

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

INSTITUTO DE ECONOMIA

MONOGRAFIA DE BACHARELADO

**ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS EM  
DIFERENTES MODELAGENS DAS ESTRUTURAS  
A TERMO DAS TAXAS DE JUROS BRASILEIRA**

PAULO HENRIQUE DE ALMEIDA MOREIRA

Matrícula: 109023048

ORIENTADOR: Profº. Getúlio Borges da Silveira Filho

SETEMBRO 2014

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

INSTITUTO DE ECONOMIA

MONOGRAFIA DE BACHARELADO

**ANÁLISE DE COMPONENTES PRINCIPAIS EM  
DIFERENTES MODELAGENS DAS ESTRUTURAS  
A TERMO DAS TAXAS DE JUROS BRASILEIRA**

---

PAULO HENRIQUE DE ALMEIDA MOREIRA

Matrícula: 109023048

ORIENTADOR: Profº. Getúlio Borges da Silveira Filho

SETEMBRO 2014

*As opiniões expressas neste trabalho são da exclusiva responsabilidade do autor.*

## AGRADECIMENTOS

A todos os meus professores, que sempre ajudaram em minha formação

Ao meu orientador, Getúlio, sempre prestativo e interessado durante todo o período de produção da monografia.

À ANBIMA e toda a sua equipe, pelos dados fornecidos e pelas dúvidas sanadas.

À minha família e namorada, pelo apoio sempre oferecido.

Aos meus amigos, sempre presentes com suas sugestões.

Aos demais que, direta ou indiretamente, ajudaram na conclusão do bacharelado em Ciências Econômicas.

## RESUMO

Com base na descoberta de Litterman e Scheinkman (1991) sobre os três fatores principais responsáveis pelos movimentos nas curvas de juros, este trabalho tem como objetivo a aplicação da análise de componentes principais em dois diferentes modelos de estimação das estruturas a termo das taxas de juros real e nominal, utilizando preços de títulos públicos do governo brasileiro, a fim de melhor entender a dinâmica das variações das diferentes curvas de juros e compará-las, tanto pela ótica do modelo escolhido quanto pela ótica do tipo de curva. Com base na dissertação de Carvalho (2008), foram escolhidos os modelos criados por Svensson (1994) e por Li et Al (2001), chamado de *Spline Exponencial* da *Merrill Lynch*.

Os resultados obtidos vão ao encontro da literatura ao encontrar três componentes principais significativas. Além disso, apontam similaridades na variância explicada por cada um dos componentes principais entre os modelos, porém diferenças significativas entre a curva de juros real e a nominal, sendo esta menos sensível aos choques relativos ao primeiro componente principal.

## ÍNDICE

Agradecimentos .....	3
Resumo .....	4
Índice .....	5
Índice de Tabelas, Figuras e Gráficos .....	6
Introdução .....	7
I. Fundamentação Teórica .....	9
I.1 – Precificação dos Títulos de Renda Fixa .....	9
I.2 A Estrutura a Termo da Taxa de Juros .....	11
I.2.1 O Modelo de Svensson .....	12
I.2.2 O <i>Spline</i> Exponencial da <i>Merrill Lynch</i> .....	15
I.3 – A Análise de Componentes Principais .....	15
I.3.1 – Procedimento para a obtenção das Componentes Principais .....	16
I.3.2 – Aplicações na Estrutura a Termo da Taxa de Juros .....	17
II.1 – Base de Dados e Metodologia .....	19
II.1 – Modelo de Svensson .....	19
II.2 – Modelo SEML .....	20
II.3 – Análise de Componentes Principais .....	23
III – Resultados .....	25
III.1 – Resultados dos modelos de ETTJ .....	25
III.2 – Resultados da Análise de Componentes Principais .....	28
Conclusão .....	31
Referências Bibliográficas .....	32
APÊNDICE A – GRÁFICOS E TABELAS RESULTANTES DOS MODELOS.....	35

## ÍNDICE DE TABELAS, FIGURAS E GRÁFICOS

Figura 1 - Interpretação dos parâmetros do modelo de Nelson e Siegel (1987) .....	13
Tabela 1 - Valores de $\alpha$ testados com o grid .....	22
Tabela 2 - Vértices selecionados para a ACP .....	23
Tabela 3 – Matriz de Correlação entre os vértices da ETTJ prefixada SEML.....	28
Tabela 4 - Variância explicada por componente principal da ETTJ Prefixada .....	28
Tabela 5 - Variância explicada por componente principal da ETTJ Real .....	29
Tabela 6 - Matriz de Correlação entre os vértices da ETTJ Prefixada Svensson .....	41
Tabela 7 - Matriz de Correlação entre os vértices da ETTJ Real SEML .....	41
Tabela 8 - Matriz de Correlação entre os vértices da ETTJ Real Svensson .....	41
Gráfico 1 - ETTJ Prefixada em 28/06/2013 .....	25
Gráfico 2 - ETTJ Real em 28/06/2013 .....	26
Gráfico 3 - Erro dos modelos – ETTJ Prefixada .....	27
Gráfico 4 - Erro dos modelos – ETTJ Real .....	27
Gráfico 5 – Cargas da ETTJ Real do modelo SEML .....	30
Gráfico 6 - ETTJ Prefixada em 28/06/2012 .....	35
Gráfico 7 - ETTJ Prefixada em 30/06/2011 .....	35
Gráfico 8 - ETTJ Prefixada em 30/06/2010 .....	36
Gráfico 9 - ETTJ Prefixada em 30/06/2009 .....	36
Gráfico 10 - ETTJ Prefixada em 30/06/2008 .....	37
Gráfico 11 - ETTJ Prefixada em 02/07/2007 .....	37
Gráfico 12 - ETTJ Real em 29/06/2012 .....	38
Gráfico 13 - ETTJ Real em 30/06/2011 .....	38
Gráfico 14 - ETTJ Real em 30/06/2010 .....	39
Gráfico 15 - ETTJ Real em 30/06/2009 .....	39
Gráfico 16 - ETTJ Real em 30/06/2008 .....	40
Gráfico 17 - ETTJ Real em 02/07/2007 .....	40
Gráfico 18 - Cargas da ETTJ Real do modelo Svensson .....	42
Gráfico 19 - Cargas da ETTJ Prefixada do modelo SEML .....	42
Gráfico 20 - Cargas da ETTJ Prefixada do modelo Svensson .....	43

## Introdução:

A Estrutura a Termo da Taxa de Juros (ET TJ) é uma função que faz a associação entre uma única taxa de juros e um determinado prazo. Dito isto, sua obtenção é importante para a análise econômica por diversos motivos, como para política econômica, decisões de investimento, precificação de instrumentos financeiros e gerência de risco. Porém, não é possível observar taxas para todos os pontos, de modo que a curva de juros observável não é contínua, além de, em grande parte, as taxas de juros estão implícitas nos preços dos ativos de renda fixa ou derivativos.

Devido à grande necessidade de obter uma curva contínua, foram criados diversos modelos matemáticos para extrair, a partir dos preços e vencimentos disponíveis, curvas de juros mais fiéis possíveis às observadas no mercado. Desta forma, foram criados modelos que fazem uso desde *Splines* Cúbicos até funções paramétricas não-lineares.

Esta monografia tem como primeiro objetivo estimar a ET TJ prefixada e real para o mercado brasileiro, no período entre julho de 2007 e junho de 2013, através dos dois modelos tidos como os melhores para dados domésticos por Carvalho (2008) – o Svensson (Svensson, 1994) e o modelo proposto por Li et Al (2001) e utilizado pelo Banco do Canadá (Bolder e Gusba, 2002), e BIS, 2005), conhecido como *Spline* Exponencial da *Merrill Lynch* (SEML).

Com base no trabalho de Litterman e Scheinkman (1991), onde os autores encontram três componentes que determinam as variações da curva de juros – nível, inclinação e curvatura -, o segundo objetivo desta monografia é, através da aplicação da Análise de Componentes Principais nas variações diárias de taxas, decompor os componentes que regem os movimentos das Estruturas a Termo da Taxa de Juros primeiramente modeladas. Com base nisso, é feita uma comparação tanto entre os modelos quanto entre as curvas de juros prefixada e real.

O primeiro capítulo irá detalhar a fundamentação teórica deste trabalho, começando pelo método de precificação dos ativos de renda fixa utilizados na modelagem da ET TJ. Em seguida, é feita a exposição do conceito e da importância da ET TJ para os mais diferentes setores da economia, assim como a explicação dos modelos utilizados neste trabalho. O capítulo termina com a fundamentação da Análise de Componente Principais e as aplicações desta em curvas de juros.



O segundo capítulo trata de toda a base de dados utilizada para a construção das ETTJs, como a fonte de dados utilizada e os tratamentos aplicados. O terceiro capítulo exibirá os resultados encontrados, tanto para a ETTJ quanto para a Análise de Componentes Principais. Em seguida vem a conclusão e sugestão de trabalhos futuros, enquanto o último capítulo traz as referências bibliográficas. Por último, encontra-se o apêndice com as tabelas e gráficos resultantes dos modelos aplicados.

## I – Fundamentação Teórica:

A Estrutura a Termo da Taxa de Juros (ET TJ) é uma função que relaciona prazo e taxa de juros. Porém, essas não são usualmente observadas nem transacionadas, sendo normalmente ativos de renda fixa ou derivativos os instrumentos presentes no mercado. Desta forma, foram criados modelos para gerar uma curva de juros para todos os prazos utilizando essencialmente a precificação de títulos de renda fixa. Sendo assim, é necessário estudar o método como esses são precificados.

### I.1 – Precificação dos Títulos de Renda Fixa:

O preço de um ativo de renda fixa é o fluxo de caixa futuro prometido pelo emissor, trazido a valor presente por uma função desconto<sup>1</sup>, que pode ser representada por:

$$d_t(T_j) = \frac{1}{(1+r(T_j))^{T_j}} \quad (1)$$

onde,

$T_j$  = é o prazo para o pagamento  $j$

$r(T_j)$  = taxa de juros da ET TJ no prazo  $T_j$

De posse desta função desconto, é possível precificar o ativo de renda fixa, de tal forma que:

$$P_t = F_{1T}d_t(T_1) + F_{2T}d_t(T_2) + \dots + F_{KT}d_t(T_K) = \sum_{j=1}^K F_{jT}d_t(T_j) \quad \forall t, \quad (2)$$

em que  $P_t$  é o preço do ativo de renda fixa na data  $t$ .,

$F_{jT}$  = pagamento (cupom ou amortização)  $j$  no prazo  $T$  e

---

<sup>1</sup> Por este trabalho tratar de ativos do mesmo emissor (o governo federal), o risco de crédito das diferentes emissões será o mesmo, já sendo incorporado nas taxas de juros.

$K = n^{\circ}$  de pagamentos do ativo.

No caso brasileiro, existem títulos públicos transacionados tanto pela taxa nominal de juros quanto pela taxa real de juros. Esses são representados pelas Notas do Tesouro Nacional – Série B (NTN-B), enquanto aqueles são representados pelas Letras do Tesouro Nacional (LTN) e pelas Notas do Tesouro Nacional – Série F (NTN-F). A LTN e a NTN-F não são alvo de atualização monetária, diferenciando-se por esta realizar pagamento de cupom de juros semestral de 10% ao ano. A NTN-B, por sua vez, é alvo de atualização pelo IPCA (Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo), além de pagar semestralmente um cupom de juros de 6% ao ano.

Assim, o preço da NTN-B não será apenas dado pela equação (2), sendo necessário o cálculo da inflação acumulada, também chamado de Valor Nominal Atualizado (VNA). Uma vez que o cálculo do IPCA é feito entre o dia 15 do mês anterior e o dia 15 do mês de cálculo, é necessário utilizar a projeção de IPCA do mercado divulgada pela Associação das Entidades dos Mercados Financeiro e de Capitais (ANBIMA) para atualizar o VNA. Desta forma,

$$VNA = VNA_{ant} \times (1 + IPCA_{projetado})^y,$$

$$\text{onde } y = \frac{n^{\circ} \text{ de dias \u00fateis entre a data de c\u00e1lculo e o dia 15 do m\u00eas anterior}}{n^{\circ} \text{ de dias \u00fateis entre o dia 15 do m\u00eas anterior e o dia 15 do m\u00eas seguinte}} \quad e$$

$$VNA_{ant} = 1000 \times IPCA \text{ acumulado entre 15 de Julho de 2000 e o dia 15 do m\u00eas anterior.}$$

De posse do VNA calculado, basta multiplica-lo pela equação (2) para chegar ao preço final do t\u00edtulo.

Outro conceito muito importante sobre os t\u00edtulos de renda fixa que tamb\u00e9m ser\u00e1 usado neste trabalho \u00e9 o de *duration*. Proposta inicialmente por Macaulay (1938, apud Fabozzi e Modigliani, 1992) pode-se definir *duration* como uma medida de prazo m\u00e9dio ponderado de um instrumento de renda fixa. A *duration* pode ser escrita como:

$$dur = \frac{1}{P_t} * \sum_{j=1}^K (T_j * F_{jT} d_t(T_j)). \quad (3)$$

Com a metodologia de precifica\u00e7\u00e3o dos t\u00edtulos de renda fixa bem especificada, assim como o conceito de *duration*, j\u00e1 \u00e9 poss\u00edvel partir para a explica\u00e7\u00e3o de diferentes m\u00e9todos de modelagem da Estrutura a Termo da Taxa de Juros.

## I.2 A Estrutura a Termo da Taxa de Juros:

A ETTJ é uma função que relaciona prazo e taxa de juros. Porém, não foi discutida ainda a sua importância para diversos tipos de análises econômicas, como decisões de investimento, gestão de riscos e política econômica.

Sua importância para política econômica está na avaliação do impacto das medidas tomadas pelos *policy makers* nas expectativas dos agentes sobre as taxas futuras, possibilitando a melhor visualização do cenário econômico. Além disso, através da ETTJ é possível saber o custo de oportunidade dos investimentos a serem realizados para os mais diversos prazos, auxiliando o processo de decisão ao proporcionar esta melhor mensuração.

No que tange o mercado financeiro, é possível precificar os diferentes ativos com o auxílio da ETTJ, adicionando os devidos prêmios (liquidez, crédito, etc.) no cálculo. Além disso, com base em um histórico das variações da curva de juros, podem-se utilizar diversos modelos para gerenciar o risco das carteiras de ativos e simular cenários de *stress*, na tentativa de calcular mais corretamente o risco de mercado inerente às operações.

Porém, como já mencionado, foi necessário construir modelos que gerassem as funções que definem a ETTJ, uma vez que não é possível observar taxas para todos os prazos. Desta forma, foram criados diversos modelos utilizados para solucionar este problema. A dissertação de Carvalho (2008) é muito importante para este trabalho. Nela, o autor testou para o caso brasileiro quatro diferentes métodos de estimação: duas variações do modelo de *Splines* :o proposto por McCulloch (1971) e o *Spline* com pontos fixos; o modelo de Svensson (1994), que é uma expansão do modelo proposto por Nelson e Siegel (1987); e o modelo de *Spline* Exponencial do *Merrill Lynch*, que é uma soma de polinômios exponenciais, desenvolvido por Li et Al (2001) e utilizado pelo Banco do Canadá (Bolder e Gusba (2002), BIS (2005)).

Para comparar os resultados obtidos pelos modelos, o autor aplicou as métricas propostas por Bliss (1996), encontrando o modelo de Svensson e o SEML como os melhores, nesta ordem. Neste trabalho, portanto, serão usados os dois modelos considerados os melhores por Carvalho (2008), o Svensson e o SEML, descritos na sequência desta seção.

### I.2.1 O Modelo de Svensson:

Um dos modelos utilizados neste trabalho foi proposto por Svensson (1994) como extensão do modelo proposto por Nelson e Siegel (1987).

Nelson e Siegel (1987) definiram a taxa *forward* através da seguinte equação:

$$f_t(m) = \beta_{1t} + \beta_{2t}e^{-m\tau_1} + \beta_{3t}e^{-m\tau_1} \quad (4)$$

onde,

$m = \text{prazo};$

$\tau_1 = \text{fator de decaimento do modelo}.$

Para se chegar à taxa zero cupom ou *spot*, integra-se  $f_t(m)$ , de modo que:

$$r_t(m) = \beta_{1t} + \beta_{2t} \left( \frac{1-e^{-m\tau_1}}{m\tau_1} \right) + \beta_{3t} \left( \frac{1-e^{-m\tau_1}}{m\tau_1} - e^{-m\tau_1} \right). \quad (5)$$

Diebold e Li (2006) fazem uso deste modelo de três fatores para estimar taxas futuras. Neste trabalho, os autores chegaram a diversas conclusões sobre os parâmetros utilizados no modelo de Nelson e Siegel (1987).

Primeiramente, como diz Carvalho (2008), “[...]  $\tau_1$  controla a taxa de decaimento exponencial, ou seja, quanto menor (maior) o parâmetro, mais lento (rápido) será o decaimento e melhor será a adequação da curva para a parte longa (curta) da ETTJ. Além disso,  $\tau_1$  determina onde a carga de  $\beta_{3t}$  atinge seu máximo”. Os três parâmetros  $\beta$  tem relação com as componentes principais descritas por Litterman e Scheinkman (1991), sendo respectivamente responsáveis por movimentos relacionados ao nível, à inclinação e à curvatura, e serão explicados mais a frente neste capítulo.

Outra interpretação para os  $\beta$  é a de considera-los como termos de curto, médio e longo prazo. Tomando-se os limites da equação  $r_t(m)$ , teremos:

- $\lim_{m \rightarrow \infty} r_t(m) = \beta_{1t}$ , de modo que este parâmetro pode ser entendido como a taxa de longo prazo;
- $\lim_{m \rightarrow 0} r_t(m) = \beta_{1t} + \beta_{2t}$ , de modo que a soma destes parâmetros governa a taxa de curto prazo.

Já o parâmetro  $\beta_{3t}$  pode ser visto como o componente que afeta a parte de médio prazo, pois a carga que o multiplica começa em zero, é crescente no início e tende para zero no limite<sup>2</sup>. A figura 1 ilustra esta análise.

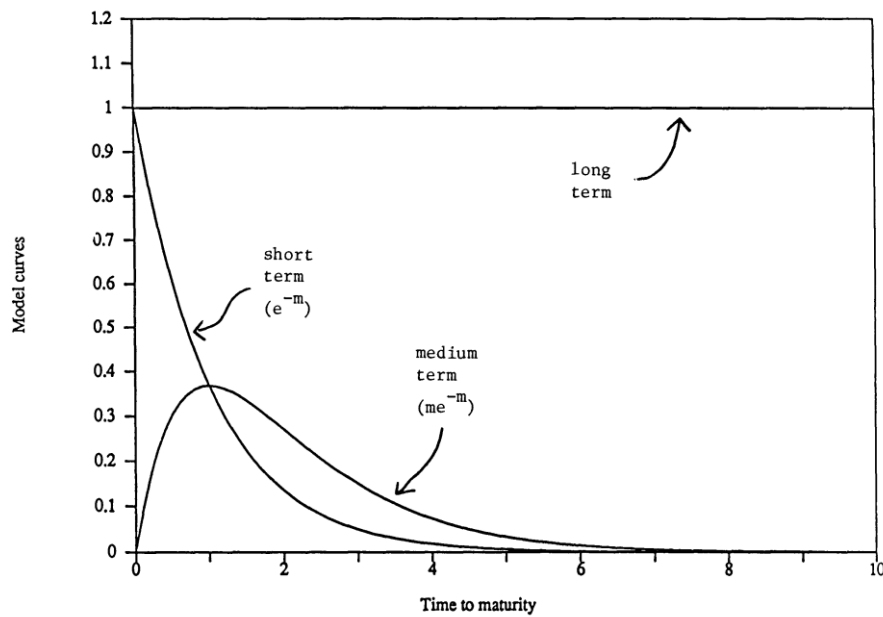


Figura 1 – Interpretação dos parâmetros do modelo de Nelson e Siegel (1987)

Fonte: Nelson e Siegel (1987).

Svensson (1994), em seu estudo sobre a estimação de curvas de juros para a Suécia entre 1992 e 1994, optou por adicionar mais um fator exponencial no modelo a fim de dar mais flexibilidade e melhorar a modelagem. Desta forma, a taxa zero cupom proposta por Svensson (1994) pode ser descrita pela seguinte equação:

$$r_t(m) = \beta_{1t} + \beta_{2t} \left( \frac{1 - e^{-m\tau_1}}{m\tau_1} \right) + \beta_{3t} \left( \frac{1 - e^{-m\tau_1}}{m\tau_1} - e^{-m\tau_1} \right) + \beta_{4t} \left( \frac{1 - e^{-m\tau_2}}{m\tau_2} - e^{-m\tau_2} \right). \quad (6)$$

<sup>2</sup> Ver ANBIMA (2010).

Este novo fator torna possível novos formatos na curva de juros, uma vez que os parâmetros de decaimento  $\tau_1$  e  $\tau_2$ , por serem diferentes, irão fazer com que  $\beta_{3t}$  e  $\beta_{4t}$  assumam máximos e/ou mínimos diferentes.

De posse da função  $r_t(m)$  da taxa de juros zero cupom da equação (6), é possível escrever a função desconto como:

$$d_t(m) = \frac{1}{(1+r_t(m))^m}. \quad (7)$$

E a função-objetivo da minimização do modelo, a fim de chegar aos parâmetros que descreverão a curva será:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^N W_i \left( P_i - \sum_{j=1}^{K_i} F_{ij} d_t(T_{ij}) \right)^2. \quad (8)$$

Ou seja, o objetivo do modelo é minimizar o quadrado do erro do preço do título público  $P_i$ , observado em mercado, para o preço encontrado utilizando a taxa zero cupom a ser modelada. Esta minimização tratará de todos os  $i$  ativos observados. Como ressaltado em ANBIMA (2010), o erro no preço gerado pelo procedimento é homocedástico, porém é heterocedástico nas taxas dos ativos. Desta forma, a fim de atenuar este problema, é introduzido o ponderador  $W_i$ , que é o inverso da *duration* do ativo, pois, uma vez que uma diferença pequena de preço em um ativo de curto prazo irá resultar em uma grande diferença de taxa. Desta forma, este ponderador penaliza mais os erros de preço no curto prazo. ANBIMA (2010) ainda resalta que esse ponderador foi escolhido com base no perfil da dívida pública brasileira, podendo haver mudanças caso haja alterações nesta estrutura.

O modelo de Svensson foi amplamente aceito, tanto pela academia quanto pelo mercado, sendo utilizado por nove de treze Bancos Centrais pesquisados (BIS, 2005). No Brasil, Almeida et al (2007) comparou os modelos de Nelson e Siegel (1987) e Svensson (1994) para dados domésticos e chegou a conclusão que a adição de um quarto fator traz melhor ajuste na modelagem da ETTJ. Além disso, a ANBIMA divulga diariamente as curvas de juros extraídas a partir das taxas dos títulos públicos, tanto dos prefixados (utilizando as taxas de LTN e NTN-F) quanto dos atrelados ao IPCA (utilizando as taxas de NTN-B) através do modelo proposto por Svensson (1994).

### I.2.2 O Spline Exponencial da Merrill Lynch:

Este método foi desenvolvido por Li et al. (2001) e aplicado por Bolder e Gusba (2002) no Banco do Canadá (BIS, 2005) e por Carvalho (2008) em sua dissertação. O método consiste em, diferentemente de Svensson, modelar a função desconto  $d_t$ . Porém, neste caso, ela é escrita como uma combinação linear de exponenciais, como descrito na equação abaixo:

$$d_t(m) = \sum_{k=1}^N \beta_k e^{-k\alpha m} . \quad (9)$$

Bolder e Gusba (2002) utilizam 9 exponenciais no modelo, porém Carvalho (2008) faz o uso de 5, justificando pelo pequeno número de títulos presentes para a estimação. Doravante, será utilizada a combinação das exponenciais escolhidas por Carvalho (2008) com base na melhor adaptação ao perfil da dívida brasileira:

$$d_t(m) = \beta_1 e^{-\alpha m} + \beta_2 e^{-2\alpha m} + \beta_3 e^{-3\alpha m} + \beta_8 e^{-8\alpha m} + \beta_9 e^{-9\alpha m} . \quad (10)$$

Tendo a função desconto, basta substituí-la na equação (2) para chegar ao preço de um título. O problema de minimização utilizado neste modelo é o mesmo do modelo utilizado por Svensson (1994), ou seja, a equação (8). Esta minimização, como ressalta Carvalho (2008), torna-se linear caso o parâmetro  $\alpha$  seja fixo. Desta forma, o autor sugere a montagem de um grid<sup>3</sup> para melhor fixar esse parâmetro, escolhendo o valor em que o erro seja o menor possível. O  $\alpha$  tem a interpretação de ser a taxa de juros contínua de longo prazo.

É necessário apontar a única diferença presente na minimização deste modelo para o modelo de Svensson (1994). Uma vez que tratamos da função desconto, é necessário incluir a restrição de que, no ponto  $m=0$ , ela valha 1, ou seja, a soma dos  $\beta$  seja igual a 1.

### I.3 – A Análise de Componentes Principais:

De posse da fundamentação teórica da estimação da ETTJ, já é possível partir para o ponto seguinte deste trabalho, que é a Análise de Componentes Principais, tratando do procedimento de obtenção e da maneira como este modelo é aplicado na curva de juros.

---

<sup>3</sup> O *grid* consiste em testar diversos valores para o parâmetro em um intervalo escolhido a fim de encontrar o melhor resultado. No caso, o melhor resultado será aquele em que o erro seja o menor possível.



### I.3.1 – Procedimento para a obtenção das Componentes Principais:

Concebida por Pearson em 1901 e aprimorada por Hotelling em 1933, a Análise de Componentes Principais (ACP) é um procedimento estatístico que visa transformar um conjunto de dados multivariados possivelmente correlacionados em conjuntos de variáveis ortogonais, sendo cada um destes conjuntos chamados de Componentes Principais (CP), que serão uma combinação linear das variáveis. Dessa forma, a técnica permite transformar as  $N$  variáveis originais em  $Y$  componentes principais (onde  $Y \leq N$ ), não correlacionadas, que contém grande parte da variância original. A Primeira Componente Principal será aquela que contém a maior parte da variância dos dados, de modo que cada Componente Principal a seguir irá responder por menos variância que a anterior.

O trabalho de Araújo e Coelho (2009) ajuda a formalizar a ACP. De posse dos dados de  $p$  variáveis  $N_1, N_2, \dots, N_p$ , cada um com  $n$  observações, subtrai-se de cada um deles sua média e divide-se o resultado pelo seu desvio padrão, isto é, normaliza-se cada um, chamando-os de  $Z_p$ <sup>4</sup>. Uma vez que as Componentes Principais são uma combinação linear das variáveis, podemos escrever a Primeira CP como:

$$Y^1 = \text{MaxVar}(\beta_{1p}Z_p) \quad \text{s. a } ||Y^1||^2 = 1,$$

onde,

$\beta_{1p}$  = Coeficiente da variável  $p$  no 1º CP, também chamados de carga.

Esta restrição de norma unitária se faz necessária para evitar que a componente principal tome valores tão grandes conforme os coeficientes  $\beta$  das variáveis cresçam. Assim, a Primeira Componente Principal terá a máxima variância.

Para as demais componentes, como ressalta Mascitelli (2008), a restrição de ortogonalidade (produto interno igual à zero) entre as componentes principais já obtidas e a componente principal a ser estimada é incluída, de modo que a próxima componente principal não explique fatores anteriormente descritos. Desta forma, cada uma das novas componentes irá explicar menos que a anterior.

---

<sup>4</sup> É importante ressaltar que nem todos os autores fazem uso da normalização das variáveis ao aplicar a análise de componentes principais.

A ACP também pode ser entendida como a “[...] análise dos autovetores e autovalores na matriz de correlação entre as variáveis” (Furcolin Filho, 2010). A Primeira CP será associada ao maior autovalor, que é proporcional ao tanto de variância que a CP em questão explica, e assim por diante. Fora isso, é possível avaliar o quanto cada CP explica da variância pela razão do respectivo autovalor e da soma dos autovalores encontrados.

### **I.3.2 – Aplicações na Estrutura a Termo da Taxa de Juros:**

A aplicação, ainda que apenas intuitivamente, da ACP na ETTJ tem em Litterman e Scheinkman (1991) o seu primeiro e principal trabalho. Nele, os autores demonstram que as variações das taxas de juros implícitas nos títulos norte-americanos não são apenas paralelas, mas também influenciadas por outros dois fatores mais difíceis de capturar, denominados pelos autores de inclinação e curvatura. Essas três componentes seriam responsáveis por cerca de 98% da variação. Assim, argumentam que, levando em conta esses tipos de movimentos, é possível fazer a imunização de uma carteira de ativos de maneira mais satisfatória do que apenas imunizando por *duration*.

Posteriormente, a metodologia proposta por Litterman e Scheinkman inspirou diversos autores. Sethi (2008) aplica a Análise de Componentes Principais em curvas de juros construídas utilizando a metodologia proposta por Nelson e Siegel (1987) e ampliada por Svensson (1994) para a Nova Zelândia, no período de 1993 até 2007. Em seu trabalho, o autor encontra as mesmas três componentes principais que Litterman e Scheinkman (1991) observaram. Porém, nota indícios de uma quarta componente, responsável por movimentar os vértices de curtíssimo prazo para baixo, os vértices entre 3 e 6 meses para cima, os vértices entre 6 meses e 3 anos novamente para baixo, e o longo prazo para cima.

No Brasil, Silveira e Lion (2003) e Mascitelli (2008) utilizam técnicas de análise de dados funcionais para estudar as variações da ETTJ, com base nas Taxas de Swap e DI Futuro, mostrando que trabalhar com curvas de diferenças da ETTJ diminui a inércia da evolução das curvas. Brito (2011) utiliza a ACP para investigar como os movimentos da ETTJ afetariam os retornos de uma carteira de títulos públicos brasileiros indexados à inflação (NTN-B) frente aos cenários de choques macroeconômicos por ele elaborados.

Ainda com dados domésticos, Varga e Valli (2001) e Furcolin Filho (2010) mostram a maior eficiência da imunização utilizando as componentes principais frente à imunização via *duration* simulando os retornos de uma carteira de ativos de renda fixa zero cupom ao longo de

um período. Luna (2005) compara os resultados do Value-at-Risk calculado através da combinação de ACP com a Simulação de Monte Carlo com os resultados obtidos utilizando as metodologias mais utilizadas na época, como o RISKMETRICS, avaliando-os por um indicador de desempenho.

## **II – Base de Dados e Metodologia:**

De posse da fundamentação teórica exposta, este capítulo tem como objetivo apresentar a base de dados utilizada neste trabalho, assim como a metodologia empregada no mesmo. Assim, será possível demonstrar como as curvas de juros foram modeladas, como a análise de componentes principais foi utilizada e como a comparação entre os dois diferentes modelos foi feita.

### **II.1 – Modelo de Svensson:**

O modelo criado por Nelson e Siegel (1987) e estendido por Svensson (1994) é o mais utilizado pelos Bancos Centrais no planeta (BIS, 2005). Através de seis parâmetros obtidos através de um algoritmo de otimização, é possível descrever todos os pontos da curva de juros zero-cupom, ou seja, obtém-se uma função contínua em todos os pontos.

No Brasil, a ANBIMA divulga diariamente os parâmetros da ETTJ obtidos através do modelo de Svensson, tanto para a curva prefixada quanto para a curva real. Essas são obtidas, respectivamente, através da modelagem das taxas de juros indicativas advindas dos títulos de renda fixa prefixados (LTN e NTN-F) e dos indexados ao IPCA (NTN-B). A ANBIMA utiliza um algoritmo genético para realizar a otimização da função objetivo. Este algoritmo de busca, criado por Holland (1975) e aplicado em curvas de juros no trabalho de Gimeno e Nave (2006), do Banco Central Espanhol, utiliza-se dos conceitos da biologia para realizar mutações nos parâmetros a fim de encontrar o mínimo global da função, e não apenas o local, o que poderia ocorrer devido à alta não-linearidade da equação. Para mais informações acerca do algoritmo genético e sua aplicação na curva de juros, ver Gimeno e Nave (2006).

Este trabalho, então, utiliza os parâmetros diariamente divulgados pela ANBIMA no período de 02/07/2007 até 28/06/2013 para montar a ETTJ em todas as datas disponíveis nessa série, contabilizando 1506 observações. Para tanto, bastou inserir os parâmetros correspondentes na equação (6).

## II.2 – Modelo SEML:

Diferentemente do modelo de Svensson, não há nenhuma instituição que divulgue diariamente uma ETTJ para o Brasil utilizando o SEML. Sendo assim, será necessário modelá-la, isto é, empregar toda a fundamentação teórica exposta na seção I.2.2 para chegar ao resultado desejado.

Como exposto anteriormente, a função objetivo do SEML, assim como a do Svensson, é descrita pela equação (8), apenas com a inclusão da restrição:

$$\text{Min } \sum_{i=1}^N W_i \left( P_i - \sum_{j=1}^{K_i} F_{ij} d_t(T_{ij}) \right)^2 \quad (8)$$

s.a  $d_t(0) = 1$ .

Sendo assim, será necessário primeiramente obter os preços de todos os títulos de renda fixa que serão utilizados para a modelagem (LTN, NTN-F e NTN-B) em todas as datas entre 02/07/2007 e 28/06/2013, inclusive. A ANBIMA divulga diariamente os preços para esses ativos em seu site<sup>5</sup>, de modo que esta foi a base utilizada neste trabalho. Além disso, foram necessárias ainda as informações referentes às características dos ativos, como data de emissão, data de vencimento e os juros e periodicidade dos cupons, além do Valor Nominal Atualizado para os ativos indexados ao IPCA. Estas características também foram obtidas no site da ANBIMA.

De posse destes preços e das características dos ativos, foi utilizado o *software MATLAB* para montar duas matrizes: uma com os preços dia-a-dia para os diferentes títulos e outra com as características dos papéis. A partir da matriz com as características, é possível montar o fluxo de caixa diariamente de todos os três tipos de ativos utilizados neste trabalho – LTN, NTN-F e NTN-B – uma vez que, a partir do vencimento, é possível saber todas as datas de pagamento dos cupons de juros. Em seguida, todos os preços de NTN-B foram divididos pelo seu VNA no dia, e as LTN e NTN-F divididas por 1000, para que seja possível trabalhar todos os ativos em forma de cotação.

A seguir, um exemplo da matriz de fluxos utilizada:

---

<sup>5</sup> [http://www.anbima.com.br/merc\\_sec/merc-sec.asp](http://www.anbima.com.br/merc_sec/merc-sec.asp)

$$\begin{bmatrix} 0,0040 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,25 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,50 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0,0488 \\ 0,75 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1,0488 \end{bmatrix}$$

A primeira coluna desta matriz é o número de dias úteis (em ano, isto é, dividido por 252) do dia de cálculo até o dia do pagamento. As colunas seguintes são os pagamentos dos diversos ativos. Neste exemplo, a segunda coluna é um ativo vencendo no dia útil seguinte, e as demais colunas seriam outros ativos, neste caso, LTN's, com exceção do último, que é uma NTN-F, pagando cupom em duas datas no ano.

Com as matrizes de fluxos montadas, falta apenas encontrar a taxa de cada papel para que a matriz de pesos  $W_i$  possa ser montada. Para tanto, é encontrada a taxa de cada ativo utilizando uma otimização simples e sem restrições (função *fsolve* do *MATLAB*), usando a matriz de fluxo e a cotação do papel, como na equação (2). Sendo assim, já é possível calcular a *duration* de cada ativo e montar a matriz diagonal de pesos  $W$ .

Neste momento, já temos todas as variáveis necessárias para rodar o modelo: a matriz de pesos, a matriz de fluxos e o preço (cotação) de mercado. Porém, a fim de melhorar a otimização, foi criado um ativo sintético que será inserido diariamente no cálculo da curva prefixada. Ele tem 1 dia de prazo e sua taxa é exatamente a taxa SELIC<sup>6</sup> efetiva divulgada diariamente pelo Banco Central do Brasil. Esse ativo foi criado a fim de criar um ponto de referência de curto prazo para melhor balizar a estimação da curva. Desta forma, este ativo terá o maior peso no modelo, uma vez que o resultado da divisão de 1 pela sua *duration* será o próprio 1. Sendo assim, pelas características do modelo, a possibilidade das taxas de curto prazo modeladas se distanciarem das taxas observadas no mercado diminui bastante. Esta operação só pode ser utilizada para os prefixados por não existir nenhuma taxa de referência relacionada à inflação que pudesse ser utilizada. As implicações disto serão apresentadas no capítulo de resultados.

Com a inserção do ativo de curto prazo, o passo seguinte consiste em rodar o modelo SEML. A função objetivo, como mostrado anteriormente, é descrita pela equação (8):

---

<sup>6</sup> A taxa SELIC é a taxa média ponderada das operações compromissadas de um dia lastreadas em títulos públicos federais, fechadas no Sistema Especial de Liquidação e Custódia (SELIC) do Banco Central do Brasil

$$\text{Min } \sum_{i=1}^N W_i \left( P_i - \sum_{j=1}^{K_i} F_{ij} d_t(T_{ij}) \right)^2 \quad (8)$$

s.a  $d_t(0) = 1$ ,

Onde:

$$d_t(m) = \beta_1 e^{-\alpha m} + \beta_2 e^{-2\alpha m} + \beta_3 e^{-3\alpha m} + \beta_8 e^{-8\alpha m} + \beta_9 e^{-9\alpha m}. \quad (10)$$

Ou seja,  $d_t(0) = \sum_{k=1}^K \beta_k = 1$ .

Como dito no capítulo anterior, este trabalho utilizará, diferentemente do modelo original, 5 betas no lugar de 9. Esta escolha foi baseada no artigo de Carvalho (2008), que constatou que para o caso brasileiro o modelo se adapta melhor com 5 parâmetros no lugar de 9.

Esta estimação, a priori, não é linear. Porém, caso o parâmetro  $\alpha$  seja fixado, o problema se torna linear. Portanto, todo o modelo foi rodado com a utilização de um *grid* para o parâmetro  $\alpha$ , com os valores da tabela a seguir:

	Prefixado	Real
Valor Mínimo	0,07	0,03
Valor Máximo	0,20	0,10

Tabela 1 – Valores de  $\alpha$  testados com o *grid*.

Escolhi testar o *grid* com 200 valores, de modo que, para cada dia, o modelo será rodado 200 vezes para cada tipo de curva (prefixada ou indexada à inflação), sendo o parâmetro escolhido aquele que gerar o menor erro entre os preços de mercado e os preços modelados. A escolha de 200 valores é arbitrária e se deu porque, quanto maior o número de parâmetros testado, maior o gasto computacional, o que poderia impossibilitar a adoção deste modelo devido ao grande tempo para gera-lo.

Assim como no modelo Svensson, foram geradas curvas tanto para os ativos prefixados (juros nominais) quanto para os indexados à inflação (juros reais), para 1506 dias. Com a base de dados coletada e a programação necessária feita, já é possível rodar o modelo e, assim, ir para o passo seguinte deste trabalho, que consiste em extrair as componentes principais de cada

uma das curvas para, posteriormente, analisar os resultados decorrentes da comparação entre as curvas prefixadas e reais dos modelos Svensson e SEML.

### II.3 – Análise de Componentes Principais:

Como exposto na seção I.3.2, já existe uma literatura extensa sobre a aplicação da ACP em curvas de juros. Em todos eles, é necessário, de posse da ETTJ, escolher os vértices a serem utilizados como variáveis na ACP. Neste trabalho, para a curva de juros nominal, foram escolhidos os vértices de 21, 63, 126, 252, 504, 756, 1008 e 1260 dias úteis, ou 1 mês, 3 meses, 6 meses, 1 ano, 2 anos, 3 anos, 4 anos e 5 anos, respectivamente.

Para a curva de juros real, foram escolhidos os vértices de 1, 2, 3, 4, 5, 10, 15 e 20 anos. O maior prazo para esta curva se dá pelo fato dos títulos utilizados para sua estimação (NTN-Bs) possuírem prazos muito superiores aos dos títulos utilizados para a ETTJ nominal (LTNs e NTN-Fs).

Vértices Escolhidos	
ETTJ Prefixada	ETTJ Real
21 (1m)	252 (1a)
63 (3m)	504 (2a)
126 (6m)	756 (3a)
252 (1a)	1008 (4a)
504 (2a)	1260 (5a)
756 (3a)	2520 (10a)
1008 (4a)	3780 (15a)
1260 (5a)	5040 (20a)

Tabela 2 - Vértices selecionados para a ACP.

Outro ponto em comum de todos os trabalhos e que também será aplicado neste é a utilização das ETTJ como uma curva da primeira diferença efetuar a ACP, isto é,

$$\Delta Taxa_t^n = Taxa_t^n - Taxa_{t-1}^n,$$

onde,  $t$  é o dia e  $n$  é o vértice escolhido.

Esta escolha é justificada pelo trabalho de Silveira e Lion (2003), que, como já dito em seção anterior, demonstram que a utilização da curva desta maneira reduz a inércia presente na



ETTJ, de modo que “[...] fica comprometida a hipótese básica para desenvolvimentos estatísticos formais, e.g, testes de hipóteses de independência entre as observações.” (Silveira e Lion, 2003, p.26)

Após a obtenção das curvas de juros em diferenças, faz-se necessário normalizar os dados, ou seja, para cada variável encontrar sua média e desvio-padrão para, assim, subtrair a média de cada elemento da matriz, dividindo-a depois pelo seu desvio-padrão.

Assim sendo, o input a ser utilizado na análise de componentes principais consiste em uma matriz  $N-1$  por  $V$  normalizada, onde  $N$  é o número de dias de análise (1506, no caso deste trabalho) e  $V$  o número de vértices escolhidos (8 para cada curva).

A ACP será calculada também no software *MATLAB*, utilizando a função *princomp*, que retorna tanto as cargas quanto o percentual de variância explicado por cada fator.

### III – Resultados:

Esta seção tem como objetivo expor e discutir os resultados da estimação das curvas através dos diferentes modelos propostos, e da aplicação da Análise de Componentes Principais nos vértices selecionados.

Primeiramente, serão expostos os resultados dos modelos de ETTJ, apresentando os erros de estimação e a dinâmica das taxas no período estudado. Discutida a ETTJ, são analisados os resultados da ACP, apresentando as cargas encontradas e a variância explicada por cada componente principal.

#### III.1 – Resultados dos modelos de ETTJ:

Nos gráficos 1 e 2 são mostradas as ETTJs calculadas para o dia 28/06/2013, o último do modelo (para outras datas, ver Apêndice).

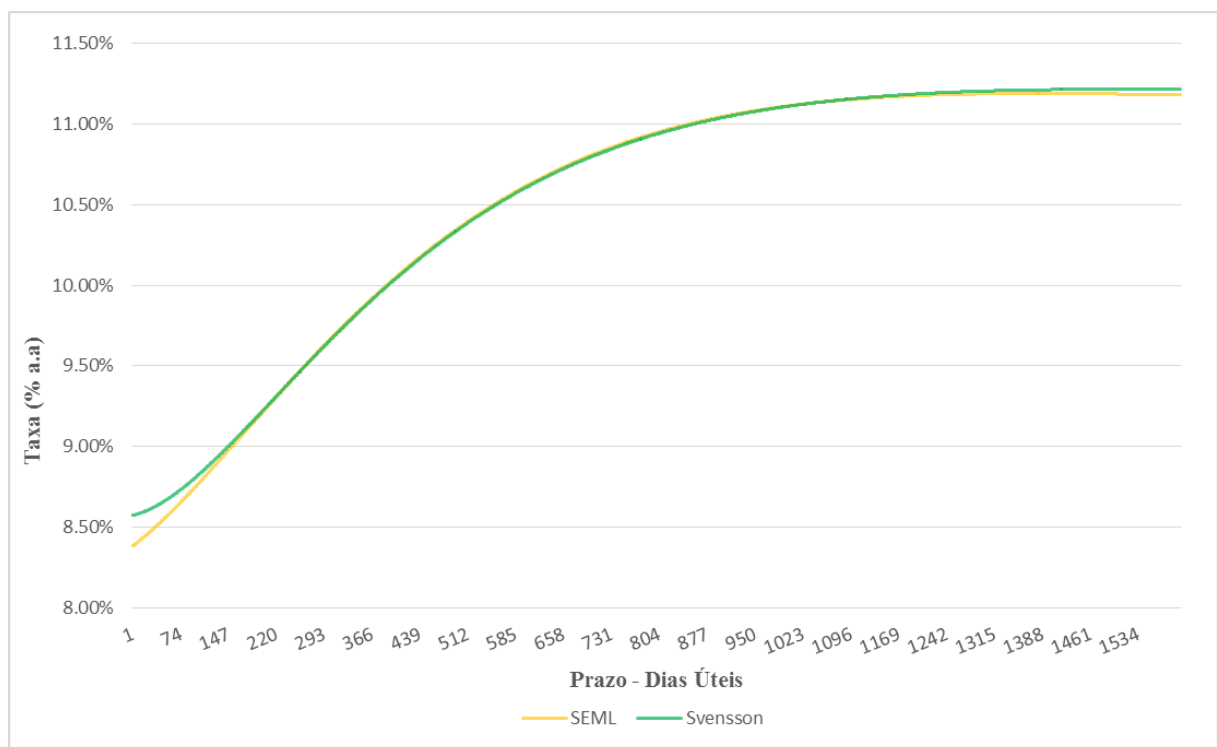


Gráfico 1 - ETTJ Prefixada em 28/06/2013.

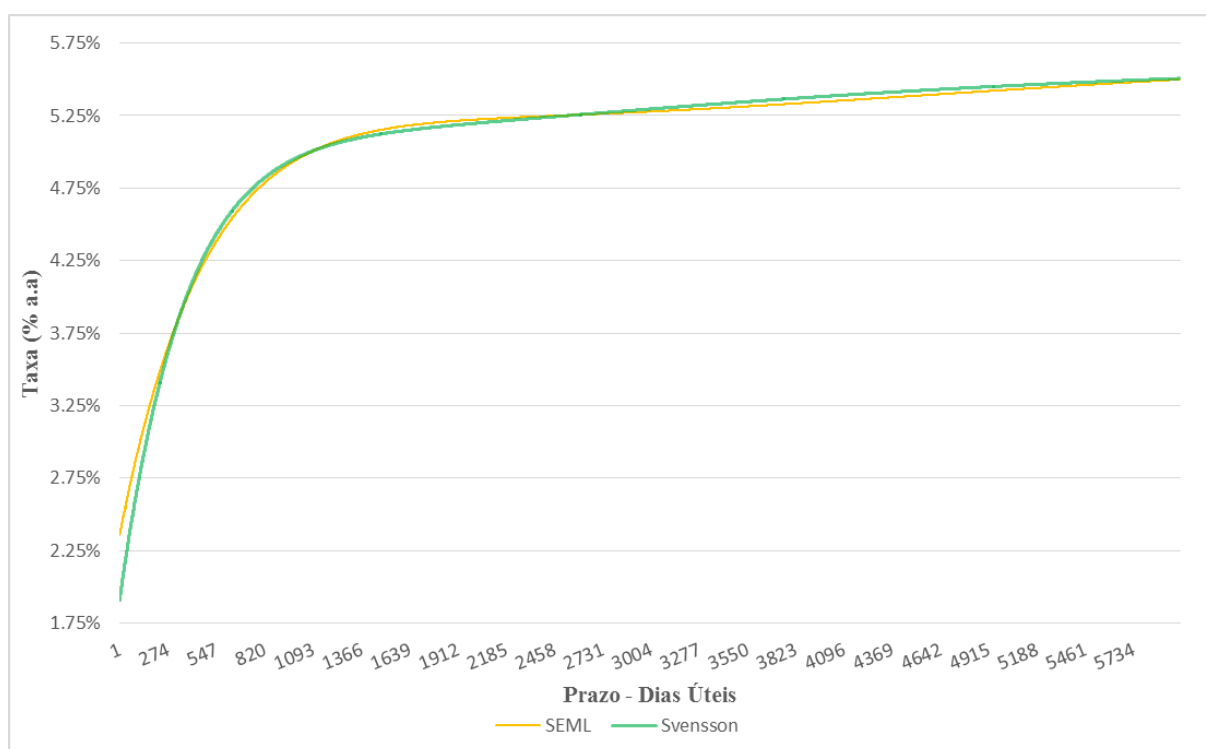


Gráfico 2 - ETTJ Real em 28/06/2013.

Através dos gráficos, é possível notar que os dois modelos produzem resultados bastante semelhantes nesta data. Isso vai ao encontro do trabalho de Carvalho (2008) que, em meio à uma cesta de modelos estudados, chega a resultados bastante parecidos entre o SEML e o Svensson (ainda que o autor usasse o modelo com os parâmetros  $\lambda$  fixados).

Porém, em diversos dias é possível encontrar grandes discrepâncias entre os modelos para as taxas de curto prazo da ETTJ real. Isso é um fenômeno de certa forma esperado, uma vez que, como explicado na seção II.2, não é utilizado um título de curto prazo como na ETTJ prefixada, já que não existe uma taxa de referência de curto prazo para os juros reais como existe a Taxa Selic para a taxa nominal. A solução para este problema é um ótimo objeto de estudo para trabalhos futuros.

Os gráficos 3 e 4 trazem o logaritmo do erro quadrático médio dos preços encontrados no modelo. Neles, é possível perceber que, em toda a série, salvo raros períodos, o erro do modelo SEML é maior do que o do Svensson nos dois tipos de ETTJ, principalmente na prefixada. Este resultado vai, mais uma vez, ao encontro dos resultados obtidos por Carvalho (2008).

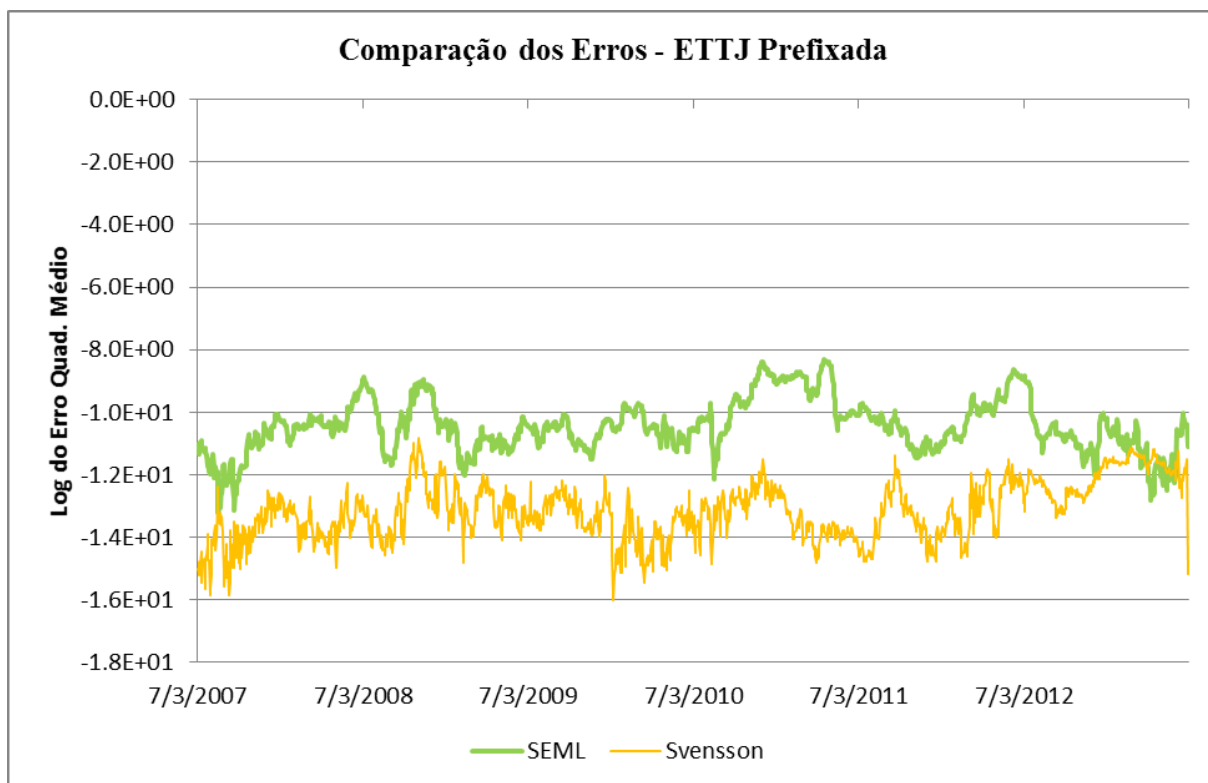


Gráfico 3 - Erro dos modelos – ETTJ Prefixada.

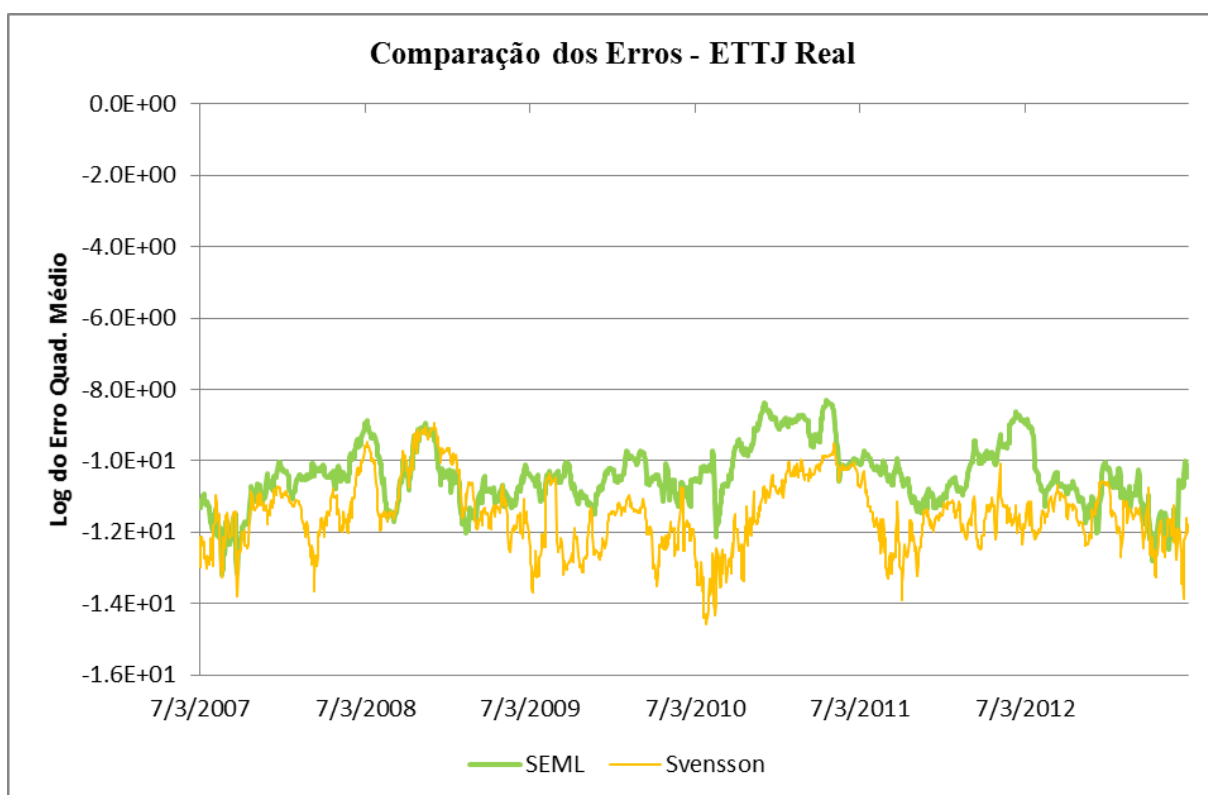


Gráfico 4 - Erro dos modelos – ETTJ Real.

### III.2 – Resultados da Análise de Componentes Principais:

Após a análise das curvas geradas pelos modelos, torna-se possível realizar a Análise de Componentes Principais. Selecionados os vértices das curvas (Tabela XX, conforme discutido no capítulo anterior), foi aplicado o método descrito na seção II.3

A Tabela 2 traz a matriz de correlação entre os vértices da ETTJ Prefixada do modelo SEML (para as demais matrizes de correlação, ver Apêndice).

Matriz de Correlação ETTJ Prefixada SEML								
Vértices	21	63	126	252	504	756	1008	1260
21	1,00	0,78	0,32	0,08	0,04	0,04	0,01	-0,01
63		1,00	0,84	0,63	0,48	0,39	0,33	0,29
126			1,00	0,94	0,77	0,64	0,57	0,52
252				1,00	0,93	0,82	0,74	0,69
504					1,00	0,97	0,92	0,87
756						1,00	0,98	0,95
1008							1,00	0,99
1260								1,00

Tabela 3 – Matriz de Correlação entre os vértices da ETTJ prefixada SEML.

É possível perceber que, ainda que todos os vértices sejam positivamente correlacionados (com exceção do vértice de 21 dias com o vértice de 1260 dias), a correlação entre diversos deles diminui os quão mais distantes eles estão.

As tabelas 3 e 4 trazem a variância explicada de cada um dos componentes principais encontrados para cada modelo de curva de juros. Os valores nos parênteses são a variância explicada acumulada a cada novo componente principal calculado.

Variância Explicada - ETTJ Prefixada		
	SEML	Svensson
1ª CP	68.45% (68.45%)	69.88% (69.88%)
2ª CP	22.66% (91.11%)	19.35% (89.23%)
3ª CP	7.9% (99%)	8.95% (98.18%)
4ª CP	0.95% (99.96%)	1.55% (99.72%)
5ª CP	0.04% (100%)	0.26% (99.98%)

Tabela 4 – Variância explicada por componente principal da ETTJ Prefixada.

	Variância Explicada - ETTJ Real	
	SEML	Svensson
1ª CP	83.41% (83.41%)	82.61% (82.61%)
2ª CP	11.72% (95.13%)	11.8% (94.41%)
3ª CP	3.7% (98.82%)	4.05% (98.46%)
4ª CP	1.07% (99.89%)	1.22% (99.68%)
5ª CP	0.11% (100%)	0.29% (99.97%)

Tabela 5 – Variância explicada por componente principal da ETTJ Real.

Percebe-se claramente a diferença entre o percentual de variância explicada pelo 1º componente principal na ETTJ Prefixada e na ETTJ Real, ressaltando a distinção da dinâmica entre elas. O 1º componente principal explica muito mais variância na ETTJ Real do que na Prefixada, ou seja, o movimento de nível tem menos peso na dinâmica da taxa nominal. Isto é extremamente importante ao olhar de um investidor que compra títulos de renda fixa, uma vez que a abordagem tradicional de imunização de carteiras via *duration*, que trata choques de nível, é bem menos eficaz em uma carteira de títulos prefixados da dívida brasileira (LTNs e NTN-Fs) do que em uma carteira de títulos indexados à inflação (NTN-Bs e, ainda que não utilizados nesse estudo, possivelmente nas NTN-Cs também). Os trabalhos de Varga e Valli (2001) e Furcolin Filho (2010) demonstram que a imunização de carteiras via componentes principais é de fato mais eficiente que a imunização por *duration*.

Além disso, os resultados confirmam a teoria de Litterman e Scheikman (1991) sobre os três fatores que regem a dinâmica das curvas de juros, endereçando mais de 90% das variações destas. No gráfico 5, é possível destacar como um aumento advindo de variações do 1º componente principal gera um *shift* paralelo na curva, ou de nível, como descrito por Litterman e Scheikman (1991). Os gráficos para as demais curvas se encontram no apêndice.

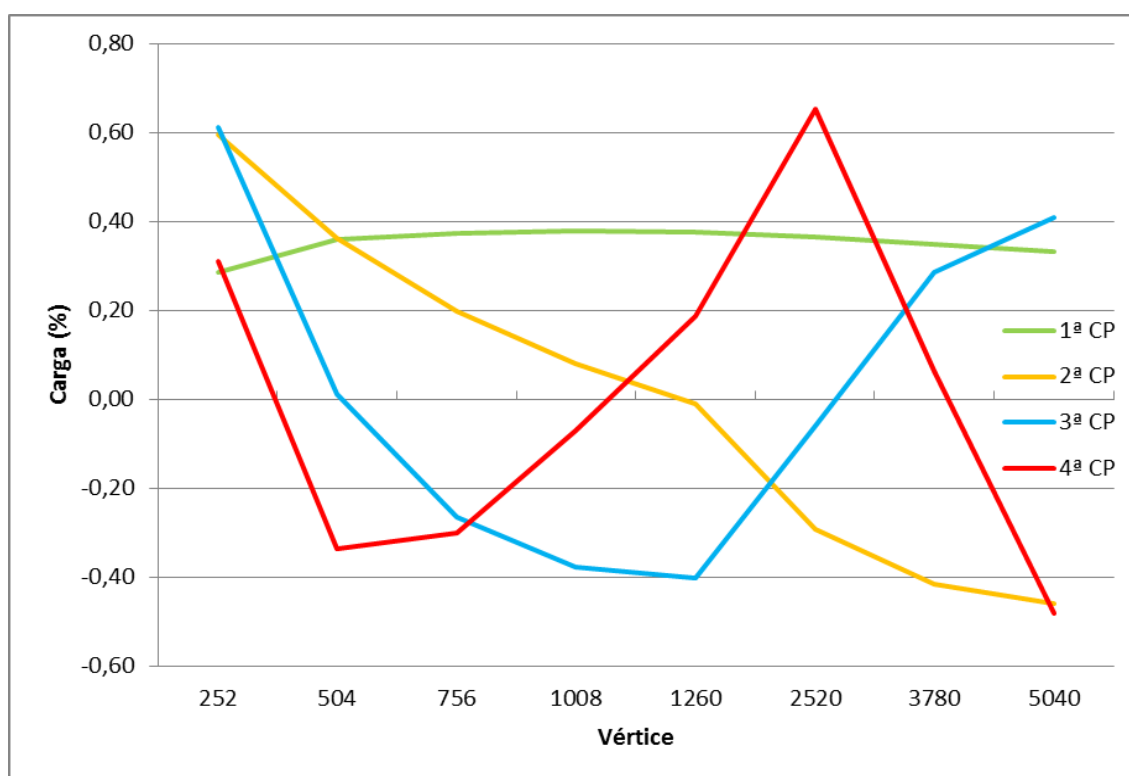


Gráfico 5 – Cargas da ETTJ Real do modelo SEML.

Um aumento no 2º componente principal leva as taxas de curto prazo a subirem, enquanto as taxas de longo prazo caem. Este movimento, assim como visto por Litterman e Scheikman (1991), afeta a inclinação da curva, uma vez que agem de maneira oposta nas duas pontas da ETTJ. Tendo como curva-base a do gráfico 2, percebe-se que a ETTJ na data era positivamente inclinada. Desta forma, um aumento no 2º componente principal deixaria a curva mais achatada, diminuindo, neste caso, a diferença entre as taxas de curto e longo prazo. Caso o movimento fosse o contrário (diminuição no 2º CP), a curva se inclinaria mais.

Já choques no 3º componente principal afetam as taxas de curto e longo prazo da mesma maneira, enquanto que as taxas de médio prazo tem o movimento contrário. Este movimento em “U” afeta a concavidade da curva, sendo chamado na literatura de curvatura. Finalmente, o 4º componente principal, ainda que pouco explique os movimentos da ETTJ, afeta as taxas de prazo intermediário e as mais longas no mesmo sentido, enquanto que as taxas mais curtas e de prazo próximo a 10 anos, no caso da ETTJ Real, 2 anos na ETTJ Prefixada, da mesma forma. É importante ressaltar que, no 4ª componente principal, dependendo do modelo utilizado, os sentidos são diferentes, isto é, no modelo Svensson, as taxas de curto prazo respondem negativamente aos choques, enquanto que no modelo SEML, positivamente.

## Conclusão:

Neste trabalho estabelecemos a importância da modelagem da Estrutura a Termo das Taxas de Juros para diversos agentes econômicos, como na avaliação de políticas monetárias por parte dos *policy makers* e na mensuração do custo de oportunidade e do risco por parte de investidores.

Para tanto, comparei dois modelos de estimação da ETTJ para as curvas real e prefixada brasileira no período de julho de 2007 até junho de 2013, com o intuito de avaliar qual seria o mais adequado, isto é, o que melhor se adequa com o menor erro possível. Os modelos escolhidos foram o proposto por Svensson (1994) e divulgado diariamente pela ANBIMA e o *Spline* Exponencial da *Merill Lynch*. O resultado encontrado foi uma melhor adequação do modelo de Svensson, principalmente para os dados prefixados. Porém, foi possível observar que, devido à falta de um ativo de referência para a taxa de curto prazo real, em diversos momentos a parte curta da curva não se mostrou boa adequação aos modelos. Sugere-se, em um trabalho futuro, a investigação da melhor maneira de resolver este problema.

Tão importante quanto a sua modelagem está a necessidade de entender como se dão os movimentos nas diferentes curvas de juros. Desta forma, foi aplicada a Análise de Componentes Principais na primeira diferença entre as taxas geradas diariamente. Os resultados obtidos foram ao encontro do trabalho de Litterman e Scheinkman (1991), onde três componentes principais são responsáveis por quase toda a variância. No caso desta monografia, os três primeiros componentes principais endereçam mais de 98% da variância, independente do modelo utilizado e para qual tipo de curva (prefixada ou real). Porém, notou-se que o primeiro componente principal, responsável pelo movimento de nível (paralelo) é muito mais significativo na curva de juros reais do que na curva de juros prefixada.

Os resultados obtidos neste trabalho servem de importante ferramenta para a escolha do modelo a ser utilizado, assim como serve de base para trabalhos futuros sobre imunização de carteiras cujos ativos tenham como fator de risco os juros nominal ou real.



### **Referências Bibliográficas:**

ALMEIDA, C.I.R.; GOMES, R.; LEITE, A.; VICENTE, J. **Does Curvature Enhance Forecasting?**, Banco Central do Brasil: Trabalhos para Discussão, nº 155, Dezembro/2007.

ARAÚJO, W. O.; COELHO, C. J. **Análise de Componentes Principais (PCA)**. Centro Universitário de Anápolis: Mestrado Sociedade, Tecnologia e Meio Ambiente, Maio/2009.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS ENTIDADES DOS MERCADOS FINANCEIRO E DE CAPITAIS, **Estrutura a Termo das Taxas de Juros Estimada e Inflação Implícita Metodologia**, em [http://portal.anbima.com.br/informacoes-tecnicas/precos/ettj/Documents/est-termo\\_metodologia.pdf](http://portal.anbima.com.br/informacoes-tecnicas/precos/ettj/Documents/est-termo_metodologia.pdf), Abril/2010

BIS Papers, **Zero-coupon yield curves: technical documentation**. BIS Papers, Nº 25, Outubro/2005.

BLISS, R. R. **Testing term structure estimation methods**. Federal Reserve Bank of Atlanta, Working Paper 96-12a, Novembro/1996.

BOLDER, D. J; GUSBA, S. **Exponentials, Polynomials, and Fourier series: more yield curve modeling at the Bank of Canada**. Bank of Canada, Working Paper 29, 2002.

BRITO, R. S. P. de. **Análise empírica da curva de juros real brasileira: uma aplicação prática na tomada de decisão de carteira de renda fixa**. Dissertação de Mestrado em Finanças e Economia Empresarial: Fundação Getúlio Vargas, Maio/2011

CARVALHO, P. C. **Comparação de Metodologias para a construção da estrutura a termo de taxas de juros (ETTJ) dos títulos públicos brasileiros**. Dissertação de Mestrado em Economia: Fundação Getúlio Vargas. Rio de Janeiro: Biblioteca Digital da Fundação Getúlio Vargas, Janeiro/2008.

DIEBOLD, F. X; LI, C. **Forecasting the term structure of government bond yields**. Journal of Econometrics, v.130, pp. 337 – 364, Fevereiro/2006.

FABOZZI, F. J.; MODIGLIANI, F. **Capital markets: institutions and instruments**. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, 1992.

FURCOLIN FILHO, A. **Imunização de carteiras de renda fixa utilizando a análise de componentes principais na estrutura a termo da taxa de juros brasileira**. Trabalho de conclusão de curso em Administração: Universidade de São Paulo. São Paulo, 2010.

GIMENO, R.; NAVE, J. **Genetic algorithm estimation of interest rate term structure**. Banco de España, Documentos de Trabajo nº 0634, 2006

HOLLAND, J. **Adaptation in Natural Artificial Systems**. Anna Arbor, University of Michigan Press, 1975.

LI, B.; DEWETERING, E.; LUCAS, G.; BRENNER, R.; SHAPIRO, A. **Merrill Lynch Exponential Spline Model**, Merrill Lynch Working Paper, 2001.

LITTERMAN, R.; SCHEINKMAN, J. **Common Factors Affecting Bond Returns**. The Journal of Fixed Income, pp. 54-61, Junho/1991.

LUNA, F. **Aplicação da metodologia de Componentes Principais na análise da estrutura a termo da taxa de juros brasileira e no cálculo de Valor em Risco**. Dissertação de Mestrado em Administração: Instituto Coppead de Administração, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Abril/2005.

MASCITELLI, P. H. **Análise de Componentes Principais Dinâmicos Aplicados à Estrutura a Termo da Taxa de Juros**. Tese de Mestrado em Economia. Rio de Janeiro: Instituto de Economia da Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2008.

MCCULLOCH, J. H. **Measuring the Term Structure of Interest Rates**. The Journal of Business, v.44, Nº. 1, pp. 19-31, Janeiro/1971.

NELSON, C. R.; SIEGEL, A.F. **Parsimonious modeling of yield curve**. Journal of Business, v.60, 473–489, 1987.

SETHI, R. **New Zealand Zero-Coupon Yield Curves: A Principal-Components Analysis**, Bank for International Settlements, Janeiro/2008

**SILVEIRA, G.; BESSADA, O. Análise de componentes principais de dados funcionais: uma aplicação às estruturas a termo de taxas de juros.** Banco Central do Brasil: Trabalhos para Discussão, nº 73, Maio/2003

**SVENSSON, L. E. O. Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994.** NBER Working Paper, 4871, Setembro/1994.

**VALLI, M.; VARGA, G. Movimentos da Estrutura a Termo da Taxa de Juros Brasileira e Imunização.** Revista de Estudos Avançados da USP. São Paulo, Janeiro/2001.

**APÊNDICE A – GRÁFICOS E TABELAS RESULTANTES DOS MODELOS**



Gráfico 6 - ETTJ Prefixada em 28/06/2012.

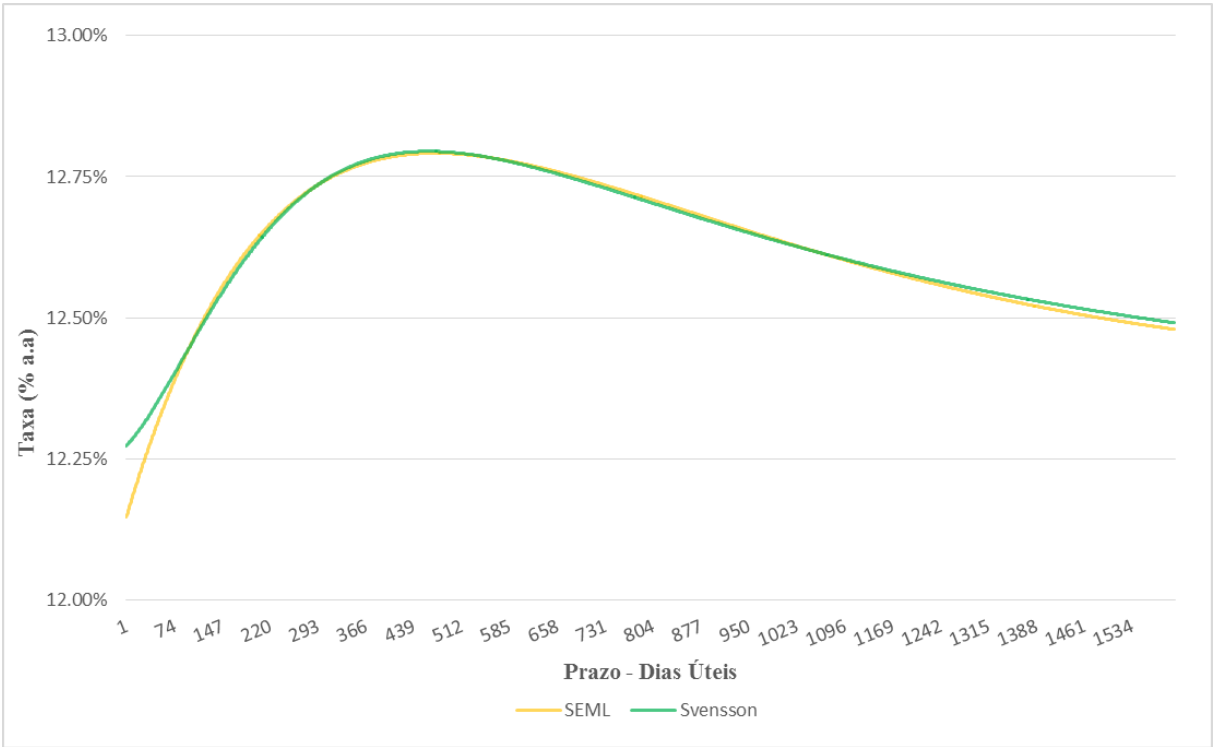


Gráfico 7 - ETTJ Prefixada em 30/06/2011.



Gráfico 8 - ETTJ Prefixada em 30/06/2010.



Gráfico 9 - ETTJ Prefixada em 30/06/2009.



Gráfico 10 - ETTJ Prefixada em 30/06/2008.

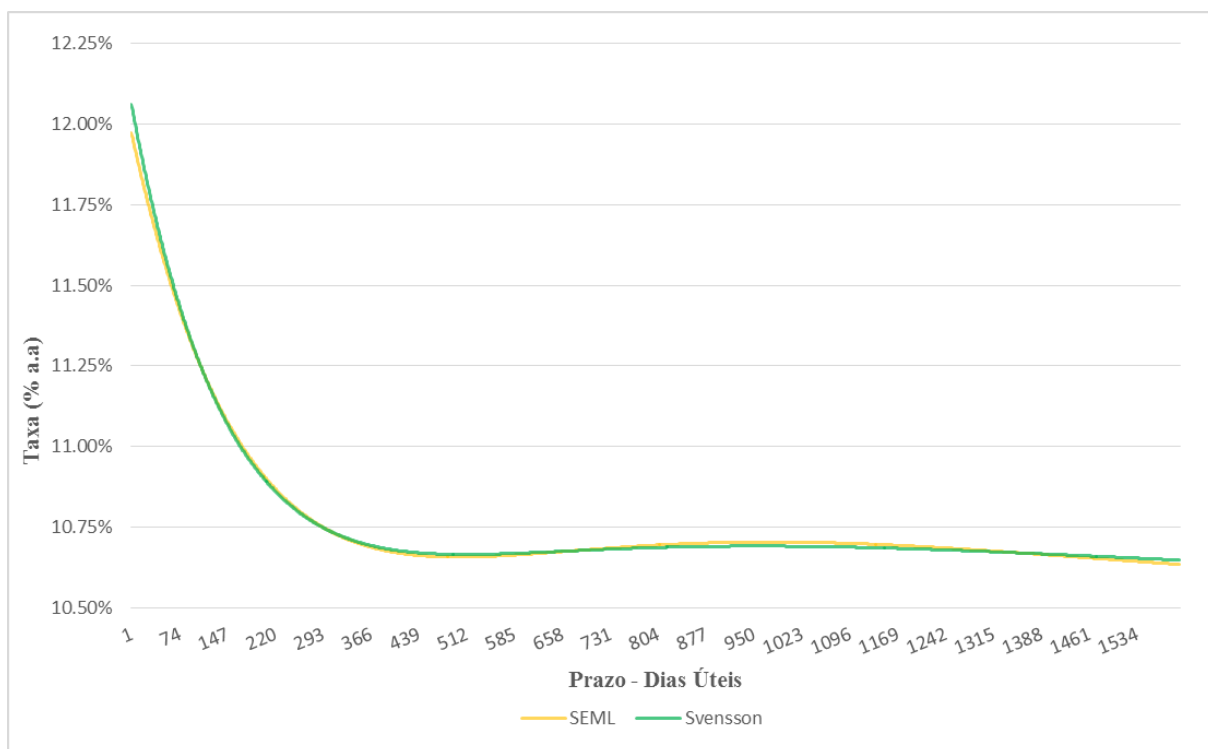


Gráfico 11 - ETTJ Prefixada em 02/07/2007.

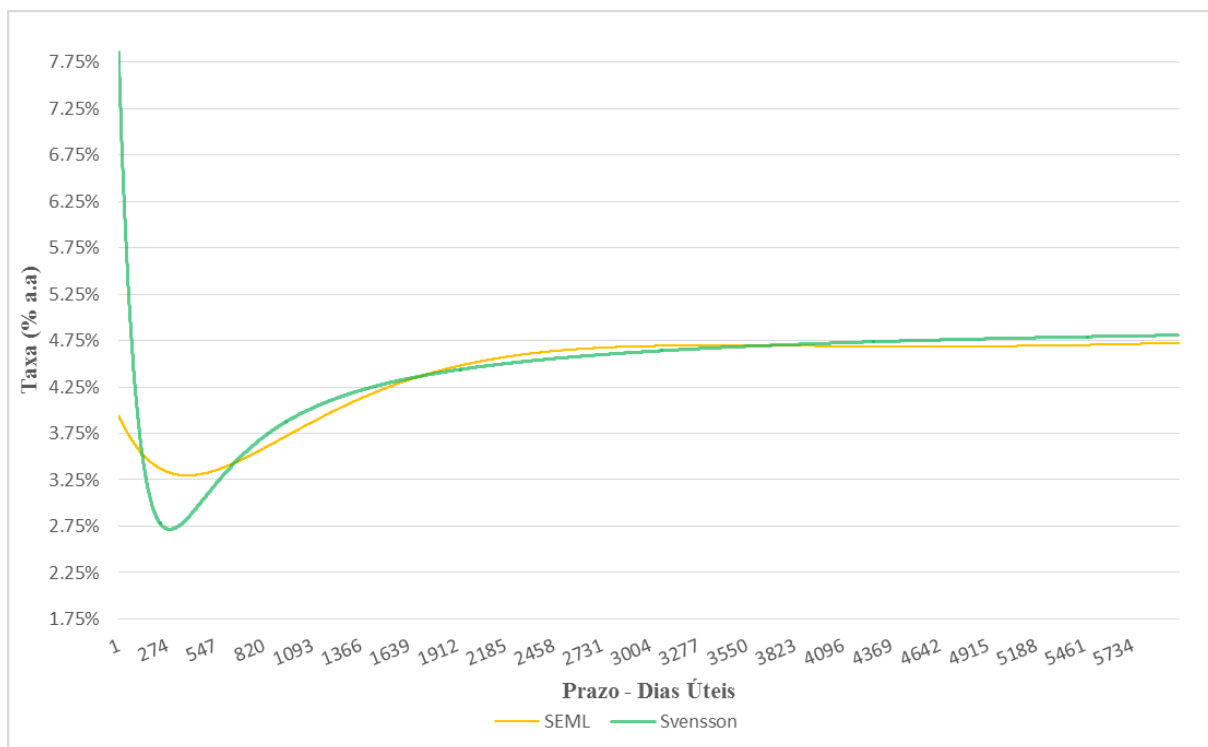


Gráfico 12 - ETTJ Real em 29/06/2012.

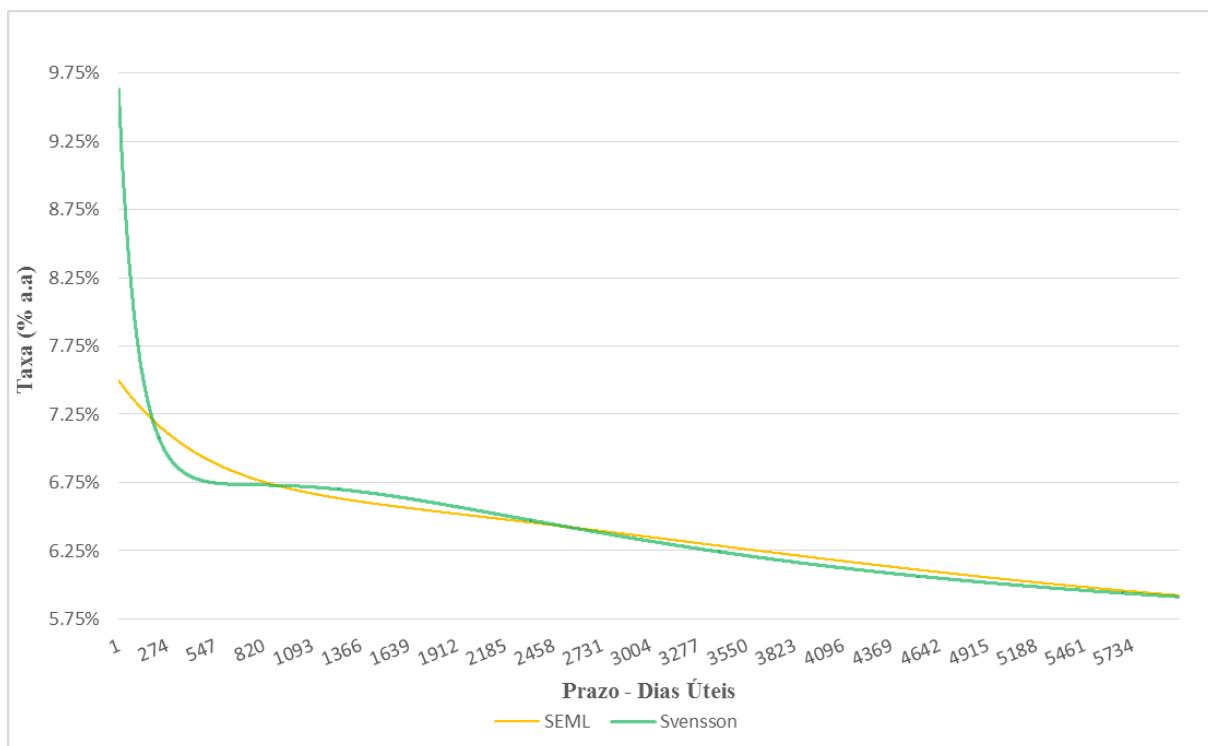


Gráfico 13 - ETTJ Real em 30/06/2011.

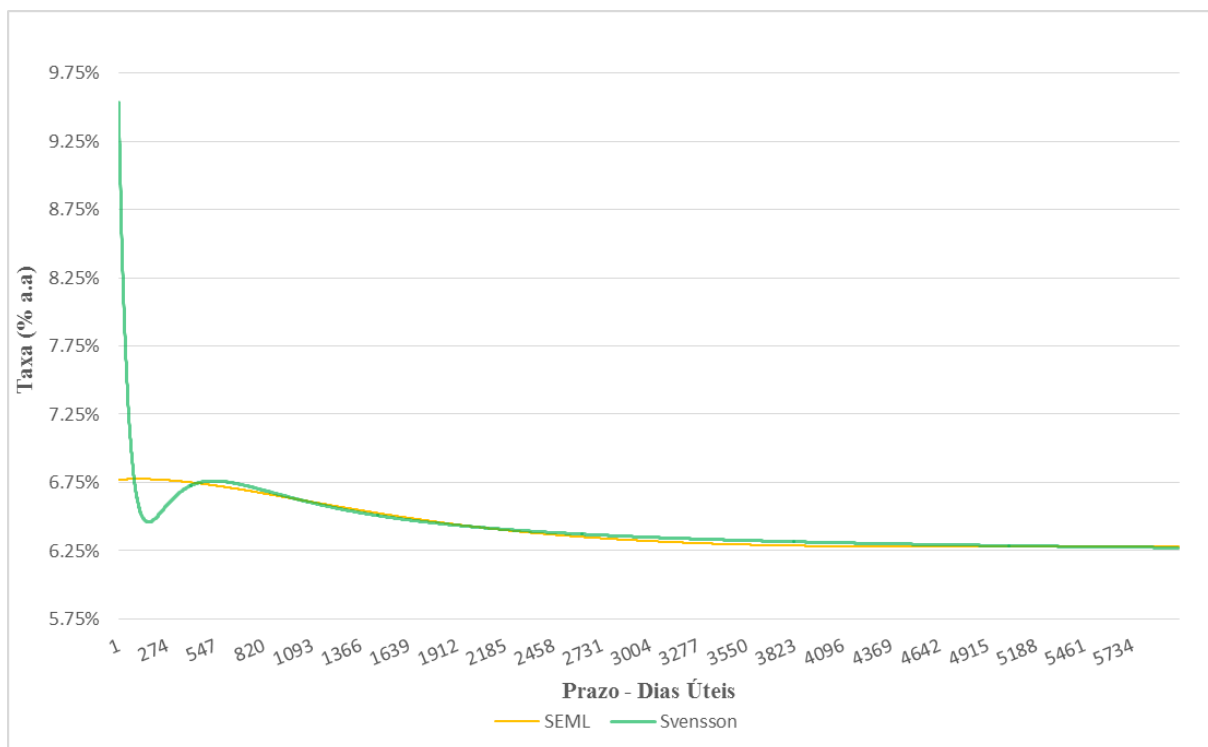


Gráfico 14 - ETTJ Real em 30/06/2010.

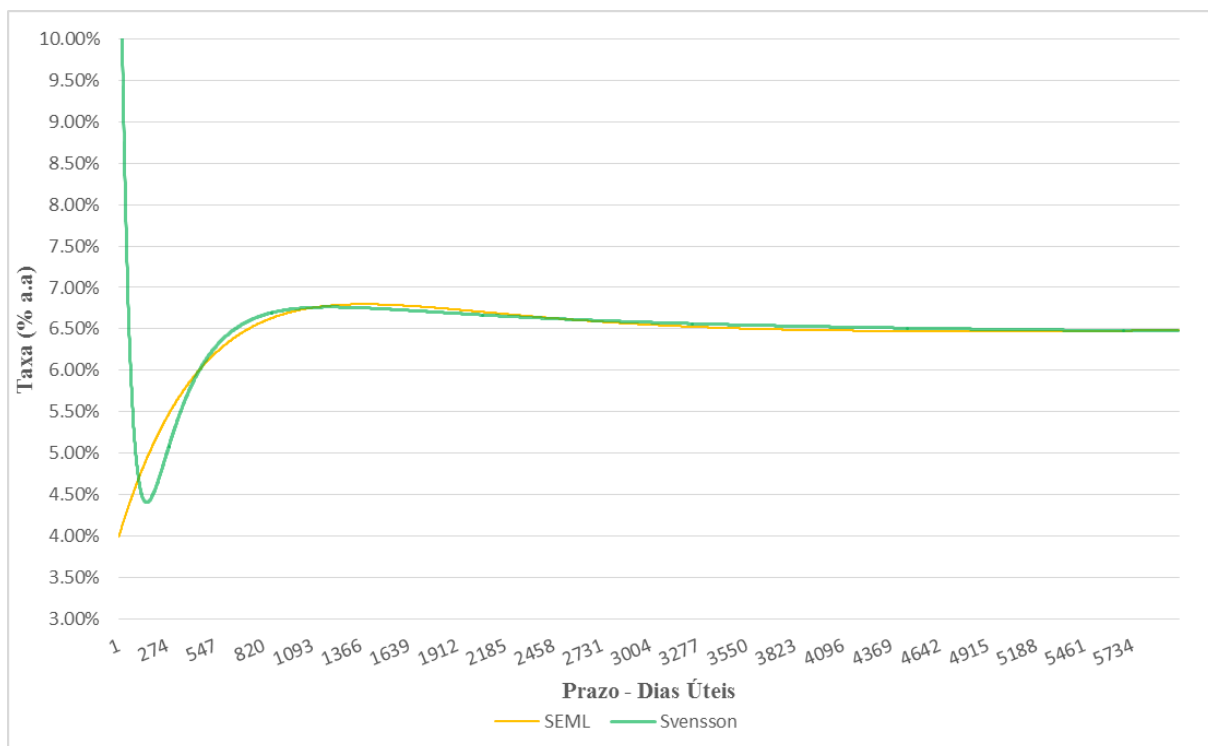


Gráfico 15 - ETTJ Real em 30/06/2009.





Gráfico 16 - ETTJ Real em 30/06/2008.

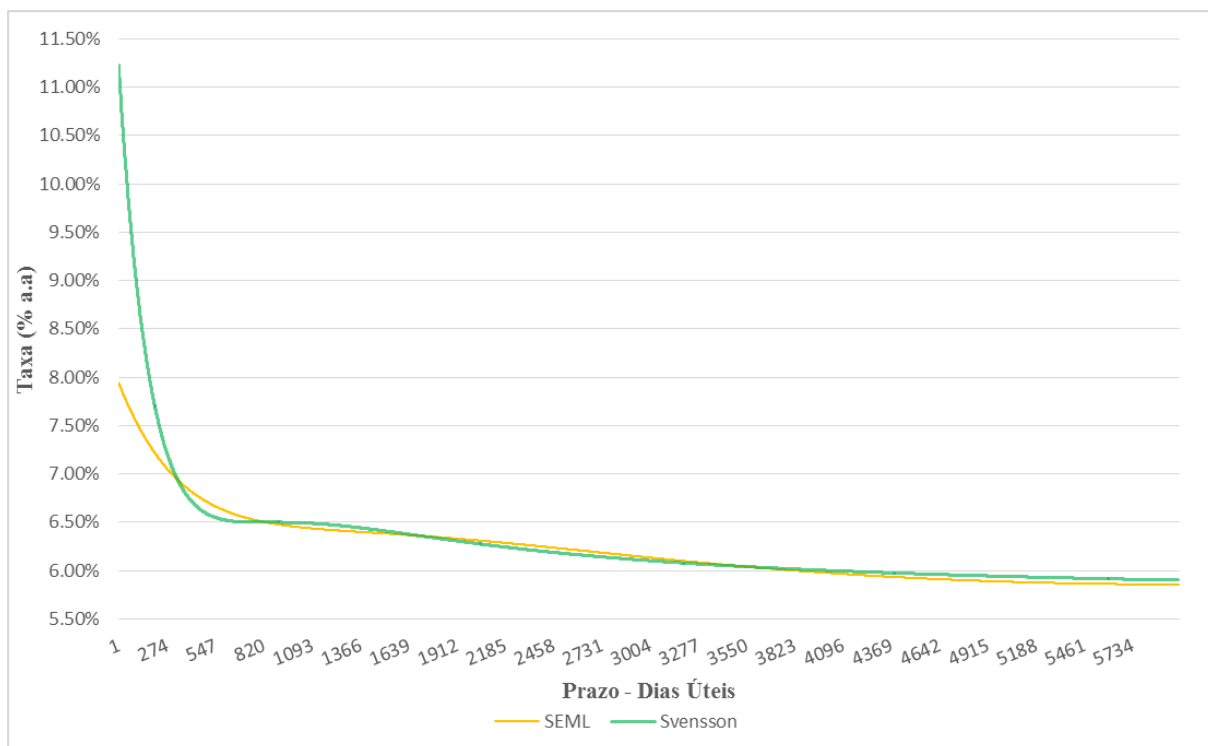


Gráfico 17 - ETTJ Real em 02/07/2007.

Matriz de Correlação ETTJ Prefixada Svensson								
Vértices	21	63	126	252	504	756	1008	1260
21	1.00	0.69	0.31	0.19	0.18	0.17	0.15	0.14
63		1.00	0.87	0.68	0.52	0.45	0.39	0.36
126			1.00	0.92	0.74	0.63	0.56	0.51
252				1.00	0.92	0.82	0.75	0.70
504					1.00	0.97	0.93	0.89
756						1.00	0.99	0.97
1008							1.00	0.99
1260								1.00

Tabela 6 – Matriz de Correlação entre os vértices da ETTJ Prefixada Svensson.

Matriz de Correlação ETTJ Real SEML								
Vértices	252	504	756	1008	1260	2520	3780	5040
252	1.00	0.88	0.77	0.70	0.65	0.54	0.49	0.44
504		1.00	0.97	0.94	0.89	0.76	0.70	0.65
756			1.00	0.99	0.97	0.84	0.77	0.72
1008				1.00	0.99	0.90	0.81	0.76
1260					1.00	0.93	0.85	0.78
2520						1.00	0.96	0.89
3780							1.00	0.98
5040								1.00

Tabela 7 – Matriz de Correlação entre os vértices da ETTJ Real SEML.

Matriz de Correlação ETTJ Real Svensson								
Vértices	252	504	756	1008	1260	2520	3780	5040
252	1.00	0.80	0.69	0.63	0.60	0.51	0.44	0.39
504		1.00	0.96	0.91	0.87	0.76	0.69	0.64
756			1.00	0.99	0.96	0.86	0.78	0.72
1008				1.00	0.99	0.91	0.83	0.77
1260					1.00	0.94	0.86	0.80
2520						1.00	0.97	0.92
3780							1.00	0.98
5040								1.00

Tabela 8 – Matriz de Correlação entre os vértices da ETTJ Real Svensson.

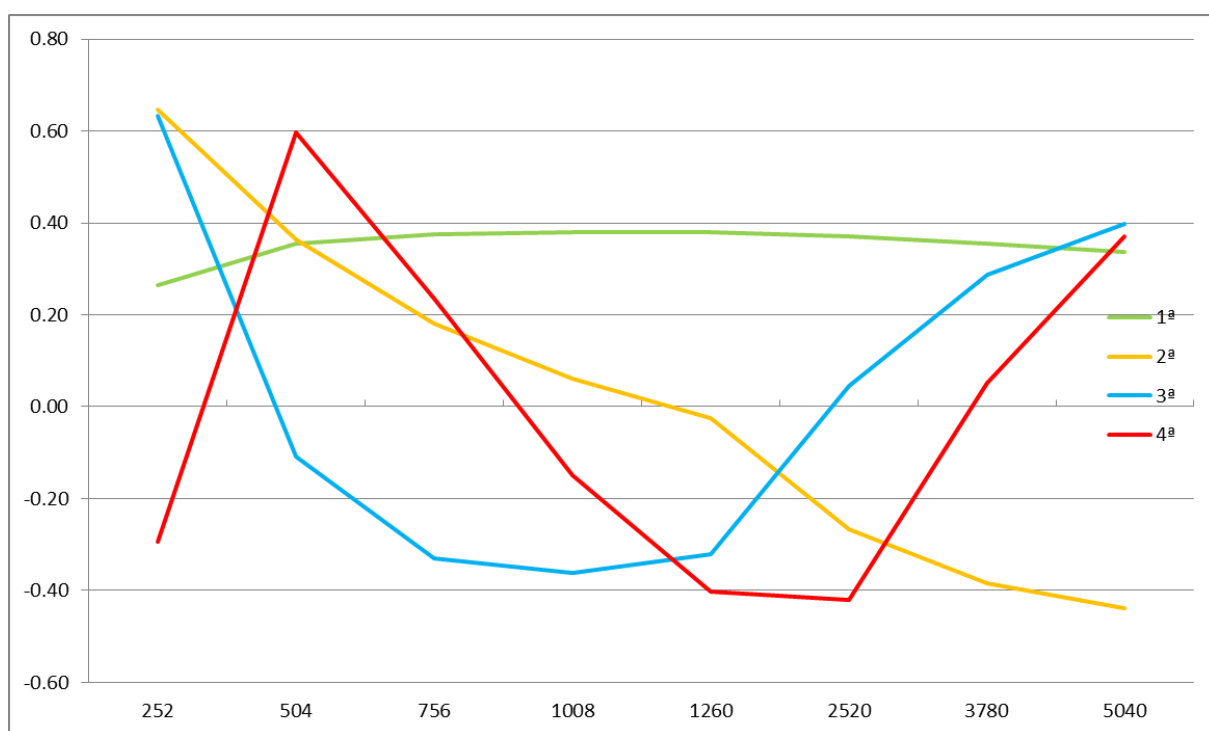


Gráfico 18 - Cargas da ETTJ Real do modelo Svensson.

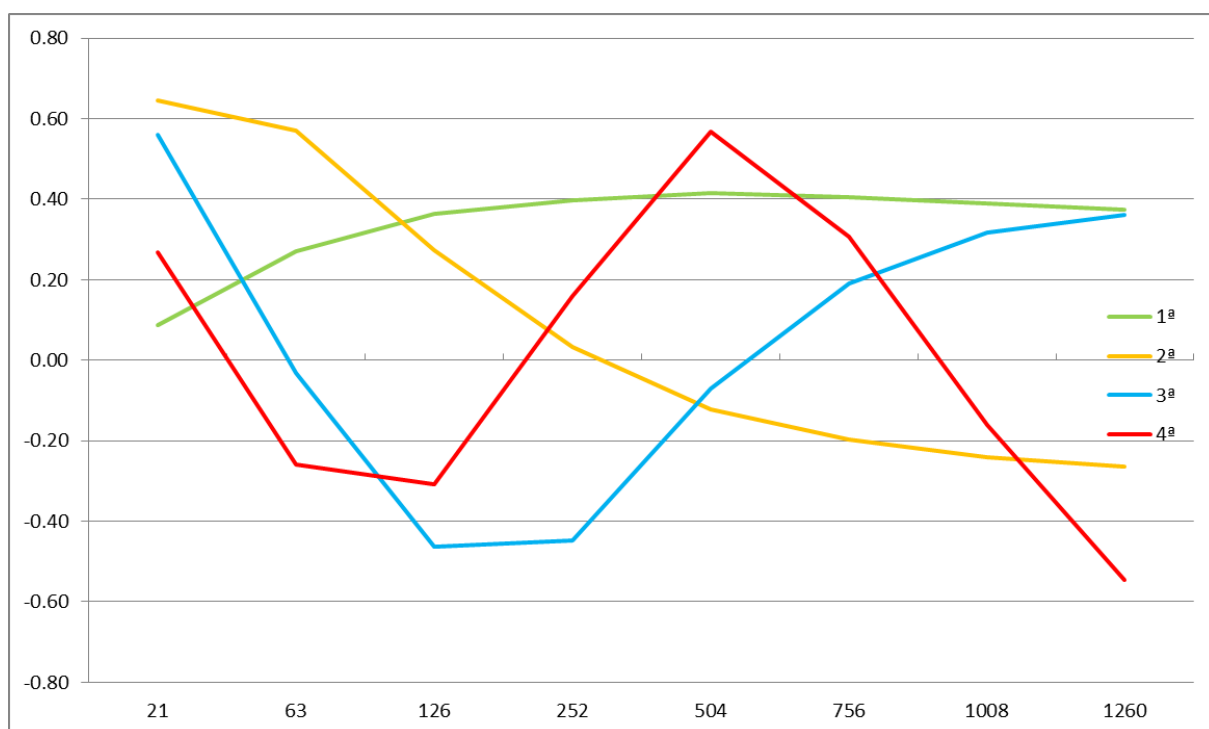


Gráfico 19 - Cargas da ETTJ Prefixada do modelo SEML.

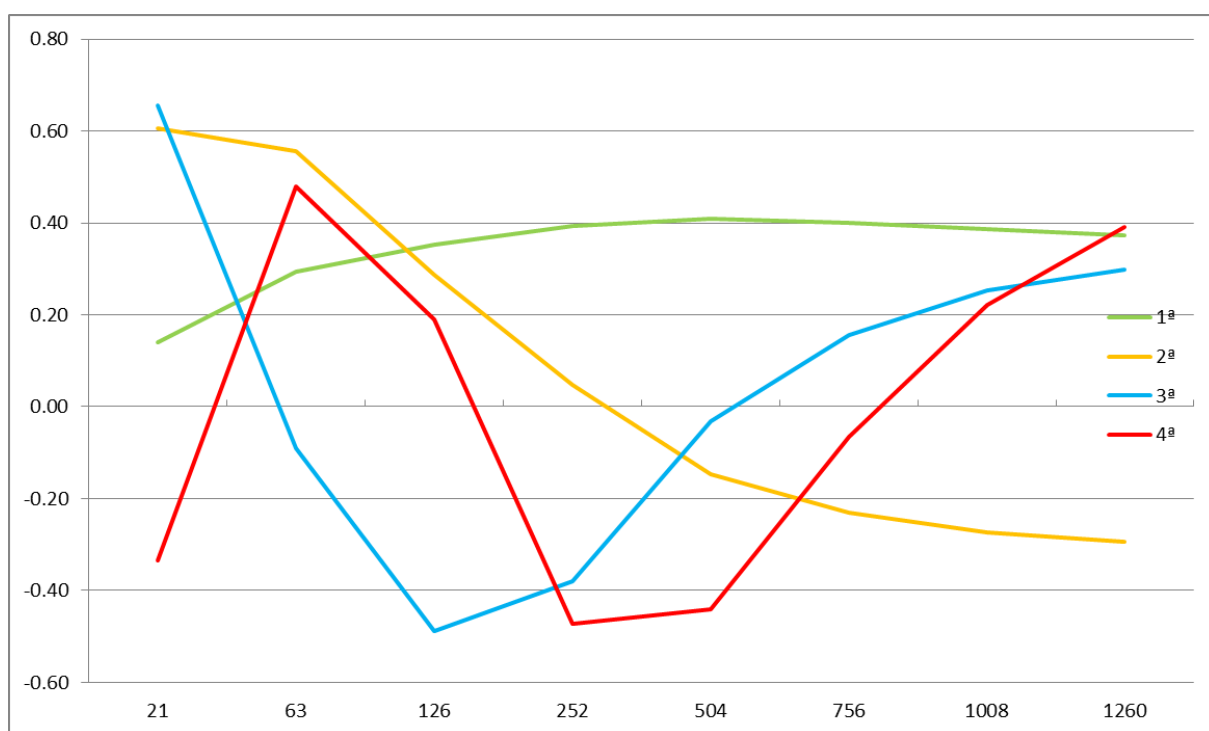


Gráfico 20 - Cargas da ETTJ Prefixada do modelo Svensson.