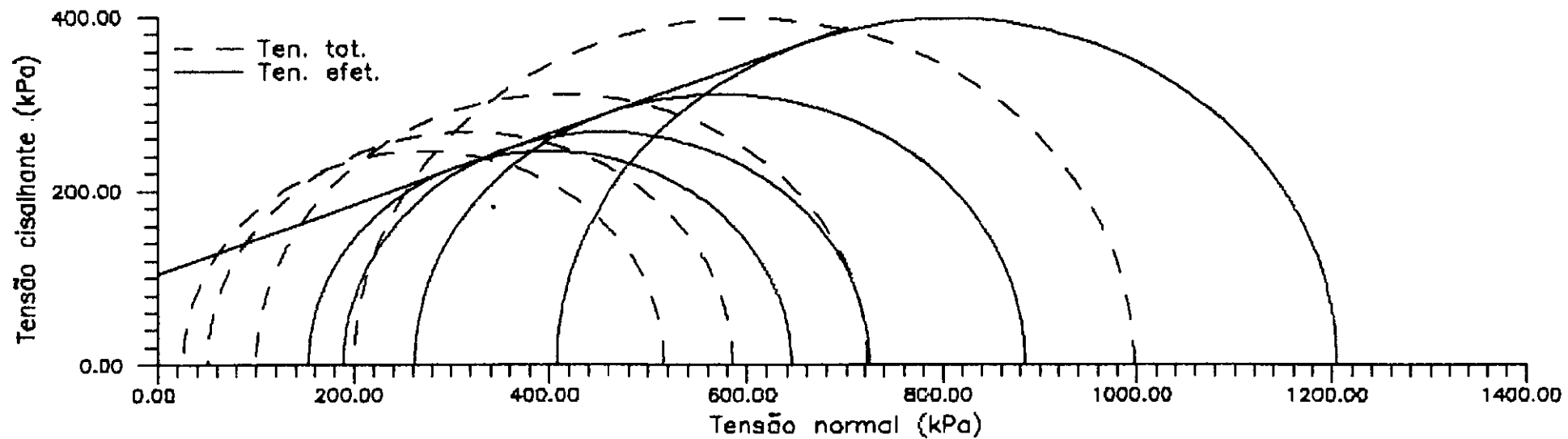
Tabela V.6 - Coesão (c) e ângulo de atrito ( $\phi$ )

Nota-se uma queda no valor da coesão c quando o solo natural é inundado, fato consistente com o observado por MENDONÇA (1990), que atribuiu o colapso do solo principalmente à eliminação da atração capilar no solo.



CORPO DE PROVA: Solo natural e inundado

Fig.V.26 - COESÃO E ÂNGULO DE ATRITO  
(CD e CD Inundado)



CORPO DE PROVA: Solo compactado

Fig.V.27 - COESÃO E ÂNGULO DE ATRITO (CU)

### V.5.3 - PARÂMETROS DO MODELO DE KIM E LADE

#### V.5.3.1 - PARÂMETROS ELÁSTICOS

##### a) Modelo clássico - carregamento-recarregamento

Plotar  $\frac{E_{ur}}{p_a}$  vs.  $\sigma_3/p_a$ , conforme mostra-se na figura V.28, com os valores fornecidos na tabela V.5 são obtidos os seguintes valores para  $K_{ur}$  e  $n$  (tabela V.7) para o solo no estado natural e compactado, onde  $r$  é o coeficiente de correlação.

Estaca : 50+00		Prof.: 4,00 m		Solo : SC - SM	
Estado	Parâmetros	$K_{ur}$	$n$	$r$	$\nu$
Natural		1811,86	0,400	0,77	0,45
Compactado		905,18	0,575	0,98	0,50

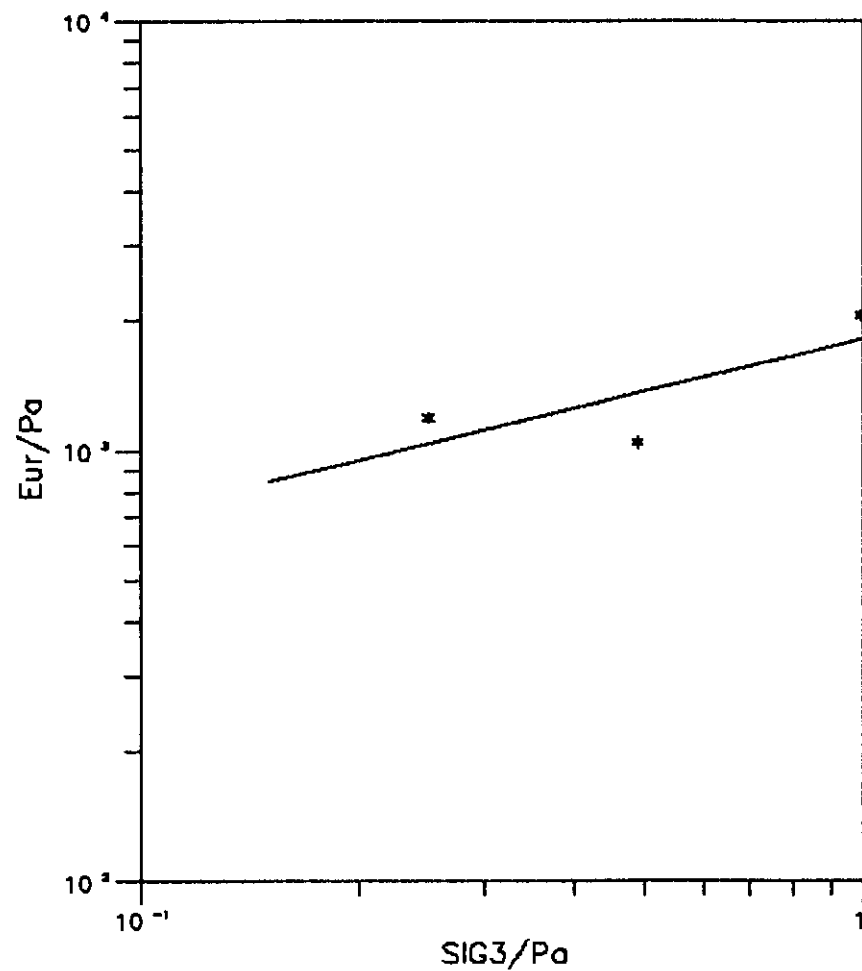
Tabela V.7 - Parâmetros  $K_{ur}$  e  $n$

##### b) Modelo elástico verdadeiro

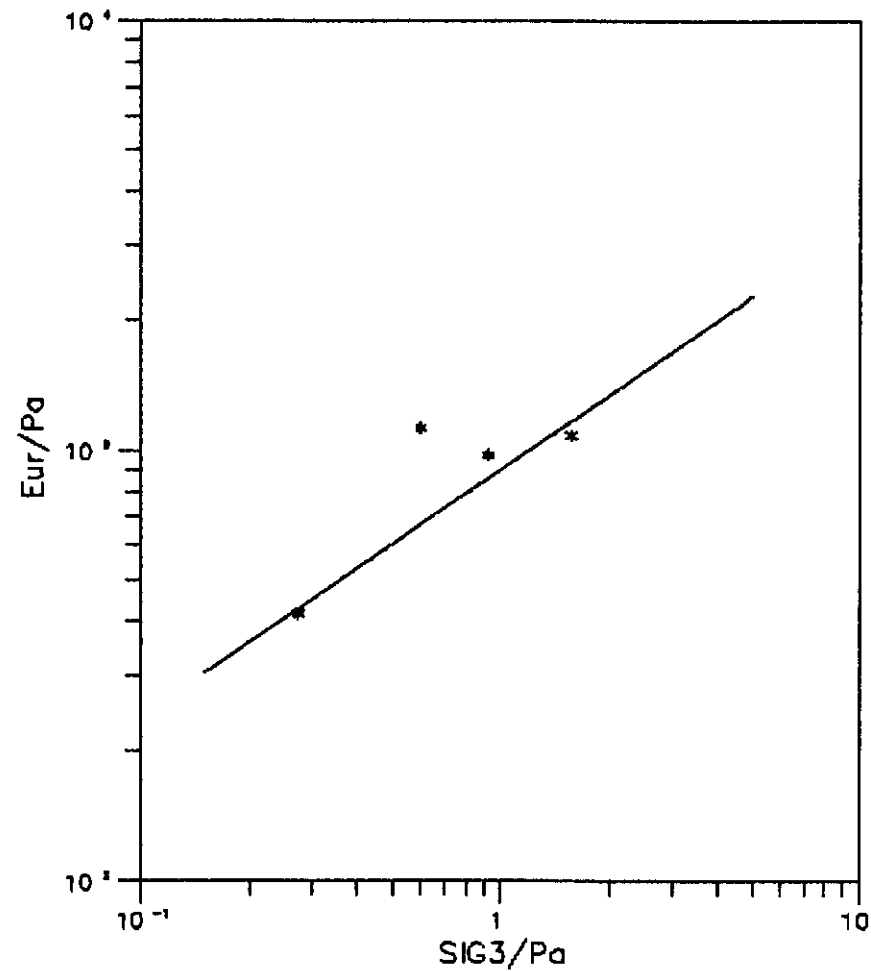
De maneira similar ao item anterior, mas desta vez plotando  $E_{ur}/p_a$  vs.  $((I_1/p_a)^2 + R.J_2/p_a^2)$ , gráfico mostrado na figura V.29, são obtidos os parâmetros  $M$  e  $\lambda$  para o solo no estado natural e compactado, mostrados na tabela V.8. O valor de  $R$  foi calculado usando a equação III.18.

Estaca : 50+00		Prof.: 4,00 m		Solo : SC - SM	
Estado	Parâm.	$M$	$\lambda$	$r$	$\nu$ $R$
Natural		1170,60	0,197	0,76	0,45    87
Compactado		481,29	0,288	0,98	0,49    447

Tabela V.8 - Parâmetros  $M$  e  $\lambda$

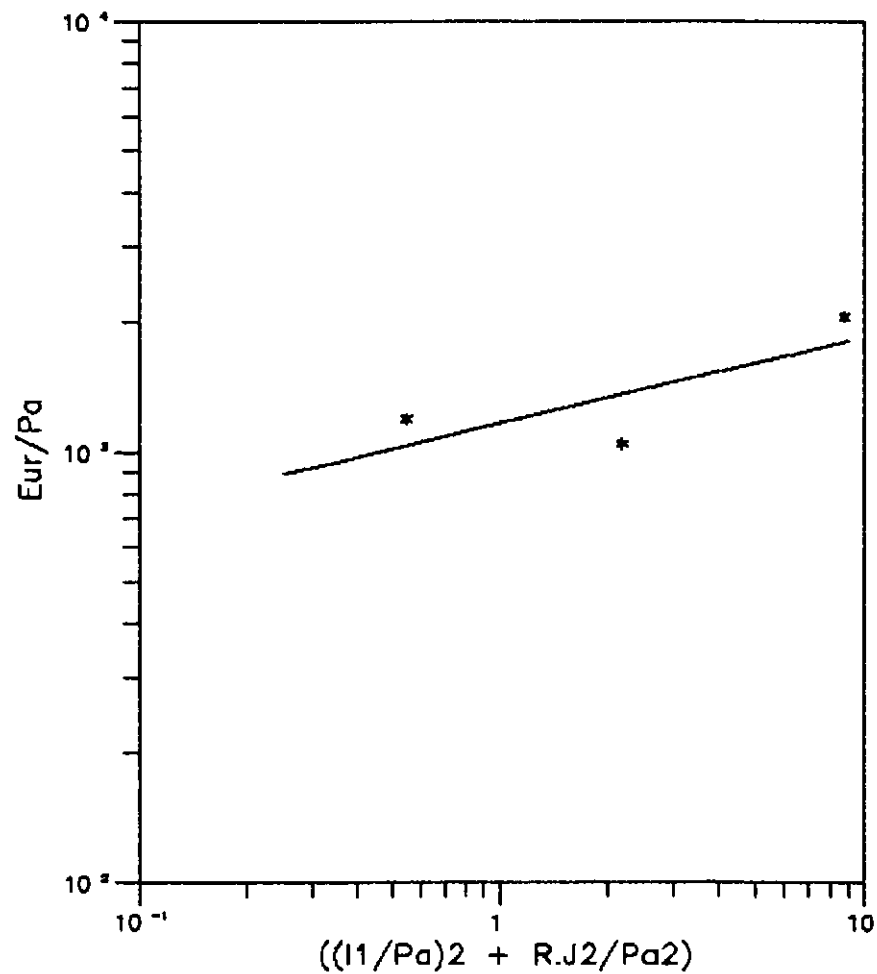


a) CORPO DE PROVA: Solo natural

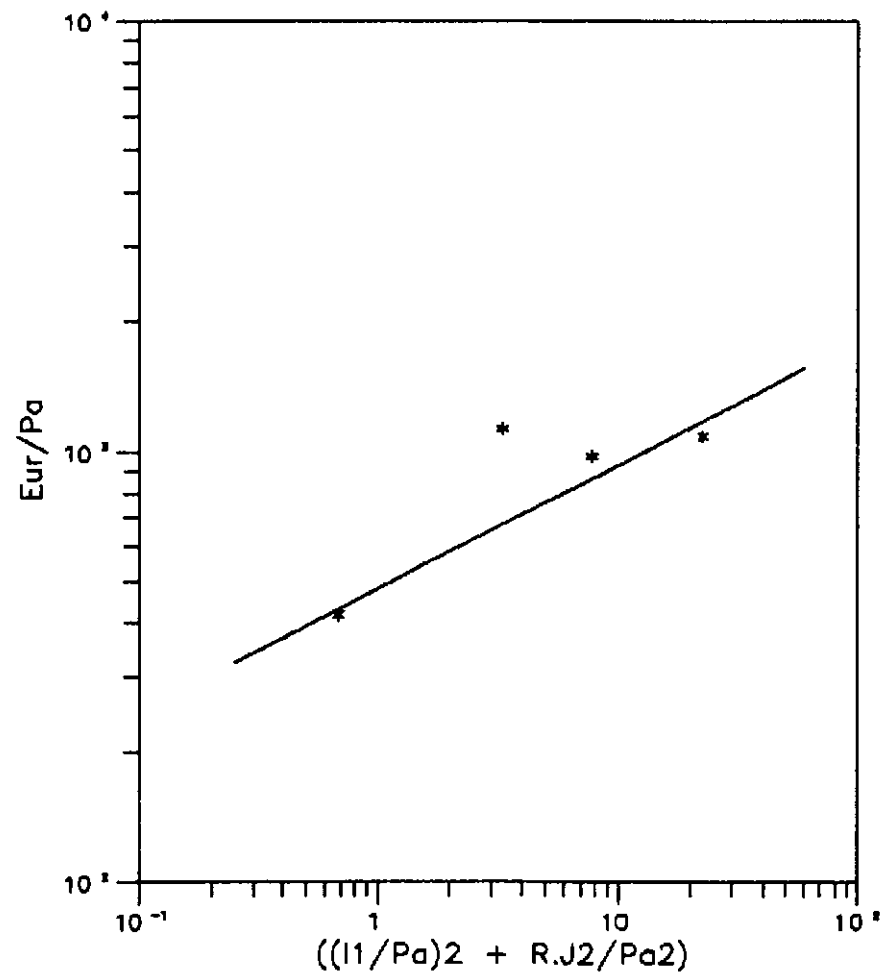


b) CORPO DE PROVA: Solo compactado

Fig.V.28 - Parâmetros elásticos Kur e n  
(Modelo Kur)



a) CORPO DE PROVA: Solo natural



b) CORPO DE PROVA: Solo compactado

Fig.V.29 - Parâmetros elásticos M e lambda (Modelo verdadeiro)

Apresenta-se no Anexo C, uma relação aproximada entre os parâmetros  $\lambda$  e  $n$ , e  $M$  e  $K_{ur}$ .

### V.5.3.2 - PARÂMETROS PLÁSTICOS

#### a) Parâmetros $C$ e $p$ da função de endurecimento

Os parâmetros  $C$  e  $p$  podem ser determinados plotando  $W_p/p_a$  vs  $I_1/p_a$  num gráfico log-log a partir dos dados obtidos no ensaio de compressão isotrópica. A magnitude de  $C$  é o valor de  $W_p/p_a$  com  $I_1/p_a = 1$ , e o valor de  $p$  é o coeficiente angular da reta ajustada. Para o cálculo de  $W_p$  pode ser usada a seguinte expressão aproximada,

$$W_p = \Sigma(\sigma \cdot \Delta \epsilon_v^p) \quad (V.8)$$

sendo que:

$$\Delta \epsilon_v^p = \Delta \epsilon_v - \Delta \epsilon_v^e \quad (V.9)$$

Usando o modelo elástico clássico descarregamento - recarregamento,  $\epsilon_v^e$  pode ser calculado através da eq. V.10:

$$\epsilon_v^e = \frac{3 \cdot (1 - 2\nu)}{(1 - n) \cdot K_{ur}} (\sigma/p_a)^{1-n} \quad (V.10)$$

e usando o modelo elástico verdadeiro de Lade  $\epsilon_v^e$  pode ser calculado com:

$$\epsilon_v^e = \frac{(1 - 2\nu)}{(1 - 2\lambda) \cdot M} (3 \cdot \sigma/p_a)^{1-2\lambda} \quad (V.11)$$

Por outro lado, analisando as equações (V.10) e (V.11) e os gráficos tensão isotrópica vs deformação específica volumétrica mostrados na figura V.9 assim como os gráficos apresentados por ZORNBERG (1989) para a mesma relação, observa-se uma tendência exponencial destas

curvas. Assim sendo, a tensão isotrópica pode estar relacionada à deformação específica volumétrica plástica mediante:

$$\sigma = w \cdot p_a \cdot (\epsilon_v^p)^t \quad (V.12)$$

na qual  $w$  e  $t$  são parâmetros adimensionais do material e  $p_a$  é a pressão atmosférica.

Tendo em conta que:

$$W_p = \int \sigma \cdot d\epsilon_v^p \quad (V.13)$$

tem-se que:

$$W_p = \frac{w \cdot p_a}{1 + t} (\epsilon_v^p)^{1+t} \quad (V.14)$$

e substituindo a equação (V.12) na equação (V.14) tem-se:

$$W_p = \frac{1}{3 \cdot (1 + t)} (1/(3 \cdot w))^{1/t} \cdot p_a \cdot (I_1/p_a)^{(1+t)/t} \quad (V.15)$$

Finalmente igualando esta última equação à equação (III.30) temos que:

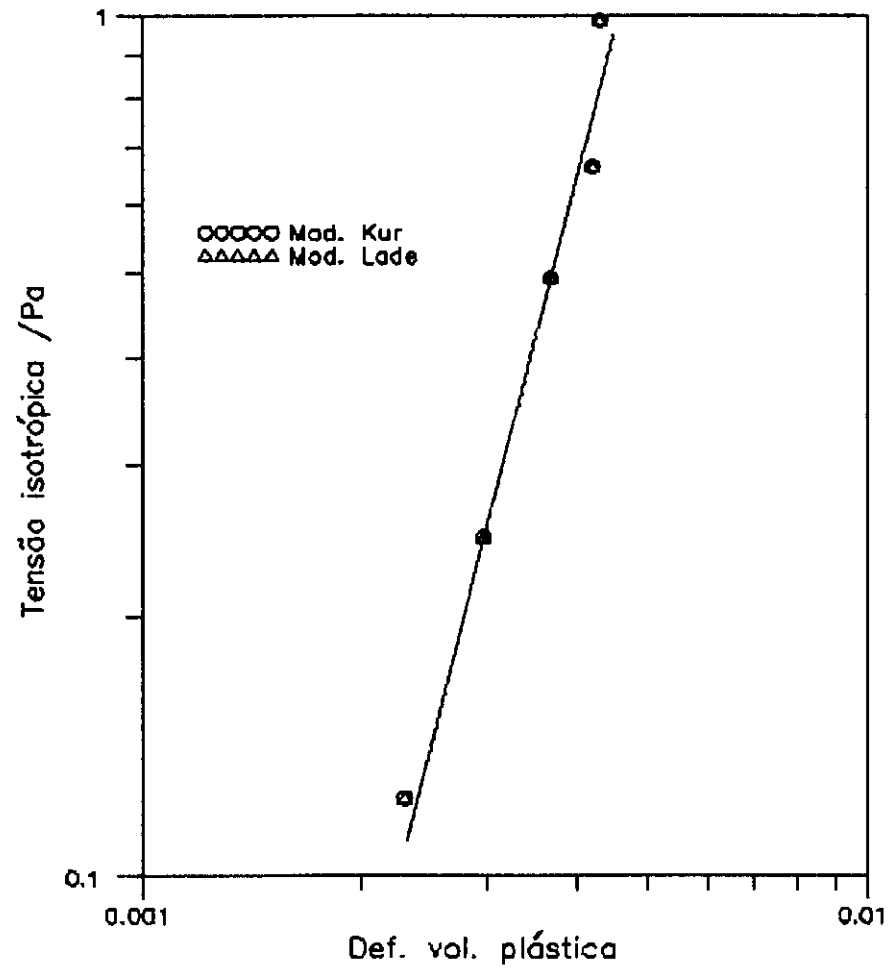
$$C = \frac{1}{3 \cdot (1 + t)} \left( \frac{1}{3 \cdot w} \right)^{1/t} \quad (V.16)$$

$$p = \frac{1 + t}{t} \quad (V.17)$$

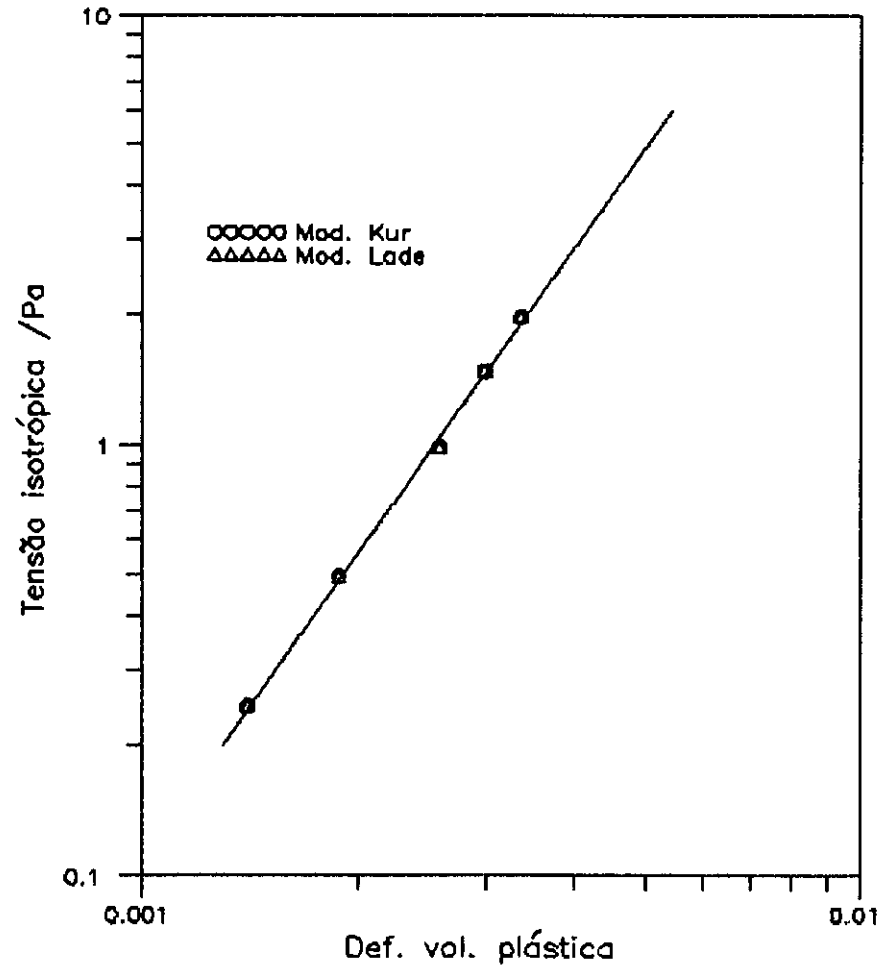
Conhecidos então os valores de  $w$  e  $t$ ,  $C$  e  $p$  ficam determinados, evitando-se assim o cálculo de  $W_p$ .

A figura V.30 mostra o gráfico  $\sigma/p_a$  vs  $\epsilon_v^p$ , no qual  $w$  é o valor de  $\sigma/p_a$  com  $\epsilon_v^p = 1$ , e o valor de  $t$  é dado pelo valor do coeficiente angular da reta ajustada.





a) CORPO DE PROVA: Solo natural



b) CORPO DE PROVA: Solo compactado

Fig.V.30 - Parâmetros w e t

Estaca : 50+00		Prof.: 4,00 m			Solo : SC - SM	
Parâmetros	w	t	r	C	p	Estado
Modelo elástico clássico descarreg.-recarreg.						
Natural	40809581	3,252	0,99	$0,255 \times 10^{-3}$	1,31	
Compactado	1355458	2,366	1,00	$0,159 \times 10^{-3}$	1,42	
Modelo elástico verdadeiro						
Natural	40022597	3,249	0,99	$0,255 \times 10^{-3}$	1,31	
Compactado	1355458	2,366	1,00	$0,159 \times 10^{-3}$	1,42	

Tabela V.9 - Parâmetros C e p

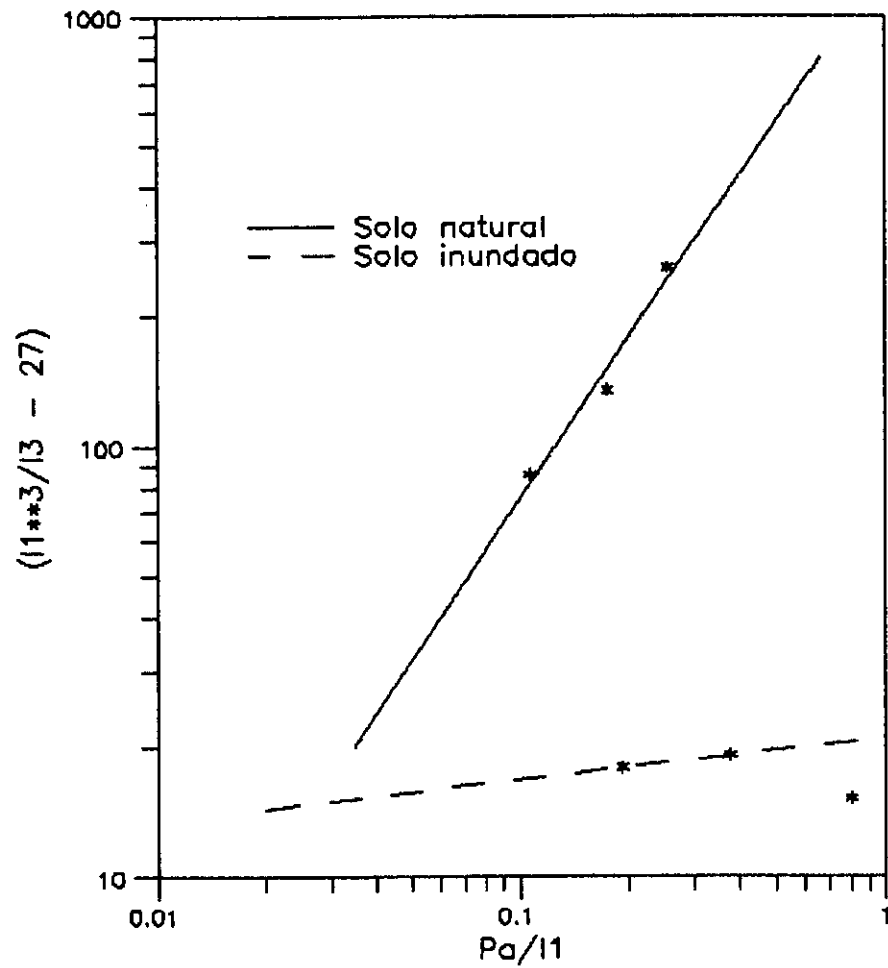
b) Parâmetros m e  $n_1$  do critério de ruptura

Os parâmetros m e  $n_1$  são obtidos plotando  $(I_1^3/I_3 - 27)$  vs  $p_a/I_1$ , fazendo uso das tensões correspondentes ao estado de ruptura, dadas na tabela V.3 (valores previstos) para o solo natural e compactado, onde  $n_1$  é o valor de  $(I_1^3/I_3 - 27)$  quando  $p_a/I_1 = 1$ , e m é o valor do coeficiente angular da reta ajustada.

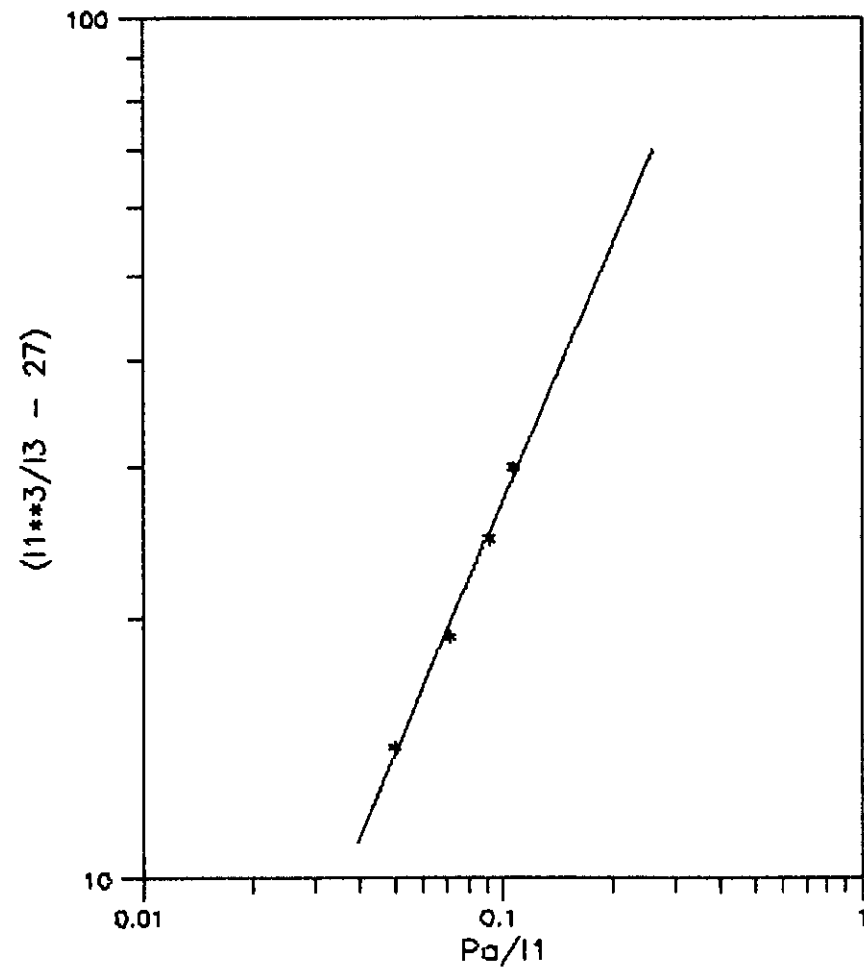
Na figura V.31 é mostrada a curva para a obtenção dos parâmetros m e  $n_1$ , os quais são resumidos na tabela seguinte.

Estaca : 50+00		Prof.: 4,00 m		Solo : SC - SM	
Parâmetros	m	$n_1$	r	Estado	
Natural	1,250	1334,50	0,984		
Compactado	0,982	262,26	0,995		

Tabela V.10 - Parâmetros m e  $n_1$



a) CORPO DE PROVA: Solo nat. e inund.



b) CORPO DE PROVA: Solo compactado

Fig.V.31 - Parâmetros m e n1

c) Parâmetro  $\psi_1$  do potencial plástico

Segundo citam KIM e LADE (1988a) a relação entre os parâmetros  $\psi_1$  e  $m$  pode ser expressa mediante a seguinte relação empírica (eq. III.24):

$$\psi_1 = 0,00155 \cdot m^{-1,27} \quad (V.18)$$

Usando então os valores de  $m$  da tabela V.10, obtém-se:

Estaca : 50+00		Prof.: 4,00 m	Solo : SC - SM
Estado	Parâmetros	$m$	$\psi_1$
	Natural	1,250	$11,675 \times 10^{-4}$
	Compactado	0,982	$15,862 \times 10^{-4}$

Tabela V.11 - Parâmetro  $\psi_1$

No item III.4.2.4.b cita-se que o valor de  $\psi_1$  diminui à medida que a rigidez do material aumenta, o qual se comprova em nosso caso, já que considerando a tabela V.5 encontraremos que o maior valor do módulo elástico  $E$  corresponde ao estado natural e o menor ao compactado.

d) Parametros  $\psi_2$  e  $\mu$  do potencial plástico

No item III.4.2.4.b, a regra de fluxo e a função potencial plástica são dadas pelas equações (III.21) e (III.22), que para o caso de compressão triaxial reduzem-se a:

$$d\epsilon_1^p = d\lambda_p \left( \frac{I_1}{p_a} \right)^\mu \left( G - \frac{I_1^2}{I_2} (\sigma_1 + \sigma_3) - \psi_1 \frac{I_1^3}{I_3} \sigma_1 \sigma_3 \right) \quad (V.19)$$

$$d\varepsilon_3^p = d\lambda_p \left( \frac{I_1}{P_a} \right)^\mu \left( G - 2 \frac{I_1^2}{I_2^2} \sigma_3 - \psi_1 \frac{I_1^3}{I_3^2} \sigma_3^2 \right) \quad (\text{V.20})$$

sendo G expresso pela equação (IV.34):

$$G = \psi_1 (\mu + 3) \frac{I_1^2}{I_3} - (\mu + 2) \frac{I_1}{I_2} + \psi_2 \mu \frac{1}{I_1} \quad (\text{V.21})$$

Denotando por  $\nu_p$  a seguinte relação:

$$\nu_p = - \frac{d\varepsilon_3^p}{d\varepsilon_1^p} \quad (\text{V.22})$$

e substituindo as equações (V.19) e (V.20) na equação (V.22) tem-se:

$$\nu_p = - \frac{G - \frac{I_1^2}{I_2} (\sigma_1 + \sigma_3) - \psi_1 \frac{I_1^3}{I_3^2} \sigma_1 \sigma_3}{G - 2 \frac{I_1^2}{I_2^2} \sigma_3 - \psi_1 \frac{I_1^3}{I_3^2} \sigma_3^2} \quad (\text{V.23})$$

e colocando-se G em evidência:

$$G = \frac{1}{1 + \nu_p} \left( \frac{I_1^2}{I_2} (\sigma_1 + \sigma_3 + 2 \cdot \nu_p \cdot \sigma_3) + \right. \\ \left. + \psi_1 \frac{I_1^3}{I_3^2} (\sigma_1 \sigma_3 + \nu_p \sigma_3^2) \right) \quad (\text{V.24})$$

Igualando as equações (V.21) e (V.24), temos:

$$\begin{aligned} \psi_1 \frac{I_1^3}{I_3} - \frac{I_1^2}{I_2} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{1}{1 + \nu_p} \left( \frac{I_1^3}{I_2} (\sigma_1 + \sigma_3 + 2 \cdot \nu_p \cdot \sigma_3) \right) + \right. \\ \left. + \psi_1 \frac{I_1^4}{I_3^2} (\sigma_1 \sigma_3 + \nu_p \sigma_3^2) \right) - 3 \cdot \psi_1 \frac{I_1^3}{I_3} + 2 \frac{I_1^2}{I_2} \quad (V.25) \end{aligned}$$

Denotando por:

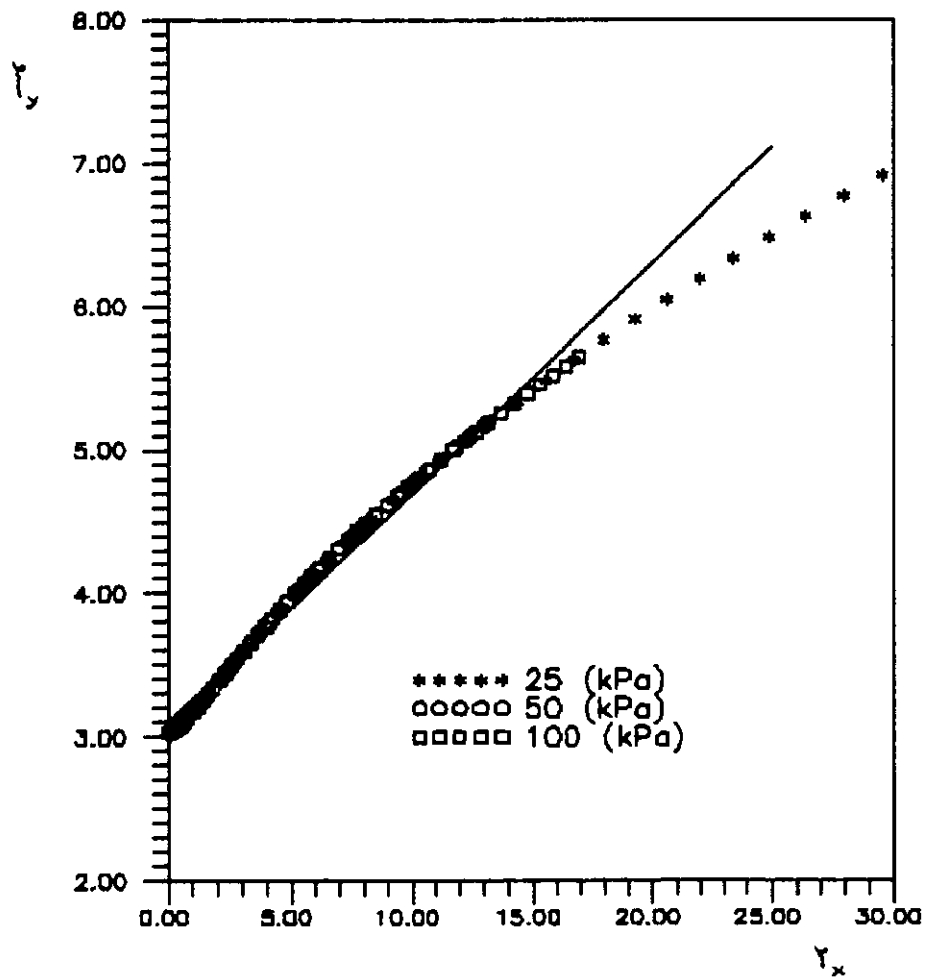
$$\xi_y = \psi_1 \frac{I_1^3}{I_3} - \frac{I_1^2}{I_2} \quad (V.26)$$

$$\begin{aligned} \xi_x = \frac{1}{1 + \nu_p} \left( \frac{I_1^3}{I_2} (\sigma_1 + \sigma_3 + 2 \cdot \nu_p \sigma_3) \right) + \\ + \psi_1 \frac{I_1^4}{I_3^2} (\sigma_1 \sigma_3 + \nu_p \sigma_3^2) - 3 \cdot \psi_1 \frac{I_1^3}{I_3} + 2 \frac{I_1^2}{I_3} \quad (V.27) \end{aligned}$$

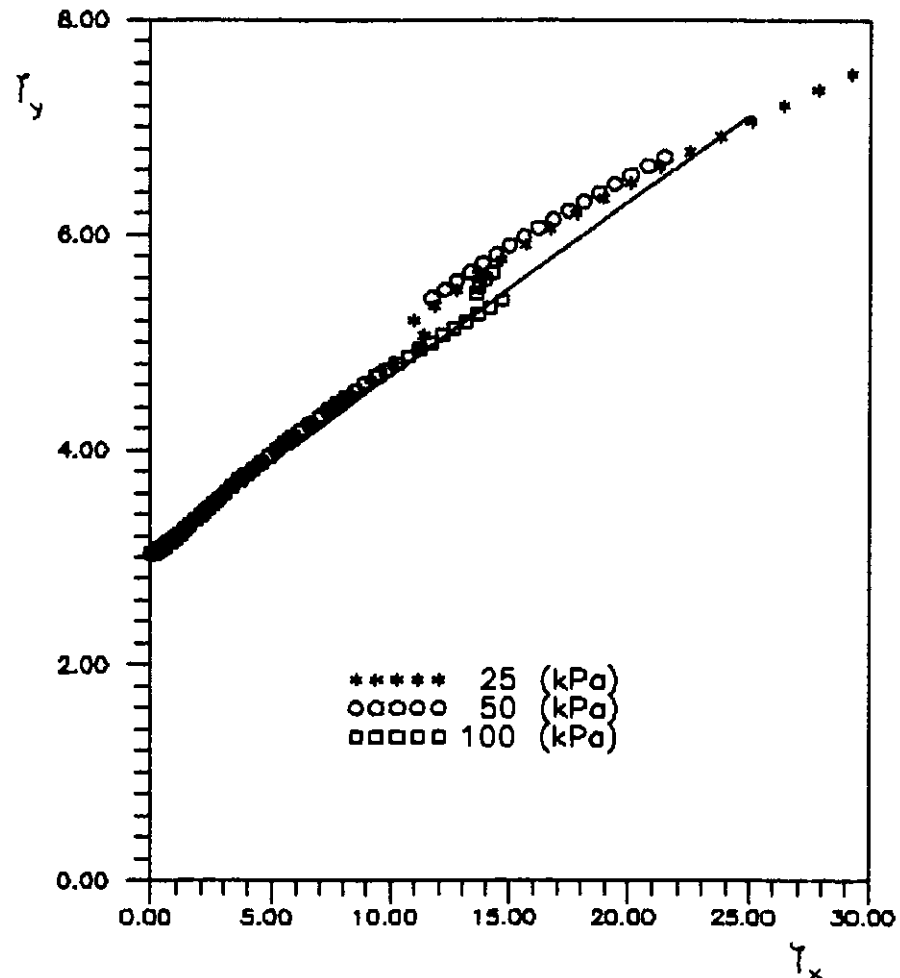
temos que finalmente:

$$\xi_y = \frac{1}{\mu} \xi_x - \psi_2 \quad (V.28)$$

Então  $1/\mu$  e  $\psi_2$  podem ser encontrados por regressão linear entre  $\xi_x$  e  $\xi_y$  determinados a partir dos ensaios triaxiais citados no item V.4. Com o fim de automatizar a obtenção destes parâmetros, foi criado um programa computacional denominado como LADEPARM. Nas figuras V.32, e V.33, é mostrada a relação entre  $\xi_x$  e  $\xi_y$  para o solo de fundação do canal no seu estado natural e compactado.

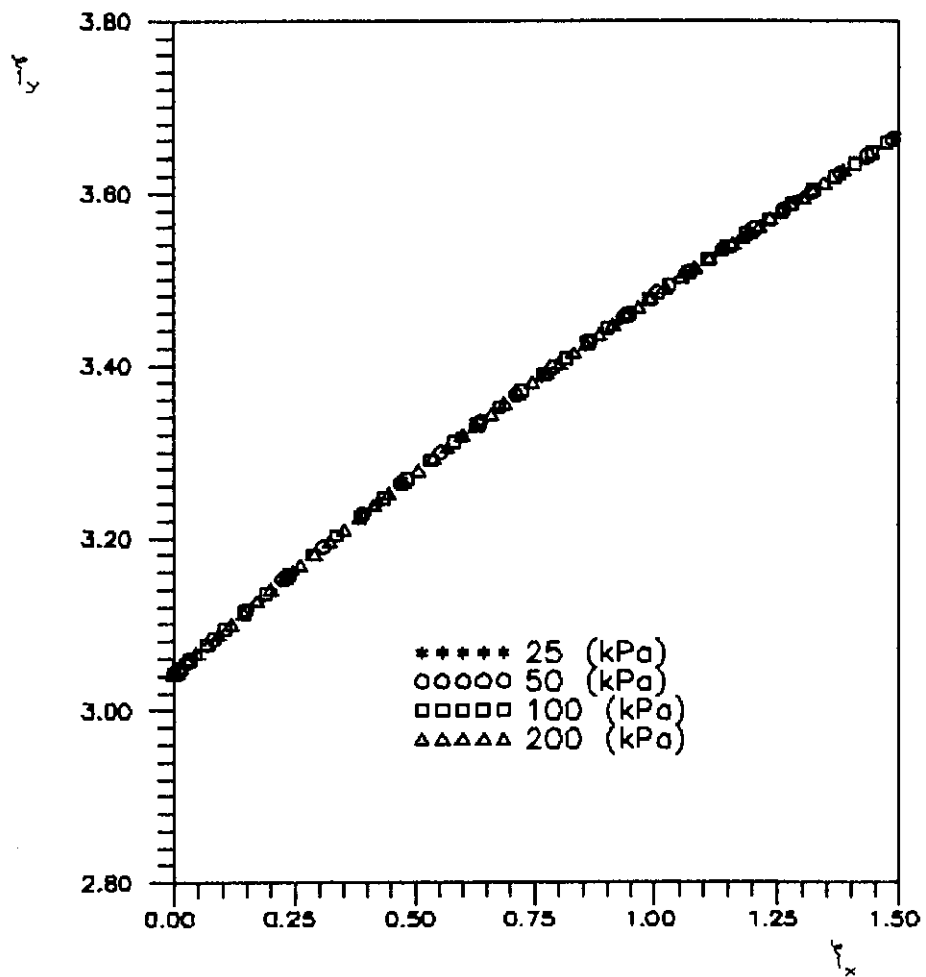


a) Modelo Kur

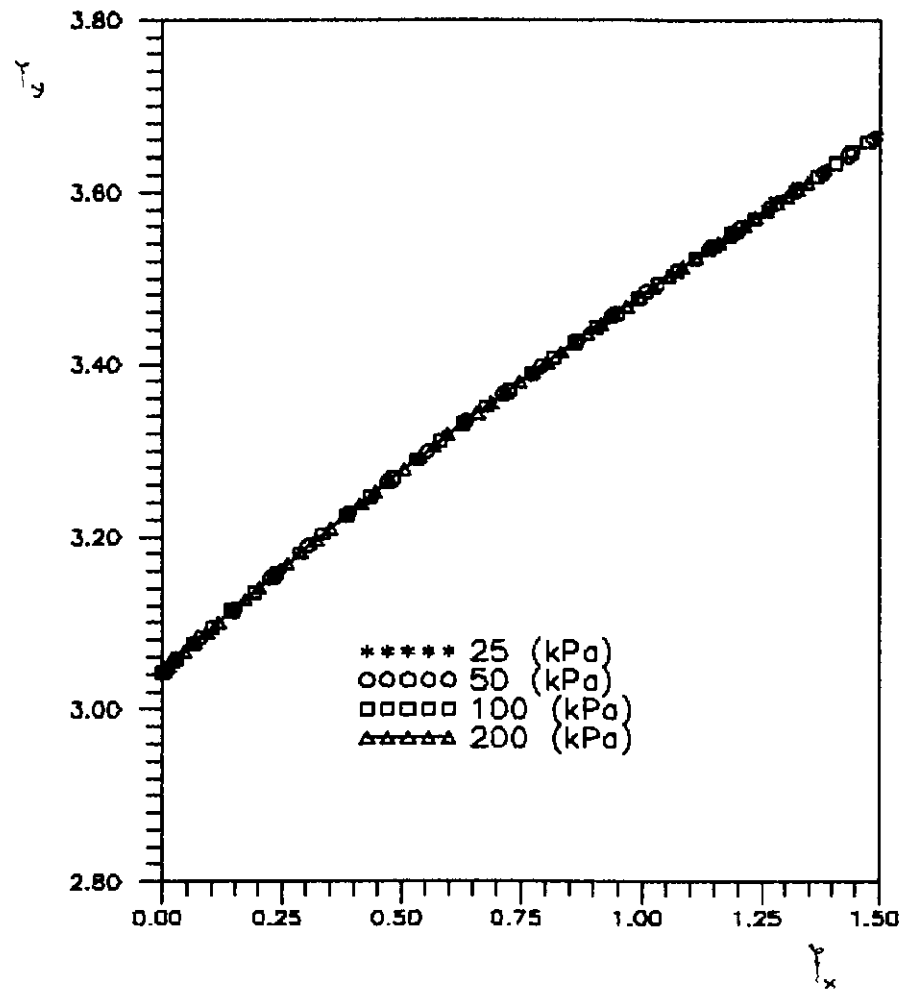


b) Modelo Lade

Fig.V.32 - Parâmetros  $\psi_2$  e  $\mu$  (Solo natural)



a) Modelo Kur



b) Modelo Lade

Fig.V.33 - Parâmetros  $\psi_2$  e  $\mu$  (Solo compactado)



Na continuação são apresentados os valores dos parâmetros  $\psi_2$  e  $\mu$ , obtidos a partir dos gráficos anteriores.

Estaca : 50+00		Prof.: 4,00 m	Solo : SC - SM
Estado	Parâmetros	$\psi_2$	$\mu$
Modelo elástico clássico descarreg.-recarreg.			
Natural		-3,10	6,23
Compactado		-3,09	2,68
Modelo elástico verdadeiro			
Natural		-3,10	6,23
Compactado		-3,09	2,68

Tabela V.12 - Parâmetros  $\psi_2$  e  $\mu$

e) - Parâmetros  $h$  e  $\alpha$  da função plástica

Parâmetro  $h$

Considerar-se-ao dois pontos tais como A e B no mesmo contorno de trabalho plástico. Se estes pontos também estão localizados na mesma superfície plástica, então:

$$f'_{pA} = f'_{pB} \quad (V.29)$$

ou usando a equação (III.26) temos que:

$$\begin{aligned} & \left( \psi_1 \frac{I_{1A}^3}{I_{3B}} - \frac{I_{1A}^2}{I_{2A}} \right) \left( \frac{I_{1A}}{p_a} \right)^h e^{q_A} = \\ & = \left( \psi_1 \frac{I_{1B}^3}{I_{3B}} - \frac{I_{1B}^2}{I_{2B}} \right) \left( \frac{I_{1B}}{p_a} \right)^h e^{q_B} \end{aligned} \quad (V.30)$$

na qual, os subíndices A e B indicam o estado de tensões nos pontos A e B respectivamente. Se o ponto A recae no eixo hidrostático (onde  $q = 0$ ) e B na superfície de ruptura (onde  $q = 1$ ), temos que:

$$(27.\psi_1 + 3) \left( \frac{I_{1A}}{p_a} \right)^h = \left( \psi_1 \frac{I_{1B}^3}{I_{3B}} - \frac{I_{1B}^2}{I_{2B}} \right) \left( \frac{I_{1B}}{p_a} \right)^h e \quad (V.31)$$

e finalmente obtém-se a expressão para o parâmetro h, expresso pela equação (III.31) citada no capítulo III.

$$h = \frac{\log \frac{\left( \psi_1 \frac{I_{1B}^3}{I_{3B}} - \frac{I_{1B}^2}{I_{2B}} \right) \cdot e}{27.\psi_1 + 3}}{\log \left( \frac{I_{1A}}{I_{1B}} \right)} \quad (V.32)$$

Fazendo uso dos ensaios de compressão triaxial fica conhecido o estado de tensões no ponto B, ou seja na ruptura, faltando por conhecer o estado de tensões correspondentes no ponto A, ou no eixo hidrostático. Para poder estabelecer este estado de tensões é calculado o valor de  $W_p/p_a$  na ruptura usando os dados dos ensaios de compressão triaxial, e seguidamente usando a equação (III.30) dada por:

$$W_p = C.p_a \cdot \left( \frac{I_1}{p_a} \right)^p \quad (V.33)$$

O valor de  $I_1$  é calculado no eixo hidrostático. O valor do parâmetro h apresentado na tabela V.13 foi calculado automaticamente usando o programa LADEPARM.

Parâmetro  $\alpha$ 

Levando em consideração as equações (III.25), (III.26) e (III.27) expressas respectivamente por:

$$f_p = f'_p - f''_p = 0 \quad (\text{V.34})$$

$$f'_p = \left( \psi_1 \frac{I_1^3}{I_3} - \frac{I_1^2}{I_2} \right) \left( \frac{I_1}{p_a} \right)^h \cdot e^q \quad (\text{V.35})$$

$$f''_p = \left( \frac{1}{D} \right) \left( \frac{W_p}{p_a} \right)^{1/\rho} \quad (\text{V.36})$$

obtém-se a seguinte expressão para  $q$ :

$$q = \ln \frac{\left( \frac{W_p}{D \cdot p_a} \right)^{1/\rho}}{\left( \psi_1 \frac{I_1^3}{I_3} - \frac{I_1^2}{I_2} \right) \left( \frac{I_1}{p_a} \right)^h} \quad (\text{V.37})$$

expressão citada anteriormente na equação (III.33). A relação existente entre o nível de tensão  $S$  e  $q$  dada por LADE (1988), baseia-se estritamente em resultados experimentais, de acordo com:

$$q = \frac{\alpha \cdot S}{1 - (1 - \alpha) \cdot S} \quad (\text{V.38})$$

expressão citada também anteriormente na equação (III.34). Segundo LADE (1988), a melhor estimativa de  $\alpha$  é obtida no nível de tensões  $S = 0,8$ . Então, substituindo este valor na equação (V.38), obtém-se finalmente:

$$\alpha = \frac{1}{4} \frac{q_{80}}{1 - q_{80}} \quad (\text{V.39})$$

Neste trabalho, o cálculo de  $q$  foi realizado automaticamente usando o programa LADEPARM. Nas figuras V.34 e V.35 são mostrados os gráficos  $S$  vs  $q$ , os quais facilitaram a obtenção de  $q_{80}$ .

Estaca : 50+00		Prof.: 4,00 m		Solo : SC - SM	
Parâmetros		Modelo Kur		Modelo Lade	
Estado		h	$\alpha$	h	$\alpha$
Natural		0,740	0,213	0,721	0,248
Compactado		0,388	0,530	0,386	0,560

Tabela V.13 - Parâmetros  $h$  e  $\alpha$

## V.6 - ANÁLISE DA PREVISÃO DOS MODELOS

Na continuação serão comparadas as previsões dos modelos com os resultados obtidos em laboratório mostradas nas figuras V.36 a V.43.

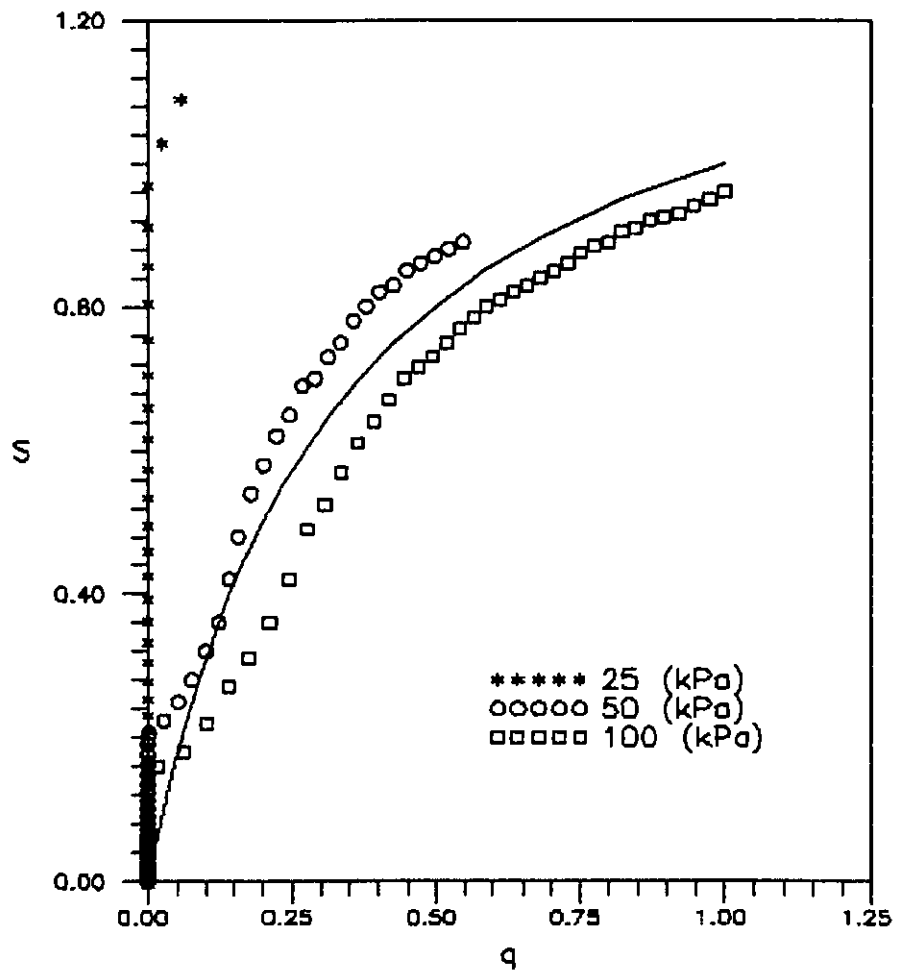
### V.6.1 - PREVISÃO DA FORMULAÇÃO HIPERBÓLICA E EXPONENCIAL

#### a) Formulação hiperbólica

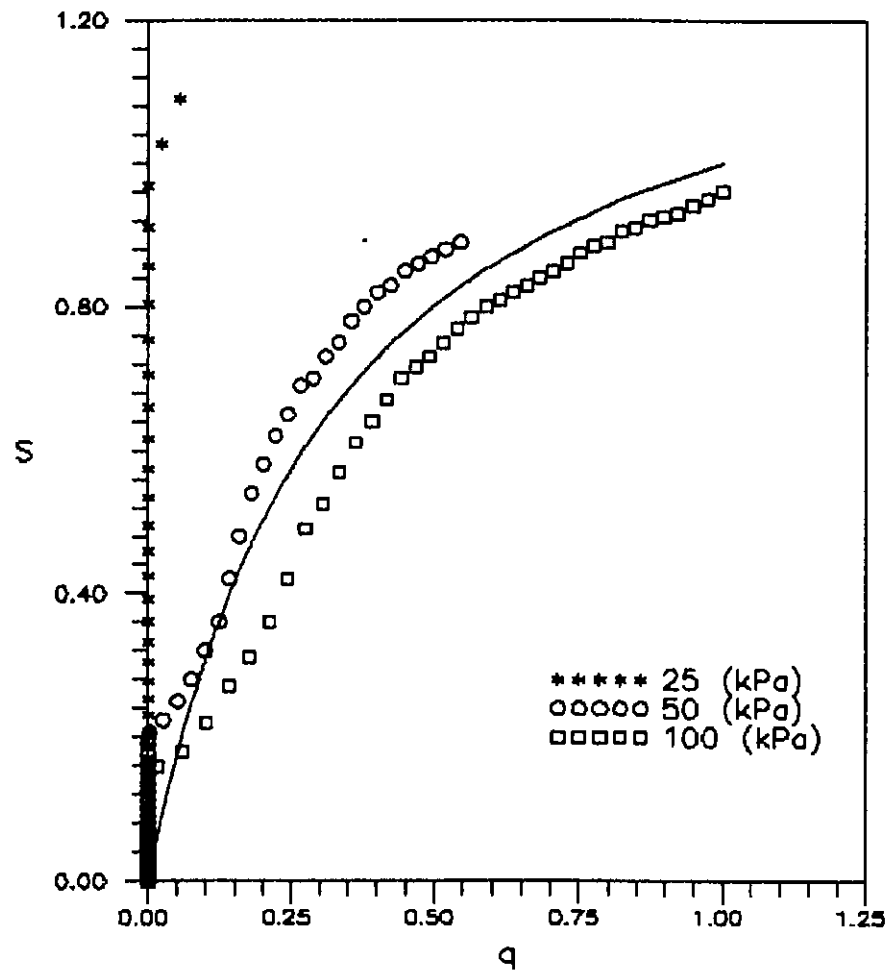
A representação da curva tensão deviatórica - deformação específica axial mediante a formulação hiperbólica adequa-se bem quando o solo está compactado sendo que no estado natural a aproximação não é boa.

#### b) Formulação exponencial

A representação da curva deformação específica volumétrica-deformação específica axial mediante a formulação exponencial fornece uma aproximação razoável para o solo natural.

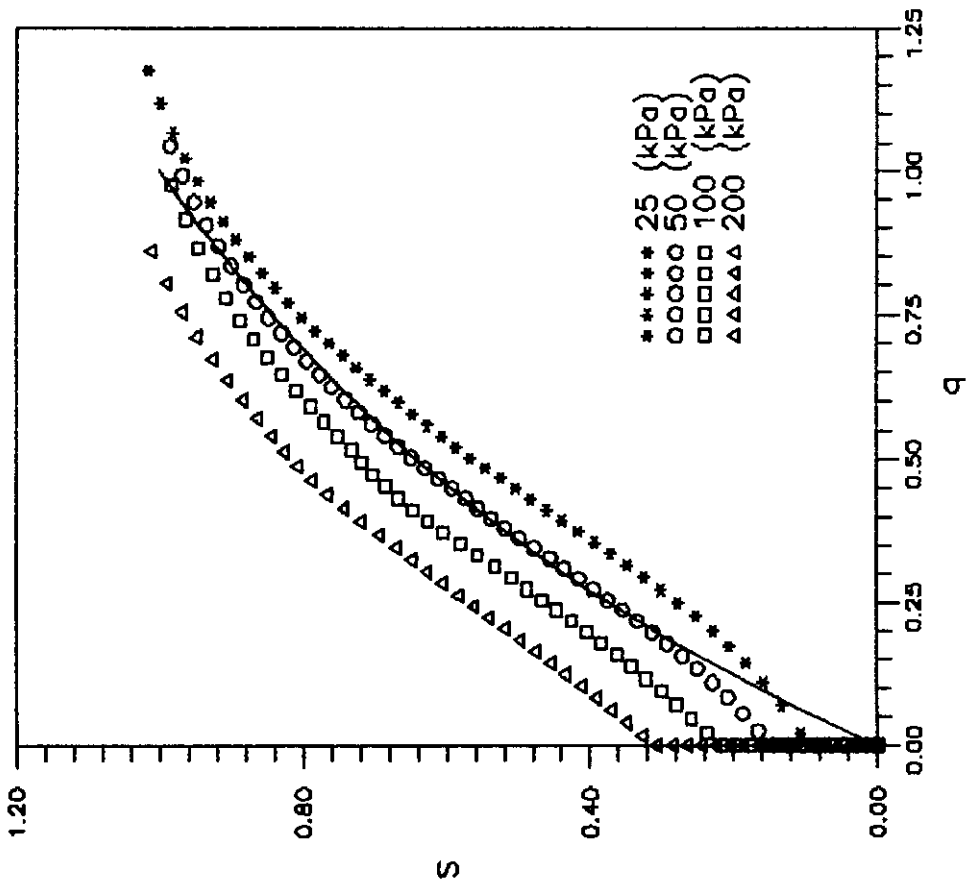


a) Modelo Kur

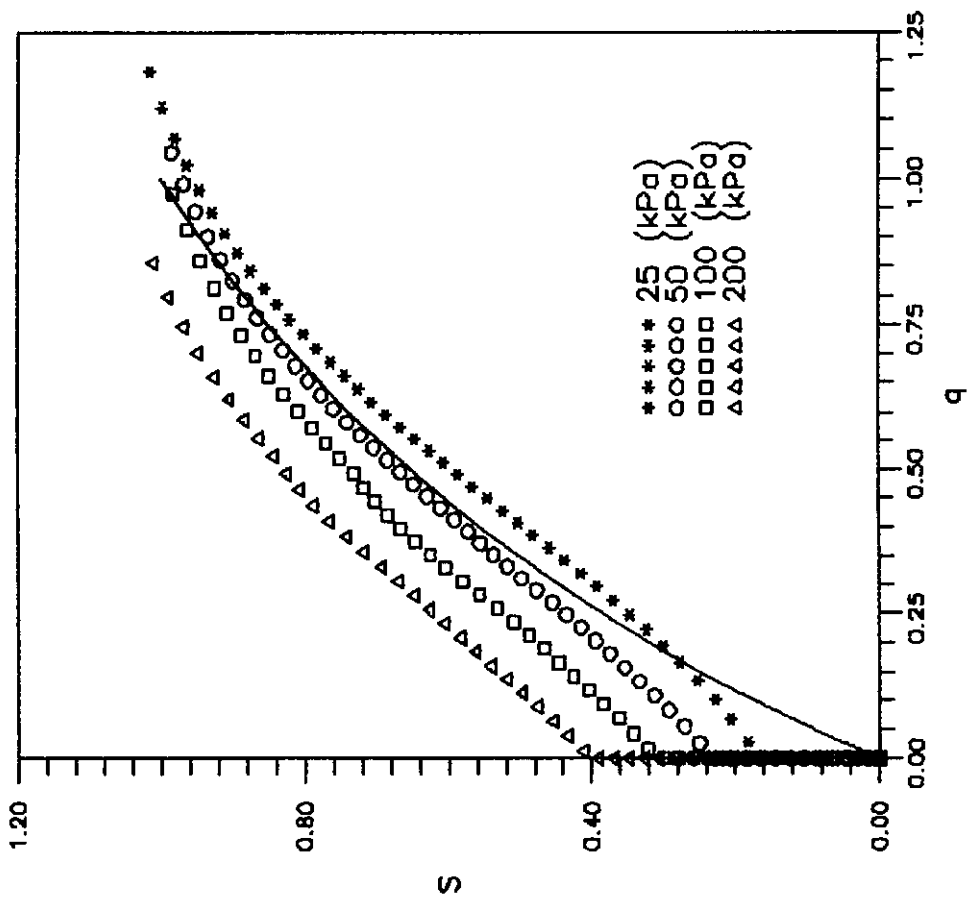


b) Modelo Lade

Fig.V.34 - Relação entre  $S$  e  $q$  (Solo natural)

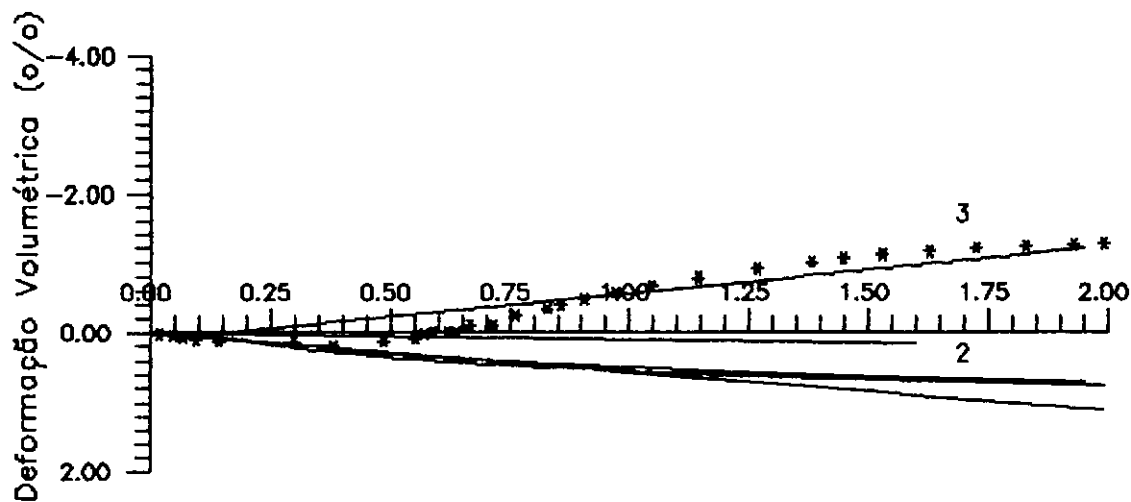
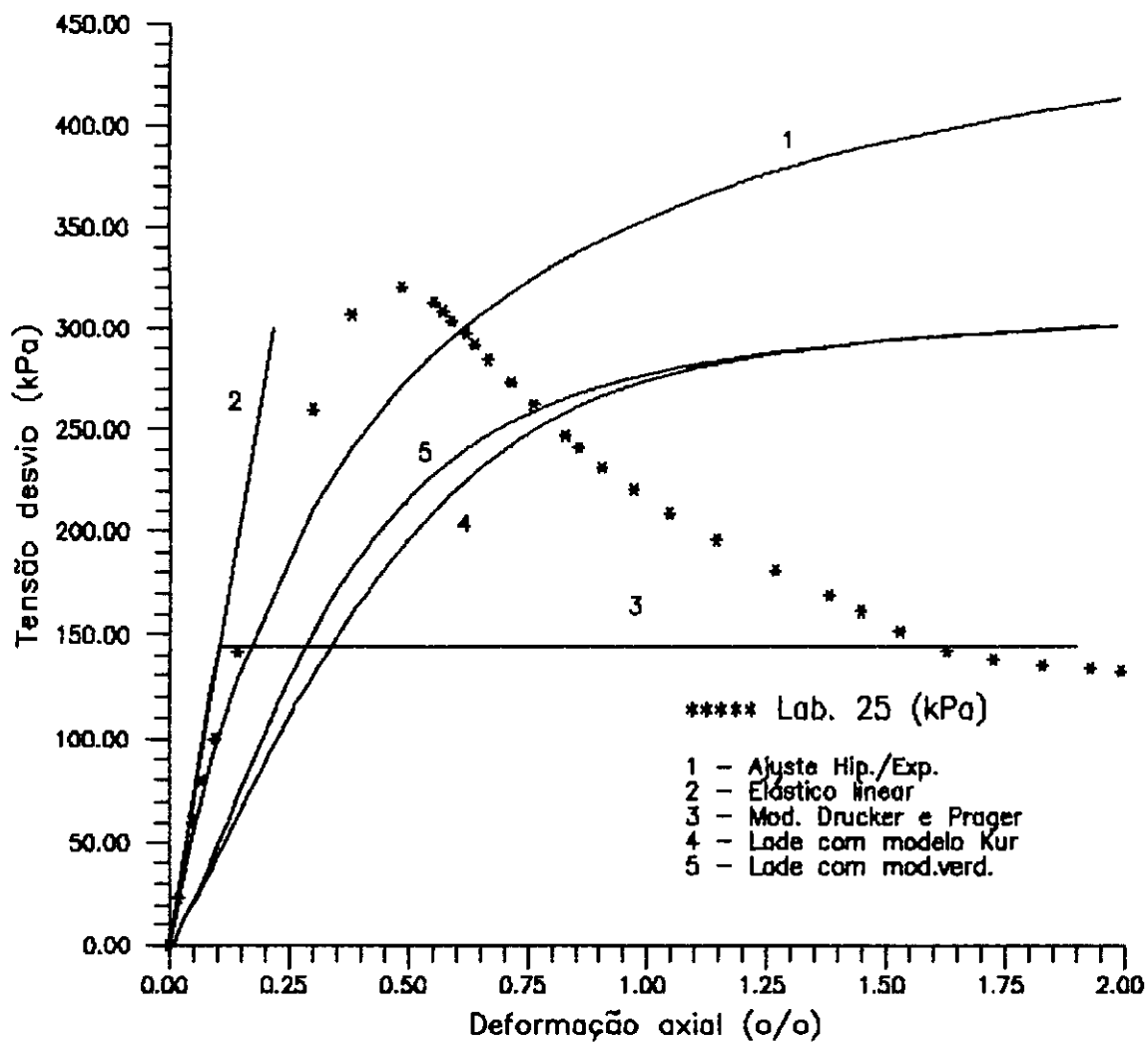


a) Modelo Kur



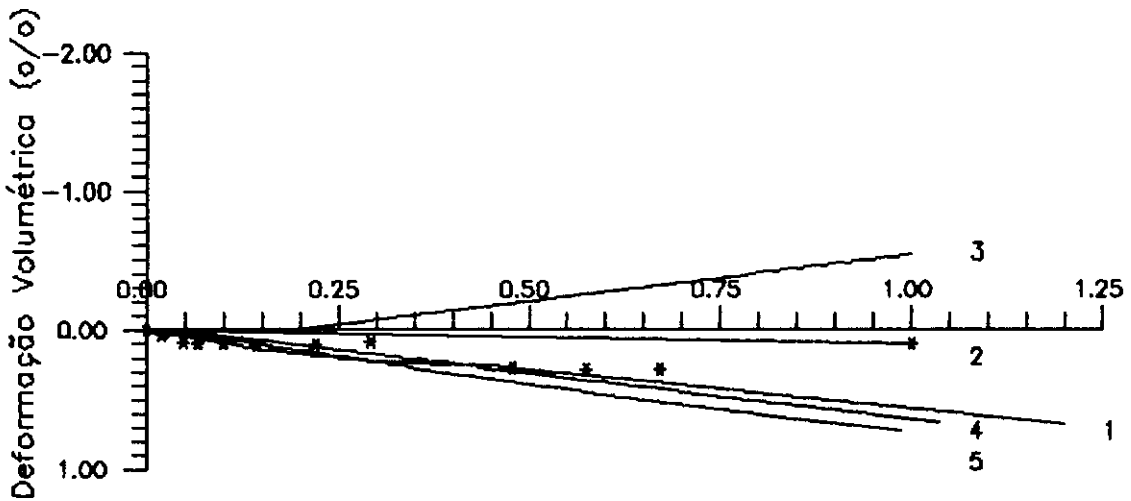
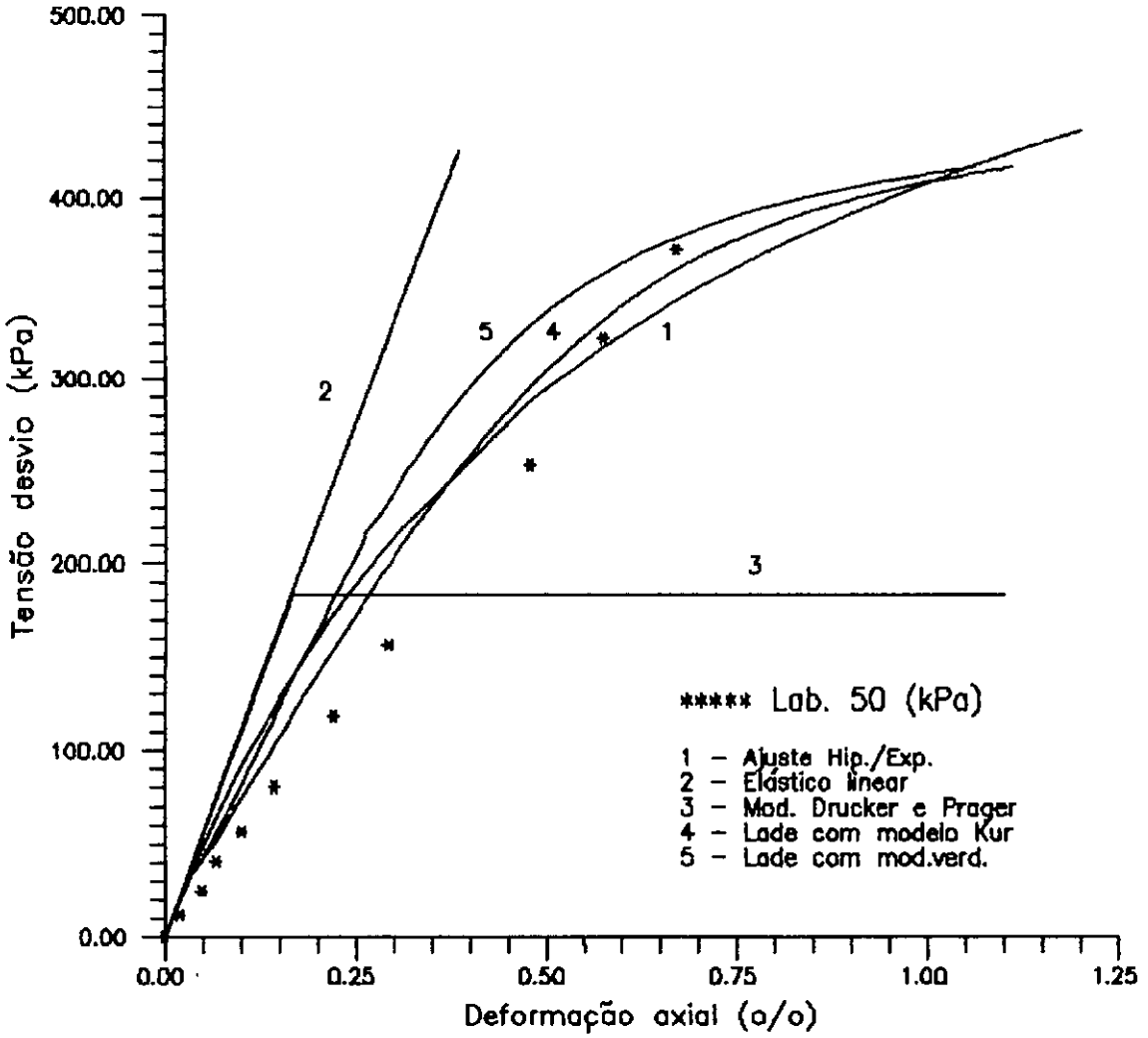
b) Modelo Lade

Fig.V.35 - Relação entre  $S$  e  $q$  (Solo compactado)



CORPO DE PROVA: Solo no estado natural

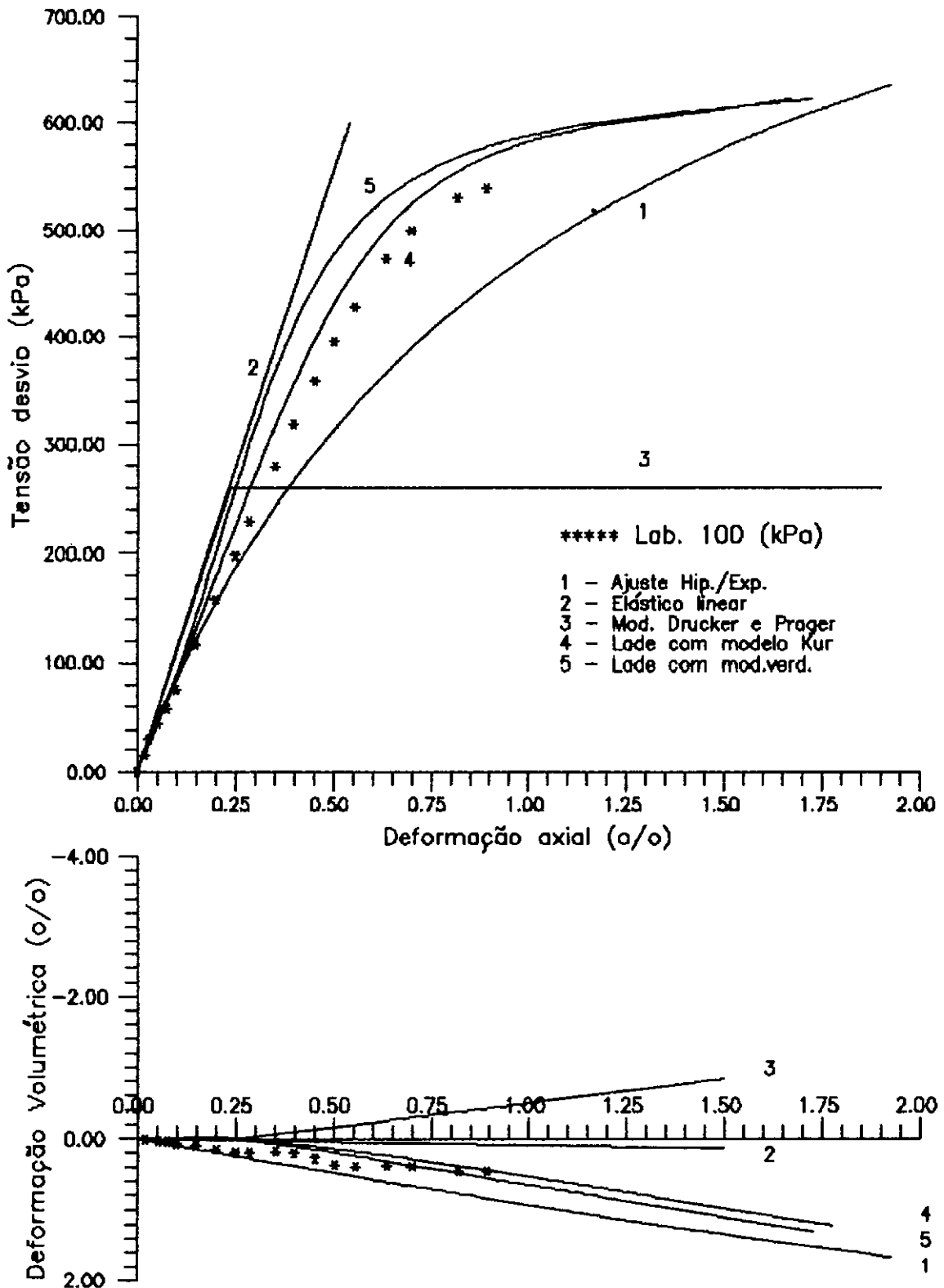
Fig.V.36 - Previsão dos modelos (CD-25 kPa)



CORPO DE PROVA: Solo no estado natural

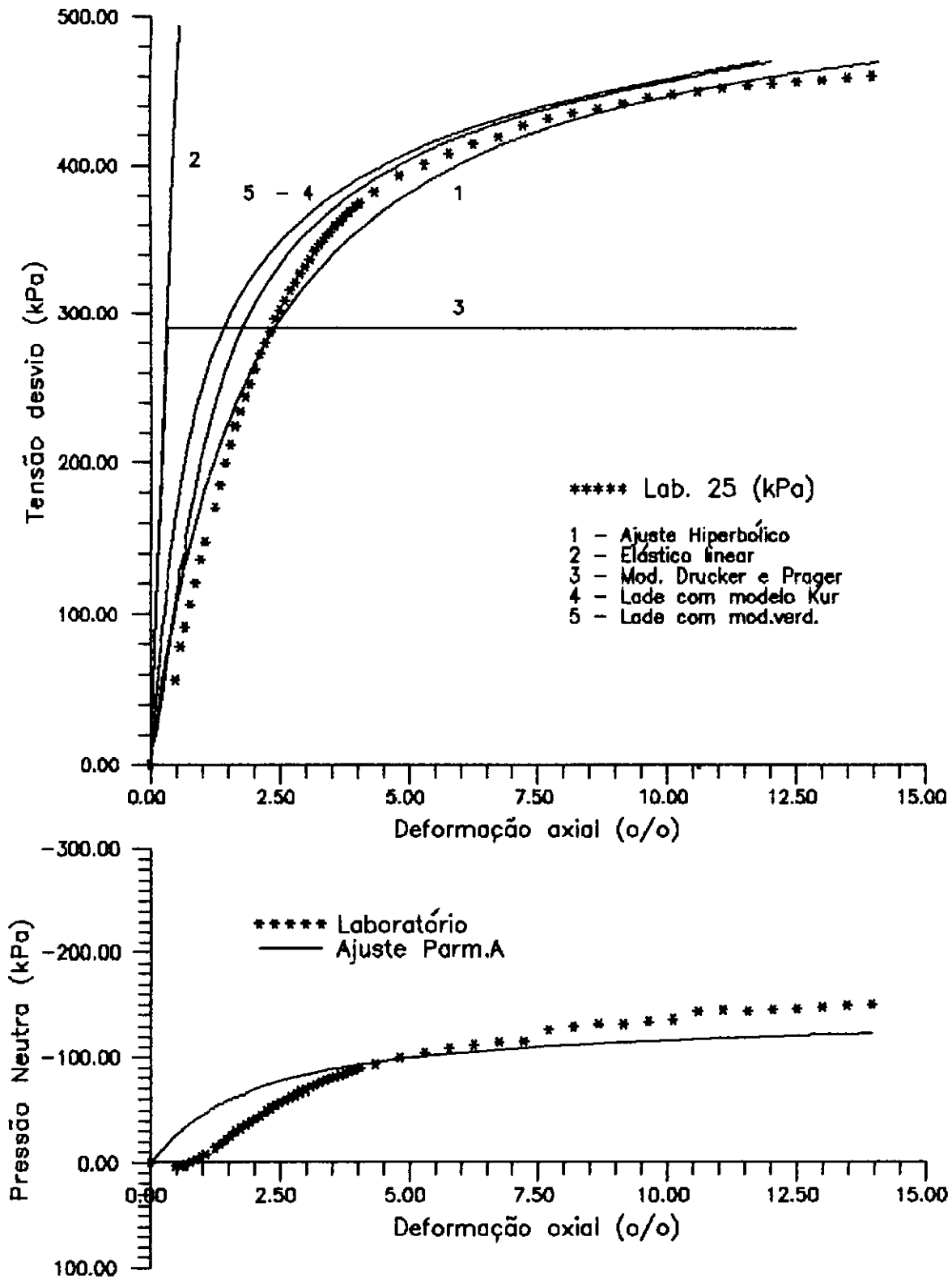
Fig.V.37 - Previsão dos modelos (CD-50 kPa)





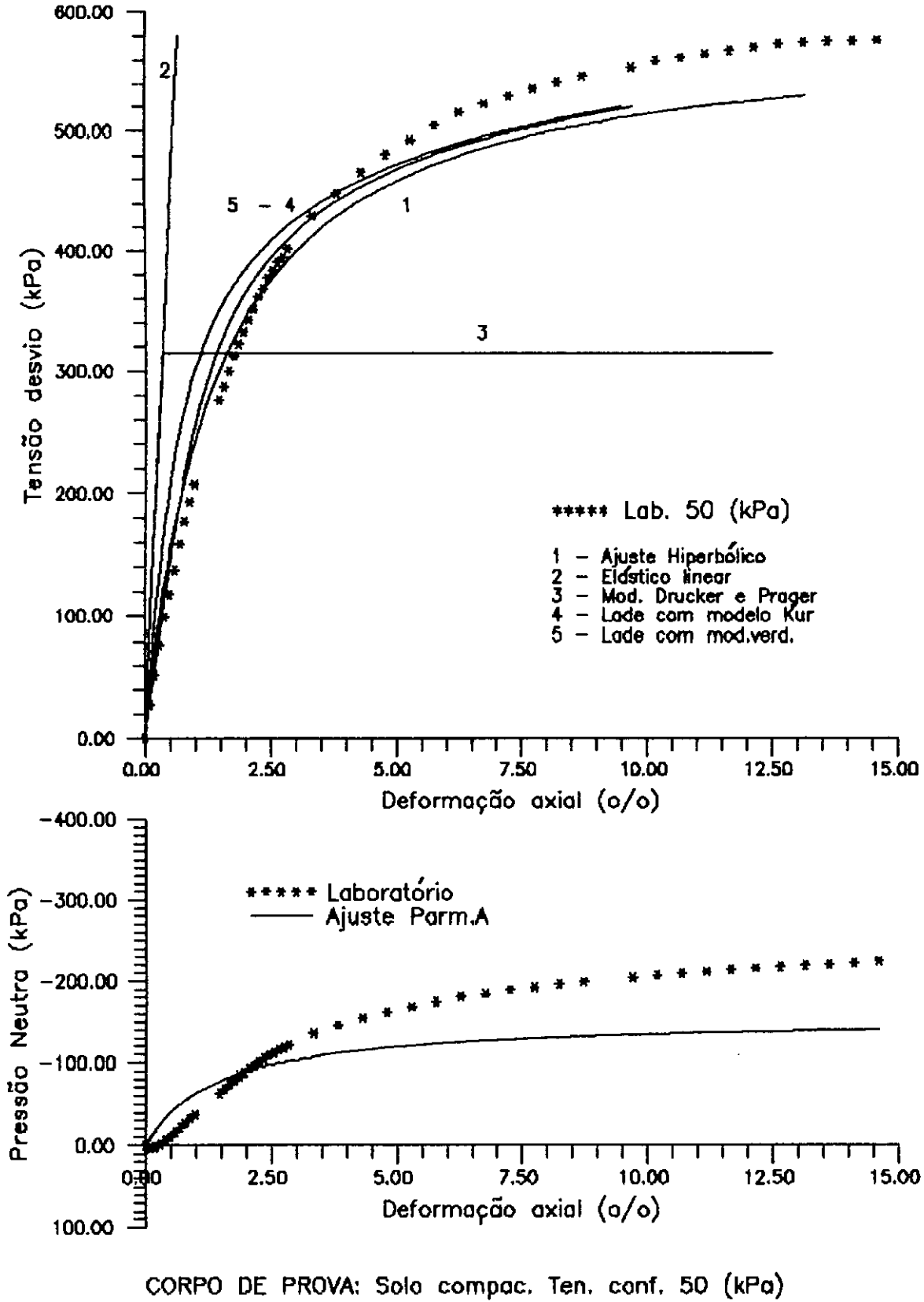
CORPO DE PROVA: Solo no estado natural

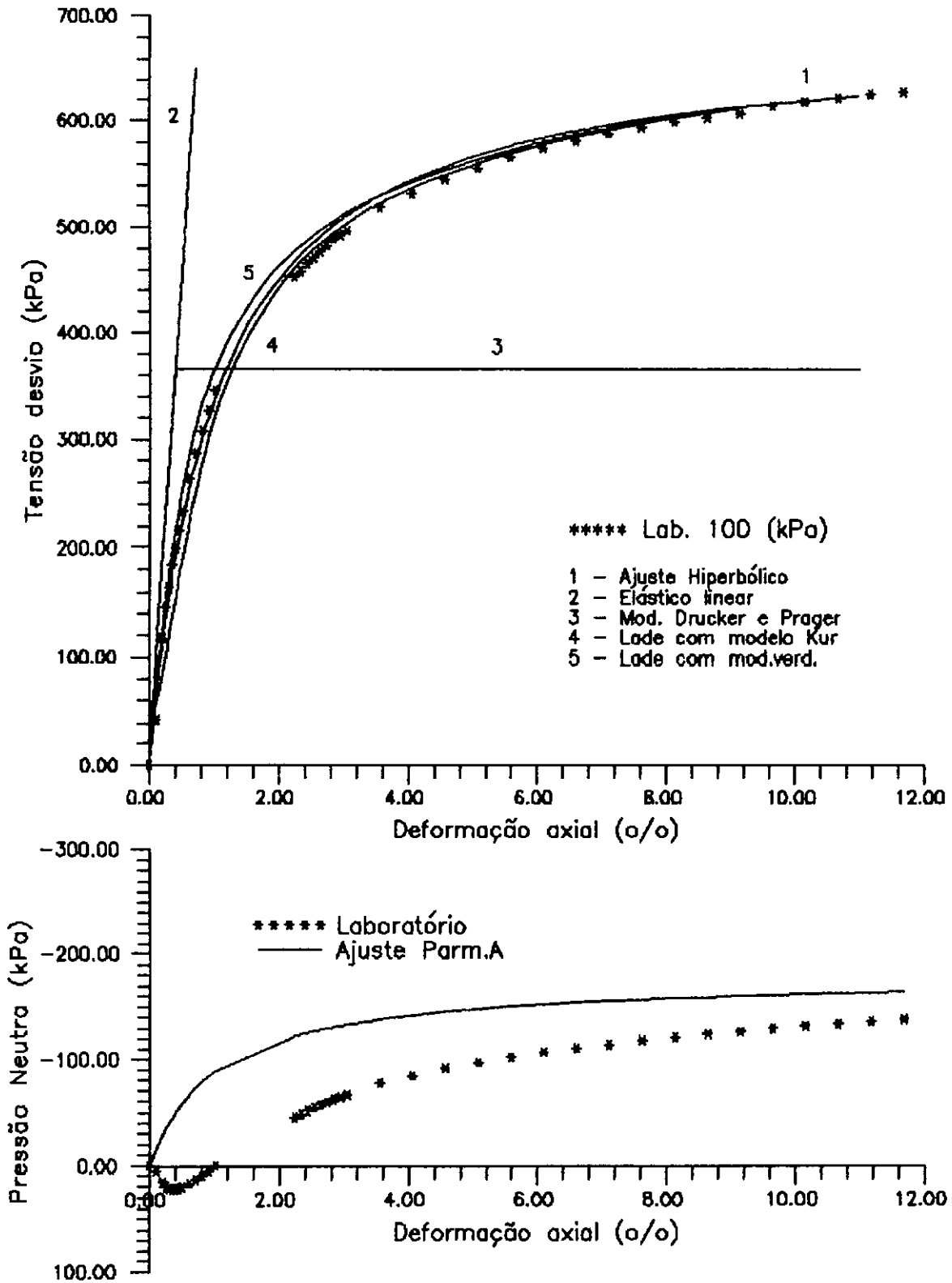
Fig.V.38 - Previsão dos modelos (CD - 100 kPa)



CORPO DE PROVA: Solo compac. Ten conf. 25 (kPa)

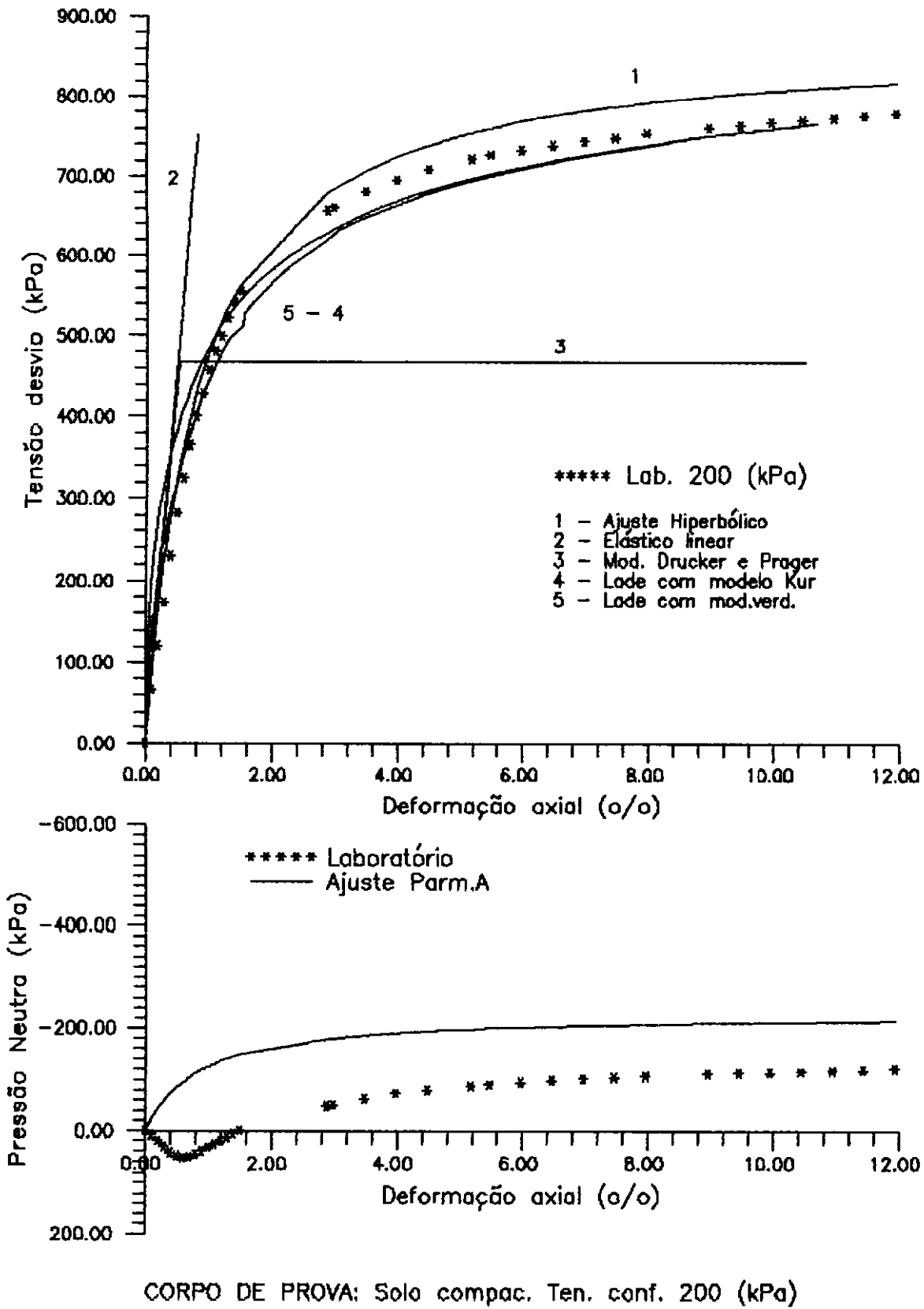
Fig.V.39 - Previsão dos modelos ( $\bar{C}U-25$  kPa)

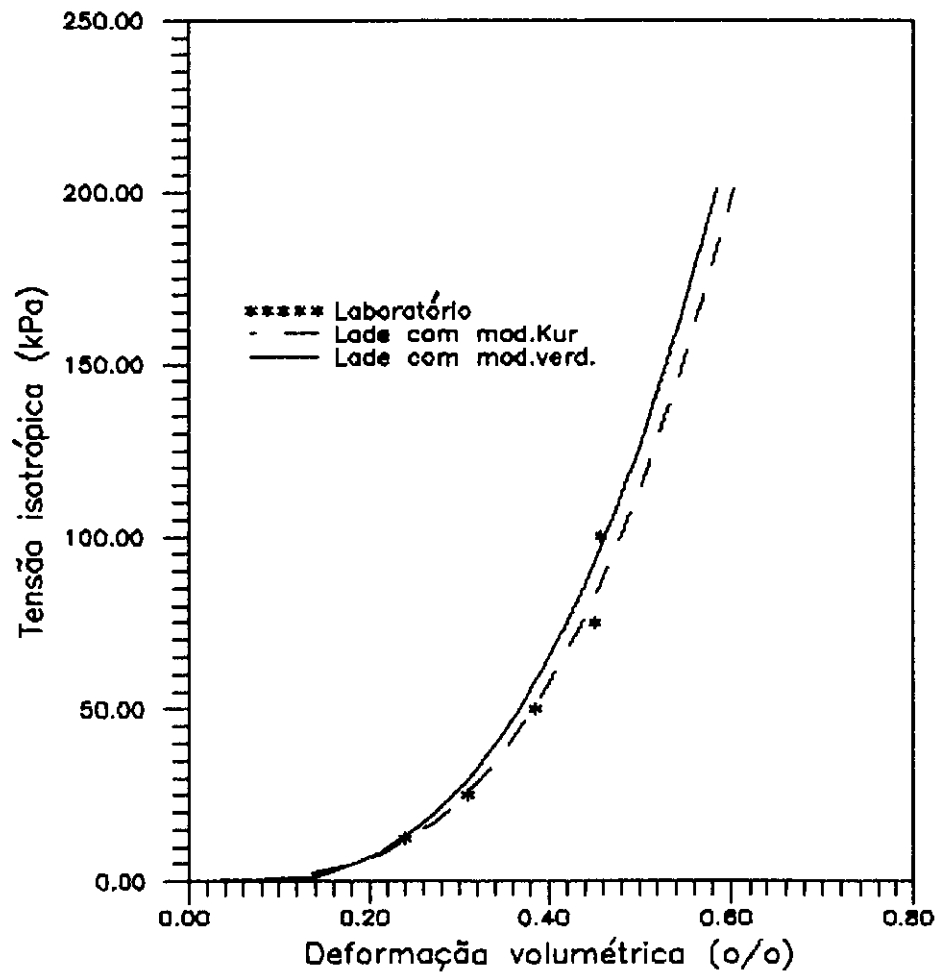
Fig.V.40 - Previsão dos modelos ( $\bar{C}U-50$  kPa)



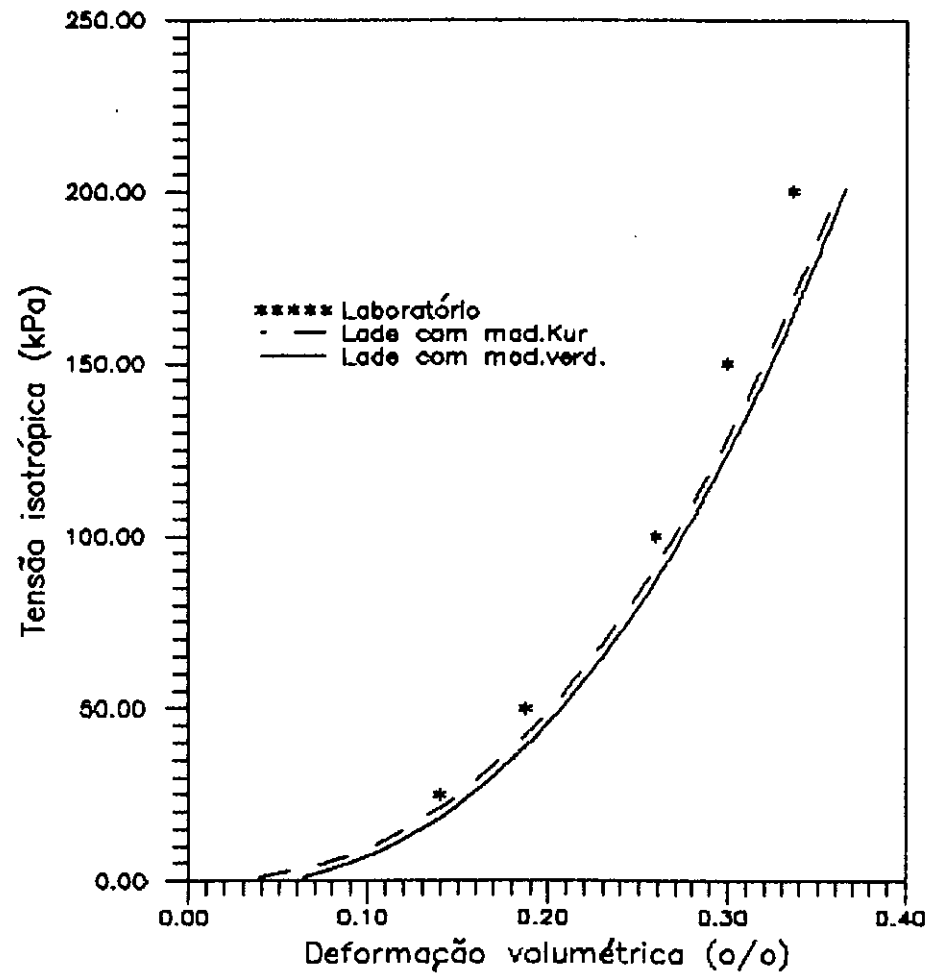
CORPO DE PROVA: Solo compac. Ten. conf. 100 (kPa)

Fig.V.41 - Previsão dos modelos ( $\bar{C}U-100$  kPa)


 Fig.V.42 - Previsão dos modelos ( $\bar{C}U-200$  kPa)



a) CORPO DE PROVA: Solo natural



b) CORPO DE PROVA: Solo compactado

Fig.V.43 – Previsão dos modelos. Ensaio isotrópico.

### V.6.2 - PREVISÃO DA PRESSÃO NEUTRA

Nas figuras V.39 a V.42 é mostrada a representação da curva pressão neutra-deformação específica axial usando a equação de SKEMPTON (1954). Observa-se nestas uma certa discrepância entre a curva modelada e a obtida com os dados de ensaio.

### V.6.3 - PREVISÃO COM O MODELO ELÁSTICO LINEAR

Nas figuras V.36 a V.48 mostra-se que a representação das curvas  $\epsilon_v$  vs  $\epsilon_a$  segundo este modelo fornece valores de  $\epsilon_v$  bem menores que os da formulação exponencial (aprox. 15%).

### V.6.4 - PREVISÃO COM O MODELO DE DRUCKER E PRAGER

Para poder obter os valores previstos da deformação específica axial e da deformação específica volumétrica foi necessário integrar a eq. (IV.12) em função da tensão deviatórica, tendo como limites de integração o valor zero e a tensão deviatórica de escoamento.

O valor da tensão deviatórica de escoamento foi calculada fazendo uso da eq. III.8. Nota-se que este valor da tensão deviatórica de escoamento é mais baixo que a tensão deviatórica na ruptura  $\sigma_{rup}$  (aprox. 50%), nos dois casos: natural e compactado.

No referente à deformação específica volumétrica, este modelo previu na ruptura uma certa dilatância, não observada experimentalmente.

### V.6.5 - PREVISÃO COM O MODELO DE KIM E LADE

Neste caso foram integradas as equações (IV.9) e (III.2), sendo necessário determinar uma expressão para a constante  $d\lambda$ . Assim sendo, consideremos a eq. (III.2):

$$d\tilde{\varepsilon}^P = d\lambda_p \frac{\partial g_p}{\partial \tilde{\sigma}} \quad (\text{V.40})$$

e que:

$$dW_p = \tilde{\sigma}^T \cdot d\tilde{\varepsilon}^P \quad (\text{V.41})$$

Substituindo a eq. (V.40) na eq. (V.41) temos que:

$$d\lambda_p = \frac{dW_p}{\tilde{\sigma}^T \frac{\partial g_p}{\partial \tilde{\sigma}}} \quad (\text{V.42})$$

mas:

$$\tilde{\sigma}^T \frac{\partial g_p}{\partial \tilde{\sigma}} = \mu \cdot g_p \quad (\text{V.43})$$

então:

$$d\lambda_p = \frac{dW_p}{\mu \cdot g_p} \quad (\text{V.44})$$

Da equação (III.27) tem-se que:

$$W_p = D \cdot p_a \cdot f_p^\rho \quad (\text{V.45})$$

então:

$$dW_p = D \cdot p_a \cdot \rho \cdot f_p^{\rho-1} \cdot df_p \quad (\text{V.46})$$

e finalmente:

$$d\lambda_p = \frac{D \cdot p_a \cdot \rho \cdot f_p^{\rho-1}}{\mu \cdot g_p} df_p \quad (\text{V.47})$$

(vide LADE e KIM, 1988b).



### V.6.5.1 - COMPRESSÃO TRIAXIAL

Nas figuras V.36 a V.42 mostra-se a previsão do modelo de Kim e Lade tanto usando o modelo elástico clássico descarregamento-recarregamento como o modelo elástico verdadeiro para solos de Lade.

Em termos gerais a representação do comportamento tensão-deformação deste modelo com os parâmetros achados para o solo de fundação do canal, fornece uma previsão boa, principalmente quando o solo está compactado.

Pode-se observar que, tanto utilizando o modelo  $K_{ur}$  como o modelo elástico verdadeiro, a previsão é muito semelhante, o qual poderia indicar que um dos fatores que intervem na discrepância dos resultados previstos com os de laboratório, seria o valor dos parâmetros elásticos considerados (os trechos carregamento-descarregamento foram bem definidos somente para o solo compactado).

Tendo em consideração as observações feitas para o solo compactado (previsão boa e parâmetros elásticos adequados), poder-se-ia concluir que o valor do parâmetro de poropressão  $\bar{A}$  adotado foi bastante correto.

A representação da curva  $\epsilon_v$  vs  $\epsilon_a$  é bem feita tanto usando o modelo elástico  $K_{ur}$  como o modelo elástico verdadeiro para solos.

### V.6.5.2 - COMPRESSÃO ISOTRÓPICA

Na figura V.43 observa-se que usando tanto o modelo elástico  $K_{ur}$  como o modelo elástico verdadeiro para solos, a previsão da compressão isotrópica é muito boa.

## V.7 - PARÂMETROS DO CONCRETO E DA JUNTA ELÁSTICA

Tanto para o concreto como para a junta elástica foram adoptados os parâmetros apresentados pelo CEPED

(1988) e por KIM e LADE (1988b), resumidos nas duas tabelas seguintes:

Material	Coesão (MPa)	Âng.de atrito (graus)	E (MPa)	$\nu$
Concreto simples	5	10	$2 \times 10^4$	0,15
Junta elástica	1	10	2	0,49

Tabela V.14 - Parâmetros elásticos, coesão e ângulo de atrito do concreto e junta elástica

Material	Parâmetros Kim & Lade		
Elasticidade	$K_{ur}$	n	$\nu$
Concreto simples	321900	0	0,15
Junta elástica	188000	0	0,49
	M	$\lambda$	$\nu$
Concreto simples	321900	0	0,15
Junta elástica	188000	0	0,49
Criterio de ruptura	a	m	$n_1$
Concreto simples	28,2	1,231	336200
Junta elástica	--	--	--
Função pot.plástica	$\psi_2$	$\mu$	
Concreto simples	-2,93	3,45	
Junta elástica	--	--	
Função de endurecimento	C	p	
Concreto simples	0,475E-9	2,93	
Junta elástica	--	--	
Função plástica	h	$\alpha$	
Concreto simples	1,666	1,65	
Junta elástica	--	--	

Tabela V.15 - Parâmetros do concreto e da junta elástica para o modelo de Kim e Lade

## CAPÍTULO VI

### ANÁLISE DA CONSTRUÇÃO DE UM ATERRO DO CANAL DE IRRIGAÇÃO DO PROJETO FORMOSO "A"

#### VI.1 - INTRODUÇÃO - PROJETO FORMOSO "A"

O Nordeste do Brasil dispõe das condições ambientais necessárias para o bom desempenho da sua agricultura, mas ressentem-se da falta de uma administração racional e correta para o aproveitamento dessas condições naturais.

A agricultura no Nordeste apresenta períodos ociosos bastante prolongados que a irrigação pode substancialmente reduzir e até eliminar. Na agricultura irrigada pode-se regularizar a produção durante todo ano, além de possibilitar seu aumento bem como da produtividade, da ampliação da oferta de empregos permanentes com a implantação de agro-indústrias, tudo isso refletindo na melhoria dos níveis de renda da população.

É assim que foram elaborados varios projetos para atender ditas necessidades hídricas. Dentre estes temos o projeto do perímetro de irrigação Formoso "A", o qual tem por finalidade principal a de prover irrigação a uma área destinada à produção de hortifrutigranjeiros na região de Bom Jesus da Lapa - Bahia, através de canais abertos. Este projeto teve o CEPED-Centro de Pesquisas e Desenvolvimento do Estado da Bahia, como órgão responsável pela supervisão técnica da execução das obras do perímetro.

#### VI.2 - LOCALIZAÇÃO DO PROJETO FORMOSO "A"

O perímetro de irrigação Formoso "A" localiza-se na cidade de Bom Jesus da Lapa no oeste do estado da Bahia, a 800 km da cidade de Salvador, figura VI.1, onde a água captada do rio Corrente será distribuída por gravidade a toda área do perímetro através de canais abertos com seção trapezoidal, revestidos de concreto simples.

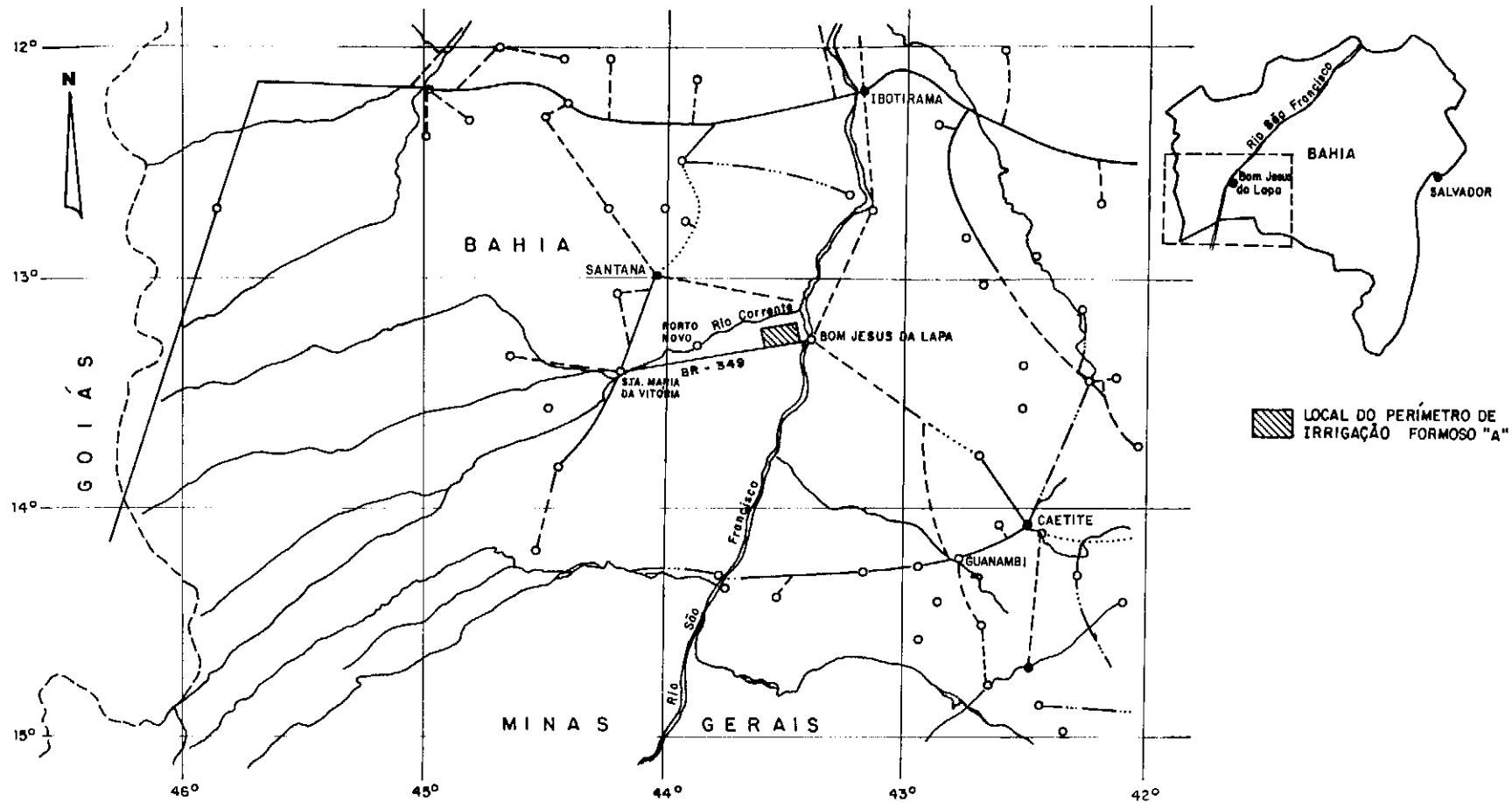


Fig.VI.1 - Projeto Formoso A .Localização da obra  
(Apud CEPED, 1988)



a) Aterro compactado



b) Impermeabilização do canal

Fig.VI.2 – Construção do canal de irrigação

### VI.3 - BREVE DESCRIÇÃO DO PERÍMETRO DE IRRIGAÇÃO FORMOSO "A"

No projeto de irrigação Formoso "A" foram previstos 76 km de canais com as seguintes obras de apoio: uma chaminé de equilíbrio, um aqueduto apoiado isostaticamente sobre pilares com vãos de 20,00m, estações de bombeamento por aspersão (EBA), e pontes e pontilhões (vide AFLITOS e outros, 1990).

Os canais do perímetro desenvolveram-se em seções em corte, mistas e aterros. A seção mista, a qual foi analisada no presente trabalho, tem a forma trapezoidal sendo revestida por placas de concreto simples moldadas "in-situ". Este revestimento objetivou principalmente proteger os solos de fundação contra a erosão da água, otimizar a condução da água (minimização das perdas por atrito água-revestimento) e reduzir a níveis compatíveis a perda da água por infiltração.

Problemas contudo, tem surgido na época das chuvas devido a uma camada de solo colapsível encontrada na região com espessura de 4 a 8 m (CEPED, 1988). Esta camada, quando saturada, perde grande parte da sua resistência e sofre grandes deformações.

Baseados nas observações feitas nos trabalhos de AFLITOS e outros (1990), MENDONÇA (1990) e PEREIRA e outros (1990), o CEPED adotou como solução para os canais de irrigação a construção do canal sobre fundação mista (aterro compactado sobrejacente ao solo natural colapsível), a colocação de uma camada seladora entre o concreto e o aterro (Bidim OP-20 e mantas PVC 1,0 mm), e a colocação de juntas elásticas para proporcionar maior flexibilidade do revestimento de concreto, figura VI.2.

Para o revestimento de concreto foram previstas duas seções típicas A e B (CEPED, 1988), mostradas nas figuras VI.3 e VI.4. A seção tipo A com juntas elásticas

Dimensões em centímetros. Exceto onde indicado

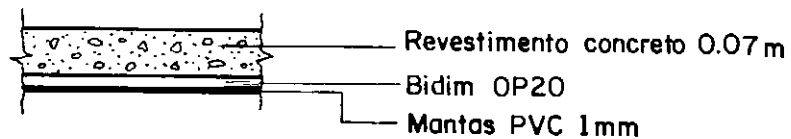
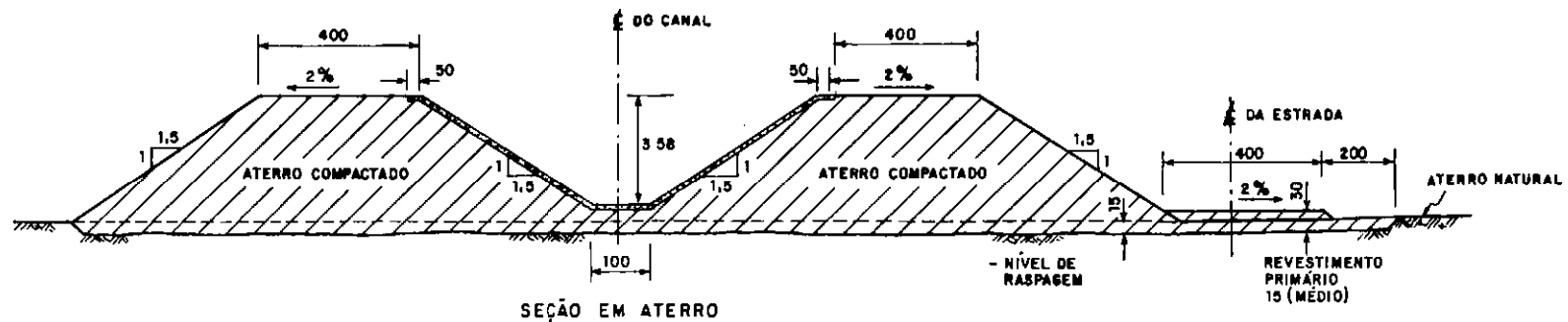


Fig.VI.3 - Seção transversal típica A (Apud CEPED, 1988)

Dimensões em centímetros. Exceto onde indicado

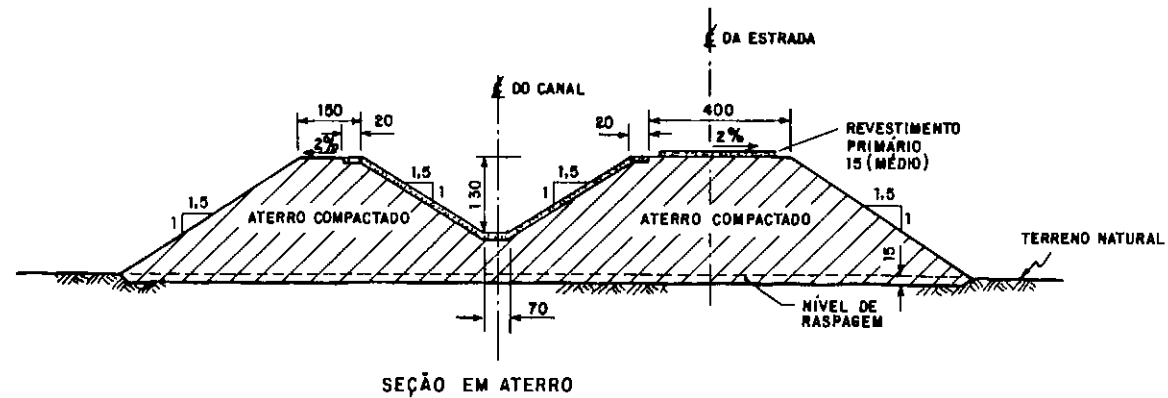


Fig.VI.4 - Seção transversal típica B (Apud CEPED, 1988)



transversais e longitudinais, foi utilizada nos trechos dos canais com maiores vazões ( $0,60 \text{ m}^3/\text{s} < Q < 9,60 \text{ m}^3/\text{s}$ ) condicionando a altura destes de 1,20 m a 3,70 m. A seção tipo B somente com juntas transversais, foi utilizada nos trechos com menores vazões ( $Q < 0,57 \text{ m}^3/\text{s}$ ) condicionando a altura destes de 0,70 m a 1,30 m.

A espessura prevista para o revestimento de concreto destas seções foi de 0,07 m obedecendo à geometria e disposição das figuras anteriores VI.3 e VI.4.

#### VI.4 - ANÁLISE DA CONSTRUÇÃO E DO ENCHIMENTO

Foram analisadas duas fases do Projeto Formoso "A": a primeira correspondente à construção do aterro e do revestimento de concreto, e a segunda ao enchimento do canal sem considerar a infiltração. Tanto na análise da construção como do enchimento, foram usados os programas CONSAT, CONSATPLAST (implementação do modelo de DRUCKER e PRAGER, 1952/1953) e CONSATPLAST/LADE (implementação do modelo de LADE, 1988). Estes programas foram instalados e rodados no equipamento BURROUGHS B6800 do Núcleo de Computação Eletrônica da Universidade Federal do Rio de Janeiro (NCE/UFRJ).

##### VI.4.1 - CONDICIONANTES E HIPÓTESES ADOTADAS

Toda a análise foi feita no estado plano de deformação (limitação dos programas) considerando-se os seguintes aspectos.

###### VI.4.1.1 - DISCRETIZAÇÃO DO CANAL

Na discretização do canal usaram-se os mesmos critérios utilizados pelo CEPED (1988), para poder comparar os resultados obtidos na presente tese com os obtidos pelo CEPED (1988) e por PEREIRA e outros (1990).

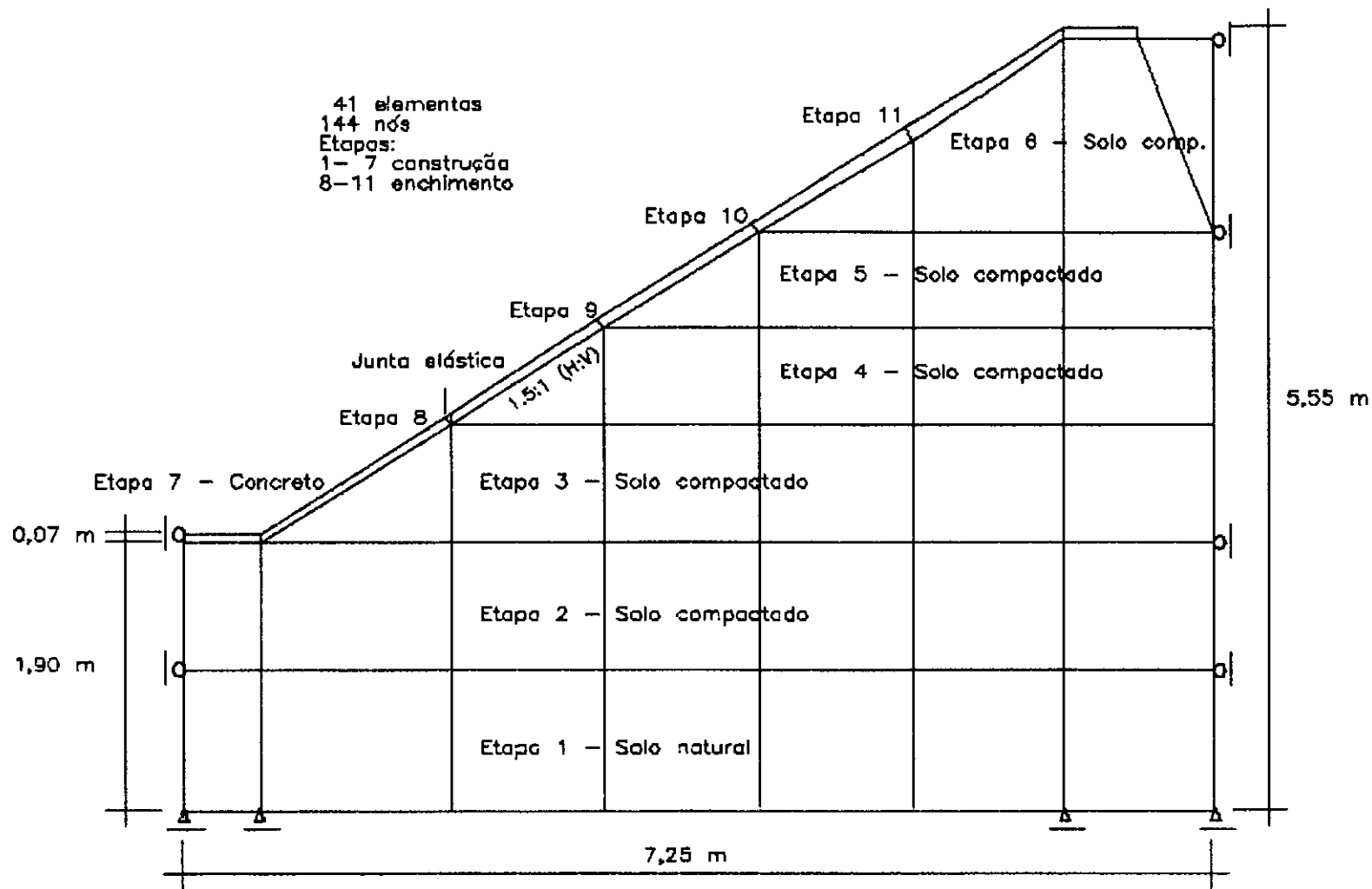


Fig.VI.5 - Malha de Elementos Finitos Utilizada

## a) REOLOGIA

Conforme mostra-se na figura VI.5, foram considerados neste trabalho quatro diferentes tipos de materiais, dois deles correspondentes ao solo de fundação no estado natural e compactado, e os outros dois restantes ao concreto e à junta elástica. Os parâmetros elásticos, plásticos e de resistência destes materiais foram obtidos e apresentados no capítulo V.

## b) TOPOLOGIA

Segundo mencionam FERRANTE e HALBRITTER (1974) não existe um método geral para determinar o número e a posição dos pontos nodais. Geralmente, recorre-se à experiência no uso do MEF. Dentre algumas idéias básicas citadas por estes autores para o desenho de uma malha tem-se as seguintes: i) os pontos nodais devem situar-se de forma tal que os elementos da malha resultem em geometria regular, ii) em zonas onde se esperam altos gradientes de tensões a discretização da malha deve ser muito maior (concentração de pontos nodais) e iii) devem colocar-se pontos nodais nos lugares de aplicação de cargas concentradas, nos limites de aplicação de cargas distribuídas, nas mudanças de material e geometria, e nos lugares onde se deseje obter resultados específicos.

Adicionalmente a estas idéias básicas encontra-se na literatura que para se obter uma boa resposta na simulação da construção de aterros por elementos finitos, o aterro deve ser dividido de 6 a 10 camadas.

Levando em conta estes aspectos, considerou-se o funcionamento estrutural do contínuo como simétrico em relação ao eixo longitudinal do canal, constituído por sete camadas das quais cinco correspondem ao aterro compactado, uma à camada colapsível, e uma ao revestimento de concreto, conforme mostra-se na figura VI.5. Foram usados 144 nós e 41 elementos, dos quais 35 foram

quadrilaterais e 6 triangulares. A junta elástica foi representada por um elemento triangular. Nas faces verticais da delimitação da malha foi restringido um grau de liberdade dos nós, o horizontal, e na face horizontal, dois, perfazendo um total de 240 graus de liberdade.

#### VI.4.1.2 - ESTADO INICIAL DE TENSÕES

O estado inicial de tensões foi definido neste trabalho fazendo uso do mesmo critério utilizado por PEREIRA (1986) no programa CONSAT. LIST e SADGORSKI (1982) segundo cita PEREIRA (1986), baseados em estudos feitos na barragem de Mathaus (Alemanha), concluíram os dois seguintes aspectos:

a) Para pequenas alturas,

$$\sigma_v = \gamma.h \quad (\text{VI.1})$$

e

$$\sigma_h = K_o \cdot \sigma_v \quad (\text{VI.2})$$

O valor de  $K_o$  pode ser estimado usando a relação de JAKY (1944),

$$K_o = 1 - \text{sen}(\phi) \quad (\text{VI.3})$$

b) Para pequenas alturas não atuam tensões cisalhantes nos planos verticais e horizontais, ou seja,

$$\sigma_1 = \sigma_v \quad (\text{VI.4})$$

e

$$\sigma_3 = \sigma_h \quad (\text{VI.5})$$

Então, com base neste estudo, PEREIRA (1986) usou as seguintes expressões para representar o estado inicial de tensões em cada nova camada,

$$\sigma_v = \gamma.h \quad (\text{VI.6})$$

$$\sigma_h = \frac{\nu}{1 - \nu} \gamma \cdot h \quad (\text{VI.7})$$

$$\tau = 0.5 \cdot \gamma \cdot h \cdot \text{sen}(\alpha) \quad (\text{VI.8})$$

onde  $\gamma$  é o peso específico do material,  $h$  é a distância do ponto considerado à superfície superior da camada, e  $\alpha$  é o ângulo que a superfície superior da camada incorporada faz com a horizontal. Para o cálculo das tensões horizontais iniciais  $\sigma_h$ , PEREIRA (1986), cita que inicialmente pode-se arbitrar um valor para o coeficiente de Poisson  $\nu$  e calcular  $\sigma_h$  usando a equação (VI.7). A seguir com os valores das tensões  $\sigma_v$ ,  $\sigma_h$  e  $\tau$ , calculam-se os valores dos parâmetros elásticos  $E$  e  $\nu$ . Caso o valor do coeficiente de Poisson calculado e arbitrado não coincidam, é feito um procedimento iterativo até que se obtenha uma diferença máxima de 0,0001.

#### VI.4.1.3 - ESTADO PLÁSTICO INICIAL

Para a aplicação do algoritmo apresentado no item IV.6 ao modelo de LADE (1988), é necessário conhecer o estado plástico inicial do material, isto é, deve-se determinar o valor do trabalho plástico inicial  $W_{p_0}$  desenvolvido pelo mesmo até o ponto em que a superfície plástica inicial  $f'_{p_0}$  é alcançada. A posição inicial  $f'_{p_0}$  da superfície plástica  $f'_p$  para cada nova camada incorporada na construção do aterro, pode ser calculada a partir do estado inicial de tensões através da equação (III.26) expressa por:

$$f'_{p_0} = \left( \psi_1 \frac{I_1^3}{I_3} - \frac{I_1^2}{I_2} \right) \left( \frac{I_1}{p_a} \right)^h e^q \quad (\text{VI.9})$$

Não obstante a equação (III.30) expressa por:

$$W_p = C \cdot p_a \cdot \left( \frac{I_1}{p_a} \right)^p \quad (\text{VI.10})$$

proposta por KIM e LADE (1988) para a modelagem do trabalho plástico somente é aplicável para compressão isotrópica. Viu-se portanto, a necessidade de encontrar uma expressão para  $W_p$  válida para um estado mais geral de tensões. Assim sendo, inicialmente expressou-se a equação (VI.9) para compressão isotrópica da seguinte forma (vide LADE e KIM, 1988a):

$$f'_{p_o} = (27.\psi_1 + 3)\left(\frac{I_1}{p_a}\right)h \quad (\text{VI.11})$$

Colocando-se em evidência  $(I_1/p_a)$  da equação (VI.11), e substituindo na equação (VI.10), obteve-se finalmente a seguinte expressão para  $W_p$ :

$$W_{p_o} = \frac{C.p_a}{(27.\psi_1 + 3)^\rho} f'_{p_o}{}^\rho \quad (\text{VI.12})$$

Para solos pré-adensados calcula-se o valor de  $f'_{p_o}$  com as tensões correspondentes ao estado pré-adensado. (Devido a que, para a camada natural do solo de fundação do canal não foi possível determinar a tensão de pré-adensamento,  $f'_{p_o}$  foi calculado fazendo uso das tensões iniciais).

#### VI.4.1.4 - CRITÉRIO PARA O DESCARREGAMENTO-RECARREGAMENTO

No processo de cálculo do estado de tensões e deformações na simulação da construção de aterros, faz-se necessário estabelecer um critério de descarregamento - recarregamento. Este critério indica, para um ponto qualquer do aterro, se o estado de tensões atual neste ponto é inferior ou não ao estado de tensões anterior no mesmo. Se for inferior, o ponto em questão está em um processo de descarregamento.

Na análise elástica não linear implementada no programa CONSAT é usado o nível de tensões (SL) (PEREIRA, 1986), definido como:

$$SL = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \quad (VI.13)$$

onde:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \text{tensão deviatória atuante}$$

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \text{tensão deviatória na ruptura}$$

Para um nível de tensões (SL) menor do que o máximo nível de tensões atingido anteriormente, o programa adota para o módulo de elasticidade o valor segundo a formulação de Eur.

Na análise elasto-plástica é usada como critério de descarregamento a função plástica  $f_p$ , expressa pela equação III.3. Para um valor de  $f_p < 0$ , o processo de deformação se encontra no domínio elástico, e se procede tal qual indica o algoritmo apresentado no item IV.6.

#### VI.4.1.5 - COMPORTAMENTO APÓS RUPTURA

Considerando que na implementação do modelo de LADE (1988) somente foi analisado o endurecimento, adotou-se o comportamento após ruptura utilizado no programa CONSAT.

Segundo cita PEREIRA (1986), quando a tensão deviatória atinge o valor de  $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ , o material perde sua capacidade de resistir ao cisalhamento, a menos que a tensão octaédrica seja aumentada.

Este comportamento é modelado utilizando a sugestão de CLOUGH e WOODWARD (1967), a qual reformula a relação incremental tensão-deformação para o estado plano de deformação da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \Delta\sigma_x \\ \Delta\sigma_y \\ \Delta\sigma_z \\ \Delta\tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} M_B + M_D & M_B - M_D & M_B - M_D & 0 \\ M_B - M_D & M_B + M_D & M_B - M_D & 0 \\ M_B - M_D & M_B - M_D & M_B + M_D & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\epsilon_x \\ \Delta\epsilon_y \\ 0 \\ \Delta\gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (VI.14)$$

onde:

$$M_B = \text{módulo volumétrico} = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu) (1 - 2 \cdot \nu)} \quad (\text{VI.15})$$

$$M_D = \text{módulo cisalhante} = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (\text{VI.16})$$

Segundo cita PEREIRA (1986), para representar a alta resistência à deformação específica volumétrica e a baixa resistência ao cisalhamento em um ponto que atinge a ruptura, o valor de  $M_B$  é mantido igual ao valor atingido antes da ruptura e o valor de  $M_D$  é anulado. Assim, um ponto que sofre ruptura pode acumular tensões octaédricas e readquirir sua capacidade de resistir às tensões cisalhantes atuantes nesse ponto.

#### VI.4.1.6 - RESISTÊNCIA À TRACÇÃO

Considerou-se a resistência à tração nula para solo de fundação no seu estado natural e compactado, nos três programas utilizados. Para o concreto adotou-se o valor de 10% de sua resistência à compressão simples  $f_{ck}$  (programas CONSAT e CONSATPLAST). O valor de  $f_{ck}$  utilizado no presente trabalho foi o mesmo utilizado pelo CEPED, ou seja,  $125 \text{ kgf/cm}^2$  ou  $1,23 \times 10^4 \text{ kPa}$ . No programa CONSATPLAST/LADE incluiu-se a resistência do concreto à tração através do parâmetro "a" tal qual foi mostrado no item III.4.2.1.

#### VI.4.2 - ENTRADA E SAIDA DOS PROGRAMAS

##### a) ENTRADA DE DADOS

Basicamente foi utilizada a mesma forma de entrada de dados do programa CONSAT (MAHLER e PEREIRA, 1988a) nos programas implementados. No programa implementado com o modelo de Drucker e Prager (CONSATPLAST) foi introduzida a leitura da tolerância para o cálculo iterativo e a leitura



da opção para o cálculo automático elasto-plástico. No programa implementado com o modelo de Lade (CONSATPLAST/LADE), foi introduzida a leitura da tolerância e foi modificada a leitura dos parâmetros do solo.

#### b) VALOR DA TOLERÂNCIA

Considerando-se a faixa de valores da tolerância de  $10^{-2}$  a  $10^{-6}$  utilizada por BERGAN e CLOUGH (1972) e de  $4 \times 10^{-3}$  a  $5 \times 10^{-4}$  utilizada por ALMEIDA (1977), empregou-se inicialmente neste trabalho valores próximos a  $10^{-4}$  (valor médio das faixas anteriores). Definiu-se posteriormente a faixa de  $10^{-2}$  a  $10^{-4}$  como a faixa de trabalho para a presente tese.

#### c) SAIDA DOS RESULTADOS

Tanto no programa CONSAT como nos programas implementados ampliou-se a saída dos resultados com a criação de um novo arquivo, a fim de ser usado na plotagem destes resultados. Fez-se um outro programa denominado de TESEPLOT o qual, tomando como dados de entrada o arquivo anteriormente citado, criou vários arquivos para serem lidos pelo programa GRAPHER (pacote gráfico).

### VI.4.3 - ANÁLISE DA CONSTRUÇÃO

A simulação da construção do canal de irrigação foi realizada em sete etapas, incluindo-se nestas o revestimento de concreto, figura VI.5. Os parâmetros usados para a camada colapsível foram os correspondentes ao estado natural. Nas figuras VI.6 a VI.18 são apresentados de forma gráfica os resultados obtidos com os três programas.

#### a) DESLOCAMENTOS

Como pode ser observado nas figuras VI.7 a VI.11 foram obtidas distribuições e valores de deslocamentos

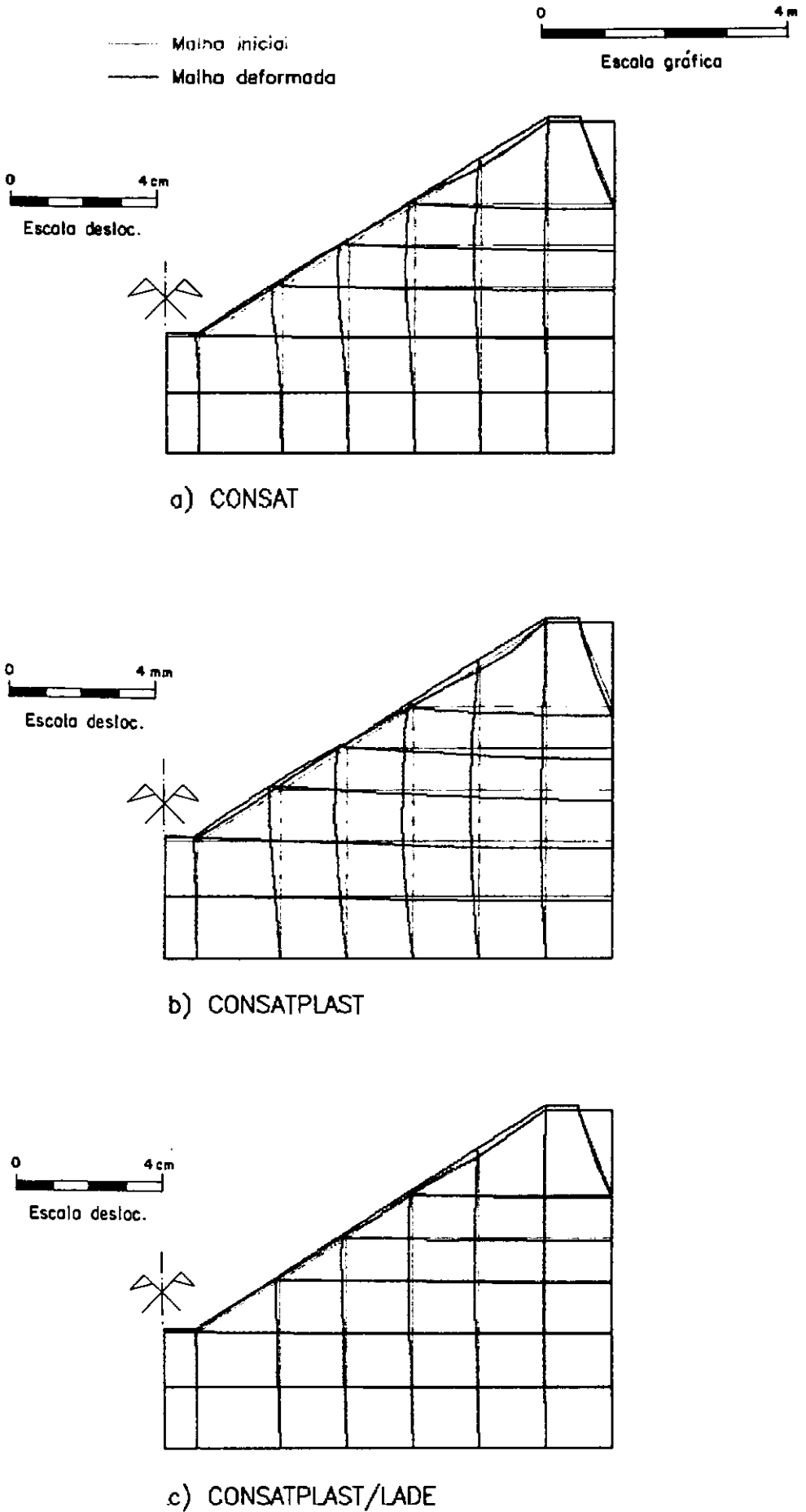
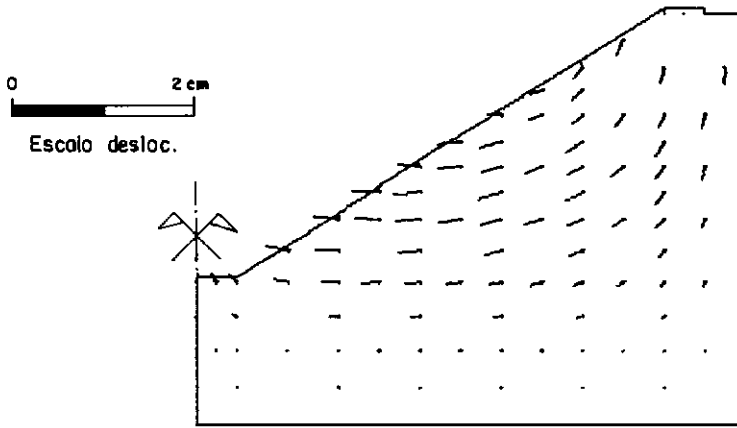
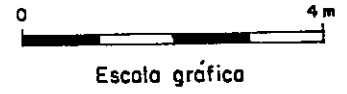
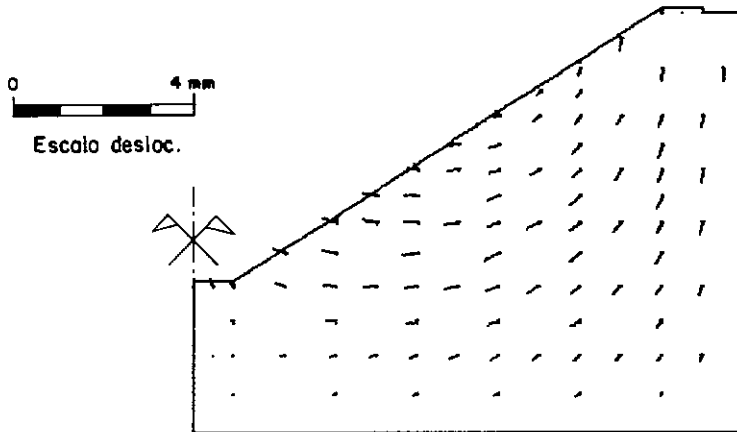


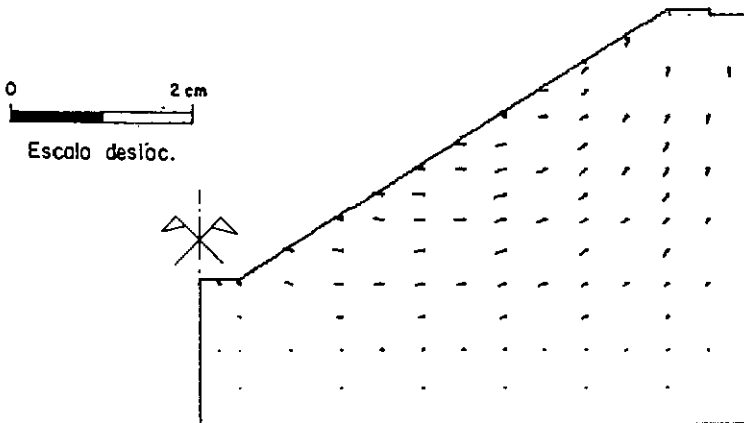
Fig.VI.6 - Malha deformada exagerada - Construção



a) CONSAT



b) CONSATPLAST



c) CONSATPLAST/LADE

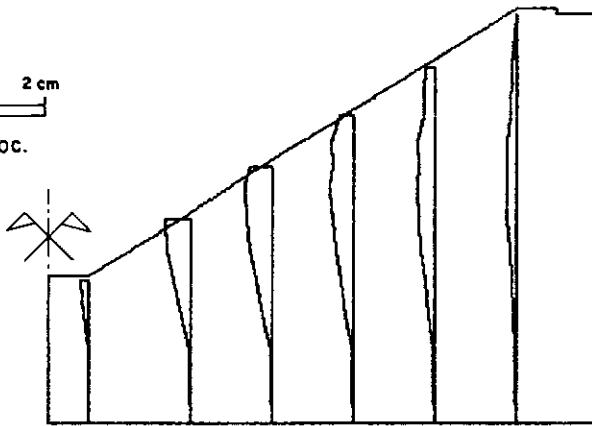
Fig.VI.7 - Deslocamentos nodais - Construção



Escala gráfica



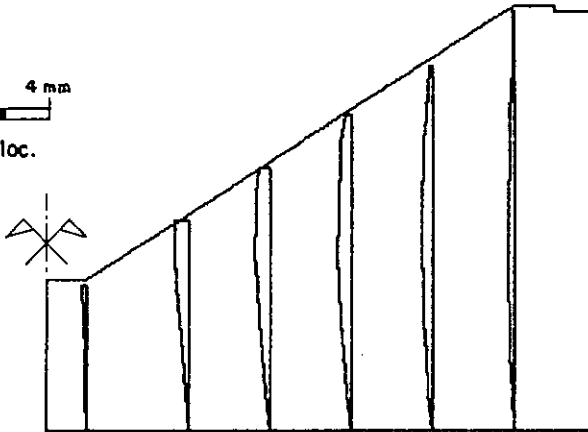
Escala desloc.



a) CONSAT



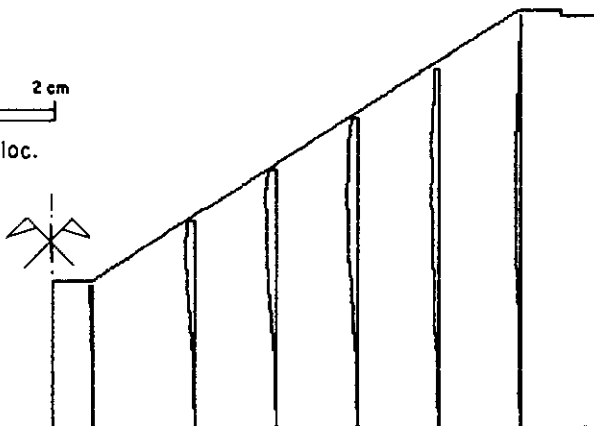
Escala desloc.



b) CONSATPLAST



Escala desloc.



c) CONSATPLAST/LADE

Fig.VI.8 - Deslocamentos horizontais - Construção

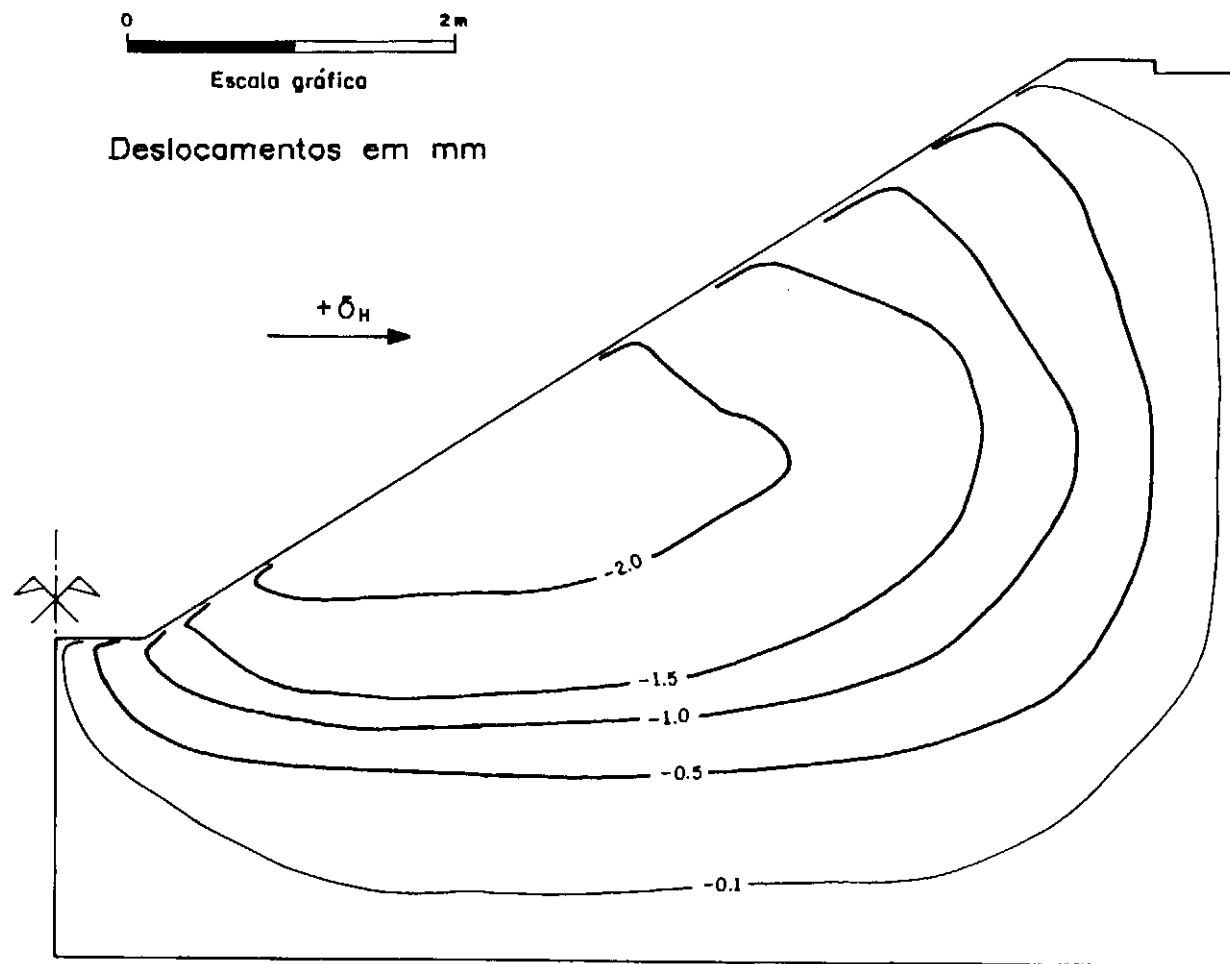


Fig.VI.9.a - Curvas de igual deslocamento horizontal  
(Construção - CONSAT)

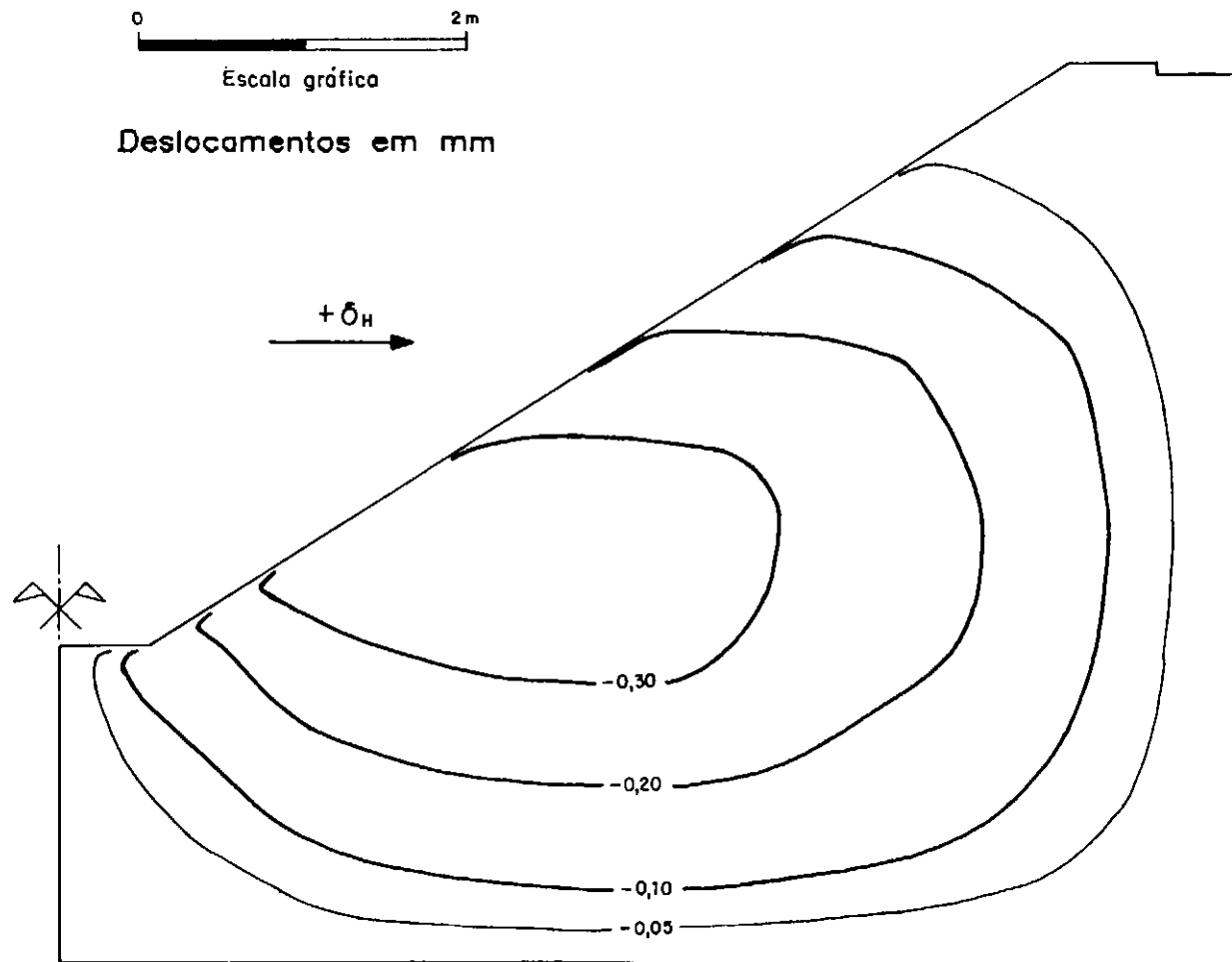


Fig.VI.9.b - Curvas de igual deslocamento horizontal  
(Construção - CONSATPLAST)

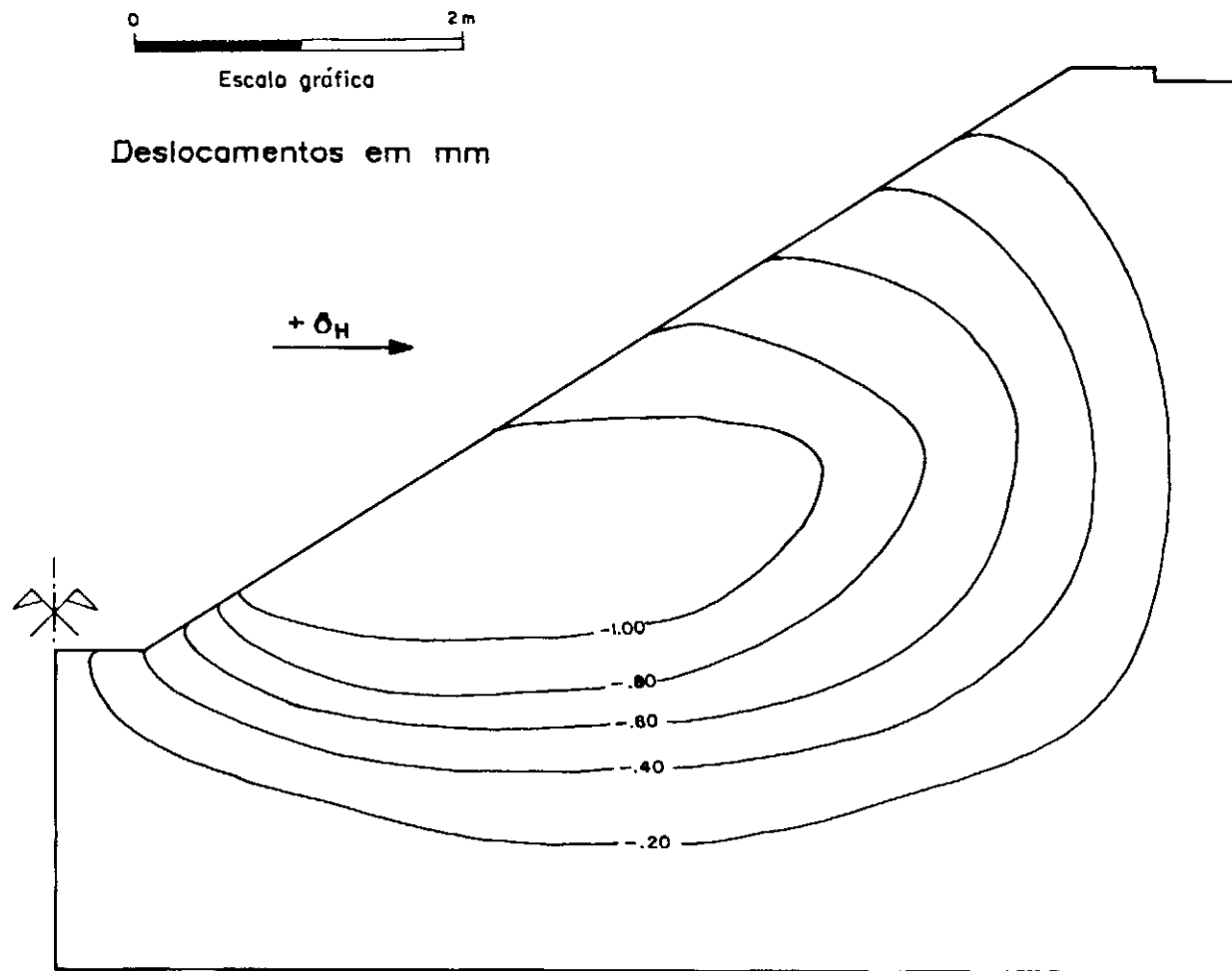
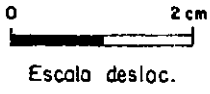


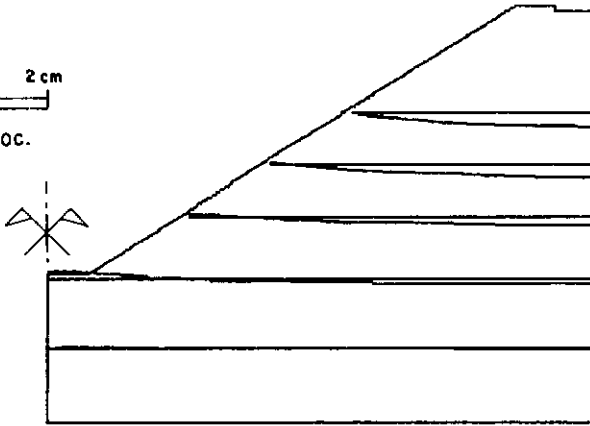
Fig.VI.9.c - Curvas de igual deslocamento horizontal  
(Construção - CONSATPLAST/LADE)



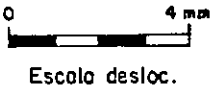
Escala gráfica



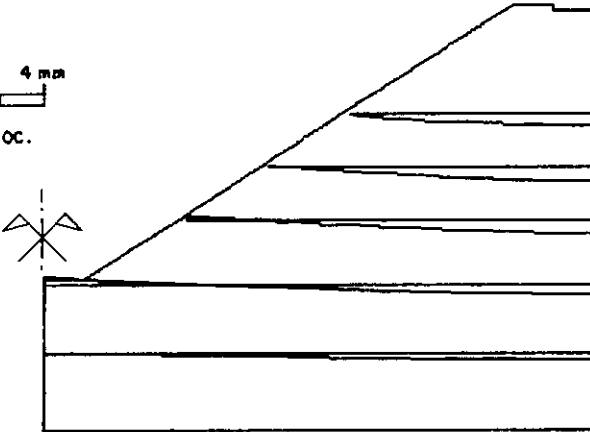
Escala desloc.



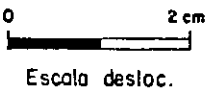
a) CONSAT



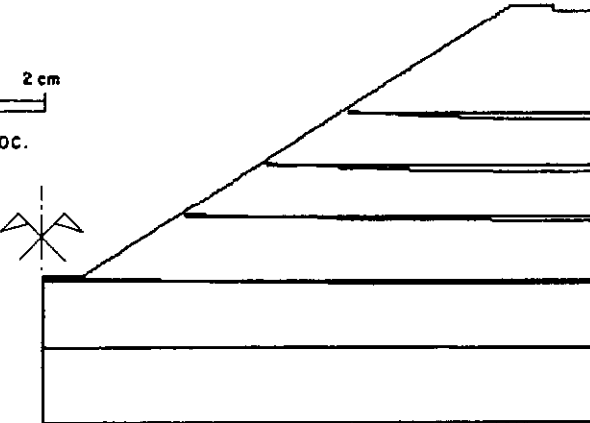
Escala desloc.



b) CONSATPLAST



Escala desloc.



c) CONSATPLAST/LADE

Fig.VI.10 - Deslocamentos verticais - Construção



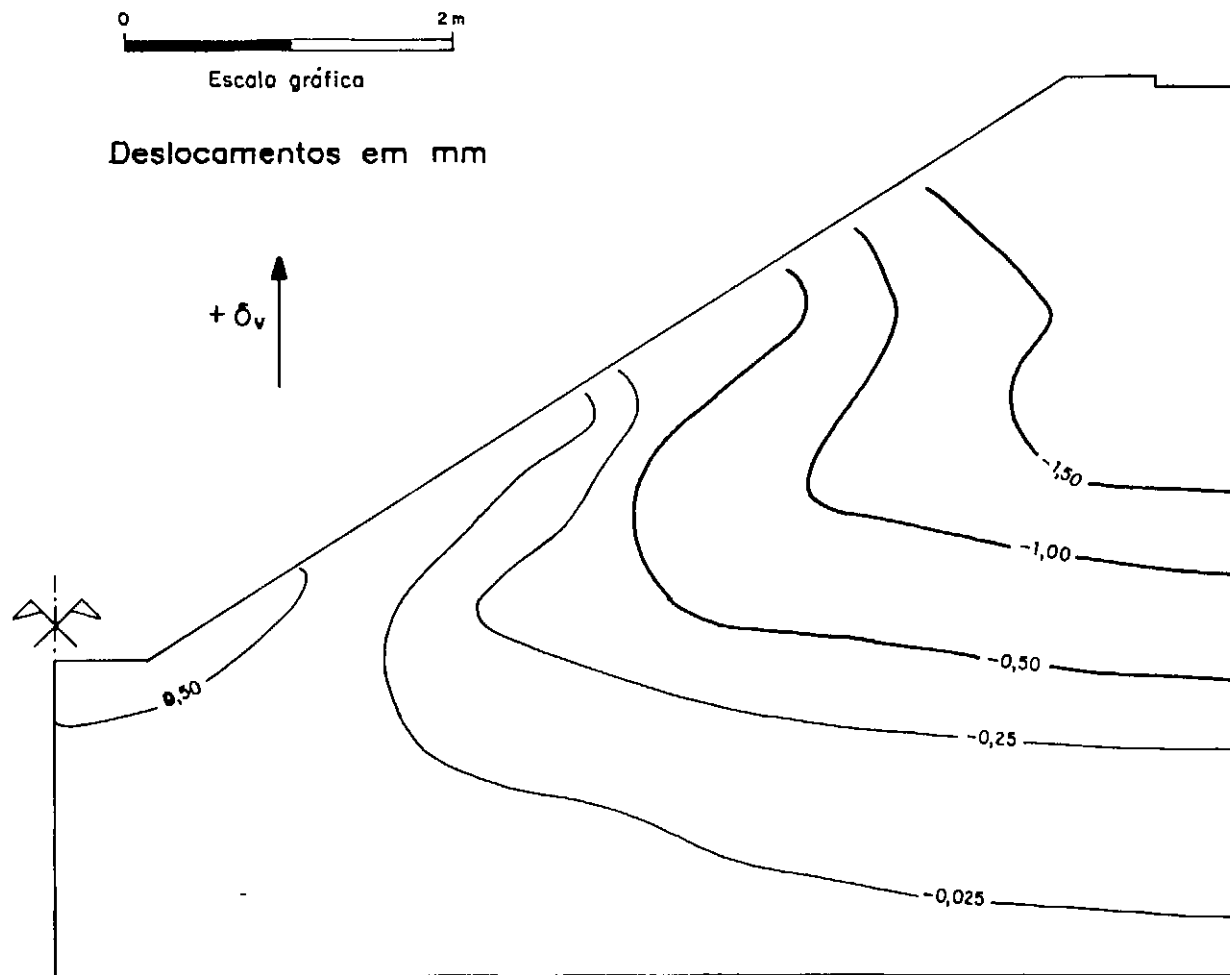


Fig.VI.11.a - Curvas de igual deslocamento vertical  
(Construção - CONSAT)

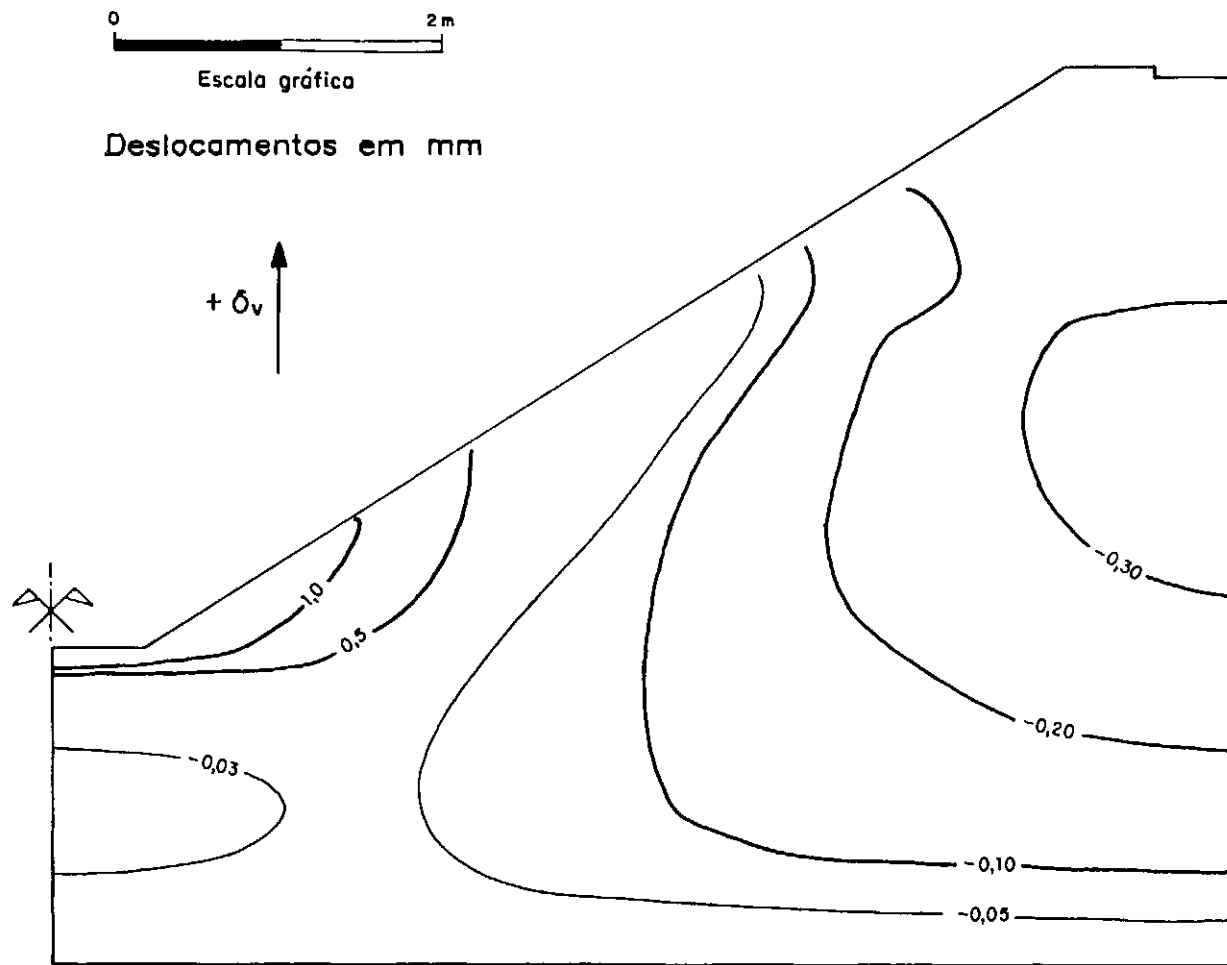


Fig.VI.11.b – Curvas de igual deslocamento vertical  
(Construção – CONSATPLAST)

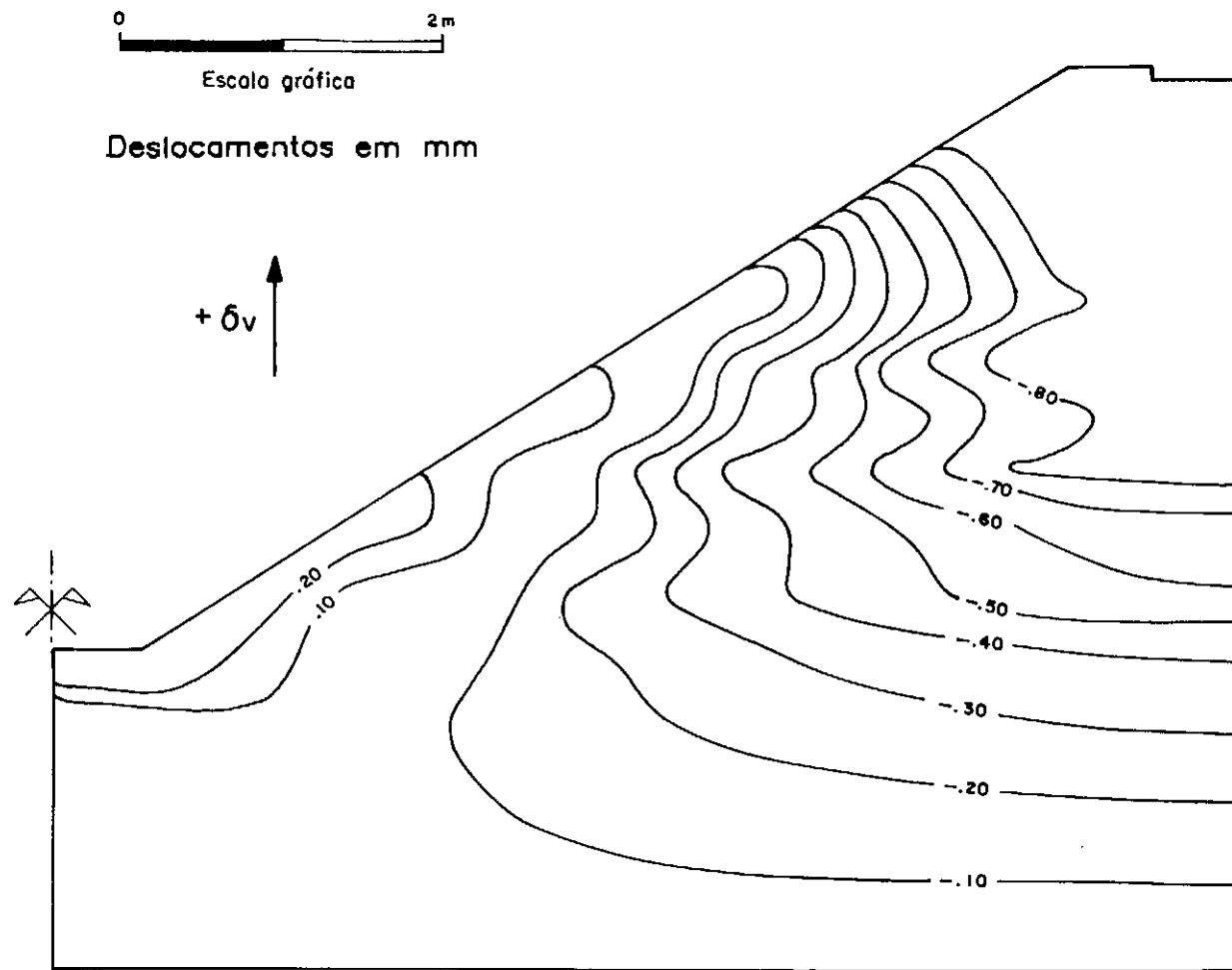


Fig.VI.11.c - Curvas de igual deslocamento vertical  
(Construção - CONSATPLAST/LADE)

muito similares com o programa CONSAT e CONSATPLAST/LADE. Com o programa CONSATPLAST foi obtida uma distribuição de deslocamentos um tanto diferente às obtidas com os outros dois programas, porém valores muito inferiores aos obtidos com os programas CONSAT e CONSATPLAST/LADE. Isto se deve principalmente ao fato que o cálculo efetuado com o programa CONSATPLAST recaiu no domínio elástico (carregamento pequeno e altos valores dos parâmetros de resistência).

Nota-se na figura VI.9 que os deslocamentos horizontais concentraram-se em torno da junta elástica, atingindo nesta um máximo valor aproximado de 3,00 mm (programa CONSAT). No contorno da malha, estes deslocamentos horizontais tornaram-se praticamente desprezíveis.

Observa-se ainda na figura VI.11, que no pé do talude e zonas próximas a este, apresentou-se um certo levantamento do solo de fundação e da camada de concreto. O máximo valor aproximado deste levantamento foi de 3,00 mm (programa CONSAT).

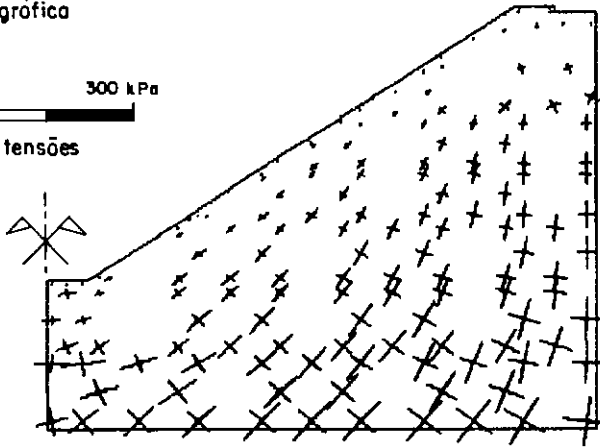
O maior valor de recalque obtido foi de 2,00 mm no aterro compactado (programa CONSAT). Na camada natural foi encontrado um valor de recalque máximo de 0,19 mm (programa CONSATPLAST/LADE).

## **b) TENSÕES PRINCIPAIS**

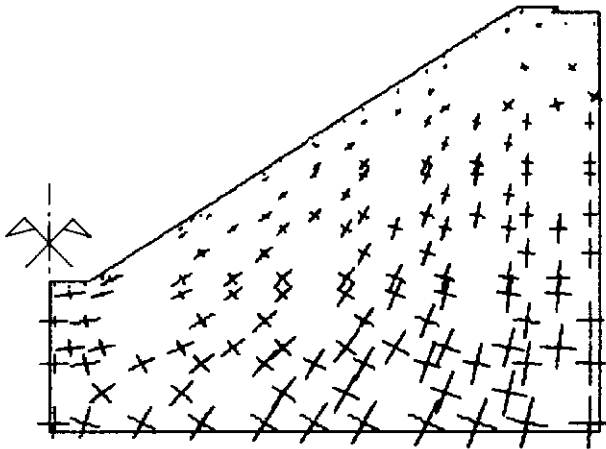
Foram obtidas distribuições e valores das tensões principais muito similares com os três programas, figura VI.12. Nota-se uma certa diferença no pé do talude do aterro e no contato da camada natural com o aterro compactado. Com o programa CONSAT foram obtidos maiores tensões nesta região e com o programa CONSATPLAST/LADE no pé do talude do aterro.

0 4 m  
Escala gráfica

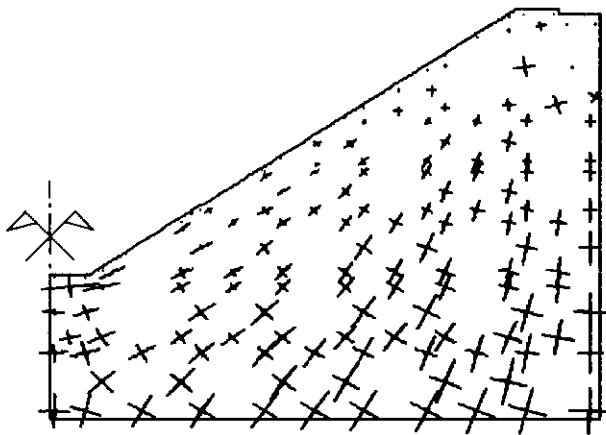
0 300 kPa  
Escala tensões



a) CONSAT



b) CONSATPLAST



c) CONSATPLAST/LADE

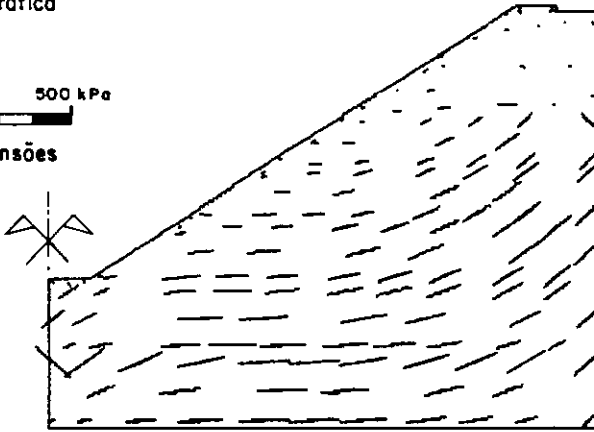
Fig.VI.12 - Tensões principais - Construção

0 4 m

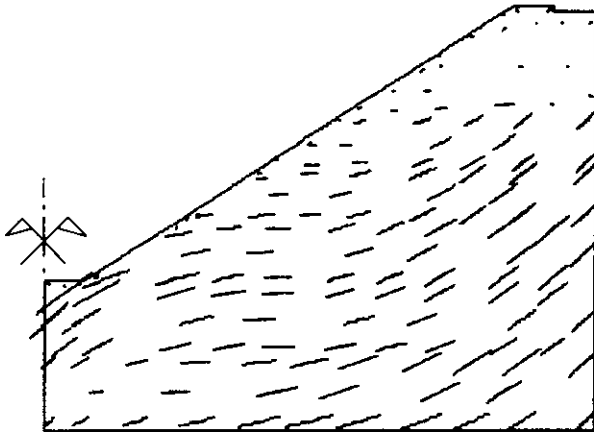
Escala gráfica

0 500 kPa

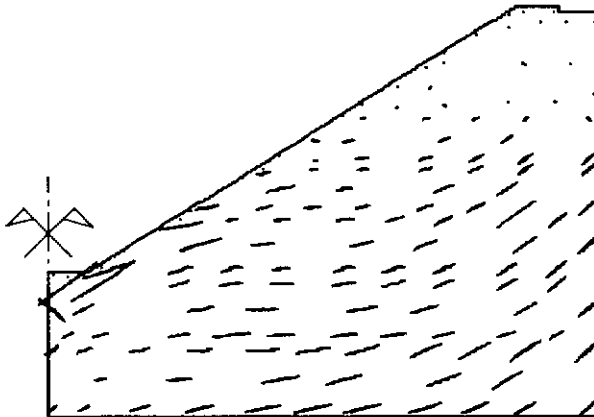
Escala tensões



a) CONSAT



b) CONSATPLAST



c) CONSATPLAST/LADE

Fig.VI.13 - Tensões cisalhantes máx. - Construção

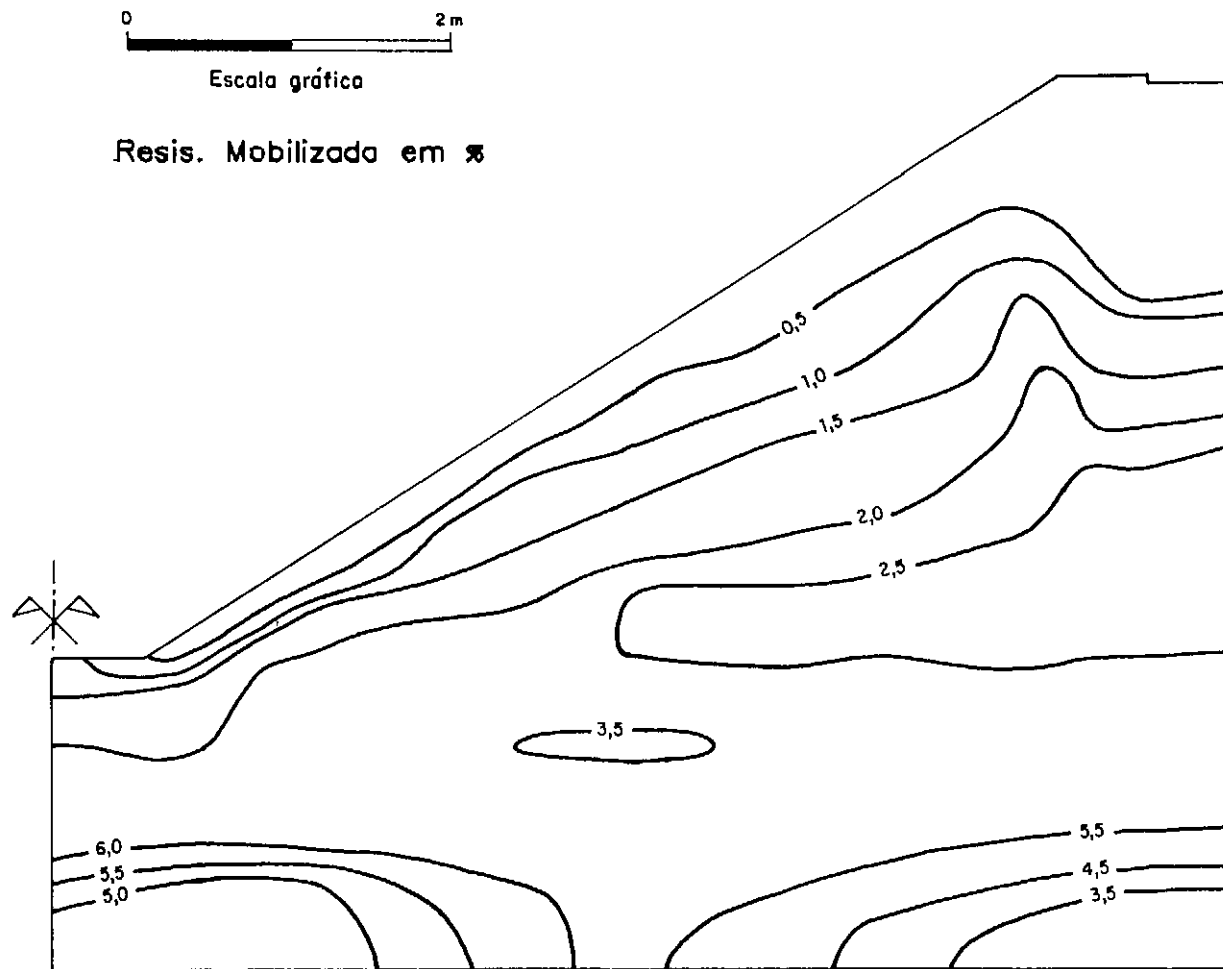


Fig.VI.14.a - Resistência mobilizada - CONSAT  
(Construção)

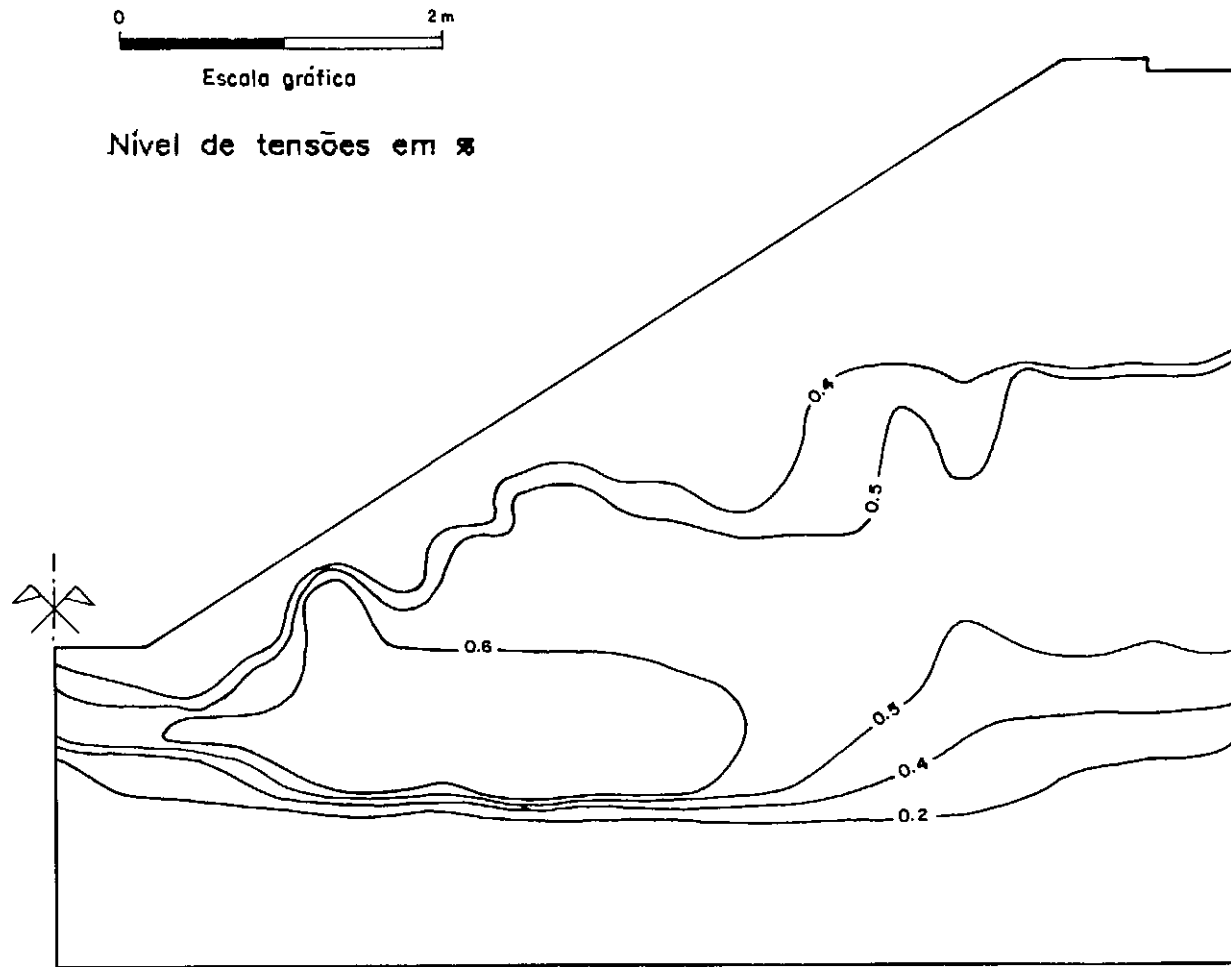
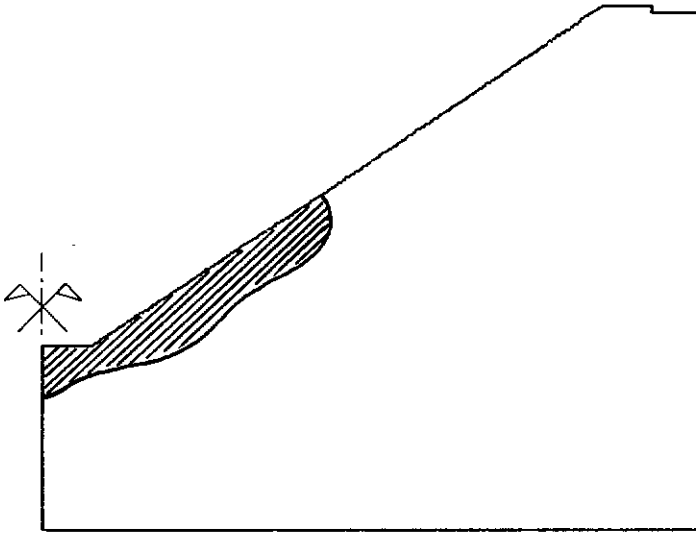
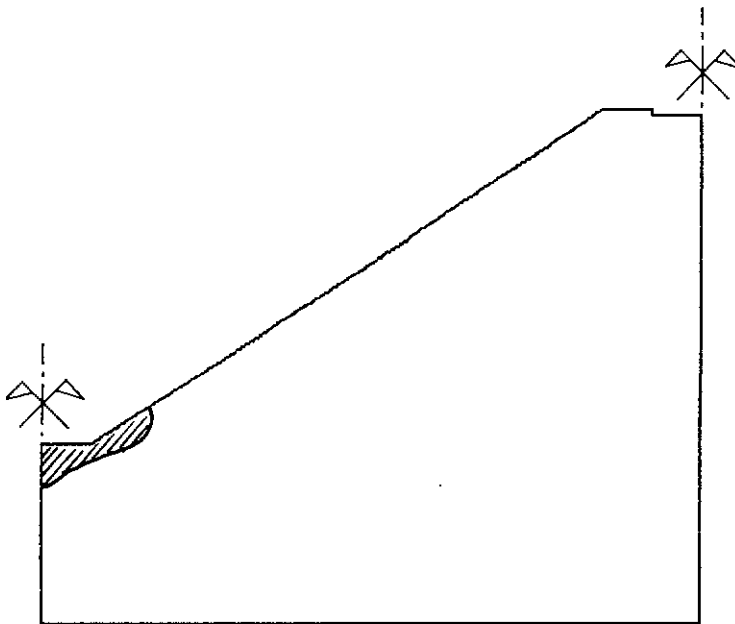


Fig.VI.14.b – Nível de tensões – CONSATPLAST/LADE  
(Construção)





a) Construção



b) Enchimento

Fig.VI.15 - Zonas tracionadas - CONSATPLAST/LADE

### c) TENSÕES CISALHANTES MÁXIMAS

Foram obtidas distribuições e valores de tensões cisalhantes máximas similares com os três programas, figura VI.13. Na região próxima à delimitação da camada natural com o aterro compactado foram obtidos maiores tensões com o programa CONSAT, porém os menores valores no pé do talude do aterro.

### d) RESISTÊNCIA MOBILIZADA

Na figura VI.14 nota-se que tanto usando o programa CONSAT como CONSATPLAST/LADE foram obtidos baixos valores de resistência mobilizada (parâmetros de resistência elevados). O maior valor encontrado com o programa CONSAT foi de 6% e com o programa CONSATPLAST/LADE foi de 0,6% (dez vezes menor ao anterior). Vale observar, que no programa CONSAT a resistência mobilizada foi calculada segundo a fórmula tradicional (equação VI.13) enquanto que no CONSATPLAST/LADE a resistência mobilizada foi calculada de acordo com um critério de ruptura geral apresentado no item III.4.2.4.a deste trabalho e expresso pela equação III.19. No programa CONSATPLAST não se usou nenhum critério de ruptura pois a formulação de Drucker e Prager trabalha apenas com um critério de plastificação.

Observa-se também, uma maior mobilização da resistência (obtida com o programa CONSATPLAST/LADE) na delimitação da camada natural com o aterro compactado, além das zonas de tração no talude do aterro (figura VI.15.a).

### VI.4.3.1 - RETROANÁLISE DA CONSTRUÇÃO USANDO O PROGRAMA CONSATPLAST

Dado que com o programa CONSATPLAST foram determinados valores de deslocamento muito inferiores aos obtidos com os programas CONSAT e CONSATPLAST/LADE, foi feita uma retroanálise dos parâmetros elásticos,

objetivando obter valores de deslocamento próximos aos obtidos com estes programas. Depois de várias tentativas foram encontrados os seguintes valores para E e  $\nu$ :

Estaca : 50+00      Prof.: 4,00 m      Solo : SC - SM		
Parâmetros	E	$\nu$
Estado	kPa	
Natural	11000	0,45
Compactado	9000	0,49

**Tabela VI.1 - Parâmetros elásticos (retroanálise)**

A simulação da construção fazendo uso destes parâmetros e do programa CONSATPLAST é mostrada nas figuras VI.16 a VI.18. Observa-se nestas figuras que tanto a distribuição de deslocamentos como de tensões permaneceu muito similar à obtida no item VI.4.3. Foram obtidos valores de deslocamentos muito próximos aos obtidos com o programa CONSAT e valores das tensões cisalhantes máximas próximos aos obtidos com o programa CONSATPLAST/LADE. Os valores das tensões principais deram inferiores aos obtidos com os três programas no item VI.4.3.

#### VI.4.4 - ANÁLISE DO ENCHIMENTO

A simulação do enchimento do canal foi realizada também por etapas, num total de quatro, (figura VI.5). As duas delimitações verticais da malha de elementos finitos utilizada para o canal foram consideradas como eixos de simetria, isto é, foi simulado o enchimento de dois canais. Nesta análise foram mantidos os parâmetros correspondentes ao estado natural para a camada colapsível. Nas figuras VI.19 a VI.32 são apresentados os resultados correspondentes à construção + enchimento sem infiltração.

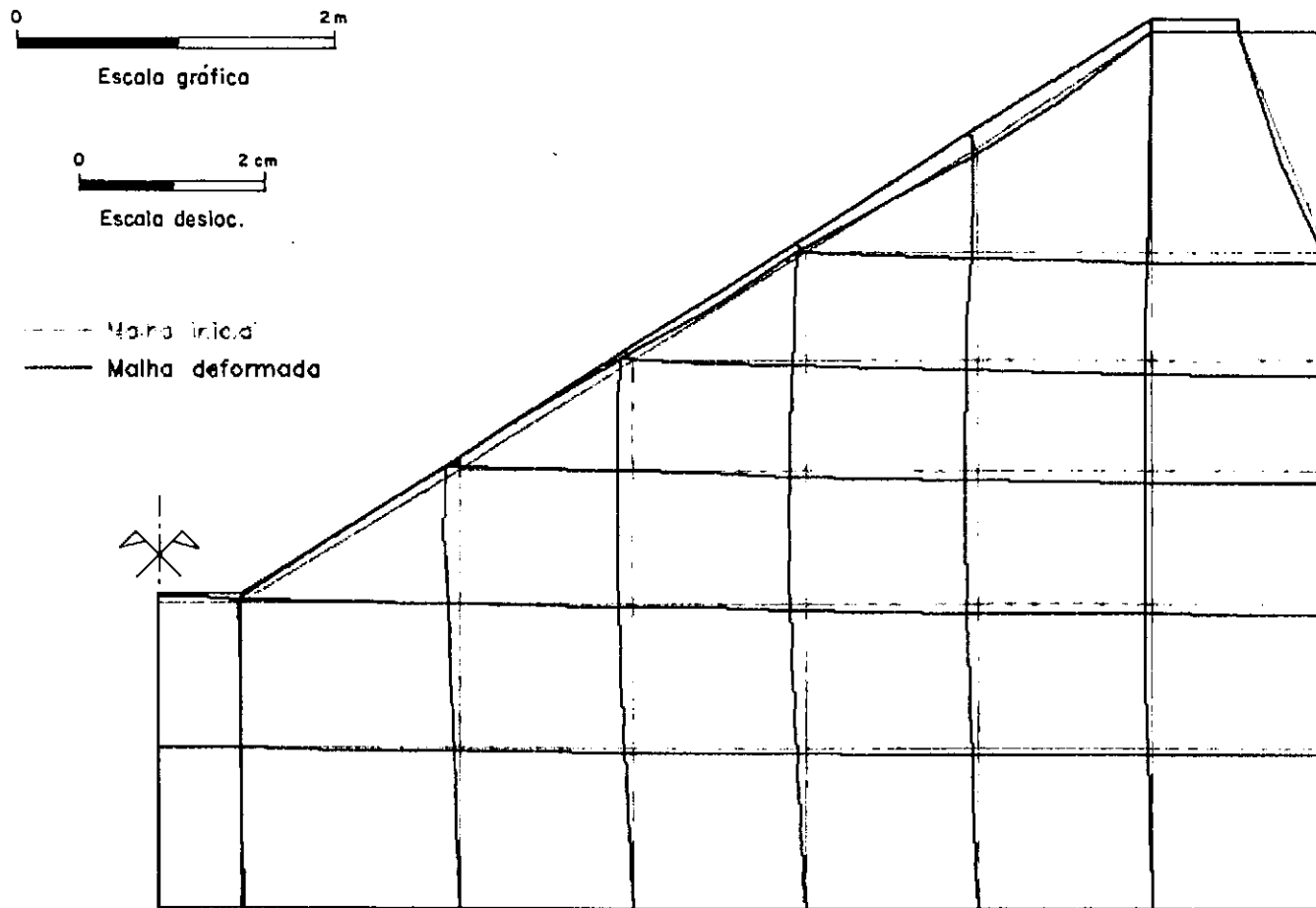
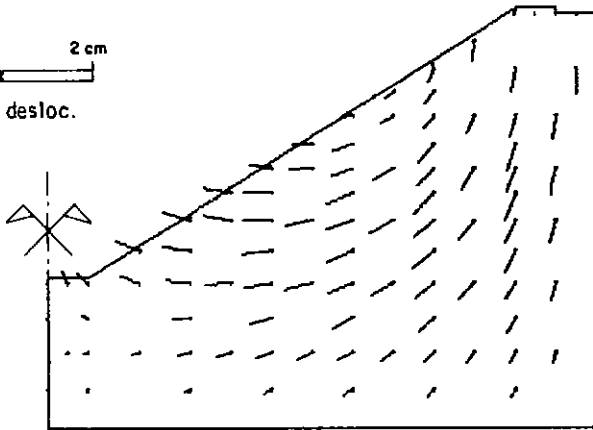
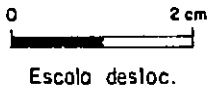
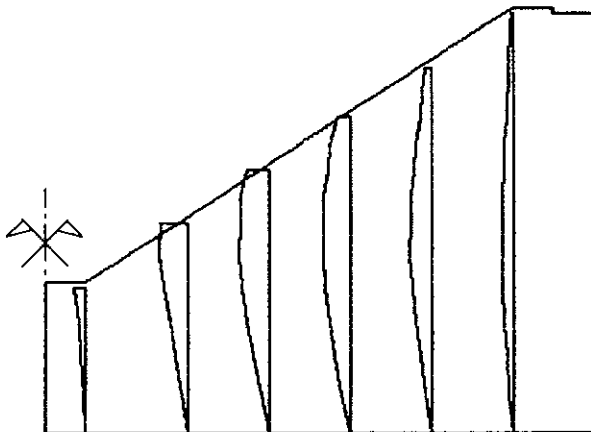


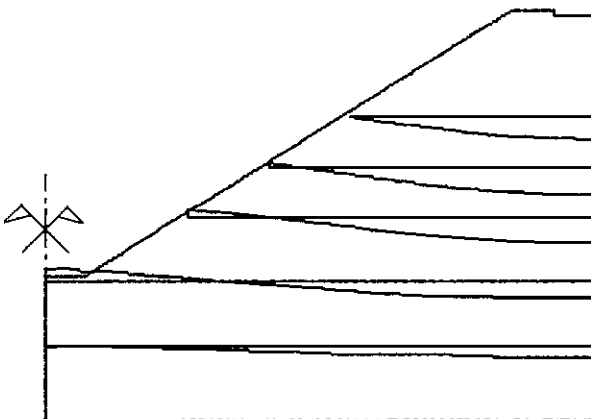
Fig.VI.16 - Malha deformada exagerada - Construção  
(Retroanálise - CONSATPLAST)



a) Deslocamentos nodais

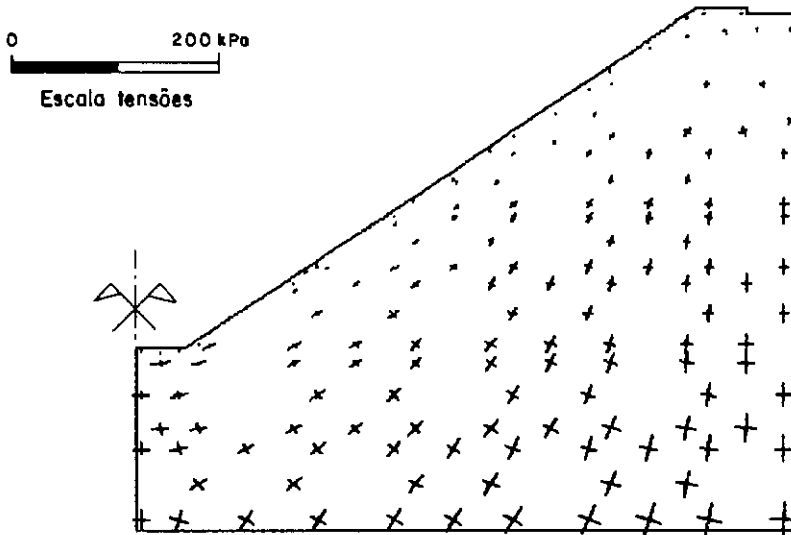


b) Deslocamentos horizontais

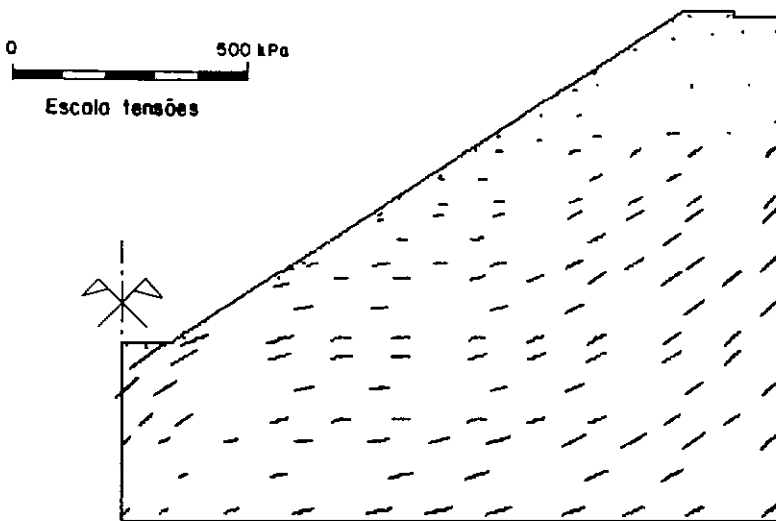


c) Deslocamentos verticais

Fig.VI.17 - Deslocamentos - Construção  
(Retroanálise - CONSATPLAST)



a) Tensões principais



b) Tensões cisalhantes max.

Fig.VI.18 - Estado de tensões - Construção  
(Retroanálise - CONSATPLAST)

## a) DESLOCAMENTOS

Da mesma forma que na construção, a distribuição e os valores dos deslocamentos obtidos com o programa CONSAT e CONSATPLAST/LADE foram bastante similares, figuras VI.20 a VI.24. A distribuição obtida com o programa CONSATPLAST foi diferente das obtidas com os dois programas anteriores; e os valores dos deslocamentos foram muito pequenos comparativamente com os obtidos através dos programas CONSAT e CONSATPLAST/LADE.

Observa-se na figura VI.22 que como consequência do enchimento, o corpo do canal experimentou uma certa "regressão" de magnitude menor do que o movimento observado na construção. Nota-se também, uma certa reorientação dos deslocamentos em direção à base do canal, ocasionando portanto uma uniformização na distribuição dos recalques.

O levantamento do solo de fundação e do revestimento de concreto foi bem menor ao obtido na construção, localizando-se principalmente no pé do talude, com um valor máximo aproximado de 1,00 mm.

O maior valor de recalque obtido ao final do enchimento foi de aproximadamente 1,5 mm no talude do aterro (programa CONSAT). Na camada natural encontrou-se um valor de recalque máximo de aproximadamente 0,18 mm (programa CONSATPLAST/LADE).

## b) TENSÕES PRINCIPAIS

Como pode ser observado na figura VI.25, da mesma forma que na construção, foram obtidas distribuições e valores das tensões principais no corpo do canal muito parecidas com as três formulações. Nota-se também na delimitação da camada natural com o aterro compactado que as tensões principais obtidas com o programa CONSAT são um pouco maiores tal como no pé do talude quando obtidas através da formulação proposta por Lade.

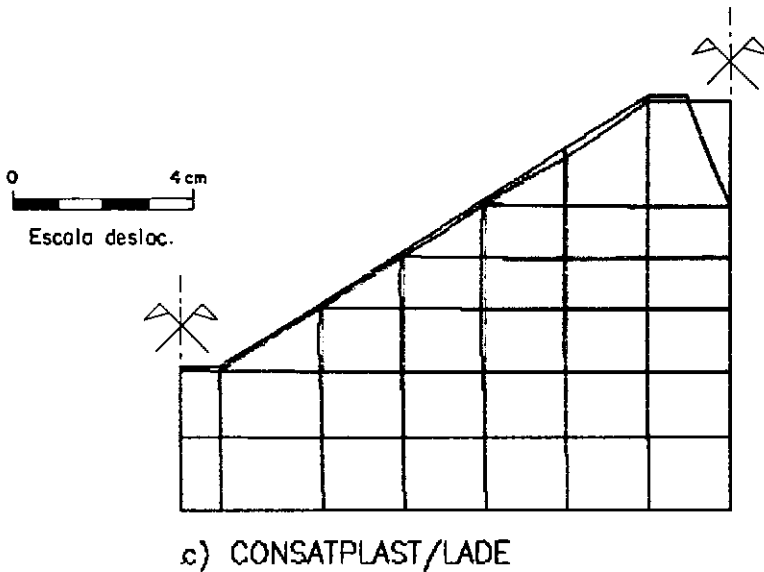
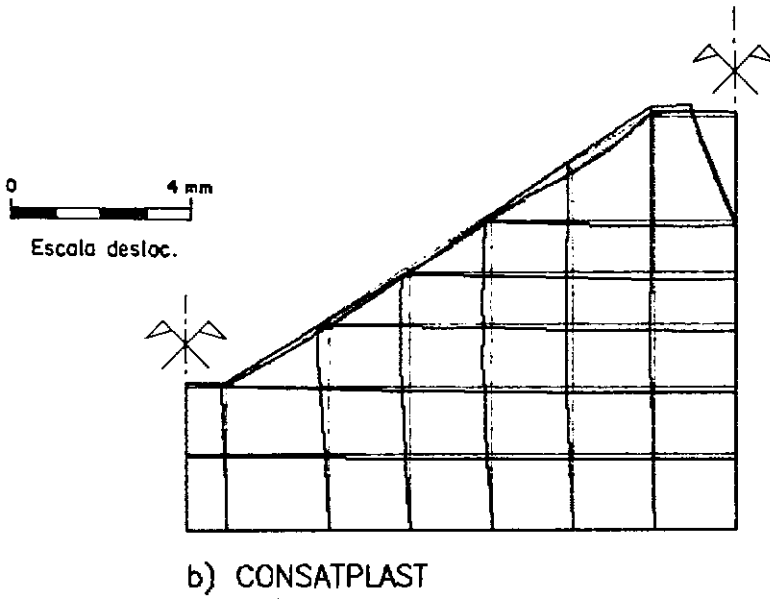
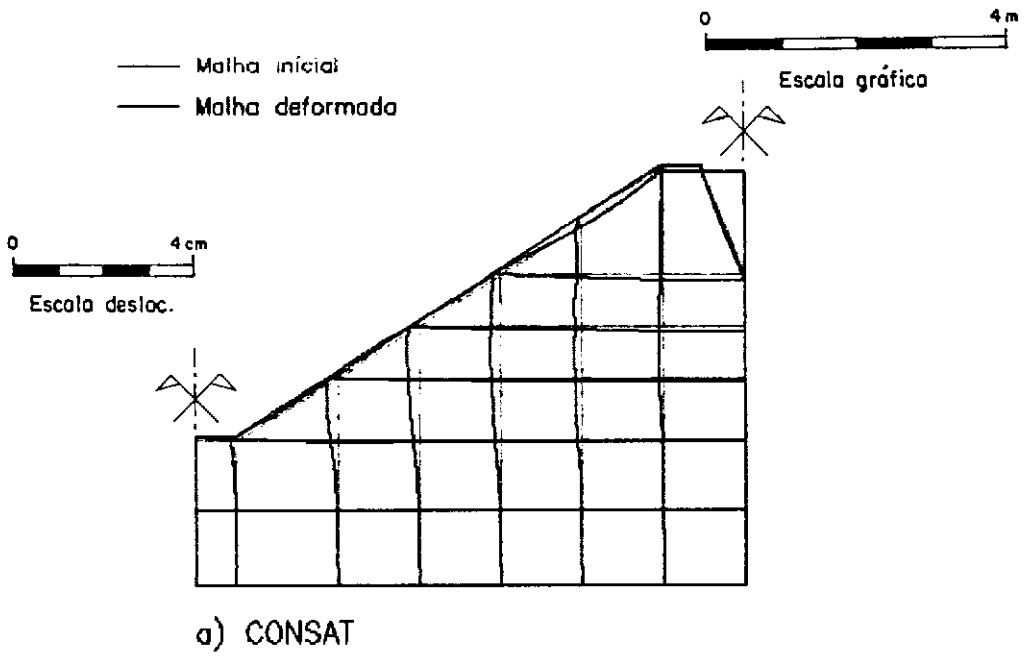
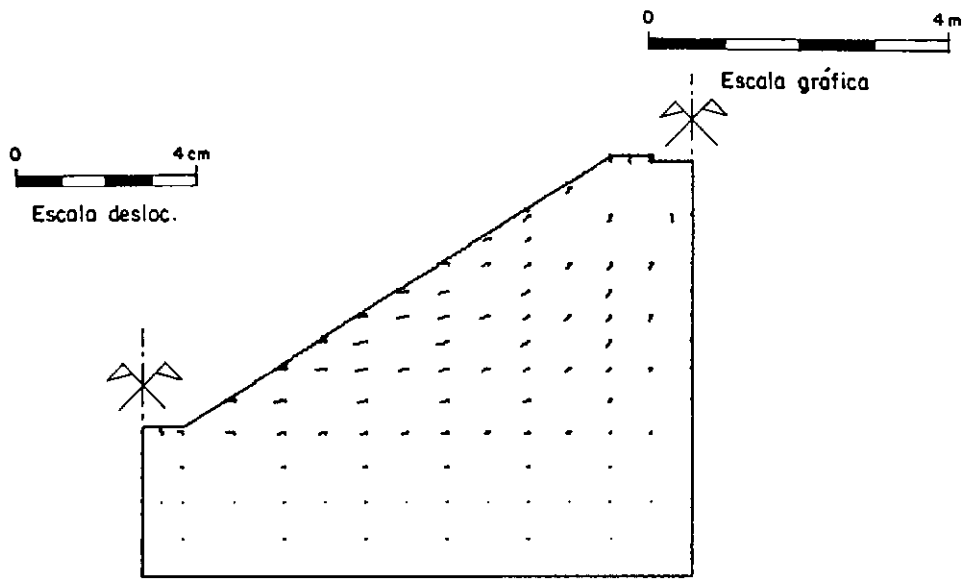
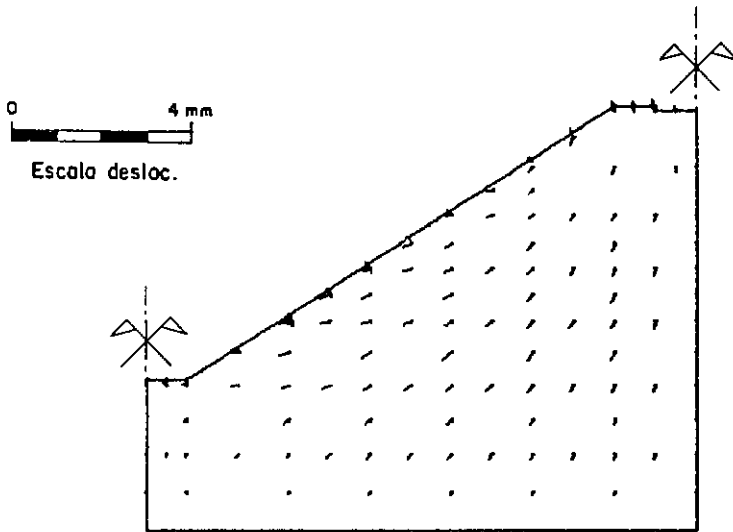


Fig.VI.19 - Malha deformada exagerada - Enchimento

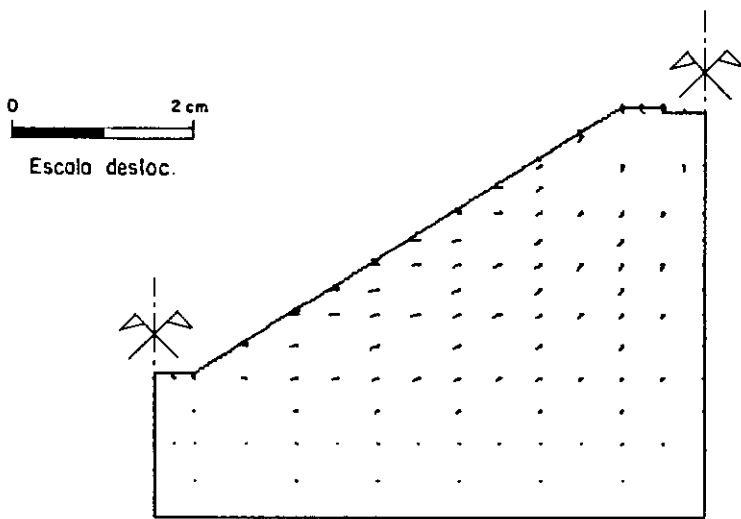




a) CONSAT



b) CONSATPLAST



c) CONSATPLAST/LADE

Fig.VI.20 - Deslocamentos nodais - Enchimento

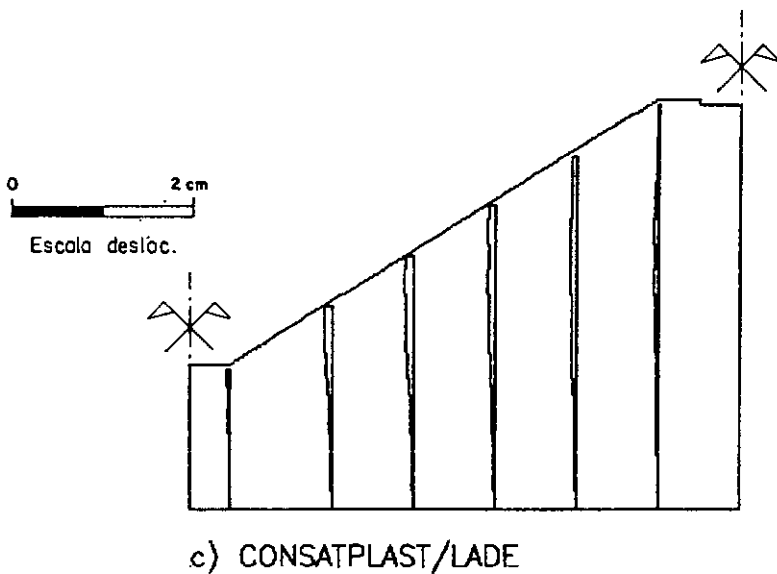
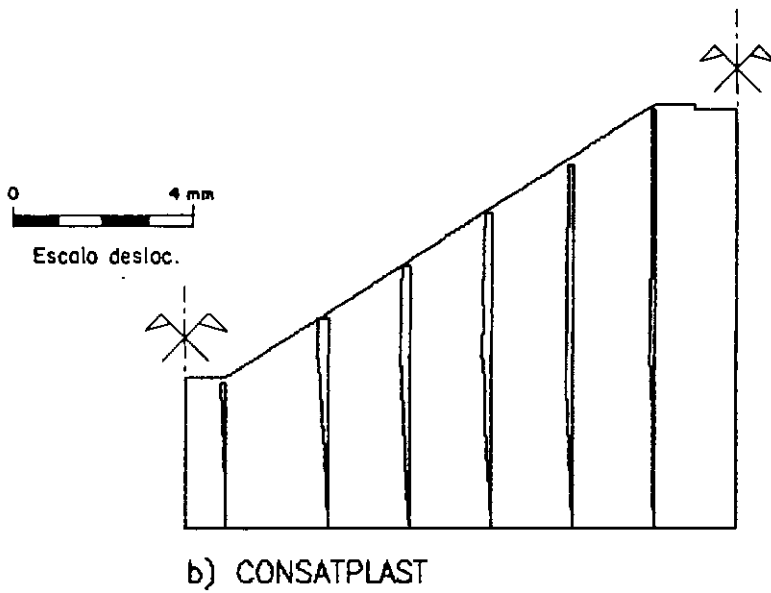
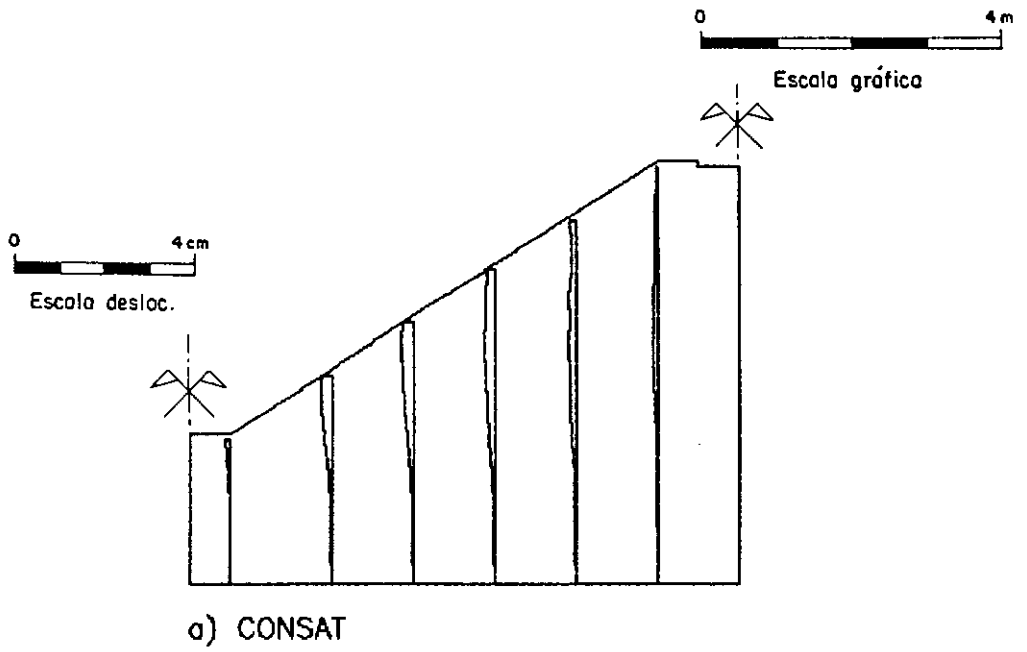


Fig.VI.21 - Deslocamentos horizontais - Enchimento

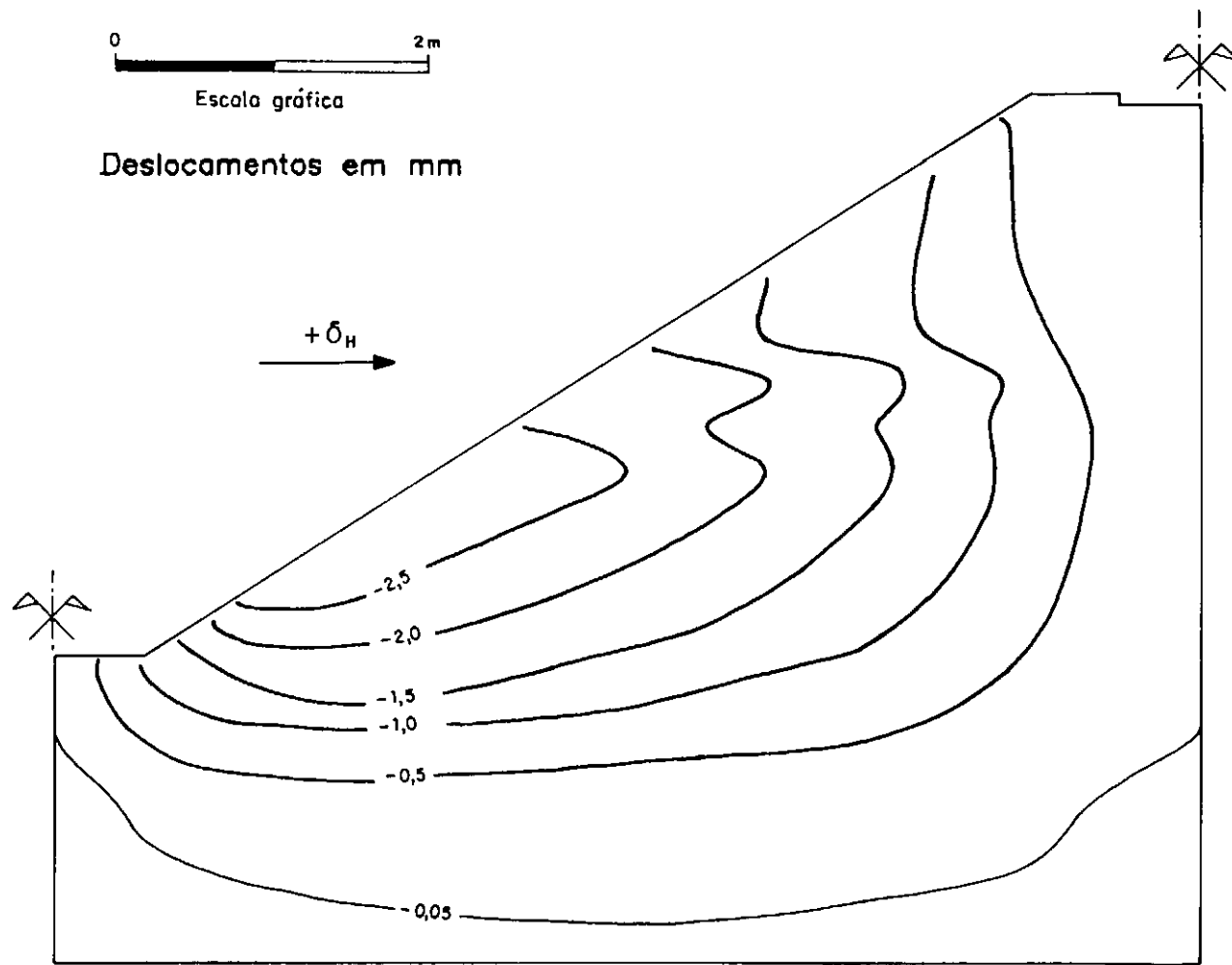


Fig.VI.22.a - Curvas de igual deslocamento horizontal  
(Enchimento - CONSAT)

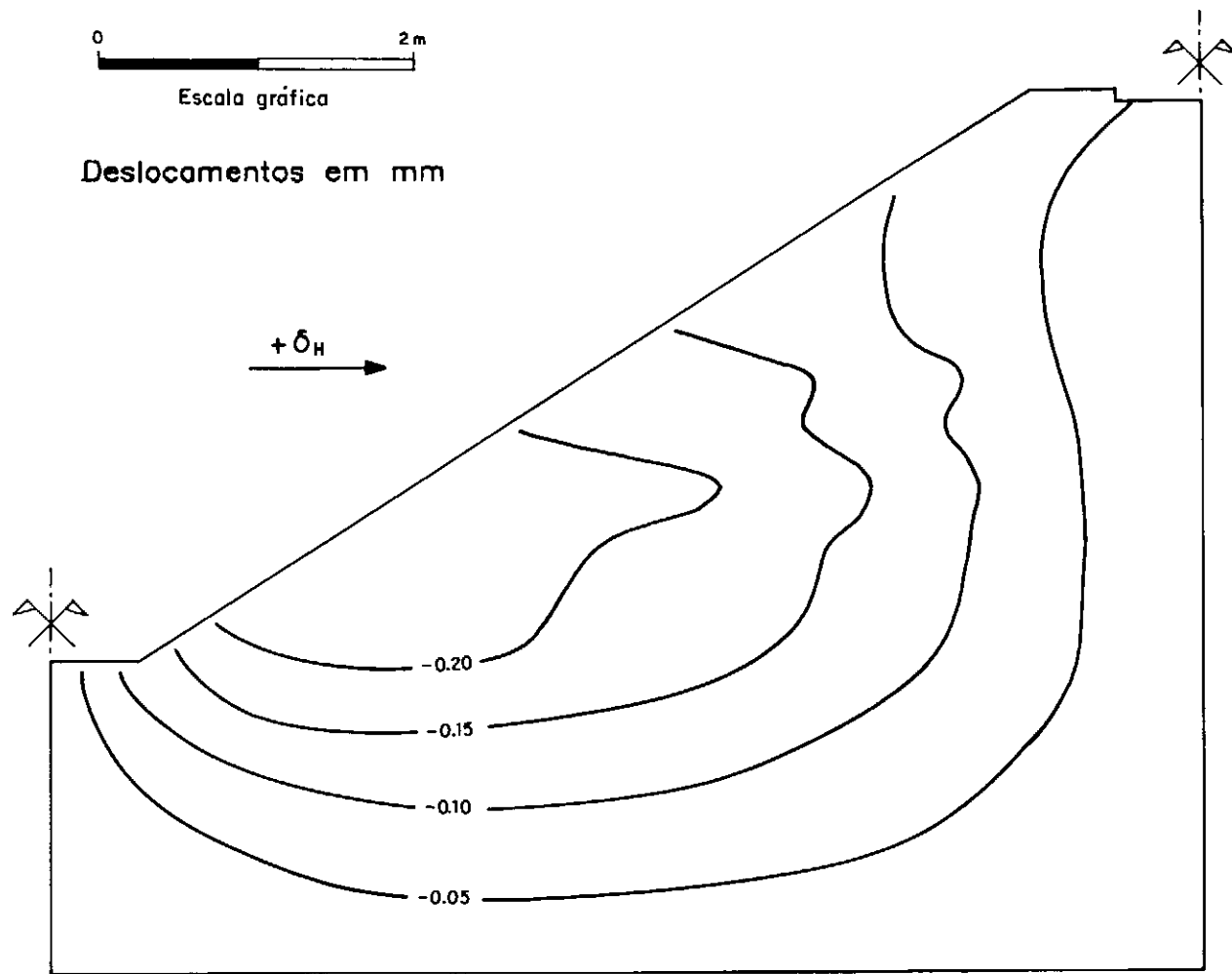


Fig.VI.22.b - Curvas de igual deslocamento horizontal  
(Enchimento - CONSATPLAST)

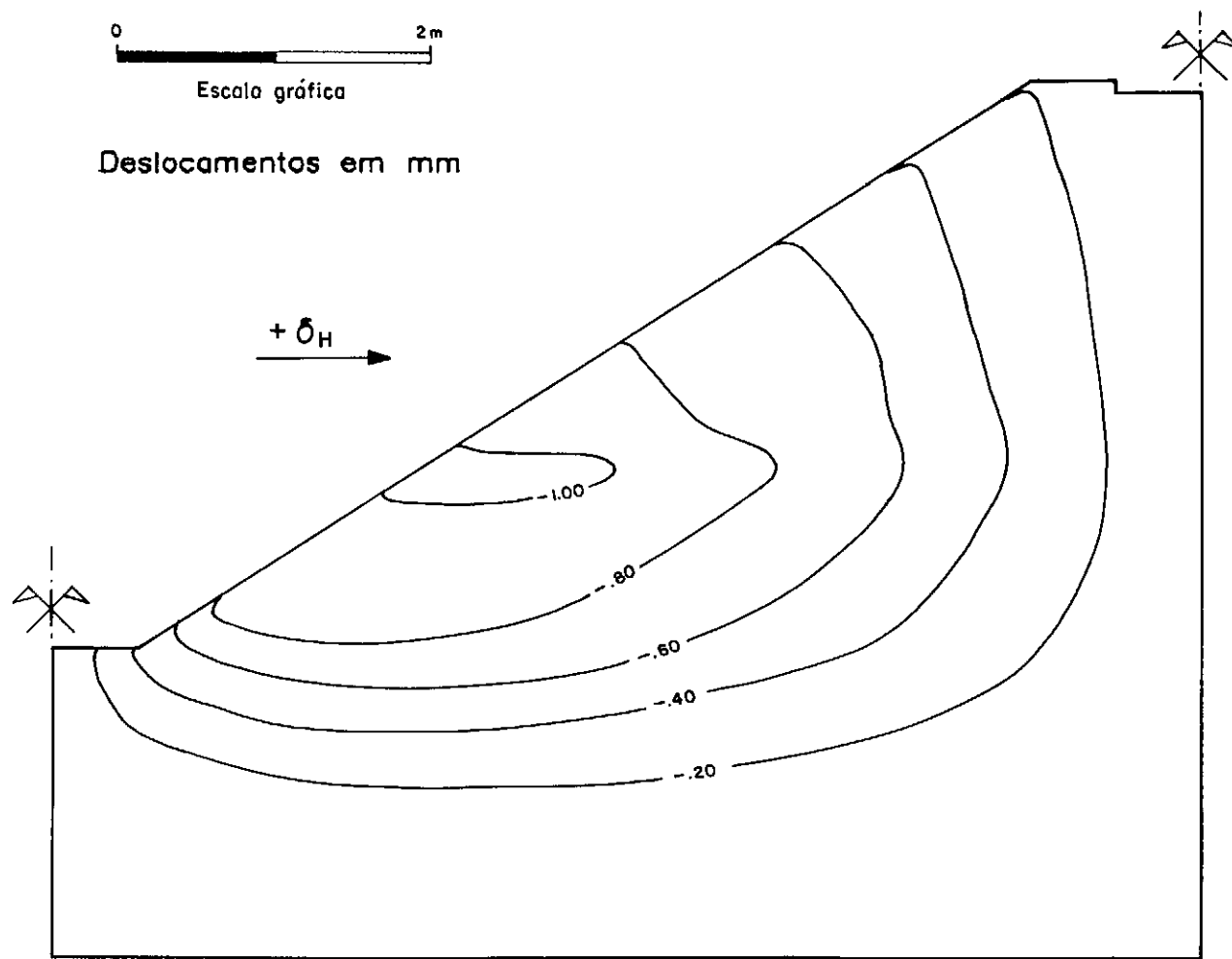


Fig.VI.22.c - Curvas de igual deslocamento horizontal  
(Enchimento - CONSATPLAST/LADE)

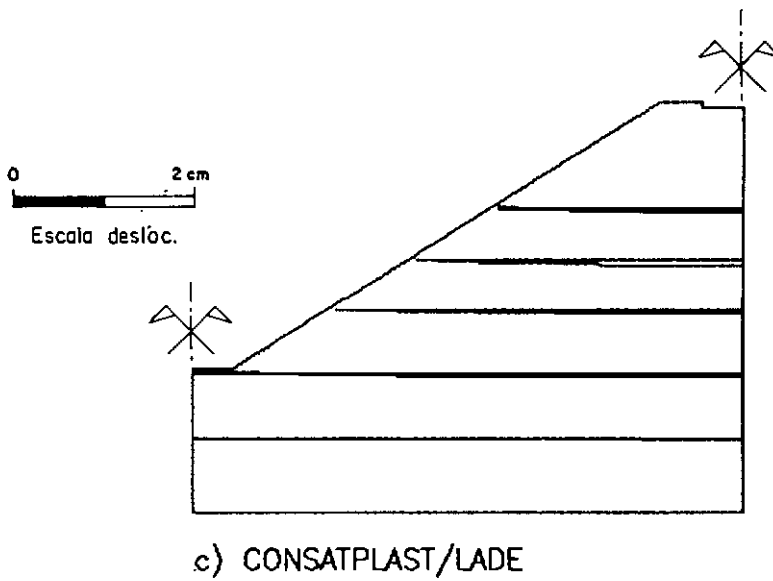
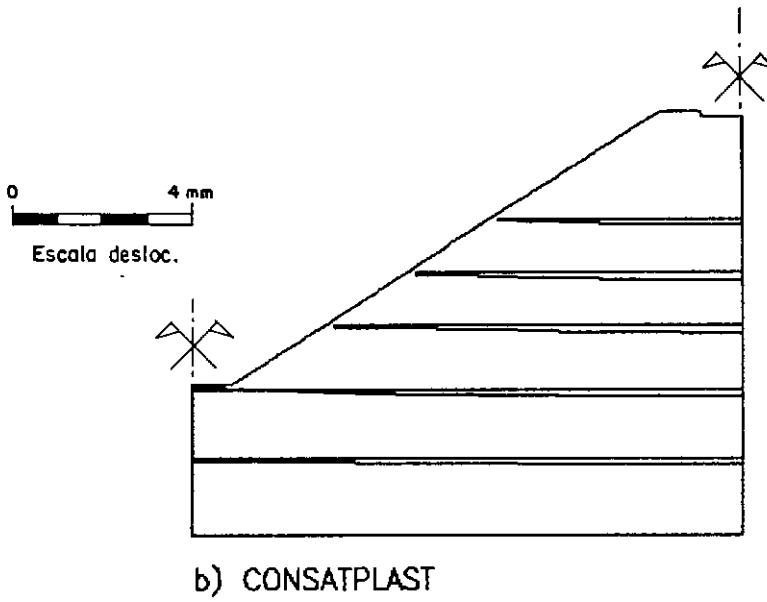
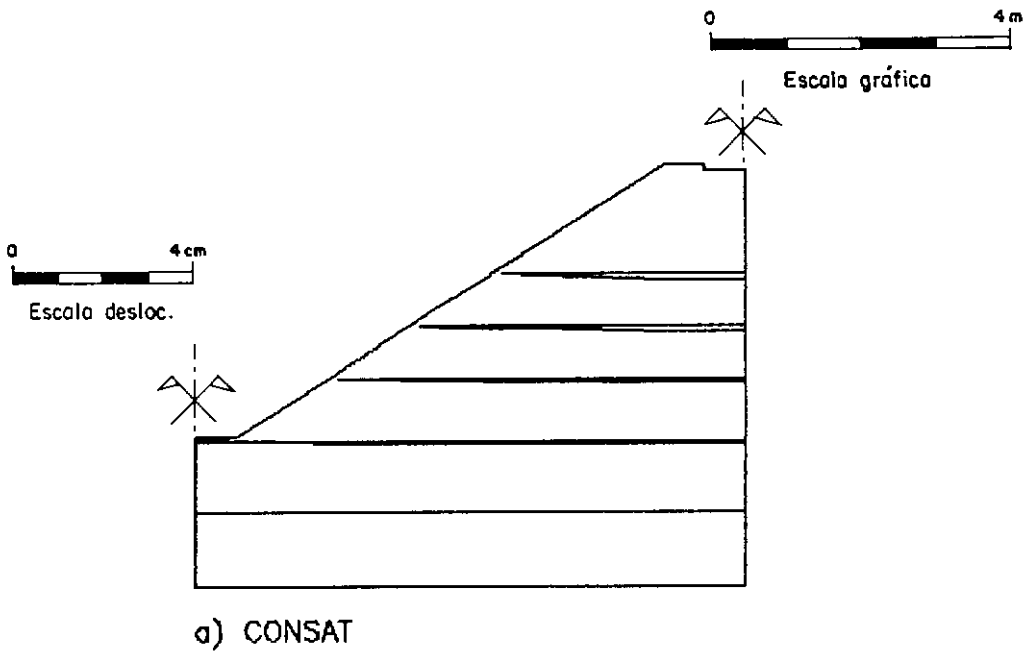


Fig.VI.23 - Deslocamentos verticais - Enchimento

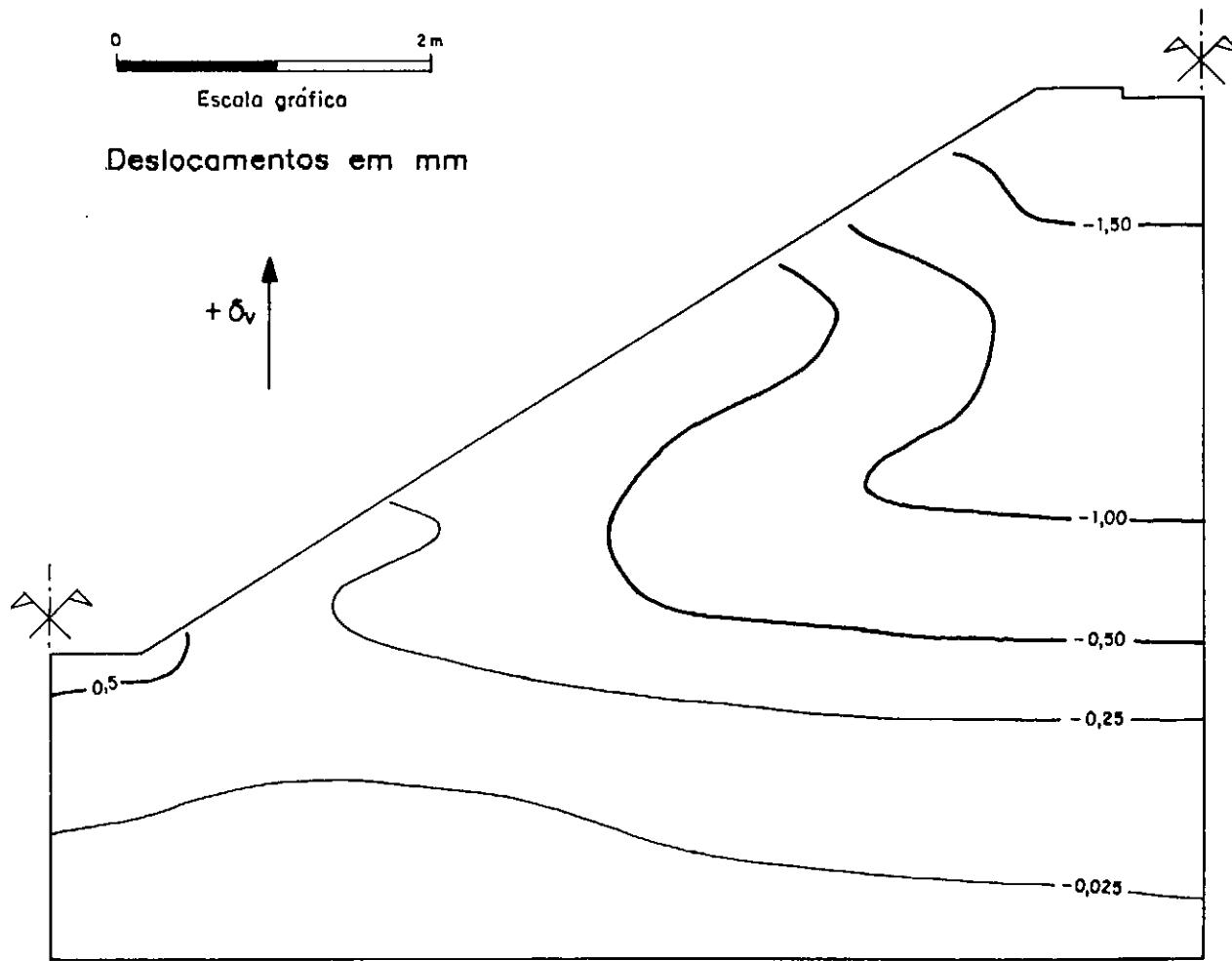


Fig.VI.24.a - Curvas de igual deslocamento vertical  
(Enchimento - CONSAT)

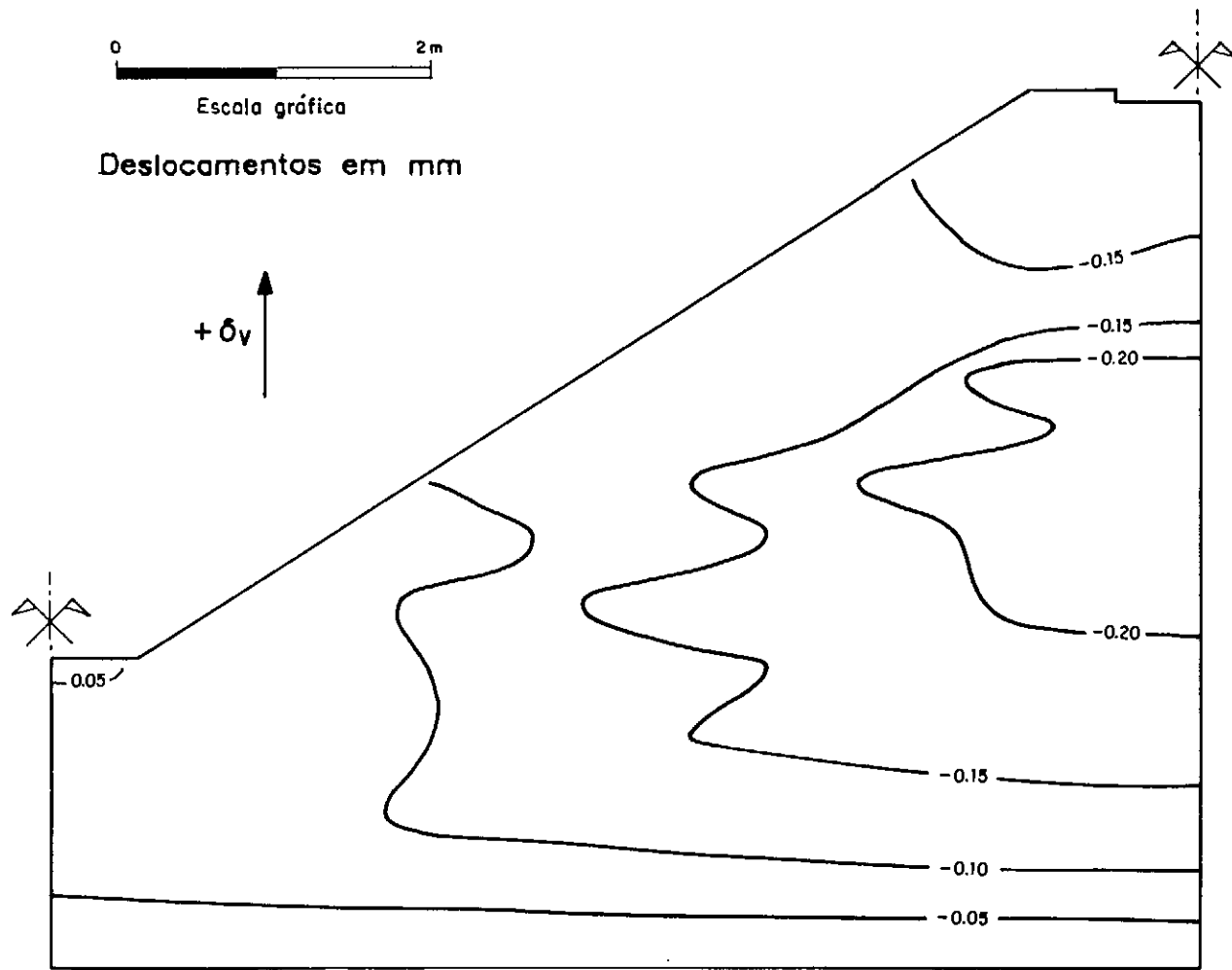


Fig.VI.24.b - Curvas de igual deslocamento vertical  
(Enchimento - CONSATPLAST)



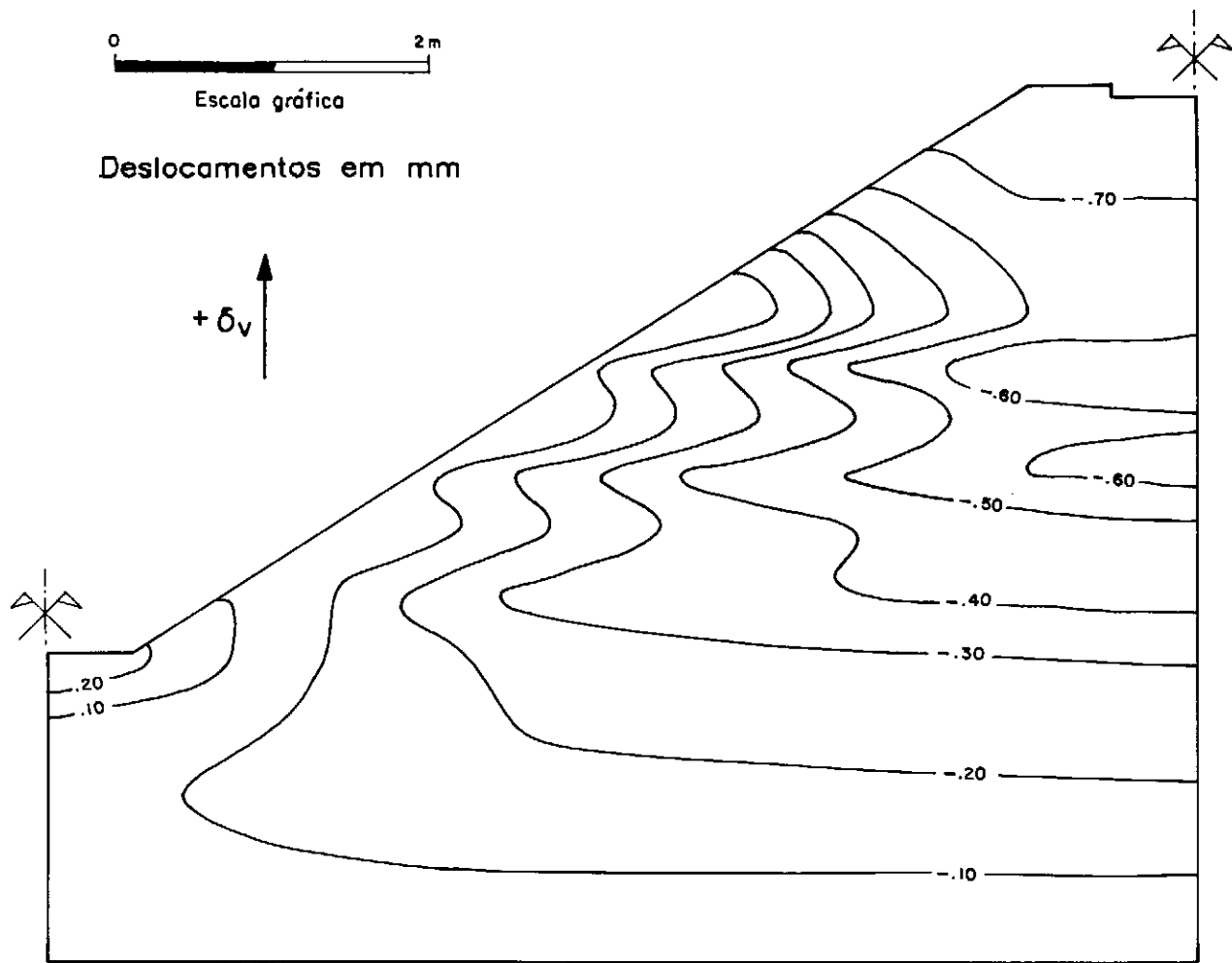
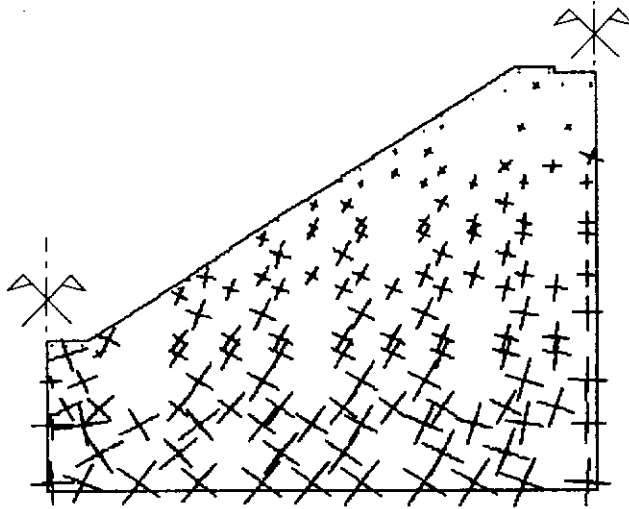


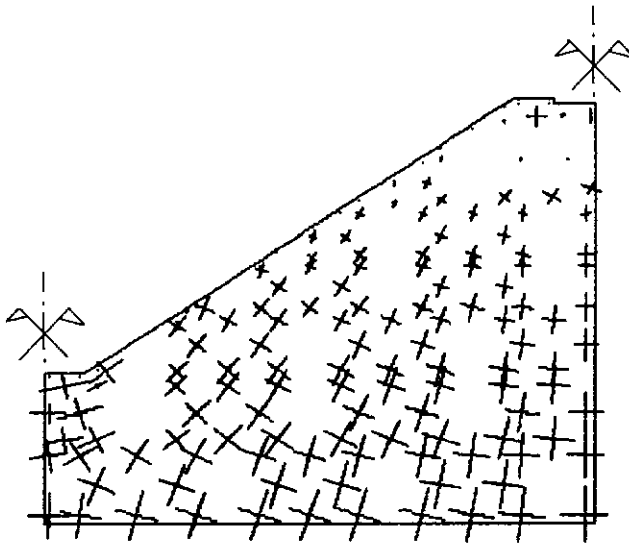
Fig.VI.24.c - Curvas de igual deslocamento vertical  
(Enchimento - CONSATPLAST/LADE)

0 300 kPa  
Escala tensões

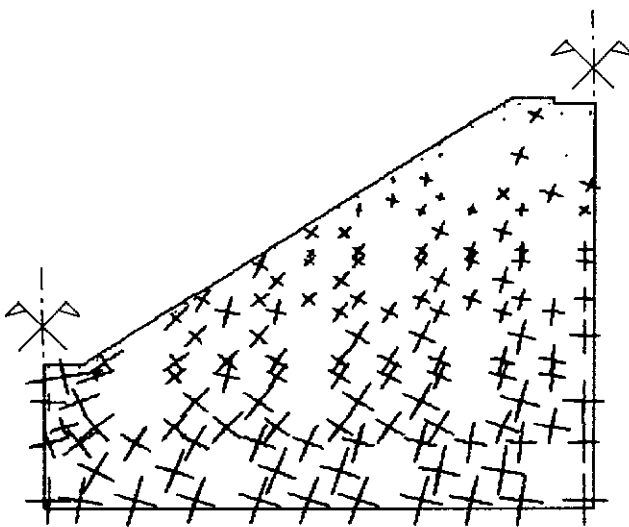
0 4 m  
Escala gráfica



a) CONSAT



b) CONSATPLAST



c) CONSATPLAST/LADE

Fig.VI.25 - Tensões principais - Enchimento

Observa-se também uma nítida reorientação das tensões principais devido ao enchimento dos canais, além de aumentar o valor da tensão principal menor em especial nas proximidades do talude do aterro.

No revestimento de concreto, fig. VI.26, obtiveram-se distribuições e valores das tensões principais muito similares com os programas CONSAT e CONSATPLAST. Os maiores valores destas tensões localizaram-se nas proximidades do pé do talude do aterro. A direção da tensão principal maior foi quase coincidente com a da camada de concreto, e predominantemente de compressão com um valor máximo de 128 kPa (programa CONSAT). O maior valor da tensão principal menor apresentou-se como tração no pé do talude, com um valor de 838 kPa (programa CONSAT). As tensões principais obtidas com o programa CONSATPLAST/LADE, todas elas, foram de compressão, com um valor mínimo de 1940 kPa e máximo de 3060 kPa, ambos no pé do talude do aterro. A diferença existente entre estes valores máximos da tensão de compressão (valores calculados com o programa CONSAT e CONSATPLAST/LADE) deve-se à incorporação por parte da formulação de Lade de "a.p<sub>α</sub>", descrita no item III.4.2.1.

Os valores das tensões principais encontradas na junta elástica foram relativamente bastante pequenos, porém o sinal destas foi diferente de um programa para outro. Observa-se na figura VI.26.2, que a junta elástica evitou a presença de tensões de tração (tensão principal maior) nas suas proximidades, favorecendo portanto o revestimento de concreto simples (maior resistência à compressão).

### c) TENSÕES CISALHANTES MÁXIMAS

Observa-se na figura VI.27 distribuições e valores das tensões cisalhantes máximas muito similares para as três formulações. No pé do talude do aterro foram encontrados os menores valores com o programa CONSAT.

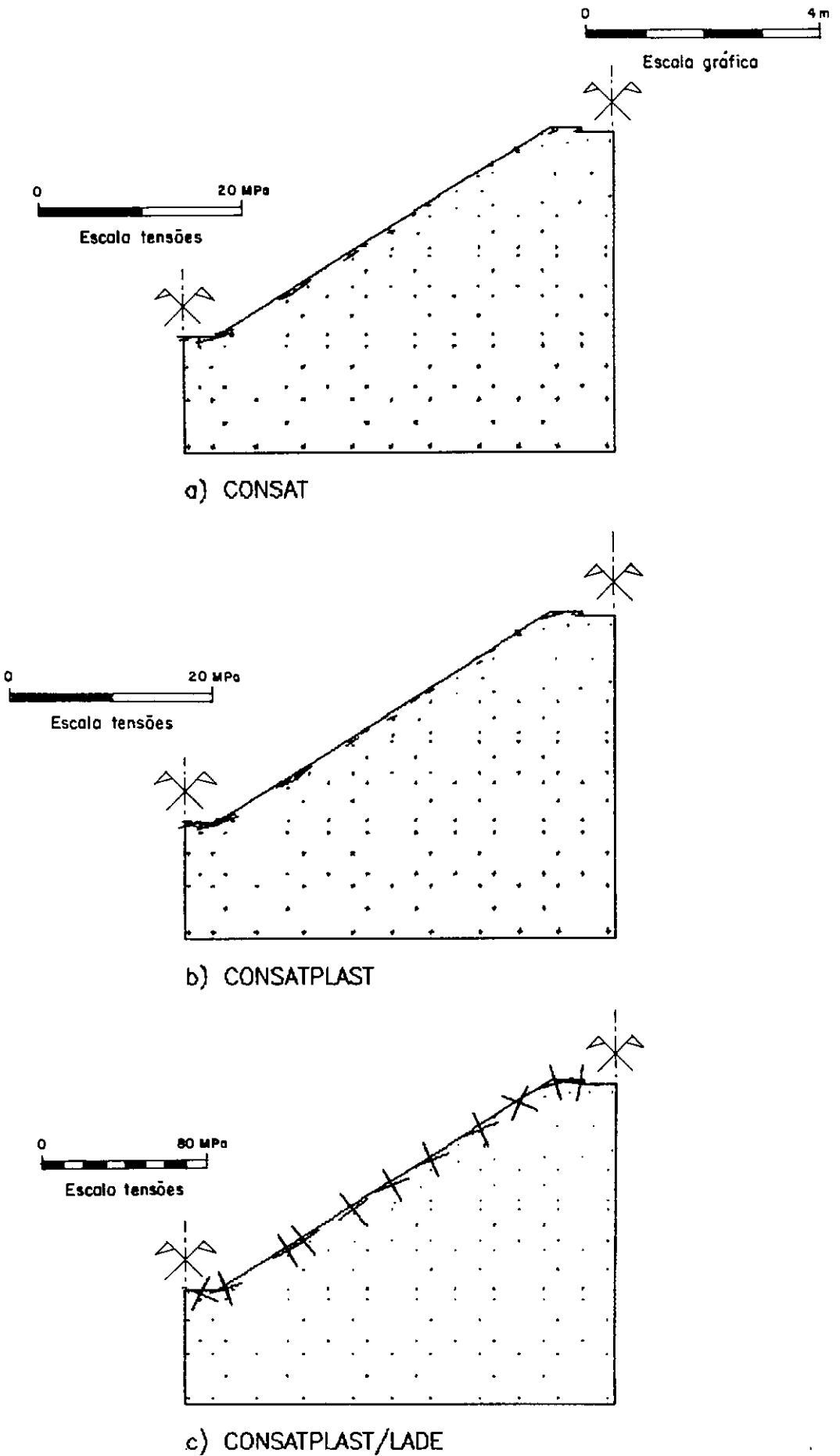


Fig.VI.26.1 - Tensões principais na camada de concreto (Enchimento)

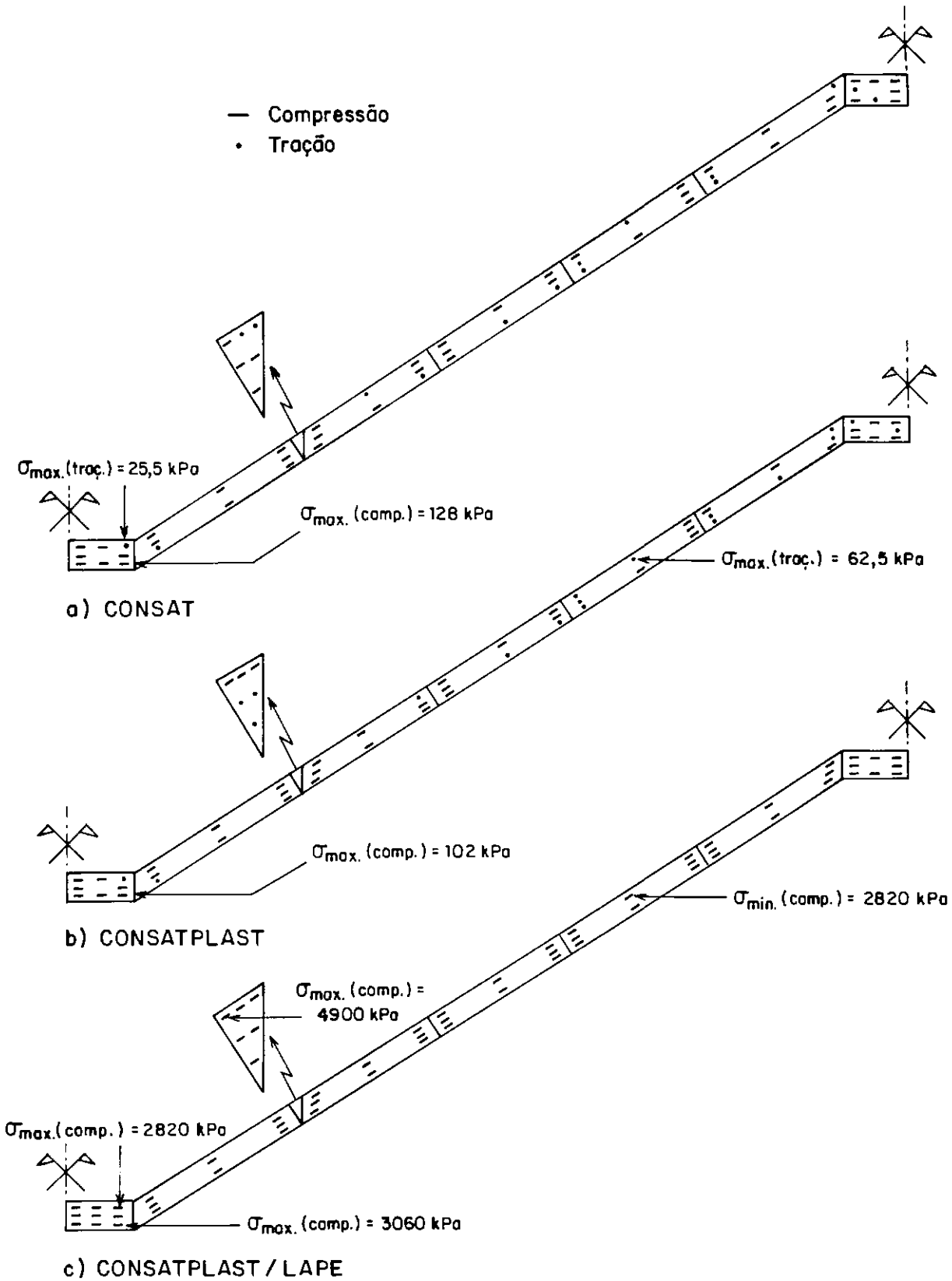


Fig.VI.26.2 – Tensões principais maiores máximas na camada de concreto (Enchimento)

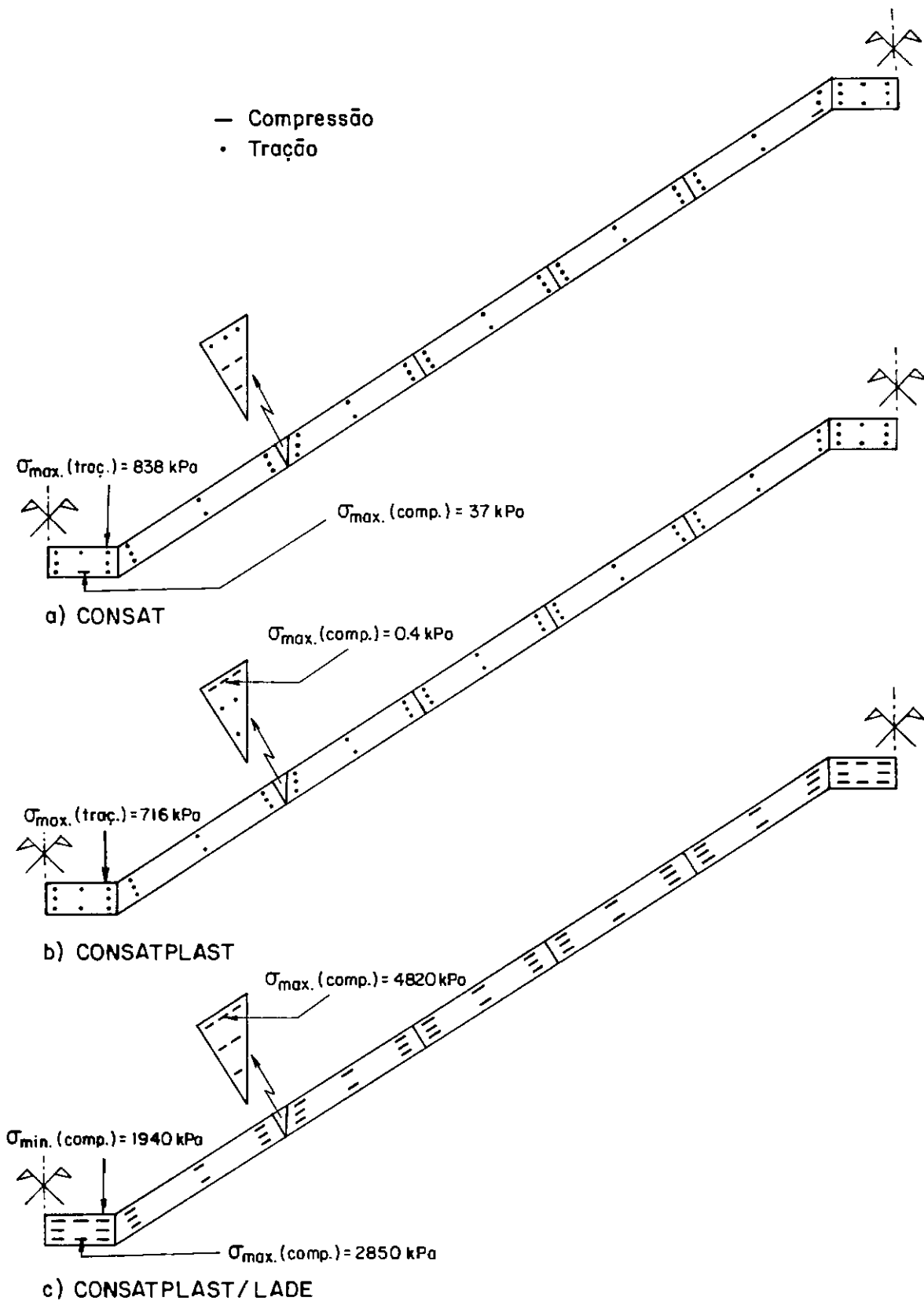
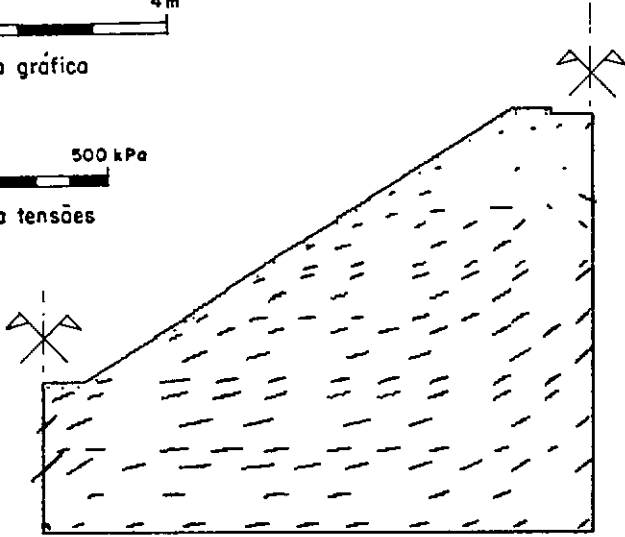


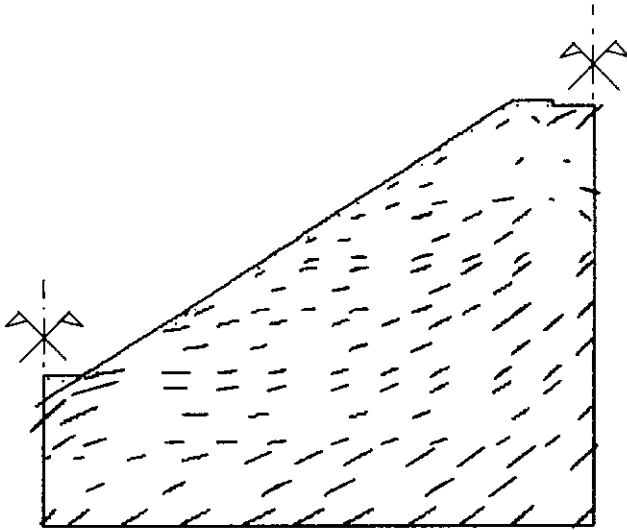
Fig.VI.26.3 – Tensões principais menores máximas na camada de concreto (Enchimento)

0 4m  
Escala gráfica

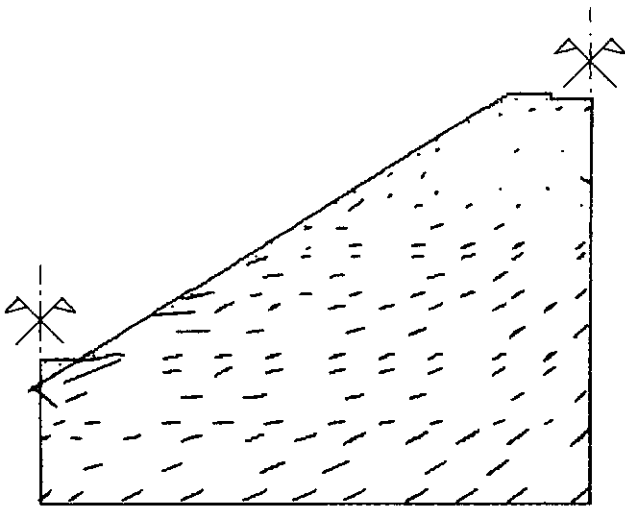
0 500 kPa  
Escala tensões



a) CONSAT



b) CONSATPLAST



c) CONSATPLAST/LADE

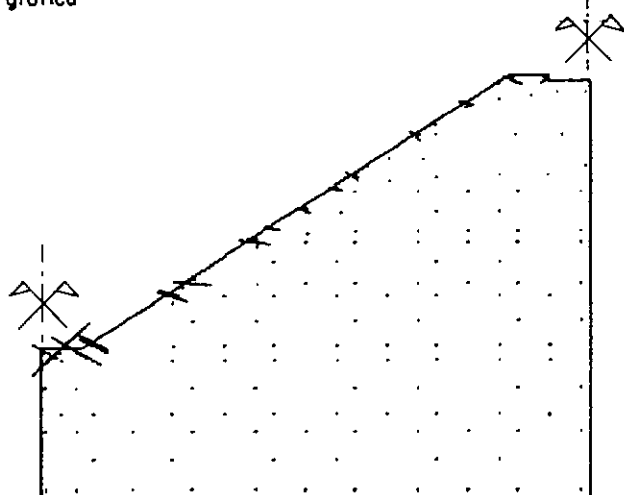
Fig.VI.27 - Tensões cisalhantes max. - Enchimento



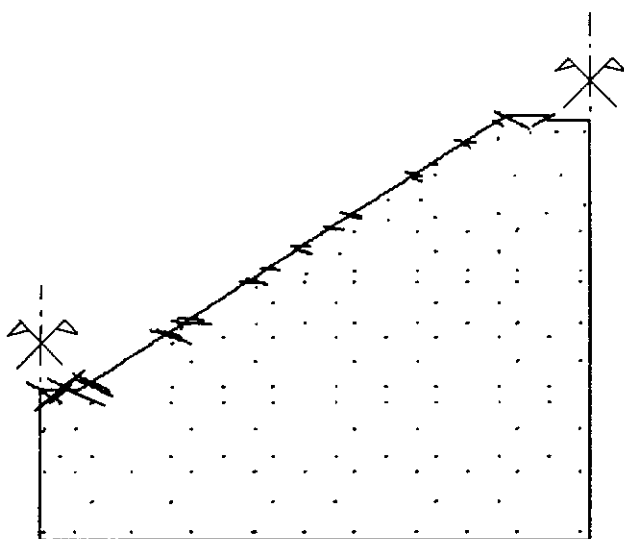
Escala gráfica



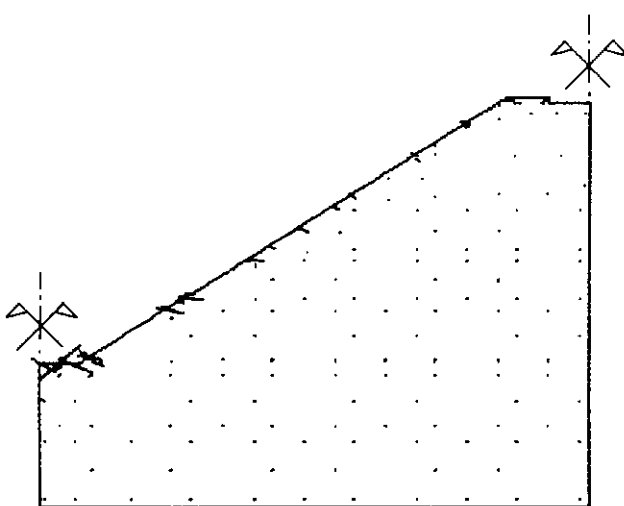
Escala tensões



a) CONSAT



b) CONSATPLAST



c) CONSATPLAST/LADE

Fig.VI.28 - Tensões cisalhantes máximas na camada de concreto (Enchimento)



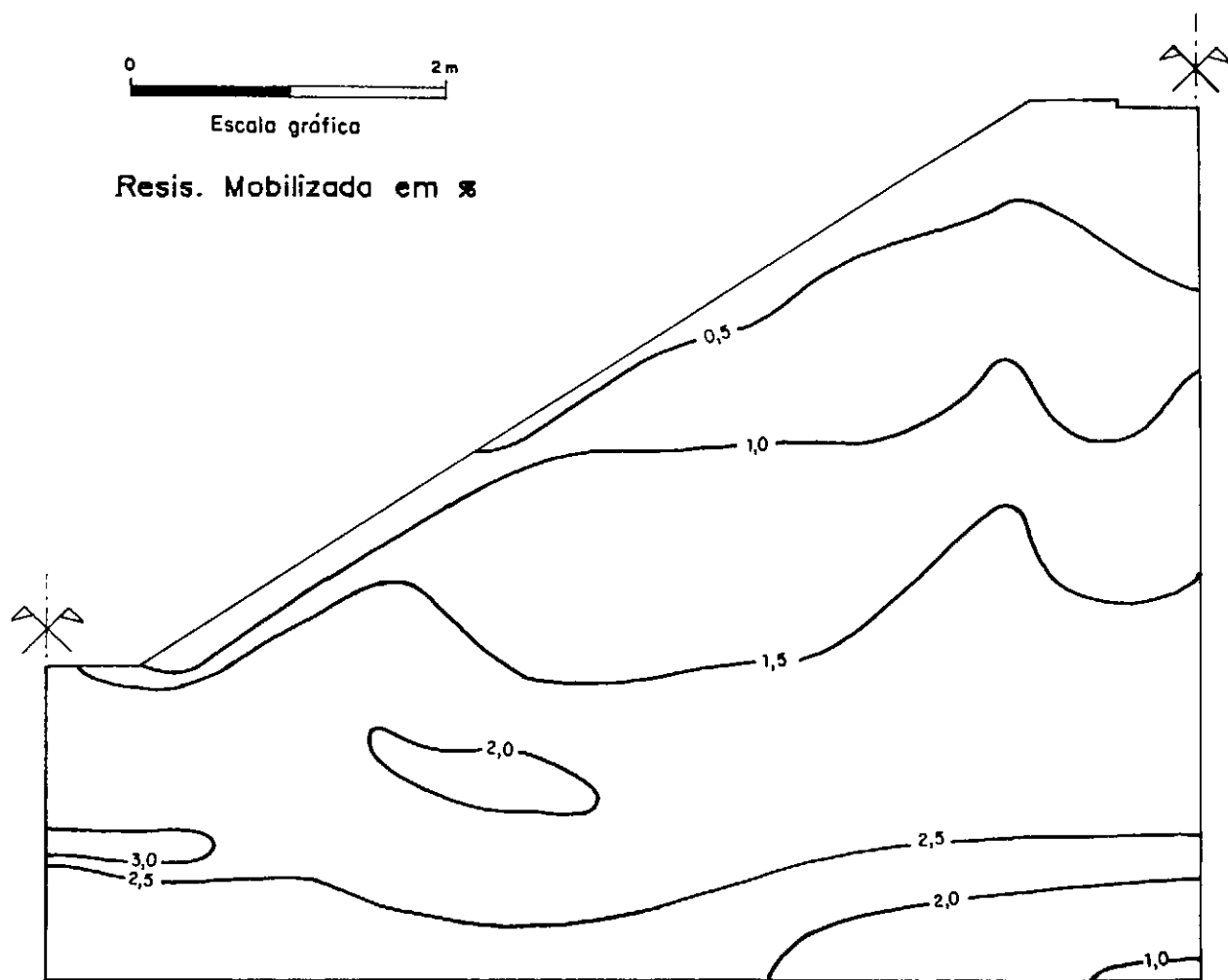


Fig.VI.29.a - Resistência mobilizada - CONSAT  
(Enchimento)

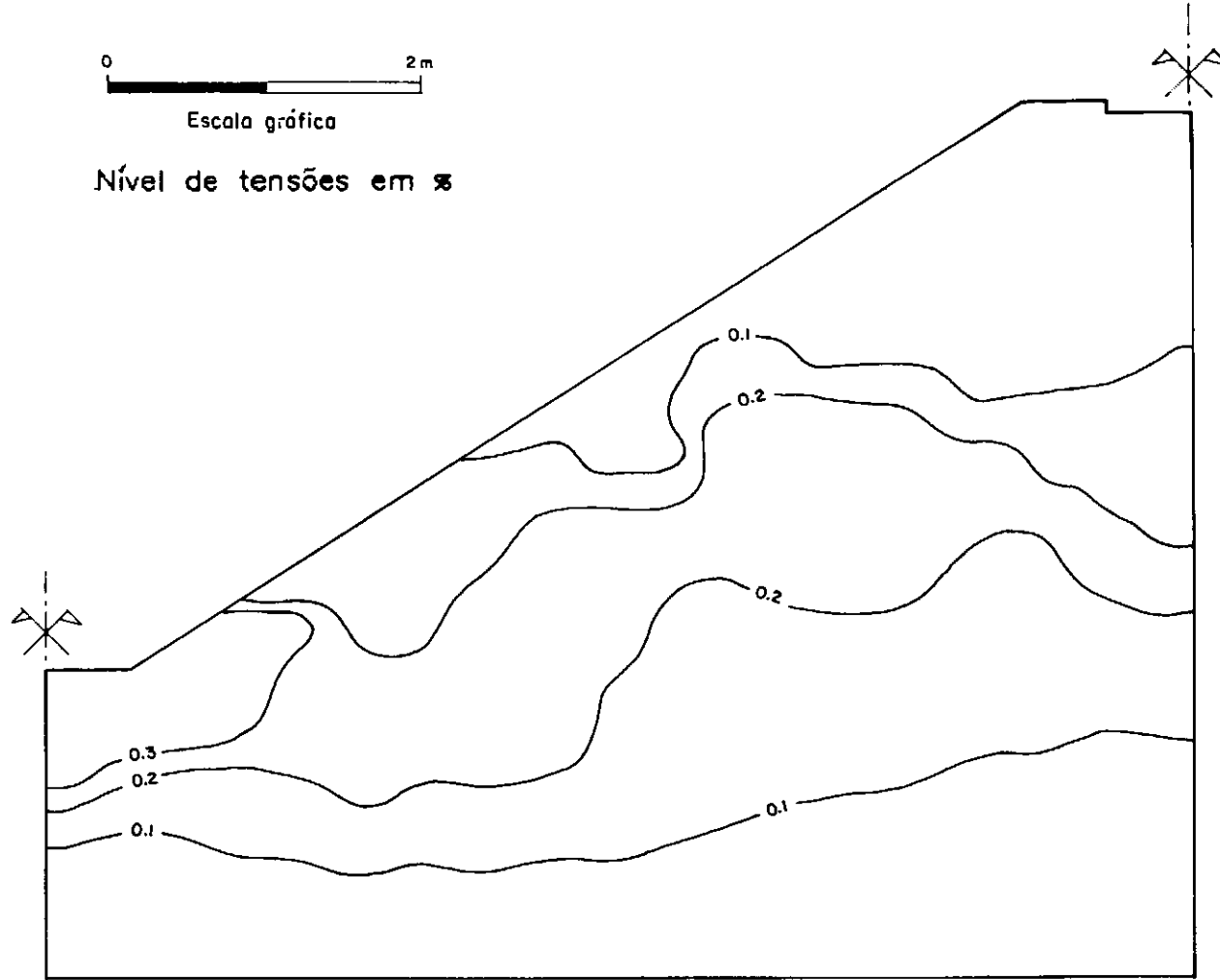


Fig.VI.29.b - Nível de tensões - CONSATPLAST/LADE  
(Enchimento)

Na camada de concreto foram achadas distribuições e valores das tensões cisalhantes máximas muito similares com os três programas, figura VI.28. O maior valor de tensão cisalhante máxima encontrado na camada de concreto foi de 406 kPa (programa CONSAT).

#### **d) RESISTÊNCIA MOBILIZADA**

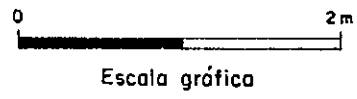
Como pode ser observado na figura VI.29.a e VI.29.b, tanto usando o programa CONSAT como o CONSATPLAST/LADE foram obtidos baixos valores da mobilização de resistência (menores que na construção). O maior valor obtido com o programa CONSAT foi de 3,5% e com o programa CONSATPLAST/LADE de 0,3% na zona inferior ao pé do talude.

A zona de tração obtida foi menor à encontrada ao final da construção, figura VI.15 (programa CONSATPLAST/LADE).

#### **VI.4.4.1 - RETROANÁLISE DO ENCHIMENTO**

Da mesma forma que para a construção, fez-se a simulação do enchimento fazendo uso dos parâmetros apresentados na Tabela VI.1 e do programa CONSATPLAST, figuras VI.30 a VI.32. Observa-se nestas figuras que a distribuição de deslocamentos e tensões foi muito similar à obtida no item VI.4.4. Os valores dos deslocamentos obtidos foram muito próximos aos encontrados com o programa CONSAT, e os valores das tensões cisalhantes máximas foram muito similares aos obtidos com o programa CONSATPLAST/LADE.

Observa-se também nestas figuras, uma reorientação das tensões principais com um certo incremento nas tensões principais menores.



--- Malha inicial  
— Malha deformada

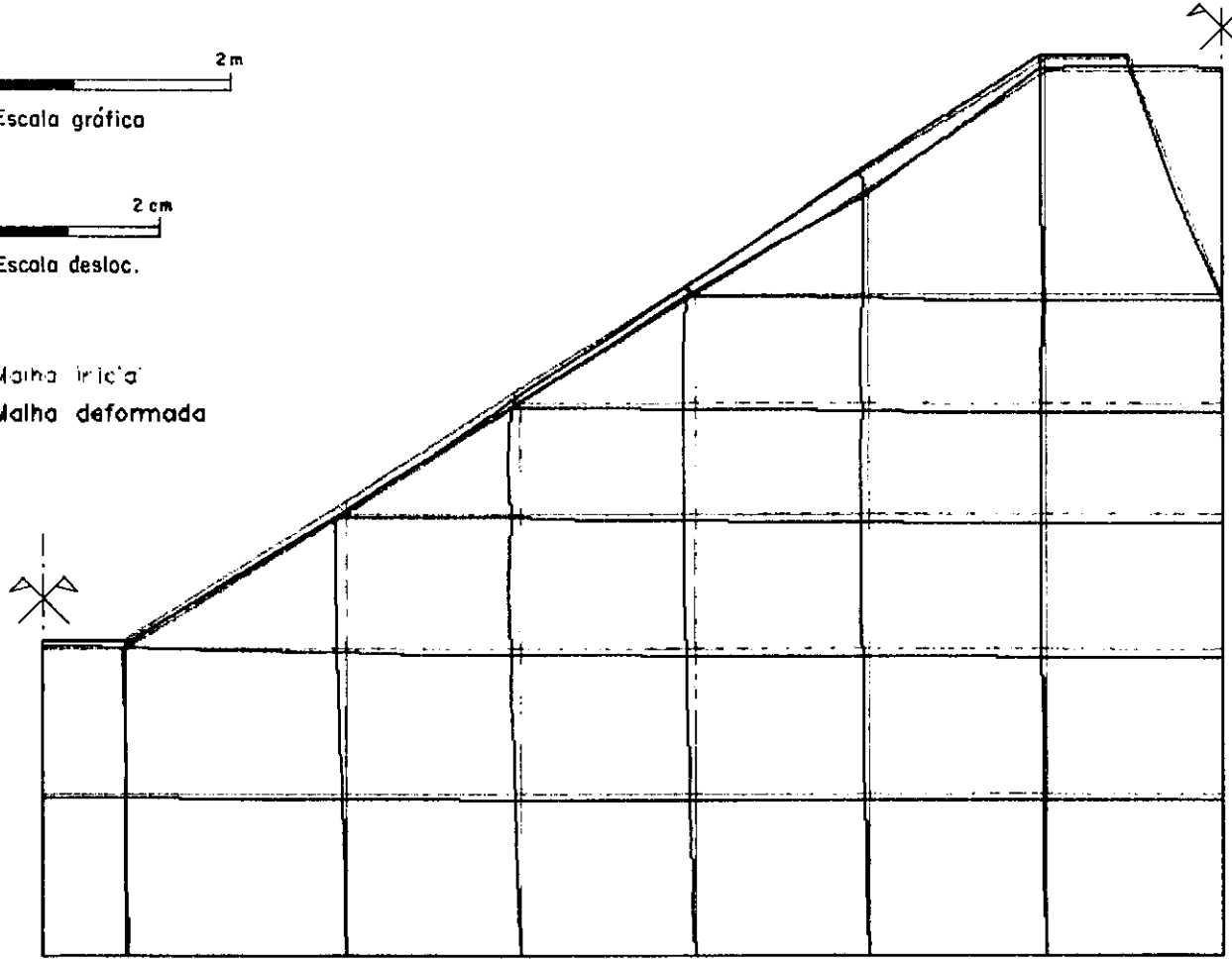


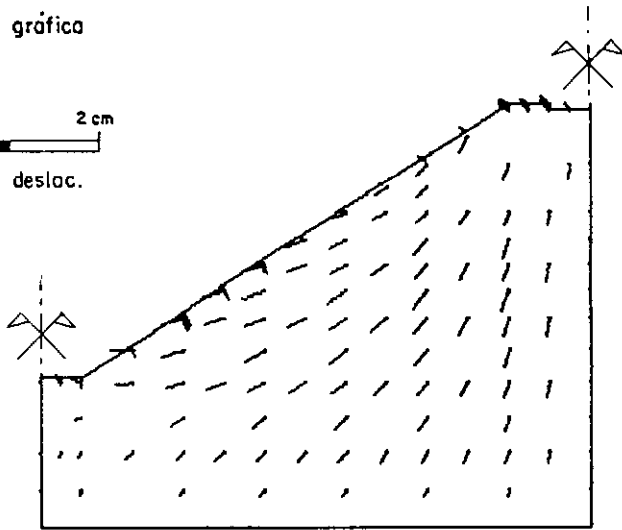
Fig.VI.30 - Malha deformada exagerada - Enchimento (Retroanálise - CONSATPLAST)



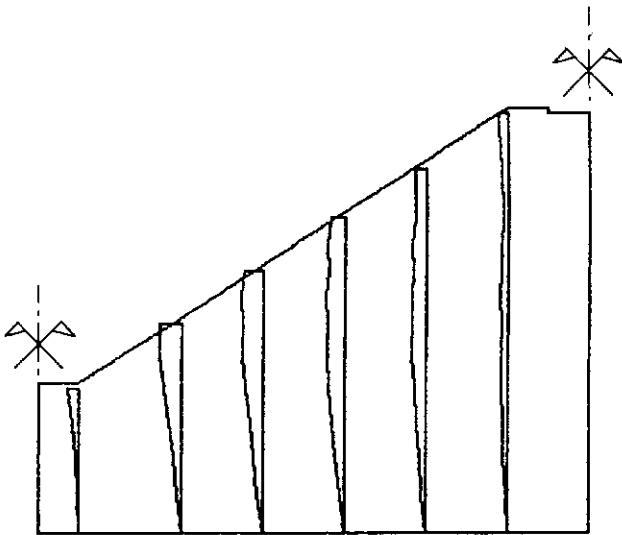
Escala gráfica



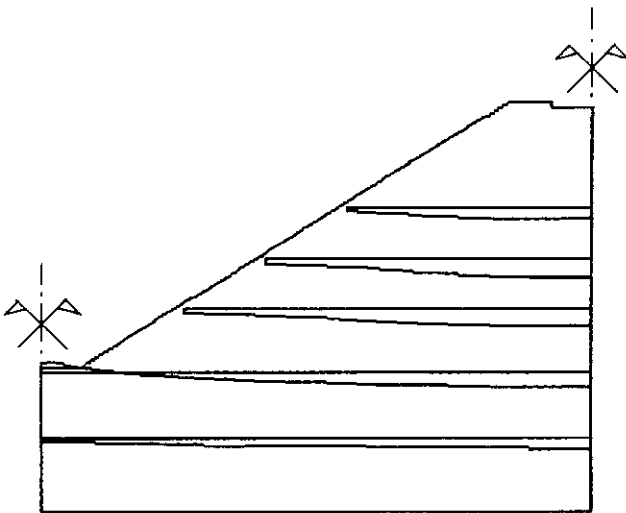
Escala desloc.



a) Deslocamentos nodais



b) Deslocamentos horizontais



c) Deslocamentos verticais

Fig.VI.31 - Deslocamentos - Enchimento  
(Retroanálise - CONSATPLAST)

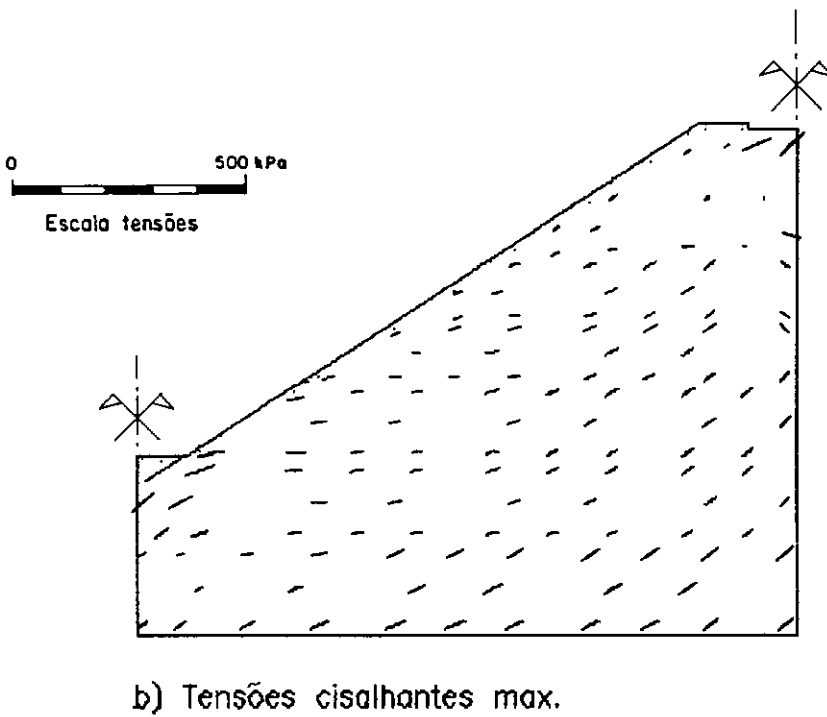
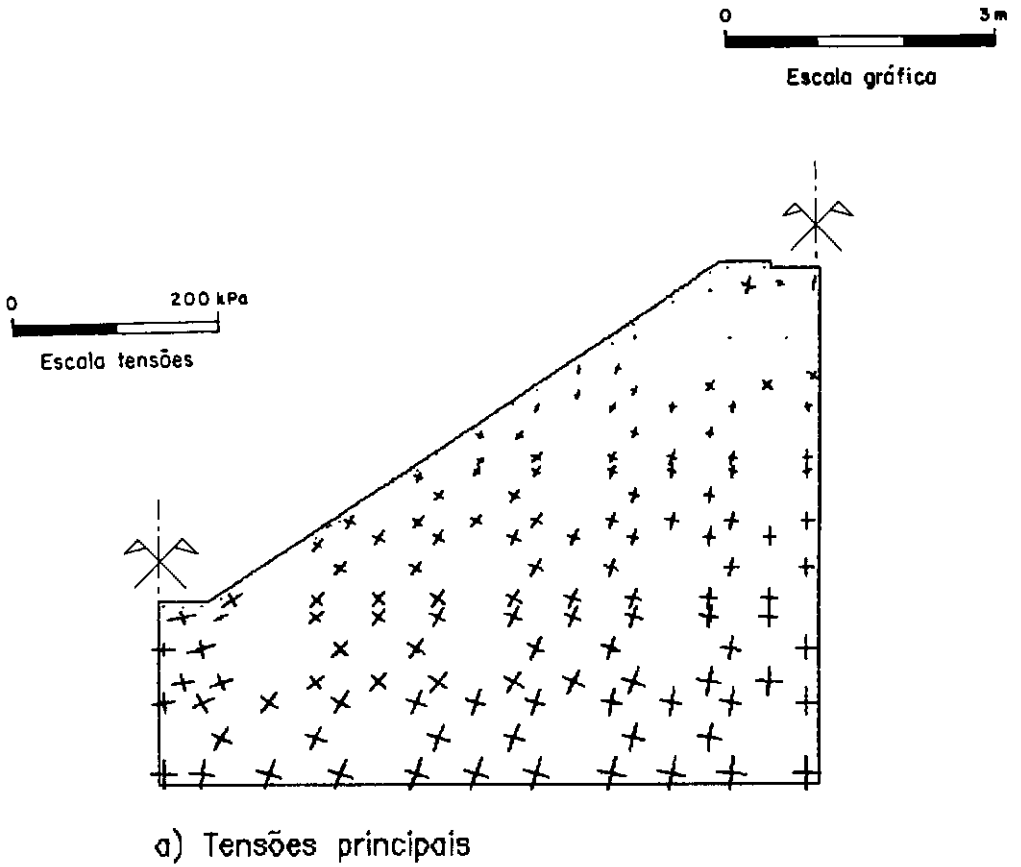


Fig.VI.32 - Estado de tensões - Enchimento  
(Retroanálise - CONSATPLAST)

#### VI.5.4 - CAMINHO DE TENSÕES

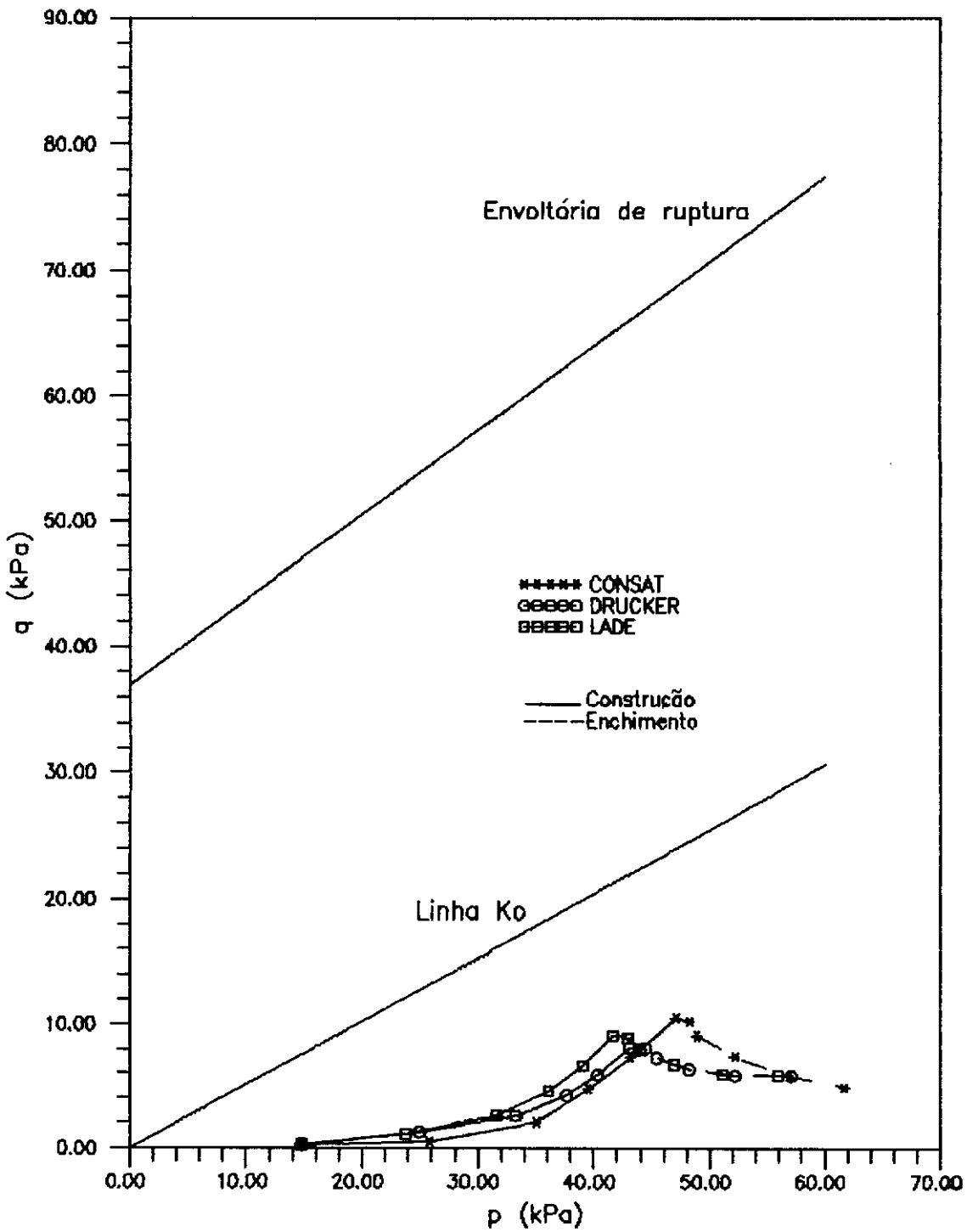
Com o objetivo de representar os sucessivos estados de tensões desenvolvidos durante a construção (de um canal) e enchimento (de dois canais simétricos), foi usado o diagrama p-q, mostrado nas figuras VI.33 a VI.37. Foram escolhidos cinco pontos representativos da malha de elementos finitos utilizada, dois da base da malha localizados na camada natural, um do pé do talude, outro do talude próximo à junta elástica e, finalmente, outro da parte central da malha.

Como pode ser observado nestas figuras, os caminhos de tensões obtidos com os três programas, foram bastante parecidos.

Nota-se nestas figuras, que, devido à construção do revestimento de concreto e posterior enchimento, a tensão desvio diminui de valor, indicando que o corpo do canal entrou num processo de descarregamento, portanto, com um comportamento mais rígido que na sua construção.

Nota-se também, uma pequena variação da tensão desvio durante a construção do revestimento e posterior enchimento, se comparado com a variação apresentada durante a construção do corpo do canal, concordante com os maiores deslocamentos obtidos na construção do corpo do canal que na construção de revestimento e posterior enchimento.

Para todos os pontos analisados, observa-se que o estado de tensões máximo atingido é muito inferior ao estado de tensões na ruptura, sendo portanto o comportamento tensão-deformação obtido predominantemente elástico, fato confirmado com o uso do programa CONSATPLAST.



LOCAL DO PONTO: Elemento 3 - Ponto de integração 1

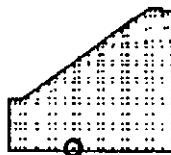


Fig.VI.33.a - Caminho de tensões na base do aterro



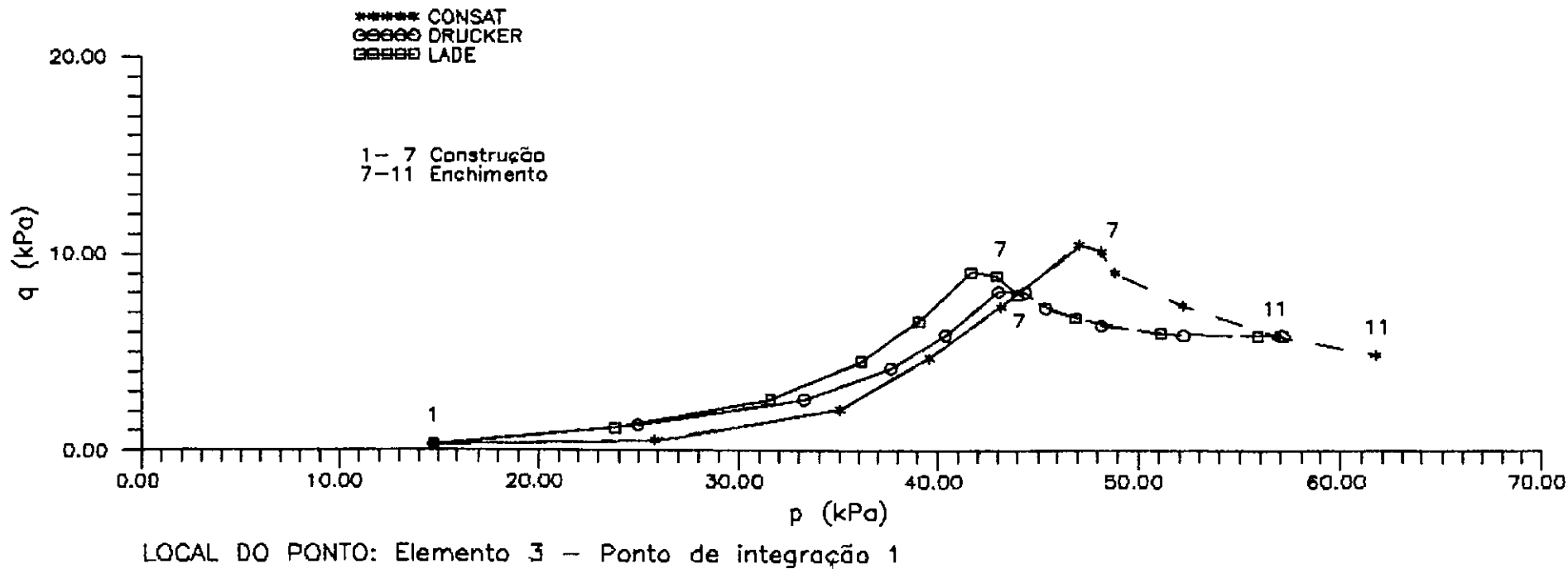
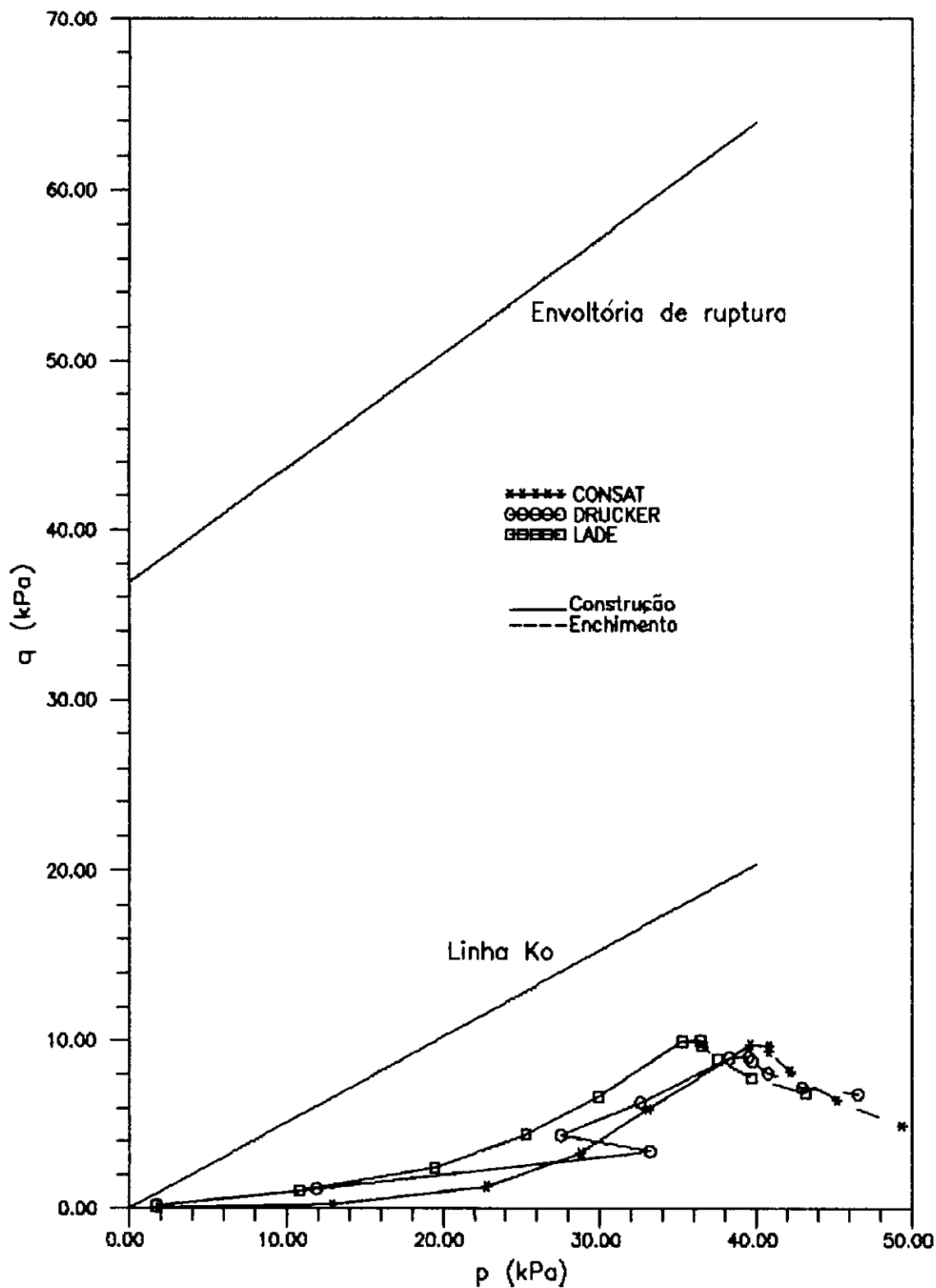


Fig.VI.33.b - Ampliação do caminho de tensões da base do aterro



LOCAL DO PONTO: Elemento 5 - Ponto de integração 2

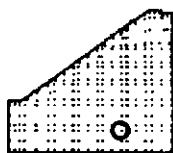


Fig.VI.34.a - Caminho de tensões na base do aterro

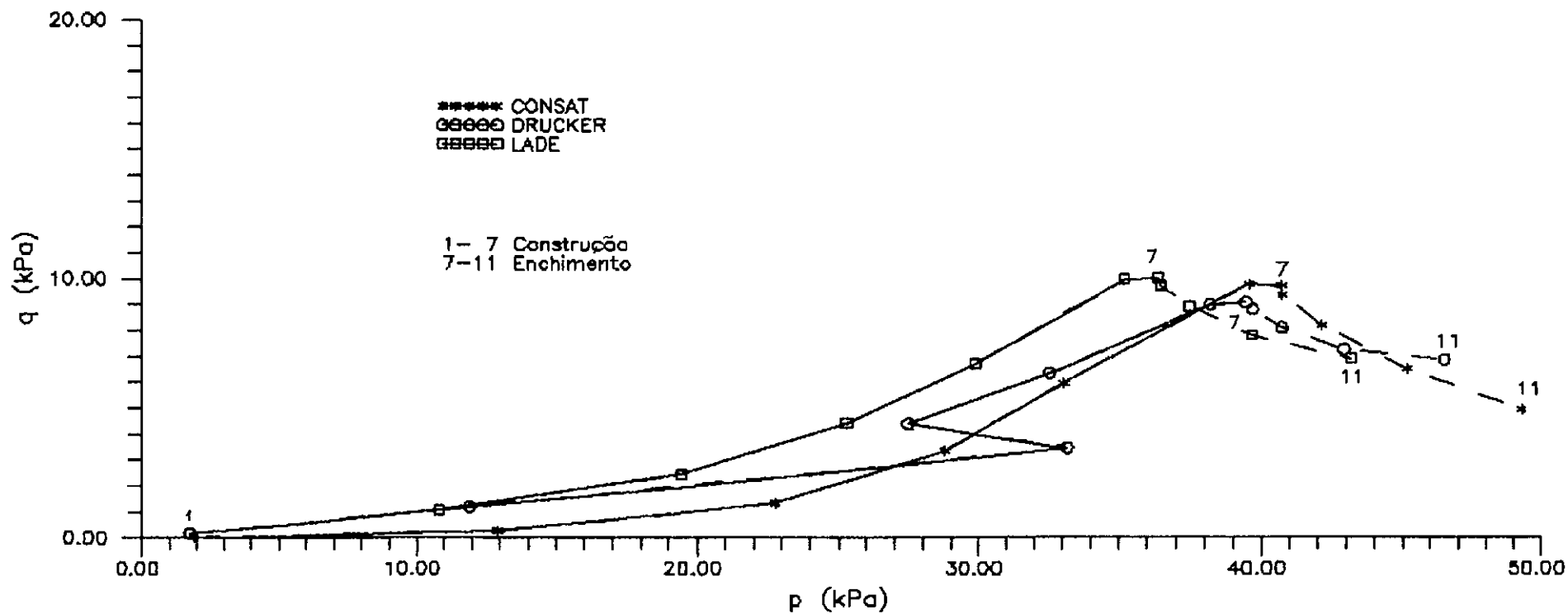
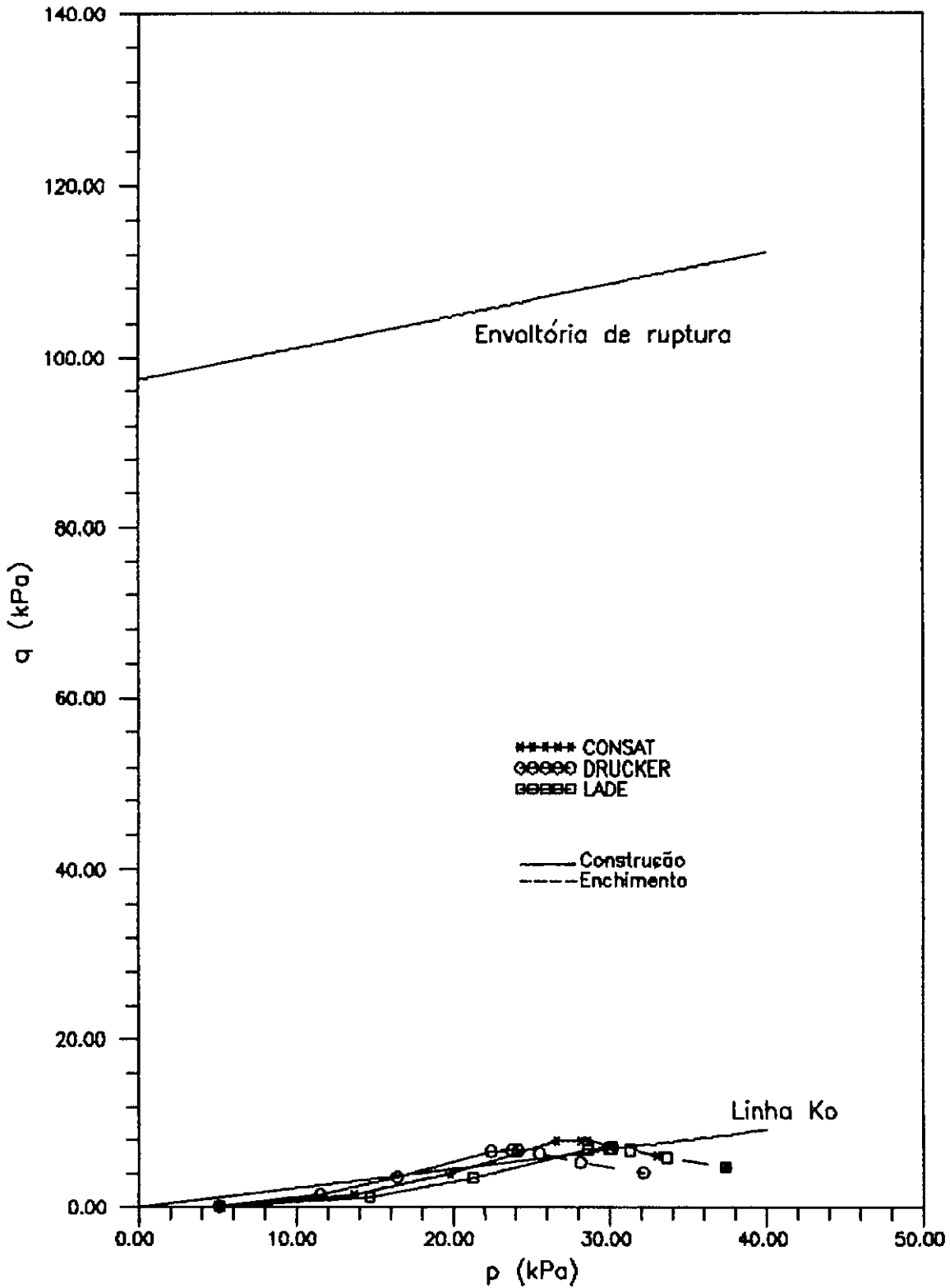


Fig.VI.34.b - Ampliação do caminho de tensões da base do aterro



LOCAL DO PONTO: Elemento 18 - Ponto de integração 5

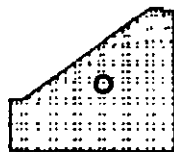
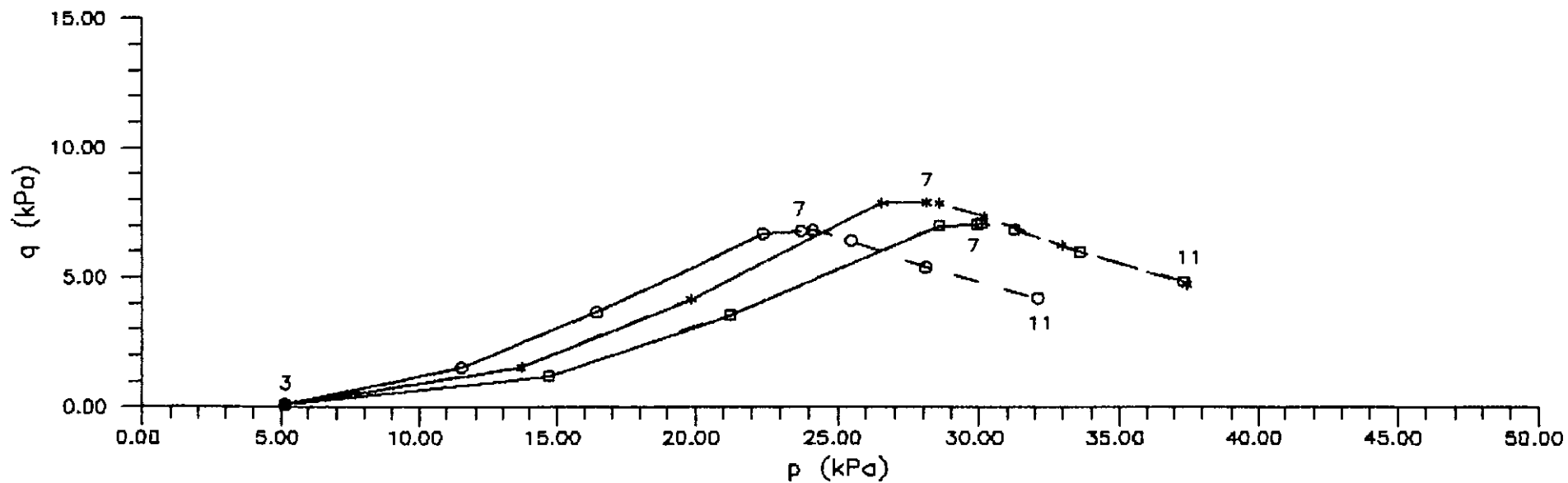


Fig.VI.35.a - Caminho de tensões no corpo do aterro

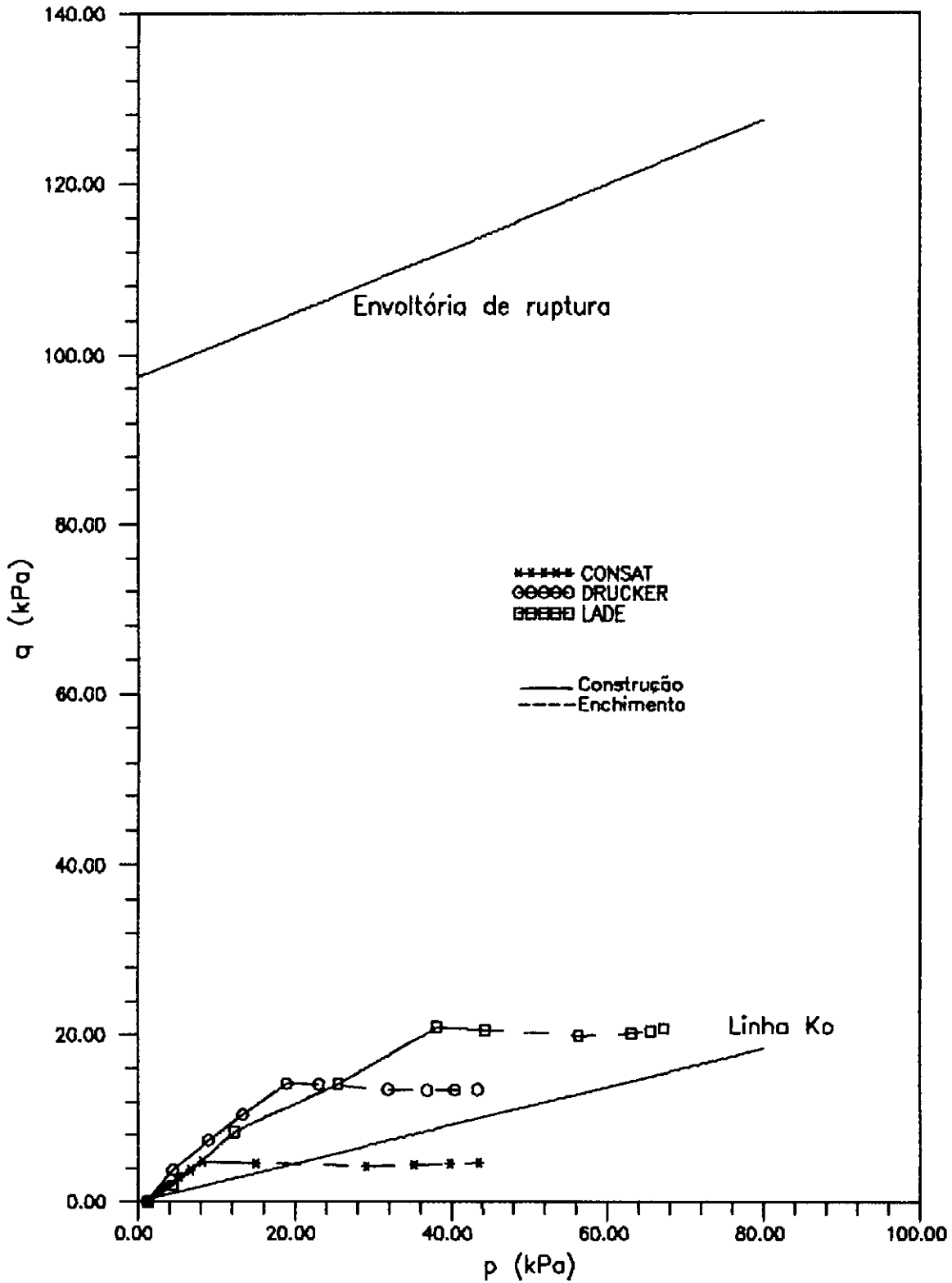
\*\*\*\*\* CONSAT  
OOOOO DRUCKER  
□□□□□ LADE

3- 7 Construção  
7-11 Enchimento



LOCAL DO PONTO: Elemento 18 - Ponto de integração 5

Fig.VI.35.b - Ampliação do caminho de tensões do corpo do aterro



LOCAL DO PONTO: Elemento 8 - Ponto de integração 6

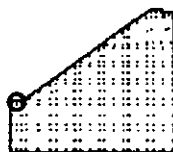
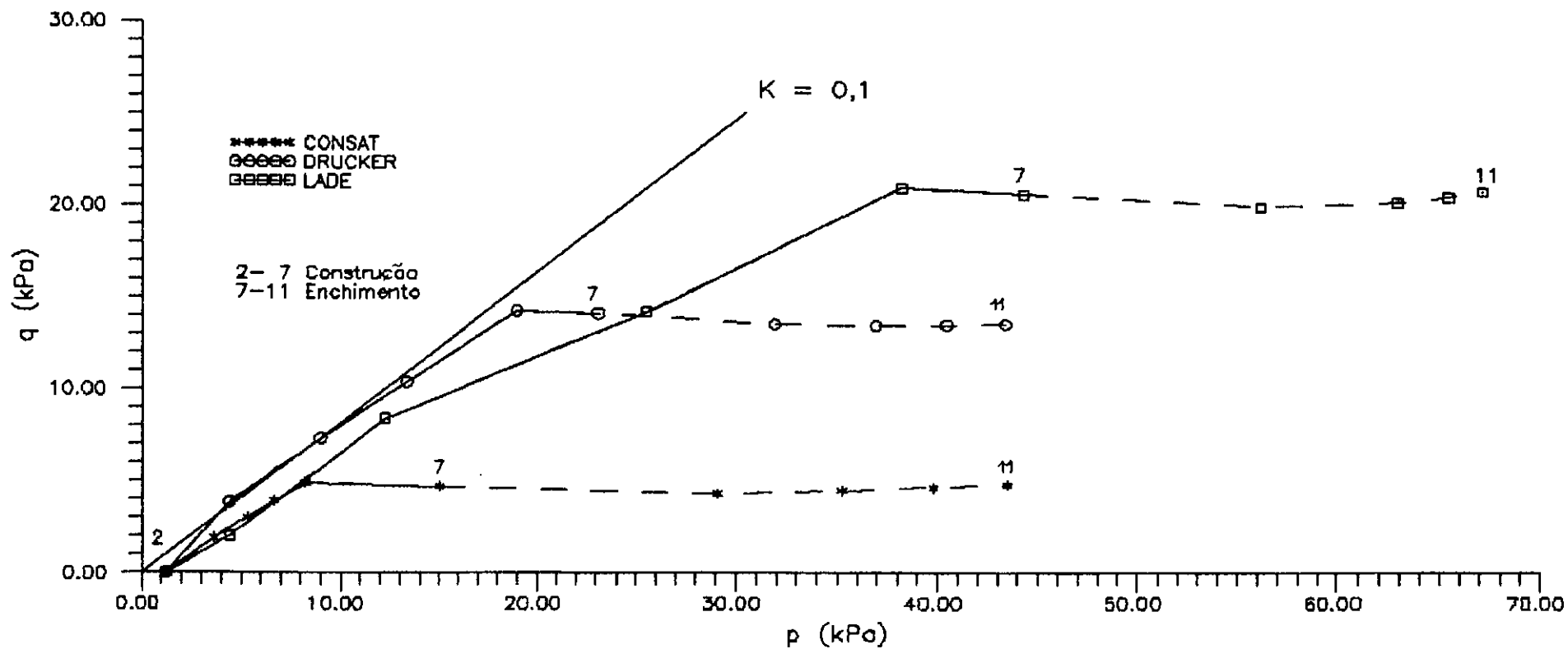
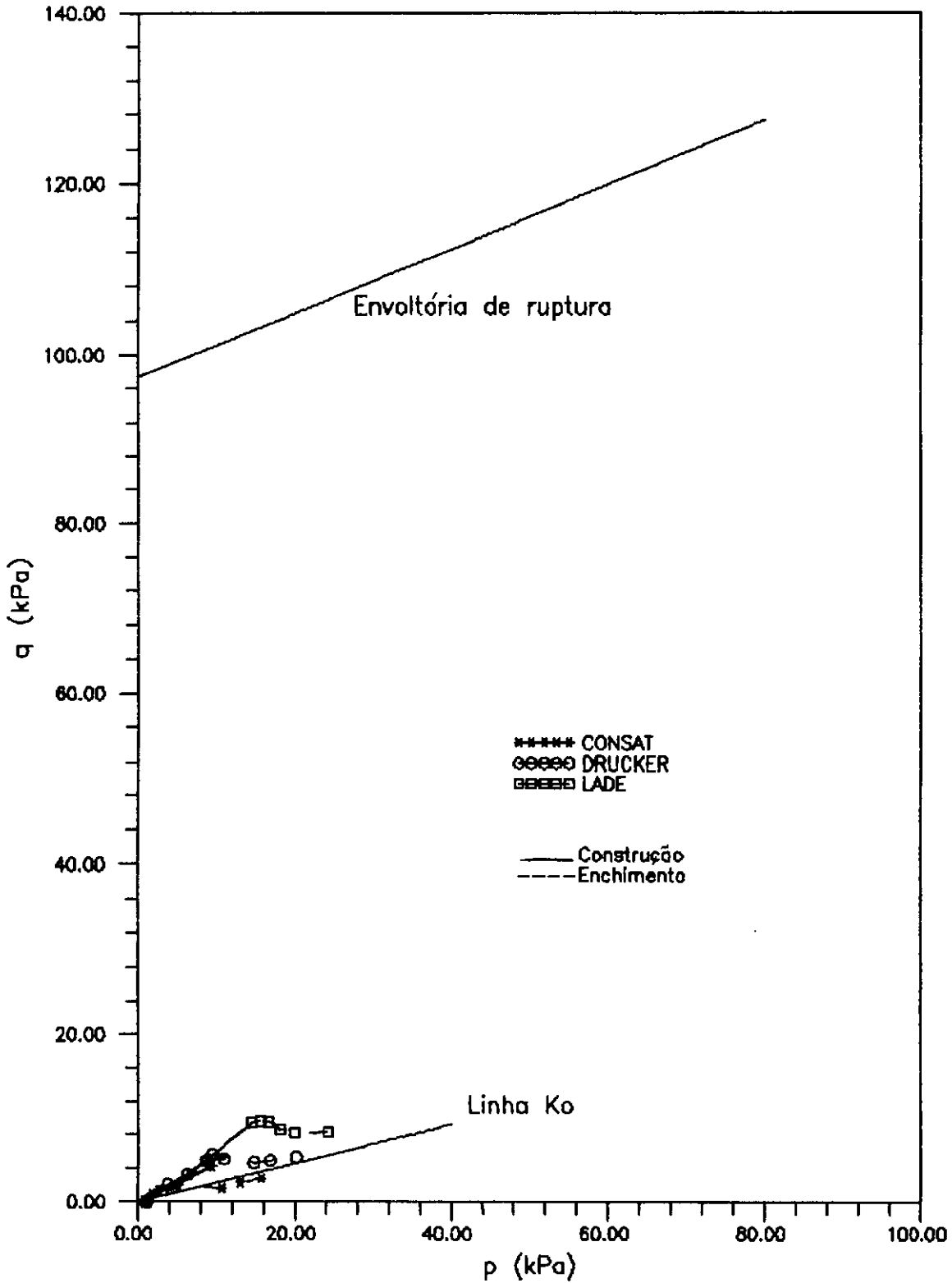


Fig.VI.36.a - Caminho de tensões no pé do talude do aterro



LOCAL DO PONTO: Elemento 8 - Ponto de integração 6

Fig.VI.36.b - Ampliação do caminho de tensões do pé do talude do aterro

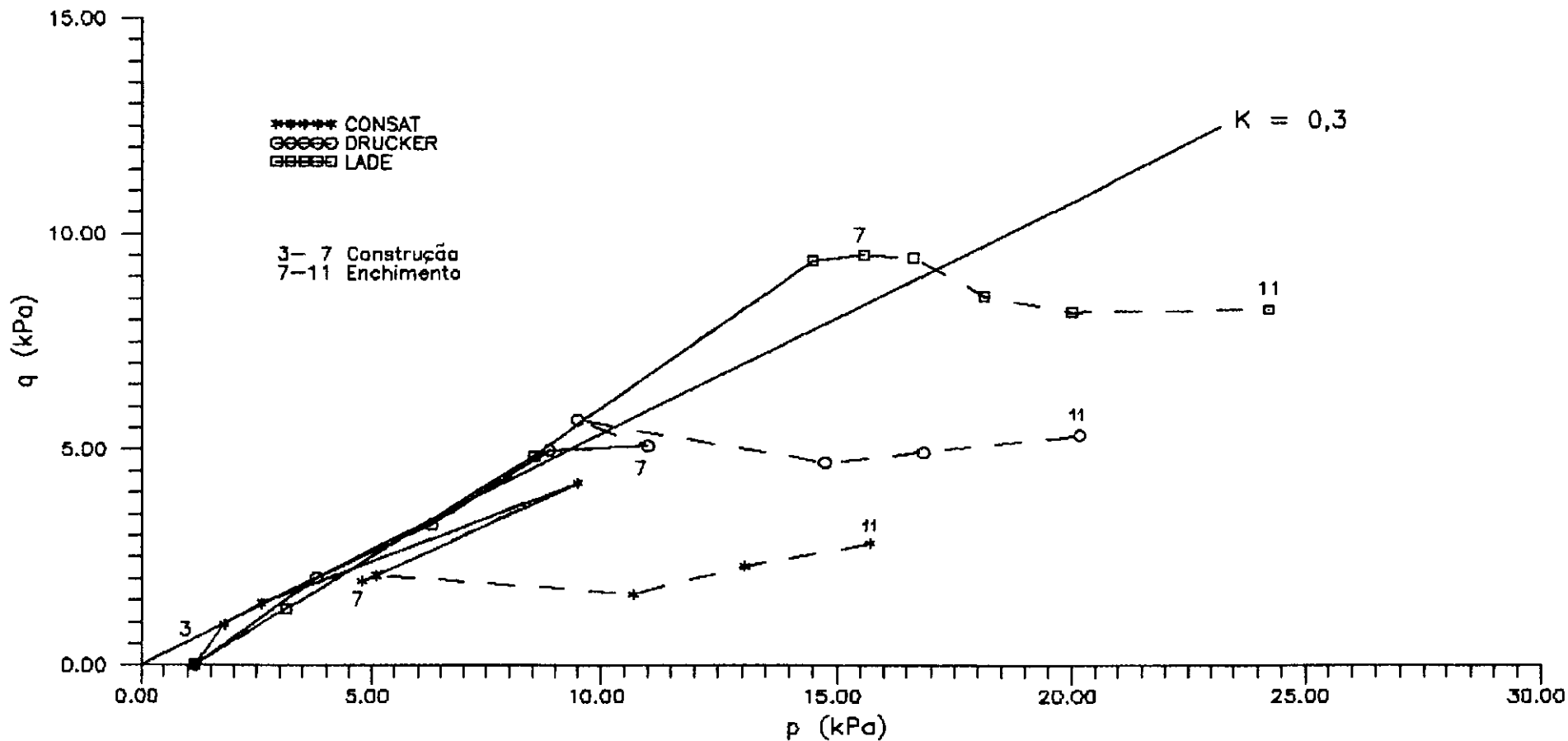


LOCAL DO PONTO: Elemento 16 - Ponto de integração 3



Fig.VI.37.a - Caminho de tensões no talude do aterro





LOCAL DO PONTO: Elemento 16 - Ponto de integração 3

Fig.VI.37.b - Ampliação do caminho de tensões do talude do aterro

## VI.6 - TEMPOS DE PROCESSAMENTO (CPU)

Conforme pode ser observado na tabela VI.2, o programa CONSATPLAST (implementação do modelo de Drucker e Prager) requereu, em média, a metade do tempo utilizado pelo programa CONSAT, entretanto o programa CONSATPLAST / LADE (implementação do modelo de Lade) requereu, em média, quase o dobro do tempo usado pelo programa CONSAT, na fase de construção. Já no enchimento, o tempo requerido pelo programa CONSATPLAST/LADE foi quase o mesmo que o programa CONSATPLAST e aproximadamente 2/3 do tempo requerido pelo programa CONSAT.

Os tempos requisitados pelo programa CONSATPLAST foram os menores, devido a que a análise com este programa caiu dentro do domínio elástico. O tempo necessário à execução do problema em questão pelo programa CONSATPLAST/LADE foi o maior de todos na construção, devido a que com este programa a plastificação foi considerada desde o início em todo o corpo do canal, porém, no enchimento foi menor, devido a que no processo de descarregamento, a análise segundo o algoritmo utilizado, é considerada como elástica.

Tempos de Processamento (h:m:s) (CPU)		
Programa	Fase Construção (7 etapas)	Enchimento (4 etapas)
CONSAT	0:15:03 3236,91 USC	0:15:01 3223,42 USC
CONSATPLAST	0:08:42 1869,99 USC	0:08:57 1924,36 USC
CONSATPLAST/ LADE	0:36:45 7897,30 USC	0:10:01 2152,93 USC

Tabela VI.2 - Tempos de processamento (USC = Unidade de serviço computacional)

## VI.7 - CONSTRUÇÃO E ENCHIMENTO FAZENDO USO DOS PARÂMETROS OBTIDOS PELO CEPED (1988)

Com fins comparativos foi realizada novamente neste item a simulação da construção do aterro de um canal e enchimento sem infiltração de dois canais simétricos. Desta vez, fazendo uso dos parâmetros obtidos e apresentados pelo CEPED (1988), detalhados a seguir:

Estaca : 50+00		Prof. : 4,00 m		Solo : SC - SM	
Parâmetros	E	$\nu$	$\gamma$	c	$\phi$
Material	kPa		kN/m <sup>3</sup>	kPa	graus
Solo natural	$5 \times 10^3$	0,30	15,0	10,0	28,0
Solo compactado	$12 \times 10^4$	0,40	19,0	20,0	33,0
Concreto	$2 \times 10^7$	0,15	22,0	$5 \times 10^3$	10,0
Junta elástica	$2 \times 10^3$	0,49	11,0	$10^3$	10,0
Parâmetros	k	n	L	m	q
Material					
Solo Natural	49,36	0	0,30	1	0
Solo compactado	1184,60	0	0,40	1	0
Concreto	$19,74 \times 10^4$	0	0,15	1	0
Junta elástica	19,74	0	0,49	1	0

Tabela VI.3 - Parâmetros CEPED

Repetiu-se assim as simulações anteriormente feitas empregando-se os parâmetros acima nos programas CONSAT e CONSATPLAST. Os resultados da simulação da construção são mostrados nas figuras VI.38 a VI.45 e da simulação da construção + enchimento nas figuras VI.46 a VI.54.

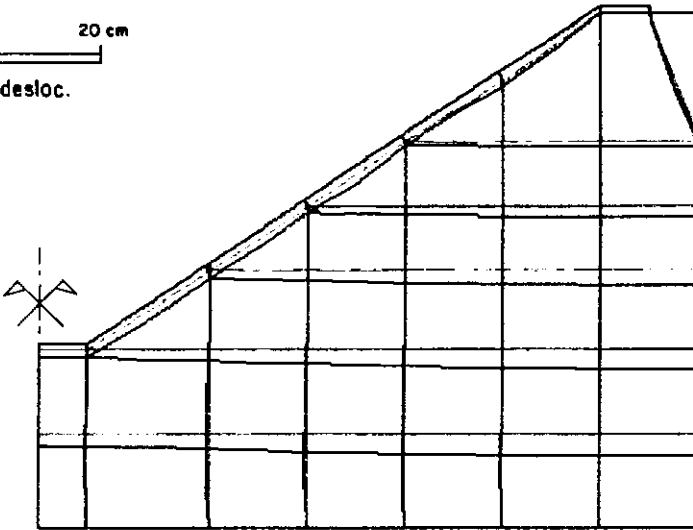
### a) DESLOCAMENTOS

Como pode ser observado nas figuras VI.39 a VI.41 e VI.47 a VI.49, tanto a distribuição de deslocamentos como os valores obtidos foram bastante diferentes aos encontrados no item VI.4.

— Malha inicial  
 — Malha deformada

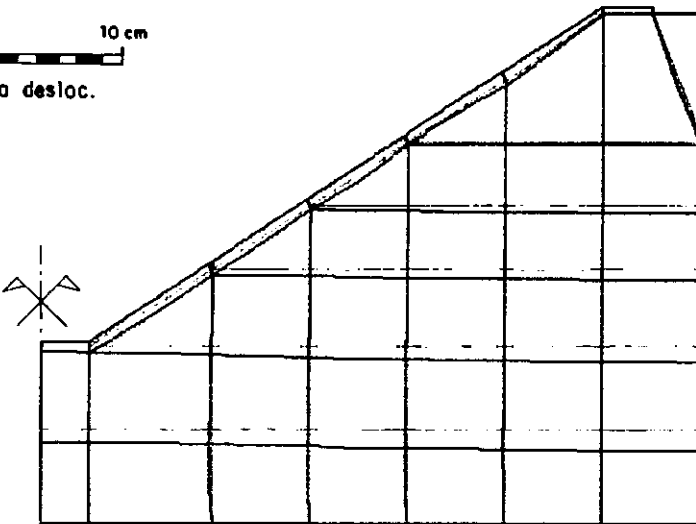
0 3 m  
 Escala gráfica

0 20 cm  
 Escala desloc.



a) CONSAT

0 10 cm  
 Escala desloc.

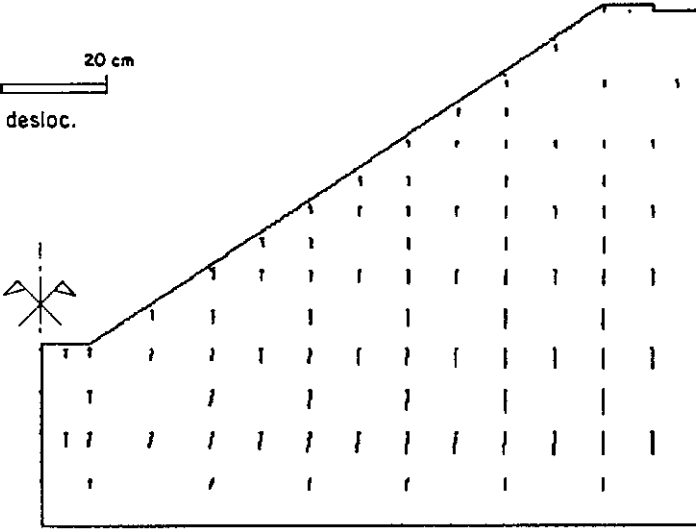


b) CONSATPLAST

Fig.VI.38 - Malha deformada exagerada  
 (Construção - Dados CEPED)

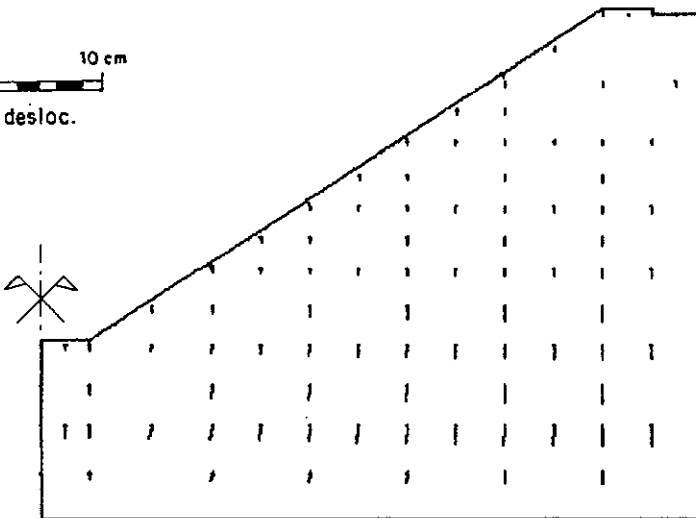
0 3 m  
Escala gráfica

0 20 cm  
Escala desloc.



a) CONSAT

0 10 cm  
Escala desloc.

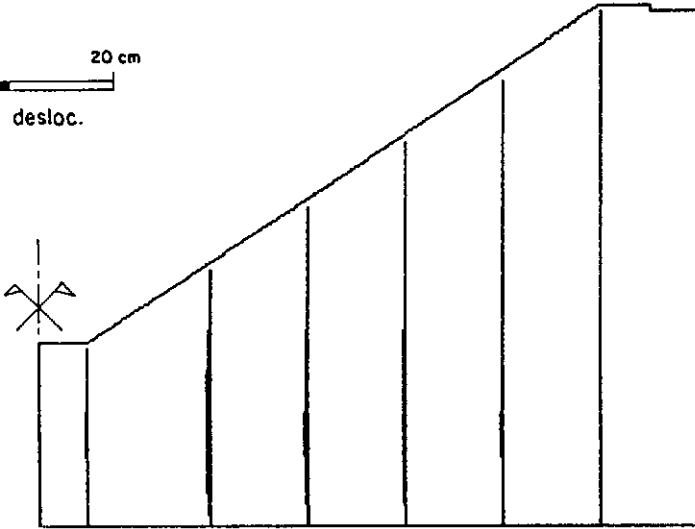


b) CONSATPLAST

Fig.VI.39 - Deslocamentos nodais - Construção  
(Dados CEPED)

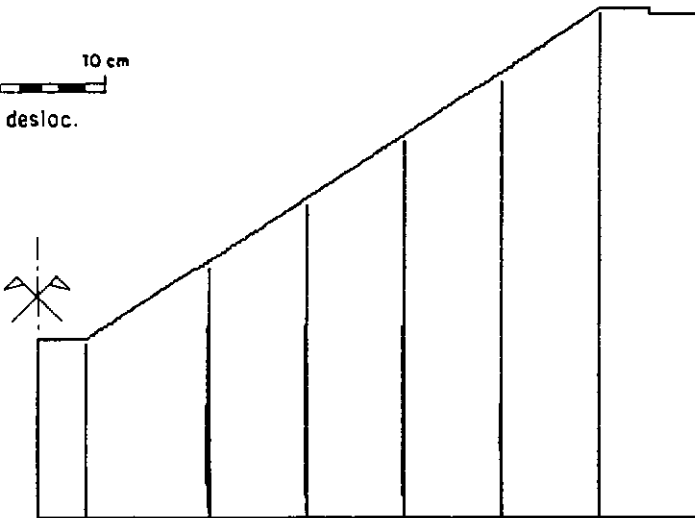
0 3 m  
Escala gráfica

0 20 cm  
Escala desloc.



a) CONSAT

0 10 cm  
Escala desloc.



b) CONSATPLAST

Fig.VI.40 - Deslocamentos horizontais  
(Construção - Dados CEPED)

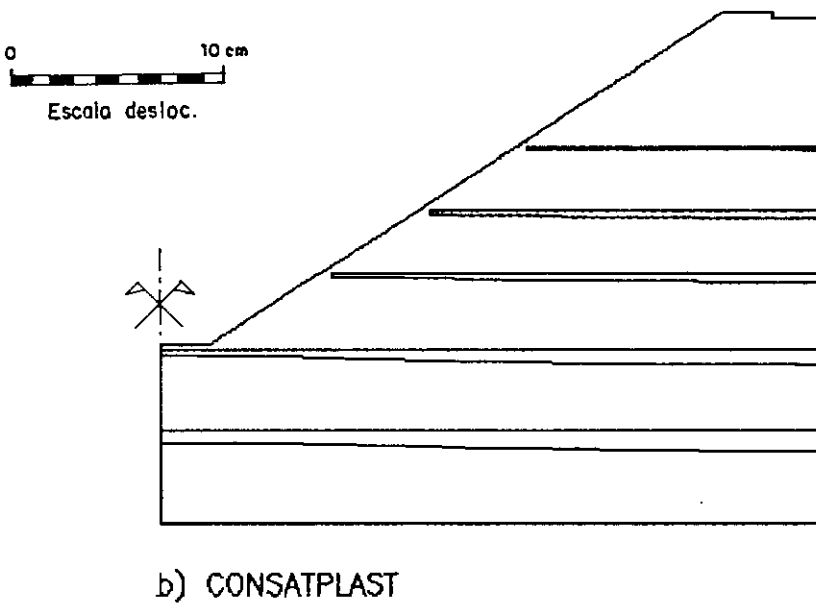
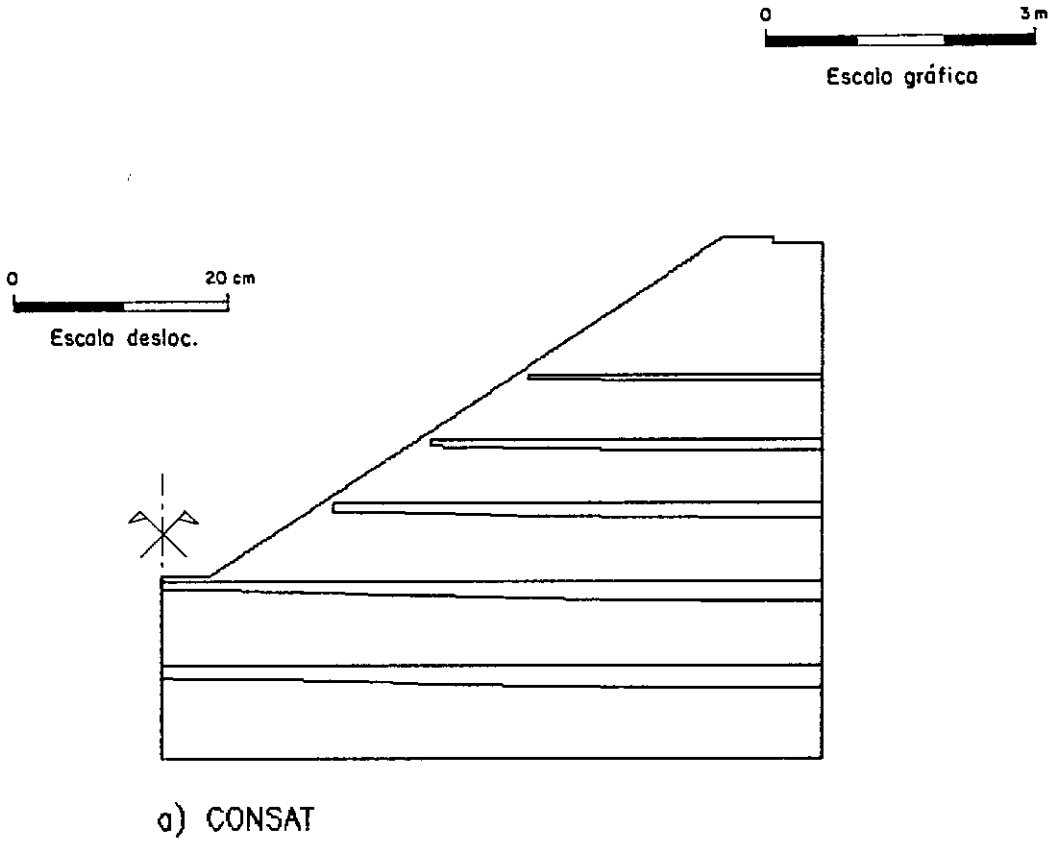
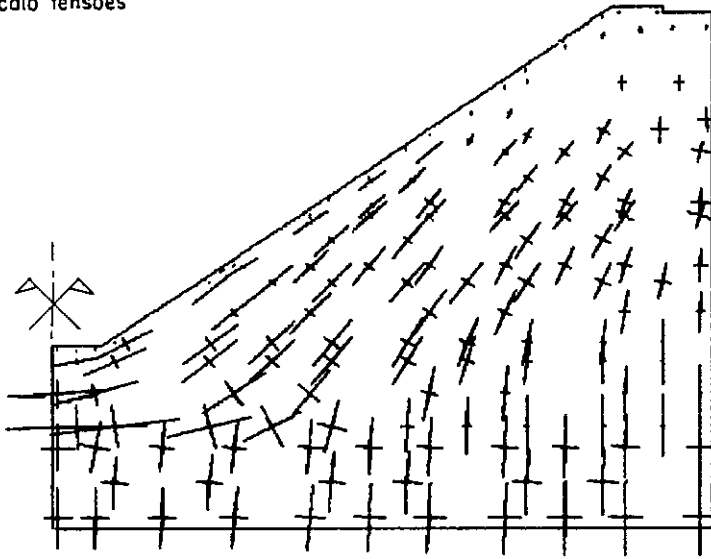
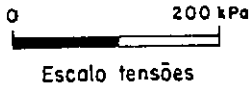
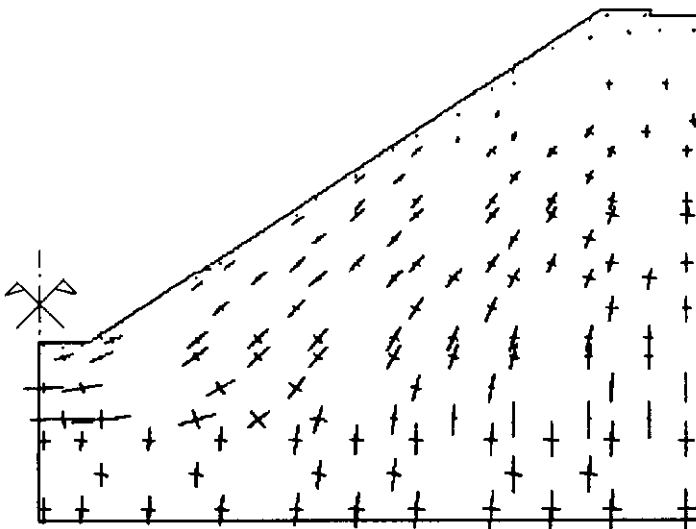


Fig.VI.41 - Deslocamentos verticais  
(Construção - Dados CEPED)



a) CONSAT



b) CONSATPLAST

Fig.VI.42 - Tensões principais - Construção  
(Dados CEPED)



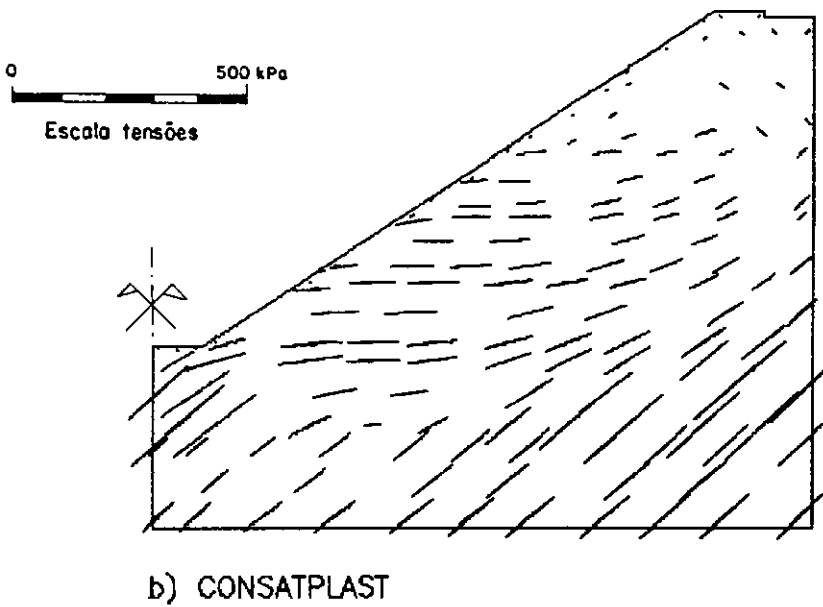
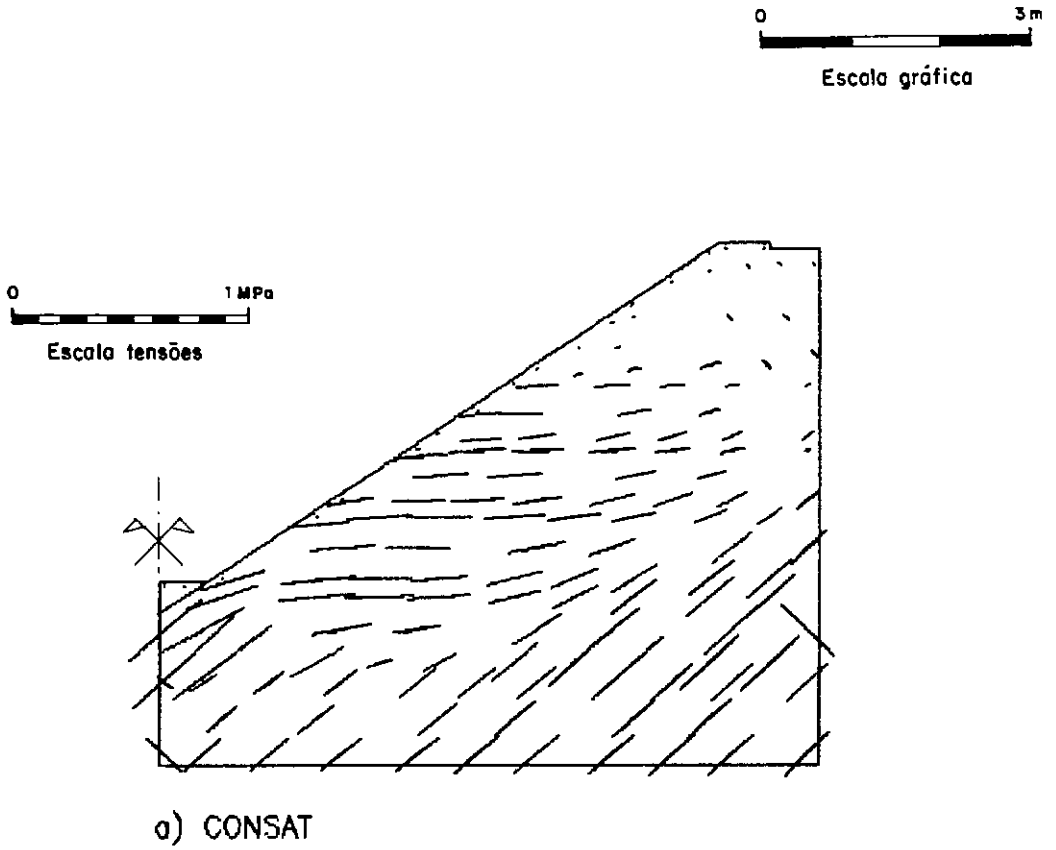


Fig.VI.43 - Tensões cisalhantes máximas  
(Construção - Dados CEPED)

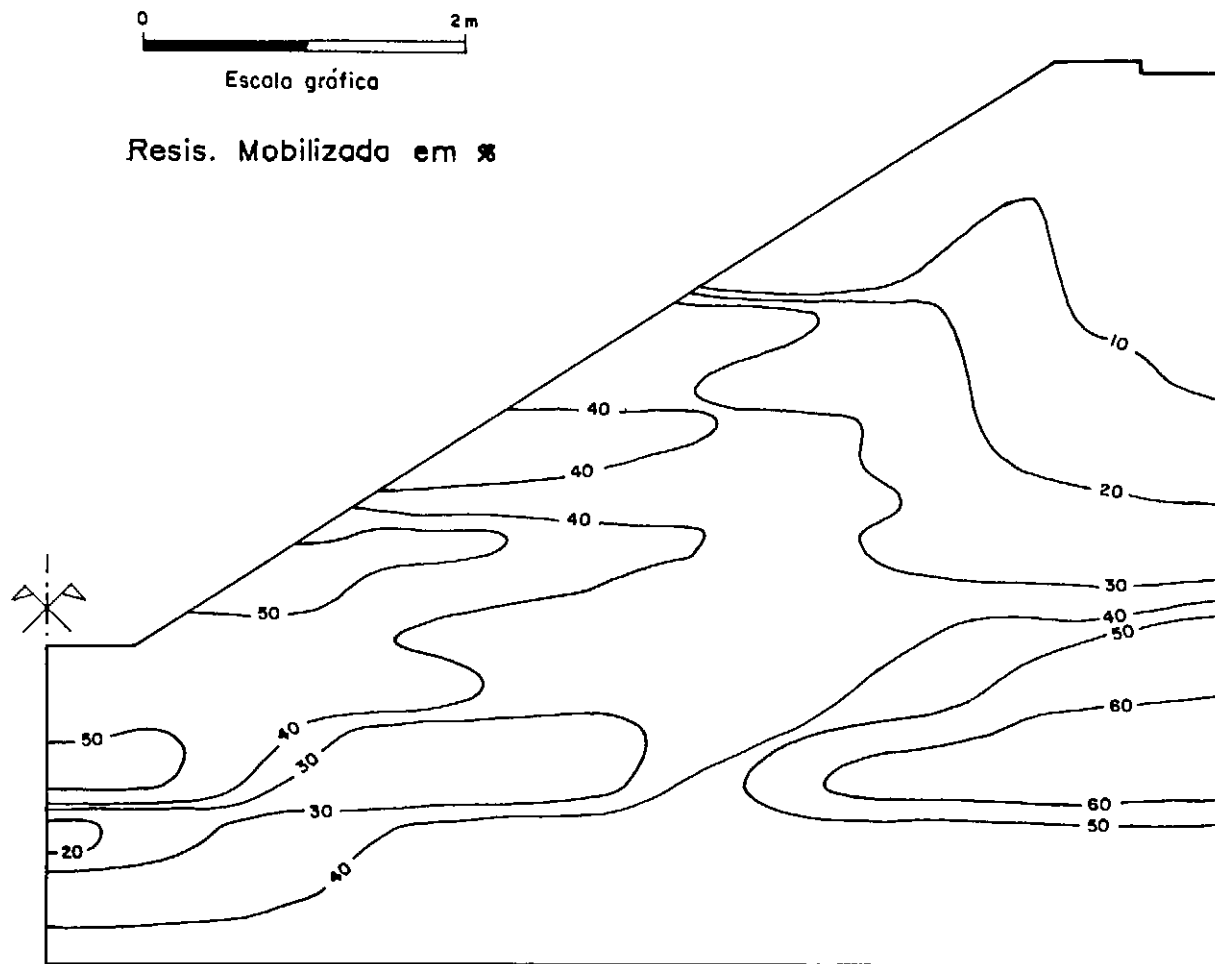
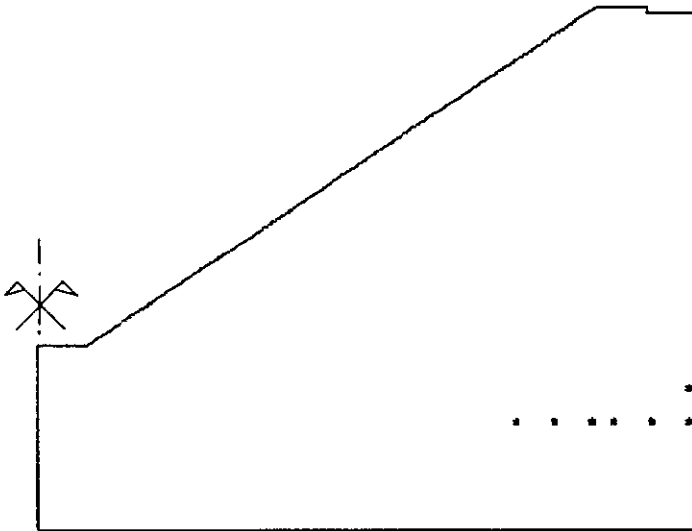
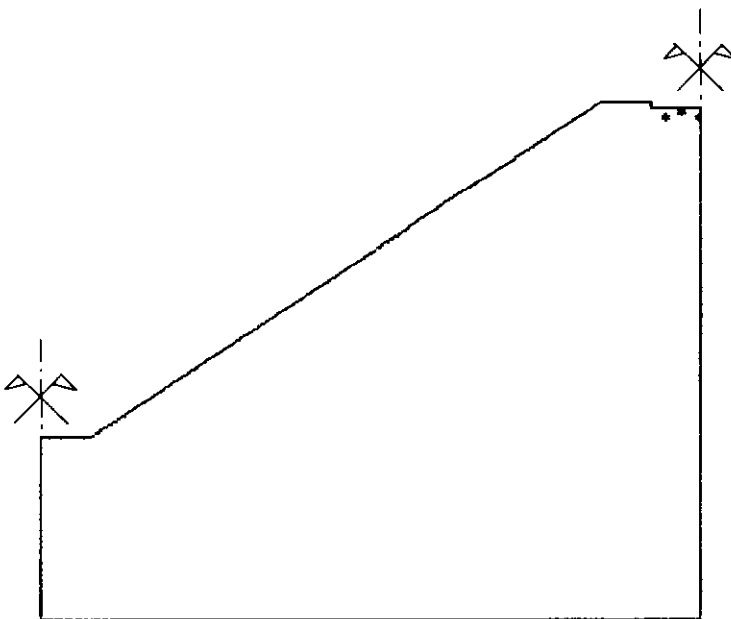


Fig.VI.44 - Resistência mobilizada - CONSAT  
(Construção - Dados CEPED)



a) Construção



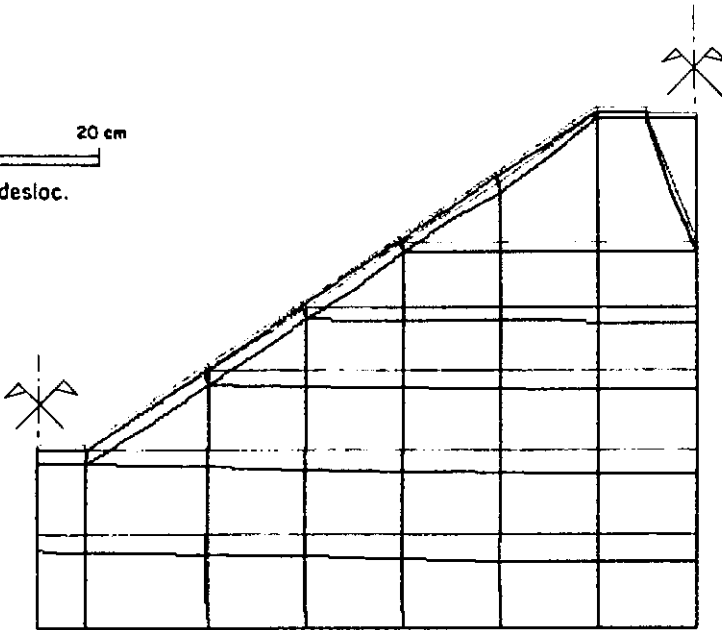
b) Enchimento

Fig.VI.45 - Zonas plásticas - CONSATPLAST  
(Dados CEPED)

— Malha inicial  
 — Malha deformada

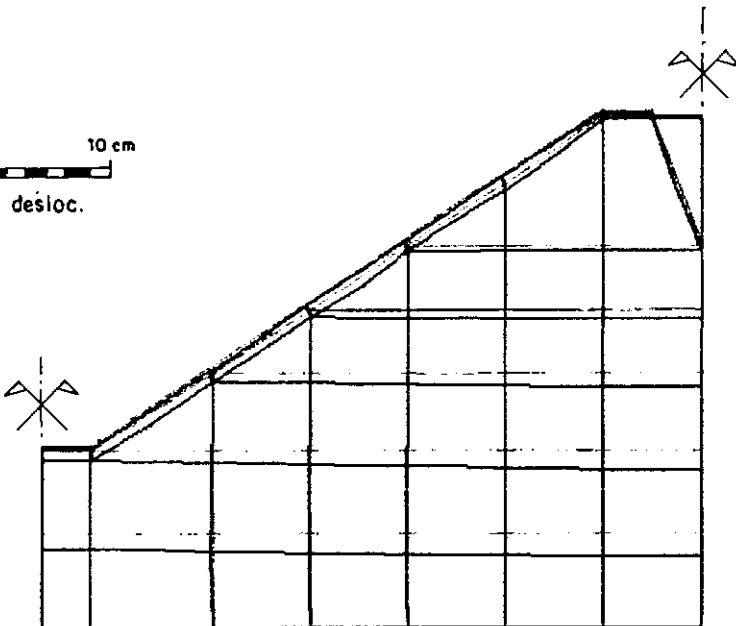
0 3m  
 Escala gráfica

0 20 cm  
 Escala desloc.



a) CONSAT

0 10 cm  
 Escala desloc.



b) CONSATPLAST

Fig.VI.46 - Malha deformada exagerada  
 (Enchimento - Dados CEPED)

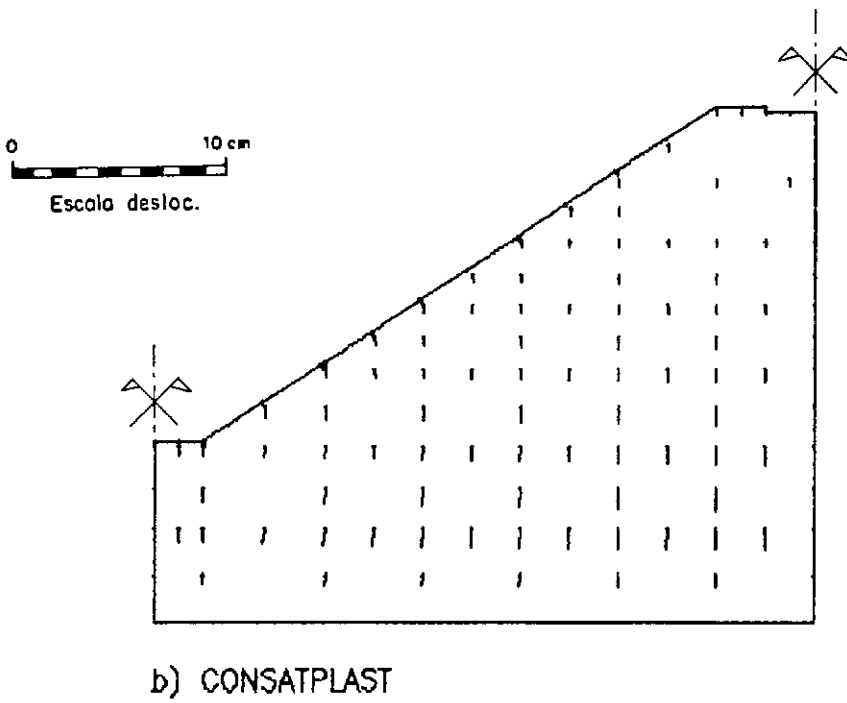
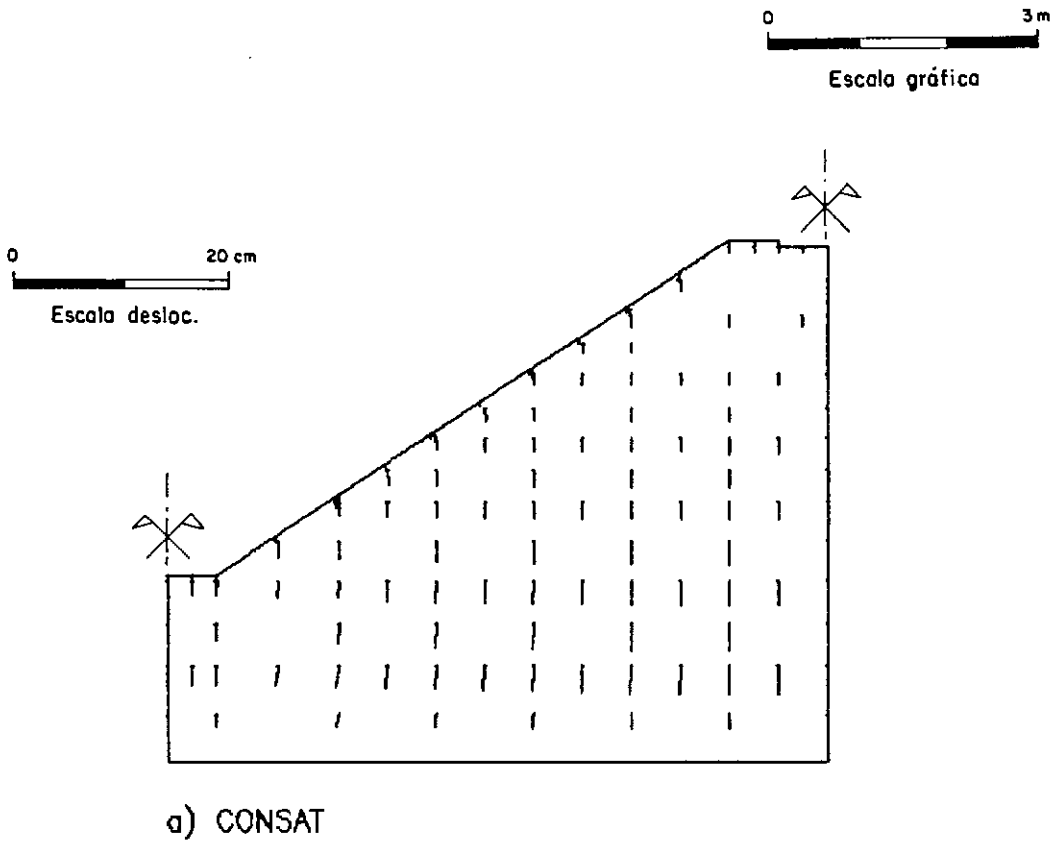


Fig.VI.47 - Deslocamentos nodais - Enchimento  
(Dados CEPED)

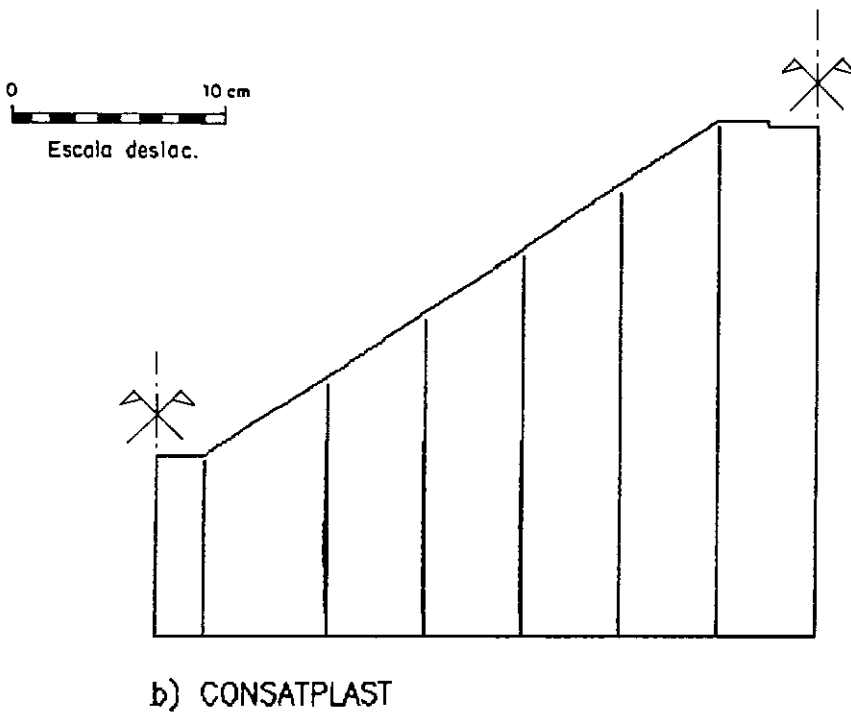
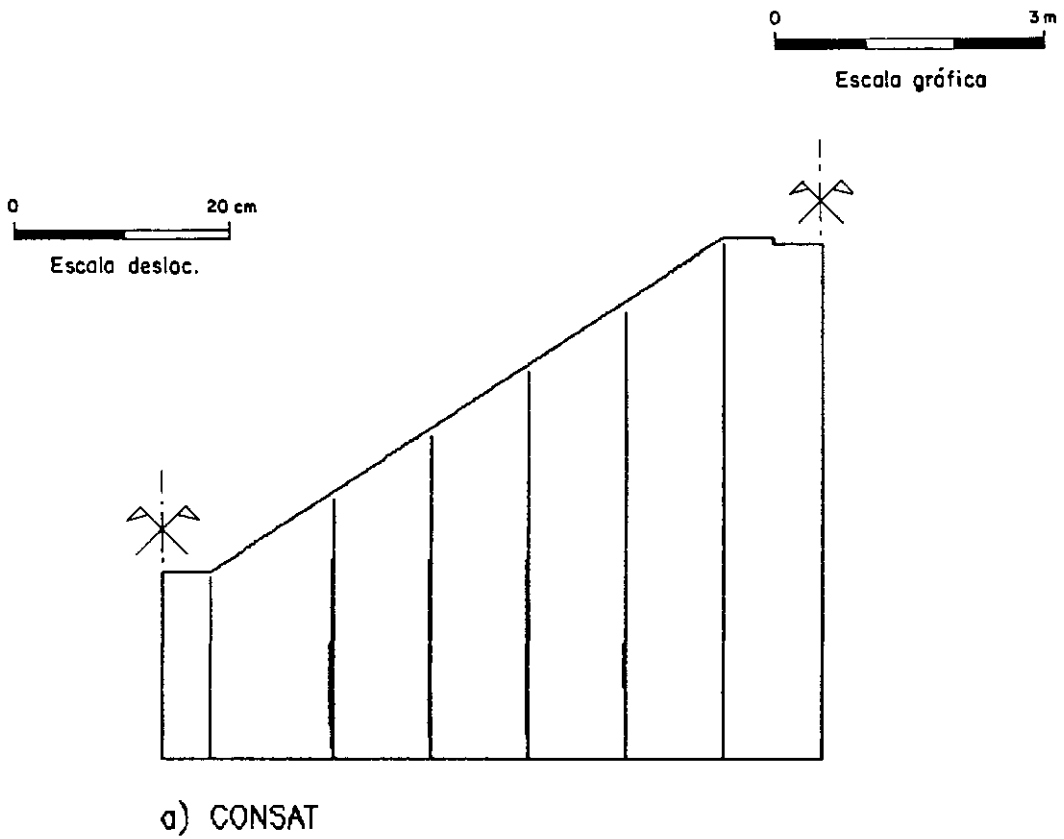
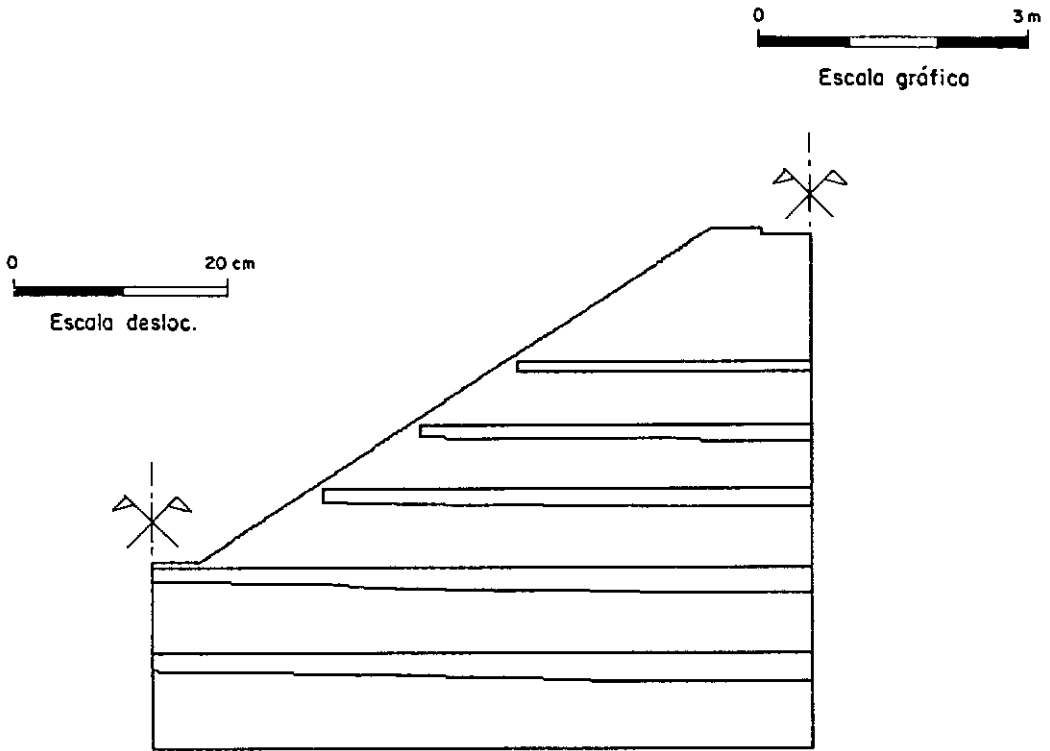
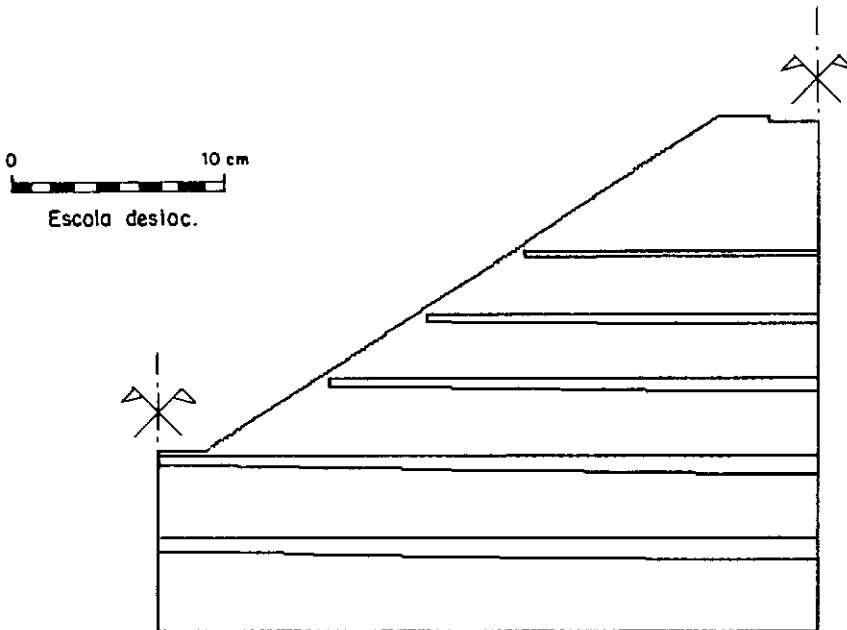


Fig.VI.48 - Deslocamentos horizontais  
(Enchimento - Dados CEPED)

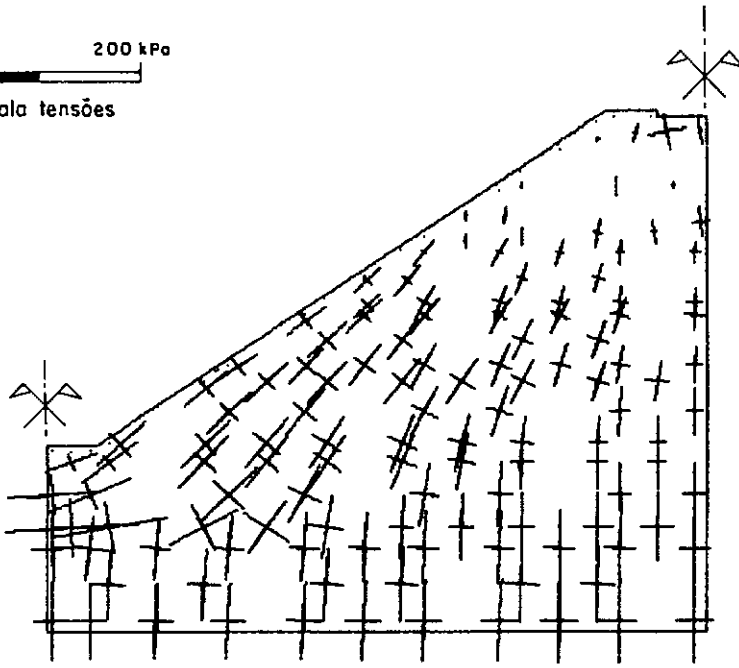
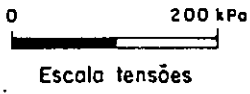


a) CONSAT

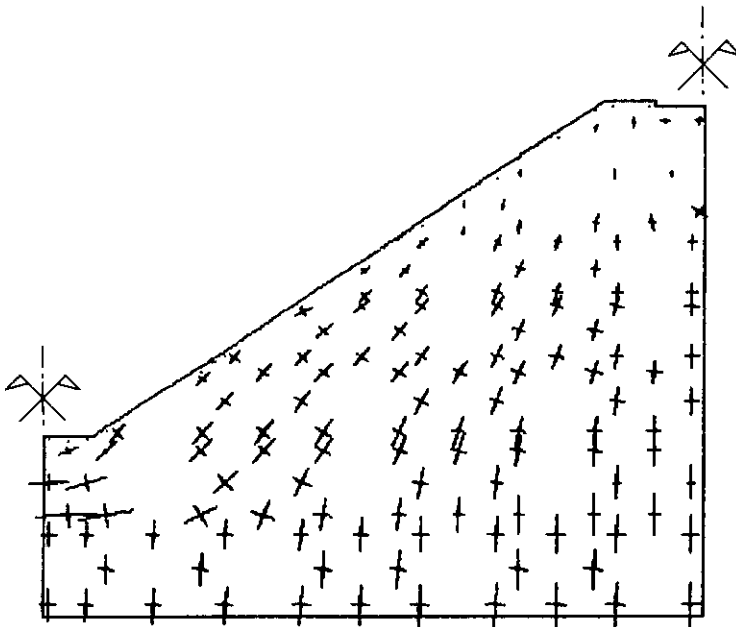


b) CONSATPLAST

Fig.VI.49 - Deslocamentos verticais  
(Enchimento - Dados CEPED)



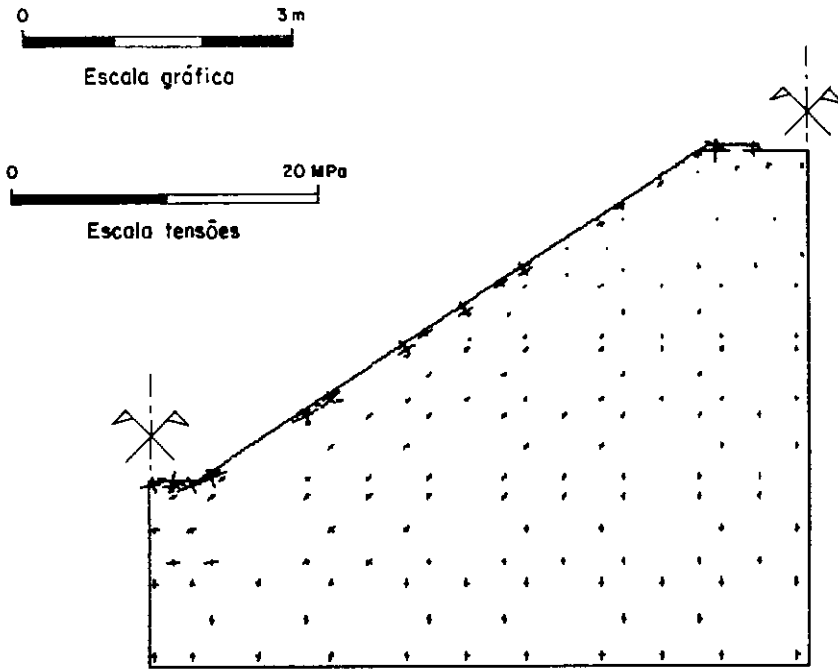
a) CONSAT



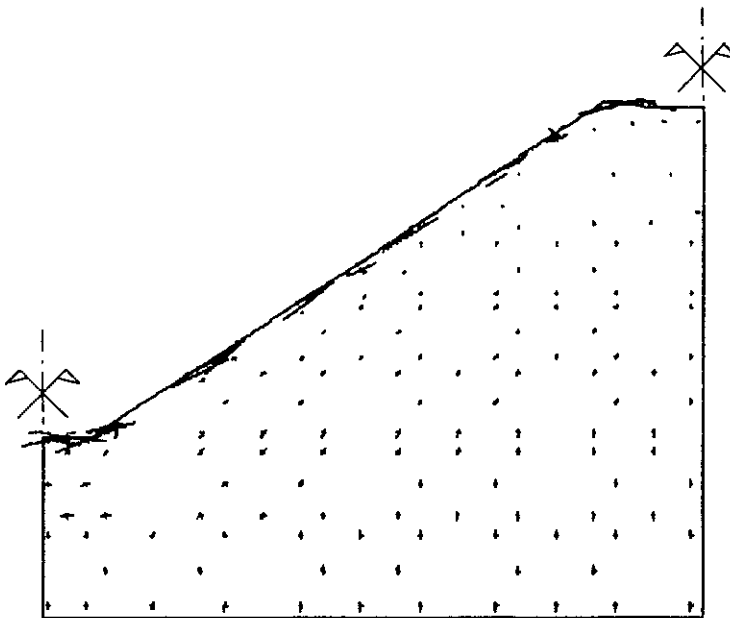
b) CONSATPLAST

Fig.VI.50 - Tensões principais - Enchimento  
(Dados CEPED)





a) CONSAT



b) CONSATPLAST

Fig.VI.51.1 - Tensões principais na camada de concreto (Enchimento - Dados CEPED)

- Compressão
- Tração

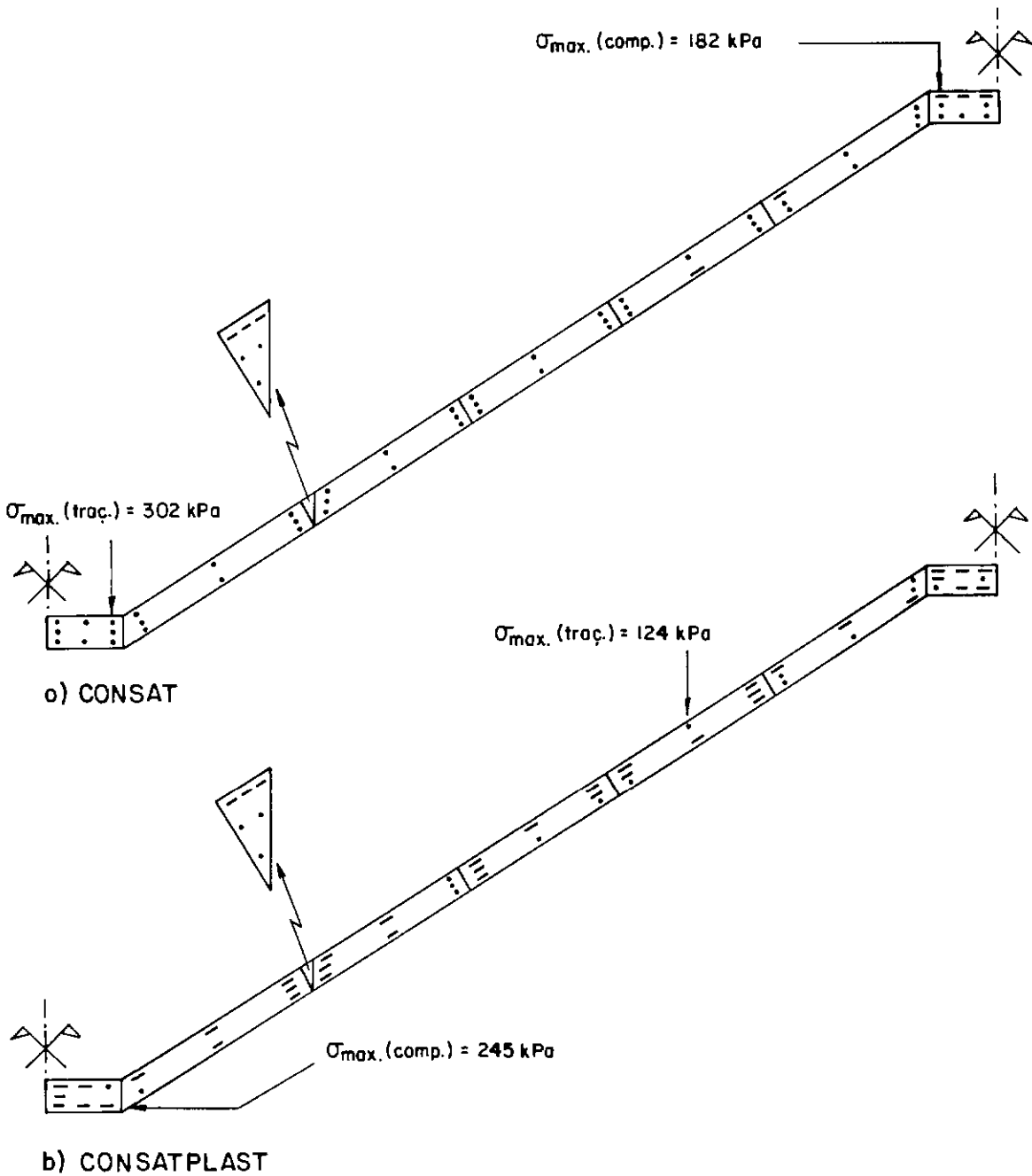


Fig.VI.51.2 – Tensões principais maiores máximas no concreto (Enchimento – Dados CEPED)

- Compressão
- Tração

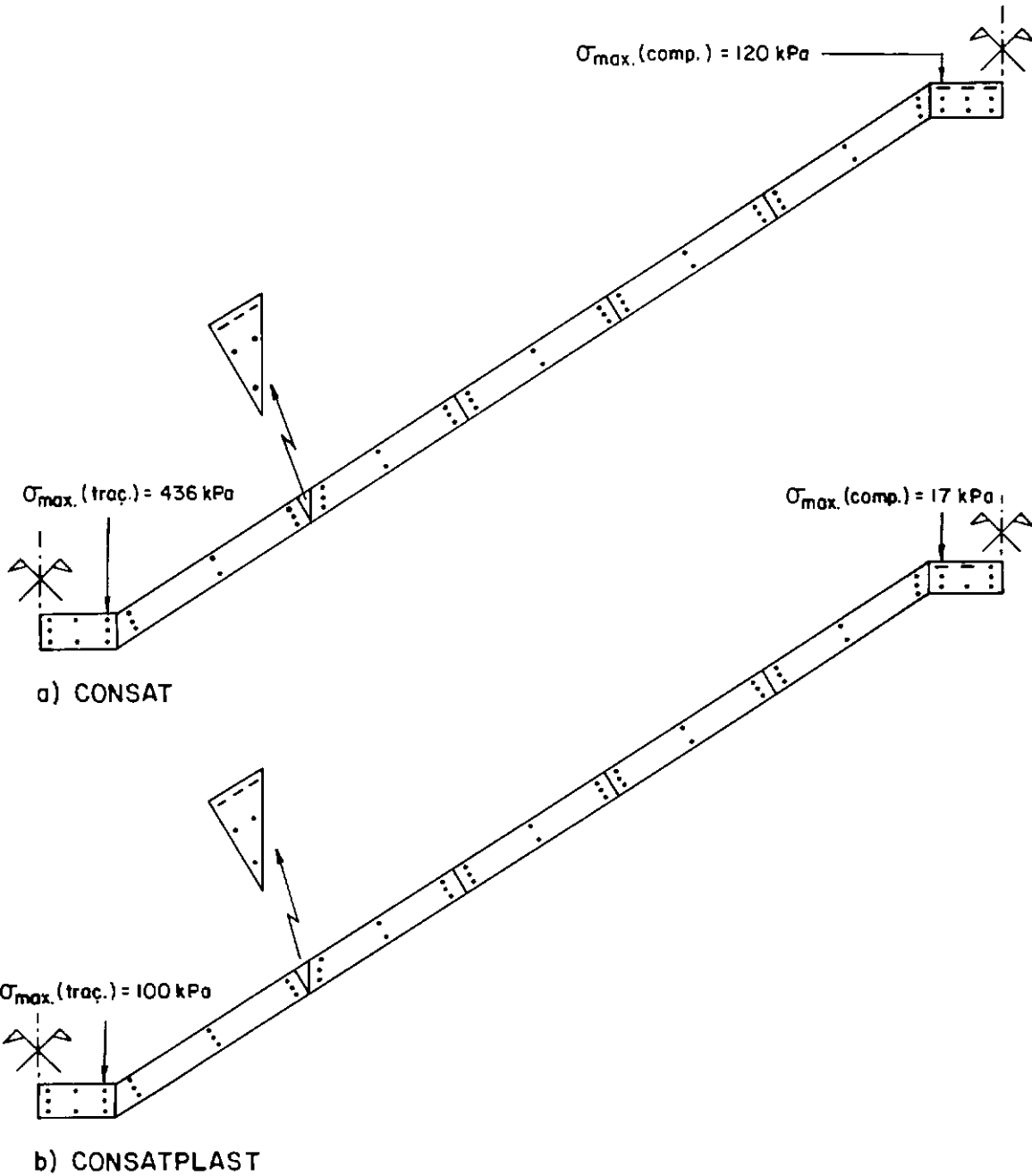


Fig.VI.51.3 - Tensões principais menores máximas no concreto (Enchimento - Dados CEPED)

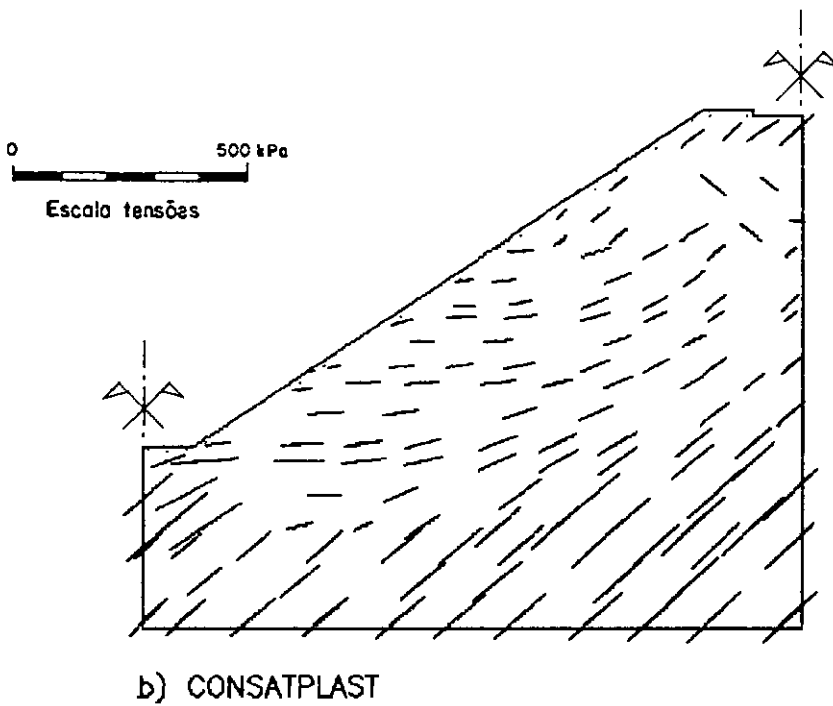
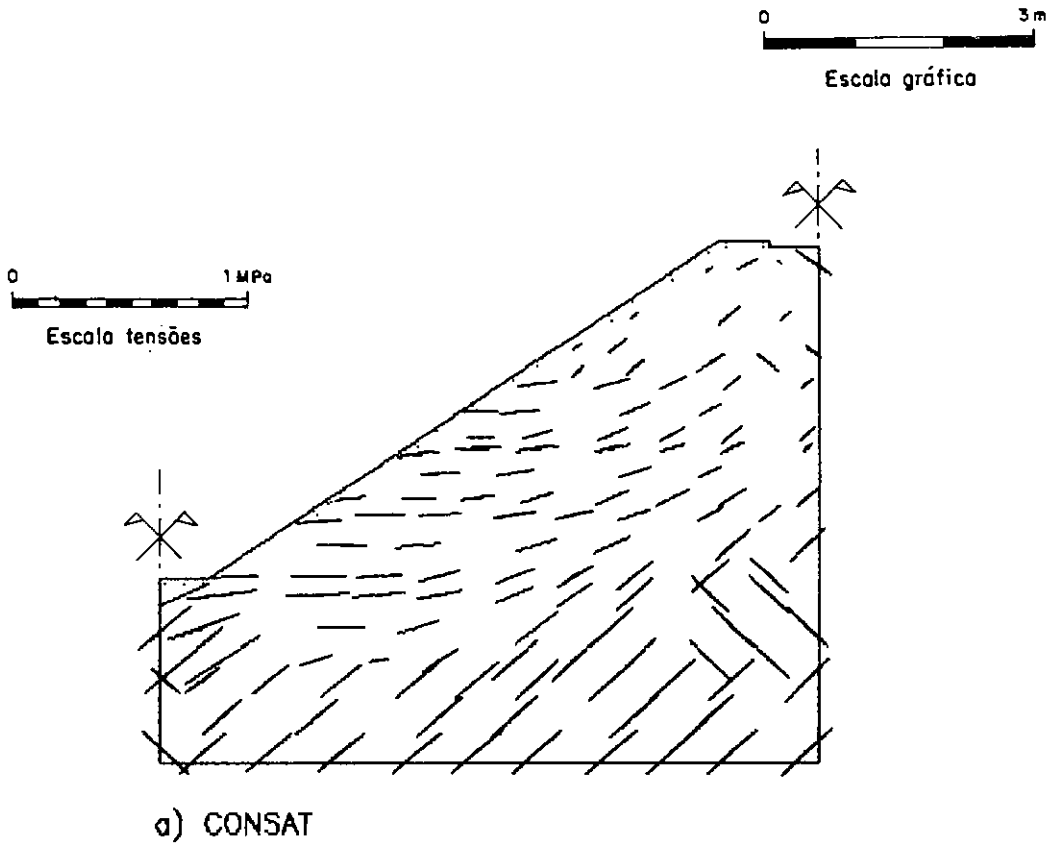
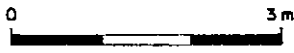


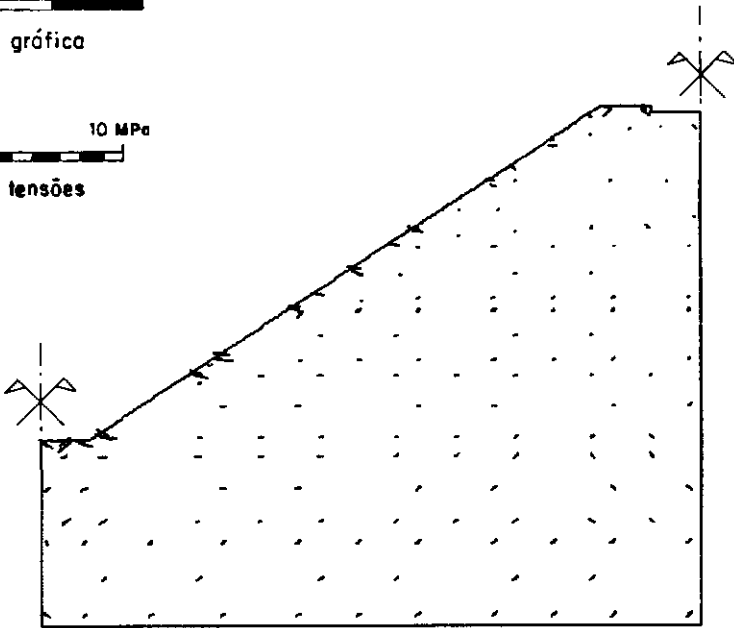
Fig.VI.52 - Tensões cisalhantes máximas  
(Enchimento - Dados CEPED)



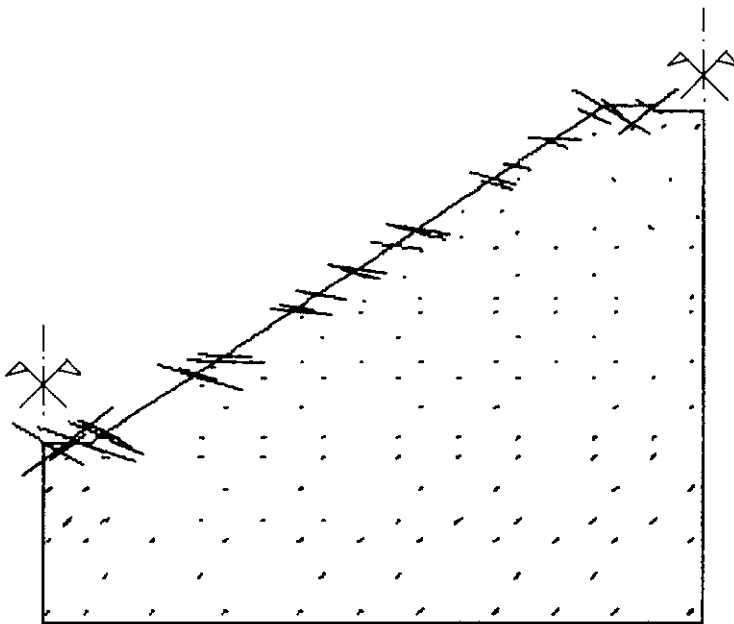
Escala gráfica



Escala tensões



a). CONSAT



b) CONSATPLAST

Fig.VI.53 - Tensões cis. max. na camada de concreto concreto (Enchimento - Dados CEPED)

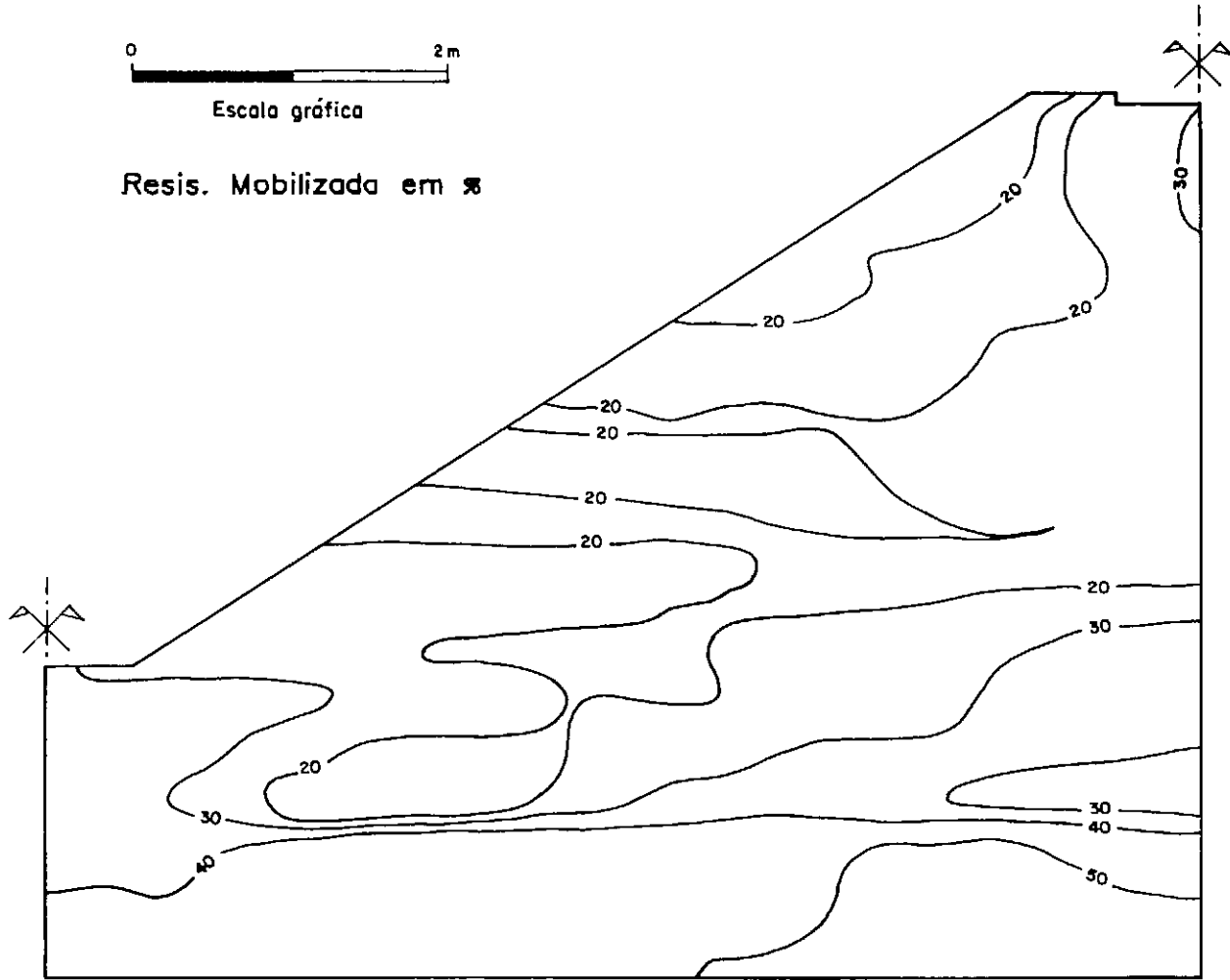


Fig.VI.54 - Resistência mobilizada - CONSAT  
(Enchimento - Dados CEPED)

Os valores dos deslocamentos obtidos com o programa CONSATPLAST foram menores que os obtidos com o programa CONSAT, mas esta diferença foi bem menor que na primeira análise (item VI.4), devido a que nesta segunda análise parte dos resultados obtidos com o programa CONSATPLAST estiveram dentro do domínio elasto-plástico.

Os deslocamentos horizontais apresentaram-se com valores muito pequenos. Obteve-se portanto, quase na totalidade do corpo do canal recalques com valores muito superiores aos encontrados no item VI.4. A nova distribuição de recalques deve-se principalmente à maior rigidez do solo compactado comparativamente à do solo natural e aos menores valores do coeficiente de Poisson utilizados nesta segunda análise para o solo no seu estado natural e compactado.

O maior valor de recalque foi obtido na camada natural, 23,0 mm na construção de um canal e 28,0 mm no enchimento de dois canais, ambos com o programa CONSAT.

## b) TENSÕES PRINCIPAIS

Os valores obtidos nesta segunda análise não foram muito diferentes aos obtidos na primeira análise, porém a distribuição sim, figuras VI.42 e VI.50.

Nesta nova análise é mais notório ainda o efeito do enchimento nas tensões principais menores, provocando um aumento de valor, principalmente na zona próxima ao talude do aterro.

Tanto a distribuição como os valores obtidos na camada de concreto com o programa CONSAT e CONSATPLAST, figura VI.51, foram diferentes entre si. Com o programa CONSAT foi obtida predominantemente tração em ambas tensões principais (maior e menor) com um valor máximo de 436 kPa no pé do talude do aterro. O valor máximo da tensão de compressão foi encontrada na parte superior do

canal, com um valor de 182 kPa (programa CONSAT). Já com o programa CONSATPLAST encontrou-se predominantemente compressão na tensão principal maior e tração na tensão principal menor. O maior valor da tensão de compressão encontrado com este programa, CONSATPLAST, foi de 245 kPa e de 100 kPa na tração, ambas no pé do talude.

Na junta elástica foi obtida a mesma distribuição de tensões com ambas simulações (CONSAT e CONSATPLAST).

### **c) TENSÕES CISALHANTES MÁXIMAS**

Segundo se observa nas figuras VI.43 e VI.52, os valores das tensões cisalhantes máximas obtidas nesta segunda análise foram significativamente maiores aos obtidos na primeira análise. Observa-se também, que as tensões cisalhantes máximas obtidas com o programa CONSAT foram maiores do que as obtidas com o programa CONSATPLAST.

Das tensões cisalhantes máximas encontradas na camada de concreto, figura VI.53, foram maiores as obtidas com o programa CONSATPLAST, com um valor máximo de 495 kPa no pé do talude.

### **d) RESISTÊNCIA MOBILIZADA**

A resistência mobilizada nesta segunda análise foi bem maior à obtida na primeira análise, figuras VI.44 e VI.54. Obteve-se um valor máximo aproximado de 70% na construção e 50% no enchimento (programa CONSAT), ambos localizados nas proximidades da face posterior do canal.

### **e) ZONAS PLÁSTICAS**

Nesta análise apresentaram-se zonas plásticas tanto na construção como no enchimento (programa CONSATPLAST). Na construção, como pode ser observado nas figura VI.45.a, a zona plástica foi coincidente com a zona de maior



resistência mobilizada. Já no enchimento, a zona plástica localizou-se na parte superior do canal, figura VI.54.b.

Nota-se que a presença de zonas plásticas não caracterizou a ruptura no corpo do canal, mas sim uma alta mobilização de resistência (aprox. 60%).

#### VI.7.1 - ANÁLISE DA ACELERAÇÃO DA CONVERGÊNCIA

Na figura VI.55 mostra-se o gráfico dos valores das normas vs número de iterações, obtidos rodando o programa CONSATPLAST (implementação do modelo de DRUCKER e PRAGER 1952/1953) sem e com aceleração da convergência utilizando os parâmetros do CEPED (tabela VI.3).

Com o objetivo de comparar a rapidez da convergência usaram-se os valores apresentados por BERGAN e CLOUGH (1972) sobre a análise de flambagem de placas (*plates buckling*) correspondente à convergência lenta e a análise de cascas (*Shallow Shell*) correspondente à convergência rápida.

Observa-se na figura VI.50 uma melhoria na rapidez da convergência usando o *Line Search Method* pois conduz a uma diminuição do número de iterações.

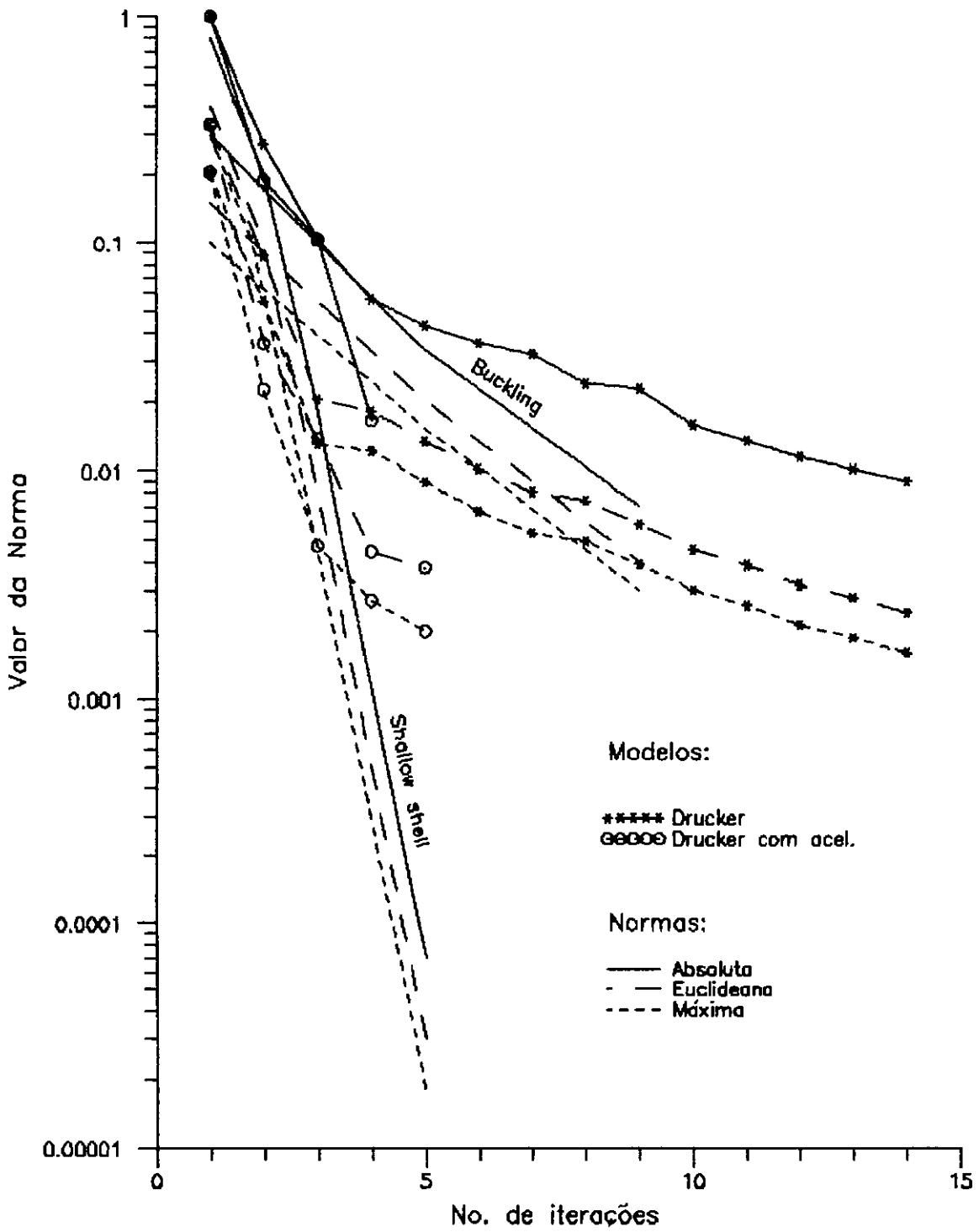


Fig.VI.55 - Análise da aceleração da convergência

## CAPÍTULO VII

## CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS

## VII.1 - COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

## a) QUANTO À IMPLEMENTAÇÃO E CALIBRAÇÃO DOS MODELOS DE DRUCKER E PRAGER (1952/1953) E DE KIM E LADE (1988)

Avaliando-se a implementação numérica e computacional feita nesta tese, dentre os dois modelos elasto-plásticos estudados, encontrou-se maior facilidade com o modelo de Drucker e Prager (modelo associado que incorpora os mesmos parâmetros utilizados pelo programa CONSAT).

O método de aceleração da convergência *Line Search Method* aqui utilizado proporcionou uma melhoria relativa na rapidez da convergência, devido principalmente ao processo iterativo exigido para o cálculo do parâmetro  $\alpha_{i,j}$  (vide Anexo B).

Os parâmetros envolvidos nestes modelos foram determinados a partir de ensaios triaxiais convencionais. Não foi verificado se os modelos citados são ou não ajustáveis a outros tipos de ensaios.

A equação proposta para a modelagem da relação tensão isotrópica vs deformação específica plástica neste trabalho deu uma boa representação; recomenda-se, contudo, uma maior verificação experimental.

Como para o cálculo dos parâmetros do modelo de LADE (1988), foi necessário determinar a componente plástica de deformação específica, deve-se dar especial atenção ao cálculo das deformações específicas elásticas (modelo elástico adequado).

Talvez um dos maiores problemas encontrados na calibração do modelo de LADE (1988) foi a correta

interpretação dos parâmetros plásticos deste modelo. Nesta tese somente foi verificada a ordem de grandeza destes parâmetros comparando-os com os apresentados por KIM e LADE (1988b) para alguns tipos de materiais.

A inter-relação existente entre os parâmetros do modelo de LADE (1988), facilitou muito o cálculo automatizado dos mesmos, diminuindo assim, as desvantagens apresentadas por modelos que englobam muitos parâmetros.

A relação (aproximada) proposta no Anexo C, entre os parâmetros do modelo elástico Kur e o modelo elástico verdadeiro para solos de LADE (1988), se verificou adequada para os parâmetros determinados neste trabalho e para alguns solos apresentados por LADE e KIM (1988b) e LADE (1988), mostrando assim esta relação certa validade.

A discrepância das curvas tensão-deformação previstas com respeito aos valores experimentais pode ter como causa o seguinte:

- i) a qualidade das amostras (dispunha-se de pouco solo) e a dificuldade apresentada na preparação dos c.p. ,
- ii) o número reduzido de ensaios realizados para a determinação dos parâmetros,
- iii) os trechos descarregamento-recarregamento somente foram bem definidos nos ensaios triaxiais não drenados  $\bar{C}U$  (componente elástica de deformação),
- iv) o valor do parâmetro de poropressão teve uma alta dispersão,
- v) o desconhecimento dos pares tensão-deformação próximos da ruptura nos ensaios CD especiais (envolvente de ruptura aproximada),
- vi) e a adoção da média dos valores para a relação de ruptura  $R_f$ .

## b) QUANTO À SIMULAÇÃO DA CONSTRUÇÃO E DO ENCHIMENTO DO CANAL

Dadas as condições geométricas e de carga do exemplo analisado, simulou-se a construção de um canal e o enchimento de dois canais simétricos.

Na primeira análise evidenciou-se a estabilidade do canal com satisfatória margem de segurança. Foram encontrados valores de deslocamentos pequenos e baixas mobilizações de resistência. Na segunda análise, observou-se que a estabilidade do canal pode ser afetada pelo colapso da camada subjacente ao aterro compactado, gerando este movimento uma alta mobilização de resistência (aprox. 70%) principalmente na delimitação da camada natural com o aterro compactado.

Segundo estas observações, parece que na primeira análise o peso próprio do aterro e da camada de concreto, somada à ação do enchimento não provocaram o colapso da camada natural, situação contrária à encontrada na segunda análise, já que considerando os valores de colapso de 1% a 3% apresentados pelo CEPED (1988) para a camada natural do canal principal (estaca 50+00, prof. 4,00 m e solo SC-SM) ter-se-ia um recalque por colapso de 10 a 30 mm (espessura da camada natural é de 1,00 m), faixa na qual estão compreendidos os recalques anteriormente encontrados.

Devido ao colapso apresentado pela camada natural nesta análise, a espessura da fundação devia ser considerada um tanto maior, para estudar até que profundidade da camada as cargas devidas à construção e enchimento do canal tem uma influência significativa nos deslocamentos e tensões.

Tanto na primeira análise (parâmetros do capítulo V) como na segunda análise (parâmetros do CEPED) foram encontradas na camada de concreto as máximas tensões no pé do talude, com os três programas. A tensão máxima à compressão encontrada (programa CONSAT e CONSATPLAST) foi

de 245 kPa e à tração de 838 kPa. Ambos valores resultaram inferiores aos valores adotados para  $f_{ck}$  e  $f_{tk}$  (item VI.4.1.6) de 12300 kPa e 1230 kPa respectivamente. Com o programa CONSATPLAST/LADE encontrou-se um valor máximo de tensão de compressão de 3060 kPa e um valor mínimo de 1940 kPa, ambos inferiores a  $f_{ck} = 12300$  kPa. A partir destes resultados pode-se afirmar que o revestimento de concreto trabalhara sob condições de segurança, porém o controle de operação do revestimento deverá ser maior no pé do talude e regiões próximas a este.

Podem ser considerados como corretos o uso e a localização da junta elástica. O uso, porque nas regiões próximas à junta elástica na camada de concreto, foram obtidas tensões predominantemente de compressão. A localização, porque na zona próxima ao pé do talude foi encontrado o maior estado de tensões.

Em termos de custo computacional, tempo/custo de trabalho com os dados e ensaios de laboratoriais necessários para a determinação dos parâmetros, a análise não linear apoiada na formulação hiperbólica, ainda para o caso de construção de aterros, mostra-se extremamente boa, levando-se em conta ainda que já foi muito utilizada e há até uma certa facilidade em obter parâmetros razoavelmente confiáveis, até mesmo sem ensaios laboratoriais disponíveis.

Por fim, quanto às vantagens oferecidas por uma formulação com relação às outras, poder-se-ia afirmar pouco quanto à previsão dos resultados, uma vez que o caso estudado não estava instrumentado. Houve certa discrepância de resultados em especial no que se refere aos deslocamentos tanto entre a formulação elástica não linear (hiperbólica) com as formulações elasto-plásticas, quanto entre as formulações elasto-plásticas propriamente ditas. Contudo de forma geral, todos os softwares aqui desenvolvidos segundo essas formulações, conduziram a resultados qualitativamente semelhantes.

## VII.2 - SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS

Fazendo uso de diferentes modelos, analisar a previsão tensão-deformação destes para vários tipos de solos (argilosos, arenosos, etc.), verificando a adequabilidade destes.

Para poder controlar a dilatação no modelo de Drucker e Prager (1952/1953), incluir neste, o comportamento não associado, usando por exemplo a superfície de Von-Mises para o potencial plástico. Incluir também o *hardening/softening*.

Utilizar um método de resolução de equações não simétricas, adequado para análises não associadas.

Complementar a análise feita neste trabalho (modelo de Lade, 1988) com o pré-adensamento e o *softening*.

Estudar outros tipos de aceleradores, além do *Line Search Method*, utilizado no presente trabalho.

Adequar um modelo elástico que possa representar a queda do módulo elástico E com a tensão confinante, observada no solo colapsível no seu estado natural.

Dada a suma importância que tem a saída gráfica num programa de elementos finitos, deveria dar-se maior atenção a este campo de pesquisa.

Ampliar o uso do modelo de Lade (1988), para escavações, se possível instrumentadas.

Incluir na simulação da construção de aterros via elementos finitos, os efeitos da compactação.

Incluir no programa CONSAT, CONSATPLAST e CONSATPLAST/LADE, a análise axissimétrica.

## BIBLIOGRAFIA

## I - BIBLIOGRAFIA CONSULTADA

ADACHI, T. e OKANO, M., (1974), "A constitutive equation for normally consolidated clay", Soils and Foundations, vol. 14, No 4.

ADIKARI, G.S.N., DONALD, I.B. e PARKIN, A.K., (1981), "Non-linear behaviour of a silty clay dam core", X Int. Cong., Soil Mech. Found. Eng., Stockholm, vol. 1, p. 531-536.

ADIKARI, G.S.N., DONALD, I.B. e PARKIN, A.K., (1982), "Analysis of the construction behaviour of Dartmouth Dam", IV Int. Conference on Numerical Methods in Geotechnics, Edmonton, Canada.

AFLITOS, A.O., PEREIRA, J.H.F., CAMAPUM DE CARVALHO, J. e MENDONÇA, M.B., (1990), "Projeto Formoso 'A' - Implantação de Obras Localizadas com Fundações em Obras Colapsíveis", Anais, IX Cong. Bras. de Mec. dos Solos e Eng. de Fundações, vol. 2, p. 101-108.

AKAI, K. e ADACHI, T., (1988), "A cyclical elasto-plastic constitutive model for sand", Constitutive Equations for Granular Non-Cohesive Soils, Saada & Bianchini (eds), Balkema, Rotterdam.

ALMEIDA, M.S.S., (1977), "Análise elasto-plástica de túneis pelo método dos elementos finitos", tese de mestrado, COPPE/UFRJ.

ALONSO, E.E., GENS, A. e JOSA, A., (1990), "A constitutive model for partially saturated soils", Geotechnique 40, No 3, p. 405-430.



- ATKINSON, J.H. e BRANSBY, P.L., (1978), "The Mechanic of Soils. An Introduction to Critical State Soil Mechanics", McGraw-Hill Company (UK) Limited, England.
- AVILA, J.P. e outros (1982), "MAIN BRAZILIAN DAMS. Design, construction and Performance", BCOLD Publications Committee, (1982).
- BAKER, W.H. e KRIZEK, R.J., (1970), "Mohr-Coulomb Strenght Theory for Anisotropic Soils", Journal of the Mechanics and Foundation Division, vol. 96, No. SM1, 1970.
- BANERJEE, P.K. e STIPHO, A.S., (1979), "An elasto-plastic model for undrained behaviour of heavily overconsolidated clays", Int. J. for Num. Anal. Meth. Geomech., vol. 3, No. 1, p. 97-103.
- BAZANT, Z.P., (1974), "A New Approach to Inelasticity and Failure of Concrete and Rock: Endochronic Theory" (Abstract), Proc., Soc. of Engng. Science, 11th Annual Meeting, G.J.Dvorak, Ed., Duke University, Durham, N.C., p. 158-159.
- BAZANT, Z.P., ANSAL, A.M. e KRIZEK, R.J., (1979), "Visco-Plasticity of Transversely Isotropic Clays", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, 105, 4, p. 549-565.
- BERGAN, P.G. e CLOUGH, R.W., (1972), "Convergence Criteria for Iterative Processes", AIAA Journal, vol. 10, No. 8, p. 1107-1108.
- BIOT, M.A., (1954), "Theory of Stress-Strain Relations in Anisotropic Viscoelasticity and Relaxation Phenomena", Journal of Applied Physics, vol. 25, No 11, p. 1385-1391.

- BISHOP, A.W., (1966), "The Strength of Soils as Engineering Materials", *Geotechnique*, 16(2):91-128.
- BON JÚNIOR, W., VEIGA PINTO, A. e MARANHA DAS NEVES, E., (1983), "Previsão das Tensões e Deformações da Barragem de Beliche Durante a Fase de Construção", *Geotecnia, Revista da Sociedade Portuguesa de Geotecnia*, No 39, p. 41-57.
- BJERRUM, L., (1967), "Engineering Geology of Normally Consolidated Marine Clays as Related to Settlements of Buildings", *Seventh Rankine Lecture, Geotechnique*, vol. 17, No. 2, p. 82-118.
- BROWN, C.B. e KING, I.P., (1966), "Automatic embankment analysis equilibrium and instability conditions", *Geotechnique*, vol. 16, No 3, p. 209-219.
- CAMBOU, B. e JAFARI, K., (1988), "A constitutive model for granular material based on two plasticity mechanisms", *Constitutive Equations for Granular Non-Cohesive Soils*, Saada & Bianchini (eds), Balkema, Rotterdam.
- CATHIE, D.N. e DUNGAR, R., (1978), "Evaluation of Finite Element Predictions for Constructional Behaviour of a Rockfill Dam", *Proc. Instn. Civ. Engrs., Part 2*, 65, p. t551-568 (citado no boletim No 53 do CIGB, 1986).
- CELESTINO, T.B. e MARECHAL, L.A., (1975), "Stresses and Strains in the Ilha Solteira Earth Dam", *Proc. 5 Panam. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Buenos Aires*, 2, p. t189-198, (citado no boletim No 53 do CIGB, 1986).
- CEPED, (1988), "Solos colapsíveis. Alterações de Projeto e Justificativas", *Relatorio Técnico PFA-RT-002/88*, Emitido pelo CEPED à CODEVASF no Projeto Formoso A.

- CHAFFOIS, S. e MONNET, J., (1988), "Model of sand behaviour towards shearing and compression in three dimensional conditions of stress and strain", Constitutive Equations for Granular Non-Cohesive Soils, Saada & Bianchini (eds), Balkema, Rotterdam.
- CHANG, C.S., (1988), "Micromechanical approach to constitutive modelling for granular soils based on slip mechanism", Constitutive Equations for Granular Non-Cohesive Soils, Saada & Bianchini (eds), Balkema, Rotterdam.
- CHEN, W.E., (1975), "Limit Analysis and Soil Plasticity", Elsevier, Amsterdam, The Netherlands, 1975.
- CHEN, W.E., (1988), "Evaluation of constitutive models in soil mechanics", Constitutive Equations for Granular Non-Cohesive Soils, Saada & Bianchini (eds), Balkema, Rotterdam.
- CLERDOUET, D. e POST, G., (1984), "Le Project du Barrage de Grand'Maison", Revue Française de Geotechnique, No27, p. 27-41.
- CLOUGH, R.W. e WOODWARD, R.J., (1967), "Analysis of Embankment Stresses and Deformations", Proc. ASCE, vol. 93, SM4, 1967.
- COLE, B.R. e CUMMINS, P.J., (1981), "Behaviour of Dartmouth dam during construction", X Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Stockholm, vol. 1, p. 81-86.
- CRISFIELD, M.A., (1983), "An arc-length method including line searches and accelerations", Int. Journal for Num. Methods in Engineering, vol. 19, p. 1269-1289.
- CRISPEL, F.A., (1991), "Barragem de enrocamento com face de concreto: Simulação e Parametrização por Elementos Finitos", Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ.

- CUELLAR,V., BAZANT,Z.P., KRIZEK,R.J, e SILVER,M.L., (1977), "Densification and Hysteresis of Sand Under Cyclic Shear", Journal of the Geotechnical Engineering Division, vol. 103, No GT5.
- DARVE,F. e LABANIEH,S., (1982), "Incremental Constitutive Law for Sands and Clays: Simulations of Monotonic and Cyclic Tests", International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, vol. 6, p. 243-275.
- DAVIS,R.O. e MULLENGER,G., (1979), "Derived Failure Criteria for Granular Media", Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech., vol. 3, p. 279-283.
- DENNIS,J.E. e MORE,J.J., (1977), "Quasi Newton Methods Motivation and Theory", SIAM Review - vol. 19, No 1, p. 46-89.
- DESAI,CH.S. e ABEL,J.F., (1972), "Introduction to the Finite Element Method", Van Nostrand Reinhold Company, 1972.
- DRUCKER,D.C., (1953), "Limit Analysis of Two and Three - Dimensional Soil Mechanics Problems", Journal of Mech. and Phys. of Soils, 1, p. 217-226.
- DRUCKER,D.C. e PRAGER,W., (1952), "Soil mechanics and plasticity analysis or limit design", Q. Appl. Math. 10(2), p. 157-165.
- DUNCAN,J.M. e CHANG,C.Y., (1970), "Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils", J. Soil Mech. Found. Div., 96, p. 1629-1653.
- DUNCAN,J.M. e CLOUGH,G.W., (1971), "Finite Element Analyses of Port Allen Lock", Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, SM8.

- FERRANTE, A.J. e HALBRITTER, A.L., (1974), "Seleção de Elementos Finitos para Problemas de Estado Plano de Deformação", 1o Seminário Brasileiro do Método dos Elementos Finitos Aplicado à Mecânica dos Solos, COPPE/UFRJ, Setembro de 1974.
- FREDLUND, D.G., MORGENSTERN, N.R. e WIDGER, R.A., (1978), "The shear strength of unsaturated soils", Canadian Geotechnical Journal, vol. 15, No 3, p. 313-321.
- GRIFFITHS, D.V. e PREVOST, J.H., (1988), "Modelling the stress/strain behavior of sand using a multi-surface kinematic model", Constitutive Equations for Granular Non-Cohesive Soils, Saada & Bianchini (eds.), Balkema, Rotterdam.
- HANSEN, J.B., (1963), "Hyperbolic Stress-Strain response: Cohesive Soils", Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, vol. 89, SM4, p. 241-242.
- HENKEL, D.J., (1958), "The Correlation Between Deformation, Pore Water Pressure and Volume Change Characteristics of Saturated Clays", Ph.D. Thesis, University of London.
- HASHIGUCHI, K., IMAMURA, T. e UENO, M., (1988), "Prediction of deformation behaviors of sands by the subloading surface model", Constitutive Equations for Granular Non-Cohesive Soils, Saada & Bianchini (eds), Balkema, Rotterdam.
- HIRAI, H., (1989), "A combined hardening model for anisotropically consolidated clays", Soil and Foundations, vol. 29, No 3, p. 14-24.
- HIRAI, H., TAKAHASHI, M. e YAMADA, M., (1989), "An elastic-plastic constitutive model for the behaviour of improved sandy soils", Soils and Foundations, vol. 29, No. 2, p. 69-84.

- HIRAYAMA, H., (1987), "Interpretation of the Cam-Clay as a simplified double-yield-surface model", Soil and Foundations, vol. 27, No 3, p. 105-111.
- HSIEH, H.S., KAVAZANJIAN, E.Jr. e BORJA, R.I., (1990), "Double-Yield-Surface Cam-clay Plasticity model I. Theory", Journal of Geotechnical Engineering, vol. 116, No 9, p. 1381-1401.
- HUMBERT, P. e MESTAT, P., (1988), "Improved algorithm for non-linear analysis by the finite element method", Numerical Methods in Geomechanics, 1988.
- HUECKEL, T. e BORSETTO, M., (1990), "Thermoplasticity of Saturated Soils and Shales: Constitutive Equations", Journal of Geotechnical Engineering, vol. 116, No 12, p. 1765-1777.
- IMAI, G. e XIE, C., (1990), "An endochronic constitutive law for static shear behavior of overconsolidated clays", Soil and Foundations, vol. 30, No 1: 65-75.
- IRONS, B.M. e TUCK, R.C., (1969), "A version of the Aitken accelerator for computer iteration", Int. J. Num. Meth. Eng., vol. 1, p. 275-277.
- JARZEBOWSKI, A. e MRÓZ, Z., (1988), "A constitutive model for sands and its application to monotonic and cyclic loadings", Constitutive Equations for Granular Non-Cohesive Soils, Saada & Bianchini (eds), Balkema, Rotterdam.
- JUSTO, J.L. e SAURA, J., (1983), "Three - dimensional analysis of Infiernillo Dam during Construction and Filling of the reservoir", International Journal for Numerical and analytical methods in Geomechanics, vol. 7, p. 225-243, (1983).

- KALIAKIN,V.N. e DAFALIAS,Y.F., (1990), "Theoretical aspects of the elastoplastic-viscoplastic bounding surface model for cohesive soils", Soil and Foundations, vol. 30, No 3, p. 11-24.
- KIM,M.K. e LADE,P.V., (1984), "Modelling rock strength in three dimensions",Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr., 21(1), 21-33.
- KIM,M.K. e LADE,P.V., (1988), "Single hardening constitutive model for frictional materials, I. Plastic potential function", Computers and Geotechnics, 5(4), 307-324.
- KIOUSIS,P.D., VOYIADJIS,G.Z. e TUMAY,M.T., (1988), "A large strain theory and its application in the analysis of the cone penetration mechanism", Int. J. for Num. and Analytical Methods in Geomechanics, vol. 12, p. 45-60.
- KODNER,R.L., (1963), "Hyperbolic stress-strain response: cohesive soils", Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE, vol. 89, No. SM1, pt115-143.
- KULHAWY,F.H. e DUNCAN,J.M., (1972), "Stresses and movements in Oroville dam", Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, vol. 98, No. SM7, p. 653-665.
- KULHAWY,F.H., DUNCAN,J.M. e BOLTON SEED,H., (1969), "Finite Element Analysis of Stresses and Movements in Embankments During Construction", Report TE-69-4, University of California, Berkeley, 1969.
- LACERDA,W.A. e MAHLER,C.F., (1973), "Comentarios sobre as deformações de barragens de terra durante e após a construção analisadas pelo Metodo dos Elementos

Finitos", IX Seminario Nacional de Grandes Barragens, (1973).

LADE, P.V., (1977), "Elasto-plastic stress-strain theory for cohesionless soil with curved yield surfaces", Int. J. Solids Struct., 13, 1019-1035.

LADE, P.V., (1979), "Stress-strain theory for normally consolidated clay", Third International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Aachen, 1979.

LADE, P.V., (1982), "Three parameter failure criterion for concrete", J. Engrg. Mech. Div., ASCE, 108(5), 850-863.

LADE, P.V., (1984), "Failure criterion for frictional materials", Mechanics of engineering materials, C.S. Desai and R.H. Gallagher, eds., John Wiley and Sons, Inc., New York, N.Y., 385-402.

LADE, P.V., (1988), "Model and parameters for the elastic behaviour of soils", Numerical Methods in Geomechanics, (Innsbruck, 1988), Swoboda (ed.), Balkema, Rotterdam.

LADE, P.V., (1990), "Single - Hardening Model with Application to NC Clay", Journal of Geotechnical Engineering, vol. 116, No. 3.

LADE, P.V. e KIM, M.K., (1988a), "Single hardening constitutive model for frictional materials, II. Yield criterion and plastic work contours", Computers and Geotechnics, 6(1), 13-29.

LADE, P.V. e KIM, M.K., (1988b), "Single hardening constitutive model for frictional materials, II. Comparisons with experimental data", Computers and Geotechnics, 6(1), 30-47.



- LADE, P.V. e NELSON, R.B., (1987), "Modelling the elastic behaviour of granular materials", *Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech.*, vol. 11, p. 521-542.
- LAMBE, T.W., (1973), "Predictions in soil engineering", *Geotechnique* 23, No. 2, p. 149-202.
- LAMBE, T.W. e WHITMAN, R.V., (1969), "Soil Mechanics", John Wiley & Sons, Inc., New York, 1969. 969.
- LAW, T.C., (1975), "Deformations of earth dams during construction", Ph.D. Thesis, University of Alberta, Edmonton, Alberta.
- LIANG, R.Y., SOBHAINE, M. e SHAW, H.L., (1988), "A joint-invariant bounding surface plasticity model for anisotropic behavior of sands", *Constitutive Equations for Granular Non-Cohesive Soils*, Saada & Bianchini (eds), Balkema, Rotterdam.
- MAHLER, C.F., (1974), "Estudo e Aplicação do Método dos Elementos Finitos a Barragens de Terra", Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ.
- MAHLER, C.F. e PEREIRA, J.H.F., (1988a), "Programa CONSAT. Manual de utilização", EE-COPPE/UFRJ.
- MAHLER, C.F. e PEREIRA, J.H.F., (1988b) "Programa ENCHIBAR. Manual de utilização", EE-COPPE/UFRJ.
- MARANHA DAS NEVES, E., (1980), "Notas Sobre o Dimensionamento de Barragens de Aterro de Enrocamento", *Geotecnia, Revista da Sociedade Portuguesa de Geotecnia*, No 28, p. 3-49.
- MARTIN, H.L., (1978), "A Three-dimensional Deformation Analysis of the Storvas Dam", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol. 2, p. 3-17.

- MARTIN,R.A.F., BARROS,M.H.F.M. e DINIS,L.M.J.S., (1987), "Comportamento elasto-plástico de solos - Análise de um modelo não associado", Geotecnia, No. 49, p.t23-35.
- MATSUOKA,H e NAKAI,T., (1985), "Relationship Among Tresca, Mises, Mohr-Coulomb and Matsuoka-Nakai Failure Criteria", Soils and Foundations, vol. 25, No. 4, p.t123-128.
- MATSUOKA,H. e SUZUKI,Y., (1988), "A constitutive model of sands directly expressed in general coordinates for evaluating principal stress rotation and the comparison of its predicted values with the measured values", Constitutive Equations for Granular Non-Cohesive Soils, Saada & Bianchini (eds), Balkema, Rotterdam.
- MATSUI,M. (1988), "A constitutive model for cyclic viscoplasticity of soils", Soils and Foundations, vol. 28, No 4, pp 19-37, 1988.
- MCCARRON,W.O. e CHEN,W.F., (1987), "A capped plasticity model applied to Boston blue clay", Canadian Geotechnical Journal, vol. 24, No. 4, p. 630-644.
- MENDONÇA,M.B., (1990), "Comportamento de solos colapsíveis da região de Bom Jesus da Lapa - Bahia", Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ.
- MROZ,Z., NORRIS,V.A. e ZIENKIEWICZ,O.C., (1981), "An anisotropic critical state model for soils subjected to cyclic loading", Geotechnique, vol. 31, No. 4, pt451-469.
- NAKAI,T., (1989), "An isotropic hardening elastoplastic model for sand considering the stress path dependency in three-dimensional stresses", Soil and Foundations, vol. 29, No. 1, p. 119-137.

- NAYAK,G.C. e ZIENKIEWICZ,O.C., (1972), "Elasto-plastic stress analysis. A generalization for various constitutive relations including strain softening", International Journal for Numerical Methods in Engineering", vol. 5, 113-135.
- NOBARI,E.S. e DUNCAN,J.M., (1972), "Effect of reservoir filling on stresses and movements in earth and rockfill dams", Report No TE-72-II, U.S. Army, Vicksburg, Missisipi.
- NOGAMI,J.S. e VILLIBOR,D.F., (1981), "Uma nova Classificação de Solos para Finalidades Rodoviárias", Anais, Simpósio Brasileiro de Solos Tropicais em Engenharia, Rio de Janeiro, p. 30-41.
- NOVA,R., (1988), "Sinfonietta classica: An exercise on classical soil modeling", Constitutive Equations for Granular Non-Cohesive Soils, Saada & Bianchini (eds), Balkema, Rotterdam.
- OKA,F., LEROUEIL,S. e TAVENAS,F., (1989), "A constitutive model for natural soft clay with strain softening", Soil and Foundations, vol. 29, No 3, 54-56.
- ORGLER,B.L., (1983), "Tensões e deslocamentos em barragens de terra e enrocamento durante a construção", Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil/PUC, R.J., 1983.
- OSAWA,Y. e DUNCAN,J.M., (1973), "ISBILD: A Computer Program for Analysis of Static Stresses and Movement in Embankments", University of California, Berkeley Report TE-73-4.
- PASTOR,M., ZIENKIEWICZ,O.C. e CHAN,A.H.C., (1988), "Generalized plasticity model for three-dimensional sand behavior", Constitutive Equations for Granular

Non-Cohesive Soils, Saada & Bianchini (eds), Balkema, Rotterdam.

PENMAN, A.D.M., BURLAND, J.B. e CHARLES, J.A., (1971), "Observed and Predicted Deformations in a Large Embankments Dam During Construction", Proc. Institution of Civil Engineers, vol. 49, p. 121.

PENMAN, A.D.M., e CHARLES, J.A., (1972), "Effect of the Position of the Core on the Behaviour of two Rockfill Dams", Current paper 18/72, Building Research Station, 1972.

PEREIRA, J.H.F., (1986), "Simulação da construção e do primeiro enchimento do reservatório de barragens zonadas de terra e enrocamento pelo método dos elementos finitos", Tese de Mestrado, COPPE/UFRJ, R.J., 1986.

PEREIRA, J.H., MAHLER, C.F. e ITURRI, E.A.Z., (1990), "Projeto Formoso A - Implantação de Canais de Irrigação em Solos Colapsíveis", Anais do 6o CBGE - IX, COBRAMSEF, Salvador, vol. 2, p. 115-123.

PERZYNA, P., (1963), "The constitutive equations for work-hardening and rate sensitive plastic materials", Proc. Vibrational Problems, Warsaw, vol. 4, No 3, p. 281-290.

PERZYNA, P., (1971), "Thermodynamic theory of visco-plasticity", Advances in Applied Mechanics, vol. II, Academic Press, p. 313-354.

POTTS, D.M., DOUNIAS, G.T. e VAUGHAN, P.R., (1990), "Finite element analysis of progressive failure of Carsington embankment", Geotechnique 40, No 1, p. 79-101.

- PRAGER, W. e HODGE, P.G., (1951), "Theory of Perfectly Plastic Solids", John Wiley & Sons, Inc., (1951).
- REZENDIZ, D. e ROMO, M.P., (1972), "Analysis of Embankment Deformations", Performance of Earth and Earth Supported Structures, vol. 1, part 1, 1972.
- ROSI, M.N., (1982), "Foz de Areia. Retroanálise pelo Método dos Elementos Finitos", Tese de Mestrado, Dep. de Engenharia Civil/PUC, RJ, 1982.
- RYU, Y.S. e ARORA, J.S., (1985), "Review of non linear finite element methods with substructures", Journal of Engineering Mechanics, v. 111, 11, p. 1361-1379.
- SAADA, A.S. e CHIN-DER OU, (1973), "Strain-Stress Relations and Failure of Anisotropic Clays", Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, vol. 99, SM12.
- SAADA, A., (1988), "A brief revue of constitutive models", Constitutive Equations for Granular Non-Cohesive Soils, Saada & Bianchini (eds), Balkema, Rotterdam.
- SALEEB, A.F. e LOU, K.A., (1988), "A simplified bounding surface plasticity model for predictions of sand behavior", Constitutive Equations for Granular Non-Cohesive Soils, Saada & Bianchini (eds), Balkema, Rotterdam.
- SANDLER, I.S., DiMAGGIO, F.L. e BALADI, G.Y., (1976), "Generalized Cap Model for Geological Materials", Journal of the Geotechnical Engineering Division, vol. 102, No. GT7, p. 683-699.
- SIGVALDASON, O.I. e outros, (1975), "Analysis of the Alto Anchicaya Dam Using The Finite Element Method", International Symposium Criteria and Assumptions for Numerical Analysis of Dams, Swansea, U.K.

- SKEMPTON, A.W., (1954), "The Pore-Pressure Coefficients A and B", *Géotechnique*, vol.4, p. 143-147.
- SKEMPTON, A.W., (1964), "Long-Term Stability of Clay Slopes", Fourth Rankine Lecture, *Géotechnique*, vol.tXIV, No 2, p. 77-101.
- SKERMER, N.A., (1973), "Finite Element Analysis of the Infiernillo Dam", *Canadian Geotechnical Journal*, vol. 10, No 2, May 1973.
- THOMAS, J.N., (1984), "An improved accelerated initial stress procedure for elasto-plastic finite element analysis", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol. 8, p.t359-t379 (1984).
- TOPOLNICKI, M., (1990), "An elasto-plastic subloading surface model for clay with isotropic and kinematic mixed hardening parameters", *Soil and Foundations*, vol. 30, No. 2, p. 103-113.
- VALLIAPAN, S., (1981), "Continuum Mechanics Fundamentals", A.A. Balkema, Rotterdam, 1981.
- VERMEER, P.A., (1978), "A double hardening model for sand", *Geotechnique* 28, No. 4, p. 413-433.
- WESTERGAARD, H.M., (1952), "Theory of Elasticity and Plasticity", Dover Publication, Inc., New York, 1964.
- WONG, K.S. e DUNCAN, J.M., (1974), "Hyperbolic Stress - Strain Parameters for Nonlinear Finite Element Analyses of Stresses and Movements in Soil Masses", University of California, Berkeley, Report No. TE-74-3.

YIN, J.H. e GRAHAM, J., (1989), "Visco-elastic-plastic modelling of one-dimensional time-dependent behaviour of clays", Canadian Geotechnical Journal, vol. 26, No. 2, p. 199-209.

YOSHIDA, N., MORGENSTERN, N.R. e CHAN, D.H., (1989), "A failure criterion for stiff soils and rocks exhibiting softening", Canadian Geotechnical Journal, vol. 27, No. 2, p. 195-202.

ZAGOTTIS, D., (1974), "O Modelo de Roscoe", 1o Seminário Brasileiro do Método dos Elementos Finitos Aplicado à Mecânica dos Solos, COPPE/UFRJ.

ZIENKIEWICZ, O.C., (1980), "El Método de los Elementos Finitos", Editorial Reverté, S.A.

ZIENKIEWICZ, O.C., VALLIAPAN, B.E., e KING, I.P., (1968), "Stress analysis of rock as a 'no tension' material" Geotechnique, 18, p. 56-66.

ZORNBERG, J.G., (1989), "Análise por Elementos Finitos do comportamento de escavações utilizando um modelo elasto-plástico", Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil/PUC.

## II - BIBLIOGRAFIA REFERENCIADA

ADACHI, T. e OKA, F., (1982), "Constitutive equations for normally consolidated clays based on elasto-viscoplasticity", Soil and Foundations, vol. 22, No. 4, p. 57-70, citados por MATSUI (1988).

ALONSO, E.E., GENS, A. e HIGHT, D.W., (1987), "Special Problem Soils", General Report. Proc. 9th European Conf. Soil Mech. Fdn. Engng., Dublin, 3, pt1087-1146, citados por ALONSO e outros (1990).

- ANANDARAJAH, A. e DAFALIAS, Y.F., (1986), "Bounding surface plasticity III: application to anisotropic cohesive soils", J. Eng. Mech., ASCE, vol. 112, No. 12, pt1292-1318, citados por HIRAI (1989).
- BANERJEE, P.K., STIPHO, A.S. e YOUSIF, N.B., (1984), "A theoretical and experimental investigation of the behaviour of anisotropically consolidated clays", Development in Soil Mechanics and Foundation Engineering, II, P.K. Banerjee and R. Butterfield, Eds., Elsevier Applied Science, p. 1-41, citados por HIRAI (1989).
- BAZANT, Z.P. e KRIZEK, R.J., (1976), "Endochronic constitutive law for liquefaction of sand", Proc. ASCE, vol. 102, EM2, p. 225-238, citados por SAADA (1988) e por IMA e XIE (1990).
- BAZANT, Z.P., ANSAL, A.M. e KRIZEK, R.J., (1977), "Constitutive Relation for Isotropically Consolidated Clays", Report 77-12/643/1, Dept. of Civil Engineering, Northwestern University, Evanston, Illinois, citados por SAADA (1988).
- BOEHLER, J.P. e SAWCZUK, A., (1970), "Equilibre Limite des Sols Anisotropes", Journal de Mecanique, 9, 1, 5-33, citados por SAADA (1988).
- BORJA, R.I. e KAVAZANJIAN, E.Jr., (1985), "A constitutive model for the stress-strain-time behaviour of 'wet' clays", Geotechnique, London, England, 35(3), pt283-289, citados por HSIEH e outros (1990).
- BOSCHAT, J., (1962), "Une Generalisation Du Critere De Trescar Pour Les Milieux Anisotropes", Thesis presented to the Universite de Grenoble, at Grenoble, France, in 1962, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Docteur de Spécialité, citado por SAADA e outros (1973).



- BURLAND, J.B., (1965), "The yielding and dilation of clay; correspondence", *Geotechnique*, 15(2): 211-219, citado por CHEN (1975).
- CASAGRANDE, A. e CARRILLO, N., (1941-1953), "Shear Failure of Anisotropic Materials", *Contributions to Soil Mechanics*, Boston Society of Civil Engineers, p. 122-135, citados por SAADA e outros (1973).
- CASAGRANDE, A. e HIRSCHFELD, R.C., (1960), "Stress - Deformation and Strength Characteristics of a Clay Compacted to a Constant Dry Unit Weight", *Proc. Res. Conf. on Shear Strength of Cohesive Soils*, ASCE, Univ. of Colorado, Boulder, p. 359-417 (citados no boletim No 53 do CIGB, 1986).
- COULOMB, C.A., (1973), "Sur une application des règles de maximis et minimis à quelques problèmes de statique relatifs à l'architecture", *Acad. R. Sci. Mém. Math. Phys. par divers savants*, 7: 343-382, citado por CHEN (1975).
- DAFALIAS, Y.F. e HERRMANN, L.R., (1980), "A Generalized Bounding Surface Constitutive Model for Clays", *Application of Plasticity and Generalized Stress - Strain in Geotechnical Engineering Proceedings of ASCE Symposium*, Hollywood, Florida, p. 78-95, citados por SAADA (1988).
- DAFALIAS, Y.F. e POPOV, E.P., (1975), "A model of non-linearly hardening materials for complex loadings", *Acta mech.* 21, p. 173-192, citados por VERMEER (1978).
- DARVE, F., (1974), "Contribution a la Determination de la Loi Incrementale des Sols", *Theses de Docteur - Ingenieur*, Universite de Grenoble, citado por SAADA (1988).

- DAVIS, R.O. e MULLENGER, G., (1978), "A Rate Type Constitutive Model for Soils with a Critical State", International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, vol. 2, p. 255-282, citados por SAADA (1988).
- DIMAGGIO, F.L. e SANDLER, I.S., (1971), "Material model for granular soils", J. Eng. Mech. Div., A.S.C.E., 97(EM3), p. 935-950, citados por KIOUSIS e outros (1988).
- DRUCKER, D.C., (1961), "On stress-strain relations for soils and load carrying capacity", Proc. 1st. Int. Conf. Mech. Soil-Vehicle Systems, Turin, Edizioni Minerva Tecnica, p. 15-23, citado por CHEN (1975).
- DRUCKER, D.C., GIBSON, R.E. e HENKEL, D.J., (1957), "Soil Mechanics and Work - Hardening Theories of Plasticity", Transactions, ASCE, 122, p. 338-346, citados por SAADA (1988).
- EBECKEN, N.F.F., (1973), "Processo Semi-analítico para Análise de Estruturas pelo Método dos Elementos Finitos", tese M.Sc., COPPE, UFRJ, citado por MAHLERT (1974).
- GOL'DENBLAT, I.I. e KOPNOV, V.A., (1968), "Criteria of Strength and Plasticity of Construction Materials", (in Russian) Mashinostroenie, Moscow, U.S.S.R., citados por SAADA e outros (1973).
- GRIFFITH, A.A., (1921), "The phenomena of rupture and flow in solids", Transactions of the Royal Society of London, Series A, 221, p. 163-198, citado por YOSHIDA e outros (1989).
- GRIFFITH, A.A., (1924), "Theory of rupture", Proceedings 1st International Congress for Applied Mechanics, Delft, p. 55-63, citado por YOSHIDA e outros (1989).

HANK, R.J. e MCCARTHY, L.E., (1948), "Shear Failure in Anisotropic Materials Possessing Any Values of Cohesion and Angle of Internal Friction", Proceedings, Highway Research Board, Washington, D.C., vol. 28, p. 449-455, citados por SAADA e outros (1973).

HARDIN, B.O., (1983), "Plane Strain Constitutive Equations for Soils", Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 109, 3, p. 388-407, citado por SAADA (1988).

HASHIGUCHI, K. e UENO, M., (1977), "Elastoplastic constitutive laws of granular materials", Proc. 9th ICSMFE, Spec. Sess. 9: Constitutive Equations of Soils, Tokyo, JSSMFE: 73-82, citados por HASHIGUCHI, IMAMURA e UENO (1988).

HASHIGUCHI, K., (1980), "Anisotropic hardening model for granular media", Proc. Int. Symp. under Cycl. Trans. Load: 462-465, citado por HASHIGUCHI, IMAMURA e UENO (1988).

HASHIGUCHI, K., (1986), "Elastoplastic constitutive model with a subloading surface", Proc. Int. Conf. Computational Mech. 1: IV 65-70, citado por HASHIGUCHI, IMAMURA e UENO (1988).

HERRMANN, L.R. e KALIAKIN, V.N., (1987), "User's manual for SAC-2, a two-dimensional nonlinear, time dependent soil analysis code using the bounding surface elastoplasticity-viscoplasticity model", vol. I and II, Dept. of Civil Engrg. Report, Univ. Calif., Davis, citados por KALIAKIN e DAFALIAS (1990).

HERRMANN, L.R. e MISH, K.D., (1983), "Finite element analysis for cohesive soils, stress and consolidation problems using bounding surface plasticity theory", Dept. of Civil Engrg. Report,

University of California, Davis, citados por KALIAKIN e DAFALIAS (1990).

HILL,R., (1948), "A Theory of Yielding and Plastic Flow of Anisotropic Metals", Proceedings of the Royal Society, Series A, vol. 193, p. 281-297, citado por SAADA e outros (1973).

HIRAI,H., (1987a), "A combined hardening model of plasticity for sands", Proceedings of the 2nd. International Conference on Constitutive Laws for Engineering Materials-Theory and Applications, Tucson, p. 557-564, citado por HIRAI (1989).

HIRAI,H., (1987b), "An anisotropic hardening model for sand subjected to cyclic loading", Developments in Geotechnical Engineering, 42, A.S. Cakmak (eds.), Elsevier and Computational Mechanics Publications, p. 53-67, citado por HIRAI (1989).

HIRAI,H., (1987c), "Modelling of cyclic behaviour of sand with combined hardening", Soils and Foundations, vol. 27, No. 2, p. 1-11, citado por HIRAI (1989).

HIRAI,H., (1987d), "An anisotropic hardening model for cyclic plasticity of sand", Proceedings of Japan Society of Civil Engineers, No. 382 (III-7), pt217-225, citado por HIRAI (1989).

HIRAI,H., (1987e), "An elastoplasticity constitutive model for cyclic behaviour of sands", Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech., vol. 11, p. 503-520, citado por HIRAI (1989).

HOHENEMSER,K. e PRAGER,W., (1932), "Uber die ansatze der mechanik isotroper kontinua", Z. Angew. Math. Mech., vol. 12, p. 216-226, citados por ADACHI e OKANO (1974).

- JAEGER, J.C., (1960), "Shear Failure of Anisotropic Rocks", Geological Magazine, vol. XCVIII, No. 1, pt65-72, citado por SAADA e outros (1973).
- JAKY, J., (1944), "The Coefficient of Earth Pressure at Rest", Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers, p. 355-358, citado por LAMBE e WHITMAN (1969).
- KAVVADAS, M.J., (1983), "A constitutive model for clays based on non-associated anisotropic elasto - plasticity", Proceedings of the 1st International Conference on Constitutive Laws for Engineering Materials-Theory and Applications, Tucson, p. 263-270, citado por HIRAI (1989).
- KONDNER, R.L. e ZELASKO, J.S., (1963), "Hyperbolic Stress - Strain Response: Cohesive Soils", Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, vol. 89, No. SM1, p. 115-143, citados por MAHLER (1974).
- KRIEG, R.D., (1975), "A Practical Two-Surface Plasticity Theory", Journal of Applied Mechanics, Trans., ASME, p. 640-646, citado por SAADA (1988).
- LADE, P.V., (1972), "The Drained Stress-Strain and Strength Characteristics of Cohesionless Soils", Dissertation presented to the University of California, Berkeley, in Partial Fulfillment of the Requirements for the degree of Doctor of Philosophy, citado por Mahler (1974).
- LADE, P.V. e DUNCAN, J.M., (1973), "Cubical Triaxial Tests on Cohesionless Soil", Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, SM10, p. 793-812, citados por ZORNBERG (1989).
- LADE, P.V., NELSON, R.B. e ITO, Y.M., (1987), "Nonassociated Flow and Stability of Granular Materials", Journal of

Engineering Mechanics, ASCE, vol. 113, p. 1032-1318, citados por ZORNBERG (1989).

LANIER, J., (1979), "Etude d'une Loi de Comportement pour des Materiaux non Visquetix", Journal de Mecanique, 18, 1, citado por SAADA (1988).

LIST, F. e SADGORSKI, W, (1982), "Stress and Strain Measurements in Mathaus Dam", Quatorzieme Congrès des Grands Barrages, Rio de Janeiro, citados por PEREIRA (1986).

LIVNEH, M. e SHLARSKY, E., (1965), "Equations of Failure Stresses in Material with Anisotropic Strength Parameters", Highway Research Record, Washington, D.C., No. 74, p. 44-54, citados por SAADA e outros (1973).

MARSAL, R.J., (1977), "Keynote Address-Strain computation in earth-rockfill dams", Proc. Specialty Session 8, 9th International Conf. Soil Mech. Found. Eng., Tokyo, citado por COLE e CUMMINS (1981).

MATSUOKA, H, IWATA, Y. E SAKAKIBARA, K., (1986), "A constitutive model of sands and clay for evaluating the influence of rotation of the principal stress axes", 2nd Int. Symp. on Numerical Models in Geomechanics, Ghent., 67-77, citados por MATSUOKA e SUZUKI (1988).

MATSUOKA, H. e NAKAI, T., (1974), "Stress deformation and strength characteristics under three different principal stresses", Proc. JSCE 232, 59-70, citados por NOVA (1988).

MATSUI, T. e ABE, N., (1982), "Application of elasto - plastic and elasto-viscoplastic model to multi - dimensional consolidation analysis", Int. Symp. Num.

Models in Geomech., Zurich, p. 711-720, citados por MATSUI (1988).

McCLINTOCK, F.A. e WALSH, J.B., (1962), "Friction on Griffith cracks under pressure", Proceedings, 4th United States National Congress of Applied Mechanics, Berkeley, C.A., vol. 2, p 1015-1021, citado por YOSHIDA e outros (1989).

MROZ, Z., (1967), "On the description of Anisotropic Work - hardening", J. Mech. Phys. Solids, 15: 163-175, citado por MIZUNO e CHEN (1988).

MROZ, Z., (1980), "Hipoelasticity and Plasticity Approches to Constitutive Modelling of Inelastic Behaviour of Soils", Int. J. of Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 4, p. 45-55, citado por SAADA (1988).

MROZ, Z., e PIETRUSZCZAK, S., (1982), "A constitutive model for clays and sands with account of anisotropic hardening", Int. G. Gudehus et al. (eds.), Proc. Int. Workshop on Constitutive Relations for Soils, p. 331-345, A.A.Balkema Publ. Rotterdam, citados por JARZEBOWSKI e MROZ (1988).

MROZ, Z., e PIETRUSZCZAK, S., (1983), "A constitutive model for sand with anisotropic hardening rule", Int. J. Num. Anal. Meth. Geom. 7: 305-320, citados por JARZEBOWSKI e MROZ (1988).

MURRELL, A.F., (1965), "The efect of triaxial stress systems on the strength of rocks at atmospheric temperatures", Journal of Geophysics 10, p. 231-281, citado por YOSHIDA e outros (1989).

NOBARI, E.S., (1971), "Effect of Reservoir Filling on Stress and Movements in Earth and Rockfill Dams", Dissertation submitted in partial fulfillment for

the degree of Doctor of Philosophy, University of California, Berkeley, citado por LACERDA e MAHLER (1973).

NOVA, R. e SACCHI, G., (1979), "A Generalized Failure Condition for Orthotropic Solids", Proceedings of the Euromech Colloquium 115, Villard-de-Lans, p. 623-641, citados por SAADA (1988).

OHTA, H. e HATA, S., (1971), "A theoretical study of the stress-strain relations for clays", Soil and Foundations, vol. 11, No. 3, p. 65-90, citados por HIRAYAMA (1987).

OHTA, H., YOSHITANI, S. e HATA, S., (1975), "Anisotropic stress-strain relationship of clay and its application to finite element analysis", Soil and Foundations, vol. 15, No. 4, p. 61-79, citados por HIRAYAMA (1987).

OKA, F., (1982), "Constitutive Equations for Granular Materials in Cyclic Loadings", IUTAM Conf. Deformation and Failure of Granular Materials, Delft, p. 297-306, citado por MATSUI (1988).

NOVA, R., (1986), "A constitutive model for anisotropic granular media", 2nd NUMOG, Ghent., citado por NOVA (1988).

PEREIRA, P. R., (1977), "Análise de Aberturas Subterrâneas Circulares pelo Método dos Elementos Finitos", tese M.Sc., COPPE, UFRJ, citado por ALMEIDA (1977).

PIETRUSZCZAK, S. e MROZ, Z., (1983), "On hardening anisotropy of Ko-consolidated clay", Int. J. Num. Anal. Meth. Geomech., vol. 7, p. 19-38, citados por HIRAI (1989).



- POPOV, A. e PETERSSON, H., (1977), "Constitutive Relations for Generalized Loadings", Journal of the Engineering Mechanics Division, 103, EM4, Proc. Paper 13144, p. 611-627, ASCE, citados por MIZUNO e CHEN (1988).
- POPOV, A. e PETERSSON, H., (1978), "Cyclic Metal Plasticity; Experiments and Theory", Journal of the Engineering Mechanics Division, 104, EM6, Proc. Paper 14257, p.1371-1387, ASCE, citados por MIZUNO e CHEN (1988).
- PORAN, C.J., KALIAKIN, V.N., HERRMANN, L.R., ROMSTAD, K.M., LEE, D.F. e SHEN, C.K., (1986), "Predictions of trial embankment behaviour Hertfordshire County Councils-Stansford Abbots", Proc. of the Prediction Symposium on Reinforced Embankment on Soft Ground, King's College, London, citados por KALIAKIN e DAFALIAS (1990).
- POOROOSHASB, H.B., HOLUBEC, I. e SHERBOURNE, A.N., (1966), "Yielding and Flow of Sand in Triaxial Compression: Part I", Canadian Geotechnical Journal, p. 179-190, citados por ZORNBERG (1989).
- PREVOST, J.H., (1985), "A simple plasticity theory for frictional cohesionless soils", Soil Dynamics and Earthquake Engineering, vol.4, No.1, p. 9-17, citado por GRIFFITHS e PREVOST (1988).
- ROSCOE, K.H. e BURLAND, J.B., (1968), "On the Generalized Stress-Strain Behaviour of 'Wet' Clay", Engineering Plasticity, J. Heyman e F.A. Leckie, Eds., Cambridge University Press, Cambridge, England, 535-609, citados por CHEN (1975).
- ROSCOE, K.H., SCHOFIELD, A.N. e THURAIRAJAH, A., (1963), "Yielding of soils in states wetter than critical", Geotechnique 13, No. 3, p. 211 - 240, citados por CHEN (1975).

SAINT-VENANT, B. de, (1870), "Memoire sur l'etablissement des equations differentielles des mouvement interieurs operes dans les corps solides ductiles au dela des limites ou l'estasticite pourrait les ramener a leur premier etat", Comptes Rendus Acad. Sci., Paris, 70, p. 473-480, citado por KIM e LADE (1988).

SCHOFIELD, A. N. e WROTH, C. D., (1968), "Critical State Soil Mechanics", Wiley, citados por NOVA (1988).

SEKIGUCHI, H., (1977), "Rheological characteristics of clays", Proc. 9th ICSMFE, Tokyo, vol. 1, p. 289-292, citado por MATSUI (1988).

SEKIGUCHI, H. e OHTA, H., (1977), "Induced anisotropy and time dependency in clays", Proc. Specialty Session 9, 9th ICSMFE, Tokyo, p. 229-238, citados por MATSUI (1988).

SHEN, C. K., SOHN, J., MISH, K., KALIAKIN, V. N. e HERRMANN, L. R., (1986), "Centrifuge Consolidation Study for Purposes of Plasticity Theory Validation", Consolidation of Soils: Testing and Evaluation, ASTM STP 892, R. N. Young and F. C. Townsend, Eds., American Society for Testing and Materials, p. 593-609, citados por KALIAKIN e DAFALIAS (1990).

SILVEIRA, E. B. S., (1972), Comunicação pessoal, citado por LACERDA e MAHLER (1973).

VALANIS, K., (1971), "A Theory of Viscoplasticity Without a Yield Surface", Archives of Mechanics, vol. 23, p. 517-535, citado por CUELLAR e outros (1977) e por SAADA (1988).

VALANIS, K. C. e WU, H. C., (1975), "Endochronic represent action of cyclic creep and relaxation of metals", J.

of Applied Mechanics, p. 67-73, citados por IMAI e XIE (1990).

WILSON, E. (1972), "SOLID SAP, a static analysis program for three dimensional solid structures", University of California, Berkeley, citado por JUSTO e SAURA (1983).

WU, H.C. e WANG, T.P., (1983), "Endochronic description of sand response to static loading", Proc. ASCE, vol. 109, EM4, p. 970-989, citados por IMAI e XIE (1990).

YAMADA, Y., YOSHIMURA, N. e SAKURAI, T., (1968), "Plastic stress-strain matrix and its application for the solution of elastic-plastic problems by the finite element method", Int. J. Mech. Sci., 10, p. 343-354, citados por ZIENKIEWICZ (1980).

ZIEGLER, H., (1959), "A modification of Prager's hardening rule", Quart. Appl. Math., vol. 17, p. 55-65, citado por HIRAI (1989).

ZIENKIEWICZ, O.C., LEUNG, K.H. e PASTOR, M., (1985), "Simple model for transient soil loading in earthquake analysis. I. Basic model and its applications", Int. J. Num. Analyt. Meth. Geomech., 9, 453-476, citados por SALEEB e LOU (1988).

ZIENKIEWICZ, O.C. e MROZ, Z., (1984), "Generalized plasticity formulation and applications to geomechanics", ch. 33, p. 655-679, Mechanics of Engineering Materials, eds. C.S. Desai and R.H. Gallagher (Wiley), citados por PASTOR, ZIENKIEWICZ e CHAN (1988).

ZIENKIEWICZ, O.C., VALLIAPAN, S. e KING, I.P., (1969), "Elasto-plastic solution of engineering problems. Initial-stress finite element approach", Int. J. Num. Meth. Eng., vol. 1, p. 75-100, citados por ZIENKIEWICZ (1980).

## ANEXO A

i) Cálculo da tensão intermediária: No item (IV.6) foi estabelecido que se

$$f_p(\sigma_1') > 0 \quad (A.1)$$

e

$$f_p(\sigma_{1-1}) < 0 \quad (A.2)$$

tem-se que encontrar o valor da tensão intermediária para a qual o escoamento começa, ou seja:

$$f_p(\sigma_{1-1} + r \cdot \Delta\sigma) = 0 \quad (A.3)$$

Como uma primeira aproximação do fator  $r$ , pode-se encontrar por interpolação linear o valor  $r = r_1$ , segundo:

$$r_1 = - \frac{f_p(\sigma_{1-1})}{f_p(\sigma_{1-1} + \Delta\sigma) - f_p(\sigma_{1-1})} \quad (A.4)$$

Mas devido à não linearidade,

$$f_p(\sigma_{1-1} + r_1 \cdot \Delta\sigma) = F_2 \neq 0 \quad (A.5)$$

Uma melhor estimativa de  $r$  pode ser conseguida para uma posição instantânea da superfície de escoamento (i.e. para  $K$  constante), a partir da equação (IV.6),

$$df_p = \underset{\sim}{a}^T \cdot \underset{\sim}{d\sigma} \quad (A.6)$$

na qual:

$$\underset{\sim}{a} = \frac{\partial f_p}{\partial \sigma} \quad (A.7)$$

E se,

$$d\sigma = \Delta r_1 \cdot \Delta\sigma \quad (\text{A.8})$$

e para pequenas deformações

$$df_p = - F_2 \quad (\text{A.9})$$

temos que:

$$F_2 = - \underset{\sim}{a}^T \cdot \Delta\sigma \cdot \underset{\sim}{\Delta r_1} \quad (\text{A.10})$$

Então, o valor melhorado para  $r$  é dado por:

$$r = r_1 - \frac{F_2}{\underset{\sim}{a}^T \cdot \underset{\sim}{\Delta\sigma}} \quad (\text{A.11})$$

ii) Cálculo de  $\delta\sigma$  : A correção de tensões é dada por,

$$\delta\sigma = \underset{\sim}{a} \cdot p \quad (\text{A.12})$$

onde  $p$  é um escalar, mas como:

$$df_p = - F_1 = \underset{\sim}{a}^T \cdot \delta\sigma \quad (\text{A.13})$$

$$= \underset{\sim}{a}^T \cdot \underset{\sim}{a} \cdot p \quad (\text{A.14})$$

temos que:

$$\delta\sigma = - \underset{\sim}{a} \cdot \left( \frac{F_1}{\underset{\sim}{a}^T \cdot \underset{\sim}{a}} \right) \quad (\text{A.15})$$

## ANEXO B

O parâmetro  $\alpha$  pode ser determinado a partir da relação entre o trabalho externo e o trabalho interno do sistema (HUMBERT e MESTAT, 1988), através de:

$$\alpha_{1,1} = \frac{\text{trabalho externo}}{\text{trabalho interno}} = \frac{\Delta\delta_1^T \cdot \psi(\delta_1)}{\Delta\delta_1^T \cdot [\psi(\delta_1) - \psi(\delta_1 + \Delta\delta_1)]} \quad (\text{B.1})$$

Experiências numéricas (CRISFIELD, 1983) têm demonstrado que o valor do parâmetro de aceleração  $\alpha_{1,1}$  fica limitado entre os valores:

$$0.2 < \alpha_{1,1} < 4.0 \quad (\text{B.2})$$

quando:

$$\left| \frac{S_j}{S_o} \right| < 1.2 \text{ para } S_j S_o < 0 \quad (\text{B.3})$$

$$\left| \frac{S_j}{S_o} \right| < 0.7 \text{ para } S_j S_o > 0 \quad (\text{B.4})$$

sendo que:

$$S_j = S_j(\alpha_{1,j}) = \Delta\delta_1^T \cdot \psi_{i+1}(\alpha_{1,j}) \quad (\text{B.5})$$

$$S_o = S_o(\alpha_{1,0}) = \Delta\delta_1^T \cdot \psi(\delta_1) \quad (\text{B.6})$$

Porém, se as anteriores desigualdades em valor absoluto não são satisfeitas, um novo  $\alpha_{1,2}$  deverá ser tentado para poder satisfazer essas desigualdades. A

segunda estimativa  $\alpha_{1,2}$  pode ser calculada usando diferentes métodos, não obstante uma simples interpolação linear (ou extrapolação) poder ser usada a partir dos valores  $S_1(\alpha_{1,1})$  e  $S_0(\alpha_{1,0}=0)$ , isto é:

$$\frac{\alpha_{1,2}}{\alpha_{1,1}} = \frac{-S(\alpha_{1,0}=0)}{S(\alpha_{1,1}) - S(\alpha_{1,0}=0)} \quad (\text{B.7})$$

$$= \frac{-S_0}{S_1 - S_0} \quad (\text{B.8})$$

então:

$$\frac{\alpha_{1,2}}{\alpha_{1,1}} = \frac{-\Delta\delta_1^T \cdot \psi_1}{\Delta\delta_1^T [\psi_{1+1}(\alpha_{1,1}) - \psi_1]} \quad (\text{B.9})$$

Este conceito pode, se for necessário, ser repetido para posteriores estimativas, usando:

$$\frac{\alpha_{1,j+1}}{\alpha_{1,j}} = \frac{-S_0}{S_j - S_0} \quad (\text{B.10})$$

## ANEXO C

M e  $\lambda$  podem ser aproximados fazendo uso dos valores de  $K_{ur}$  e n, e inversamente. Para isso usam-se as equações (III.16) e (III.17) expressas respectivamente por:

$$E_{ur} = K_{ur} \cdot p_a \cdot \left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right)^n \quad (C.1)$$

$$E_{ur} = M \cdot p_a \cdot \left[ \left(\frac{I_1}{p_a}\right)^2 + R \frac{J_2}{p_a^2} \right]^\lambda \quad (C.2)$$

A equação (C.2) expressa-se em função da tensão deviatórica (ensaio triaxial) como:

$$E_{ur} = M \cdot p_a \cdot \left[ \left(\frac{\sigma_d + 3 \cdot \sigma_3}{p_a}\right)^2 + \frac{R}{3} \left(\frac{\sigma_d}{p_a}\right)^2 \right]^\lambda \quad (C.3)$$

Ja que  $E_{ur}$  foi calculado no início do recarregamento, assume-se que  $\sigma_d \rightarrow 0$ , ou seja:

$$E_{ur} = M \cdot p_a \cdot \left[ \left(\frac{3 \cdot \sigma_3}{p_a}\right)^2 \right]^\lambda \quad (C.4)$$

ou

$$E_{ur} = M \cdot p_a \cdot (9^\lambda) \cdot \left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right)^{2\lambda} \quad (C.5)$$

Finalmente, igualando a equação (C.5) com a equação (C.1), tem-se aproximadamente que:

$$\lambda \cong \frac{n}{2} \quad (C.6)$$

e

$$M \cong \frac{K_{ur}}{9^\lambda} \quad (C.7)$$