

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

MODELO DE FRONTEIRA DE PRODUÇÃO ESTOCÁSTICA APLICADO
À SUBSCRIÇÃO DE RISCOS EM SEGUROS DE AUTOMÓVEIS:
UMA ABORDAGEM BAYESIANA

Marcus Gerardus Lavagnole Nascimento

2015

MODELO DE FRONTEIRA DE PRODUÇÃO ESTOCÁSTICA APLICADO
À SUBSCRIÇÃO DE RISCOS EM SEGUROS DE AUTOMÓVEIS:
UMA ABORDAGEM BAYESIANA

Marcus Gerardus Lavagnole Nascimento

Projeto Final de Conclusão de Curso apresentado ao
Departamento de Métodos Estatísticos do Instituto de
Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro
como parte dos requisitos necessários para obtenção do
título de Bacharel em Ciências Atuariais.

Orientador: Ralph dos Santos Silva

Rio de Janeiro, 20 de maio de 2015.

MODELO DE FRONTEIRA DE PRODUÇÃO ESTOCÁSTICA APLICADO À SUBSCRIÇÃO DE RISCOS EM SEGUROS DE AUTOMÓVEIS: UMA ABORDAGEM BAYESIANA

Marcus Gerardus Lavagnole Nascimento

Orientador: Ralph dos Santos Silva

Projeto Final de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Métodos Estatísticos do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Bacharel em Ciências Atuariais.

Prof. Ralph dos Santos Silva

IM-UFRJ

Prof. Helio dos Santos Migon

IM-UFRJ

Prof.^a Thais Cristina Oliveira da Fonseca

IM-UFRJ

Rio de Janeiro, 20 de maio de 2015.

Lavagnole Nascimento, Marcus Gerardus

Modelo de fronteira de produção estocástica aplicado à subscrição de riscos em seguros de automóveis: uma abordagem bayesiana/
Marcus Gerardus Lavagnole Nascimento - Rio de Janeiro: UFRJ/IM, 2015.

iv, 40f.: il.; 31cm.

Orientador: Ralph dos Santos Silva

Projeto Final - UFRJ/IM/ Graduação em Ciências Atuariais, 2015.

Referências Bibliográficas: f.24.

1. Fronteira de Produção Estocástica. 2. Inferência Bayesiana. 3. Subscrição de Riscos. 4. Seguro de Automóveis. I. Silva, Ralph dos Santos. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Matemática. III. Modelo de fronteira de produção estocástica aplicado à subscrição de riscos em seguros de automóveis: uma abordagem bayesiana.

RESUMO

MODELO DE FRONTEIRA DE PRODUÇÃO ESTOCÁSTICA APLICADO À SUBSCRIÇÃO DE RISCOS EM SEGUROS DE AUTOMÓVEIS: UMA ABORDAGEM BAYESIANA

Marcus Gerardus Lavagnole Nascimento

Orientador: Ralph dos Santos Silva

Resumo do Projeto Final de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Métodos Estatísticos do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Bacharel em Ciências Atuariais.

Em um ambiente econômico competitivo, a necessidade de buscar e estar próximo da eficiência completa torna-se cada vez mais evidente. No entanto, devido aos mais diversos fatores, em muitos casos, as firmas podem estar distante do desejável. Diante deste cenário, o presente trabalho tem por finalidade mensurar o quão distantes da fronteira encontram-se as seguradoras do ramo de automóveis atuantes no mercado brasileiro. A análise será baseada em um modelo de fronteira de produção estocástica, seguindo uma abordagem bayesiana, aplicado à subscrição de riscos.

Palavras-chave: Fronteira de produção estocástica, inferência bayesiana, seguro de automóveis, subscrição de riscos.

ABSTRACT

A STOCHASTIC FRONTIER MODEL APPLIED TO AUTOMOBILES INSURANCE RISKS SUBSCRIPTION: A BAYESIAN APPROACH

Marcus Gerardus Lavagnole Nascimento

Advisor: Ralph dos Santos Silva

Abstract do Projeto Final de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Métodos Estatísticos do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de Bacharel em Ciências Atuariais.

In a competitive economic environmental, the need to search and to be close to the complete efficiency is even more evident. Nevertheless, due to different aspects, in many cases, the firms can be distant from the desirable efficiency. In this scenario, the aim of this work is to measure how distant from the frontier the automobiles insurance companies acting in Brazilian market are. The analysis will be based in a stochastic frontier model, according to a Bayesian point of view, applied to risks subscription.

Key-words: Automobiles insurance, Bayesian inference, risks subscription, stochastic production frontier.

AGRADECIMENTOS

AO MEU ORIENTADOR RALPH DOS SANTOS SILVA;
AO PROFESSOR NEI CARLOS DOS SANTOS ROCHA;
E AOS AMIGOS MAYARA SANTIAGO DA SILVA E
VINÍCIUS DE OLIVEIRA BOTELHO.

SUMÁRIO

Lista de Tabelas	iii
Lista de Figuras	iv
Capítulo 1: Introdução	1
1.1 Objetivos	2
Capítulo 2: Metodologia	4
2.1 Fronteira de Produção Estocástica	4
2.2 Função de Produção Cobb-Douglas	5
2.3 Inferência Bayesiana	5
2.3.1 Função de Verossimilhança	6
2.3.2 Distribuição a Priori	6
2.3.3 Distribuição a Posteriori	6
2.3.4 Perda Quadrática	6
2.4 Monte Carlo via cadeias de Markov	7
2.4.1 Amostrador de Gibbs	8
2.5 Critério de Informação do Desvio	8
2.6 Testes de Normalidade e Independência dos Resíduos	9
2.6.1 Teste de Jarque-Bera	9
2.6.2 Teste de Shapiro-Wilk	10
2.6.3 Teste de Ljung-Box	10
Capítulo 3: Aplicação	11
3.1 Panorama sobre as seguradoras em estudo	12
3.1.1 Seguradora A: Zurich	12
3.1.2 Seguradora B: Mapfre	12
3.1.3 Seguradora C: Generali	12
3.1.4 Seguradora D: Chubb	13

3.2	Análise Exploratória de Dados	13
3.3	Descrição do Modelo	16
3.4	Resultados	17
3.4.1	Seguradora A: Zurich	18
3.4.2	Seguradora B: MAPFRE	19
3.4.3	Seguradora C: Generali	20
3.4.4	Seguradora D: Chubb	21
Capítulo 4: Considerações Finais		23
Referências Bibliográficas		24
Apêndice A: Análise Envoltória de Dados (DEA)		27
Apêndice B: Desempenho seguradora A: Zurich		29
Apêndice C: Desempenho seguradora B: MAPFRE		31
Apêndice D: Desempenho seguradora C: Generali		33
Apêndice E: Desempenho seguradora D: Chubb		35
Apêndice F: Ranking mensal das seguradoras em estudo para u N. Truncada		37
Apêndice G: Ranking mensal das seguradoras em estudo para u Exponencial		38
Apêndice H: Códigos OpenBUGS		39

LISTA DE TABELAS

3.1	Análise exploratória das variáveis em estudo	14
3.2	Análise exploratória da variável Prêmio Ganho	14
3.3	Resultado do critério de informação do desvio para seguradora A	18
3.4	Resultados observados para os parâmetros do modelo referente a seguradora A .	18
3.5	Resultado do critério de informação do desvio para seguradora B	19
3.6	Resultados observados para os parâmetros do modelo referente a seguradora B .	19
3.7	Resultado do critério de informação do desvio para seguradora C	20
3.8	Resultados observados para os parâmetros do modelo referente a seguradora C .	21
3.9	Resultado do critério de informação do desvio para seguradora D	21
3.10	Resultados observados para os parâmetros do modelo referente a seguradora D .	22
B.1	Desempenho mensal da seguradora A, considerando u normal truncada	29
B.2	Desempenho mensal da seguradora A, considerando u exponencial	30
C.1	Desempenho mensal da seguradora B, considerando u normal truncada	31
C.2	Desempenho mensal da seguradora B, considerando u exponencial	32
D.1	Desempenho mensal da seguradora C, considerando u normal truncada	33
D.2	Desempenho mensal da seguradora C, considerando u exponencial	34
E.1	Desempenho mensal da seguradora D, considerando u normal truncada	35
E.2	Desempenho mensal da seguradora D, considerando u exponencial	36
F.1	Ranking mensal das seguradoras em estudo considerando u Normal Truncada . .	37
G.1	Ranking mensal das seguradoras em estudo considerando u Exponencial	38

LISTA DE FIGURAS

3.1	Comportamento da variável prêmio ganho	15
3.2	Evolução das seguradoras com relação às variáveis em estudo	16

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

A economia brasileira passou por grandes transformações nas duas últimas décadas. No dia 1º de julho de 2014, comemorou-se os 20 anos do lançamento do real, símbolo do plano de mesmo nome que representou ajuste monetário de uma economia habituada a hiperinflação. O plano consistia em um processo dividido em três etapas: ajuste das contas públicas através de um corte no orçamento, implementação da Unidade Real de Valor (URV), unidade monetária com a finalidade de desindexar a economia e, por fim, a transformação da URV em real.

Também em 2014, comemorou-se os 10 anos do Bolsa Família, programa de transferência de renda que atende a cerca de 50 milhões de pessoas e contribuiu para a redução da desigualdade e da extrema pobreza. Com um gasto em torno de 24 bilhões de reais por ano, valor que representa menos de 0,5% do Produto Interno Bruto (PIB), a ação do governo auxilia também no reforço ao acesso a direitos sociais básicos como educação, saúde e assistência social. Busca-se, portanto, a inserção real dessas pessoas na sociedade brasileira e a garantia de um futuro melhor para os beneficiários.

Como fruto dessas mudanças, a economia brasileira está atualmente entre as 10 maiores economias mundiais e integra o grupo de países denominado BRICS (Brasil, Rússia, Índia, China e África do Sul) que representa as economias emergentes com grande potencial de crescimento. Um símbolo da evolução da relevância da economia brasileira no cenário internacional foi a obtenção do grau de investimento pelas principais agências de classificação de risco, Moody's, Standard & Poor's e Fitch, ao longo da última década.

Dentro do quadro econômico brasileiro, a indústria automobilística desempenha um papel relevante e se faz presente no cotidiano da população. Em um período de 11 anos, houve um incremento de 45,6% na participação do setor automotivo no Produto Interno Bruto (PIB) da indústria, passando de 12,5%, em 2000, para 18,2%, em 2011. Em grande parte, pode-se afirmar que esse peso que o setor possui é consequência de décadas de incentivos às montadoras, exemplo disso são as recorrentes reduções do Imposto sobre Produtos Industrializados (IPI) ao longo dos

últimos anos.

Segundo dados recentes, há no Brasil um automóvel para 4,4 habitantes, um total de 45,4 milhões de veículos, a mesma proporção girava em torno de 7,4 habitantes por carro dez anos atrás. A região sudeste conta com 9 das 10 cidades com mais carro por habitante e a campeã é São Caetano do Sul com 99 mil veículos de passeio para 156 mil pessoas, cerca de dois veículos para cada três pessoas. Traçando uma perspectiva mais ampla, constata-se, tomando como base o ano de 2013, diminuição na frota em apenas 19 das cerca de 5.570 cidades brasileiras.

Diante dessa conjuntura e da crescente necessidade de proteção social e econômica que pessoas e empresas vem deflagrando, a indústria seguradora brasileira ganha cada vez mais importância e já é a maior em toda a América Latina, com aproximadamente 40% do total do prêmio bruto subscrito. Em destaque, encontra-se o ramo de seguro de automóveis, um dos setores com maior penetração no mercado brasileiro e que movimenta um dos maiores volumes de prêmios, sendo uma área na qual há a presença de grandes corporações da indústria seguradora nacional e internacional.

Em um mercado competitivo como desenha-se o ramo de seguro de automóveis no Brasil, busca-se cada vez mais o aperfeiçoamento das atividades gerenciais e qualificação na seleção de riscos. Através dessa busca, as empresas procuram atingir a máxima eficiência com a finalidade de reduzir custos e ampliar a lucratividade. Com a finalidade de atender às necessidades impostas pela competição, Soteriou e Zenios (1999) destacam a necessidade de se utilizar alguma modelagem para se medir o desempenho organizacional.

Nesse sentido, existem dois métodos para medir a eficiência da firma: não paramétricos e paramétricos. O primeiro, também conhecido como Análise Envoltória de Dados (DEA, abreviação do inglês de *Data Envelopment Analysis*), utiliza programação linear para construção da estimação das eficiências de interesse e apresenta como principal ponto negativo a suscetibilidade a valores discrepantes (Cooper, Seiford, e Tone, 2007) - uma breve descrição sobre o método pode ser encontrada no apêndice A. O segundo, supõe uma forma funcional para a produção e faz uso dos dados para estimar os parâmetros da função de produção (Greene, 1990; Fonseca, 2005), conseguindo capturar possíveis valores discrepantes.

1.1 Objetivos

O presente trabalho tem como objetivo mensurar a ineficiência quanto a subscrição de riscos de seguradoras que atuam no ramo de automóveis e, para isso, será utilizado um método paramétrico conhecido como Fronteira de Produção Estocástica. Esse modelo foi inicialmente proposto

por três grupos de pesquisadores simultaneamente: Aigner, Lovell, e Schmidt (1977), Meeusen e Van den Broeck (1977) e Battese (1977).

O corpo do texto está dividido em mais três capítulos principais: metodologia, aplicação e conclusão. No capítulo 2, metodologia, será descrita resumidamente a base do conhecimento estatístico a ser implementada ao longo do trabalho. No capítulo 3, aplicação, o modelo utilizado será descrito, uma análise exploratória dos dados será feita e os resultados serão apresentados e interpretados. Por fim, no capítulo 4, conclusão, encontrar-se-ão as considerações finais e comentários sobre possíveis trabalhos futuros.

Capítulo 2

METODOLOGIA

Neste capítulo, serão descritos de forma resumida e objetiva os principais conceitos relacionados aos modelos, critérios e testes estatísticos utilizados em nossa análise. Para mais detalhes sobre os conceitos apresentados abaixo, recomendam-se os livros DeGroot e Schervish (2002), Gamerman e Lopes (2006) e Migon e Gamerman (2014), além dos artigos Gelfand e Smith (1990), Tierney (1994) e Spiegelhalter, Best, Carlin, e Van der Linde (2002).

Ao longo deste capítulo, define-se $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_p)'$ como um vetor de parâmetros de dimensão p e \boldsymbol{x} como um vetor de n dados observados no qual $\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)'$.

2.1 Fronteira de Produção Estocástica

O modelo de fronteira de produção estocástica original é dado por:

$$y = f(\boldsymbol{x}'\boldsymbol{\beta}) + \varepsilon,$$

no qual $\boldsymbol{x}' = (x_1, x_2, \dots, x_p)'$, $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p)$, sendo p o número de covariáveis, e $\varepsilon = v - u$.

A componente simétrica v representa o erro de medida, enquanto a componente não negativa u , a ineficiência técnica inerente às unidades sob avaliação. Esse método permite que possíveis erros aleatórios, sob os quais as firmas não tem controle, possam ser contabilizados, superando as limitações apresentadas pelas fronteiras determinísticas.

O modelo proposto por Aigner et al. (1977) considera as seguintes distribuições para as componentes do erro:

$$v \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2) \quad \text{e} \quad u \sim \mathcal{NT}_{[0, \infty]}(0, \kappa^2).$$

Nos anos seguintes, diversas propostas visando a generalização da distribuição de u podem ser encontradas na literatura. Pode-se destacar Stevenson (1980) e Greene (1990), que sugerem o deslocamento da normal truncada e o uso da distribuição gama, respectivamente.

Considerando o enfoque bayesiano como ferramenta de análise, Van den Broeck, Koop, Osiewalski, e Steel (1994) modelam a componente u como uma gama com parâmetro de forma

conhecida e Medrano (2003), como uma log-normal. Seguindo esta análise, pode-se afirmar que a inferência é realizada condicionalmente aos valores gerados ou estimada dos parâmetros, encontrando-se a distribuição das eficiências dados todos os parâmetros.

2.2 Função de Produção Cobb-Douglas

Utilizada amplamente em análises microeconômicas, a função de produção Cobb-Douglas é expressa por:

$$Y = \delta L^\beta K^\theta,$$

na qual $\beta > 0$, $\theta > 0$, Y é a produção total, L o trabalho, K o capital, δ a produtividade total dos fatores, β a elasticidade do produto em relação ao trabalho e, por fim, θ a elasticidade do produto em relação ao capital.

Considera-se que a função de Cobb-Douglas possui retornos de escala constantes quando $\beta + \theta = 1$. Dessa forma, para $\beta + \theta > 1$, a função possui retornos de escala crescentes e, para $\beta + \theta < 1$, decrescentes.

Observa-se, claramente, que a fórmula da Cobb-Douglas é não linear, com a finalidade de linearizá-la e acrescentando um erro ϵ , pode-se também escrevê-la da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \ln Y &= \ln \delta + \beta \ln K + \theta \ln L + \epsilon \\ &= \alpha + \beta \ln K + \theta \ln L + \epsilon. \end{aligned}$$

Desta forma, chega-se a um modelo de fronteira de produção estocástica, dada pela equação 2.1, com $y = \ln Y$ e f uma função linear. Para mais detalhes sobre o tema, recomenda-se o livro Pindyck e Rubinfeld (2005).

2.3 Inferência Bayesiana

Sob a ótica bayesiana, para uma quantidade de interesse θ desconhecida, a incerteza associada a esta é representada através de modelos probabilísticos. Dessa forma, é natural que diferentes analistas tenham diferentes graus de incerteza sobre θ e especifiquem diferentes modelos. Portanto, não há distinção entre quantidades observáveis e os parâmetros de um modelo estatístico, são todos considerados quantidades aleatórias.

Ao longo deste trabalho, o modelo de fronteira de produção estocástica será abordado utilizando as técnicas de inferência bayesiana que virão a ser explicitadas de forma resumida nesta seção.

2.3.1 Função de Verossimilhança

Quando a função densidade de probabilidade conjunta ou a função de probabilidade conjunta das observações originárias de uma amostra aleatória é vista como função de θ , $f(\mathbf{x}|\theta)$, esta é chamada função de verossimilhança. Podendo-se também utilizar a notação $L(\theta) = f(\mathbf{x}|\theta)$ para descrever a mesma.

2.3.2 Distribuição a Priori

Seja θ um vetor de parâmetros de interesse desconhecido e Ω espaço de parâmetros tal que $\theta \in \Omega$. Em muitos casos, mesmo antes do levantamento das observações, o experimentador é capaz de sumarizar seu conhecimento prévio sobre as chances de θ em relação ao espaço Ω . Dessa forma, a informação disponível sobre os parâmetros possibilita associá-los a uma distribuição de probabilidade, denominada distribuição a priori, $f(\theta)$, responsável por descrever as incertezas e crenças do pesquisador.

2.3.3 Distribuição a Posteriori

Definidas a função de verossimilhança e a distribuição a priori, através do teorema de Bayes, define-se a distribuição a posteriori como

$$f(\theta|\mathbf{x}) = \frac{f(\mathbf{x}|\theta)f(\theta)}{f(\mathbf{x})} \quad \text{com} \quad f(\mathbf{x}) = \int f(\mathbf{x}|\theta)f(\theta) d\theta.$$

Como $f(\mathbf{x})$ não depende do parâmetro, é considerada constante em relação a θ , logo

$$f(\theta|\mathbf{x}) \propto f(\mathbf{x}|\theta)f(\theta).$$

Geralmente, a notação acima é utilizada pois diversos métodos numéricos empregados para obter uma amostra da distribuição a posteriori, como os métodos de Monte Carlo via cadeias de Markov, não necessitam explicitamente do cálculo da distribuição preditiva, $f(\mathbf{x})$.

2.3.4 Perda Quadrática

Considera-se um bom estimador para um parâmetro aquele para o qual o erro é próximo de zero com alta probabilidade, ou seja, um bom estimador é uma função dos dados a qual esperamos que esteja próxima do real valor do parâmetro. Neste contexto, define-se como estimador de Bayes aquele que minimiza a média a posteriori do quão longe o estimador está do parâmetro.

Assume-se, portanto, que para cada vetor de parâmetros $\theta \in \Omega$ e que para cada possível valor do vetor de estimativas $\mathbf{a} \in \Omega$, existe uma função $K(\theta, \mathbf{a})$, que mede a perda associada ao se estimar o verdadeiro valor de θ pela sua estimativa \mathbf{a} . Suponha agora que $f(\theta|\mathbf{x})$ seja a distribuição a posteriori de θ e deseja-se estimar o valor do parâmetro ao se observar os dados de uma amostra aleatória, considerando que o analista escolhe o vetor de estimativas pontuais \mathbf{a} , sua perda esperada é dada pela equação

$$E[K(\theta, \mathbf{a})] = \int_{\Omega} K(\theta, \mathbf{a})f(\theta|\mathbf{x})d\theta.$$

A função perda quadrática é a função perda mais utilizada e é definida por $K(\theta, \mathbf{a}) = (\theta - \mathbf{a})^2$, para qualquer valor observado x_1, x_2, \dots, x_n será o valor de \mathbf{a} para o qual $E[(\theta - \mathbf{a})^2]$ é mínimo. É possível demonstrar que essa esperança atinge seu valor mínimo quando \mathbf{a} é escolhido como sendo o vetor de médias da distribuição a posteriori de θ , isto é, $\mathbf{a} = E(\theta|\mathbf{x})$. Neste trabalho, a média a posteriori do vetor de parâmetros θ será considerada o estimador bayesiano pontual e, para descrever de forma resumida a distribuição a posteriori, serão também utilizados o desvio padrão a posteriori e o intervalo de credibilidade de 95%.

2.4 Monte Carlo via cadeias de Markov

Monte Carlo via cadeias de Markov (MCMC, abreviação do inglês de *Markov chain Monte Carlo*) (Gelman e Lopes, 2006) constitui um grupo de algoritmos capazes de gerar uma amostra aleatória de distribuições com grau de complexidade não trivial, mas cuja função (de densidade) de probabilidade seja conhecida, exceto talvez a menos da constante de normalização. Esses métodos são importantes e podem ser aplicados em diversos problemas estatísticos, especialmente, em modelagem bayesiana.

Considere uma sequência de variáveis aleatórias θ_j que variam em tempos equidistantes j , $j = 1, 2, \dots, M$, na qual θ_0 representa alguma condição inicial. A distribuição de θ_{j+1} depende apenas de θ_j , ou seja, é gerada condicionalmente da distribuição $f(\theta_{j+1}|\theta_j)$. Denomina-se cadeias de Markov uma realização dessa sequência de variáveis aleatórias.

A convergência da distribuição de θ_j para uma distribuição estacionária está relacionada a três propriedades: ser irredutível, aperiódica e positiva recorrente (Gilks, Richardson, e Spiegelhalter, 1996). Esta última diz que se θ_j é gerado a partir de uma distribuição estacionária, então $\theta_{j+1}, \theta_{j+2}, \dots, \theta_M$ também o serão.

Esse grupo de algoritmos, por meio do Amostrador de Gibbs, está presente no OpenBUGS, programa que virá a ser utilizado como meio para a obtenção dos resultados que serão apresentados

neste trabalho.

2.4.1 Amostrador de Gibbs

Apresentado ao cenário científico de forma mais contundente por Gelfand e Smith (1990) e de vital importância no contexto de inferência bayesiana, o amostrador de Gibbs possibilita que amostras da distribuição conjunta a posteriori sejam obtidas, permitindo, através de estruturas markovianas, um resumo estatístico de tais distribuições.

Considera-se a distribuição a posteriori $f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x}) = f(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p|\mathbf{x})$ como sendo a de interesse (alvo). Chama-se a distribuição $f_j(\theta_j|\theta_1, \dots, \theta_{j-1}, \theta_{j+1}, \dots, \theta_p, \mathbf{x})$ de condicional completa de θ_j e tal distribuição é sempre proporcional ao produto entre função de verossimilhança e distribuição a priori, deste modo, $f_j(\theta_j|\theta_1, \dots, \theta_{j-1}, \theta_{j+1}, \dots, \theta_p, \mathbf{x}) \propto f(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})f(\boldsymbol{\theta})$ para todo j . Dado o conjunto de valores iniciais $(\theta_1^{(0)}, \theta_2^{(0)}, \dots, \theta_p^{(0)})$, obtém-se M , $M \ll N$, amostras por meio dos seguintes passos:

$$1) \theta_1^{(k)} \propto f_1(\theta_1|\theta_2^{(k-1)}, \dots, \theta_p^{(k-1)}, \mathbf{x});$$

$$2) \theta_2^{(k)} \propto f_2(\theta_2|\theta_1^{(k)}, \theta_3^{(k-1)}, \dots, \theta_p^{(k-1)}, \mathbf{x});$$

⋮

$$p) \theta_p^{(k)} \propto f_p(\theta_p|\theta_1^{(k)}, \dots, \theta_{p-1}^{(k)}, \mathbf{x}),$$

para $k = 1, 2, 3, \dots, N$.

A cadeia de Markov acima descrita, sob condições de regularidade específicas (Gelfand e Smith, 1990; Tierney, 1994), converge para uma distribuição estacionária depois de N_0 iterações, sendo esta a distribuição a posteriori de $f(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p|\mathbf{x})$. Por fim, toma-se as $M = N - N_0$ últimas iterações como a amostra da distribuição a posteriori $f(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x})$.

Vale ressaltar que, devido à estrutura markoviana, de forma geral, a amostra de tamanho M é correlacionada, com o objetivo de diminuir este efeito entre as observações, toma-se 1 valor a cada ℓ (em inglês *thin*) gerados de tal forma que a amostra passa a ser de tamanho m ($m \ll M$). Neste trabalho, esse conceito será aplicado e abordado ao longo do capítulo 3.

2.5 Critério de Informação do Desvio

Spiegelhalter et al. (2002) propuseram um critério de identificação de modelos que melhor se ajustam aos dados observados com a expectativa de que esses minimizem a incerteza associada

às observações geradas. Dessa forma, constrói-se o Critério de Informação do Desvio (DIC, abreviação do inglês de *Deviance Information Criterion*), definido como uma estimativa clássica do ajuste mais duas vezes o número efetivo dos parâmetros.

$$\text{DIC} = D(\bar{\boldsymbol{\theta}}) + 2p_D$$

$$\text{DIC} = \overline{D(\boldsymbol{\theta})} + p_D,$$

na qual $\bar{\boldsymbol{\theta}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \boldsymbol{\theta}^{(i)}$ sendo $(\boldsymbol{\theta}^{(1)}, \boldsymbol{\theta}^{(2)}, \dots, \boldsymbol{\theta}^{(M)})$ uma amostra da distribuição a posteriori, $\overline{D(\boldsymbol{\theta})} = E_{\boldsymbol{\theta}|\mathbf{x}} D(\boldsymbol{\theta})$, $p_D = \overline{D(\boldsymbol{\theta})} - D(\bar{\boldsymbol{\theta}})$ e $D(\boldsymbol{\theta}) = -2 \ln f(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}) + 2 \ln f(\mathbf{x}) = -2 \ln L(\boldsymbol{\theta}) + 2 \ln f(\mathbf{x})$.

A equação $\text{DIC} = \overline{D(\boldsymbol{\theta})} + p_D$ mostra que o DIC também pode ser considerado uma medida bayesiana de ajuste, penalizada por um termo adicional p_D .

O Critério de Informação do Desvio será utilizado ao longo da seção 3.4 na escolha do modelo de melhor ajuste.

2.6 Testes de Normalidade e Independência dos Resíduos

Neste tópico, serão descritos resumidamente os testes de normalidade e independência (correlação nula) entre observações que virão a ser utilizados na seção 3.2.

2.6.1 Teste de Jarque-Bera

Proposto por Jarque e Bera (1980), o teste baseia-se em uma combinação entre os coeficientes de assimetria e curtose dos dados em análise. Desta forma, assume-se como hipótese nula que os dados são normalmente distribuídos com média μ e variância σ^2 e, como hipótese alternativa, não normalidade dos dados. A estatística de teste J , por sua vez, é calculada através da seguinte equação:

$$J = n \left[\frac{A^2}{6} + \frac{(C - 3)^2}{24} \right],$$

na qual n é o número de observações, A o coeficiente de assimetria amostral e C o coeficiente de curtose amostral.

Sob a hipótese nula e para n grande, J tem distribuição aproximada qui-quadrado com 2 graus de liberdade.

2.6.2 Teste de Shapiro-Wilk

Proposto por Shapiro e Wilk (1965), o teste mede, sob a hipótese nula, se uma amostra aleatória de tamanho n provém de uma distribuição normal. Esta medida é realizada através de uma estatística W dada por:

$$W = \frac{(\sum_{i=1}^n a_i X_{(i)})^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2},$$

na qual os $X_{(i)}$'s são os valores amostrais ordenados e os a_i 's são constantes geradas das médias, variâncias e covariâncias das estatísticas de ordem de uma amostra aleatória de tamanho n de uma distribuição normal.

2.6.3 Teste de Ljung-Box

Proposto por Ljung e Box (1978), trata-se de uma adaptação do teste de Box-Pierce (Box e Pierce, 1970) para pequenas amostras e valores elevados da ordem de autocorrelação. Pode-se testar a hipótese de que um certo conjunto de coeficientes sob uma certa quantidade de defasagens é igual a zero. Para tal, utiliza-se a estatística L definida como:

$$L = n(n + 2) \sum_{k=1}^m \frac{\hat{\rho}_k^2}{n - k},$$

sendo n o tamanho da amostra, m o número de defasagens e $\hat{\rho}_k^2$ o coeficiente de correlação entre os valores da mesma variável defasados k períodos.

Sob a hipótese nula de que os dados são independentes e identicamente distribuídos, a estatística L tem distribuição qui-quadrado com m graus de liberdade. Portanto, valores pequenos de L sugerem que as autocorrelações para qualquer defasagem sejam próximas de zero. Em contrapartida, valores altos sugerem presença de autocorrelação para pelo menos uma defasagem.

Capítulo 3

APLICAÇÃO

Contador, Consenza, Lins, e Gonçalves-Neto (2000) propõem uma medida de avaliação das seguradoras brasileiras quanto a eficiência em subscrição de riscos. Para tal análise, os autores sugerem que as variáveis de entrada¹ (*inputs*) utilizadas correspondam às variáveis sinistro retido (despesas com pagamento de indenizações subtraídos os sinistros recuperados junto ao ressegurador) e despesas administrativas. Como variável de saída¹ (*output*), os mesmos sugerem a utilização da variável prêmio ganho, ou seja, o montante arrecadado junto aos segurados retirando a parcela paga ao ressegurador.

O presente trabalho, portanto, tem por finalidade mensurar a eficiência quanto a subscrição de riscos das seguradoras brasileiras do ramo de automóveis através de modelos de fronteira de produção estocástica aliados a proposta citada anteriormente. Dessa forma, foram coletados dados das três variáveis com base no sistema de estatísticas da SUSEP (Superintendência de Seguros Privados) referentes à série 0531 (automóvel-casco). Os dados representam montantes calculados em reais e o período escolhido tem início em abril de 2008, data da abertura do mercado ressegurador brasileiro, e fim em novembro de 2013, data em que houve mudança na metodologia de cálculo da variável sinistro retido.

O processo de seleção das seguradoras baseou-se em dois critérios principais. O primeiro consistiu em avaliar se a seguradora estava presente entre as quinze maiores do ramo de automóveis segundo levantamento divulgado pelo SINCOR-SP (Sindicato dos Corretores de Seguros e Resseguros do Estado de São Paulo). O segundo, por sua vez, em uma análise exploratória dos dados, utilizando os testes apresentados no capítulo 2, com a finalidade de verificar autocorrelação nula residual da regressão por mínimos quadrados, visto que os mesmos foram obtidos temporalmente e os modelos a serem utilizados exigem a hipótese de erros não correlacionados. Por fim, chegou-se a um total de quatro seguradoras: (A) Zurich, (B) MAPFRE, (C) Generali e (D) Chubb.

¹Tradução segundo glossário inglês - português de estatística da Associação Brasileira de Estatística, disponível em http://www.redeabe.org.br/glossario_SPEABE.pdf.

3.1 Panorama sobre as seguradoras em estudo

3.1.1 Seguradora A: Zurich

Fundado na Suíça em 1872, o grupo Zurich representa uma das maiores e mais sólidas empresas do ramo segurador em termos mundiais, fazendo-se presente em todos os continentes do globo e em mais de 170 países. A companhia está presente no Brasil desde 1982 e atua em ramos como seguros de automóvel, vida, patrimonial, transportes e previdência, com grande destaque para os ramos de automóvel e vida. Em 2011, a seguradora acertou uma parceria com o Grupo Santander com o intuito de criar um empreendimento conjunto na área de seguros.

Segundo dados divulgados pelo Sindicato dos Corretores do estado de São Paulo, a empresa ocupa a décima posição no mercado brasileiro de seguros de automóveis, sendo responsável por uma fatia de aproximadamente 3,20%, equivalente a cerca de 937 mil reais em prêmios ganhos.

3.1.2 Seguradora B: Mapfre

Fundada na Espanha em 1933, a MAPFRE (*Mutualidad de la Agrupación de Propietarios de Fincas Rústicas de España*) teve origem na união de um grupo de pequenos proprietários de terras com a finalidade de garantir assistência aos trabalhadores acidentados. Atualmente, a empresa conta com cerca de 5.390 escritórios próprios ao redor do mundo e, segundo dados de 2013 da própria seguradora, arrecadou aproximadamente 25,9 bilhões de euros de receitas totais.

Presente no Brasil desde 1992, a companhia opera em território nacional em parceria com o Banco do Brasil e se destaca com uma das maiores empresas seguradoras do país. Considerando o ramo de automóveis, o grupo MAPFRE representa a segunda maior fatia do mercado brasileiro (aproximadamente 15%), o que, traduzido em valores, significa um montante de 4,38 milhões de reais.

3.1.3 Seguradora C: Generali

O grupo Generali é uma das maiores seguradoras do continente europeu, contando com 82 mil colaboradores, 70 milhões de clientes e fazendo-se presente em 60 países ao redor do mundo. Fundada em Trieste na Itália no ano de 1831, a empresa era chamada *Assicurazioni Generali Austro-Italiche*, recebendo o nome atual, *Assicurazioni Generali* em 1848.

A seguradora foi uma das primeiras empresas estrangeiras do ramo a se instalar em terras brasileiras, o ano era 1925 e o local escolhido, a avenida Rio Branco na cidade do Rio de Ja-

neiro. Atualmente, a empresa se concentra nos ramos de automóveis, residência, vida e bens. Considerando o primeiro citado, a companhia é a décima primeira e conta com uma fatia de aproximadamente 2% do mercado ou o equivalente a 580 mil reais.

3.1.4 Seguradora D: Chubb

A seguradora iniciou suas operações no Brasil em 1973 por meio da aquisição do controle acionário da Argos Fluminense, a época, a mais antiga seguradora em atividade na América Latina. Através de uma estratégia de ampliação da marca da companhia ao redor do mundo, em 1992, a Argos passou a chamar-se Chubb do Brasil Cia. de Seguros. Atualmente, considerando apenas o ramo de automóveis, a empresa ocupa a décima segunda colocação ou cerca de 1,3% do mercado nacional segundo dados divulgados pela SINCOR-SP.

3.2 Análise Exploratória de Dados

O objetivo da presente seção é realizar uma análise prévia dos dados com a finalidade de gerar um entendimento básico dos mesmos e das possíveis relações entre as variáveis sob estudo. Desta forma, serão traçados um breve panorama das variáveis prêmio ganho, sinistro retido e despesas administrativas para as quatro seguradoras selecionadas (tabela 3.1) e um perfil mais detalhado do comportamento dessas seguradoras em relação à primeira variável (tabela 3.2 e figura 3.1).

Analisando os resultados da tabela 3.2 e da figura 3.1, nota-se que as variáveis apresentam comportamentos diferentes de acordo com a seguradora. As seguradoras A, B, C, tanto para a variável prêmio ganho quanto para as variáveis sinistro retido e despesas administrativas, possuem forte assimetria positiva. A seguradora D, contrariando os resultados das demais, apresenta comportamento assimétrico negativo.

Tomando como base a variável prêmio ganho, os resultados obtidos na tabela 3.2 para o teste de assimetria corroboram parcialmente com a análise acima, já que os valores p menores que 5% para as seguradoras A, C, D levam à rejeição da hipótese nula de simetria dos dados. No entanto, para o caso da seguradora B, o valor p leva a não rejeição da mesma, podendo-se afirmar que os dados são simétricos.

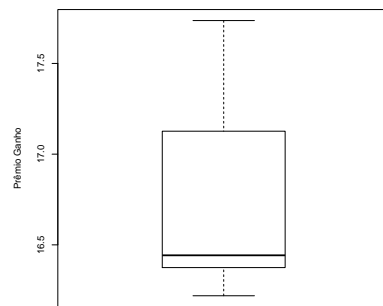
Na literatura, de forma geral, variáveis como prêmio e sinistro sempre apresentam forte assimetria positiva e são modeladas como tal (Ahn, Kim, e Ramaswami, 2012; Eling, 2012). No entanto, nesses casos, os dados analisados representam um conjunto de ocorrências individuais. Tratando-se montantes em reais distribuídos mensalmente ao longo do tempo, como os estuda-

Tabela 3.1: Análise exploratória das variáveis prêmio ganho, sinistro retido e despesas administrativas para as seguradoras em estudo.

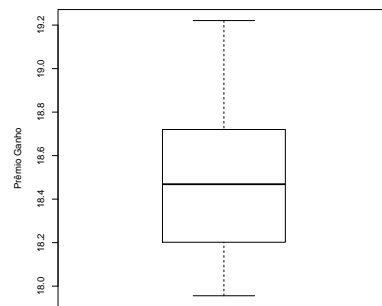
Seguradora	Média	D. Padrão	Assimetria	Curtose
Prêmio Ganho				
A	16,7362	0,5082	0,9211	-0,8508
B	18,4766	0,2961	0,3741	-0,6470
C	15,8584	0,5142	1,1466	0,5728
D	16,8264	0,2214	-0,9139	-0,4624
Sinistro Retido				
A	16,4289	0,5740	0,9418	-0,4502
B	18,0042	0,2716	0,7791	-0,3399
C	15,6616	0,5170	1,2359	0,9300
D	16,3255	0,2909	-0,4109	-0,6127
Despesas Administrativas				
A	15,0349	0,4929	0,7780	-0,8714
B	17,0007	0,2982	0,4494	1,1588
C	14,2672	0,3799	0,9526	0,7378
D	15,1663	0,2514	-0,6657	-0,5258

Tabela 3.2: Análise exploratória da variável Prêmio Ganho. Testes abaixo estão representados pelos valores p ,

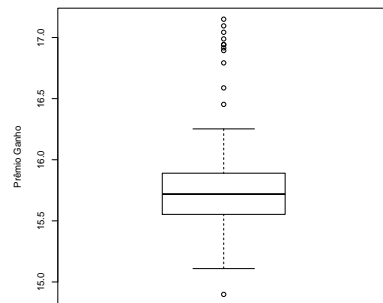
Seguradora	Assimetria	Teste de Assimetria	Curtose	Teste de Curtose	Jarque Bera	Shapiro	Ljung-Box
A	0,9211	0,0019	-0,8508	0,1521	0,0027	0,0000	0,0000
B	0,3741	0,2079	-0,6470	0,2761	0,2727	0,0717	0,0000
C	1,1466	0,0001	0,5728	0,3350	0,0002	0,0000	0,0000
D	-0,9139	0,0021	-0,4624	0,4363	0,0057	0,0000	0,0000



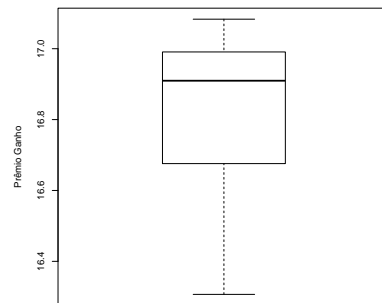
(a) Seguradora A



(b) Seguradora B



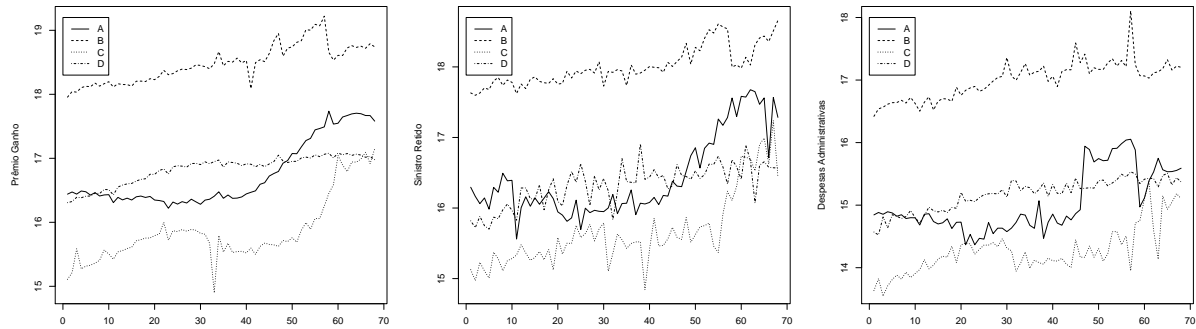
(c) Seguradora C



(d) Seguradora D

Figura 3.1: Comportamento da variável Prêmio Ganho para as seguradoras A, B, C e D.

dos neste trabalho, esses diferentes comportamentos não representam anomalias e, sim, diferentes evoluções das empresas (figura 3.2).



(a) Prêmio Ganho

(b) Sinistro Retido

(c) Despesas Administrativas

Figura 3.2: Evolução das seguradoras A, B, C e D com relação às variáveis em estudo.

3.3 Descrição do Modelo

O presente trabalho tem por finalidade apresentar um modelo para mensurar as ineficiências das seguradoras quanto a subscrição de riscos via modelo de fronteira de produção estocástica. Para tal, será utilizada uma abordagem bayesiana e será tomada como base a função de produção de Cobb-Douglas. Dessa forma, o modelo descrito é expresso por:

$$\begin{aligned} \ln(\text{prêmio ganho}) &= \alpha + \beta \times \ln(\text{sinistro retido}) + \theta \times \ln(\text{despesas administrativas}) + \epsilon \\ &= \alpha + \beta \times \ln(\text{sinistro retido}) + \theta \times \ln(\text{despesas administrativas}) + v - u, \end{aligned}$$

no qual v será considerado uma normal com média μ e variância σ_y^2 neste trabalho.

A fim de modelar u , um erro aleatório que pode ser visto como um parâmetro de interesse responsável por medir as ineficiências, serão testadas duas distribuições, a primeira, uma normal truncada nos reais positivos com parâmetros de posição 0 e de precisão τ_u , e a segunda, uma exponencial com média $1/\lambda$. Devido a falta de informação sobre os hiperparâmetros τ_u e λ e pelos mesmos serem estritamente positivos, foram atribuídas prioris vagas seguindo uma distribuição gama com parâmetros de forma e de escala iguais a 0,01 e 0,01, respectivamente. Da mesma forma, para os hiperparâmetros α , β e θ , também foram atribuídas prioris vagas, no entanto, seguindo uma distribuição normal com média 0 e variância 1.000.

Além dos parâmetros citados acima e completando o grupo de parâmetros sob análise, serão utilizados $\sigma_y^2 = 1/\tau_y$, no qual τ_y tem distribuição gama com parâmetros de forma e de escala iguais a 0,01 e 0,01, respectivamente. Por fim, definimos $\sigma_u^2 = 1/\tau_u$ para u normal truncada, e $\sigma_u^2 = 1/\lambda^2$ para u exponencial. Lembrando que, neste contexto, assume-se independência de todos parâmetros a priori.

3.4 Resultados

Os resultados a serem apresentados nesta seção foram obtidos via OpenBUGS (Spiegelhalter, Thomas, Best, e Lunn, 2014). Com a finalidade de atingir a convergência, consideraram-se duas cadeias e foram realizadas 2,700 milhões de iterações, das quais as primeiras 50 mil foram descartadas e com base nas demais, para um $\ell = 2000$, foram coletadas amostras de tamanho 2.650 considerando ambas cadeias. Esse número grande de iterações fez-se necessário devido à persistência nas autocorrelações das cadeias e ao fato de que em análises gráficas - realizadas a partir das iterações versus o valor gerado de cada parâmetro - demorava-se a perceber a convergência das cadeias.

Os valores iniciais atribuídos para o vetor de hiperparâmetros, considerando u uma normal truncada, foram $(\alpha = 1,8, \beta = 0,7, \theta = 0,25, \tau_y = 10, \tau_u = 1)$ para a primeira cadeia e $(\alpha = 1,5, \beta = 0,5, \theta = 0,30, \tau_y = 1$ e $\tau_u = 1)$ para a segunda cadeia. Considerando u uma exponencial, foram $(\alpha = 1,8, \beta = 0,7, \theta = 0,25, \tau_y = 10, \lambda = 1)$ e $(\alpha = 1,5, \beta = 0,5, \theta = 0,30, \tau_y = 1$ e $\lambda = 1)$.

Vale ressaltar que, para facilitar a utilização do amostrador de Gibbs, foram consideradas distribuições a priori, normais de média 0 e variância 1.000, que não refletem a restrição imposta pela função de produção Cobb-Douglas dos parâmetros β e θ serem estritamente positivos. No entanto, espera-se que, para o tamanho da amostra dado a função de verossimilhança, haja informação suficiente para os resultados obtidos para as médias a posteriori e intervalos de confiança refletirem tal condição.

Além disso, tomando como base os resultados obtidos neste trabalho, foram construídas duas tabelas, uma para u Normal truncada (tabela F.1) e outra para u Exponencial (tabela G.1), nas quais constam o posicionamento mensal das quatro seguradoras em estudo com relação às suas ineficiências, ou seja, quanto melhor sua posição, menos ineficiente a seguradora apresentou-se no respectivo mês. Para tal construção, foram tomadas as médias mensais a posteriori das ineficiências u .

3.4.1 Seguradora A: Zurich

Tabela 3.3: Resultado do critério de informação do desvio para seguradora A,

	\bar{D}	$D(\theta)$	DIC	p_D
	Normal Truncada			
y	-91.57	-107.10	-76.02	15.56
	Exponencial			
y	-85.82	-93.02	-78.62	7.20

A partir de uma breve análise da tabela 3.3, tomando como base o DIC, nota-se que, apesar de a diferença entre os resultados ser pequena, o modelo que mais se adequa, no caso da seguradora A, é o modelo que toma u com distribuição exponencial. Portanto, a avaliação dos resultados, neste caso, será realizada com enfoque neste modelo.

Tabela 3.4: Resultados observados para os parâmetros do modelo referente a seguradora A, sendo $\sigma_u^2 = 1/\tau_u$ para u normal truncada e $\sigma_u^2 = 1/\lambda^2$ para u exponencial,

Parâmetros	Média	Desv. Pad.	2,5%	Mediana	97,5%
	Normal Truncada				
α	1,88500	0,53850	0,83020	1,89600	2,92800
β	0,68430	0,04687	0,59290	0,68380	0,77740
θ	0,24500	0,05488	0,13700	0,24630	0,35030
σ_y^2	0,01593	0,00332	0,01041	0,01558	0,02365
σ_u^2	0,00966	0,00558	0,00272	0,00845	0,02406
	Exponencial				
α	1,83600	0,52040	0,85020	1,82700	2,83900
β	0,68140	0,04423	0,59340	0,68090	0,76830
θ	0,24820	0,05243	0,14670	0,24670	0,35180
σ_y^2	0,01713	0,00330	0,01147	0,01667	0,02446
σ_u^2	0,00097	0,00133	0,00002	0,00046	0,00466

O primeiro ponto a ser destacado é o fato de os valores para β e θ e seus respectivos intervalos confiança terem dado estritamente positivos, satisfazendo a restrição da função de produção. Além disso, os mesmo intervalos de confiança contemplam a hipótese de retornos de escala positivos, ou seja, o aumento infinito nas despesas administrativas e no sinistro retido, na prática, não resulta em ganhos infinitos no prêmio ganho. Desta forma, percebe-se que os resultados obtidos se encaixam perfeitamente com o que se espera em um cenário desenhado pelo mercado.

Outros dois pontos a serem ressaltados são a variância σ_u^2 e o desempenho da seguradora A em relação às demais presentes neste estudo. Quanto ao primeiro, observa-se que a variância é bem pequena, indicando pouca variabilidade da ineficiência u ao longo do período estudado.

Quanto ao segundo, seguindo o apêndice G.1, conclui-se que a seguradora, com base nos 68 meses analisados, colocou-se na maior parte do tempo, 47 meses, como a segunda menos ineficiente, além de outros 10 como a menos ineficiente e 11 como a terceira.

3.4.2 Seguradora B: MAPFRE

Tabela 3.5: Resultado do critério de informação do desvio para seguradora B,

	\bar{D}	$D(\theta)$	DIC	p_D
	Normal Truncada			
y	-167.20	-196.60	-137.80	29.41
	Exponencial			
y	-154.00	-172.10	-136.00	18.01

Analisando a tabela 3.5, nota-se que, com base no resultados do DIC, apesar de ambos serem bastante próximos, o modelo que melhor se ajusta, no caso da seguradora B, é o que considera a inficiência u com distribuição normal truncada. Desta forma, este modelo será tomado como base para as posteriores conclusões.

Tabela 3.6: Resultados observados para os parâmetros do modelo referente a seguradora B, sendo $\sigma_u^2 = 1/\tau_u$ para u normal truncada e $\sigma_u^2 = 1/\lambda^2$ para u exponencial,

Parâmetros	Média	Desv. Pad.	2,5%	Mediana	97,5%
	Normal Truncada				
α	-0,66790	0,85470	-2,27500	-0,69610	1,02800
β	0,55860	0,06577	0,43370	0,55910	0,68250
θ	0,53920	0,06090	0,42440	0,53790	0,66210
σ_y^2	0,00555	0,00177	0,00262	0,00540	0,00953
σ_u^2	0,01069	0,00492	0,00344	0,00998	0,02220
	Exponencial				
α	-0,53450	0,85370	-2,24300	-0,53330	1,07100
β	0,55130	0,06197	0,42680	0,55470	0,66390
θ	0,53690	0,05641	0,43090	0,53580	0,65140
σ_y^2	0,00665	0,00196	0,00335	0,00651	0,01089
σ_u^2	0,00232	0,00213	0,00004	0,00187	0,00752

Também para o caso da seguradora B, vale ressaltar que os valores dos parâmetros β e θ e seus respectivos intervalos de confiança são estritamente positivos, satisfazendo a condição inicial, mesmo diante do fato de não terem sido atribuídas prioris que a satisfizesse. Da mesma maneira, considerando ambos intervalos de confiança, percebe-se que o caso de retornos de escala

decrecentes, ou seja, o mais próximo da realidade, é contemplado. O destaque desses fatos é importante já que são os mesmos que fazem o modelo apresentado terem um sentido prático.

Pode-se destacar outros dois pontos, a variância σ_u^2 resultante e o desempenho da seguradora B em relação as demais. Quanto à variância, nota-se que, em comparação com a seguradora A, há uma concentração bem menor no entorno da média, indicando que, dependendo do mês avaliado, as ineficiências podem apresentar valores bem diferentes. Quanto ao desempenho, tem-se que, na maior parte do período estudado, 21 meses, a seguradora se posicionou como a terceira menos ineficiente, além de outros 20 como a segunda e 19 e 7 meses, como a primeira e a última, respectivamente.

3.4.3 Seguradora C: Generali

Tabela 3.7: Resultado do critério de informação do desvio para seguradora C,

	\bar{D}	$D(\theta)$	DIC	p_D
	Normal Truncada			
y	-42.35	-63.42	-21.28	21.07
	Exponencial			
y	-40.62	-57.58	-23.66	16.96

Tomando como base a tabela 3.7, percebe-se que, apesar dos valores serem bastante próximos, o modelo que melhor se adequa para o caso da seguradora C é o que considera a ineficiência u com distribuição exponencial. Desta forma, as análises seguintes serão feitas em cima dos resultados dados pelo mesmo.

Assim como as anteriores, analisando os resultados obtidos, é correto dizer que para a seguradora C os parâmetros β e θ também satisfazem a condição inicial. E assim como os demais, considerando seus intervalos de confiança, nota-se que o caso mais próximo da realidade, ou seja, de retornos de escala decrescentes, também é contemplado. Olhando para a variância σ_u^2 , pode-se concluir que a seguradora C, apresentou um valor ainda maior que a seguradora B, os resultados para ineficiência u variam bastante dependendo do mês ou dos meses sob avaliação.

Com base nos resultados apresentados no apêndice G.1, conclui-se que a seguradora C apresentou, incontestavelmente, o pior resultado quando comparada às outras três. Em 62 dos 68 meses estudados, tomando como referência média a posteriori de u , a seguradora apresentou-se como a mais ineficiente. Além disso, nos 6 meses restantes, a mesma foi a terceira menos ineficiente.

Tabela 3.8: Resultados observados para os parâmetros do modelo referente a seguradora C, sendo $\sigma_u^2 = 1/\tau_u$ para u normal truncada e $\sigma_u^2 = 1/\lambda^2$ para u exponencial,

Parâmetros	Média	Desv. Pad.	2,5%	Mediana	97,5%
Normal Truncada					
α	-0,49300	0,98530	-2,41400	-0,51580	1,44900
β	0,60140	0,08533	0,43360	0,60150	0,76520
θ	0,49570	0,11500	0,26980	0,49420	0,71920
σ_y^2	0,03304	0,00943	0,01662	0,03241	0,05380
σ_u^2	0,03475	0,02275	0,00535	0,03016	0,08964
Exponencial					
α	-0,52800	0,93150	-2,42800	-0,52130	1,33100
β	0,59880	0,08148	0,43900	0,59990	0,75590
θ	0,49750	0,10790	0,28770	0,49600	0,71460
σ_y^2	0,03355	0,00924	0,01928	0,03215	0,05402
σ_u^2	0,01017	0,00874	0,00007	0,00835	0,03180

3.4.4 Seguradora D

Tabela 3.9: Resultado do critério de informação do desvio para seguradora D,

	\bar{D}	$D(\theta)$	DIC	p_D
Normal Truncada				
y	-202.70	-229.10	-176.30	26.42
Exponencial				
y	-184.00	-193.20	-174.70	9.27

Considerando uma análise da tabela 3.9, nota-se que, apesar da pequena diferença entre os resultados, o modelo que melhor se ajustou foi o que tomou a ineficiência u como uma distribuição normal truncada. Portanto, as conclusões subsequentes serão feitas a partir dos resultados observados para o mesmo.

Analisando os resultados dos parâmetros do modelo no caso da seguradora D, destaca-se, assim como as demais, o fato de os parâmetros β e θ e seus respectivos intervalos de confiança serem estritamente positivos. No caso desta seguradora, também, assim como no caso das demais, os intervalos de confiança para os parâmetros citados acima, também contemplam o caso de retornos de escala decrescentes, ou seja, pode-se dizer que os quatro modelos apresentados conseguem traduzir com alguma precisão o que realmente é percebido na prática.

Tomando o resultado apresentado para σ_u^2 , percebe-se que o mesmo é ainda menor que o constatado no caso da seguradora A, ou seja, as ineficiências u encontram-se bastante concentradas em torno da média. Soma-se a isso, o fato que a seguradora C foi consistentemente a que

Tabela 3.10: Resultados observados para os parâmetros do modelo referente a seguradora D, sendo $\sigma_u^2 = 1/\tau_u$ para u normal truncada e $\sigma_u^2 = 1/\lambda^2$ para u exponencial,

Parâmetros	Média	Desv. Pad.	2,5%	Mediana	97,5%
Normal Truncada					
α	3,84500	0,54890	2,82600	3,83700	4,95700
β	0,11780	0,04807	0,02725	0,11670	0,21320
θ	0,73280	0,05145	0,63130	0,73390	0,82740
σ_y^2	0,00338	0,00088	0,00184	0,00330	0,00531
σ_u^2	0,00533	0,00225	0,00208	0,00495	0,01071
Exponencial					
α	3,76100	0,52210	2,75100	3,74400	4,79400
β	0,13130	0,04241	0,04430	0,13220	0,21380
θ	0,72130	0,04911	0,62260	0,72110	0,81800
σ_y^2	0,00428	0,00089	0,00276	0,00420	0,00628
σ_u^2	0,00046	0,00056	0,00001	0,00026	0,00203

apresentou melhor desempenho, ou seja, foi a menos ineficiente ao longo do período estudado. Segundo resultado apresentado no apêndice F.1, em 39 meses, a mesma colocou-se como a de menor ineficiência, em outros 19 meses, como a segunda, estando apenas em 9 meses como terceiro menor u .

Capítulo 4

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O mercado segurador brasileiro tem se desenvolvido bastante nos últimos anos e apresentado taxas de crescimento anuais, consistentemente, maiores que as taxas de crescimento do Produto Interno Bruto (PIB). O ramo de automóveis desempenha papel fundamental nesses resultados, já que representa o produto mais difundido dentre a população e soma grandes quantias em reservas todos os anos. Sendo assim, o presente trabalho tentou mensurar o desempenho dessas companhias através da estimação de modelos de fronteira de produção que pudessem explicar o comportamento das ineficiências ao longo do tempo estudado.

Ao longo do trabalho, foram selecionadas um total de quatro seguradoras, Zurich, MAPFRE, Generali e CHUBB por meio, primeiramente, de critérios qualitativos e, posteriormente, quantitativos. Considerou-se, unicamente, a função de produção Cobb-Douglas e, seguindo uma abordagem bayesiana, através da utilização do OpenBUGS, focou-se no desenvolvimento de modelos que se ajustassem ao parâmetro de interesse u , ineficiência. Para isso, foram atribuídas duas distribuições a priori para o mesmo, normal truncada e exponencial.

No entanto, pode-se destacar que diferentes alternativas foram tentadas e esbarraram, principalmente, em limitações computacionais. Além da função de Cobb-Douglas, experimentou-se a função de produção translogarítmica, que mostrou-se inviável pela falta de convergência da cadeia de Markov - o amostrador de Gibbs - mesmo após um número grande de iterações. Somando-se a essa limitação, houve problemas na especificação dos hiperparâmetros da distribuição a priori quando foram considerados u lognormal e gama. Por fim, devido ao programa requerer um grande uso de memória, a estimação da distribuição das eficiências $r = \exp(-u)$ foi impossibilitada.

Diante desses fatores e pelo tema abordado pelo trabalho ser notoriamente relevante, considerando o cenário de um mercado cada vez mais competitivo, deixa-se em aberto para trabalhos futuros a aplicação de métodos computacionais mais eficientes que permitam que as limitações apresentadas sejam superadas. Dessa forma, o número de possibilidades é ampliado, proporcionando assim a inclusão de mais distribuições para u e a utilização de outras funções de produção além da já apresentada neste trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Ahn, S., Kim, J., e Ramaswami, V. (2012). A new class of models for heavy tailed distributions in finance and insurance risk. *Insurance: Mathematics and Economics*, 51, 43–52.
- Aigner, D., Lovell, K. A. K., e Schmidt, P. (1977). Formulation and estimation of stochastic frontier production function models. *Journal of Econometrics*, 6, 21–37.
- Battese, C. G., G. E. (1977). Estimation of a production frontier model, with application to the pastoral zone of eastern australia. *Australian Journal of Agricultural Economics*, 21, 169–179.
- Box, G. E. P., e Pierce, D. A. (1970). Distribution of residual autocorrelations in autoregressive-integrated moving average time series models. *Journal of the American Statistical Association*, 65, 1509–1526.
- Charnes, A., Cooper, W. W., e Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429–444.
- Contador, C. R., Consenza, C. A. N., Lins, A. C., e Gonçalves-Neto, A. C. (2000). Avaliações da performance do mercado segurador brasileiro através do método dea (data envelopment analysis) no primeiro semestre de 1999. *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, 32.
- Cooper, W. W., Seiford, L. M., e Tone, K. (2007). *Data envelopment analysis* (2nd ed.). Cham: Springer.
- DeGroot, M. H., e Schervish, M. J. (2002). *Probability and statistics* (4th ed.). Boston: Pearson.
- Eling, M. (2012). Fitting insurance claims to skewed distributions: Are the skew-normal and

skew-student good models? *Insurance: Mathematics and Economics*, 51, 239–248.

Fonseca, T. (2005). *Fronteira de produção estocástica: uma abordagem bayesiana* (Tech. Rep.).

Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada.

Gamerman, D., e Lopes, H. F. (2006). *Markov chain Monte Carlo: Stochastic simulation for Bayesian inference* (2nd ed.). London: Chapman & Hall.

Gelfand, A., e Smith, A. (1990). Sampling based approaches to calculating marginal densities. *Journal of the American Statistical Association*, 85, 398–409.

Gilks, W. R., Richardson, S., e Spiegelhalter, D. J. (1996). *Markov chain Monte Carlo in practice* (1st ed.). London: Chapman & Hall.

Greene, W. (1990). A gamma distributed stochastic frontier model. *Journal of Econometrics*, 46, 141–164.

Jarque, C. M., e Bera, A. K. (1980). Efficient teste for normality, homoscedasticity and serial independence of regression residuals. *Economics Letters*, 6, 255–259.

Ljung, G. M., e Box, G. E. P. (1978). On a measure of lack of fit in time series models. *Biometrika*, 65, 297–303.

Medrano, L. A. T. (2003). *Análise bayesiana de modelos de fronteira de produção estocástica*. Unpublished master's thesis, UFRJ, Rio de Janeiro.

Meeusen, W., e Van den Broeck, J. (1977). Efficiency estimation from Cobb-Douglas production functions with composed error. *International Economic Review*, 18, 435–444.

Migon, H. S., e Gamerman, D. (2014). *Statistical inference: An integrated approach* (2nd ed.). London: Chapman & Hall.

Pindyck, R. S., e Rubinfeld, D. L. (2005). *Microeconomia* (6th ed.). São Paulo: Pearson.

Shapiro, S., e Wilk, M. (1965). An analysis of variance test for normality (complete samples).

Biometrika, 52, 591–611.

Soteriou, A., e Zenios, S. A. (1999). Operations, quality, and profitability in the provision of banking services. *Management Science*, 45(9), 1221–1238.

Spiegelhalter, D. J., Best, N. G., Carlin, B. P., e Van der Linde, A. (2002). Bayesian measures of model complexity and fit. *Journal of Royal Statistical Society*, 64(4), 583–639.

Spiegelhalter, D. J., Thomas, A., Best, N. G., e Lunn, D. J. (2014). Openbugs user manual [Computer software manual]. Retrieved from <http://www.openbugs.net/w/Downloads>

Stevenson, R. (1980). Likelihood functions for generalized stochastic frontier estimation. *Journal of Econometrics*, 13, 57–66.

Tierney, L. (1994). Markov chains for exploring posterior distributions. *Annals of Statistics*, 22, 1701–1786.

Van den Broeck, J., Koop, G., Osiewalski, J., e Steel, M. F. J. (1994). Stochastic frontier models: A bayesian perspective. *Journal of Econometrics*, 61, 273–303.

i : índice correspondente a cada insumo analisado;

u_k : coeficiente correspondente à produção k ;

v_i : coeficiente correspondente ao insumo i ;

y_{kj} : valor da produção k correspondente à unidade de serviço j ;

x_{ij} : valor do insumo i correspondente à unidade de serviço j ;

SU_j : unidade de serviço j .

Apêndice B

DESEMPENHO SEGURADORA A: ZURICH

Tabela B.1: Resultados obtidos para seguradora A, sendo u , ineficiência, normal truncada,

Parâmetros	Média	Desv. Pad.	Parâmetros	Média	Desv. Pad.
u_1	0,10480	0,06997	u_{35}	0,07445	0,05526
u_2	0,07799	0,05760	u_{36}	0,08785	0,06402
u_3	0,07020	0,05407	u_{37}	0,07366	0,05489
u_4	0,07447	0,05484	u_{38}	0,06667	0,05135
u_5	0,05663	0,04550	u_{39}	0,07273	0,05396
u_6	0,10450	0,07169	u_{40}	0,07243	0,05598
u_7	0,08943	0,06406	u_{41}	0,07090	0,05447
u_8	0,14810	0,08917	u_{42}	0,05585	0,04632
u_9	0,12090	0,07703	u_{43}	0,06026	0,04783
u_{10}	0,12210	0,07752	u_{44}	0,05285	0,04277
u_{11}	0,04060	0,03483	u_{45}	0,06075	0,04724
u_{12}	0,07284	0,05481	u_{46}	0,05204	0,04317
u_{13}	0,10340	0,07264	u_{47}	0,08510	0,06334
u_{14}	0,07282	0,05600	u_{48}	0,08753	0,06196
u_{15}	0,09260	0,06501	u_{49}	0,10190	0,07037
u_{16}	0,06966	0,05326	u_{50}	0,09583	0,06793
u_{17}	0,08346	0,06116	u_{51}	0,05933	0,04729
u_{18}	0,09289	0,06541	u_{52}	0,07333	0,05536
u_{19}	0,08020	0,05885	u_{53}	0,07276	0,05466
u_{20}	0,06610	0,05308	u_{54}	0,06493	0,05087
u_{21}	0,05198	0,04254	u_{55}	0,08620	0,06358
u_{22}	0,05078	0,04147	u_{56}	0,07706	0,05889
u_{23}	0,06462	0,05019	u_{57}	0,08792	0,06263
u_{24}	0,08210	0,06008	u_{58}	0,06968	0,05360
u_{25}	0,04616	0,03930	u_{59}	0,04402	0,03736
u_{26}	0,07727	0,05785	u_{60}	0,07171	0,05563
u_{27}	0,06683	0,05197	u_{61}	0,06497	0,05073
u_{28}	0,06415	0,05055	u_{62}	0,07794	0,05879
u_{29}	0,06954	0,05309	u_{63}	0,08149	0,06066
u_{30}	0,07272	0,05516	u_{64}	0,05301	0,04473
u_{31}	0,07097	0,05295	u_{65}	0,06194	0,04784
u_{32}	0,10020	0,06899	u_{66}	0,02333	0,02141
u_{33}	0,06085	0,04806	u_{67}	0,06688	0,05465
u_{34}	0,06448	0,05124	u_{68}	0,05524	0,04504

Tabela B.2: Resultados obtidos para seguradora A, sendo u , ineficiência, exponencial,

Parâmetros	Média	Desv. Pad.	Parâmetros	Média	Desv. Pad.
u_1	0,03275	0,04222	u_{35}	0,02527	0,03111
u_2	0,02593	0,03347	u_{36}	0,02928	0,03866
u_3	0,02392	0,03005	u_{37}	0,02492	0,03273
u_4	0,02494	0,03206	u_{38}	0,02245	0,02850
u_5	0,02059	0,02407	u_{39}	0,02502	0,03187
u_6	0,03520	0,04638	u_{40}	0,02399	0,02971
u_7	0,02901	0,03824	u_{41}	0,02506	0,03244
u_8	0,05163	0,07134	u_{42}	0,01990	0,02434
u_9	0,03982	0,05268	u_{43}	0,02069	0,02471
u_{10}	0,03929	0,05319	u_{44}	0,01974	0,02308
u_{11}	0,01649	0,01996	u_{45}	0,02090	0,02589
u_{12}	0,02459	0,03113	u_{46}	0,01976	0,02389
u_{13}	0,03326	0,04389	u_{47}	0,02810	0,03754
u_{14}	0,02414	0,03033	u_{48}	0,02903	0,03675
u_{15}	0,03043	0,04056	u_{49}	0,03344	0,04369
u_{16}	0,02352	0,02880	u_{50}	0,03192	0,04333
u_{17}	0,02797	0,03543	u_{51}	0,02145	0,02716
u_{18}	0,03071	0,04150	u_{52}	0,02441	0,03026
u_{19}	0,02721	0,03400	u_{53}	0,02434	0,03094
u_{20}	0,02304	0,02842	u_{54}	0,02234	0,02798
u_{21}	0,01928	0,02353	u_{55}	0,02918	0,03798
u_{22}	0,01934	0,02318	u_{56}	0,02540	0,03213
u_{23}	0,02212	0,02815	u_{57}	0,02805	0,03623
u_{24}	0,02680	0,03492	u_{58}	0,02355	0,03041
u_{25}	0,01777	0,02137	u_{59}	0,01751	0,02084
u_{26}	0,02614	0,03316	u_{60}	0,02331	0,02940
u_{27}	0,02286	0,03068	u_{61}	0,02333	0,02914
u_{28}	0,02225	0,02791	u_{62}	0,02538	0,03207
u_{29}	0,02307	0,02798	u_{63}	0,02679	0,03446
u_{30}	0,02434	0,02979	u_{64}	0,02032	0,02493
u_{31}	0,02373	0,03052	u_{65}	0,02149	0,02803
u_{32}	0,03316	0,04360	u_{66}	0,01214	0,01468
u_{33}	0,02163	0,02613	u_{67}	0,02345	0,02898
u_{34}	0,02231	0,02898	u_{68}	0,01937	0,02332

Apêndice C

DESEMPENHO SEGURADORA B: MAPFRETabela C.1: Resultados obtidos para seguradora B, sendo u , ineficiência, normal truncada,

Parâmetros	Média	Desv. Pad.	Parâmetros	Média	Desv. Pad.
u_1	0,07073	0,04689	u_{35}	0,04718	0,03689
u_2	0,05644	0,04047	u_{36}	0,08922	0,05337
u_3	0,07037	0,04645	u_{37}	0,06604	0,04408
u_4	0,06869	0,04499	u_{38}	0,06395	0,04365
u_5	0,06070	0,04351	u_{39}	0,05186	0,03823
u_6	0,09407	0,05378	u_{40}	0,06665	0,04531
u_7	0,08828	0,05213	u_{41}	0,25610	0,09258
u_8	0,07105	0,04641	u_{42}	0,09363	0,05411
u_9	0,09427	0,05372	u_{43}	0,06505	0,04475
u_{10}	0,05574	0,04050	u_{44}	0,11520	0,06218
u_{11}	0,03738	0,03064	u_{45}	0,15910	0,07717
u_{12}	0,06439	0,04400	u_{46}	0,03066	0,02688
u_{13}	0,07325	0,04721	u_{47}	0,03052	0,02741
u_{14}	0,05880	0,04197	u_{48}	0,13140	0,06593
u_{15}	0,11170	0,05861	u_{49}	0,03841	0,03098
u_{16}	0,06756	0,04515	u_{50}	0,06385	0,04390
u_{17}	0,06265	0,04416	u_{51}	0,03818	0,03142
u_{18}	0,05714	0,04096	u_{52}	0,07916	0,05144
u_{19}	0,10790	0,05858	u_{53}	0,05431	0,04003
u_{20}	0,06255	0,04345	u_{54}	0,03479	0,02923
u_{21}	0,06256	0,04303	u_{55}	0,04158	0,03356
u_{22}	0,07027	0,04609	u_{56}	0,03157	0,02706
u_{23}	0,08234	0,05080	u_{57}	0,15380	0,07948
u_{24}	0,08167	0,05067	u_{58}	0,05469	0,04018
u_{25}	0,06084	0,04149	u_{59}	0,06912	0,04645
u_{26}	0,07478	0,04837	u_{60}	0,03963	0,03323
u_{27}	0,09881	0,05646	u_{61}	0,05779	0,04054
u_{28}	0,08825	0,05325	u_{62}	0,03055	0,02670
u_{29}	0,11100	0,06005	u_{63}	0,05827	0,04242
u_{30}	0,10260	0,06165	u_{64}	0,10210	0,05827
u_{31}	0,08984	0,05362	u_{65}	0,14570	0,07278
u_{32}	0,08605	0,05245	u_{66}	0,09138	0,05582
u_{33}	0,09037	0,05445	u_{67}	0,11560	0,06196
u_{34}	0,04619	0,03671	u_{68}	0,18860	0,08445

Tabela C.2: Resultados obtidos para seguradora B, sendo u , ineficiência, exponencial,

Parâmetros	Média	Desv. Pad.	Parâmetros	Média	Desv. Pad.
u_1	0,03541	0,03478	u_{35}	0,02571	0,02662
u_2	0,02860	0,02874	u_{36}	0,04485	0,04388
u_3	0,03635	0,03647	u_{37}	0,03274	0,03287
u_4	0,03482	0,03448	u_{38}	0,03253	0,03266
u_5	0,03108	0,03115	u_{39}	0,02762	0,02799
u_6	0,04780	0,04664	u_{40}	0,03252	0,03266
u_7	0,04485	0,04276	u_{41}	0,19350	0,13050
u_8	0,03718	0,03658	u_{42}	0,04682	0,04512
u_9	0,04778	0,04573	u_{43}	0,03298	0,03294
u_{10}	0,02871	0,02920	u_{44}	0,05905	0,05537
u_{11}	0,02151	0,02269	u_{45}	0,09066	0,08070
u_{12}	0,03326	0,03369	u_{46}	0,01872	0,01874
u_{13}	0,03706	0,03614	u_{47}	0,01754	0,01849
u_{14}	0,03101	0,03172	u_{48}	0,07132	0,06560
u_{15}	0,05670	0,05345	u_{49}	0,02187	0,02201
u_{16}	0,03374	0,03386	u_{50}	0,03308	0,03346
u_{17}	0,03185	0,03134	u_{51}	0,02181	0,02273
u_{18}	0,02948	0,02986	u_{52}	0,03881	0,03972
u_{19}	0,05487	0,05070	u_{53}	0,02768	0,02861
u_{20}	0,03226	0,03216	u_{54}	0,01979	0,02086
u_{21}	0,03269	0,03305	u_{55}	0,02306	0,02389
u_{22}	0,03542	0,03494	u_{56}	0,01917	0,01974
u_{23}	0,03978	0,03873	u_{57}	0,08943	0,08354
u_{24}	0,04037	0,03990	u_{58}	0,02813	0,02895
u_{25}	0,03109	0,03118	u_{59}	0,03541	0,03665
u_{26}	0,03638	0,03613	u_{60}	0,02205	0,02212
u_{27}	0,04971	0,04653	u_{61}	0,03039	0,03027
u_{28}	0,04453	0,04377	u_{62}	0,01853	0,01903
u_{29}	0,05727	0,05448	u_{63}	0,02964	0,03032
u_{30}	0,05308	0,05275	u_{64}	0,05330	0,05211
u_{31}	0,04377	0,04363	u_{65}	0,08267	0,07366
u_{32}	0,04122	0,04187	u_{66}	0,04649	0,04575
u_{33}	0,04569	0,04441	u_{67}	0,06183	0,05951
u_{34}	0,02425	0,02484	u_{68}	0,11790	0,09840

Apêndice D

DESEMPENHO SEGURADORA C: GENERALI

Tabela D.1: Resultados obtidos para seguradora C, sendo u , ineficiência, normal truncada,

Parâmetros	Média	Desv. Pad.	Parâmetros	Média	Desv. Pad.
u_1	0,16150	0,11610	u_{35}	0,13950	0,10010
u_2	0,13020	0,09539	u_{36}	0,13670	0,10060
u_3	0,06742	0,05947	u_{37}	0,17570	0,12040
u_4	0,12160	0,09204	u_{38}	0,16770	0,11650
u_5	0,10820	0,08438	u_{39}	0,08274	0,07005
u_6	0,18020	0,12050	u_{40}	0,16050	0,11040
u_7	0,14130	0,10140	u_{41}	0,23000	0,14730
u_8	0,11460	0,08832	u_{42}	0,18580	0,12310
u_9	0,09123	0,07559	u_{43}	0,13330	0,09652
u_{10}	0,11490	0,08756	u_{44}	0,12410	0,09346
u_{11}	0,15470	0,11090	u_{45}	0,24430	0,15280
u_{12}	0,16830	0,11570	u_{46}	0,16400	0,11160
u_{13}	0,12370	0,09338	u_{47}	0,16580	0,11640
u_{14}	0,11070	0,08593	u_{48}	0,23240	0,14640
u_{15}	0,12120	0,09013	u_{49}	0,13480	0,10000
u_{16}	0,11420	0,08459	u_{50}	0,15500	0,11270
u_{17}	0,09470	0,07658	u_{51}	0,16890	0,11690
u_{18}	0,12850	0,09411	u_{52}	0,13290	0,09891
u_{19}	0,07210	0,06156	u_{53}	0,15420	0,10930
u_{20}	0,14440	0,10260	u_{54}	0,12730	0,09674
u_{21}	0,11040	0,08383	u_{55}	0,07137	0,06219
u_{22}	0,08997	0,07533	u_{56}	0,15120	0,10730
u_{23}	0,13420	0,10110	u_{57}	0,09125	0,07624
u_{24}	0,14540	0,10450	u_{58}	0,10570	0,08268
u_{25}	0,12790	0,09660	u_{59}	0,10940	0,08639
u_{26}	0,13000	0,09514	u_{60}	0,10280	0,08382
u_{27}	0,16720	0,11740	u_{61}	0,17560	0,12410
u_{28}	0,10810	0,08411	u_{62}	0,09883	0,08027
u_{29}	0,15920	0,11040	u_{63}	0,04816	0,04463
u_{30}	0,16880	0,11840	u_{64}	0,16280	0,11540
u_{31}	0,07238	0,06122	u_{65}	0,13500	0,10110
u_{32}	0,09433	0,07612	u_{66}	0,07797	0,06567
u_{33}	0,47640	0,24060	u_{67}	0,25600	0,16540
u_{34}	0,12940	0,09649	u_{68}	0,06266	0,05588

Tabela D.2: Resultados obtidos para seguradora C, sendo u , ineficiência, exponencial,

Parâmetros	Média	Desv. Pad.	Parâmetros	Média	Desv. Pad.
u_1	0,10180	0,10120	u_{35}	0,08286	0,08336
u_2	0,07628	0,07646	u_{36}	0,07952	0,08086
u_3	0,04141	0,04426	u_{37}	0,10750	0,10630
u_4	0,07541	0,07712	u_{38}	0,10060	0,09838
u_5	0,06493	0,06763	u_{39}	0,04789	0,04976
u_6	0,11240	0,10770	u_{40}	0,09634	0,09355
u_7	0,08604	0,08815	u_{41}	0,16410	0,15160
u_8	0,06824	0,06906	u_{42}	0,11760	0,11290
u_9	0,05540	0,05646	u_{43}	0,07680	0,07736
u_{10}	0,06926	0,07088	u_{44}	0,07436	0,07826
u_{11}	0,09706	0,09355	u_{45}	0,17130	0,15010
u_{12}	0,10670	0,10150	u_{46}	0,09988	0,09670
u_{13}	0,07232	0,07126	u_{47}	0,09870	0,09670
u_{14}	0,06534	0,06600	u_{48}	0,16180	0,14780
u_{15}	0,07004	0,07139	u_{49}	0,08023	0,07789
u_{16}	0,06588	0,06901	u_{50}	0,09646	0,09560
u_{17}	0,05575	0,05829	u_{51}	0,10510	0,10410
u_{18}	0,07488	0,07540	u_{52}	0,07598	0,07856
u_{19}	0,04509	0,04626	u_{53}	0,09589	0,09558
u_{20}	0,08714	0,08769	u_{54}	0,07617	0,07772
u_{21}	0,06361	0,06496	u_{55}	0,04231	0,04324
u_{22}	0,05313	0,05621	u_{56}	0,08677	0,08770
u_{23}	0,07858	0,07949	u_{57}	0,05232	0,05527
u_{24}	0,09112	0,09148	u_{58}	0,06040	0,06232
u_{25}	0,07762	0,07865	u_{59}	0,06345	0,06533
u_{26}	0,07664	0,07647	u_{60}	0,06019	0,06271
u_{27}	0,10260	0,10260	u_{61}	0,11290	0,11380
u_{28}	0,06300	0,06534	u_{62}	0,05901	0,06108
u_{29}	0,10040	0,09912	u_{63}	0,03140	0,03339
u_{30}	0,10420	0,09988	u_{64}	0,09850	0,09772
u_{31}	0,04529	0,04672	u_{65}	0,08031	0,08211
u_{32}	0,05662	0,05901	u_{66}	0,04412	0,04726
u_{33}	0,50870	0,31780	u_{67}	0,18530	0,16910
u_{34}	0,07301	0,07371	u_{68}	0,03846	0,04055

Apêndice E

DESEMPENHO SEGURADORA D: CHUBB

Tabela E.1: Resultados obtidos para seguradora D, sendo u , ineficiência, normal truncada,

Parâmetros	Média	Desv. Pad.	Parâmetros	Média	Desv. Pad.
u_1	0,06028	0,03889	u_{35}	0,07286	0,04120
u_2	0,04077	0,03049	u_{36}	0,02737	0,02339
u_3	0,11180	0,05292	u_{37}	0,03748	0,02895
u_4	0,04763	0,03407	u_{38}	0,10260	0,05005
u_5	0,10200	0,05123	u_{39}	0,03330	0,02591
u_6	0,10230	0,04974	u_{40}	0,06987	0,04147
u_7	0,06527	0,04038	u_{41}	0,03986	0,02954
u_8	0,08580	0,04650	u_{42}	0,04589	0,03237
u_9	0,09513	0,04818	u_{43}	0,08212	0,04518
u_{10}	0,05398	0,03598	u_{44}	0,04319	0,03067
u_{11}	0,05443	0,03638	u_{45}	0,09926	0,05084
u_{12}	0,06392	0,03945	u_{46}	0,04569	0,03268
u_{13}	0,09303	0,04648	u_{47}	0,02292	0,02010
u_{14}	0,05711	0,03650	u_{48}	0,04063	0,02975
u_{15}	0,04934	0,03376	u_{49}	0,04433	0,03167
u_{16}	0,05173	0,03520	u_{50}	0,07646	0,04358
u_{17}	0,02793	0,02299	u_{51}	0,07540	0,04251
u_{18}	0,04768	0,03242	u_{52}	0,03584	0,02711
u_{19}	0,03249	0,02591	u_{53}	0,04515	0,03211
u_{20}	0,08562	0,04635	u_{54}	0,06547	0,03996
u_{21}	0,02778	0,02335	u_{55}	0,07738	0,04410
u_{22}	0,03134	0,02463	u_{56}	0,06785	0,04112
u_{23}	0,05621	0,03639	u_{57}	0,06515	0,03942
u_{24}	0,03133	0,02518	u_{58}	0,06384	0,03976
u_{25}	0,04443	0,03209	u_{59}	0,04610	0,03201
u_{26}	0,04152	0,02994	u_{60}	0,03400	0,02674
u_{27}	0,03628	0,02766	u_{61}	0,06291	0,03895
u_{28}	0,03290	0,02643	u_{62}	0,04476	0,03176
u_{29}	0,03865	0,02859	u_{63}	0,02012	0,01832
u_{30}	0,02768	0,02323	u_{64}	0,05808	0,03751
u_{31}	0,06802	0,04190	u_{65}	0,07998	0,04476
u_{32}	0,05884	0,04028	u_{66}	0,03751	0,02845
u_{33}	0,02925	0,02362	u_{67}	0,06112	0,03819
u_{34}	0,04982	0,03384	u_{68}	0,06204	0,03792

Tabela E.2: Resultados obtidos para seguradora D, sendo u , ineficiência, exponencial,

Parâmetros	Média	Desv. Pad.	Parâmetros	Média	Desv. Pad.
u_1	0,72130	0,04911	u_{35}	0,01717	0,01970
u_2	0,01933	0,02211	u_{36}	0,02160	0,02531
u_3	0,01424	0,01626	u_{37}	0,01162	0,01273
u_4	0,03401	0,03967	u_{38}	0,01419	0,01601
u_5	0,01632	0,01917	u_{39}	0,03148	0,03622
u_6	0,03014	0,03636	u_{40}	0,01310	0,01439
u_7	0,03164	0,03786	u_{41}	0,02109	0,02414
u_8	0,01977	0,02256	u_{42}	0,01444	0,01556
u_9	0,02557	0,03078	u_{43}	0,01597	0,01839
u_{10}	0,02849	0,03360	u_{44}	0,02460	0,02870
u_{11}	0,01711	0,01955	u_{45}	0,01513	0,01665
u_{12}	0,01725	0,02043	u_{46}	0,02989	0,03563
u_{13}	0,01987	0,02315	u_{47}	0,01583	0,01810
u_{14}	0,02766	0,03310	u_{48}	0,01096	0,01196
u_{15}	0,01799	0,02060	u_{49}	0,01418	0,01578
u_{16}	0,01645	0,01844	u_{50}	0,01543	0,01725
u_{17}	0,01739	0,02000	u_{51}	0,02319	0,02642
u_{18}	0,01162	0,01328	u_{52}	0,02247	0,02622
u_{19}	0,01622	0,01902	u_{53}	0,01299	0,01430
u_{20}	0,01300	0,01438	u_{54}	0,01546	0,01753
u_{21}	0,02451	0,02777	u_{55}	0,01977	0,02241
u_{22}	0,01223	0,01386	u_{56}	0,02225	0,02577
u_{23}	0,01311	0,01481	u_{57}	0,02036	0,02345
u_{24}	0,01823	0,02117	u_{58}	0,01980	0,02278
u_{25}	0,01297	0,01419	u_{59}	0,01968	0,02252
u_{26}	0,01574	0,01775	u_{60}	0,01594	0,01725
u_{27}	0,01462	0,01603	u_{61}	0,01279	0,01393
u_{28}	0,01355	0,01516	u_{62}	0,01962	0,02271
u_{29}	0,01302	0,01467	u_{63}	0,01590	0,01790
u_{30}	0,01382	0,01522	u_{64}	0,00991	0,01054
u_{31}	0,01170	0,01332	u_{65}	0,01840	0,02131
u_{32}	0,01984	0,02328	u_{66}	0,02281	0,02690
u_{33}	0,01682	0,01983	u_{67}	0,01386	0,01575
u_{34}	0,01168	0,01288	u_{68}	0,01911	0,02194

Apêndice F

RANKING MENSAL DAS SEGURADORAS EM ESTUDO PARA U N. TRUNCADA

Tabela F.1: Ranking mensal entre as seguradoras em estudo considerando u Normal Truncada,

Mês	A	B	C	D	Mês	A	B	C	D
abr-08	3 ^a	2 ^a	4 ^a	1 ^a	fev-11	3 ^a	1 ^a	4 ^a	2 ^a
mai-08	3 ^a	2 ^a	4 ^a	1 ^a	mar-11	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a
jun-08	2 ^a	3 ^a	1 ^a	4 ^a	abr-11	3 ^a	2 ^a	4 ^a	1 ^a
jul-08	3 ^a	2 ^a	4 ^a	1 ^a	mai-11	2 ^a	1 ^a	4 ^a	3 ^a
ago-08	1 ^a	2 ^a	4 ^a	3 ^a	jun-11	3 ^a	2 ^a	4 ^a	1 ^a
set-08	3 ^a	1 ^a	4 ^a	2 ^a	jul-11	3 ^a	1 ^a	4 ^a	2 ^a
out-08	3 ^a	2 ^a	4 ^a	1 ^a	ago-11	2 ^a	4 ^a	3 ^a	1 ^a
nov-08	4 ^a	1 ^a	3 ^a	2 ^a	set-11	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a
dez-08	4 ^a	2 ^a	1 ^a	3 ^a	out-11	1 ^a	2 ^a	4 ^a	3 ^a
jan-09	4 ^a	2 ^a	3 ^a	1 ^a	nov-11	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a
fev-09	2 ^a	1 ^a	4 ^a	3 ^a	dez-11	1 ^a	3 ^a	4 ^a	2 ^a
mar-09	3 ^a	2 ^a	4 ^a	1 ^a	jan-12	3 ^a	1 ^a	4 ^a	2 ^a
abr-09	3 ^a	1 ^a	4 ^a	2 ^a	fev-12	3 ^a	2 ^a	4 ^a	1 ^a
mai-09	3 ^a	2 ^a	4 ^a	1 ^a	mar-12	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a
jun-09	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	abr-12	3 ^a	1 ^a	4 ^a	2 ^a
jul-09	3 ^a	2 ^a	4 ^a	1 ^a	mai-12	3 ^a	1 ^a	4 ^a	2 ^a
ago-09	3 ^a	2 ^a	4 ^a	1 ^a	jun-12	2 ^a	1 ^a	4 ^a	3 ^a
set-09	3 ^a	2 ^a	4 ^a	1 ^a	jul-12	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a
out-09	3 ^a	4 ^a	2 ^a	1 ^a	ago-12	3 ^a	2 ^a	4 ^a	1 ^a
nov-09	2 ^a	1 ^a	4 ^a	3 ^a	set-12	2 ^a	1 ^a	4 ^a	3 ^a
dez-09	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	out-12	4 ^a	1 ^a	2 ^a	3 ^a
jan-10	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	nov-12	3 ^a	1 ^a	4 ^a	2 ^a
fev-10	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	dez-12	2 ^a	4 ^a	3 ^a	1 ^a
mar-10	3 ^a	2 ^a	4 ^a	1 ^a	jan-13	3 ^a	1 ^a	4 ^a	2 ^a
abr-10	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	fev-13	1 ^a	3 ^a	4 ^a	2 ^a
mai-10	3 ^a	2 ^a	4 ^a	1 ^a	mar-13	3 ^a	2 ^a	4 ^a	1 ^a
jun-10	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	abr-13	3 ^a	1 ^a	4 ^a	2 ^a
jul-10	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	mai-13	3 ^a	1 ^a	4 ^a	2 ^a
ago-10	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	jun-13	4 ^a	3 ^a	2 ^a	1 ^a
set-10	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	jul-13	1 ^a	3 ^a	4 ^a	2 ^a
out-10	2 ^a	4 ^a	3 ^a	1 ^a	ago-13	1 ^a	4 ^a	3 ^a	2 ^a
nov-10	4 ^a	2 ^a	3 ^a	1 ^a	set-13	1 ^a	4 ^a	3 ^a	2 ^a
dez-10	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	out-13	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a
jan-11	3 ^a	1 ^a	4 ^a	2 ^a	nov-13	1 ^a	4 ^a	3 ^a	2 ^a

Apêndice G

RANKING MENSAL DAS SEGURADORAS EM ESTUDO PARA U EXPONENCIAL

Tabela G.1: Ranking mensal entre as seguradoras em estudo considerando u Exponencial,

Mês	A	B	C	D	Mês	A	B	C	D
abr-08	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	fev-11	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a
mai-08	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	mar-11	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a
jun-08	1 ^a	3 ^a	4 ^a	2 ^a	abr-11	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a
jul-08	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	mai-11	1 ^a	3 ^a	4 ^a	2 ^a
ago-08	1 ^a	3 ^a	4 ^a	2 ^a	jun-11	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a
set-08	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	jul-11	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a
out-08	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	ago-11	2 ^a	4 ^a	3 ^a	1 ^a
nov-08	3 ^a	2 ^a	4 ^a	1 ^a	set-11	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a
dez-08	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	out-11	1 ^a	3 ^a	4 ^a	2 ^a
jan-09	3 ^a	2 ^a	4 ^a	1 ^a	nov-11	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a
fev-09	1 ^a	3 ^a	4 ^a	2 ^a	dez-11	1 ^a	3 ^a	4 ^a	2 ^a
mar-09	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	jan-12	3 ^a	2 ^a	4 ^a	1 ^a
abr-09	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	fev-12	3 ^a	2 ^a	4 ^a	1 ^a
mai-09	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	mar-12	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a
jun-09	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	abr-12	3 ^a	2 ^a	4 ^a	1 ^a
jul-09	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	mai-12	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a
ago-09	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	jun-12	1 ^a	2 ^a	4 ^a	3 ^a
set-09	3 ^a	2 ^a	4 ^a	1 ^a	jul-12	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a
out-09	2 ^a	4 ^a	3 ^a	1 ^a	ago-12	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a
nov-09	1 ^a	3 ^a	4 ^a	2 ^a	set-12	3 ^a	2 ^a	4 ^a	1 ^a
dez-09	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	out-12	3 ^a	2 ^a	4 ^a	1 ^a
jan-10	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	nov-12	3 ^a	1 ^a	4 ^a	2 ^a
fev-10	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	dez-12	2 ^a	4 ^a	3 ^a	1 ^a
mar-10	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	jan-13	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a
abr-10	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	fev-13	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a
mai-10	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	mar-13	3 ^a	2 ^a	4 ^a	1 ^a
jun-10	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	abr-13	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a
jul-10	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	mai-13	3 ^a	2 ^a	4 ^a	1 ^a
ago-10	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	jun-13	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a
set-10	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	jul-13	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a
out-10	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	ago-13	1 ^a	4 ^a	3 ^a	2 ^a
nov-10	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	set-13	1 ^a	4 ^a	3 ^a	2 ^a
dez-10	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	out-13	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a
jan-11	2 ^a	3 ^a	4 ^a	1 ^a	nov-13	2 ^a	4 ^a	3 ^a	1 ^a

Apêndice H

CÓDIGOS OPENBUGS

Normal truncada

```
model{
#funcao de verossimilhanca
  for(t in 1:68){
    y[t] <- log(ya[t])
    x[t] <- log(xa[t])
    z[t] <- log(za[t])
    mu[t] <- alpha + beta*x[t] + theta*z[t] - u[t]
    y[t] ~ dnorm(mu[t],tau.y)
    u[t] ~ dnorm(0,tau.u)I(0,)
    r[t] <- exp(-u[t])
  }
#distribuicao a priori
  alpha ~ dnorm(0,0.001)
  beta ~ dnorm(0,0.001)
  theta ~ dnorm(0,0.001)
  tau.y ~ dgamma(0.01,0.01)
  tau.u ~ dgamma(0.01,0.01)
#variâncias
  sig2y <- 1/tau.y
  sig2u <- 1/tau.u
}
```

Exponencial

```
model{
#funcao de verossimilhanca
for(t in 1:68){
  y[t] <- log(ya[t])
  x[t] <- log(xa[t])
  z[t] <- log(za[t])
  mu[t] <- alpha + beta*x[t] + theta*z[t] - u[t]
  y[t] ~ dnorm(mu[t],tau.y)
  u[t] ~ dexp(lambda)
  r[t] <- exp(-u[t])
}
#distribuicao a priori
alpha ~ dnorm(0,0.001)
beta ~ dnorm(0,0.001)
theta ~ dnorm(0,0.001)
tau.y ~ dgamma(0.01,0.01)
lambda ~ dgamma(0.01,0.01)
#variâncias
sig2y <- 1/tau.y
sig2u <- 1/(lambda*lambda)
}
```