UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

FACULDADE DE ADMINISTRAÇÃO E CIÊNCIAS CONTÁBEIS

DEPARTAMENTO DE ADMINISTRAÇÃO

MONOGRAFIA DE BACHARELADO

PROGRAMAÇÃO LINEAR: SOLUÇÃO PARA PROBLEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE FROTAS

JUAN CARLOS DE CASTRO MORAES
Matrícula nº: 109009939

E-mail: juanccm@ufrj.br

Orientador: Prof. HENRIQUE WESTENBERGER

E-mail: infadm@westenberger.com.br

JULHO 2013

Rio de Janeiro, julho de 2013.

JUAN CARLOS DE CASTRO MORAES

PROGRAMAÇÃO LINEAR: SOLUÇÃO PARA PROBLEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE FROTAS

Monografia submetida à faculdade de Administração e Ciências Contábeis – UFRJ como requisito necessário à obtenção do grau de Bacharel em Administração.

Rio de Janeiro, julho de 2013.

ORIENTADOR: Prof. Henrique Westenberger

E-mail: infadm@westenberger.com.br

Prof. Iris Baldo de Castro Andreatta

E-mail: iris_andreatta@yahoo.com.br

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador Prof. Henrique Westenberger, pelo entusiasmo com o tema escolhido, pela orientação e conselhos sobre os pontos desenvolvidos neste trabalho, por todo apoio e disponibilidade com que me atendeu sempre que solicitei; e a professora-leitora Iris Andreatta.

Ao professor Gerson Lachtermacher que despertou em mim interesse sobre o tema e me ensinou conhecimentos essenciais sobre pesquisa operacional.

Aos meus pais, Maria e José, pelo amor e apoio incondicional e dedicação ao sustento dos meus estudos.

Ao meu irmão, Pablo, por me incentivar no campo da Administração, seus conselhos me ajudaram em minhas decisões durante toda a vida, nos assuntos pessoais, acadêmicos e profissionais.

À minha companheira, Fernanda, por estar sempre ao meu lado e ser minha inspiração.

Aos Meus amigos de infância que sempre foram muito presentes e dedicados, em especial ao Rodrigo e Tiago, que me ensinaram muito sobre amizade e irmandade, agradeço por terem feito parte da minha vida.

Ao meu amigo de trabalho, Wesdres, pela parceria no desenvolvimento do projeto de pesquisa operacional na empresa Itautec que deu origem ao desenvolvimento deste trabalho de conclusão de curso, aos gestores da empresa, Alberto e Robson, pela sustentação do projeto e conselhos fundamentais que ajudaram a me desenvolver como profissional e pessoa.

RESUMO

Este trabalho apresenta como a Pesquisa Operacional, através da Programação Linear, pode e deve orientar o processo de organização dos níveis operacional e tático. Esses níveis gastam os maiores recursos e esforços das empresas, por isso modelar e planejar a operação com o método descrito pode diferenciar a empresa frente ao seu setor, aumentando a curva de aprendizagem e torná-la mais eficiente. Em especial, este trabalho aborda com mais ênfase os modelos de distribuição e apresenta um exemplo para solução em distribuição de frotas para pontos de atendimentos.

Palavras-chave: Pesquisa operacional, programação linear, nível operacional.

ABSTRACT

This paper introduces how the Operations Research, by the Linear Programming, can and should guide the organization process of the operational and tactical levels. These levels spend the companies' greatest resource and efforts, therefore the use of this method to modeling and planning the operation can make the difference for the company, increasing learning curve and making it more efficient. In particular this paper emphasizes the distribution management and introduces an example for the solution in fleet management for the service points.

Key-words: Operations Research, Linear Programming, Operational Level.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

1 INTRODUÇÃO

É característica do nível operacional das empresas, a enorme quantidade de dados gerados pela engrenagem que faz com que os produtos sejam fabricados e os serviços entregues ao consumidor. Seja no chão de fábrica ou na prestação de serviços, a vantagem competitiva para uma operação eficiente e adaptável está em usar os dados e poder gerar informação de qualidade na tomada de decisão, diferenciando assim a empresa das demais. Segundo Miranda, “dado” é definido como: “conjunto de registros qualitativos ou quantitativos conhecidos que organizado, agrupado, categorizado e padronizado adequadamente transforma-se em informação" (1999, p.285). Para isso, é importante que o nível tático esteja orientado a definir métodos e modelos para captação e processamento dos dados operacionais. O conceito de informação é relativo, muitos dados podem ser considerados informações preciosas para uma determinada pessoa ou organização, quando para muitos, seriam apenas dados ou informações irrelevantes. Miranda conceitua informação como: “ "dados organizados de modo significativo, sendo subsídio útil à tomada de decisão" (1999, p.285). Já Wurman, explica essa relatividade da importância da informação para diferentes pessoas ou organizações: “O que constitui informação para uma pessoa pode não passar de dados para outra" (1995, p.43). Na verdade, há muita informação útil disponível para as empresas, seja já conhecida por todos e mal explorada pelo mercado, sejam as informações que a própria empresa pode colher do seu setor e mercado, seja a informação interna, de observação própria, dos seus produtos, meios de produção e fatores de diferenciação, essas representam as informações mais difíceis de serem observadas e as com o maior potencial de diferenciação, estando essas, em sua maioria, no nível operacional.

Ainda segundo Miranda, Toda essa orientação para informação de qualidade para tomada de decisão gera conhecimentos para organização, esses são os conhecimentos explícitos, tácitos e estratégicos.

Para conseguir o levantamento e processamentos de dados a fim de alcançar um nível satisfatório de informações que norteiem a operação, é muito importante um Sistema de Informações Gerenciais (SIG). Os SIGs são responsáveis pela transformação dos dados em informações gerenciais responsáveis pelas tomadas de decisão (LACHTERMACHER, 2009).

Um passo adiante é o método aplicado para utilizar as informações de qualidade na tomada de decisão, para isso a pesquisa operacional fornece instrumentos para orientar, provisionar e planejar a operação inteira.

A Pesquisa Operacional representa um conjunto de instrumentos utilizados, de forma isolada ou em conjunto, para orientar uma tomada de decisão de qualidade. Esses instrumentos podem ser a Programação Linear, Programação Dinâmica, Teoria de Filas, Teoria dos Jogos, modelos de previsão e progressão e etc.

Para que a Pesquisa Operacional seja um método aplicado com qualidade é preciso o levantamento da informação de qualidade, a modelagem dessa informação dentro do problema (variáveis e restrições) e por fim, a tomada de decisão inteligente do gestor.

Segundo Lachtermacher, Pesquisa Operacional é uma modelagem matemática aplicada à área de negócios, e os tipos de problemas que podem ser resolvidos por esse método são: Problemas de otimização de recursos, problemas de localização, problemas de roteirização, problemas de carteiras de investimentos, problemas de alocação de pessoas, problemas de previsão e planejamento, etc. (LACHTERMARCHER, 2009).

Dentro dos tipos de problemas apresentados, os de roteirização, redes e distribuição apresentam uma gama de soluções para diversas empresas e negócios. Neste trabalho, será apresentado um problema de distribuição de frotas para pontos de atendimentos específicos, que na verdade, pode ser modelado para qualquer tipo de problema de rede ou distribuição para a realidade de qualquer empresa.

Para este problema, será utilizado apenas a Programação Linear. Esse método é um problema de programação matemática em que a função objetivo e as restrições são lineares.

Assim, poderemos entender como a Programação Linear fornecerá uma solução mais eficiente para o exemplo apresentado, quanto a empresa conseguirá economizar com gastos de combustível e quilometragem, e os pontos fortes e fraquezas desse método.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 - Dados, informação e conhecimento

O termo “dado” é bastante difundido nos dias atuais devido à era da informação e da tecnologia, esses são sequências de letras, números ou símbolos que quando codificados geram uma informação. Portanto, “dados” são representações puramente matemáticas, quantificadas e quantificáveis que quando codificadas, por exemplo, por um computador, geram sons e imagens ou simplesmente passam uma informação a um leitor quando esse terminar de ler uma frase, pois um conjunto de letras organizadas são “dados” estruturados para passar uma ideia, algo que possa ser compreendido por alguém que codifique a mensagem, portanto, uma informação. (Setzer, Datagramazero, 1999).

Como já conceituado anteriormente, Miranda define “dados” como: “conjunto de registros qualitativos ou quantitativos conhecidos que organizado, agrupado, categorizado e padronizado adequadamente transforma-se em informação" (1999, p.285). A literatura nesse sentido é muito grande e também muito especifica para cada área de atuação, porém hoje, está muito ligado ao setor computacional, mesmo aplicado para Administração, os “dados” de uma organização, da economia, de um setor, etc. estão todos descritos sob a forma de uma imensidão de símbolos, números e letras que somente a era tecnológica pode fornecer respaldo técnico para codificação dos mesmos.

Segundo Páez Urdaneta, “informação” são dados ou matéria informacional relacionada ou estruturada de maneira potencialmente significativa (apud Ponjuán Dante, 1998, p.3). Ou seja, informação nada mais é que “dados” estruturados e relacionados de maneira significativa. Para Miranda, a estruturação de dados e transformação em informação serve para subsidio na tomada de decisão.

Segundo McGarry, o conceito de “informação” tem os seguintes atributos: "considerada como um quase sinônimo do termo fato; um reforço do que já se conhece; a liberdade de escolha ao selecionar uma mensagem; a matéria-prima da qual se extrai o conhecimento; aquilo que é permutado com o mundo exterior e não apenas recebido passivamente; definida em termos de seus efeitos no receptor; algo que reduz a incerteza em determinada situação" (1999, p.4).

Para diferenciarmos “conhecimento” de “informação”, devemos entender que a informação em si, traz a ideia de algo, porém só o conhecimento consegue transformar a informação em tomada de decisão, pois nele há reflexão, síntese e contexto e é uma informação da mente humana. (DAVENPORT, PRUSAK, 1998).

Lastres e Albagli, também diferenciam “informação” de “conhecimento”: "Informação e conhecimento estão correlacionados mas não são sinônimos. Também é necessário distinguir dois tipos de conhecimentos: os conhecimentos codificáveis - que, transformados em informações, podem ser reproduzidos, estocados, transferidos, adquiridos, comercializados etc. - e os conhecimentos tácitos. Para estes a transformação em sinais ou códigos é extremamente difícil já que sua natureza está associada a processos de aprendizado, totalmente dependentes de contextos e formas de interação sociais específicas" (1999, p.30).

Já Miranda, define três tipos de conhecimento: "conhecimento explícito é o conjunto de informações já elicitadas em algum suporte (livros, documento etc.) e que caracteriza o saber disponível sobre tema específico; conhecimento tácito é o acúmulo de saber prático sobre um determinado assunto, que agrega convicções, crenças, sentimentos, emoções e outros fatores ligados à experiência e à personalidade de quem detêm; conhecimento estratégico é a combinação de conhecimento explícito e tácito formado a partir das informações de acompanhamento, agregando-se o conhecimento de especialistas" (1999, p.287).

Dados, Informação e Conhecimento		
Dados	**Informação**	**Conhecimento**
Simples observações sobre o estado do mundo	Dados dotados de relevância e propósito	Informação valiosa da mente humana. Inclui reflexão, síntese, contexto
Facilmente estruturado	Requer unidade de análise	De difícil estruturação
Facilmente obtido por máquinas	Exige consenso em relação ao significado	De difícil captura em máquinas
Freqüentemente quantificado	Exige necessariamente a mediação humana	Freqüentemente tácito
Facilmente transferível		De difícil transferência

Figura 1 – Dados, Informação e Conhecimento, FONTE: Davenport, Prusak - 1998 - p.18

2.2 - Pesquisa Operacional

A Pesquisa Operacional surgiu basicamente na segunda guerra mundial, como métodos para sistemas matemáticos que tinham como objetivo definir estratégias e tomar decisões diferenciadas e eficientes. É considerado como pioneiro nesse campo de conhecimento o trabalho do matemático russo, Leonid Kantorovich de 1939, "Métodos matemáticos na organização e no planejamento de produção". Hoje em dia, esse campo de conhecimento é englobado por diversos métodos matemáticos, formando assim um conjunto de instrumentos para a tomada de decisão eficiente, são esses: Programação Linear, Programação Dinâmica, Teoria dos jogos, Teoria de Filas, Métodos de simulação e previsão de séries, regressões e progressões matemáticas.

A Pesquisa Operacional por representar uma gama enorme de possibilidades e instrumentos vem sendo utilizada em larga escala para diversos ramos de conhecimentos, como Engenharia, Finanças, Medicina, Empresarial, entre outras.

Dentro dessas, a Management Sciences é uma subárea da Pesquisa Operacional voltada para tomada de decisões, através da modelagem de problemas na área de negócios. Nos Estados Unidos, havia duas sociedades que estudavam Management Sciences e Pesquisa Operacional, porém recentemente essas se fundiram, criando assim a Federation of Operations Research Societies (Infors). No Brasil temos a Sociedade Brasileira de Pesquisa Operacional – Sobrapo, filiado à Infors. (LACHTERMACHER, 1999).

O Management Science tem como objetivos: “Converter dados em informações significativas, transformar dados brutos em dados de forma organizada”. (LACHTERMACHER, 1999). Nesse objetivo, as empresas contam Sistema de Informações Gerenciais para conseguir colher, organizar e estruturar os dados em informações.

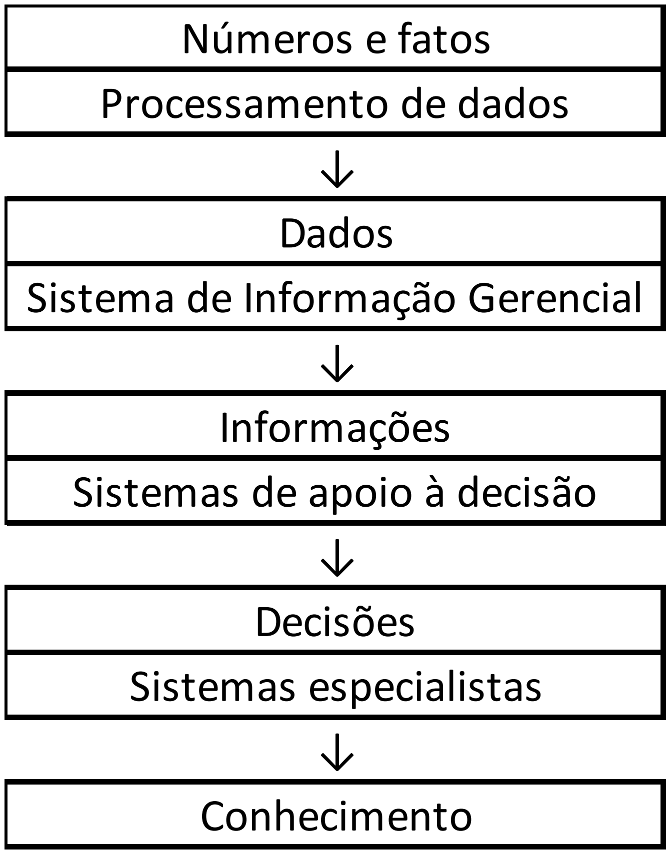

Figura 2 – Transformação de dados brutos em conhecimento; FONTE: LACHTERMARCHER, 2009.

A Pesquisa Operacional está na área de negócios inserida através do Management Science, podemos verificar que os sistemas de apoio à decisão, explícito na Figura 2, é a presença dos métodos desse campo de conhecimento, como a Programação Linear.

Outro objetivo do Management Science é apoiar o processo de decisão de formas transferíveis e independentes, de forma que a os sistemas de apoio à decisão devem ser independentes do decisor, sendo claro e objetivos os resultados obtidos. (LACHTERMACHER, 1999).

Por fim, o terceiro objetivo é criar sistemas de decisão que sejam aptos para não técnicos. (LACHTERMACHER, 1999).

Diante dos desafios do mundo corporativo, diariamente gerentes e tomadores de decisão são testados por problemas repentinos de ordem operacional. Para tomar a decisão correta é preciso ter a noção completa do problema, com todas as suas restrições e oportunidades, o que é difícil devido à complexidade e quantidade de informação de um nível operacional, para isso é de suma importância a modelagem do problema. Segundo Lachtermarcher, a quantidade de informações disponíveis cresceu exponencialmente nos últimos anos, por isso muitas vezes a quantidade de informações de um nível operacional é tão grande que chegar a ser impossível a modelagem do problema, mesmo com a tecnologia atual, por isso cabe ao gestor selecionar as informações relevantes e montar um modelo eficiente. Cabe também ao tomador da decisão utilizar sua intuição para validar o resultado do sistema, abandonar completamente a experiência e vivencia humana sobre determinado assunto pode excluir a validação dos dados e do resultado. (LACHTERMACHER, 1999).

Para Lachtermarcher, alguns fatores podem influir na tomada de decisão, sejam eles internos os externos, esses são: “Tempo disponível, importância da decisão; ambiente; certeza ou incerteza e risco; quantidade de pessoas que tomam a decisão e conflito de interesses”. (LACHTERMACHER, 1999).

Existem três tipos de modelos de para tomada de decisão, os físicos, análogos e os matemáticos. Para negócios, o modelo matemático é o mais usado e o mais efetivo, nesses as grandezas são representadas por variáveis de decisão e as relações entre essas por equações matemáticas. Para isso, as informações devem ser quantificáveis. Assim o modelo atingirá as necessidades do decisor. (LACHTERMACHER, 1999).

Porém, Lachtermarcher esclarece que um modelo é como um mapa, sempre será a representação da realidade, essa em si é sempre mais especifica e complexa e conta com o imponderável. Isso deve ser incorporado na tomada de decisão final do decisor, sua compreensão sobre o assunto e vivência deve nortear a validação dos resultados. (LACHTERMACHER, 1999).

A tomada de decisão está inserida em todos os níveis de planejamento da empresa, tanto o operacional, quanto o tático quanto o estratégico, sendo esses de curto, médio e longo prazo. A tomada de decisão então, também é orientada para cada nível hierárquico. A tomada de decisão no nível estratégico envolve a alta administração da empresa e são relativos a questões macros, por exemplo, nível de investimento, mercado potencial, expansões, etc. A tomada de decisão no nível gerencial é feita pela gerência, sendo assim, o nível intermediário da empresa, são questões táticas que darão direção para o nível operacional, por exemplo, quais canais de distribuição serão utilizados. A decisão em nível operacional é feita por gerentes e supervisores e estão relacionadas à manutenção e atendimento do nível de atendimento operacional satisfatório e traçado pela empresa, essas questões envolvem, por exemplo, a escala dos funcionários. (LACHTERMACHER, 1999).

O processo de resolução do problema, após modelagem é cíclico é dividido em cinco etapas, são elas: “Identificação do problema; formulação do problema;

análise de cenários; interpretações dos resultados e Implementação e monitoração”. (LACHTERMACHER, 1999).

2.3 – Programação Linear

A Programação Linear é um método de resolução de problemas matemáticos de otimização, onde as funções utilizadas são lineares. No caso, função objetivo e restrições lineares.

A função objetivo é equação linear que deve ser maximizada ou minimizada, sempre otimizando o resultado, maximizar lucro e minimizar custo, por exemplo. Ela é descrita da seguinte forma, segundo Lachtermacher:

otimizar f(x)=f(x1,x2,x3...,xn).
g1(x1,x2,x3...,xn) ≤ b1
g2(x1,x2,x3...,xn) ≤ b2
. = .
. = .
. = .

Gm(x1,x2,..,xn) ≥ bm

Onde:

F(x) =f(X1,X2,..,Xn)= C1X1 + C2X2 + … + CnXn

gi((x1,x2,…xn)=Ai1X1 + Ai2X2 + Ai3X3 + ... + AinXn
(I=1,…,m)
n é o número de variáveis do problema
m é o número de restrições do problema
i é o índice de determinada restrição (i= 1,2,...,m)
j é o índice de determinada variável (j=1,2,...n)
Cj é o coeficiente constante da variável Xj, da função objetivo
Aij é o coeficiente constante na i-ésima restrição e da variável Xj
Bi é a constante da i-ésima restrição.

(LACHTERMACHER, 1999).

Utilizando o exemplo de maximização do problema, então teremos a função objetivo maximizada, todas as restrições do tipo menor ou igual, todos os termos constantes (bi) e variáveis de decisão não negativas. Assim teremos, ainda segundo Lachtermarcher:

Função Objetivo: Max Z = C1X1 + C2X2 + ... +CnXn

Restrições: A1X1 + A2X2 + ... + A1NXN ≤ b1 ... Am1X1 + Am2X2 + ... + AmnXn ≤ bm
Onde, X1, X2, .., Xn ≥ 0
(LACHTERMACHER, 1999).

3 METODOLOGIA

A metodologia da pesquisa é definida como estudo dos métodos, dos caminhos e instrumentos para um trabalho cientifico. (DEMO, 1991). Caracteriza-se por discutir e avaliar as características essenciais para as ciências e outras formas de conhecimento. (CARTONI, 2010).

A metodologia da pesquisa utilizada neste trabalho é descritiva, pois relata o método de programação linear com suas especificidades e apresenta um estudo de caso observado em campo. Para o estudo de caso foi utilizado a necessidade real de uma empresa do setor de tecnologia na prestação de serviço e descrito um modelo de programação linear para distribuição de frotas visando minimização de custo para essa empresa. O estudo de caso é descritivo e não tenta questionar a situação e método usado, apensar disso, estudos de caso podem ter um alcance analítico e interrogativo. (LUDKE, 1986).

4 Programação Linear

4.1 – Resolução gráfica

Uma maneira de observar a resolução de um problema de Programação Linear e entender a lógica é através da resolução gráfica. Uma maneira didática, porém somente usada para entendimento da questão, usada normalmente com duas variáveis. Os problemas de Programação Linear, por envolverem cálculos interativos, muitas variáveis e muitas restrições, são grandes e na parte prática necessitam de auxilio de programas de computador, como o “Excel”, “What’s Best” entre outros. Porém, representar a resolução de um problema simples de Programação Linear no plano cartesiano, representa uma ótima maneira de entender a dinâmica e lógica da resolução do problema. Isso é fundamental para o programador, mesmo que use programas de computador na prática, pois entendendo a lógica, ele conseguirá modelar as questões reais de forma correta.

Supondo o seguinte problema, já modelado, apresentador por LACHTERMACHER (1990):

Função Objetivo: Max $Z=5X1 + 2X2$

Restrições:

$X1 \leq 3$
$X2 \leq 4$
$X1 + 2X2 \leq 9$
$X1,X2 \geq 0$

Para conseguirmos resolver essa questão graficamente, primeiramente precisaremos observar a área de possível resposta, devido às restrições impostas pelo problema. Nesse caso, teremos o seguinte gráfico, com a área de possível resposta, segundo as restrições: $X1 \leq 3$; $X2 \leq 4$ e $X1,X2 \geq 0$.

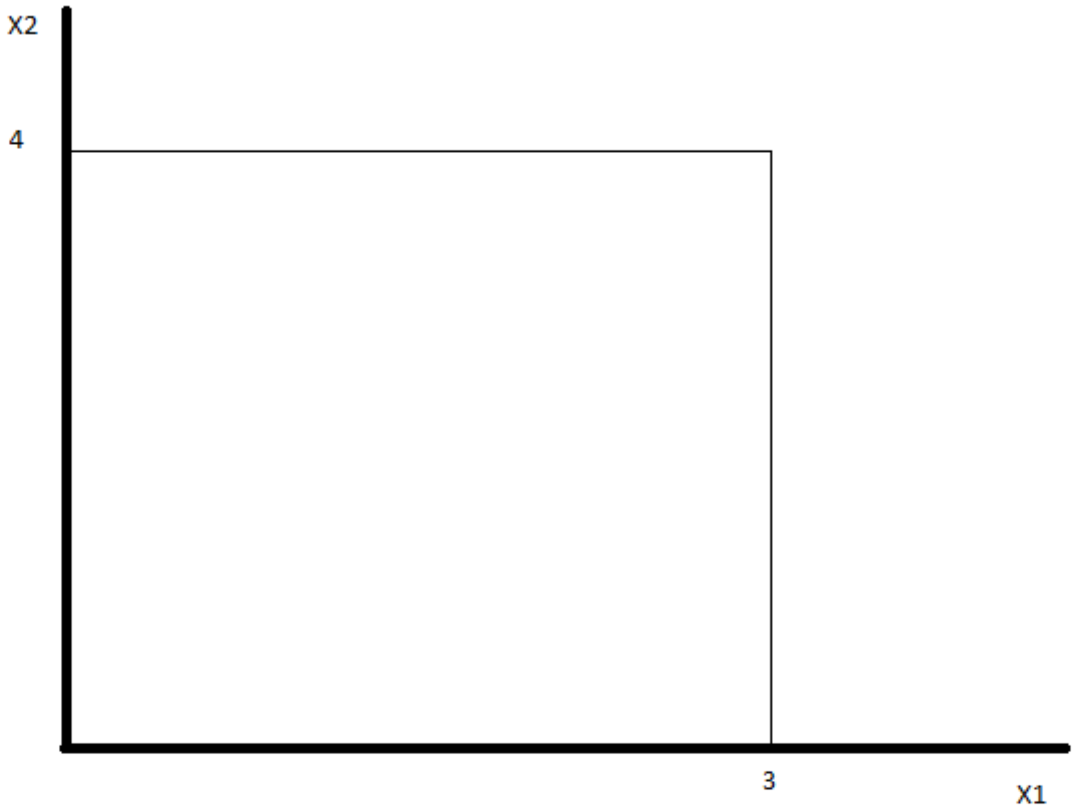

Figura 3 – Área de possível resposta

Como essas restrições envolvem somente o valor possível de uma variável, são de fácil entendimento, e assim, podemos traçar os possíveis valores dessas variáveis, formando uma área com as possíveis soluções do problema, no caso, o retângulo acima.

A restrição $X1 + 2X2 \leq 9$, não é de fácil compreensão. É preciso inserir ela no gráfico, delimitando assim, as possíveis respostas para a questão. Essa equação linear será representada por uma reta no plano cartesiano, se considerarmos uma variável em função da outra. Considerando, $X2= aX1 + b$, onde a é o coeficiente angular da reta e b é o coeficiente linear, ficaremos com a seguinte equação a partir da restrição apresentada:

$X2 \leq 9/2 – X1/2$

Adicionando essa reta ao gráfico, teremos:

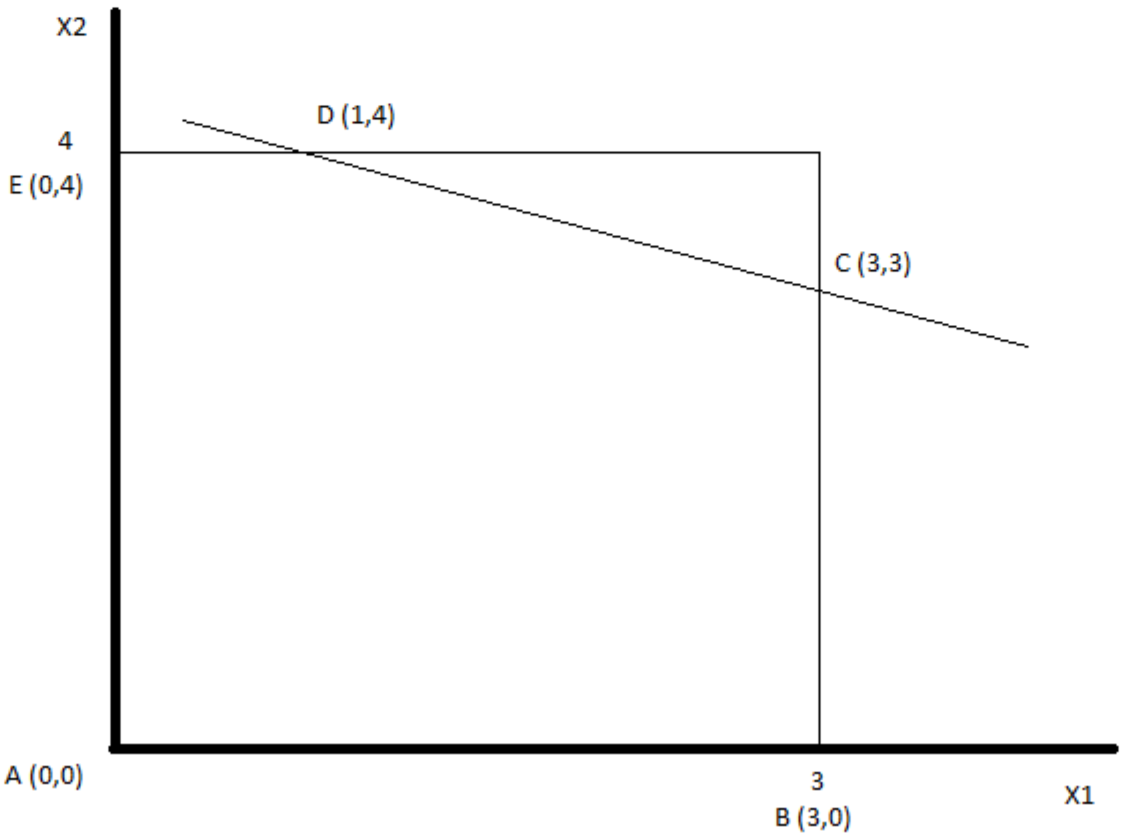

Figura 4 – Pontos de possível resposta

Temos assim, os pontos de interseção (A, B, C, D, E), esses pontos, por estarem na extremidade de X1 e X2 e contidos na área de possível resposta do problema, são considerados os pontos de possíveis respostas.

Para avaliarmos a resposta correta, podemos assumir esses pontos como conjunto de resposta, e assim, verificar qual será a solução que maximizará Z.

O ponto C (3,3) é o ponto que dentro das possíveis respostas maximiza Z, com o resultado de 21.

4.2 – Resolução analítica

O método de resolução gráfica é visual, ajuda na compreensão do problema, mas só pode ser utilizado com poucas variáveis. A resolução analítica apresenta uma forma de resolução escrita, matemática, através de um cálculo interativo que muito se aproxima dos complexos algoritmos dos programas de computador utilizados para resolução dos problemas de Programação Linear, dessa forma, entender a resolução analítica, também expande o conhecimento do programador dos problemas reais do dia-dia.

Considerando o exemplo abaixo, já modelado, apresentado por CHVÁTAL (1980):

Max Z= 5X1 + 5X2 + 3X3

Restrições:

X1 + 3X2 + X3 ≤ 3
-X + 3X3 ≤ 2
2X1 – X2 +2X3 ≤ 4
2X1 +3X2 – X3 ≤ 2
X1, X2, X3 ≥ 0

O processo de resolução analítica consiste em adaptar as restrições de inequações para somente equações, visando criar inicialmente um conjunto de soluções viáveis que será desenvolvida através de um cálculo interativo até a solução ótima.

Nesse processo, é criado o dicionário de equações do problema, criando novas variáveis e transformando as inequações em equações, também é preciso adicionar a função objetivo ao dicionário de equações.

X4 = 3 – X1 – 3X2 – X3
X5= 2 + X1 - 3X3
X6= 4 -2X1 +X2 -2X3
X7= 2 – 2X1 -3X2 +X3
Z= 5X1 + 5X2 + 3X3

Devemos ter em mente que todas as variáveis da questão são positivas.

O dicionário de equações do problema exemplo tem cinco equações e oito variáveis. Devemos ter em mente que dentro do conjunto de soluções viáveis, só uma será a ótima. Portanto, o cálculo interativo apresenta a melhor maneira de resolução por atribuir valores as variáveis e sistemicamente testar a resolução até chegar à solução ótima. Para resolver o dicionário de equações teremos que elaborar um sistema, resolvendo ele por substituição. Para isso, o número de variáveis deve ser igual ao número de equações do sistema. No exemplo, resolveríamos a primeira rodada de cálculo interativo atribuindo valores a três variáveis, assim o número de equações se iguala ao número de variáveis e seria possível chegar ao valor das outras variáveis resolvendo o sistema.

Uma técnica para começar a resolução é atribuir zero para essas variáveis, assim teremos a solução óbvia do problema, contida no conjunto de respostas possíveis, porém, não ótima. Assim, ficaríamos com a seguinte solução do exemplo, atribuindo zero para as variáveis X1, X2 e X3:

$X4 = 3 – X1 – 3X2 – X3$
$X5= 2 + X1 - 3X3$
$X6= 4 -2X1 +X2 -2X3$
$X7= 2 – 2X1 -3X2 +X3$
$Z= 5X1 + 5X2 + 3X3$

Solução: (0,0,0,3,2,4,2) Z=0

Levando em conta somente as quatro equações do dicionário que dizem respeito às restrições, teremos sete variáveis para quatro equações. Assim, se atribuirmos agora valores a duas variáveis, poderemos isolar uma variável e colocá-la ela em função das outras. Assim, teríamos se atribuíssemos zero para X2 e X3.

$X4= 3 – X1$
$X5= 2 + X1$
$X6= 4 – 2X1$
$X7= 2 – 2X1$

Assim, temos todas as variáveis para X1.

Considerando o dicionário atual teríamos:

$X7 = 2 – 2X1 – 3X2 + X3$, se isolarmos X1:

$X1 = 1 – 1,5X2 + 0,5X3 – 0,5X7$

Podemos então, substituir X1 para todas as outras equações do dicionário:

$X4= 3 – X1 – 3X2 – X3 \rightarrow X4 = 3 – (1 – 1,5X2 + 0,5X3 – 0,5X7) – 3X2 – X3$

$X4= 2 - 1,5X2 - 1,5X3 + 0,5X7$

Assim, chegaremos a um novo dicionário de equações, após a primeira rodada de cálculo interativo.

$X4 = 2 - 1,5X2 - 1,5X3 + 0,5X7$
$X5= 3 - 1,5X2 - 2,5X3 - 0,5X7$
$X6= 2 + 4X2 - 3X3 + X7$
$X1= 1 - 1,5X2 + 0,5X3 - 0,5X7$
$Z=5 - 2,5X2 + 5,5X3 -2,5X7$

Com esse novo dicionário, a resposta é Z=5 se atribuirmos zero para as variáveis da direita das equações. Essa é uma solução que está dentro do conjunto de respostas, porém, não necessariamente a ótima que maximiza o resultado de Z. Observamos que essa solução não é ótima por observação, se a variável X3 (positiva) fosse aumentada, o valor de Z também seria maior. Assim, o processo de cálculo interativo continua com novas rodadas de interações e novos dicionários.

Quando a equação da função objetivo tiver apenas variáveis negativas após todas as interações, o processo chegará ao fim, pois não será possível incrementar o resultado adicionando valor a qualquer variável. No caso do exemplo a função objetivo resultante será: $Z = 10 - X5 - X6 - 2X7$, conjunto solução ótima: (32/29, 8/29, 30/29, 1/29, 0, 0, 0) e Z=10.

O que está por trás da resolução analítica é a lógica do cálculo interativo. Essa lógica que valida o método e é utilizada como base dos programas de computador e algoritmos de resolução de Programação Linear. A figura 5, abaixo, (LACHTERMACHER, 1999) expõe as etapas do método:

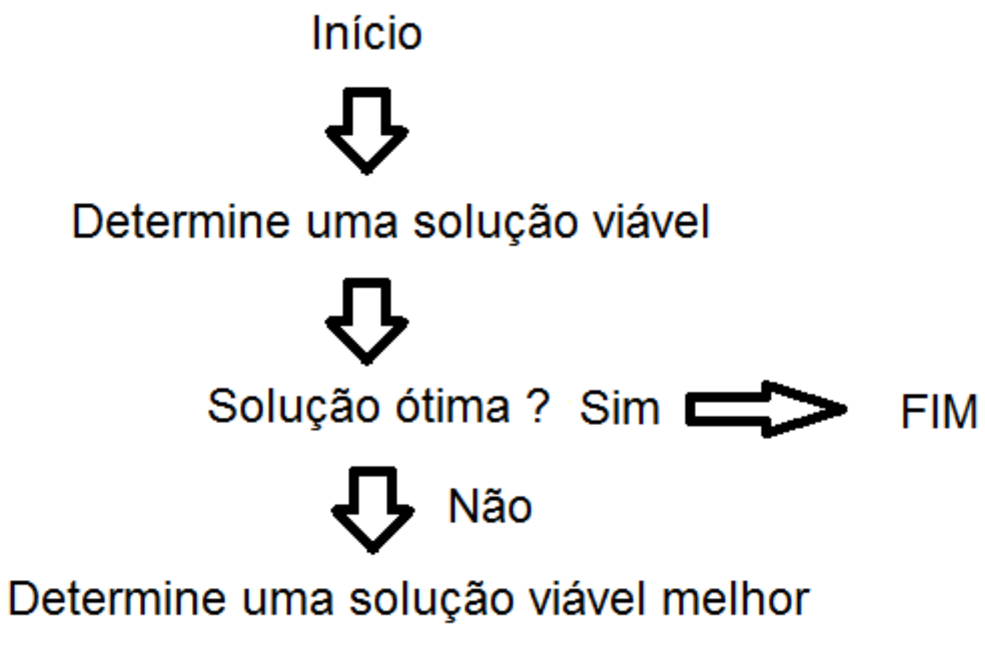

Figura 5 – Lógica do cálculo interativo; Fonte: Lachtermacher, 1999.

4.3 – Problemas de rede e distribuição

Os problemas de rede englobam uma série de assuntos como transportes, distribuição logística, distribuição de energia, distribuição de água, escala de produção, menor caminho, fluxo máximo, entre outros.

A modelagem em problema de rede facilita a visualização do problema, pois ajuda a relacionar as variáveis e as relações entre elas, por ser um método estruturado e modelado visualmente.

A rede de distribuição é composta por “arcos” e “nós”. Os “arcos” são os trechos, caminhos que levam um “nó” a outro. Os “nós” são os pontos de chegada/saída. Dependendo do problema, os “arcos” podem ser estradas, canos, fios, etc. e os “nós” podem ser centros de distribuição logística, lojas, consumidor final, armazéns e etc. já o que transita nessa rede poderá ser produtos, energia, água e etc. O problema em rede é um molde, que se adaptará ao tipo de problema e ajudará o programador e decisor, devido a sua praticidade.

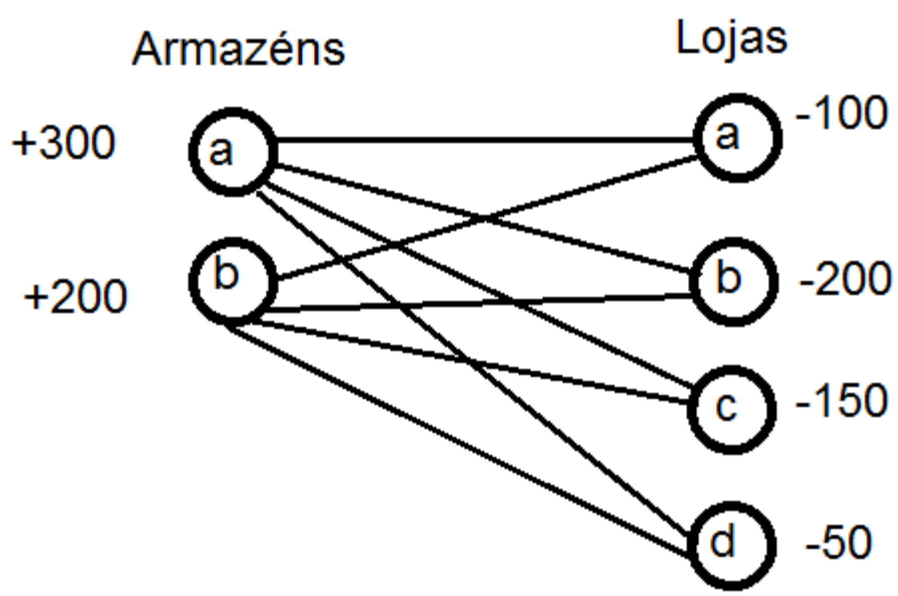

Figura 6 – Nós e arcos

Na figura 6, é possível visualizar os “nós”, como sendo, armazém A e B e Lojas A, B, C, D. Os “arcos” são os caminhos entre os armazéns e as lojas. Os números ao lado dos “nós” representam a quantidade disponível do produto que será distribuído no problema. No exemplo, a capacidade dos armazéns é positiva, pois eles cedem os produtos, já as lojas tem déficit e precisam ser abastecidas. Essas constituem as restrições do problema, muitas outras restrições têm de ser consideradas. Como o custo do transporte entre os armazéns e lojas, o tempo de entrega, o menor caminho, se todas as lojas deverão ser abastecidas e etc.

As variáveis de decisão desse problema seriam:

XAA – Quantidade enviada do armazém A para Loja A

XAB – Quantidade enviada do armazém A para Loja B

XAC – Quantidade enviada do armazém A para Loja C

XAD – Quantidade enviada do armazém A para Loja D

XBA – Quantidade enviada do armazém B para Loja A

XBB – Quantidade enviada do armazém B para Loja B

XBC – Quantidade enviada do armazém B para Loja C

XBD – Quantidade enviada do armazém B para Loja D

Nas restrições, nesse exemplo, todas as quantidades exigidas pelas lojas devem ser atendidas. Então ficaríamos com as seguintes restrições:

XAA + XBA = 100

XAB + XBB = 200

XAC + XBC = 150

XAD + XBD = 50

Onde, todas as variáveis são positivas.

Assim, dependerá da função objetivo o valor que as variáveis assumirão.

Por exemplo, o problema pode ser de minimização de custos e que para cada quantidade enviada do armazém A para cada loja, há o custo de 10 reais, já cada unidade enviada do armazém B para cada loja, há o custo de 8 reais. Porém, o lote mínimo de entrega é de 10 unidades tanto para o armazém A quanto para o armazém B.

Então, teremos a seguinte função objetivo:

Min Z= 10(XAA + XAB + XAC + XAD) + 8(XBA + XBB + XBC + XBD)

Também, será adicionada a restrição dos lotes mínimos, como citado no exemplo.

XAA >10 ; XAB > 10 ; XAC > 10; XAD > 10 ; XBA >10 ; XBB >10; XBC > 10; XBD >10.

Outra importante ferramenta na modelagem de problemas de rede é a variável “Dummy” ou binária.

Se a questão principal do problema fosse quais caminhos escolher e não a quantidade distribuída, poderíamos amarrar as variáveis desses trechos “arcos” através de restrições, como sendo zero ou um. Isso determinaria se o caminho seria utilizado ou não, dependendo da maximização ou minimização da função objetivo, chegando à resposta ótima.

No exemplo teríamos as variáveis da seguinte forma, como restrições do tipo, “Dummy” ou binária.

XAA = 0 ou 1 ; XAB = 0 ou 1; XAC = 0 ou 1; XAD= 0 ou 1; XBA = 0 ou 1; XBB = 0 ou 1; XBC = 0 ou 1; XBD = O ou 1

Na nova hipótese de problema, essas restrições farão com que as variáveis sejam binárias, isso traduz para o mundo real se uma variável ou não será usada. No exemplo, qual caminho será usado do armazém até a loja e qual será descartado.

Ações e interpretações para as variáveis "Dummy"	
Capacidade > Demanda	Demanda > capacidade
Ação: Busca de novos centros consumidores	Ação: criação de nova fábrica
Interpretação: capacidade ociosa das fábricas	Interpretação: demanda não atendida

Figura 7 – Exemplo de variável Binária; Fonte: LACHTERMACHER, 1999, Tabela 5.1.

No exemplo da figura 7, cada variável pode assumir o valor zero ou um, dependendo da ação que será tomada para obter o resultado ótimo da função objetivo.

Voltando ao primeiro exemplo, da Figura 6, a modelagem do problema apresentado é representada abaixo:

Função objetivo: Min Z= 10(XAA + XAB + XAC + XAD) + 8(XBA + XBB + XBC + XBD)

Restrições:

XAA + XBA = 100

XAB + XBB = 200

XAC + XBC = 150

XAD + XBD = 50

XAA >10 ; XAB > 10 ; XAC > 10; XAD > 10 ; XBA >10 ; XBB >10; XBC > 10; XBD >10.

Sendo todas as variáveis positivas. Devido ao tamanho do problema, a resolução gráfica e analítica não será indicada, pois o volume de informação desse problema requer um processamento de dados robusto. Para isso, a ferramenta mais utilizada é o “Solver”, uma ferramenta disponível no programa “Excel” da Microsoft. Existem outras ferramentas disponíveis no mercado de mesma qualidade para o cálculo de Programação Linear, como “What’s Best” e “Lingo”. Outros desenvolvedores, como o site www.solver.com, desenvolvem ferramentas de melhoramento e extensões para o “Solver” do Excel.

A figura 8 ilustra o exemplo modelado no “Excel”.

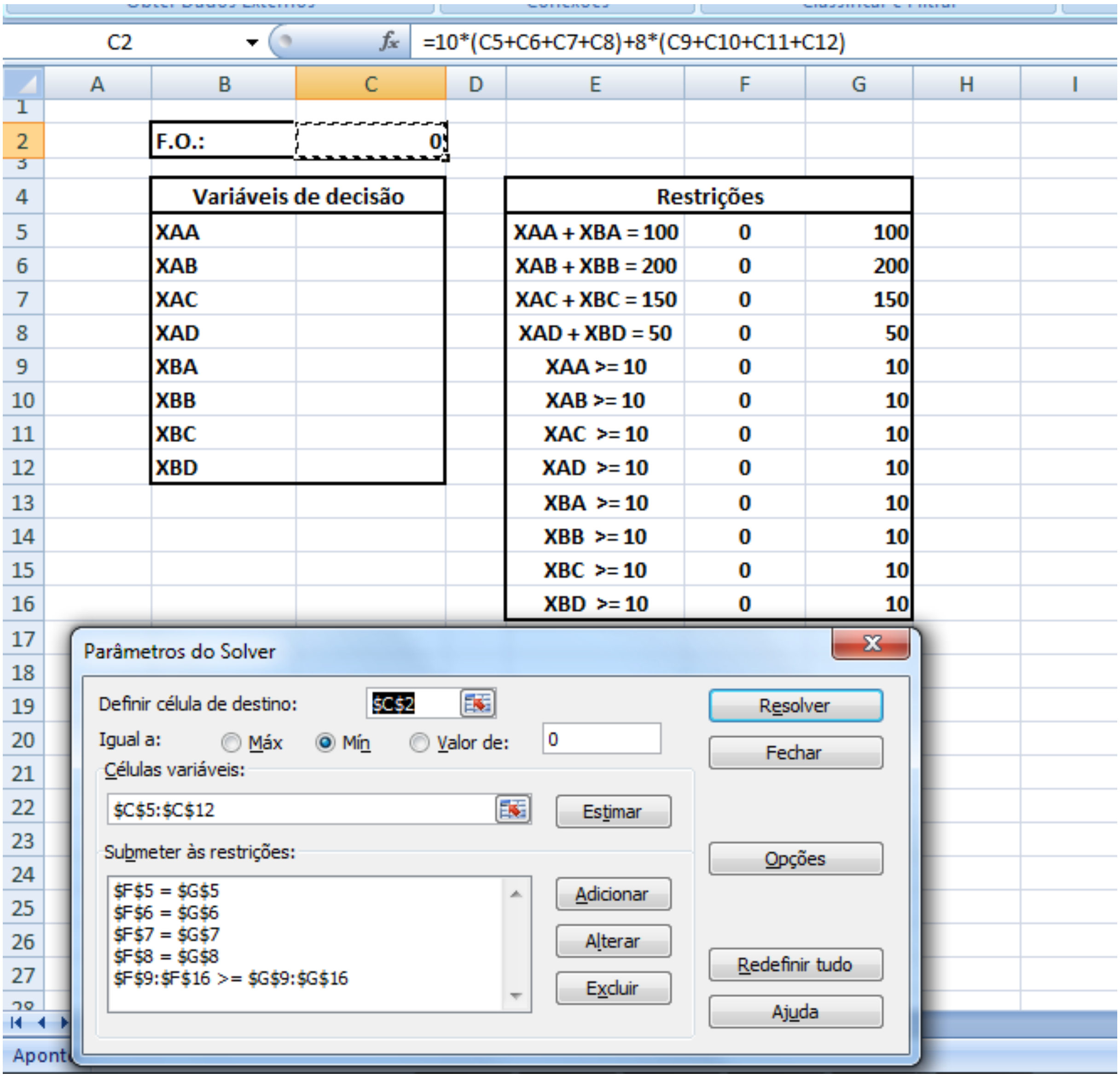

Figura 8 – Modelagem do problema no "Excel".

Primeiramente, é preciso inserir a equação da função objetivo, representada na célula C2, a fórmula do "Excel" que representa a função objetivo é: =10*(C5+C6+C7+C8)+8*(C9+C10+C11+C12).

As células "C5,C6,C7,C8,C9,C10,C11,C12" são as variáveis de decisão e ficam destravadas, ou seja, em branco.

As restrições estão expressas na tabela "Restrições" onde a coluna F são as fórmulas que representam essas restrições e a coluna G, são os valores de referência para essas restrições.

Assim, na tela do "Solver", basta definir a célula destino, ou célula função objetivo, no caso, C2; escolher o tipo de otimização, no caso, minimização; inserir as células variáveis “C5,C6,C7,C8,C9,C10,C11,C12); e adicionar as restrições com o sinal de valor, fazendo referências entre a célula da fórmula da restrição “Coluna F” e os valores de referência “Coluna G”.

O próximo passo é definir no “Solver” as características do cálculo, conforme a figura 9 explícita.

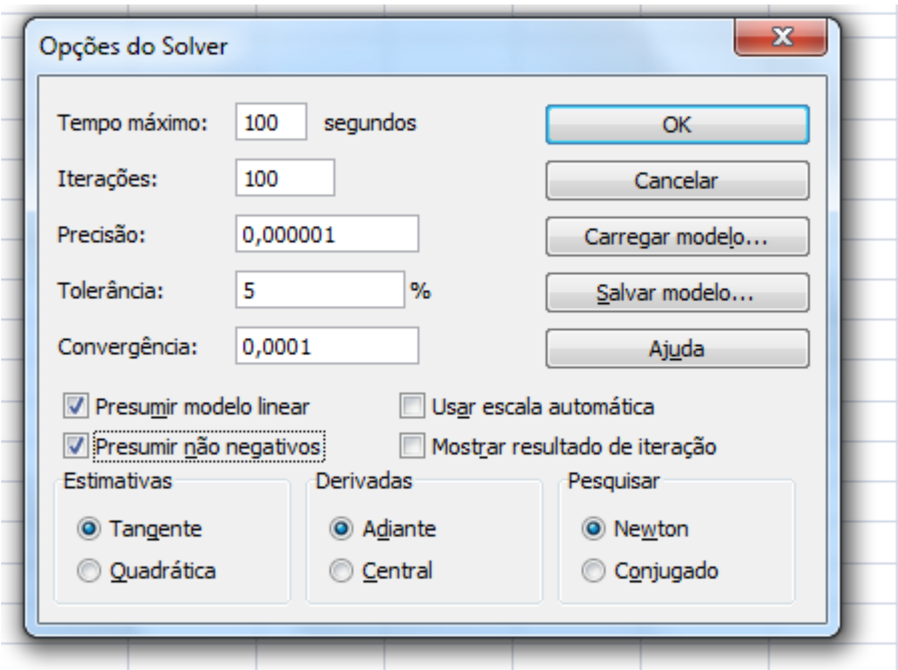

Figura 9 – Característica do cálculo do “Solver”

Nesse caso, está marcado o cálculo para modelo linear e presunção de números não negativos.

Depois de modelado e calibrado, o “Solver” está pronto para gerar o resultado, expresso pela figura 10.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1								
2		F.O.:	4080					
3								
4		Variáveis de decisão			Restrições			
5		XAA	10		XAA + XBA = 100	100	100	
6		XAB	10		XAB + XBB = 200	200	200	
7		XAC	10		XAC + XBC = 150	150	150	
8		XAD	10		XAD + XBD = 50	50	50	
9		XBA	90		XAA >= 10	10	10	
10		XBB	190		XAB >= 10	10	10	
11		XBC	140		XAC >= 10	10	10	
12		XBD	40		XAD >= 10	10	10	
13					XBA >= 10	90	10	
14					XBB >= 10	190	10	
15					XBC >= 10	140	10	
16					XBD >= 10	40	10	
17								

Figura 10 – Resultado de problema pelo “Solver”

O programa retornará os valores das variáveis e o valor da função objetivo. Expresso em reais, o custo para distribuir as mercadorias e atender as necessidades das lojas, seria de R$ 4.080,00. Esse é o mínimo de custo possível, dentro das especificidades apresentadas pela questão.

4.4 – Estudo de caso

Os problemas enfrentados nas realidades das empresas são bem mais complexos e necessitam de uma maior capacidade de processamentos de dados e de habilidade do programador na modelagem do problema, além disso, a interpretação do resultado e direção da decisão tomada é crucial para a validação do modelo.

Para exemplificar como a Programação Linear é um assunto relevante para otimização do resultado operacional e demonstrar as dificuldades enfrentadas pelas empresas nesse campo, este trabalho apresenta um estudo de caso real de um problema de distribuição.

Uma fabricante de caixas eletrônicos tem um contrato de assistência técnica com um grande banco nacional, para manutenção e conserto do seu parque de caixas eletrônicos já existentes. Esse parque de caixas está agrupado em agências bancárias. O atendimento é feito por técnicos da empresa, pelas especificidades do conserto e manutenção dos caixas eletrônicos, os técnicos usam “kits” de peças e ferramentas, por isso, é necessário o deslocamento com carro. O modelo de deslocamento da empresa é via frota de carros alugados, onde a empresa reembolsa a gasolina gasta, esse é o único custo envolvido que pode ser minimizado, pois o contrato de locação da frota é fixo e por carro, independente da quilometragem rodada. Cada carro da frota está alocado para um técnico que fica com ele durante todo o tempo, sem necessidade de retornar para a filial da empresa para devolver o carro. Cada técnico tem uma base de atendimento de 35 a 45 caixas eletrônicos, essa divisão era feita até então pelos supervisores técnicos apenas por observação e relacionamento pessoal, pois existem lugares de atendimento melhores que outros, ou seja, não havia nenhum método de distribuição dos técnicos para os pontos de atendimento, somente a limitação de caixas eletrônicos que cada um pode atender, essa limitação tem que ser respeitada para que todo o parque de caixas eletrônicos do banco seja atendido e para que nenhum técnico fique sobrecarregado ou ocioso.

O principal problema de não se ter padrão nessa distribuição, é o custo com deslocamento, pois cada técnico não está atendendo sua relação de pontos de atendimento ótima. A distribuição ótima dos técnicos para seus pontos de atendimento de menor percurso diminuiria no total, o custo pago pela empresa com gasolina e teria um efeito colateral na melhoria do atendimento, já que o técnico se deslocaria mais rápido da sua casa para o primeiro ponto de atendimento e depois entre os pontos de atendimento durante o dia, pois eles seriam os mais próximos possíveis um do outro.

A Programação Linear tem a resposta para esse problema, é possível modelar essa questão através de um modelo de distribuição, onde as casas dos técnicos são os pontos de saída para atendimento, as agências bancárias são os pontos de atendimento intermediários e finais; esses representam os "nós" e os "arcos" são os trechos percorridos.

Por questões de processamento de dados e pelo conhecimento interno da empresa, Sabe-se que o deslocamento inicial é o que mais pesa na conta do combustível, pois, da casa do técnico para a primeira agência, normalmente, a distância é maior do que todo deslocamento feito entre as agências durante o dia de atendimento, pois essas são muito próximas entre si, além disso, ainda há o deslocamento final de mesmo peso do que o inicial. Por isso, para modelar esse problema, todas as variáveis dos trechos ficarão em função da casa do técnico (ponto de partida e chegada final) em relação as agências (pontos de atendimento).

Assim, temos para cada técnico "N" trechos possíveis para percorrer, esse número de trechos será igual ao número de pontos de atendimento para cada técnico.

Então, os trechos possíveis para cada técnico seriam: (AA,AB,AC,AD...); (BA,BB,BC,BD...); (CA,CB,CC,CD), onde a primeira letra representa cada técnico (seu endereço de casa), e a segunda letra, cada agência bancária (endereço da agência). No caso real, seriam 150 técnicos para cerca de mil pontos de atendimentos somente na região metropolitano do Rio de Janeiro. Esse problema teria então 150 mil variáveis possíveis de trechos (“arcos”). Apesar do grande número de variáveis, hoje é possível ter essa capacidade de processamento de dados com um computador comum, um software como o “Excel” e alguns complementos grátis disponíveis na internet para incrementar o “Solver” do “Excel”.

Cada variável dessa de trecho terá um coeficiente que multiplicará a variável, essa será distância em quilômetros entre a cada do técnico e agência bancária. As variáveis de trecho também serão do tipo binário (Dummy), pois a decisão do modelo será quais os trechos serão escolhidos para cada técnico e quais serão descartados, ou seja, 0 ou 1.

A função objetivo será do tipo de minimização dos quilômetros totais percorridos pela frota.

Para as restrições é preciso amarrar duas delas, do ponto de visto da agência bancária (todo ponto de atendimento deve ser atendido e somente por um técnico) e pelo ponto de vista do técnico que atenderá uma faixa de 35 a 45 caixas eletrônicos. Para a restrição do ponto de atendimento, podemos expressá-la da seguinte forma, levando em conta o ponto de atendimento A.

(AA + BA + CA + DA + EA + FA +...) = 1

Essa restrição fará com que somente um técnico atenda o ponto de atendimento A., pois, somando todos os caminhos possíveis para chegar ao ponto de atendimento A, a soma resultante deles, terá que ser igual a 1. Se as variáveis dos trechos são do tipo binário, somente um caminho poderá ser escolhido, ou seja, da casa de um técnico para o ponto de atendimento A, esse será o técnico responsável por atender esse local. Para cada ponto de atendimento, será preciso amarrar as variáveis de trecho dessa forma. Então, teremos “N” restrições desse tipo, igual ao número de pontos de atendimento.

Já a restrição que amarrará o técnico aos pontos de atendimento, terá que levar em consideração o número de caixas eletrônicos de cada ponto. Se atribuirmos o número de caixas eletrônicos como valor para o ponto de atendimento, quando o trecho que for utilizado pelo técnico será atribuído 1 pela variável binária, logo, multiplicará esse valor do número do caixa e entrará na contagem de caixas atendidos pelo técnico em questão, quando não for utilizado, será atribuído 0 ao trecho, e o valor do número de caixas eletrônicos será ignorado. Então, no exemplo do técnico A, teremos:

$35 < (20AA + 15\ AB + 35\ AC + 10\ AD + 5\ AF + \ldots) < 45$

Dessa forma, a soma dos valores das variáveis dos trechos estará dentro da faixa de 35 a 45 caixas eletrônicos, onde no exemplo, o ponto de atendimento A tem 20 caixas, o B tem 15 caixas, o C tem 35 caixas, o D tem 10 caixas e o F 5 caixas, e assim por diante. Logo, serão escolhidos os trechos que o técnico irá atender, assim amarrando as agências bancárias de responsabilidade do técnico A. O número de restrições desse tipo será “N”, igual ao número de técnicos.

Para função Objetivo, deveremos atribuir o valor de quilometragem para cada trecho. Assim ficaremos com a seguinte expressão:

$\text{Min } Z= (100AA + 23AB + 15AC...) + (13BA + 30BB + 36BC) + \ldots$

Onde, teremos listados todos os trechos possíveis, de cada técnico para cada ponto de atendimento. No exemplo, o trecho da casa do técnico A para o ponto de atendimento A tem 100 quilômetros, do técnico B para o ponto de atendimento A tem 13 quilômetros, e assim por diante.

5 CONCLUSÃO

Como apresentado neste trabalho, concluímos que a programação linear é uma ferramenta que pode ser muito útil para o planejamento operacional das empresas. Normalmente, as resultantes desse trabalho beneficiam a empresa como um todo. Uma minimização de custo, por exemplo, nem sempre é reduzir a qualidade do atendimento ou do produto, como no estudo de caso apresentado neste trabalho, a minimização de custo resultou em efeito colaterais positivos para o atendimento, pois os técnicos começarão a atender agências mais próximas de casa e entre si, o que tornará o atendimento mais rápido.

Além disso, fica claro que para ter resultados na vida real, a programação linear, assim como qualquer método de pesquisa operacional, precisa passar por um bom programador do programador do problema. Modelos matemáticos são representações da realidade, o segredo está na modelagem do problema onde as variáveis, restrições e função objetivo devem refletir a mais próximo possível a realidade.

Como ponto forte do método está a possibilidade de modelar qualquer situação real, por ser muito flexível e adaptável, a programação linear é utilizada em diversos tipos diferentes de negócios e situações, como apresentado neste trabalho.

Como ponto fraco, está a necessidade de grande capacidade computacional para rodar esses problemas. Esse ponto fraco já é superado pela tecnologia atual, porém ainda requer investimentos em “softwares” e “hardwares”.

Outro ponto fraco é a necessidade de rodar a programação linear toda vez que uma variável ou restrição muda. Por ter calculo interativo e todos os elementos do problema estar amarrados, uma pequena mudança em valores já muda totalmente o resultado e a solução ótima. Isso é um problema para fábricas, por exemplo, onde para mudar o “setup” do maquinário muitas vezes é preciso horas, interrompendo assim a produção.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

LACHTERMACHER, G. Pesquisa Operacional na Tomada de Decisões: modelagem em Excel. São Paulo: Campus, 2006

P.F. Bregalda, C.T. Bornstein e A.A.F. Oliveira. Introdução à Programação Linear, Campus, 1981.

E.L. Andrade. Introdução à Pesquisa Operacional: métodos e técnicas para análise de decisão, LTC, 1990.

V. Chvátal. Linear Programming. W.H. Freeman and Company, 14a. edição, 1999.

Ronald H. Ballou, Gerenciamento da Cadeia de Suprimentos/Logística Empresarial (Editora Bookman, 2006)

Introdução à Teoria Geral da Administração 7ª edição - Ed. Campus (2004)

Maximiano, A. Teoria Geral da Administração. Ed. Atlas, 2007

Setzer, V.W. *Os Meios Eletrônicos e a Educação: Uma Visão alternativa*. São Paulo: Editora Escrituras, Coleção Ensaios Transversais Vol. 10, 2001.)

DAVENPORT, PRUSAK, 1998