UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
FACULDADE DE ARQUITETURA E URBANISMO
BIBLIOTECA

RACIONALIZAÇÃO DA GERÊNCIA NA CONSTRUÇÃO CIVIL UTILIZANDO REDES DE PETRI: UM ESTUDO DE CASO

Eduardo Linhares Qualharini

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DO CURSO DE MESTRADO EM ARQUITETURA DA FACULDADE DE ARQUITETURA E URBANISMO DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ARQUITETURA.

Aprovada por:

Prof. Carlos Augusto de Alcantara Gomes, D.Sc.
(Presidente)

Prof. Henrique José da Rocha Pinto, L.D.

Prof. Nélio Domingues Pizzolato, Ph.D.

Prof. Walmor José Prudêncio, L.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

FEVEREIRO DE 1992

QUALHARINI, EDUARDO LINHARES

Racionalização da Gerência na Construção Civil Utilizando Redes de Petri: Um Estudo de Caso [Rio de Janeiro] 1992

X, 92 p. 29,7 cm (FAU/UFRJ, M.Sc., Arquitetura, 1992)

Tese – Universidade Federal do Rio de Janeiro, FAU

1. Redes de Petri Aplicada a Construção Civil

I FAU/UFRJ II. Título (série)

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
FACULDADE DE ... E ORGANIZAÇÃO
BIBLIOTECA

UNIVERSIDADE FEDERAL DO ... O DE JANEIRO
FACULDA...

A Meus Pais

AGRADECIMENTOS

A Profa. Liana de Ranieri pelo apoio e orientação acadêmica.

Ao Prof. Henrique Jose da R. Pinto, Nélio D. Pizzolato e Carl V Limmer pelo apoio e ensinamentos transmitidos durante o curso de mestrado.

Ao Prof. Walmor J. Prudêncio pelo apoio, ensinamentos e amizade.

Ao Prof. Carlos E. da S. Lindgren pelo incentivo e auxílio na redação do resumo.

As Profa. Sofia Boscher de Alcantara Gomes e Maria Angela Dias pela colaboração na redação deste trabalho

Ao meu orientador pela amizade, auxílio e apoio durante a execução desta tese.

BIBLIOTEC

Resumo da Tese apresentada à FAU/UFRJ como parte dos requisitos necessários para obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

RACIONALIZAÇÃO DA GERÊNCIA NA CONSTRUÇÃO CIVIL UTILIZANDO REDES DE PETRI: UM ESTUDO DE CASO

Eduardo Linhares Qualharini

Fevereiro de 1992

Orientador: Carlos Augusto de Alcantara Gomes
Mestrado em Arquitetura

As aplicações das Redes de Petri t–Temporizadas (modelo de ALCANTARA GOMES), com suas propriedades e extensões, são apresentadas na modelagem de sistemas dinâmicos discretos, como é o caso particular dos empreendimentos de construção civil.

Especial atenção foi dedicada à Rede de Petri associada a grafos potencial–tarefa e suas aplicações gerenciais, procurando–se demonstrar a grandeza que o modelo ,em estudo, propicia quando utilizado na racionalização da construção.

Unicialmente, foram citados os autores que se dedicam ao estudo destas Redes e as extensões propostas e os fundamentos matemáticos imersos nas Redes de Petri. Foi proposto ,ainda, um estudo de caso (residência unifamiliar com 100m^2, em padrão H1–2Q–normal), com sua projeção PERT e seu comparativo na Rede de Petri.

As conclusões para as Redes de Petri t–Temporizadas são apresentadas com base no estudo de caso, realçando-se as suas vantagens quando utilizadas para modelos discretos(construção civil) e com recursos compartilháveis, no qual as redes PERT encontram suas maiores imprecisões.

Abstract of Thesis presented to FAU/UFRJ as partial fulfilment of the requirements for the degree of Master of Science(M.Sc.)

Standartization of Management in Civil Constructon Using Petri Nets: A Case Analysis

Eduardo Linhares Qualharini

February 1992

Thesis Supervisor: **Carlos Augusto de Alcantara Gomes**
Master in Architecture

The applications of the Petri Nets t–Temporizate (ALCANTARA GOMES) with its extensions areshownin the system of discret dynamic models as is the case in civil engeneering projects.

Special attention is given to the Petri Net related to the task–potencial graphs and their application to management, so as to demonstrate the scope that the model in question allows when used in the rationalization of civil construction jobs.

Initially, the main authors who have dedicated themselves to the study of the Petri Nets are referred to, as well as their proposal of alternative use and the mathematical foundations on which the nets are based. It is also suggested a case analysis(uni–familiar residence with $100m^2$, H1–2Q–normal type) with its PERT

projection and its related Petri Nets.

The conclusion attained in the case analysis are presented and the advantages of the nets are shown when applied with discret models (civil construction) and with shared resources conditions, situation under which PERT Nets present greater imprecision.

ÍNDICE

I –	INTRODUÇÃO	1
1.1 –	Considerações Gerais	3
1.2 –	Objetivo	4
1.3 –	Importância de Trabalho	4
1.4 –	Revisão de Literatura	7
1.5 –	Conteúdo do Trabalho	9
II –	TÉCNICAS DE MODELAGEM DE SISTEMAS CONSTRUTIVOS	9
2.1 –	Introdução	9
2.2 –	Componentes do Sistema de Produção	12
2.3 –	Representação de Sistemas de Produção pela Álgebra dos Dióides	13
2.4 –	Mudança de Estado	16
2.4.1 –	Abordagem por Atividade	17
2.5 –	Estratégia de Planejamento da Produção	17
2.5.1 –	Redes PERT/CPM	17
2.5.2 –	Gráficos Gantt	18
2.5.3 –	Redes de Petri	19
III –	TÉCNICAS DE ANÁLISE DAS REDES DE PETRI	32
3.1 –	Introdução	32
3.2 –	Classes de Estado	33
3.3 –	Determinação da Classe Seguinte	35
3.4 –	Regra de Disparo das Transições	36
3.5 –	Cálculo da Classe Seguinte	36
3.6 –	Transições Multi–Sensibilizadas	38
3.7 –	Grafos de Classe de Estados	40
3.8 –	Igualdade de Duas Classes de Estados	40

3.9 – Funcionamento Periódico de Uma Rede de Petri Temporizada 41

3.10 – Condições Necessárias a Periodicidade 41

3.11 – Exemplo de Aplicação 44

3.12 – Extensão dos Resultados 46

3.13 – Exemplo 51

IV – REDE DE PETRI APLICADA AO PLANEJAMENTO, CONTROLE E RACIONALIZAÇÃO NA INDÚSTRIA DA CONSTRUÇÃO CIVIL. 55

4.1 – Introdução 55

4.2 – Ligação Entre o Grafo Potencial–Tarefa e o Grafo de Eventos 56

4.3 – Comparação entre as Redes PERT e as Redes de Petri 57

4.4 – Exemplo 60

4.5 – Estudo de Caso 60

4.5.1.– Descrição das Transições com os Recursos 62

4.5.2 – Sequência dos Estados 67

4.5.3 – Precedência e Póscedência dos Estados 68

4.5.4 – Sequência de Estados Viáveis 69

4.5.5 – Quadriculado para Determinação das Datas de Disparo das Fichas 71

4.5.6 – Rede de Petri t–Temporizada para Racionalização da Gerência 72

4.5.7 – Grafo ótimo de Estados Viáveis 73

4.6 – Análise do Estudo de Caso 74

V – CONCLUSÃO 75

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 78

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 – CONSIDERAÇÕES GERAIS

A gerência das construções teve sua origem na Idade Média, oriunda nas antigas corporações de artífices (Veneza, Roma,...). A estas corporações, herdeiras do conhecimento esperimental, devemos os primeiros atos organizacionais e lógicos, que permitiriam a futura extruturação deste segmento produtivo.

Por outro lado, o aprimoramento da técnica executiva e a competição na sociedade moderna, propiciou a necessidade de existência de processos e métodos de controle das diretrizes e suas interfaces.

No aspecto gerencial, profissionais como Frederick Winslow Taylor, Henry L. Gantt e Henry Ford verificaram e propuseram sistemas gerenciais, que ampliaram a capacidade produtiva, contribuindo para o aparecimento de novas rotinas de previsão e controle. No entanto, foram as teorias de René Descartes que deram origem ao raciocinio lógico destes profissionais, propiciando que o engenheiro alemão Walter Ruthenau, logo após a derrota da Alemanha na 1ª Grande Guerra, procurasse ordenar de modo científico o planejado, eliminando desperdícios e acelerando a produção.

As idéias de Ruthenau foram tituladas de "Rationalisierung" , que foi traduzido como "Racionalização" no Brasil, "Padronization" na França e

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
FACULDADE DE ARQUITETURA E URBANISMO
BIBLIOTECA

Standartization" nos Estados Unidoos da América, significando todavia, apenas denominações genéricas dos atos de previsão, planejamento e implantação do processo administrativo controlado.

No Brasil, o gerenciamento de empreedimentos apresentou-se com o início das primeiras grandes edificações verticais (O edifício do Jornal *A Noite* e o Edifício *Odeon* no Rio de Janeiro), ambos contruídos no final da década de 20, e que envolveram a necessidade de encadear ações de múltiplas interfaces construtivas, dentro de prazos determinados. A estes primeiros atos de gerência, ainda ligados a cultura do empreiteiro familiar que a tudo orientava e fazia, sem prazo ou data definidos; no qual indica-se a usual falta de metodologia, substituida pelo empirismo. Tais fatos, perduraram até a decada de 50 quando então ligações políticas e financeiras obrigaram a aplicação de métodos de gerência mais abrangentes, em que citamos as construções civis da nova capital *Brasilia*, a execução do Edifício *Avenida Central* e a obra pioneira em concreto aparente do *Museu de Arte Moderna* do Rio de Janeiro.

É de se reconhecer que a Engenharia de Minas, Fortificações e Pontes foi melhor aquinhoada no ato de previsão e controle, que o da construção civil em geral, pela necessidade de soluções seguras e definitivas, propiciando assim a seus executores predizer critérios de quando e como obteriam seus propósitos.

Especial interesse pode ser dado à metodização do desenvolvimento empírico dos processos construtivos, na verdade, a herança cultural era de que o "constructor" capacitaria os seus subordinados, mas que este seria capacitado pela demosntração anterior de competentes serviços executados. A esta metodologia, que começava no aprendiz, passando ao ajudante, auxiliar, encarregado de serviço, até o contra mestre/construtor havia um longo caminho a percorrer, às vezes de décadas de pai para filho e/ou netos, permitindo que ato de aprendizagem e

aprimoramento ficasse limitado a pequenas comunidades. Assim, raros eram os profissionais que trilhando neste caminho de aprendizado puderam ainda se permitir, ja quando dirigentes de serviços, inovar na cadeia produtiva; concebendo e propondo métodos menos empíricos, mais científicos e racionais .Por conseguinte, todo processo dependia da absorção do saber, do reconhecimnento de competência pela comunidade na visão mediata do futuro; sendo este conjunto de fatos de maturação extremamente recente. Como exemplo, podemos citar o desenvolvimento do PERT/CPM na década de 50 e das Redes de Petri na década de 70.

Há de citarmos, ainda, que tenhamos dezenas de pesquisadores e autores na área de execução de edificações, mas que poucos tenham se dedicado a transmissão do ensino científico e racional do ato de planejamento executivo, daí a intenção deste trabalho de permitir a coletânea dos processos racionais conhecidoos das Redes de Petri na gerência da construção civil.

1.2 – OBJETIVO

O objetivo desta tese é o de estudar modelos de controle adequados à resolução dos problemas de gerência na construção, particularmente na equalização de recursos compartilháveis e não compartilháveis e sua organização funcional; compreendendo:

- os recursos compartilháveis: que podem ser utilizados simultaneamente por vários processos (frentes de trabalho); e

- os recursos não compartilháveis: que podem ser utilizados por um só processo de cada vez, em cada instante. A não

compartibilidade destes recursos é a base dos principais problemas tratados na gerência de produção provindos da impossibilidade material de dividir o uso do recurso e de riscos de interação (consequências da partilha).

Assim, através da previsão de bloqueios da otimização por Redes de Petri, analiza-se causas de processos de exclusão, avalia-se o desempenho do sistema produtivo e apresenta-se a metodologia dos sistemas de grafos potencial-tarefa e suas premissas.

1.3 – IMPORTÂNCIA DO TRABALHO

A teoria, principalmente a existente no eixo Rio-São Paulo, é repetitivamente questionada quanto ao seu conteúdo, forma, validade e modalidade de proposta. É mistér frisar que as interfaces do ato de produção versus gerência são configuradas por vetores técnicos, econômicos, políticos e principalmente de sazonalidade e exíguo interstício. Por conseguinte, a aplicação de técnicas adequadas de previsão e controle da construção, sua automação e pré-fabricação justificam a importância desta pesquisa.

1.4 – REVISÃO DE LITERATURA

A revisão bibliográfica indicou a existência de explanações sobre o tema em publicações que abrangem o universo da Arquitetura, da Engenharia Civil, de Produção e de Sistemas, as quais, desde que com relevância na confecção deste texto, foram listadas a seguir:

Na abordagem do assunto Redes PERT/CPM, já amplamente difundidas junto ao ensino e a pesquisa, indica-se:
Relatório Técnico do I.N.P.E. (1972),os trabalhos de SEIDENTHAL (1978), MILLER (1981), PRADO (1984), BOITEUX (1985), HIRSCHFELD (1987) e ALCANTARA GOMES (1990).

Outro assunto que tem sido amplamente divulgado tanto no ensino, como através de publicações científicas, é a Teoria dos Grafos, da qual indicamos os trabalhos de BERGE (1958), HARARY (1972), FURTADO (1973), CHRISTOFIDES (1975), BOAVENTURA (1979), GONDRAM, MINOUX e VADJA (1984).

Na teoria básica sobre as Redes de Petri, abrangendo a sua definição, classificação, propriedades e aplicações pode ser encontrada nas obras de ATABAKHCHE (1987b), PETERSON (1981), REISIG (1985) e ALCANTARA GOMES (1990).

Quanto aos autores que desenvolveram o conhecimento e a aplicabilidade das Redes de Petri, pode-se citar:BERTHOMIEU "et alii" (1984) que apresentaram o formalismo das Redes de Petri, das Redes de Predicados/Transições, das Redes Temporizadas e das Redes Predicado/ação. Este formalismo pode ser visto através de três exemplos aplicativos (a fila FIFO, o protocolo do "bit" alternado e o computador temporal).

ESTEBAN (1985) em seu trabalho de tese apresenta:

- a descrição de métodos de validação por análise, aplicáveis a um automatismo lógico modelizado através das Redes de Petri e apresenta um método de análise para estas redes e a sua utilização em computadores com o auxílio de algoritmos simplificadores.

PEURIFOY.R. (1979), em seu livro, ilustra a aplicação de fundamentos da engenharia e análise à atividades de construção, e como pode-se melhorar a qualidade e, ao mesmo tempo, reduzir os custos da construção. Para atingir estes objetivos foram utilizados:

- estudos de movimentos e de tempos aplicados à construção de casas, pavimentação e concreto;

- métodos estatísticos para determinação do núnero de observações necessárias;

- cronoanálise; e

- aplicação de teoria das filas para determinar o número mais econômico de unidades de transporte.

ROUX (1985) propõe em seu trabalho um quadro conceitual que permite descrever modelos de eventos discretos através das Redes de Petri, reconstituindo a visão tradicional de um sistema como um conjunto de objetos relacionados, que correspondem aos recursos materiais e suas interrelações nas atividades.

VALETTE "et alii" (1985) elaboraram um artigo para o projeto e a implementação do sistema F.M.S. através das Redes de Petri, com base nos seguintes pontos:

- como é possível aprimorar o desenho e a análise.

- quais são os enfoques do projeto S.E.C.O.I.A. (que é uma tentativa de prover uma solução integrada para a especificação e

a implantação do F.M.S.).

– quais são as semelhanças e as diferenças entre um modelo que utiliza as Redes de Petri e outras abordagens tradicionais.

Finalmente, citamos as extensões das Redes de Petri que têm sido propostas para atender a características específicas dos sistemas de produção como: Redes de Petri Temporais MERLIN (1974), Redes de Petri Estocásticas SIFAKIS (1979), Redes de Petri coloridas JENSEN (1980) e Redes de Petri Temporizadas RAMCHANDANI (1974), SIFAKIS (1977), CHRETIENNE (1983).

1.5 – CONTEÚDO DO TRABALHO

No capítulo II é feita uma revisão das técnicas clássicas de modelagem dos sistemas construtivos com vistas à previsão do desempenho e racionalização da construção. Pode–se citar principalmente as técnicas de representação gráfica grafo potencial–tarefa, PERT/CPM e Redes de Petri.

No capítulo III são apresentadas as principais técnicas de análise das Redes de Petri. Indica–se para elas quais são as propriedades gerais que estas deverão possuir, verificando–se também, a grande riqueza da representação que elas trazem para a modelagem de sistemas dinâmicos e construtivos. Neste capítulo também são apresentadas as duas principais abordagens de análise das propriedades das Redes de Petri: o método enumerativo e o método por análise estrutural.

No capítulo IV, de posse dos principais conceitos e resultados anteriormente citados, verificamos que a Rede de Petri associada a um grafo potencial–tarefa é do tipo "grafo de eventos". A seguir, faz–se um estudo de caso com o modelo proposto por ALCANTARA GOMES(1990) aplicado a construção civil, de modo a verificar a grandeza da representação das Redes de Petri t Temporizadas na racionalização da gerência de obras.

No capítulo V é apresentada a conclusão deste trabalho.

CAPÍTULO II

TÉCNICAS DE MODELAGEM DE SISTEMAS CONSTRUTIVOS

2.1 – INTRODUÇÃO

A evolução pela qual vêm se submetendo os sistemas construtivos que cada vez mais se mecanizam, têm conduzido a necessidade cada vez maior, da possibilidade de flexibilidade de mudanças rápidas de um tipo de sistemas produtivo a outro.

É interessante considerar que o sistema coonstrutivo, na sua totalidade, tanto na fase de sua concepção, quanto na de sua execução, necessita de utilizar métodos e ferramentas, que permitam realizar uma análise quantitativa e racional do comportamento local e global do empreendimento, como exemplo: Grafos de Eventos , Redes PERT/CPM e Redes de Petri.

2.2.– COMPONENTES DO SISTEMA DE PRODUÇÃO

(NANCE, 1981 E HIRSCHFELD, 1985)

Os <u>sistemas físicos de produção</u> são compostos de <u>elementos</u> (peças a fabricar, máquinas, ...) e das <u>relações</u> entre eles (interconexões físicas, operacionais, ...).

A idéia de <u>elemento</u> (<u>objeto físico</u>) pode ser associada a de um conjunto de atributos mensuráveis biunívocos para o qual foi previsto o referido elemento. Estes atributos podem ser constantes ou variáveis, ou seja:

Atributos Constantes – são os que definem a natureza perene do elemento (tipo de elemento, parâmetros, ...) e suas características (posicionamento, operacionalidade,...).

Atributos Variáveis – são aqueles que evoluem com o tempo (estado de ocupação de uma máquina, estado operacional de uma peça no posto de trabalho em uma certa posição, período no "stand–by", ...).

Os elementos da mesma natureza podem ser agrupados em lotes, conforme é descrito na normalização brasileira, a qual fornece o número ou o peso destes lotes.

Os atributos constantes, que informam as características da relação (tempo de operação de cada atividade, taxa de falhas,...).

Caso o sistema modelado permaneça inalterado por um determinado intervalo de tempo, as relações possuirão atributos constantes, já que estas serão solicitadas com uma periodicidade constante dentro deste intervalo de tempo.

Consequentemente, o modelo de um dado sistema de produção, poderá ser considerado como função de seus atributos no conjunto dos elementos desse sistema. Assim das definições clássicas apresentadas, decorre a noção de estado:

– O estado de um elemento num dado instante é o conjunto de valores de todos os atributos variáveis deste elemento nesse instante.

– O estado instantâneo de um sistema é o conjunto dos estados de todos os elementos nesse instante.

O modelo representa, fundamentalmente, as regras operacionais que

fazem evoluir o sistema ao longo do tempo, de estado em estado (regras de precedência e poscedência, de exclusão mútua, ...). Se estas mudanças de estado ocorrem de maneira contínua, tem–se, então, um modelo contínuo e se elas só podem ocorrer em certos instantes discretos e de maneira descontínua, temos um modelo de atividades discretas.

Os modelos contínuos são geralmente compostos de um conjunto de equações diferenciais obtidos a partir de funções contínuas no tempo, enquanto que os modelos de eventos discretos apresentam uma escala descontínua no tempo associada a relações diferenciais discretas.

A atividade ou tarefa é a execução efetiva de uma operação, ou seja, é a sucessão de um número finito de estados de um elemento consumindo tempo e/ou recursos.

O evento é constituído de marcos que podem caracterizar o início ou o fim das atividades em determinados instantes de um sistema, no qual não são consumidos tempo nem recursos.

Um evento é então uma mudança de estado que inicia uma atividade que não estava em curso antes. Em geral, sua ocorrência depende da evolução do sistema e portanto de outras atividades anteriores. Entretanto, podem existir eventos ditos determinados que têm lugar em certos instantes pré–definidos.

O processo é um conjunto finito de atividades, suas interdependências, seus prazos e de seus eventos que permite identificar o sistema.

Podemos verificar através do apresentado que existe dualidade entre evento e atividade; toda atividade é limitada pelo seu início, o evento inicial, e

pelo seu fim, o evento final, que pode ser o início de outra atividade. Estas atividades podem ter duração nula e/ou não consumir recursos.

2.3 – Representação de Sistemas de Produção Pela Álgebra Dos Dióides (Gondran, Minoux e Vadja, 1984)

Os modelos estocásticos que servem de embasamentoo às Redes de Petri Estocásticas são uma maneira de descrever as diversas tarefas de produção e seu interrelacionamento temporal(estado a estado) através de um grafo de tipo potencial–tarefa, mas que não permite o estudo do comportamento dinâmico de sistemas de produção, pois sua análise avalia apenas valores médios calculados sobre a duração da atividade entre mudanças de Estado.

Esta abordagem é considerada quando o conjunto de tarefas é limitado, e conduz a definição de um grafo acíclico, possibilitando a utilização do método do caminho crítico (CPM), que nos leva a redes do tipo PERT (Program Evaluation and Review Techniques). Entretanto, atualmente, já é possível uma aproximação para grafos orientados com ciclos e assim analisar os processos repetitivos que podem ser encontrados em fábricas flexíveis.

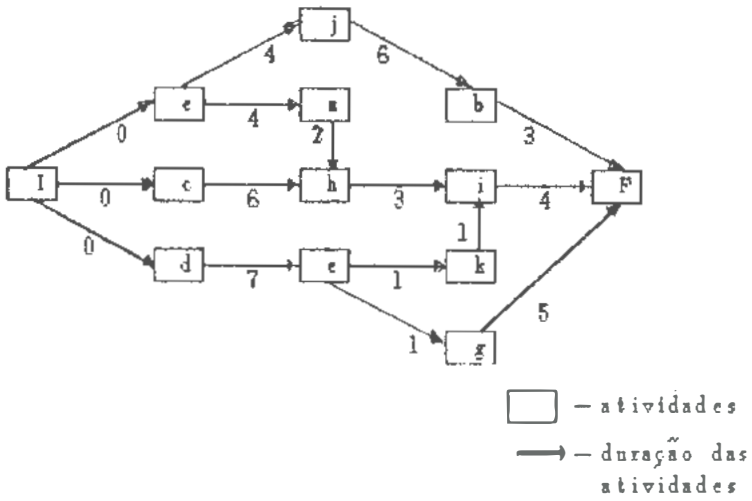


Fig.II.1 – Grafo Potencial–Tarefa

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
FACULDADE DE ARQ. PL. E URBANISMO
BIBLIOTECA

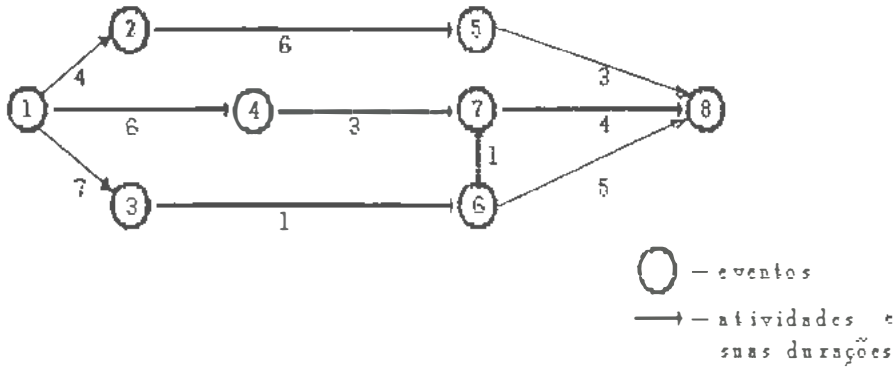


Fig.II.2 – Rede PERT Associada ao Grafo Potencial–Tarefa da Fig. II.1

2.4 – MUDANÇA DE ESTADO

ROUX (1985)

Conhecido um sistema de eventos discretos descritos pelos conjuntos finitos $\mathscr{A}$ e $\mathscr{B}$ de atividades e recursos. Supõe–se que a lógica da mudança de estado é determinística, ou seja, para cada recurso conhece–se a sequência de atividades para a qual o mesmo será empregado. A repetitividade do comportamento do sistema se exprime pelo fato de que quando um recurso (recurso compartilhável) foi utilizado em todas as atividades a este concernentes, fica o mesmo novamente disponível para a primeira destas atividades e assim ininterruptamente. Este re–uso dos recursos nas atividades iniciais se traduz por arcos de retorno no grafo potencial–tarefa representando o funcionamento do sistema.

O conjunto $\mathscr{A}$ de atividades corresponde ao grupo de operações a efetuar com um conjunto finito de recursos na movimentação de carga de um canteiro de obras. Os recursos são as maquinas, os carros as ferramentas e os meios de transporte interno. O conjunto limitado de recursos considerados é composto respeitando–se a composição da construção imposta por um "órgão de mais alto nível" (Vide Fig. II.3).

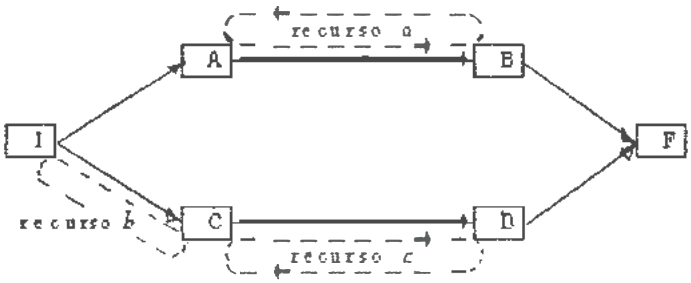


Fig. II.3 – Alocação de recursos às tarefas

A hipótese de existência de uma lógica determinística de mudança de estado equivale a supor que as regras operacionais são suficientes para caracterizar o comportamento do sistema. Isto é o oposto do modelo anterior que funciona com métodos operacionais parciais e aleatórios. Este modelo supõe que cada recurso possui uma grau de utilização em que especifica o caminho que a mesma seguirá na obra, o qual é conhecido, bem como a ordem segundo a qual as peças passarão pelos postos de trabalho. Se existem veículos de transporte interno deve–se, também, prever a ordem de todos os seus deslocamentos e avaliar os cruzamentos que possam ocorrer durante a jornada de trabalho, se possível evitando–os.

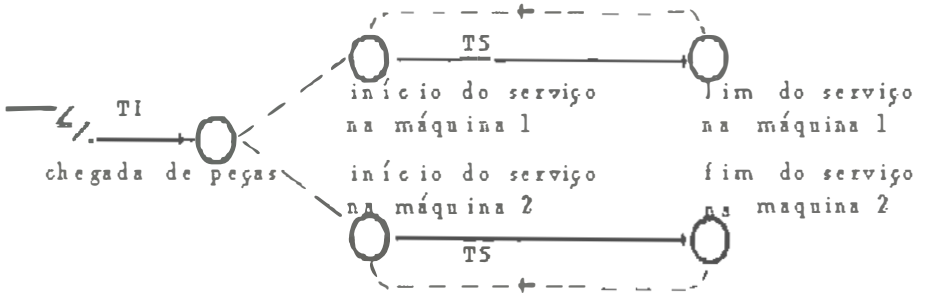
A necessidade de se definir a lógica de mudança de estado sob a forma de regras operacionais determinísticas, impossibilita a representação com alto grau de detalhamento do sistema estudado, pois é razoável, por exemplo, supor que as rotas que seguem os materiais na obra, sejam conhecidas, bem como a ordem dos recursos (máquinas de transporte horizontal e vertical). Entretanto, como solução mais simples podemos citar o algoritmo do tipo "caminho mais curto" para esta abordagem.

A otimização da ordem de certas operações considera um número limitado de recursos disponíveis o que supõe sistemas de produção confiáveis, para que o regime periódico estacionário descrito anteriormente possa ser mantido. No caso da produção em série média, para o qual o plano de produção é suficientemente estável, pode–se pensar que a tecnologia é confiável o suficiente para que a obra funcione realmente mecanizada durante um intervalo de tempo significativo. Porém, a maioria das obras em execução está longe deste ideal e seu estudo detalhado exige a utilização de instrumentos menos analíticos, mais gerais e mais flexíveis, tais como, a simulação. Apesar de seu caráter idealizado, o modelo do grafo potencial–tarefa pode ser tão eficiente como os modelos de filas de espera que ele completa sob vários aspectos. Neste caso, os fenômenos de espera devidos a áreas de estocagem esgotadas podem ser facilmente auditados, considerando esses espaços como recursos de sistema de produção. Não traduzindo um aumento proibitivo do tamanho do grafo, já que este cresce de forma linear em função do número de recursos diferentes. Os tempos de preparação dos equipamentos, os tempos de transporte, a existência de baterias de máquinas idênticas, podem ser facilmente integradas ao modelo. Além disto, esta abordagem determinística do modelo do sistema de produção permitirá a análise de estratégias diferentes de alocação de recursos e de sequenciamento de operações; enquanto que os modelos estocásticos estão reduzidos na prática a considerar políticas do tipo FIFO (first in – first out).

Completando–se esta fase de modelagem, o estudo do comportamento dinâmico consistirá em executar, na ordem cronológica, as lógicas de mudança de estado associadas a cada evento na data que este acontece. Já que os tempos de ocorrência dos eventos são calculáveis e que não há mudanças de estado fora destes instantes, ou seja, a escala do tempo avança por saltos desiguais de uma data de ocorrência de um evento a mais vizinha de ocorrência de outro evento. A ordenação destes eventos poderá variar de um ciclo de operações a outro, de

acordo com as operações lógicas vigentes.

Veja–se para ilustração, o gráfico a seguir:



TI – intervalo de tempo entre duas chegadas
TS – intervalo de tempo associado aos serviços

Fig. II.4 – Exemplo de Modelagem por Eventos

2.4.1 – ABORDAGEM POR ATIVIDADES (MATHEWSON, 1974)

Nesta abordagem dual da precedente, se utiliza a análise da modelagem de mudança de estado, especificando–se as condições sobre o estado do sistema necessárias para a realização do começo ou do fim de cada uma destas diferentes atividades, caracterizando não mais os eventos, mas os diferentes tipos de atividades.

Esta representação por atividade é semelhante à representação potencial–tarefa, onde a principal diferença consiste no fato de que a ordem das atividades dependerá aqui do estado do sistema e não de uma regra pré–fixada, podendo ser realizada de maneira cíclica.

2.5 – ESTRATÉGIAS DE PLANEJAMENTO DA PRODUÇÃO

Dentre as técnicas existentes para o planejamento da produção, podemos citar o PERT/CPM, GANTT e as Redes de Petri.

2.5.1 – REDES PERT/CPM

HIRSCHFELD (1987)

As Redes PERT, criadas em 1958 conforme são do tipo nó (eventos), arcos orientados (atividades), a cada atividade associa–se um intervalo de tempo chamado de duração da atividade ou recurso atividades estas que representam as diversas fases de um sistema de produção.

Nos grafos PERT temos um único nó «início» chamado "evento inicialíssimo" e um único nó «fim» chamado de "evento finalíssimo". Esta rede se caracteriza por: qualquer caminho partindo do evento inicialíssimo sempre nos leva ao evento chamado de finalíssimo. O PERT não admite "tours", laços e nem dois eventos adjacentes ligados por duas atividades paralelas (caso solucionado pelas atividades fantasmas e eventos fictícios).

Ao caminho de maior duração denominamos de **caminho crítico**, que corresponde a sequência de atividades, que mais deve–se exercer controle, pois a ocorrência de falha não prevista "a priori", acarretará um atraso no caminho crítico, de intervalo de tempo igual ao sofrido pela atividade (ou atividades) deste caminho, onde se registrou o problema.

A sequência destas atividades e o paralelismo entre caminhos da rede é geralmente fornecida por um "expert" na programação do produto.

UNIVERSIDAD FEDERAL DO
FACULDADE
BIBLIOTECA

2.5.2 – GRÁFICOS GANTT (BURBIDGE,1983)

Este gráfico foi inventado pelo engenheiro americano Henry L. Gantt, sendo formado por um simples retângulo dividido por uma série de linhas paralelas horizontais e verticais.

As linhas verticais sempre dividem a escala horizontal em unidades de tempo que podem ser anos, meses, semanas, dias, horas ou minutos de acordo com a finalidade a que se destina.

As linhas horizontais dividem o gráfico em seções que podem representar tanto produtos como tarefas ou centros produtivos. Quando apresenta apenas produtos, é conhecido como "previsão de vendas"; quando apresenta apenas tarefas é conhecido como "programa de produção"; quando relaciona os dois é conhecido como um gráfico de carga.

As unidades programadas nestes gráficos são: tarefas a serem completadas, que geralmente têm um tempo padrão conhecido, de forma que o tempo provável do início ao fim de cada tarefa é conhecido. Estas tarefas podem ser produtos a serem montados, ou peças a serem feitas, ou operações a serem realizadas ao longo da fabricação.

Entretanto, estes gráficos não constituem um instrumento perfeito para os propósitos de acompanhamento. Seus principais inconvenientes decorrem das dificuldades que se encontra em mantê–los atualizados. Estas atualizações decorrem de atrasos na produção e das modificações na prioridade dos itens programados. Assim, quando a produção é baixa, não é recomendável a utilização deste dispositivo, mas em períodos de alta produção, eles podem contribuir eficientemente para conseguir uma imagem real da produção e são fonte eficaz de

alerta nas distorções, por ventura existentes. produção em tempo e com economia.

2.5.3 – REDES DE PETRI PETERSON (1981)

2.5.3.1 – Introdução

As Redes de Petir têm como noções clássicas essenciais a previsão de múltiplas ações nas premissas de execução de uma tarefa, possibilitando retro alimentar o sistema e controla–lo por interface, onde a visualização e controle são imediatos. Tal fato permite levar em consideração de forma explicita o tempo e a dinâmica discreta do sistema modelado, evitando–se, em princípio, erros de interpretação e leitura.

2.5.3.2 – Definições

Uma Rede de Petri é um 5^{tuplo} (P,T,Pre,Pos,M_o) no qual:

$P = \{p_1, p_2, \ldots, p_m\}$ é um conjunto finito de posicões;

$T = \{t_1, t_2, \ldots, t_n\}$ é um conjunto finito de transições;

$Pre: P \times T \longrightarrow \mathbb{N}$ é a aplicação de precedência ou aplicação de entradas das transições ($\mathbb{N}$ é o conjunto de inteiros naturais);

$Pos: T \times P \longrightarrow \mathbb{N}$ é a aplicação de póscedência ou aplicação de saída das transições;

$\underline{M}_o : P \longrightarrow \mathbb{N}$ é a aplicação da marcação inicial, uma marcação M associa a cada posição **p** um número de fichas $M(p) \geqslant 0$

Representação gráfica:

A Rede de Petri pode ser vista como um grafo bipartido orientado, definido por $R = \{P,T,Pre,Pos\}$ onde **P** é um conjunto finito de posições representado por círculos e **T** é um conjunto finito de transições representado por barras, **Pre** e **Pos** são as relações de precedência e póscedência, aplicados, respectivamente, $P \times T$ e $T \times P$ em $\Pi = \{0,1\}$;

$Pre(p_j, t_i) = 1$

Se existe um arco da posição p_j para a transição t_i

$Pos(t_m, p_\ell) = 1$

Se existe um arco da transição t_m para a posição p_ℓ

Então p_j um "input" de t_i e p_ℓ um "output" de t_m.

Define-se **Pre(t)** e **Pos(t)**, respectivamente, como o conjunto de posições de "input" e de "output" da transição t (analogamente para **Pre(p)** e **Pos(p)**) Genericamente, **Pre** e **Pos** são aplicações de $P \times T$ e $T \times P$ nos $\mathbb{N}$: onde tem-se redes genéricas com, $Pre(p_j, t_i) = k$ se existirem k- arcos de p_j para t_i e $Pos(t_m, p_\ell) = k'$ se existir k'- arcos de t_m para p_ℓ.

Uma marcação **M** é representada pelo número correspondente de fichas no interior das posições, conforme pode ser visto na figura II.5

Na Rede de Petri a seguir representada, tem-se dois tipos de nós os círculos que são as posições e as barras que são as transições; as ligações são os arcos orientados.

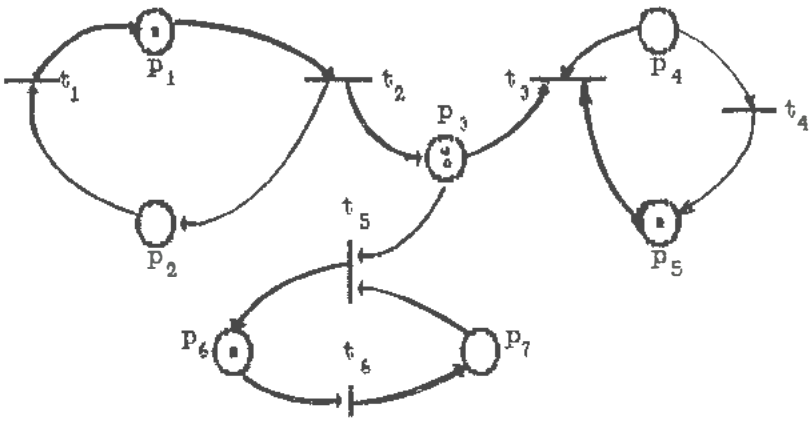


Fig.II.5 – Rede de Petri

Representação matricial

A informação contida na representação gráfica (exceto: a existência de circuitos constituídos de uma posição e de uma transição) pode ser organizada em uma matriz $\mathbf{C} = (c_{ij})_{n \times m}$. Dita matriz de incidência é abaixo definida.

$$\mathbf{C}: P \times T \longrightarrow \mathbb{Z}$$

$$(p_i, t_j) \longrightarrow c_{ij} = \mathrm{Pos}\,(p_i, t_j) - \mathrm{Pre}\,(p_i, t_j)$$

A marcação $\underline{\mathbf{M}}$ pode também ser escrita sob a forma de um m–vetor de naturais.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Fig.II.6 – Matriz de incidência da Rede de Petri da fig.II.5

Regras de funcionamento

Uma transição **t** é sensibilizada por uma marcação $\underline{\mathbf{M}}$ se e somente se:

$$\forall p \in P,\ \underline{M'(p)} \geqslant \mathrm{Pre}\,(p,t)$$

Caso esta pré–condição de passagem seja verificada, a transição **t** pode ser disparada, o que acarretará na mudança da marcação $\underline{\mathbf{M}}$ para $\underline{\mathbf{M}}_k$, tal que:

$$\forall p \in P,\ \underline{M'(p)} = \underline{M(p)} - Pre(p,t) + Pos(t,p)$$

A regra de evolução acima define uma relação de acessibilidade no conjunto de marcações de uma Rede de Petri. Uma marcação $\underline{\mathbf{M}}$ é acessível após uma marcação $\underline{\mathbf{M}}_1$ se e somente se, existe uma sequência de transições, $\mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \ldots \mathbf{t}_{k-1}$ sucessivamente disparáveis (***chamada de sequência de disparo***) que conduz de $\underline{\mathbf{M}}_1$ a $\underline{\mathbf{M}}_k$.

O comportamento dinâmico das Redes de Petri é definido pelo conjunto de suas marcações acessíveis desde $\underline{\mathbf{M}}_0$. Tal comportamento é representado sob a forma de um grafo (***chamado de grafo de marcações acessíveis***) no qual o arco $(\mathbf{M}_i, \mathbf{M}_j)$ está rotulado pela transição correspondente da rede.

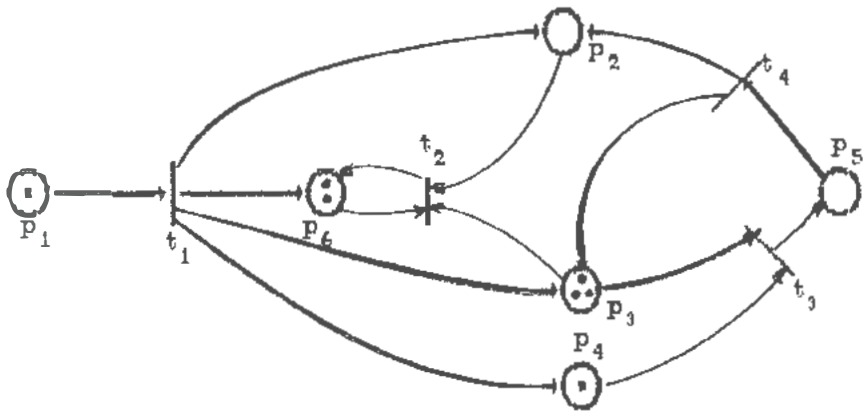
Exemplo

Seja a rede: $RP = (P, T, Pre, Pos, \underline{M}_0)$.

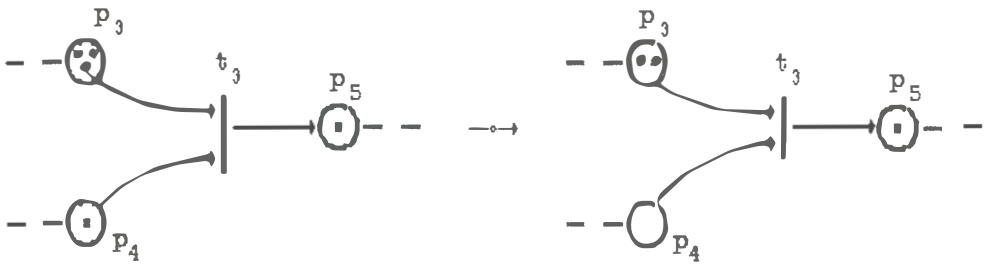
Com:

$P = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6\}$	$\underline{M}_0 = (1,0,3,1,0,2)$
$T = \{t_1, t_2, t_3, t_4\}$	
$Pre\ (t_1) = \{p_1\}$	$Pos\ (t_1) = \{p_2, p_3, p_4, p_6\}$
$Pre\ (t_2) = \{p_2, p_3, p_6\}$	$Pos\ (t_2) = \{p_6\}$
$Pre\ (t_3) = \{p_3, p_4\}$	$Pos\ (t_3) = \{p_5\}$
$Pre\ (t_4) = \{p_5\}$	$Pos\ (t_4) = \{p_2, p_3\}$
$Pre\ (p_i, t_j) = 1,$	$i = 1,\ldots,6;\ j = 1,\ldots,4$
$Pos\ (t_m, p_e) = 1,$	$m = 1,\ldots,4;\ e = 1,\ldots,6$

A representação formal mencionada pode ser visualizada por um grafo de Rede de Petri como se expõe a seguir:



Supondo–se agora que a transição t_3 com $Pre(t_3) = \{p_3, p_4\}$ e $Pos(t_3) = \{p_5\}$ pode disparar, removendo–se uma ficha de p_3 e p_4 e colocando–se uma ficha em p_5. Tal possibilidade se ilustra pela figura seguinte:



Ao se disparar uma transição, **M** muda para **M'**.

As possíveis evoluções são representadas abaixo

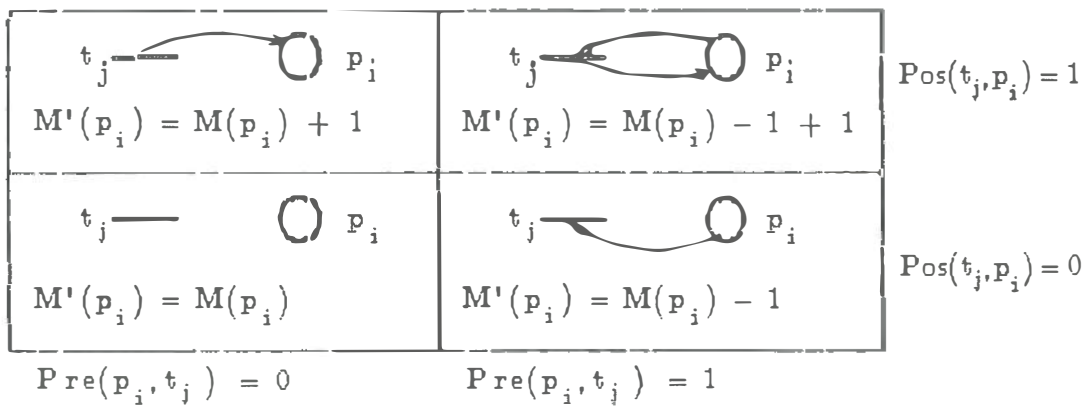


Fig. II.7 — As diversas possibilidades ligadads a uma transição

2.5.3.3 — Principais propriedades

As propriedades das Redes de Petri podem ser classificadas em dois grupos: as propriedades dinâmicas e as propriedades estruturais.

Propriedades dinâmicas: são as que dependem da marcação inicial e estão ligadas à evolução da rede. Sua verificação se faz geralmente pela construção do grafo de marcações acessíveis.

Propriedades estruturais: estão ligadas à topologia da rede e são independentes da marcação inicial. Permitem provar as afirmativas relativas às marcações ou sequências de disparo.

2.5.3.4 – Propriedades gerais

As principais propriedades a que deve satisfazer uma Rede de Petri são:

– Limitação

– Vida

– Ciclicidade

Seja a rede de marcações $\mathbf{N} = (\mathbf{RP}, \underline{\mathbf{M}}_0)$ para a Rede de Petri $\mathbf{RP} = (\mathbf{P}, \mathbf{T}, \mathbf{Pre}, \mathbf{Pos})$.

Rede limitada

Uma posição **p** de **N** é k–limitada (k inteiro) se para toda marcação acessível $\underline{\mathbf{M}'} \in \mathbf{A(N)}$: $\forall \mathbf{p} \in \mathbf{P}$, $\mathbf{M(p)} \leqslant \mathbf{k}$; onde **A(N)** é o conjunto de marcações acessíveis a partir de **N**. Caso contrário, **p** não é limitado.

Se $\mathbf{K} = \mathbf{1}$: a rede é limitada e **p** é binário.

N é limitada se para cada posição da rede existe um k–inteiro tal que **p** seja k–limitado.

RP é limitada se para qualquer marcação $\underline{\mathbf{M}}$, a rede $(\mathbf{RP}, \underline{\mathbf{M}})$ é limitada.

Rede viva

Uma transição **t** de **N** é viva se para toda marcação acessível $\underline{\mathbf{M}'} \in \mathbf{A(N)}$ existe uma marcação acessível $\underline{\mathbf{M}'} \in \mathbf{A}(\mathbf{RP}, \underline{\mathbf{M}})$ tal que **t** seja sensibilizada por $\underline{\mathbf{M}'}$.

N é viva se todas transições são vivas.

R é viva se existe uma marcação $\underline{\mathbf{M}}$ tal que $(\mathbf{RP}, \underline{\mathbf{M}})$ seja viva.

Rede cíclica

N é cíclica ou reiniciável se, para toda marcação acessível $\underline{\mathbf{M}} \in \mathbf{A(N)}$, $\underline{\mathbf{M}}_o \in \mathbf{A(RP,\underline{M}_o)}$.

A primeira propriedade (limitação) garante que o sistema real modelado seja finito. Caso não o seja (limitado) indicará que o modelo possui erro.

A segunda propriedade assegura que o sistema não é sujeito a alguma situação de bloqueio, a partir da qual nenhuma nova evolução é possível.

A terceira propriedade garante a repetitividade do ciclo de operação do sistema estudado.

2.5.3.5 – Propriedades específicas

A seguir são listadas algumas propriedades específicas das Redes de Petri.

Propriedade inerente: concorrência (ou paralelismo)

Duas atividades disparáveis e que não interagem podem ocorrer independentemente. Não é preciso sincronizar as atividades, veja para exemplificação a figura II.8 onde $\mathbf{t_1}$ pode ocorrer sem depender de $\mathbf{p_3}$. Por outro lado, se é necessário a presença simultânea de $\mathbf{p_1}$ e $\mathbf{p_2}$, isto pode ser modelado de uma maneira muito simples. Observe a Figura II.8:

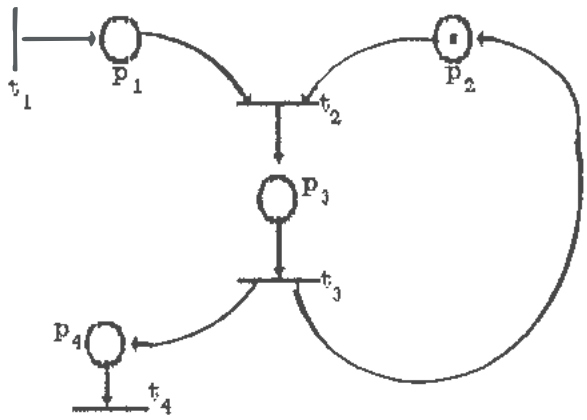


Fig.II.8 – Rede de Petri

<u>Natureza assíncrona</u>: não existe uma medida inerente ao tempo. A única preocupação para com as Redes de Petri é a ordenação parcial da sequência de transições o que permite englobar diferentes temporizações.

A <u>sequência de transições</u> é discreta e a ordem de ocorrência é uma das muitas permitidas pela estrutura básica (não determinística).

Por exemplo, várias transições podem ser ativadas, mas só uma delas pode ser disparada. Isto se decide de maneira aleatória ou por regras não modeladas, o que aumentaria a complexidade na análise das Redes de Petri, Entretanto,pode–se introduzir critérios que diminuiriam esta complexidade.

O disparo de uma transição (ocorrência de uma transição) pode ser considerado instantâneo (***transições primitivas***), garantindo–se que duas transições não possam disparar simultaneamente. Quando uma transição não é primitiva (por exemplo: $\mathbf{p_3}$ da fig.II.8) pode–se aumentar a estrutura, introduzindo mais posições e transições.

Exemplo:

Modelagem de uma transição, não primitiva, como se ilustra a seguir:

Fig.II.9 – Transição não primitiva

Para a compreensão básica apresentamos as situações de **concorrência** e de **conflitos**:

Transições simultâneas que geram concorrência

Exemplo:

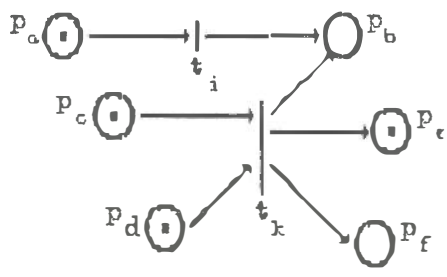


Fig.II.10 – Transições simultâneas que geram concorrência

As transições podem ocorrer em qualquer ordem, sem que uma afete a outra.

Transições simultâneas que geram conflitos.

Exemplo:

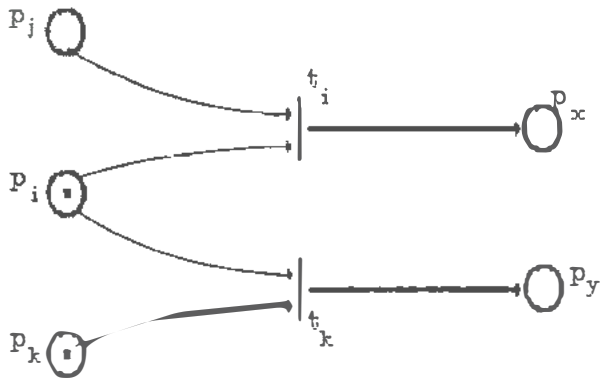


Fig.II.11 – Transições simultâneas que geram conflitos

Como a ficha é disparada quando ocorre uma transição, somente uma das duas transições, t_j ou t_k, pode se verificar. Para se evitar que isto ocorra, introduz–se no modelo restrições adicionais que reflitam a vida real, considerando–se as diferentes posições e transições, admitindo–se modelos abstratos e sua interpretações.

Possibilidade de hierarquias

Uma Rede de Petri completa pode ser substituída por um cnico círculo (*posição*) ou barra (*transição*), o que leva a uma abstração maior, ou vice–versa, o que possibilita refinar o problema conforme retrata o exemplo seguinte:

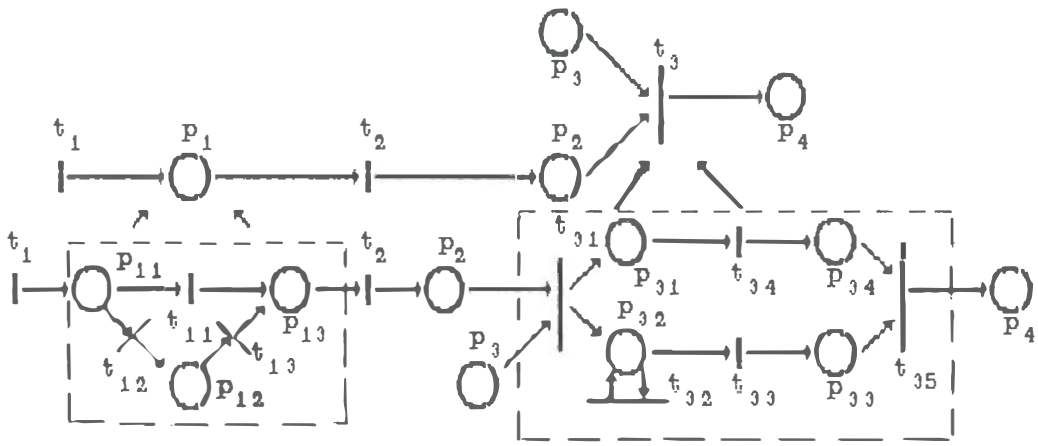


Fig.II.12 – Hierarquia numa Rede de Petri

2.5.3.6 – Tipos de Redes de Petri

2.5.3.6.1 – Redes de Petri t–Temporizadas

São aquelas que a cada transição é associada um intervalo de tempo

2.5.3.6.2 – Redes de Petri p–Temporizadas

São aquelas que a cada posição é associada um intervalo de tempo

2.5.3.6.3 – Redes de Peetri pt–Temporizadas

São aquelas que a cada posição e a cada transição é associada um intervavlo de tempo

2.5.3.6.4 – Redes de Petri temporais

São aquelas que a cada transição é associada uma data mais cedo de disparo e uma data mais tarde de disparo.

2.5.3.6.5 – Redes de Petri Coloridas

As Redes de Petri Coloridas são uma extensão das Redes de Petri, onde os elementos das matrizes de incidência não são mais inteiros,

mas funções e a noção de multiplicação de matrizes deve ser generalizada de modo que permita a composição destas funções. Assim, é possível atribuir a cada ficha uma cor e a cada transição um conjunto de cores. As transições neste caso só podem ser disparadas se certas condições relacionadas com as cores das fichas disponíveis são satisfeitas O disparo de uma transição pode mudar ou não a cor das fichas envolvidas. Esta extensão permite uma maior interpretação e um maior poder de representação em relação as Redes de Petri Clássicas.

2.5.3.6.6 – Redes de Petri Estocásticas

Quando num sistema de produção a ordem de passagem das peças em uma máquina não é especificada, bem como à qual máquina deverá se dirigir um veículo de carga vazio, obter–se–ia uma Rede de Petri, que não é um grafo de eventos. Para este caso, teremos posições que serão pontos de decisão. Se fosse possível atribuir a cada arco originado nesses pontos a probabilidade dele ser escolhido, obter–se–ia um modelo estocástico do sistema chamado *Rede de Petri Estocastica*

2.5.3.6.7 – Redes de Petri com Arcos Ponderados

Os arcos das Redes de Petri podem ser ponderados de maneira que as fichas que são disparadas de uma posição não podem ultrapassar a este peso do arco.

2.5.3.6.8 – Redes de Petri com Arcos Inibidores

Um arco inibidor impede o disparo da transição que ele controla se a marcação da posição de entrada não é nula.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
FACULDADE DE ARQUITETURA E URBANISMO
BIBLIOTECA

CAPÍTULO III

TÉCNICAS DE ANÁLISE DAS REDES DE PETRI

3.1 – INTRODUÇÃO

Os dois principais métodos que possibilitam analisar as Redes de Petri são apresentados aqui: o **enumerativo** e o **estrutural**. O primeiro, cujas bases teóricas são atualmente bem definidas, repousa no conceito clássico de ***classes de estados*** e consiste em construir um grafo de classes acessíveis, utilizando a regra do disparo das transições do modelo temporal. Se o grafo é limitado, as propriedades do sistema, deste modo apresentado, poderão ser verificadas através do estudo neste grafo, da análise de conexão e da busca de caminhos. A propriedade de limitação, "indecidível", mas necessária para a realização da análise da rede, é considerada neste capítulo. O segundo método utiliza as propriedades estruturais da rede para determinar os possíveis funcionamentos periódicos do sistema modelado e se baseia na equação de estado extendida as Redes de Petri Temporais. O estudo aqui apresentado tem como base os trabalhos de (SIFAKIS,1977) e (ROUX,1985).

Os dois métodos para análise das Redes de Petri Temporais são estudados em separado. O primeiro método é apresentado de forma sintética e o segundo é objeto de um desenvolvimento detalhado. A comparação entre os dois métodos é feita através de exemplos de aplicação.

3.2 – CLASSES DE ESTADO

Para as necessidades de análise, os estados são agrupados em classes; cada classe é constituída por um conjunto de estados acessíveis, a partir de um estado inicial, através de todas as possíveis programações **(s,u)** relativas a uma sequência s de disparos de transições. Uma classe de estados é caracterizada por esta sequência de transições s e pela marcação **M**, resultando no disparo de s a partir da marcação inicial.

A classe de estados $\mathscr{C}$ será notada então por:

$$\mathscr{C} = (\underline{M}, \mathscr{D}) \qquad \text{(III.1)}$$

onde:

$\underline{M}$ é a marcação da classe (marcação comum a todos os estados da classe); e

$\mathscr{D}$ é o domínio de disparo da classe definido pela união dos intervalos de disparo associados a cada estado de classes.

A passagem da noção de estado à noção de classes de estados , pode ser como na figura III.1, a seguir:

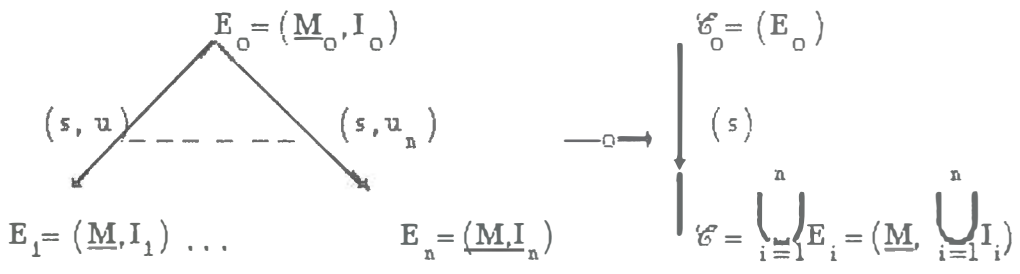


Fig.III.1 – Passagem dos Estados às Classes de Estados

A classe inicial $\mathscr{C}_0$ contém somente o estado inicial,

Representação do domínio do disparo:

Por definição, tem-se:

$$\mathscr{D} = \bigcup_{i=1}^{n} I_i \qquad \text{(III.2)}$$

onde

cada I_i é caracterizado por um sistema de inequações, e $\mathscr{D}$ pode ser representado pelo conjunto de soluções de um sistema de inequações lineares, associando uma variável a cada transição sensibilizada pela marcação **M** da classe

$$\mathscr{D} = (\underline{t} | \mathbf{A} . \underline{t} \geqslant \underline{b}) \qquad \text{(III.3)}$$

onde:

$\mathbf{A}$ é a matriz de coeficientes,

$\underline{b}$ é o vetor de coeficientes,

$\underline{t}$ é o vetor das variáveis no instante do disparo; a variável t_i corresponde a i-ésima transição sensibilizada por **M**.

É demonstrado em (MENACHE,1982) que todas as inequações definindo um domínio de disparo são de 3 tipos possíveis:

$$t_i \geqslant a_i \qquad \text{(III.4)}$$

$$t_i \leqslant b_i \qquad \text{(III.5)}$$

$$t_i - t_i \leqslant c_{ij} = f(a_i, b_i, a_j, b_j) \qquad \text{(III.6)}$$

Através desta representação, os domínios de disparo correspondem a dois tipos de informação:

(a) os intervalos de disparo das transições sensibilizadas são tomados em separado,

(b) interdependência entre seus instantes de disparo.

A forma particular das inequações lineares (sendo que a cada uma estão associadas no máximo duas variáveis) será aproveitada ulteriormente para testar a igualdade de dois domínios de disparo.

3.3 – DETERMINAÇÃO DA CLASSE SEGUINTE

Neste item é primeiro apresentado a regra do disparo das transições em uma classe de estados e em seguida o processo de obtenção da classe seguinte. Os resultados são em um primeiro tempo enunciados para Redes de Petri Temporais t–salvas, ou seja, tais que nenhuma transição possa ser sensibilizada várias vezes simultaneamente. Eles são em seguida estendidos ao caso das transições multi–sensibilizadas.

3.4 – REGRA DE DISPARO DAS TRANSIÇÕES

Uma transição t_i é disparável a partir da classe $\mathscr{C} = (\underline{M}, \mathscr{D})$ se e somente se:

(a) t_i é sensibilizada pela marcação $\underline{M}$

(b) Existe no domínio $\mathscr{D}$ um vetor tal que o componente (instante de disparo) associado a t_i seja inferior a todos os outros.

Em uma Rede de Petri Clássica, a condição de sensibilização (a) é necessária e sufuciente para o disparo de uma transição.

Em uma Rede de Petri Temporal, a condição (b) completa a condição (a) impedindo a realização de toda transição sensibilizada para a qual o intervalo de disparo atual é estritamente precedido pelo de outra transição sensibilizada. A expressão formal destas duas condições é a seguinte:

$$(a') \ \forall p \in P, \ M(p) \geqslant Pre\,(p,t_i) \qquad \text{(III.7)}$$

$$(b') \ \exists \underline{t} | (\mathbb{A} . \underline{t} \geqslant \underline{b}) \quad e \quad (t_i \leqslant t_j \ \forall j \neq i) \qquad \text{(III.8)}$$

onde:

$\mathbb{A} . \underline{t} \geqslant \underline{b}$ tem por solução $\mathscr{D}$ e o componente t_i do vetor $\underline{t}$ corresponde a transição t_i.

3.5 – CÁLCULO DA CLASSE SEGUINTE

Suponha–se que a transição t_i seja disparável a partir da classe $\mathscr{C}' = (\underline{M'}, \mathscr{D}')$ na qual $\mathscr{D}' = (\underline{t} | \mathbb{A} . \underline{t} \geqslant \underline{b})$.

O disparo de $\mathbf{t}_i$ gera a seguinte classe $\mathcal{C}' = (\underline{\mathbf{M}}', \mathcal{D}')$ a qual é caracterizada por:

(i) A nova marcação $\underline{\mathbf{M}'}$ obtida de forma clássica:

$$\forall\, p \in P,\ M'(p) = M(p) - Pre(p,t_i) + Pos(t_i,p) \qquad \text{(III.9)}$$

(ii) O novo domínio $\mathcal{D}'$ obtido conforme o seguinte processo:

PASSO 1: Junta–se ao sistema $\mathbf{A}_{\cdot}\underline{\mathbf{t}} \geqslant \underline{\mathbf{b}}$ as condições de disparo de $\mathbf{t}_i$ indicando que é a primeira das transições sensibilizadas a ser disparadas, ou seja:

$$\mathbf{A}_{\cdot}\underline{\mathbf{t}} \geqslant \underline{\mathbf{b}} \qquad \text{(III.10)}$$

$$\mathbf{t}_i \leqslant \mathbf{t}_j \qquad \forall j \neq i \qquad \text{(III.11)}$$

PASSO 2: Suprime–se, por substituição no novo sistema, as variáveis $\mathbf{t}_j$ associadas as transições em conflito com $\mathbf{t}_i$; estas transições $\mathbf{t}_j$ são desensibilizadas pelo disparo de $\mathbf{t}_i$.

PASSO 3: No sistema assim reduzido, efetua–se a seguinte mudança da variável:

$$\forall\, j \neq i,\ \ \mathbf{t}_j = \mathbf{t}_i + \mathbf{t}'_j \qquad \text{(III.12)}$$

e. elimina–se, por substituição, todas as ocorrências da variável $\mathbf{t}_j$ para só se conservar as variáveis $\mathbf{t}'_j$.

Define–se, deste modo, o domínio do disparo para as transições que permaneçam sensibilizadas durante o disparo de $\mathbf{t}_i$.

PASSO 4: Completa-se esse último sistema com uma variável suplementar associada a cada transição novamente sensibilizada, sujeita a pertencer ao intervalo de disparo inicial da transição.

O sistema final possui tantas variáveis quantas são as transições sensibilizadas pela marcação $\underline{\mathbf{M}}'$ e seu conjunto de soluções define o domínio do disparo $\mathcal{D}'$.

3.6 – TRANSIÇÕES MULTI-SENSIBILIZADAS

Até aqui mostrou-se que as transições são sempre simplesmente sensibilizadas. Em tal caso, a regra do disparo enunciada é aplicada diretamente sem restrição. Em havendo transições multi-sensibilizadas, apresentam-se ainda os seguintes complicadores adicionais.

Suponha-se que uma transição **t**, de intervalo inicial de disparo **[a,b]**, seja sensibilizada para a marcação corrente $\underline{\mathbf{M}}$ depois de um intervalo de tempo θ. Seu intervalo de disparo atual é então $[\mathbf{Max}(0,a-\theta),b-\theta]$.

Suponha-se ainda que o disparo da outra transição **t'**, sensibilizada por $\underline{\mathbf{M}}$, conduza a uma nova marcação $\underline{\mathbf{M}}'$, que sensibiliza uma segunda vez a transição **t**. Assim esta transição verifica as relações seguintes:

(a) $\forall p \in P,\ M'(p) \geqslant 2 . Pre(p,t)$ (III.13)

(b) $\exists p \in P \mid M'(p) < 3 . Pre(p,t)$ (III.14)

e passa a ter os intervalos de disparo:

$[\mathbf{Max}(0,a-\theta),b-\theta]$ para a primeira sensibilização, e $[a,b]$ para a segunda sensibilização.

Nestas condições, qual é a estratégia a se adotar para a escolha do intervalo de disparo quando t é disparado ou desensibilizado?

Entre as interpretações possíveis de uma sensibilização múltipla, escolhe-se geralmente um intervalo de disparo ao acaso, seja o "mais recente", seja o "mais antigo". Outras escolhas, em contextos particulares, podem ser consideradas. A escolha selecionada consiste em disparar, segundo uma prioridade, a ocorrência desensibilizada mais antiga. Esta escolha deve ser implementada na regra de disparo das transições. Quando vários eventos idênticos acontecem, o tratamento se fará na ordem de aparição (analogia com a estratégia FIFO).

O algoritmo de enumeração das classes de estado é então estendido a redes com transições multisensibilizadas, em substituição aos passos 1, 2 e 3, a transição t_i pela mais antiga ocorrência da transição t_i.

No sistema de inequações que define o domínio do disparo, pode-se notar as diversas ocorrências de t_i para as variáveis τ_{ij}, onde aparece o número j da ocorrência. Para o disparo é preciso então considerar a variável τ_{ij}, cujo índice corresponde a sensibilização mais antiga de t_i. Após o passo 3, é necessário se atualizar os índices j das ocorrências restantes da transição disparada, preservando sua cronologia.

3.7 – GRAFOS DE CLASSES DE ESTADOS

A aplicação da regra de disparo permite gerar uma árvore de classes de estado. A raiz é a classe inicial $\mathscr{C}_0$. Para cada transição disparável de uma classe $\mathscr{C}$ para uma nova classe $\mathscr{C}'$ é criada para diminuir o risco de "explosão combinatória". Cada nova classe é comparada com as já existentes para testar uma possível igualdade. Se for o caso, a exploração deste ramo é abandonada e com este procedimento é obtido o grafo das classes de estados por reagrupamento de classes iguais. A existência de um caminho no grafo, ligando a classe inicial à classe $\mathscr{C}$, prova que existe uma programação de disparo realizável, representada por este caminho.

Dois pontos devem ser detalhados para se poder construir este grafo: **como testar a igualdade de duas classes** e **como saber se a enumeração está terminada**.

3.8 – IGUALDADE DE DUAS CLASSES DE ESTADOS

Duas classes de estado $\mathscr{C}_1 = (\underline{M}_1, \mathscr{D}_1)$ e $\mathscr{C}_2 = (\underline{M}_2, \mathscr{D}_2)$ são iguais por definição se e somente se

$$\underline{M}_1 = \underline{M}_2 \qquad \text{e} \qquad \mathscr{D}_1 = \mathscr{D}_2 \tag{III.15}$$

$\mathscr{D}_1 = \mathscr{D}_2$ significa que os conjuntos de soluções nos dois sistemas de inequações lineares que definem $\mathscr{D}_1$ e $\mathscr{D}_2$ são iguais. A comparação a efetuar pode ser trabalhosa no caso geral. Uma solução consiste em reescrever os domínios de disparo sob a forma canônica que simplifica o processo de comparação. Por isso, o sistema de inequações lineares que define um domínio de disparo tem uma forma

particular, com duas variáveis a mais por equação.

3.9 – FUNCIONAMENTO PERIÓDICO DE UMA REDE DE PETRI TEMPORIZADA

Muitos sistemas, em particular os que possuem restrições de tempo real, exibem um funcionamento cíclico. É muito importante saber se o sistema desenhado voltará ao seu estado inicial bem como conhecer de forma precisa sua duração do ciclo através da introdução de limites inferiores e superiores.

Para o restante do parágrafo só se considerará o caso das redes vivas e limitadas.

Em primeiro lugar é apresentada a condição necessária (de origem estrutural) de evolução cíclica. Apresenta–se em seguida a condição necessária (de ordem temporal) para as freqüências de disparo das transições (SIFAKIS,1977).

Manipulando–se os atrasos das Redes de Petri Temporizadas, pode–se estender estas condições necessárias levando–se em conta restrições de sincronização inerentes à estrutura da rede.

3.10 – CONDIÇÕES NECESSÁRIAS À PERIODICIDADE

A equação de estado (matricial) para as Redes de Petri Temporizadas permite escrever:

$$\frac{M(\tau) - M(\tau_0)}{\tau - \tau_0} = \mathbf{C} \cdot \left[\frac{X(\tau) - X(\tau_0)}{\tau - \tau_0} \right] \qquad \text{(III.16)}$$

seja

$$\frac{d(\mathbf{M}(\tau))}{d\tau} = \mathbf{C} \cdot \frac{d(\mathbf{X}(\tau))}{d\tau} \qquad \text{(III.17)}$$

onde

$\frac{d(\mathbf{M}(\tau))}{d\tau}$ expressa a variação de marcação das posições durante $d\tau$; e

$\frac{d(\mathbf{X}(\tau))}{d\tau}$ expressa a freqüência de disparo das transições durante $d\tau$.

A existência de um funcionamento com $\mathbf{M}(\tau)$ periódico, de período igual a $\mathcal{T}$, implica no seguinte:

$$\int_{\tau_0}^{\tau_0+\mathcal{T}} \frac{d(\mathbf{M}(\tau))}{d\tau}\, d\tau = 0 = \mathbf{C} \cdot (\mathbf{X}(\tau_0+\tau) - \mathbf{X}(\tau_0)) \qquad \text{(III.18)}$$

Expressando em termos freqüência de disparo $(\underline{\mathbf{F}}_t)$ das transições sobre o período $\mathcal{T}$ (suposto não nulo), o resultado se escreve no caso de uma freqüência constante sob a forma:

$$\mathbf{C} \cdot \underline{\mathbf{F}}_t = \underline{0} \Leftrightarrow \mathbf{C}^+ \cdot \underline{\mathbf{F}}_t = \mathbf{C}^- \cdot \underline{\mathbf{F}}_t \qquad \text{com } \underline{\mathbf{F}}_t \geqslant \underline{0} \qquad \text{(III.19)}$$

A primeira condição necessária significa que $\mathbf{F}_t$ é um **t–sub–quase–lote** da rede. Em certos casos considerar–se–á as soluções estritamente possíveis, que caracterizam o funcionamento periódico.

A segunda condição necessária é obtida a partir da propriedade de crescimento monótono das marcações da Rede de Petri.

$$\underline{\mathbf{M}} = \underline{\mathbf{M}}_0 + \mathbf{C} \cdot \underline{\mathbf{X}} \geqslant \underline{0} \Leftrightarrow \underline{\mathbf{M}}_0 + \mathbf{C}^+ \cdot \underline{\mathbf{X}} \geqslant \mathbf{C}^- \cdot \underline{\mathbf{X}} \qquad \text{(III.20)}$$

FACULDADE ... BIBLIOTECA

o que se traduz ao nível de cada posição $\mathbf{p_k}$ da Rede de Petri por:

$$m_{ok} + \mathbf{C}_k^+ \underline{X} \geqslant \mathbf{C}_k^- \underline{X} \qquad \text{(III.21)}$$

onde

$\mathbf{m_{ok}}$ é a marcação inicial da posição $\mathbf{p_k}$,

$\mathbf{C}_k^+.\underline{X}$ é o número de fichas que chegaram na posição $\mathbf{p_k}$ desprezando–se a sequência de passagem representada por $\underline{X}$ ($\mathbf{C}_k^+$ é a k–ésima linha da matriz $\mathbf{C}^+$).

$\mathbf{C}_k^-.\underline{X}$ é o número de fichas que partiram da posição p_k desprezando–se a sequência de passagem representada por $\underline{X}$ ($\mathbf{C}_k^-$ é a k–ésima linha da matriz $\mathbf{C}^-$).

No caso das Redes de Petri Temporizadas, esta desigualdade deve considerar que toda nova ficha que chega em $\mathbf{p_k}$ é indisponível durante um intervalo de tempo $\mathbf{d_k}$ (duração que representa a posição $\mathbf{p_k}$). Esta ficha não é utilizável para a realização de uma transição durante este intervalo de tempo. É isto que permite, no que tange ao funcionamento dinâmico da rede, fazê–la disparar durante $\mathbf{d_k}$. Nestas condições, e supondo–se que a marcação inicial está constituída unicamente de fichas disponíveis, a relação que satisfaz a um vetor de disparo de uma Rede de Petri Temporizada torna–se:

$$\forall p_k \in P,\ m_{ok} + \mathbf{C}_k^+.\underline{X}(\tau - d_k) \geqslant \mathbf{C}_k^-.\underline{X}(\tau) \qquad \text{(III.22)}$$

Verifica–se que o vetor de disparo entre dois instantes $\tau-\varepsilon$ e τ depende do vetor das freqüências de disparo constantes, por :

$$25\underline{X}(\tau) - \underline{X}(\tau-\varepsilon) = \varepsilon.\underline{F}_t \qquad \text{(III.23)}$$

Fazendo-se $\mathbf{e} = \mathbf{d_k}$, vem:

$$m_{ok} + \mathbf{C}_k^+ . \underline{X}(\tau) - \mathbf{C}_k^+ . d_k . \underline{F}_t \geqslant \mathbf{C}_k^- . \underline{X}(\tau) \qquad \text{(III.24)}$$

$$m_{ok} + \mathbf{C}_k . \underline{X}(\tau) \geqslant d_k . \mathbf{C}_t^+ . \underline{F}_k \qquad \text{(III.25)}$$

$$m_k(\tau) \geqslant d_k . \mathbf{C}_t^+ . \underline{F}_k \qquad \text{(III.26)}$$

$\mathbf{D} = (\mathbf{d}_i)_{mxm}$ é a matriz diagonal das demoras $\mathbf{d_k}$ associadas às posições. Obtém-se, assim, a inequação matricial seguinte:

$$\underline{M}(\tau) \geqslant \mathbf{D} . \mathbf{C}^+ . \underline{F}_t \qquad \text{(III.27)}$$

Basta então multiplicar cada membro por um **p-quase-lote** $(\mathbf{F}_p(>0))$ da rede para se ter a condição necessária demonstrada em (SIFAKIS,1977):

$$\underline{F}_p^T . \underline{M}(\tau) = \underline{F}_p^T . \underline{M}_o \geqslant \underline{F}_p^T . \mathbf{D} . \mathbf{C}^+ . \underline{F}_t = \underline{F}_p^T . \mathbf{D} . \mathbf{C}^- . \underline{F}_t \qquad \text{(III.28)}$$

A partir da base dos **p-quase-lotes** e mais geralmente dos **p-sub-quase-lotes**, obtém-se portanto um conjunto de desigualdades fornecendo limites superiores para as freqüências de funcionamento periódico (CASPI,1982) mostrou que para certos tipos de redes, a base dos **p-sub-quase-lotes** pode trazer restrições suplementares. O exemplo abaixo fornece a ilustração deste fato.

3.11 – EXEMPLO DE APLICAÇÃO

A rede representada na figura III.2 não é consistente:

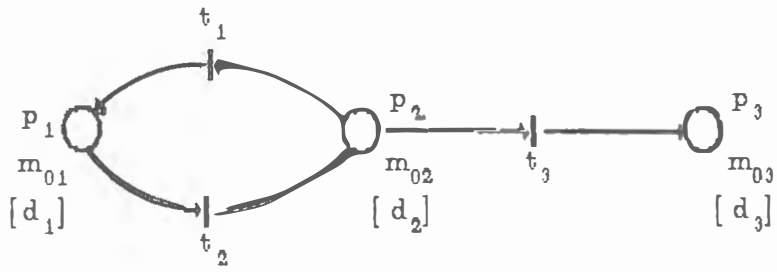


Fig.III.2 – Exemplo de Rede não Consistente

Suas matrizes de incidência são:

$$\mathbf{C}^{+}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}^{-}=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C}=\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

A procura de uma p–quase–lote $(a,b,c)^{T}$ conduz a

$$(a,b,c)\,.\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow a=b=c$$

ou seja, tem–se uma base de dimensão 1 : $\{(1,1,1)^{T}\}$

A pesquisa de uma p–quase–sub–lote $(a',b',c')^{T}$ mostra que $a'=b'$ e $c' \leqslant b'$.

Daí, obtém–se uma base de dimensão 2 : $\{(1,1,0)^{T},(1,1,1)^{T}\}$.

Se existe um vetor de freqüência $(f_1,f_2,f_3)^{T}$ correspondendo a um funcionamento periódico, ele satisfaz:

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Leftrightarrow f_1=f_2 \geqslant 0 \text{ e } f_3=0$$

Em conclusão, os p–quase–lotes fornecem uma única condição necessária:

$$d_1.f_1 + d_2.f_2 \leqslant m_{01} + m_{02} + m_{03}$$

Neste caso, como os p–quase–lotes fornecem uma condição suplementar

$$d_1.f_1 + d_2.f_2 \leqslant m_{01} + m_{02}$$

Esta última mais forte que a anterior, mostrando–se que a marcação de p_3 é indiferente para todo funcionamento periódico, (o que é evidente considerando–se a estrutura da rede).

3.12 – EXTENSÃO DOS RESULTADOS

A condição necessária estabelecida por (SIFAKIS,1977) fornece limites superiores para as freqüências de disparo em um funcionamentro periódico, que não são sempre realizáveis. Essa não realização se deve à dificuldade de sincronização que força uma fila a permanecer em uma posição mais tempo do que o indicado na temporização associada. Logo, uma ficha disponível pode ter que esperar a chegada e/ou a disponibilidade de outras fichas em outras posições. Para se detalhar a condição necessária precedente, é preciso se considerar um eventual atraso de sincronização no cálculo dos limites superiores da freqüência de disparo. Este atraso pode ser avaliado a partir das temporizações associadas às posições e das datas de disparos possíveis para as transições.

Este método fornecerá limites superiores mais restritos para as freqüências de funcionamento periódico de uma Rede de Petri Temporizada com arcos de pesos unitários.

Considere-se agora o caso geral da figura III.3 abaixo esquematizada:

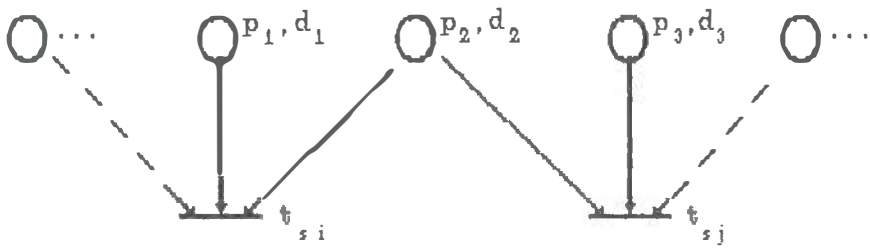


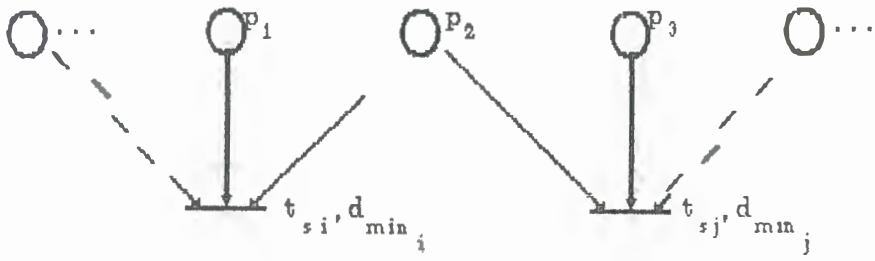
Fig.III.3 – Rede de Petri com Atraso de Sincronização

Seja uma transição t_{sj} e sua data de disparo mais cedo, correspondendo a sua freqüência máxima. Para se fornecer uma data, é preciso primeiramente se fornecer a origem dos tempos: esta começa no instante de chegada da primeira ficha em uma posição de entrada t_{sj}. A partir daí, o funcionamento com máxima velocidade para uma transição t_{sj} corresponderá a uma data de disparo mais cedo maior ou igual a:

$$d_{min}(t_{sj}) = \underset{\forall k \mid p_k \in {}^{\bullet}t_{sj}}{\mathrm{Max}}(d_k) \qquad \text{(III.29)}$$

Esta data de disparo mais cedo é eficientemente realizável se todas as fichas necessárias para a passagem chegam no mesmo instante nas posições de entrada de t_{sj}.

Portanto da figura III.3 pode-se obter a rede provisória da figura III.4.



$$\forall t \in T,\ d_{min}(t) = \underset{\forall\, k \ \mid\ p_k \in {}^{\bullet}t}{\mathrm{Max}}\,(d_k)$$

Fig.III.4 – Rede de Petri provisória

Nesta rede modificada, a origem do tempo associada a transição, não corresponde em geral a sua sensibilização. A particularidade deste modelo é que faz aparecer para cada transição uma data de disparo ao mais cedo relativa ao instante de chegada da primeira ficha em uma das posições de entrada da transição.

O método mostra, portanto, que o intervalo de tempo mínimo de permanência de uma ficha em uma posição $\mathbf{p_k}$, é minorado pela menor das datas de disparo ao mais cedo das transições de saída. (Vide figura III.4). Na figura III.7 as demoras atribuídas as posições são "a priori" independentes uma das outras. Projetando-as ao nível das transições da figura III.4 as demoras das posições que têm as mesmas transições de saída passam a ser dependentes. No modelo temporizado, as posições compartilhadas intervêem na definição dos novos prazos atribuídos as posições, como pode ser visto na figura (III.5).

$$\forall p_k \in P,\ d'_k = \underset{\forall\, t_i \in p^{\bullet}_k}{\mathrm{Min}}\,(d_k)\left[\underset{\forall\, p_j \in {}^{\bullet}t_i}{\mathrm{Max}}\,(d_j)\right] \qquad \text{(III.30)}$$

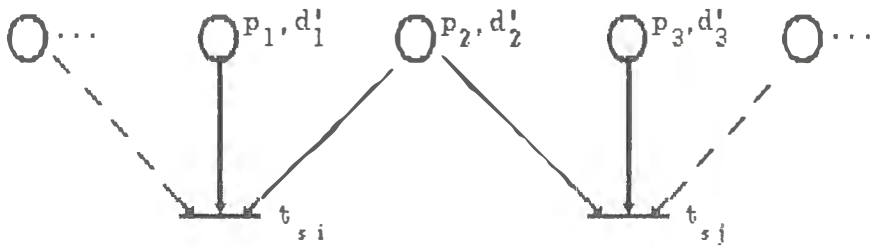


Fig.III.5 – Posições compartilhadas no modelo temporizado

Nesta Rede de Petri Temporizada, as novas demoras atribuídas às posições levam em conta as datas efetivas de disparo ao mais cedo das transições. Os valores obtidos constituem os possíveis atrasos de sincronismo como aludido anteriormente.

É suficiente utilizar estes valores na segunda condição necessária de Sifakis, para se obter uma condição mais eficiente a ser verificada por todo vetor de freqüência $\underline{F}_t$, de evolução periódica de uma Rede de Petri Temporizada na qual os elementos não nulos de $\mathbf{C}$ são iguais a ±1.

$$\mathbf{C} \cdot \underline{F}_t = \underline{0} \qquad \text{com } \underline{F}_t > \underline{0} \tag{III.31}$$

$$\left(\underline{F}^T_{ip} \cdot \underline{M}_0 \geq \underline{F}^T_{ip} \cdot \mathbf{D}' \cdot \mathbf{C}^+ \cdot \underline{F}_t \right) \Big|_{i=1}^{s} \tag{III.32}$$

onde

$(\mathbf{F}_{1p}, \mathbf{F}_{2p}, \ldots, \mathbf{F}_{sp})$ definem a base dos p–semi–lotes da rede,

$$\mathbb{D}' = \begin{bmatrix} d'_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & d'_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & d'_3 & \dots & 0 \\ . & . & . & \dots & . \\ 0 & 0 & 0 & \dots & d'_m \end{bmatrix} \qquad \text{(III.33)}$$

com

$$d'_i = \underset{\forall t_j \in p'_i}{\text{Min}} \left[\underset{\forall p_k \in {}^{\bullet}t_j}{\text{Max}} (d_k) \right] \qquad \text{(III.34)}$$

Considerando-se o funcionamento em velocidade máxima e a nova condição a ser satisfeita para todo vetor de freqüências do funcionamento de uma Rede de Petri Temporizada, pode-se deduzir a condição necessária de existência de funcionamento em velocidade máxima, para os intervalos de tempo de indisponibilidade $\mathbf{d}_i$.

O vetor das freqüências para o funcionamento verifica o sistema de equação de Sifakis:

$$\mathbb{C}.\underline{F}_t = \underline{0} \qquad \text{com } \underline{F}_t > \underline{0} \qquad \text{(III.35)}$$

$$\left(\underline{F}^T_{ip}.\underline{M}_o = \underline{F}^T_{ip}.\mathbb{D}.\mathbb{C}^+.\underline{F}_t\right) \Big|_{i=1}^{s} \qquad \text{(III.36)}$$

Mas, se existe uma solução para este sistema, tal solução é a maximal do sistema de inequações inicial. Considerando-se a nova condição necessária estabelecida, a realização do funcionamento em velocidade máxima para uma Rede

de Petri Temporizada conduz à expressão:

$$\forall p_i \in P,\ d_i = d'_i \ \text{ com } d'_i = \underset{\forall t_j \in p'_i}{\text{Min}} \left[\underset{\forall p_k \in {}^{\bullet}t_j}{\text{Max}}(d_k) \right] \qquad \text{(III.37)}$$

Intuitivamente, esta condição traduz o fato de que os atrasos impostos às fichas nas posições são exatamente iguais aos intervalos de tempo de indisponibilidade $\mathbf{d}_i$.

3.13 – EXEMPLO

Seja a Rede de Petri Temporizada a seguir:

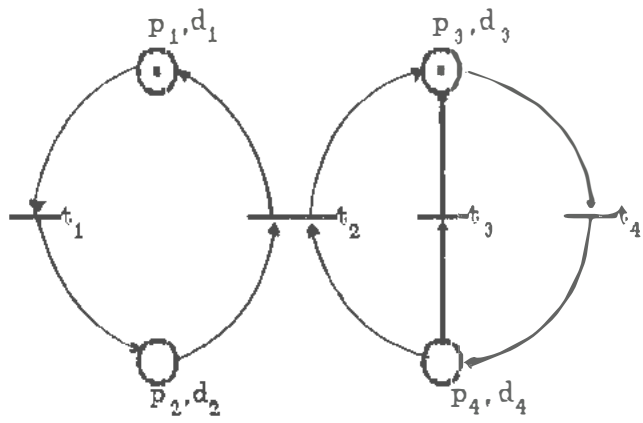


Fig.III.6 – Rede de Petri Temporizada

$$M_o = \begin{bmatrix} m_{01} \\ m_{02} \\ m_{03} \\ m_{04} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbb{C} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$d_1 = 2,\ d_2 = 1,\ d_3 = 1,\ d_4 = 3$$

Procura-se uma solução $\underline{F}_t = (f_1, f_2, f_3, f_4)^T$ de $\mathbb{C}.\underline{F}_t = \underline{0}$; acha-se $\underline{F}_t = (f_1, f_1, f_3, f_1 + f_3)^T$.

Para as soluções $\underline{F}_p$ de $\underline{F}_p^T.\mathbb{C} = \underline{0}$ obtem-se uma base do espaço com $\underline{F}_{1p} = (1,1,0,0)^T$ e $\underline{F}_{2p} = (0,0,1,1)^T$.

A aplicação da condição necessária de Sifakis: (SIFAKIS,1977)

$$\begin{cases} \underline{F}_{1p}^T.\underline{M}_o \geqslant \underline{F}_{1p}^T.\mathbb{D}.\mathbb{C}^+.\underline{F}_t \\ \underline{F}_{2p}^T.\underline{M}_o \geqslant \underline{F}_{2p}^T.\mathbb{D}.\mathbb{C}^+.\underline{F}_t \end{cases}$$

com:

$$\mathbb{D} = \begin{bmatrix} d_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

conduz a:

$$m_{01} + m_{02} \geqslant (d_1 + d_2).f_1$$

$$m_{03} + m_{04} \geqslant (d_3 + d_4).(f_1 + f_3)$$

Os valores numéricos fornecem:

$$1 \geqslant 3 . f_1$$
$$1 \geqslant 4 . (f_1 + f_3)$$

logo:

$$0 < f_1 \leqslant \frac{1}{4} \left(\leqslant \frac{1}{3} \right)$$
$$0 < f_3 \leqslant \frac{1}{4} - f_1$$

A aplicação da nova condição necessária fornece os resultados seguintes:

$$\mathbb{D}' = \begin{bmatrix} d'_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d'_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d'_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d'_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} .$$

Percebe-se, então, que não há funcionamento em velocidade máxima possível para esta rede, pois $\mathbf{d_2} \neq \mathbf{d'_2}$. A verificação é trivial quando se resolve o sistema de equações proveniente da condição necessária de Sifakis. O conjunto das soluções é vazio.

Para os limites superiores das freqüências de disparo, obtém-se:

$$m_{01} + m_{02} \geqslant (d_1 + d_2) . f_1 \longrightarrow 1 \geqslant 5 . f_1$$
$$m_{03} + m_{04} \geqslant (d_3 + d_4) . (f_1 + f_3) \longrightarrow 1 \geqslant 4 . (f_1 + f_3)$$

pois:

$$0 < f_1 \leqslant \frac{1}{5}$$
$$0 < f_3 \leqslant \frac{1}{4} - f_1$$

Tem-se, assim, um limite superior para f_1 mais restrito que o anterior. A velocidade limite em funcionamento periódico desta Rede de Petri Temporizada, com $\underline{\mathbf{M}}_0$ e $\mathbf{D}$ fixados, é então determinada por:

$$f_1 = \frac{1}{5} = 0{,}2$$

$$f_2 = f_1 = 0{,}2$$

$$f_3 = \frac{1}{4} - \frac{1}{5} = 0{,}05$$

$$f_4 = f_1 + f_3 = 0{,}25$$

CAPÍTULO IV

REDE DE PETRI APLICADA AO PLANEJAMENTO, CONTROLE E RACIONALIZAÇÃO NA INDÚSTRIA DA CONSTRUÇÃO CIVIL

4.1 – INTRODUÇÃO

As Redes de Petri, cujos conceitos e propriedades têm sido apresentados nos capítulos II e III, aparecem como um método sistemático de descrição de sistemas discretos, possuindo as principais características seguintes:

- sincronização de fenômenos que se realizam em paralelo,

- o não determinismo, ou seja, a necessidade de se utilizar processos decisórios externos para fazer evoluir o sistema, em certas configurações.

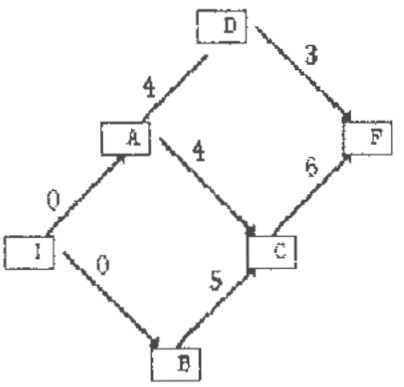
Os sistemas de produção são então naturalmente susceptíveis de serem descritos pelas Redes de Petri. Porém, só recentemente tem-se reconhecido o interesse deste tipo de representação para sistemas de produção (CAVANNA,(1981), MORA–CAMINO(1982), ALCANTARA GOMES (1990)) e por conseguinte resultados relativos à análise de Redes de Petri Temporizadas têm sido estabelecidos. De fato, as aplicações tradicionais das Redes de Petri têm sido dedicadas aos protocolos de comunicação entre computadores e à análise de procedimentos algoritmicos. Para estas aplicações, a ênfase é dada na análise da estrutura do sistema em detrimento de problemas ligados a dinâmica e aos atrasos, sendo então a representação por Redes de Petri clássicas (sem o fator tempo) amplamente suficiente. Porém, hoje,

com os trabalhos de (MERLIN,1974), (RANCHANDANI,1974), (SIFAKIS,1977) e (ALCANTARA GOMES, 1990) a utilização de Redes de Petri incorporando a dimensão tempo, se torna possível para a representação, a análise e resolução de problemas ligados à organização e à programação de atividades de produção e construção.

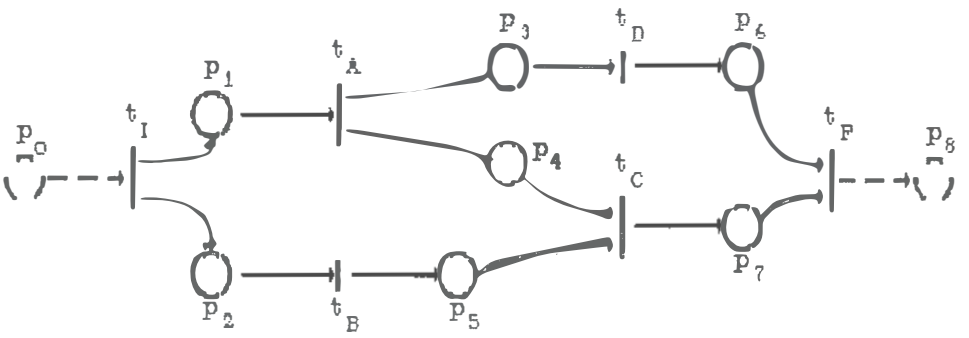
4.2 – LIGAÇÃO ENTRE GRAFO POTENCIAL–TAREFA E GRAFO DE EVENTOS

(ALCANTARA GOMES, 1990)

Considerando–se um grafo potencial–tarefa, (ver figura.IV.1),pode–se associar a cada nó uma transição e a cada arco uma posição interligando duas transições obtendo–se, assim, diretamente uma Rede de Petri equivalente ao grafo considerado.



(a) Grafo Potencial–Tarefa



(b) Rede de Petri

Fig.IV.1 – Grafo Potencial–Tarefa e Rede de Petri associada

No caso dos grafos potencial–tarefa, os recursos utilizados no processo de produção não aparecem explicitamente e só podem ser descritos em termos de caminhos imersos no grafo. No caso das Redes de Petri, pode–se facilmente visualizar a utilização feita dos recursos, assimilando estes as fichas da rede. Assim, tem–se a correspondência:

nó (tarefa) ⟶ transição

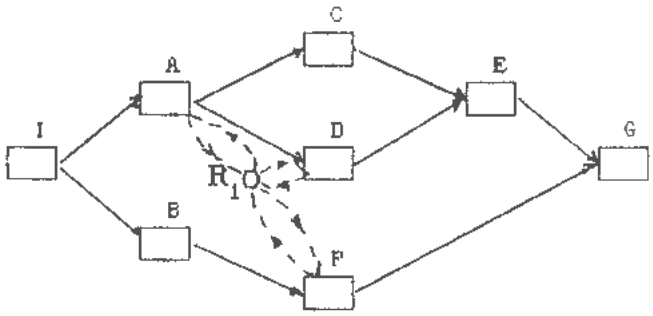
arco ⟶ posição

recurso ⟶ ficha

4.3 – COMPARAÇÃO ENTRE AS REDES P.E.R.T. E AS REDES DE PETRI

(ALCANTARA GOMES,1990)

Seja agora o sistema de produção representado pelo grafo potencial–tarefa mostrado na figura IV.2, onde $\mathbf{R_1}$ é o recurso comum às atividades **A**, **D** e **F**.



Duração das atividades

A	B	C	D	E	F
$\frac{\mu}{2}$	$\frac{\mu}{2}$	$\frac{\mu}{2}$	$\frac{\mu}{2}$	μ	μ

Fig.IV.2 – Grafo Potencial–Tarefa de um sistema de produção com recurso compartilhado

Na figura IV.3, seguinte, é apresentada a Rede de Petri t–temporizada associada ao grafo potencial–tarefa que se vem de referir:

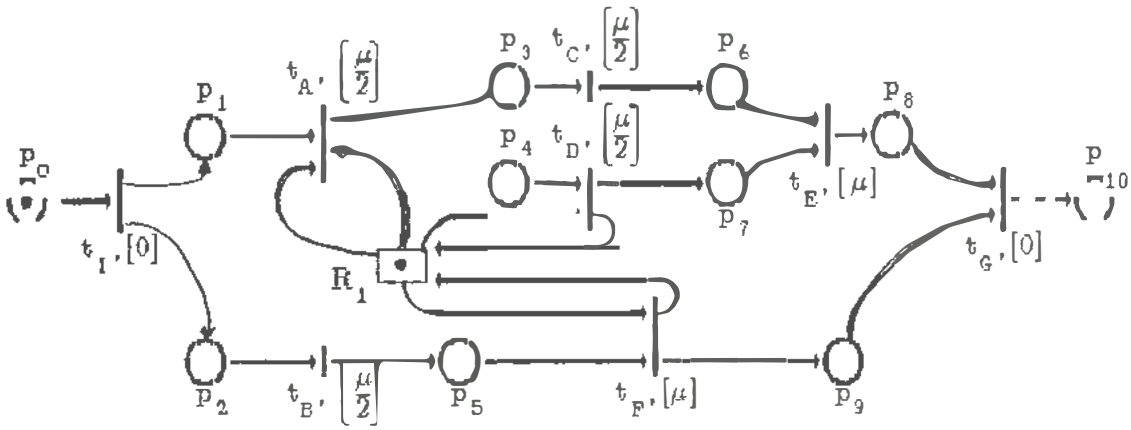


Fig.IV.3 – Rede de Petri t–Temporizada associada

Estados considerados:

$E_0 = (0,0,0,0,0,0,0,0,0)$
$E_1 = (1,1,0,0,0,0,0,0,0)$
$E_2 = (0,1,1,1,0,0,0,0,0)$
$E_3 = (1,0,0,0,1,0,0,0,0)$
$E_4 = (0,0,1,1,1,0,0,0,0)$
$E_5 = (1,0,0,0,0,0,0,0,1)$
$E_6 = (0,1,1,0,0,0,1,0,0)$
$E_7 = (0,1,0,0,0,1,1,0,0)$
$E_8 = (0,0,1,0,1,0,1,0,0)$
$E_9 = (0,0,0,1,1,1,0,0,0)$
$E_{10} = (0,0,1,1,0,0,0,0,1)$
$E_{11} = (0,1,0,0,0,0,0,1,0)$
$E_{12} = (0,0,0,0,1,1,1,0,0)$
$E_{13} = (0,0,1,0,0,0,1,0,1)$
$E_{14} = (0,0,0,1,0,1,0,0,1)$
$E_{15} = (0,0,0,0,1,0,0,1,0)$
$E_{16} = (0,0,0,0,0,1,1,0,1)$
$E_{17} = (0,0,0,0,0,0,0,1,1)$
$E_{18} = (0,1,0,1,0,1,0,0,0)$

As regras de cálculo das temporizações associadas aos estados são as seguintes:

– concatenação das temporizações de atividades paralelas não concorrentes de um mesmo caminho;

– adição das temporizações de atividades sucessivas de um mesmo caminho;

– adição das temporizações de atividades paralelas concorrentes.F ?), E_4 (destinar R_1 primeiro a **D** ou **F** ?) e E_9 (destinar R_1 primeiro a **A** e depois a **D** ou a **F** ?). O grafo potencial–tarefa original se torna:

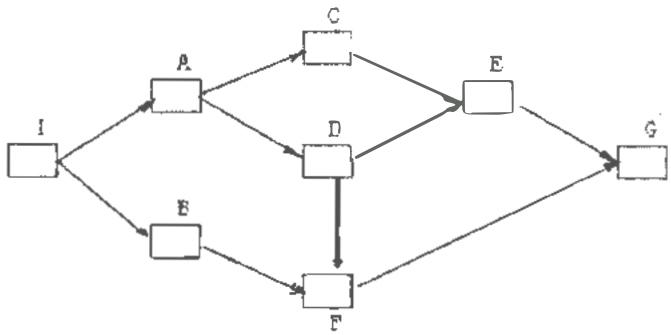


Fig.IV.4 – Grafo Potencial–Tarefa definitivo

Observação: Verifica–se também que se existirem agora duas unidades de recurso de tipo R_1, qualquer que seja a sequência viável de atividades escolhida, a duração mínima total da operação será sempre igual a 2μ. Neste caso, a Rede (ao mais cedo) de Petri –temporizada se apresenta como segue:

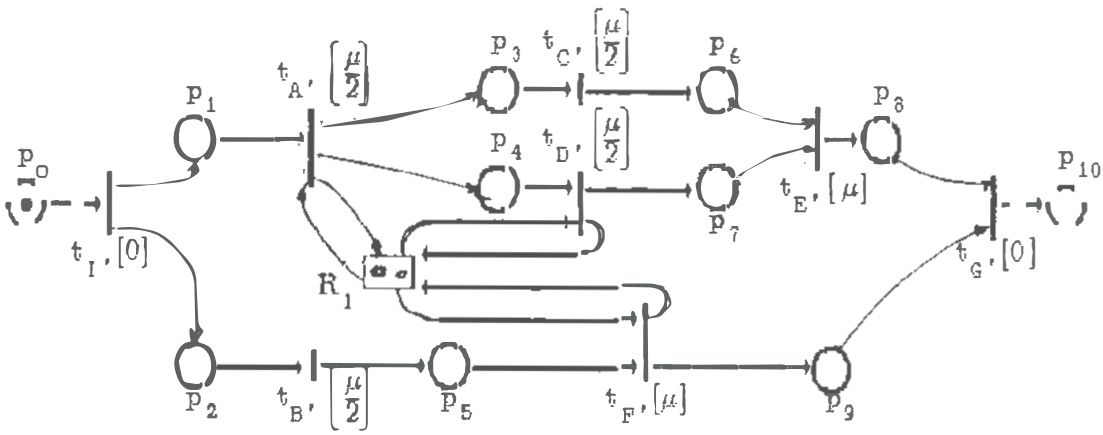


Fig.IV.5 – Rede de Petri t–Temporizada associada com recursos múltiplos

Portanto, não será necessário observar uma sincronização entre as atividades concorrentes já que a cada instante cada uma delas disporá dos recursos necessários, não consumíveis para a sua realização.

4.4 – Exemplo

Seja a Rede P.E.R.T. da fig.IV.6 e IV.7 representada abaixo e valorada com recurso comum as atividades A,D e F, a qual nota–se que após sua correção através da Rede de Petri t–Temporizada, possibilita a visualização de que se utilizado no planejamento apenas a rede P.E.R.T., estaria–se incorrendo em um erro de 2 unidades de tempo.

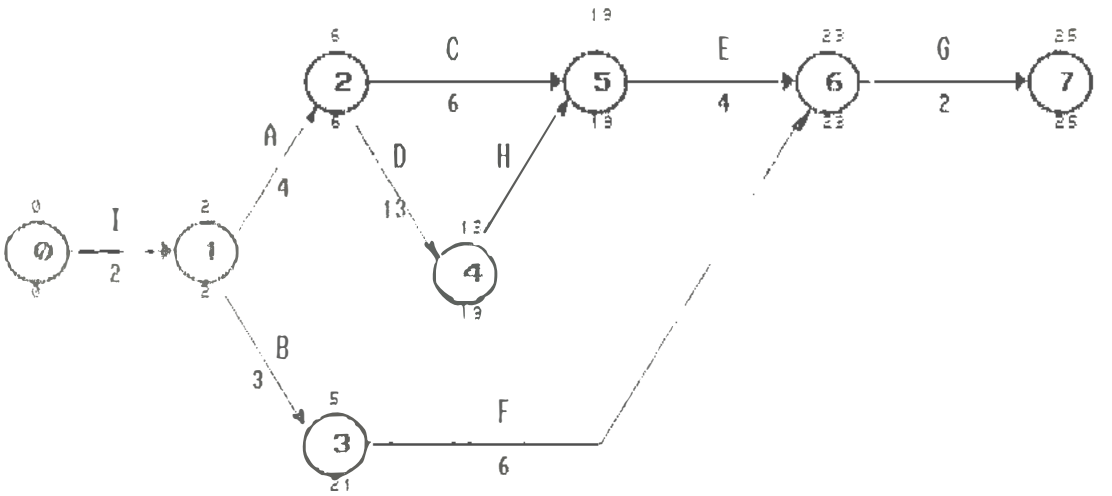


Fig.VI.6 – Rede P.E.R.T.

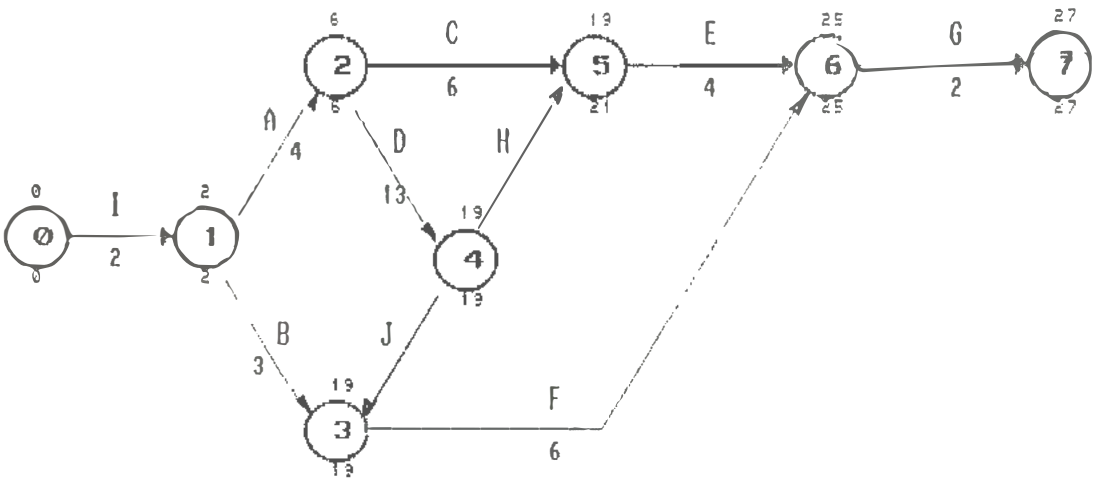


Fig IV.7 – Rede P.E.R.T. revisada

4.5 – ESTUDO DE CASO

Seja o grafo potencial–tarefa da Fig.IV.8, ao qual qualifica–se as atividades(transições) para a racionalização da gerência aplicada à construção.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
FACULDADE DE ... E URBANISMO
BIBLIOTECA

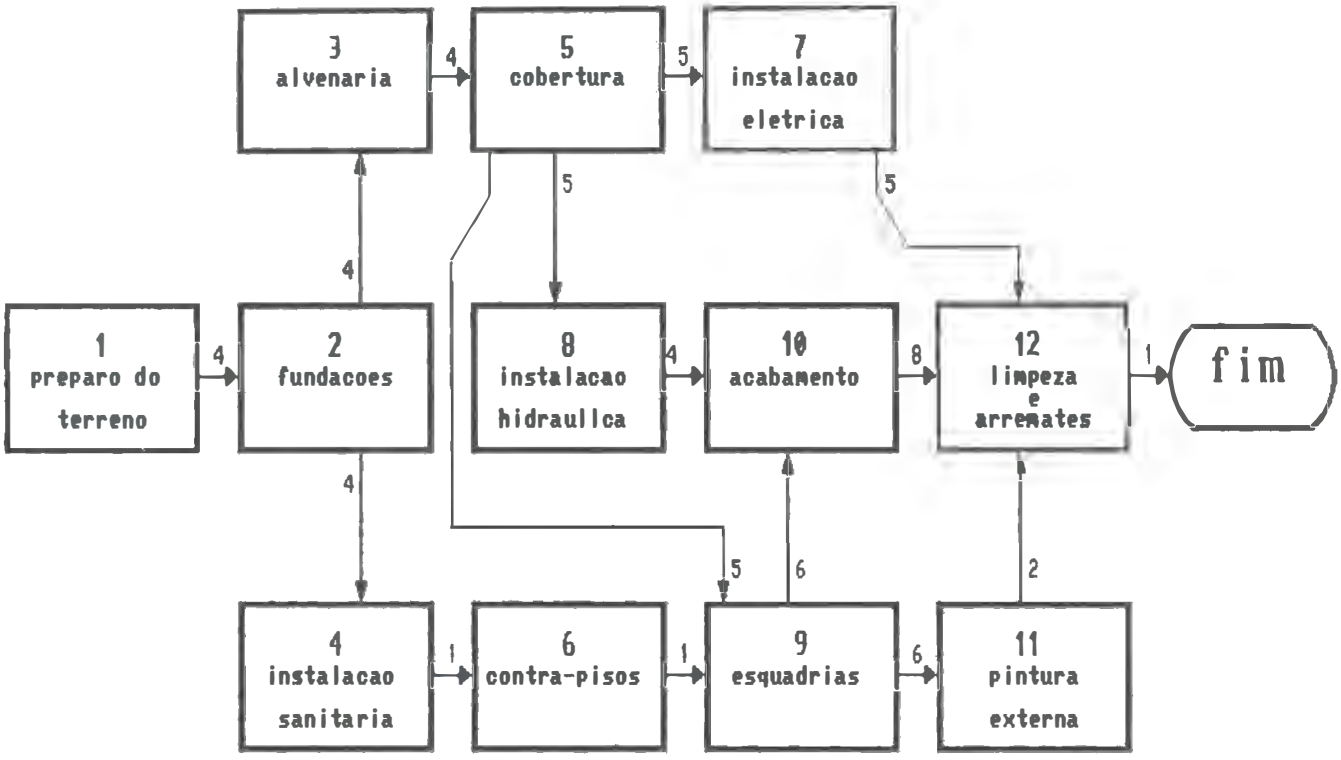


Fig.IV.8 – Grafo Potencial–Tarefa da Execução de uma Residência Unifamiliar (com 100m^2 e padrão H1–2Q)

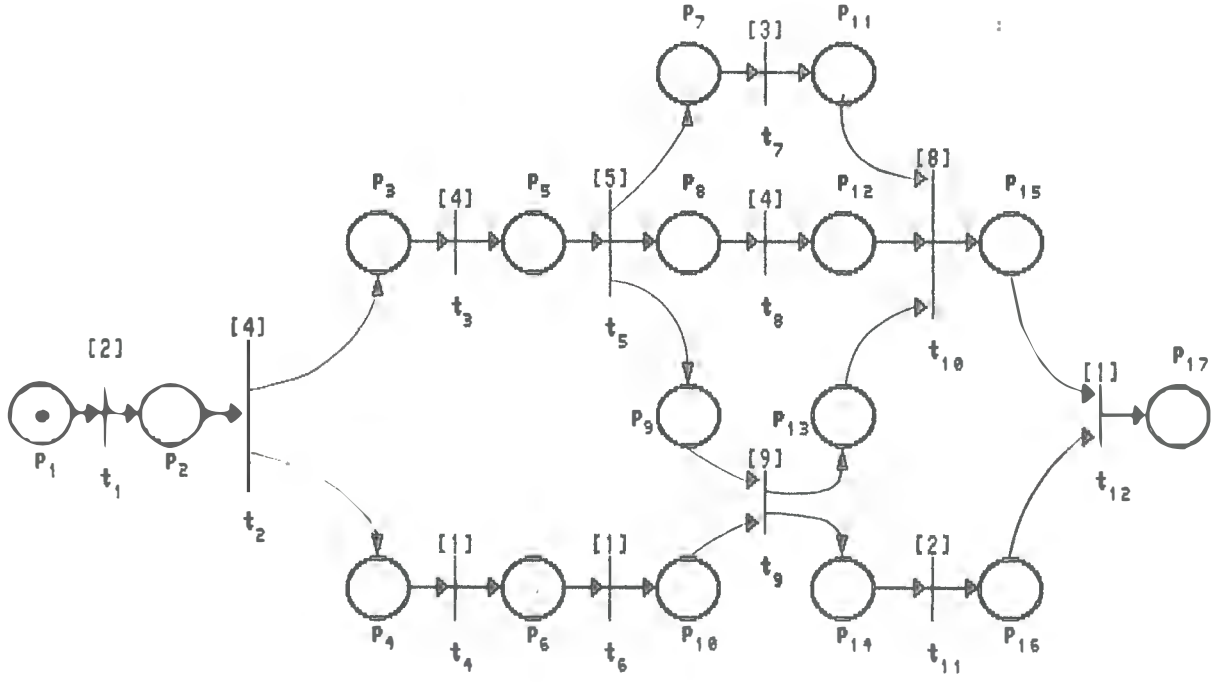


Fig.IV.9 – Rede de Petri t–Temporizada (Modelo de Alcantara Gomes) Associada

4.5.1 – Descrição Das Transições Com os Recursos

atividade	transicao	descricao	recursos	providencias gerais
1	1	preparo do terreno	equipe: 2 serventes equipamentos: 2 pas redondas 1 ohibamca 1 foice 1 garfo 1 enxada 1carrinho	revisao das interfaoes dos projetos, definicao de instalacoes provisorias, locacao de bota-fora, colocacao de placa de obra, execucao de art, definicao de alvara de construcao, mobilizacao de equipe permanente (encarregado, apontador/almoxarife e servente de apoio), mobilizacao de equipamentos e utensilios (ferramentas manuais, moveis, arquivo, porta-plantas,filtro,eto)
2	2	fundaooes	equipe: 1 carpinteiro 1 ajudante carp. 1 pedreiro 1 ajudante ped. 1 armador 3 serventes equipamentos: 1 bancada 1 tesoura de cortar aco 1 alavanca de dobrar aco 1 bancada de serra circular 2 pas retas 1 carrinho adicional 1 enxada adicional	verificacao dos nivels, cotas de acesso, definicao de areas de transito/estocagem, ooncorrencias de:tijolos, esquadrias, telhas, tubulacoes eletrica/hidro-sanitaria, compra de: cimento, brita, areia e ferro. materiais: 100 sacos de oimento 10 m^3 de areia 5 m^3 de brita 2 5 m^3 de brita 3 5 m^3 de pedra de mao 1 t de ferro CA25A ø var. 35 kgf de arame recozido 80 m de tabua 1"x12" 35 m de tabua 1"x6" 50 m de tabua 1"x3" 2 Kgf de prego 10x30 1 kgf de prego 17x27
3	3	alvenaria	equipe: 1 carpinteiro 2 pedreiros 2 ajudantes de ped. 1 armador 3 serventes equipamentos: os ja listados em 1 e 2 8 baldes para massa	oonoorrencias de flaoao, sub-empreiteiro de telhado, compra de materiais de instalacoes hidro-sanitarias e eletricas, tijolos, saibro, esquadrias e rodapes. materiais: 1500 tijolos de 10x20x20 6500 tijolos de 10x20x30 16 sacos de cimento 11 m^3 de areia 3 m^3 de saibro 3 m^3 de brita 1 200 kgf de aco CA25A ø var. vigotas pre-moldadas(sobre-carga 40M) 49 de 1,20 m 73 de 3,40 m 21 de 5,30 m reaproveitamento das tabuas existentes 90 m de perna 3"x3" 4 kgf de prego 18x30 2 Kgf de prego 17x27

atividade	transicao	descricao	recursos	providencias gerais
4	4	instalacao sanitaria	equipe: 1 bombeiro 1 ajudante de bomb. 1 pedreiro 2 serventes equipamentos: ja listados em "1","2"e"3"	concorrencia de compra de ceramicas e azulejos. Obs:a colocacao das loucas e metais se fara na atividade 10 materiais: 5 sacos de cimento 1 m^3 de areia 2 cx sifonadas de 150x150 36 m de tubo PB de PVC d=40mm 18 m de tubo PB de PVC d=50mm 8 luvas de PVC d=50mm 12 luvas de PVC d=40mm 3 tubos de cola de PVC 3 ralos sifonados de 10x10x40 6 curvas de 45^0 de PVC d=50mm 4 curvas de 90^0 de PVC d=50mm 1 fossa e sumidouro para 6 pessoas
5	5	cobertura	equipe: sub-empreiteiro(4 homens) 1 pedreiro 1 servente equipamentos: 1 moitao 15 m de cabo de nylon 1 escada articulavel de 3m	concorrencias de sub-empreiteiro de pinturas e de compra de loucas e ferragens materiais: 5 sacos de cimento 0,5 m^3 de areia lavada 6 galoes de "Carbolast" 12 Kgf de "Sika $n^0$1" 52 telhas onduladas de fibro-cimento de 6mm com 930x3050mm 15 cumeiras "universal" 6mm 140 m de pecas de 3"x6" 11 m de pecas de 3"x9" 45 m de ripas de 1X5cm parafusos e pregos fornecidos pelo sub-empreiteiro
6	6	contra-pisos	equipe: 1 pedreiro 2 serventes equipamentos: ja listados em "2" e "3"	concorrencia de compra de ferragens para esquadrias e bomba d'agua materiais: 70 sacos de cimento 8m^3 de areia 10m^3 de brita 1 sarrafos com sobras de "2" e "3"

UNIVERSIDADE FEDERAL
FACULDADE DE ...
BIBLIOTECA
...NEIRO
...ANISMO

atividade	transicao	descricao	recursos	providencias gerais
7	7	instalacao eletrica	equipe: 1 eletricista 1 ajudante de elet. 1 pedreiro 2 serventes equipamentos: 1 maquina de furar 1 "cachimbo" de 19mm 1 "cachimbo" de 25mm	materiais: 3 sacos de cimento 0,2m³ de areia 120m de eletroduto de PVC de 19mm luvas e curvas de 19mm PVC 12m de eletroduto de PVC de 25mm luvas e curvas de 25 mm PVC 10 abracadeiras de 1" 1 caixa de comando para 10"quick-iegs" 9 caixas de PVC octogonal para teto 29 caixas de PVC de 100x50mm 2 caixas de PVC de 100x100mm 8 rolos 10m de fita isolante 300 m de fio de 1,5mm 100 m de fio de 2,5mm 45 m de cabo "sintenax" de 4mm 1 chave "IBS" para bomba d'agua 7 interruptores simples completos 2 interruptores duplos completos 17 tomadas simples completas 3 tomadas tripolares completas 2 interruptores para campainha completos 1 cigarra completa 9 "spots" completos para lampadas incandescentes Obs: a colocacao de aparelhos e comandos se fara na atividade "10", executar teste de capacidade de corrente.
8	8	instalacao hidraulica	equipe: 1 bombeiro 1 ajudante de bombeiro 1 pedreiro 2 serventes equipamentos: jogo de tarrachas para tubo de PVC	concorrencias de compras de vidros, luminarias, peitoris e soleiras, materiais: 45 m de tubo de PVC 1/2" conexoes de PVC de 1/2" 15 m de tubo de PVC de 3/4" conexoes de 3/4" 3 registros de gaveta completo de 1/2" 2 registros de gaveta de 1/2" 2 registros de gaveta de 3/4" 5 rolos de 10m de fita "teflon" 3 bisnagass de cola para PVC 1 hidrometro 2 caixas de fibro-cimento de 1000l 1 boiler a eletrico(100l) 15m de tubo de CPVC de 1/2" conexoes de CPVC de 1/2" 2 vasos sanitarios com caixa acoplada 2 chuveiros tipo ducha completos 2 rabichos com chuveirinho 2 lavatorios de coluna completos 1 tanque de coluna completo 1 banca de pia de cozinha completa Obs: as loucas e ferragens serao instaladas em "10", executar teste hidraulico

atividade	transicao	descricao	recursos	providencias gerais
9	9	esquadrias	equipe: 1 carpinteiro 1 ajudante de carp. 1 servente equipamentos: Ja listados em "2"	concorrencia de compra de tintas e massas de revestimento, providencias para certificados de habite-se materiais: 1 porta de 0.60x2.10x.03m completa 5 portas de 0.70x2.10x.03m completa 2 portas de 0.80x2.10x.03m completa 5 un. de peitoris de 1.65x0.25x.02m 4 un. de peitoris de 0.85x0.25x.02m 1 un. de soleira de 0.65x0.15x.02m 5 un. de soleiras de 0.75x0.15x.02m 2 un. de soleiras de 0.85x0.15x.02m 5 janelas de correr completas de 1,2x1,6m 4 basculantes completos de 0,80x1,00m 60m de rodape de 2x7cm pregos
10	10	acabamento	equipe:(de massa interna e externa) 2 pedreiros 1 ajudante de pedreiro 2 serventes equipe:(de revestimento de piso) 2 pedreiros 1 ajudante de pedreiro 2 serventes equipe:(de pintura) sub-empreiteiro(3 homens) equipamentos: sob responsabilidade do sub-empreiteiro.	materiais: 66 sacos de cimento 11m^3 de saibro 150 kgf de cal 100 Kgf de gesso 2 galoes de "Neosin" 48 m^2 de azulejos 15x15cm 20 kgf de "Sika n^{0}1" materiais: 5 sacos de cimento 0,8m^3 de areia lavada 27m^2 de ceramica 20x20cm 60m^2 de carpete de 6mm materiais: 4 latas de 18l de tinta PVA 3 galoes(3,5l) de tinta acrilica 6 galoes de tinta oleo 3 galoes de massa oleo 7 bombonas de 20Kgf de massa PVA 6 galoes de selador para PVA concorrencia de materiais de limpeza e de carpete, providencias para ligacoes definitivas e pedido de vistoria para entrega de obra.

atividade	transicao	descricao	recursos	providencias gerais
11	11	pintura externa	equipe: sub-empreiteiro(3 homens) 1 pedreiro 1 servente	providencias para retirada de entulho e des mobilizacao da obra. materials: 6 latas de 18l de tinta PVA 4 galoes de tinta acrilica 400 Kgf de "Reboquit" 8 galoes de selador para PVA 1 galao de selador para tinta acrilica
12	12	limpeza e arremates	equipe:(de limpeza) 2 pedreiros 1 ajudante de pedreiro 2 serventes	materials: 2l de acido muriatico 4 un de sapollum de 200g 1 Kgf de estopa 2l de agua sanitaria diversos:esponja, esfregao, lixas, palhas de aco, rodo, vassouras,...
			equipe:(de eletricidade) 1 eletricista 1 ajudante de eletricista	Obs: aparelhos de iluminacao e comando ja listados em "7"
			equipe:(de hidraulica) 1 bombeiro 1 ajudante de bombeiro 1 servente	Obs: loucas sanitarias e ferragens ja listados em "8"

4.5.2 – SEQUÊNCIA DE ESTADOS

E_0 = (1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)

E_1 = (0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)

E_2 = (0,0,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)

E_3 = (0,0,0,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)

E_4 = (0,0,1,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)

E_5 = (0,0,0,0,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0)

E_6 = (0,0,0,1,0,0,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0)

E_7 = (0,0,1,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0)

E_8 = (0,0,0,0,1,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,0,0)

E_9 = (0,0,0,0,0,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0)

E_{10}= (0,0,0,1,0,0,0,1,1,0,1,0,0,0,0,0,0,0)

E_{11}= (0,0,0,1,0,0,1,0,1,0,0,1,0,0,0,0,0,0)

E_{12}= (0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0)

E_{13}= (0,0,0,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,0,0,0,0,0)

E_{14}= (0,0,0,0,0,1,1,0,1,0,0,1,0,0,0,0,0,0)

E_{15}= (0,0,0,1,0,0,0,0,1,0,1,1,0,0,0,0,0,0)

E_{16}= (0,0,0,0,0,0,1,1,0,0,0,0,1,1,0,0,0,0)

E_{17}= (0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0)

E_{18}= (0,0,0,0,0,0,1,0,1,1,0,1,0,0,0,0,0,0)

E_{19}= (0,0,0,0,0,1,0,0,1,0,1,1,0,0,0,0,0,0)

E_{20}= (0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,1,0,1,1,0,0,0,0)

E_{21}= (0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,1,1,1,0,0,0,0)

E_{22}= (0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,0,0,0,0,0,0)

E_{23}= (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,1,0,0,0,0)

E_{24}= (0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,1,0,1,0,0,1,0,0)

E_{25}= (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,1,0,0,1,0,0)

E_{26}= (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1,1,0,0,0)

E_{27}= (0,0,0,0,0,0,0,1,0,0,0,0,0,0,1,1,0,0)

E_{28}= (0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,1)

4.5.3 – Precedência e Póscedência dos Estados

ESTADO ANTERIOR	ESTADO	ESTADO POSTERIOR
-	E_0	$E_1(t_1)$
$E_0(t_1)$	E_1	$E_2(t_2)$
$E_1(t_2)$	E_2	$E_3(t_3),E_4(t_4)$
$E_2(t_3)$	E_3	$E_5(t_4),E_6(t_5)$
$E_2(t_4)$	E_4	$E_5(t_3),E_7(t_6)$
$E_3(t_4),E_4(t_3)$	E_5	$E_8(t_6),E_9(t_5)$
$E_3(t_5)$	E_6	$E_9(t_4),E_{10}(t_7),E_{11}(t_8)$
$E_4(t_6)$	E_7	$E_8(t_3)$
$E_7(t_3),E_5(t_6)$	E_8	$E_{12}(t_5)$
$E_6(t_4),E_5(t_5)$	E_9	$E_{12}(t_6),E_{13}(t_7),E_{14}(t_8)$
$E_6(t_7)$	E_{10}	$E_{13}(t_4),E_{15}(t_8)$
$E_6(t_8)$	E_{11}	$E_{14}(t_4),E_{15}(t_7)$
$E_8(t_5),E_9(t_6)$	E_{12}	$E_{16}(t_9),E_{17}(t_7),E_{18}(t_8)$
$E_9(t_7),E_{10}(t_4)$	E_{13}	$E_{17}(t_6),E_{19}(t_8)$
$E_9(t_8),E_{11}(t_4)$	E_{14}	$E_{18}(t_6),E_{19}(t_7)$
$E_{10}(t_8),E_{11}(t_5)$	E_{15}	$E_{19}(t_4)$
$E_{12}(t_9)$	E_{16}	$E_{20}(t_7),E_{21}(t_8)$
$E_{13}(t_6),E_{12}(t_7)$	E_{17}	$E_{20}(t_9),E_{22}(t_8)$
$E_{14}(t_6),E_{12}(t_8)$	E_{18}	$E_{22}(t_7),E_{21}(t_9)$
$E_{15}(t_4),E_{14}(t_7),E_{13}(t_8)$	E_{19}	$E_{22}(t_6)$
$E_{16}(t_7),E_{17}(t_9)$	E_{20}	$E_{23}(t_8)$
$E_{16}(t_8),E_{18}(t_9)$	E_{21}	$E_{23}(t_7),E_{24}(t_{11})$
$E_{19}(t_6),E_{17}(t_8),E_{18}(t_7)$	E_{22}	$E_{23}(t_9)$
$E_{22}(t_9),E_{20}(t_8),E_{21}(t_7)$	E_{23}	$E_{25}(t_{11}),E_{26}(t_{10})$
$E_{21}(t_{11})$	E_{24}	$E_{25}(t_8)$
$E_{24}(t_8),E_{23}(t_{11})$	E_{25}	$E_{27}(t_{10})$
$E_{23}(t_{10})$	E_{26}	$E_{27}(t_{11})$
$E_{26}(t_{11}),E_{25}(t_{10})$	E_{27}	$E_{28}(t_{12})$
$E_{27}(t_{12})$	E_{28}	-

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
FACULDADE DE ARQUITETURA E URBANISMO
BIBLIOTECA

4.5.4 – SEQUÊNCIA DE ESTADOS VIÁVEIS

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_4} E_5 \xrightarrow{t_6} E_8 \xrightarrow{t_5} E_{12} \xrightarrow{t_9} E_{16} \xrightarrow{t_7} E_{20} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{11}} E_{25} \xrightarrow{t_{10}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_4} E_5 \xrightarrow{t_6} E_8 \xrightarrow{t_5} E_{12} \xrightarrow{t_9} E_{16} \xrightarrow{t_7} E_{20} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{10}} E_{26} \xrightarrow{t_{11}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_4} E_5 \xrightarrow{t_6} E_8 \xrightarrow{t_5} E_{12} \xrightarrow{t_8} E_{18} \xrightarrow{t_7} E_{21} \xrightarrow{t_{11}} E_{24} \xrightarrow{t_8} E_{25} \xrightarrow{t_{10} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_4} E_5 \xrightarrow{t_6} E_8 \xrightarrow{t_5} E_{12} \xrightarrow{t_8} E_{18} \xrightarrow{t_7} E_{22} \xrightarrow{t_9} E_{23} \xrightarrow{t_{10}} E_{26} \xrightarrow{t_{11}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_4} E_5 \xrightarrow{t_6} E_8 \xrightarrow{t_5} E_{12} \xrightarrow{t_9} E_{10} \xrightarrow{t_7} E_{22} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{11}} E_{25} \xrightarrow{t_{10}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$*E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_4} E_5 \xrightarrow{t_5} E_9 \xrightarrow{t_6} E_{12} \xrightarrow{t_9} E_{16} \xrightarrow{t_7} E_{20} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{11}} E_{25} \xrightarrow{t_{10}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$*E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_4} E_5 \xrightarrow{t_5} E_9 \xrightarrow{t_6} E_{12} \xrightarrow{t_9} E_{16} \xrightarrow{t_7} E_{20} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{10}} E_{26} \xrightarrow{t_{11}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$*E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_4} E_5 \xrightarrow{t_5} E_9 \xrightarrow{t_6} E_{12} \xrightarrow{t_9} E_{17} \xrightarrow{t_7} E_{20} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{11}} E_{25} \xrightarrow{t_{10}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$*E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_4} E_5 \xrightarrow{t_5} E_9 \xrightarrow{t_6} E_{12} \xrightarrow{t_9} E_{17} \xrightarrow{t_7} E_{20} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{10}} E_{26} \xrightarrow{t_{11}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$*E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_4} E_5 \xrightarrow{t_5} E_9 \xrightarrow{t_6} E_{12} \xrightarrow{t_9} E_{17} \xrightarrow{t_7} E_{22} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{11}} E_{25} \xrightarrow{t_{10}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$*E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_4} E_5 \xrightarrow{t_5} E_9 \xrightarrow{t_6} E_{12} \xrightarrow{t_9} E_{17} \xrightarrow{t_7} E_{22} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{10}} E_{26} \xrightarrow{t_{11}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$*E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_4} E_5 \xrightarrow{t_5} E_9 \xrightarrow{t_6} E_{12} \xrightarrow{t_9} E_{18} \xrightarrow{t_7} E_{21} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{11}} E_{25} \xrightarrow{t_{10}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$*E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_4} E_5 \xrightarrow{t_5} E_9 \xrightarrow{t_6} E_{12} \xrightarrow{t_9} E_{18} \xrightarrow{t_7} E_{21} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{11}} E_{26} \xrightarrow{t_{10}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_4} E_5 \xrightarrow{t_5} E_9 \xrightarrow{t_6} E_{12} \xrightarrow{t_9} E_{10} \xrightarrow{t_7} E_{21} \xrightarrow{t_{11}} E_{24} \xrightarrow{t_8} E_{25} \xrightarrow{t_{10}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$*E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_4} E_5 \xrightarrow{t_5} E_9 \xrightarrow{t_6} E_{12} \xrightarrow{t_9} E_{16} \xrightarrow{t_7} E_{22} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{11}} E_{25} \xrightarrow{t_{10}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_4} E_5 \xrightarrow{t_5} E_9 \xrightarrow{t_7} E_{13} \xrightarrow{t_6} E_{17} \xrightarrow{t_9} E_{20} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{11}} E_{25} \xrightarrow{t_{10}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_4} E_5 \xrightarrow{t_5} E_9 \xrightarrow{t_7} E_{13} \xrightarrow{t_6} E_{17} \xrightarrow{t_9} E_{20} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{10}} E_{26} \xrightarrow{t_{11}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_4} E_5 \xrightarrow{t_5} E_9 \xrightarrow{t_7} E_{13} \xrightarrow{t_6} E \xrightarrow{t_8} E_{22} \xrightarrow{t_9} E_{23} \xrightarrow{t_{11}} E_{25} \xrightarrow{t_{10}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_4} E_5 \xrightarrow{t_5} E_9 \xrightarrow{t_7} E_{13} \xrightarrow{t_6} E_{17} \xrightarrow{t_8} E_{22} \xrightarrow{t_9} E_{23} \xrightarrow{t_{10}} E_{26} \xrightarrow{t_{11}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_4} E_5 \xrightarrow{t_5} E_9 \xrightarrow{t_7} E_{13} \xrightarrow{t_8} E_{19} \xrightarrow{t_6} E_{22} \xrightarrow{t_9} E_{23} \xrightarrow{t_{11}} E_{25} \xrightarrow{t_{10}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_4} E_5 \xrightarrow{t_5} E_9 \xrightarrow{t_7} E_{13} \xrightarrow{t_8} E_{19} \xrightarrow{t_6} E_{22} \xrightarrow{t_9} E_{23} \xrightarrow{t_{10}} E_{26} \xrightarrow{t_{11}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_4} E_5 \xrightarrow{t_5} E_9 \xrightarrow{t_8} E_{14} \xrightarrow{t_6} E_{18} \xrightarrow{t_7} E_{22} \xrightarrow{t_9} E_{23} \xrightarrow{t_{11}} E_{25} \xrightarrow{t_{10}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_4} E_5 \xrightarrow{t_5} E_9 \xrightarrow{t_8} E_{14} \xrightarrow{t_6} E_{18} \xrightarrow{t_7} E_{22} \xrightarrow{t_9} E_{23} \xrightarrow{t_{10}} E_{26} \xrightarrow{t_{11}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$*E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_5} E_6 \xrightarrow{t_4} E_9 \xrightarrow{t_6} E_{12} \xrightarrow{t_9} E_{16} \xrightarrow{t_7} E_{20} \xrightarrow{t_8} 23 \xrightarrow{t_{11}} 25 \xrightarrow{t_{10}} 27 \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$*E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_5} E_6 \xrightarrow{t_4} E_9 \xrightarrow{t_6} E_{12} \xrightarrow{t_9} E_{16} \xrightarrow{t_7} E_{20} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{10}} E_{26} \xrightarrow{t_{11}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$*E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_5} E_6 \xrightarrow{t_4} E_9 \xrightarrow{t_6} E_{12} \xrightarrow{t_9} E_{17} \xrightarrow{t_7} E_{20} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{11}} E_{25} \xrightarrow{t_{10}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_5} E_6 \xrightarrow{t_4} E_9 \xrightarrow{t_6} E_{12} \xrightarrow{t_9} E_{17} \xrightarrow{t_7} E_{20} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{10}} E_{26} \xrightarrow{t_{11}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_5} E_6 \xrightarrow{t_4} E_9 \xrightarrow{t_6} E_{12} \xrightarrow{t_9} E_{17} \xrightarrow{t_7} E_{22} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{11}} E_{25} \xrightarrow{t_{10}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_5} E_6 \xrightarrow{t_4} E_9 \xrightarrow{t_6} E_{12} \xrightarrow{t_9} E_{17} \xrightarrow{t_7} E_{22} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{10}} E_{26} \xrightarrow{t_{11}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$*E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_5} E_6 \xrightarrow{t_4} E_9 \xrightarrow{t_6} E_{12} \xrightarrow{t_9} E_{18} \xrightarrow{t_7} E_{21} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{11}} E_{25} \xrightarrow{t_{10}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$*E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_5} E_6 \xrightarrow{t_4} E_9 \xrightarrow{t_6} E_{12} \xrightarrow{t_9} E_{18} \xrightarrow{t_7} E_{21} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{11}} E_{26} \xrightarrow{t_{10}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$*E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_3} E_3 \xrightarrow{t_5} E_6 \xrightarrow{t_4} E_9 \xrightarrow{t_6} E_{12} \xrightarrow{t_9} E_{18} \xrightarrow{t_7} E_{21} \xrightarrow{t_{11}} E_{24} \xrightarrow{t_8} E_{25} \xrightarrow{t_{10}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_4} E_4 \xrightarrow{t_3} E_5 \xrightarrow{t_6} E_8 \xrightarrow{t_5} E_{12} \xrightarrow{t_9} E_{16} \xrightarrow{t_7} E_{20} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{11}} E_{25} \xrightarrow{t_{10}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_4} E_4 \xrightarrow{t_3} E_5 \xrightarrow{t_6} E_8 \xrightarrow{t_5} E_{12} \xrightarrow{t_9} E_{16} \xrightarrow{t_7} E_{20} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{10}} E_{26} \xrightarrow{t_{11}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_4} E_4 \xrightarrow{t_3} E_5 \xrightarrow{t_6} E_8 \xrightarrow{t_5} E_{12} \xrightarrow{t_8} E_{18} \xrightarrow{t_7} E_{22} \xrightarrow{t_9} E_{23} \xrightarrow{t_{10}} E_{25} \xrightarrow{t_{11}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_4} E_4 \xrightarrow{t_3} E_5 \xrightarrow{t_6} E_9 \xrightarrow{t_6} E_{12} \xrightarrow{t_9} E_{18} \xrightarrow{t_7} E_{22} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{11}} E_{26} \xrightarrow{t_{10}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_4} E_4 \xrightarrow{t_3} E_5 \xrightarrow{t_5} E_9 \xrightarrow{t_7} E_{13} \xrightarrow{t_6} E_{17} \xrightarrow{t_9} E_{20} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{11}} E_{25} \xrightarrow{t_{10}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_4} E_4 \xrightarrow{t_3} E_5 \xrightarrow{t_5} E_9 \xrightarrow{t_7} E_{13} \xrightarrow{t_6} E_{17} \xrightarrow{t_9} E_{20} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{10}} E_{26} \xrightarrow{t_{11}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_4} E_4 \xrightarrow{t_3} E_5 \xrightarrow{t_5} E_9 \xrightarrow{t_7} E_{13} \xrightarrow{t_6} E \xrightarrow{t_8} E_{22} \xrightarrow{t_9} E_{23} \xrightarrow{t_{11}} E_{25} \xrightarrow{t_{10}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_4} E_4 \xrightarrow{t_3} E_5 \xrightarrow{t_5} E_9 \xrightarrow{t_7} E_{13} \xrightarrow{t_6} E_{17} \xrightarrow{t_8} E_{22} \xrightarrow{t_9} E_{23} \xrightarrow{t_{10}} E_{26} \xrightarrow{t_{11}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_4} E_4 \xrightarrow{t_3} E_5 \xrightarrow{t_5} E_9 \xrightarrow{t_7} E_{13} \xrightarrow{t_8} E_{19} \xrightarrow{t_6} E_{22} \xrightarrow{t_9} E_{23} \xrightarrow{t_{11}} E_{25} \xrightarrow{t_{10}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_4} E_4 \xrightarrow{t_3} E_5 \xrightarrow{t_5} E_9 \xrightarrow{t_7} E_{13} \xrightarrow{t_8} E_{19} \xrightarrow{t_6} E_{22} \xrightarrow{t_9} E_{23} \xrightarrow{t_{10}} E_{26} \xrightarrow{t_{11}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_4} E_4 \xrightarrow{t_3} E_5 \xrightarrow{t_5} E_9 \xrightarrow{t_8} E_{14} \xrightarrow{t_6} E_{18} \xrightarrow{t_7} E_{22} \xrightarrow{t_9} E_{23} \xrightarrow{t_{11}} E_{25} \xrightarrow{t_{10}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_4} E_4 \xrightarrow{t_3} E_5 \xrightarrow{t_5} E_9 \xrightarrow{t_8} E_{14} \xrightarrow{t_6} E_{18} \xrightarrow{t_7} E_{22} \xrightarrow{t_9} E_{23} \xrightarrow{t_{10}} E_{26} \xrightarrow{t_{11}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_4} E_4 \xrightarrow{t_6} E_7 \xrightarrow{t_3} E_8 \xrightarrow{t_5} E_{12} \xrightarrow{t_9} E_{16} \xrightarrow{t_7} E_{20} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{11}} E_{25} \xrightarrow{t_{10}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_4} E_4 \xrightarrow{t_6} E_7 \xrightarrow{t_3} E_8 \xrightarrow{t_5} E_{12} \xrightarrow{t_9} E_{16} \xrightarrow{t_7} E_{20} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{10}} E_{26} \xrightarrow{t_{11}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_4} E_4 \xrightarrow{t_6} E_7 \xrightarrow{t_3} E_8 \xrightarrow{t_5} E_{12} \xrightarrow{t_8} E_{18} \xrightarrow{t_7} E_{22} \xrightarrow{t_9} E_{23} \xrightarrow{t_{10}} E_{26} \xrightarrow{t_{11}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

$E_0 \xrightarrow{t_1} E_1 \xrightarrow{t_2} E_2 \xrightarrow{t_4} E_4 \xrightarrow{t_6} E_7 \xrightarrow{t_3} E_8 \xrightarrow{t_5} E_{12} \xrightarrow{t_9} E_{18} \xrightarrow{t_7} E_{22} \xrightarrow{t_8} E_{23} \xrightarrow{t_{11}} E_{25} \xrightarrow{t_{10}} E_{27} \xrightarrow{t_{12}} E_{28}$

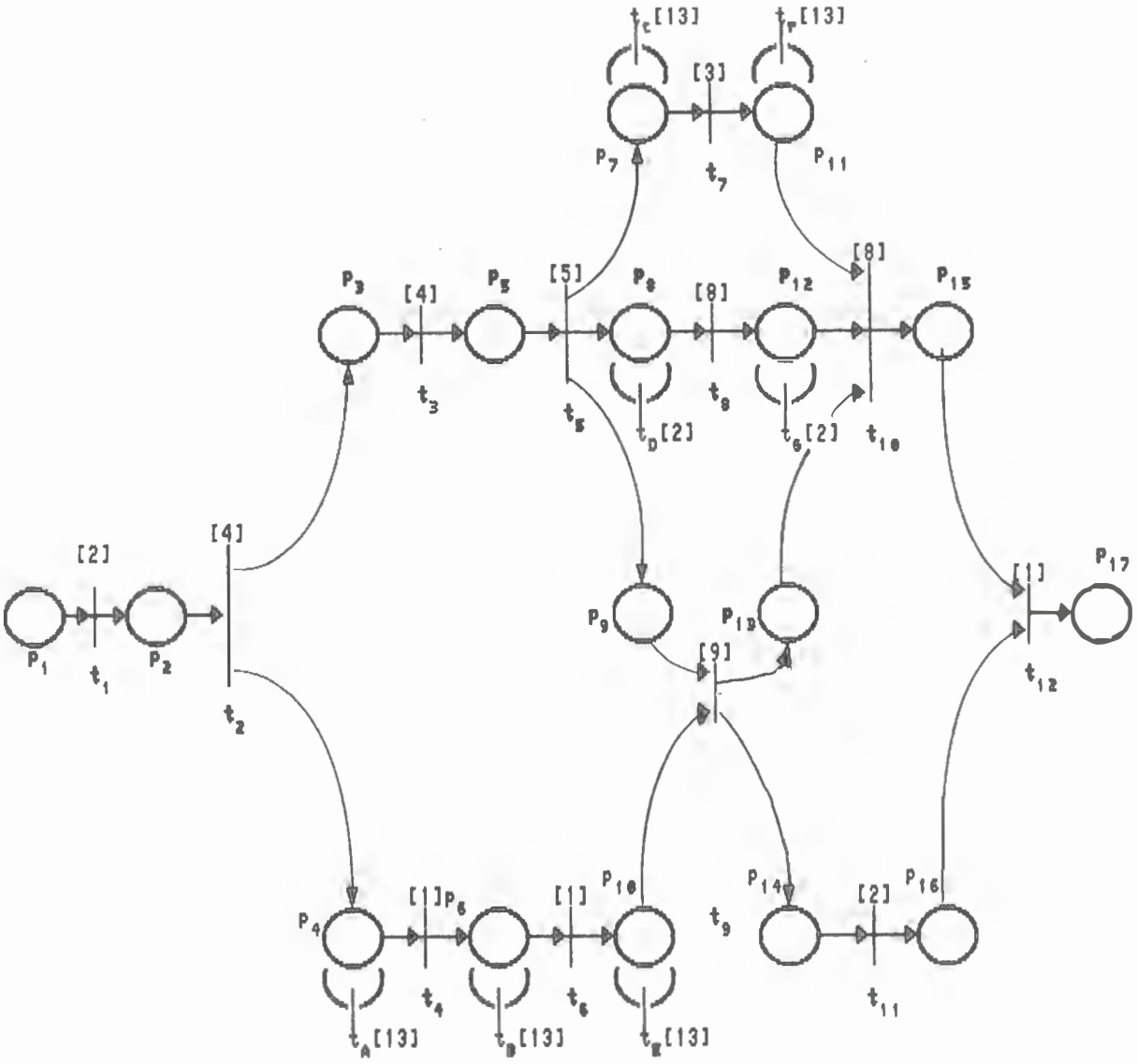
4.5.5 – Quadriculado Para Determinação Das Datas De Disparo Das Fichas

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9	P_{10}	P_{11}	P_{12}	P_{13}	P_{14}	P_{15}	P_{16}	P_{17}
P_1		$2\ t_1$															
P_2			$4\ t_2$	$4\ t_2$													
P_3					$4\ t_3$												
P_4						$1\ t_4$											
P_5							$5\ t_5$	$5\ t_5$	$5\ t_5$								
P_6										$1\ t_6$							
P_7											$3\ t_7$						
P_8												$4\ t_8$					
P_9													$6\ t_9$	$6\ t_9$			
P_{10}													$6\ t_9$	$6\ t_9$			
P_{11}															$8\ t_{10}$		
P_{12}															$8\ t_{10}$		
P_{13}															$8\ t_{10}$		
P_{14}																$2\ t_{11}$	
P_{15}																	$1\ t_{12}$
P_{16}																	$1\ t_{12}$
P_{17}																	

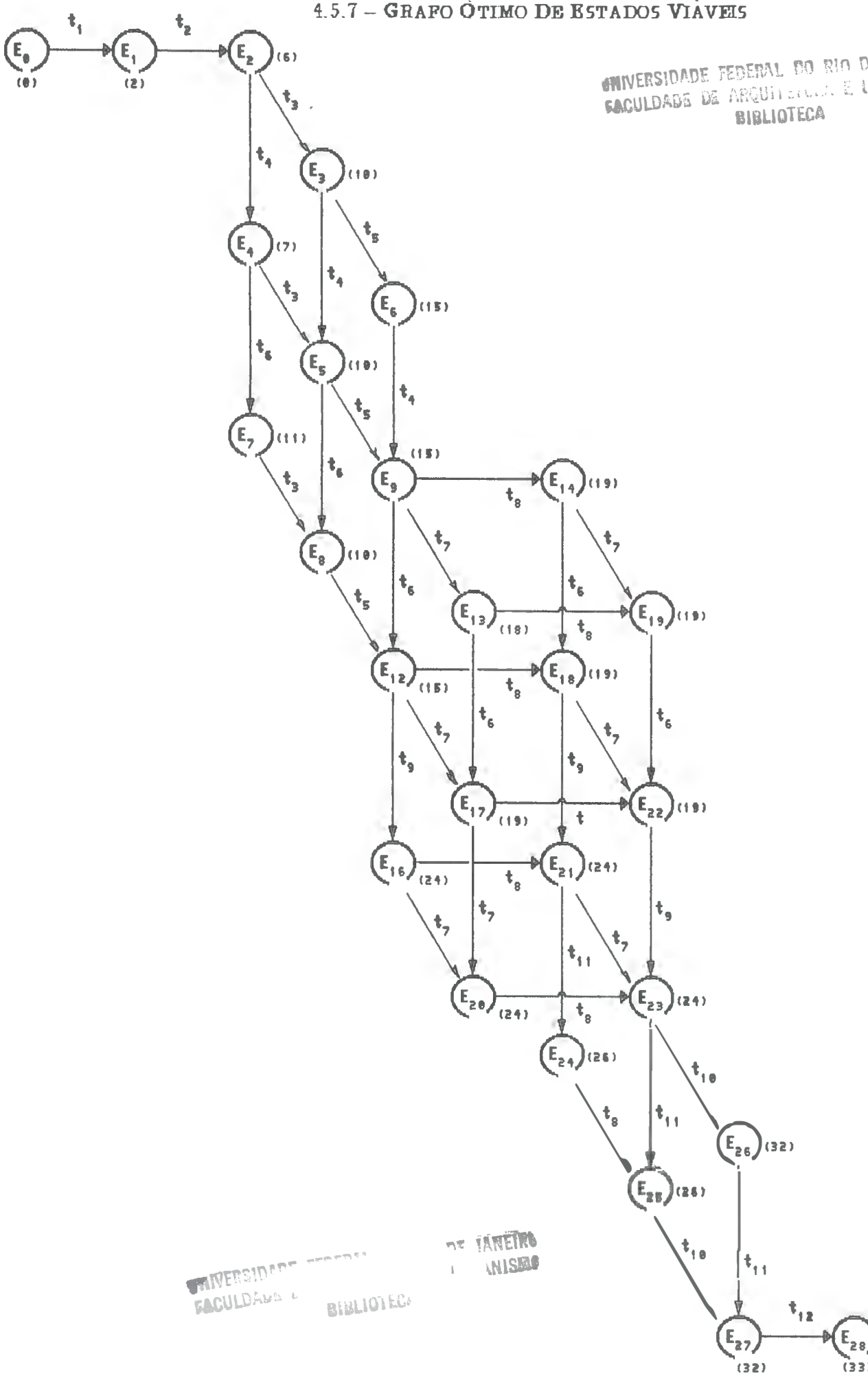
dmc	0	2	6	6	10	7	15	15	15	8	18	19	21	21	29	23	30
													14	14	26		24
															27		
dmt	13	15	12	19	16	20	18	17	21	21	21	21	21	27	29	29	30
	7	9	6	13	10	14	12	11	15	15	15	15	15	21	23	23	24
	7	9	6	13	0	14			15	15							
	1	3	0	7	4	8			9	9							
	6	8	8		12												
	0	2	2		6												
	0	2	9		13												
	-6	-4	3		7												
	2	4															
	0	-2															
	3	5															
	-3	-1															

* dmc – disparo ao mais cedo de uma transicao, dmt – disparo ao mais tarde de uma transicao

4.5.6 – Rede De Petri t–Temporizada Para Racionalização Da Gerencia



4.5.7 – Grafo Ótimo De Estados Viáveis



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
FACULDADE DE ARQUITETURA E URBANISMO
BIBLIOTECA

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
FACULDADE DE ARQUITETURA E URBANISMO
BIBLIOTECA

Exemplo de determinação do caminho ótimo de estados

Seja a sequência de estados abaixo

$$\alpha_0 = E_0 \underset{t_1}{—} E_1 \underset{t_2}{—} E_2 \underset{t_3}{—} E_3 \underset{t_4}{—} E_5 \underset{t_5}{—} E_9 \underset{t_6}{—} E_{12} \underset{t_9}{—} E_{16} \underset{t_7}{—} E_{20} \underset{t_8}{—} E_{23} \underset{t_{11}}{—} E_{25} \underset{t_{10}}{—} E_{27} \underset{t_{12}}{—} E_{28}$$

$\alpha_0 = 0$

$\alpha_1 = \alpha_0 + t_1 = 2$

$\alpha_2 = \alpha_1 + t_2 = 6$

$\alpha_3 = \alpha_2 + \mathrm{MAX}(t_3, t_4) = 10$

$\alpha_5 = \alpha_2 + \mathrm{MAX}(t_4, t_3) = 10$

$\alpha_9 = \alpha_2 + \mathrm{MAX}\,(t_4, t_3 + t_5) = 15$

$\alpha_{12} = \alpha_2 + \mathrm{MAX}(t_4 + t_6, t_3 + t_5) = 15$

$\alpha_{16} = \alpha_{12} + t_9 = 24$

$\alpha_{20} = \alpha_{12} + \mathrm{MAX}(t_7, t_9) = 24$

$\alpha_{23} = \alpha_{12} + \mathrm{MAX}\,(t_8, t_9) = 24$

$\alpha_{25} = \alpha_{22} + t_{11} = 26$

$\alpha_{27} = \alpha_{25} + (t_{10}, t_{11}) = 32$

$\alpha_{28} = \alpha_{27} + t_{12} = 33$

4.6 – ANÁLISE DO ESTUDO DE CASO

A partir das Fig.IV.8 e IV.9 verifica–se a veracidade do modelo de **ALCANTARA GOMES** aplicado as Redes de Petri t–Temporizadas; onde nos defrontamos com a estrutura do planejamento por estados, a qual é representado por uma modelagem tridimencional(vide 4.5.7), diferente da usual que é planar (Gráficos Gantt, Cronogramas Físico e Físico–financeiro e Grafos P.E.R.T.); que consequentemente nos mostra o porque do insucesso de muitas obras quanto ao prazo de entrega, principalmente aquelas que se valem ou dos mesmos equipamentos ou das mesmas máquinas ou de equipes especializadas para a execução de um ou mais empreendimentos. Reforça–se ,ainda, que a utilidade da Rede de Petri t–Temporizada para racionalização da gerência (vide 4.5.6) é indicada através dos laços avaliados das posições, com o fator tempo; fator este que é o usado quando ocorrem problemas em tempo real e não existem condições ideais e financeiras de tempo hábil para se tomar providências de emergência.

CAPÍTULO V

CONCLUSÃO

Do que foi exposto, pode–se indicar que as Redes de Petri t–Temporizadas que se constituem em um método eficiente para modelagem e análise de sistemas construtivos, e são particularmente adaptados à modelagem de destes sistemas discretos da produção.

A ferramenta Redes de Petri t–Temporizada de ALCANTARA GOMES permite uma modelagem diretamente interpretável e uma maior flexibilidade para testar a complexidade (tempo e espaço) e o planejamneto dos sistema construtivos.

Em uma representação clássica de um sistema de produção do tipo grafo potencial–tarefa (Redes P.E.R.T.), os recursos utilizados não aparecem de forma explícita e só podem ser descritos em termos de subcaminhos do grafo. A transformação de um grafo potencial–tarefa em Redes de Petri t–Temporizada conduz a uma classe particular deste, para o qual é possível estabelecer procedimentos de análise de tipo estrutural e para o caso onde uma sequência de estados apresentar mais de uma transição igual entre estados, esta sequência não sera viável pelo fato de não podermos realizar uma atividade mais de uma e apenas uma vez. As Redes de Petri permitem descrever, também, sistemas discretos cujo funcionamento não é totalmente determinado por regras operacionais. Este é o caso, por exemplo, que se verifica quando existem recursos não compartilháveis, já que nehuma regra de prioridade na utilização deste, foi ainda formulada. Assim, a Rede de Petri, permite visualizar o problema da alocação de recursos às atividades e por muitas vezes verificar que a duração final do caminho crítico das Redes

4.6 – ANÁLISE DO ESTUDO DE CASO

A partir das Fig.IV.8 e IV.9 verifica–se a veracidade do modelo de **ALCANTARA GOMES** aplicado as Redes de Petri t–Temporizadas; onde nos defrontamos com a estrutura do planejamento por estados, a qual é representado por uma modelagem tridimencional(vide 4.5.7), diferente da usual que é planar (Gráficos Gantt, Cronogramas Físico e Físico–financeiro e Grafos P.E.R.T.); que consequentemente nos mostra o porque do insucesso de muitas obras quanto ao prazo de entrega, principalmente aquelas que se valem ou dos mesmos equipamentos ou das mesmas máquinas ou de equipes especializadas para a execução de um ou mais empreendimentos. Reforça–se ,ainda, que a utilidade da Rede de Petri t–Temporizada para racionalização da gerência (vide 4.5.6) é indicada através dos laços avaliados das posições, com o fator tempo; fator este que é o usado quando ocorrem problemas em tempo real e não existem condições ideais e financeiras de tempo hábil para se tomar providências de emergência.

P.E.R.T./C.P.M. não é confiável quando avaliado pelo método tradicional.

Técnicas do tipo enumerativo podem levar à solução do problema de alocação pela execução de grafo de estados.

Em relação às perspectivas de desenvolvimento ulterior ao trabalho aqui apresentado, pode–se citar a aplicação prática dos resultados teóricos e metodológicos já desenvolvidos para o planejamento, racionalização e a organização de atividades ligadas a indústria da construção civil, aliadas a técnicas adequadas de apropriação e cronoanálise dos sistemas construtivos.

As Redes de Petri quando aplicadas a indústria da construção civil, se mostram uma ferramenta de grande utilidade, por introduzirem um diálogo entre os níveis de sequenciamento e o de coordenação geral e controle do processo. Em virtude disto possibilitam através da hierarquia, representar a obra nos seus diversos níveis, além de permitir o controle da mesma pelas datas de disparo mais cedo e mais tarde das transições. Nas posições que possuem laços(arco–transição–arco), com o fator tempo associado, permitem a gerência da construção uma flexibilidade, limitada por estes tempos, condicionando a uma eficaz racionalização da produção da obra..

As decisões em tempo real que são possíveis de serem tomadas durante a realização das construções com a utilização das Redes de Petri t–Temporizadas, diminuem o risco de terminarmos o "produto" depois do tempo pré–definido em projeto, sendo consequente uma diminuição dos custos de construção, pelo fato de que o controle da obra se torna mais efetivo quando é utilizado com esse tipo de decisão.

As Redes de Petri podem, também ser utilizadas como um agente inter–comunicador entre duas ou mais obras, assim através dessas redes pode–se verificar a utilização e o intercâmbio dos equipamentos e mão–de–obra, entre as obras durante as suas fases executivas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAKY, T. e KASANI. (1977), **"Decidable Problems on Strong Connetivity of Petri Reacheability Sets"**, Theoretical Computer Science, vol.4, pp.99–119.

ATABAKHCHE, H.,SIMONETTI–BARBALHO, D.,VALETTE, R. e COURVOISIER, M. (1987a), **"Commande d'Ateliers: un Compromis est–il Possible Entre une Approche Graphique et une Approche Intelligence Artificielle"**, APII, vol.21, pp.377–394.

ATABAKHCHE, H. (1987b), **"Utilisation Conjointe de l'Intelligence Artificielle et Des Réseaux de Petri: Application au Contrôle d'Exécution d'un Plan de Fabrication"**, Thèse de l'Université Paul Sabatier, Toulouse.

ATAEV, S. S. (1980), **"Construction Technology"**, Mir Publishers, Moscow.

AZEREDO, H. A. (1981), **"O Edifício até sua Cobertura"**, Ed. Edgard Blücher Ltda.

AZEREDO, H. A. (1987), **"O Edifício e seu Acabamento"**, Ed. Edgard Blücher Ltda.

AZOULAY, P. e DASSONVILLE, P. (1976), **"Recherche Opérationnelle de Gestion"**, Paris, Presses Universitaries de France, vol.1.

BARNES, R. M. (1977), **"Estudos de Movimentos e de Tempos"**, Ed.Edgard Blücher Ltda. 6ª edição.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
FACULDADE DE ARQUITETURA E URBANISMO
BIBLIOTECA

BAUD, G. (1981), **"Manual de Construção"**, Hemus Livraria Editora Ltda, 2ª Edição.

BEL, G. e DUBOIS, D. (1985), **"Modélisation et Simulation de Systèmes Automatizes de Production"**, R.A.I.R.O., vol.19, nº 1, pp.3–43.

BENSANA, E., CORREGE, M., BEL, G. e DUBOIS,D. (1986), **"An Expert System Approach to Industrial Job–Shop Scheduling"**, IEEE International Conference on Robotics and Automation, San Francisco.

BERTHELOT, G. (1983), **"Transformations et Analyse de Réseaux de Petri: Application aux Protocoles"**. Thèse d'état, Université Paris VI.

BERTHOMIEU, B. e MENASHE, M. (1982), **"A State Enumeration Approach for Analysing Time Petri Nets"**, 3rd European Workshop on Applications and Theory of Petri Nets, Varenna, Italy.

BERTHOMIEU, B., ALGAYRES, B., DIAZ, M. e MARTIN, J.M., **"Models Formels Bases Sur Les Reseaux de Petri, Introduction et exemples"** CNRS, Toulouse.

BEZAKOUR, K e VALETTE (1984), **"Simulateur P.S.I."**, Report Scientifique nº 84.065, LAAS du CNRS, Toulouse, pp.1–55.

BOAVENTURA NETTO, P. O. (1979), **"Teoria e Modelo de Grafos"**, Edgard Blücher Ltda/CNPq, São Paulo.

BOITEUX, C. D. (1985), **"PERT/CPM/Roy e outras Técnicas de Programação e Controle"**, LTC Ed., Rio de Janeiro.

BORGES, A. C. (1981), **"Prática das Pequenas Construções"**, Ed. Edgard Blücher Ltda, vol I e II.

BOUREY, J. P., CORBEEL, D., CRAYE, E. e GENTINA, J. C. (1987), **"Utilisation des Réseaux de Petri Structurés Adaptatifs Colorés dans l'Analyse et la Synthèse du Contrôle Hiérarchisé de Processus Discontinus"**, APII vol. 21, pp.343–362.

BRAMS, G. W. (1983), **"Réseaux de Petri–Théorie et Pratique"**, tomo 1 et 2, Masson Ed.

BRONSON, R. (1982), **"Pesquisa Operacional"**, Schaum–Mc Graw Hill, São Paulo.

BURBIDGE, J. L. (1983), **"Planejamento e Controle da Produção"**, Ed. Atlas, 1º edição.

CARDÃO, C. (1981), **"Técnica da Construção"**, Ed. Engenharia e Arquitetura, vol. I e II.

CASPI, P. e HALBWACHS, N. (1982), **"Analyse Approchée du Comportement Asymptotique des Systèmes Temporisés"**, Repport de Recherche, RR. 322, IMAG, Grenoble.

CASTELAIN, E., CORBEEL, D. e GENTINA, J. C. (1987) **"Apports de L'Intelligence Artificielle Dans la Réalisation d'un Simulateur de Réseaux de Petri Étendus"**, APII vol.21, pp.363–375.

CAVANA, M., DOLLE, F. e MOALLA, M. (1981), **"Outils CAO Pour L'Analyse, la Spécification et la Réalisation de L'Automatisation d'un Équipement de Production"**, 3e Journées Scientifiques et Techniques de la Production Automatisée, Toulouse.

CHRETIENNE, P. (1983), **"Les Réseaux de Petri Temporisés"**. Tése, Université de Paris IV, Paris.

CHRETIENNE, P. (1984), **"Executions Controlées de Réseaux de Petri Temporisés"**, Technique Science Informatique vol. 3, nº 1.

CHRETIENNE, P. (1985), **"Analyse des Régimes Transitoire et Assymptotique d'un Graphe d'evenements Temporisé"**. TSI, vol. 4, nº 1, pp.127–142.

COHEN, G., DUBOIS, D., QUADRAT, J. e VIOT, M. (1985), **"A Linear System–Theoretic View of Discrete–Event Process and Its Use for Performance Evaluation in Manufacturing"**, IEEE Transactions on Automatic Control, vol. AC. 30, nº 3, pp.210–220.

COOLAHAN, J. e ROUSSOPOULO, N. (1983), **"Timing Requirements for Time–Driver Systems Using Augmented Petri Nets"**, IEEE Transactions on Software Engeneering, vol. SE9, nº 5, pp.603–616.

DATTA, A. e GHOSH, S. (1984), **"Synthesis of Class of Deadlock Free Petri Nets"**, Journal of Association for Computing Machinery, vol. 31, pp.486–506.

DUBOIS, D., STECKE, K e BEL, G. (1985), **"Utilisation des Réseaux de Petri Determinists et Temporisés pour la Représentation et L'Analyse de Ceratins Processes de Production"**, Repport Technique du LSI nº 232.

ERSCHLER, J. e ESQUIROL, P. (1986), **"Decision–Aid in Job–Shop Scheduling: a Knowledge Based Approach"**, IEEE International Conference on Robotics and Automation", San Francisco.

ESQUIROL, P. (1987), **"Regles et Processus D'Inference Pour L'Aide a L'Ordonnancement de Tâches en Presence de Contraintes"**, These de Docteur, Universite Paul Sabatier, Toulouse.

ESTEBAN, P. (1985), **"Sur La Recherche d'Algorithmes Simplifics d'Analyse des Réseaux de Petri"**, These de Docteur, Universite Paul Sabatier, Toulouse.

FALLAHI, H. A. (1987), **"Utilisation Conjointe de L'Intelligence Artificielle et des Réseaux de Petri: Application au Contrôle d'Exécution d'un Plan de Fabrication"**, Thèse, Universidade de Toulouse.

FURTADO, A. L. (1973), **"Teoria dos Grafos: Algoritmos"**, Série Ciência da Computação, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro.

GALPERIN, M., DOMBROVSKY, N. e MESTECHKIN, L. (1982), **"Construction Equipment"**, Mir Publishers, Moscow.

GENRICH, H. J. e LAUTENBACH, K. (1981), **"System Modelling with High–Level Petri Nets"**, Theoretical Computer Science, vol. 13, pp.109–136.

GENRICH, H. J. (1986), **"Predicate/Transition Nets, Petri Nets: Central Models and their Properties"**, Lecture Notes in Computer Science, nº 254, pp.207–247.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
FACULDADE DE ARQ... TURA E URBANISMO
BIBLIOTECA

GHOSH, S. (1977), **"Some Comments on Timed Petri Nets"**, Journées AFCET sur les Réseaux de Petri, L'Institute de Programmation, Paris, pp.151–163.

GIBSON, J.L., IVANCEVICH, J.M., DONNELY Jr, J. H.(1976), **"Organizations: Behavior, Structure, Process"**. Business Publications INC. Dallas, Texas

GOLTZ, U. e REISIG, W. (1983), **"The Non–Sequencial Behaviour of Petri Nets"**, Information and Control, vol. 57, pp.125–147.

GOMES, C. A. A. (1983a), **"Organização dos Operários em Regime de Tarefa na Indústria da Contrução Civil"**, DEI/UFRJ.

GOMES, C. A. A. (1983b), **"Uma Abordagem da Administração da Produção com Aplicações na Construção Civil"**, DEI/UFRJ.

GOMES, C. A. A. (1989), **"Planejamento e Controle da Produção:Técnicas de Modelagem e Gráficos de Planejamento"** U.F.R.J.

GOMES, C. A. A. (1990),**"Contribuição à Modelagem e Análise de Sistemas de Produção Utilizando Redes de Petri:Com Aplicação à Indústria da Construção Civil"** Tese D.Sc.

GONDRAN, M. e MINOUX, M. (1984), **"Graphs and Algorithms"**, John Wiley & Sons, Chichester.

GREENBERG, S. (1972), **"GPSS Primer"**, John Wiley and Sons, N.Y..

HARARY, F. (1972), **"Graph Theory"**, Addison–Wesley Pub. Co. Reading.

HESKETH, J. L.(1977), **"Desenvolvimento Organizacional"**, Ed Atlas.

HILLIER, F. S. e LIEBERMAN, G. T. (1973), **"Introduction to Operations Research"**, Holden Roy Inc., San Francisco.

HIRSCHFELD, H. (1987), **"Planejamento com PERT/CPM e Análise de Desempenho"**, Editora Atlas S.A., São Paulo.

HOLLINGER, D. (1985), **"Utilisation Pratique des Réseaux de Petri dans la Conception des Systemes de Production"**, Technique et Science Informatiques, vol. 4, nº 6, pp.509–522.

HURA, G. S. (1982), **"Petri Net as a Modeling Tool"**, Microeletronics Reliability, vol. 22, nº 3, pp.433–439.

HURA, G. S. (1984), **"A Petri Net Approach to Enumerating all Circuits of a Graph"**, Microeletronics Reliability, vol. 24, nº 3, pp.387–389.

INPE–CNPq, (1976), **"Engenharia de Sistemas – Planejamento e Controle de Projetos"**, Ed. Vozes, 4ª Edição

JACKSON, J. R. (1963), **"Jobshop-like Queuing Systems"**, Management Science, vol. 10, nº 1, pp.131–142.

JENSEN, K. (1980), **"How to find Invariants for Coloured Petri Nets"**, DAIM/PB–120, Aarhus University, Dinamarca.

JENSEN, K. (1981), **"Coloured Petri Nets and the Invariant Method"**, Theoretical Computer Science, Holanda, vol. 14, pp.317–336.

JENSEN, K. (1986), **"Coloured Petri nets, Petri nets: Central Models and their properties"**, Lecture Notes in Computer Science nº 254, pp.248–299.

JONES, N. D., LANDWEBER, L. H. e LEIN, Y. E. (1977), **"Complexity of some Problems in Petri Nets"**, Theoretical Computer Science 4, pp.277–299.

KAMATH, M. e VISWANADHAM, N. (1986), **"Applications of Petri net based modelling and analysis of flexible manufacturing systems"**, IEEE International Conference on Robotics and Automation, San Francisco, pp.312–317.

KLEINROCK, L. (1975), **"Queuing Systems"**, New York, John Wiley & Sons, vol. 1.

KOENIGSBERG, E. (1982), **"Twenty Five Years of Cyclic Queues and Closed Queue Networks: A Review"**, Journal of Operacional Research Society, vol. 33, nº 7, pp.605–619.

LEVERSON, N. C. e STOLZY, J. (1987), **"Safety Analysis Using Petri Nets"**, IEEE Transactions on Software Engeneering, vol. SE–13, nº 3, pp.386–395.

LIEBERMAN, R. N. e TURKSEN, I. B. (1981), **"The Complexity of Crane Scheduling Problems"**, Working paper no 81–007, University of Toronto.

LINK, H. (1978), **"Programação e Controle da Produção"**, Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo, Ed. Edgard Blucher.

LUBBEN, R. T. (1989), **"Just–In–Time: Uma estratégia avançada de produção"**, Ed. McGraw–Hill.

MATHEWSON, S. C. (1974), **"Simulation Program Generators"**, Simulation, pp.181–189.

MAYER, R. R. (1977), **"Gerencia de Producción y Operaciones"**, Editorial McGraw–Hill Latino Americana.

MEMMI, G. (1978), **"Fuites et Semi–flotes dans le Réseaux de Petri"**, Thèse de Docteur–Ingénieur, Université de Paris–IV.

MENASCHE, M. (1982), **"Analyse des Réseaux de Petri Temporisés et Application aux Systèmes Distribués"**, Thèse de Docteur–Ingénieur, Université Paul Sabatier, Toulouse.

MENASCHE, M. (1983), **"Time Petri Nets for Analysing and Verifying Time Dependent Communication Protocols"**, 3rd IFIP/WG6.1, International Workshop on Protocol Specification, Testing and Verification, Zurich, Switzerland.

MERLIN, P. M. (1974), **"A study of the Recoverability of Computer Systems"**, Ph.D. Thèsis, Dept. of Information and Computer Science, University of California, Irvine.

MERLIN, P. N. (1976), **"Recoverability of Communication Protocols – Implications of a Theoretical Study"**, IEEE Transactions on communications, vol. COM–24, nº 9, pp.1036–1043.

MILLER, R. W. (1981), **"Planification: La Méthode PERT Toujours Jeune"**, Informatique Plus, sep. 81, pp.22–28.

MISUNAS, D. (1973), **"Petri Nets and Speed Independent Design"**, vol. 16, nº 8, pp.474–481.

MOALLA, M., PULOU, J. e SIFAKIS, J. (1978a), **"Syncronized Petri Nets: A Model for Description of Non–Autonomous Systems"**, Computer Science, Berlim, vol. 64, pp.374–384.

MOALLA, M., PULOU, J. e SIFAKIS, J. (1978b), **"Réseaux de Petri Synchronisés"**, RAIRO Automatique/Systems Analysis and Control, vol. 12, nº 2, pp.103–130.

MONKS, J. G. (1987), **"Administração da Produção"**, Schaum McGraw–Hill, Ed. McGraw–Hill.

MORA–CAMINO, F. A. G. e PEREIRA, A. L. (1986), **"Petri Nets and Assynchronous Concurrent Systems Using Petri Nets"**, IEEE Transactions on Software Engeneering, vol. SE6, nº 5, pp.440–449.

MURATA, T. (1977), **"State Equations, Controlability and Maximal Matchings of Petri Nets"**, IEEE Transactions on Automatic Control, nº 6, pp.412–416.

NIELSEN, M., PLOTKING, G. e WIKSEL, G. (1981), **"Petri Nets, Event Structures and Comains – Part I"**, Theoretical Computer Science, Holland, vol.13, pp.85–108.

NOYES, D. (1977), **"Approches Méthodologiques pour L'Aide à la Conception et a la Conduite des Systèmes de Production"**, Thèse d'Etat, L'Institute Polythecnique, Toulouse.

PEGDEN, C. D. (1982), **"Introduction to SIMAN"**, Sept. Model Corporation, State College, Pensilvania.

PETERSON, J. L. (1977), **"Petri Nets"**, Computing Surveys, Texas, vol.9, nº 3, pp.223–251.

PETERSON, J. L., (1981), **"Petri Net Theory and the Modeling of Systems"**, Prentice–Hall.

PEURIFOY, R. L. (1979), **"Construction Planning, Equipment, and Methods"**, Ed McGraw–Hill, 3ª Edição.

PRADO, D. (1984), **"Administração de Projetos com PERT/CPM"**, Livros Técnicos e Científicos Ed., Rio de Janeiro.

PRITSKER, A. A. B. (1974), **"The GASP IV Simulation Language"**, NY Wiley.

PRITSKER, A. A. B. (1977), **"Modeling and Analysis Using Q–GERT Networks"**, Halsted Press, New York.

PRITSKER, A. A. B. e PEDGEN, C. D. (1979), **"Introduction to Simulation and SLAM"**, Halsted Press, New York.

PUJOLLE, G. (1980), **"Réseaux de Files D'Attente à Forme Produit"**, RAIRO, Recherche Opérationelle, vol.14, nº 4, pp.317–330.

QUALHARINI, E.L. (1988) **"Mecanização e Maquinização na Indústria da Construção Civil"**, A.E.V.A.

RAMAMOOTHY, C. V. e HO, G. S. (1980), **"Performance Evaluation Assyncronous Concurrent Systems Using Petri Nets"**, IEEE Transactions on Software Engeneering, vol.SE6, nº 5, pp.440–449.

RAMCHANDANI, C. V. (1974), **"Analysis of Assynchronous Concurrent Systems by Timed Petri Nets"**, Ph.D. Thesis, MIT, Project MAC TR–120.

RAZOUK, R. R. (1983), **"The Derivation of Performance Expression for Comunication Protocols from Timed Petri Nets Models"**. University of California, Irvine, Technical Report nº 211.

REISIG, W. (1985), **"Petri Nets – An Introduction"**, Ed. Springer Verlag, Berlin.

RICHARD, J. (1980a), **"Evolutions Parallelés: Réseaux de Petri"**, L'Informatique Nouvelle, France, 33–38.

RICHARD, J. (1980b), **"Description et Analyse d'un Réseaux de Petri"**, L'Informatique Nouvelle, France, pp.48–51.

RICHARD, J. (1981a), **"Analyse Systématique des Réseaux de Petri"**, L'Informatique Nouvelle, France, pp.49–50.

RICHARD, J. (1981b), **"Implantation d'un Réseaux de Petri: Sur un Processeur"**, L'Informatique Nouvelle, France, pp.47–48.

RICHARD, J. (1981c), **"Implantation d'un Réseaux de Petri: Reálisations Cablées"**, Informatique Nouvelle, France, pp.48–50.

RICHARD, J. (1981d), **"GRAFCET"**, L'Information Nouvelle, France, pp.42–45.

RICHARD, J. (1981e), **"Les Méthodes de Realization du GRAFCET"** Part I–III, L'Informatique Nouvelle, pp.41–43, 42–44–41–43, France.

ROUSSEAU, L. C. (1964), **"O Instrumento do Planejador"**, Planus Consultores.

ROZEMBERG, G. e VERRADT, R. (1983), **"Subset Languages of Petri Nets Part 1: The Relationship to String Languages and Normal Forms"**, Theoretical Computer Science, Holland, pp.310–326.

RUSSOMANO, V. H. (1979), **"Planejamento e Acompanhamento da Produção"**, Ed. Pioneira, 2ª edição.

SAHRAOUI, A., ATABAKHCHE, H., COURVOISIER, M. e VALETTE, R. (1987) **"Joining Petri nets and knowledge based systems for monitoring purposes"**, IEEE International Conference on Robotics and Automation, Raleigh, USA, pp.1160–1165.

SEIDENTHAL, W. (1978), **"PERT/CPM – Planejamento, Programação e Controle"** Ed. Mc Graw Hill ltd., Rio de Janeiro.

SIBERTIN–BLANC, C. (1985) **"High–level Petri nets with data structures"**, 6th European Workshop on Applications and Theory of Petri nets, Helsinki, Finland.

SIFAKIS, J. (1977), **"Use of Petri Nets for Performance Evaluation"** 3rd International Symposium on Modelling and Performance Evaluation of Computer Systems, H. Beiner et E. Gelenbe Eds., North–Holland.

SIFAKIS, J. (1978), **"Structural Properties of Petri Nets"**, Lecture Notes in Computer Science, vol. 64, Berlin, pp.474–483.

SRINI, V. P. e SHRIVER, B. D. (1984), **"A Methodology for Designing and Modeling Reconfigurable Systems"**, International Journal of Computer Science, vol. 13, nº 5, pp.339–394.

TCPO–7, (1980), **"Tabelas de Composições de Preços para Orçamentos"**, Ed. Pini, 7ª edição.

TOULOTTE, J. M. e PURSY, J. P. (1979), **"A Method for Decomposing Interpreted Petri Nets and Its Utilization"**, Digital Processus, England, vol. 5, pp.223–234.

TRETYAKOV, A. (1968), **"Concrete and Concreting"**, Mir Publishers, Moscow.

VALETTE, R., CARDOSO, J., ATABAKHCHE, H. COURVISIEUR, M. e LEMAIRE, T. (1977), **"Petri Nets and Production Rules for Decision Levels in FMS Control"** Repport de Recherche nº 88038, LAAS du CNRS.

VALETTE, R., THOMAS, V. e BOCHMANN, S. (1985), **"SEDRIC: Un Simulatéur a Evenements Discréts Basé Sur Les Réseaux de Petri"**, APII – RAIRO, vol. 19, nº 55, pp.423–436.

VALK, R. e JANTZEN, M. (1983), **"The Residue of Vector Sets With Applications to Decidability Problems in Petri Nets"**, 4th European Workshop on Applications and Theory of Petri Nets, Toulouse, pp.342–381.

WADDELL, J. J. (1968), **"Concrete Construction Handbook"**, McGraw–Hill Book Company.