



Martha Vinhais Gutierrez

**MODELAGEM GEOESTATÍSTICA DO RESERVATÓRIO DO
CAMPO DE NAMORADO - BACIA DE CAMPOS - RJ**

**Trabalho Final de Curso
(Geologia)**

UFRJ
Rio de Janeiro
2011



UFRJ

Martha Vinhais Gutierrez

**MODELAGEM GEOESTATÍSTICA DO RESERVATÓRIO DO CAMPO DE
NAMORADO - BACIA DE CAMPOS - RJ**

Trabalho Final de Curso de Graduação em
Geologia do Instituto de Geociências,
Universidade Federal do Rio de Janeiro –
UFRJ, apresentado como requisito
necessário para obtenção do grau de
Geólogo.

Orientador:

Prof. PhD. Claudio Bettini

Rio de Janeiro

Julho, 2011

GUTIERREZ, MARTHA VINHAIS

**Modelagem Geoestatística do Reservatório do
Campo de Namorado – Bacia de Campos - RJ / Martha
Vinhais Gutierrez - Rio de Janeiro: UFRJ / IGeo, 2011.**

115 p. : il.; 30cm

Trabalho Final de Curso (Geologia) – Universidade
Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Geociências,
Departamento de Geologia, 2011.

Orientador: Claudio Bettini

1. Geologia. 2. Setor da Graduação – Trabalho de
Conclusão de Curso. I. Claudio Bettini. II. Universidade
Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Geociências,
Departamento de Geologia. III. Título.

Martha Vinhais Gutierrez

MODELAGEM GEOESTATÍSTICA DO RESERVATÓRIO DO CAMPO DE
NAMORADO – BACIA DE CAMPOS - RJ

Trabalho Final de Curso de Graduação em
Geologia do Instituto de Geociências,
Universidade Federal do Rio de Janeiro –
UFRJ, apresentado como requisito
necessário para obtenção do grau de
Geólogo.

Orientador:

Prof. PhD Claudio Bettini

Aprovada em: 08.07.2011

Por:

Orientador: PhD Claudio Bettini (UFRJ)

Dr. Leonardo Fonseca Borghi de Almeida (UFRJ)

Dr. Claudio Limeira Mello (UFRJ)

UFRJ
Rio de Janeiro
Ano

UFRJ
Rio de Janeiro
Ano

Dedico esse trabalho à minha família, por
todo o apoio nesses anos de graduação.

Agradecimentos

Ao professor doutor Claudio Bettini pela paciência e dedicação na orientação deste trabalho.
A João, pela grande ajuda na formatação.

Resumo

GUTIERREZ, Martha Vinhais. **Modelagem Geoestatística do Reservatório do Campo de Namorado – Bacia de Campos - RJ**. 2011. 115 f. Trabalho Final de Curso (Geologia) – Departamento de Geologia, Instituto de Geociências, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

O presente trabalho tem por objetivo a análise das técnicas geoestatística para a caracterização de reservatórios atualmente empregadas na indústria do petróleo.

Nesse trabalho são definidas e caracterizadas duas eletrofácies, arenito reservatório e folhelho não reservatório. Essas fácies foram tratadas como variáveis contínuas e foi estimada a probabilidade da ocorrência da fácies folhelho, através de uma krigagem com deriva externa, sendo utilizado como variável secundária a impedância acústica mínima. Dessa maneira, obteve-se como resultado final o cenário mais provável para as fácies em cada célula.

Utilizando-se o modelo tridimensional de fácies, simulou-se a propriedade petrofísica de porosidade efetiva, apenas para as fácies arenito reservatório. Nessa etapa foi realizada uma simulação seqüencial gaussiana realizando uma cokrigagem colocada com o atributo de impedância acústica. O resultado final apresentado para essa simulação foi uma imagem escolhida aleatoriamente.

Pôde-se observar que o resultado obtido através da krigagem é muito mais suavizado quando comparado ao resultado obtido utilizando-se simulação.

Palavras-chave: Modelagem, Geoestatística, Reservatório.

Abstract

GUTIERREZ, Martha Vinhais. **Geostatistical Modeling of Namorado Field's Reservoir – Campos Basin - RJ**. 2011. 115 f. Trabalho Final de Curso (Geologia) – Departamento de Geologia, Instituto de Geociências, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

The aim of the present work is to analyze common geostatistical techniques for reservoir characterization currently being used in the oil industry.

In this work two eletrofacies were defined and characterized, reservoir sandstones and non-reservoir shales. These facies were treated as continuous variables and the probability of the existence of shale facies were estimated, by trend kriging algorithm using minimum acoustic impedance as soft data. Therefore, the final result was the most likely facies scenery for each cell.

Another petrophysical property, effective porosity of the sandstone reservoir facies was simulated conditioned to the tridimensional facies model. In this stage a Gaussian sequential simulation was carried on together with a collocated cokriging of the acoustic impedance attribute. The final result of that simulation was a randomly picked image.

As it was observed, the result obtained using kriging was much smooth than the one obtained using simulation.

Key-Words: Modeling, Geostatistics, Reservoir.

Sumário

| | |
|---|------|
| Agradecimentos | vi |
| Resumo | viii |
| <i>Abstract</i> | ix |
| 1 INTRODUÇÃO | 1 |
| 1.1 Considerações Iniciais..... | 1 |
| 1.2 Objetivos..... | 1 |
| 1.3 Justificativas..... | 2 |
| 2 MATERIAIS E MÉTODOS..... | 3 |
| 3 ÁREA DE ESTUDO..... | 5 |
| 3.1 Localização da Área de Estudo..... | 5 |
| 3.2 Histórico de Exploração e Produção..... | 5 |
| 4 CARACTERIZAÇÃO GEOLÓGICA..... | 7 |
| 4.1 Geologia Regional – A Bacia de Campos..... | 7 |
| 4.1.1 Contexto Evolutivo..... | 7 |
| 4.1.2 Arcabouço Estrutural..... | 8 |
| 4.1.3 Evolução Tectono-Estratigráfica..... | 9 |
| 4.1.4 Sistemas Petrolíferos..... | 13 |
| 4.2 Reservatório do Arenito Namorado..... | 14 |
| 4.2.1 Modelo de Sedimentação Turbidítica..... | 14 |
| 4.2.2 Estratigrafia de Sequências..... | 15 |
| 4.2.3 Arquitetura Depositional e Fácies Sedimentares..... | 18 |
| 5 PERFILAGEM DE POÇOS..... | 21 |
| 5.1 Conceitos Básicos de Perfis de Poços..... | 21 |
| 5.1.1 Perfil de Raio Gama (GR)..... | 21 |
| 5.1.2 Perfis de Resistividade..... | 21 |
| 5.1.3 Perfil Sônico (DT)..... | 23 |
| 5.1.4 Perfil de Densidade (RHOB)..... | 24 |
| 5.1.5 Perfil de Neutrão (NPHI)..... | 25 |
| 5.2 Propriedades Petrofísicas Derivadas de Perfis..... | 26 |
| 5.2.1 Volume de Argila..... | 26 |

| | |
|---|----|
| 5.2.2 Porosidade Efetiva..... | 27 |
| 6 SÍSMICA DE REFLEXÃO..... | 28 |
| 6.1 Conceitos Básicos da Sísmica de Reflexão..... | 28 |
| 6.2 Aquisição Marinha de Dados Sísmicos 3D..... | 28 |
| 6.3 Processamento de Dados Sísmicos..... | 29 |
| 6.4 Propriedades das Rochas Registradas pela Sísmica..... | 31 |
| 6.4.1 Sismograma Sintético..... | 31 |
| 6.4.2 Inversão Sísmica..... | 33 |
| 7 CONCEITOS BÁSICOS DE ESTATÍSTICA..... | 35 |
| 7.1 População e Amostra..... | 35 |
| 7.2 Estatística Descritiva Univariada..... | 35 |
| 7.2.1 Distribuição de Frequências..... | 37 |
| 7.2.2 Medidas Sumárias..... | 36 |
| 7.3 Probabilidades..... | 39 |
| 7.3.1 Probabilidade Condicional e Independência..... | 40 |
| 7.3.2 Teorema de Bayes..... | 41 |
| 7.4 Tipo de Variáveis..... | 41 |
| 7.4.1 Variáveis Aleatórias (VA)..... | 41 |
| 7.4.2 Modelo de Distribuição de VA Discreta..... | 41 |
| 7.4.3 Modelo de Distribuição de VA Contínua..... | 42 |
| 7.5 Estatística Descritiva Bivariada..... | 44 |
| 7.5.1 Variáveis Aleatórias Bidimensionais..... | 44 |
| 7.5.2 Covariância e Coeficiente de Correlação..... | 45 |
| 7.5.3 Regressão Linear..... | 46 |
| 8 FUNDAMENTOS DE GEOESTATÍSTICA..... | 47 |
| 8.1 Conceitos Importantes..... | 47 |
| 8.1.1 Função Aleatória..... | 47 |
| 8.1.2 Estacionariedade..... | 48 |
| 8.2 Medidas de Continuidade Espacial..... | 49 |
| 8.2.1 Covariância..... | 50 |
| 8.2.2 Semivariograma..... | 50 |
| 8.2.3 Variograma Cruzado..... | 56 |
| 8.3 Krigagem..... | 57 |

| | |
|--|----|
| 8.3.1 Conceitos Importantes..... | 57 |
| 8.3.2 Krigagem Simples..... | 58 |
| 8.3.3 Krigagem Ordinária..... | 60 |
| 8.3.4 Cokrigagem..... | 61 |
| 8.3.4.1 Cokrigagem Colocada..... | 62 |
| 8.3.5 Krigagem Universal..... | 63 |
| 8.3.5.1 Krigagem com Deriva Externa..... | 64 |
| 8.4 Simulação Condicionada Sequencial..... | 64 |
| 8.4.1 Conceitos Básicos..... | 64 |
| 8.4.2 Simulação Sequencial de Indicatrizes..... | 66 |
| 8.4.3 Simulação Sequencial Gaussiana..... | 68 |
| 9 PREPARAÇÃO DOS DADOS PARA A CONSTRUÇÃO DO MODELO..... | 70 |
| 9.1 Carregamento dos Dados..... | 70 |
| 9.2 Interpretação de Zonas a Partir dos Perfis de Poços..... | 71 |
| 9.3 Correlação Poço - Sísmica..... | 72 |
| 9.4 Interpretação de Horizontes Sísmicos..... | 73 |
| 9.5 Interpretação de Curvas Petrofísicas..... | 75 |
| 9.5.1 Curva Volume de Argila..... | 75 |
| 9.5.2 Curva de Porosidade Efetiva..... | 76 |
| 9.6 Definição de Eletrofácies nos Poços..... | 77 |
| 9.6.1 Escolha de Poços Representativos..... | 77 |
| 9.6.2 Gráficos para a Determinação de <i>Cut-offs</i> | 78 |
| 9.7 Extração de Atributos Sísmicos..... | 80 |
| 10 APLICAÇÃO DA GEOESTATÍSTICA NA CONSTRUÇÃO DO MODELO 3D.. | 81 |
| 10.1 Krigagem dos Horizontes Sísmicos..... | 81 |
| 10.1.1 Topo do Reservatório..... | 81 |
| 10.2.1 Base do Reservatório..... | 86 |
| 10.2 Mudança de Escala dos Dados de Entrada..... | 90 |
| 10.2.1 Determinação das Espessuras das Camadas..... | 90 |
| 10.2.2 <i>Upscaling</i> dos Perfis Petrofísicos..... | 91 |
| 10.2.3 Reamostragem da Sísmica para a Escala do Modelo..... | 93 |
| 10.3 Krigagem 3D para as Eletrofácies..... | 94 |
| 10.3.1 Análise Exploratória dos Dados..... | 94 |

| | |
|---|-----|
| 10.3.2 Variografia..... | 98 |
| 10.3.3 Krigagem..... | 100 |
| 10.3.4 Resultados..... | 100 |
| 10.4 Simulação Sequencial Gaussiana para a Porosidade..... | 103 |
| 10.4.1 Análise Exploratória dos Dados..... | 103 |
| 10.4.2 Variografia..... | 105 |
| 10.4.3 Simulação..... | 106 |
| 10.4.4 Resultados..... | 117 |
| 11 CONCLUSÕES..... | 110 |
| 12 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... | 111 |
| Apêndice A – Resumo dos Dados de Poços Disponíveis..... | 113 |
| Apêndice B – Aproximação de Markov-Bayes para Correlação Cruzada..... | 114 |

1. INTRODUÇÃO

1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A indústria do petróleo está sempre buscando aperfeiçoar técnicas que minimizem os riscos que advêm das incertezas inerentes ao desenvolvimento e produção de campos petrolíferos. Uma tendência atual na abordagem deste problema consiste na construção de modelos numéricos tridimensionais (3D) que representem, de maneira confiável, as heterogeneidades dos reservatórios em subsuperfície.

Os modelos numéricos tridimensionais, representando parâmetros geológicos do reservatório, em especial os petrofísicos, são essenciais para o desenvolvimento do campo, no que se refere à simulação do escoamento do petróleo no meio poroso. Na indústria do petróleo, entende-se a simulação como um processo em duas etapas, a saber, (1) simulação estática, através de um modelo celular tridimensional, representando as propriedades petrofísicas relevantes; (2) simulação dinâmica do fluxo de fluidos através do meio poroso representado pelo modelo estático. Dessa maneira, é possível avaliar diversas alternativas para o desenvolvimento do campo, analisando-se respostas dessa simulação em diferentes cenários de desenvolvimento e produção.

Devido ao volume geralmente escasso de dados disponíveis para a construção do modelo, comumente sua elaboração baseia-se em simulação geoestatística, que estima nos pontos não amostrados a distribuição de probabilidade das propriedades petrofísicas advindas de dados de poços no reservatório. Empregando-se essa técnica, as incertezas do modelo geológico são representadas por uma coleção de imagens equiprováveis, dessa maneira podendo transferir a incerteza geológica à simulação de fluxo.

1.2. OBJETIVO

O objetivo do presente trabalho é a análise das técnicas geoestatística para a caracterização de reservatórios atualmente empregadas na indústria do petróleo. Para tal se utilizou um modelo 3D de simulação, com uso de variável secundária, de propriedades petrofísicas. Os dados primários provêm de perfis de poços, enquanto a variável secundária provém de atributos extraídos de um cubo sísmico. O modelo foi

criado para um reservatório da Formação Namorado (Grupo Macaé) no Campo de Namorado, Bacia de Campos.

1.3. JUSTIFICATIVAS

A região de estudo é considerada um campo escola, por possuir grande quantidade de dados públicos, usualmente cedidos pela Agência Nacional de Petróleo - ANP para fins de estudos acadêmicos. A escolha deste campo decorre da dificuldade de obter dados de empresas de petróleo, tendo em vista o caráter confidencial de seus campos petrolíferos.

Os resultados obtidos neste trabalho visam uma aplicação de recursos geoestatísticos comumente empregados para caracterização geológica de reservatórios de petróleo, estabelecendo um fluxo de trabalho semelhante ao utilizado atualmente na indústria.

2. MATERIAIS E MÉTODOS

O modelo tridimensional foi construído com o *software* PETREL®, que permitiu desde a interpretação sísmica, até a modelagem estática do reservatório.

Para a elaboração do modelo foram utilizados um cubo sísmico 3D, 5 linhas sísmicas 2D e 47 poços com perfis de raio gama, resistividade, neutrão, densidade e sônico – conforme especificado no apêndice B. Os dados públicos do Campo de Namorado já se encontravam disponíveis no Departamento de Geologia da UFRJ, e haviam sido cedidos pela ANP por meio da política de cessão gratuita de dados públicos para finalidades acadêmicas.

O escopo do método elaborado para a execução desse trabalho atende a seguinte organização, sendo esse melhor detalhado no capítulo 9:

1. Controle dos dados - nessa primeira etapa, realiza-se o carregamento de dados de poços (arquivos em formato *.las) e do cubo sísmico (em formato SEG Y). Verifica-se a qualidade e confiabilidade desses dados, selecionando-se aqueles a serem usados para a criação do modelo.
2. Interpretação dos dados de perfis de poços – essa etapa consiste na interpretação e correlação de topos e bases de intervalos estratigráficos, utilizando camadas guias (marcadores) identificáveis nos perfis de poços, considerados importantes para a interpretação sísmica.
3. Elaboração de perfis sintéticos – a partir de perfis de densidade e sônico, elaboram-se perfis sísmicos sintéticos a serem utilizados para criar uma relação sísmica-poço.
4. Interpretação de horizontes sísmicos – nesta fase, interpretam-se os horizontes (reflexões) que representem marcadores identificáveis nos poços. Com o auxílio de perfis sintéticos, os marcadores podem ser reconhecidos e mapeados em toda a extensão do cubo de referência.
5. Análise exploratória dos dados de perfis, incluindo a *variografia* (análise e representação da continuidade espacial) das superfícies limitantes do reservatório.
6. *Krigagem* das superfícies de topo e base do reservatório – nessa etapa realiza-se a *krigagem* (interpolação de valores em malha regular, usando estimador linear não-viesado, de mínima variância), utilizando os pontos de interpretação de superfícies mapeadas na sísmica.

7. *Upscaling* (mudança de escala para suporte maior) dos dados de poços a serem distribuídos tridimensionalmente no modelo.
8. Variografia da propriedade interna (variável petrofísica) do reservatório a ser simulada.
9. Krigagem tridimensional de atributo petrofísico de interesse, quantificando as incertezas relacionadas a estimação em pontos não amostrados.
10. Simulação Estocástica – através de um procedimento geoestatístico, constroem-se algumas dezenas de imagens tridimensionais equiprováveis do atributo petrofísico de interesse.

3. ÁREA DE ESTUDO

3.1. LOCALIZAÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO

O Campo de Namorado possui uma área de aproximadamente 200km² e está localizado na porção Centro-Norte da Bacia de Campos, a 80km da costa da margem continental brasileira, na área do Estado do Rio de Janeiro, entre lâminas da água de 140 a 250 metros.

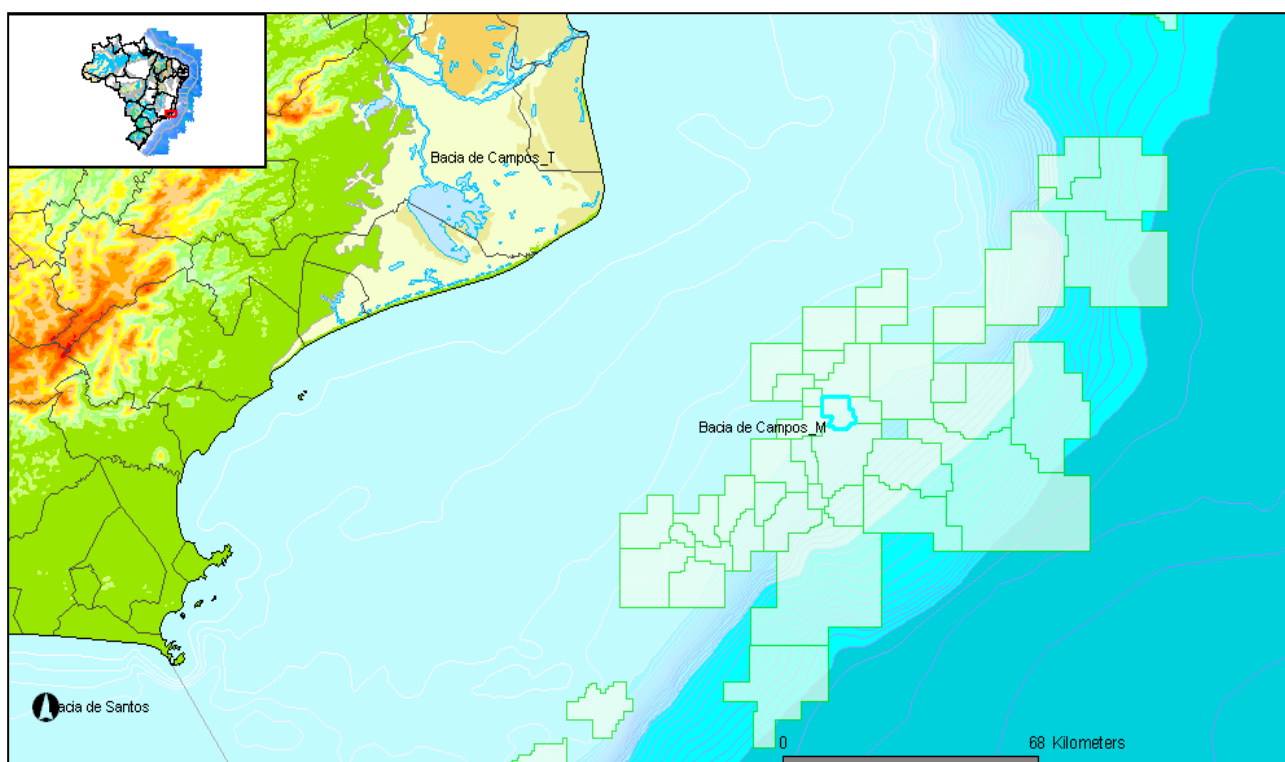


Figura 1 - Localização do campo de Namorado na bacia de Campos. Fonte: sítio do BDEP/ANP.

3.2. HISTÓRICO DE EXPLORAÇÃO E PRODUÇÃO

O Campo de Namorado foi descoberto em Novembro de 1975, através da perfuração do poço 1-RJS-019 com lâmina da água de 166 metros. Seu alvo primeiramente era o intervalo superior de um alto carbonático Albo-Turoniano da Formação Quissamã. Entretanto, encontrou óleo nas areias turbidíticas logo acima desse alto, simbolizando um marco, ao ser a primeira descoberta de óleo no Brasil em um arenito turbidítico.

O reservatório encontra-se em profundidades que variam de 2940 a 3300 metros. O *net pay* médio por poço é de 60 metros, com porosidade média de 26%, saturação de óleo de 75% e permeabilidade de 400mD. O reservatório com óleo de 28°API e com volume de óleo produzido desde sua descoberta de 42,8 Mm³ (Manzini, 2007).

A produção nesse campo iniciou-se em Junho de 1979 em caráter provisório. E passou a definitiva em Agosto de 1983 com os poços produtores 7-NA-007-RJS e 7-NA-008D-RJS. Para a exploração do campo perfuraram-se 42 poços de desenvolvimento, além de 14 exploratórios, e foram instaladas duas plataformas PNA-1A e PNA-2, ambas ainda em atividade. O programa de recuperação secundária com injeção de água no reservatório teve início em Maio de 1984 (Menezes & Adams, 1988).

4. CARACTERIZAÇÃO GEOLÓGICA

4.1. GEOLOGIA REGIONAL – A BACIA DE CAMPOS

4.1.1. CONTEXTO EVOLUTIVO

A Bacia de Campos faz parte das bacias da margem leste brasileira, cuja gênese está associada a um sistema de riftes continentais no evento de abertura do oceano Atlântico Sul durante o Eocretáceo, como consequência do rompimento do supercontinente Gondwana.

O estágio de formação inicial das bacias marginais brasileiras está provavelmente relacionado ao soerguimento crustal resultante do aquecimento induzido por plumas mantélicas no Gondwana central (Morgam, 1983). Essas plumas geraram um entumescimento da crosta e o consequente desenvolvimento de depressões periféricas que, junto às depressões paleozóicas, atuaram como áreas de captação sedimentar de origem flúvio-lacustre, durante o Jurássico (Souza-Lima, 2003). Associados também a essa pluma mantélica, houve grandes derrames de lavas basálticas nas Bacias de Pelotas, Santos, Campos e Espírito Santo. Esse magmatismo pode ser correlacionado ao derrame de Basaltos da Formação Serra Geral na Bacia do Paraná.

Com a evolução tectônica, houve distensão e afinamento da crosta, gerando o rifteamento – com falhas normais associadas, de idade neocomiana. Os falhamentos ocorreram a partir da reativação de grandes lineamentos proterozóicos e paleozóicos, os quais são reconhecidos atualmente em cinturões de dobramentos, províncias e crátons proterozóicos, bem como em bacias sedimentares continentais paleozóicas. Esse rifte propagou-se de sul para norte até a região da Província Borborema, onde os lineamentos pré-cambrianos de Patos e Pernambuco, transversais às direções estruturais ao sul, tornaram-se uma resistência à ruptura norte-sul. Essa anisotropia estrutural permitiu que a região apresentasse uma subsidência muito mais lenta, e a Província Borborema permaneceu como um dos pontos finais da ruptura crustal entre as placas Sul-Americana e Africana (Souza-Lima, 2003). Com a mudança de direção de ruptura a partir desse ponto, esse rifte se bifurcou, abrindo dois braços, um formando as bacias de Sergipe-Alagoas e outro as bacias do Recôncavo-Tucano-Jatobá (braço abortado).



Figura 2 – Reconstrução paleogeográfica do Gondwana há aproximadamente 140Ma. Fonte: Souza-Lima, 2003.

O rifte continuou subsidindo, segundo Barboza (2005), conforme se interpreta através do modelo de estiramento crustal de Mackenzie (1978), o qual evidencia uma significativa subsidência mecânica na fase inicial de quebra do continente, seguida por subsidência térmica.

4.1.2. ARCABOUÇO ESTRUTURAL

O embasamento cristalino da Bacia de Campos é caracterizado por gnaisses de idade pré-cambriana pertencentes à Faixa Móvel Ribeira (Winter *et al.*, 2007), do final do Proterozóico Superior, em geral retrabalhados tectonicamente no Ciclo Brasileiro (Cordani *et al.*, 1984).

Segundo Cordani *et al.* (*op.cit.*), existem três descontinuidades principais no embasamento:

- 1) Sistemas de falhas de empurrão da Serra da Mantiqueira, direção N30E.
- 2) Sistemas de falhas transcorrentes de Além Paraíba, também de direção N30E.

A Formação Cabiúnas é composta por derrames ígneos de basaltos e diabásios subalcalinos, com espessura máxima perfurada de 650m (Winter *et al.*, 2007). Segundo Barboza (2005), datações K-Ar nesses derrames encontraram idades entre 120 e 135 Ma, com a maioria das idades ao redor de 125 Ma (andares locais Rio da Serra e Aratu). Essa formação é conhecida como o embasamento econômico da Bacia de Campos.

Sobrepostos à Formação Cabiúnas estão os depósitos de leques aluviais da Formação Itabapoana, com conglomerados, arenitos, siltitos e folhelhos proximais, localizados próximos a bordas de falhas da bacia. As rochas sedimentares mais distais estão representadas por depósitos de arenitos, folhelhos e siltitos de ambiente lacustre da Formação Atafona. Segundo Dias *et al.* (1988) o correspondente lago possuía águas com composição salina e alcalina, com provável aumento de salinidade do Andar Aratu para o Jiquiá. Essa sequência está delimitada em seu topo pela discordância pré-Jiquiá (125,8 Ma).

Acima de tal sequência, ocorre novamente a Formação Itabapoana, limitada às porções proximais de bordas de falhas. Também ocorre a Formação Coqueiros, constituída por intercalações de folhelhos ricos em matéria orgânica e carbonatos lacustres – coquinas compostas principalmente por moluscos bivalves.

A supersequência Pós-Rifte está depositada discordantemente sobre a supersequência Rifte. Essa discordância regional (Pré-Neo-Alagoas) nivelou o relevo que havia sido formado no estágio Rifte. O Pós-Rifte apresenta sequências transicionais, originadas durante a passagem do ambiente lacustre para o ambiente marinho.

A primeira sequência do Pós-Rifte, de idade Aptiano médio a superior, apresenta um caráter progradacional. A sequência está representada por depósitos proximais da Formação Itabapoana, além das formações Gargaú e Macabu. Essas formações são caracterizadas por margas e carbonatos de ambiente transicional raso. Nas porções mais distais da Formação Macabu ocorrem calcários estromatolíticos e laminitos microbiais. Nesse ambiente há um registro fóssilífero pobre, apenas rochas microbiais e ostracodes, fato esse que indica uma condição de *stress* ambiental (Winter *et al.*, 2007), ou seja, poucos organismos seriam capazes de suportar a vida naquele ambiente.

Acima dessa sequência, separados pela discordância pré-evaporítica, estão depositados os evaporitos da Formação Retiro, que remetem ao Albiano inferior. A expressiva deposição evaporítica na margem leste brasileira só foi possível devido à formação de uma barreira no final do Aptiano (Dorsal de São Paulo – Alto de Florianópolis), que, ao impedir a livre circulação das águas marinhas e associada a um

clima árido/semi-árido, criou as condições para o aumento das concentrações da salmoura até o nível de precipitação dos minerais evaporíticos (Dias, 2009). Na Bacia de Campos encontram-se anidrita, halita, carnalita e silvita. Essa extensa camada evaporítica condicionou a deposição durante o Cretáceo Superior, devido à movimentação do sal que moldou o assoalho oceânico.

Sobre a supersequência Pós-Rifte houve a deposição da supersequência Drifte, com a passagem de um ambiente marinho restrito a um ambiente plataformar até francamente marinho – que perdura até os dias de hoje. A supersequência Drifte compreende os sedimentos marinhos depositados sob um regime de subsidência térmica associado a tectonismo adiastrófico (Winter *et al.*, 2007).

A primeira seqüência da Supersequência Drifte é representada por um sistema misto, cuja porção proximal é constituída de leques aluviais, deltaicos e fandeltas clásticos da Formação Goitacás. Entretanto, nas porções intermediárias encontram-se sedimentos carbonáticos, bancos de calcarenitos oolíticos e oncolíticos, depositados em ambiente de energia alta a média. Já as porções distais, representadas pela Formação Quissamã, apresentam um aumento no volume de argilas, com condensação de seção. Segundo Waisman (2009), a tectônica de sal afeta a deposição carbonática do Grupo Macaé, devido às estruturas formadas junto às almofadas de sal, relacionadas a falhamentos lístricos.

A seqüência sobreposta data do Albiano Superior e também apresenta os depósitos proximais da Formação Goitacás. Os depósitos mais distais se caracterizam por calcilitos com fósseis planctônicos da Formação Outeiro, que gradam para folhelhos e margas em direção a porções mais distais. Os sedimentos pelágicos dessa seqüência foram depositados em resposta a uma progressiva subida relativa do nível do mar, que resultou no afogamento da plataforma rasa (Winter *et al.*, 2007). A movimentação halocinética é bastante intensa nessa fase, originando falhas de crescimento em cujos baixos adjacentes depositaram-se localmente expressivos corpos arenosos turbidíticos, advindos principalmente da área fonte a noroeste (Barboza, 2005). Esses depósitos representam a Formação Namorado.

A seqüência Neo-cretácica é caracterizada como uma seqüência transgressiva. Devido à alta taxa de subsidência da bacia, resultou um ambiente deposicional faminto, com pequeno aporte sedimentar. Houve também alguns eventos de *bypass* que, juntamente com movimentações halocinéticas, originaram baixos topográficos receptores de fluxos arenosos hiperpicinais (Dias *et al.*, 1990).

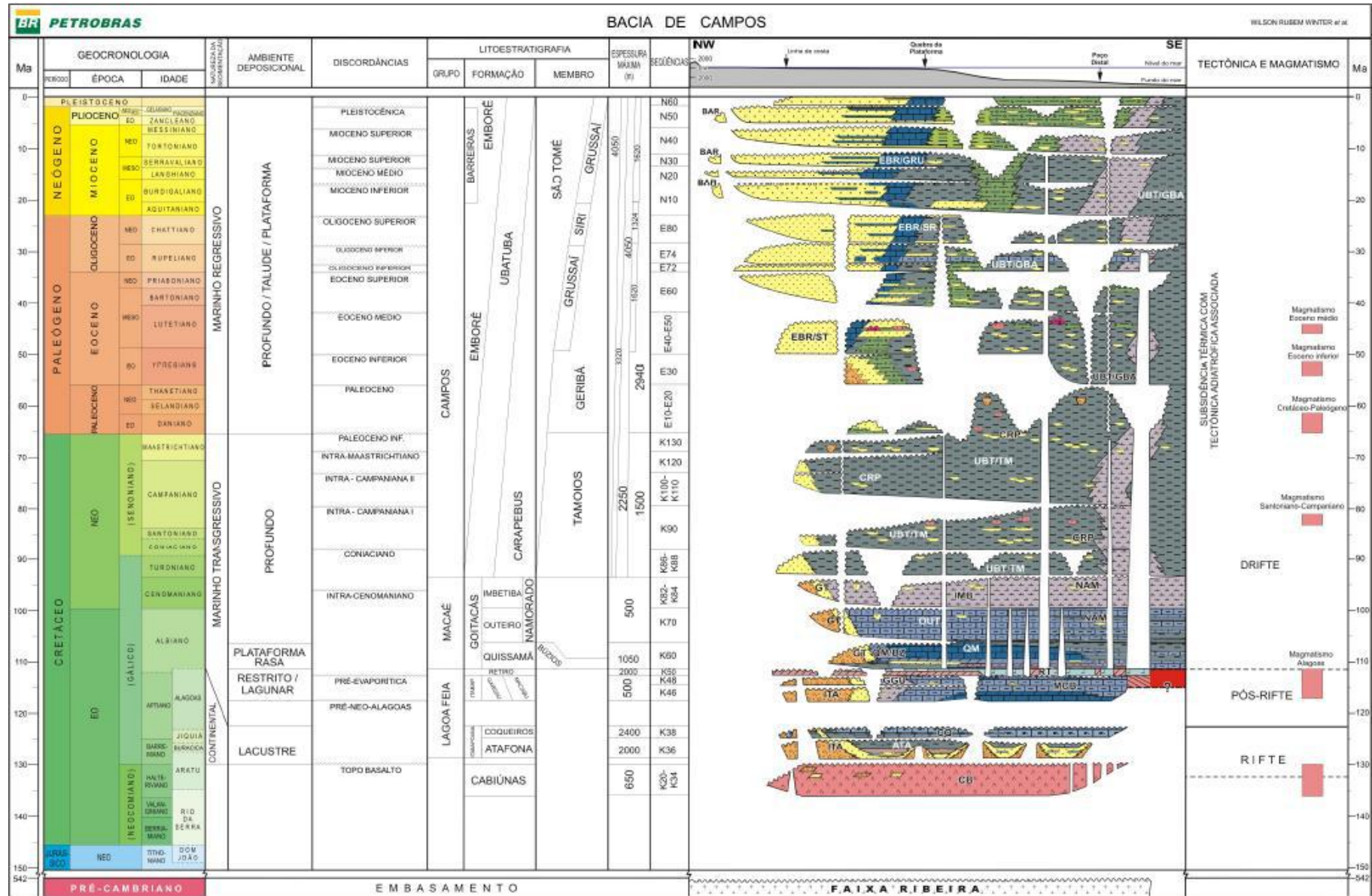


Figura 4 - Carta Estratigráfica da Bacia de Campos. Fonte: Winter *et al.* (2007).

Litologicamente predominam margas (Formação Imbetiba) e folhelhos da Formação Ubatuba, depositados em ambiente nerítico profundo a batial, sob um regime climático quente e úmido (Barboza, 2005).

A sequência oceânica progradante, a partir do Paleoceno, é caracterizada por apresentar uma modificação no estilo sedimentar, evidenciada pelo forte padrão progradante das unidades (Lima, 2004). Esta mudança estaria fortemente relacionada ao soerguimento terciário da Serra do Mar, que, associado a mudanças climáticas e movimento halocinéticos, teria fornecido um grande aporte de material sedimentar, suficiente para suplantiar a subsidência da bacia (Figueiredo *et al.*, 1983 *apud* Dias *et al.*, 1990).

4.1.4. SISTEMAS PETROLÍFEROS

Segundo Barros (2008), na Bacia de Campos existem os seguintes intervalos de rochas geradoras:

- 1) Formação Ubatuba: folhelhos de idade Turoniana/Cenomaniana com matéria orgânica de origem marinha, contendo aproximadamente 3% de COT (carbono orgânico total).
- 2) Grupo Macaé: argilas e margas albianas com matéria orgânica marinha e teor médio de COT de 6%.
- 3) Formação Coqueiros: folhelhos hipersalinos aptianos intercalados com carbonatos, com COT médio de 2%.
- 4) Formação Atafona: principais rochas geradoras da bacia, com matéria orgânica lacustre salina a ligeiramente salina, de idade Jiquiá, com média de COT de 5%, podendo chegar a 9%.

Bagni (2002) acredita que o início da janela de geração/maturação de óleo na Bacia de Campos ocorreu no Oligoceno-Mioceno e que a bacia persiste nesse estágio até os dias de hoje. De acordo com Pessoa *et al.* (1999), a migração do óleo ocorreu principalmente durante o Terciário, e o movimento do óleo se deu por falhas lítricas e normais, principalmente relacionadas à tectônica do sal.

Ainda segundo Bagni (*op.cit.*) os principais reservatórios da Bacia de Campos são basaltos fraturados da Formação Cabiúnas, coquinas da Formação Coqueiros, ambos da fase rifte. Carbonatos e arenitos turbidíticos das formações Outeiro e Namorado, respectivamente. Além de arenitos turbidíticos cretácicos a terciários da Formação Carapebus.

4.2. RESERVATÓRIO DO ARENITO NAMORADO

4.2.1. MODELOS DE SEDIMENTAÇÃO TURBIDÍTICA

Dias (2004) definiu turbidito como depósito sedimentar originado em ambientes sub-aquáticos no talude continental e similares, de mares e lagos profundos, onde ocorre um gradiente topográfico acentuado. Esses depósitos apresentam sedimentos cujo tamanho dos fragmentos varia desde conglomerado até frações silto-argilosas, com o tamanho de grão dominante sendo o arenito médio e fino e são gerados a partir de correntes de turbidez.

Correntes de turbidez são correntes de densidade maior que a do fluido envolvente. A densidade mais alta se deve aos sedimentos em suspensão no fluxo. Este contraste de densidade, combinado com a ação da gravidade, provoca um fluxo turbulento que tende a manter o sedimento em suspensão, inibindo a sua deposição e, conseqüentemente, a dissipação da corrente turbidítica por perda de carga sedimentar (Lima, 2007).

As correntes de turbidez podem ocorrer a qualquer profundidade, porém necessitam que haja algum mecanismo que faça com que uma grande quantidade de sedimentos entre em suspensão para ocorrerem. São vários esses mecanismos indutores, podendo ser abalos sísmicos, temporais, cheias fluviais, entre outros.

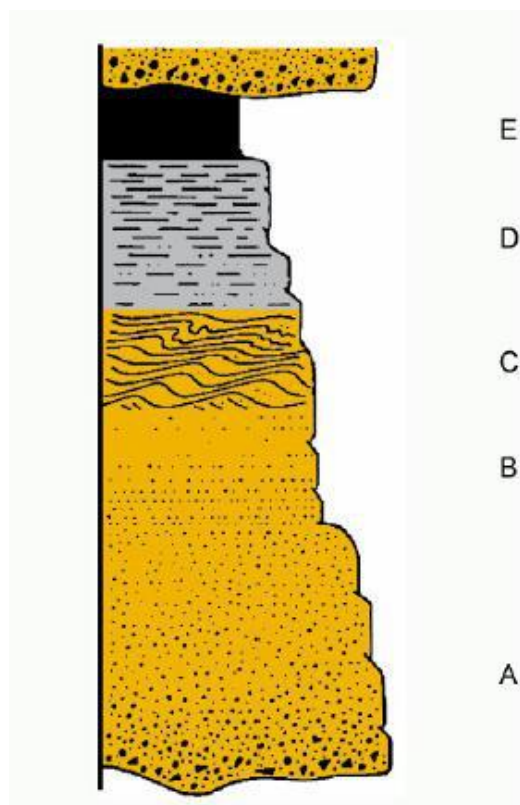


Figura 5 - Sequência de Bouma (1962). Modificado de Barboza (2005).

Na corrente há areias, grânulos e sedimentos mais finos suportados pelo fluxo turbulento. À medida que esse fluxo é desacelerado e perde energia, não consegue mais suportar os sedimentos mais grossos, que gradualmente são depositados na base do fluxo, formando uma camada que corresponde à divisão A da sequência de Bouma (figura 5). Essa camada muitas vezes apresenta estruturas de escape de fluidos (*pillars e dishes*) durante seu estágio inicial de compactação. Nos turbiditos clássicos, a contínua desaceleração do fluxo forma camadas com estratificação plano paralela (divisão B de Bouma), seja pela deposição de novas areias em suspensão, seja pelo retrabalhamento do topo da camada A. Similarmente, depositam-se *ripples* com laminação cruzada (divisão C). Sobrepostos a essa camada podem-se encontrar sedimentos silto-argilosos com laminação plano-paralela (divisão D), e sedimentos pelíticos (divisão E).

4.2.2. ESTRATIGRAFIA DE SEQUÊNCIAS

Walker (1992) propôs a seguinte relação entre o desenvolvimento de leques submarinos com flutuações do nível do mar:

1) Rebaixamento do nível do mar: inicia uma fase de crescimento de leques submarinos. A linha de costa prograda em direção ao talude, assim a sobrecarga de novos sedimentos pode provocar a desestabilização do talude e consequentes escorregamentos e desenvolvimento de cânions submarinos. Esses fluxos de massa se movimentam em direção à bacia e são depositados como depósitos gravitacionais. Se já existirem cânions, esse avanço da linha de costa pode resultar em fluxos de areia diretamente nesses cânions, formando correntes turbidíticas, resultando em depósitos de leques arenosos no assoalho oceânico.

2) Durante o contínuo rebaixamento e/ou durante período de mar baixo: desenvolvimento de complexos canal-*levee* nas superfícies dos lobos submarinos. Uma possibilidade para a formação dos *levees* é que esses inicialmente se formem nas paredes dos cânions incisos. À medida que haja mais fluxo passando por esse cânion, o fluxo não se encontra mais tão confinado, assim os sedimentos finos se espalham para fora da borda, depositando os *levees* na superfície dos leques submarinos. Esses depósitos de *levee* crescem com a contínua passagem de correntes com sedimentos finos em suspensão, porém essa será uma zona de crescimento de *levees* e será uma zona de *bypass* para os sedimentos arenosos que se deslocaram para partes mais baixas do leque submarino.

3) Aumento relativo do nível do mar: é provavelmente interrompida a construção do sistema canal-*levee*. Nesse estágio, onde há canais não preenchidos podem ser depositados sedimentos pelíticos. Instabilidade sedimentar nas partes proximais dos leques e nos depósitos *levee* pode provocar escorregamentos e fluxos de massa que seguem até partes mais distais da superfície do leque submarino.

4) Contínuo aumento do nível do mar: a superfície dos depósitos submarinos são recobertas por sedimentos finos hemipelágicos, resultando em seções condensadas.

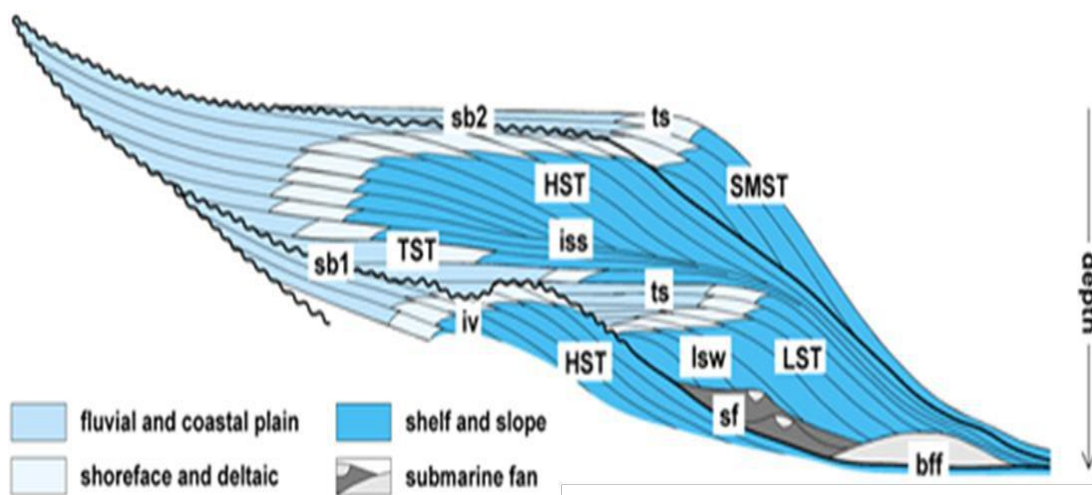


Figura 6 - Leques submarinos (sf) em um contexto de estratigrafia de sequência.

Modificado de sítio da internet *geology*.

Contudo, vale ressaltar que o desenvolvimento de leques submarinos não está restrito a períodos de nível relativo do mar baixo, já que, como mencionado anteriormente, as correntes turbidíticas podem ser induzidas por diversos fatores externos.

Barboza (2005) definiu três sequências deposicionais para o reservatório de namorado baseado na resolução da sísmica de reflexão. A sequência “1” indica um forte controle deposicional associado a uma geometria de depósito de canal confinado, de direção aproximada NWW/SEE (Guardado *et al.*, 1990), encontrando-se encaixada diretamente sobre um canal no topo da seção carbonática albiana. A sequência “2” apresenta uma geometria deposicional na forma de lobos, indicando um caráter mais progradacional. A sequência “3” está depositada sobre uma discordância entre o Albiano/Cenomaniano e é caracterizada por um maior espreadimento sedimentar que as outras duas sequências.

Segundo esse mesmo autor, é possível observar no Campo de Namorado dois eventos de sedimentação de 3ª ordem. O primeiro englobaria as sequências “1” e “2”, e o segundo evento corresponderia a sequência “3”. Esses eventos seriam principalmente controlados pela tectônica e eustasia.

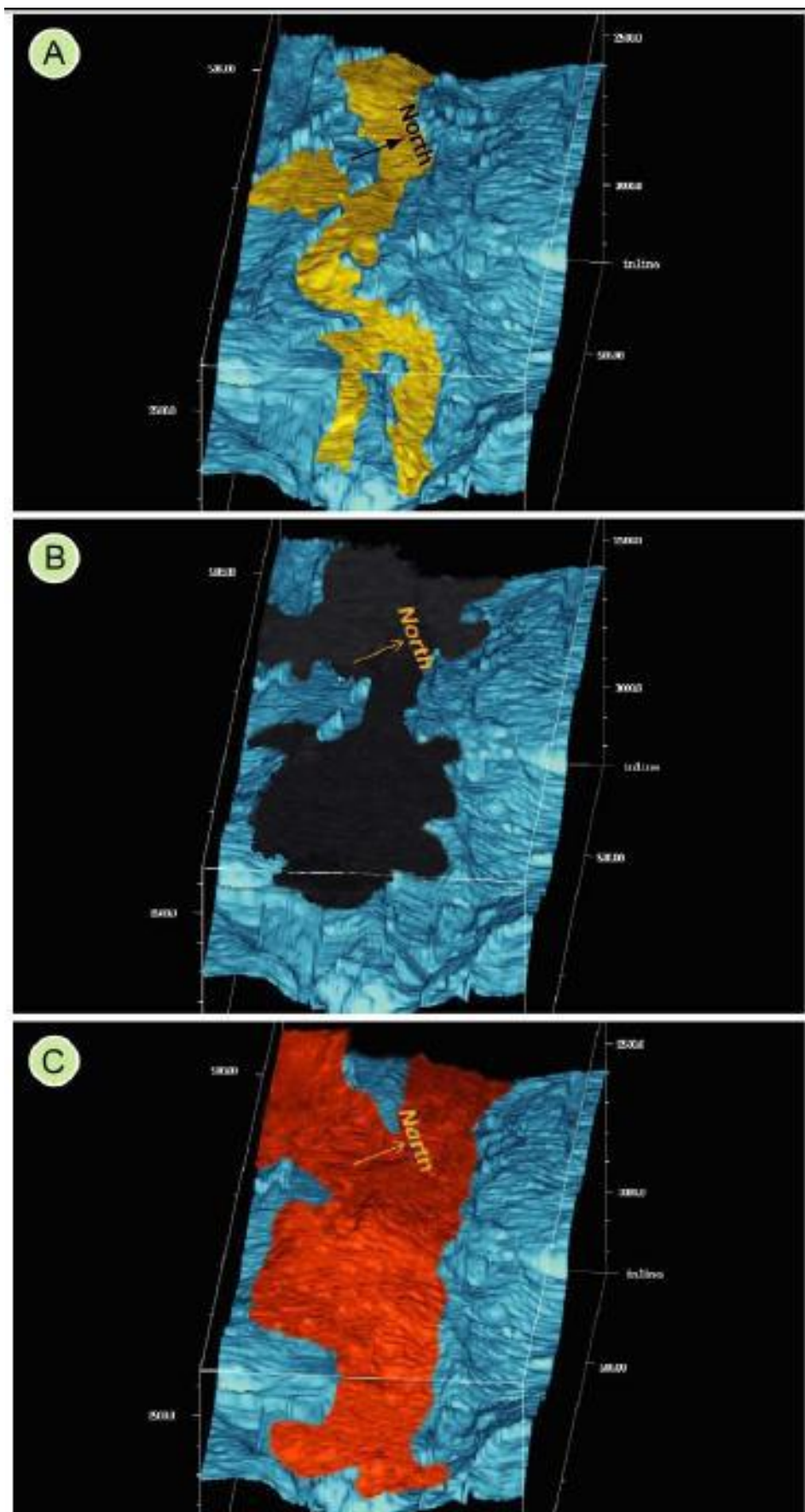


Figura 7 - Sequências deposicionais interpretadas com base no volume sísmico do Campo de Namorado.

Fonte: Barboza (2005).

O primeiro evento depositou-se sobre um substrato irregular, conseqüente da intensa movimentação do sal, iniciada no Aptiano, assim formou-se um denso sistema de falhas normais lítricas que controlaram todo o desenvolvimento de cânions e a deposição de fluxos de detritos e dos turbiditos (Bruhn & Walker, 1995). Os depósitos desse primeiro evento são datados do Albiano superior e foram depositados em um contexto transgressivo que culmina com a deposição de margas e calcilutitos ricos em radiolários, representando a zona de condensação que contém a superfície de inundação máxima (Barboza, *op cit.*).

O segundo evento está separado do primeiro por uma discordância que eliminou parte do registro do evento anterior e representa um hiato de cerca de 2,4 Ma (Faria *et al.*, 2001). Esse evento é representado por uma sequência retrogradante de idade Cenomaniano médio a superior e se inicia com a deposição de turbiditos de alta densidade em regime de mar baixo, com menor grau de confinamento, e finaliza com depósitos de sedimentos finos (Marco Radioativo CEN150), ricos em microfauna típica de ambientes anóxicos, e representa a segunda superfície de inundação máxima e também o fechamento da sequência (Barboza, *op cit.*).

4.2.3. ARQUITETURA DEPOSICIONAL E FÁCIES SEDIMENTARES

Moraes *et al.* (2006) classifica os reservatórios de águas profundas em três tipos, de acordo com sua arquitetura deposicional, a saber, os complexos de canais discretos, complexos de canais amalgamados e complexos de canais distributários e lobos.

Os complexos de canais discretos representam o contexto em que corpos de preenchimento de canais aparecem espacialmente segregados, principalmente empilhados verticalmente e obliquamente. A associação de fácies típicas desse reservatório apresenta intercalação de sedimentos grossos, depósitos de preenchimento de canais, com níveis heterolíticos e pelíticos (divisões B e C de Bouma) que representam os depósitos de *overbank*.

O complexo de canais amalgamados é formado pela amalgamação lateral de canais que origina extensos corpos arenosos tabulares, mas que aparecem internamente canalizados. As fácies típicas de reservatórios com essa arquitetura deposicional são camadas de arenitos pouco estratificadas, com pouca intercalação de níveis de folhelho e heterolíticos, pelo menor desenvolvimento de depósitos de *overbank* quando comparadas aos complexos de canais discretos.

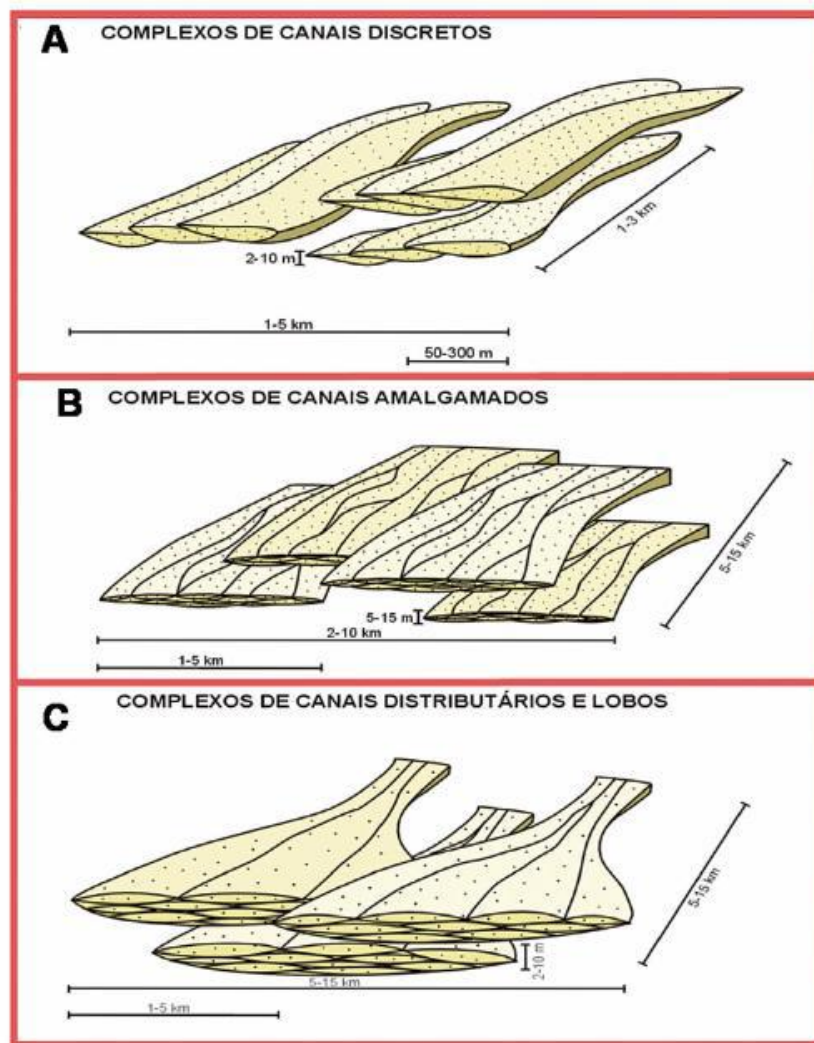


Figura 8 - Tipos de reservatório de águas profundas classificados por Moraes *et al.* (2006) segundo padrões básicos de geometria e arquitetura. Fonte: Moraes *et al.* (2006).

O último tipo, o complexo de canais distributários e lobos, compreende uma rede de canais distributários rasos associados a lobos laterais e frontais. Esses corpos são representados por lentes muito extensas e ausência de feições canalizadas (erosões internas) e conseqüente preservação dos depósitos finos. A clássica associação de fácies para esse tipo de reservatório é a Sequência de Bouma. Portanto, nesse caso, os sedimentos finos encontrados se tratam de sedimentos hemipelágicos e não de depósitos de *overbank*.

No contexto dos reservatórios brasileiros de águas profundas, Moraes *et al.* (2006) baseados em trabalhos anteriores de Bruhn & Moraes (1989) e Bruhn (1998) consideram que os reservatórios que são resultam do preenchimento de calhas cretácicas da Bacia de Campos, como no caso de Namorado, possam ser classificados como complexos de canais amalgamados. Segundo esse mesmo autor, a sequência deposicional nesses reservatórios inicia-se com depósitos extremamente confinados, formando corpos espessos e intensamente

amalgamados. Progressivamente há uma redução do confinamento, com o desenvolvimento de um sistema não confinado, no qual é possível que, além dos canais amalgamados, também ocorram lobos.

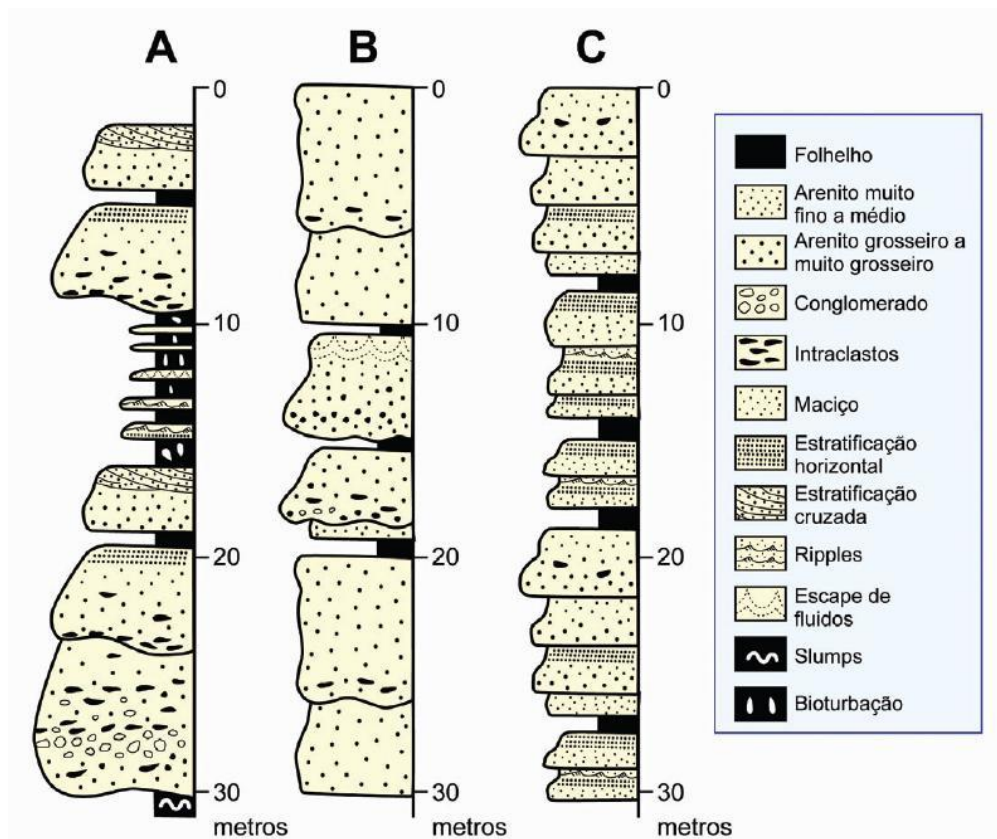


Figura 9 - Associação de fácies típicas para cada tipo de reservatório. (A) complexos de canais discretos; (B) complexos de canais amalgamados; (C) complexos de lobos. Fonte: Moraes *et al.* (2006).

5. PERFILAGEM DE POÇOS

Perfis de poços para avaliação geológica são medidos pela descida de ferramentas específicas em poços abertos e registram propriedades das camadas sedimentares em função da profundidade.

Perfis geofísicos são uma fonte confiável de informações petrofísicas e geológicas e são amplamente usados na indústria do petróleo, já que são contínuos (embora registrados digitalmente), têm boa resolução e são economicamente viáveis.

5.1. CONCEITOS BÁSICOS DE PERFIS DE POÇOS

Esses perfis medem propriedades físicas das rochas. Tais propriedades são influenciadas por variáveis como, por exemplo, composição mineralógica da rocha, porosidade, fluido de saturação, grau de compactação e cimentação da rocha e composição do fluido de perfuração, entre outras.

5.1.1. PERFIL DE RAO GAMA (GR)

O perfil de raio gama mede a emissão natural de raios gama da formação. Sendo assim, está relacionado ao conteúdo de isótopos radiogênicos de urânio, tório e potássio presentes nas rochas.

Como esses elementos são mais comumente encontrados em folhelhos e argilas, ao passo que formações limpas, porosas e permeáveis apresentam baixo conteúdo de elementos radioativos, o perfil de raio gama é amplamente utilizado para quantificar o conteúdo de argila da formação. Além dessa aplicação, esse tipo de perfil também é normalmente empregado para correlação de poços, interpretação paleoambiental e estratigráfica, e para controle de profundidade, já que pode ser medido também em poços revestidos.

5.1.2. PERFIS DE RESISTIVIDADE

Perfis de resistividade registram a resistividade dos fluidos da formação à passagem de uma corrente elétrica. Logo, esses tipos de perfis são geralmente uma função da porosidade da rocha e do tipo de fluido presente.

1) Perfil de Indução (ILD): consiste na passagem de uma corrente alternada de alta frequência ($\sim 20\text{kHz}$) por uma bobina transmissora. Essa corrente cria um campo magnético que induz uma corrente secundária na formação ao redor. A referida corrente é circular e coaxial à bobina transmissora. Por sua vez, a corrente secundária também cria um campo magnético que induz um sinal alternado na bobina receptora. Esse sinal detectado é essencialmente proporcional à condutividade da formação (Western Atlas, 1992).

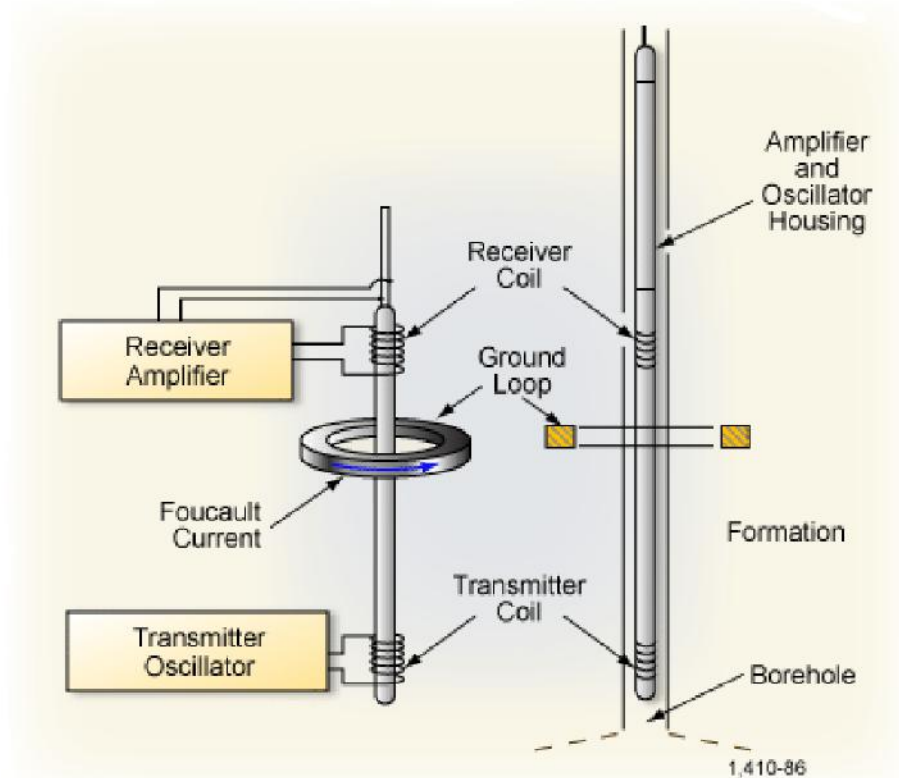


Figura 10 - Sistema básico de uma ferramenta de indução com duas bobinas. Fonte: Schlumberger *apud* Peveraro, 2009)

A principal vantagem dessa ferramenta de resistividade é que permite investigações mais profundas na formação.

2) Perfil Elétrico Esfericamente Focado (SFL): ferramentas de métodos focados consistem de um arranjo de eletrodos cuidadosamente desenhado a fim de restringir a corrente a uma fina seção vertical, e, teoricamente, a leitura de resistividade não é afetada pelo fluido de perfuração. A ferramenta emprega um pequeno eletrodo que emite uma corrente entre dois eletrodos que emitem uma corrente controladora, a amplitude dessa última é determinada pelos próprios eletrodos e é continuamente ajustada a fim de manter o potencial zero entre eles (Peveraro, 2009). O perfil esfericamente focado é um tipo especial de ferramenta elétrica focada que utiliza uma série de pontos eletrodos, os quais controlam a corrente na

forma de uma esfera oca na zona invadida. Sendo assim, esse perfil apresenta uma profundidade de investigação rasa.

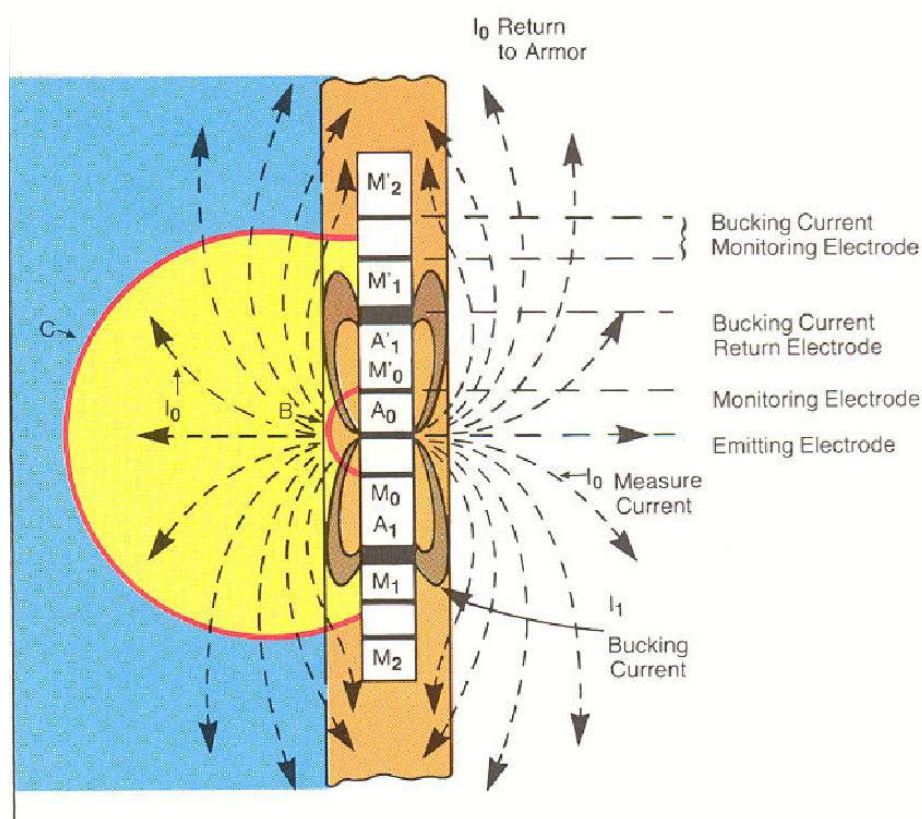


Figura 11 - Esquema mostrando o princípio de funcionamento de uma ferramenta de perfil elétrico esféricamente focado.

Fonte: Schlumberger *apud* Peveraro, 2009.

5.1.3. PERFIL SÔNICO (DT)

O perfil sônico registra a velocidade acústica, ou seja, de propagação de uma onda sonora nas rochas adjacentes ao poço. Um transmissor acústico é usado para gerar um impulso sonoro a partir de um sinal elétrico. Esse impulso é transmitido esfericamente até atingir a formação, onde é em parte refratado e em parte refletido. A onda refletida é registrada por um receptor posicionado a uma distância conhecida do transmissor.

A velocidade sônica depende da litologia, espaço poroso e tipo de fluido nos poros. Assim, o perfil sônico é amplamente usado para quantificação da porosidade, identificação de litologia, além de correlação de poços e calibração dos poços com a sísmica.

Na verdade, o perfil sônico mede a lentidão da onda sonora ($\mu\text{s}/\text{ft}$), que é o inverso da velocidade. Logo, rochas mais cimentadas (mais densas) tendem a apresentar valores mais baixos, enquanto que rochas mais porosas valores mais altos.

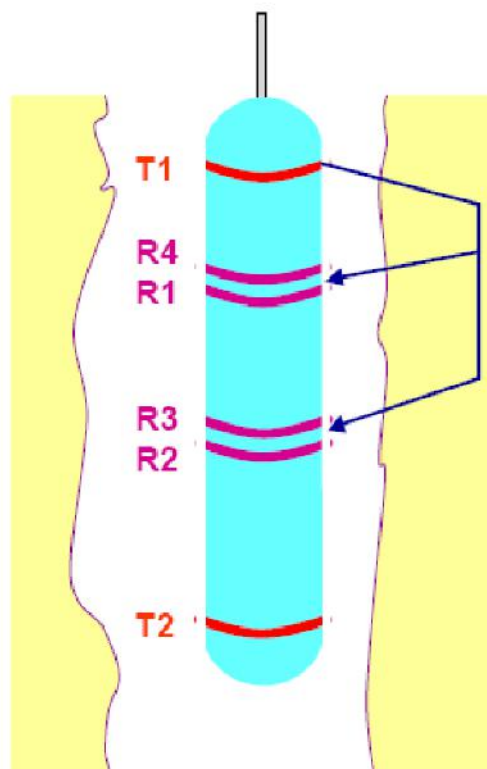


Figura 12 - Ferramenta sônica BHC (*bore hole compensated*). Fonte: Peveraro, 2009.

5.1.4. PERFIL DE DENSIDADE (RHOB)

O perfil de densidade mede a densidade total da formação, que é composta tanto pelo arcabouço da rocha como pelos fluidos que preenchem os poros das rochas. É principalmente usado para determinar a porosidade da formação e, no caso de formações de arcabouço desconhecido, o perfil RHOB pode ser usado também para estimar a mineralogia.

O princípio de funcionamento da ferramenta é baseado no fenômeno físico de dispersão dos raios gama. Uma seção da formação é irradiada por um feixe de raios gama chamados fótons. Os raios gama podem ser considerados como partículas de alta velocidade, que se chocam com os elétrons da formação. Em cada choque, o raio gama perde parte de sua energia cinética para o elétron, continuando sua trajetória com baixa velocidade. Os raios gama desacelerados são captados por um detector colocado a uma distância fixa da fonte, sendo avaliados como uma medida de densidade da formação. Deste modo a medida feita pela ferramenta de densidade está relacionada essencialmente com a densidade dos elétrons da formação. Por outro lado, a densidade dos elétrons está relacionada com a densidade total da formação

5.1.5. PERFIL NEUTRÃO (NPHI)

O perfil neutrão é principalmente usado para a identificação de formações porosas e para a estimativa da porosidade. Geralmente, também é possível utilizá-lo para distinguir zonas de gás, através da comparação com outros perfis de porosidade (RHOB e DT, por exemplo) (Halliburton, 2005).

Uma fonte de neutrons bombardeia a formação com nêutrons de altas velocidades. Esses nêutrons colidem com o núcleo da formação, perdem energia e desaceleram, até atingirem níveis termiais. Nesse estágio podem ser capturados por núcleos de diferentes átomos (por exemplo cloro, hidrogênio, silício, etc). Quando um nêutron colide com um núcleo mais pesado ele é “refletido” sem perder muita energia. Já quando o nêutron colide com um núcleo de massa similar (como o Hidrogênio) a energia é dividida entre eles, assim o nêutron perde muita energia, podendo até chegar a transferir toda a sua energia para o átomo de Hidrogênio. Assim, pode-se considerar que a taxa com que os nêutrons perdem sua energia por colisão está relacionada com a quantidade de Hidrogênio presente na formação (Peveraro, 2009).

O hidrogênio da formação pode estar presente no fluido contido nos poros, na água da composição química dos minerais, ou na água confinada fisicamente. Portanto, em arenitos, calcários ou dolomitos limpos e saturados de água, o perfil neutrão fornece uma medida da porosidade da rocha.

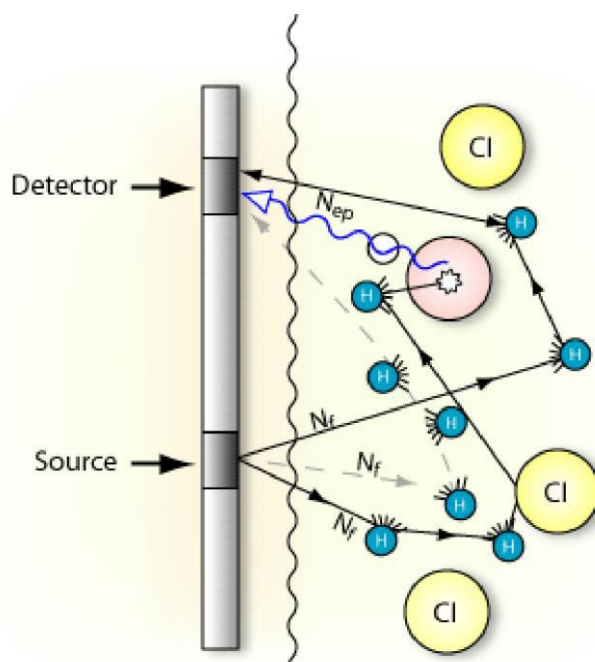


Figura 13 - Desenho esquemático de uma ferramenta de neutrão convencional.

Fonte: OGCI *apud* Peveraro, 2009.

5.2. PROPRIEDADES PETROFÍSICAS DERIVADAS DE PERFIS

5.2.1. VOLUME DE ARGILA

O perfil de raio gama vem sendo usado como um importante indicador na avaliação de formações argilosas. Para realizar tal avaliação é considerada nula a contribuição radioativa de outros minerais além da argila.

A partir do perfil de raio gama, calcula-se um índice de argila:

$$IGR = \frac{GR - GR_{cn}}{GR_{sh} - GR_{cn}}$$

onde GR = resposta do perfil na zona de interesse, GR_{cn} = resposta do perfil de GR em uma zona limpa, GR_{sh} = leitura do perfil de GR no folhelho.

Larionov (1969 *apud* Western Atlas, 1992) sugeriu uma relação empírica entre o I_{GR} e o volume de argila de acordo com a idade das rochas. Com base na observação de que duas formações com o mesmo volume de material radioativo proveniente da argila, mas de idades diferentes, terão resposta do perfil de raio gama diferente. Essa será menor na formação mais densa e consolidada, isso se deve ao fato de que a absorção dos raios gama aumenta com a densidade do meio.

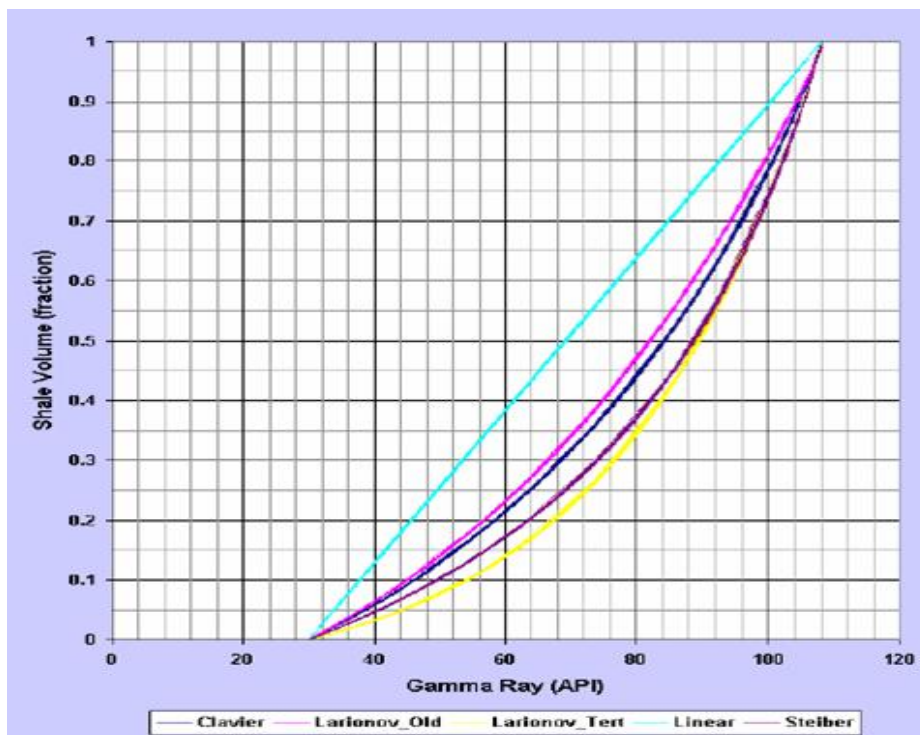


Figura 14 - Gráfico usado para a determinação do conteúdo de argila a partir de dados do perfil de raio gama. A curva proposta por Larionov (1969) para rochas mesozóicas está em rosa. Fonte: Sítio da empresa CGGVeritas (2008).

No caso de rochas mesozóicas, a seguinte equação pode ser usada para a determinação do volume de argila (V_{sh}):

$$V_{sh} = 0.33 (2^{2IGR} - 1)$$

5.2.2. POROSIDADE EFETIVA

O perfil de densidade responde linearmente à porosidade total da rocha. A densidade total medida é a soma da densidade da matriz e do fluido que preenche os espaços porosos.

$$\rho_b = (1 - \Phi) \rho_{ma} + \Phi \rho_f$$

Onde ρ_b = densidade total medida no perfil; ρ_{ma} = densidade da matriz;

ρ_f = densidade do fluido nos poros e Φ = porosidade total.

Para calcular a porosidade efetiva de formações que contêm argila, deve-se subtrair desta fórmula a porosidade relativa ao conteúdo de argila na zona.

$$\Phi_{ef} = \frac{\rho_{ma} - \rho_b}{\rho_{ma} - \rho_f} - V_{sh} \left(\frac{\rho_{ma} - \rho_{sh}}{\rho_{ma} - \rho_f} \right)$$

6. SÍSMICA DE REFLEXÃO

O método sísmico de reflexão é o método de prospecção mais utilizado atualmente na indústria do petróleo, pois fornece alta definição das feições e propriedades geológicas das rochas em subsuperfície. Atualmente, mais de 90% dos investimentos em prospecção são aplicados em sísmica de reflexão (Thomas, 2001).

6.1. CONCEITOS BÁSICOS DA SÍSMICA DE REFLEXÃO

O método de reflexão mede o tempo decorrido entre a emissão de um pulso e seu retorno até o receptor após sua reflexão. As ondas sísmicas migram através de meios heterogêneos, sujeitas à reflexão ao atingir horizontes de contraste de propriedades físicas das rochas.

O objetivo do método é localizar e interpretar refletores, ou seja, estabelecer a posição de pontos de reflexão abaixo da superfície e delimitar, pelo deslocamento do conjunto de fontes e receptores, a extensão bidimensional ou tridimensional das feições geológicas responsáveis pela reflexão (Almeida, 2006).

6.2. AQUISIÇÃO MARINHA DE DADOS SÍSMICOS 3D

Um navio construído com a finalidade de aquisição viaja pelo mar, puxando fontes que emitem ondas sísmicas a cada poucos metros e cabos receptores, a fim de gravar ondas refletidas em rochas de subsuperfície. Atualmente, o tipo de fonte mais usada é o *air gun*, que produz um pulso de curta duração que concentra sua energia verticalmente para baixo. Evans (1997 *apud* Bacon, 2003) explica o funcionamento do *air gun* como segue: a expansão e o colapso de bolhas de ar na água agem como uma fonte acústica que envia ondas sonoras através da água e que penetram nas rochas abaixo do leito marinho.

Com a mudança da impedância acústica das rochas, parte dessa onda sonora é refletida de volta à superfície, onde é capturada pelos receptores e transmitida ao navio para posterior processamento. Os receptores usados na aquisição marinha são os chamados hidrofones, que são sensíveis a variações de pressão. Assim, são capazes de produzir uma voltagem de saída proporcional à pressão hidrostática adicional causada pela onda sísmica.

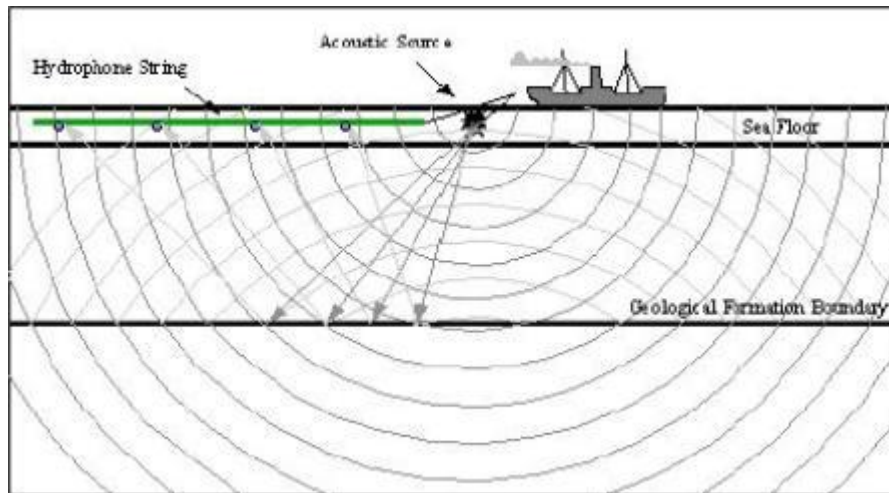


Figura 15: Desenho esquemático mostrando elementos básicos para aquisição sísmica marinha. Fonte: Bacon (2003).

6.3. PROCESSAMENTO DOS DADOS SÍSMICOS

Sistemas modernos de processamento de dados sísmicos contêm centenas de algoritmos. Existe mais de uma opção para a realização de cada etapa do processamento, escolhida de forma que se otimize o produto final.

Um breve resumo sobre algumas dessas etapas é exposto a seguir:

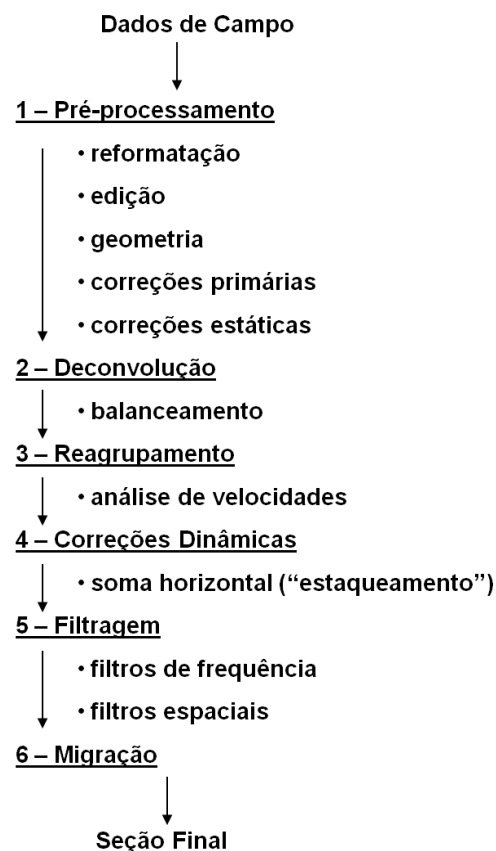


Figura 16: Sequência convencional do processamento de dados sísmicos. Modificado de Thomas (2001).

Na fase de pré-processamento, utilizam-se os registros de campo, relatórios de aquisição e dados de navegação como entrada para as correções primárias e estáticas. As correções primárias atenuam as distorções causadas pelos receptores e pelo equipamento de gravação. As correções estáticas adicionam frações de tempo nos registros sísmicos, simulando o posicionamento dos canhões e dos receptores na superfície de nível do mar (já que esses geralmente operam a profundidades que variam de 7 a 15 metros) (Thomas, 2001).

A seguinte fase, a deconvolução, é uma operação de filtragem matemática que tem como objetivo atenuar as reverberações presentes no método sísmico, definindo a *wavelet* para cada traço sísmico. A teoria dessa etapa é baseada no fato de que cada traço sísmico não é um impulso unitário, mas uma reverberação de pequena duração. Assim, um operador matemático é desenhado para cada traço, baseado nas características dos traços e em alguns parâmetros definidos pelo analista.

O balanceamento consiste em recuperar a energia perdida durante a propagação da onda. Essa etapa consiste em aplicar um ganho variável de tempo aos dados a fim de aumentar as amplitudes dos últimos sinais captados, quando comparados aos primeiros. Essa correção é necessária devido à perda progressiva por divergência esférica da energia, à medida que a frente de onda viaja mais profundo na Terra e expande sua frente de onda, assim a mesma energia na sua frente de onda é espalhada por uma área maior, causando perda na amplitude do sinal.

A próxima etapa consiste em atribuir a cada traço um ponto médio comum (CMP), os traços com mesmo CMP são agrupados em famílias para uma análise das suas velocidades para posterior aplicação das correções dinâmicas.

As correções dinâmicas subtraem os excessos nos tempos no registro de uma reflexão em função de seu ângulo de incidência. Depois de realizar essa correção, os traços de uma mesma família são somados ("empilhamento"), resultando em um único traço por CMP.

Esses traços somados, colocados em disposição lado a lado, produzem as seções sísmicas. A fim de melhorar a imagem da seção sísmica obtida, podem ser usados diversos filtros.

Migração dos dados é a etapa na qual se tenta mover os dados registrados para que as seções obtidas estejam em seu local original ao invés de seu local de registro. A migração pode ser feita em tempo ou em profundidade e antes ou depois do "empilhamento". Dependendo da natureza dos dados, um ou outro método é mais recomendado (Bacon, 2003).

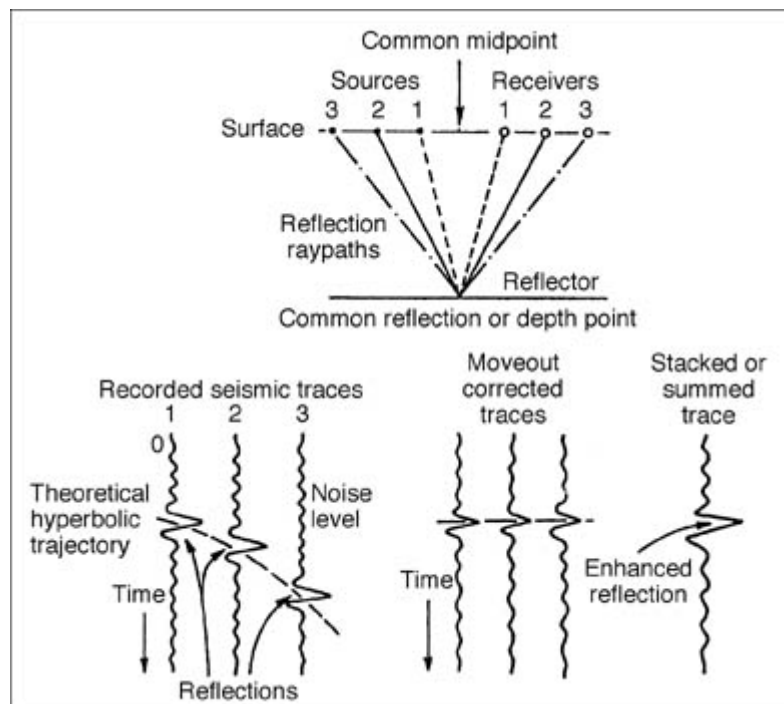


Figura 17 - Análise de velocidades das famílias de traços sísmicos e "estaqueamento". Fonte: Sítio da empresa Schlumberger.

6.4. PROPRIEDADES DAS ROCHAS REGISTRADAS PELA SÍSMICA

Como já foi explicado anteriormente, a sísmica é uma resposta da diferença de propriedades físicas das rochas em subsuperfície. Essas propriedades são propriedades elásticas das rochas que dependem da porosidade, densidade, fluido de saturação, entre outros.

Levando em conta essa característica, a sísmica pode ser usada em caracterização de reservatórios de forma indireta, através de atributos derivados. O atributo mais comumente usado, extraído da sísmica, é a impedância acústica. O contraste produzido pela diferença dessa propriedade nas rochas pode ser considerada a resposta direta da sísmica. Algumas aplicações da sísmica nesse sentido estão descritas a seguir.

6.4.1. SISMOGRAMA SINTÉTICO

A idéia básica consiste em que, a partir de perfis de poços, pode-se calcular a resposta sísmica esperada na locação do poço. Essa análise ignora a variação da resposta da sísmica com o ângulo de incidência (Bacon, 2003).

Primeiro calcula-se a impedância acústica (AI) de cada ponto como o produto entre a densidade e a velocidade sônica.

$$AI = v \times \rho$$

Geralmente, diferentes impedâncias acústicas representam diferentes rochas. Na interface de contato é esperado que haja uma resposta da sísmica, portanto para a estimativa do sismograma sintético, calcula-se o coeficiente de reflexão (RC), utilizando-se:

$$RC = \frac{AI_{n+1} - AI_n}{AI_{n+1} + AI_n}$$

Como pode ser deduzido pela fórmula, o coeficiente de reflexão deve ser positivo ao passar-se para um meio com maior impedância acústica e negativo na passagem para um meio com menor impedância acústica.

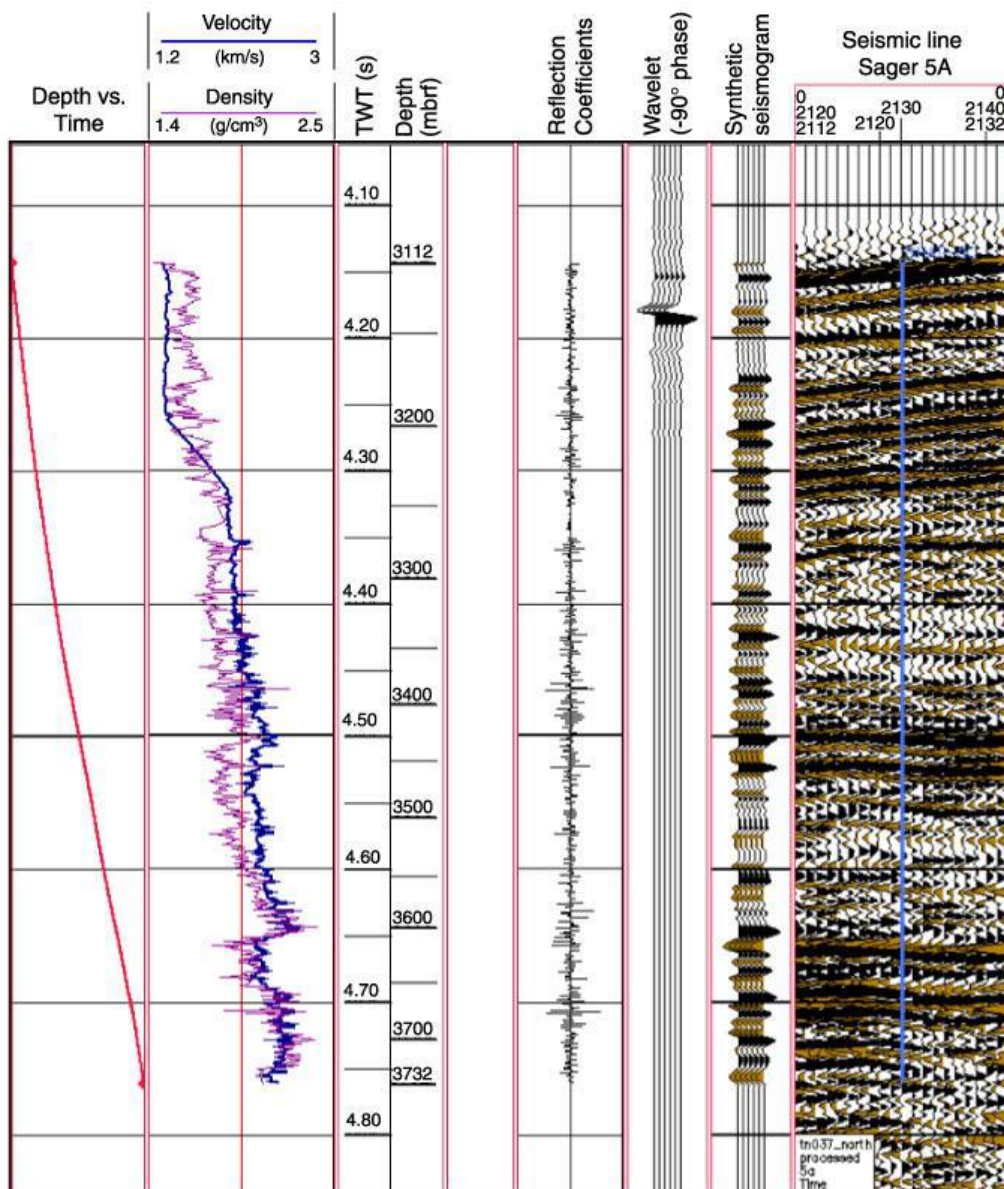


Figura 18: Sismograma sintético e sua comparação com a sísmica. Fonte: Bralower *et al.* (2002).

A curva de coeficiente de reflexão passa por um processo chamado de convolução, no qual, a partir de uma *wavelet*, pode-se gerar o sismograma sintético. Essa *wavelet* pode ser extraída da sísmica ou pode ser teórica. Estão envolvidas incertezas com respeito a qual *wavelet* se deve usar, pois, segundo Neidell & Poggiagliolmi (1977 *apud* Bacon 2003), a escolha da *wavelet* pode fazer significativas diferenças na aparência do traço sísmico sintético.

Uma aplicação muito útil dos perfis sísmicos sintéticos é sua posterior calibração com a sísmica real, sendo possível nesse caso estimar uma correlação tempo x profundidade para o poço.

6.4.2. INVERSÃO SÍSMICA

O objetivo da inversão sísmica é, através de diversos refletores que marcam a passagem para meios com diferentes valores de impedância acústica, chegar a seções que representem a variação da impedância acústica em subsuperfície. Esse resultado é amplamente usado para interpretações geológicas, já que cada refletor corresponde a uma camada, podendo-se assim inferir melhor a geometria das camadas e suas variações laterais.

Na prática, realizar uma inversão sísmica envolve muita incerteza, pois depende de muitos fatores. Entre estes deve-se considerar que a sísmica esteja livre de ruídos, deve-se estimar uma *wavelet*, além de calibrar a amplitude.

Um procedimento simples para a inversão foi criado por Walters (1978 *apud* Bacon, 2003) e é chamado de impedância sísmica aproximada. Esse método consiste em tratar a reflexão como uma função do tempo ($r(t)$):

$$r(t) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{\partial R}{\partial t} = \frac{1}{2} \times \frac{d(\ln AI)}{dt}$$

onde R é a reflexão e AI a impedância acústica, reescrevendo-se a fórmula:

$$\ln \frac{AI(t)}{AI(0)} = 2 \int_{t_0}^t r(t) dt \quad \Rightarrow \quad AI(t) = AI(0) \exp \left(\int_{t_0}^t r(t) dt \right)$$

Assumindo-se que o dado sísmico é livre de ruídos e a *wavelet* é simétrica no tempo 0 (fase zero), então o sinal sísmico (s) pode representar a função refletividade em uma limitada banda, portanto:

$$AI(t) = AI(0) \exp \left(\alpha \int_{t_0}^t s(t) dt \right)$$

onde α é fator desconhecido de escala.

Considerando que o termo exponencial é pequeno (que na prática normalmente é):

$$AI(t) = AI(0) \left(1 + \alpha \int_{t_0}^t s(t) dt \right) \quad \Rightarrow \quad \frac{AI(t) - AI(0)}{AI(0)} = \alpha \int_{t_0}^t s(t) dt$$

Esse método permite que se calculem mudanças na impedância acústica, integrando o sinal sísmico em função da variação do tempo.

7. CONCEITOS BÁSICOS DE ESTATÍSTICA

Alguns conceitos estatísticos devem ser inicialmente esclarecidos para um entendimento das principais técnicas geoestatísticas. Além do mais, uma análise estatística exploratória dos dados deve ser aplicada para um melhor entendimento dos dados, antes de qualquer manipulação geoestatística.

7.1. POPULAÇÃO E AMOSTRA

Segundo Bussab & Morettin (2002) a população é o conjunto de todos os elementos ou resultados sob investigação e parâmetro é uma medida usada para descrever uma característica da população.

De acordo com esses mesmos autores, amostra é qualquer subconjunto da população e estatística é uma característica da amostra.

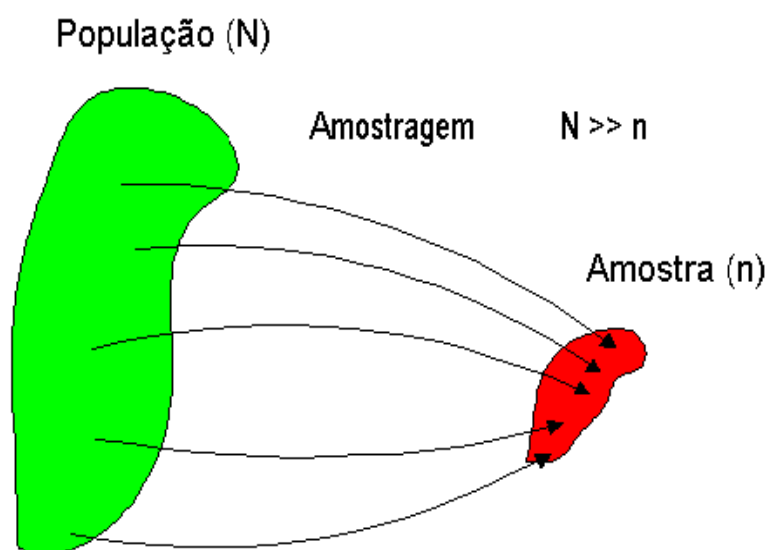


Figura 19 - Esquema simplificado de população e amostra. Fonte: Guimarães, 2002.

7.2. ESTATÍSTICA DESCRITIVA UNIVARIADA

A Estatística descritiva é uma técnica de organização dos dados de uma forma que se alcance um bom entendimento dos mesmos, através de diferentes formas de apresentação dos dados e de medidas que sumariem esses dados. Em geral, Estatística descritiva pode ser

usada tanto na população quanto na amostra. Porém, na prática, a população é raramente conhecida.

7.2.1. DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS

A distribuição de frequências é um dos métodos mais simples de se resumir os dados e consiste na organização dos dados de acordo com a quantidade de vezes (frequência absoluta) com que um valor ou classe de valores aparecem na amostra. Para se construir uma distribuição de frequências, geralmente os dados são divididos em intervalos de classes.

Com base nas frequências absolutas de cada classe, pode-se calcular um valor de frequência relativa para a classe, com base na seguinte relação, onde f_i é a frequência absoluta para a classe i e n é o número total de amostras.

$$f_{ri} = \frac{f_i}{n}$$

Os dados também podem ser organizados em ordem crescente e serem apresentados de acordo com sua frequência relativa acumulada, a fim de saber a proporção de elementos que se encontram abaixo ou acima de um valor crítico (Guimarães, 2002). A função de distribuição acumulada pode ser escrita:

$$F_i = \sum_{i=1}^n f_{ri}$$

onde a frequência acumulada para a classe i (F_i) é resultado da soma de todas as frequências relativas até e incluindo a classe i .

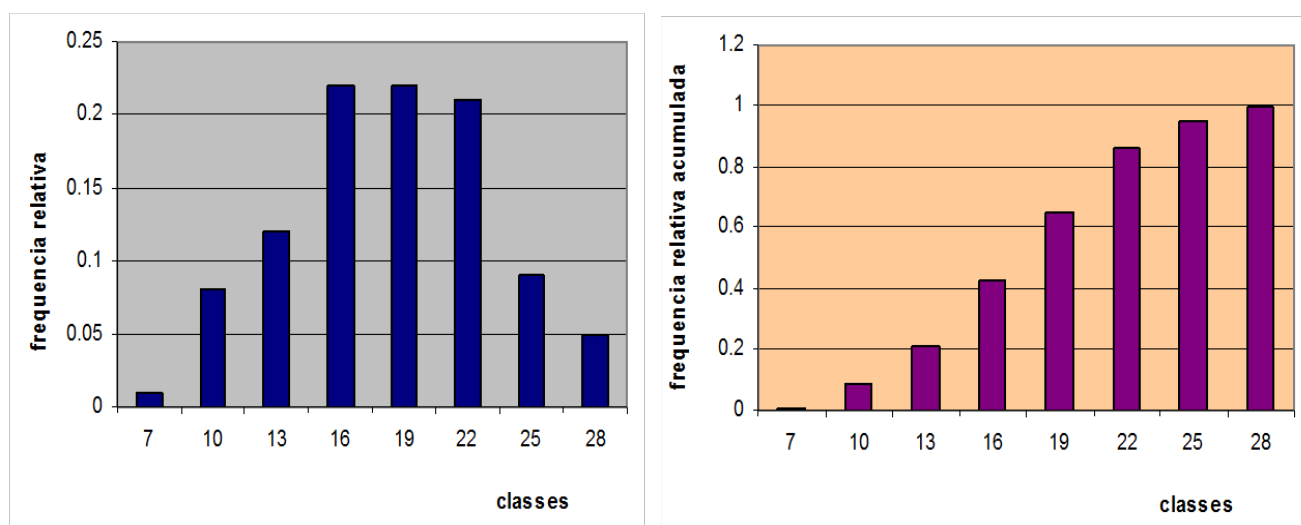


Figura 20 - (a)distribuição de frequência relativa e (b)distribuição de frequência relativa acumulada.

Define-se a densidade de frequências com

$$di = \frac{fri}{\Delta i}$$

onde Δi = intervalo de classe.

O gráfico de di por classe de amplitude são chamados de histogramas.

7.2.2. MEDIDAS SUMÁRIAS

As importantes feições dos histogramas podem ser caracterizadas por algumas medidas sumárias.

1) MEDIDAS DE POSIÇÃO

Média (\bar{x}): é a média aritmética dos valores de um conjunto de dados e é expressa pela seguinte fórmula:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Mediana: é o valor do ponto médio de um conjunto de dados organizados em ordem crescente. Metade dos valores está acima da mediana e metade abaixo. Pode ser reconhecida em um gráfico de função de distribuição acumulada (FDA), sendo o valor do eixo x que corresponde a 50% no eixo y.

Moda: é o valor que aparece mais frequentemente no conjunto de dados. A moda está na classe com maior frequência.

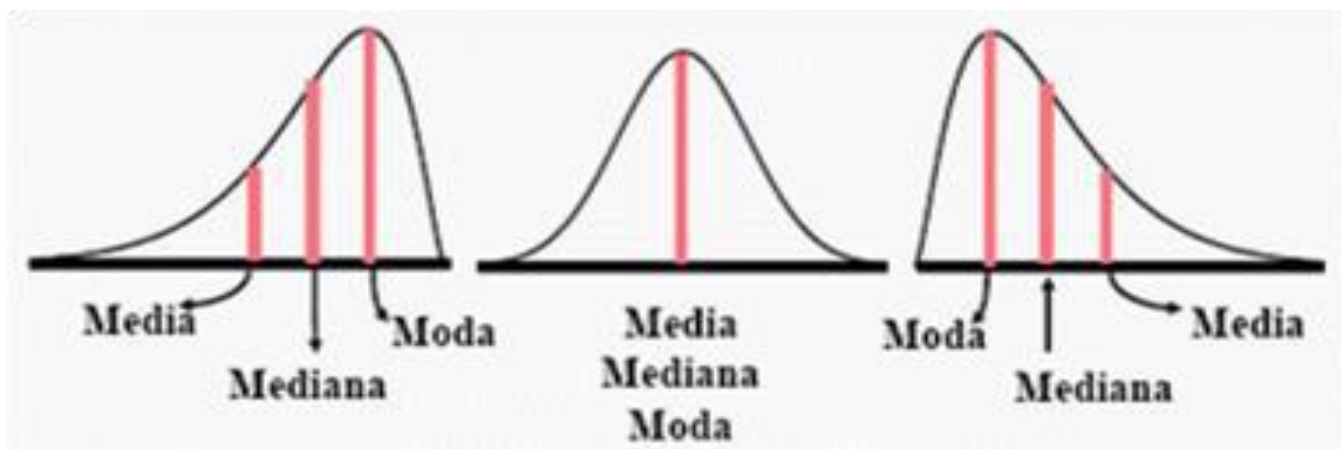


Figura 21 - Variação das medidas sumárias com o tipo de distribuição de frequências.

Fonte: sítio da internet *medidas de tendência central*.

2) MEDIDAS DE DISPERSÃO

Variância (s^2): representa a variabilidade do conjunto de dados. É uma medida quantitativa de quão amplamente distribuído são os valores da amostra. Matematicamente é calculada como:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

Desvio Padrão (s): assim como a variância, também é uma medida de variabilidade. Representado pela raiz quadrada positiva da variância, têm a vantagem de ser expresso nas mesmas unidades da variável de interesse.

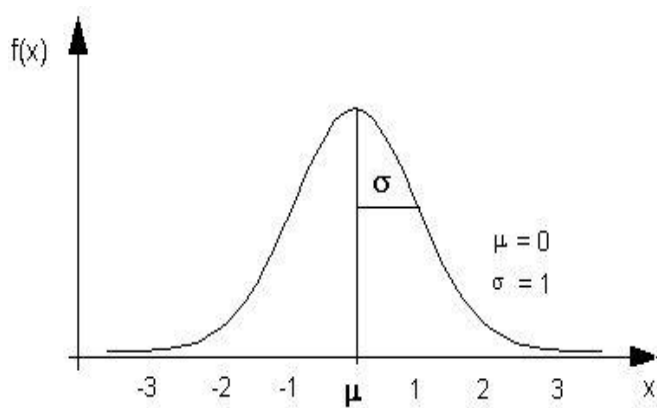


Figura 21 - Ilustração do desvio padrão na distribuição de frequências.

3) MEDIDAS DE FORMA

Coefficiente de Assimetria (α): Esta medida expressa a simetria do histograma. Se $\alpha = 0$, a distribuição é simétrica; se $\alpha > 0$, a distribuição é assimétrica com cauda positiva; e se $\alpha < 0$, a distribuição é assimétrica com cauda negativa (à esquerda).

$$\alpha = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{s^3}$$

Coefficiente de Curtose (η): Esse coeficiente caracteriza a forma do histograma (achatada ou alongada). Se $\eta = 0$, a distribuição é normal; se $\eta < 0$, a distribuição é leptocúrtica; e se $\eta > 0$, a distribuição é platocúrtica.

$$\eta = \left[\frac{\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4 \right)}{s^4} \right] - 3$$

7.3. PROBABILIDADES

Antes de definir probabilidade, convém explicar alguns conceitos preliminares que serão abordados a seguir.

Segundo Soares *et al.* (1991) experimento aleatório é o processo de coleta de dados relativos a um fenômeno que acusa variedade em seus resultados, ou seja, permite diferentes possibilidades de resultados. Difere dos experimentos determinísticos, que não produzem os mesmos resultados quando repetidos nas mesmas condições de controle.

O espaço amostral (Ω) pode ser definido como o conjunto de todos os possíveis resultados de um experimento aleatório.

Uma vez definido o objeto de estudo e o espaço amostral, deve-se então procurar entender como é o comportamento dos eventos na natureza, criando funções que descrevam a distribuição de frequências dos eventos aleatórios (Guimarães, 2002).

Probabilidade pode ser expressa como o grau de certeza que o observador atribui à ocorrência de determinada solução do espaço amostral em um evento aleatório. Essa certeza é baseada na observação do fenômeno (evento aleatório) um grande número de vezes, e sendo possível reconhecer uma regularidade. A interpretação clássica da probabilidade provém de observações de jogos de azar:

$$P[A] = \frac{n(A)}{N}$$

onde $n(A)$ é o número de sucesso de um resultado particular A e N é o número de resultados possíveis definidos no espaço amostral.

Esta definição aplica-se a situações em que se conhece o mecanismo gerador do fenômeno aleatório e restringi-se ao caso de eventos elementares equiprováveis.

Na indústria do petróleo, esta definição não é muito útil. Costuma-se aplicar a interpretação frequentista, segundo a expressão:

$$P(A) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n(A)}{N} = \lim_{N \rightarrow \infty} fr(A)$$

É o caso do índice de sucesso exploratório, usado para prever a probabilidade de sucesso do próximo poço pioneiro.

Esta definição, por sua vez, também é frequentista, sendo mais coerente com a geologia o uso da probabilidade subjetiva, que depende do nível de informação do observador.

Como os eventos fenômenos geológicos são interdependentes, costuma-se utilizar a probabilidade condicional, descrita mais adiante.

Independente a interpretação (clássica, frequentista, subjetiva), uma vez estimada as probabilidades, os valores numéricos são tratados por uma teoria matemática baseada nos seguintes axiomas (Fonseca & Martins, 1978):

I) A probabilidade é um número entre 0 e 1: $0 \leq P[A] \leq 1$;

II) A probabilidade do evento certo é a unidade: $P[\Omega] = 1$;

III) Sendo A e B eventos mutuamente exclusivos: $(A \cap B = \Phi): P[A \cup B] = P[A] + P[B]$

7.3.1. PROBABILIDADE CONDICIONAL E INDEPENDÊNCIA

Segundo Kelkar & Perez (2002) probabilidade condicional é a probabilidade de um evento que é condicionada a alguma informação. Essa premissa permite calcular a probabilidade de um dado evento quando uma informação parcial, concordante com o resultado de um evento aleatório, está disponível.

Considerando-se dois eventos A e B com probabilidade condicionada, a probabilidade de o evento A ocorrer na condição de o evento B ter ocorrido, pode ser expressa como:

$$P[A | B] = \frac{P[A \cap B]}{P[B]}$$

Essa equação significa que uma vez ocorrido o evento B, reduz-se o espaço amostral ao correspondente ao evento B, já que não mais nenhum evento alheio a B é possível. E a probabilidade para o evento A ocorrer tem que ser comum para ocorrerem os dois eventos, por isso, $P[A \cap B]$.

Observando-se a relação pode-se concluir que, no caso de A e B serem eventos mutuamente exclusivos, $P[A \cap B] = 0$, a probabilidade de A ocorrer tendo ocorrido B, $P[A | B]$, é nula.

A independência entre eventos aleatórios é definida quando a ocorrência de um determinado evento não interfere na probabilidade de outro evento ocorrer. Ou seja, um evento B é considerado independente de um evento A se:

$$P[A|B] = P[A]$$

No caso de dois eventos aleatórios independentes, a probabilidade de os dois eventos ocorrerem é expressa por:

$$P[A \cap B] = P[A].P[B]$$

7.3.2. TEOREMA DE BAYES

O teorema de Bayes representa uma equação generalizada para probabilidades condicionais de eventos mutuamente exclusivos ocorrerem tendo ocorrido um outro evento condicionante.

Sejam $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, n eventos mutuamente exclusivos tais que $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_n = \Omega$. Sejam $P[A_i]$ as probabilidades conhecidas dos vários eventos (A_i) , e B um evento qualquer de Ω , tal que conhecemos todas as probabilidades condicionais $P[B|A_i]$, então o teorema de Bayes pode ser expresso como:

$$P[B|A_i] = \frac{P[A_i] \cdot P[B|A_i]}{P[A_1] \cdot P[B|A_1] + P[A_2] \cdot P[B|A_2] + \dots + P[A_n] \cdot P[B|A_n]}$$

7.4. TIPOS DE VARIÁVEIS

7.4.1. VARIÁVEIS ALEATÓRIAS (VA)

Variáveis aleatórias são as variáveis cujos valores são gerados através de um evento aleatório com base em uma função de probabilidade que associa um número a cada resultado possível de um espaço amostral.

Em termos matemáticos, a VA X é uma função:

$$X: \Omega \rightarrow R_x$$

$$\omega \mapsto x = X(\omega)$$

onde X = variável aleatória; Ω = espaço amostral = $\{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$;

ω_i = evento elementar; x = valor numérico pertencente a R_x e

R_x = contradomínio numérico de X .

Para variáveis discretas, a função de probabilidade é fortemente relacionada à função de distribuição de frequência relativa, conforme observado anteriormente, na interpretação frequentista de probabilidade.

7.4.2. MODELOS DE DISTRIBUIÇÃO DE VA DISCRETA

Variáveis aleatórias discretas podem adquirir um conjunto finito de valores numéricos possíveis, ou infinito contável.

Modelo Uniforme Discreto: a variável aleatória possui um conjunto de valores possíveis com mais de um elemento ($k > 1$), equiprováveis.

$$P[x] = \begin{cases} \frac{1}{k}, & \text{se } x \in \{x_1, x_2, \dots, x_k\} \\ 0, & \text{se } x \notin \{x_1, x_2, \dots, x_k\} \end{cases}$$

Modelo de Bernoulli: neste modelo a variável aleatória possui um conjunto de valores possíveis formado por apenas dois valores, um deles sendo definido como sucesso ($x=1$).

$$P[x] = \begin{cases} 1 - p, & \text{se } x = 0 \\ p, & \text{se } x = 1 \\ 0, & \text{se } x \neq \{0, 1\} \end{cases}$$

Portanto, $P[X=1] = p$.

Esse tipo de distribuição tem como valor esperado: $\mu = E[X] = p$ e variância de X é dada por: $\sigma^2 = E[(X-\mu)^2] = p(1-p)$.

Este modelo é muito útil na geociências para representar situações binárias do tipo presença/ausência. No presente estudo utiliza-se esse tipo de distribuição para a representação de fácies.

Modelo Binomial: o modelo de distribuição de variável aleatória binomial representa com o mesmo valor de p o número de sucessos ($x=1$) em n provas independentes de Bernoulli. Ou seja, repete-se a extração aleatória n vezes, sempre com reposição.

$$P(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

O valor esperado dessa distribuição é representado por: $\mu = E[X] = np$ e variância de X é representada por: $\sigma^2 = E[(X - \mu)^2] = np(1 - p)$.

7.4.3. MODELOS DE DISTRIBUIÇÃO DE VA CONTÍNUA

A variável aleatória contínua possui um conjunto de valores numéricos possíveis (x) representado por um intervalo de números reais, ou seja, entre dois valores distintos quaisquer sempre há um número infinito de outros valores possíveis.

Segundo Bussab & Moretin (2002) uma variável aleatória contínua tem seu comportamento descrito por uma função densidade de probabilidade (FDP) $f(x)$. Para uma função ser utilizada como uma FDP deve satisfazer as seguintes premissas:

- 1) $f(x) \geq 0$.

$$2) \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$$

A probabilidade de um determinado intervalo de X é representada pela área abaixo da curva neste intervalo.

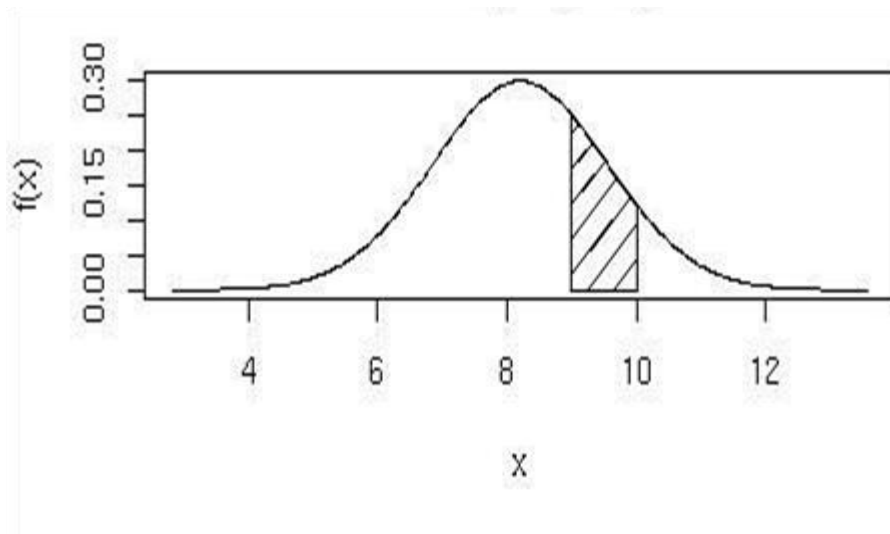


Figura 22 - Representação do valor de probabilidade para um intervalo determinado.

Fonte: sítio da internet da UFPR.

Distribuição Uniforme: variável uniformemente distribuída entre o intervalo $[a, b]$. A função de densidade de probabilidade uniforme é uma constante entre a e b .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{se } x \in [a, b] \\ 0, & \text{se } x \notin [a, b] \end{cases}$$

Esse tipo de distribuição tem como valor esperado: $\mu = E[X] = \frac{b+a}{2}$ e a variância de X é dada por: $\sigma^2 = E[X - \mu^2] = \frac{1}{12} \cdot (b - a)^2$.

Distribuição Normal (ou Gaussiana): esse tipo de distribuição de probabilidade tem grande importância por sua aplicação em inúmeros fenômenos. Essa aplicabilidade é justificada pelo teorema do limite central, que afirma que a distribuição de amostras independentes extraídas de uma população numérica com qualquer forma de distribuição converge para uma distribuição normal (Kelkar e Perez, 2002).

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right\}, \text{ para } -\infty < x < +\infty$$

Essa distribuição possui $E[X] = \mu$ e $\text{VAR}[X] = \sigma^2$.

Para utilizar a função de distribuição normal é mais conveniente definir uma distribuição normal padronizada através de uma transformação linear, transformando uma VA qualquer X de distribuição também normal em Z , com média igual a zero e variância igual a um:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Outro tipo de transformação também comum é a transformação de normalização em que uma VA qualquer que não possui distribuição normal é normalizada, ou seja, aplica-se uma transformação para que ela passe a ter uma distribuição normal. Sendo assim, essa transformação altera a forma da distribuição original da amostra, produzindo uma nova com média zero e variância um. Essa transformação é reversível.

$$Z = \Phi^{-1}[F(X)] \ll \gg x = F^{-1}[\Phi(Z)]$$

onde: $\Phi(Z)$ = função acumulada de Z e $F(X)$ = função acumulada de X

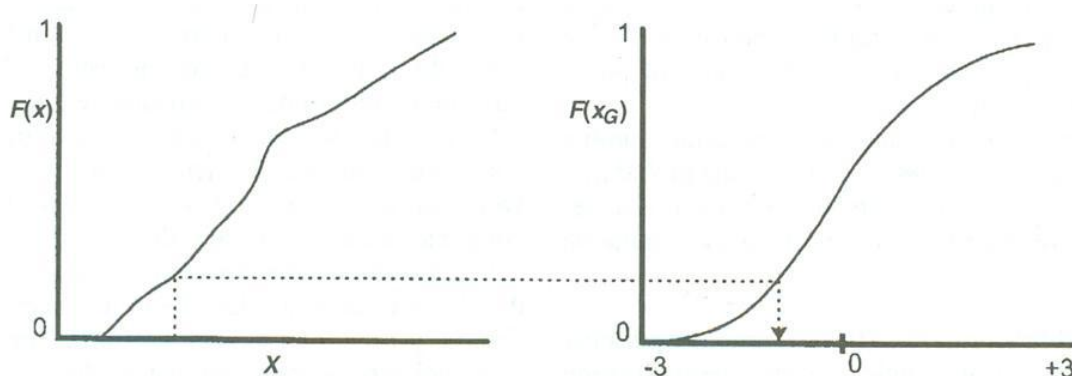


Figura 23 - Ilustração da transformação de normalização e sua inversa. Fonte: Kelkar & Perez (2002).

7.5. ESTATÍSTICA DESCRITIVA BIVARIADA

7.5.1. VARIÁVEIS ALEATÓRIAS BIDIMENSIONAIS

Até esse ponto estava-se considerando separadamente cada resultado de um experimento. Porém, em geral há mais de uma característica relevante para o evento. Seja E um experimento e S um espaço amostral associado a E , em que se pode definir duas funções, $X = X(s)$ e $Y = Y(s)$, cada uma associada a um resultado $s \in S$. Portanto, denomina-se (X, Y) uma variável aleatória bidimensional. Essa VA pode ser discreta ou contínua, como definido para VA unidimensional.

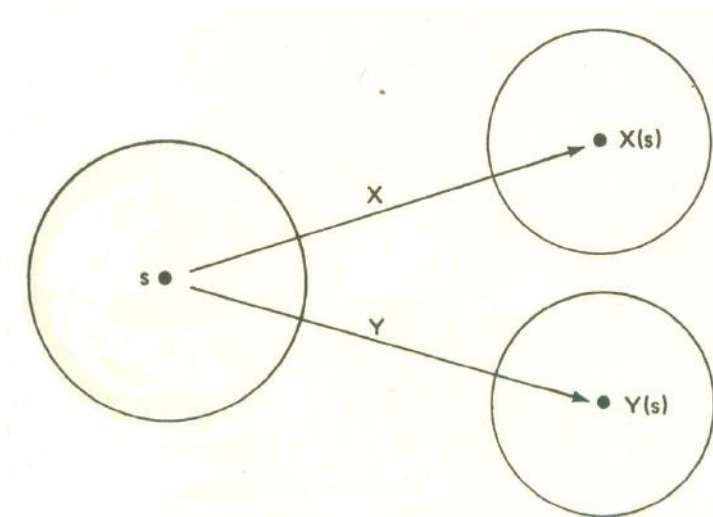


Figura 24 - A VA bidimensional (X,Y) definida por funções do espaço amostral S. Fonte: Fonseca & Martins, 1978.

Para variáveis aleatórias bidimensionais discretas, a função densidade de probabilidade é definida como

$$p(x_i, y_i) = P(X = x_i, Y = y_i) \ll \gg \sum_{i=1}^n \sum_{i=1}^n p(x_i, y_i) = 1$$

Para VA bidimensionais contínuas, pode-se descrever a FDP como

$$\iint_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx dy = 1$$

7.5.2. COVARIÂNCIA E COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO

A covariância mede a correlação entre duas variáveis, demonstrando quão similares essas variáveis são entre si.

$$C(x, y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

A covariância é sensível à escala das variáveis. O coeficiente de correlação entre duas variáveis é um número puro restrito ao intervalo $[-1, 1]$ e permite comparar duas variáveis com escalas originais distintas.

$$\rho(X, Y) = \frac{C(X, Y)}{\sigma_x \sigma_y}$$

O sinal desses dois parâmetros indica a relação entre as duas variáveis, se o valor de X aumenta com o valor de Y há uma correlação positiva, logo tem-se

$C(x,y) > 0$ e $P(x,y) > 0$. Já se as variáveis têm uma correlação negativa, ou seja, X aumenta com a diminuição de Y , tem-se $C(x,y) < 0$ e $P(x,y) < 0$. Da mesma maneira, se X e Y não podem ser correlacionados os valores de $C(x,y)$ e $P(x,y)$ se aproximam de zero. Se X e Y são independentes, $P(x,y)=0$, mas a recíproca nem sempre vale.

7.5.3. REGRESSÃO LINEAR

Outra forma de estimar uma relação entre duas variáveis é através de uma regressão linear. Uma regressão linear é útil para estimar o valor de uma variável quando se sabe o valor da outra. A regressão linear mais simples é a que correlaciona duas variáveis por uma reta.

$$Y = mX + b$$

Quando as duas variáveis estão padronizadas ou quando as variâncias das duas variáveis são iguais, a inclinação da reta dada pelo coeficiente angular (m) é o próprio coeficiente de correlação.

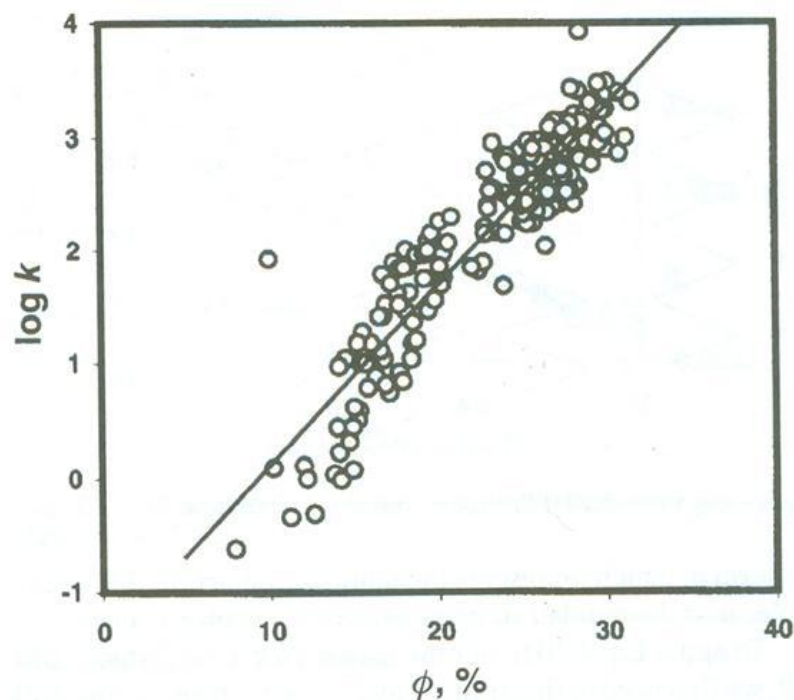


Figura 25 - Relação linear para duas variáveis $\log K$ x Φ para um reservatório. Fonte: Kelkar & Perez (2002).

8. FUNDAMENTOS DE GEOESTATÍSTICA

8.1. CONCEITOS IMPORTANTES

Da mesma forma com que, no capítulo anterior, se definiu uma relação entre duas variáveis, pode-se estabelecer uma relação bivariada para uma dependência espacial, na qual a mesma propriedade com valores desconhecidos é representada por variáveis aleatórias locais distintas, em diferentes locais no espaço. Sejam, por exemplo, $\underline{u}_1=(x_1,y_1)$ e $\underline{u}_2=(x_2,y_2)$ duas localizações na superfície, onde se analisa a mesma propriedade Z . Sendo desconhecidos em ambas localizações, os valores de Z representam-se pelas variáveis aleatórias $Z(u_1)$ e $Z(u_2)$, cuja covariância se representa por $C(u_2-u_1)$ e cuja correlação, por $\rho(u_2-u_1)$.

Essa relação é baseada no fato de existir uma continuidade espacial na maioria dos fenômenos estudados pelas geociências. Considera-se que duas variáveis aleatórias locais próximas no espaço tenham valores mais similares que duas variáveis que estão separadas por maiores distâncias (Isaaks & Srivastava, 1989).

As mesmas ferramentas que são usadas para caracterizar a relação entre duas variáveis dependentes podem ser usadas para descrever uma relação entre o valor de uma variável e o valor da mesma variável em locais próximos.

Segundo Kelkar & Perez (2002), o principal objetivo da Geoestatística é estimar valores em locais onde não há informação. Para tal, utiliza-se o conjunto de dados disponíveis para o desenvolvimento de um modelo representativo da população, o qual é empregado para prever valores em locais sem informação. Ainda que se use toda a informação disponível da melhor maneira possível, a estimativa de valores tem sempre incertezas associadas. A fim de ressaltar essa incerteza, tratam-se os valores estimados como variáveis aleatórias, ao associar uma distribuição de probabilidade a cada um desses valores. O modelo probabilístico reunindo todas as variáveis locais é chamado de função aleatória.

8.1.1. FUNÇÃO ALEATÓRIA

A função aleatória é um conjunto de variáveis aleatórias definidas em uma zona de interesse ($Z(\vec{u})$). Assim como uma VA $Z(\vec{u})$ é caracterizada pela sua função de densidade

acumulada (fda), similarmente a função aleatória de $Z(\vec{u})$ é caracterizada pelo conjunto de todas a fda de todas as suas N variáveis, para qualquer N e qualquer localização \vec{u}_n , $n = 1, 2, \dots, N$.

$$F(\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_n; z_1, \dots, z_n) = P\{Z(\vec{u}_1) \leq z_1, \dots, Z(\vec{u}_n) \leq z_n\}$$

Da mesma maneira que a função de densidade acumulada de uma VA é usada para modelar incertezas sobre o valor de $z(\vec{u})$, a fda de múltiplas variáveis é usada para modelar incertezas sobre o conjunto de N valores $z(\vec{u}_1), \dots, z(\vec{u}_n)$.

8.1.2. ESTACIONARIEDADE

Assumir a estacionariedade do dado é imprescindível para que o desenvolvimento do modelo baseado em dados reais seja aplicável na região de interesse, definida como uma região estacionária.

Se uma VA univariada $Z(\vec{u})$ não tiver sua função densidade de probabilidade dependente de sua região e se, similarmente, uma VA bivariada, $Z(\vec{u})$ e $Z(\vec{u} + \vec{L})$, não depender da locação \vec{u} , mas só da separação entre elas (\vec{L}), então todos os pares de VAs separados pela mesma distância \vec{L} têm o mesmo conjunto de função densidade de probabilidade (fdp).

Essa independência da fdp tanto da VA univariada como para bivariada da localização \vec{u} é tratada como estacionariedade. A maioria das técnicas de predição geoestatística assume funções aleatórias estacionárias. Ao assumir a estacionariedade na região de interesse, tentasse fazê-la o menos restritiva possível. Para fins geoestatísticos, precisa-se assumir estacionariedade de primeira e segunda ordem.

O parâmetro mais comum para assumir a estacionariedade de primeira ordem é o valor esperado, que assume que o valor esperado de uma VA em um local u é o mesmo que em um local $\vec{u} + \vec{L}$. Sabendo-se que o valor esperado de uma variável é a média aritmética, fazendo-se essa premissa significa que a média aritmética da VA é a mesma por toda a região de interesse. Na prática isso significa de médias locais são aproximadamente constantes, ou seja, se a região de interesse for dividida em pequenas subregiões e calcular-se a média para cada uma dessas novas regiões essas médias devem ter valores muito próximos uma das outras. Se a média variar significamente não pode-se assumir uma estacionariedade do dado, o mesmo ocorre também se o dado apresentar uma forte tendência.

A estacionariedade de segunda ordem assume a independência da distribuição de probabilidade tanto da VA univariada como da bivariada com a localização \vec{u} . Na prática pode-se usar a covariância como uma das funções que relacionam duas variáveis separadas por uma certa distância e direção. Isso significa que contanto que saiba-se a distância e a direção entre dois pontos quaisquer, pode-se estimar a covariância entre as VAs desses dois pontos, não precisando saber o valor real dessas variáveis aleatórias nesses pontos.

8.2. MEDIDAS DE CONTINUIDADE ESPACIAL

Para a maioria das funções aleatórias usadas na geoestatística prática, pares separados por grandes distâncias as variáveis aleatórias tornam-se independentes umas das outras. A função de covariância alcança o valor zero enquanto que o variograma atinge um valor máximo (patamar). Esse valor é também a variância do conjunto dos dados, isso quando a variância e o alcance são finitos. (Barnes, 1991 apud Coburn, 1994).

Para modelos de FA estacionárias, mais frequentemente usados na geoestatística, a função de covariância, o correlograma e o variograma apresentam exatamente a mesma informação de uma maneira discretamente diferente. O correlograma e a covariância têm exatamente a mesma forma, com o correlograma em uma escala onde o valor máximo é zero. O variograma também tem a mesma forma de função covariância só que invertido, enquanto a covariância começa de um valor máximo de σ^2 em $\vec{L}=0$ e diminui até 0, o variograma começa em 0 e alcança até o máximo de σ^2 .

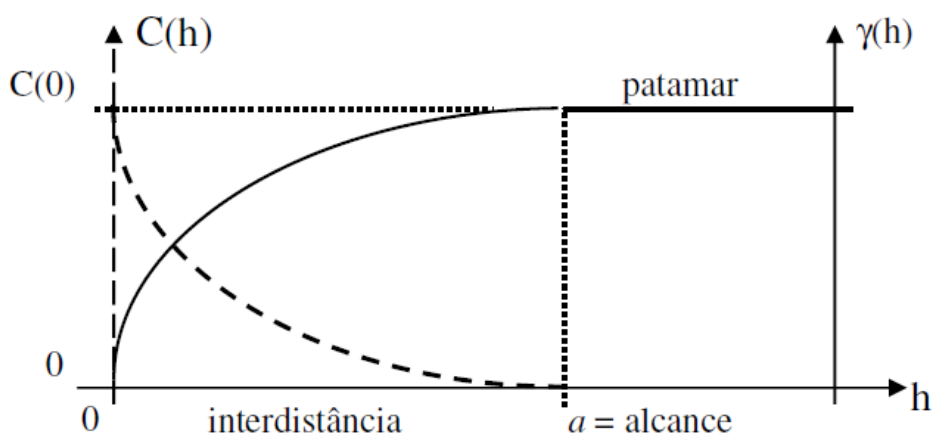


Figura 26 - Gráficos de semivariograma e covariância. Fonte: Bettini (notas de aula).

8.2.1. COVARIÂNCIA

A covariância já foi apresentada no capítulo anterior quando se descrevia uma relação entre variáveis aleatórias bidimensionais. Essa mesma função de covariância pode ser usada para estimar uma correlação espacial, sendo adaptada no caso como:

$$c(\vec{L}) = \frac{1}{n(\vec{L})} \sum_{i=1}^n x(\vec{u}_i) x(\vec{u}_i + \vec{L}) - \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x(\vec{u}_i) \right]^2$$

8.2.2. SEMIVARIOGRAMA

O variograma é o método mais comumente usado para estimar uma correlação espacial na geoestatística. O semivariograma pode ser definido pela seguinte função:

$$\gamma(\vec{L}) = \frac{1}{2} V [X(\vec{u}) - X(\vec{u} + \vec{L})] = \frac{1}{2} E \{ [X(\vec{u}) - X(\vec{u} + \vec{L})]^2 \}$$

O estimador de $\gamma(\vec{L})$, aplicado a um conjunto amostral com $n(\vec{L})$ pares de pontos separados por \vec{L} , é dado por:

$$\gamma(\vec{L}) = \frac{1}{2n(\vec{L})} \sum_{i=1}^n [X(\vec{u}_i) - X(\vec{u}_i + \vec{L})]^2$$

O variograma possui uma alta correlação com a covariância se assumida uma estacionariedade dos momentos de primeira e segunda ordem. Essa correlação pode ser expressa pela fórmula.

$$\gamma(\vec{L}) = c(0) - c(\vec{L})$$

Ainda que tanto o variograma quanto a covariância possam representar uma relação espacial dos dados adequadamente normalmente se usa o variograma pelas seguintes razões: tradição de seu uso na geoestatística, o variograma pode capturar uma relação sobre condições especiais onde a covariância não poderia capturar essa relação. O cálculo do variograma precisa assumir somente que variância da diferença entre dois valores seja finita enquanto o cálculo da covariância precisa que a variância do dado $C(0)$ seja finita. Em alguns casos onde a variabilidade do dado aumenta com a distância em uma região de interesse, a estimativa de $C(0)$ pode não ser possível, ao passo que a estimativa do variograma pode. Ou seja, o cálculo do variograma requer premissas menos retritivas (só que a variância do incremento seja finita) que a covariância.

Segundo Coburn (1994) estimar o semivariograma ao invés da covariância tem uma vantagem que seria o último não necessitar do conhecimento da variável média regionalizada. Outro ponto seria porque ao calcular-se a covariância em alguns pontos a grandes interdistâncias, a covariância pode ser negativa. Esse problema não ocorre ao trabalhar com variogramas, pois utiliza-se a variância (elevada ao quadrado, portanto sempre positiva).

Semivariograma Experimental: Para calcular-se um semivariograma experimental confiável é necessário que haja um número mínimo de pares de dados a todas as interdistâncias. Para evitar o problema de uma falsa estimativa baseada em poucos dados possíveis a grandes distâncias, segundo Kelkar & Perez (2002), uma regra geral seria limitar a distância máxima de busca do variograma a metade da distância máxima entre os pontos do conjunto de dados.

Outra medida adotada a fim de evitar o mesmo tipo de problema é fazer uso de uma tolerância para a distância ($\Delta\vec{L}$), já que dificilmente os dados estão distribuídos em intervalos uniformes, assim como também para o ângulo de direção para a busca. Assim a fórmula se modificaria para;

$$\gamma(\vec{L} \pm \Delta\vec{L}) = \frac{1}{2n(\vec{L} \pm \Delta\vec{L})} \sum_{i=1}^n [X(\vec{u}_i) - X(\vec{u}_i + \vec{L})]^2$$

A fim de evitar que a direção de busca se estenda muito com o ângulo de tolerância, utiliza-se um artifício para restringir essa direção. Pode-se definir a chamada largura da banda, que é uma distância perpendicular a direção de busca do semivariograma. Essa define a largura máxima da área que será usada para selecionar os pares, e sua principal função é evitar que a área de busca seja demasiada grande a distâncias maiores.

A tolerância que deve ser usada para um conjunto de dados é subjetiva, e deve ser escolhida com cuidado a fim de não mascarar uma estrutura em um semivariograma experimental. Pode ser considerada uma prática de tentativa e erro, alguns autores sugerem que deve-se iniciar pela menor tolerância, e caso o semivariograma não exiba nenhuma estrutura clara, deve-se aumentar a tolerância gradativamente até um valor com o qual o semivariograma possa apresentar alguma estrutura.

Segundo Kelkar & Perez (*op cit*), do ponto de vista de estimativa do semivariograma, é sempre bom começar com um semivariograma de estrutura isotrópica, antes de se aprofundar na investigação da anisotropia. O semivariograma isotrópico assume que a variografia é

função somente da distância e não da direção dos dados. Por isso para cada lag há muitos mais pares de dados quando comparado ao anisotrópico, dessa forma evidenciando qualquer possível estrutura do semivariograma, que talvez não seja tão clara ao utilizar-se uma busca condicionada também à direção.

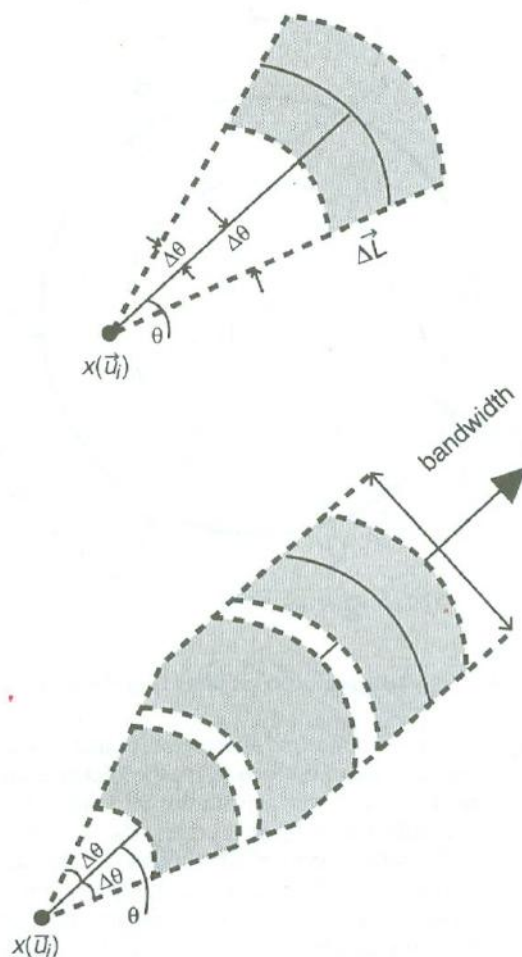


Figura 27 - Elementos para busca dos pares no cálculo do semivariograma. Fonte: Kelkar & Perez (2002).

Problemas na Estimativa do Semivariograma Experimental: Em muitos conjuntos de dados a distribuição das variáveis não se dá de maneira uniforme pela área e está muitas vezes condicionada a motivos externos, como por exemplo a perfuração de poços de petróleo em regiões do reservatório com melhores porosidades.

Assim uma média aritmética da variância dos pontos para uma dada interdistância, pode não representar a média do conjunto de dados. Portanto, um dado que seja viesado pode levar a predição de uma falsa correlação especial.

Levando em conta o conceito anteriormente definido de estacionariedade, percebe-se que amostras viesadas podem não ser estacionárias. Para resolver esse problema, no caso do momento de primeira ordem, pode-se utilizar um simples processo de desagrupamento. Para

momentos de segunda ordem algumas técnicas foram introduzidas, como o cálculo de semivariogramas relativos. Segundo Daivid (1977 *apud* Kelkar & Perez, 2002) esses tipos de semivariogramas não têm o mesmo fundamento teórico do variograma clássico; porém em termos práticos apresenta melhores resultados. Alguns semivariogramas relativos são:

- 1) Semivariograma relativo geral - dividi-se o valor do variograma convencional pela média ao quadrado da interdistância. Normalizar o variograma com uma média local elimina a influência nas variações na média da interdistância.

$$\gamma_{RG} = \frac{\gamma(\vec{L})}{(\bar{x}_{\vec{L}})^2}$$

onde $\bar{x}_{\vec{L}}$ é a média dos pontos a uma determinada interdistância.

- 2) Semivariograma relativo local - também normaliza o variograma convencional, porém dividindo-o pelo quadrado da média da variância de cada par. Esse tipo de semivariograma corrige problemas de estacionariedade dos dados.

$$\gamma_{RL} = \frac{1}{2n(\vec{L})} \sum_{i=1}^n \frac{[x(\vec{u}_i) - x(\vec{u}_i + \vec{L})]^2}{2}$$

Modelos Variográficos: Como o objetivo da construção do semivariograma é ser usado como dado de entrada para estimar valores em locais não amostrados, são necessários valores não só nos pontos das interdistâncias, mas também entre esses pontos. Portanto, tenta-se ajustar uma modelo de variograma teórico que mais represente os dados do variograma experimental. Alguns dos modelos mais usuais são:

- 1) Modelos com Patamar:

- a. Modelo de Efeito Pepita Puro – esse modelo indica uma total falta de correlação no dado. O modelo é definido como:

$$\gamma(\vec{L}) = \begin{cases} 0, & \text{se } \vec{L} = 0 \\ C_0, & \text{se } \vec{L} > 0 \end{cases}$$

sugerindo que nenhuma outra informação esteja disponível sobre a variação espacial do dado. Um motivo para que haja esse efeito é que a menor interdistância para qual existe um par de pontos seja maior que o alcance, portanto não existiria nenhum par de pontos possível que mostrasse correlação. Muitas vezes o efeito pepita não aparece como um modelo, mas sim como uma constante na equação do modelo variográfico.

- b. Modelo Esférico – é provavelmente o mais comumente usado no caso de variogramas com patamar. Nesse modelo o patamar é representado por C_0 e o

alcance por a . Próximo da origem o variograma esférico tem aproximadamente o formato de uma linha

$$\gamma(L) = \begin{cases} C_0 \left[\frac{3}{2} \left(\frac{L}{a} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{L}{a} \right)^3 \right], & \text{se } L \leq a \\ C_0, & \text{se } L > a \end{cases}$$

- c. Modelo Exponencial - esse modelo alcança o patamar assintoticamente com o alcance prático sendo definido onde o valor do variograma é 95% do patamar. Igualmente ao modelo esférico, o modelo exponencial é linear a curtas distâncias próxima a origem, porém tem um crescimento mais abrupto e então horizontaliza mais gradualmente.

$$\gamma(L) = \begin{cases} C_0 \left[1 - \exp\left(\frac{-3L}{a}\right) \right], & \text{se } L \leq a \\ C_0, & \text{se } L > a \end{cases}$$

- d. Modelo Gaussiano - o modelo aproxima-se do patamar assintoticamente e o parâmetro a é definido como o alcance prático sendo definido onde o valor do variograma é 95% do patamar. Possui um comportamento parabólico próximo da origem e é o único modelo cuja forma apresenta um ponto de inflexão. Pode ser usado para modelar fenômenos extremamente contínuos.

$$\gamma(L) = \begin{cases} C_0 \left[1 - \exp\left(-3 \frac{L^2}{a^2}\right) \right], & \text{se } L \leq a \\ C_0, & \text{se } L > a \end{cases}$$

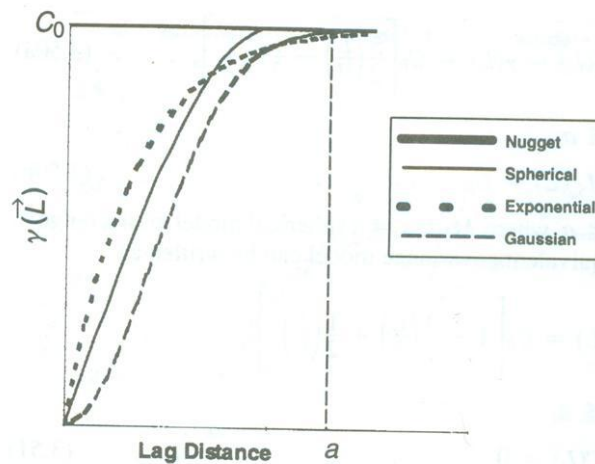


Figura 28 - Modelos de semivariogramas com patamar. Fonte: Kelkar & Perez (2002).

- 2) Modelos sem Patamar: são usados para modelar variogramas que aumentam continuamente com o aumento da distância. Esse variograma pode chegar a alcançar um *sill*, porém não na região de interesse.
- 3) Modelos de Efeito Buraco: captura um comportamento cíclico do variograma. Esse tipo de comportamento é mais comum em caracterizar uma relação espacial na direção vertical devido ao fato dos comuns ciclos deposicionais em processos geológicos.
- 4) Modelos Combinados: É possível criar combinações lineares entre os modelos a fim de que este represente mais fielmente o semivariograma experimental. O modelo combinado mais usado é integrar o efeito pepita a outro modelo de semivariograma, nesse caso o semivariograma começa em um valor C_0 , representando o valor de variabilidade para distâncias menores que a menor interdistância ou também pode representar descontinuidades a pequenas escalas. Nesse caso pode-se representar o modelo do semivariograma como:

$$\gamma(\vec{L}) = C_0 + C_1 M_\alpha(\vec{L})$$

Similarmente, pode-se escrever a equação do semivariograma como uma combinação de vários modelos:

$$\gamma(\vec{L}) = C_0 + C_1 M_\alpha(\vec{L}) + C_2 M_{2\alpha_2}(\vec{L}) + C_3 M_{3\alpha_3}(\vec{L})$$

Semivariogramas anisotrópicos: Modelos de semivariogramas anisotrópicos se fazem necessários quando semivariogramas experimentais em diferentes direções mostram diferentes continuidades espaciais dos dados. Para modelar essa anisotropia precisa-se saber as direções de máxima e mínima continuidade dos dados, que para simplificar o modelo supõem-se serem perpendiculares entre si.

Para encontrar as direções principais de anisotropia pode ser feito um mapa de contorno de variograma. Esse mapa consiste em calcular o valor do variograma para pares de pontos separados pelo vetor $\vec{L} = (\vec{L}_x, \vec{L}_y)$, e agrupa-se pelo contorno juntos todos os pontos que a separação no eixo x é $\vec{L}_x \pm \Delta_x$ e aqueles de separação $\vec{L}_y \pm \Delta_y$. Esses valores de variograma são interpolados por curvas de contorno (Isaaks & Srivastava, 1989).

Informações qualitativas tais como, direções de paleocorrentes e orientações de unidades litológicas também são muito valiosas para a determinação das direções de anisotropia.

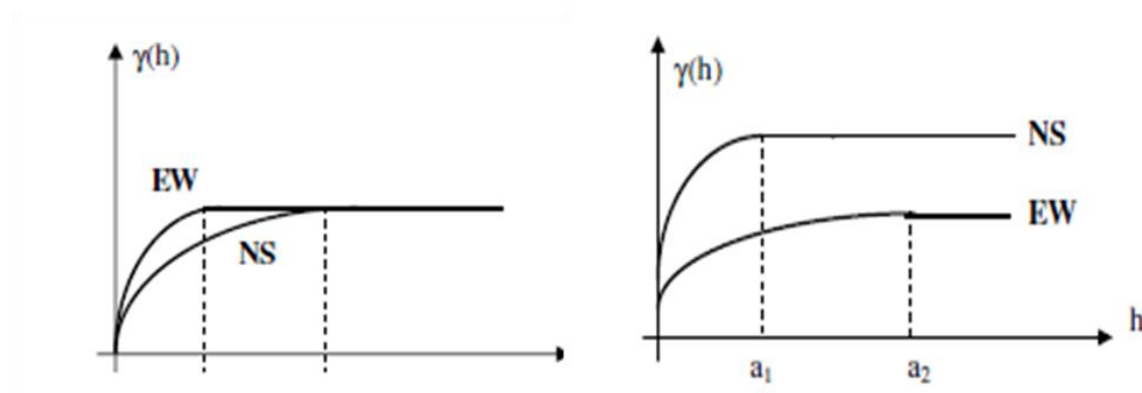


Figura 29 - Anisotropia geométrica à esquerda e zonal à direita. Modificado de Bettini (notas de aula).

- 1) Anisotropia Geométrica – No caso a anistoropia geométrica, o semivariograma nas direções de maior e menor continuidade mostram um formato similar e o mesmo valor do patamar, porém diferentes alcances.
- 2) Anisotropia Zonal – É observada quando o semivariograma nas direções de máxima e mínima continuidades apresentam diferentes patamares, como também podem apresentar diferentes alcances.

8.2.3. VARIOGRAMA CRUZADO

Variogramas cruzados (e a correspondente covariância cruzada) representam uma relação espacial entre duas variáveis localizadas separadas por uma certa interdistância. O variograma cruzado é especialmente útil no caso de duas variáveis quando uma possui mais medidas que a outra.

A equação do semivariograma cruzado é expressa como

$$\gamma_c(\vec{L}) = \frac{1}{2n(\vec{L})} \sum_{i=1}^n \{ [X(\vec{u}) - X(\vec{u} + \vec{L})] \times [Y(\vec{u}) - Y(\vec{u} + \vec{L})] \}$$

Diferentemente do semivariograma, o semivariograma cruzado não necessita ser positivo. Se as duas variáveis tiverem uma correlação negativa, o semivariograma cruzado também pode ser negativo.

Markov (*apud* Xu *et al.*, 1992), ver apêndice 1, criou um modelo no qual a covariância cruzada pode ser inferida do modelo espacial da variável principal (X) pela relação:

$$C_c(\vec{L}) = C_c(0) \frac{C_x(\vec{L})}{C_x(0)}$$

sendo $C_c(\vec{L})$ a covariância cruzada a uma distância \vec{L} , $C_c(0)$ a covariância cruzada a uma distância zero, ou seja, o coeficiente de correlação entre as variáveis e C_x a covariância para a variável principal X.

8.3. KRIGAGEM

8.3.1. CONCEITOS IMPORTANTES

A krigagem é uma técnica de estimação amplamente utilizada, baseia-se em uma estimação linear, na qual supõem que o valor de um ponto desconhecido é dado por:

$$X^*(\vec{u}_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i(\vec{u}_i)$$

onde $X^*(\vec{u}_0)$ é o valor estimado no ponto não amostrado, $X^*(\vec{u}_i)$ é o valor conhecido da vizinhança u_i e λ_i é o peso assinalado ao valor da vizinhança.

Segundo Kelkar & Perez (2002) fazendo uma simplificação o valor estimado seria uma média ponderada dos valores da vizinhança. Todos os algoritmos da krigagem usam a mesma equação base com algumas variações, dependendo da sua aplicação em particular.

É muito comum antes da realização da krigagem a definição de uma vizinhança de busca, essa determina os pontos amostrados na vizinhança que serão usados na estimação de locais não amostrados, influenciando diretamente na estimação, já que, como foi dito anteriormente, a técnica da krigagem supõem uma relação linear entre os locais não amostrados e os pontos amostrados em sua vizinhança. Em teoria, todos os pontos amostrados podem ser usados para estimar valores em locais não amostrados, porém Journel (1989) & Deutsch (1992) apontaram algumas razões pelas quais deve-se limitar a vizinhança de busca, tais como:

- 1) O algoritmo da krigagem envolve a inversão de uma matriz a fim de obter os pesos dos pontos amostrados (λ_i). Quanto maior o número de pontos, maior o tamanho da matriz, demandando grandes recursos computacionais para realizar a estimação.
- 2) Como geralmente restringe-se a computação do semivariograma experimental à metade da maior interdistância entre os pontos, se forem utilizadas distâncias maiores

para a busca de pontos na krigagem estar-se-ia inferindo uma relação espacial entre os dados que não foi devidamente estimada na modelagem variográfica.

- 3) Quando há pontos amostrados a grandes distâncias de locações não amostradas, a sua influência tende a ser minimizada por pontos mais próximos à locação. Portanto, esse pontos muito distantes não necessariamente estariam melhorando a estimação.
- 4) O algoritmo da krigagem necessita da suposição de estacionariedade de primeira e segunda ordem, como já exposto anteriormente, na prática essa suposição é verdadeira para poucos conjuntos de dados. Sendo assim, ao restringir a vizinhança de busca, assegura-se que o valor estimado seja localmente mais representativo.

Ao definir-se o tamanho da vizinhança de busca deve-se ter em conta a quantidade de pontos amostrados que serão usados para estimação, assim que se esses forem poucos a estimação pode não ser representativa da amostra e se forem muitos, pode exigir grandes recursos computacionais. Isaaks & Srivastava (1989) consideram que um mínimo de 12 pontos amostrados devem ser utilizados para a estimação de um local não amostrado.

Outro fator a ser considerado é a relevância dos pontos amostrados usados, pois nem sempre os pontos mais próximos da locação são os mais representativos. Como ocorre no caso de amostra viesadas, agrupadas em uma determinada direção. De modo a evitar que todos os pontos escolhidos sejam desse agrupamento uma prática comum é a divisão da vizinhança de busca em pequenas seções e selecionar um certo número de pontos para cada seção.

Também se deve definir a forma da área de busca. Para tanto é preciso considerar, se houver, a anisotropia espacial do dado. Ou seja, no caso de uma amostra isotrópica a forma da vizinhança de busca pode ser circular, já no caso de uma amostra anisotrópica a vizinhança de busca é usualmente representada por uma elipse com o eixo maior paralelo a eixo de maior continuidade espacial.

8.3.2. KRIGAGEM SIMPLES

Considerando uma função aleatória estacionária, o valor estimado é expresso por:

$$X^*(\vec{u}_0) = \lambda_0 + \sum_{i=1}^n \lambda_i X(\vec{u}_i)$$

onde λ_0 pode ser expressa por: $\lambda_0 = m (1 - \sum \lambda_i)$ e m = média global conhecida.

Os pesos dados a cada ponto amostrado (λ_i) dependem da relação espacial entre pontos não amostrados e pontos vizinhos amostrados, assim como entre os pontos amostrados. O algoritmo de krigagem usa um valor estimado não viesado e a mínima variância no erro da estimação.

$$\sum_{j=1}^n \lambda_i C(\vec{u}_i, \vec{u}_j) = C(\vec{u}_i, \vec{u}_0) \text{ para } i = 1, \dots, n$$

onde $C(u_i, u_j)$ é a covariância entre dois pontos amostrados localizados em u_i e u_j , respectivamente; $C(u_i, u_0)$ a covariância entre o ponto estimado e um ponto amostrado u_i .

O valor da covariância é obtido pelo modelo de correlação espacial (semivariograma).

O sistema de krigagem simples estacionário pode ser expresso na forma matricial:

$$\begin{pmatrix} C(u_1, u_1) & C(u_1, u_2) & \dots & C(u_1, u_n) \\ C(u_2, u_1) & C(u_2, u_2) & \dots & C(u_2, u_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C(u_n, u_1) & C(u_n, u_2) & \dots & C(u_n, u_n) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C(u_1, u_0) \\ C(u_2, u_0) \\ \vdots \\ C(u_n, u_0) \end{pmatrix}$$

Em resumo o peso assinalado a cada ponto amostrado é dependente da relação espacial dele com o ponto não amostrado, quanto maior a covariância maior o peso assinalado, e também da relação espacial do ponto amostrado com os outros pontos amostrados, quanto maior a correlação menor a informação independente que tal ponto aporta, diminuindo seu peso. Assim que se pode afirmar que os pesos de pontos redundantes são penalizados pela krigagem (Isaaks & Srivastava, 1989).

Outro ponto importante é que caso não haja nenhum ponto amostrado na vizinhança de busca, o valor atribuído a esse local será a média global do dado.

A variância associada a cada ponto estimado pode ser obtida por:

$$\sigma_E^2 = C(0) - \sum_{i=1}^n \lambda_i C(\vec{u}_i, \vec{u}_0)$$

Examinando-se essa fórmula conclui-se que na falta de informação espacial a variância será máxima e será igual ao patamar do semivariograma ($C(0)$). Conforme, tem-se uma maior correlação espacial, o erro da variância diminui. Em realidade, esta variância não permite calcular a precisão da estimativa dada por $X^*(u_0)$, porém é útil como um índice de qualidade do arranjo local de pontos amostrados em torno do ponto estimado.

8.3.3. KRIGAGEM ORDINÁRIA

Ao contrário da krigagem simples que requer um valor conhecido para a média global, a krigagem ordinária não exige uma estacionariedade de primeira ordem do dado. Na prática, dificilmente sabe-se a média verdadeira global, e na krigagem simples adota-se essa como sendo a média da amostra. Portanto, para casos onde se pode assumir apenas uma estacionariedade local usa-se a krigagem ordinária. A krigagem ordinária caracteriza-se pela inclusão da “condição de não-viés”, a qual impõe que a soma dos pesos dos pontos amostrados deve ser igual a 1:

$$\sum_{i=0}^n \lambda_i = 1 \Rightarrow \lambda_0 = m \left(1 - \sum_{i=1}^n \lambda_i \right) = 0$$

Assim, o valor esperado pode ser escrito como:

$$X^*(\vec{u}_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i X(\vec{u}_i)$$

Forçando-se $\lambda_0 = 0$, elimina-se a exigência do conhecimento do valor médio.

O sistema de equações da krigagem ordinária passa a ter $n+1$ equações, sendo assim adiciona-se o multiplicador de Lagrange na condição de mínima variância:

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j C(\vec{u}_i, \vec{u}_j) + \mu = C(\vec{u}_i, \vec{u}_0) \text{ para } i = 1, 2, \dots, n$$

Na forma matricial o sistema de krigagem ordinária é expresso por:

$$\begin{pmatrix} C(u_1, u_1) & \dots & C(u_1, u_n) & 1 \\ C(u_2, u_1) & \dots & C(u_2, u_n) & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C(u_n, u_1) & \dots & C(u_n, u_n) & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C(u_1, u_0) \\ C(u_2, u_0) \\ \vdots \\ C(u_n, u_0) \\ 1 \end{pmatrix}$$

A variância do valor estimado pela krigagem ordinária é dada por:

$$\sigma_E^2 = C(0) - \sum_{i=1}^n \lambda_i C(\vec{u}_i, \vec{u}_0) - \mu$$

8.3.4. COKRIGAGEM

Nos estimadores expostos até agora utiliza-se os valores de pontos amostrados para prever o valor de um ponto não amostrado. Na cokrigagem, além dos pontos amostrados, leva-se também em conta variáveis secundárias espacialmente relacionadas com a variável estimada por uma covariância cruzada. O objetivo principal da cokrigagem é melhorar a estimação e reduzir a variância com o aporte da informação espacial disponível de variáveis secundárias (Kelkar & Perez, 2002).

Segundo Kelkar & Perez (*op.cit*) algumas limitações da cokrigagem seriam:

- 1) A técnica da cokrigagem supõe que as variáveis são linearmente relacionadas, e para correlações não-lineares a covariância cruzada pode não ser representativa.
- 2) Deve haver uma alta correlação entre a variável principal e a(s) secundária(s). Porque caso não haja a co-variável pode induzir a variável principal a uma errada direção de continuidade.
- 3) O uso da cokrigagem requer a modelagem de diversos semivariogramas (ou covariâncias) entre a variável principal, secundária e entre elas, C_x , C_y e C_{xy} , respectivamente. Sendo assim, quanto mais variáveis secundárias forem utilizadas mais modelos espaciais serão necessários.
- 4) Resolver um sistema de cokrigagem requer grandes recursos computacionais, quando comparados aos outros métodos de krigagem já mencionados, isso se deve as matrizes serem maiores, com o aumento do número de variáveis.

A cokrigagem pode ser expressa para uma variável secundária como:

$$X^*(\vec{u}_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i X(\vec{u}_{xi}) + \sum_{k=1}^m \lambda_k Y(\vec{u}_{yk})$$

onde u_0 é o valor estimado no local 0, λ_i é o peso assinalado a variável $X(u_{xi})$ no local u_i e

λ_k é o peso assinalado a variável secundária $Y(u_{yk})$ no local u_k .

Ambas as variáveis primária X e a secundária Y podem estar no mesmo local, porém para fins explicativos, supõe-se que elas estejam em locações diferentes.

A fim de satisfazer a condição de “não-viés” uma possibilidade dada é assumindo-se:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \text{ e } \sum_{k=1}^m \lambda_k = 0$$

A condição de mínima variância restrita às condições acima é expressa por:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i C_x(\vec{u}_{Xi}, \vec{u}_{Xj}) + \sum_{k=1}^m \lambda_k C_c(\vec{u}_{Yk}, \vec{u}_{Xj}) + \mu_x = C_x(\vec{u}_0, \vec{u}_{Xj}) \text{ para } j = 1, 2, \dots, n \text{ e}$$

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i C_c(\vec{u}_{Xi}, \vec{u}_{Yj}) + \sum_{k=1}^m \lambda_k C_y(\vec{u}_{Yk}, \vec{u}_{Yj}) + \mu_y = C_c(\vec{u}_0, \vec{u}_{Yj}) \text{ para } j = 1, 2, \dots, m$$

onde C_x e C_y são as covariâncias para as variáveis X e Y. C_c é a covariância cruzada entre as duas variáveis e μ_x e μ_y são os parâmetros de Lagrange.

Escrevendo-se a equação de forma matricial obtém-se:

$$\begin{pmatrix} C_x(u_{X1}, u_{X1}) & \dots & C_x(u_{X1}, u_{Xn}) & C_c(u_{X1}, u_{Y1}) & \dots & C_c(u_{X1}, u_{Ym}) & 1 & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_x(u_{X1}, u_{Xn}) & \dots & C_x(u_{Xn}, u_{Xn}) & C_c(u_{Xn}, u_{Y1}) & \dots & C_c(u_{Xn}, u_{Ym}) & 1 & 0 \\ C_c(u_{X1}, u_{Y1}) & \dots & C_c(u_{Xn}, u_{Y1}) & C_y(u_{Y1}, u_{Y1}) & \dots & C_y(u_{Y1}, u_{Ym}) & 0 & 1 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_c(u_{X1}, u_{Ym}) & \dots & C_c(u_{Xn}, u_{Ym}) & C_y(u_{Ym}, u_{Y1}) & \dots & C_y(u_{Ym}, u_{Ym}) & 0 & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{X1} \\ \vdots \\ \lambda_{Xn} \\ \lambda_{Y1} \\ \vdots \\ \lambda_{Ym} \\ \mu_x \\ \mu_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_x(u_{X1}, u_0) \\ \vdots \\ C_x(u_{Xn}, u_0) \\ C_c(u_{Y1}, u_0) \\ \vdots \\ C_c(u_{Ym}, u_0) \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

A expressão para a variância erro do valor estimado é obtida por:

$$\sigma^2 = C(0) - \sum_{i=1}^n \lambda_i C_x(\vec{u}_{Xi}, \vec{u}_0) - \sum_{k=1}^m \lambda_k C_c(\vec{u}_{Yk}, \vec{u}_0) - \mu_x$$

8.3.4.1. COKRIGAGEM COLOCADA

A fim de solucionar o problema associado à grande demanda computacional exigida pela cokrigagem, estabeleceu-se a técnica da cokrigagem colocada. Essa técnica limita o uso da variável secundária ao local estimado (u_0), reduzindo assim o número de variáveis usadas a 1.

Nesse caso o valor estimado pode ser obtido por:

$$X^*(\vec{u}_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i X(\vec{u}_{Xi}) + \lambda_{Y0} Y(\vec{u}_0)$$

O sistema da cokrigagem colocada, adotando a mesma condição de "não-viés" que foi exposta para a cokrigagem é expresso por:

$$\sum_{i=1}^n C_x(\vec{u}_{Xi}, \vec{u}_{Xj}) + \lambda_{u0} C_c(\vec{u}_{Y0}, \vec{u}_{Xj}) + \mu = C_x(\vec{u}_0, \vec{u}_{Xj}) \text{ para } j=1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^n C_c(\vec{u}_{Xi}, \vec{u}_{Y0}) + \lambda_{u0} C_y(0) = C_c(0)$$

Escrevendo esse sistema para notação matricial:

$$\begin{pmatrix} C_x(u_{X1}, u_{X1}) & \dots & C_x(u_{X1}, u_{Xn}) & C_c(u_{X1}, u_{Y0}) & 1 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_x(u_{X1}, u_{Xn}) & \dots & C_x(u_{Xn}, u_{Xn}) & C_c(u_{Xn}, u_{Y0}) & 1 \\ C_c(u_{X1}, u_{Y0}) & \dots & C_c(u_{Xn}, u_{Y0}) & C_y(u_{Y0}, u_{Y0}) & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_{X1} \\ \vdots \\ \lambda_{Xn} \\ \lambda_{Y1} \\ \mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_x(u_{X1}, u_{Y0}) \\ \vdots \\ C_x(u_{Xn}, u_{Y0}) \\ C_c(u_{Y1}, u_{Y0}) \\ 1 \end{pmatrix}$$

Nesse caso também não é necessário um modelo espacial para a variável secundária Y, já que o único valor que precisa ser conhecido é $C_y(0)$ que é a variância de Y. O que se faz necessário é um modelo de variograma cruzada, porém esse pode ser inferido pelo modelo de Markov (*apud Xu et al.*, 1992), como já foi discutido anteriormente.

8.3.5. KRIGAGEM UNIVERSAL

A krigagem universal estima o valor de locações não amostradas na presença de uma tendência. Dessa maneira o conjunto de dados não apresenta estacionariedade de primeira ordem, já que a média local na direção da tendência varia consideravelmente da média global. Portanto, não devem ser aplicadas as técnicas apresentadas até o momento, a não ser que tenha sido feito um pré-processamento dos dados (identificar tendência e calcular resíduos) antes da realização da krigagem.

A tendência é normalmente definida como:

$$m(\vec{u}) = \sum_{i=0}^l f_i(\vec{u}) = a_0 + a_1(\vec{u})$$

onde $f_l(\vec{u})$ é a função no local \vec{u} .

A estimação pelo processo da krigagem universal, tem como princípio o mesmo da krigagem ordinária:

$$X^*(\vec{u}_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i X(\vec{u}_i)$$

Aplicando-se a condição de não viés, obtém-se

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i f_l(\vec{u}_i) = f_l(\vec{u}_0) \text{ para } l = 0, 1, \dots, L;$$

A condição de mínima variância obedecendo a condição acima:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i C(\vec{u}_i, \vec{u}_j) + \sum_{l=0}^L \mu_l f_l(\vec{u}_j) = C(\vec{u}_0, \vec{u}_j)$$

Na forma matricial a krigagem universal é expressa por:

$$\begin{pmatrix} C(u_1, u_1) & \dots & C(u_1, u_n) & f_0(u_1) & \dots & f_L(u_1) \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ C(u_1, u_n) & \dots & C(u_n, u_n) & f_0(u_n) & \dots & f_L(u_n) \\ f_0(u_1) & \dots & f_0(u_n) & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ f_L(u_1) & \dots & f_L(u_n) & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu_0 \\ \vdots \\ \mu_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C(u_1, u_0) \\ \vdots \\ C(u_n, u_0) \\ f_0(u_0) \\ \vdots \\ f_L(u_0) \end{pmatrix}$$

8.3.5.1. KRIGAGEM COM DERIVA EXTERNA

Nesse método supõe-se que a tendência do dado é devido a uma variável secundária.

De acordo com Xu *et al.* (1992), uma vantagem do algoritmo da krigagem com deriva externa quando comparado a cokrigagem seria a simplicidade de ser implementado, não necessitando de inferências sobre a covariância cruzada ou relação espacial da variável secundária. Porém uma desvantagem seria a necessidade de existir uma variável secundária em todos os pontos a serem estimados.

Assumindo-se então que a tendência é definida por:

$$m(\vec{u}_0) = a_0 + a_1 Y(\vec{u}_0)$$

onde $Y(u_0)$ é o valor da variável secundária no local não amostrado u_0 .

As restrições para a condição de não-viés são:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \text{ e } \sum_{i=1}^n \lambda_i Y(\vec{u}_i) = Y(\vec{u}_0)$$

Na forma matricial a krigagem com deriva externa é definida por:

$$\begin{pmatrix} C(u_1, u_1) & \dots & C(u_1, u_n) & 1 & Y(u_1) \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ C(u_1, u_n) & \dots & C(u_n, u_n) & 1 & Y(u_n) \\ 1 & \dots & 1 & 0 & 0 \\ Y(u_1) & \dots & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu_0 \\ \mu_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C(u_1, u_0) \\ \vdots \\ C(u_n, u_0) \\ 1 \\ Y(u_0) \end{pmatrix}$$

8.4. SIMULAÇÃO CONDICIONADA SEQUENCIAL

8.4.1. CONCEITOS BÁSICOS

Métodos de simulação condicionada sequencial são baseados nas técnicas de krigagem, nos quais pontos não amostrados são sequencialmente visitados em ordem aleatória até que todos os locais não amostrados tenham sido visitados. A simulação condicional produz uma coleção de imagens equiprováveis, cada uma das quais honrando os dados, histogramas e a função de correlação espacial de entrada. Consequentemente, todas as imagens coincidem

nos pontos amostrados e têm valores cada vez mais dispersos, à medida que o ponto simulado se afasta dos pontos amostrais (Guimarães, 2002).

As técnicas de simulação sequencial utilizam algoritmos conceitualmente baseados no teorema de Bayes (Journel & Alabert, 1988). Essas técnicas podem ser divididas em etapas comuns, a seguir:

- 1) *Transformação em um novo domínio* - essa etapa consiste em transformar o conjunto de dados originais em um novo domínio. O principal objetivo desse procedimento é transformar os dados em um domínio no qual as incertezas associadas aos pontos estimados possam ser corretamente quantificadas.
- 2) *Análise variográfica no novo domínio* - uma vez estando os dados no novo domínio deve ser modelada uma função de correlação espacial entre os dados, essa modelagem segue os mesmos princípios já descritos anteriormente.
- 3) *Estabelecer uma ordem aleatória* - caracteriza-se pela escolha de uma ordem aleatória segundo a qual todos os pontos amostrados serão visitados.
- 4) *Estimação para locais não amostrados (krigagem)* - a diferença dessa etapa para uma krigagem convencional é que além das variáveis amostradas, na simulação valores previamente simulados também são usados para a estimação. Levando-se em conta essa diferença, o resultado final da simulação é dependente da escolha da ordem na qual os pontos serão visitados (etapa 3), por isso a escolha do caminho deve ser aleatória.
- 5) *Quantificação de incerteza* - é gerado uma curva de densidade de probabilidade condicionada para cada ponto visitado.

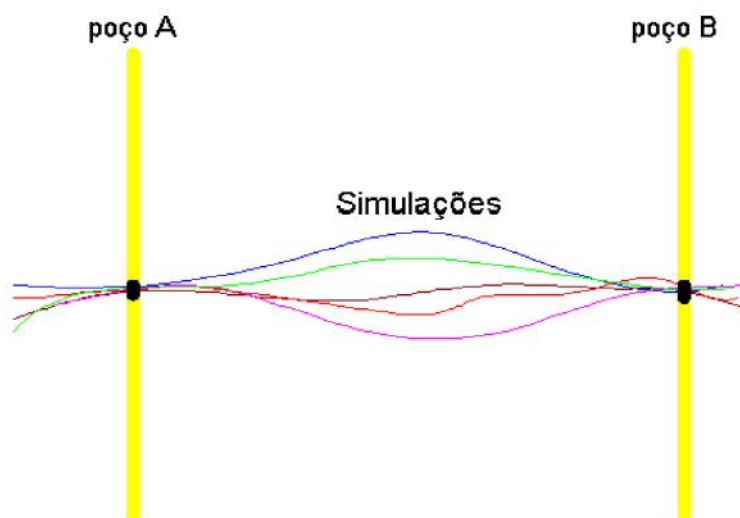


Figura 30 - Esquema representativo dos valores equiprováveis obtidos pela simulação sequencial entre dois poços.

Fonte: Guimarães (2002).

- 6) *Escolha aleatória do valor simulado* - um valor da curva gerada na etapa anterior é aleatoriamente escolhido para representar o ponto simulado. Esse valor, a partir de então, faz parte dos dados que serão usados nas simulações consequentes.
- 7) *Transformação Inversa* - depois que uma realização é escolhida na etapa anterior, essa já pode ser transformada de volta para seu domínio original.

8.4.2. SIMULAÇÃO SEQUENCIAL DE INDICATRIZES

Por ser uma simulação sequencial obedece as etapas descritas na seção anterior, com algumas especificidades.

Essa simulação pode ser usadas tanto para VA discretas, como contínuas; porém aqui só será abordado seu uso mais comum, no caso, para simulação de VA discretas.

Usando-se SIS, os dados são transformados para o domínio de Indicatriz. Para variáveis discretas a transformação é descrita como:

$$I(\vec{u}_j, K_t) = \begin{cases} 1, & \text{se } K(\vec{u}_j) = K_t \\ 0, & \text{se } K(\vec{u}_j) \neq K_t \end{cases}$$

onde $I(u_j, K_t)$ é o valor da indicatriz, $K(u_j)$ é o valor da VA discreta no ponto (u_j) e K_t é o valor de corte.

Sendo assim, um valor de indicatriz de 1 representa 100% de certeza que uma categoria particular de uma variável discreta está presente. Similarmente, um valor de 0 representa 100% de certeza que uma categoria de uma VA não está presente. Valores entre 0 e 1 indicam o grau de certeza com respeito a uma categoria em particular.

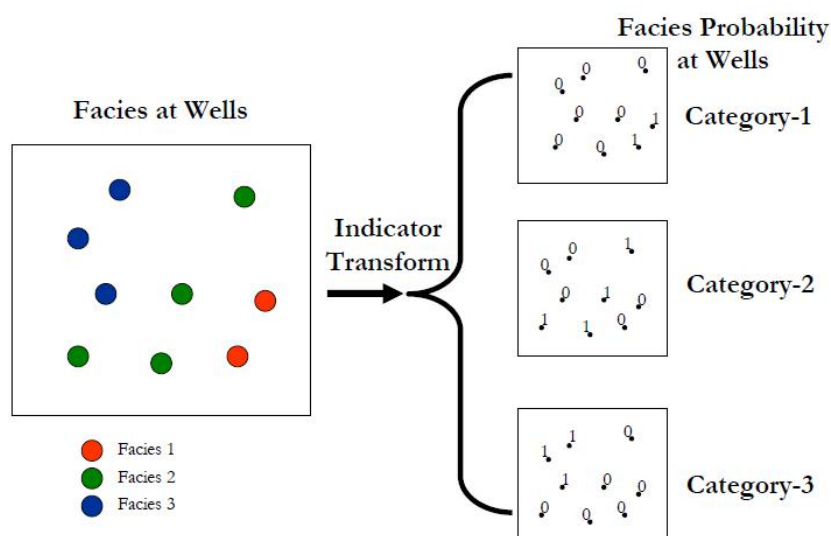


Figura 31: Exemplos de transformação indicatriz para três fácies definidas (variáveis discretas). Fonte: Bahar (2011).

A figura 31 ilustra um exemplo, um reservatório no qual foram definidas três facies 1, 2 e 3. Em localidades de poços onde a facies é conhecida (*hard data*) os valores indicatrizes atribuídos a cada facies varia entre 0 ou 1. Nesse exemplo só se tem o uso de dados primários, porém em locais onde exista informação de variáveis secundárias pode se expresso um valor entre 0 e 1 para cada categoria, e esse valor representaria a probabilidade de ocorrência de determinada categoria.

Usar uma transformação de indicatriz requer que seja modelado um semivariograma para cada corte, ou seja, para cada categoria de variável discreta.

A estimação de valores é feita através de uma krigagem de indicatrizes dos pontos amostrados e previamente simulados, como exposto anteriormente. Para uma variável discreta a krigagem ordinária de indicatrizes é expressa por:

$$I^*(\vec{u}_0, K_t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i I(\vec{u}_i, K_t)$$

Estima-se um valor de indicatriz para cada categoria definida pelos valores de corte, baseando-se em sua relação espacial modelada. O valor estimado de indicatriz é um valor entre 0 e 1 e é uma representação direta da incerteza local. No caso de uma variável discreta, o resultado obtido por todas as categorias é uma função densidade de probabilidade local.

Muitas vezes a soma dos valores indicatrizes obtidos para todas as categorias de variável discreta não é igual a um. Nesse caso, deve-se fazer uma simples normalização dos valores obtidos para que esses somados sejam igual a um. A figura 32 ilustra essa situação.

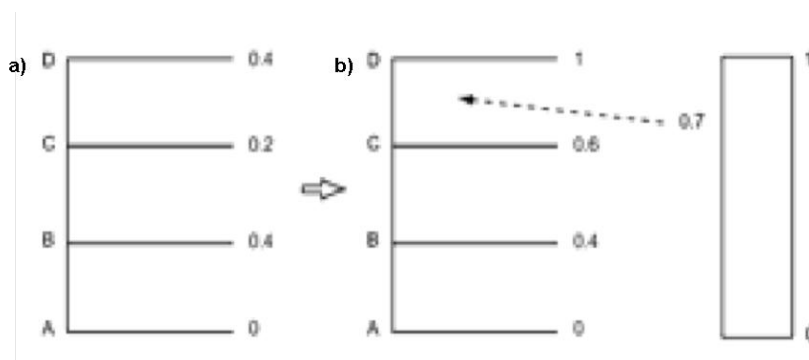


Figura 32 - (a) Dados de saída da krigagem de indicatrizes para cada categoria. (b) Esses dados são normalizados e então um número aleatório é sorteado para atribuir um valor ao ponto estimado. Modificado de Kelkar & Perez (2002).

Depois de feita essa normalização, é sorteado um número aleatório entre 0 e 1 que será responsável por assinalar um valor para o ponto. Esse valor será incorporado ao conjunto de dados para a estimação de pontos ainda não visitados. O número sorteado é confrontado no gráfico função de densidade acumulada local, sendo assinalado ao ponto, em uma

transformação inversa, a categoria da variável discreta correspondente aquela frequência (figura 32(b)).

8.4.3. SIMULAÇÃO SEQUENCIAL GAUSSIANA (SGS)

Similarmente a simulação sequencial de indicatrizes, a simulação sequencial gaussiana também obedece as etapas definidas anteriormente e também pode ser usada para ambas variáveis discretas e contínuas. No caso desse trabalho, preferiu-se adotar *SGS* somente para a simulação de variáveis contínuas.

Nessa simulação os dados originais passam por uma transformação para o domínio de uma distribuição normal (ou gaussiana), tipicamente com média igual a zero e variabilidade de -3 a +3 (incluindo 99% dos dados). Nessa transformação, cada valor no conjunto de dados originais tem sua correspondência na distribuição normal, como mostrado na figura 33.

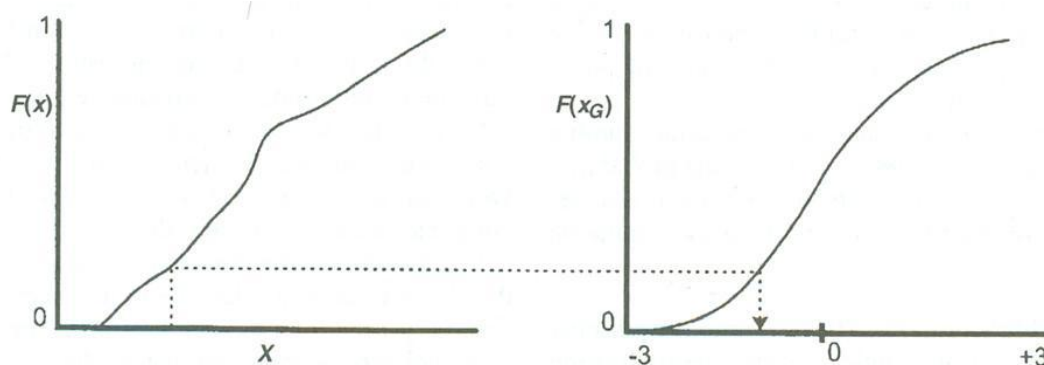


Figura 33 - Transformação gaussiana de variável contínua. Fonte: Kelkar & Perez (2002).

Diferentemente da transformação de indicatrizes é modelado apenas um semivariograma para os dados amostrados no domínio gaussiano.

A krigagem na *SGS* faz somente uma estimação para cada local não amostrado. Usando-se a krigagem ordinária o valor estimado é obtido por

$$X_G^*(\vec{u}_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i X_G(\vec{u}_i)$$

Na simulação gaussiana sequencial, além do valor estimado, também estima-se a variância do erro [$\sigma^{*2}(u_0)$] a partir da equação convencional da krigagem. Supondo-se que a incerteza local é representada por uma distribuição gaussiana, e sabendo-se o valor estimado e a variância associada, pode-se quantificar a incerteza local.

O processo de atribuir um valor em um ponto simulado consiste em sortear um número entre 0 e 1 e extrair sua realização correspondente na função de densidade acumulada gerada para esse ponto.

Uma vez o valor de $X_G(u_0)$ é escolhido ele pode passar por uma transformação inversa de volta ao seu domínio original.

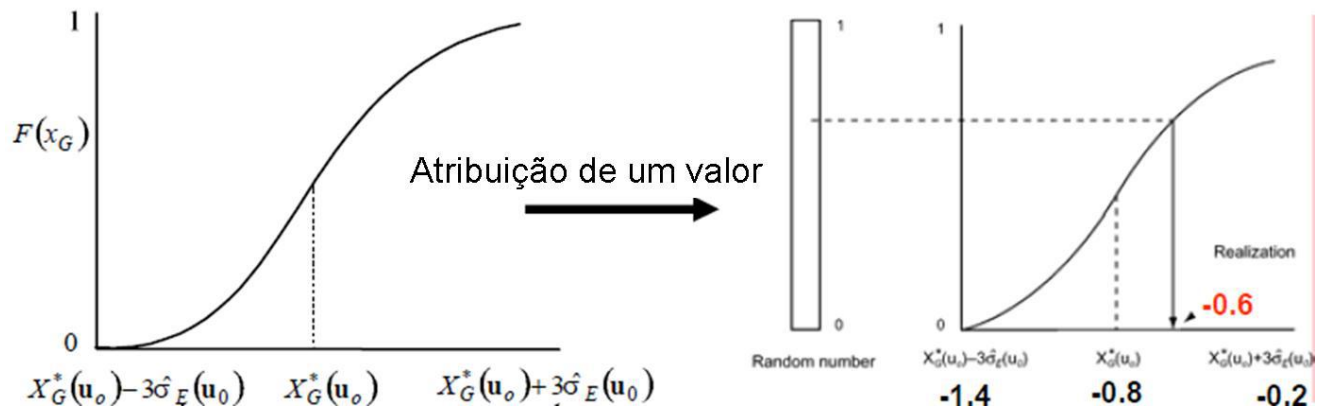


Figura 34 - (a) Distribuição de realizações um dado local simulado (b) escolha de uma realização através do sorteio de um número entre 0 e 1. Modificado de Kelkar & Perez (2002).

9. PREPARAÇÃO DOS DADOS PARA A CONSTRUÇÃO DO MODELO

9.1. CARREGAMENTO DOS DADOS

Os dados fornecidos pela ANP do campo escola de Namorado englobam perfis de poços em formato *.las de 60 poços que contêm, no geral, os perfis de raio gama, resistividade, neutrão e densidade, e para 16 poços há também o perfil sônico. Além dos perfis, esses arquivos contam com informação importante para o carregamento dos poços como coordenadas, *datum*, elevação (KB) e lâmina de água.

Os poços direcionais possuem também um arquivo *.las com sua profundidade medida (MD) e vertical (TVD).

Esses arquivos foram carregados no *software* PETREL®, porém como em sua maioria encontravam-se de forma não adequada para seu carregamento direto, tiveram que ser anteriormente editados no *Microsoft Excel*.

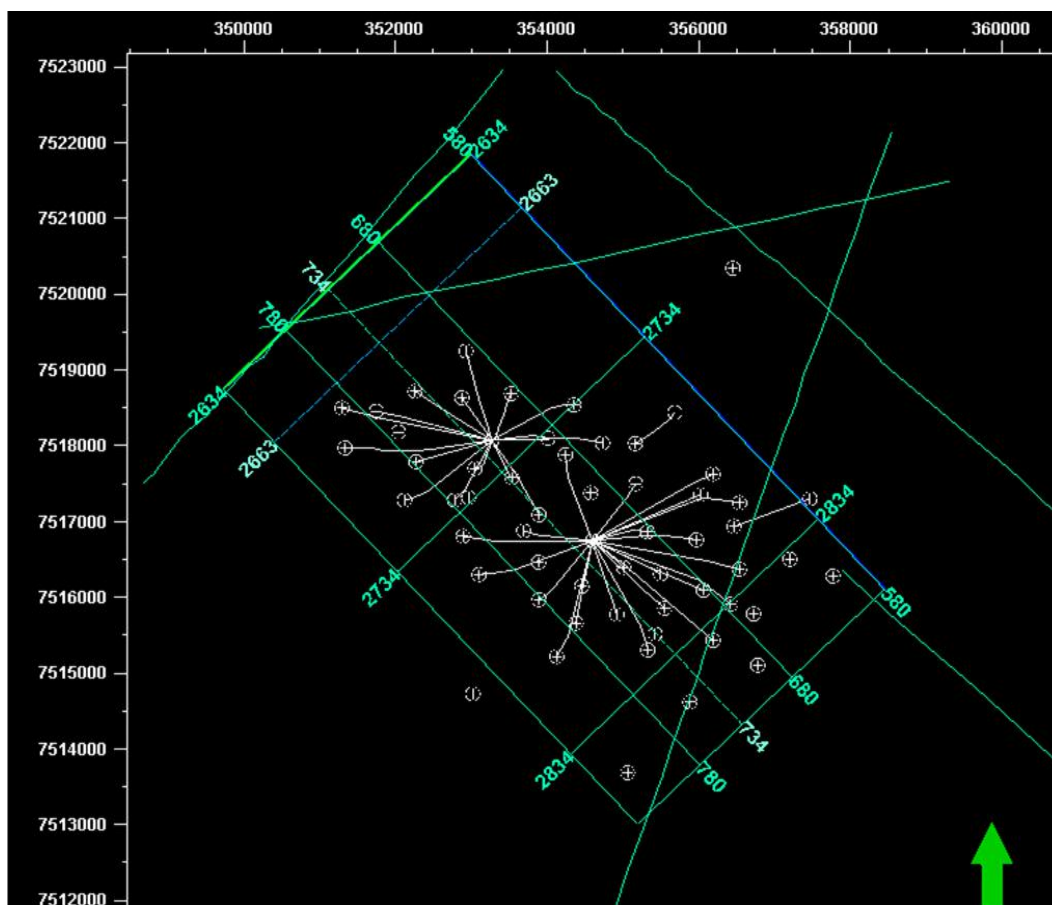


Figura 35 - Localização espacial dos dados fornecidos pela ANP.

Os dados sísmicos são constituídos de 5 linhas 2D e um cubo 3D e encontram-se em formato *.SEG Y, podendo ser diretamente carregados no mesmo programa.

Depois do carregamento de todos os dados, 16 poços foram descartados por não apresentarem perfis na zona do reservatório ou por estarem fora da área coberta pela sísmica. Assim sendo, foram considerados irrelevantes para o objetivo desse trabalho.

9.2. INTERPRETAÇÃO DE ZONAS A PARTIR DOS PERFIS DE POÇOS

Como descrito por Barboza (2005), o topo do reservatório Namorado é facilmente identificado em perfis de poços (Marco CEN150) - pelos seus altos valores de raio gama. Também a base, representada pelo topo da sequência carbonática mais antiga, é de fácil reconhecimento - pelo aumento abrupto da densidade e velocidade sônica.

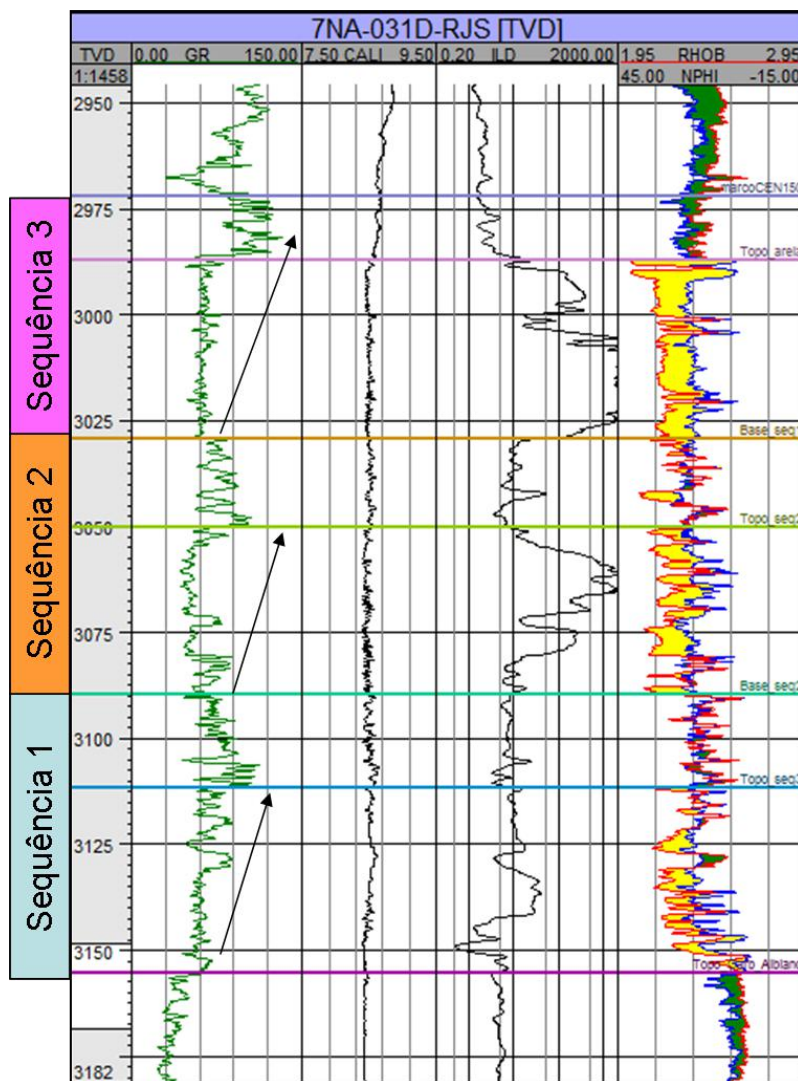


Figura 36 - Identificação das 3 sequências definidas por Barboza (2005) utilizando perfis no poço 7NA-031D.

Entre esses dois horizontes, conforme descrito por diversos autores, é possível observar no reservatório de Namorado três eventos deposicionais principais. Esses três eventos foram separados em seis zonas: rochas reservatório separadas por zonas mais fechadas e com altos valores de raio gama. As zonas que subdividem as sequências deposicionais estão delimitadas na figura 36.

Essas zonas não foram identificadas em todos os poços, pois algumas delas não estavam presentes em alguns poços.

9.3. CORRELAÇÃO POÇO – SÍSMICA

Para os poços que possuem perfis sônico e densidade foi calculada a impedância acústica e, a partir dela, usando-se a *wavelet* de *Ricker* (frequência do pico de 30Hz), chegou-se a um perfil sísmico sintético. Esse perfil foi calibrado visualmente com a sísmica do cubo 3D na região de cada um desses poços.

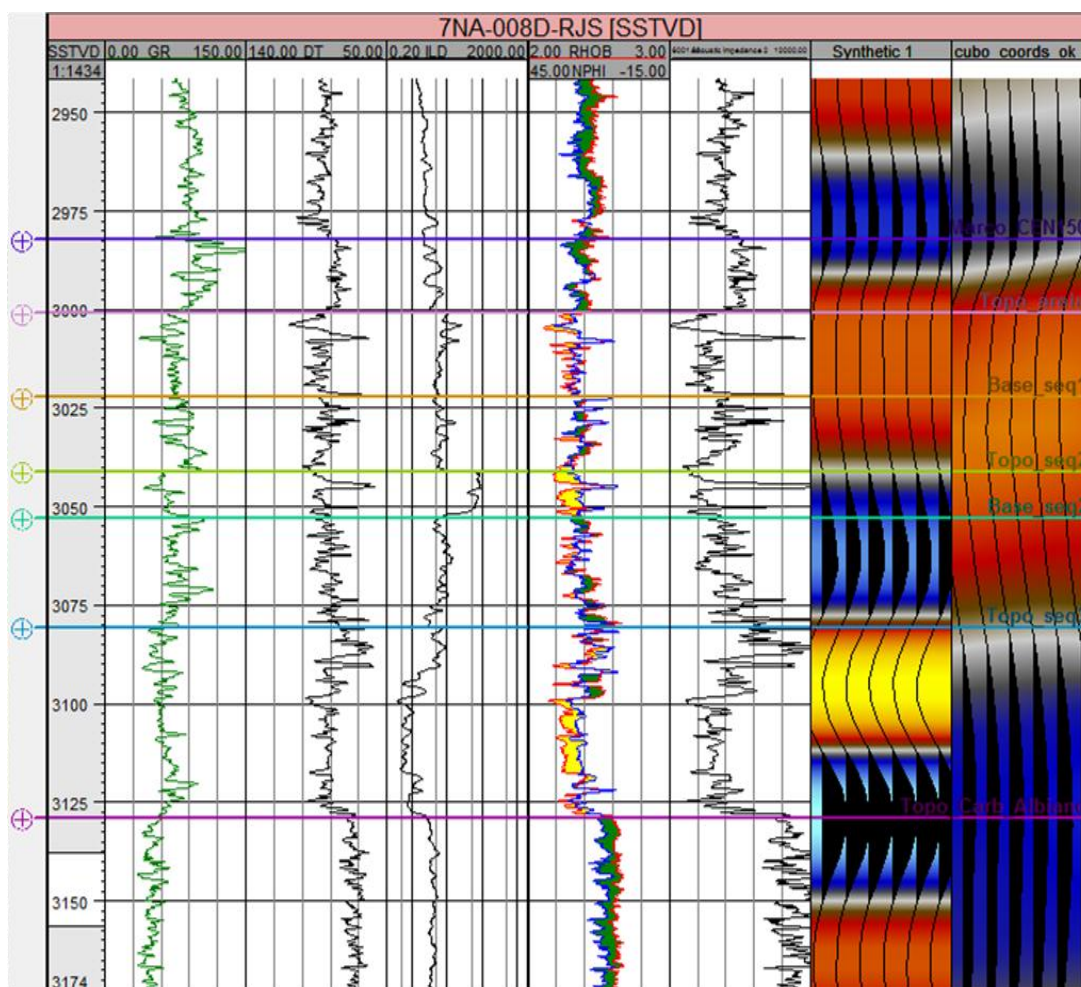


Figura 37 - perfil sísmico sintético derivado das curvas de densidade e perfil sônico do poço 7NA-008D comparado com a sísmica real na região do mesmo poço.

Como já descrito anteriormente (capítulo 6), o processo de criação de um perfil sísmico sintético gera uma relação tempo-profundidade a partir das velocidades derivadas do perfil sônico, posteriormente corrigidas com a calibração.

Essa relação tempo-profundidade foi usada nos poços próximos que não possuem os perfis sônico e/ou densidade, necessários como entrada para o cálculo do perfil sísmico sintético. Assim, todos os poços que serão usados para a construção do modelo podem ser convertidos para uma escala de tempo.

9.4. INTERPRETAÇÃO DE HORIZONTES SÍSMICOS

A partir da etapa anterior foi possível identificar quais refletores na sísmica correspondiam aos horizontes que haviam sido interpretados nos perfis de poços.

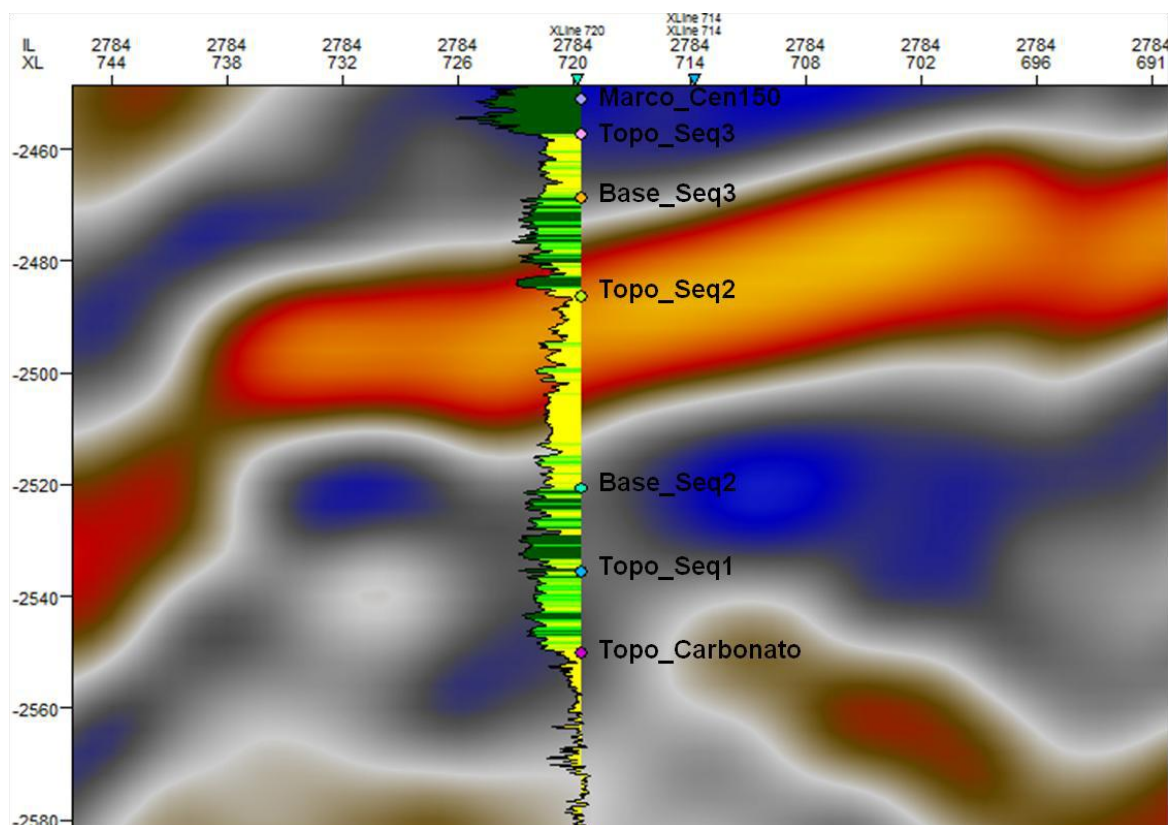


Figura 38 - Poço 7NA-012 na sísmica (*inline* 2784), mostrando as zonas identificadas através dos perfis de poço e o perfil de raio gama.

A fim de facilitar o trabalho, foram mapeados os refletores que correspondiam aos limites do reservatório no topo (MarcoCEN150) e na base (topo da seção carbonática). Já que os outros horizontes intermediários (limitando as 6 seções interpretadas) não são

contínuos e nem sempre são claros na escala de resolução da sísmica, dificultando assim a interpretação.

O horizonte MarcoCEN150 é representado por um refletor de amplitude positiva, contínuo por toda a extensão do cubo 3D. Esse refletor foi mapeado em seu pico máximo positivo.

O horizonte topo da seção carbonática também aparece como um refletor positivo e de ampla extensão. Esse refletor foi interpretado em seu pico máximo positivo.

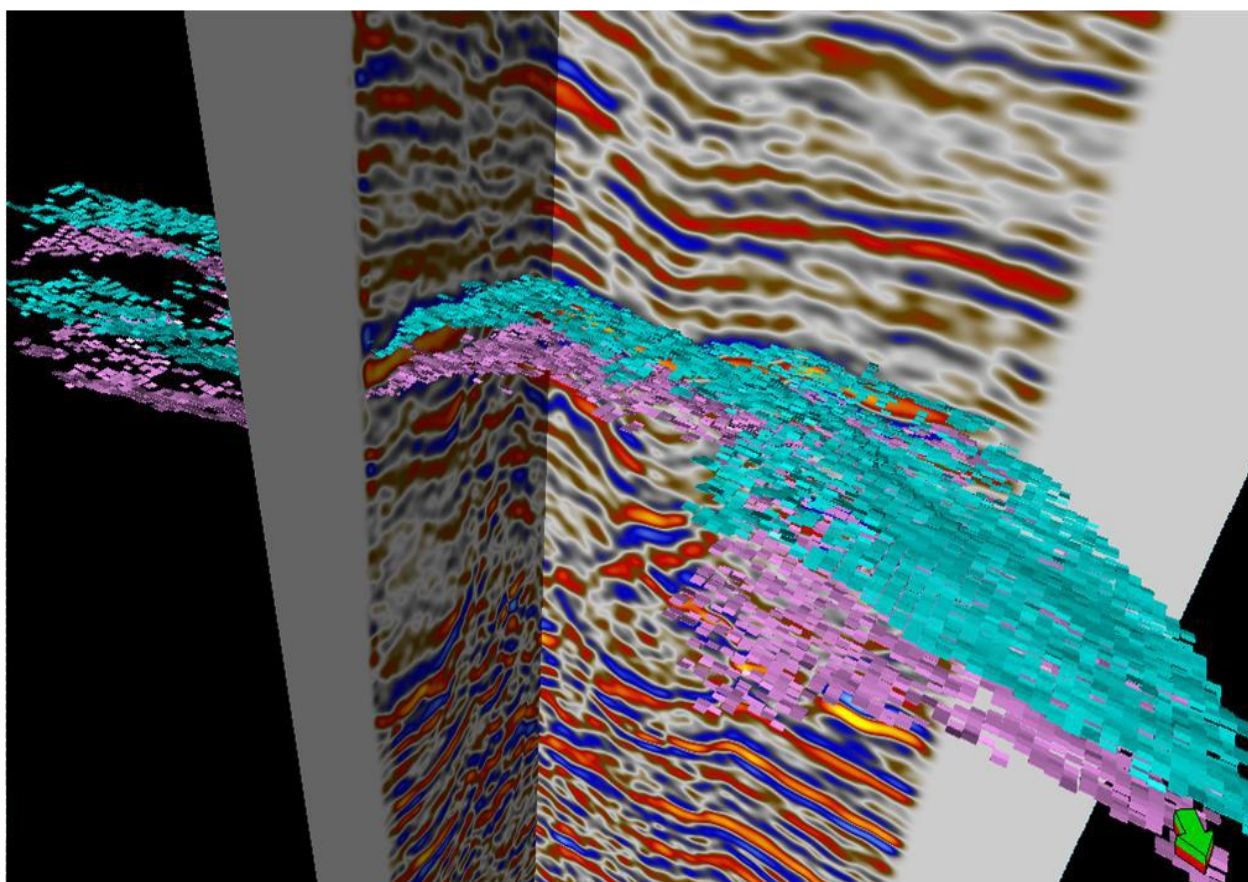


Figura 39 - Interpretação 3D dos horizontes MarcoCEN150, em azul, e topo do carbonato, em rosa.

Entre esses dois horizontes interpretados na sísmica pode-se observar corpos de amplitude negativa, intercalados ou não por refletores positivos. Acredita-se que as amplitudes negativas representem os topos das seções arenosas (reservatórios) de preenchimento de canal.

9.5. INTERPRETAÇÃO DE CURVAS PETROFÍSICAS

9.5.1. CURVA VOLUME DE ARGILA (V_{clay})

Como já foi descrito anteriormente (capítulo 5), o perfil de raio gama é amplamente utilizado para a determinação do volume de argila da formação. O índice de argila foi determinado para todos os poços na zona do reservatório, usando como valor do GR na zona limpa de 52API e na camada de folhelho de 96API, valores justificados pela figura 39.

Conforme exposto no capítulo 5, o índice de raio gama (IGR) é usado para calcular o volume de argila, através da fórmula empírica proposta por Larionov (1969 *apud* Western Atlas, 1992).

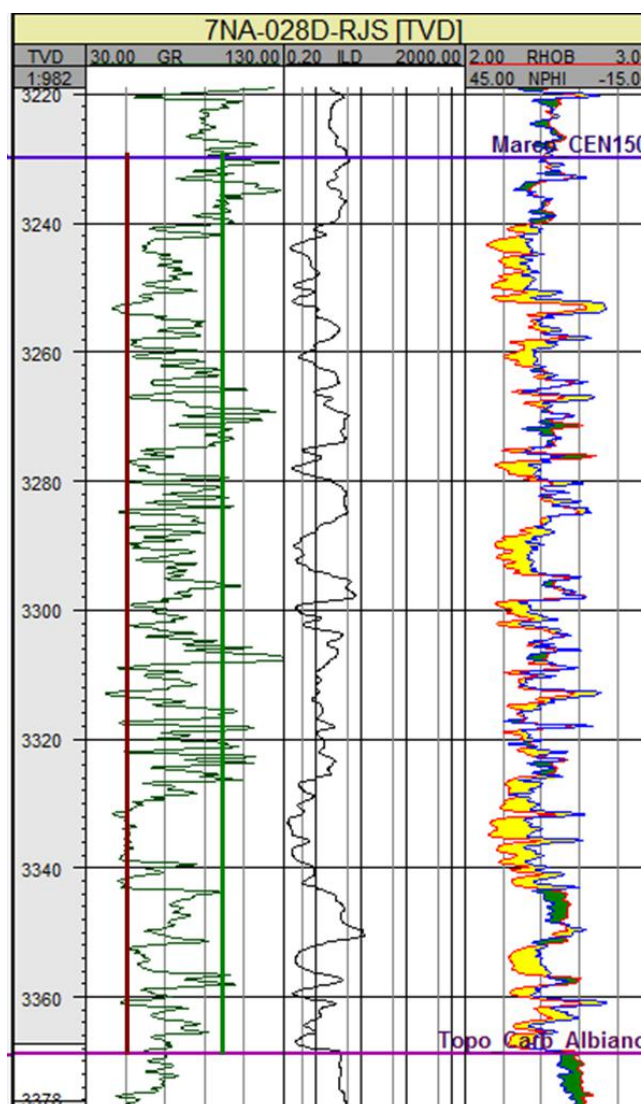


Figura 40 - Linha base de valores de raio gama utilizados para a determinação do índice de argila, linha base da areia limpa em vinho (GR=52API) e linha base do folhelho em verde (GR=96API).

9.5.2. CURVA DE POROSIDADE EFETIVA

A porosidade efetiva das rochas no reservatório foi calculada a partir das curvas de densidade (RHOB) e o volume de argila (Vclay) através da fórmula explicitada no capítulo 5.

Para tal, foi usado um valor de densidade da matriz do arenito de $2,67 \text{ g/cm}^3$ - valor geralmente adotado quando não se tem informação mineralógica da rocha, por ser o valor da densidade do quartzo. Para densidade do fluido utilizou-se o valor de $1,1 \text{ g/cm}^3$, valor tabelado por Peveraro (2009) como um valor médio para o fluido de perfuração, já que também não havia informação sobre o fluido usado na perfuração dos poços.

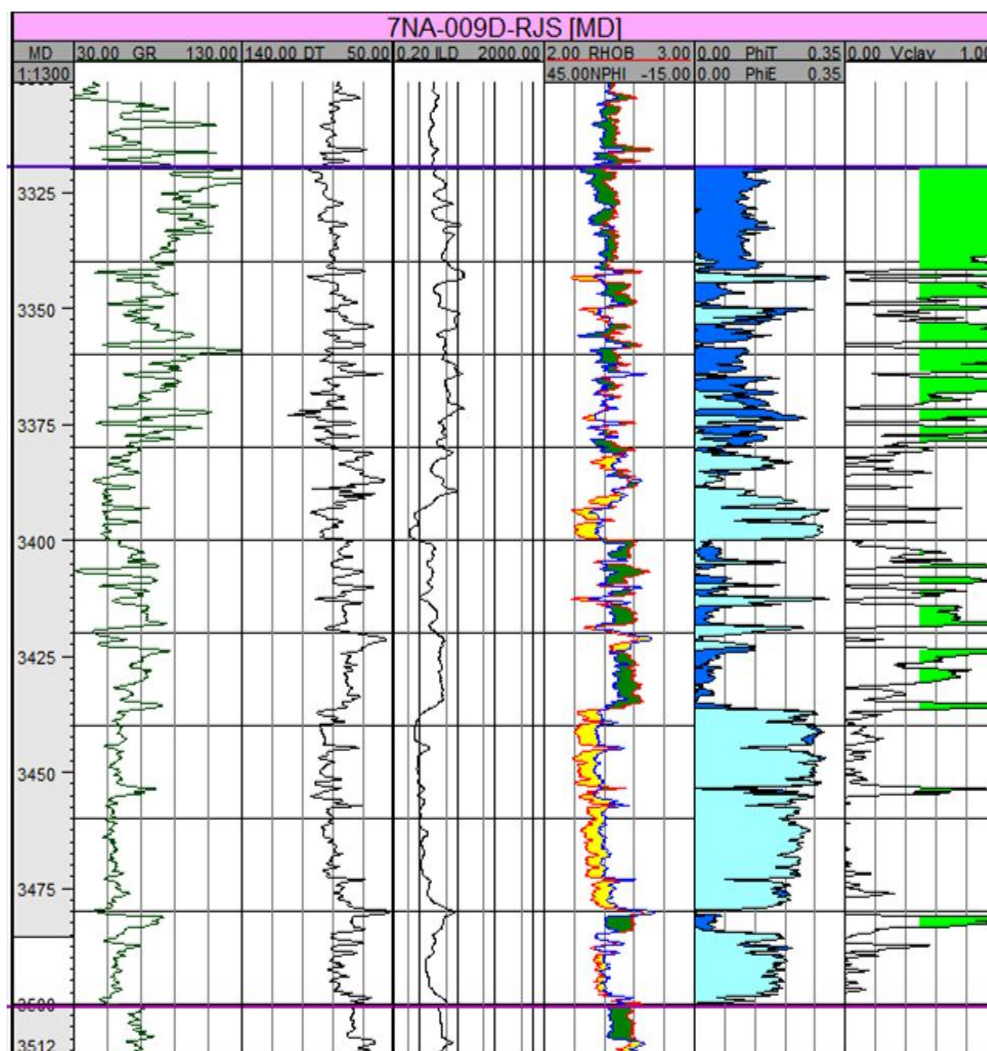


Figura 41 - Curva de porosidade efetiva e total calculadas para o intervalo do reservatório no poço 7NA-009D, mostrando que as maiores diferenças entre as porosidades estão nas zonas mais argilosas.

9.6. DEFINIÇÃO DE ELETROFÁCIES NOS POÇOS

9.6.1. ESCOLHA DE POÇOS REPRESENTATIVOS

A determinação das eletrofácies nos poços foi feita com base em valores de *cut-offs* para as curvas de volume de argila (*Vclay*) e porosidade efetiva (*PhiE*). Entretanto, a plotagem dos gráficos para determinação desses *cut-offs* não pode ser feita para todos os 47 poços devido a confusão visual de todos plotados juntos. Por isso, foram escolhidos 5 poços que apresentassem uma distribuição de frequências e valores médios próximos de toda a população.

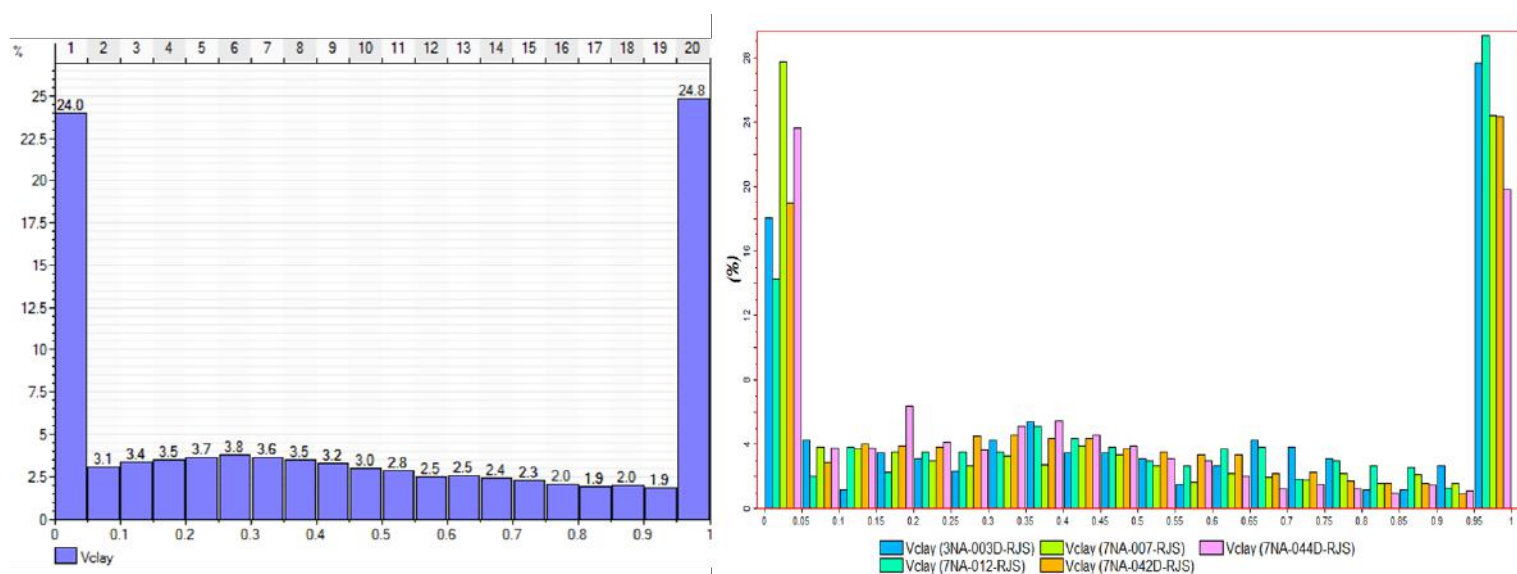


Figura 42: (a) Distribuição da propriedade *Vclay* (volume de argila) para todos os 47 poços e (b) para os 5 poços escolhidos como representativos para a definição dos *cut-offs*.

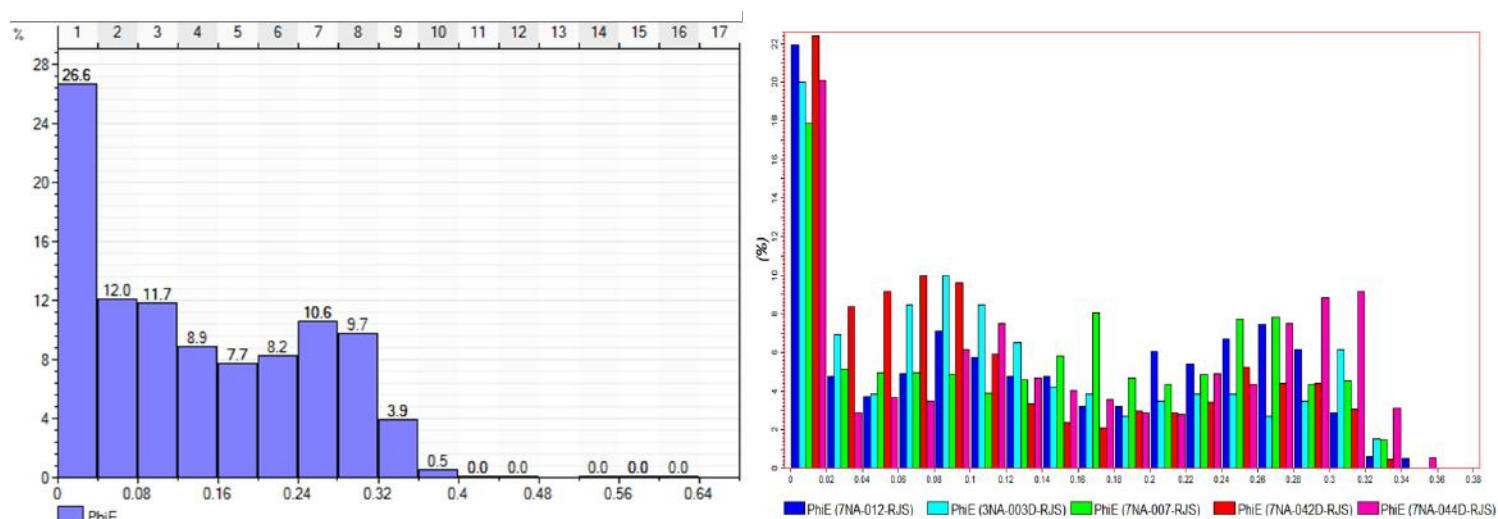


Figura 43: (a) Distribuição da propriedade *PhiE* (porosidade efetiva) para todos os 47 poços e (b) para os 5 poços escolhidos como representativos para a definição dos *cut-offs*.

9.6.2. GRÁFICOS PARA DETERMINAÇÃO DE *CUT-OFFS*

Utilizando-se os cinco poços selecionados pelo critério da etapa anterior, foi feito um gráfico plotando o perfil neutrão pelo perfil densidade (NPHI x RHOB) na zona do reservatório. Esses dois perfis, quando juntos, podem dar boas informações sobre a qualidade do reservatório. No gráfico (figura 43) observam-se duas tendências principais de agrupamento dos pontos, uma com valores, em geral, maiores tanto de densidade quanto de neutrão, o que se acredita representar litologias mais fechadas e densas. A outra tendência, ao contrário, pode identificar rochas menos densas e mais porosas. Para melhorar a visualização, os pontos foram coloridos com valores de raio gama, sendo os pontos verdes representando maiores valores de raio gama e amarelos menores.

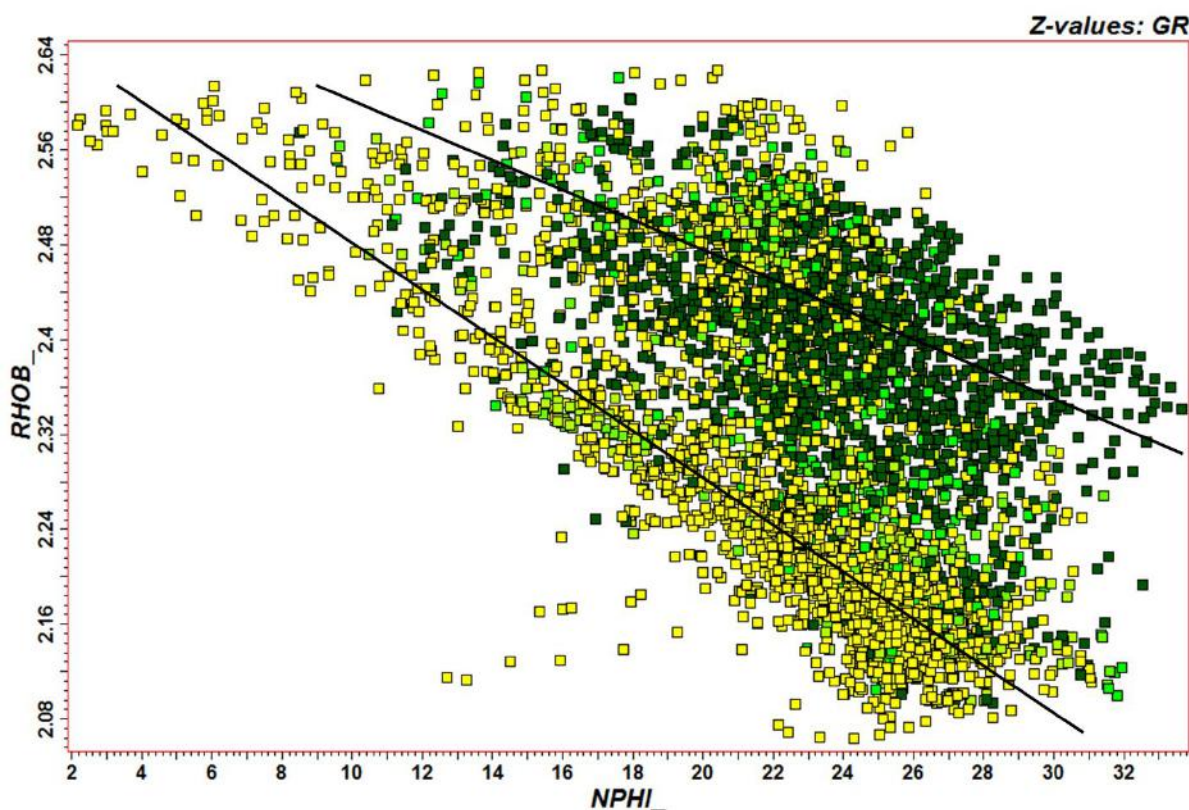


Figura 44 - Gráfico plotando NPHI x RHOB, dos 5 poços escolhidos no item 9.6.1, mostrando duas tendências principais, as cores dos pontos foram dadas pelo perfil de raio gama, verdes valores altos e amarelos baixos.

Interpretando-se o gráfico NPHI x RHOB x GR, levando-se em conta as propriedades das rochas identificadas por cada um desses perfis, pode-se identificar duas eletrofácies: arenitos reservatórios e folhelhos. A primeira foi delimitada por um polígono como exibido na figura 45. Os pontos selecionados na figura 45 foram plotados em um gráfico volume de argila por

porosidade efetiva ($V_{clay} \times \Phi_{iE}$). Nesse gráfico pôde-se estabelecer limites (*cut-offs*) em função de V_{clay} e Φ_{iE} para a eletrofácies arenitos reservatórios.

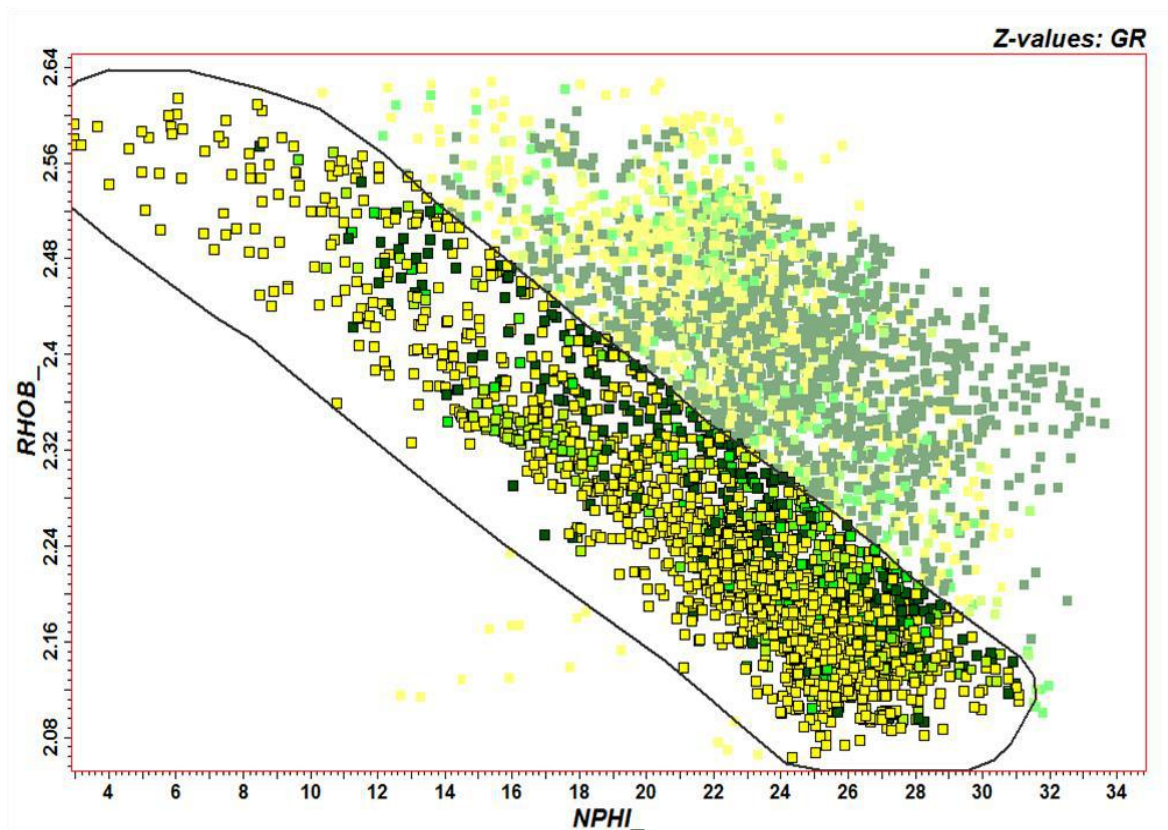


Figura 45 - Gráfico NPHI x RHOB x GR ressaltando a eletrofácies definida como arenitos reservatórios.

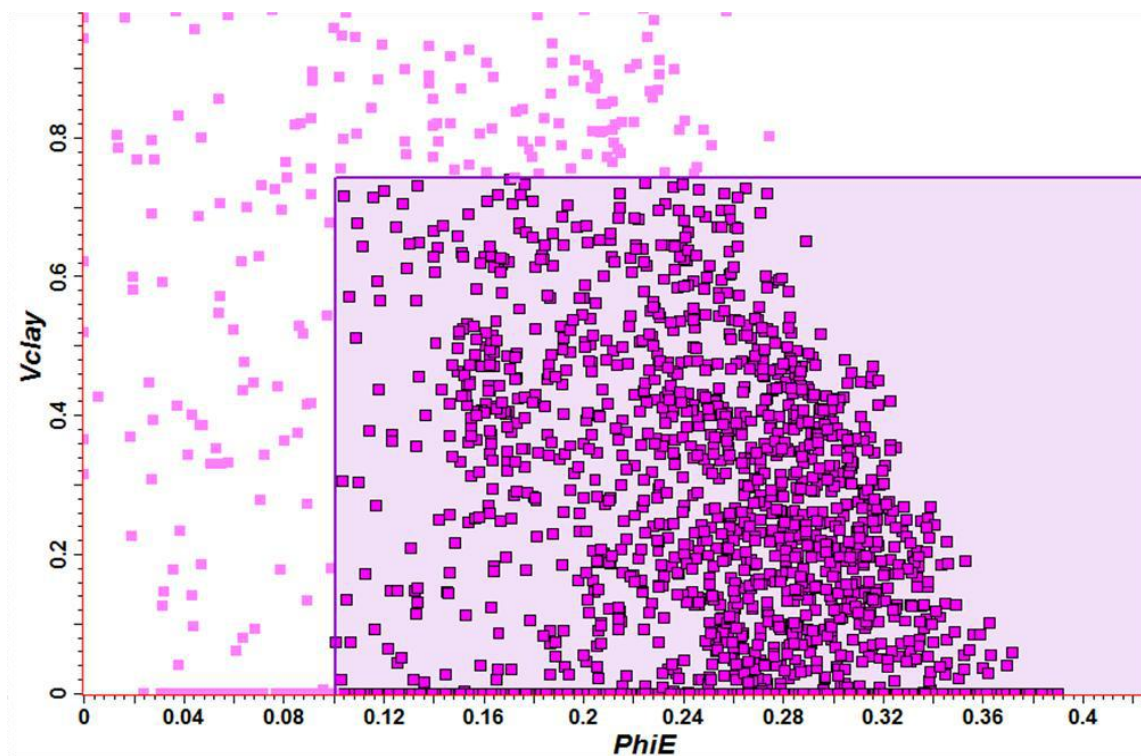


Figura 46 - Gráfico $\Phi_{iE} \times V_{cl}$ mostrando os *cut-offs* definidos para a eletrofácies arenitos reservatórios.

Sendo assim, foram definidos e extrapolados para todos os outros 42 poços os seguintes critérios para a definição de eletrofácies:

Se $V_{clay} < 75\%$ e $\Phi_{iE} > 10\%$ \Rightarrow eletrofácies arenito reservatório

Se $V_{clay} \geq 75\%$ ou $\Phi_{iE} \leq 10\%$ \Rightarrow eletrofácies folhelho

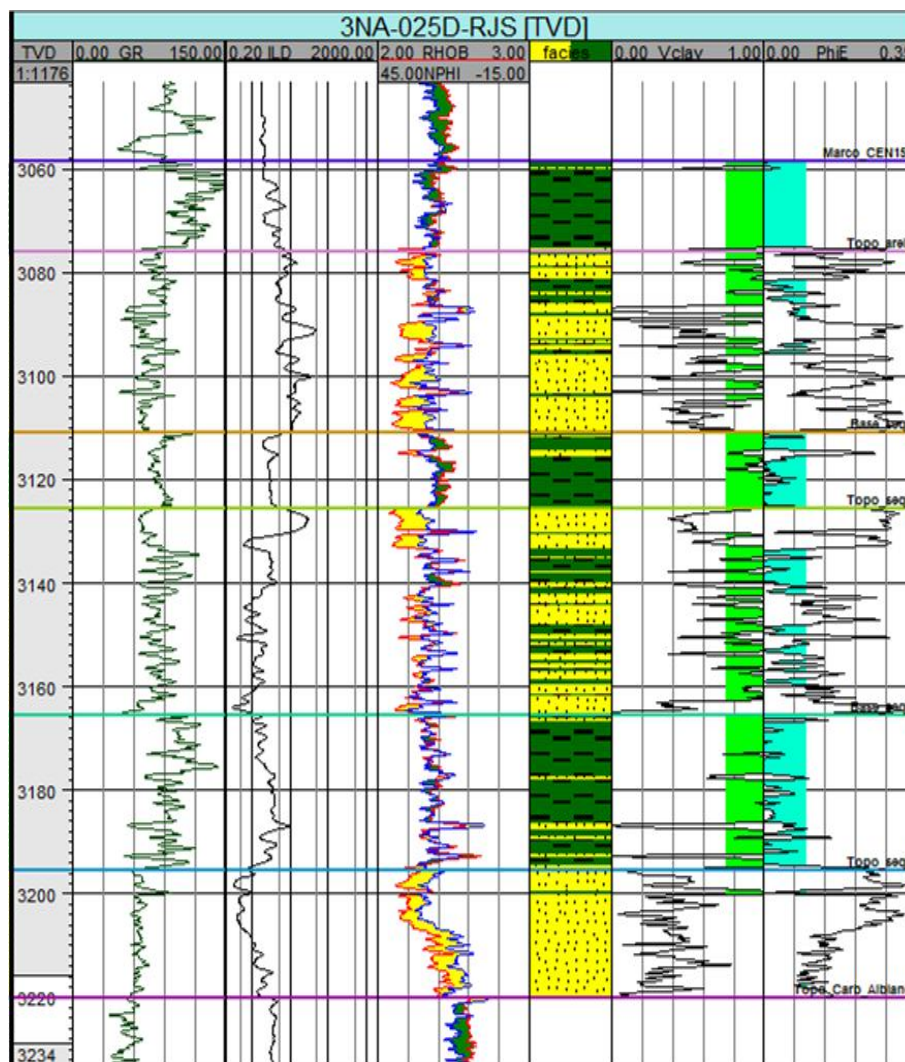


Figura 47 - Perfil de eletrofácies criado para o poço 3NA-025D segundo os *cut-offs* definidos.

9.7. EXTRAÇÃO DE ATRIBUTOS SÍSMICOS

A fim de serem usados como variáveis secundárias para a simulação e estimação das propriedades petrofísicas do reservatório, extraiu-se o atributo de impedância acústica da sísmica. Esse atributo foi extraído pelo *software* PETREL®, pelo método da integração do sinal sísmico descrito no capítulo 6.

10. APLICAÇÃO DA GEOESTÍSTICA NA CONSTRUÇÃO DO MODELO 3D

10.1. KRIGAGEM DOS HORIZONTES SÍSMICOS

Os dados interpretados no cubo sísmico 3D são representados no programa como pontos. Porém, para construir o modelo do reservatório, é necessário que os horizontes interpretados entrem como uma superfície em forma de malha regular (*grid*). Por isso, nesta etapa, realizou-se a interpolação dos pontos da interpretação dos horizontes pelo algoritmo de krigagem.

10.1.1. TOPO DO RESERVATÓRIO

O horizonte topo do reservatório, representado pelo marco CEN150, foi interpretado a partir do cubo sísmico, como já explicado no capítulo 9.

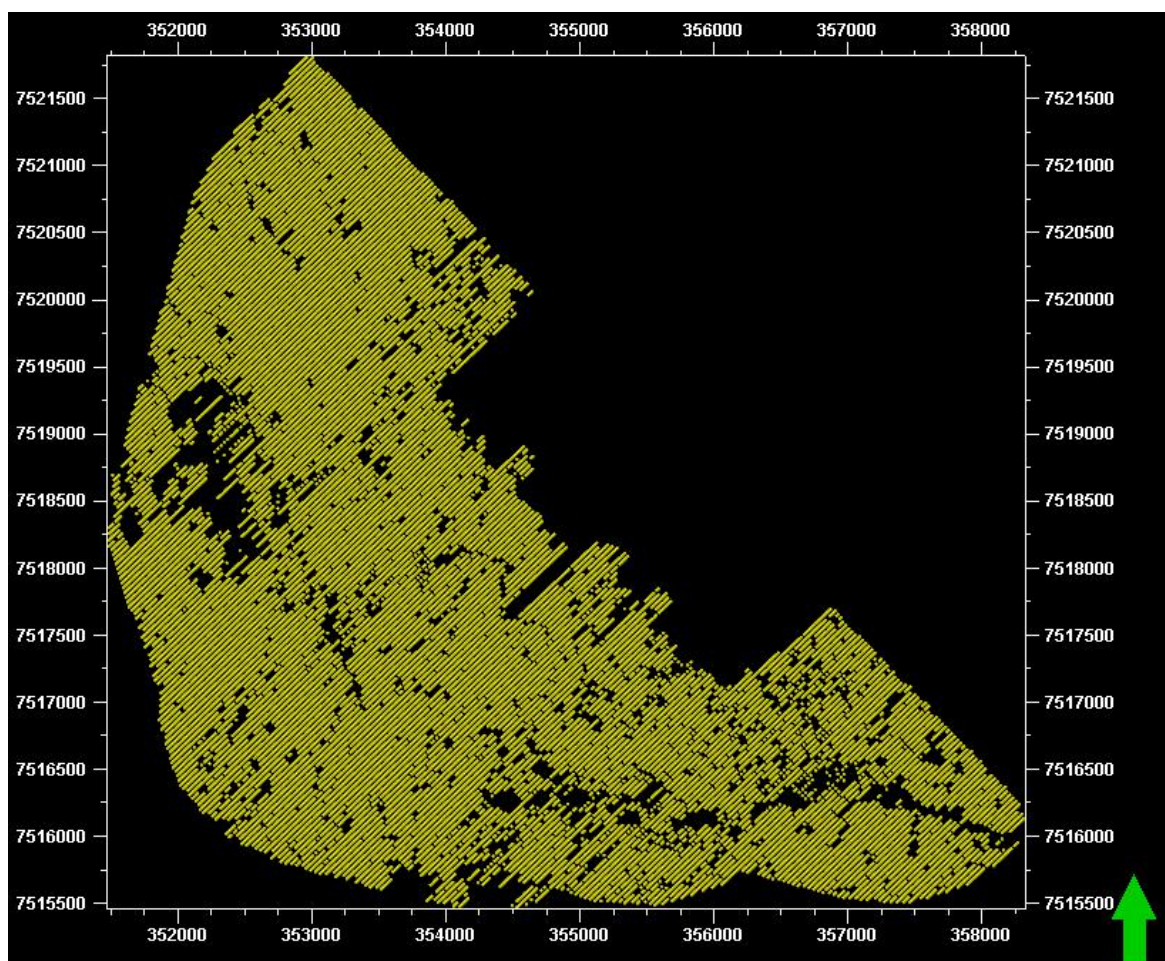


Figura 48 - Distribuição dos pontos da interpretação sísmica do topo do reservatório (horizonte Marco CEN150).

O arquivo de saída dessa interpretação é um arquivo com 31846 pontos, bem distribuídos pela área de extensão do reservatório (figura 48).

A variável que será atribuída a cada célula da superfície reticulada é o tempo (*TWT - two-way time*), cuja distribuição percentual de frequências está representada na figura abaixo.

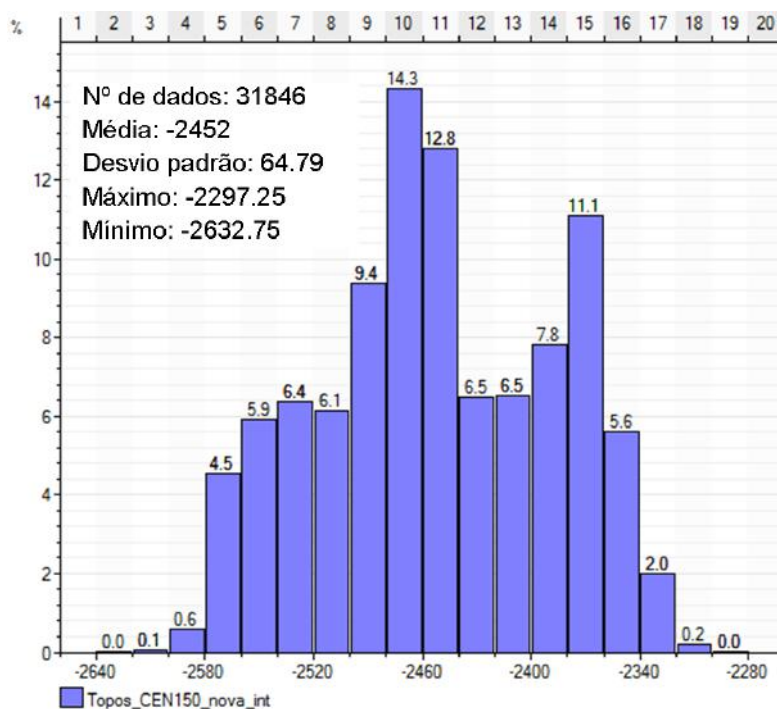


Figura 49 - Distribuição de frequências da variável *TWT* para os pontos da interpretação sísmica topo do reservatório.

Na krigagem é necessário que se tenha como entrada uma função de continuidade espacial da variável, no caso, o semivariograma.

Como descrito no capítulo 8, a primeira etapa para a variografia é a realização de um semivariograma experimental *omnidirecional*. Caso se consiga identificar alguma estrutura, pode-se explorar os dados em busca de alguma direção de maior continuidade.

No caso dos pontos da interpretação do topo, o semivariograma *omnidirecional* apresentou estrutura, por isso calculou-se um mapa de semivariograma em busca de alguma anisotropia nos dados.

Analisando-se o mapa gerado (figura 49), pode-se verificar uma direção de maior continuidade espacial a Sudeste (azimute 135°), e uma de menor continuidade perpendicular a essa direção (azimute 45°). A direção de maior continuidade coincide aproximadamente com a direção do canal da deposição turbidítica.

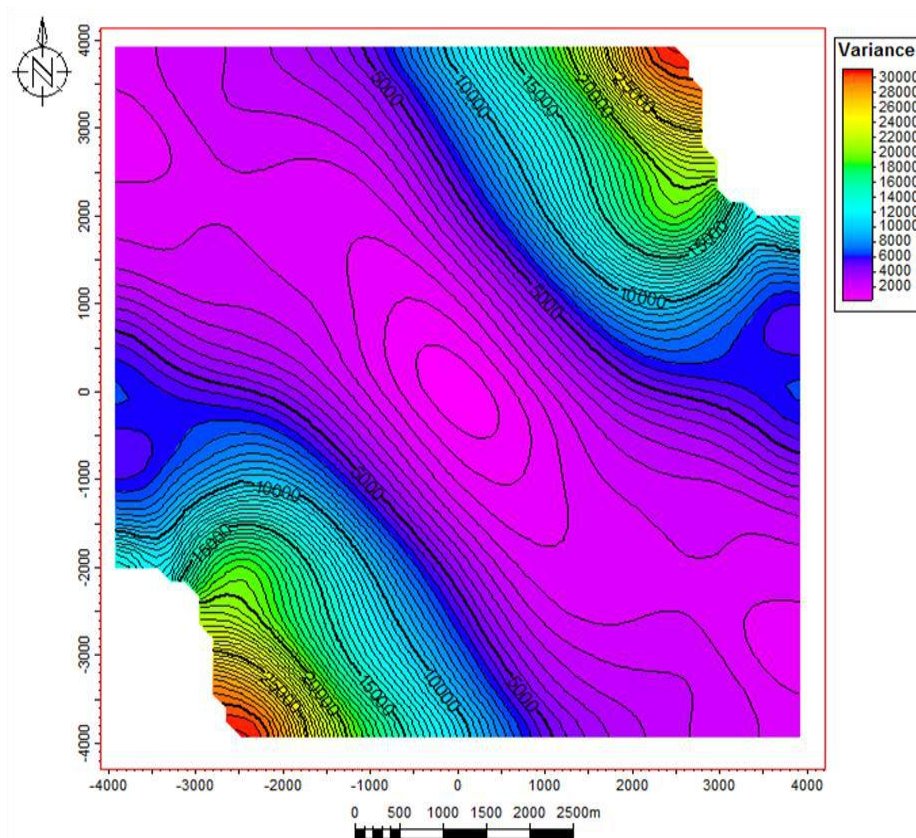


Figura 50 - Mapa de semivariograma para os pontos da interpretação sísmica para o topo do reservatório, mostrando uma direção de maior continuidade a NW.

O passo seguinte foi o cálculo de semivariogramas experimentais para as duas direções definidas. Pode-se observar que, para grandes distâncias, ambos semivariogramas apresentam um afastamento da condição de estacionariedade, podendo ser devido a uma tendência na região.

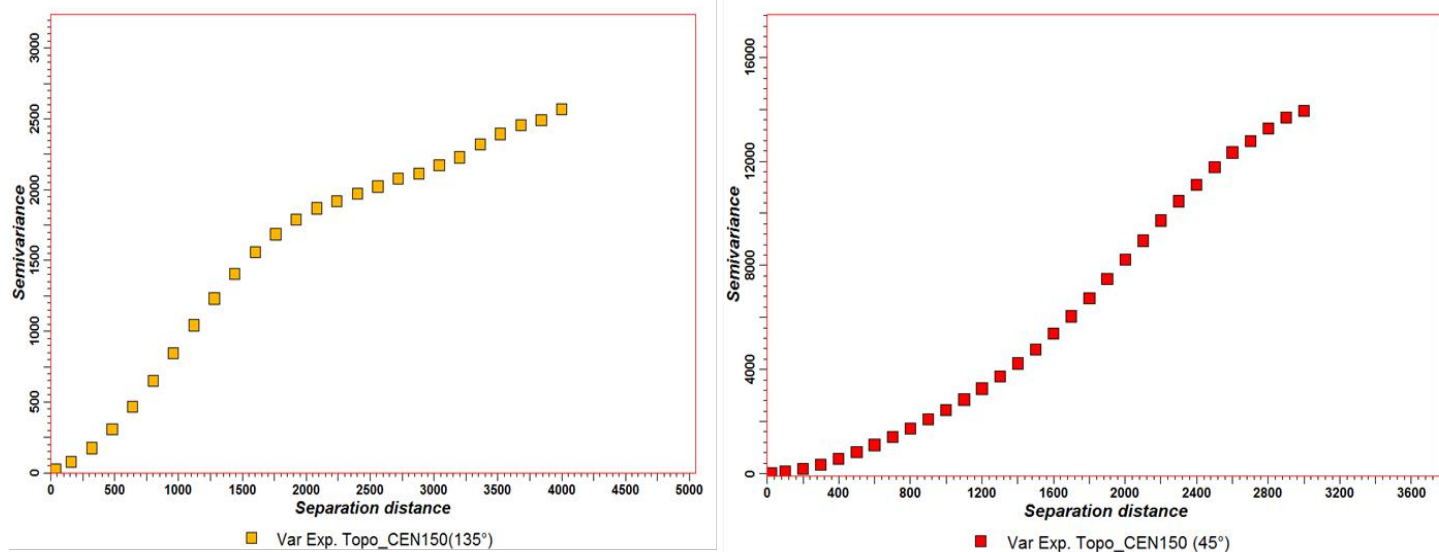


Figura 51 - Semivariogramas experimentais para a direção 135° (amarelo) e 45° (vermelho).

Depois tentou-se ajustar ao semivariograma experimental um modelo variográfico. O semivariograma da direção de maior continuidade (135°) obteve um bom ajuste com o modelo gaussiano até a interdistância de aproximadamente 2700m. Porém como a área de vizinhança de busca dos pontos na krigagem será menor que esse valor, já que há uma grande quantidade de pontos, resolveu-se adotar esse modelo para a relação espacial na direção 135°.

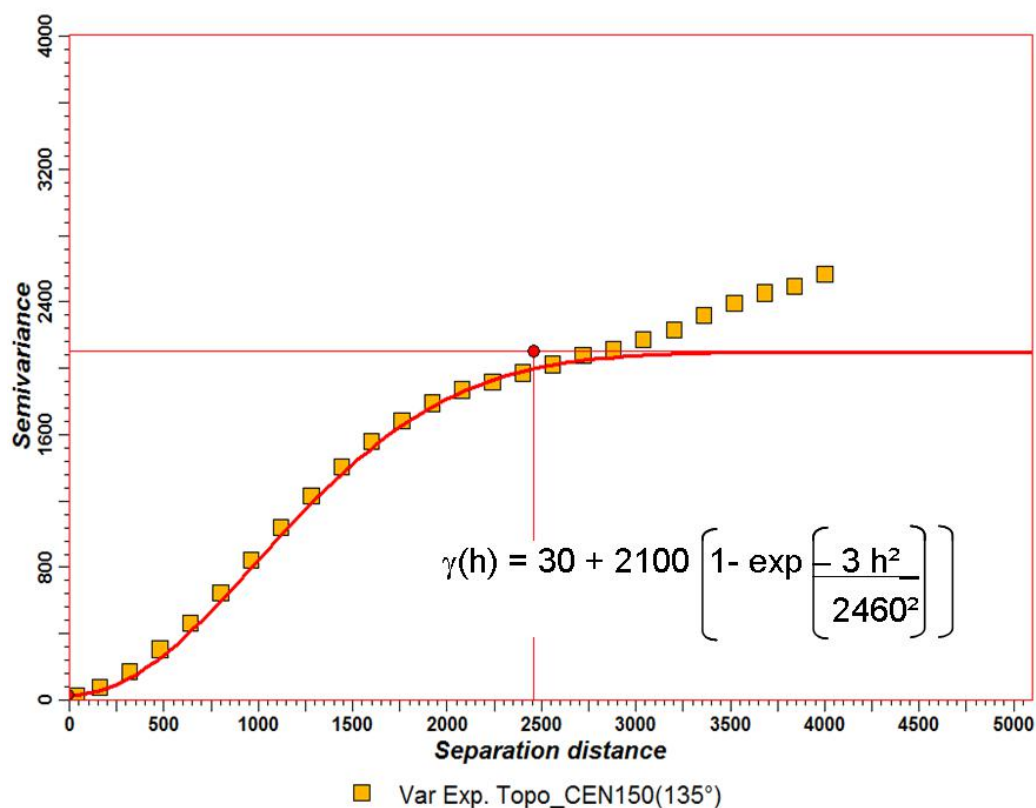


Figura 52 - Ajuste do semivariograma experimental para a direção 135° com o modelo gaussiano.

Já o semivariograma experimental da direção de menor continuidade (45°) não ajustou com nenhum dos três modelos possíveis no *software* PETREL® (gaussiano, esférico e exponencial). Por isso os dados do semivariograma experimental foram carregados no *Microsoft Excel*, no qual foi possível fazer um ajuste para o modelo de efeito buraco, sendo o ajuste otimizado usando a ferramenta *SOLVER*. O semivariograma da direção de 45° foi ajustado até a interdistância de aproximadamente 3400m, até a qual pode-se assumir uma condição de estacionariedade dos dados. Esse procedimento foi adotado porque a krigagem terá sua área de vizinhança de busca limitada a algumas centenas de metros.

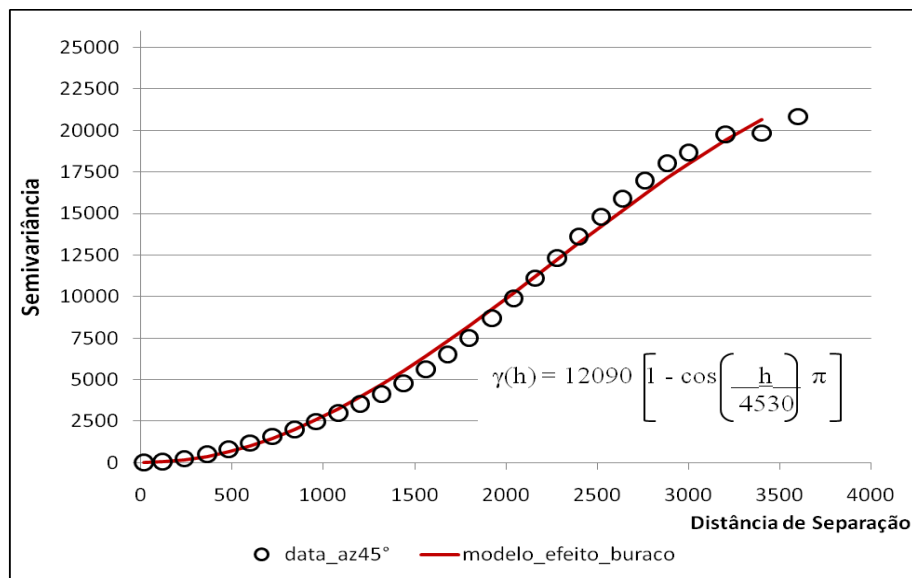


Figura 53 - Ajuste do semivariograma experimental para a direção 45° com o modelo de efeito buraco.

Com as funções espaciais devidamente modeladas, o próximo passo foi realizar a krigagem da superfície. Como o programa PETREL® não realiza krigagem com anisotropia zonal, apenas geométrica, foi necessário utilizar o programa KT3D dentro da suíte do GSLIB (Deutsch & Journel, *op. cit.*) para realizar a krigagem.

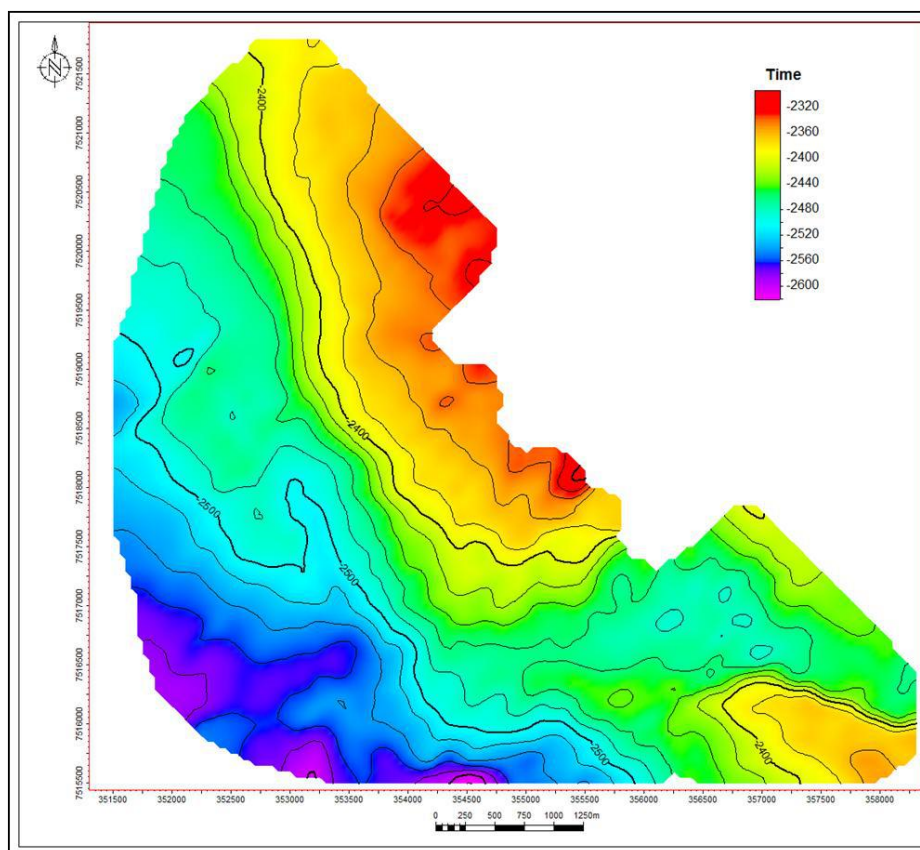


Figura 54 - Superfície de topo do reservatório krigada.

Para a interpolação foi usado o algoritmo de krigagem ordinária, que não necessita assumir a estacionariedade de primeira ordem dos dados, e os modelos de semivariogramas anteriormente definidos. O grid gerado pelo KT3D foi exportado e carregado no programa PETREL®.

10.1.2. BASE DO RESERVATÓRIO

O horizonte base do reservatório, interpretado como topo da seção carbonática, tem como arquivo de saída 30092 pontos, bem distribuídos pela área de extensão do reservatório (figura 55).



Figura 55 - Distribuição dos pontos da interpretação da base do reservatório.

Similarmente ao topo do reservatório, a variável que será atribuída a cada célula da superfície gridada é *TWT*, cuja distribuição de frequências está representada na figura 55.

A fim de verificar se havia alguma anisotropia espacial no conjunto de dados, calculou-se um mapa de semivariograma, (figura 57), que revelou a existência de uma direção de maior continuidade de azimuth 128° e uma outra direção de menor continuidade espacial perpendicular à primeira.

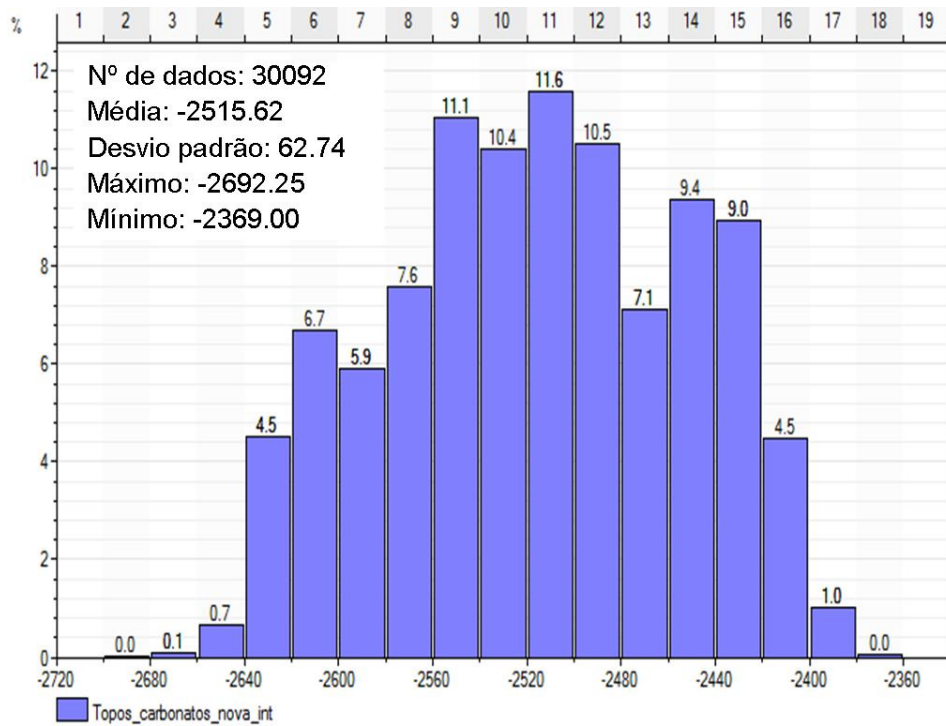


Figura 56 - Distribuição de frequências da variável *TWT* para a base do reservatório.

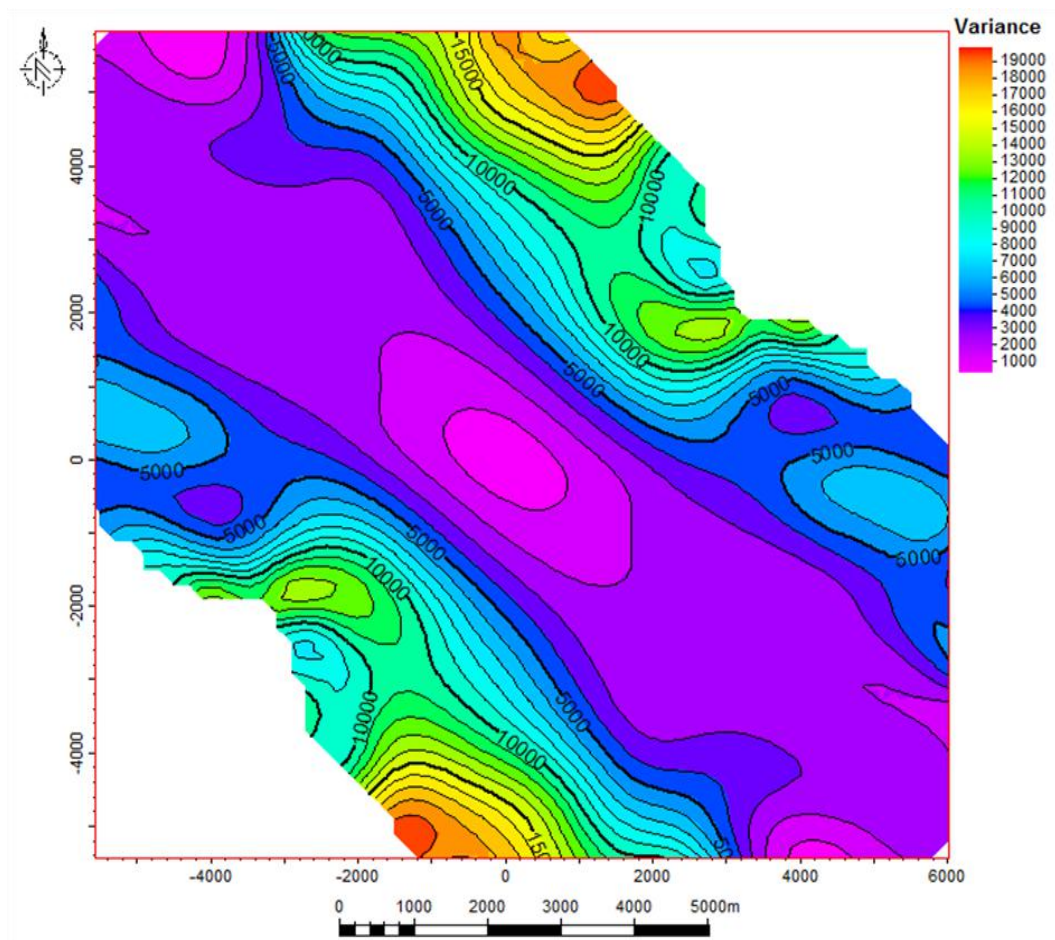


Figura 57 - Mapa de semivariograma, mostrando uma direção de maior continuidade a NW.

Foi calculado o semivariograma experimental para as duas direções indicadas pelo mapa de semivariograma. Nesses semivariogramas experimentais tentou-se ajustar um modelo variográfico.

A direção de maior continuidade (az=128°) obteve um bom ajuste com o modelo esférico até a distância aproximada de 5000m. A partir de então considerou-se uma região de não estacionariedade dos dados, porém, como a krigagem teve sua vizinhança de busca limitada a algumas centenas de metros, não houve influência dessa não estacionariedade na estimação.

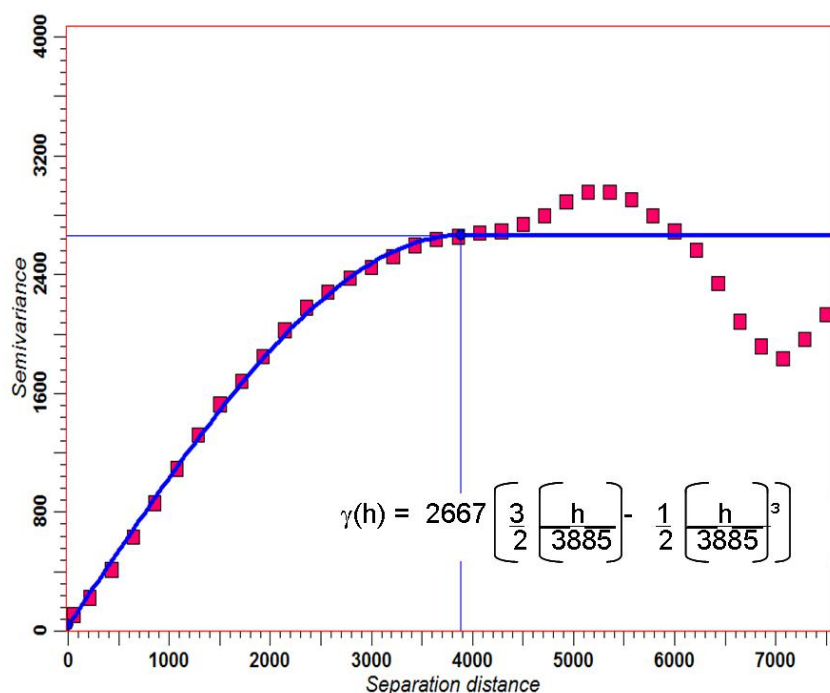


Figura 58 - Semivariograma experimental e modelo ajustado para a direção 128°.

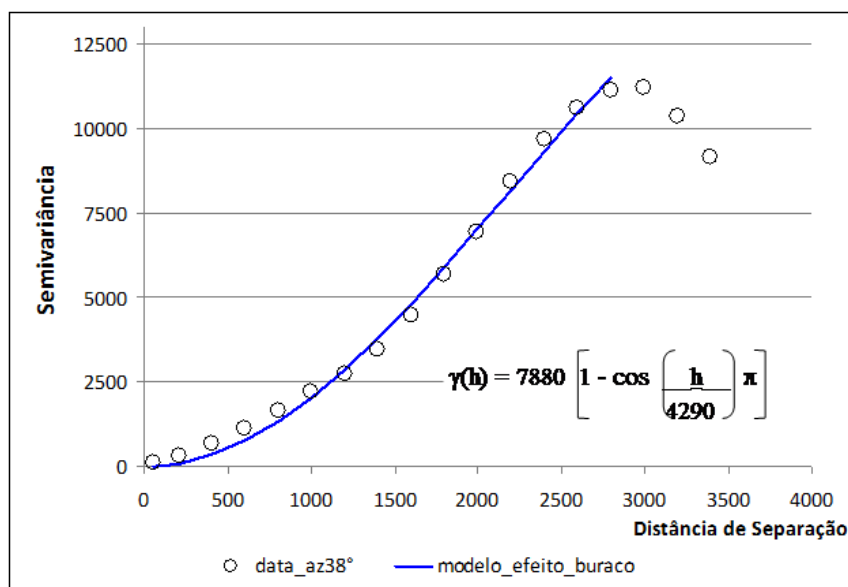


Figura 59 - Semivariograma experimental e modelo ajustado para a direção 38°.

Para a direção de menor continuidade, nenhum dos modelos variográficos disponíveis no *software* PETREL® ajustou bem com o semivariograma experimental. Por isso, plotou-se o mesmo no *Microsoft Excel* e, utilizando-se o aplicativo *SOLVER*, foi possível fazer um ajuste com o modelo variográfico de efeito buraco. Esse ajuste só é válido até a distância de 2800m, mas, pelos mesmos motivos anteriormente explicados, pode ser utilizado na krigagem.

Como os semivariogramas modelados representam uma anisotropia zonal, a krigagem não pode ser feita no *software* PETREL® pelo fato de o mesmo só permitir modelos espaciais com anisotropia geométrica. Portanto, utilizou-se o programa KT3D dentro da suíte do GSLIB® para realizar a krigagem. A krigagem escolhida foi a ordinária, para não haver problema com alguma não-estacionariedade dos dados, além disso limitou-se a área de busca a 200m pela abundância de pontos e, assim, estando bem ajustado com os modelos espaciais adotados.

A superfície krigada foi importada novamente no PETREL® e pode ser observada na figura 60.

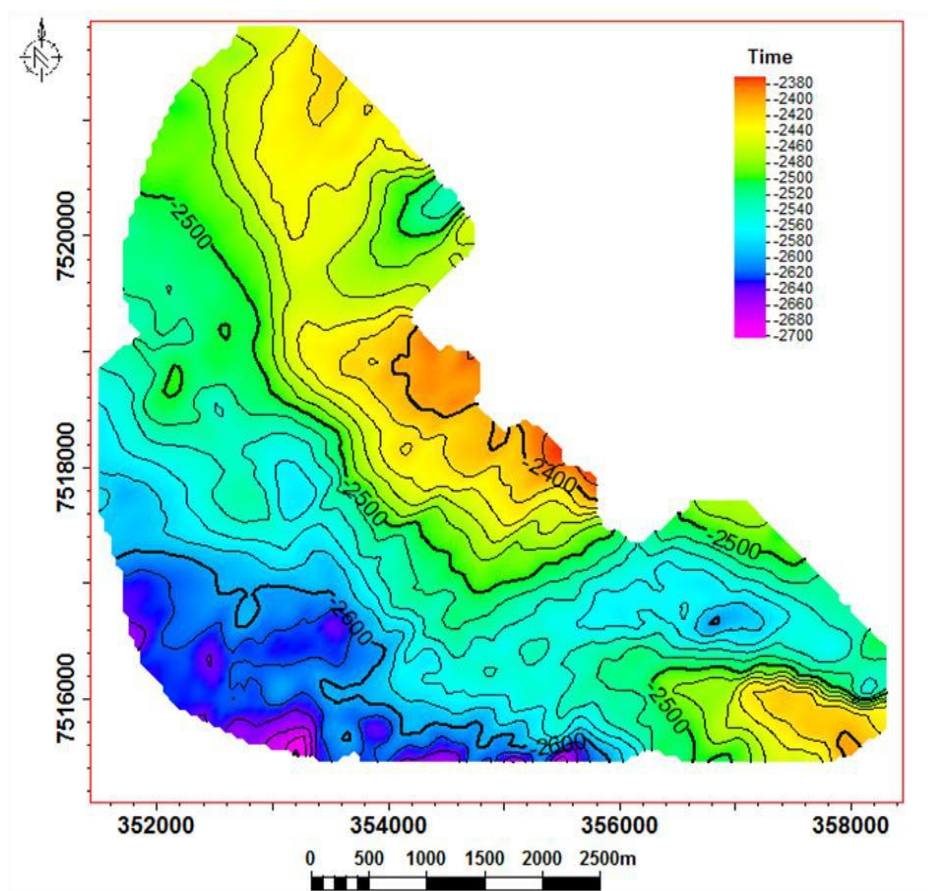


Figura 60 - Superfície base do reservatório krigada.

10.2. MUDANÇA DE ESCALA DOS DADOS DE ENTRADA

Como as duas variáveis que serão utilizadas: perfis de poços (primárias) e sísmica (secundária) têm resolução muito diferente, é necessário realizar uma mudança de escala para essas variáveis antes de estimar qualquer correlação entre elas.

10.2.1. DETERMINAÇÃO DAS ESPESSURAS DAS CAMADAS

A determinação das espessuras das camadas do modelo é um passo importante, pois na verdade representa a determinação da escala vertical do modelo.

Pelo fato de não haver nenhuma informação a respeito de continuidade ou truncamento de camadas em pequena escala, optou-se pela construção de um modelo *layer cake* que assume que o número de camadas é constante por toda a extensão do modelo e as espessuras das camadas são proporcionais a espessura da zona em cada ponto do modelo.

Como a variável primária da modelagem está contida nos perfis de poços, é importante que a espessura das camadas seja menor que o alcance do semivariograma vertical dessas variáveis primárias. Por isso calculou-se o semivariograma vertical para cada zona dos perfis de eletrofácies e porosidade que serão os perfis efetivamente usados na modelagem, e escolheu-se o número de camadas proporcionais por zona, de modo que, no poço com maior espessura de cada zona, a espessura das camadas fosse menor que o alcance do semivariograma.

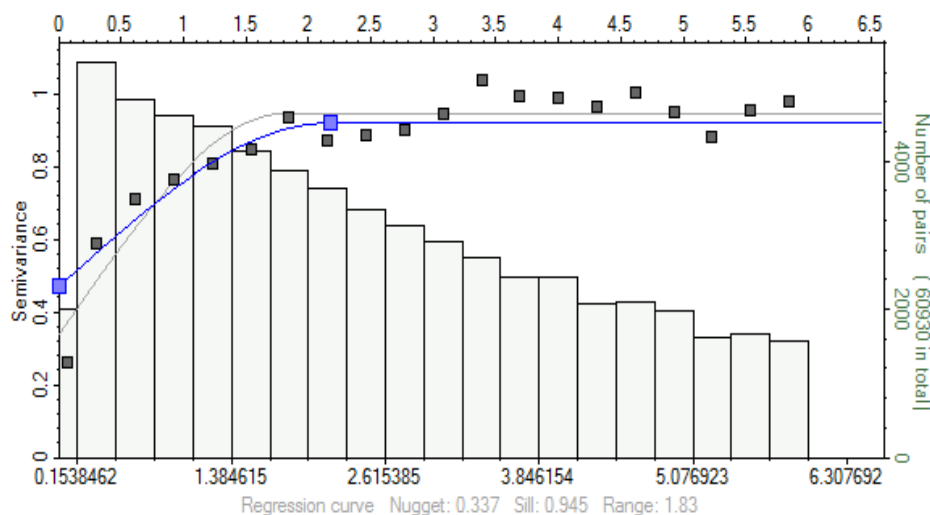


Figura 61 - Semivariograma na direção vertical para zona 3.

A justificativa para adotar esse procedimento é que, se a espessura for maior que o alcance, a célula não terá nenhuma correlação vertical com as células acima e abaixo, não havendo assim nenhuma correlação espacial na direção vertical.

A figura acima mostra um semivariograma na direção vertical do perfil de eletrofácies para zona 3. O alcance obtido foi de 2,2m. Assim, segundo a metodologia adotada, a espessura máxima das camadas deve ser de 2,2m. Como o poço com maior espessura nessa zona é o 7NA-037D com 19,02m, optou-se por construir 10 camadas proporcionais. Sendo assim, a espessura das camadas no poço 7NA-037D será igual a 1,9m, menor que o alcance vertical.

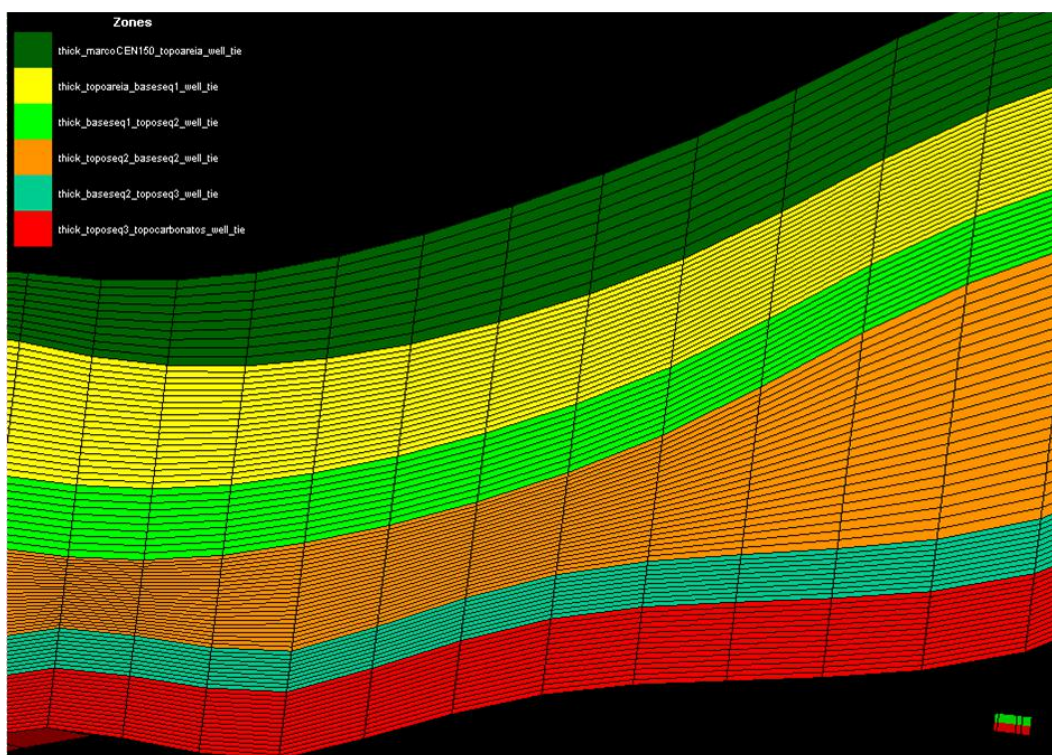


Figura 62 - Seção do modelo construído, mostrando as camadas de espessuras proporcionais.

10.2.2. UPSCALING DOS PERFIS PETROFÍSICOS

Depois de definidas as espessuras das camadas, o próximo passo estabelecido foi a elevação de escala dos perfis de eletrofácies e porosidade (*upscaling*).

Para o perfil de eletrofácies usou-se o algoritmo *most of*, que na verdade escolhe a moda dos dados para cada célula do modelo cruzada pelo poço. Foi adotado esse algoritmo pelo fato de se tratar de uma variável categórica.

Para o perfil de porosidade, por tratar-se de propriedade contínua, foi usado o algoritmo de média aritmética. Sendo assim, é feita a média aritmética dos dados para cada célula cruzada pelos poços.

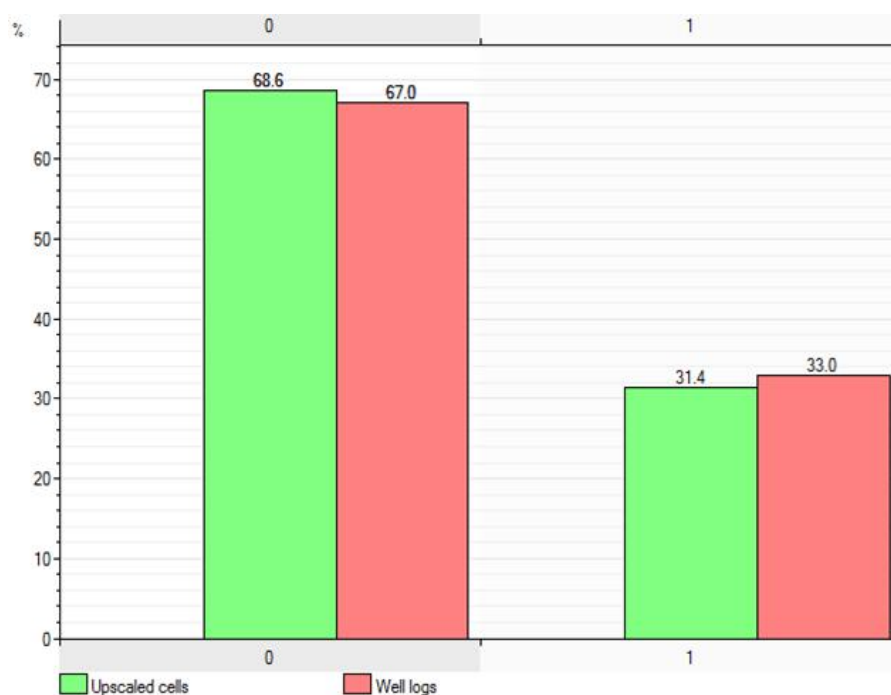


Figura 63 - Distribuição de frequências para as eletrofácies nos perfis de poços (em rosa) e nas células do modelo, *upscaled* (em verde).

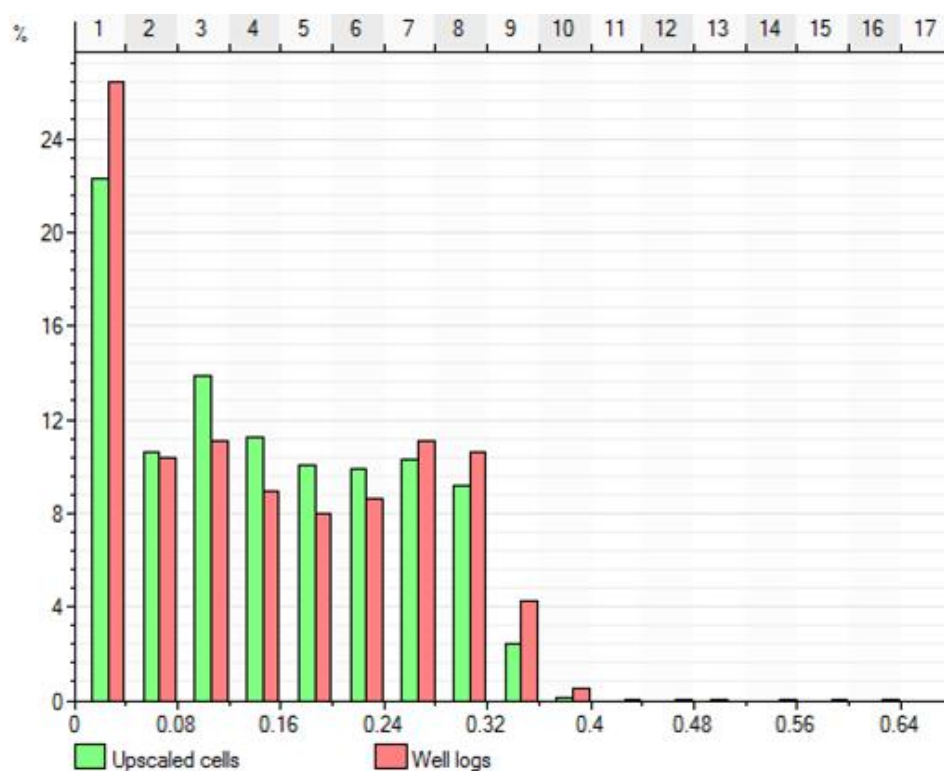


Figura 64 - Distribuição de frequências para as porosidades nos perfis de poços (em rosa) e nas células do modelo, *upscaled* (em verde).

10.2.3. REAMOSTRAGEM DA SÍSMICA PARA ESCALA DO MODELO

A escala de resolução da sísmica é maior do que a escala do modelo, então se faz necessário fazer uma reamostragem do atributo sísmico de impedância acústica para a escala do modelo. Na verdade, essa não é uma operação muito precisa, já que é necessário fazer um *downscaling* da sísmica. Portanto, tentou-se o método mais preciso possível. Esse método consiste em que todas as células da sísmica que interceptam uma célula do modelo influenciam no valor atribuído à célula do modelo de maneira ponderada, ou seja, levando em conta o volume que a célula da sísmica ocupa na célula do modelo.

No caso, essas células foram interpoladas usando três métodos diferentes:

- 1) média ponderada entre os valores de impedância e seus volumes;
- 2) valor de amplitude máximo de todas as células interceptadas;
- 3) valor de amplitude mínimo de todas as células interceptadas.

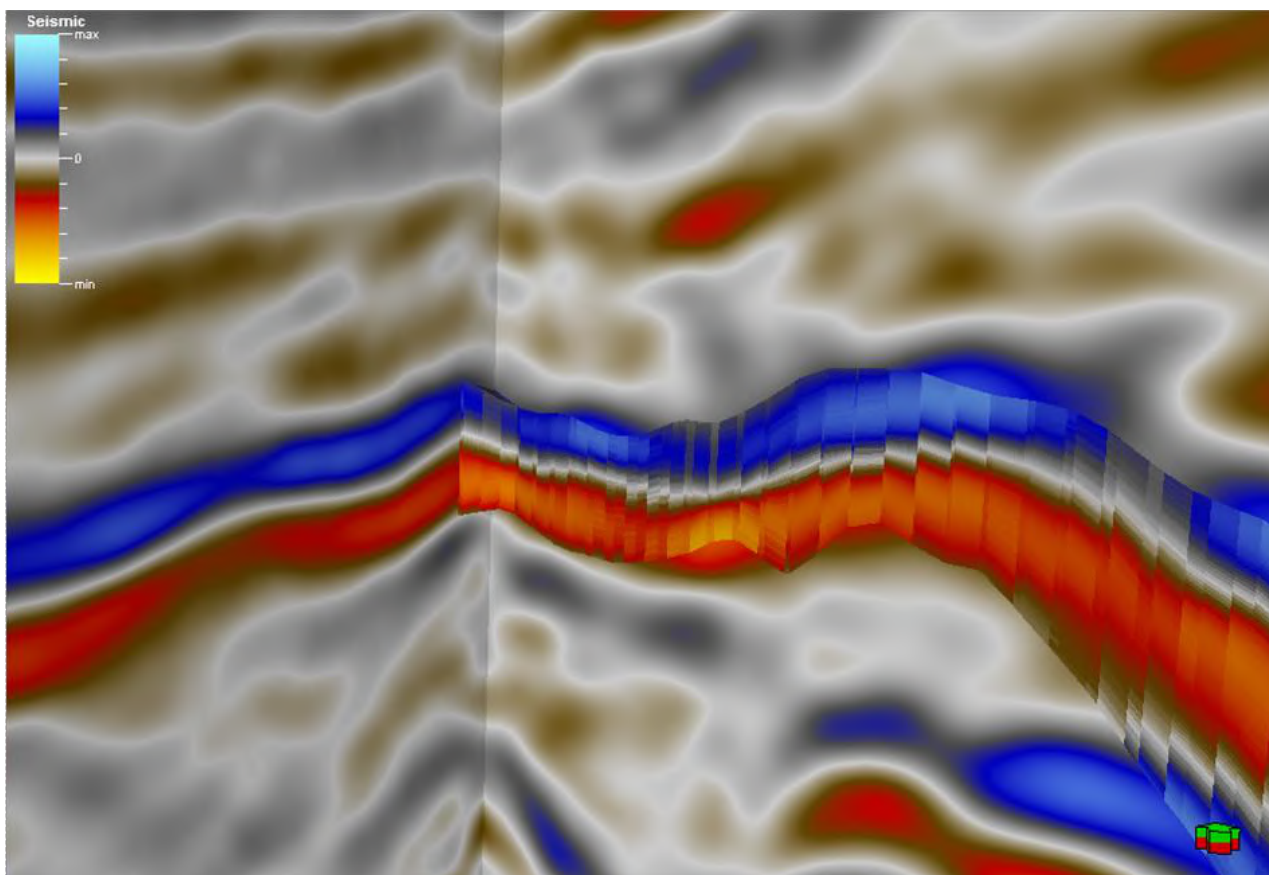


Figura 65 - Comparação do cubo de impedância acústica reamostrado, usando média ponderada, para o modelo e as seções sísmicas do cubo do atributo.

10.3. KRIGAGEM 3D PARA AS ELETROFÁCIES

Para o modelo tridimensional de eletrofácies, escolheu-se usar uma krigagem e assim adotar como resultado o cenário mais provável, isto é, a eletrofácies mais provável em cada célula.

Como só foram determinadas duas eletrofácies para o reservatório, não foi necessário realizar uma transformação de indicatrizes, já que, com um conjunto de eletrofácies binário, a probabilidade de uma eletrofácies é complementar da outra, podendo a distribuição ser representada pelo modelo de *Bernoulli* (ver capítulo 7).

Dessa maneira, a variável eletrofácies foi tratada como uma variável contínua com $X \in [0,1]$, onde $X=0$ =eletrofácies areia e $X=1$ =eletrofácies folhelho, e os números entre 0 e 1 indicariam a probabilidade de $X=1$, ou seja, de ser eletrofácies folhelho.

10.3.1. ANÁLISE EXPLORATÓRIA DOS DADOS

O primeiro passo antes da krigagem das eletrofácies foi buscar algum tipo de correlação com as propriedades reamostradas da sísmica, a partir do atributo de impedância acústica. A propriedade sísmica que mostrou melhor relação foi a de impedância acústica mínima.

A distribuição de frequências dessa propriedade para todo o modelo está representada na figura abaixo.

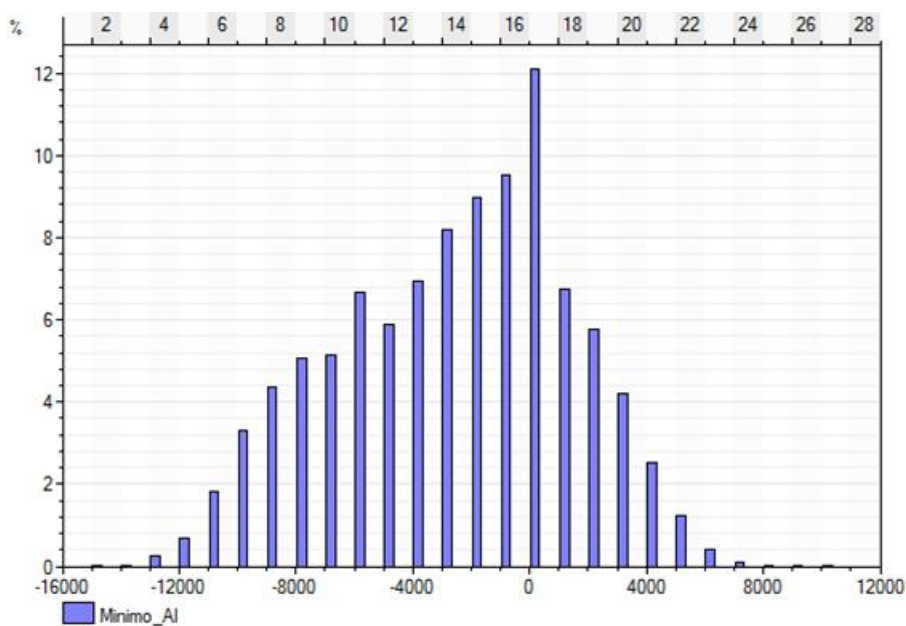


Figura 66 - Distribuição de frequência da propriedade sísmica AI mínima para todo o modelo.

A distribuição de frequências absoluta dessa mesma propriedade apenas para as células cortadas pelos poços está representada na figura 67.

Ao fazer uma distribuição absoluta da impedância mínima por eletrofácies, podem-se observar duas distribuições bem marcadas, a de eletrofácies areia, concentrada em menores amplitudes, e eletrofácies folhelho, nas classes de maiores amplitudes, como expresso na figura 68.

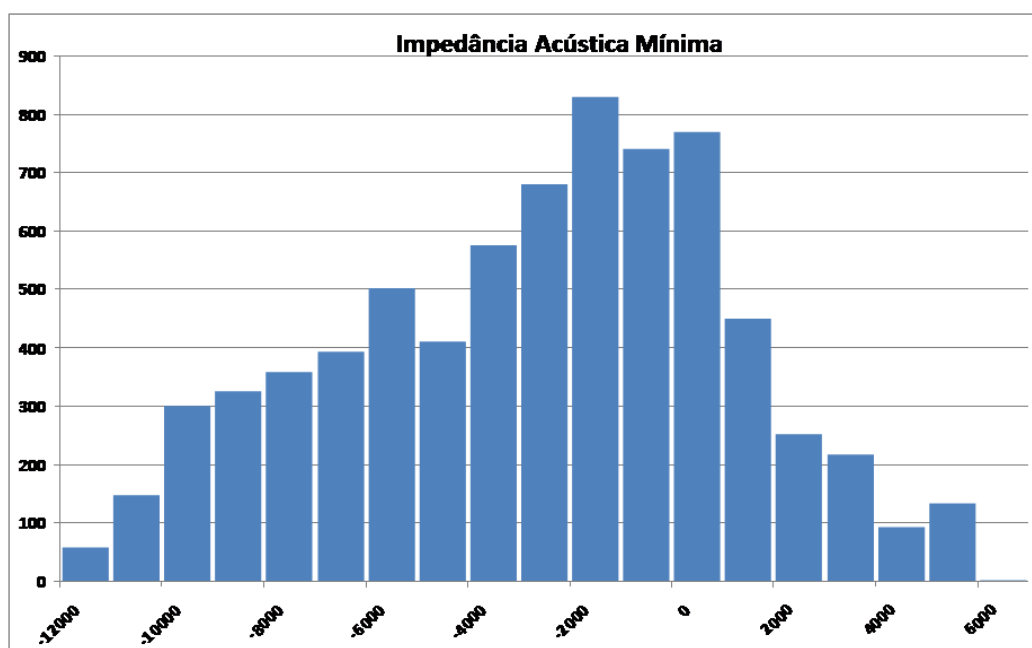


Figura 67 - Distribuição de frequência da propriedade sísmica AI mínima para as células cortadas pelos poços.



Figura 68 - Distribuição de frequência da propriedade sísmica AI mínima por eletrofácies.

Escolheu-se então utilizar essa propriedade como variável secundária em uma krigagem com deriva externa. Na verdade, o valor de entrada da variável secundária utilizado foi a probabilidade de $X=1$, ou eletrofácies folhelho.

Os valores de probabilidade de folhelho por classe de impedância mínima foram utilizados para, a partir da propriedade sísmica de impedância acústica mínima, se criar um cubo de probabilidades de eletrofácies folhelho para todo o modelo.

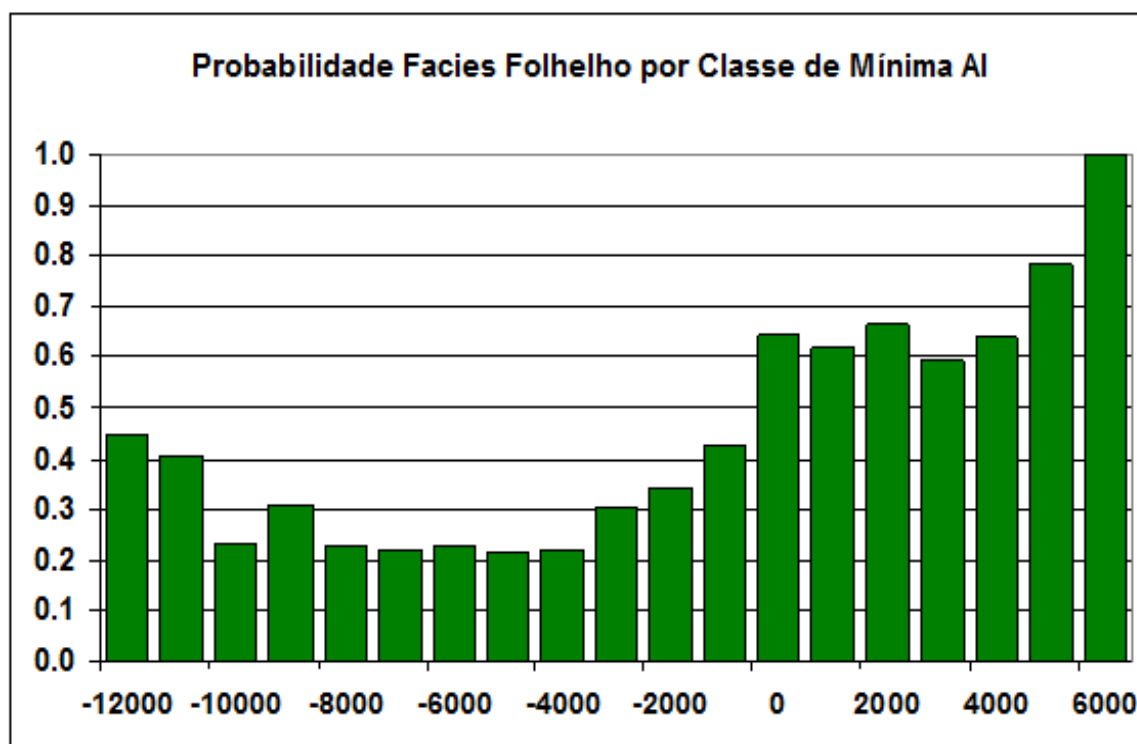


Figura 69 - Probabilidade de ocorrência da eletrofácies folhelho por classe de impedância acústica mínima.

A figura 70 representa um mapa de probabilidades de folhelho para o topo do reservatório, e a figura 71, um mapa de mínima impedância acústica também para o topo do reservatório. Comparando-se as duas imagens observa-se que maiores valores de impedância correspondem a probabilidades mais altas de folhelho. Vale ressaltar que o topo do reservatório é constituído de uma zona de condensação máxima, quase inteiramente composto por folhelho, como especificado no capítulo 9.

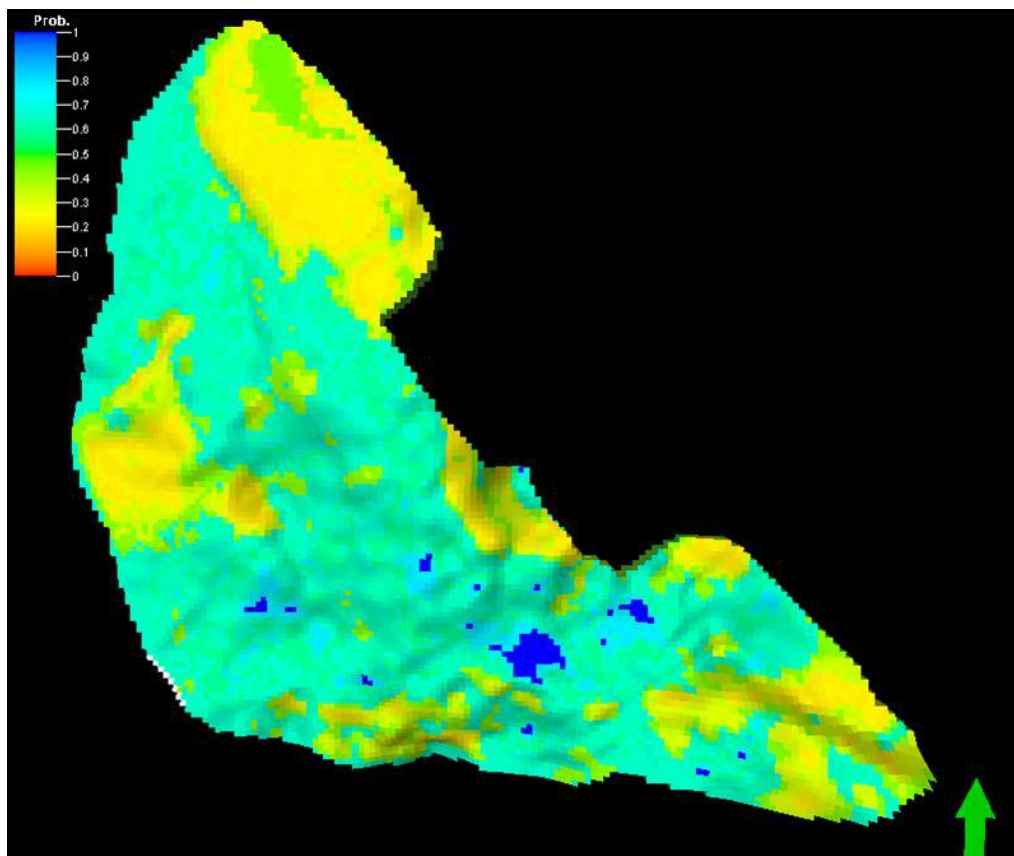


Figura 70 - Mapa de probabilidade de folhelho para o topo do reservatório.

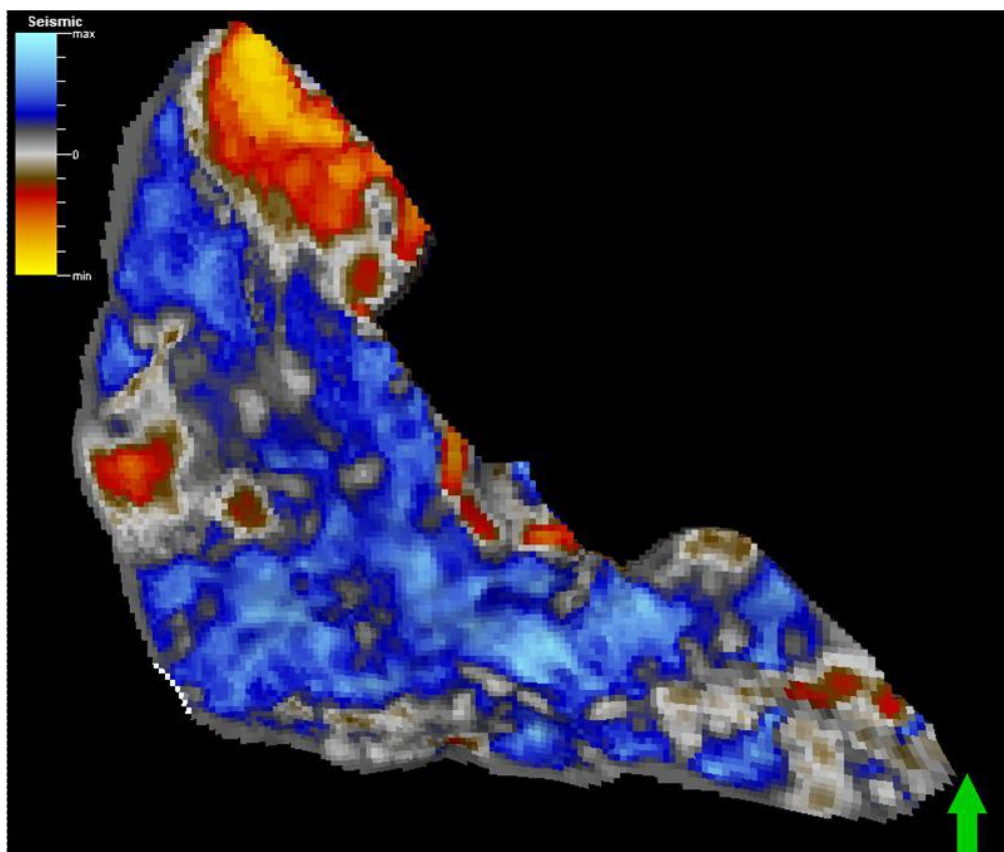


Figura 71 - Mapa de mínima impedância acústica para o topo do reservatório.

10.3.2. VARIOGRAFIA

O passo seguinte da krigagem é modelar uma relação espacial para a variável eletrofácies em três direções: direção de maior continuidade NW, direção de menor continuidade NE e direção vertical. As direções horizontais escolhidas foram retiradas da informação geológica da direção do canal principal do ambiente deposicional, já que nessa etapa existem menos dados, e não foi possível um cálculo de um mapa de semivariograma relevante.

A fim de honrar a informação geológica de haverem seis zonas identificadas no reservatório escolheu-se fazer a krigagem por zona, já que, provenientes de fluxos deposicionais distintos, pode ser que haja diferentes correlações espaciais em cada uma delas.

Pelo fato de haver somente duas eletrofácies não foi preciso a estimativa de um semivariograma para cada eletrofácies, já que um é o complementar do outro.

Abaixo encontram-se todos os semivariogramas modelados, da zona 1 até a zona 6, com seus parâmetros mais importantes. Todos eles foram modelados utilizando-se o modelo esférico.

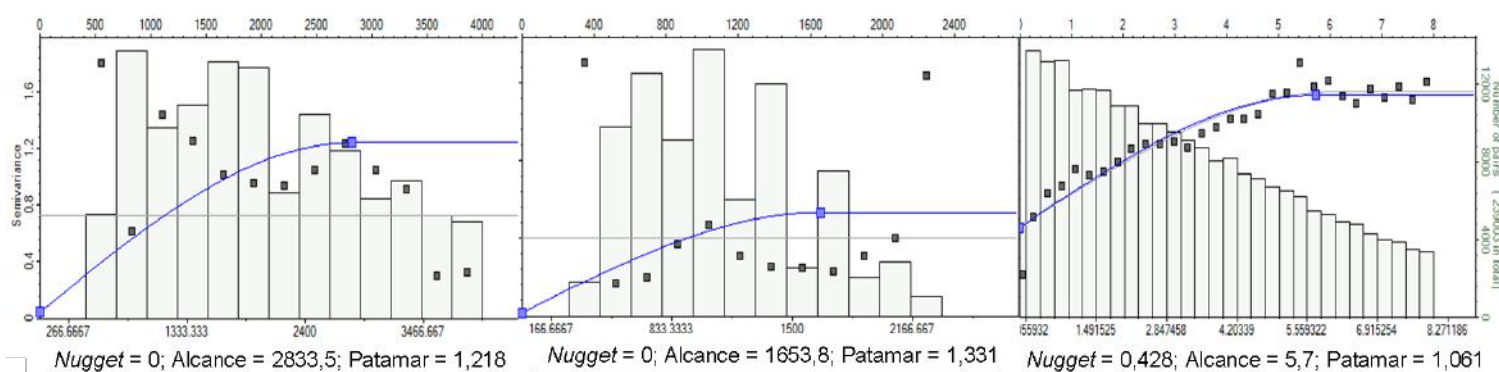


Figura 72 - Semivariogramas modelados para as eletrofácies, direções NW, NE e vertical, na zona 6.

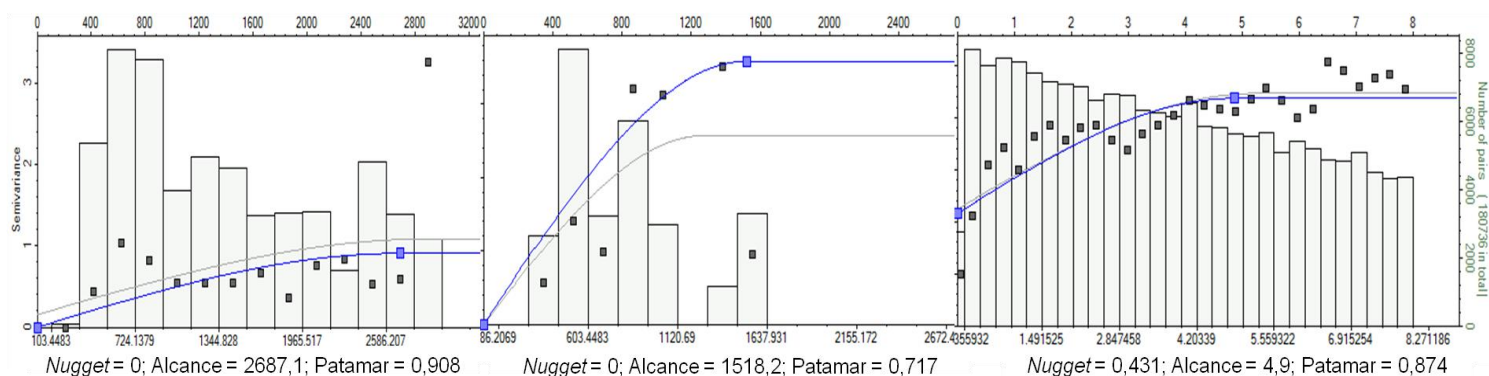


Figura 73 - Semivariogramas modelados para as eletrofácies, direções NW, NE e vertical, na zona 5.

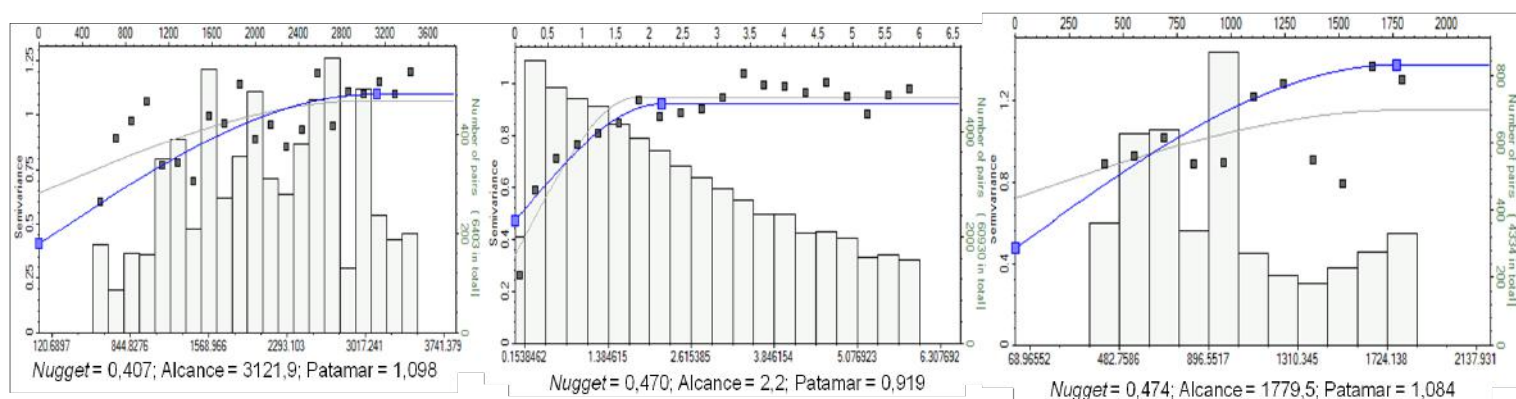


Figura 74 - Semivariogramas modelados para as eletrofácies, direções NW, NE e vertical, na zona 4.

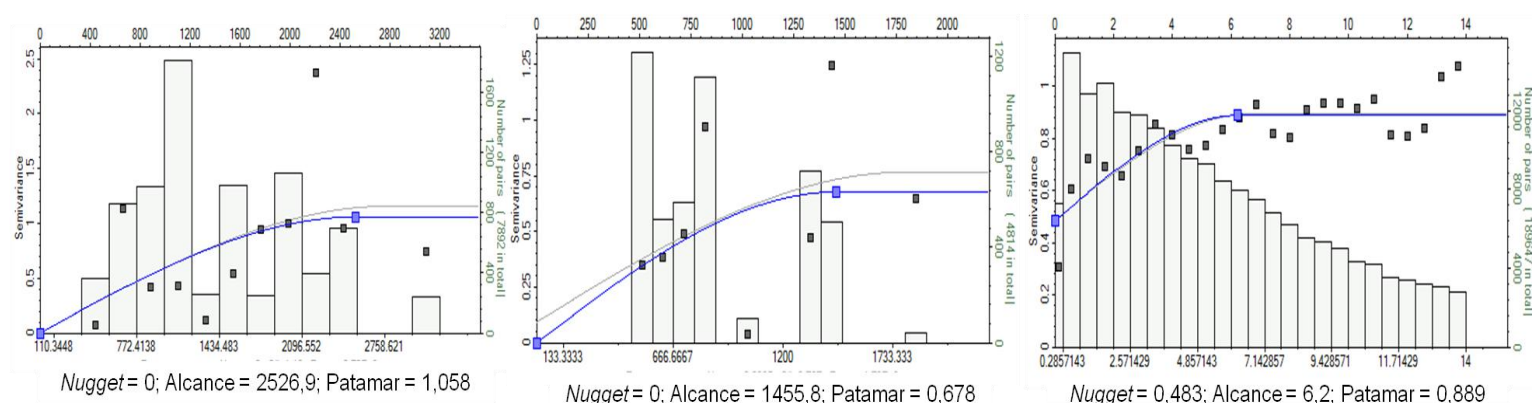


Figura 75 - Semivariogramas modelados para as eletrofácies, direções NW, NE e vertical, na zona 3.

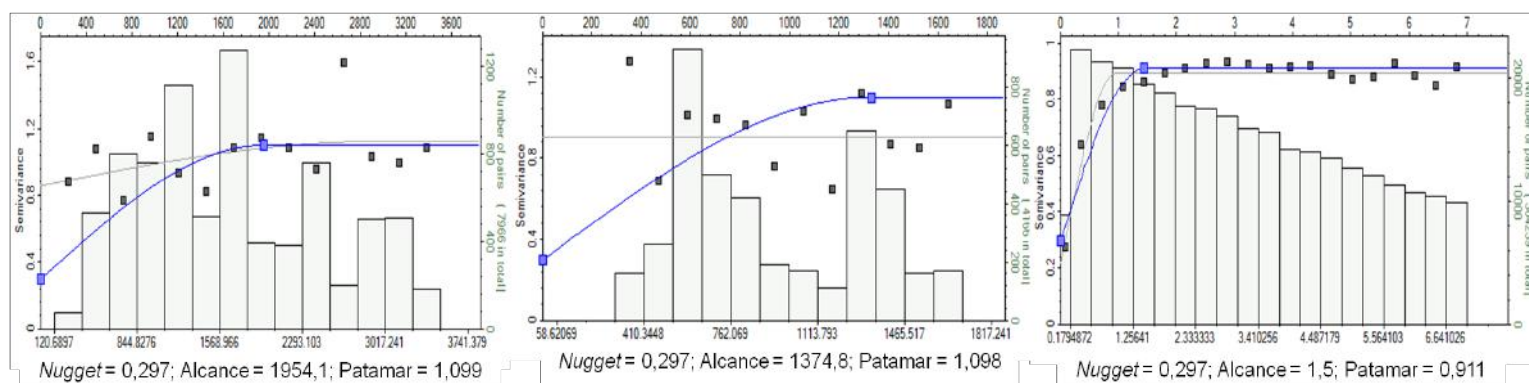


Figura 76 - Semivariogramas modelados para as eletrofácies, direções NW, NE e vertical, na zona 2.

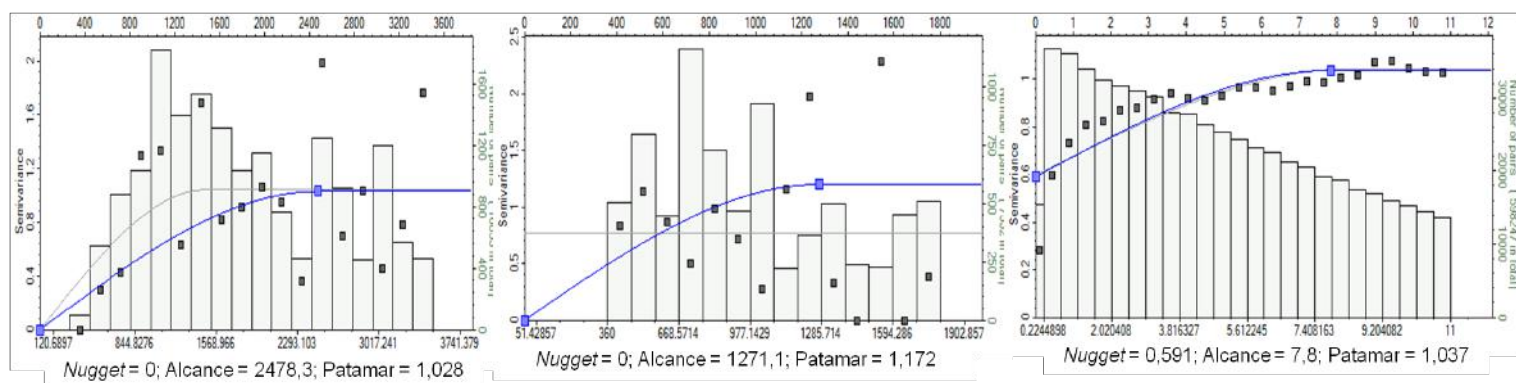


Figura 77 - Semivariogramas modelados para as eletrofácies, direções NW, NE e vertical, na zona 1.

10.3.3. KRIGAGEM

Como já foi dito anteriormente, decidiu-se realizar uma krigagem com deriva externa da variável de eletrofácies, usando o cubo de probabilidade derivado da impedância acústica mínima como variável secundária.

Nessa etapa, tentou-se realizar a krigagem usando o programa KT3D da suíte GSLIB®, devido à anisotropia zonal encontrada nos modelos dos semivariogramas. Porém, ocorreu um erro interno do programa, inviabilizando a realização da krigagem. Portanto, optou-se por fazer a krigagem considerando uma anisotropia geométrica, sendo possível a sua realização no *software* PETREL®.

10.3.4. RESULTADOS

O resultado produzido pela krigagem foi um *grid* de probabilidades de se ter X=1 (eletrofácies folhelho). Como a idéia da realização da krigagem era obter o resultado mais provável, usou-se a seguinte relação para atribuição das eletrofácies.

$$P(X = 1) = \begin{cases} 1, & \text{se } P(X = 1) > 50\% \\ 0, & \text{se } P(X = 1) \leq 50\% \end{cases}$$

A distribuição de frequência relativa para esse novo modelo de eletrofácies tridimensional está representada na figura 78.

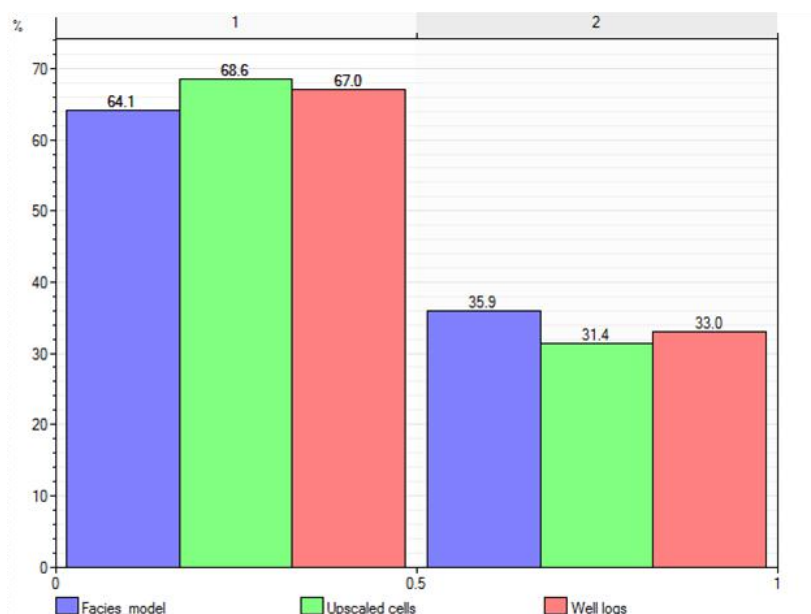


Figura 78 - Distribuição de frequências das eletrofácies nos perfis de poços (rosa), nas células *upscaled* (verde) e em todo modelo resultante da krigagem (azul).

O passo seguinte foi atribuir um grau de confiabilidade a cada valor atribuído, esse grau foi gerado sendo a probabilidade da eletrofácies atribuída em cada célula do modelo. Assim, os valores de confiabilidade variam entre 0,5 e 1, sendo que valores mais próximos de 1 representam maiores graus de certeza da eletrofácies atribuída.

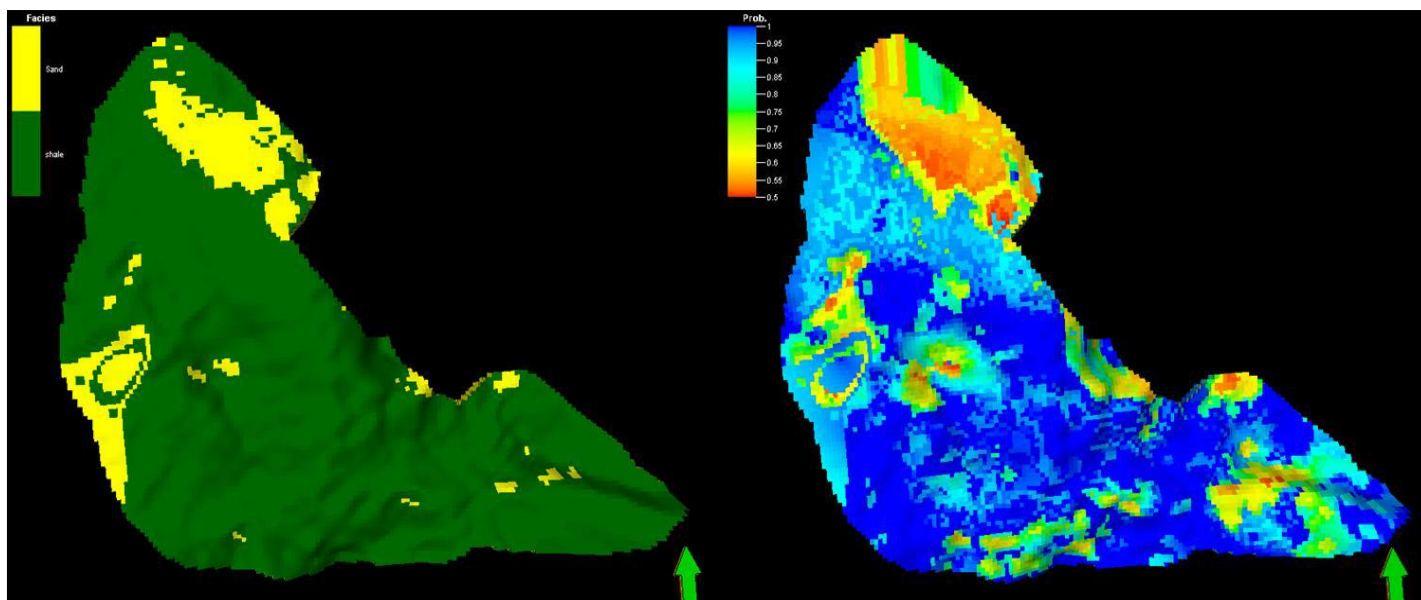


Figura 79 - Mapas de eletrofácies e confiabilidade para a camada 1.

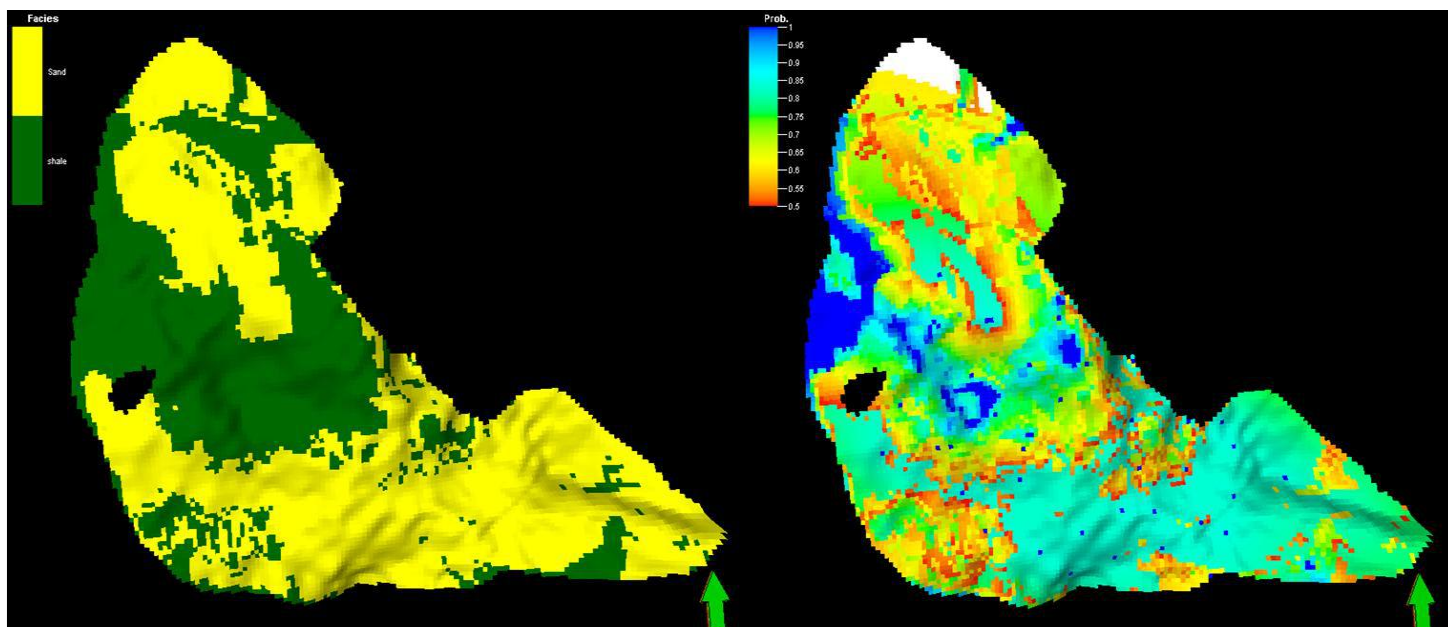


Figura 80 - Mapas de eletrofácies e confiabilidade para a camada 35.

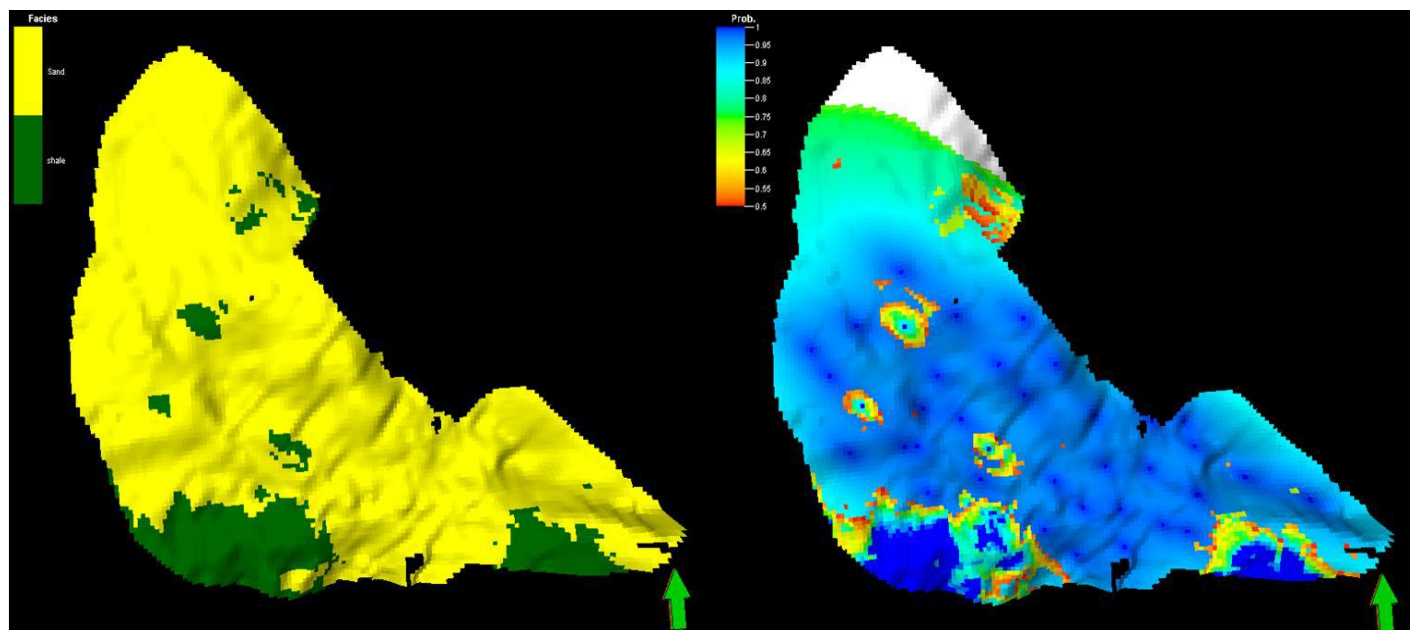


Figura 81 - Mapas de eletrofácies e confiabilidade para a camada 63.

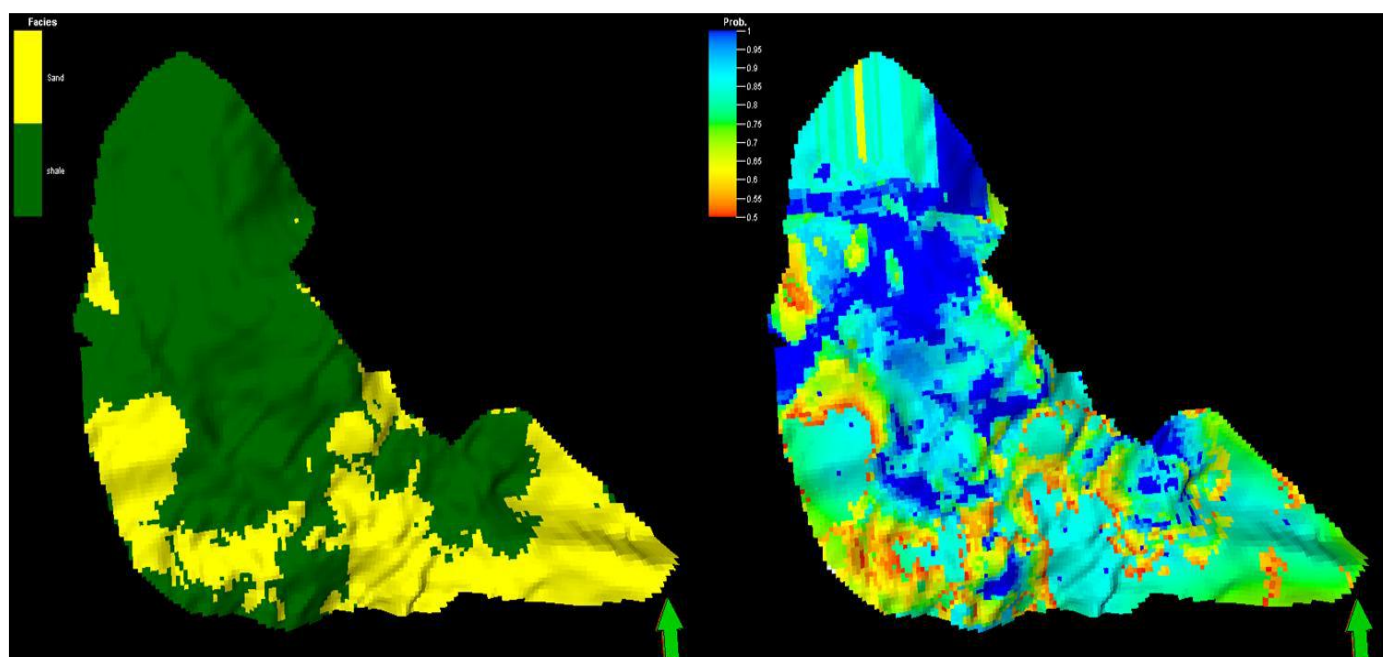


Figura 82 - Mapas de eletrofácies e confiabilidade para a camada 74.

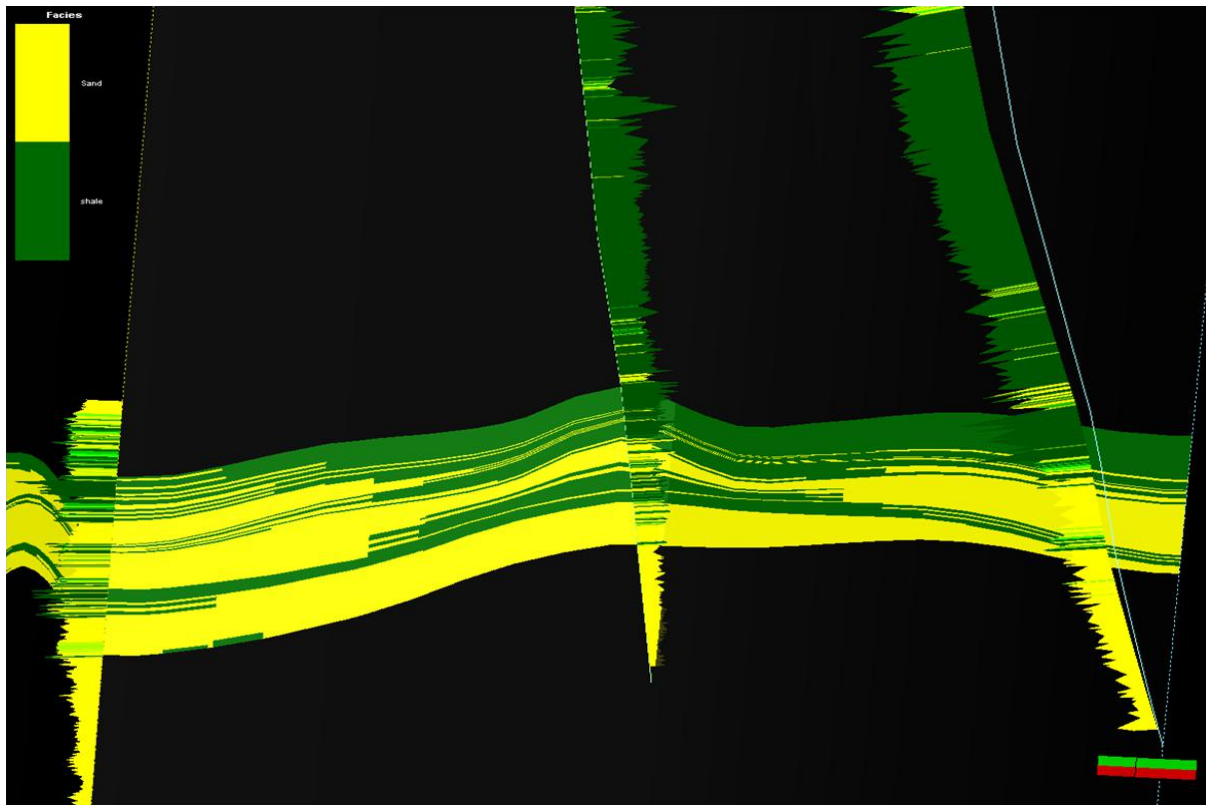


Figura 83 - Seção entre os poços 7NA-007, 8NA-018D e 9NA-014D mostrando o modelo de eletrofácies tridimensional gerado.

10.4. SIMULAÇÃO SEQUENCIAL GAUSSIANA PARA A POROSIDADE

10.4.1. ANÁLISE EXPLORATÓRIA DOS DADOS

Similarmente como foi feito com o modelo de eletrofácies, o primeiro passo antes da realização da simulação da porosidade, foi a tentativa de encontrar uma correlação com alguma propriedade sísmica. Como a porosidade efetiva deve ser igual a zero na eletrofácies folhelho (não reservatório), a análise exploratória dos dados e, conseqüente simulação, foi condicionada a pontos com eletrofácies correspondente a arenito (reservatório).

A propriedade de impedância acústica aritmética encontrou boa correlação com a variável porosidade.

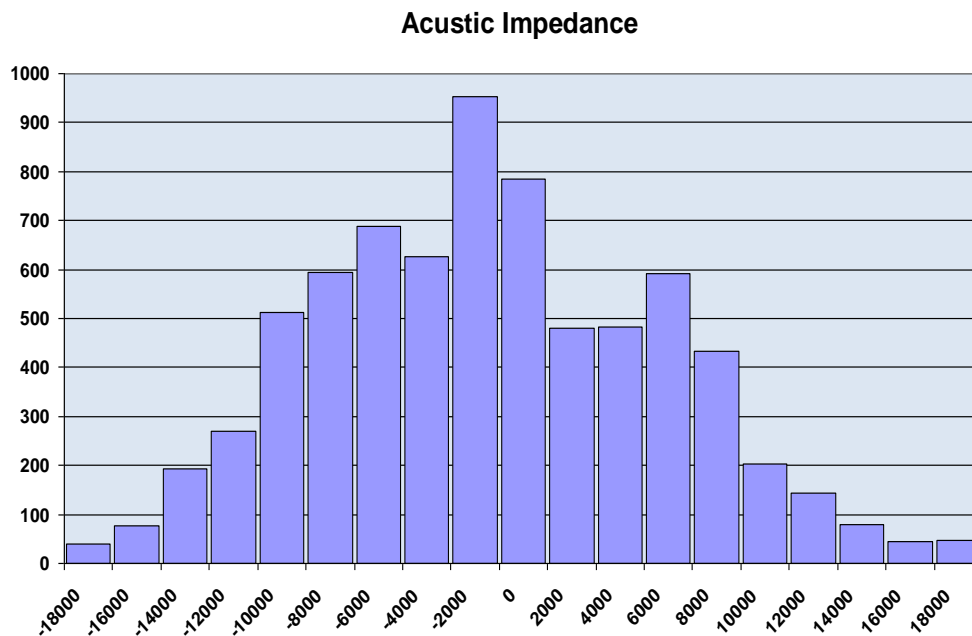


Figura 84 - Distribuição de frequências da impedância acústica extraída da sísmica nas células cortadas por poços.

Se tratando de uma variável contínua a correlação com uma variável secundária é dada diretamente fazendo-se um gráfico $\text{Phie} \times \text{AI}$. Essas variáveis apresentaram uma correlação negativa, ou seja, valores altos de impedância acústica correspondem a baixas porosidades e valores baixos de AI a altas porosidades.

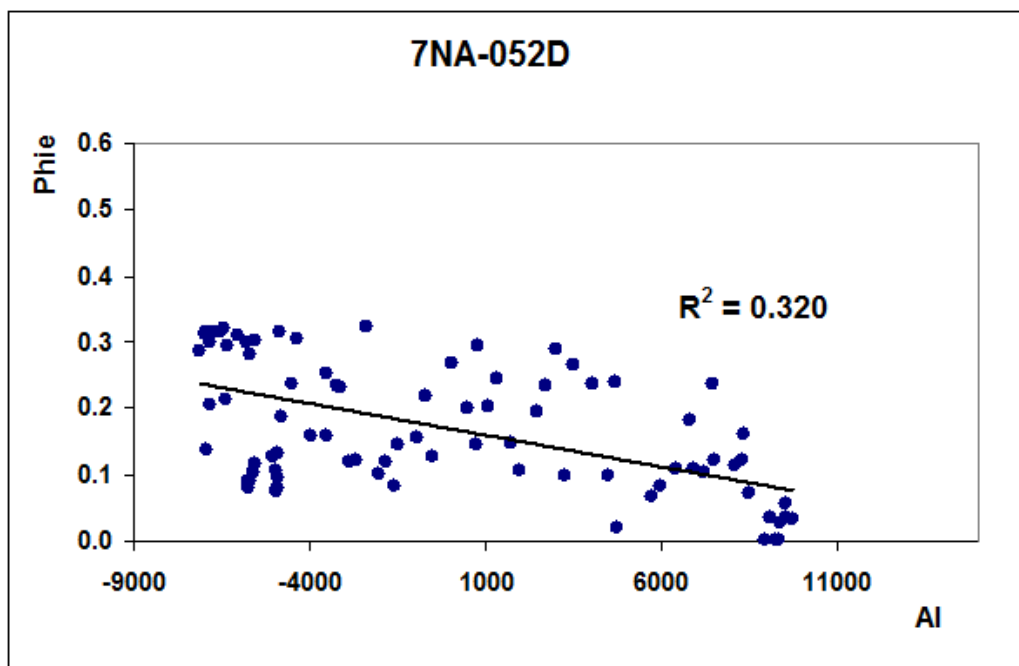


Figura 85 - Gráfico $\text{Phie} \times \text{AI}$ para o poço 7NA-052D.

10.4.2. VARIOGRAFIA

Do mesmo modo que foi feito para a krigagem de eletrofácies, modelaram-se três semivariogramas (direção NW, NE e vertical) para cada zona do reservatório, com a diferença de que esses semivariogramas apenas usaram dados de porosidade nos pontos onde a eletrofácies correspondente era de arenito.

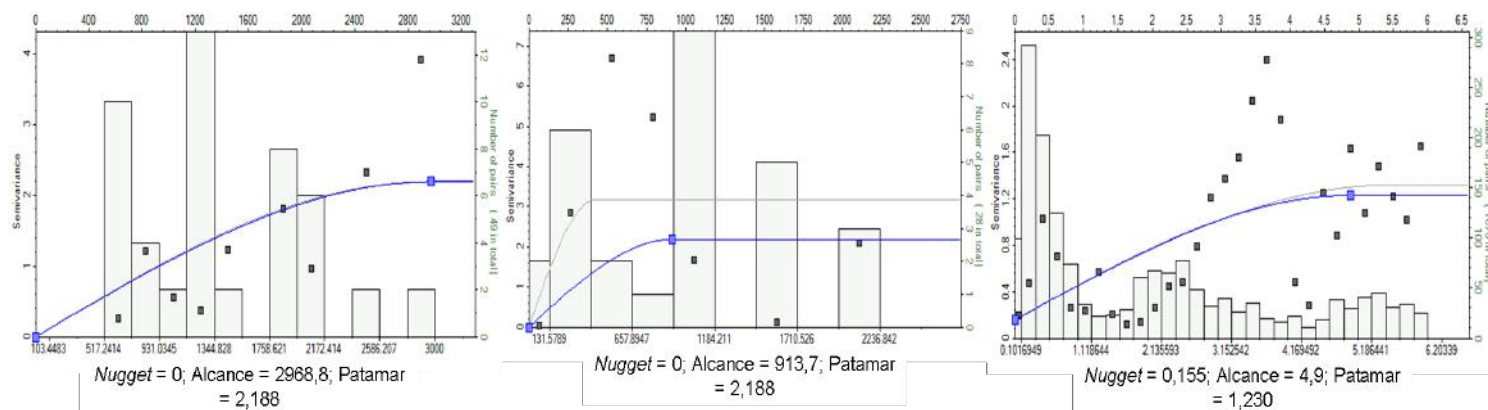


Figura 86 - Semivariogramas modelados para a porosidades, nas direções NW, NE e vertical, na zona 6.

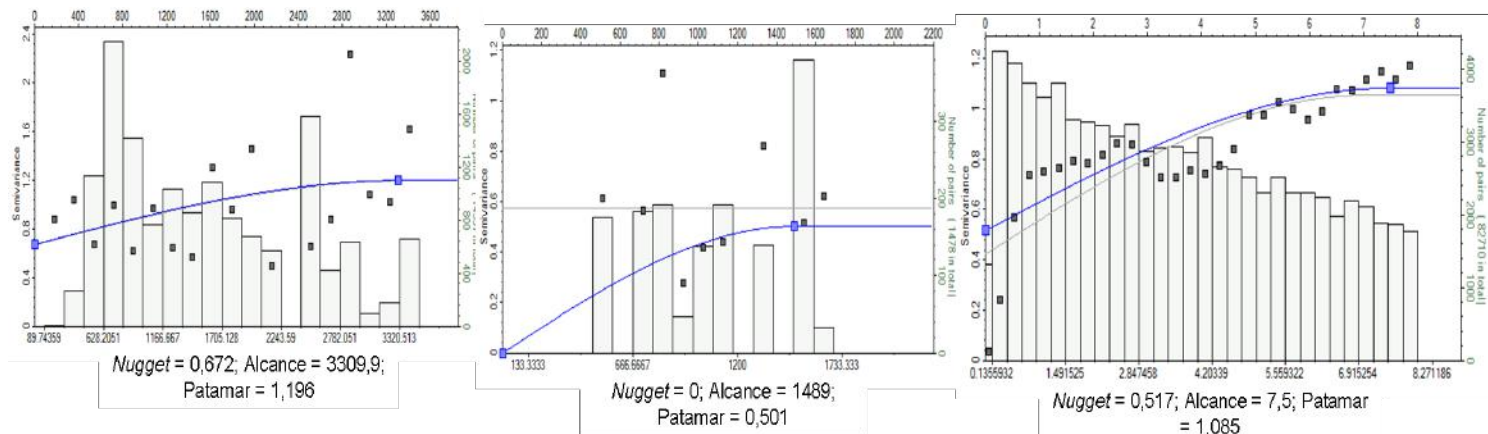


Figura 87 - Semivariogramas modelados para a porosidades, nas direções NW, NE e vertical, na zona 5.

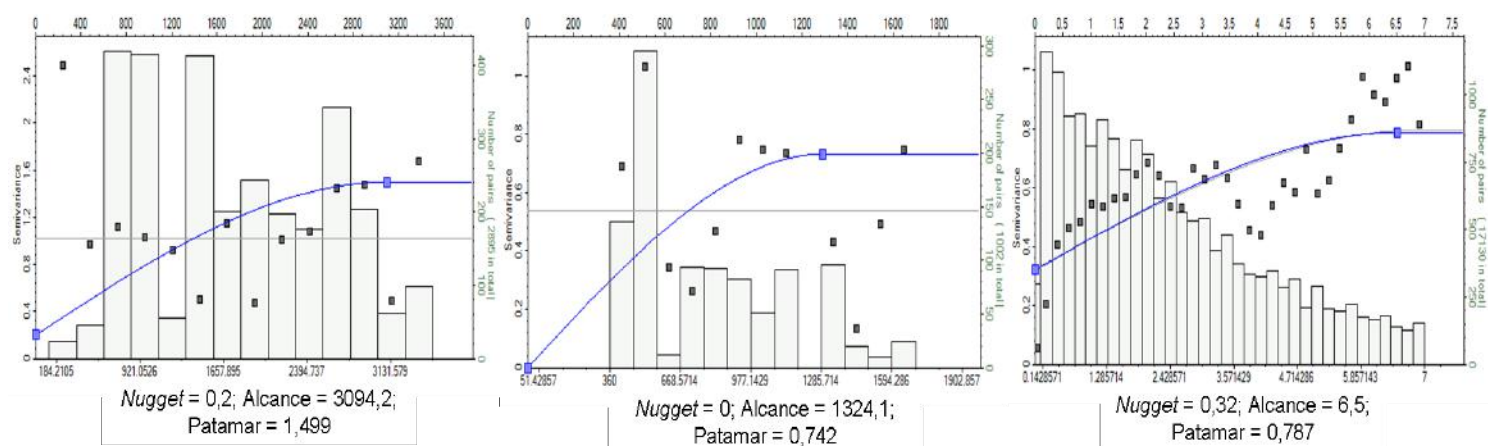


Figura 88 - Semivariogramas modelados para a porosidades, nas direções NW, NE e vertical, na zona 4.

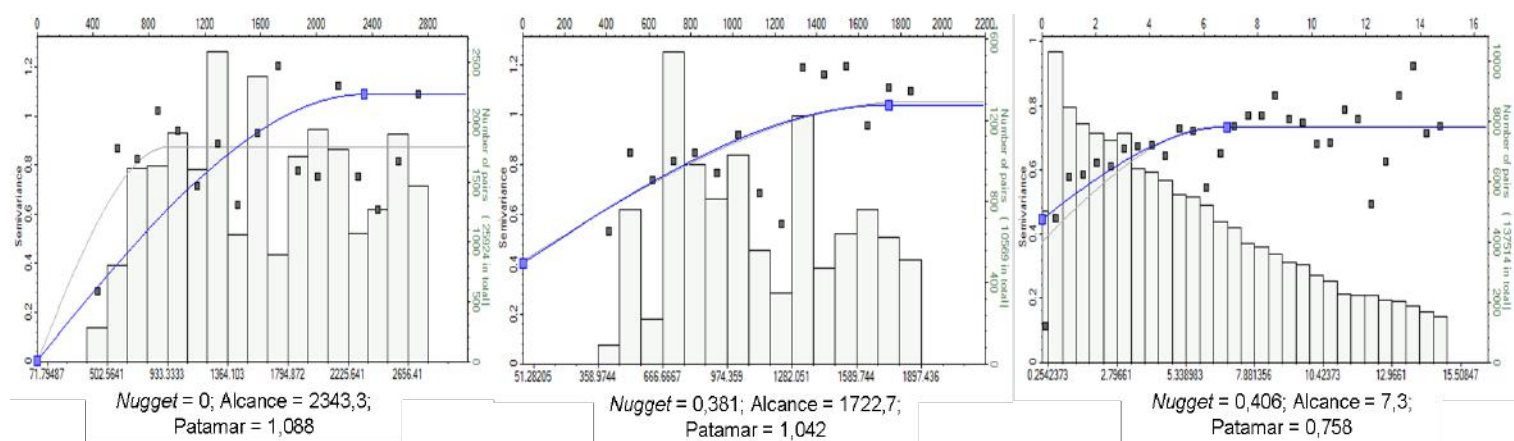


Figura 89 - Semivariogramas modelados para a porosidades, nas direções NW, NE e vertical, na zona 3.

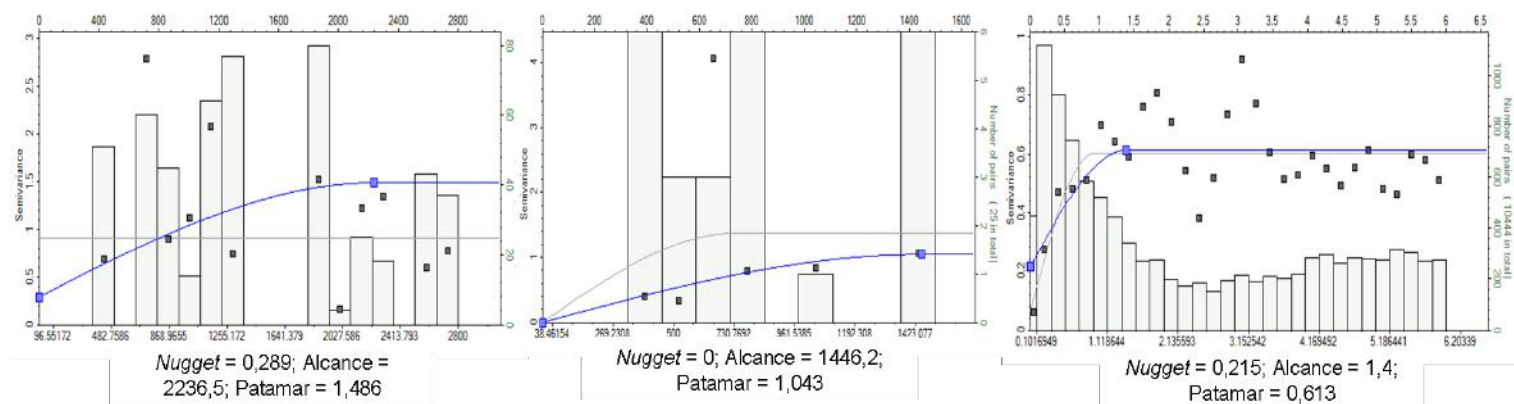


Figura 90 - Semivariogramas modelados para a porosidades, nas direções NW, NE e vertical, na zona 2.

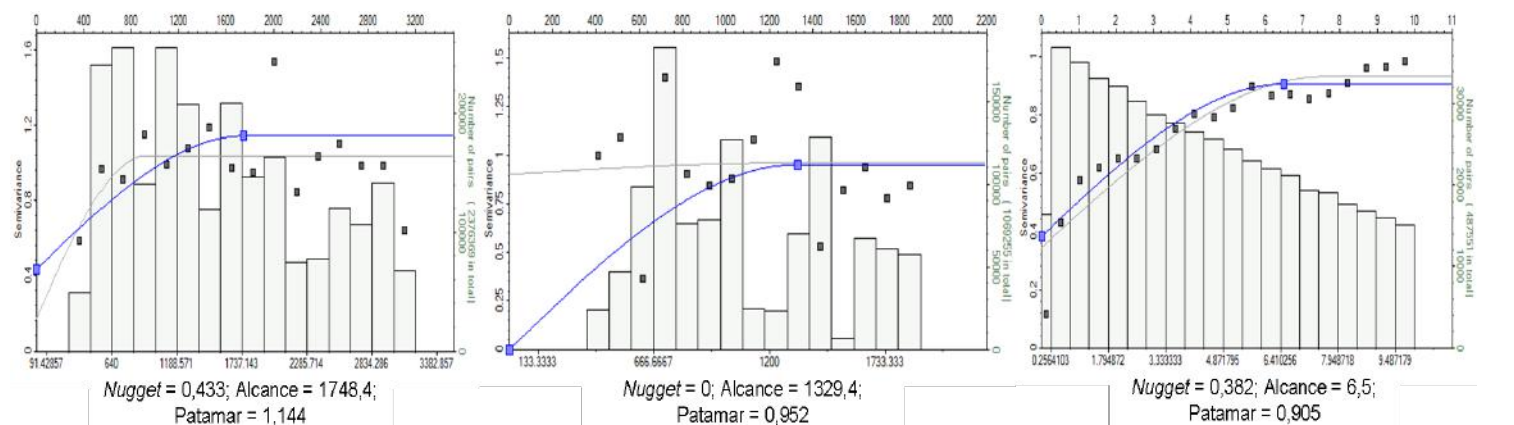


Figura 91 - Semivariogramas modelados para a porosidades, nas direções NW, NE e vertical, na zona 1.

10.4.3. SIMULAÇÃO

No presente trabalho utilizou-se a simulação sequencial gaussiana, de acordo com as etapas descritas no capítulo 8.

A incorporação da informação da variável secundária foi feita utilizando-se a cokrigagem colocada, que utiliza a informação secundária apenas no ponto a ser estimado. A

covariância entre Φ_{ie} e AI foi obtida através do modelo de correlação espacial da variável Φ_{ie} , utilizando-se o modelo descrito no Apêndice 1. Preferiu-se utilizar a cokrigagem colocada em vez da krigagem com deriva externa pelo fato de não haver uma correlação muito alta entre as variáveis. Dessa maneira, atribui-se um peso menor à variável secundária (Bahar *et al.*, 2004).

Assumiu-se anisotropia geométrica para os dados de porosidade devido à limitação dos programas disponíveis para ser realizada a simulação.

Conforme descrito no capítulo 8, o resultado da simulação é um conjunto de imagens equiprováveis. No caso dessa simulação de porosidade, as escolhas das realizações foram totalmente aleatórias.

10.4.4. RESULTADOS

O resultado da simulação, nesse trabalho, é apresentado ilustrativamente na forma de uma única imagem.

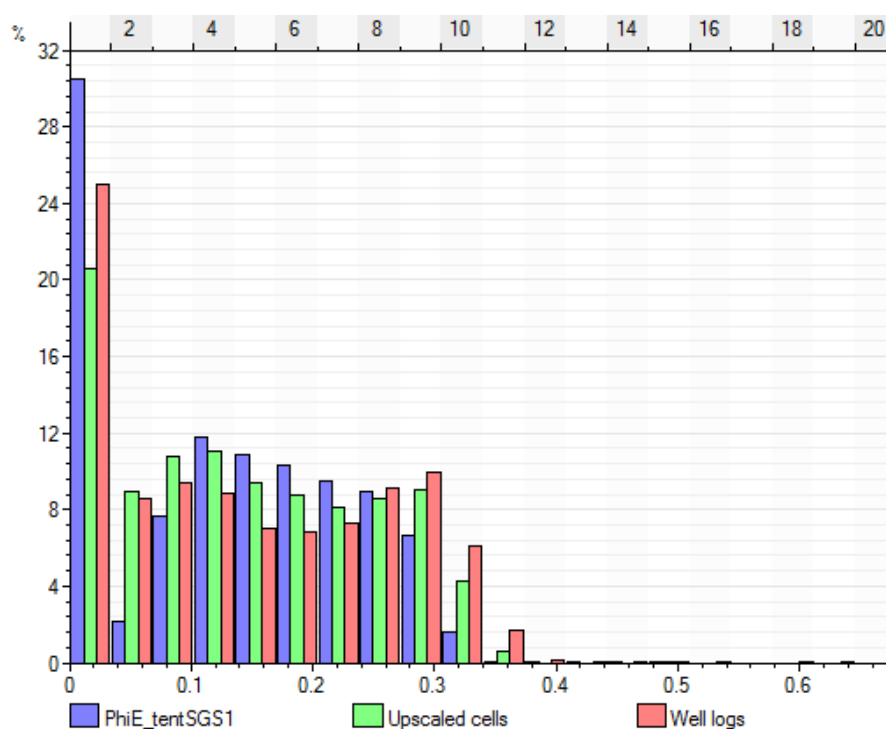


Figura 92 - Distribuição de frequências da porosidade efetiva nos perfis de poços (rosa), nas células *upscaled* (verde) e em todo modelo resultante da krigagem (azul).

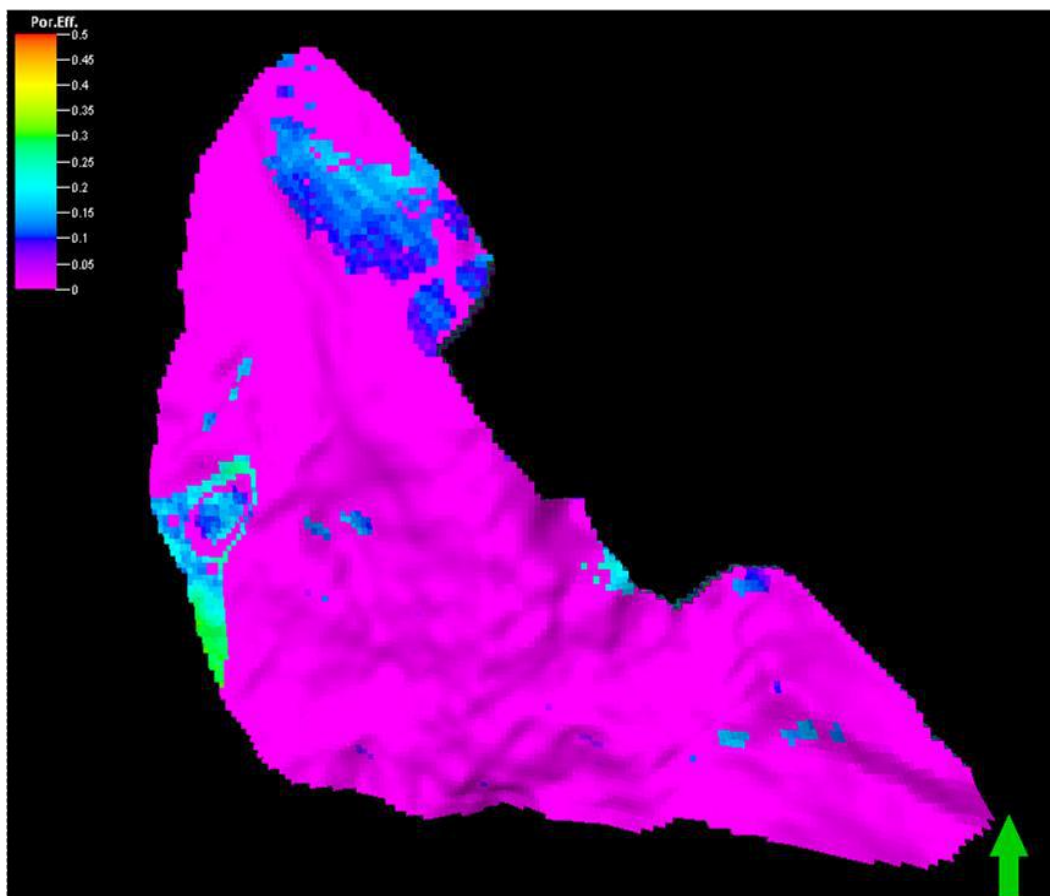


Figura 93 - Mapa de porosidade simulada para a camada 1.

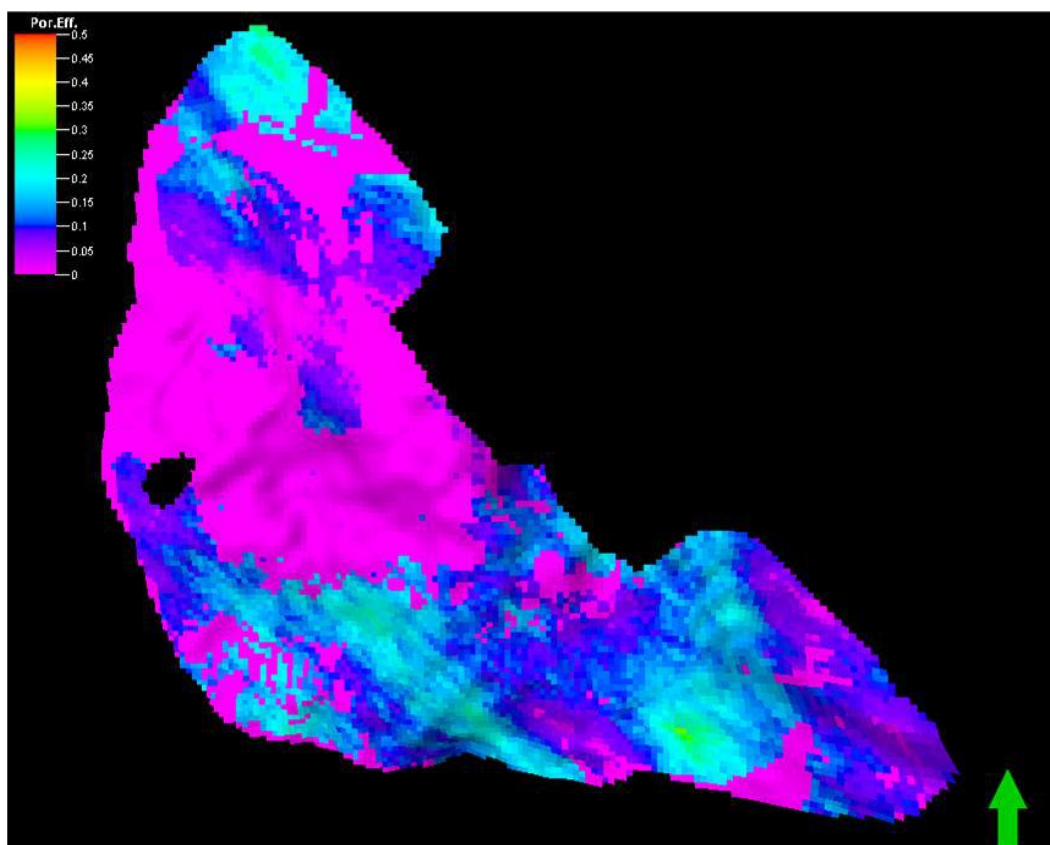


Figura 94 - Mapa de porosidade simulada para a camada 35.

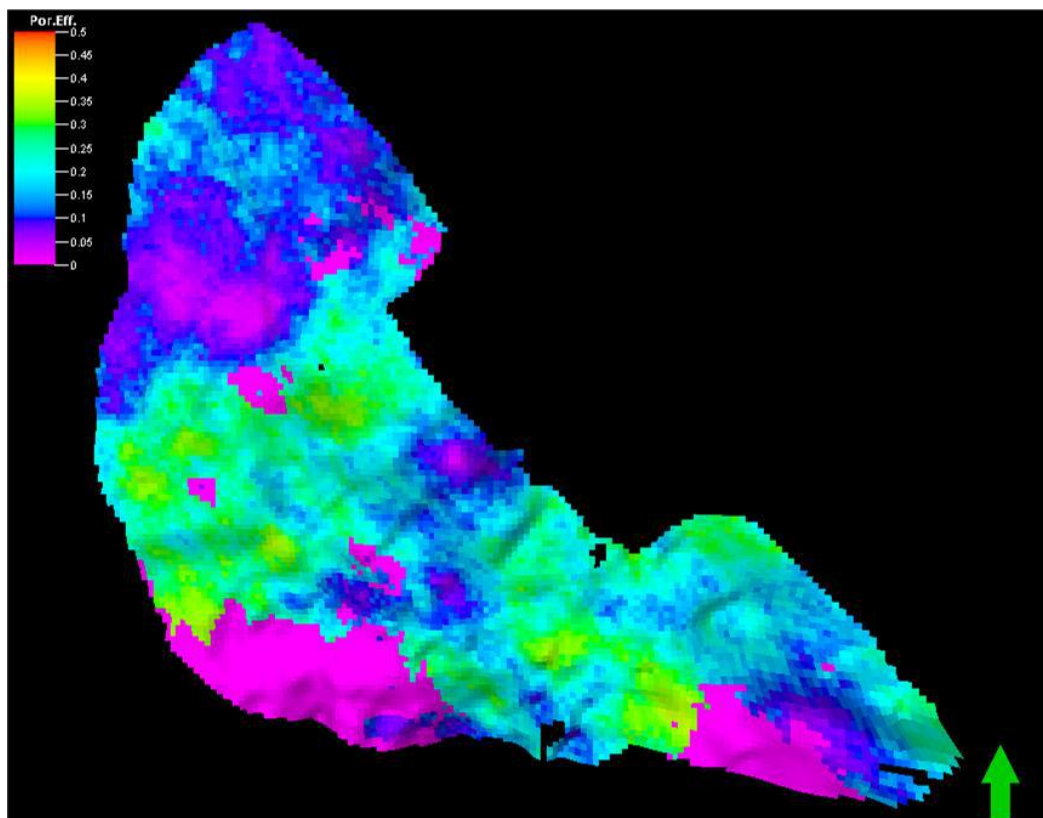


Figura 95 - Mapa de porosidade simulada para a camada 63.

11. CONCLUSÕES

Como já foi descrito no decorrer do texto, o principal objetivo do trabalho foi reproduzir a metodologia usada atualmente na indústria do petróleo para a caracterização de reservatórios, com enfoque nas técnicas geoestatísticas.

Para tal, foram escolhidas duas propriedades do reservatório (variáveis) para serem inseridas no modelo tridimensional do reservatório. Uma delas foi a eletrofácies, uma variável categórica representada numericamente, e a outra a porosidade, variável contínua.

Para estimar a população de eletrofácies adotou-se um algoritmo de krigagem de indicatrizes, que possibilita o uso de uma tendência externa. A grande vantagem de utilizar-se esse algoritmo, em vez da simulação sequencial, é obter-se a estimativa do cenário mais provável, ou seja, da eletrofácies mais provável em cada célula da malha, assim como a obtenção direta da incerteza associada a cada categoria de eletrofácies atribuída.

A segunda variável modelada foi a porosidade, para a qual utilizou-se o algoritmo de simulação sequencial gaussiana. A principal característica desse tipo de algoritmo é que representa melhor a variabilidade dos dados, em contraste com os resultados suavizados produzidos pelo algoritmo de krigagem. A incerteza inerente aos dados geológicos e geofísicos fica representada por uma coleção de imagens equiprováveis que convergem nos pontos amostrais, porém distinguem-se nos pontos estimados. Em cada um destes, tem-se uma distribuição de frequência, representando a incerteza local. Através de pós-processadores, obtêm-se diversos tipos de mapas a partir da coleção de imagens, tais como mapas de valor esperado, de quantis e de probabilidade de superar ou estar abaixo de um valor de corte da propriedade estudada.

Por limitações operacionais, não se produziram neste trabalho os referidos mapas, mas apenas uma imagem, das centenas possíveis produzidas pela simulação, com fim ilustrativo.

O trabalho mostrou que é possível simplificar a etapa de geração do arcabouço de eletrofácies, através de uma krigagem de indicatrizes com deriva externa, oriunda da sísmica, em vez de uma etapa mais trabalhosa, de simulação.

12. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALBUQUERQUE, C.F. **Modelagem Geológica Tridimensional no Campo de Namorado com Base na Modelagem Unidimensional de Eletrofácies**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2006.
- ALMEIDA, J.A, GUERREIRO, L. & SOARES, A. **Incorporating Secondary Information Using Direct Sequential Cosimulation** in CHAMBERS, R.L, COBURN, T.C e YAURUS, J.M. **Stochastic Modeling and Geostatistics: Principles, Methods and Case Studies**, volume II: AAPG Computer Applications in Geology 5, 2004.
- BACON, M., SIMM, R. & REDSHAW, T. **3D Seismic Interpretation**. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.
- BAGNI, O. **Quarta Rodada de Licitações Bacia de Campos**. In: seminário jurídico/fiscal e workshop técnico da quarta rodada de licitação. Rio de Janeiro, 2002.
- BAHAR, A., ATES, H. & KELKAR, M. **Methodology to Incorporate Geological knowledge in Variogram Model**. In SPE Asia Pacific Oil and Gas Conference and Exhibition. Jacarta: Society of Petroleum Engineers, 2001
- BAHAR, A., ABDEL-AAL & Silva, G.A. **Seismic Integration for Better Modeling of Rocky Type Based Reservoir Characterizations: A field Case Example**. In 11th Abu Dhabi International Petroleum Exhibition and Conference. Abu Dhabi, 2004.
- BARBOZA, E.G. **Análise Estratigráfica do Campo de Namorado (Bacia de Campos) co base na Interpretação Sísmica Tridimensional**. Dissertação de Doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 2005.
- BUSSAB, W & MORETTIN, P. **Estatística Básica**. São Paulo: Saraiva, 2002
- DEBEYE, H., MESDAG, P., VAN RIEL, P. & SAMS, M. **Full Integration of Seismic Data Into Geostatistical Reservoir Modeling**, in CHAMBERS, R.L, COBURN, T.C e YAURUS, J.M. **Stochastic Modeling and Geostatistics: Principles, Methods and Case Studies**, volume II: AAPG Computer Applications in Geology 5, 2004.
- DEUTSCH, C.V & JOURNAL, A.G. **GSLIB: Geostatistical Software Library and User's Guide**. Nova Iorque: Oxford University Press. 1998.
- FONSECA, J.S. & MARTINS, G.A. **Curso de estatística**. São Paulo: Editora Atlas, 1978.
- GUIMARÃES, A.O. **Modelagem Geológica e Geostatística de Reservatório da Bacia de Campos, RJ**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio de Janeiro. 2002.
- GUIMARÃES, M.M. **Caracterização Geológica e Geostatística de Reservatório carbonático da Bacia de Campos**. Dissertação de mestrado. Universidade Estadual de Campinas, 1994.
- ISAAKS, E.H & SRIVASTAVA, R.M. **An Introduction to Applied Geostatistics**. Nova Iorque: Oxford University Press, 1984.
- KELKAR, M. & PEREZ, G. **Applied Geostatistics for Reservoir Characterization**. Richardson Society of Petroleum Engineers, 2002.
- KRIVORUCHKO, A.K. & VER HOEF, J.M. **Modeling the Semivariogram: New Approach Methods Comparison and Simulation Study**, in CHAMBERS, R.L, COBURN, T.C e YAURUS, J.M. **Stochastic Modeling and Geostatistics: Principles, Methods and Case Studies**, volume II: AAPG Computer Applications in Geology 5.

- LIMA, F.B. **Análise Estratigráfica dos Reservatórios Turbidíticos do Campo de Namorado**. Dissertação de Mestrado. Universidade do Estado de São Paulo, 2004.
- LIMA, J.A. **Modelagem de Eletrofácies no Campo de Namorado, Bacia de Campos, RJ**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2007.
- LIMA, L.M.S. **Modelagem Geoestatística de Atributos Geológicos em Reservatórios Turbidíticos**. Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Campinas, 2007.
- MENEZES, S.X. & ADAMS, T. **Ocorrência de resistividades Anômalas no Campo de namorado, Bacia de Campos**. Boletim de geociências da Petrobras, 4. p 183-188. Rio de Janeiro, 1990.
- MORGAN, W.J. **Hotspot Track and the Earling Rift of the Atlantic**. Tectonophysics, 94: 123-139. 1983.
- OLIVEIRA, M.L. **Análise das Incertezas Envolvidas na Modelagem de Reservatórios no Contexto Geoestatístico**. Dissertação de mestrado. Universidade Estadual de Campinas, 1997.
- SILVA, F.P.T, AHMED, A.GHANI, MANSOORI, A.A e BAHAR, A. **Rock Type Constrained 3D Reservoir Characterization and Modeling**. In 10th Abu Dhabi International Petroleum Exhibition and Conference. Abu Dhabi, 2002.
- SOUZA-LIMA, W. & HAMSI Jr, G.P. **Bacias da Margem Continental**. Phoenix, 50. Aracaju, 2003.
- TANER, M.T. **Seismic Attributes**. CSEG Recorder, 2001
- THOMAS, J.E. **Fundamentos de Engenharia de Petróleo**. Rio de Janeiro: Interciência, 2001.
- WALKER, R.G. **Deep water environments**. In: Facies Model: responses to sea level changes. WALKER, R.G. & JAMES, N.P. (eds). Geotext1. 1992.
- WINTER, W.R., JAHNERT, R.J. & FRANÇA, A.B. **Bacia de Campos**. Boletim de geociências da Petrobras, 15(2). p 511-529. Rio de Janeiro, 2007.
- XU, W., TRAN, T.T., SRIVASTA, R.M. & JOURNEL, A.G. **Integrating Seismic Data in Reservoir Modeling: The Collocated Cokriging Alternative**. In: 67th Annual technical conference and exhibition of the society of petroleum engineer. Washington, DC, 1992.
- YARUS, J.M. & CHANDLER, R.L. (eds.) **Stochastic Modeling and Geostatistics: Principles, Methods and Case Studies**. AAPG Computer Applications in Geology, No 3. Tulsa, 1994.
- YARUS, J.M & CHAMBERS, R.L. **Quantitative Use of Seismic Attributes for Reservoir Characterization**. Inc. CSEG Recorder, 2001.

Apêndice A – Resumo dos Dados de Poços Disponíveis

| Poços | GR | Res | DT | RHOB | NPHI |
|-----------|----|-----|----|------|------|
| 1-RJS-019 | x | x | x | x | x |
| 4-RJS-042 | x | x | x | x | x |
| 3NA-001A | x | x | x | x | x |
| 3NA-002 | x | x | x | x | x |
| 3NA-003D | x | x | x | x | x |
| 3NA-004 | x | x | x | x | x |
| 3NA-006D | x | x | | x | x |
| 7NA-007 | x | x | x | x | x |
| 7NA-008D | x | x | x | x | x |
| 7NA-009D | x | x | x | x | x |
| 7NA-010D | x | x | | x | x |
| 7NA-011A | x | x | x | x | x |
| 7NA-012 | x | x | x | x | x |
| 7NA-013A | x | x | x | x | x |
| 8NA-014D | x | x | | x | |
| 7NA-015D | x | x | | x | x |
| 7NA-016D | x | x | x | x | x |
| 3NA-017A | x | x | x | x | x |
| 8NA-018D | x | x | | x | x |
| 8NA-020D | x | x | | x | x |
| 8NA-022 | x | x | | x | x |
| 8NA-023D | x | x | | x | x |
| 3NA-025D | x | x | | x | x |
| 8NA-027D | x | x | | x | x |
| 7NA-028D | x | x | | x | x |
| 7NA-030D | x | x | | x | x |
| 7NA-031D | x | x | | x | x |
| 8NA-032D | x | x | | x | x |
| 8NA-033D | x | x | | x | x |
| 7NA-034D | x | x | | x | x |
| 7NA-035D | x | x | | x | x |
| 7NA-037D | x | x | x | x | x |
| 7NA-038D | x | x | | x | x |
| 8NA-039D | x | x | | x | x |
| 7NA-040D | x | x | | x | x |
| 7NA-041D | x | x | | x | x |
| 7NA-042D | x | x | | x | x |
| 7NA-043D | x | x | | x | x |
| 7NA-044D | x | x | | x | x |
| 7NA-045D | x | x | | x | x |
| 7NA-047D | x | x | | x | x |
| 7NA-048D | x | x | | x | x |
| 7NA-049D | x | x | | x | x |
| 7NA-050D | x | x | | x | x |
| 7NA-051D | x | x | x | x | x |
| 7NA-052D | x | x | | x | x |
| 7NA-053D | x | x | | x | x |

Apêndice B – Aproximação de Markov-Bayes para Correlação Cruzada

Aproximação Markov-Bayes para correlação cruzada. A aproximação Markov-Bayes minimiza os requisitos para modelagem. Presumindo-se que X seja a principal variável, aquela que se procura estimar, e que Y seja a covariável, pode-se escrever a equação de covariância para a variável X como

$$C_x(\vec{L}) = E\{X(\vec{u})X(\vec{u} + \vec{L})\} - E[X(\vec{u})]E\{X(\vec{u} + \vec{L})\}. \quad (I)$$

onde C_x = covariância espacial de X.

A equação para a covariância cruzada entre duas variáveis é escrita como

$$C_{xy}(\vec{L}) = E\{Y(\vec{u})X(\vec{u} + \vec{L})\} - E[Y(\vec{u})]E\{X(\vec{u} + \vec{L})\}.$$

Presumindo-se ainda uma relação linear entre as duas variáveis como

$$Y(\vec{u}) = \beta X(\vec{u}),$$

O coeficiente angular β pode ser calculado como

$$\beta = \frac{C_{xy}(0)}{C_x(0)}, \quad (II)$$

onde $C_x(0)$ representa a variância da variável X. Supondo, ainda, que o valor da variável Y em uma dada locação \vec{u} é influenciado apenas pela variável X na mesma locação, e não em outros locais, pode-se escrever

$$E\{Y(\vec{u})X(\vec{u})\} = X_u X(\vec{u} + \vec{L}) = X_{u+L},$$

o que é o mesmo que

$$E\{Y(\vec{u})|X(\vec{u}) = x_u\}.$$

Utilizando a condição anteriormente exposta, a covariância entre X e Y pode ser descrita como

$$C_{xy}(\vec{L}) = \beta \{E[X(\vec{u})X(\vec{u} + \vec{L})] - E[X(\vec{u})]E[X(\vec{u} + \vec{L})]\} \quad (III)$$

Substituindo as equações (I) e (II) na equação (III),

$$C_{xy}(\vec{L}) = C_{xy}(0) \frac{C_x(\vec{L})}{C_x(0)} \quad (IV)$$

A equação (IV) permite ajuda a calcular a covariância cruzada baseada na covariância da variável X. Uma vez modelada a covariância da variável X, pode-se inferir uma covariância cruzada sem modelagem.