UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE ECONOMIA
MONOGRAFIA DE BACHARELADO

UMA APLICAÇÃO DO MODELO DE TRÊS FATORES DE FAMA & FRENCH NO MERCADO ACIONÁRIO BRASILEIRO

FABIO FABRI GOMES DA SILVA
Matrícula nº: 106089126

ORIENTADOR: Prof. Eduardo Pontual Ribeiro

SETEMBRO 2017

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE ECONOMIA
MONOGRAFIA DE BACHARELADO

UMA APLICAÇÃO DO MODELO DE TRÊS FATORES DE FAMA & FRENCH NO MERCADO ACIONÁRIO BRASILEIRO

____
FABIO FABRI GOMES DA SILVA
Matrícula nº: 106089126

ORIENTADOR: Prof. Eduardo Pontual Ribeiro

SETEMBRO 2017

As opiniões expressas neste trabalho são de exclusiva responsabilidade do autor

AGRADECIMENTOS

Aos os meus professores do Instituto de Economia da UFRJ, em especial ao meu orientador Prof. Eduardo Pontual Ribeiro. Agradeço minha família pela formação do meu caráter, sempre me incentivando a fazer o melhor pela sociedade, com honestidade e trabalho. Ao meu pai Rodrigo, pelo apoio financeiro, sem o qual todos os meus objetivos estariam comprometidos; à minha mãe, cuja jornada de vida me ensinou a ter consciência da força de minhas escolhas frente a desafios, e à minha companheira Marina, que com sua compreensão e parceria, me nutriu diariamente com o equilíbrio que tanto me auxilia em cada passo dado em minha vida pessoal e profissional.

RESUMO

O trabalho estuda os prêmios de risco das ações de empresas brasileiras negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA), buscando verificar se os retornos podem ser melhor explicados pelo Modelo de 3 Fatores, modelo de precificação de ativos baseado nos estudos de Fama & French (1992, 1993) para o mercado de ações norte-americano, do que pelo modelo unidimensional CAPM. Nos estudos, os autores verificaram que os fatores risco de mercado (beta), tamanho (*market capitalization*), e valor, sendo este o índice calculado pela relação entre o valor patrimonial contábil da empresa e o de mercado (índice *book-to-market*, VPA/P), conjuntamente são capazes de explicar as variações nos retornos das ações. Para o presente trabalho foram utilizadas as ações de empresas brasileiras listadas na BOVESPA no período compreendido entre 2010 e 2016, e todos os dados foram extraídos do banco de dados Economática. A metodologia de teste escolhida foi a mesma recomendada por Costa Jr. e Neves (2000). Para o cálculo dos dos retornos das ações e carteiras, foram utilizados retornos mensais.

GRÁFICOS

TABELAS

ÍNDICE

INTRODUÇÃO

O mercado de ações pode ser compreendido como um espaço abstrato onde são negociadas "partes" de empresas. As ações em si são títulos de propriedade sobre os ativos e passivos de uma empresa, desta forma, quando alguém compra esses títulos, se torna proprietário dela proporcionalmente à quantidade de títulos que possui. Se uma empresa possui, por exemplo, 10.000 ações, ao comprar 100 ações o comprador passa a ser proprietário de 1% da empresa, ou seja, 1% de todos os seus ativos e passivos.

O mercado acionário é um importante mecanismo para a alocação eficiente de recursos. Permite que empresas captem dinheiro sem lançar mão de endividamento, ao mesmo tempo que permite ao público detentor de suas ações compartilhar de seus lucros e da valorização do capital da empresa. Assim, um mercado acionário desenvolvido representa alternativas para a capitalização das empresas, e um veículo de poupança e ganho patrimonial para os investidores.

Um mau entendimento do mercado acionário pela sociedade muitas vezes leva a opiniões de que tal mercado não contribui para o investimento produtivo, pois ao comprar e vender ações, as pessoas estão apenas especulando para obter lucros financeiros. Este é um entendimento errado, (Murphy, 2010:3) esclarece:

> *"Ninguém nega que uma empresa recebe uma forte injeção de capital quando ela vende suas ações pela primeira vez em uma oferta pública inicial (IPO). Mas é a existência de um "mercado secundário" que estimula o valor de revenda dessas ações já existentes e torna os investidores propensos a pagar preços maiores por elas. Em outras palavras, a empresa Acme recebeu mais capital dos investidores quando ela abriu seu capital justamente porque esses investidores sabiam que, caso a empresa fosse bem sucedida, novos investidores iriam em algum momento futuro se interessar em uma fatia da empresa, e aceitariam pagar, por exemplo, $1.000 para comprar ações que presumivelmente já subiram de preço desdo o IPO[1]."*

Está claro que é necessário que os investidores acreditem que a empresa que estão comprando será bem gerida e dará lucros. Para que os investidores confiem na empresa, é necessário que ela aja sempre com transparência em relação a seus acionistas. Desta forma, o mercado acionário gera um ciclo virtuoso que motiva melhores práticas corporativas, barateia

[1] *Initial Public Offering*, termo em inglês para a oferta inicial de ações de uma empresa na bolsa de valores.

a aquisição de capital para as empresas, e funciona como veículo de poupança e ganho patrimonial para o público.

Na literatura de finanças, é comum encontrarmos como justificativa para ganhos de capital a existência do risco de perda do capital inicialmente aplicado. Entre os modelos de formação de preços de ativos sob condições de risco, o mais conhecido é o CAPM[2]. Este modelo relaciona a rentabilidade esperada de um ativo, em um mercado em equilíbrio, com seu risco não diversificável, ou de mercado, também conhecido pelo nome de beta. (Costa Jr. e Neves, 2000)

Em contraste com o CAPM, que usa apenas a variável beta para explicar o retorno de um portfólio ou ativo sobre o retorno do mercado como um todo, (Fama e French, 1992) propuseram um modelo de 3 fatores, onde a capitalização das empresas na bolsa de valores (Tamanho), e seu valor patrimonial dividido pelo seu valor de mercado (Valor), também conhecido como índice VPA/P (índice valor patrimonial por ação dividido pelo preço de mercado da ação), são usados para explicar o retorno.

Os autores estudaram o mercado acionário dos EUA durante o período de 1963 a 1990 e encontraram fortes evidências estatísticas de que tamanho, valor e beta conjuntamente são capazes de explicar cerca de 90% do retorno em excesso de determinado ativo ou portfólio, enquanto o beta por si só não se sustenta como fator explanatório. Os resultados mostraram que empresas de pequeno tamanho e alto valor tiveram retornos esperados maiores, independentemente de terem maior ou menor volatilidade em relação ao mercado, medida descrita pelo beta.

Neste trabalho será analisado o período de março de 2010 até fevereiro de 2016 da bolsa de valores brasileira. Serão montadas carteiras baseadas em tamanho de mercado e índice VPA/P, tendo como base as empresas brasileiras listadas na BOVESPA para o período em questão. Diferentemente da análise de (Fama e French, 1992), o presente trabalho não busca determinar se os fatores de risco adicionais são capazes de explicar prêmios de retorno, e sim se eles complementam o beta consistentemente em termos de poder explicativo, justificando assim o uso de modelos multidimensionais na precificação de ativos de risco.

O primeiro capítulo apresenta uma revisão das principais teorias de precificação de ativos sob condições de risco em três seções, a primeira revisa a abordagem de média-variância

[2] Sigla em inglês para *Capital Asset Pricing Model*.

para a tomada de decisão, os benefícios da diversificação decorrentes da aplicação desta abordagem, a ideia de preferência pela liquidez como comportamento de aversão ao risco e os conceitos de Fronteira Eficiente e a Linha de Mercado de Capitais; a segunda seção apresenta o modelo CAPM. A terceira seção apresenta críticas ao modelo CAPM com ênfase no modelo alternativo de três fatores, proposto por (Fama e French, 1992).

O segundo capítulo apresenta a metodologia deste trabalho, a seleção da amostra, seus critérios de organização e padronização, e a formação das carteiras que servem de base para o estudo empírico, assim como a técnica de regresão utilizada.

No terceiro capítulo são apresentadas anáises descritivas das carteiras, e o resultado das regressões e suas interpretações.

Na conclusão discute-se brevemente os resultados do modelo multifatores quando utilizado para analisar o retorno das ações no mercado brasileiro, tanto no presente estudo como em estudos prévios aqui citados.

CAPÍTULO I - A PRECIFICAÇÃO DE ATIVOS SOB CONDIÇÕES DE RISCO

Uma das questões mais discutidas e pesquisadas no campo das Finanças tem sido a de como definir o retorno esperado de um investimento. A importância da questão está provavelmente relacionada ao fato de que ao redor do mundo a todo momento existem pessoas, profissionais de empresas, pesquisadores ou investidores independentes, procurando determinar a taxa de retorno de seus investimentos. Muitos acadêmicos vêm contribuindo para a modelagem deste processo de tomada de decisão, principalmente nos EUA.

Um dos principais economistas acadêmicos em Finanças, Harry Markowitz desenvolveu o que veio a se tornar a Teoria Moderna de Carteiras (Markowitz, 1952), segundo a qual os investidores tomam decisões de investimento considerando dois parâmetros das distribuições de probabilidade dos preços de diversos ativos da economia: a média e a variância. Além disso, os investidores apresentariam geralmente aversão ao risco (abordagem específica da variância), preferindo sempre mais retorno e menos risco, estabelecendo assim o conhecido *trade-off* de risco-retorno.

Posteriormente, (Sharpe, 1964) e (Lintner, 1965) desenvolveram o mais conhecido modelo de precificação de ativos sob condições de risco, chamado de *Capital Asset Pricing Model* (CAPM). O modelo relaciona de forma linear o retorno de um ativo a seu risco de mercado, medido pelo coeficiente beta. Sucintamente, este modelo relaciona a rentabilidade esperada de um ativo em um mercado em equilíbrio, com seu risco não diversificável (de mercado ou beta). O CAPM é um modelo simples e de grande utilidade, mas que se baseia em suposições bastante restritivas sobre o funcionamento do mercado (Costa Jr. e Neves, 2000).

O CAPM gerou vários modelos que visam investigar a relação entre o retorno e o risco dos ativos – muitos dos quais, como o ICAPM (Merton, 1973) e o D-CAPM (Estrada, 2002), são extensões do próprio CAPM. Alguns estudos confirmam a relação positiva entre essas duas variáveis como (Fama e Macbeth, 1973), onde foi realizada uma análise de carteiras em uma ampla amostra e encontrada uma relação positiva entre seus betas e seus retornos em um período subsequente.

Por outro lado, diversos autores passaram a testar empiricamente a validade do modelo, procurando mensurar o poder de explicação do beta na variação dos retornos, e a relação linear entre retorno e o beta. (Banz, 1981), (Basu, 1983), e (Fama & French, 1992) identificaram ineficiências no modelo de Sharpe-Lintner para a explicação dos retornos dos ativos. Segundo esses autores, outros fatores, além do beta, influenciariam na variação dos retornos.

I.1 Teoria Moderna de Carteiras de Markowitz

Em (Markowitz, 1959) o autor propôs um modelo teórico através do qual o investidor é capaz de identificar a melhor decisão de investimento sob condições de risco, considerando suas preferências individuais.

Segundo (Markowitz, 1959) os investidores tomam suas decisões de investimento baseados em diversos fatores como tributação, restrições legais, relações entre o retorno do investimento e o custo de vida. Entretanto, dois objetivos são comuns a todos os investidores:

1. Os investidores querem que seus retornos sejam os mais altos possíveis;

2. Eles querem que seus investimentos sejam estáveis, não sujeitos à variância.

A partir destas premissas, Markowitz (apud Elton e Gruber, 1995: 8, apud Málaga, 2003: 9) assume que os investidores tomam suas decisões de investimento confrontando as distribuções de probabilidade de retorno de cada alternativa de investimento. Dessas distribuições de probabilidades, o autor estabelece relações e critérios a partir da análise da média e da variância dos inúmeros ativos que podem compor uma carteira. A média pode ser tomada como o retorno esperado, e é encontrada através da ponderação de cada resultado possível pela sua respectiva probabilidade de ocorrência (Málaga, 2003: 9):

$$E(R_i) = \sum_{j=1}^{n} P_{ij} R_{ij}$$

sendo:

$E(R_i)$ = retorno esperado do ativo *i*,

P_{ij} = probabilidade de ocorrência do retorno *j* do ativo *i*; *j*=1,n,

R_{ij} = retorno do ativo *i; j* = 1..., n.

Como medida de risco é usada a variância, indicada por σ^2. Ela representa a diferença entre os retornos observados e os esperados, é elevada ao quadrado para que não ocorram valores negativos, e tem por objetivo servir de *proxy* para a incerteza inerente às tomadas de decisão de investimento:

$$\sigma^2(R_i) = \sigma_i^2 = \sum_{j=1}^{n} \mathrm{P_{ij}} \left[\left(\mathrm{R_{ij}} - \mathrm{E(R_i)}\right)^2\right]$$

Uma premissa da teoria de carteiras de Markowitz é de que o passado pode ser utilizado como referência para o futuro, permitindo assim que se utilize a freqüência de ocorrência dos retornos históricos na elaboração das distribuições de retorno (Málaga, 2003)

Ainda segundo (Málaga, 2003) a teoria de carteiras assume também que os investidores conhecem suas distribuições de probabilidade, e tomam decisões com base na média e na variância dessas distribuições.

Através da análise de média-variância, os investidores são capazes de escolher entre uma gama de investimentos aqueles que para determinado nível de risco aceito pelo investidor (variância passada), maximizam o retorno esperado (média de retornos passada vezes a probabilidade deste retorno ocorrer). Analogamente, para dado retorno esperado, o investidor pode montar sua carteira de investimentos com os ativos que minimizam seu risco. Segundo Sharpe (1970:27, apud Málaga, 2003: 11), tal comportamento de minimização de risco é conhecido como aversão ao risco, e já foi extensamente verificado empiricamente.

Entretanto, a análise da variância de uma carteira de investimentos não pode ser feita simplesmente através de uma média da variância de todos os ativos da carteira, ela depende também da covariância dos retornos dos ativos. Considerando uma carteira de investimentos p composta pelos ativos a e b, nas proporções x e $(1-x)$, com $0 \leq x \leq 1$, o retorno esperado será:

$$E(R_p) = xE(R_a) + (1-x)E(R_b)$$

sendo:

$E(R_p)$ = retorno esperado da carteira

$E(R_a)$ = retorno esperado do ativo a

$E(R_b)$ = retorno esperado do ativo b

O risco (variância) da carteira p será:

$$\sigma_p^2 = E\left[\left(xR_a - xE(R_a)\right) + \left((1-x)R_b - (1-x)E(R_b)\right)\right]^2 \qquad (1)$$

Como podemos definir a covariância por:

$$COV(R_a, R_b) = \sigma_{a,b} = E\left[\left(R_a - E(R_a)\right)\left(R_b - E(R_b)\right)\right],$$

Podemos assim organizar a equação (1) utilizando:

$$\sigma_p^2 = x^2\sigma_a^2 + (1-x)^2\sigma_b^2 + 2x(1-x)E\left[\left(R_a - E(R_a)\right)\left(R_b - E(R_b)\right)\right] \qquad (2)$$

em que:

σ_p^2 = variância da carteira p;

$xE(R_a)$ = retorno esperado do ativo a ponderado por sua participação x;

$(1-x)E(R_b)$ = retorno esperado do ativo b ponderado por sua participação $(1-x)$;

σ_a^2 e σ_b^2 = variância dos ativos a e b respectivamente.

Substituindo $\sigma_{a,b}$ em (2), temos:

$$\sigma_p^2 = x^2\sigma_a^2 + (1-x)^2\sigma_b^2 + 2x(1-x)\sigma_{a,b} \quad (2.1)$$

E, finalmente, substituindo em (2.1) $\sigma_{a,b}$ pelo Coeficiente de Correlação de Pearson[3] para o caso em questão, $\rho_{a,b} = \frac{\sigma_{a,b}}{(\sigma_a)(\sigma_b)}$, obtemos:

$$\sigma_p^2 = x^2\sigma_a^2 + (1-x)^2\sigma_b^2 + 2x(1-x)\rho_{a,b}\sigma_a\sigma_b \quad (2.2)$$

sendo: $-1 \leq \rho_{a,b} \leq 1$.

A equação (2.2) evidencia a existência de correlação entre os retornos dos ativos investidos na carteira. Esta é uma das principais contribuições da Teoria Moderna de Carteiras, pois permitiu identificar e quantificar os benefícios da diversificação na gestão do risco (Málaga, 2003). Observa-se por (2.2) que, quanto menor for a correlação entre os ativos que compõem a carteira, menor será o risco total. Assim, a diversificação permite ao investidor minimizar o risco de sua carteira para diferentes níveis de retorno esperado, montando assim uma carteira ótima, ou eficiente no sentido de (Markowitz, 1952).

O investidor aufere ganhos de diversificação sempre que formar carteiras cujos ativos tenham correlação imperfeita uns com os outros: $-1 < \rho < 1$, pois assim estabelecem uma relação não linear entre o risco da carteira e as proporções investidas nos ativos a e b. Na prática, o que ocorre é que torna-se possível formar certas combinações entre os ativos que tornam o risco do investimento conjunto menor do que o risco tomado de cada ativo individualmente.

O gráfico abaixo mostra os níveis de risco e retorno esperados para cada par de proporções investidas nos ativos a e b. O segmento ad da curva de oportunidade, conhecido

[3] Para uma explicação do Coeficiente de Correlação de Pearson e sua aplicabilidade neste trabalho, ver (Mukaka, 2012).

como Curva Eficiente, contém todas as carteiras que maximizam o retorno para determinado risco (Málaga, 2003: 17):

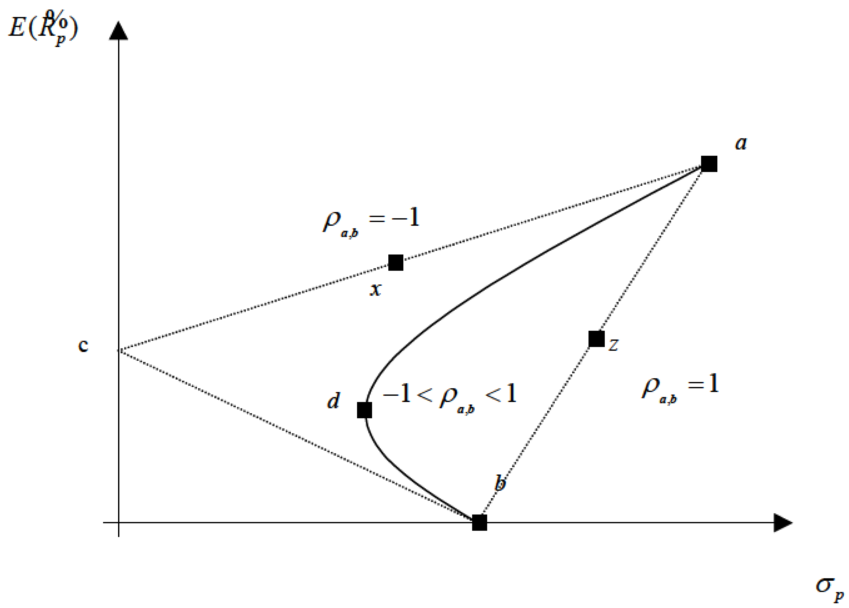

Gráfico 1 - Curva Eficiente
Fonte:(Málaga, 2003)

Numa carteira com n ativos, o retorno esperado total é expresso ponderando-se todos os retornos esperados por suas respectivas proporções na carteira:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} x_i \, E(R_i)$$

Já a variância total da carteira será dada pelas proporções dos ativos, seus desvios-padrão e suas correlações:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_i \, x_j \rho_{i,j} \sigma_i \sigma_j$$

Sendo $n \rightarrow \infty$, e a correlação entre os ativos for imperfeita, no limite é possível diversificar totalmente o risco prórprio de cada ativo individual da carteira, restando apenas o risco inerente à correlação existente, chamado risco não diversificável. A representação da Curva Eficiente para o modelo de n ativos torna-se a fronteira da área que contém todas as combinações possíveis da carteira.

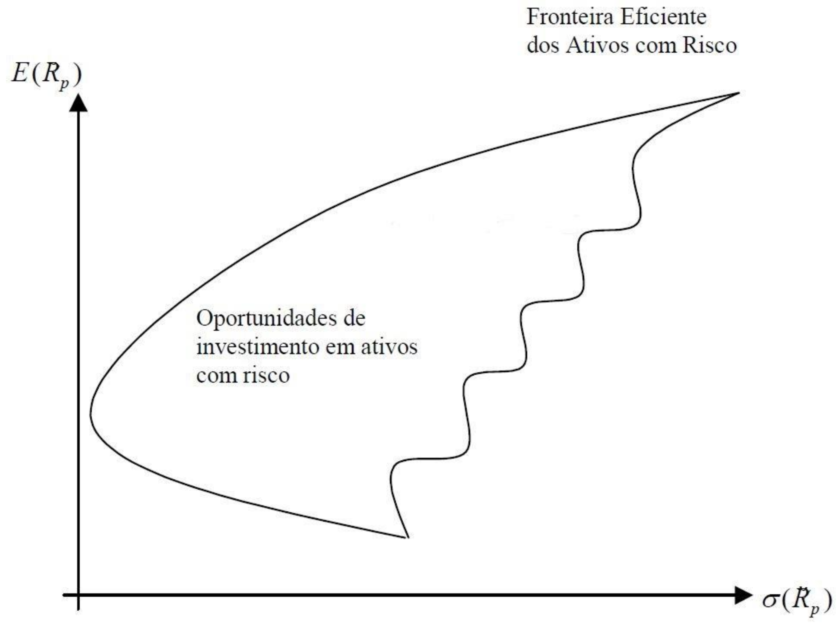

Gráfico 2 - Curva Eficiente com n ativos
Fonte: (Málaga, 2003)

I.1.1 O Teorema da Separação de Tobin e A Nova Fronteira Eficiente

Tobin (1958), baseando-se na teoria da Preferência pela Liquidez, estuda como a moeda, ou de maneira mais geral um ativo monetário livre de risco[4], é tratado pelos agentes econômicos em suas decisões de investimento. A teoria da Preferência pela Liquidez não diz respeito às escolhas que os agentes fazem entre ativos monetários em geral e outras classes de ativos, mas sim como os investidores decidem sua alocação entre moeda e outros ativos monetários com marcação a mercado (Tobin, 1958: 66).

Dentre os motivos de preferência pela liquidez, o autor considera a incerteza em relação à taxa de juros futura, que por sua vez pode causar flutuações nos preços de ativos monetários remunerados. Assim, a preferência pela liquidez toma características de um comportamento de aversão ao risco.

[4] Além da moeda, esse ativo pode ser um título soberano que pague uma taxa de juros conhecida, e sem variação no seu valor de face. Um exemplo é a Letra Financeira do Tesouro, título do tesouro brasileiro.

Tomando como base o trabalho de Markowitz que deu origem à Teoria Moderna de Carteiras, (Tobin, 1958) introduz o conceito de Nova Fronteira Eficiente. O autor assume que na presença de um ativo monetário livre de risco através do qual todos os investidores podem se alavancar ou desalavancar, o processo decisório de formação de uma carteira de investimentos passa por apenas duas etapas: a escolha de um portfólio arriscado, otimizado no sentido de (Markowitz, 1952), e um estoque do ativo livre de risco, cuja proporção dependerá do nível de aversão ao risco de cada investidor. (Málaga, 2003: 19)

O resultado é o que ficou conhecido como o Teorema da Separação de Tobin: independente de seu grau de aversão ao risco, todos os investores deverão carregar o mesmo portfólio de ativos arriscados mais uma porção do ativo livre de risco, que pode ser positiva ou negativa (alavancada) a depender do comportamento do investidor em relação ao risco. Esse resultado decorre do fato de que, uma vez que todos os agentes estão formando suas carteiras arriscadas através do mesmo método de média-variância, as decisões de investimento serão as mesmas e levarão a um equilíbrio de mercado onde todos detém a mesma carteira, chamada por (Tobin, 1958) de Carteira Ótima de Ativos com Risco.

I.2 Capital Asset Princing Model (CAPM)

O CAPM de (Sharpe, 1964) e (Lintner, 1965) marca o nascimento da teoria de precificação de ativos. Mais de 4 décadas após a sua concepção, o modelo continua sendo usado largamente em aplicações como a estimativa do custo de capital de empresas e a avaliação de carteiras de ativos. (Fama e French, 2004).

O CAPM parte do modelo de escolha desenvolvido por (Markowitz, 1959), modelo de média-variância descrito acima, onde os investidores escolhem carteiras eficientes desde que 1) minimizem a variância da carteira dado o retorno esperado ou 2) maximizem o retorno esperado dada a variância. O modelo de carteira oferece uma condição algébrica dos pesos dos ativos em carteiras eficientes no sentido de média-variância e a transforma em uma previsão testável da relação entre risco e retorno esperado (Fama e French, 2004).

Segundo este modelo, as melhores alternativas de investimento se situariam sobre a Fronteira Eficiente ou, na existência de um ativo livre de risco, sobre a Nova Fronteira Eficiente. Entretanto, essa teoria trata apenas das decisões de agentes individuais, não abordando as decisões conjuntas de todos os investidores na economia. Já se percebia que quanto maior fosse o risco de um ativo, maior deveria ser seu retorno esperado, porém esta percepção ainda não havia sido quantificada ou modelada. (Málaga, 2003: 20)

Em Nagano, Merlo e da Silva (2003):

> *"Segundo o CAPM, o retorno esperado de um título está positiva e linearmente relacionado ao risco sistemático do título. Ou seja, os indivíduos só aplicarão em um ativo com risco se o retorno esperado for suficientemente elevado para compensar o risco existente. No equilíbrio, com todos os investidores agindo dessa forma e esgotando as possibilidades de arbitragem, tende a ocorrer uma relação linear direta entre o retorno do mercado e o risco."*

Sharpe (1970: 77, apud Málaga, 2003: 21) adiciona uma série de premissas à Teoria Moderna de Carteiras de Markowitz, descritas por:

1. o mercado está em equilíbrio, situação esta em que a oferta e a demanda por ativos são idênticas;

2. os investidores têm expectativas homogêneas quanto ao risco, ao retorno e a covariância dos ativos, cuja distribuição dos retornos segue uma distribuição normal;

3. cada investidor mantém uma carteira de ativos diversificada, de acordo com o modelo de Markowitz;

4. investidores têm aversão ao risco e, portanto, quando têm a oportunidade de escolher entre duas carteiras com mesmo retorno, escolhem aquela com menor risco;

5. investidores nunca estão satisfeitos, selecionando, entre duas carteiras com mesmo risco, aquela com maior retorno;

6. existe uma taxa livre de risco na economia, com a qual é possível emprestar e tomar recursos, e esta taxa é idêntica para todos investidores;

7. a quantidade de ativos em uma economia é fixa, sendo que os mesmos podem ser perfeitamente divididos e comercializados;

8. a informação está disponível sem custo e simultaneamente a todos os investidores;

9. não há imperfeições no mercado como impostos, regulamentações e restrições na venda a descoberto.

De acordo com as premissas acima, a Fronteira Eficiente de ativos com risco seria a mesma para todos os investidores, a carteira que maximiza a relação risco-retorno entre todas as possíveis da Fronteira Eficiente, chamada Carteira de Mercado. Na presença de um único ativo livre de risco, a Nova Fronteira Eficiente torna-se também a mesma para todos os investidores. A essa fronteira, Sharpe (1970: 86, apud Málaga, 2003: 21) chamou de Linha do Mercado de Capitais.

De acordo com (Fama e French, 2004: 28):

> *"Em suma, as premissas do CAPM implicam que a carteira de mercado M deva estar sobre a fronteira de variância mínima para que o mercado de ativos feche. Isso quer dizer que a relação algébrica que se aplica a qualquer carteira de variância mínima deve, também, aplicar-se à carteira de mercado."*

Como a proporção de cada ativo da carteira arriscada é a mesma para todos os investidores, a carteira de mercado M, a tomada de decisão resume-se às proporções investidas no ativo livre de risco e na carteira de mercado. Uma carteira consistindo de proporção *x* investida no ativo livre de risco e (*1-x*) na carteira M, terá os seguintes retorno esperado e desvio-padrão:

$$E(R_p) = xE(R_{rl}) + (1 - x)E(R_m)$$

$$\sigma_p = \left[x^2\sigma_{rl}^2 + (1-x)^2\sigma_m^2 + 2x(1-x)\sigma_{lr,m}\right]^{\frac{1}{2}}$$

sendo:

$E(R_p)$ = retorno esperado da carteira p;

x e (1-x) = proporções dos ativos livre de risco e carteira de mercado M na carteira p;

R_{rl} = taxa de retorno livre de risco;

$E(R_m)$ = retorno esperado da carteira de mercado;

σ_{lr}^2 = variâncio do ativo livre de risco;

σ_m^2 = variância da carteira de mercado;

$\sigma_{lr,m}$ = covarância do retorno do ativo livre de risco em relação ao retorno da carteira de mercado.

O ativo livre de risco não apresenta desvio-padrão, portanto sua correlação com a carteira de mercado é nula. Assim:

$$\sigma_p = (1-x)\sigma_m \;,$$

equação que indica a relação linear entre o risco das carteiras posicionadas sobre a LMC[5] e o risco da carteira de mercado.

I.2.1 Formulação Matemática do CAPM

[5] Abreviação para Linha de Mercado de Capitais.

Primeiramente, é necessário entender a relação entre o CAPM e a LMC.

Seja $(\sigma_m, E(R_m))$ o ponto correspondente à carteira de mercado M, todas as carteiras eficientes terão um ponto $(\sigma, E(R))$ sobre a Linha de Mercado de Capitais.

$$E(R) = R_{lr} + \frac{E(R_m) - R_{lr}}{\sigma_m}\sigma \quad (1)$$

A equação acima demonstra o retorno esperado de uma carteira eficiente em termos de desvio-padrão, e

$$\frac{E(R_m) - R_{lr}}{\sigma_m} \quad (2)$$

a inclinação da curva (coeficiente angular da LMC) que representa a mudança no retorno esperado ao se adicionar mais uma unidade de desvio-padrão σ. Seguindo as hipóteses do modelo, temos que qualquer escolha de ativo ou carteira i será eficiente, portanto podemos mensurar como se relaciona o retorno esperado à carteira de mercado M.

Se o ativo (ou portfólio) i escolhido não for eficiente, não há nada que o modelo possa nos dizer sobre o ativo em questão, entretanto, podemos medir como $E(R_i) - R_{lr}$, ou o excesso de retorno esperado do ativo i, se relaciona com M. (Sigman, 2005: 2)

Para qualquer ativo i:

$$E(R_i) - R_{lr} = \beta_i(E(R_m) - R_{lr})$$

em que:

$$\beta_i = \frac{\sigma_{m,i}}{\sigma_m^2},$$

chamado de beta do ativo i. O β nos permite conhecer a covariância do ativo i com a carteira de mercado, seu risco não diversificável, ou sistemático. Para carteiras com n ativos, o β será a média ponderada dos betas individuais. (Sigman, 2005: 2)

Prova do CAPM:

$E(R_i) - R_{lr} = \beta_i(E(R_m) - R_{lr})$

sendo:

$E(R_i)$ = o retorno esperado do ativo (ou portfólio) i;

R_{lr} = retorno do ativo livre de risco;

β_i = fator de risco sistemático beta;

$E(R_m)$ = retorno esperado da carteira de mercado.

A carteira de mercado é composta por todos os ativos presentes na economia na proporção do valor de cada ativo em relaçao à carteira de mercado como um todo:

$x_i = \frac{valor\ do\ ativo\ i}{valor\ da\ carteira\ M}$

sendo $x_i,\ i = 1,2,\dots,n$ as proporções exatas de cada ativo que "fecham" o mercado em equilíbrio.

Se tomarmos um ativo a qualquer, que assumiremos ser ineficiente, de maneira que seu ponto está dentro da fronteira de carteiras possíveis, mas não sobre a fronteira eficiente, e montarmos uma carteira que possua tanto o ativo a quanto a carteira de mercado M, com $x \in [0,1]$, o retorno esperado da carteira será:

$E(R_x) = xE(R_a) + (1-x)E(R_m)$

$=x\big(E(R_a) - E(R_m)\big) + E(R_m)$ (3)

seu risco sera:

$\sigma_x = \sqrt{x^2\sigma_a^2 + (1-x)^2\sigma_m^2 + 2x(1-x)\sigma_{a,m}}$

$$= \sqrt{x^2(\sigma_a^2 + \sigma_m^2 - 2\sigma_{m,a}) + 2x(\sigma_{m,a} - \sigma_m^2) + \sigma_m^2} \tag{4}$$

Compondo-se carteiras com $x \neq 0$ altera-se a carteira de mercado, pois a está contido em M. Como M é considerado um estoque dado pelo modelo, um aumento na demanda por um ativo leva a aumento de seu preço, e consequentemente à redução de seu retorno esperado. Ainda pelas premissas do modelo, os agentes negociarão os ativos otimizando seus portfólios no sentido de Markowitz, de maneira que as proporções y_i, $i = 1,2 \ldots, n$ dos ativos em circulação tendam a fechar o mercado em equilíbrio através do ajuste de preços. É o processo baseado no mecanismo de oferta e demanda que levaria os agentes a deterem todos a mesma carteira arriscada eficiente, a carteira de mercado M.

Impondo $x = 0$, condição para que o equilíbrio de mercado seja válido dado que a é ineficiente, obtemos o ponto $(\sigma_x, E(R_x)) = (\sigma_m, E(R_m))$. Concluímos então que a carteira tangencia a LMC precisamente no mesmo ponto da Carteira de Mercado. (Sigman, 2005: 3)

A derivada da curva será:

$$\frac{dE(R_x)}{d\sigma_x}, x = 0$$

e deve ser igual à inclinação da LMC no ponto $(\sigma_m, E(R_m))$:

$$\frac{E(R_m) - R_{lr}}{\sigma_m} = \frac{dE(R_x)}{d\sigma_x} \tag{5}$$

Derivando (3) e (4) para $x \to 0$ e utilizando a regra da cadeia, deduzimos de (5):

$$\frac{E(R_m) - R_{lr}}{\sigma_m} = \frac{E(R_a) - E(R_m)}{(\sigma_{a,m} - \sigma_m^2)/\sigma_m}$$

e resolvendo para a:

$$E(R_a) = \frac{\sigma_{m,a}}{\sigma_m^2}(E(R_m) - R_{lr}) + R_{lr}$$

rearrumando e substituindo $\frac{\sigma_{m,a}}{\sigma_m^2}$ pelo β nos dá a fórmula do CAPM para o ativo a:

$$E(R_a) - R_{lr} = \beta_a(E(R_m) - R_{lr})$$

O resultado acima indica que a taxa de retorno esperado de um ativo é função da taxa de retorno livre de risco mais um prêmio de risco. O prêmio é igual à diferença do retorno da carteira de mercado menos a taxa livre de risco, multiplicado pelo fator β. Quando $\beta_i = 1$, a taxa de retorno esperado da carteira é igual ao retorno esperado de M. Quando $\beta_i > 1$, $E(R_i) > E(R_m)$; quando $\beta_i < 1$, $E(R_i) < E(R_m)$. (Sigman, 2005: 4)

O beta serve como uma importante medida de risco para ativos individuais ou portfólios, pois diferentemente do σ_i^2 utilizado no modelo de Markowitz, o beta mede a parte não diversificável do risco. Para um ativo qualquer i, sua variância σ_i^2 mostra apenas o risco associado às suas próprias flutuações em torno da média, mas nada sobre suas flutuações em relação à carteira de mercado. Supondo-se um ativo i com $\beta_i = 0$, mesmo que seu σ_i^2 seja enorme, pelo modelo ele não carregaria um alto retorno esperado, pois formando-se carteiras eficientes em média-variância, seu σ_i^2 pode ser mitigado através da diversificação. O efeito disso é que o mercado, segundo o modelo, não remunera tomada de risco diversificável. Por outro lado, o beta mede a correlação do ativo ou portfólio i com a carteira de mercado, ou seja, risco que não pode ser diversificado pois está correlacionado às flutuações do mercado como um todo. Esse tipo de risco é chamado de *risco de mercado* ou *risco sistêmico*. Desta maneira, o mercado remunera a tomada de risco não diversificável (Sigman, 2005: 3).

I.2.2 Críticas ao CAPM

Muitos autores criticaram a simplificação excessiva do modelo, assim como sua quantidade de restrições. Um grande número de trabalhos vem tentando avaliar empiricamente o desempenho do modelo ao avaliar fatos estilizados em séries financeiras. Fama e French (1992), por exemplo, observaram que o efeito da diferença entre empresas em termos de tamanho (efeito Tamanho) e do índice VPA/P (efeito Valor) não foi explicado pelo CAPM (Mazzeu, Santos, e Costa Jr., 2013).

Desde então, os modelos de apreçamento de ativos têm trazido especificações alternativas buscando aprimorar o desempenho do CAPM. Duas vertentes principais surgiram a fim de aprimorar a versão original do modelo: os modelos multifatores e o CAPM condicional (Mazzeu, Santos, e Costa Jr., 2013). O modelo proposto por (Fama e French, 1992) e que serve de base para este estudo pertence ao primeiro grupo, dos modelos multifatores.

I.3 O Modelo de 3 Fatores de Fama e French

Nos últimos anos, diversos trabalhos surgiram contestando a validade do beta como única medida de risco de ativos. Alguns autores trabalharam para medir respostas sistemáticas a outras variáveis macroeconômicas, tais como taxa de juros de mercado, câmbio etc; e também fatores fundamentalistas (relacionados ao preço das ações e outros ativos). Já (Fama e French, 1992) indicam que inexiste uma relação sistemática entre o beta e o retorno dos ativos, assumindo assim que o beta não é uma medida suficiente para sustentar o *trade-off* risco-retorno. (Costa Jr. e Neves, 2000)

Em (Fama e French, 1992), os autores estudaram os efeitos conjuntos das variáveis beta, tamanho, E/P (lucro por ação divido pelo preço de mercado da ação), alavancagem e o índice VPA/P. Eles chegaram à conclusão de que usado sozinho, o beta tem pouco poder explanatório sobre o retorno médio dos ativos. Quando testados isoladamente, tamanho, E/P, alavancagem e índice VPA/P têm poder explanatório, mas quando combinados, os fatores tamanho e VPA/P parecem absorver o papel dos fatores alavancagem e E/P na explicação dos retornos (Fama e French, 1993).

Fama e French (1992) formularam então um modelo de três fatores que, segundo eles, explicaria suficientemente as variações dos retornos dos ativos. Os três fatores são (Málaga, 2003):

a) O risco de mercado beta, como definido por (Sharpe W. F., 1970);

b) O tamanho da empresa, medido por sua capitalização de mercado;

c) A relação entre o valor contábil das empresas e seu valor de mercado, ou índice VPA/P.

Para testar o efeito dos fatores de risco listados sobre os retornos dos ativos (o prêmio de risco), os autores montaram carteiras com as ações listadas nos índices NYSE e AMEX a partir de 1963 até 1991, e adicionaram posteriormente as ações listadas na Nasdaq, a partir de 1972.

A metodologia de teste consistiu na formação de duas séries de carteiras, organizadas da seguinte forma:

1. Em junho de cada ano (t), começanco em 1963 (e 1972 para a NASDAQ), todas as empresas listadas nesses índices foram organizadas de forma crescente, de acordo com sua capitalização de mercado (tamanho). Essa amostra então foi dividida em 2 grupos, sendo o grupo B (*Big)*, contendo as ações com tamanho maior que a média da carteira, e o grupo S (*Small)*, contendo as ações com tamanho menor que a média. Com a mesma amostra, foram montadas outras 3 carteiras, agora de acordo com o índice VPA/P. O índice foi calculado utilizando-se os valores contábeis de dezembro do ano anterior (t-1). Isso foi feito para que houvesse tempo suficiente para o mercado absorver todas as informações referentes à divulgação dos balanços das empresas (Fama e Frech, 1992). Empresas sem valores contábeis de patrimônio líquido, ou com valores negativos, foram retiradas da amostra. Por fim, as carteiras foram dividas, sendo as 30% com maiores índices VPA/P chamada de H (*High*), as 40% intermediárias de M (*medium)*, e as 30% com menores índices de L (*low)*. Em todo junho de cada ano t, o procedimento foi repetido, rearrumando as carteiras para os valores dos índices atualizados das ações. Em cada um desses períodos de 1 ano, os autores formaram 6 outras carteiras, resultantes das interseções entre os ordenamentos anteriores:

    a. S/L: ações com baixo valor de mercado e baixo VPA/P,

    b. S/M: ações com baixo valor de mercado é médio VPA/P,

    c. S/H: ações com baixo valor de mercado e alto VPA/P,

    d. B/L: ações com alto valor de mercado e baixo VPA/P,

e. B/M: ações com alto valor de mercado e médio VPA/P,

f. B/H: ações com alto valor de mercado e alto VPA/P.

Entre julho de cada ano t e junho de t+1, foi calculado o retorno mensal de cada carteira, ponderado pelo valor de mercado de cada ação em relação ao valor total da carteira a qual pertencia.

Os prêmios foram calculados também mensalmente, entre julho de t e junho de t+1. O prêmio de tamanho foi medido pela diferença entre a média dos retornos mensais das carteiras S e das carteiras B. Os prêmios do fator VPA/P foram calculados de maneira análoga, entre a diferença dos retornos médios mensais das carteiras H e das carteiras L. Já o prêmio de mercado foi calculado menssalmente, subtraindo-se a taxa livre de risco do retorno da carteira de mercado (nesse caso a amostra completa utilizada no estudo de Fama e French sem a retirada das ações que apresentaram valor contábil de patrimônio líquido negativo).

Os prêmios mensais calculados foram usados como variáveis explicativas em regressões temporais do tipo Fama-MacBeth para validação e teste de hipóteses.

Após o cálculo dos prêmios de risco citados, os autores formaram novas carteiras da seguinte maneira:

2. Para o fator tamanho, de maneira análoga à etapa 1, todas as ações da amostra foram ordenadas pelo tamanho de sua capitalização. Essas carteiras então foram divididas em quintis, gerando 5 novas carteiras ordenadas de acordo com a capitalização de mercado das ações que as compunham. O mesmo processo foi feito para o fator VPA/P, porém usando os dados contábeis de dezembro de t-1, pelos motivos explicados anteriormente. A carteira resultante foi dividida em quintis, dando origem a 5 carteiras ordenadas de acordo com a intensidade do índice VPA/P das ações que as compunham. Finalmente, em junho de cada ano t, foram formadas 25 carteiras, resultantes da interseção das 5 carteiras da variável Tamanho e das 5 da variável VPA/P.

O excesso de retorno das 25 carteiras formadas a partir da interseção das 5 carteiras de tamanho e VPA/P são a variáveis dependentes usadas nas regressões temporais. Isso foi feito no intuito de verificar se as carteiras SMB (*small minus big*, ou S - B na etapa 1) e HML (*high minus low*, ou H - L na etapa 1) são capazes de capturar fatores comuns no retorno das ações, relacionados às variáveis tamanho e VPA/P. (Fama e French, 1992).

CAPÍTULO II - METODOLOGIA

O presente trabalho analisou o retorno de ações da bolsa de valores brasileira durante o período de 2010 a 2016 com o objetivo de verificar a capacidade explicativa das variáveis fundamentalistas VPA/P e Tamanho no prêmio de risco das carteiras. Os dados de cotações, valor patrimonial, valor de mercado e quantidade de ações em circulação foram extraídos da base de dados Economática. Todos os proventos, desdobramentos e bonificações foram incorporados às cotações. Como carteira representativa do mercado foi utilizado o índice Ibovespa[6], cujos valores de fechamento foram extraídos do próprio site da BMFBovespa[7]. Para a taxa de retorno livre de risco foi utilizada a Poupança, seus índices mensais foram extraídos do site Portal Brasil[8]. As cotações, valores patrimoniais, rentabilidades do índice Ibovespa e Poupança foram deflacionados pelo índice IPCA[9] do IBGE[10], de maneira que foram utilizados nos testes apenas retornos reais.

A formação das carteiras se deu a partir de março de 2010, com rebalanceamento em fevereiro do ano posterior sucessivamente até fevereiro de 2016. Como critério para participação nas carteiras, as ações tiveram que apresentar cotações de fechamento durante ao menos 60 meses, a partir de março de 2010, e ao menos 12 meses consecutivos no momento de formação da carteira, para que não ocorresse a incidência de "buracos" nas séries de cotações mensais de cada carteira. Empresas com patrimônio líquido negativo em março de cada ano foram excluídas da amostra, assim como as que não apresentaram o balanço de dezembro do ano anterior. O ano começando em março e terminando em fevereiro tem por objetivo garantir que todas as informações de balanço de cada empresa fossem de conhecimento pleno do mercado, como recomendado por (Costa Jr. & Neves, 2000).

Após aplicados os critérios de exclusão em março de 2010, a ações foram ordenadas de maneira decrescente de acordo com seu índice VPA/P e divididas em duas carteiras com igual número de ações cada. A metade com os índices mais altos foi denominada carteira *High* e a

[6] Para informações de como é calculado o índice Ibovespa: http://www.bmfbovespa.com.br/pt_br/produtos/indices/indices-amplos/indice-bovespa-ibovespa.htm
[7] http://www.bmfbovespa.com.br/pt_br/produtos/indices/indices-amplos/indice-ibovespa-ibovespa-estatisticas-historicas.htm
[8] https://www.portalbrasil.net/poupanca_mensal.htm
[9] http://www.ibge.gov.br/home/estatistica/indicadores/precos/inpc_ipca/defaultseriesHist.shtm
[10] Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

metade com os índices mais baixos de carteira *Low*. Em seguida as ações das duas carteiras foram subdivididas de acordo com seu valor de mercado, perfazendo um total de quatro carteiras. As metades com maior valor de mercado foram chamadas de carteiras *Big*, e as outras duas de carteiras *Small*. Como as variáveis fundamentalistas variam mês a mês, o processo de formação das carteiras foi refeito ao final de cada período de 12 meses terminado em fevereiro do ano seguinte ao de formação das carteiras, de maneira a rebalanceá-las. A padronização das variáveis foi feita dividindo-se a cada mês, a média aritimética das variáveis de cada carteira pela média de toda a amostra (média *cross-section*), sendo que para a variável tamanho foi aplicado o logarítimo natural (ln) antes da padronização. Ao final de todo o processo, foi calculada a rentabilidade mês a mês de cada uma das carteiras e seu prêmio de risco:

- Carteira *BH (Big/High)*
- Carteira *BL (Big/Low)*
- Carteira *SH (Small/High)*
- Carteira *SL (Small/Low)*

O cálculo foi feito da seguinte forma:

$$\frac{\sum_1^n \ln\left(\frac{p_{at}}{p_{a(t-1)}}\right) - R_f}{n}$$

sendo,

n = número de ações de cada uma das 4 carteiras formadas, 1,...a,...n

p_{at} = preço da ação a no mês t

$p_{a(t-1)}$ = preço da ação a no mês t-1

R_f = taxa de retorno livre de risco

O cálculo das rentabilidades do índice Ibovespa e da Poupança teve processo análogo.

Uma vez determinado o prêmio de risco das carteiras, foi utilizado o métido *SUR* de regressão múltipla entre os prêmios de cada uma das 4 carteiras e suas variáveis fundamentalistas padronizadas. Quatro modelos de regressão foram utilizados, os dois primeiros incluem uma varíavel fundamentalista de cada vez e o beta, o terceiro utiliza ambas as variáveis em conjunto com o beta, e o quarto utiliza apenas o beta. O objetivo do modelo 4 foi verificar se as variáveis fundamentalistas oferecem capacidade adicional de explicação à variável beta.

CAPÍTULO III - RESULTADOS

III.1 Análise descritiva

As estatísticas descritivas das carteiras são apresentadas na tabela[11] abaixo:

	Carteira B/H	Carteira B/L	Carteira S/H	Carteira S/L	Ibovespa
Variável Tamanho	1,065	1,131	0,824	0,96	
Variável VPA/P	0,744	0,151	2,893	0,191	
Prêmio de Risco a.m.	-1,13%	-2,11%	-0,96%	-1,35%	-1,17%
Desvio-padrão	4,96%	4,73%	3,29%	4,07%	5,46%
Beta Ibovespa	0,795	0,725	0,395	0,514	

1 - Estatísticas Descritivas

Pela observação dos dados acima, pode-se perceber que as carteiras de baixo valor de mercado e alto índice VPA/P apresentaram retornos melhores que seus pares opostos, sendo a carteira S/H a de melhor retorno observado. Levando em conta que o prêmio de risco de mercado foi negativo para todo o período da amostra, a amenização deste resultado negativo pode indicar possíveis prêmios de Valor e Tamanho, como previsto no trabalho de (Fama e French, 1992). Entretanto, das carteiras de baixa capitalização, apenas a carteira S/H apresentou retorno melhor que a carteira de mercado, representada pelo índice Ibovespa. Para inferir se esse resultado é efeito do baixo índice VPA/P da carteira S/L é necessário o uso de técnicas mais avançadas de análise, que não estão no escopo deste estudo. A seleção de um período maior para a amostra também pode ajudar a esclarecer a questão.

Nota-se que há correlação entre as variáveis fundamentalistas. A carteira B/L apresenta maior valor de mercado que seu par, assim como a carteira S/L e seu par. Por isso, é justificado o uso de técnicas de regressão multivariada (Costa Jr. & Neves, 2000).

III.2 Resultado das Regressões SUR

[11] Foi aplicado o logarítimo natural aos valores de mercado antes da padronização da variável Tamanho. Ambas as variáveis fundamentalistas e o retorno estão expostos em valores médios.

Os resultados das regressões são apresentados abaixo para cada modelo formulado:

1. Beta e índice VPA/P
2. Beta e Tamanho
3. Beta, índice VPA/P e Tamanho
4. Beta

Modelo 1:

$$R_{bh_t} - R_{lr_t} = a + \beta\left(R_{m_t} - R_{lr_t}\right) + h_b\left(R_{bh_t} - R_{lr_t}\right) + e_t$$

$$R_{bl_t} - R_{lr_t} = a + \beta\left(R_{m_t} - R_{lr_t}\right) + l_b\left(R_{bl_t} - R_{lr_t}\right) + e_t$$

$$R_{sh_t} - R_{lr_t} = a + \beta\left(R_{m_t} - R_{lr_t}\right) + h_s\left(R_{sh_t} - R_{lr_t}\right) + e_t$$

$$R_{sl_t} - R_{lr_t} = a + \beta\left(R_{m_t} - R_{lr_t}\right) + l_s\left(R_{sl_t} - R_{lr_t}\right) + e_t$$

Carteira B/H	Estimativa	Significância
Intercepto	0,0195	*
Beta Ibov.	0,7812	***
Coef. VPA/P	-0,0291	*
.10%, *5%, **1%, ***0,1%		
R-Quadrado Ajust.	0,7943	

2 – Coeficientes SUR Modelo 1 B/H

Carteira B/L	Estimativa	Significância
Intercepto	-0,0096	*
Beta Ibov.	0,7194	***
Coef. VPA/P	-0,0203	
.10%, *5%, **1%, ***0,1%		
R-Quadrado Ajust.	0,6992	

3 - Coeficientes SUR Modelo 1 B/L

Carteira S/H	Estimativa	Significância
Intercepto	0,0071	
Beta Ibov.	0,3880	***
Coef. VPA/P	-0,0042	
.10%, *5%, **1%, ***0,1%		
R-Quadrado Ajust.	0,4407	

4 - Coeficientes SUR Modelo 1 S/H

Carteira S/L	Estimativa	Significância
Intercepto	0,0005	
Beta Ibov.	0,5081	***
Coef. VPA/P	-0,0423	
.10%, *5%, **1%, ***0,1%		
R-Quadrado Ajust.	0,4838	

5 - Coeficientes SUR Modelo 1 S/L

Modelo 2:

$$R_{bh_t} - R_{lr_t} = a + \beta\left(R_{m_t} - R_{lr_t}\right) + b_h\left(R_{bh_t} - R_{lr_t}\right) + e_t$$

$$R_{bl_t} - R_{lr_t} = a + \beta\left(R_{m_t} - R_{lr_t}\right) + b_l\left(R_{bl_t} - R_{lr_t}\right) + e_t$$

$$R_{sh_t} - R_{lr_t} = a + \beta\left(R_{m_t} - R_{lr_t}\right) + s_h\left(R_{sh_t} - R_{lr_t}\right) + e_t$$

$$R_{sl_t} - R_{lr_t} = a + \beta\left(R_{m_t} - R_{lr_t}\right) + s_l\left(R_{sh_t} - R_{lr_t}\right) + e_t$$

B/H	Estimativa	Significância
Intercepto	-0,6814	*
Beta Ibov.	0,7870	***
Coef. VM	0,6377	*
.10%, *5%, **1%, ***0,1%		
R-Quadrado Ajust.	0,7823	

6 - Coeficientes SUR Modelo 2 B/H

B/L	Estimativa	Significância
Intercepto	-0,1945	
Beta Ibov.	0,7184	***
Coef. VM	0,1608	
.10%, *5%, **1%, ***0,1%		
R-Quadrado Ajust.	0,7077	

7 - Coeficientes SUR Modelo 2 B/L

S/H	Estimativa	Significância
Intercepto	-0,3727	**
Beta Ibov.	0,3816	***
Coef. VM	0,4457	**
.10%, *5%, **1%, ***0,1%		
R-Quadrado Ajust.	0,4962	

8 - Coeficientes SUR Modelo 2 S/H

S/L	Estimativa	Significância
Intercepto	-0,4139	*
Beta Ibov.	0,5025	***
Coef. VM	0,4234	*
.10%, *5%, **1%, ***0,1%		
R-Quadrado Ajust.	0,5321	

9 - Coeficientes SUR Modelo 2 S/L

Modelo 3:

$$R_{bh_t} - R_{lr_t} = a + \beta\left(R_{m_t} - R_{lr_t}\right) + h_b\left(R_{bh_t} - R_{lr_t}\right) + b_h\left(R_{bh_t} - R_{lr_t}\right) + e_t$$

$$R_{bl_t} - R_{lr_t} = a + \beta\left(R_{m_t} - R_{lr_t}\right) + l_b\left(R_{bl_t} - R_{lr_t}\right) + b_l\left(R_{bl_t} - R_{lr_t}\right) + e_t$$

$$R_{sh_t} - R_{lr_t} = a + \beta\left(R_{m_t} - R_{lr_t}\right) + h_s\left(R_{sh_t} - R_{lr_t}\right) + s_h\left(R_{sh_t} - R_{lr_t}\right) + e_t$$

$$R_{sl_t} - R_{lr_t} = a + \beta\left(R_{m_t} - R_{lr_t}\right) + l_s\left(R_{sl_t} - R_{lr_t}\right) + s_l\left(R_{sl_t} - R_{lr_t}\right) + e_t$$

B/H	Estimativa	Significância
Intercepto	-0,5415	.
Beta Ibov.	0,7777	***
Coef. VPA/P	-0,0311	*
Coef. VM	0,5280	*
.10%, *5%, **1%, ***0,1%		
R-Quadrado Ajust.	0,8053	

10 - Coeficientes SUR Modelo 3 B/H

B/L	Estimativa	Significância
Intercepto	-0,1442	
Beta Ibov.	0,7149	***
Coef. VPA/P	-0,0223	
Coef. VM	0,1193	
.10%, *5%, **1%, ***0,1%		
R-Quadrado Ajust.	0,7019	

11 - Coeficientes SUR Modelo 3 B/L

S/H	Estimativa	Significância
Intercepto	-0,4891	**
Beta Ibov.	0,3797	***
Coef. VPA/P	0,0014	
Coef. VM	0,5820	**
.10%, *5%, **1%, ***0,1%		
R-Quadrado Ajust.	0,492652	

12 - Coeficientes SUR Modelo 3 S/H

S/L	Estimativa	Significância
Intercepto	-0,5940	*
Beta Ibov.	0,5003	***
Coef. VPA/P	0,0205	
Coef. VM	0,6069	*
.10%, *5%, **1%, ***0,1%		
R-Quadrado Ajust.	0,5390	

13 - Coeficientes SUR Modelo 3 S/L

Modelo 4:

$$R_{bh_t} - R_{lr_t} = a + \beta\left(R_{m_t} - R_{lr_t}\right) + e_t$$

$$R_{bl_t} - R_{lr_t} = a + \beta\left(R_{m_t} - R_{lr_t}\right) + e_t$$

$$R_{sh_t} - R_{lr_t} = a + \beta\left(R_{m_t} - R_{lr_t}\right) + e_t$$

$$R_{sl_t} - R_{lr_t} = a + \beta\left(R_{m_t} - R_{lr_t}\right) + e_t$$

B/H	Estimativa	Significância
Intercepto	-0,0021	
Beta Ibov.	0,7904	***
.10%, *5%, **1%, ***0,1%		
R-Quadrado Ajust.	0,7634	

14 - Coeficientes SUR Modelo 4 B/H

B/L	Estimativa	Significância
Intercepto	-0,0126	***
Beta Ibov.	0,7238	***
.10%, *5%, **1%, ***0,1%		
R-Quadrado Ajust.	0,6978	

15 - Coeficientes SUR Modelo 4 B/L

S/H	Estimativa	Significância
Intercepto	-0,0051	.
Beta Ibov.	0,3911	***
.10%, *5%, **1%, ***0,1%		
R-Quadrado Ajust.	0,4200	

16 - Coeficientes SUR Modelo 4 S/H

S/L	Estimativa	Significância
Intercepto	-0,0075	*
Beta Ibov.	0,5112	***
.10%, *5%, **1%, ***0,1%		
R-Quadrado Ajust.	0,4674	

17 - Coeficientes SUR Modelo 4 S/L

18 – Análise Resultados Modelo 1

VPA/P		
Mod 1	B	S
H	-0,029*	-0,004
L	-0,020	-0,042

Coef. de Determinação R² Ajust.		
Mod 1	B	S
H	0,794	0,441
L	0,699	0,484

Beta		
Mod 1	B	S
H	0,781***	0,388***
L	0,719***	0,508***

O fator de risco VPA/P foi significativo apenas para 1 das 4 carteiras analisadas, enquanto o beta foi significativo para todas. Para o beta, o resultado foi em linha com o estudo de (Málaga, 2003) e (Costa Jr. & Neves, 2000), entretanto o a variável VPA/P obteve resultados de significância bem menores, dado que em ambos os estudos citados, ela foi significante em mais da metade das carteiras analisadas de (Málaga, 2003) e em todas as carteiras analisadas por (Costa Jr. & Neves, 2000), independente do modelo de regressão utilizado.

19 - Análise dos Resultados Modelo 2

Tamanho		
Mod 2	B	S
H	0,638*	0,446**
L	0,161	0,423*

Coef. de Determinação R² Ajust.		
Mod 2	B	S
H	0,782	0,496
L	0,708	0,532

Beta		
Mod 2	B	S
H	0,787***	0,382***
L	0,718***	0,503***

O fator de risco Tamanho, conjuntamente com o beta, obteve resultado significativo em 3 das 4 carteiras analisadas, com destaque para a carteira de baixa capitalização de mercado e alto índice VPA/P. Seus coeficientes de determinação também foram maiores que os do modelo 1 em 3 das 4 carteiras analisadas. Ao contrário de (Málaga, 2003), que obteve coeficientes de determinação superiores para o modelo que inclui beta e VPA/P em relação ao modelo com beta e Tamanho, porém em linha no quesito significância do fator Tamanho, em que o autor encontrou significância em 7 das 9 carteiras analisadas. Os resultados ficaram aquém dos obtidos por (Costa Jr. & Neves, 2000), que obtiveram significância para o fator Tamanho em todas as carteiras analisadas. Em linhas com ambos os estudos, o beta foi significativo para todas as carteiras.

20 - Análise dos Resultados Modelo 3

VPA/P		
Mod 3	B	S
H	-0,031*	0,001
L	-0,022	0,021

Coef. de Determinação R^2 Ajust.		
Mod 3	B	S
H	0,805	0,493
L	0,702	0,539

Tamanho		
Mod 3	B	S
H	0,528*	0,582**
L	0,119	0,607*

Beta		
Mod 3	B	S
H	0,778***	0,38***
L	0,715***	0,50***

O modelo 3 obeteve resultados similares aos modelos 1 e 2 em termos de significância dos fatores de risco VPA/P e Tamanho. O coeficiente de determinação foi maior para todas as carteiras analisadas em relação ao modelo 1, e maior em 2 das 4 carteiras em relação ao modelo 2, porém nas 2 carteiras que obtiveram coeficientes menores, B/L e S/H, a diferença foi extremamente pequena. Nesse sentido, o modelo com 3 fatores parece ser superior aos modelos com apenas 2, resultado similar ao encontrado por (Málaga, 2003). O beta foi significativo para todas as carteiras analisadas, assim como em (Málaga, 2003) e (Costa Jr. & Neves, 2000).

21 - Análise dos Resultados Modelo 4

Beta		
Mod 4	B	S
H	0,79***	0,391***
L	0,724***	0,511***

Coef. de Determinação R^2 Ajust.		
Mod 4	B	S
H	0,763	0,420
L	0,698	0,467

O modelo de mercado, que utiliza apenas o beta como fator de risco para explicar os retornos, obteve coeficientes de determinação inferiores para todas as carteiras analisadas. Apesar do beta ser o único fator de risco significativo para todas as carteiras em todos os modelos, a redução dos coeficientes de determinação quando se retiram os fatores de risco fundamentalistas aponta que o modelo de mercado CAPM pode ser melhor especificado ao se adicionar outros fatores de risco. Este resultado está em linha com os estudos de (Costa Jr. & Neves, 2000) e (Málaga, 2003).

CONCLUSÃO

O objetivo deste trabalho foi observar se a inclusão de fatores de risco observados empiricamente, relacionados ao preço dos ativos, as variáveis fundamentalistas VPA/P e Tamanho, são capazes de adicionar poder explicativo ao modelo de mercado ou CAPM. Essa hipótese já havia sido testada com sucesso nos trabalhos de (Costa Jr. & Neves, 2000) e (Málaga, 2003), com diferentes metodologias de análise, e permanece válida de acordo com o presente estudo, apesar das diferenças no período de seleção da amostra e escolha do método de regressão utilizado.

Por sua vez, o trabalho de (Málaga, 2003) encontrou prêmio de risco negativo para a variável Tamanho, ao contrário do ocorrido em (Costa Jr. & Neves, 2000) e inconclusivo em relação ao presente estudo, pois o prêmio de risco de Tamanho foi positivo (menos negativo para ser exato) em apenas 1 das 2 carteiras de baixa capitalização em relação à carteira de mercado. Tal efeito pode ser resultado do baixo índice VPA/P desta carteira em relação às demais. A falta de significância dos coeficientes da variável VPA/P em maior parte das carteiras analisadas também não permite corroborar a expectativa de correlação positiva entre retorno e alto índice VPA/P, como sugerido em (Fama e French, 1992).

De toda forma, o debate acerta dos modelos de precificação de ativos continua em aberto dado que o modelo multifatores de (Fama e French, 1992), apesar de aumentar o coeficiente de determinação resultante, não retira o protagonismo do beta em termos de significância na explicação dos retornos, ao menos nos estudos aqui citados para o mercado de ações brasileiro.

BIBLIOGRAFIA

Banz, R. W. The Relationship Between Return and Market Value of Common Stocks. *Journal of Financial Economics*, v. 9 p. 3-18, 1981.

Basu, S. The Relationship Between Earnings' Yield, Market Value and Returns for Nyse Common Stocks. *Journal of Financial Economics*, v. 12, p. 129-156, 1983.

Costa Jr., N. C., & Neves, M. B. Variáveis Fundamentalistas e o Retorno das Ações. *Revista Brasileira de Economia*, Rio de Janeiro, v. 54, p. 123-137, 2000.

Elton, E. J., Gruber, M. J., Brown, S. J., & Goetzmann, W. N. (2003). *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis.* John Wiley & Sons, Inc.

Estrada, J. Systematic Risk in Emerging Markets> the D-CAPM. *Emerging Markets Review*, p. 365-379, 2002.

Fama, E. F., & French, K. R. The Cross-Section of Expected Stock Returns. *The Journal of Finance*, p. 427-465, 1992.

Fama, E. F., & French, K. R. The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence. *Journal of Economic Perspectives*, p. 25-46, 2004.

Fama, E. F., & Macbeth, J. D. Risk, Return and Equilibirum: Empirical Tests. *The Journal of Political Economy*, p. 607-636, 1973.

Lima, G. Moderna Teoria de Carteiras: Desenvolvimento e Análise de um Modelo de Seleção de Carteiras Eficientes. 2007. Porto Alegre, UFRS, 2007.

Lintner, J. The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. *The Review of Economics and Statistics*, p. 13-37, 1965.

Málaga, F. K. Aplicação do Modelo de Três Fatores de Fama e French no Mercado Acionário Brasileiro - Um Estudo Empírico do Período 1995 - 2003. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, USP, São Paulo, 2003.

Markowitz, H. M. Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, p. 77-91, 1952.

Markowitz, H. M. (1959). Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments. Londres: Chapman & Hal,l Ltd.

Mazzeu, J. H., Santos, A. A., & Jr., N. C. CAPM Condicional com Aprendizagem Aplicado ao Mercado de Ações Brasileiro. *Revista de Administração Mackenzie*, p. 143-175, 2013.

Merton, R. C. An Intertemporal Capital Asset Pricing Model. *Econometrica*, p. 867-887, 1973.

Mukaka, M. A guide to appropriate use of Correlation coefficient in medical research. *Malawi Medical Journal*, p. 69-71, 2012.

Murphy, R. P. (7 de Outubro de 2010). Fonte: Instituto Ludwig Von Mises Brasil: http://www.mises.org.br/ArticlePrint.aspx?id=801

Sharpe, W. F. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk. *The Journal of Finance*, p. 425-442, 1964.

Sigman, K. (2005). Capital Asset Princing Model (CAPM). Columbia University, Nova Iorque.

Tobin, J. Liquidity Preference as Behavior Towards Risk. *The Review of Economic Studies*, p. 65-86, 1958.

Varian, H. R. (2003). Microeconomia: Princípios Básicos. Elsevier Editora Ltda.

APÊNDICE A – ANÁLISE DA VARIÂNCIA DE UMA CARTEIRA

$E(R_p) = xE(R_a) + (1-x)E(R_b)$

sendo:

$E(R_p)$ = retorno esperado da carteira

$E(R_a)$ = retorno esperado do ativo a

$E(R_b)$ = retorno esperado do ativo b

O risco (variância) da carteira p será:

$$\sigma_p^2 = E\left[\left(xR_a - xE(R_a)\right) + \left((1-x)R_b - (1-x)E(R_b)\right)\right]^2 \quad (1)$$

$$= E\left[\left(xR_a - xE(R_a)\right)^2 + 2\left(xR_a - xE(R_a)\right)\left((1-x)R_b - (1-x)E(R_a)\right) + \left((1-x)R_b - (1-x)E(R_b)\right)^2\right]$$

definindo:

$k = \left(xR_a - xE(R_a)\right);$

$z = \left((1-x)R_b - (1-x)E(R_b)\right).$

temos:

$$\sigma_p^2 = E[k^2 + 2xR_a z - 2xE(R_a)z + z^2]$$

Simplificando os termos da equação:

$$k^2 = \left(x\left(R_a - E(R_a)\right)\right)^2$$

$$= x^2\left(R_a - E(R_a)\right)^2$$

$$= x^2\sigma_a^2 \tag{1.1}$$

$$z^2 = \left((1-x)\left(R_b - E(R_b)\right)\right)^2$$

$$= (1-x)^2\left(R_b - E(R_b)\right)^2$$

$$= (1-x)^2\sigma_b^2 \tag{1.2}$$

$$2xR_a z = 2xR_a(1-x)R_b - 2xR_a(1-x)E(R_b)$$

$$= 2(x-x^2)R_aR_b - 2(x-x^2)R_aE(R_b) \tag{1.3.1}$$

$$2xE(R_a)z = 2xE(R_a)(1-x)R_b - 2xE(R_a)(1-x)E(R_b)$$

$$= 2(x-x^2)E(R_a)R_b - 2(x-x^2)E(R_a)E(R_b) \tag{1.3.2}$$

definindo $d = 2(x-x^2)$ temos:

$$(1.3.1) - (1.3.2) = dR_aR_b - dR_aE(R_b) - dE(R_a)R_b - dE(R_a)E(R_b)$$

$$= dR_a\left(R_b - E(R_b)\right) - dE(R_a)\left(R_b - E(R_b)\right)$$

$$= d\left(R_a - E(R_a)\right)\left(R_b - E(R_b)\right)$$

$$= 2x(1-x)\left(R_a - E(R_a)\right)\left(R_b - E(R_b)\right)$$

Como podemos definir a covariância por:

$$COV(R_a, R_b) = \sigma_{a,b} = E\left[\left(R_a - E(R_a)\right)\left(R_b - E(R_b)\right)\right],$$

Podemos assim organizar a equação (1) utilizando (1.1), (1.2), (1.3.1) e (1.3.2):

$$\sigma_p^2 = x^2\sigma_a^2 + (1-x)^2\sigma_b^2 + 2x(1-x)E\big[\big(R_a - E(R_a)\big)\big(R_b - E(R_b)\big)\big] \quad (2)$$

em que:

σ_p^2 = variância da carteira p;

$xE(R_a)$ = retorno esperado do ativo a ponderado por sua participação x;

$(1-x)E(R_b)$ = retorno esperado do ativo b ponderado por sua participação $(1-x)$;

σ_a^2 e σ_b^2 $=$ variância dos ativos a e b respectivamente.

Substituindo $\sigma_{a,b}$ em (2), temos:

$$\sigma_p^2 = x^2\sigma_a^2 + (1-x)^2\sigma_b^2 + 2x(1-x)\sigma_{a,b} \quad (2.1)$$

E, finalmente, substituindo em (2.1) $\sigma_{a,b}$ pelo Coeficiente de Correlação de Pearson para o caso em questão, $\rho_{a,b} = \frac{\sigma_{a,b}}{(\sigma_a)(\sigma_b)}$, obtemos:

$$\sigma_p^2 = x^2\sigma_a^2 + (1-x)^2\sigma_b^2 + 2x(1-x)\rho_{a,b}\sigma_a\sigma_b \quad (2.2)$$

sendo: $-1 \leq \rho_{a,b} \leq 1$.