

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE FÍSICA
CURSO DE BACHARELADO EM FÍSICA MÉDICA

MARCOS GUILHERME VIEIRA JUNIOR

**ESTUDO DA VIABILIDADE DA DETERMINAÇÃO DO ESPECTRO
DE UM FEIXE DE FÓTONS PARA RADIOTERAPIA USANDO UM
DETECTOR DE PIXELS**

Rio de Janeiro
2018

MARCOS GUILHERME VIEIRA JUNIOR

**ESTUDO DA VIABILIDADE DA DETERMINAÇÃO DO ESPECTRO
DE UM FEIXE DE FÓTONS PARA RADIOTERAPIA USANDO UM
DETECTOR DE PIXELS**

Trabalho de conclusão de curso de graduação
apresentado ao Instituto de Física da Universidade
Federal do Rio de Janeiro como requisito para
obtenção do título de Bacharel em Física Médica.

Prof. Franciole da Cunha Marinho, Ph.D.
Orientador

Prof^ª Erica Ribeiro Polycarpo Macedo, Ph.D.
Co-orientador

Rio de Janeiro
2018

Marcos Guilherme Vieira Junior

**ESTUDO DA VIABILIDADE DA DETERMINAÇÃO DO ESPECTRO
DE UM FEIXE DE FÓTONS PARA RADIOTERAPIA USANDO UM
DETECTOR DE PIXELS**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado ao Instituto de Física da Universidade Federal do Rio de Janeiro como requisito para obtenção do título de Bacharel em Física Médica.

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Franciole da Cunha Marinho, Ph.D.

Prof^a. Simone Coutinho Cardoso, Ph.D.

Prof. Roberto Macoto Ichinose, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

2018

AGRADECIMENTOS

Tão fundamental quanto atingir os objetivos é expressar gratidão as pessoas que contribuíram para as conquistas, demonstrar os sentimentos e como elas foram fundamentais para o nosso crescimento e amadurecimento pessoal e profissional. Me lembro de quando pequeno ouvir a frase 'viver sem medo de ser feliz'. Achava algo bobo, pois parecia obvio que ninguém teria medo de ser feliz. O que não sabia era que o percurso da vida poderia mais do que deixar uma pessoa com medo de ser feliz, fazendo com que ela se perca e não saiba ao certo que caminhos ou mudanças fazer para conseguir isso.

Quem me conhece sabe que detesto fazer algo apenas por fazer, costumo entrar com tudo nas atividades, muitas vezes até gastando a energia demasiadamente rápido. Penso que fazer algo por fazer insere vazios na rotina, e a falta de proposito faz com que nossa existência como pessoas seja escondida. Sou extremamente grato pela minha família, minha mãe Cleonice, meu pai Marcos e minha irmã Thaís, por sempre me encorajarem e darem suporte financeiro e emocional para conseguir superar todas as barreiras e ter força para perseguir aquilo que queria e que me completasse, encontrando meu caminho e preenchendo os vazios.

Sou grato ainda por todas as demais pessoas, desde meus amigos mais próximos até os que conheço menos, que em diversos momentos me apoiaram seja com palavras ou atitudes. Agradeço ao professor João Torres por ter me apresentando as professoras Sandra Amato e Erica Polycarpo, que posteriormente me apresentaram, por Skype, o Franciole Marinho, meus orientadores, com os quais tive, nesses quase dois anos, experiências muito positivas, cheias de aprendizados, fluindo de forma natural e produtiva. Sou extremamente grato por terem confiado em mim com relação ao projeto, pelos ensinamentos e orientações.

Como estudante universitário em muitos momentos tive dúvida se estaria na área certa, o que foi se amenizando com o tempo e contribuição de diversas pessoas. Mudar para física médica, conhecer melhor a área e possibilidades, iniciar a busca de temas para o trabalho, passar pelas inúmeras experiências curriculares e extracurriculares, culminando na elaboração e desenvolvimento deste trabalho me levou a certeza, que em toda minha jornada de universitário ainda não havia tido, que estava na área certa e ficaria satisfeito com o que estivesse por vir.

Agradeço também aos demais professores, pelas conversas que não só me possibilitaram chegar onde cheguei como também foram fontes de ideias e motivações, me ajudando durante o percurso, neste trabalho e com certeza em meus futuros empreendimentos. Aos físicos do Hospital Universitário cujas conversas e ensinamentos me possibilitaram conectar os aprendizados e estudos teóricos com as rotinas clínicas e necessidades práticas das respectivas áreas.

Gostaria ainda de agradecer aos meus amigos do Instituto de física por terem me recebido de braços abertos, em especial ao Lucas Torres, Yuri Muniz, Tiago Santos e Luís Filipe que me ensinaram muitas coisas, me mostrando na prática do dia a dia o valor da dedicação e como é possível melhorar nosso desempenho e tentarmos aos poucos atingir nosso potencial, me estabelecendo referenciais ótimos, que tenho constantemente buscado atingir.

A todos que citei direta e indiretamente, fica novamente registrado meu profundo agradecimento. Espero ter de alguma forma contribuído ou ainda contribuir na caminhada de todos vocês. Desejo que apesar do passar dos anos, experiências e maturidade adquirida, nunca percamos a empolgação em fazer atividades que gostamos ou em buscar estas. Que como crianças consigamos nos entreter com as coisas simples da vida, aproveitando cada instante com atividades e pessoas que amamos. O mundo é extremamente interessante e para cada área, profissão ou gosto sempre vai existir um número infinito de possibilidades a explorar.

RESUMO

ESTUDO DA VIABILIDADE DA DETERMINAÇÃO DO ESPECTRO DE UM FEIXE DE FÓTONS PARA RADIOTERAPIA USANDO UM DETECTOR DE PIXELS

Marcos Guilherme Vieira Junior

Orientador: Franciole da Cunha Marinho, Ph.D.

O conhecimento do espectro de energia produzido por um acelerador linear é necessário para uma grande diversidade de estudos como, por exemplo, aprimorar os planejamentos de tratamentos e até os próprios aceleradores. Uma das formas típicas de obtenção desses espectros é através da simulação detalhada da geometria do equipamento, que frequentemente não é totalmente conhecida. O objetivo deste trabalho é verificar a viabilidade de uma técnica alternativa para obtenção de espectros na faixa de 0 a 6 MeV baseadas na medida do espectro de energia depositada em um detector de silício e deconvolução com uma função resposta conhecida. O detector utilizado possui um sensor de silício quadrado de lado 1,41 cm e 300 μm de espessura, composto por uma matriz de 256x256 pixels de lado 55 μm cada, e uma eletrônica de leitura TimePix com 100 μm de espessura. A simulação pelo método Monte Carlo, através do software Geant4 adicionado do pacote PENELOPE, foi utilizada tanto para a determinação da função resposta do detector como para o estudo de viabilidade do método, usando como exemplo o espectro de um acelerador Varian Clinac 600C. Para a análise e tratamento de dados, foram utilizados o pacote ROOT e as bibliotecas de código aberto Eigen para solução das equações algébricas. Variando parâmetros como número de eventos utilizados para as simulações e a dimensão tanto do vetor relativo ao espectro como da matriz de deconvolução, foi possível avaliar como estes influenciam no resultado. Dessa forma, foi possível reconstruir o espectro incidente com uma margem de 5-10% para energias até cerca de 2 MeV, a partir das quais os percentuais de fótons incidentes se reduz de 5% até zero, e as respectivas eficiências de 13% até cerca de 10% nos limites de energia, levando a flutuações de acordo com os parâmetros utilizados. Foram ainda estabelecidas condições otimizadas para que o processo possa ser testado bem como estimados tempos necessários de aquisição.

Palavras-chave: função resposta; espectro de energia; Monte Carlo; detector de pixels.

ABSTRACT**ESTUDO DA VIABILIDADE DA DETERMINAÇÃO DO ESPECTRO DE UM FEIXE DE FÓTONS PARA RADIOTERAPIA USANDO UM DETECTOR DE PIXELS**

Marcos Guilherme Vieira Junior

Advisor: Franciole da Cunha Marinho, Ph.D.

Knowledge of energy spectra produced by linear accelerators is necessary for a wide range of studies, such as improving treatment planning system and even the accelerators themselves. One of the typical ways of obtaining these spectra is through the detailed simulation of the geometry of the equipment, which is often not fully known. The aim of this work is to verify the viability of an alternative technique to obtain spectra, in the range of 0 to 6 MeV based on the measurement of the energy spectrum deposited in a silicon detector and deconvolution with a known response function. The detector used has a square silicon sensor with 1.41 cm side and 300 μm thick, composed of a matrix of 256x256 pixels of 55 μm side each and a TimePix reading electronics with 100 μm thick. The Monte Carlo method simulation using the Geant4 software, added by the PENELOPE package, was used both for the determination of the detector response function and for the feasibility study of the method, using as an example the spectrum of a Varian Clinac 600C accelerator. For the data analysis and treatment, the ROOT package and the Eigen open source libraries were used to solve the algebraic equations. By varying parameters such as the number of events used for the simulations and the size of both the spectrum vector and the deconvolution matrix, it was possible to evaluate how these influence the result. This way, we were able to reconstruct the incident spectrum with a margin of 5-10% for energies up to about 2 MeV, above which the percentage of incident photons is reduced from 5% to zero, and their respective efficiencies from 13% to about 10% in the energy limit, leading to fluctuations according to the parameters used. Optimized conditions were also established so that the process could be tested as well as estimated acquisition times.

Keywords: response function; energy spectrum; Monte Carlo; pixel detector.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Ilustração do parâmetro de impacto b e ângulo de espalhamento θ para o caso de colisões bidimensionais na presença de (a) forças de contato e (b) interações com campo coulombiano (baseadas em [28]).	20
Figura 2	(a) Espalhamento de partículas incidentes em um alvo fino e espalhadas dentro de um ângulo sólido $d\Omega$ (b) Representação dos elementos de área $d\sigma$ e $d\Omega$ através do parâmetro de impacto b e angulo de espalhamento θ respectivamente (baseadas em [28]).	22
Figura 3	Gráfico mostrando efeitos de interação dominantes em função da energia do fóton incidente e número atômico do meio (baseado em [10]).	22
Figura 4	Atenuação de um feixe incidente ao atravessar um meio com espessura t (baseada em [31]).	23
Figura 5	(a) Ilustração do efeito fotoelétrico. (b) Gráfico exibindo a relação da seção de choque com a energia do fóton incidente para diferentes elementos (baseadas em [33]).	24
Figura 6	Esquema do espalhamento Compton antes e após a interação (baseada em [31]).	25
Figura 7	Gráfico exibindo a relação da seção de choque para os espalhamentos Compton e Rayleigh com a energia do fóton incidente para diferentes elementos (baseado em [33]).	26
Figura 8	(a) Ilustração da produção de pares e da aniquilação elétron-pósitron (baseada em [31]). (b) Gráfico exibindo a relação da seção de choque para produção de pares com a energia do fóton incidente para diferentes elementos (baseado em [33]).	27
Figura 9	Caracterização conforme o parâmetro de impacto e o raio atômico (baseada em [33]).	28
Figura 10	Ilustração do Bremsstrahlung (baseada em [31]).	29
Figura 11	Poder de freamento de colisão e de massa em função da energia do elétron para alguns elementos (baseado em [30]).	30
Figura 12	Intensidade relativa dos fótons emitidos por Bremsstrahlung de elétron com energias da ordem de keV e MeV incidindo em alvos finos (baseada em [23]).	31

Figura 13	(a) Esquema da aceleração dos elétrons através dos <i>gaps</i> nas guias de onda de alto vácuo. (b) Relação entre a velocidade de fase e velocidade da partícula acelerada. As linhas tracejadas e pontilhadas representam diferentes fases do potencial devido à radiofrequência (baseadas em [23]).	32
Figura 14	Diagrama com os principais componentes de um acelerador linear (baseado em [23]).	33
Figura 15	(a) Esquema da produção do feixe de fótons (baseado em [23]). (b) Intensidade do feixe de fótons com e sem a utilização do filtro achatador (baseada em [34]).	33
Figura 16	(a) Espectro obtido pela incidência em um alvo de Tungstênio (baseado em [33]). (b) Espectro obtido através de elétrons com energias relativísticas $> m_0c^2$ (MV) (baseado em [23]).	34
Figura 17	Fluxograma básico das etapas de uma simulação de interação da radiação com a matéria.	36
Figura 18	Alterações na energia (E), direção (d) e posição de uma partícula após percorridos deslocamentos (s) seguidos de diversas interações (A,B) (baseada em [10]).	37
Figura 19	Fluxograma geral do método utilizado.	38
Figura 20	Espectro de energia incidente de referência obtido utilizando dados fornecidos da simulação de um acelerador linear Varian Clinac 600C através do software PRIMO.	39
Figura 21	Representação de uma matriz resposta obtida simulando 1,6 bilhões de eventos.	41
Figura 22	Esquema geral do detector (baseada em [8]).	42
Figura 23	(a) Ilustrações de dopagem tipo n com fósforo e tipo p com boro. (b) Ilustração da junção pn e zona de depleção com utilização de polarização reversa (baseadas em [43]).	43
Figura 24	Detalhamento do pixel do detector (baseada em [42]).	44
Figura 25	Gráfico exibindo as interações predominantes em um sensor de silício de acordo com as energias dos fótons incidentes (baseado em [43]).	45
Figura 26	Modelo computacional do detector com os respectivos componentes e direções dos fótons incidentes.	46

Figura 27	(a) Contagem de interações dos fótons primários. Fotoelétrico: 0,3%, Compton: 98%, Produção de pares: 1,3%, Rayleigh: 0,4% . (b) Contagem das interações de todos os fótons. Fotoelétrico: 3,7%, Compton: 94,6%, Produção de pares: 1,2%, Rayleigh: 0,5%.	47
Figura 28	Partículas primárias: Fótons produzidos com energia de acordo com espectro simulado do acelerador. Em (a) Incidência ortogonal e (b) Incidência tangencial	48
Figura 29	Fração de fótons que depositaram energia no detector obtida através da simulação. Verde: Posicionamento longitudinal. Azul: Posicionamento longitudinal.	48
Figura 30	Espectro de energia depositada. (a) Em escala linear e (b) Em escala log no eixo das ordenadas.	51
Figura 31	Dependência do χ^2/ndf com número de iterações.	52
Figura 32	Espectro incidente reconstruído, utilizando 160 iterações (laranja) e 979 iterações (preto), e o espectro incidente de referência (azul).	52
Figura 33	Resíduos percentuais para a reconstrução com 160 iterações (laranja) e o número máximo de iterações para convergência (preto).	53
Figura 34	Dependência dos resultados com a dimensão da matriz resposta e vetores dos espectros de energia depositada utilizados para deconvolução.	54
Figura 35	Espectro incidente reconstruído, utilizando 24 bins (laranja) e 360 bins (preto), superpostos ao espectro incidente de referência (azul).	54
Figura 36	Resíduos percentuais para a reconstrução utilizando 24 bins (laranja) e 360 bins (preto)	55
Figura 37	Dependência com número de eventos para espectro de energia depositada.	56
Figura 38	Espectro incidente reconstruído, utilizando 2 milhões (laranja) e 50 milhões (preto) de eventos, superpostos ao espectro incidente de referência (azul).	56
Figura 39	Resíduos percentuais para a reconstrução utilizando 2 milhões (laranja) e 50 milhões (preto) de eventos.	57
Figura 40	Valores χ^2 para variações no número de eventos utilizados para matriz resposta.	57
Figura 41	Espectro incidente reconstruído, utilizando 100 milhões (laranja), 600 milhões (preto) e 1600 milhões (verde) de eventos, superpostos ao espectro de referência (azul).	58

Figura 42	Resíduos percentuais para a reconstrução utilizando 100 milhões (laranja), 600 milhões (preto) e 1600 milhões (verde) de eventos.	59
Figura 43	Distribuição de Poisson para a média de fótons por <i>frame</i> esperada para um acelerador Varian com taxa de dose de 1 Gy/min e <i>frame</i> de 10 μ s.	60
Figura 44	Gráfico mostrando a relação entre os valores dos coeficientes de atenuação de massa e as energias dos fótons [46].	70

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Relação de ângulos de espalhamento Rayleigh com energia do fóton incidente e elemento [30].	26
Tabela 2	Razão entre contribuição de espalhamento Rayleigh com relação ao coeficiente de atenuação total (σ_R/μ) [30].	26
Tabela 3	Especificações técnicas do detector utilizado no estudo [44].	44
Tabela 4	Valores de χ^2 combinando os parâmetros para o caso com 100 milhões para função resposta	68
Tabela 5	Valores de χ^2 combinando os parâmetros para o caso com 200 milhões para função resposta	68
Tabela 6	Valores de χ^2 combinando os parâmetros para o caso com 400 milhões para função resposta	68
Tabela 7	Valores de χ^2 combinando os parâmetros para o caso com 600 milhões para função resposta	68
Tabela 8	Valores de χ^2 combinando os parâmetros para o caso com 1000 milhões para função resposta	69
Tabela 9	Valores de χ^2 combinando os parâmetros para o caso com 1400 milhões para função resposta	69
Tabela 10	Valores de χ^2 combinando os parâmetros para o caso com 1600 milhões para função resposta	69
Tabela 11	Valores de χ^2 combinando $D=720$ bins, $N_{fr}=200$ milhões e $N_{dep}=100$ milhões.	69
Tabela 12	Tabela com os valores dos coeficiente de atenuação de massa para determinados valores de energia [46].	71

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

cm	Centímetro
CdTe	Telureto de cádmio
eV	Elétron-volts
Ge	Germânio
g	Gramma
Gy	Gray
keV	10^3 elétron-volts
kVp	10^3 volts pico
LHC	<i>Large Hadron Collider</i>
LHCb	<i>Large Hadron Collider beauty</i>
MeV	10^6 elétron-volts
μm	Micrômetro
min	Minutos
NaI(Tl)	Iodeto de sódio dopado com tálio
ndf	Número de graus de liberdade
s	Segundos
Si	Silício
V	Volts

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	17
3	FUNDAMENTOS TEÓRICOS	20
3.1	Interação radiação-matéria	20
3.1.1	Seção de choque e parâmetro de impacto	20
3.1.2	Interação de fótons com a matéria	22
3.1.3	Interação de elétrons com a matéria	28
3.2	Acelerador linear clínico	32
3.3	Espectro emitido e absorvido	34
3.4	Princípios básicos de simulação com método Monte Carlo	35
4	MATERIAIS E MÉTODOS	38
4.1	Descrição do método	38
4.1.1	Deconvolução	39
4.1.2	Função resposta	40
4.2	Detector	42
4.3	Simulação e tratamento dos dados	45
4.4	Geometria utilizada	47
4.5	Otimização de parâmetros	49
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	51
5.1	Energia depositada	51
5.2	Número de iterações	52
5.3	Número de bins para deconvolução	53
5.4	Número de eventos para o espectro de energia depositada	55
5.5	Número de eventos para função resposta	57
5.6	Estimativas para tempo de aquisição	59
6	CONCLUSÃO	62
	APÊNDICE A. Tabelas com valores de χ^2 obtidos	68
	APÊNDICE B. Coeficiente de atenuação de massa para Si	70
B.1	Gráfico da relação entre o coeficiente de atenuação de massa para Si e energias dos fótons	70
B.2	Tabela dos coeficiente de atenuação de massa para Si	71

1 INTRODUÇÃO

A utilização de radiação ionizante na medicina já data de cerca de 100 anos. Desde então, com o aparecimento de diversas inovações tecnológicas foi possível otimizar os tratamentos, de modo a possibilitar sua utilização em larga escala. Na radioterapia, a aplicação de ferramentas computacionais e o desenvolvimento de aceleradores lineares são alguns destes avanços que, por exemplo, colaboraram para um alto grau de controle e acurácia da dose entregue nos tratamentos [1–3].

Aceleradores lineares são equipamentos onde partículas carregadas são aceleradas por uma diferença de potencial em guias de onda e defletidas para incidir em um alvo a fim de emitirem a radiação que será utilizada para tratamento. Diferentes configurações das máquinas modificam as características da radiação emitida, como a energia até a qual partículas carregadas são aceleradas, geometria e materiais do equipamento, filtros utilizados, presença ou não de colimadores etc [4].

Dentro das pesquisas relacionadas a aceleradores está a análise do espectro de energia emitido, dada a necessidade de uma descrição mais detalhada e precisa destes para diversos estudos, tanto ligados ao teste e desenvolvimento do equipamento como para otimização de sistemas de tratamento. Devido à questões como faixas de energia e alta taxa de fluência, muitos detectores e métodos comumente utilizados não são possíveis ou práticos o suficiente para a aplicação. Este cenário leva a necessidade de estudos visando o desenvolvimento de técnicas alternativas [2, 4–6].

Uma série de opções vêm sendo estudadas, como métodos analíticos, experimentais e computacionais. Cada um com suas vantagens e desvantagens, relativas ao entendimento da metodologia, aplicabilidade, tempo ou custo. Uma das formas mais usuais consiste na simulação detalhada do cabeçote do equipamento. Tal fato, além de exigir um grande trabalho de modelagem, possui limitações, por exemplo, devido a detalhes desconhecidos da geometria e materiais de determinados componentes [4–7].

Como alternativa, é possível adotar uma abordagem diferente, onde medições diretas são utilizadas para se reconstruir o espectro do feixe primário. Por exemplo, fazendo a deconvolução do espectro de energia depositada em um detector através da utilização de sua função resposta [8]. É interessante ressaltar que, obtida uma função resposta, é possível a aplicação deste método para diferentes máquinas e espectros, dentro do intervalo de energia estudado, o que torna bastante viável sua aplicação prática.

O objetivo do atual trabalho é, através de simulação de Monte Carlo, verificar a viabilidade e condições de aplicação desta técnica alternativa para reconstrução do espectro incidente de um feixe de 6 MeV, por meio da deconvolução do espectro de energia depositada, utilizando

um detector composto por um sensor de silício quadrado de lado 1,41 cm e 300 μm de espessura, formado por uma matriz de 256x256 pixels de lado 55 μm cada, e uma eletrônica de leitura TimePix com 100 μm de espessura, disponível no Laboratório de Física de Partículas Elementares do Instituto de Física da UFRJ, normalmente utilizado para estudos de desenvolvimento de detectores para o experimento *Large Hadron Collider beauty* (LHCb) do *Large Hadron Collider* (LHC).

O software Geant4 [9], adicionado do pacote PENELOPE [10], foi utilizado para gerar amostras simuladas das interações de fótons com o detector especificado. Essas amostras são utilizadas tanto para obtenção da função resposta do detector quanto do espectro de energia depositada por fótons gerados com energia segundo um espectro de referência. O espectro de referência utilizado corresponde ao espectro típico de um acelerador Varian Clinac 600C.

Comparando o espectro reconstruído a partir do espectro de energia depositada com o espectro de referência, são otimizados os parâmetros da técnica empregada, como estatísticas necessárias para função resposta e espectro de energia depositada, dimensão utilizada para deconvolução e características do método de deconvolução. Para análise e tratamento dos dados foi utilizado o software ROOT [11], as bibliotecas de código aberto Eigen [12], o software Mathematica [13] além de códigos em C++.

A estrutura do trabalho consiste em uma análise inicial da literatura relativa à área cujo método proposto está inserido, identificando as motivações, dificuldades, evolução dos métodos aplicados bem como os respectivos resultados, vantagens e desvantagens.

Em seguida é realizada uma abordagem teórica dos fundamentos físicos envolvidos no procedimento, onde são descritos os processos de interação da radiação com a matéria relevantes na faixa de energia de interesse neste estudo de forma a possibilitar o entendimento de sua utilização em aceleradores lineares clínicos, espectros emitidos por estes e absorvidos por um sistema de detecção e ainda os fenômenos presentes nas simulações computacionais do detector.

São então discutidos os aspectos fundamentais do método desenvolvido, com detalhes relevantes para interpretações dos resultados, bem como os materiais e procedimentos. Com isso é possível entender a geometria adotada para o sistema e a abordagem utilizada para o estudo dos parâmetros e sua otimização.

Os resultados são apresentados de forma sistemática objetivando as discussões e conclusões posteriores. Para cada resultado são apresentadas as respectivas discussões de acordo com as interpretações obtidas, finalizando na conclusão com uma síntese dos procedimentos utilizados, sua análise, condições atuais do método, necessidades e perspectivas futuras.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nos trabalhos de reconstrução de espectros emitidos por aceleradores clínicos publicados anteriormente são enfatizadas as faixas de energias dos espectros emitidos pelos aceleradores. São consideradas baixas energias valores até cerca de 300 keV, relativas às aplicações em diagnóstico, e altas energias valores da ordem de MeV, para fins de tratamento. Fatores como taxas de fluência, altas energias e ainda a necessidade de adequação às rotinas e infraestruturas clínicas limitam muitos procedimentos utilizados. Algumas limitações são, por exemplo, a necessidade de montagens experimentais complexas, com excessivos elementos de colimação e refrigeração, distância necessária da fonte para o detector, ou pelas próprias limitações dos instrumentos utilizados, seja pela saturação, eficiência, tempo necessário para aquisição ou ainda resistência aos danos devido à radiação.

As motivações destes estudos estão relacionadas a necessidade da informação detalhada do espectro para diversos estudos e aplicações, como ajudar no projeto de novos aceleradores, melhorar a acurácia da dosimetria clínica, implementação de planejamento de tratamento com Monte Carlo [5, 7], controle de qualidade de rotina com informações mais detalhadas do feixe [6, 14] e até para técnicas de diagnóstico como imagem *k-edge* [15].

Nos estudos iniciais dos espectros emitidos por aceleradores eram utilizados majoritariamente detectores cintiladores (NaI(Tl)) que aos poucos foram sendo substituídos por detectores semicondutores, como Ge, CdTe e Si, devido a fatores como maior resolução energética e menor tempo de medição [16]. Inicialmente foram obtidos bons resultados utilizando Germânio, em energias típicas para diagnóstico, aplicando um método que faz correções em pequenos intervalos das distribuições de alturas de pulso devido a perdas por emissão de radiação característica, frações de fótons que interagem por espalhamento Compton, perdas de elétrons liberados pelas interações e eficiências dos sistemas de detecção. Os fatores de correção para este método foram obtidos através de comparações dos resultados com os previstos por simulações utilizando o método de Monte Carlo [17].

Algumas alternativas ao Germânio começaram a ser investigadas, como CdTe ou Si. Tais estudos utilizavam as menores eficiências destes materiais como estratégia para medir taxas de fluência superiores às utilizadas para o Ge. Além disso, a menor necessidade de controlar o fluxo e ausência de um sistema de resfriamento implicava em aparatos experimentais e distâncias mais viáveis para a aplicação na rotina clínica, sendo possível também reduzir as restrições na corrente dos equipamentos para impedir a saturação dos detectores. Estudos realizados para estas opções apresentaram resultados próximos aos obtidos com Germânio, porém, com uma menor resolução energética, e, juntamente ao método de reconstrução, levando em resultados um pouco menos precisos [18, 19].

Ainda para baixas energias utilizando estes detectores semicondutores, foram feitos estudos com um método visando obter o espectro primário para a reconstrução de imagens que consiste na descrição do espectro medido como uma convolução do espectro incidente com uma função resposta. Esta função resposta pode ser determinada de diversas formas, como por simulação, métodos experimentais ou analíticos, sendo a equação resolvida através de ferramentas computacionais. Este método é dito mal condicionado, já que pequenas variações nas informações medidas afetam significativamente os resultados finais, sendo necessário um bom controle e análise dos parâmetros utilizados. Dessa forma, os avanços tecnológicos nos sistemas de detecção e no aumento da capacidade e velocidade de cálculos computacionais são pontos favoráveis significativos para sua aplicação, possibilitando bons resultados para os estudos realizados com baixas energias e sensores de germânio, silício e outros semicondutores [15,20,21].

Para os feixes com altas energias emitidos por aceleradores lineares clínicos para tratamentos, os valores de taxas de fluência mais elevados levam a maiores probabilidades de saturação e danificação dos equipamentos, além da maior dificuldade pelas baixas eficiências de detecção de fótons mais energéticos. Em alguns casos, medidas utilizando montagens experimentais mais complexas foram feitas, porém, não sendo tão viáveis à rotina clínica pelos fatores mencionados. Devido a estas dificuldades de medição, são estabelecidos parâmetros de controle denominados fatores de qualidade, calculados para configurações específicas de campo, profundidade e meio utilizado [4, 22].

São ditos fatores de qualidade grandezas físicas estabelecidas para caracterizar a qualidade do feixe, como tipo, energia e penetração. Além disso, medidas de rotina destes fatores permitem monitorar variações durante o controle de qualidade e ainda são úteis para o cálculo de dose entregue nos tratamentos. Para feixes de diagnóstico, um exemplo é a medida da camada semirredutora (half-value layer - HVL), espessura para a qual a intensidade do feixe se reduz pela metade. Para feixes de tratamento, um exemplo é o percentual de dose profunda (PDP), onde são medidas as doses no eixo central em duas profundidades dentro de um meio dispersivo com uma distância fonte superfície fixa. O fator é então obtido pela razão percentual da dose em uma determinada profundidade pela dose em uma profundidade de referência [23].

Procedimentos buscando uma forma de reconstruir o espectro emitido através de informações de atenuação ou curvas de transmissão em determinados meios, como alumínio e água, foram testados, apresentando, para energias mais baixas, compatibilidade com os valores dos fatores de qualidade normalmente utilizados, porém, com diferenças para mesmos espectros emitidos devido a utilização de materiais atenuadores distintos. Os resultados são normalmente comparados a estes fatores para verificar a adequação de ambos e situações de aplicabilidade. Para altas energias foi visto que os fatores de qualidade podem não ser tão adequados para verificação devido ao fato de que nestas regiões as diferenças entre eficiências se tornam cada vez menos expressivas [14, 22].

Os estudos utilizando simulações de Monte Carlo são realizados em sua maioria pela modelagem do cabeçote dos aceleradores, levando a resultados dentro do limite de tolerância de $\pm 5\%$, para dose entregue ao volume de tratamento, estabelecido pela Comissão Internacional de Unidades e Medidas de Radiação (ICRU) [24]. Porém, estes estudos requerem um grande trabalho de modelagem, ficando muitas vezes limitados devido a necessidade de informações detalhadas, nem sempre conhecidas, das geometrias e materiais, e ainda não possibilitando um monitoramento do equipamento [25, 26].

Para altas energias, métodos com medidas diretas não são comumente utilizados. Assim, o objetivo deste trabalho é verificar a viabilidade de realizar a reconstrução do espectro de um feixe de 6 MeV através da deconvolução de espectro de energia depositada em um detector disponível no Laboratório de Física de Partículas Elementares do Instituto de Física (LAPE) da UFRJ.

Como a aquisição de dados deste detector é feita com uma eletrônica rápida, com duração configurável, é possível estabelecer intervalos de tempo suficientemente pequenos de modo a evitar a saturação em altas taxas de fluência. Estudos demonstraram a possibilidade de utilização deste detector para reconstrução do espectro de feixes para baixas energias [8]. Para verificar a possibilidade de utilização com energias na faixa de 0 a 6 MeV, foi adaptada uma simulação do detector [27] e realizado um estudo de viabilidade e otimização dos parâmetros de modo a possibilitar futuros testes práticos em condições já definidas.

3 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

3.1 Interação radiação-matéria

Nesta seção são vistas as interações da radiação com a matéria relevantes na faixa de energia de interesse neste estudo (0 a 6 MeV), como efeito fotoelétrico, espalhamentos Compton e Rayleigh, produção de pares, e as possíveis interações dos elétrons com o campo coulombiano. Antes de abordá-las, são apresentadas as grandezas seção de choque, parâmetro de impacto e ângulo de espalhamento, utilizadas nas descrições de muitos destes fenômenos.

3.1.1 Seção de choque e parâmetro de impacto

Considere duas situações com interações distintas, a primeira sendo exclusivamente devido a forças de contato (figura 1(a)) e a segunda consistindo de objetos carregados, onde a interação será dada pela presença de forças coulombianas (figura 1(b)), ambas consistindo em um projétil incidindo em um alvo em repouso com relação ao ambiente do experimento.

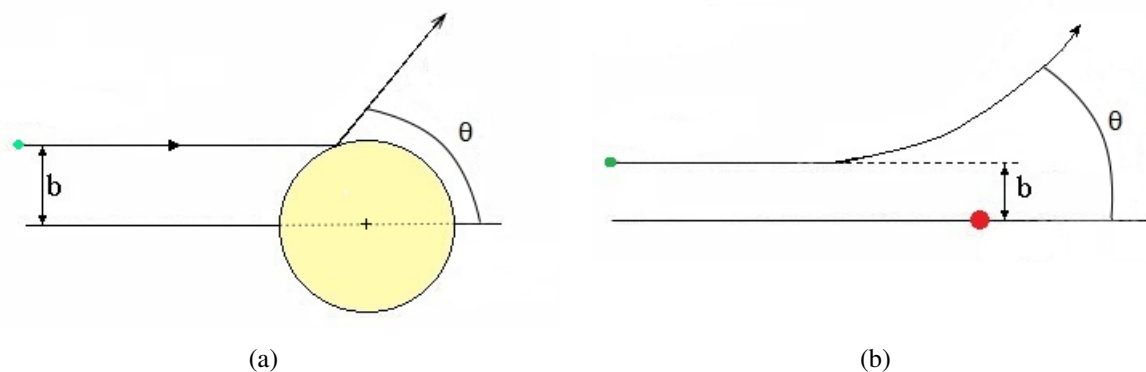


Figura 1: Ilustração do parâmetro de impacto b e ângulo de espalhamento θ para o caso de colisões bidimensionais na presença de (a) forças de contato e (b) interações com campo coulombiano (baseadas em [28]).

Para a primeira, o ponto de colisão entre as partículas está relacionado ao chamado parâmetro de impacto b , sendo a distância perpendicular entre a reta que contém a direção inicial e a reta paralela que passa pelo centro do alvo. Já o desvio ocorrido devido a colisão será dado através da variação angular em relação à direção de incidência da partícula, no caso bidimensional, sendo associado a um ângulo de espalhamento θ (figura 1(a)). Nesse caso percebe-se que existe um valor limite para b a partir do qual não há colisão, sendo $\theta = 0^\circ$ [28].

Para a segunda, como a interação ocorre independente de contato, haverá espalhamento por um determinado ângulo θ mesmo para parâmetros de impactos elevados, podendo-se estender a definição deste como sendo a distância de maior aproximação na ausência das forças coulombianas (figura 1(b)) [28].

Dessa forma, resolvendo as equações de movimento para as respectivas interações é possível obter θ como função do parâmetro de impacto, de modo que $\theta = \theta(b)$. No entanto, para o estudo dos casos atômicos ou subatômicos a serem tratados, não é possível a medição direta de b devido às incertezas relativas aos fenômenos quânticos envolvidos [28, 29].

Como as interações possuem uma natureza probabilística, é necessário estabelecer uma forma de quantificar esta probabilidade de interação. Para isto, ao invés de um alvo único pode-se considerar uma camada fina de um material com n alvos por unidade de área, de modo que para uma área total A , é dita seção de choque a área σ dos alvos, sendo a probabilidade de colisão dada por $nA\sigma/A$. Para um feixe [28]:

$$N_{esp} = N_{inc}n\sigma \quad (3.1)$$

onde N_{esp} é o número de partículas espalhadas, N_{inc} o número de partículas incidentes e σ a seção de choque, dada em função do alvo, natureza das partículas incidentes, energias e tipos de interação.

Para o caso de fótons as interações fundamentais são efeito fotoelétrico, espalhamentos (Compton e Rayleigh) e produção de pares, cada uma com suas respectivas seções de choque. Para o caso dos elétrons, o espalhamento será devido à interação com o campo coulombiano, tendo variações de acordo com os valores de b . A seção de choque total será dada por [30]:

$$\sigma_{tot} = \sum_i \sigma_i \quad (3.2)$$

onde o índice i representa as possíveis interações da partícula incidente.

Um outro modo de expressar a seção de choque é através de sua forma diferencial, que através da equação 3.1:

$$dN_{esp} = N_{inc}n \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega \quad (3.3)$$

sendo dN_{esp} o número de partículas espalhadas dentro do ângulo sólido $d\Omega$ (figura 2(a)) e $d\sigma/d\Omega$ a seção de choque diferencial.

Sua relação com o parâmetro de impacto e o ângulo de espalhamento θ pode ser obtida de forma simples pela divisão de $d\sigma$ por $d\Omega$ vistos da figura 2(b), obtendo [28]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{b}{\sin\theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right| \quad (3.4)$$

O valor absoluto de $db/d\theta$ visa garantir que a seção de choque diferencial seja positiva, já que um aumento em b pode implicar em um decréscimo em θ , que levaria a valores negativos para o termo em questão [28].

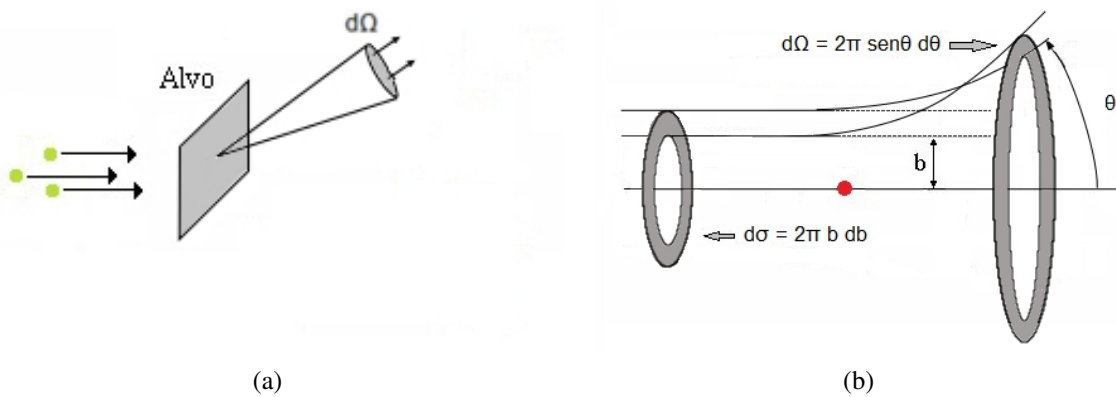


Figura 2: (a) Espalhamento de partículas incidentes em um alvo fino e espalhadas dentro de um ângulo sólido $d\Omega$ (b) Representação dos elementos de área $d\sigma$ e $d\Omega$ através do parâmetro de impacto b e ângulo de espalhamento θ respectivamente (baseadas em [28]).

3.1.2 Interação de fótons com a matéria

Por serem partículas neutras, os fótons em geral transferem frações de suas energias em poucas interações, sendo a natureza e número de ocorrências dados estatisticamente de acordo com as seções de choque das interações. A figura 3 exibe os efeitos dominantes de acordo com a energia dos fótons e composição do meio. Aqui são descritas as seguintes interações com as respectivas seções de choque: efeito fotoelétrico (τ), espalhamento Compton (σ_C), produção de pares (κ) e espalhamento Rayleigh (σ_R) [31, 32].

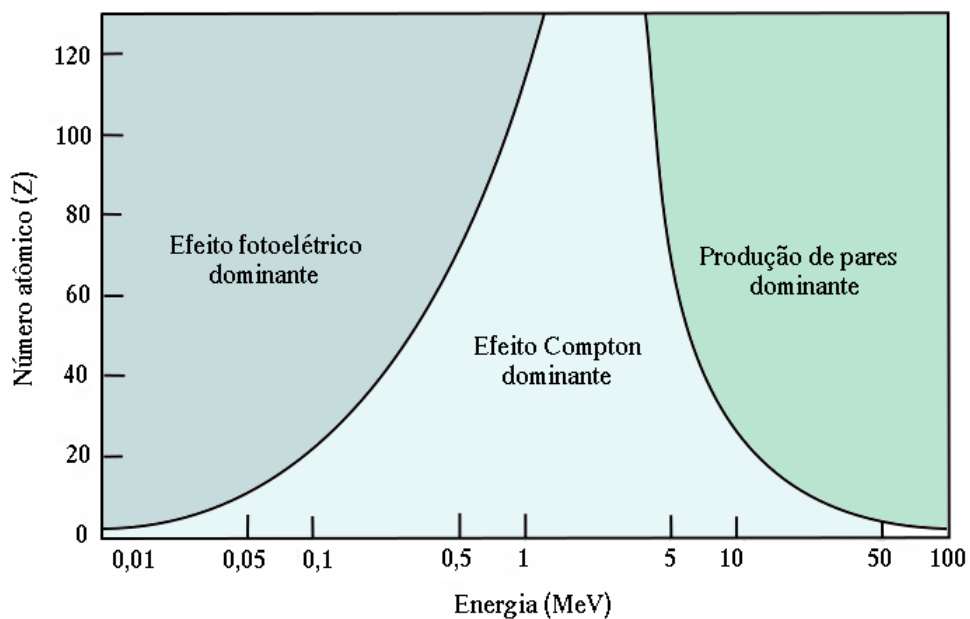


Figura 3: Gráfico mostrando efeitos de interação dominantes em função da energia do fóton incidente e número atômico do meio (baseado em [10]).

3.1.2.1 Atenuação

A intensidade de um feixe de fótons pode ser descrita como função da profundidade no material atravessado. A figura 4 ilustra a atenuação de um feixe com intensidade inicial $I(0)$ devido ao espalhamento e absorção dos fótons incidentes. Para uma espessura fina dx atravessada, é possível escrever a redução da intensidade do mesmo por [31]:

$$dI(x) = -\sigma I(x)\eta dx, \quad (3.5)$$

onde σ é a seção de choque total e η o número total de átomos por unidade de volume.

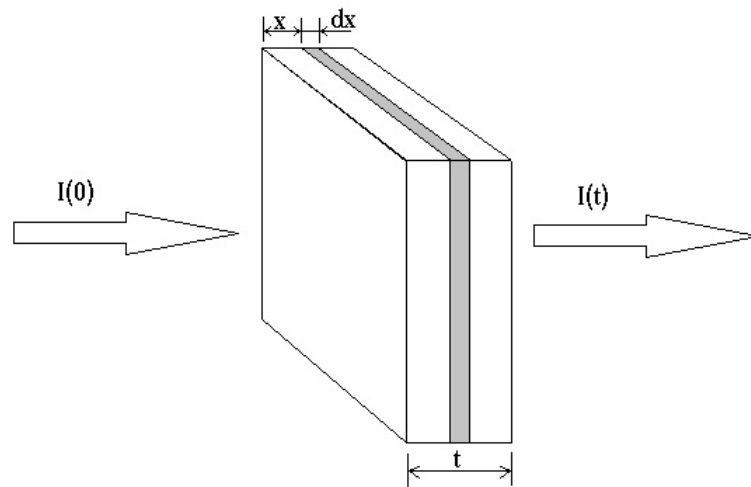


Figura 4: Atenuação de um feixe incidente ao atravessar um meio com espessura t (baseada em [31]).

Integrando a equação 3.5 para uma espessura t obtém-se [30, 31]:

$$I(t) = I(0)e^{-\sigma\eta t} \quad \text{ou} \quad I(t) = I(0)e^{-\mu t} \quad (3.6)$$

onde define-se $\sigma\eta = \mu$ como coeficiente de atenuação linear.

Como μ depende da densidade do material, usualmente é utilizada sua divisão pela densidade de forma a ser possível relacionar os valores com os elementos conhecidos. Ficando com μ/ρ chamado de coeficiente de atenuação de massa [30, 31]. Assim como a seção de choque, este coeficiente também dependerá do tipo de interação ocorrida, de forma que o seu valor total é dado pela soma da contribuição de cada uma destas, sendo expresso por:

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{\tau}{\rho} + \frac{\sigma_c}{\rho} + \frac{\kappa}{\rho} + \frac{\sigma_R}{\rho} \quad (3.7)$$

sendo τ/ρ a contribuição do efeito fotoelétrico, σ_c/ρ a do espalhamento Compton, κ/ρ a da produção de pares e σ_R/ρ do espalhamento Rayleigh.

3.1.2.2 Efeito fotoelétrico

No efeito fotoelétrico ocorre a total absorção do fóton seguida da ejeção de um elétron, como visto na figura 5(a). Para que ele possa ocorrer é necessário que o fóton incidente possua energia $E = h\nu > U_i$, sendo U_i a energia mínima para remover um elétron do material. Tal interação ocorre entre o fóton e um átomo, não sendo possível nos casos de elétrons livres. Após a interação, o elétron passa a ter energia cinética dada por [10, 31]:

$$E_e = h\nu - U_i \quad (3.8)$$

O elétron removido deixa uma vacância no orbital de origem, o qual passa a ser ocupado por um elétron de um nível mais energético, havendo em seguida a emissão de energia de acordo com a diferença entre os níveis. Em geral, esta é liberada através da emissão de um fóton, porém, em alguns casos podendo haver a emissão de um elétron, este sendo chamado de elétron Auger [30].

A probabilidade de ocorrência do efeito fotoelétrico será dada através da respectiva seção de choque, cuja expressão analítica é de difícil obtenção devido a ligação do elétron ao átomo, levando a gráficos com descontinuidades relativas aos níveis e subníveis eletrônicos, vistas na figura 5(b). Todavia, valores aproximados da seção de choque atômica para o efeito fotoelétrico podem ser obtidos com [30]:

$$\tau \cong k \frac{Z^n}{(h\nu)^m} \quad (3.9)$$

onde Z é o número atômico, k uma constante e n e m parâmetros que variam conforme a energia $h\nu$. Por exemplo, $n = 4$ e $m = 3$ para 0,1 MeV, $n \approx 4,6$ para 3 MeV e $m \approx 1$ para 5 MeV.

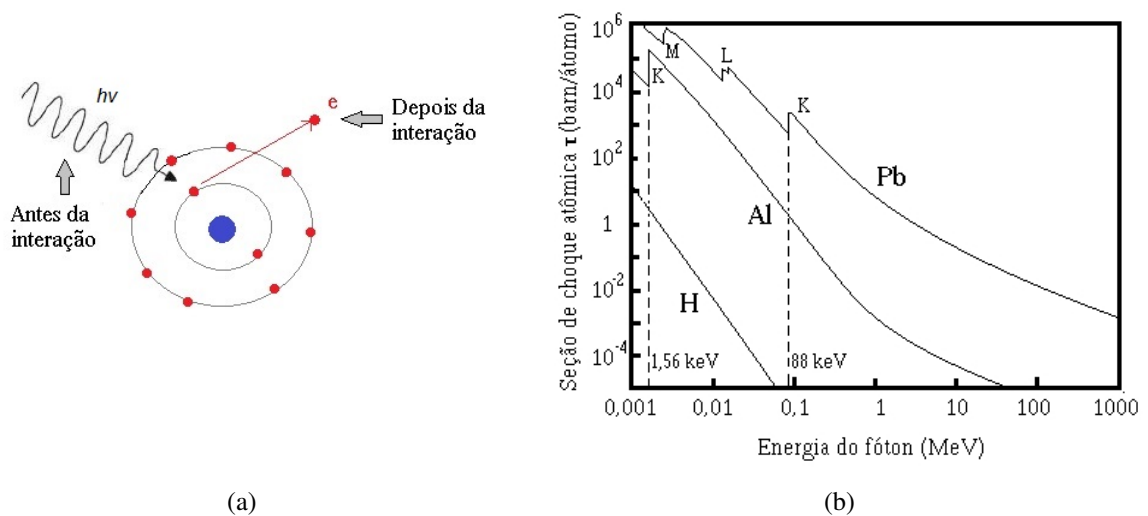


Figura 5: (a) Ilustração do efeito fotoelétrico. (b) Gráfico exibindo a relação da seção de choque com a energia do fóton incidente para diferentes elementos (baseadas em [33]).

3.1.2.3 Espalhamento Compton

O espalhamento Compton consiste na interação entre um fóton, com energia $E_0 = h\nu$ e momento $p_0 = h\nu/c$, e um elétron considerado livre, como na figura 6.

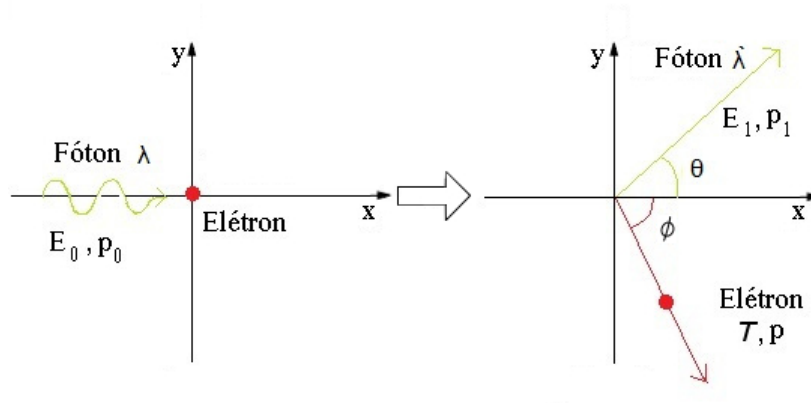


Figura 6: Esquema do espalhamento Compton antes e após a interação (baseada em [31]).

Após a interação o fóton é defletido de sua trajetória inicial por um ângulo θ com uma energia $E_1 = h\nu' < h\nu$ e momento $p_1 = h\nu'/c$, transferindo a diferença de energia e momento para o elétron. No caso de elétrons fracamente ligados estes são ejetados do átomo com energia ($E = h\nu - h\nu'$), e se tem o chamado deslocamento Compton, onde a variação no comprimento de onda do fóton incidente é dada por [30, 31]:

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0c}(1 - \cos\theta) \quad (3.10)$$

sendo $(h/m_0c) \equiv \lambda_c = 2,43 \times 10^{-12}$ m chamado de comprimento de onda Compton do elétron.

Após a interação, o fóton transfere parte de sua energia para o elétron, sendo sua energia após o espalhamento dada por [30, 31]:

$$h\nu' = \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_0c^2}(1 - \cos\theta)} \quad (3.11)$$

A probabilidade de ocorrência do espalhamento Compton é dada através da respectiva seção de choque atômica (figura 7(b)), obtida por Klein e Nishina, dada por [30]:

$$\sigma = 2\pi \int_0^\pi Z \frac{d\sigma_e}{d\Omega_\theta} \sin\theta d\theta \quad , \text{ com: } \frac{d\sigma_e}{d\Omega_\theta} = \frac{r_0^2}{2} \left(\frac{h\nu}{h\nu'} \right)^2 \left(\frac{h\nu}{h\nu'} + \frac{h\nu'}{h\nu} - \sin^2\theta \right) \quad (3.12)$$

onde $r_0 = (e^2/m_0c^2)$ é o raio clássico do elétron e $d\sigma_e/d\Omega_\theta$ é a seção de choque diferencial por elétron para um fóton espalhado por um ângulo θ [30].

3.1.2.4 Espalhamento Rayleigh

Este tipo de espalhamento ocorre quando o fóton é espalhado de forma conjunta e coerente pelo átomo como um todo, não havendo variação significativa na energia, apenas pequenas variações angulares de sua trajetória inicial, de acordo com a energia incidente, e uma pequena movimentação do átomo de modo a conservar o momento. Sua ocorrência é mais acentuada para baixas energias (keV), representando um percentual baixo com relação a atenuação total, como visto nas tabelas 1 e 2 [10, 30]. Na figura 7 é visto que para maiores energias há uma redução da seção choque Rayleigh e aumento da seção de choque Compton.

Tabela 1: Relação de ângulos de espalhamento Rayleigh com energia do fóton incidente e elemento [30].

	0,1 MeV	1 MeV	10 MeV
Al	15°	2°	0.5°
Pb	30°	4°	1.0°

Tabela 2: Razão entre contribuição de espalhamento Rayleigh com relação ao coeficiente de atenuação total (σ_R/μ) [30].

	0,01 MeV	0,1 MeV	1,0 MeV
C	0,07	0,02	0
Cu	0,006	0,08	0,007
Pb	0,03	0,09	0,03

A seção de choque atômica para espalhamento Rayleigh é dado por [30]:

$$\sigma_R \approx \frac{Z^2}{(h\nu)^2} \quad (3.13)$$

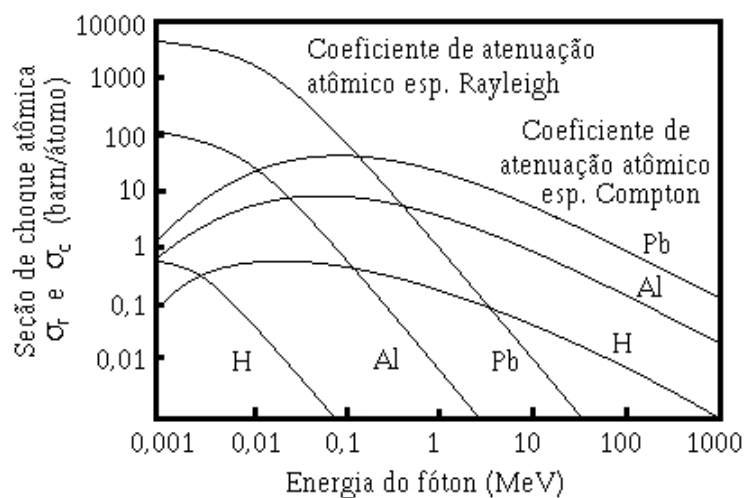


Figura 7: Gráfico exibindo a relação da seção de choque para os espalhamentos Compton e Rayleigh com a energia do fóton incidente para diferentes elementos (baseado em [33]).

3.1.2.5 Produção de pares

Nos casos onde os fótons incidentes possuem energias maiores que duas vezes a massa de repouso do elétron, ou seja $E = h\nu > 2m_e c^2 = 1,02 \text{ MeV}$, é possível que ocorra a produção de um par elétron-pósitron, sendo satisfeitas as condições de conservação de energia, carga e momento. A conservação do momento implica que este fenômeno deva ocorrer nas proximidades de um campo coulombiano. A figura 8 (a) ilustra esta interação na presença do campo do núcleo, porém, podendo ocorrer em casos mais raros devido a orbitais eletrônicos [33].

Da conservação de energia:

$$h\nu = E_+ + E_- = 2m_0c^2 + T^+ + T^- \quad (3.14)$$

onde T^+ é a energia cinética do pósitron e T^- a do elétron.

A probabilidade de ocorrência será dada pela respectiva seção de choque atômica [30]:

$$\kappa = \sigma_0 Z^2 \bar{P} \quad (3.15)$$

com $\sigma_0 = (e^2/m_0c^2)^2/137$, Z o número atômico, P uma função de $h\nu$ e Z , \bar{P} o seu valor médio.

A figura 8(b) exhibe o aumento da seção de choque a partir da energia mínima do fóton para a produção de pares para diferentes materiais.

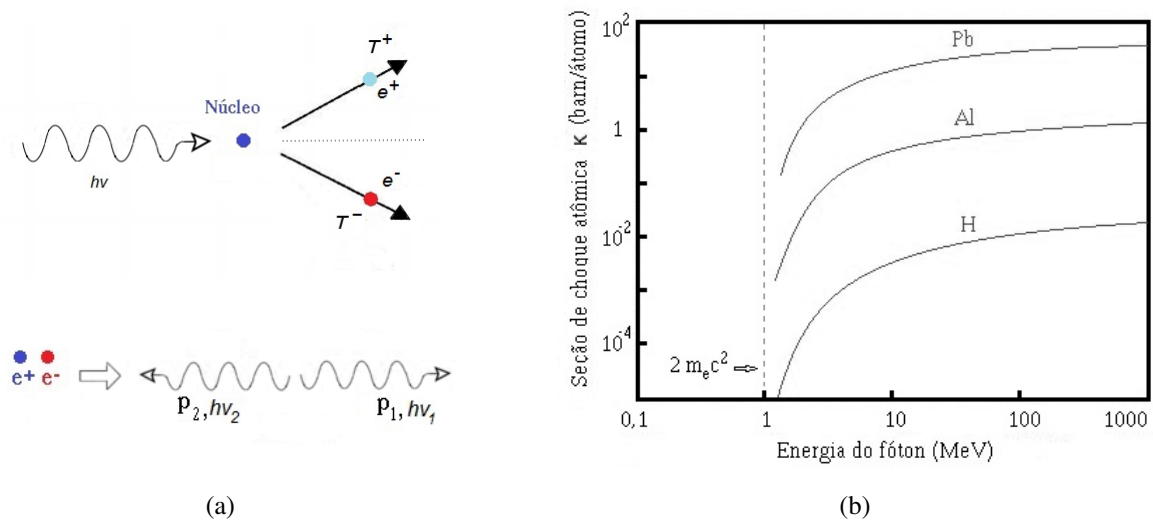


Figura 8: (a) Ilustração da produção de pares e da aniquilação elétron-pósitron (baseada em [31]). (b) Gráfico exibindo a relação da seção de choque para produção de pares com a energia do fóton incidente para diferentes elementos (baseado em [33]).

A figura 8(a) mostra ainda o caso oposto, onde pósitrons e elétrons aproximadamente em repouso se aniquilam produzindo dois fótons que, devido a conservação do momento, tem energia de 0,51 MeV e se movem em direções opostas.

3.1.3 Interação de elétrons com a matéria

Diferentemente dos fótons, que transferem suas energias em poucas interações, os elétrons transferem sua energia ao longo do percurso por meio de um número elevado de interações com o campo coulombiano dos átomos e orbitais eletrônicos. Através da utilização do parâmetro de impacto b é possível dividir os efeitos destas interações como colisão dura, suave e de radiação, como vistos na figura 9 [30].

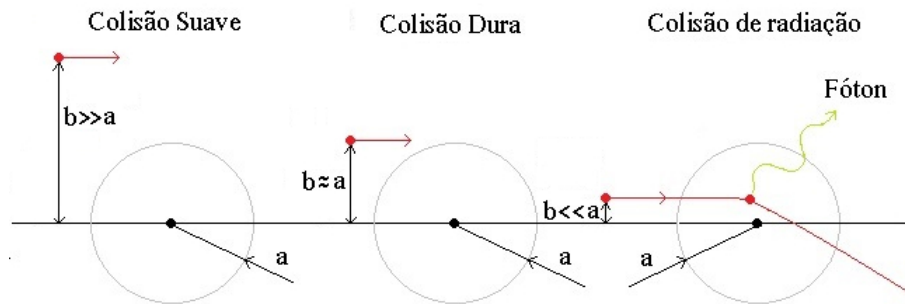


Figura 9: Caracterização conforme o parâmetro de impacto e o raio atômico (baseada em [33]).

3.1.3.1 Colisões com $b \gg a$

Para parâmetro de impacto maiores que o raio atômico, a interação irá ocorrer com o átomo como um todo, transferindo parte de sua energia e podendo polarizar o átomo, induzir estados excitados ou remover elétrons de valência. Devido as pequenas dimensões dos raios atômicos, valores maiores de b são os mais prováveis, essas colisões contribuem para aproximadamente metade da energia transferida para o meio [30, 33].

3.1.3.2 Colisões com $b \approx a$

Com parâmetro de impacto da ordem do raio atômico, a interação mais provável será com um elétron atômico, que é ejetado com uma quantidade significativa de energia cinética e chamado de raio delta (δ). Quando originados de níveis mais internos, elétrons dos níveis superiores preenchem esta vacância, havendo emissão de energia na forma de fótons ou de elétrons Auger [30].

3.1.3.3 Colisões com $b \ll a$

Para valores muito pequenos de b , a interação será principalmente com o núcleo, ocorrendo em sua maior parte de forma elástica, com o elétron desviado transferindo valores desprezíveis de energia satisfazendo a conservação do momento. No entanto, um percentual pequeno é desviado inelasticamente havendo emissão de valores consideráveis de energia na forma de fótons de raio-X. Tal fenômeno é chamado de Bremsstrahlung e está ilustrado na figura 10, onde um elétron com energia cinética T é defletido pelo núcleo havendo emissão de um fóton com energia $h\nu = T - T'$ [31].

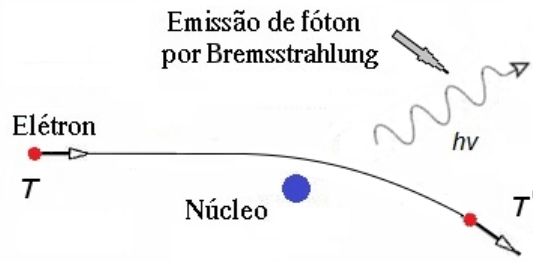


Figura 10: Ilustração do Bremsstrahlung (baseada em [31]).

3.1.3.4 Poder de freamento

Como foi visto, de acordo com os parâmetros de impacto b , os elétrons podem transferir suas energias de diferentes formas, seja para o meio devido a colisões ou por meio de emissão de radiação, cada processo apresentando as respectivas seções de choque. Para estimar esta transferência ao longo do percurso é definida uma grandeza chamada de poder de freamento, sendo dependente da partícula, energia e do meio. Esta grandeza ainda pode ser dividida em uma componente de colisão e outra de radiação [33].

Ao expressar a taxa de energia por unidade de comprimento, tem-se o poder de freamento linear, dado em unidades de energia por comprimento. Em alguns casos é interessante conhecer a taxa de energia de acordo com a densidade do meio, sendo assim chamado de poder de freamento de massa, dado pelo produto de energia por área dividido por unidade de massa.

Uma forma geral de se obter a média das energias depositadas é através da soma da multiplicação das energias depositadas (ΔT_{ni}) por determinados processos pelas respectivas seções de choque (σ_{ni}) de cada um deles e pelo número de átomos por unidade de volume ou massa (N_i). Sendo N_i dado por unidade de volume, se obtém o poder de freamento linear (equação 3.16). Sendo dado por massa, se obtém o poder de freamento de massa (equação 3.17). Ficando com [30, 33]:

$$\frac{dT}{dl} = \sum_i N_i \sum_n \Delta T_{ni} \sigma_{ni} \quad \Rightarrow \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dT}{dx} = \left(\frac{dT}{dx} \right)_c + \left(\frac{dT}{dx} \right)_r \quad (3.16) \\ \frac{dT}{\rho dx} = \left(\frac{dT}{\rho dx} \right)_c + \left(\frac{dT}{\rho dx} \right)_r \quad (3.17) \end{array} \right.$$

onde os índices c e r correspondem as componentes de colisão e radiação respectivamente.

As componentes de colisão costumam ser ainda divididas entre suave (s) e dura (h), para os casos com $b \gg a$ e $b \approx a$. Considerando o poder de freamento de massa [30]:

$$\left(\frac{dT}{\rho dx} \right)_c = \left(\frac{dT_s}{\rho dx} \right)_c + \left(\frac{dT_h}{\rho dx} \right)_c \quad (3.18)$$

com o índice s para suave e h para dura.

A expressão para o poder de freamento de massa é então dada como:

$$\frac{dT}{\rho dx} = \left(\frac{dT_s}{\rho dx} \right)_c + \left(\frac{dT_h}{\rho dx} \right)_c + \left(\frac{dT}{\rho dx} \right)_r \quad (3.19)$$

As expressões analíticas destas componentes podem ser obtidas, por exemplo, através das respectivas seções de choque e parâmetros de impacto [33]. A equação 3.20 descreve a relação entre a componente de radiação e colisão de acordo com a energia cinética dos elétrons e número atômico do meio em que incidem. Na figura 11 é possível observar a predominância da componente de colisão em baixas energias e o crescimento da componente de radiação conforme se aumenta a energia cinética dos elétrons incidentes [30].

$$\frac{(dT/\rho dx)_r}{(dT/\rho dx)_c} \approx \frac{TZ}{n} \quad (3.20)$$

com o parâmetro n variando em torno de 700 MeV de acordo com as energias [30].

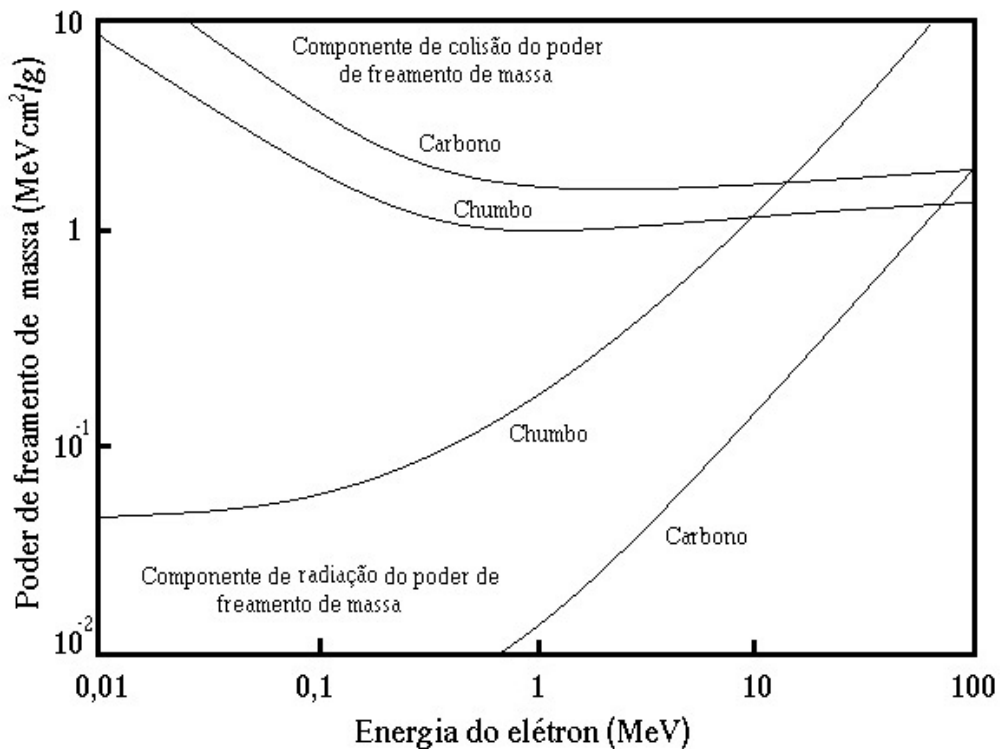


Figura 11: Poder de freamento de colisão e de massa em função da energia do elétron para alguns elementos (baseado em [30]).

Uma característica importante é a distribuição angular dos fótons emitidos pelo processo de Bremsstrahlung em função das energias dos elétrons incidentes. Como pode ser visto na figura 12, para energias da ordem de keV a intensidade máxima está em torno de 60° com relação à direção inicial, já para energias da ordem de MeV, a intensidade aumenta conforme se aproxima da direção inicial do elétron [23].

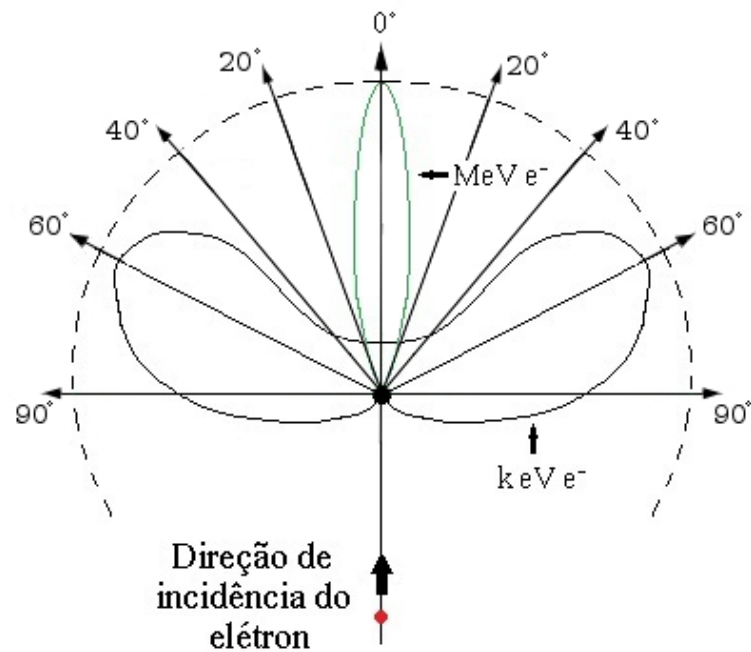


Figura 12: Intensidade relativa dos fótons emitidos por Bremsstrahlung de elétron com energias da ordem de keV e MeV incidindo em alvos finos (baseada em [23]).

3.1.3.5 Alcance CSDA e Alcance projetado

Devido ao seu elevado número de interações, é possível estimar para os elétrons e outras partículas carregadas um alcance percorrido máximo em um determinado meio. É dito alcance projetado ($\langle t \rangle$) de uma partícula carregada a penetração máxima em um determinado meio, já o alcance CSDA (R_{CSDA}) é a medida do percurso total percorrido, não apenas a penetração. Ambos dependem da energia cinética inicial, massa, carga e do meio em si. O alcance projetado é dado por [30]:

$$\langle t \rangle = -\frac{1}{N_0} \int_0^\infty t \cdot t_f(t) dt \quad (3.21)$$

com t sendo a espessura percorrida, $t_f = dN(t)/dt$ a distribuição diferencial do ponto de maior penetração e $N(t)$ o número de partículas incidentes.

Para o alcance CSDA [30]:

$$R_{CSDA} = \int_0^{T_0} \left(\frac{dT}{\rho dx} \right)^{-1} dT \quad (3.22)$$

onde T_0 é a energia inicial da partícula.

Entretanto, para o caso de partículas carregadas leves, tais parâmetros não representam com fidelidade os reais valores de penetração máxima, já que estas partículas seguem caminhos bem distintos sofrendo desvios significativos a cada interação [30].

3.2 Acelerador linear clínico

Através das interações de elétrons com a matéria é possível haver a emissão de fótons de raios X. Este fenômeno foi e é estudado desde seu descobrimento, de forma que as tecnologias empregadas foram evoluindo ao ponto de serem possíveis graus elevados de controle das energias e direção dos fótons emitidos. Este conhecimento pode ser utilizado na área médica em inúmeras situações, seja para obtenção de imagens em exames de diagnóstico, com energias da ordem de keV, ou no tratamento, com energias da ordem de MeV, onde o objetivo é transferir valores significativos de energia para uma região pré-determinada e atingir os objetivos clínicos propostos.

Os aceleradores clínicos fazem utilização de radiofrequências para gerar diferenças de potencial nos *gaps* (V_g) da guia de onda e assim acelerar partículas de carga q em um ambiente de alto vácuo, como visto na figura 13(a). A energia cinética adquirida pelas partículas podem ser descritas por [23]:

$$E = qV_g \quad (3.23)$$

com o índice g relativo aos *gaps*. Os potenciais V_g podem ser dados por [23]:

$$V_g = V_p \sin \phi_g \quad (3.24)$$

onde V_p é potencial de pico (figura 13(b)) e o termo ϕ_g é a fase devido à sua dependência com posição e tempo de acordo com a emissão da radiofrequência.

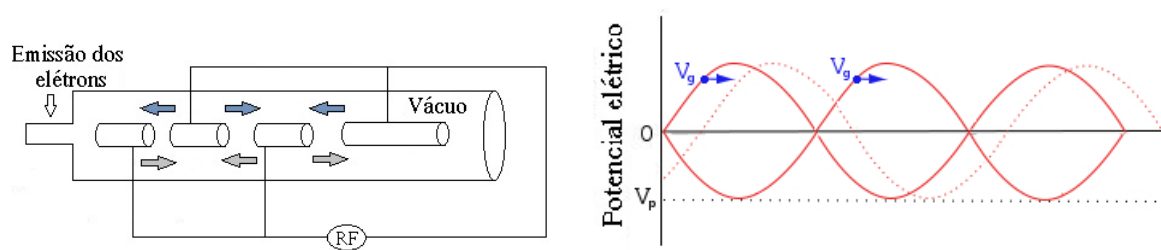


Figura 13: (a) Esquema da aceleração dos elétrons através dos *gaps* nas guias de onda de alto vácuo. (b) Relação entre a velocidade de fase e velocidade da partícula acelerada. As linhas tracejadas e pontilhadas representam diferentes fases do potencial devido à radiofrequência (baseadas em [23]).

A condição ideal para uma aceleração contínua seria o caso com velocidade de fase igual à velocidade da partícula, porém, partículas podem atravessar o *gap* em diversos instantes de tempo, sendo mais ou menos aceleradas de acordo com as frequências emitidas [23].

A figura 14 exibe um diagrama com os componentes básicos de um acelerador linear clínico, onde podem ser vistos os elementos para emissão dos elétrons, da radiofrequência e em seguida a utilização de um magneto para defletir as cargas que serão responsáveis pela emissão dos fótons através de sua interação com um alvo.

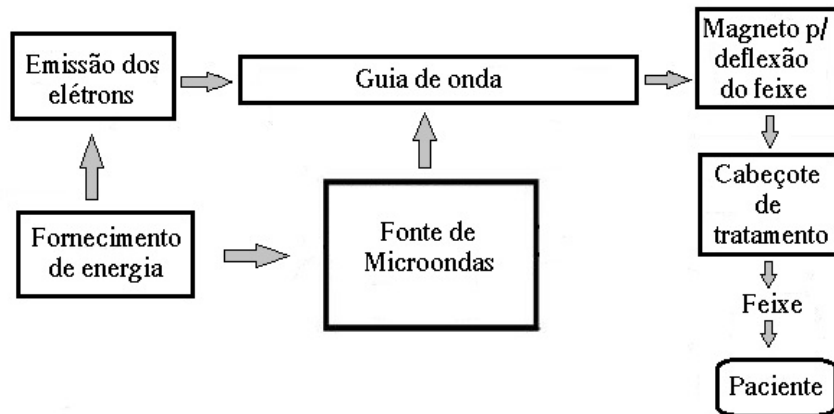


Figura 14: Diagrama com os principais componentes de um acelerador linear (baseado em [23]).

Diversos esquemas de deflexão podem ser utilizados. A figura 15(a) mostra um exemplo onde um magneto curva o feixe por 270° para sua colisão com o alvo (em geral Tungstênio ou Cobre-Tungstênio), colimação, medição de intensidade através de câmaras de ionização e utilização um filtro para uniformizar a intensidade no volume determinado para o tratamento. A necessidade deste filtro, vista na figura 15(b) pode ser entendida de acordo com distribuição angular não uniforme de intensidade vista na figura 12 [23,34].

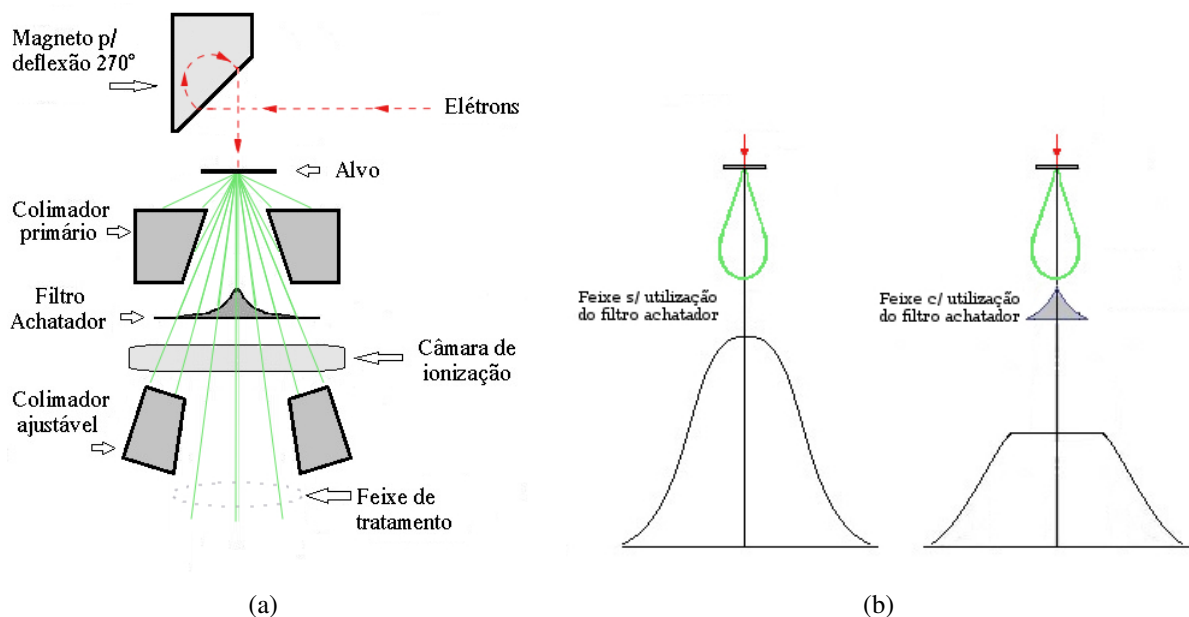


Figura 15: (a) Esquema da produção do feixe de fótons (baseado em [23]). (b) Intensidade do feixe de fótons com e sem a utilização do filtro achatador (baseada em [34]).

3.3 Espectro emitido e absorvido

Após acelerados, os elétrons interagem com o material do alvo de acordo com as seções de choque dos efeitos vistos anteriormente, sendo emitidos fótons de energias variadas, tanto devido ao Bremsstrahlung como às transições entre níveis energéticos dos elétrons atômicos do material. Esta distribuição de intensidades emitidas pelo acelerador é denominada espectro de energias e pode ser demonstrado que a relação entre as energias dos fótons emitidos por Bremsstrahlung e suas respectivas intensidades é dada de acordo com a figura 16(a), que exhibe o espectro sem filtro e com filtro para elétrons acelerados em um potencial de 100 kV, com os respectivos picos característicos, e um espectro filtrado de um potencial de 60 kV [33].

A figura 16(b) exhibe espectros obtidos utilizando potenciais da ordem de MV, típicos de aceleradores radioterápicos, sem utilização de filtros para alvos finos e espessos. São ditos finos, alvos com espessura muito menor que o alcance médio, e espessos, com espessuras da ordem do alcance médio. Em ambas as figuras a energia máxima deve ser menor ou igual a energia cinética dos elétrons acelerados, de modo que o espectro obtido com 60 kVp não apresenta energias suficientes para remover elétrons do nível K, como visto na figura 16(a) [23,33].

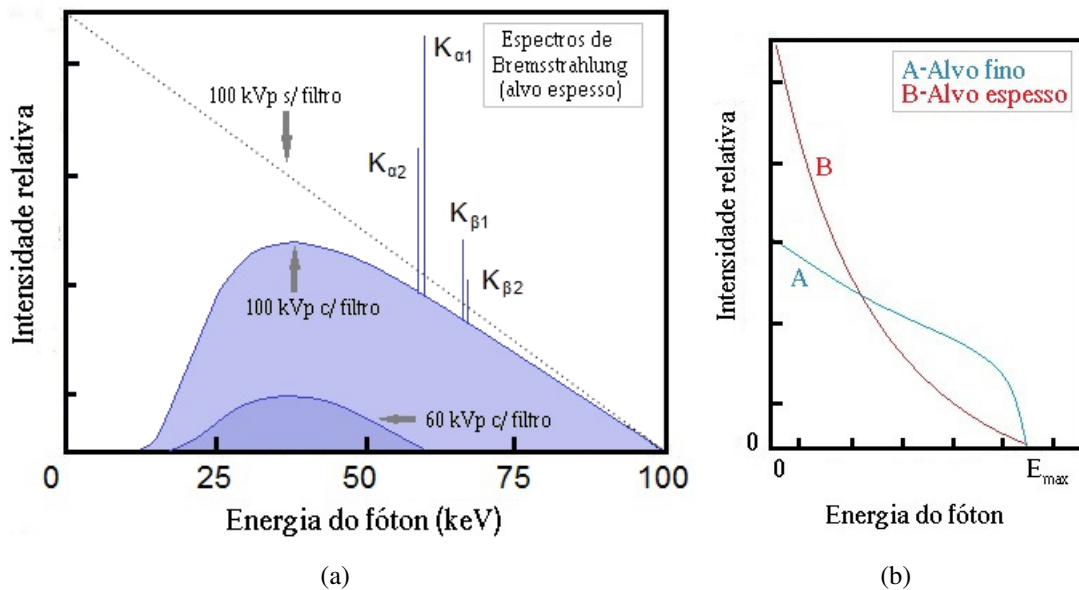


Figura 16: (a) Espectro obtido pela incidência em um alvo de Tungstênio (baseado em [33]). (b) Espectro obtido através de elétrons com energias relativísticas $> m_0c^2$ (MV) (baseado em [23]).

A utilização de filtros possibilita selecionar as energias e intensidades conforme as necessidades de utilização, alterando o feixe original, o que, juntamente a fatores como a natureza quântica das interações e agitação térmica, leva a espectros diferentes dos previstos. Para conhecer o espectro emitido é necessário medi-lo, porém, devido as interações dos fótons com o material do detector e questões relacionadas a resposta eletrônica do sistema de detecção, os espectros medidos obtidos são diferentes dos emitidos pelo acelerador, o que torna fundamental a aplicação de métodos para reconstrução dos espectros dos aceleradores.

3.4 Princípios básicos de simulação com método Monte Carlo

O movimento de partículas através da matéria é o resultado de pequenos deslocamentos seguidos de interações de natureza estatística. A etapa inicial da aplicação do método de Monte Carlo para simulação destas interações é dada pela obtenção de números aleatórios (pseudoaleatórios). Para isto existe uma grande variedade de opções, por exemplo, através da utilização de geradores congruentes lineares. Nestes casos os números pseudoaleatórios são obtidos de acordo com uma relação de recorrência do tipo [3, 10, 35]:

$$R_i = (AR_{i-1} + B) \bmod M \quad (3.25)$$

onde A é uma constante multiplicativa, tal que $0 < A < M$, B é um incremento, com $0 \leq B < M$, $\bmod M$ o resto da divisão por uma constante $M > 0$ e sendo R_0 um valor inicial (semente) tal que $0 \leq R_0 < M$. Escolhendo $\xi_i = R_i/M$ são obtidos números pseudoaleatórios distribuídos dentro de $[0,1)$.

Os valores dos parâmetros da equação 3.25 devem ser escolhidos cuidadosamente para garantir um período suficiente de acordo com as necessidades das simulações, uma boa aleatoriedade da sequência gerada e uniformidade dentro do intervalo de interesse. Um exemplo são os geradores com $B = 0$ e $M = 2^{31} - 1$, ditos geradores Lehmer [36]. Estudos posteriores sugeriram $A = 7^5$ [37], ficando com:

$$R_i = 7^5 R_{i-1} \bmod (2^{31} - 1), \quad \xi_i = R_i / (2^{31} - 1) \quad (3.26)$$

Esta combinação satisfaz as propriedades necessárias, podendo o gerador ser utilizado na outra etapa do método, onde os números pseudoaleatórios são utilizados para obtenção de valores das variáveis aleatórias através das respectivas funções de densidade de probabilidade. Uma função de densidade de probabilidade $f(x)$ é não negativa e satisfaz [35]:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \quad (3.27)$$

Sua função de distribuição acumulada é dada por [35]:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt \quad (3.28)$$

sendo os casos discretos obtidos considerando somatórios ao invés de integrais.

Com números aleatórios distribuídos dentro de $[0,1)$ é possível associá-los às funções de distribuição acumulada e função de densidade de probabilidade [35]:

$$\xi = F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt \quad (3.29)$$

Desta forma, x pode ser obtido através da inversão da equação 3.29 [35]:

$$x = F^{-1}(\xi) \quad (3.30)$$

Em uma simulação com método Monte Carlo, para descrição da passagem da radiação nos materiais, devem ser definidas as interações físicas a serem consideradas, as geometrias e composição dos componentes utilizados e ainda as partículas primárias com as respectivas energias, posição inicial e direção do movimento.

Desta forma, a partícula é emitida de acordo com uma distribuição de energia e momento, sendo os caminhos percorridos, pontos de interação, tipo de interação, alterações na energia e momento definidos de acordo com as seções de choque diferenciais e funções de distribuições de probabilidades estabelecidas pelos modelos físicos [10, 35, 38]. A figura 17 exibe um fluxograma básico destas etapas.

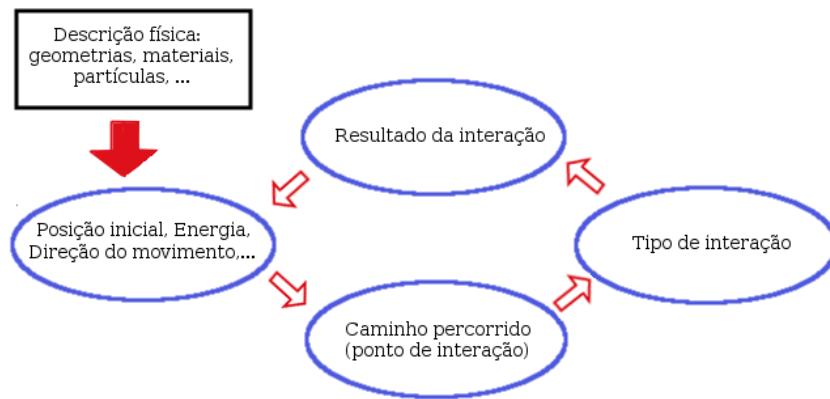


Figura 17: Fluxograma básico das etapas de uma simulação de interação da radiação com a matéria.

Como pode ser visto, após uma descrição inicial do problema, o código faz o cálculo para cada partícula do ponto de interação, tipo de interação e variações dos parâmetros após estas. Os pontos de interação são dados de acordo com a natureza da partícula, sua energia e material com o qual estará interagindo. Assim, a distância entre interações s de um fóton pode ser determinada dada uma distribuição exponencial, definida por [10]:

$$f(s) = \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{s}{\lambda}}, s \geq 0 \quad (3.31)$$

Integrando a equação 3.31 para obter sua função de distribuição acumulada e igualando um número pseudoaleatório a ela, é obtida a equação 3.32 [10, 35]:

$$\xi = F(s) = 1 - e^{-\frac{s}{\lambda}}, s \geq 0 \quad (3.32)$$

Após a inversão da equação 3.32, é obtida a distância entre interações em função dos números pseudoaleatórios, ou seja [3, 10]:

$$s = -\lambda \ln(1 - \xi) \quad (3.33)$$

onde λ é chamado de livre caminho médio para fótons com dada energia em um determinado material e ξ um número aleatório tal que $0 \leq \xi < 1$.

Após a distância entre interações, a determinação do tipo de interação é dada de forma análoga, através da razão das respectivas seções de choque com a seção de choque total e da função de distribuição acumulada, para um partícula com determinada energia em um meio material especificado. Por exemplo [3, 10]:

$$p_A = \sigma_A / \sigma_T \quad e \quad p_B = \sigma_B / \sigma_T \quad (3.34)$$

onde p_A é a probabilidade de uma interação A , σ_A é a seção de choque desta interação, p_B é a probabilidade de uma interação B , σ_B é a seção de choque desta interação $\sigma_T = \sigma_A + \sigma_B$ é a seção de choque total.

Para determinada interação, as variações de energia, ângulo de deflexão e emissão de partículas secundárias são calculados a partir do conhecimento das respectivas probabilidades. A figura 18 exibe um exemplo com uma sequência de interações conforme as etapas indicadas na figura 17. Dada uma configuração inicial para uma partícula (posição, energia e momento), são obtidas as distâncias entre interação, tipo de interação e a configuração após a interação. As etapas são repetidas de forma sequencial para cada partícula, cujas trajetórias são propagadas até que estas se encontrem com posição ou energia fora de intervalos estabelecidos [10, 35, 38].

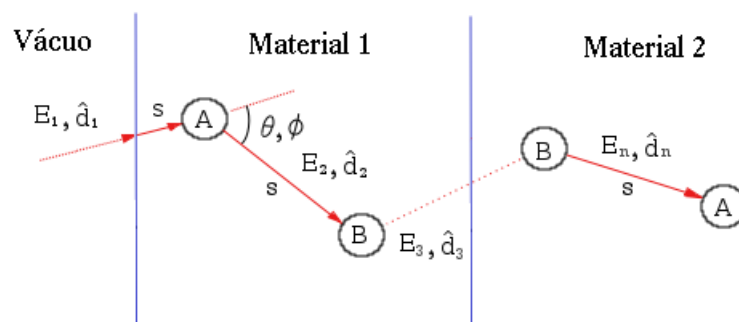


Figura 18: Alterações na energia (E), direção (\mathbf{d}) e posição de uma partícula após percorridos deslocamentos (s) seguidos de diversas interações (A,B) (baseada em [10]).

4 MATERIAIS E MÉTODOS

4.1 Descrição do método

O método proposto para obtenção do espectro emitido por um acelerador linear clínico consiste na utilização de um detector híbrido de pixels com eletrônica de leitura TimePix e sensor de Silício para medida do espectro de energia depositada e deconvolução deste utilizando uma função resposta relativa ao sistema de detecção (figura 19).

Para verificar a viabilidade de utilização do detector, com fótons de energias da ordem de MeV, foi adaptado um código da simulação de Monte Carlo utilizada em [27]. Foram simuladas incidências de fótons com energias distribuídas de acordo com um espectro de referência fornecido pela Dra. Simone Coutinho e sua aluna de doutorado Gisell Ruiz Boiset, obtido pela simulação do acelerador Varian Clinac 600C com o software PRIMO [39]. Esse espectro, bem representativo dos espectros de aceleradores de tratamento em geral, tem energias na faixa de 0 a 6 MeV, como pode ser visto na figura 20.

Para estudar os resultados da reconstrução utilizando uma função resposta foram realizadas simulações, tanto para obtenção dos espectros de energia depositada como para função resposta. As etapas do procedimento vistas na figura 19, emissão de um espectro, medição com um detector e obtenção do espectro de energia depositada são reproduzidas pela simulação.

Visando otimizar o método foram obtidos espectros reconstruídos utilizando diferentes combinações de parâmetros, como números de eventos, iterações do método e dimensão utilizada para deconvolução. Os resultados foram comparados com o espectro de referência e entre si para obter condições otimizadas, estimar o tempo necessário e analisar a aplicabilidade, qualidade dos resultados e possibilidades de ajustes para redução nas limitações, como estatísticas necessárias para as simulações e tempo de aquisição.

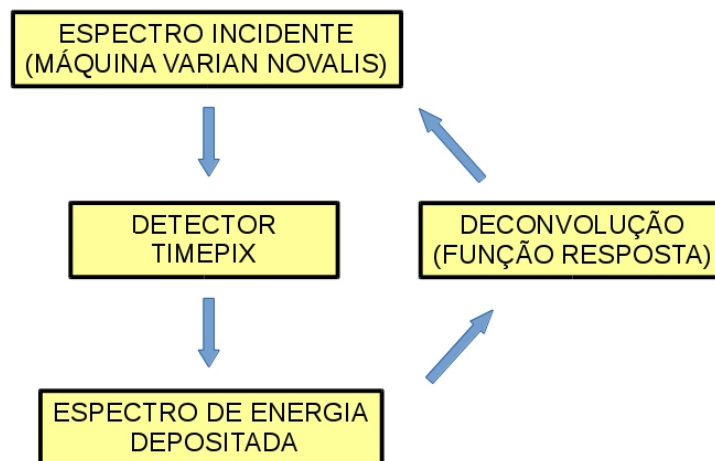


Figura 19: Fluxograma geral do método utilizado.

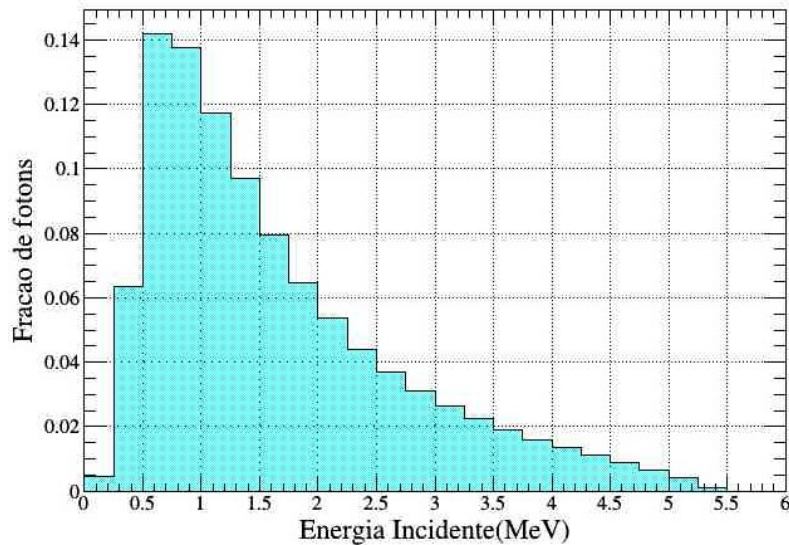


Figura 20: Espectro de energia incidente de referência obtido utilizando dados fornecidos da simulação de um acelerador linear Varian Clinac 600C através do software PRIMO.

4.1.1 Deconvolução

O espectro de energia depositada em um sensor pode ser expresso como uma convolução entre o espectro de energia incidente nesse detector e sua função resposta. O modelo matemático que descreve o espectro de energia depositada em um detector através de uma convolução é dado pela seguinte equação [8]:

$$N(E') = \int_0^{\infty} R(E', E) S(E) dE, \quad (4.1)$$

onde E' é o valor da energia depositada, E o valor da energia incidente, $N(E')$ representa o espectro de energia depositada, $R(E', E)$ a função resposta do detector e $S(E)$ o espectro de energia incidente.

No procedimento há interesse na situação inversa, ou seja, deseja-se obter o espectro de energia incidente dado um espectro de energia depositada e uma função resposta. De acordo com a equação 4.1, para uma solução analítica seria necessário conhecer as expressões de $R(E', E)$ e $N(E')$ [15]. Normalmente, essas funções não são conhecidas analiticamente dada a natureza das interações, a geometria do detector e resposta da eletrônica de aquisição. Essas distribuições de probabilidade são, então, obtidas a partir de simulações.

Do ponto de vista experimental é conveniente discretizar os intervalos de energia incidente e depositada de tal forma que a equação 4.1 fica escrita em forma matricial [8, 20]:

$$N_i = \sum_{j=1}^n R_{ij} S_j \quad \text{ou} \quad \vec{N} = R \vec{S} \quad (4.2)$$

Assim, os valores passam a ser dados para intervalos discretos de energia, sendo os espectros de energia incidente e depositada dados por vetores e a função resposta por uma matriz, como serão tratados a partir daqui. Portanto, é possível obter \vec{S} como [8, 40]:

$$\vec{S} = (R^T R)^{-1} R^T \vec{N} \quad \text{ou} \quad \vec{S} = P \vec{N} \quad (4.3)$$

onde $(R^T R)^{-1} R^T = P$ é chamada de pseudoinversa da matriz resposta.

Com a equação 4.3 fica claro que o conhecimento da matriz resposta e do espectro de energia depositada é suficiente para se obter o espectro de energia incidente. Escrevendo 4.2 como $\vec{N} = S_1 \vec{R}_1 + S_2 \vec{R}_2 + \dots + S_n \vec{R}_n$, é visto que \vec{N} é uma combinação linear das colunas de R com coeficientes S_i , o que informa ser idealmente necessária uma independência linear entre os coeficientes $R_{ij=const}$, já que as n colunas servirão como uma base para gerar os vetores de dimensão n deste espaço. Todavia, é possível se demonstrar que a obtenção de uma pseudoinversa não necessita desta independência, sendo possível obter valores aproximados de \vec{S} mesmo para matrizes singulares [40, 41].

4.1.2 Função resposta

Obter uma matriz resposta adequada é um procedimento crucial para aplicação do método, sendo necessário entender o processo utilizado para sua obtenção bem como a interpretação física dos seus elementos e de sua utilização. O fato de os coeficientes do vetor de espectro incidente, ou seja, o número de fótons para dada energia, estarem multiplicando os elementos da matriz resposta, juntamente com conhecimento da utilização do detector para obter o espectro depositado, ajuda a esclarecer a interpretação física da matriz resposta como uma matriz contendo informações sobre a interação da radiação com determinado detector.

De acordo com a natureza, energia da radiação incidente e características específicas do sistema de detecção, como material do sensor, espessura, eletrônica e geometria, existe um conjunto de possibilidades de interação que levarão a um determinado padrão estatístico para a relação entre energia incidente e energia depositada. Por exemplo, um fóton incidindo com determinada energia poderá depositar toda sua energia após ocorrer o efeito fotoelétrico ou depositar toda ou parte dela após sofrer múltiplos espalhamentos Compton, seguidos ou não de efeito fotoelétrico. Os elétrons liberados por tais interações também podem sofrer um grande número de combinações de eventos, depositando valores distintos de energia.

Todas essas combinações de interações podem ser vistas de maneira mais simplificada através de uma associação entre a energia incidente e a energia depositada por cada fóton incidente, definindo dessa forma um evento como o conjunto de interações desencadeadas por cada fóton primário. Um evento é representado com um ponto na matriz resposta e sua frequência estará contribuindo para um determinado valor de probabilidade.

Após um número estatisticamente significativo de eventos é possível inferir uma relação entre um valor de energia depositada e a distribuição de energia do espectro incidente. Um exemplo simples para compreensão, porém, fisicamente improvável, seria o caso de um intervalo pequeno de energia para o qual a interação com determinado detector fosse exclusivamente através de efeito fotoelétrico. Neste caso, cada fóton iria interagir uma única vez, depositando toda sua energia. Pensando na equação 4.2, e sabendo que \vec{N} deve, neste caso, ser igual a \vec{S} , é simples perceber que a matriz resposta seria igual a identidade, de modo que:

$$\begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \vdots \\ N_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_n \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ \vdots \\ N_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_n \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

Dado isto, através de uma distribuição uniforme para o espectro incidente e um valor adequado de eventos, é possível obter estimativas para as probabilidades de interação através do conhecimento dos elementos R_{ij} , tornando possível estimar espectros de energia depositada para diferentes distribuições de energia incidente ou, para o caso da pseudoinversa (equação 4.3), estimar o espectro incidente através do depositado. A figura 21 mostra uma representação gráfica de uma função resposta, obtida da forma mencionada para 1,6 bilhões de eventos.

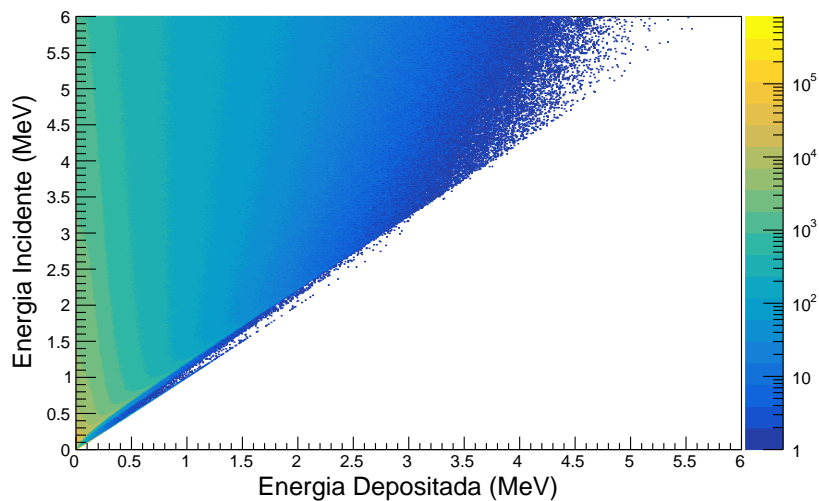


Figura 21: Representação de uma matriz resposta obtida simulando 1,6 bilhões de eventos.

Como pode ser visto, a matriz resposta é representada por uma matriz triangular onde cada elemento representa a frequência com que eventos com determinada energia incidente depositam um valor específico de energia. O aspecto triangular da representação gráfica pode ser entendido pelo fato que cada valor de energia incidente poderá depositar no máximo seu valor inicial. Após sua normalização, cada ponto passa a representar uma probabilidade de interação, ficando mais claro sua interpretação como uma matriz de probabilidades [8, 20].

4.2 Detector

Nas simulações para a medição do espectro de energia depositada e obtenção da função resposta foi utilizado um detector semiconductor de pixels presente no Laboratório de Física de Partículas Elementares do Instituto de Física da UFRJ. Este detector possui uma fina camada de Alumínio ($4 \mu\text{m}$) em sua parte anterior, sensor de silício com $1,41 \text{ cm}$ de lado, $300 \mu\text{m}$ de espessura, composto por uma matriz de dimensão 256×256 pixels, soldada à uma camada de eletrônica de leitura TimePix com $100 \mu\text{m}$ de espessura, através do processo chamado *Bump bonding* (figura 22) [27,42].

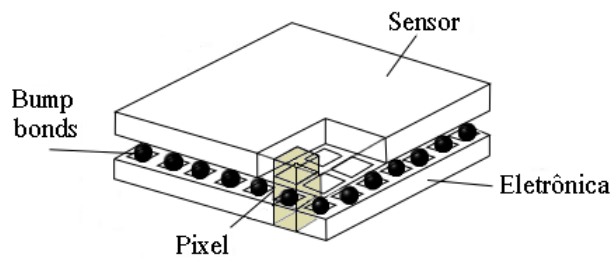


Figura 22: Esquema geral do detector (baseada em [8]).

É chamado de sensor a região sensível à radiação onde as energias depositadas pelas interações, originadas por uma partícula inicial, são convertidas em sinais interpretados pela eletrônica presente. No detector utilizado, esta região consiste em um material semi-condutor, no caso uma junção pn de silício dopado, onde ocorre a produção de pares elétron-buracos, proporcionalmente aos valores das energias depositadas, seguida da difusão destas cargas para os eletrodos de acordo com uma diferença de potencial estabelecida. A relação entre a energia depositada e carga é dada de acordo com a equação 4.5 [43].

$$Q_s = \frac{E}{E_i} e \quad (4.5)$$

onde Q_s é a carga, E a energia depositada, e a carga dos elétrons e E_i a energia necessária para produção dos portadores de carga (elétron-buraco).

A energia E_i é dada pela divisão entre a energia do gap ($E_g \cong 1.1 \text{ eV}$), entre a banda de valência e condução, pela eficiência quântica ($\cong 0.3$), sendo para o caso do silício $3,6 \text{ eV}$. Este valor contribui para uma boa resolução em energia e relação sinal-ruído, principalmente quando comparado a detectores com sensores utilizando gases [42,43].

O sensor do detector é obtido através da junção metalúrgica de dois materiais dopados, um do tipo n e outro do tipo p. Isto é feito pois em um semi-condutor em seu estado intrínseco a banda de valência se encontra totalmente preenchida e a banda de condução vazia.

Através da dopagem os átomos da estrutura cristalina do silício podem ser substituídos tanto por elementos doadores de elétrons, como o fósforo, consistindo na dopagem tipo-n, como por elementos aceptores de elétrons, como o boro, consistindo na dopagem tipo-p. Ambos podem ser vistos na figura 23(a).

A junção dos dois tipos (junção pn) faz com que os elétrons livres do tipo-n tentem se deslocar para o tipo-p gerando um potencial positivo em n que irá atrair estes. O mesmo ocorre com os buracos no sentido inverso, gerando uma região de mobilidade para os portadores de carga, chamada região de depleção, que pode ser controlada adequadamente após aplicação de um potencial com polarização inversa (figura 23(b)) [42,43].

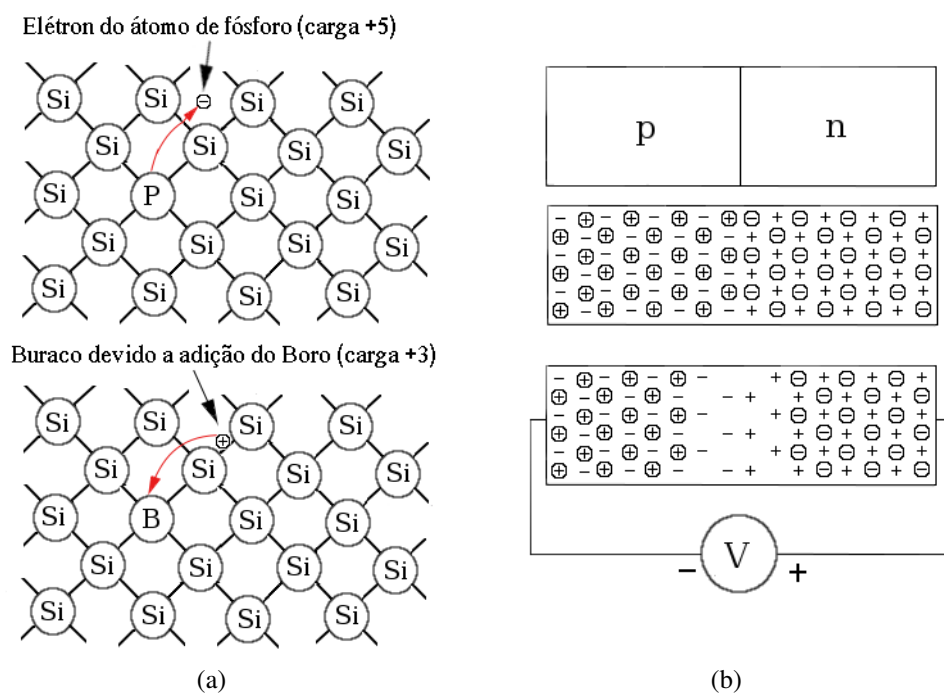


Figura 23: (a) Ilustrações de dopagem tipo n com fósforo e tipo p com boro. (b) Ilustração da junção pn e zona de depleção com utilização de polarização reversa (baseadas em [43]).

A aplicação de um valor de potencial reverso apropriado permite o aumento da região sensível até que esta encontre fisicamente os eletrodos de leitura dos pixels, visto na figura 24, que exhibe também a divisão do detector em unidades menores (pixels) com eletrônicas de leitura independentes. Tais características associadas a baixa difusão de cargas devido ao fato de um sensor de estado sólido, possibilitam a obtenção de uma boa resolução espacial (μm) [42, 43].

Uma outra característica importante deste detector é possuir um mecanismo de *frame* configurável para a aquisição dos dados. Isto significa que é possível configurar intervalos bem determinados de tempo para os quais ocorrerá a tomada de dados. A capacidade de configurar intervalos pequenos (μs) de aquisição possibilita um controle do número de eventos medidos de acordo com estimativa dos fótons incidentes, evitando assim que haja erros na leitura devido a sobreposição de interações por unidade de posição e de tempo no sensor.

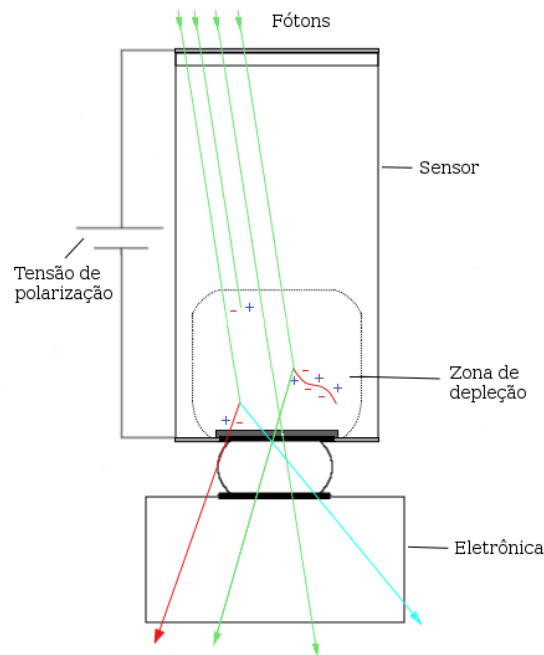


Figura 24: Detalhamento do pixel do detector (baseada em [42]).

Este detector permite estabelecer um limiar de detecção por pixel e possui três modos de operação, sendo eles: contagem de partículas (*single particle counting*), tempo de chegada (*time of arrival - TOA*) e tempo acima do limiar (*time over threshold - TOT*). O primeiro possibilita contar o número de sinais acima do limiar dentro do *frame*, o segundo mede o tempo de ocorrência da interação com relação ao início do *frame* e o terceiro, utilizado para obtenção dos espectros de energia depositada, faz aquisição dos pulsos enquanto o sinal estiver acima do limiar, sendo a medida proporcional a energia depositada. Na tabela 3 estão algumas especificações do detector.

Tabela 3: Especificações técnicas do detector utilizado no estudo [44].

Especificações por pixel	Valor
Limiar mínimo de carga	700 e ⁻
Ruído da eletrônica	100 e ⁻ rms
Clock de leitura (série)	100 Mhz
Duração mínima do <i>frame</i>	9μs
Taxa máxima de <i>frames</i>	100 <i>frames/s</i>

Como a produção das cargas no sensor ocorre devido às interações com os fótons, também é fundamental avaliar os possíveis fenômenos predominantes. A partir do gráfico da figura 25, é possível verificar que a faixa de energia deste estudo, de 0 a 6 MeV, se encontra na região de efeito Compton, fato que deve ser avaliado para poder prever as possíveis implicações e ajustes no procedimento.

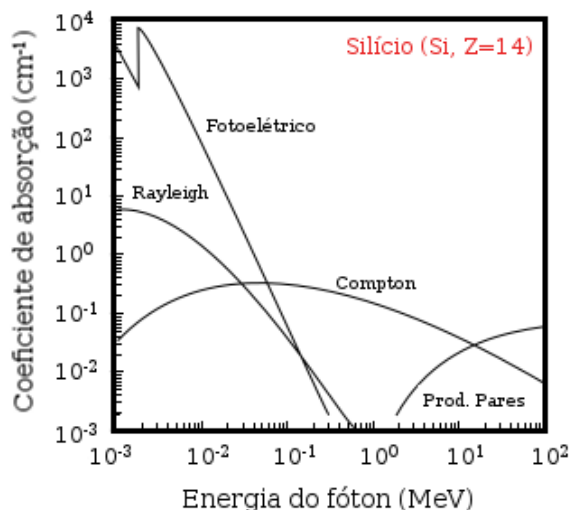


Figura 25: Gráfico exibindo as interações predominantes em um sensor de silício de acordo com as energias dos fótons incidentes (baseado em [43]).

4.3 Simulação e tratamento dos dados

O conhecimento exato do espectro incidente e suas interações é fundamental para obtenção da função resposta bem como para o teste da reconstrução dos espectros, já que este deve ser comparado com um de referência. A opção de utilizar uma simulação de Monte Carlo se deve ao fato de este método permitir avaliar detalhadamente as interações físicas das partículas no detector bem como as configurações geométricas e materiais utilizados, permitindo testar o modelo proposto, estudar a aplicação do método, fazer previsões e ainda avaliar problemas em futuros testes práticos.

Para realização de uma simulação devem ser definidas diversas informações, como as geometrias e materiais desejados para o detector e para o local onde este se encontra, estabelecer uma forma de emissão, partículas emitidas e suas respectivas distribuições de energia e momento. Fatores como a estatística necessária, tempo de processamento e necessidade de memória também devem ser avaliados para verificar a viabilidade de utilização da simulação. O computador utilizado possui processador Intel Core i5-2410M, CPU com clock de 2,30 GHz, 2 núcleos físicos e 4 virtuais, 6 GB de memória RAM, disco rígido com 750 GB e sistema operacional CentOS 7 64-bit.

Para simulação foi utilizado o software Geant4 [9] adicionado do pacote PENELOPE [10], contendo as implementações computacionais das interações físicas utilizadas. As partículas primárias foram definidas como fótons com energias distribuídas conforme espectros especificados: um espectro uniforme para obtenção da matriz resposta e o espectro de referência para obtenção do espectro de energia depositada. Os fótons foram emitidos com duas orientações (figura 26), uma na direção y (longitudinal) e outra na direção z (ortogonal), ambas no sentido positivo.

O meio material considerado para o ambiente foi vácuo, com densidade predefinida pelo banco de dados ($1 \times 10^{-25} \text{ g/cm}^3$), e para o detector foram definidos alumínio e silício utilizando o banco de dados NIST importados para o GEANT4. Definidos os materiais, foram estabelecidas as geometrias e dimensões de cada componente. O ambiente foi considerado o volume interno de um cubo de lado 2 m, os componentes do detector (alumínio, sensor e eletrônica), paralelepípedos com área quadrada, 1,41 cm de lado, $4 \mu\text{m}$ de espessura para o alumínio, $300 \mu\text{m}$ para o sensor e $100 \mu\text{m}$ para a eletrônica.

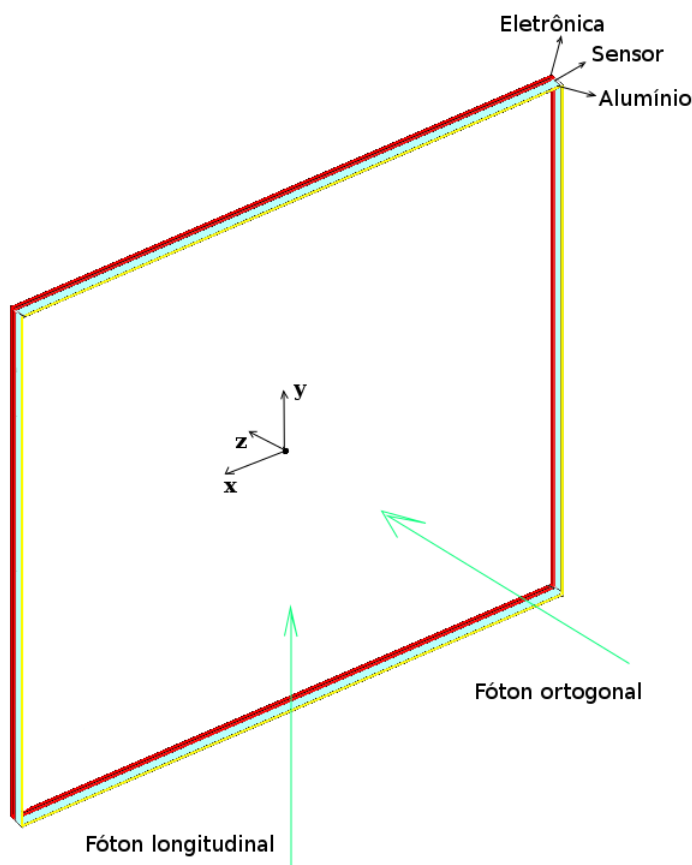


Figura 26: Modelo computacional do detector com os respectivos componentes e direções dos fótons incidentes.

A utilização da simulação no estudo pode ser separada em duas grandes partes. Em uma foi simulado um espectro uniforme e armazenadas as informações de posição, energia inicial e depositada, partícula e interação. Esses dados permitem a avaliação de parâmetros, como interações predominantes, eficiências, geometria e estatísticas necessárias, possibilitando ajustá-los para tornar possível a obtenção da função resposta.

Na outra, foi simulado o espectro de referência (figura 20) para obtenção do espectro de energia depositada, que foi utilizado juntamente à função resposta para o método de deconvolução e reconstrução do espectro incidente. Além disso, foram armazenadas as contagens de energia incidente para construção do espectro de referência.

Os dados das simulações foram tratados e analisados utilizando o software ROOT [11], juntamente com códigos em C++, bibliotecas de código aberto Eigen [12] e do software Mathematica [13]. O ROOT possibilitou o tratamento e análise do arquivo de saída da simulação, de modo que as diferentes interações referentes ao mesmo fóton inicial foram somadas a um único evento, sendo armazenadas as energias incidentes, interações e também os valores calculados das respectivas energias depositadas. Já o Eigen e o Mathematica foram utilizados para o processo de reconstrução do espectro incidente resolvendo a equação 4.2.

Como referência de tempo e memória no disco rígido, foi visto que para simular 50 milhões de eventos eram necessárias cerca de 12 horas de computador, com apenas esta tarefa em execução, 30 GB de espaço no disco rígido e 4 horas para a análise deste arquivo gerado. Para estimativa das demandas com diferentes números de eventos foi considerada uma relação linear entre este número e o tempo necessário de simulação e espaço de disco.

4.4 Geometria utilizada

Como foi visto nos gráficos das figuras 3 e 25, para o sensor de silício e faixa de energia do espectro incidente, era prevista a predominância do espalhamento Compton. Os gráficos da figura 27 mostram a frequência de cada tipo de interação, para fótons que depositaram alguma energia ($E > 0$) no detector. Na esquerda são mostradas somente as interações dos fótons primários, que incidem no detector. Na direita são incluídas as interações de fótons secundários.

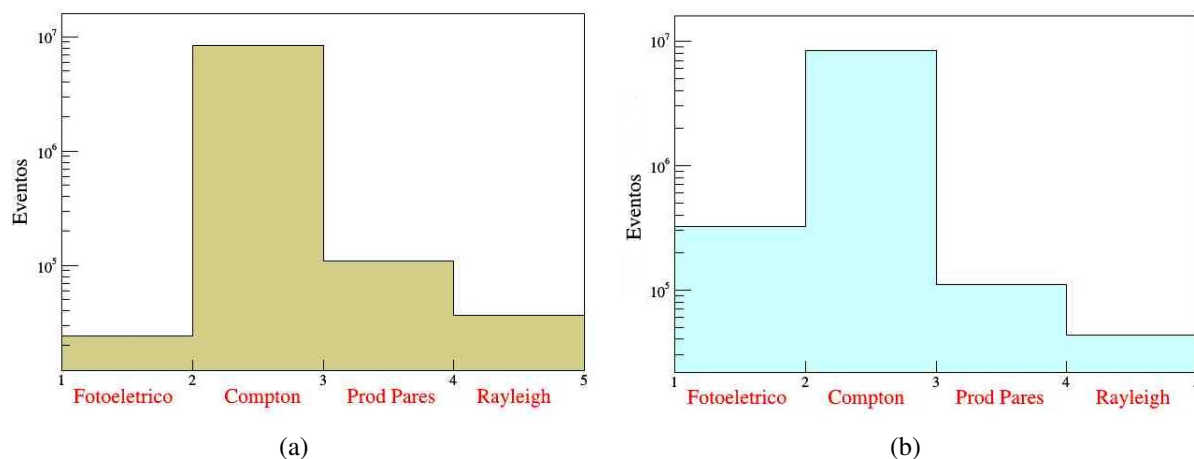


Figura 27: (a) Contagem de interações dos fótons primários. Fotoelétrico: 0,3%, Compton: 98%, Produção de pares: 1,3%, Rayleigh: 0,4% . (b) Contagem das interações de todos os fótons. Fotoelétrico: 3,7%, Compton: 94,6%, Produção de pares: 1,2%, Rayleigh: 0,5%.

É visto que 98% dos fótons iniciais interagem por espalhamento Compton. Quando são incluídos fótons produzidos com interação dos fótons primários, ocorre um aumento principalmente na probabilidade do efeito fotoelétrico, bem como a fração de Compton cai para 94,6%.

Para tentar contornar esta dificuldade foram feitas simulações tanto utilizando uma geometria com o detector ortogonal ao feixe, figura 28 (a), como com detector longitudinal ao feixe, figura 28 (b).

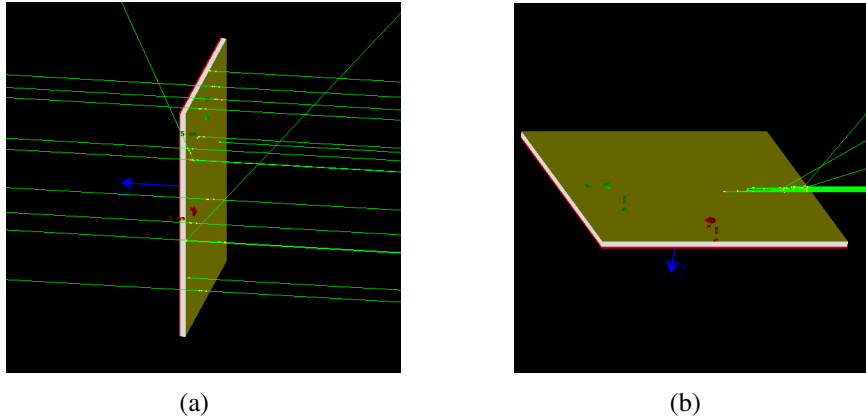


Figura 28: Partículas primárias: Fótons produzidos com energia de acordo com espectro simulado do acelerador. Em (a) Incidência ortogonal e (b) Incidência tangencial

Para avaliar cada situação, foram feitos gráficos de eficiência exibidos na figura 29, onde a fração de fótons é obtida através da divisão entre o número de fótons incidentes para cada energia, com depósitos não nulos, pelo número total de fótons incidentes com esta energia.

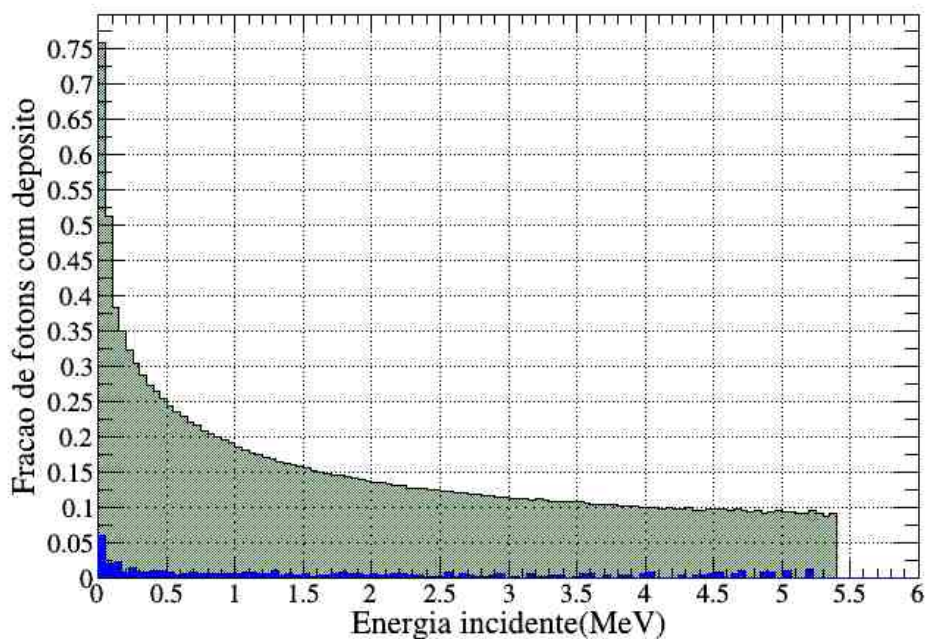


Figura 29: Fração de fótons que depositaram energia no detector obtida através da simulação. Verde: Posicionamento longitudinal. Azul: Posicionamento longitudinal.

A grande diferença entre as eficiências para estas geometrias pode ser entendida devido à natureza das partículas incidentes, no caso, fótons. Diferente de partículas carregadas que

transferem sua energia cinética continuamente ao atravessar um meio material devido a interação Coulombiana, o que torna possível calcular um alcance limite, os fótons incidentes possuem uma probabilidade bem maior de atravessar o material sem que haja interação [30].

Tal fato implica em um fator estatístico limitante para configuração ortogonal devido a baixa probabilidade de interação em 300 μm de silício, tornando tanto a execução da simulação quanto de uma possível realização experimental impraticáveis. Com isso, fica evidente que o posicionamento longitudinal é mais adequado para esta proposta.

A probabilidade de interação é afetada por fatores como composição do meio material, sua espessura e energia do fóton. No caso em questão, tem-se um intervalo fixo de energia atravessando o silício. Utilizando a lei de atenuação exponencial dada pela equação 3.6, definindo como L a espessura do meio, N_i número de fótons que interagem, N_0 o número de fótons incidentes e N_L os que não interagem, a probabilidade de interação, que para altas estatísticas será aproximadamente a eficiência obtida, é dada por [30]:

$$N_i = N_0 - N_L = N_0(1 - e^{-\mu L}) \Rightarrow P = \frac{N_i}{N_0} = 1 - e^{-\mu L} \quad (4.6)$$

Assim, dado um valor de energia do fóton incidente, material do meio, sua densidade e espessura é possível obter os respectivos coeficientes de atenuação linear através dos coeficiente de atenuação de massa (apêndice B), e assim verificar os valores obtidos na figura 29.

Por exemplo, para a energia incidente de 1,5 MeV temos, para o silício, $\left(\frac{\mu}{\rho}\right) = 5,183 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{g}$, $\rho = 2,3 \text{ g/cm}^3$ e $\mu = 11,92 \times 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$. Logo:

$$\text{Para } L=1,41 \text{ cm} : P = 1 - e^{-0,12 \times 1,41} = 1 - e^{-0,1692} \cong 16\%$$

$$\text{Para } L=0,03 \text{ cm} : P = 1 - e^{-0,12 \times 0,03} = 1 - e^{-0,0036} \cong 0.4\%$$

Considerando os valores de eficiência obtidos, a geometria longitudinal, da figura 28(b), foi escolhida para o estudo de viabilidade do método. Com esta configuração, foram simulados separadamente pacotes de 50 milhões de eventos para a função resposta, até um número total de 1,6 bilhões de eventos e, utilizando um espectro uniforme de 0 a 6 MeV, foi obtida uma eficiência média de 14,5%. Para a simulação utilizando o espectro da máquina Varian e obtenção do espectro de energia depositada, foram simulados até 100 milhões de eventos, sendo obtida uma eficiência média de 17% .

4.5 Otimização de parâmetros

Para resolver a equação 4.2 e obter o espectro incidente foram utilizados o código Eigen e o software Mathematica. Ambos resolvem o sistema linear descrito pela equação com o método de mínimos quadrados, sendo o primeiro através de um processo iterativo e o segundo

a partir da obtenção da pseudoinversa. Diversos parâmetros podem influenciar na qualidade da reconstrução, sendo necessário um estudo para avaliar o comportamento em cada caso.

Para a discussão sobre cada um destes parâmetros e condições necessárias para se ter resultados satisfatórios, foram utilizados os obtidos pelo método iterativo. Devido a complexidade das etapas algébricas presentes neste método e a variedade de iterações que podem ocorrer, se torna difícil a propagação das incertezas iniciais dos elementos dos vetores relativos aos espectros de energia depositada e da matriz resposta, onde considerando uma distribuição de Poisson, são dadas pelas raiz quadrada dos respectivos elementos.

Desta forma, foram calculados os valores de χ^2 para cada caso analisado como forma de quantificar a compatibilidade entre o espectro reconstruído e o incidente, possibilitando uma comparação entre eles. O intervalo de energia foi dividido em diferentes dimensões utilizadas para a deconvolução, variando de 24 a 720 bins.

Os resultados foram redimensionados através da união de bins consecutivos para reduzir flutuações e possibilitar as comparações, sendo as dimensões finais utilizadas com 24 bins ou 30 bins, de acordo com seus múltiplos. Estes resultados foram superpostos e comparados seus respectivos resíduos percentuais.

Estabelecido um critério de comparação, os parâmetros iniciais considerados foram o número de iterações utilizados pelo código, número de eventos para obtenção da matriz resposta e para o espectro de energia depositada e a dimensão destes. Para representar e analisar esquematicamente cada situação, foi definido:

$$\chi^2 = f(N_I, N_{fr}, N_{dep}, D) \quad (4.7)$$

sendo χ^2 uma função de N_I , número de iterações realizados pelo código, N_{fr} , número de eventos para obtenção da matriz resposta (milhões de eventos), N_{dep} , número utilizado para obtenção do espectro de energia depositada (milhões de eventos) e D , a dimensão destes, dada em número de bins dos histogramas.

Para cada conjunto $(N_I, N_{fr}, N_{dep}, D)$ o χ^2 é definido como:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(s_i^{rec} - s_i^{ref})^2}{s_i^{ref}} \quad (4.8)$$

onde s_i^{rec} se refere ao i -ésimo bin do espectro reconstruído com determinada combinação de parâmetros e s_i^{ref} se refere ao i -ésimo bin do espectro de referência.

Para os cálculos dos χ^2 , obtenção das respectivas tabelas (apêndice A) e gráficos foi utilizado o software Mathematica, com os espectros reconstruídos pelo Eigen através do método iterativo, e assim encontrar os valores de cada parâmetro que minimizem o χ^2 .

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para se determinar os parâmetros otimizados para reconstrução do espectro incidente, foram feitos estudos com o número de eventos utilizados para obtenção do espectro de energia depositada e para a função resposta, número de bins para deconvolução e iterações do método.

Foram feitas reconstruções com diferentes combinações entre estes, de acordo com a equação 4.7, sendo $N_{dep} = 2, 10, 20, 30, 50$ e 100 milhões de eventos, $N_{fr} = 100, 200, 400, 600, 1000, 1400$ e 1600 milhões de eventos e $D = 24, 30, 60, 120, 360$ e 720 bins para cada caso. Para o número de iterações N_I foi feito um estudo de convergência, de modo a avaliar se os valores máximos utilizados pelo código estavam retornando os melhores resultados.

5.1 Energia depositada

Um exemplo de espectro de energia depositada obtido com a simulação da incidência de fótons, com energia de acordo com o espectro de referência, no detector e utilização de 50 milhões de eventos é mostrado na figura 30. Como pode ser visto, quando comparado com o espectro incidente referência, da figura 20, há uma grande diferença entre eles, como mencionado na seção 3.3. Porém, as informações contidas neste espectro de energia depositada e as relativas ao sistema de detecção presentes na matriz resposta permitem utilizar a equação 4.2 e reconstruir o espectro incidente.

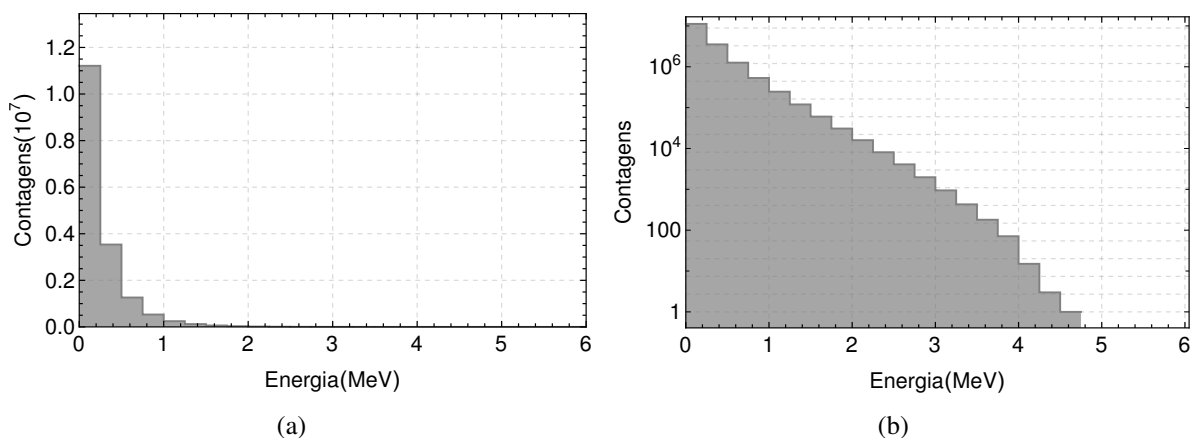


Figura 30: Espectro de energia depositada. (a) Em escala linear e (b) Em escala log no eixo das ordenadas.

5.2 Número de iterações

A dependência do χ^2 com o número de iterações N_I é mostrada na figura 31, para uma dada configuração de $(N_{fr}, N_{dep}, D) = (200, 100, 720)$, ficando com:

$$\chi^2 = f(N_I, 200, 100, 720) \quad (5.1)$$

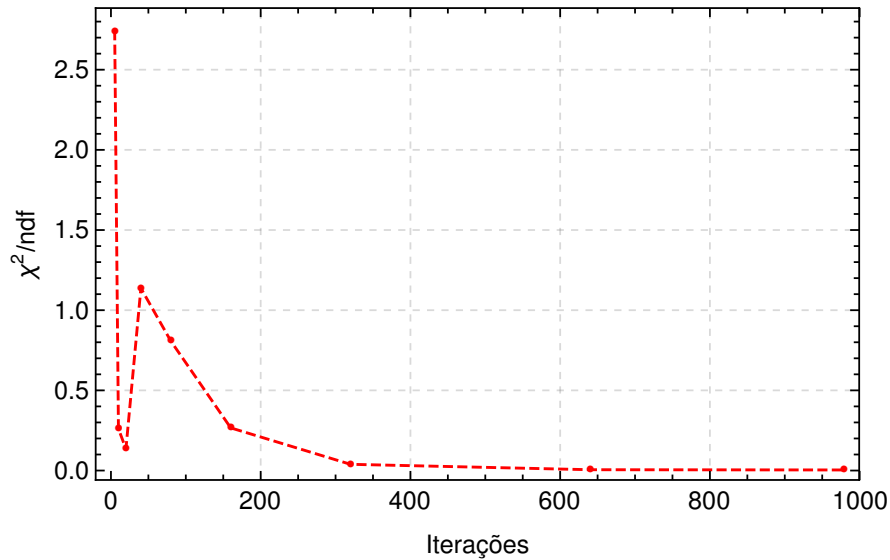


Figura 31: Dependência do χ^2/ndf com número de iterações.

Verifica-se que um aumento no número de iterações implica em uma maior qualidade dos resultados e que ao se aproximar do valor máximo de iterações, as diferenças se tornam cada vez menos significativas. A figura 32 exibe os espectros reconstruídos com $N_I = 160$ e $N_I = 979$, sendo este último o valor máximo atingido pelo método iterativo para esta combinação.

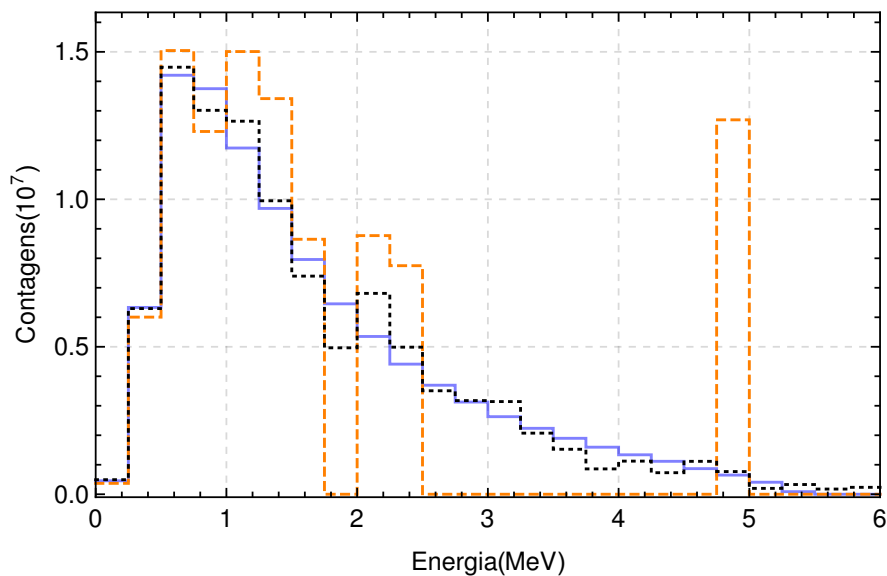


Figura 32: Espectro incidente reconstruído, utilizando 160 iterações (laranja) e 979 iterações (preto), e o espectro incidente de referência (azul).

A Comissão Internacional de Unidades e Medidas de Radiação estabelece uma margem de $\pm 5\%$ para os valores de dose entregue no volume de tratamento [24]. Porém, como os espectros são dados em energia (MeV), foi considerada uma margem de $\pm 10\%$ que, quando integrada, deve ser inferior a margem estabelecida. No entanto, isto ainda precisa ser verificado.

Como pode ser visto na figura 33, os resíduos diminuem significativamente com o aumento do número de iterações, os valores se aproximando ou estando dentro da margem de $\pm 10\%$ considerada. Dessa forma, concluí-se que o valor máximo atingido pelo código utilizado N_I^{max} é suficiente para obtenção de bons resultados, permitindo utilizar os critérios de convergência do próprio código para as demais combinações.

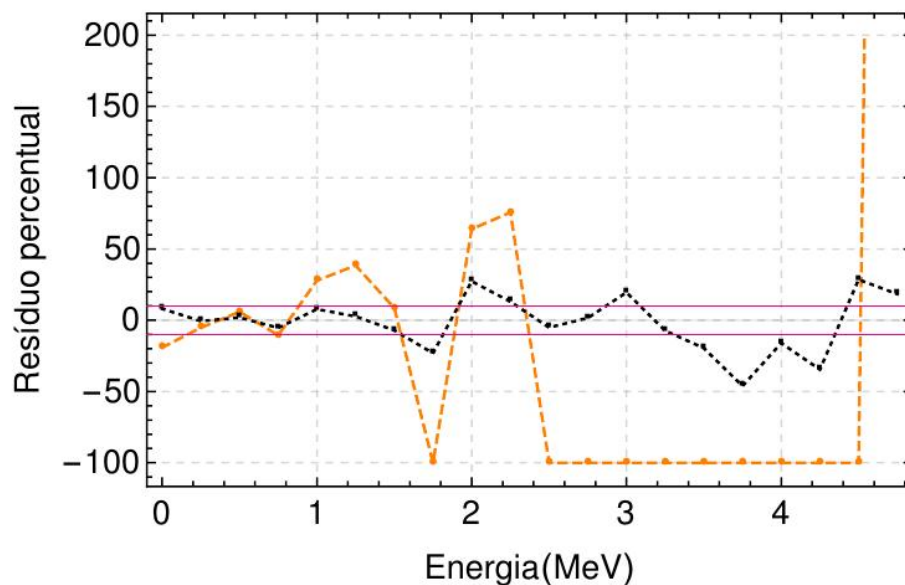


Figura 33: Resíduos percentuais para a reconstrução com 160 iterações (laranja) e o número máximo de iterações para convergência (preto).

5.3 Número de bins para deconvolução

Fisicamente, o número de bins utilizado está associado à resolução em energia do sistema de detecção, logo, há um limite prático além do qual o detector não será mais capaz de fazer a distinção. Além disso, foi visto também que ele está relacionado com a dependência linear dos vetores coluna da matriz resposta, podendo influenciar diretamente no resultado.

A figura 34 exibe a dependência do χ^2 com o número de bins utilizados na deconvolução para o caso expresso pela equação 5.2.

$$\chi^2 = f(N_I^{max}, 200, 100, D) \quad (5.2)$$

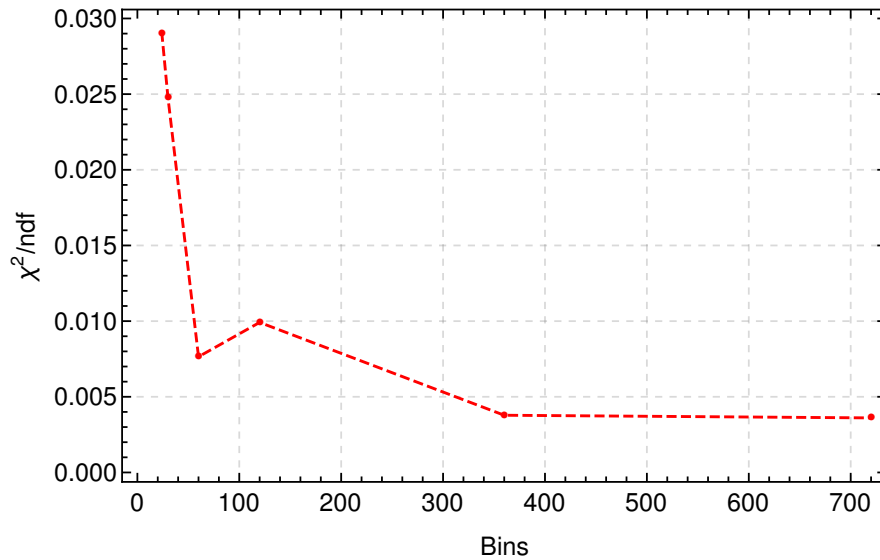


Figura 34: Dependência dos resultados com a dimensão da matriz resposta e vetores dos espectros de energia depositada utilizados para deconvolução.

Para esta configuração é apontado que as melhores reconstruções devam ser com dimensões de 360 e 720 bins. A figura 35 apresenta os espectros reconstruídos para os casos com 24 bins e 360 bins superpostos ao espectro de referência, com uma pequena diferença na reconstrução e sem alteração perceptível para o tempo e demanda de processamento.

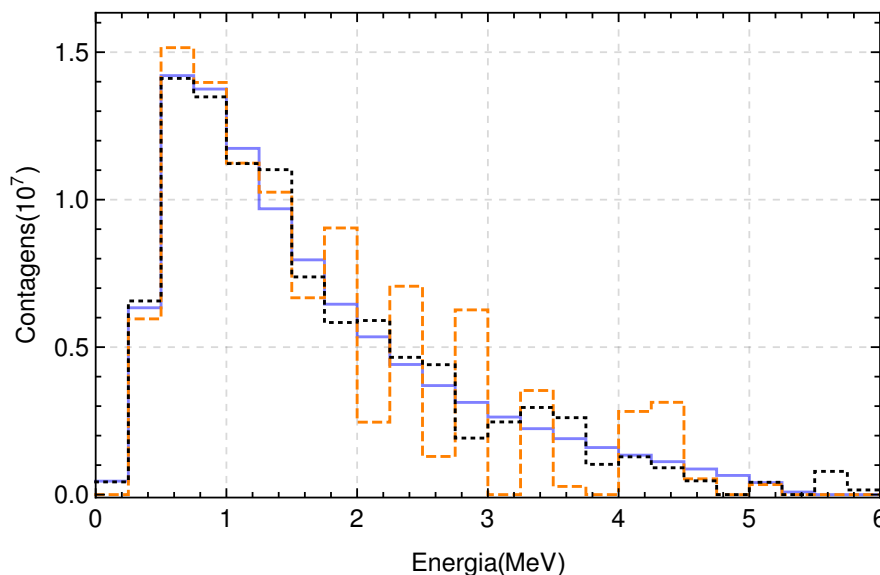


Figura 35: Espectro incidente reconstruído, utilizando 24 bins (laranja) e 360 bins (preto), superpostos ao espectro incidente de referência (azul).

A figura 36 confirma a melhora na reconstrução com o aumento no número de bins para deconvolução e ainda a redução nas flutuações, principalmente para energias maiores que 2 MeV, com os valores se aproximando ou estando dentro da margem de $\pm 10\%$.

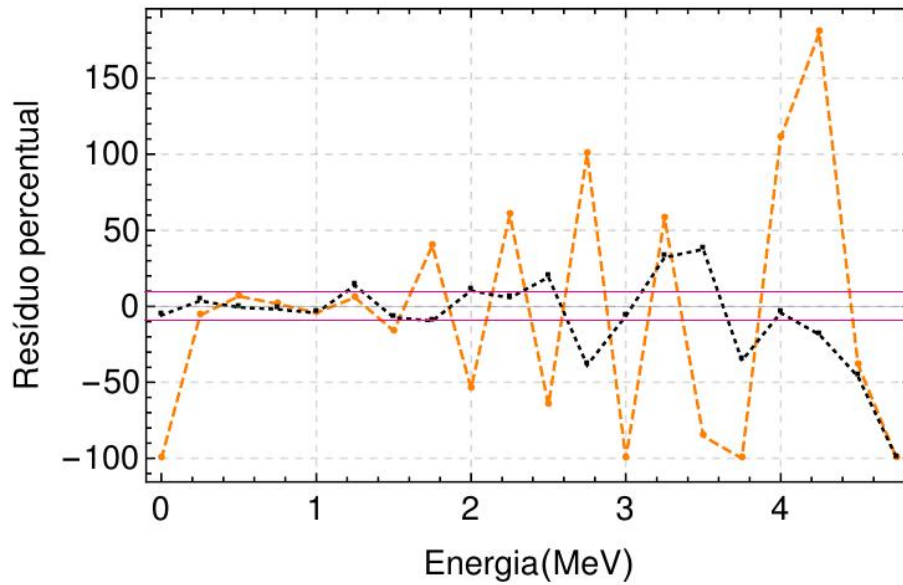


Figura 36: Resíduos percentuais para a reconstrução utilizando 24 bins (laranja) e 360 bins (preto)

Com as figuras 34, 35 e 36, fica claro que o espectro reconstruído se aproxima do referência com o aumento do número de bins utilizado para a deconvolução. Também é possível notar que tal fato se torna cada vez menos expressivo, sugerindo que os últimos valores utilizados se encontram em intervalos adequados para obtenção de resultados dentro da margem estabelecida.

5.4 Número de eventos para o espectro de energia depositada

O número de eventos para a obtenção do espectro de energia depositada, através da simulação utilizando o método de Monte Carlo, é importante pois irá refletir no tempo necessário de máquina na situação real. Nesse caso, haverá a irradiação do detector com o feixe produzido pelo acelerador, então uma otimização neste número de eventos se faz necessária.

A figura 37 exibe os valores de χ^2 para os parâmetros vistos em 5.3, onde são apontadas melhores reconstruções com um aumento da estatística utilizada para o espectro de energia depositada.

$$\chi^2 = f(N_I^{max}, 200, N_{dep}, 720) \quad (5.3)$$

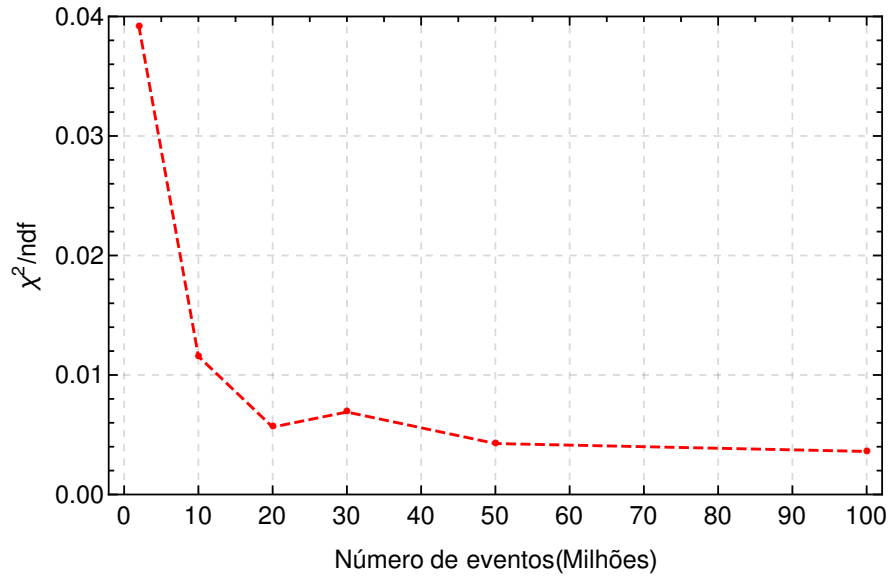


Figura 37: Dependência com número de eventos para espectro de energia depositada.

Na figura 38 são exibidos os casos com espectros reconstruídos utilizando 2 e 50 milhões de eventos.

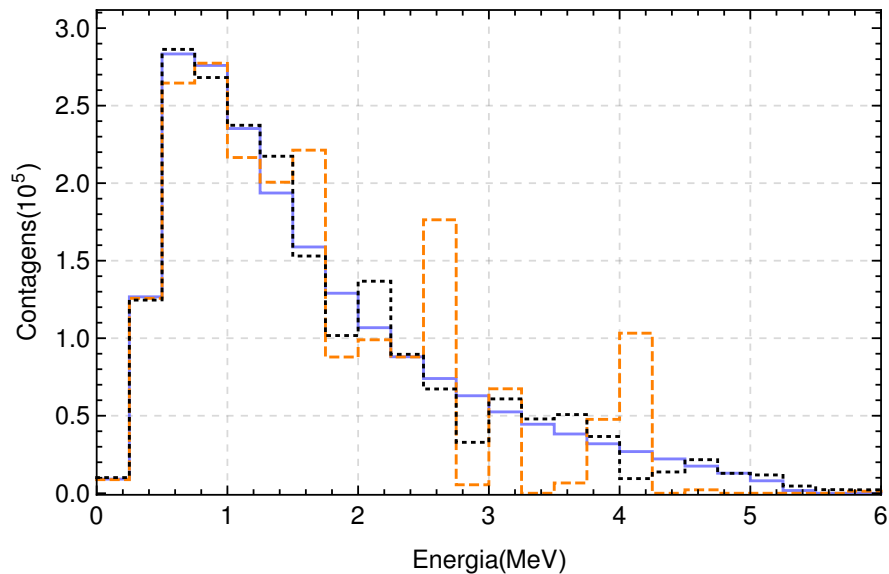


Figura 38: Espectro incidente reconstruído, utilizando 2 milhões (laranja) e 50 milhões (preto) de eventos, superpostos ao espectro incidente de referência (azul).

Na figura 39 são dados os respectivos resíduos percentuais. Podem ser vistas diferenças mais significativas para valores de energia maiores que 1,5 MeV, para as quais as probabilidades de interação se reduzem. Para a reconstrução com 50 milhões de eventos os valores apresentam menores flutuações e se aproximam da margem de $\pm 10\%$.

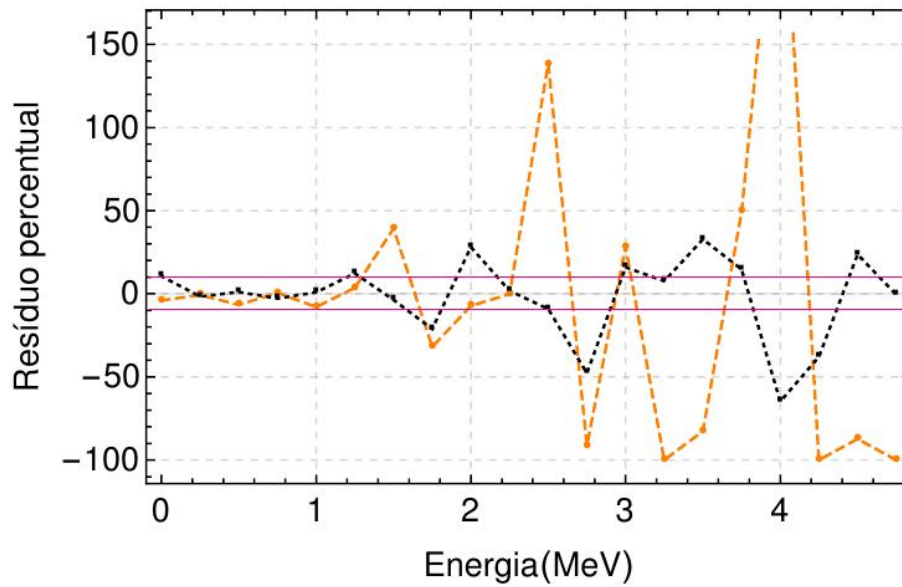


Figura 39: Resíduos percentuais para a reconstrução utilizando 2 milhões (laranja) e 50 milhões (preto) de eventos.

5.5 Número de eventos para função resposta

Assim como para o espectro de energia depositada, é esperado que haja uma estatística suficiente para uma boa representação das probabilidades dos fenômenos ocorridos. A verificação do número de eventos utilizados para sua obtenção permite a avaliação desses valores e suas interpretações. Para este caso foram utilizados os demais parâmetros com valores estimados para os respectivos melhores resultados, ou seja:

$$\chi^2 = f(N_I^{max}, N_{fr}, 100, 720) \quad (5.4)$$

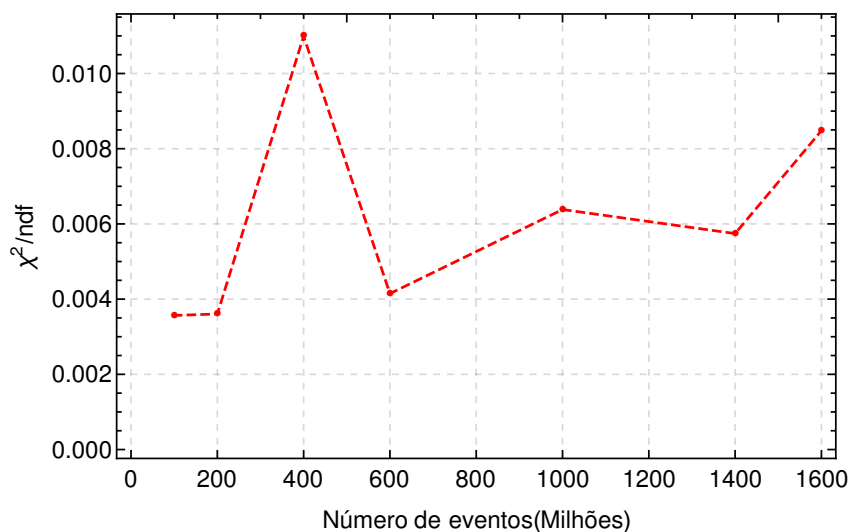


Figura 40: Valores χ^2 para variações no número de eventos utilizados para matriz resposta.

A figura 40 leva a refletir sobre os efeitos do aumento de N_{fr} , já que o resultado indica uma possível flutuação, porém, tendendo para resultados menos satisfatórios. Apesar de inicialmente ser intuitivo que maiores estatísticas para a matriz resposta levariam a melhores resultados, este gráfico leva a algumas possibilidades de interpretação.

Uma seria que não foram atingidos estatísticas suficientes para a convergência, sendo os pontos do gráficos apenas parte de uma oscilação que poderia eventualmente se reduzir e melhorar a reconstrução. Outra interpretação seria de que o aumento da estatística levaria a ocorrência de interações menos prováveis, o que seria bom se estas ocorressem no espectro de energia depositada, contudo, levando a incompatibilidades caso isto não ocorra.

Na figura 41 estão exibidos os resultados utilizando N_{fr} com 100, 600 e 1600 milhões de eventos, sendo possível uma melhor verificação dos efeitos e regiões onde as diferenças entre os espectros reconstruídos e referência estão presentes.

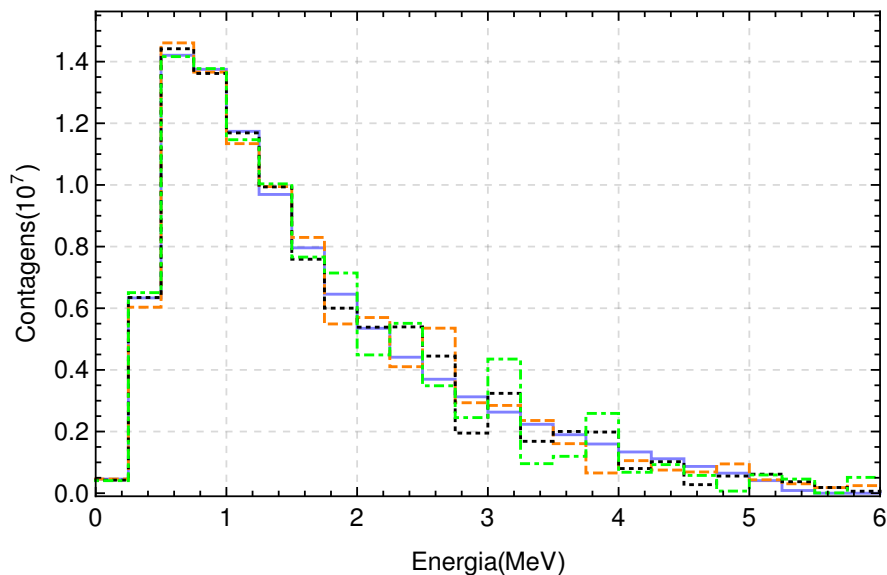


Figura 41: Espectro incidente reconstruído, utilizando 100 milhões (laranja), 600 milhões (preto) e 1600 milhões (verde) de eventos, superpostos ao espectro de referência (azul).

A figura 42 facilita interpretar as diferenças observadas na figura 41. É visto que as alterações são significativas apenas para valores maiores que 2 MeV, estando os resultados para energias menores dentro da margem de $\pm 10\%$. Tal fato indica uma influência devido a variação da probabilidade de interação com a energia incidente. A reconstrução utilizando 100 milhões de eventos para obtenção da matriz resposta apresentou os melhores resultados, estando grande parte dentro da margem de 10% e os demais resultados mais próximos quando comparados aos casos com 600 milhões e 1600 milhões.

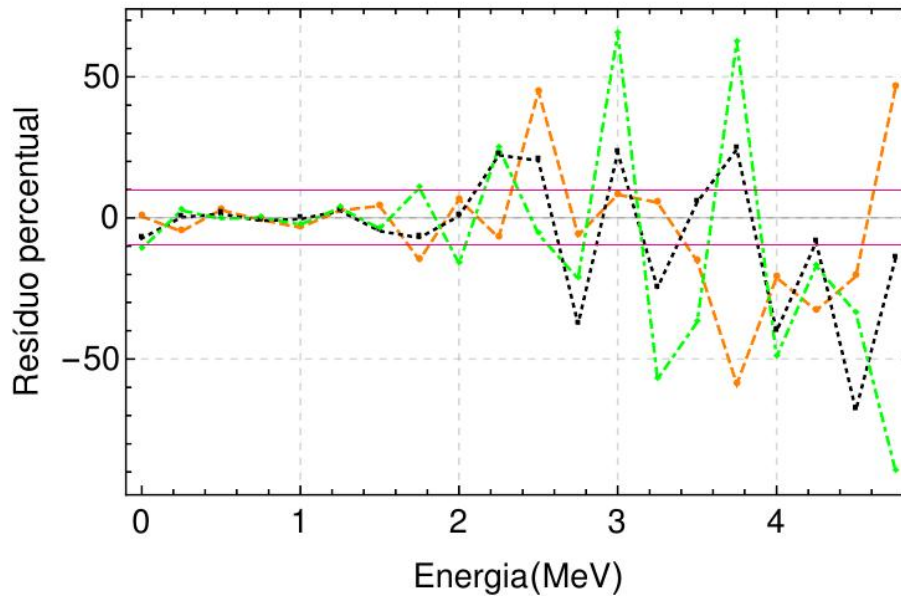


Figura 42: Resíduos percentuais para a reconstrução utilizando 100 milhões (laranja), 600 milhões (preto) e 1600 milhões (verde) de eventos.

5.6 Estimativas para tempo de aquisição

Com os valores da taxa de fluência do acelerador Varian Clinac 600C, simulado para obtenção do espectro de energia de referência conforme dito na seção 4.1, as dimensões do detector, suas eficiências, configurações de *frames* para aquisição dos dados e um dado número de eventos, foram estimados tempos necessários de máquina para a reconstrução do espectro.

O procedimento para estimar o tempo necessário foi dividido em duas etapas: calcular o número de fótons por *frame*, sendo o número de fótons detectados dentro do intervalo de duração de cada *frame*, e estimativa do tempo de acordo com o número de fótons por *frame* possível de serem separados.

1 - Cálculo de fótons por *frame*

O valor médio de fótons detectados por *frame* N_{frames} é dado pela equação 5.5.

$$N_{frames} = \dot{N}^f \times \frac{A_d}{A_c} \times \bar{\epsilon} \times \Delta t_f \quad (5.5)$$

onde \dot{N}^f é a taxa de fótons relativa a respectiva taxa de dose, A_d é a área do detector, A_c a área do campo de tratamento, $\bar{\epsilon}$ a eficiência média e Δt_f a duração do *frame*

Para este acelerador são possíveis taxas de dose variando de 1 a 10 Gy/min. Utilizando uma taxa de 1Gy/min e campo com área igual à $10 \times 10 \text{ cm}^2$, estima-se o equivalente a 1.6×10^{11} fótons/min. Logo, para as dimensões do detector utilizado, considerando uma eficiência média de 15%, de acordo com o obtido na simulação, e supondo utilização de um *frame* de $10 \mu\text{s}$:

$$N_{frames} = \frac{1,6 \times 10^{11}}{60 \text{ s}} \times \frac{1,41 \text{ cm} \times 300 \times 10^{-4} \text{ cm}}{100 \text{ cm}^2} \times 15\% \times 10 \mu\text{s} = 1,7 \text{ fótons/frame}$$

Com isso a distribuição de Poisson esperada para o número de fótons por *frame* é dada na figura 43, a partir da qual pode-se estimar que aproximadamente 31% dos eventos possuem 1 fóton por *frame*.

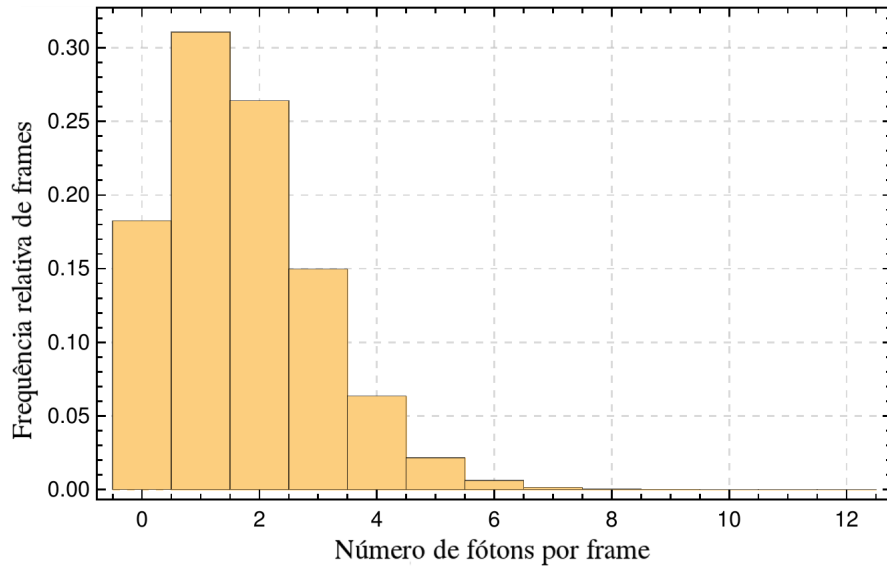


Figura 43: Distribuição de Poisson para a média de fótons por *frame* esperada para um acelerador Varian com taxa de dose de 1 Gy/min e *frame* de 10 μs .

Caso se considere a possibilidade de conseguir separar fótons no detector apenas para os casos com 1 fóton por *frame*, deve-se levar em consideração a respectiva fração de eventos. Assumindo que seja possível separar os fótons no detector para valores maiores de fótons por *frame*, é utilizada a média obtida.

2.a - Tempo considerando 1 fóton por frame

O tempo necessário de aquisição t_n estimado considerando apenas os casos com 1 fóton por *frame* é dado pela equação 5.6.

$$t_n = \frac{N_n^f}{p} \times \frac{1}{\dot{f}} \quad (5.6)$$

onde N_n^f é o número de fótons detectados necessários, p o percentual de eventos com 1 fóton por *frame* e \dot{f} a taxa de *frames*.

Através do estudo realizado, foi constatado no gráfico da figura 37 que a reconstrução utilizando um número de eventos $N_{dep} = 10$ milhões seria aproximadamente igual a reconstruções utilizando valores maiores de eventos.

Considerando uma eficiência média de 15%, conforme visto na seção 4.4, seriam necessários $1,5 \times 10^6$ fótons detectados para reconstrução do espectro. Com o percentual de 31% dos eventos com 1 fóton por *frame* e uma taxa de 100 *frames* por segundo:

$$t_n = \frac{1,5 \times 10^6}{31\%} \times \frac{1}{100 \text{ frames/s}} = 48000 \text{ s} \approx 13,3 \text{ horas}$$

2.b - Tempo considerando a média estimada de fótons por frame

Durantes as simulações foi visto que os eventos estão bem delimitados, ocupando regiões distintas do detector, possibilitando um aproveitamento de valores maiores do que 1 fóton por *frame*. Assim, o tempo necessário de aquisição estimado considerando que todos os casos sejam aproveitados é dado pela equação 5.7.

$$t_n = \frac{N_n^f}{N_{frames}} \times \frac{1}{\dot{f}} \quad (5.7)$$

Utilizando a média de 1,7 fótons por *frame* e uma taxa de 100 *frames* por segundo:

$$t_n = \frac{1,5 \times 10^6}{1,7 \text{ fóton/frame}} \times \frac{1}{100 \text{ frames/s}} = 8,8 \times 10^5 / 100 = 8800 \text{ s} \approx 2,4 \text{ horas}$$

Expressão geral considerando a média estimada de fótons por frame

Para ficar claro os fatores influenciando no tempo necessário para a aquisição, foram combinadas as equações 5.5 e 5.7, obtendo:

$$t_n = \frac{N_n^f}{N^f} \times A_d^c \times \frac{1}{\bar{\epsilon}} \times \frac{1}{\Delta t_f \times \dot{f}} \quad (5.8)$$

onde $A_d^c = A_c/A_d$ a razão entre A_c , área do campo, e A_d , área do detector.

De modo a separar em componentes do método de reconstrução, do acelerador e características do detector, a equação 5.8 foi escrita como:

$$t_n = N_n^f \times \frac{1}{\varphi \times A_d} \times \frac{1}{\bar{\epsilon}} \times \frac{1}{\Delta t_f \times \dot{f}} \quad (5.9)$$

onde φ é a taxa de fluência, ou seja, número de fótons por unidade de tempo e de área.

É visto que para valores maiores de taxas de fluência, que podem ser obtidos com maiores valores de taxas de dose tipicamente utilizados em tratamentos de radioterapia [45], o tempo necessário para o procedimento pode diminuir significativamente. Além disso, outros fatores podem ser otimizados, como por exemplo N_n^f , através de uma maior otimização do método estudado.

6 CONCLUSÃO

Foi proposto um método para medir espectros de energia na faixa relevante para aceleradores clínicos de tratamento baseado na convolução do espectro de energia depositada em um sensor de silício disponível para uso imediato. Determinou-se a melhor geometria para medida do espectro de energia a partir de uma simulação da interação dos fótons nessa faixa de energia com o detector

Como o método possui um número elevado de parâmetros, foi estabelecido uma sistemática para as análises das relações destes com os resultados obtidos com objetivo de se obter uma combinação otimizada. A metodologia empregada, utilizando os valores dos respectivos χ^2 , se mostrou adequada, servindo como uma referência para comparação dos resultados e possibilitando uma forma de avaliar o problema. Através dela foram observadas as influências dos valores do número de eventos utilizados para a obtenção da função resposta e espectro de energia depositada, sua dimensão e número de iterações para convergência do método iterativo de deconvolução, o que possibilitou estimar valores adequados e ainda interpretar como estes afetam a qualidade do espectro reconstruído.

O método iterativo se mostrou apto para inversão da matriz resposta, com o número máximo de iterações levando na maior parte dos casos em melhores reconstruções e estando numa região de convergência dos resultados. A dimensão utilizada para o vetor que representa o espectro de energia depositada e a matriz resposta se mostrou relevante para a obtenção de bons resultados, indicando uma boa reconstrução a partir de 120 bins com mudanças menos aparentes até o limite de 720, definido como ótimo.

Para o número de eventos do espectro de energia depositada ficou clara uma melhoria ao se aumentar o tamanho das amostras até 20 milhões, porém, com melhorias menos significativas acima deste valor. Neste caso também deve ser levado em consideração que este número implicará diretamente no tempo necessário para se medir o espectro, ocupando o acelerador, sendo um parâmetro cuja otimização se torna bem importante.

Para a obtenção da matriz resposta não ficou claro uma melhor reconstrução utilizando maiores estatísticas. Foi observado que, com os números de eventos utilizados para a obtenção do espectro de energia depositada, 100 milhões de eventos para matriz resposta levavam em resultados muito próximos a aumentos de um pouco mais de uma ordem de grandeza. Para este valor, um estudo ainda mais aprofundado pode revelar melhor a relação de N_{fr} com N_{dep} , espectro incidente e até eficiência do sistema de detecção.

Para a menor taxa de dose da máquina (1 Gy/min), considerando o número médio de *frames* obtido para *frames* com 10 μ s e uma taxa de 100 *frames* por segundo, foi estimado um tempo um pouco maior que 2 horas para fazer a medida do espectro de energia depositada no

acelerador. Foram vistas formas de reduzir este tempo como através de maiores valores de taxas de fluência ou da redução do número de eventos necessários, seja através do processo de deconvolução ou de outras etapas e parâmetros expostos. Desta forma, o estudo demonstrou resultados promissores indicando uma viabilidade do método, sendo um incentivo para uma continuação dos estudos.

No decorrer no trabalho foram adquiridas informações importantes sobre aspectos físicos, estatísticos e computacionais, como demandas de tempo, memória, processamento, algoritmos, interações físicas e suas probabilidades, sistemas de detecção e a forma como muitos destes estão relacionados.

Estes aprendizados tornam possível o estabelecimento de perspectivas futuras, como a realização de outras etapas necessárias para aplicação do procedimento. Por exemplo, a inclusão da resposta eletrônica, incorporando parâmetros como threshold e compartilhamento de carga entre pixels na simulação. Também serão necessárias medidas utilizando fontes com espectros conhecidos para poder validar a simulação, especialmente a altas energias (MeV). Após estas etapas, espera-se ser possível realizar um teste em um acelerador linear clínico e, finalmente, avaliar com mais precisão a utilização do método para determinação de espectros emitidos por aceleradores clínicos em geral.

REFERÊNCIAS

- [1] Thwaites, D., & Tuohy, J. (2006). *Back to the future: The history and development of the clinical linear accelerator*. *Physics in Medicine and Biology*, 51(13), R343-R362.
- [2] Hill, R., Healy, B., Holloway, L., Kuncic, Z., Thwaites, D., & Baldock, C. (2014). *Advances in kilovoltage x-ray beam dosimetry*. *Physics in Medicine and Biology*, 59(6), R183-R231.
- [3] P Andreo. (1991). *Monte Carlo techniques in medical radiation physics*. *Physics in Medicine and Biology*, 36(7), 861-920.
- [4] Padilla-Cabal, F., Pérez-Liva, M., Lara, E., Alfonso, R., & Lopez-Pino, N. (2015). *Monte Carlo calculations of an Elekta Precise SL-25 photon beam model*. *Journal of Radiotherapy in Practice*, 14(3), 311-322.
- [5] Konefal, A., Bakoniak, M., Orlef, A., Maniakowski, Z., & Szewczuk, M. (2015). *Energy spectra in water for the 6 MV X-ray therapeutic beam generated by Clinac-2300 linac*. *Radiation Measurements*, 72, 12.
- [6] Juste, BeleN, Miro, Rafael, Jambrina, Ana, Campayo, Juan M., Diez, Sergio, & Verdu, Gumersindo. (2014). *A new methodology to determinate linac photon spectra using the EPID signal*.(Report). *Radiation Physics and Chemistry*, 95, 412.
- [7] Chang-Ming Ma. (1999). *Monte Carlo modelling of electron beams from medical accelerators*. *Physics in Medicine and Biology*, 44(12), R157-R189.
- [8] Michel, Talla, Firsching, Durst, Böhnell, & Anton. (2009). *Reconstruction of X-ray spectra with the energy sensitive photon counting detector Medipix2*. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, A*, 598(2), 510-514.
- [9] *Geant4 - A Simulation Toolkit*, S. Agostinelli et al., *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, A*, 506 (2003) 250-303
- [10] Salvat, F. and Nuclear Energy Agency. Data-Bank. (2015). *PENELOPE-2014: A Code System for Monte Carlo Simulation of Electron and Photon Transport*; Workshop Proceedings, Barcelona, Spain, 29 June - 3 July 2015. OECD.
- [11] Rene Brun and Fons Rademakers, *ROOT - An Object Oriented Data Analysis Framework*, Proceedings AIHENP'96 Workshop, Lausanne, Sep. 1996, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, A*, 389 (1997) 81-86.

- [12] Guennebaud, Gaël, et al. "*Eigen v3*."(2010): 202.
- [13] Wolfram Research, Inc., *Mathematica*, Version 11.3, Champaign, IL (2018).
- [14] C R Baker. (1995). *Reconstruction of megavoltage photon spectra by attenuation analysis*. *Physics in Medicine and Biology*, 40(4), 529-542.
- [15] S. Yun, H. K. Kim, H. Youn, J. Tanguay, and I. A. Cunningham, (2013). "Analytic model of energy-absorption response functions in compound x-ray detector materials," *IEEE Trans. Med. Imaging* 32, 1819–1828.
- [16] Knoll, G.F.(2010). *Radiation Detection and Measurement*. John Wiley & Sons.
- [17] W W Seelentag. (1979). *Stripping of X-ray bremsstrahlung spectra up to 300 kV p on a desk type computer*. *Physics in Medicine and Biology*, 24(4), 767-780.
- [18] R Pani. (1987). *Diagnostic X-ray spectra measurements using a silicon surface barrier detector*. *Physics in Medicine and Biology*, 32(9), 1135-1149.
- [19] E Di Castro. (1984). *The use of cadmium telluride detectors for the qualitative analysis of diagnostic x-ray spectra*. *Physics in Medicine and Biology*, 29(9), 1117-1131.
- [20] Arendtsz, N., & Hussein, E. (1995). *Energy-spectral Compton scatter imaging. Part 1: Theory and mathematics*. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 42(6Pt2), 2155-2165.
- [21] Arendtsz, N., & Hussein, E. (1995). *Energy-spectral Compton scatter imaging. Part 2: Experiments*. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 42(6Pt2), 2166-2172.
- [22] A Nisbet. (1998). *Spectral reconstruction of clinical megavoltage photon beams and the implications of spectral determination on the dosimetry of such beams*. *Physics in Medicine and Biology*, 43(6), 1507-1521.
- [23] Lanzl, E.F. and Jayaraman, S. and Lanzl, L.H.(2003). *Clinical Radiotherapy Physics*. Springer Berlin Heidelberg.
- [24] *VOLUME AND DOSE SPECIFICATION FOR REPORTING EXTERNAL BEAM THERAPY (THE ICRU RECOMMENDATIONS)* [acesso em 25 setembro 2018]; Disponível em: https://inis.iaea.org/collection/NCLCollectionStore/_Public/29/029/29029229.pdf
- [25] Baumgartner, Steurer, & Josef Maringer. (2009). *Simulation of photon energy spectra from Varian 2100C and 2300C/D Linacs: Simplified estimates with PENELOPE Monte Carlo models*. *Applied Radiation and Isotopes*, 67(11), 2007-2012.

- [26] Telles, L. F. K., Braz, D., Lopes, R. T., Da Silva, A. X. and Osti, N. (2005). *Simulação por Monte Carlo dos feixes de 6 e 15 MV do CLINAC 2100 utilizando o código MCNP 4B*. International Nuclear Atlantic Conference– INAC 2005, Santos, SP, Brasil.
- [27] Marinho, & Akiba. (2015). *A GEANT4 based simulation for pixelated X-ray hybrid detectors*. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, A, 772, 50-51.
- [28] Taylor, J.R.(2013). *Mecânica Clássica*. Bookman Editora.
- [29] Landau, L.D. and Lifshitz, E.M.(1982). *Mechanics*. Elsevier Science.
- [30] F. H. Attix.(1986). *Introduction to Radiological Physics and Radiation Dosimetry*. Wiley, New York.
- [31] Eisberg, R.M. and Resnick, R.(1979). *Física quântica: átomos, moléculas, sólidos, núcleos e partículas*. ELSEVIER EDITORA.
- [32] Turner, J.E.(2008). *Atoms, Radiation, and Radiation Protection*. Wiley. Weinheim.
- [33] Podgorsak, E.B.(2016). *Radiation Physics for Medical Physicists*. Springer International Publishing.
- [34] Mayles, P. and Nahum, A. and Rosenwald, J.C.(2007). *Handbook of Radiotherapy Physics: Theory and Practice*. CRC Press.
- [35] Dupree, S.A. and Fraley, S.K.(2002). *A Monte Carlo Primer: A Practical Approach to Radiation Transport*. Springer US.
- [36] Lehmer, D. H. (1949). *Mathematical methods in large-scale computing units*. Proceedings of a Second Symposium on Large-Scale Digital Calculating Machinery: 141–146. MR 0044899. (journal version: Annals of the Computation Laboratory of Harvard University, Vol. 26 (1951)).
- [37] Stephen K. Park; Keith W. Miller (1988). *Random Number Generators: Good Ones Are Hard To Find*. Communications of the ACM. 31 (10): 1192–1201. doi:10.1145/63039.63042
- [38] Landau, D., & Binder, K. (2014). *A Guide to Monte Carlo Simulations in Statistical Physics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- [39] M. Rodriguez, J. Sempau and L. Brualla, *PRIMO: A graphical environment for the Monte Carlo simulation of Varian and Elekta linacs*, Strahlenther. Onkol. 189 (2013) 881-886.
- [40] Leon, S.J. (2010). *Linear Algebra with Applications*. Pearson/Prentice Hall.

- [41] Strang, G. (2010). *Álgebra linear e suas aplicações*. Cengage Learning.
- [42] Barreto Pinto, Mateus Vicente. *Caracterização do TimePix3 e de sensores resistentes à radiação para upgrade do VELO*. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Instituto de Física, Programa de Pós-Graduação em Física. Rio de Janeiro, 2015
- [43] Spieler, H. (2005). *Semiconductor Detector Systems*. OUP Oxford.
- [44] *The Timepix chip*. [acesso em 23 agosto 2018]; Disponível em: <http://medipix.web.cern.ch/collaboration/medipix2-collaboration>
- [45] Sousa, R. (2009). *Dose Rate Influence on Deep Dose Deposition Using a 6 MV X-Ray Beam From a Linear Accelerator*. Brazilian Journal Of Physics, 39(2), 292-296.
- [46] *Tabela NIST*. [acesso em 25 junho 2018]; Disponível em: <https://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayMassCoef/tab3.html>

APÊNDICE A. Tabelas com valores de χ^2 obtidos

Tabela 4: Valores de χ^2 combinando os parâmetros para o caso com 100 milhões para função resposta

N_{fr}	100M					
$D \setminus N_{dep}$	2M	10M	20M	30M	50M	100M
24	0.108292	0.066882	0.014427	0.024925	0.017107	0.017776
30	0.140512	0.066511	0.051681	0.035487	0.044325	0.032521
60	0.131125	0.046710	0.024303	0.028090	0.034108	0.015269
120	0.068128	0.032336	0.011314	0.008501	0.006105	0.005102
360	0.062545	0.009590	0.006377	0.009257	0.005185	0.005641
720	0.024845	0.009758	0.003790	0.005490	0.005994	0.003566

Tabela 5: Valores de χ^2 combinando os parâmetros para o caso com 200 milhões para função resposta

N_{fr}	200M					
$D \setminus N_{dep}$	2M	10M	20M	30M	50M	100M
24	0.133210	0.100325	0.054141	0.057075	0.019466	0.029029
30	0.088305	0.074345	0.051483	0.036427	0.040901	0.024787
60	0.099379	0.062153	0.042271	0.029835	0.021398	0.007646
120	0.066957	0.103453	0.035721	0.013625	0.008929	0.009916
360	0.046378	0.008269	0.007681	0.008328	0.009743	0.003781
720	0.039139	0.011560	0.005642	0.006901	0.004263	0.003605

Tabela 6: Valores de χ^2 combinando os parâmetros para o caso com 400 milhões para função resposta

N_{fr}	400M					
$D \setminus N_{dep}$	2M	10M	20M	30M	50M	100M
24	0.132605	0.095161	0.055297	0.048615	0.024355	0.052024
30	0.122875	0.070772	0.049946	0.042833	0.057572	0.028681
60	0.171589	0.048814	0.046032	0.038030	0.034874	0.020663
120	0.098869	0.045045	0.039256	0.025495	0.010501	0.004627
360	0.061711	0.020972	0.015399	0.011820	0.019392	0.007640
720	0.032859	0.021827	0.007798	0.009109	0.004278	0.010993

Tabela 7: Valores de χ^2 combinando os parâmetros para o caso com 600 milhões para função resposta

N_{fr}	600M					
$D \setminus N_{dep}$	2M	10M	20M	30M	50M	100M
24	0.103070	0.113402	0.052844	0.030233	0.035751	erro
30	0.122419	0.099437	0.068261	0.035004	0.050535	0.032415
60	0.169730	0.057812	0.037045	0.038907	0.034132	0.016957
120	0.081815	0.047251	0.042029	0.030940	0.019176	0.007780
360	0.081259	0.023253	0.026502	0.012825	0.006997	0.014747
720	0.035076	0.030945	0.013738	0.007429	0.011305	0.004147

Tabela 8: Valores de χ^2 combinando os parâmetros para o caso com 1000 milhões para função resposta

N_{fr}	1000M					
$D \setminus N_{dep}$	2M	10M	20M	30M	50M	100M
24	0.146917	0.114466	0.035120	0.056687	0.040099	0.046380
30	0.145442	0.095627	0.062664	0.032364	0.056133	0.035186
60	0.170946	0.058130	0.033941	0.036976	0.025449	0.010225
120	0.090472	0.068940	0.050581	0.045980	0.015054	0.012817
360	0.107900	0.027369	0.024530	0.015604	0.008006	0.018534
720	0.072509	0.035704	0.017515	0.015808	0.016453	0.006383

Tabela 9: Valores de χ^2 combinando os parâmetros para o caso com 1400 milhões para função resposta

N_{fr}	1400M					
$D \setminus N_{dep}$	2M	10M	20M	30M	50M	100M
24	0.125121	0.108035	0.061066	0.041962	0.042407	0.048156
30	0.125446	0.068984	0.057947	0.031890	0.054499	0.034714
60	0.146268	0.077626	0.101351	0.032776	0.029335	0.025843
120	0.155866	0.053110	0.043878	0.028212	0.021891	0.010733
360	0.070994	0.044689	0.034368	0.023184	0.016082	0.010680
720	0.073216	0.035819	0.012766	0.013963	0.024569	0.005743

Tabela 10: Valores de χ^2 combinando os parâmetros para o caso com 1600 milhões para função resposta

N_{fr}	1600M					
$D \setminus N_{dep}$	2M	10M	20M	30M	50M	100M
24	0.130120	0.101165	0.061487	0.045398	0.043635	0.028387
30	0.147736	0.069815	0.066093	0.034483	0.055941	0.032912
60	0.129695	0.087212	0.091498	0.052377	0.032236	0.017436
120	0.166651	0.051220	0.039103	0.038842	0.025282	0.011836
360	0.094604	0.043565	0.024661	0.018176	0.019517	0.007245
720	0.077837	0.045810	0.013652	0.015745	0.020310	0.008478

Tabela 11: Valores de χ^2 combinando $D=720$ bins, $N_{fr}=200$ milhões e $N_{dep}=100$ milhões.

Iterações	V_{χ^2}
5	2.73713
10	0.26058
20	0.13501
40	1.13719
80	0.80743
160	0.26608
320	0.03889
640	0.00512
979	0.00360

APÊNDICE B. Coeficiente de atenuação de massa para Si

B.1 Gráfico da relação entre o coeficiente de atenuação de massa para Si e energias dos fótons

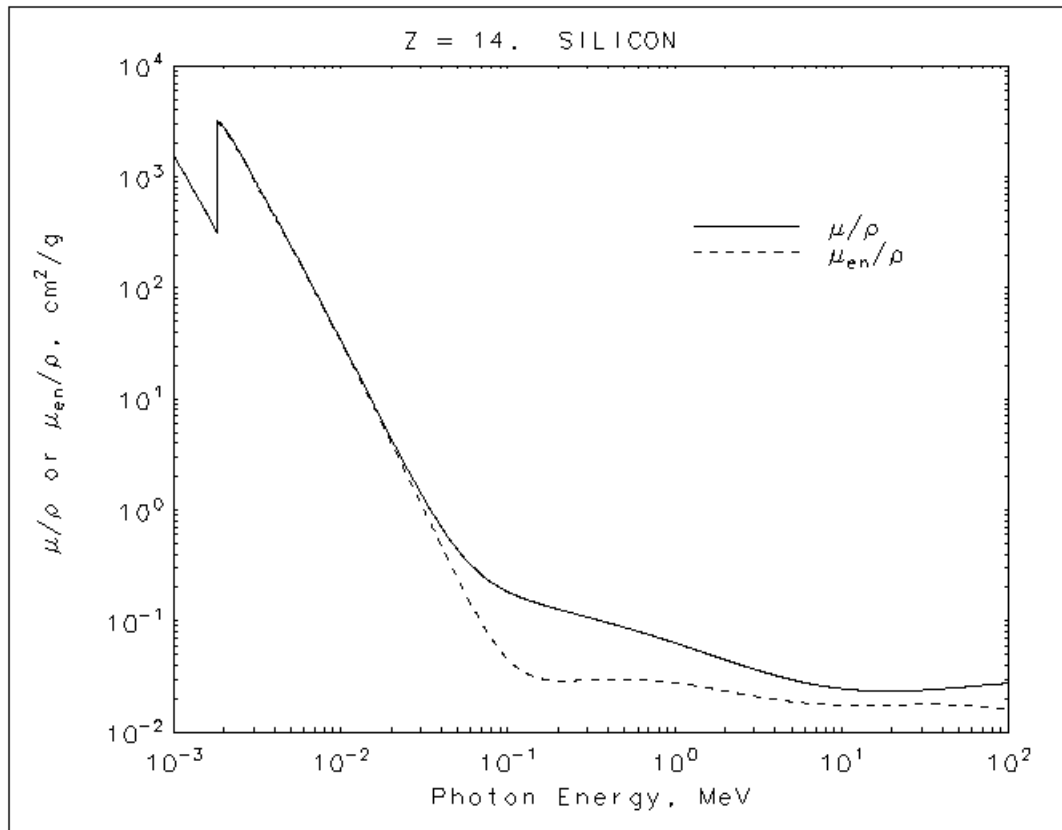


Figura 44: Gráfico mostrando a relação entre os valores dos coeficientes de atenuação de massa e as energias dos fótons [46].

B.2 Tabela dos coeficiente de atenuação de massa para Si

Tabela 12: Tabela com os valores dos coeficiente de atenuação de massa para determinados valores de energia [46].

	Energy (MeV)	μ/ρ (cm ² /g)	μ_{en}/ρ (cm ² /g)
	1.00000E-03	1.570E+03	1.567E+03
	1.50000E-03	5.355E+02	5.331E+02
	1.83890E-03	3.092E+02	3.070E+02
K	1.83890E-03	3.192E+03	3.059E+03
	2.00000E-03	2.777E+03	2.669E+03
	3.00000E-03	9.784E+02	9.516E+02
	4.00000E-03	4.529E+02	4.427E+02
	5.00000E-03	2.450E+02	2.400E+02
	6.00000E-03	1.470E+02	1.439E+02
	8.00000E-03	6.468E+01	6.313E+01
	1.00000E-02	3.389E+01	3.289E+01
	1.50000E-02	1.034E+01	9.794E+00
	2.00000E-02	4.464E+00	4.076E+00
	3.00000E-02	1.436E+00	1.164E+00
	4.00000E-02	7.012E-01	4.782E-01
	5.00000E-02	4.385E-01	2.430E-01
	6.00000E-02	3.207E-01	1.434E-01
	8.00000E-02	2.228E-01	6.896E-02
	1.00000E-01	1.835E-01	4.513E-02
	1.50000E-01	1.448E-01	3.086E-02
	2.00000E-01	1.275E-01	2.905E-02
	3.00000E-01	1.082E-01	2.932E-02
	4.00000E-01	9.614E-02	2.968E-02
	5.00000E-01	8.748E-02	2.971E-02
	6.00000E-01	8.077E-02	2.951E-02
	8.00000E-01	7.082E-02	2.875E-02
	1.00000E+00	6.361E-02	2.778E-02
	1.25000E+00	5.688E-02	2.652E-02
	1.50000E+00	5.183E-02	2.535E-02
	2.00000E+00	4.480E-02	2.345E-02
	3.00000E+00	3.678E-02	2.101E-02
	4.00000E+00	3.240E-02	1.963E-02
	5.00000E+00	2.967E-02	1.878E-02
	6.00000E+00	2.788E-02	1.827E-02
	8.00000E+00	2.574E-02	1.773E-02
	1.00000E+01	2.462E-02	1.753E-02
	1.50000E+01	2.352E-02	1.746E-02
	2.00000E+01	2.338E-02	1.757E-02