



MODELO NUMÉRICO DE EFEITOS HIDRODINÂMICOS EM ESCOAMENTOS INTERNOS E EXTERNOS

José Miguel Ahumada Fonfach

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Oceânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Oceânica.

Orientador: Marcelo de Almeida Santos Neves

Rio de Janeiro
Outubro de 2017

MODELO NUMÉRICO DE EFEITOS HIDRODINÂMICOS EM ESCOAMENTOS
INTERNOS E EXTERNOS

José Miguel Ahumada Fonfach

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA OCEÂNICA.

Examinada por:

Prof. Marcelo de Almeida Santos Neves, Ph.D.

Prof. Juan Bautista Villa Wanderley, D.Sc.

Prof. Carlos Antonio Levi da Conceição, Ph.D.

Prof. José Luis Drummond Alves, D.Sc.

Prof. Gustavo Roque da Silva Assi, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

OUTUBRO DE 2017

Ahumada Fonfach, José Miguel

Modelo numérico de efeitos hidrodinâmicos em escoamentos internos e externos/ José Miguel Ahumada Fonfach. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2017.

XIV, 136 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Marcelo de Almeida Santos Neves

Tese (doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Oceânica, 2017.

Referências Bibliográficas: p. 129-136.

1. Análise não-linear. 2. Escoamento interno. 3. Escoamento externo. I. Neves, Marcelo de Almeida Santos. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Oceânica. III. Título.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

MODELO NUMÉRICO DE EFEITOS HIDRODINÂMICOS EM ESCOAMENTOS
INTERNOS E EXTERNOS

José Miguel Ahumada Fonfach

Outubro/2017

Orientador: Marcelo de Almeida Santos Neves

Programa: Engenharia Oceânica

Este trabalho desenvolve um modelo numérico para escoamentos externos e internos para um navio sob ondas regulares. O modelo numérico consiste no acoplamento de dois métodos de natureza diferente, que foram avaliados de forma independente numa primeira etapa. O primeiro é o método no domínio do tempo baseado no método dos painéis e a teoria potencial para determinar a dinâmica do navio em ondas regulares; aqui a formulação das equações de movimento de navio considera termos não-lineares e a força de Froude-Krilov é extrapolada até a superfície livre instantânea. O outro método foi um método de partículas, com base nas equações de Euler, especificamente o chamado I-MPS (Improved Moving Particle Semi-implicit) para estudar o escoamento interno com superfícies livres complexas, o qual inclui uma nova formulação para a condição de limite nas paredes. Além, foram estudados vários casos de escoamento interno, colapso de coluna de água, sloshing e sloshing com transferência de massa, em uma caixa 2D, comparando com resultados experimentais, onde foram encontradas boas concordâncias entre os resultados.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

HYDRODYNAMICS NUMERICAL MODEL FOR INTERNAL AND EXTERNAL FLOWS

José Miguel Ahumada Fonfach

October/2017

Advisor: Marcelo de Almeida Santos Neves

Department: Ocean Engineering

This work develops a numerical model for external and internal flows to a ship under regular waves. The numerical model consists of the coupling of two methods with different nature, which were evaluated independently in a first stage. The first one is the time domain method based on the panel method and potential theory to calculate the ship dynamic in regular waves; here the formulation of ship motion equations considers nonlinear terms and the Froude-Krilov force is extrapolated to the instantaneous free surface. The time domain method was evaluated in a simple case of a box shape under transversal and longitudinal waves, analyzing the roll, heave and pitch motion amplitudes. The other method was a particles method based on the Euler equations, specifically the called I-MPS (Improved Moving Particle Semi-implicit) to study the internal flow with complex free surfaces. The I-MPS includes a new formulation for the boundary condition on the walls; several cases of internal flow, dambreak, sloshing and sloshing with mass transfer in a 2D box were studied and compared with experimental results, showing good results.

Sumário

Lista de Figuras	viii
Lista de Tabelas	xii
Lista de Símbolos	xiii
1. Introdução	1
1.1. Objetivo.....	3
1.2. Revisão da literatura.....	3
1.3. Organização da tese.....	14
2. Sistema de referência	16
3. Equações do movimento	20
4. Formulação do escoamento externo para ondas gravitacionais	24
4.1. Forças hidrodinâmicas potenciais gerais.....	24
4.2. Forças Hidrostática e de Froude-Krilov.....	26
4.3. O modelo deformado da Forças de Froude-Krilov.....	27
4.4. A Força de difração.....	30
4.5. A Força de Irradiação.....	31
4.5.1. Forças de irradiação no domínio da frequência.....	31
4.5.2. Forças de irradiação no domínio do tempo.....	33
4.6. Cálculo da força peso.....	35
5. O algoritmo no domínio do tempo (TD-algoritmo)	37
5.1. Integração das pressões hidrodinâmicas.....	38
5.2. Atualização da força de difração.....	40
5.3. Integração no domínio do tempo.....	41
5.4. Avaliação do TD-Algoritmo.....	43
6. Formulação do escoamento interno	48
7. O método do Moving Particle Semi-implicit	49
7.1. Formulação Numérica.....	49
7.1.1. Operadores diferenciais-espaciais.....	52

7.1.2. Correção ao esquema de derivação de primeira ordem.....	53
7.1.3. Discretização temporal.....	55
7.2. Condições de contorno.....	58
7.2.1. Condição de contorno nas paredes.....	58
7.2.2. Condição de contorno na superfície livre.....	60
7.2.3. Colisões de partículas.....	62
7.3. Resolução da equação de Poisson.....	63
7.3.1. Método de procura das partículas vizinhas.....	64
7.3.2. Solução de sistema de equações lineares.....	65
7.4. Caso de estudo I: Colapso de coluna de água.....	67
7.5. Caso de estudo II: escoamento de sloshing, devido a movimentos laterais forçados.....	75
7.6. Caso de estudo III: escoamento de sloshing com Transferência de massa, devido a deslocamentos forçados.....	80
8. Acoplamento dos métodos.....	93
8.1 Caso de estudo: Movimento laterais de uma caixa sometida a ondas externas e escoamento interno.....	95
9. Conclusões.....	100
Apêndice A: NUMERICAL SLOSHING SIMULATIONS: COMPARISON BETWEEN LAGRANGIAN AND LUMPED MASS MODELS APPLIED TO TWO COMPARTMENTS WITH MASS TRANSFER.....	103
Apêndice B: COUPLED TIME DOMAIN METHOD FOR SHIP DYNAMICS AND SLOSHING FLOWS.....	120
Referências.....	129

Lista de figuras

<i>Figura 1.1</i> Aplicação prática do escoamento interno. Experimento com tanques estabilizadores anti-roll, conduzido pela MARINTEK (2009).....	1
<i>Figura 1.2</i> Exemplo de superfície livre não lineal em sloshing, de um tanque parcialmente alagado Krata (2013).....	2
<i>Figura 2.1</i> Sistema de referência e movimentos do navio (Neves, 2006).....	16
<i>Figura 4.1</i> Comparação da distribuição das pressões de Froude-Krilov, entre as curva teórica, modelos estendido e o deformado de Wheeler, no eixo Z : a) Pressões na crista da onda; b) Pressões no cavado da onda.....	28
<i>Figura 5.1</i> Malha padrão e sua distribuição de pressão sobre o navio.....	38
<i>Figura 5.2</i> Esquema de integração das pressões sobre os painéis.....	39
<i>Figura 5.3</i> Comparação da força de Froude-Krilov, na direção X e Z , usando a integração numérica, para os modelos Teórico, Estendido e de Wheeler em função da frequência de onda.....	40
<i>Figura 5.4</i> Referência do passeio da embarcação (Neves, 2006).....	43
<i>Figura 5.5</i> Distribuição dos painéis gerados sobre a caixa retangular.....	44
<i>Figura 5.6</i> Sequência do movimento de roll na ressonância, calculada pelo TD-algoritmo.....	45
<i>Figura 5.7</i> Dados de entrada para os movimentos, de acima a abaixo, heave, roll e pitch, respectivamente. Figura esquerda, coeficientes hidrodinâmicas de massa adicional, e amortecimento. Figura direita coeficientes das forças de excitação calculados pelo WAMIT.....	46
<i>Figura 5.8</i> Resposta dos movimentos de heave, roll e pitch respectivamente. Figura esquerda, relação ξ/ζ em função da frequência. Figura direita, resposta no domínio do tempo nas frequências de ressonância de cada movimento.....	47
<i>Figura 7.1</i> Esquema geral da distribuição de partículas em MPS.....	49
<i>Figura 7.2</i> Conceito do operador gradiente proposto por Khayyer e Gotoh (2009).....	55
<i>Figura 7.3</i> Descrição da condição de contorno para as partículas na parede do domínio de cálculo.....	60
<i>Figura 7.4</i> Ilustração da identificação de partículas na superfície livre. Os círculos sólidos correspondem a partículas de superfícies livres. Círculos brancos correspondem as partículas do escoamento interior (Xing et al.,2012).....	62

Figura 7.5 Condição de permeabilidade na parede central do contenedor: a) Ampliação da simulação realizada sem o modelo de colisão; b) Ampliação da simulação realizada com o modelo de colisão para as partículas de fluido na zona das paredes.....	63
Figura 7.6 Esboço das células auxiliares, na identificação das partículas vizinhas (Xiao Song et al, 2011).....	65
Figura 7.7 Distribuição da pressão hidrostática calculada com o método convencional MPS y o melhorado I-MPS usando $r_e = 2.1$ e $r_e = 3.1$: a) MPS convencional ($\alpha = 1.00$; $c = 1.00$); b) MPS convencional ($\alpha = 0.005$; $c = 1.015$); c) I-MPS ($\alpha = 0.005$; $c = 1.015$).....	66
Figura 7.8 Esquema geral da simulação do colapso da coluna de agua.....	68
Figura 7.9 Velocidade do colapso da coluna de agua para o caso $a^2 = 1.0$, usando vários parâmetros α em MPS, comparando com resultados experimentais e o método VOF (Star CMM +).....	71
Figura 7.10 Comparação da superfície livre, para vários passos de tempo, para o caso $a^2 = 2$, usando os métodos numéricos VOF (Star CMM +) e MPS.....	72
Figura 7.11 Histórico das pressões no ponto p^1 e caso $a^2 = 1$, para vários α , comparados com o método VOF (Star CMM +).....	73
Figura 7.12 História da Pressão no ponto p^2 e caso $a^2 = 1$, para vários α , comparados com o método VOF (Star CMM +).....	73
Figura 7.13 Velocidade do colapso da coluna de agua para o caso $a^2 = 2.0$, usando vários esquemas de derivação em MPS, comparando com resultados experimentais e o método VOF (Star CMM +).....	74
Figura 7.14 História da Pressões no ponto p^1 e caso $a^2 = 2$, para vários α , comparados com o método VOF (Star CMM +).....	74
Figura 7.15 História da Pressão no ponto p^2 e caso $a^2 = 2$, para vários α , comparados com o método VOF (Star CMM +).....	75
Figura 7.16 Esquema de configuração na simulação, localizando os pontos de medição da pressão e onda.....	76
Figura 7.17 Amplitude ζ/L em função dos períodos, para amplitude de movimento $A = 0.05[m]$, pelos métodos numérico MPS e experimental.....	78
Figura 7.18 Amplitude ζ/L em função dos períodos, para amplitude de movimento $A = 0.1[m]$, pelos métodos numérico MPS e experimental.....	78

Figura 7.19 Evolução da pressão p^3 ao longo das paredes do costado, para o período $T/T_1 = 1.07$, e amplitude do movimento $A = 0.05[m]$. Acima, pressões experimentais. Abaixo pressões obtidas da simulação numérica MPS.....	79
Figure 7.20 Exemplo de onda assimétrica no contêiner para o caso de período $T/T_n = 0.787$, amplitude $A = 0.05[m]$. Figura de cima corresponde a onda medida em MPS na esquerda do contêiner. Figura do centro a onda medida em MPS no lado direita. Abaixo, onda medida na esquerda e direita no experimento.....	80
Figura 7.21 Configuração de simulação para sloshing com transferência de massa entre os compartimentos. Configuração dos pontos de pressão e onda. Esquema da abertura na parede de separação do contêiner.....	81
Figura 7.22 Comparação da pressão e altura de ondas medidas nos pontos p^1 e $H1$ para a configuração T_2 , no regime permanente, pelos métodos MPS, Experimental e, Tracked Surface (TS)	83
Figura 7.23 Comparação da pressão e altura de ondas medidas nos pontos p^1 e $H1$ para a configuração T_4 , no regime permanente, pelos métodos MPS, Experimental e, Tracked Surface (TS).....	83
Figura 7.24 Vazão no regime permanente, para configuração T_2 , usando os métodos em MPS, integração de velocidade do escoamento ($Q = \text{int}(u)$), a medida das vazões dos compartimentos ($Ave(Q_a, Q_b)$). Comparação com os métodos Tracked Surface (TS) e código comercial CFX.....	85
Figura 7.25 Diferencia de volume entre os compartimentos para o caso T_4 , pelos métodos MPS, cálculo do volume pelo número total de partículas ($dv - MPS$) e integral da superfície livre no MPS (Int Area MPS). Comparação com os métodos Tracked Surface ($dv - TS$), e o modelo hidráulico ($dv - Vh$).....	85
Figura 7.26 Captura das superfícies livres pelo método MPS e Tracked Surface (TS), para configuração T_2 , nos passos de tempo: $t = T + T/10$, $t = T + 2T/10$, $t = T + 3T/10$, $t = T + 4T/10$, $t = T + 5T/10$	86
Figura 7.27 Captura das superfícies livres pelo método MPS e Tracked Surface (TS), para configuração T_4 , nos passos de tempo: $t = T + T/10$, $t = T + 2T/10$, $t = T + 3T/10$, $t = T + 4T/10$, $t = T + 5T/10$	87
Figura 7.28 Comparação da amplitude de força, experimental e numérica, no regime permanente, para a configuração T_2	88
Figura 7.29 Comparação da amplitude de força, experimental e numérica, no regime permanente, para a configuração T_4	88
Figura 7.30 Comparação da amplitude de momento, experimental e numérica, no regime permanente, para a configuração T_2	89

Figura 7.31 Comparação da amplitude de momento, experimental e numérica, no regime permanente, para a configuração T_2.....	89
Figura 7.32 Comparação entre os resultados numéricos com distância entre partículas grande, media e fina: Historial do traspasso de massa (encima) e Pressão no ponto p1 (embaixo).....	91
Figura 7.33 Comparação entre os resultados numéricos com distância entre partículas grande, media e fina: Superfície livre e distribuição de pressão.....	92
Figura 8.1 Esquema de atualização instantânea.....	93
Figura 8.2 Esquema do experimento Regnebakke & Faltinsen (2003).....	95
Figure 8.3 Sway RAOs: $h=0.184m$ com um compartimento alagado.....	97
Figure 8.4 Sway RAOs: $h=0.184m$, com dois compartimentos alagado.....	97
Figure 8.5 Sway RAOs: $h=0.290m$, com dois compartimentos alagado.....	98
Figure 8.6 Sway RAOs: $h=0.0940m$, com dois compartimentos alagado.....	98

Lista de Tabelas

<i>Tabela 1</i> Funções de interpolação para o esquema MPS.....	50
<i>Tabela 2</i> Operadores de derivação Lagrangianos.....	52
<i>Tabela 3</i> Algoritmos de resolução iterativos para sistema de equações lineares.....	67
<i>Tabela 4</i> Comparação da precisão das forças calculas pelo método numérico para as três configurações.....	92
<i>Tabela 5</i> Comparação da precisão dos traspessos de massa pelo método numérico para as três configurações.....	92
<i>Tabela 6</i> Relações entre as frequências e as amplitudes das ondas geradas.....	96

Lista de Símbolos

$\vec{R}_c = (X_c, Y_c, Z_c)$	<i>Vetor posição</i>
$\dot{\vec{R}}_c = (\dot{X}_c, \dot{Y}_c, \dot{Z}_c)$	<i>Vetor velocidade</i>
$\ddot{\vec{R}}_c = (\ddot{X}_c, \ddot{Y}_c, \ddot{Z}_c)$	<i>Vetor Aceleração</i>
$\vec{r}_G = (x_G, y_G, z_G)$	<i>Vetor posição do centro de gravidade</i>
$\vec{\Omega} = (\dot{P}, \dot{Q}, \dot{R})$	<i>Vetor das velocidades angulares</i>
$\vec{\Lambda} = (\phi, \theta, \psi)$	<i>Vetor dos deslocamentos angulares Roll, Pitch e Yaw</i>
$\vec{v} = (\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$	<i>Vetor unitário</i>
$\vec{\xi}, \dot{\vec{\xi}}, \ddot{\vec{\xi}}$	<i>Vetores, posição, velocidade e aceleração do navio</i>
$\vec{F} = (F_x, F_y, F_z)$	<i>Vetor de forças</i>
$\vec{M} = (M_x, M_y, M_z)$	<i>Vetor de momentos</i>
$\vec{u} = (u, v, w)$	<i>Vetor velocidade do escoamento</i>
$\vec{n} = (n_x, n_y, n_z)$	<i>Vetor normal</i>
$\vec{f} = -g\hat{k} + \ddot{\vec{X}}$	<i>Vetor acelerações externas</i>
\vec{T}	<i>Matriz de transformação</i>
\vec{R}	<i>Matriz de transformação velocidades angulares</i>
\vec{I}_1	<i>Matriz de inercias</i>
$A(\omega)$	<i>Matriz de massas adicionais</i>
$B(\omega)$	<i>Matriz de amortecimentos potenciais</i>
φ	<i>Função escalar</i>
P	<i>Pressão</i>
g	<i>Gravidade</i>
ρ	<i>Densidade</i>
Δ_0	<i>Volume deslocado</i>
S	<i>Área de superfície</i>
U	<i>Velocidade do navio</i>
ζ	<i>Amplitude de onda</i>
ω	<i>Frequência</i>
t	<i>Tempo</i>
T	<i>Período</i>
K_x, K_y	<i>Número de onda</i>
γ	<i>Ângulo de desfase</i>
Q	<i>Vazão</i>
dV	<i>Diferença de volume</i>
R_e	<i>Raio de vizinhança</i>

l_0	<i>Distância inicial de partículas</i>
W	<i>Função de interpolação</i>
n_0	<i>Número de densidade partícula</i>
α	<i>Fator de relaxação</i>
h	<i>Altura de água</i>
H	<i>Altura de contêiner</i>
L	<i>Comprimento do contêiner</i>
A	<i>Amplitude de movimento forçado</i>

1. Introdução

Uma das áreas que impulsiona a pesquisa na Engenharia Oceânica, por razões de segurança e operacionais, é a da dinâmica dos corpos flutuantes principalmente focada na obtenção de padrões de comportamentos dinâmicos estáveis. Nas análises clássicas da dinâmica dos navios, somente fatores ambientais externos são considerados, por exemplo, as ondas de mar ou as correntezas de ventos, ignorando quaisquer outras influências geradas por escoamentos internos. Comumente nestes estudos, a avaliação da hidrodinâmica dos navios é feita pela teoria das faixas (Salvesen et al., 1970) ou métodos dos painéis (Wehausen e Laitone, 1960), baseados na teoria potencial do escoamento. Pelo uso destes métodos, as respostas e coeficientes hidrodinâmicos, dos navios em ondas são analisados no domínio da frequência. Recentemente, Beck (1999) e Newman (1985, 1992) ampliaram estes métodos, considerando efeitos não lineares no domínio do tempo. Além disso, o desenvolvimento de novas tecnologias, tais como os códigos RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) ou métodos Lagrangianos, diversificaram as ferramentas de cálculos, incluindo simulações de escoamentos não lineares acoplados às leis do corpo rígido, nas análises de estabilidade do navio (Sato et al., 1999).

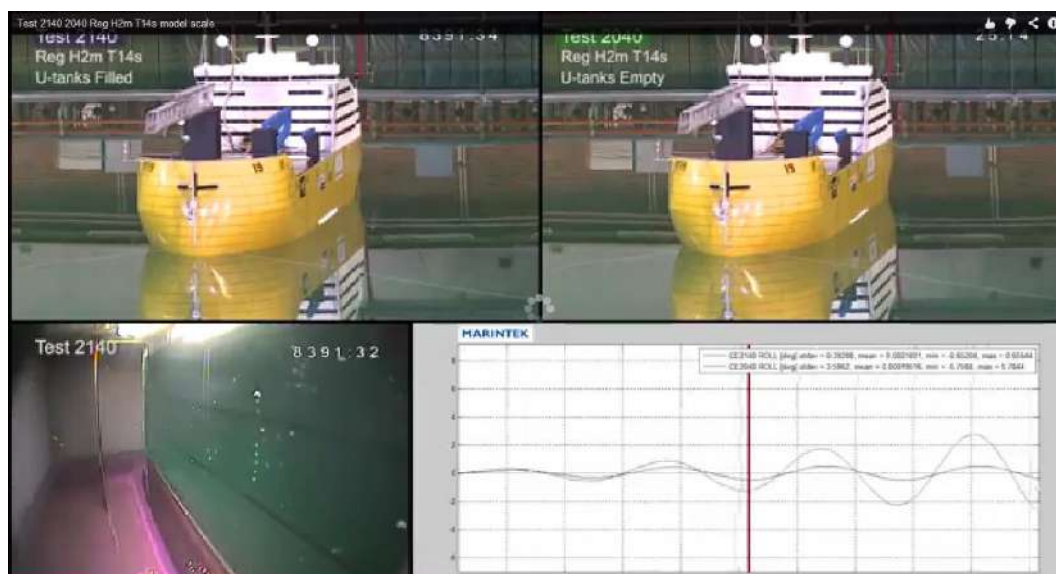


Figura 1.1 Aplicação prática do escoamento interno. Experimento com tanques estabilizadores anti-roll, conduzido pela MARINTEK (2009)

Os novos requerimentos operacionais têm mudado as formas dos navios, transportando carregamento em condições cada vez mais influentes na estabilidade.

Uma grande porção dessas alterações, na estabilidade dinâmica do navio, estão envolvidos com os efeitos dos escoamentos em compartimentos internos ou tanques de carga, como acontece com os casos das embarcações FPSO (Floating Production, Storage and Off loading) ou LNG (Liquefied Natural Gas) para o transporte de gases líquidos, os quais, segundo Lee (2008) estes tipos de embarcações têm incrementado as capacidades de carregamento, aumentando os riscos de acidentes por perda de estabilidade. Um dos aspectos críticos da perda de estabilidade é a probabilidade de emborcar. O caso típico é o M/V Cougar Ace, o qual sofreu uma modificação na estabilidade durante a operação da mudança do nível d'água nos tanques de lastro, produzindo-se superfícies livres as quais incrementaram os ângulos de roll significativamente até emborcar o navio (David 2008). Por outro lado, os efeitos do escoamento em compartimentos internos podem ser usados em favor da estabilidade, por exemplo à aplicação de tanques estabilizadores anti-roll, o qual é ilustrado na **Figura 1.1**, do experimento realizado pela MARINTEK (2009).



Figura 1.2 Exemplo de superfície livre não linear em sloshing, de um tanque parcialmente alagado Krata (2013)

Desde um ponto de vista prático de engenharia, a onda de sloshing e suas cargas associadas são fenômenos complexos e influentes, produzidos nos compartimentos parcialmente alagados, afetando o comportamento global do sistema do qual faz parte; Na **Figura 1.2** mostra-se experimentalmente o escoamento com superfície livre altamente não linear de sloshing, devido a uma excitação externa.

1.1. Objetivos

No presente trabalho, os objetivos principais são:

- *Introduzir e mostrar a implementação dos métodos numéricos a serem integrados para o cálculo do problema da dinâmica de embarcações, considerando os efeitos de escoamentos internos do navio interagindo em ondas de mar*
- *Implementação de um algoritmo no domínio do tempo para a dinâmica de copos flutuantes em ondas.*
- *A análise do escoamento de “sloshing” usando um método numérico Lagrangiano.*
- *A validação do método numérico para o escoamento interno considerando superfícies livres altamente não lineares.*
- *A validação do acoplamento dos métodos numéricos acoplados para o movimento do corpo flutuante.*

Aqui, os movimentos da embarcação são determinados pelo uso dos métodos dos painéis no domínio do tempo. Para o escoamento interno o método escolhido foi Moving Particle Semi-Implicit (MPS), o qual está baseado nas equações de Euler, usando um esquema Lagrangiano de partículas para resolver as equações de governo. Os métodos aqui implementados foram avaliados, analisando isoladamente a natureza de cada um dos fenômenos do acoplamento e mostrando a eficiência de cálculo dos processos adotados.

Esta tese avança na implementação e validação de um processo de cálculo numérico, agora contemplando alguns efeitos acoplados entre escoamentos externos e internos em embarcações, os quais podem ser não lineares.

1.2. Revisão da literatura

Os primeiros esforços para compreender a natureza do fenômeno do escoamento de sloshing, começam com Olsen (1968), via experimentação. Mais tarde, Faltinsen

(1974) e, Warnitchai e Pinkaew (1998), tratam o escoamento de sloshing por métodos analíticos, usando a suposição do fluido ideal sem viscosidade e validando os métodos propostos com resultados experimentais. As não linearidades do escoamento também são incluídas por Washizu e Ikegawa (1974), os quais estudam o escoamento não linear num container em duas dimensões sob uma carga horizontal usando a técnica de elementos finitos.

Faltinsen (1978) modela as não linearidades do sloshing introduzindo amortecimento artificial, mas o comportamento transiente do fluido não é bem capturado. Faltinsen et al (2000) desenvolvem um método de análise multimodal não linear para o escoamento em compartimentos parcialmente alagados, obtendo resultados significativamente melhores.

Faltinsen e Timokha (2001), ampliam esse método para análise multimodal baseado numa expansão assintótica da resposta do fluido. Em Faltinsen et al. (2003), o método tem sido desenvolvido em detalhe para escoamento em duas e três dimensões (2D - 3D) contidos em contêineres retangulares.

Ibrahim (2005), fornece uma extensa revisão dos métodos teóricos invíscidos, linear e não linear para sloshing em várias geometrias retangulares e circulares de contêineres, além disso anexa uma compilação dos dados experimentais publicados.

Spandonidis e Spyrou (2011), usando o modelo multimodal adaptado, levam a cabo uma análise paramétrica do sloshing para um container retangular, em duas dimensões (2D) de profundidade infinita. Na aproximação, após re-ordenar o modo padrão, se obtém um sistema de equações diferenciais ordinárias, considerando os polinômios não lineares de terceira ordem. Neste estudo, a força externa foi de uma amplitude suficientemente pequena, enfocando-se nas oscilações não lineares da superfície livre. O estudo esclarece uma nova região de instabilidade do escoamento, região que há pouco tempo atrás era considerada como em repouso.

O estado de arte atual inclui ferramentas tanto numéricas computacionais como experimentais, considerando efeitos viscosos, interface dos fluidos água-ar e as pressões de impacto.

Y. Kim (2001), e Kim et al. (2004), numericamente simulam o escoamento de sloshing em 2D e 3D, baseado no método das diferenças finitas. As equações de Navier-Stokes foram resolvidas usando o esquema SOLA (The Fluid Dynamics Solution Algorithm), e as elevações da superfície livre são assumidas para ser uma função singular. Nos trabalhos o interesse foi o comportamento do escoamento global, pelo que algumas linearidades locais não foram consideradas. Os cálculos foram feitos para três containers diferentes, considerando com e sem obstáculos internos.

Landrini et al. (2003), simula o escoamento de sloshing usando o método Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH). Eles enfocam seu estudo em grandes amplitudes do movimento de excitação para frequências perto da ressonância e o possível impacto do escoamento no teto do container. Os resultados obtidos foram avaliados com resultados experimentais, encontrando-se uma satisfatória concordância entre os resultados na região das frequências analisadas.

Colagrossi et al. (2004), realizam um acabado estudo do escoamento de sloshing, mediante o uso da ferramenta numérica SPH e experimental, para um container em 2D. O principal polo de estudo foi a ocorrência do evento de slamming e a predição das cargas relacionadas ao fenômeno. Também outras características habitualmente para águas rasas ou intermediárias do escoamento no container foram investigadas, por exemplo run-up - run-down ao longo das paredes laterais do container, impacto no teto, as perturbações e quebra da superfície livre sob a linha d'água. Instabilidades nas amplitudes de ondas foram observadas, provavelmente pelo fenômeno de reflexão da onda estacionária.

Lee et al. (2007a), analisam o sloshing num navio tanque LNG retangular sob cargas externas usando um código CFD. As simulações em CFD foram avaliadas por resultados experimentais, encontrando-se que os efeitos da viscosidade e relação de densidades do escoamento não são importantes para o cálculo das pressões de impacto. À diferença para um gás, a incompressibilidade do fluido desempenha um importante efeito no cálculo do sloshing.

Thiagarajan et al. (2011), levam a cabo uma investigação numérica do sloshing para um container em 2D para um movimento forçado de sway. O domínio do fluido foi modelado usando-se o método dos Volumes Finitos (VF), e a interface Ar-Água foi

capturada, usando a técnica do Volumes de Fluido (VOF). Os resultados das simulações para a elevação da superfície livre e as pressões de impacto foram comparadas com a teoria multimodal mostrando resultados similares.

Pistani e Thiagarajan (2012), conduziram experimentos do fenômeno de sloshing, com o objetivo de analisar o comportamento de um tanque LNG (Liquefied Natural Gas) a bordo de uma embarcação. Os experimentos foram dirigidos para medir com precisão as altas pressões durante os impactos do escoamento, num container em 2D com um movimento retilíneo.

Li (2014), estuda o escoamento fechado num container sob excitação de roll e sway, investigando os fenômenos produzidos por métodos numérico e experimentais. O método numérico é um código paralelizado, o qual discretiza diretamente as equações incompressíveis de Navier-Stokes, acoplado com a técnica VOF e o algoritmo “tree-based adaptive”. Nos ensaios experimentais foram medidas as pressões abaixo da linha d’água; o estudo considerou várias frequências de excitação e níveis de alagamento do container. Os resultados numéricos e experimentais foram comparados avaliando o código numérico proposto.

Buldakov (2014), resolve o problema de sloshing em duas dimensões usando variável Lagrangiana, aplicando duas aproximações. Primeiro, uma resolução assintótica de terceira ordem para as frequências perto da ressonância, com um modo dominante deduzido pelo uso de uma técnica recursiva. Em outro método, o conjunto de equações não lineares nas coordenadas materiais são calculadas aplicando o método das diferenças finitas. Os métodos são experimentados para o problema de ondas de Faraday de grandes amplitudes, avaliando com dados experimentais e mostrando bons resultados.

Recentemente, alguns dos aspectos da estabilidade do navio são investigados considerando os efeitos da interação com o sloshing. Experimentalmente Journee (1997), realiza um teste com modelo a escala em ondas transversais ao navio, com velocidade de avanço zero, para uma ampla faixa de altura de água nos compartimentos. Os resultados obtidos para roll foram comparados com resultados obtidos pelo método *Strip Theory* com uma boa concordância entre eles.

Outros estudos experimentais foram realizados por Nam e Kim (2007), apresentando uma série de experimentos para um LNG-FPSO sob ondas regulares, interagindo com o escoamento de sloshing nos compartimentos internos. A configuração do experimento considera um modelo a escala do LNG-FPSO incluindo dois tanques prismáticos. As amplitudes do movimento do navio foram medidas para várias frequências, níveis de alagamentos dos tanques e amplitudes de onda. Os resultados foram comparados com modelos numéricos, os dois métodos ficaram em acordo, mostrando a grande influência do sloshing sobre a estabilidade do navio.

Nasar et al. (2008), levam a cabo um experimento para o estudo do fenômeno de sloshing de escoamentos em tanques parcialmente alagados, montados sobre uma barcaça exposta a ondas regulares transversais. O estudo examinou os efeitos da onda de excitação em várias frequências e diferentes amplitudes de ondas, sobre o escoamento dos compartimentos e as respostas da barcaça.

Wen-Hua et al. (2012), experimentalmente caracterizam os efeitos dos compartimentos interiores com superfícies livres não lineares, sobre a hidrodinâmica de um sistema FLNG (Floating Liquefied Natural Gas). Através da comparação dos resultados obtidos com o navio carregado com conteúdo líquido e sólido por separado, os efeitos do sloshing foram identificados e apresentados, concluindo que o efeito do escoamento interno agindo na resposta do FLNG é relacionada com às frequências de excitação da onda, particularmente no movimento de roll.

As características do escoamento de “sloshing” em águas rasas considerando o impacto da pressão um “flip-through” foram investigadas experimentalmente por Lugni et al. (2006). Mais tarde, Antuono et al. (2012) usou o método modal 2D com base em um conjunto de equações de tipo Boussinesq, obtendo bons resultados para ondas de “sloshing” sem quebra em águas rasas. Bouscasse et al. (2014a) e Bouscasse et al. (2014b) desenvolveram modelos teóricos e numéricos (SPH) para um pêndulo cheio com líquido. Além, a dissipação de energia, como uma consequência do escoamento de sloshing, é investigada experimentalmente, levando à conclusão de que a dissipação é produzida principalmente através dos vórtices que aparecem na quebra de onda.

Análise no domínio da frequência foi levada em conta por Rognebakke e Faltinsen (2003), estudando o efeito do acoplamento entre a dinâmica do navio e o

sloshing, usando experimentos em 2D de uma secção retangular, com fluido no interior, a diferentes níveis de alturas de água, excitada em sway por ondas regulares. As amplitudes dos deslocamentos laterais obtidos no estado permanente foram comparados com simulações dos esquemas multimodal linear e não linear, para o escoamento interno da secção, em caso do escoamento externo o escoamento foi modelado linearmente. Bom acordo foi encontrado entre os cálculos computacionais e os experimentos.

Lee et al (2010), realizam um estudo fundamental acerca dos efeitos do sloshing para o movimento de sway de duas caixas em 2D. Experimentos foram feitos em duas caixas com iguais e diferentes tamanhos, ligadas uma à outra. Os contêineres foram excitados por ondas regulares. Diferentes níveis de alagamentos dos tanques foram investigados. Os resultados obtidos experimentalmente foram comparados usando o método multimodal. Em geral bom acordo entre os métodos foi mostrado, mas claras discrepâncias foram encontradas para algumas frequências de onda perto da ressonância do sistema de contêineres analisado.

Usando um método analítico Malenica et al. (2003), estudam os efeitos de sloshing sobre a dinâmica do navio em ondas, baseados na teoria potencial no domínio da frequência. De acordo com os resultados, o modelo linear apresenta-se como uma alternativa viável para análises do problema de acoplamento. No entanto, o modelo linear apresenta problemas para grandes amplitudes dos movimentos do navio, como é mostrado por Kim et al. (2003).

Por outro lado, usando um método simples, como Lumped Mass Method (LM) com superfície livre, alguns movimentos de escoamento podem ser calculados mais rapidamente, com uma precisão aceitável. No entanto, o método pode sofrer alguma perda de precisão devido às simplificações do fluxo quando a superfície livre é modelada como plana e suas deformações não são consideradas. Manderbacka et al. (2014b) avaliam o modelo LM, comparando-o com um solucionador RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes), para calcular a força hidrodinâmica no navio causada pela vazão de um compartimento a outro. Os casos de estudo são baseados nos experimentos relatados em Manderbacka et al. (2013, 2014a). Várias frequências de excitação são analisadas pelo método LM com uma superfície livre plana e móvel. Empregando simulações 3D-RANS, apenas duas frequências de excitação são investigadas, devido

ao grande tempo computacional necessário. As comparações entre os modelos mostram que as principais características dos escoamentos são calculadas com boa precisão com o modelo mais rápido (método LM). Limitações consideráveis pelo computo mediante RANS resultam de requisitos computacionais elevados devido à superfície livre fortemente não linear, toda vez que, para as aberturas de conexão nos compartimentos é necessária uma malha mais fina. A análise CFD demonstra que um código robusto deve ser implementado para calcular o comportamento de ordem superior do movimento de fluxo.

Fonfach et al. (2016, ver **Apêndice A**) estudaram ondas acopladas ao fluxo de inundação entre dois compartimentos empregando o método LM e um método Lagrangianos denominado (I-MPS). O primeiro método utilizado é um método de massa pendulante com uma superfície livre móvel (LM) indeformável, que se baseia nas equações de movimento para o centro de massa de gravidade dentro de um compartimento. Neste método, a superfície livre é modelada como uma superfície plana, com graus de liberdade limitados. O segundo é o método recentemente desenvolvido de partículas modificadas aperfeiçoadas (I-MPS), um método robusto baseado em interações de partículas em um sistema de coordenadas Lagrangianas. As simulações do alagamento são realizadas dentro de um domínio fechado, na qual a superfície livre é modelada como uma superfície deformável para um fluxo monofásico. É aplicado um esquema de condição de fronteira de parede melhorado. Ao aplicar estes dois métodos, as características hidrodinâmicas do escoamento de sloshing sob os movimentos lateral e do rolamento em vários níveis de água são investigados com bons resultados.

Códigos acoplados no domínio do tempo, de escoamentos externos e internos não lineares têm sido desenvolvidos para o estudo do comportamento dinâmico dos navios. Mikelis and Journe´e (1984) estudam os efeitos de acoplamento de sloshing, usando um método de diferenças finitas para prever o escoamento e as pressões induzidas em um comportamento parcialmente ocupado.

Chen e Chiang (2000), implementaram um esquema de diferenças finitas e Runge-Kutta-Fehlberg de quinta ordem para análises da dinâmica de um corpo sob a ondas, estimulando o escoamento interno de ordem não linear. Para resolver o comportamento do escoamento interno foram usadas as equações de Euler,

considerando a condição cinemática não linear da superfície livre de sloshing. A teoria de faixas foi adotada, para avaliar as cargas produzidas pelas ondas harmônicas linearizadas agindo no corpo. Ademais, os coeficientes hidrodinâmicos foram usados na equação do movimento geral do corpo. O modelo foi aplicado num corpo de secção retangular, encontrando-se que a ação conjunta do fenômeno de sloshing acoplado aos movimentos do navio, modifica significativamente a resposta dinâmica.

Kim (2002) usa uma ferramenta numérica para resolver o problema dos movimentos do navio acoplados a escoamento interno. O escoamento interno foi simulado por diferenças finitas, enquanto que os movimentos foram calculados usando métodos dos painéis no domínio do tempo.

Kim et al. (2005), apresentam um código numérico para avaliar a dinâmica da embarcação no domínio do tempo onde as cargas produzidas pelo escoamento interior são consideradas. Os deslocamentos do fluido interior de um LNG tanque é obtido usando elementos finitos sob a presunção da teoria potencial no domínio do tempo. As condições de não linearidade na superfície livre são satisfeitas exatamente na superfície livre instantânea do escoamento interno. As cargas hidrodinâmicas no casco do navio são divididas em componentes impulsiva e não impulsiva. A integração das pressões impulsivas resulta na variação no tempo da massa adicional para o escoamento interno, que é considerada como uma parcela da massa virtual quando são calculados os movimentos do navio. Os deslocamentos transientes do LNG são calculados usando a função de resposta impulsiva (IRF) e as forças de excitação pela onda mediante o método dos painéis 3D no domínio da frequência. O método proposto foi avaliado em várias condições de carga do LNG comparando com os resultados experimentais.

Kim et al. (2007), analisam a resposta dinâmica da embarcação em ondas, considerando escoamentos internos, usando a formulação da função para resposta impulsiva, para os movimentos lineares do navio e CFD para o escoamento não linear. O modelo do movimento do navio foi usando o método dos painéis. A eficiência de cálculo é consideravelmente melhorada em relação a um modelo completo em CFD, mas as limitações ainda continuaram quando os movimentos do navio foram não lineares.

Lee et al. (2007b), analisam o acoplamento e a interação entre os movimentos e um compartimento interior, usando simulações no domínio do tempo considerando as excitações produzidas pelas ondas e Open FOAM para o escoamento interno. O estudo mostra a grande influência do escoamento interno na estabilidade dinâmica no navio.

Lee e Kin (2008), aplicando um código híbrido potencial-viscoso no domínio do tempo, investigam o efeito do acoplamento entre o navio e seus tanques internos com superfícies livres. Os resultados foram comparados com o modelo potencial no domínio da frequência. O código para o escoamento nos tanques foi baseado nas equações de Navier-Stokes incluindo método SURF para levar em conta os efeitos de viscosidade e superfície livre. Durante a marcha do tempo, o código para sloshing é acoplado aos movimentos do navio, capturando a influência do escoamento interno na dinâmica do navio. Na comparação dos métodos com resultados experimentais o modelo não linear mostrou melhores resultados quantitativos. O método no domínio da frequência, apesar de não considerar efeitos viscosos e superfície livre linear, mostra concordância na tendência dos resultados.

Moirid et al. (2009), apresentam vários aspectos do acoplamento seakeeping/sloshing, abordando ferramentas desenvolvidas pelo Bureau Veritas para a predição da dinâmica do navio acoplada a fenômenos de escoamentos internos e identificação da influência no movimento de través de primeira ordem mediante experimentos. A influência da hidrodinâmica acoplada foi ilustrada na aplicação de vários projetos de LNG, considerando diferentes configurações de tanques. Análises comparativas foram realizadas, considerando escoamento nos tanques induzidos por acoplamento e isolado dos movimentos do navio, mostrando que o comportamento do navio é sensivelmente afetado pelo sloshing.

Li et al. (2012), examina a dinâmica global de um navio incluindo as cargas produzidas pelas ondas e o sloshing sobre o casco do navio. As forças da onda e a função de retardação são resolvidas mediante o uso da teoria no domínio da frequência e uma função da resposta impulsiva baseada no potencial de velocidade do fluido. O escoamento interno é simulado mediante CFD baseado nas equações de Navier-Stokes. Com este método, os fenômenos da interação da onda-navio e o sloshing foram completamente levados em conta.

Mitra et al. (2012), investigam o efeito de acoplamento dos seis graus de liberdade de movimento do navio, considerando oscilação do escoamento dentro de um container 3D retangular. Um esquema no domínio do tempo foi usado. Durante a marcha no tempo, o algoritmo para escoamento interno de ordem não linear foi calculado usando-se o método de elementos finitos, enquanto que os movimentos do navio foram simulados usando-se um sistema híbrido de cálculo.

Zhu et al. (2012), usam uma aproximação do acoplamento no domínio do tempo. Com o objetivo de resolver o problema, os movimentos do navio e escoamento interno foram resolvidos simultaneamente. O método dos painéis em 3D no domínio do tempo foi aplicado para capturar os deslocamentos do navio em ondas, e o escoamento interno foi obtido usando-se um código comercial de CFD.

Huang et al. (2012), pesquisam as não linearidades da interação das ondas incidentes agindo no corpo flutuante acoplado com os fenômenos do sloshing. O sloshing completamente não linear e a interação entre o corpo-ondas é simulado usando Non-Uniform Rational B-Spline (NURBS), baseado no método de painéis no domínio do tempo e a teoria potencial. Huang usa o procedimento proposto por Yan and Ma (2007) para os corpos flutuantes, calculando as derivadas temporais do potencial de velocidade e dos deslocamentos do corpo. Para o escoamento de sloshing foi desenvolvido uma condição de dissipação de energia baseado na teoria linear. O código apresenta-se como uma alternativa eficiente e realista na análise do acoplamento dos fenômenos de sloshing e movimento do navio.

Ardakani e Bridges (2012) derivam uma nova formulação de águas rasas, para sloshing em duas dimensões, em um navio o qual está sob os movimentos no plano. Os movimentos do casco são exatamente modelados, só o escoamento é aproximado. O fluido é assumido como não viscoso, mas com vórtices. Nesse método, a velocidade e aceleração vertical são desprezadas das equações de governo do escoamento. As equações do escoamento foram resolvidas usando um esquema robusto de diferenças finitas. O modelo foi experimentado num modelo de Ferris Wheel acoplado o sloshing com os movimentos de rotação e translação forçados.

Fonfach e Neves (2016, ver **Apêndice B**) realizam uma validação numérica do efeito de acoplamento entre o escoamento de sloshing e os deslocamentos laterais de um

navio sob as ondas regulares de través empregando um método de domínio do tempo acoplado. O problema da dinâmica do navio lateral é resolvido usando um algoritmo de "atualização instantânea". Sequencialmente, as forças-Y pelo efeito do escoamento interno são obtidas pelo método I-MPS recentemente proposto (Improved Moving Particle Semi-Implicit). O algoritmo de atualização instantânea é um simulador de "seakeeping" 6-DOF (em seis graus de liberdade), no qual é necessário um cálculo do coeficiente hidrodinâmicos de radiação e difração no domínio da frequência como dados de entrada, estes são obtidos por um método de painéis. Além disso, os efeitos não lineares são incorporados para calcular a posição instantânea do navio, e as forças de excitação da onda externa são calculadas em cada passo do tempo, considerando as posições relativas entre as ondas de excitação e as superfícies do navio. O algoritmo para o escoamento de sloshing é um método robusto 2D (duas dimensões) baseado em interações de partículas em um sistema de coordenadas Lagrangiano. As simulações do escoamento de sloshing são realizadas dentro de um domínio fechado, no qual a superfície livre é modelada como uma superfície deformável para um fluxo monofásico. Para o processo acoplado, as forças induzidas pelo escoamento do sloshing são incluídas nas forças externas de excitação de onda e, em seguida, a posição correspondente do navio é atualizada. Ao mesmo tempo, as ondas internas são obtidas como consequência do movimento instantâneo do navio.

No presente trabalho, o desenvolvimento de um algoritmo de cálculo integrado baseado nos métodos dos Painéis e Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD) é introduzido. O método apresentado permite analisar o comportamento não linear de navios no domínio do tempo em escoamento externo e, acoplado aos escoamentos gerados nos compartimentos internos parcialmente alagados com superfícies livres com grandes deformações. Nas equações do movimento são considerados efeitos não lineares de Froude-Krilov e hidrostáticos até a superfície livre instantânea. Além, os coeficientes hidrodinâmicos e as forças de difração produzidas pelo escoamento externo são obtidos por um código comercial baseado na teoria potencial e dos painéis (3D difração/radiação) no domínio da frequência. No caso do cálculo do escoamento interno é feito usando-se um método de partículas Lagrangiano, o denominado I-MPS (Improved Moving Particle Semi-implicit) onde é desenvolvida uma formulação que corrige a condição contorno de parede, melhorando a campo das pressões nas zonas próximas as paredes, em consequência a integração das forças hidrodinâmicas são feitas

com maior precisão. Finalmente, a integração dos algoritmos é desenvolvida usando as forças e momentos do escoamento interno, somado as forças externas, como excitação aos movimentos do navio. Os deslocamentos calculados pela integração no tempo são ingressados como parâmetros de excitação no cálculo do escoamento interno, processo repetido em cada passo de tempo.

1.3. Organização da tese

No **Capítulo 2**, descreve-se o sistema de coordenadas para dar seguimento aos deslocamentos dos corpos flutuantes tomando em consideração vários eixos e a matriz de transformação entre eles.

No **Capítulo 3**, as equações do movimento são deduzidas para um navio com seis graus de liberdade com o objetivo de apresentar uma formulação racional para calcular a posição instantânea do navio.

No **Capítulo 4**, apresenta-se a formulação do escoamento externo usando a teoria potencial para determinação das forças hidrodinâmicas implicadas na interação do corpo com o escoamento em ondas gravitacionais.

No **Capítulo 5**, o algoritmo no domínio do tempo é descrito para calcular a posição instantânea do corpo considerando as forças pelo escoamento externo, aqui o algoritmo fica aberto para incluir as forças geradas pelo escoamento interno. Além disso, apresenta-se um caso simples de avaliação do algoritmo de cálculo.

No **Capítulo 6**, mostra-se a descrição do escoamento interno com uma forma Lagrangiano.

No **Capítulo 7**, o método do Moving Particles Semi-Implicit é introduzido, considerando as modificações feitas por vários autores. Além, a proposta da modificação do esquema para a condição de fronteira nas paredes do domínio de cálculo é descrita. Aqui, o método é avaliado em vários casos de escoamento interno, comparando com resultados experimentais.

No **Capítulo 8**, o acoplamento dos métodos de cálculo para escoamento interno e externo é descrito.

No **Capítulo 9**, são mencionadas as principais conclusões deste trabalho com respeito aos métodos implementados para o estudo do acoplamento do escoamento externo-interno interagindo com um corpo flutuante.

2. Sistema de Referência

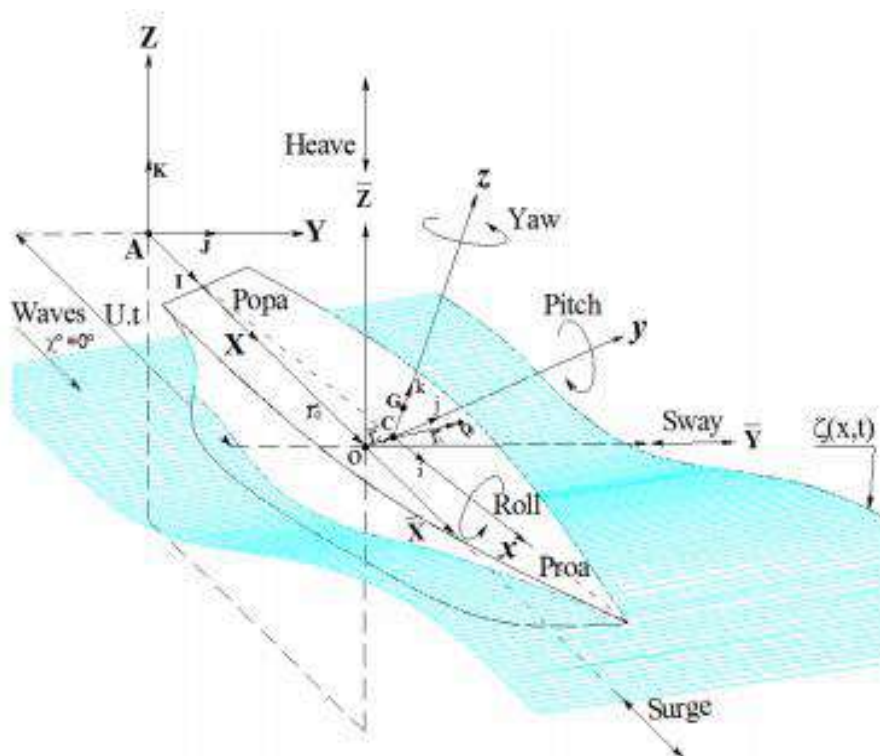


Figura 2.1 Sistema de referência e movimentos do navio (Neves, 2006)

O navio é assumido como um corpo rígido, com seis graus de liberdade, deslocando-se com velocidade de avanço U constante. Três sistemas de referência destró-giro são definidos para os registros dos deslocamentos do navio, segundo é mostrado na **Figura 2.1**. O primeiro sistema, chamado $A'XYZ$, é um sistema de referência inercial, fixo na origem no ponto A , os eixos do sistema são X_a , Y_a , Z_a , sendo o plano $X_a - Y_a$ situado no plano horizontal da superfície livre média, o eixo Z_a apontando para cima, e o eixo X_a é positivo na direção do movimento do corpo.

O segundo sistema de referência inercial $O'XYZ$, com seus eixos X_o , Y_o , e Z_o , está situado no ponto O no plano de flutuação médio do navio. O eixo X_o aponta em direção à proa, o eixo Y_o aponta para bombordo do navio. O ponto O tem velocidade de avanço constante U , correspondente à velocidade do navio em águas calmas. Ou seja, o sistema de referência $O'XYZ$ é um sistema de referência fixo relativo aos deslocamentos do navio, correspondente a um movimento retilíneo uniforme. As ondas incidentes e os modos translacionais do movimento do casco são descritas a partir desse

sistema referencial. A mudança de coordenadas do sistema de referencia $O'XYZ$ para o sistema $A'XYZ$ é definida como:

$$\begin{bmatrix} X_a \\ Y_a \\ Z_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ut + X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

O último sistema de referência, $C'xyz$ é um sistema não inercial, móvel, fixo ao navio no ponto C , registrando os deslocamentos devidos às acelerações e velocidades angulares do corpo rígido. Inicialmente as direções dos eixos x_c, y_c, z_c coincidem com os eixos do sistema $O'XYZ$. Os ângulos de rotação são, o ângulo de roll ϕ com respeito ao eixo x_c , o ângulo de pitch θ com respeito ao eixo y_c , e o ângulo de yaw ψ com respeito ao eixo z_c . O ângulo de incidência da onda com respeito ao navio é definido como χ , onde $\chi = 0^\circ$ corresponde a mar de popa, e $\chi = 180^\circ$ corresponde a ondas incidindo pela proa. Aqui, pode ser definido o vetor posição R_c do ponto C referido ao sistema $O'XYZ$:

$$R_c = X_c \hat{I} + Y_c \hat{J} + Z_c \hat{K} \quad (2.2)$$

onde $\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$ são os vetores unitários no sistema de referência $O'XYZ$. Logo a velocidade do ponto C é:

$$\frac{dR_c}{dt} = U_c \hat{i} + V_c \hat{j} + W_c \hat{k} \quad (2.3)$$

Assumindo que o vetor $\vec{v} = (\hat{i}(t), \hat{j}(t), \hat{k}(t))$ é o vetor unitário no sistema de referência não inercial $C'xyz$; então, pode-se estabelecer uma relação entre os dois sistemas de vetores usando-se a transformação de coordenadas, desde um sistema móvel para um inercial, mediante os ângulos modificados de Euler em função dos ângulos de rotação yaw, pitch, e roll (Neves, 2006). A velocidade do ponto C pode ser escrita em termos do traspasso de coordenadas, como segue:

$$\frac{dR_c}{dt} = \bar{T} \begin{bmatrix} U_2 \\ V_2 \\ W_2 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

onde, o vetor (U_2, V_2, W_2) é a velocidade registrada no sistema móvel, e \bar{T} é a matriz de transformação modificada:

$$\bar{T} = \begin{bmatrix} \cos(\psi)\cos(\theta) & \begin{matrix} \langle \cos(\psi)\sin(\theta)\sin(\phi) \rangle \\ \langle -\sin(\psi)\cos(\phi) \rangle \end{matrix} & \begin{matrix} \langle \cos(\psi)\sin(\theta)\cos(\phi) \rangle \\ \langle -\sin(\psi)\sin(\phi) \rangle \end{matrix} \\ \sin(\psi)\cos(\theta) & \begin{matrix} \langle \sin(\psi)\sin(\theta)\sin(\phi) \rangle \\ \langle +\cos(\psi)\cos(\phi) \rangle \end{matrix} & \begin{matrix} \langle \sin(\psi)\sin(\theta)\cos(\phi) \rangle \\ \langle -\cos(\psi)\sin(\phi) \rangle \end{matrix} \\ -\sin(\theta) & \begin{matrix} \langle \cos(\theta)\sin(\phi) \rangle \end{matrix} & \begin{matrix} \langle \cos(\theta)\cos(\phi) \rangle \end{matrix} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

além, a transformação das velocidades angulares pelos ângulos modificado de Euler desde um sistema fixo para um móvel é:

$$\Omega = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin(\theta) \\ 0 & \cos(\phi) & \sin(\phi)\cos(\theta) \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi)\cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

onde Ω é o vetor de velocidades angulares:

$$\Omega = P\hat{i} + Q\hat{j} + R\hat{k} \quad (2.7)$$

Segundo a definição dos sistemas de referências na **Figura 2.1**, a posição do centro de massa do navio medido a partir do sistema inercial $O'XYZ$ fica dado por:

$$R_G = R_c + r_G \quad (2.8)$$

onde o vetor r_G é o vetor da posição do centro de massa registrado no sistema móvel $C'xyz$:

$$r_G = x_G\hat{i} + y_G\hat{j} + z_G\hat{k} \quad (2.9)$$

Reescrevendo a posição do centro de massa em termos dos ângulos de Euler modificados, R_G fica:

$$R_G = \begin{bmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{bmatrix} + \bar{T} \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

logo, levando em conta que a variação de um vetor unitário é $\vec{\Omega} \times \vec{v}$, a velocidade do centro de massa, no sistema inercial que acompanha o navio, é:

$$\frac{dR_G}{dt} = \begin{bmatrix} \dot{X}_c \\ \dot{Y}_c \\ \dot{Z}_c \end{bmatrix} + \bar{T}(\vec{\Omega} \times \vec{r}_G) \quad (2.11)$$

O produto vetorial $\vec{\Omega} \times \vec{r}_G$ pode ser escrito como o produto de uma matriz por um vetor, assim a velocidade fica dada por:

$$\dot{R}_G = \begin{bmatrix} \dot{X}_c \\ \dot{Y}_c \\ \dot{Z}_c \end{bmatrix} + \bar{T}\bar{\Omega} \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

onde, a matriz $\bar{\Omega}$ é:

$$\bar{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & -R & Q \\ R & 0 & -P \\ -Q & P & 0 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Finalmente, nota-se por inspeção, sendo as coordenadas do centro de massa constante no sistema não inercial, a derivada temporal da matriz \bar{T} é :

$$\dot{\bar{T}} = \bar{T}\bar{\Omega} \quad (2.14)$$

3. Equações do movimento

As equações gerais do movimento do navio, aplicadas no centro de massa referido ao sistema inercial $O'XYZ$, estão dadas por:

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{R}_G}{dt} \quad (3.1)$$

$$\vec{M} = \frac{d}{dt} \bar{T} \bar{I}_1 \bar{\Omega} + m \bar{T} \vec{r}_G \times \frac{d\vec{R}_c}{dt} \quad (3.2)$$

onde, $\vec{F} = (F_x, F_y, F_z)$ e $\vec{M} = (M_x, M_y, M_z)$ são os vetores de força e momento hidrodinâmicos externos, aplicados no ponto c , descritos no **Capítulo 4**, e \bar{I}_1 é a matriz de inercia definida como:

$$\bar{I}_1 = \begin{bmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

tipicamente para um navio tem-se $I_{xy} = I_{yx} = I_{yz} = I_{zy} = 0$. De acordo com o objetivo de calcular a posição instantânea do corpo, as equações (3.1) e (3.2) devem ficar expressadas em termos das variáveis temporais a serem calculadas.

Em caso da equação (3.1), substituindo o vetor $\dot{\vec{R}}_G$ pela equação (2.12), obtém-se que:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = m \frac{d}{dt} \left(\begin{bmatrix} \dot{X}_c \\ \dot{Y}_c \\ \dot{Z}_c \end{bmatrix} + \bar{T} \bar{\Omega} \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix} \right) \quad (3.4)$$

logo, ao derivar a equação anterior e usando-se a expressão da matriz $\dot{\bar{T}}$ da equação (2.14), a equação (3.4) reescreve-se em função das matrizes constantes dependentes da posição inicial do centro de gravidade, e os vetores de variável dependente do tempo, como segue:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} \ddot{X}_c \\ \ddot{Y}_c \\ \ddot{Z}_c \end{bmatrix} + m\bar{T} \left(\bar{G}_1 \begin{bmatrix} \dot{P} \\ \dot{Q} \\ \dot{R} \end{bmatrix} + \bar{G}_2 \begin{bmatrix} QR \\ RP \\ PQ \end{bmatrix} - \bar{G}_3 \begin{bmatrix} P^2 \\ Q^2 \\ R^2 \end{bmatrix} \right) \quad (3.5)$$

onde as matrizes constantes \bar{G}_1 , \bar{G}_2 e \bar{G}_3 , são:

$$\bar{G}_1 = \begin{bmatrix} 0 & z_G & -y_G \\ -z_G & 0 & x_G \\ y_G & -x_G & 0 \end{bmatrix}; \bar{G}_2 = \begin{bmatrix} 0 & z_G & y_G \\ z_G & 0 & x_G \\ y_G & x_G & 0 \end{bmatrix}; \bar{G}_3 = \begin{bmatrix} 0 & x_G & x_G \\ y_G & 0 & y_G \\ z_G & z_G & 0 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Em caso da expressão para as equações dos momentos (3.2) para ser escrita em função das variáveis a calcular, derivam-se os termos do lado direito; logo após, substituindo equação (2.14), a equação de momentos fica:

$$\vec{M} = m\bar{E} \begin{bmatrix} \ddot{X}_c \\ \ddot{Y}_c \\ \ddot{Z}_c \end{bmatrix} + \bar{T}\bar{I}_1 \begin{bmatrix} \dot{P} \\ \dot{Q} \\ \dot{R} \end{bmatrix} + \bar{T}\bar{\Omega}_1 \begin{bmatrix} P \\ Q \\ R \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

onde a matriz \bar{E} é:

$$\bar{E} = \begin{bmatrix} 0 & -E_3 & E_2 \\ E_3 & 0 & -E_1 \\ -E_2 & E_1 & 0 \end{bmatrix}; \bar{E} = \bar{T}\bar{r}_G \quad (3.8)$$

o termo $\bar{T}\bar{\Omega}_1\bar{\Omega}$ da equação (3.7) pode-se descompor em:

$$\bar{T}\bar{\Omega}_1\bar{\Omega} = I_2 \begin{bmatrix} QR \\ RP \\ PQ \end{bmatrix} + I_3 \begin{bmatrix} P^2 \\ Q^2 \\ R^2 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

onde, I_2 e I_3 são matrizes constantes em função das inércias iniciais do navio:

$$\bar{I}_2 = \begin{bmatrix} I_{zz} - I_{yy} & 0 & -I_{xz} \\ 0 & I_{xx} - I_{zz} & 0 \\ I_{xz} & 0 & I_{yy} - I_{xx} \end{bmatrix}; \bar{I}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ I_{xz} & 0 & -I_{xz} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

então, a equação do momento reescreve-se como:

$$\vec{M} = m\vec{E} \begin{bmatrix} \ddot{X}_c \\ \ddot{Y}_c \\ \ddot{Z}_c \end{bmatrix} + \vec{T}\vec{I}_1 \begin{bmatrix} \dot{P} \\ \dot{Q} \\ \dot{R} \end{bmatrix} + I_2 \begin{bmatrix} QR \\ RP \\ PQ \end{bmatrix} + I_3 \begin{bmatrix} P^2 \\ Q^2 \\ R^2 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

até agora, as equações (3.5) e (3.11) estão expressadas em função de \dot{P} , \dot{Q} e \dot{R} , mas estas deveriam ser escritas em função das velocidades angulares de roll $\dot{\phi}$, pitch $\dot{\theta}$ e yaw $\dot{\psi}$, lembrando a relação entre as velocidades angulares da equação (2.6):

$$\frac{d\vec{\Omega}}{dt} = \frac{d}{dt} \vec{Q} \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

onde, \vec{Q} é matriz de transformação de ângulos modificados para as velocidades angulares da equação (2.6); e definindo a variável $\Lambda = (\phi, \theta, \psi)$ como um vetor dos deslocamentos angulares e usando-se a regra da cadeia na equação (3.12), a aceleração angular fica:

$$\dot{\vec{\Omega}} = \vec{Q} \ddot{\Lambda}_i + \left(\frac{d\vec{Q}}{d\Lambda_j} \frac{d\Lambda_j}{dt} \right) \dot{\Lambda}_i \quad (3.13)$$

$$\dot{\vec{\Omega}} = \vec{Q} \dot{\Lambda} + \vec{R} \dot{\Lambda}_j \dot{\Lambda}_i \quad (3.14)$$

com a matriz \vec{R} sendo:

$$\vec{R} = \begin{bmatrix} 0 & -\cos(\theta) & 0 \\ -\sin(\phi) & -\sin(\theta)\sin(\phi) & \cos(\phi)\sin(\phi) \\ -\cos(\phi) & -\sin(\theta)\cos(\phi) & -\cos(\theta)\sin(\phi) \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

finalmente, substituindo a equação (3.14) nas equações (3.5) e (3.11) tem-se:

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} \ddot{X}_c \\ \ddot{Y}_c \\ \ddot{Z}_c \end{bmatrix} + m\vec{T}\vec{G}_1\vec{Q} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} + m\vec{T} \left(\vec{G}_1\vec{R} \begin{bmatrix} \dot{\phi}\dot{\theta} \\ \dot{\theta}\dot{\psi} \\ \dot{\psi}\dot{\phi} \end{bmatrix} + \vec{G}_2 \begin{bmatrix} QR \\ RP \\ PQ \end{bmatrix} - \vec{G}_3 \begin{bmatrix} P^2 \\ Q^2 \\ R^2 \end{bmatrix} \right) \quad (3.16)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = m\vec{E} \begin{bmatrix} \ddot{X}_c \\ \ddot{Y}_c \\ \ddot{Z}_c \end{bmatrix} + \vec{T}\vec{I}_1\vec{Q} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} + \vec{T} \left(\vec{I}_1\vec{R} \begin{bmatrix} \dot{\phi}\dot{\theta} \\ \dot{\theta}\dot{\psi} \\ \dot{\psi}\dot{\phi} \end{bmatrix} + \vec{I}_2 \begin{bmatrix} QR \\ RP \\ PQ \end{bmatrix} + \vec{I}_3 \begin{bmatrix} P^2 \\ Q^2 \\ R^2 \end{bmatrix} \right) \quad (3.17)$$

As equações apresentadas acima correspondem aos movimentos do navio considerando os termos não lineares. Estas duas equações são usadas para calcular a posição instantânea do navio.

4. Formulação do escoamento externo em ondas gravitacionais

Para o escoamento externo, considerando que os corpos flutuantes estarão interagindo com ondas gravitacionais lineares, a formulação adotada é a formulação clássica do potencial descrita a seguir.

4.1. Forças hidrodinâmicas potenciais gerais

Para a formulação pelo potencial de velocidades, o escoamento é assumido incompressível, não viscoso e irrotacional, tal que existe uma função escalar φ onde seu gradiente é igual ao campo de velocidade do escoamento \vec{u} :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} = \vec{u} \quad (4.1.1)$$

De acordo com a definição anterior, as equações que governam o escoamento escritas em função de φ são, a conservação da massa:

$$\nabla^2 \varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0 \quad (4.1.2)$$

e a equação de Bernoulli:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2}(\nabla \varphi)^2 + \rho(p - p_0) + gZ = 0 \quad (4.1.3)$$

onde, ρ é a densidade do fluido, p é a pressão, p_0 é pressão atmosférica constante, e g é a aceleração de gravidade. Na teoria potencial, se faz a diferença entre as condições de contorno dinâmica e cinemática do escoamento. A primeira condição refere-se aos deslocamentos da superfície livre, considerando como condição de contorno a pressão constante igual à pressão atmosférica:

$$p_0 = 0 \quad (4.1.4)$$

A cinemática do escoamento está relacionada com a condição de contorno de impermeabilidade, considerando a componente da velocidade normal do escoamento nula, para todos os pontos da superfície molhada instantânea, a condição de impermeabilidade é expressada como:

$$\begin{aligned}\vec{u} \cdot \vec{n} &= 0 \\ \frac{DF}{Dt} &= 0\end{aligned}\quad (4.1.5)$$

onde, $F(x,y,z,t)$ é a equação paramétrica da superfície livre e \vec{n} é o vetor normal à superfície molhada instantânea. Na teoria potencial linear assumem-se pequenas perturbações do escoamento, fazendo com que os termos quadráticos da equação de Bernoulli (4.1.3) sejam descartados. Outra consideração da linearização, na interação do navio com o escoamento, o potencial pode ser dividido em perturbações como segue:

$$\varphi_T = \varphi_{in} + \varphi_{di} + \varphi_{ir} \quad (4.1.6)$$

sendo, φ_{in} o potencial da onda incidente, φ_{di} o potencial da onda difratada pela passagem da onda pelo corpo, e φ_{ir} o potencial da onda irradiada devido aos deslocamento do corpo. Cada um dos potenciais satisfazem as equações (4.1.4) e (4.1.5). A divisão do potencial permite a individuação de cada fenômeno físico, facilitando o cálculo das forças produzidas pela interação entre o corpo e o escoamento.

A pressão é calculada na superfície molhada instantânea, substituindo equação (4.1.6) na equação (4.1.3) linearizada, a expressão para a pressão fica:

$$p = -\rho \frac{\partial \varphi_{in}}{\partial t} - \rho \frac{\partial \varphi_{dif}}{\partial t} - \rho \frac{\partial \varphi_{ir}}{\partial t} - \rho Z \quad (4.1.7)$$

Observa-se que a pressão p está composta de uma parte dinâmica, que refere aos termos $\rho \frac{\partial \varphi}{\partial t}$, e a parcela estática de pressão correspondente ao termo ρgz . Usando-se a condição de contorno dinâmica, a função da superfície livre, em $z = \zeta$, fica definida como:

$$\zeta_{z=\zeta} = -\frac{1}{g} \frac{\partial \varphi_T}{\partial t} \quad (4.1.8)$$

onde, a amplitude ζ corresponde à função da superfície livre de uma onda. Logo, pela definição da força hidrodinâmica $F = \iint p \vec{n} ds$, tem-se que a força total é calculada como:

$$\vec{F}_j = -\iint p_{irr} \vec{n}_j ds - \iint p_{dif} \vec{n}_j ds - \iint (p_{inc} - \rho g Z) \vec{n}_j ds \quad (4.1.9)$$

onde, \vec{n}_j é o vetor normal à superfície do navio, e $j=1,2...6$ é o índice da direção do vetor normal; para $j>3$ o vetor normal é $\vec{n}_{j>3} = (\vec{r} \times \vec{n})$, sendo \vec{r} o vetor posição de cada ponto da superfície molhada no casco. As forças hidrodinâmicas são calculadas no sistema inercial que acompanha o navio. Então, todas as referências das posições são calculadas a partir do ponto C referidos ao sistema $O'XYZ$.

4.2. Forças hidrostática e de Froude-Krilov

A força hidrostática corresponde à força devida às pressões produto da gravidade sob à superfície molhada do navio, enquanto que, a força devida à passagem da onda incidente sobre o navio é a força de Froude-Krilov. Seja o potencial de uma onda incidente, sem perturbações, definido como:

$$\varphi_{in} = \zeta(\omega) e^{kz} \sin(K_x X + K_y Y - \omega_e t) \quad (4.2.1)$$

onde, K_x e K_y são os números de onda na direção x e y , $\zeta(\omega)$ é a amplitude do potencial definido como:

$$\zeta(\omega) = \frac{\zeta_0 g}{\omega} \quad (4.2.2)$$

Para um escoamento sem difração nem irradiação na equação (4.1.7), substituindo o potencial da onda incidente, a pressão fica:

$$p = \rho g \zeta_{in} e^{kz} - \rho g Z \quad (4.2.3)$$

onde, de acordo com a equação (4.1.8), ζ_{in} é:

$$\zeta_{in} = \zeta_0 e^{kz} \cos(K_x X + K_y Y - \omega_e t) \quad (4.2.4)$$

logo, as forças de Froude-Krilov e a hidrostática são:

$$\vec{F}_{FK-Hs,j} = \rho g \iint (\zeta_{in} - Z) \vec{n}_j ds \quad (4.2.5)$$

4.3. O modelo deformado da força de Froude-Krilov

No método de cálculo aqui proposto, o valor da variável Z é avaliado na equação (4.2.5) considerando os deslocamentos e a superfície livre instantânea do navio. No método tradicional, Z é fixo e avaliado até a posição de flutuação média do navio, sendo de ordem linear. No modelo proposto a força de Froude-Krilov e Hidrostática ficam sendo não lineares.

A integração das pressões na superfície molhada instantânea do navio requer que as pressões estejam claramente definidas, até agora as pressões apresentadas na equação (4.2.3), em torno da superfície livre média, ainda não são compreensivelmente definidas, pelo fato da complexidade da função da superfície livre. Considerando a linearização da equação (4.1.8), tem-se que a superfície livre instantânea aproxima-se como segue:

$$\begin{aligned}\zeta_{in}(Z=0) &= \zeta_{in} \\ \zeta_{in}(Z=\zeta_{in}) &= \zeta_{in} \\ \zeta_{in}(Z=-h) &= 0\end{aligned}\tag{4.3.1}$$

logo, analisando a equação (4.2.3), de acordo com a condição de contorno dinâmica na superfície molhada instantânea ($Z = \zeta_{in}$) tem-se:

$$p = \rho g \zeta_{in} - \rho g \zeta_{in} = 0\tag{4.3.2}$$

Na superfície livre a condição inicialmente imposta é satisfeita usando-se a linearização da função de superfície livre. Enquanto os termos da pressão em $0 \leq Z \leq \zeta_{in}$, a parcela hidrostática é negativa, com respeito ao Froude-Krilov a pressão mantém-se constante nessa região.

Em caso da superfície livre média, avaliando $Z=0$ na equação (4.2.3), a pressão obtida é:

$$p = \rho g \zeta_{in}\tag{4.3.3}$$

Indicando que a pressão na superfície livre média corresponde a apenas a pressão hidrostática, causada pela elevação da onda, o sinal dessa pressão

corresponderia ao sinal da função da superfície livre, gerando descontinuidade na distribuição da pressão. Na **Figura 4.1** ilustra-se a distribuição da pressão ao longo de uma linha para ambas pressões, no cavado e crista da onda.

Como foi mostrado na teoria linear potencial, apenas consideram-se as pressões do escoamento a partir da superfície livre média ($Z = 0$). Com o objetivo de ultrapassar a limitação do método linear, modificações às pressões são feitas, baseada na idéia da extensão das pressões de Froude-Krilov e hidrostática, até a superfície molhada instantânea. Basicamente é considerar o corrimento do eixo Z para a nova coordenada $Z' = Z - \zeta_{in}$, então:

$$p = \rho g \zeta_{in}(Z') - \rho g Z' \quad (4.3.4)$$

avaliando a pressão na superfície livre $z = \eta$:

$$p = \rho g \zeta_{in}(\zeta_{in} - \zeta_{in}) - \rho g(\zeta_{in} - \zeta_{in}) = \rho g \zeta_{in}(0) = \rho g \zeta_{in} \quad (4.3.5)$$

a pressão para superfície livre média $z = 0$

$$p = \rho g \zeta(-\zeta) - \rho g(-\zeta) = 0 \quad (4.3.6)$$

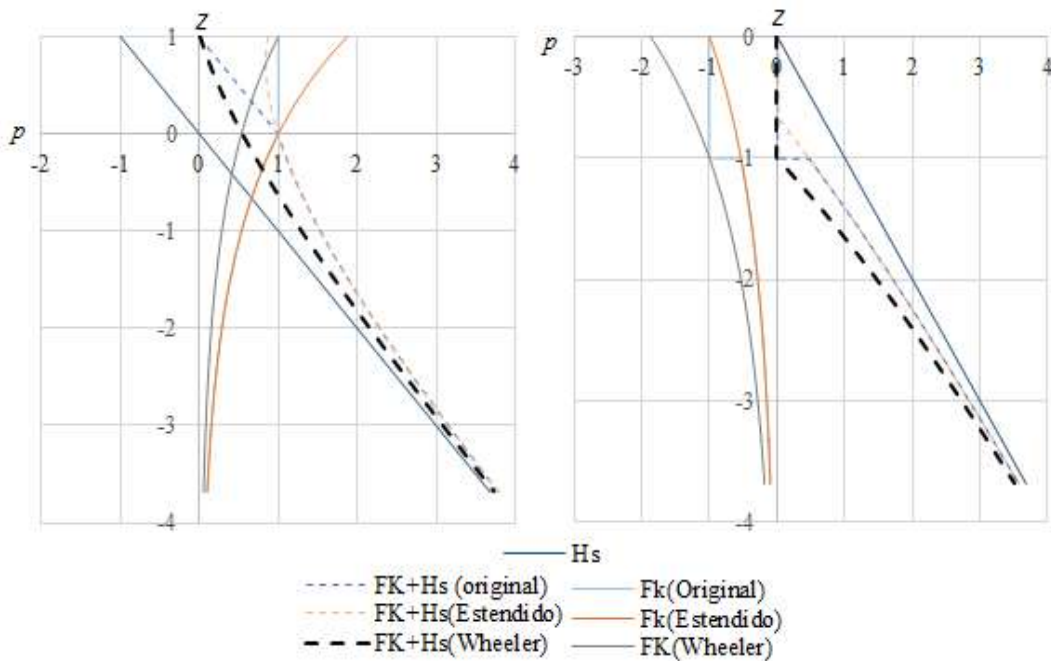


Figura 4.1 Comparação da distribuição das pressões de Froude-Krilov, entre as curva teórica, modelos estendido e o deformado de Wheeler, no eixo Z : a) Pressões na crista da onda; b) Pressões no cavado da onda

Este método apresenta incompatibilidades desde que a pressão na superfície molhada instantânea seja diferente de zero, como mostra-se na **Figura 4.1** (curva pontada suave) para o modelo estendido. Outra modificação seria implementar o deslocamento de eixo apenas para a pressão dinâmica, o método de extrapolação comumente aceitado é do Wheeler (Wheeler, 1970). No método mencionado, o eixo é modificado como:

$$Z' = qZ + h(q-1) \quad (4.3.7)$$

onde, q é:

$$q = \frac{h}{h + \zeta_{in}} \quad (4.3.8)$$

agora, rearranjando Z'

$$Z' = q(Z + h) - h \quad (4.3.9)$$

em caso de amplitudes de onda pequenas tem-se $q \approx 1$. A pressão modificada pelo método de Wheeler é:

$$p = \rho g \zeta_{in}(Z') - \rho g Z \quad (4.3.10)$$

avaliando as pressões na superfície livre tem-se que $Z = \zeta$, a coordenada modificada fica $Z' = 0$, então a pressão é:

$$p = \rho g \zeta_{in}(0) - \rho g \zeta_{in} = 0 \quad (4.3.11)$$

avaliando a pressão em $Z = 0$:

$$p = \rho g \zeta_{in}(h[q-1]) \approx \rho g \zeta_{in} \quad (4.3.12)$$

Usando-se Wheeler, as dificuldades no cálculo da pressão até a superfície livre foram ultrapassadas, satisfazendo a condição dinâmica. Na **Figura 4.1** mostra-se distribuição das pressões pelo método de Wheeler no eixo Z (curva pontada preta) extrapoladas até a superfície livre.

Caso que os termos não lineares da pressão são retidos, então a pressão em águas profundas torna-se em:

$$p = -\rho g Z' + \rho g \zeta_{in}(Z') + 0.5 * \rho \zeta_0^2 \omega^2 e^{2kZ'} \quad (4.3.13)$$

onde, tem sido usado a relação trigonométrica do termo quadrático:

$$\begin{aligned} 0.5(u^2 + v^2) &= 0.5 \zeta_0^2 \omega^2 e^{2kz} \left(\sin^2(xK_x + yK_y - \omega t) + \cos^2(xK_x + yK_y - \omega t) \right) \\ &= 0.5 \zeta_0^2 \omega^2 e^{2kz} \end{aligned} \quad (4.3.14)$$

Finalmente, a pressão da onda incidente da equação (4.3.14) fica composta de uma parte hidrostática, da excitação harmônica de primeira ordem da onda e o termo da segunda ordem.

4.4. A força de difração

De acordo com a análise, anteriormente foi descrita a força da onda incidente sem considerar as perturbações do escoamento. Então é definida a força de difração como o produto da perturbação do escoamento, no campo próximo ao navio, pela presença do navio, ainda que este esteja fixo. Considerando-se um escoamento de tipo harmônico, o potencial de difração pode ser escrito como:

$$\varphi_{dif} = \bar{\varphi}(x, y, z) e^{i\omega t} \quad (4.4.1)$$

onde, $\bar{\varphi}$ é uma função dependente da posição do escoamento. Então o potencial do escoamento para uma onda é soma dos potenciais incidente e de difração, $\varphi = \varphi_{in} + \varphi_{dif}$, usando-se a condição de contorno de impermeabilidade na equação (4.1.5), tem-se a relação:

$$\frac{\partial \varphi_{dif}}{\partial n} = - \frac{\partial \varphi_{inc}}{\partial n} \quad (4.4.2)$$

A pressão de difração é obtida usando-se a parcela dinâmica da equação de Bernoulli linearizada. Então, substituindo (4.4.1) em (4.1.7), a pressão fica:

$$p_{dif} = -\rho \frac{\partial \varphi_{dif}}{\partial t} e^{i\omega t} \quad (4.4.3)$$

A força de difração é calculada substituindo a pressão de difração na equação (4.1.9):

$$\vec{F}_{dif,j} = -i\omega\rho e^{i\omega t} \iint \bar{\varphi} \vec{n}_j ds \quad (4.4.4)$$

usando-se relações de reciprocidade entres os potenciais de difração e incidente, a força de difração calcula-se como:

$$\vec{F}_{dif,j} = e^{i\omega t} i\omega \iint \varphi_j \nabla \varphi_{inc} \vec{n}_j ds \quad (4.4.5)$$

onde, φ_j é uma função para os seis graus de liberdade.

4.5. A força de irradiação

As forças de irradiação são consequências das mudanças no quantidade de movimento do escoamento e as ondas geradas devido aos deslocamentos do navio. Estas forças estão relacionadas linearmente com a posição, velocidade e aceleração do corpo. Tradicionalmente as forças de irradiação são resolvidas pelo método da teoria potencial linear no domínio da frequência, em proporção linear a aceleração e velocidade do navio. O método não descreve a dinâmica do navio com precisão suficiente para quando se requer a resposta para uma excitação não harmônica. Outra aproximação é o método no domínio do tempo, o qual inclui os efeitos de memória fluida, representada pela integral de convolução. Os dois métodos mencionados são descritos para um navio com velocidade de avanço $U = 0$. Para velocidades diferentes de zero, pode usar-se o modelo de correção de coeficientes hidrodinâmicos, introduzido por Salvesen et al. (1970).

4.5.1. Forças de irradiação no domínio da frequência

Assumindo que as oscilações do navio ocorrem para uma frequência em particular, na ausência de ondas incidentes, então as oscilações do navio podem ser descritas por:

$$\begin{aligned} \xi_j &= \xi_{0j} e^{i\omega t} \\ \dot{\xi}_j &= i\omega \xi_{0j} e^{i\omega t} \\ \ddot{\xi}_j &= -\omega^2 \xi_{0j} e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (4.5.1)$$

aqui, ξ_{0j} é a amplitude de oscilação do navio, para seus j graus de liberdade. Usando-se a definição do potencial na equação (4.4.1), o potencial de irradiação é definido como:

$$\varphi_{ir} = \sum_{j=1}^6 \varphi_j(x, y, z, \omega) \xi_j \quad (4.5.2)$$

onde, φ_j é o potencial de irradiação complexo devido ao movimento forçado do navio, em cada um dos seis graus de liberdade. O potencial de irradiação depende da frequência ω , o vetor posição de cada ponto do casco do navio, e das amplitudes de oscilação unitárias. Assim, substituindo a equação (4.5.2) em (4.1.5), a pressão de irradiação fica:

$$p_{ir} = -\rho \sum_{j=1}^6 \varphi_j(x, y, z, \omega) \dot{\xi}_j \quad (4.5.3)$$

Integrando as pressões de irradiação sobre a superfície do casco do navio, tem-se as forças e momentos de irradiação:

$$\vec{F}_{ir,j} = -\rho \iint \sum_{k=1}^6 \varphi_k(x, y, z, \omega) \dot{\xi}_k n_j ds \quad (4.5.4)$$

O potencial de irradiação pode ser dividido nas partes imaginária e real, então rearranjando, a força de irradiação fica:

$$\vec{F}_{ir,j} = -\frac{\rho}{\omega} \iint -\sum_{k=1}^6 \varphi_k^{ima}(x, y, z, \omega) \ddot{\xi}_k n_j ds - \rho \iint -\sum_{k=1}^6 \varphi_k^{real}(x, y, z, \omega) \dot{\xi}_k n_j ds \quad (4.5.6)$$

ou na forma vetorial:

$$\vec{F}_{ir,j} = -A(\omega)_{k,j} \ddot{\xi} - B(\omega)_{k,j} \dot{\xi} \quad (4.5.7)$$

onde, $A(\omega)$ e $B(\omega)$ são as matrizes dos coeficientes hidrodinâmicos de massas adicionais e amortecimentos, calculadas como:

$$A(\omega)_{k,j} = -\frac{\rho}{\omega} \iint \varphi_k^{ima}(x, y, z, \omega) \bar{n}_j ds \quad (4.5.8)$$

$$B(\omega)_{k,j} = -\rho \iint \varphi_k^{real}(x, y, z, \omega) n_j ds$$

Os coeficientes hidrodinâmicos das massas adicionais e amortecimentos variam dependendo da forma do navio e da frequência de excitação. A equação de movimento obtida para as forças de irradiação (4.5.7) é válida apenas no domínio da frequência. Na teoria clássica dos movimentos dos navios, na aproximação das forças de irradiação são considerado as matrizes $A(\omega)$ e $B(\omega)$ como constantes para uma frequência dada.

4.5.2. Forças de irradiação no domínio do tempo

Levando em consideração que as oscilações do navio estão dadas por $\vec{\xi}(t)$, se uma excitação impulsiva é dada ao navio, as ondas geradas seguem seu desenvolvimento ainda depois da excitação, gerando uma resposta do navio muito mais longa do que o impulso inicial. A onda irradiada desde o navio implica em uma dependência no tempo do escoamento. Este efeito de memória pode ser capturado na descrição do potencial de irradiação no domínio do tempo, usando-se a formulação apresentada por Cummins (1962):

$$\varphi_{ir} = \sum_{j=1}^6 \varphi_j(x, y, z) \dot{\xi}_j + \int_0^t \chi(t-\tau) \dot{\xi}_j(\tau) d\tau \quad (4.5.9)$$

aqui, o primeiro termo da parte esquerda da equação (4.5.9), corresponde ao potencial de irradiação instantâneo devido às oscilações do navio nos seis graus de liberdade. O segundo termo é a integral de convolução, usada para descrever a dependência do escoamento com a história previa do movimento do fluido, sendo $\chi(t-\tau)$ a função da resposta do escoamento para um impulso. A função potencial apresentada não é apenas válida para movimentos cíclicos, se não também para qualquer tipo de movimento. Seguindo procedimento usado anteriormente para determinar a força de irradiação no domínio da frequência, pela substituição do potencial na equação de Bernoulli linearizada, tem-se que a força de irradiação no domínio do tempo é:

$$\vec{F}_{ir} = -M_A \ddot{\vec{\xi}} - \int_0^t K(t-\tau) \dot{\vec{\xi}}(\tau) d\tau \quad (4.5.10)$$

onde, a matriz M_A dependente da forma do navio, e $K(t-\tau)$ a nova função de retardação, estes podem ser achados como:

$$M_A = -\rho \iint \varphi_j(x, y, z) \mathbf{n}_k \cdot d\mathbf{s} \quad (4.5.11)$$

$$K(t - \tau) = -\rho \iint \frac{\partial \chi_j(t - \tau)}{\partial t} n_k \cdot ds$$

A integral de convolução na equação (4.5.10), torna-se no domínio da frequência simplesmente uma multiplicação da transformada de Fourier das funções de retardação $K(t - \tau)$ e a velocidade do navio $\dot{\xi}$. A função de transferência resultante da transformação de Fourier da função de retardação, composta por uma parte real e outra imaginária, pode ser encontrada diretamente em função dos coeficientes hidrodinâmicos das massas adicionais e de amortecimentos, conectado às forças de irradiação no domínio do tempo e frequência. Assumindo um movimento harmônico simples com frequência ω e $e^{i\omega t} = \cos(\omega t) + i \sin(\omega t)$, substituindo na equação (4.5.10), tem-se:

$$\begin{aligned} F_{ir}^{tem} = \omega^2 \cos(\omega t) M_{A\xi_{0,j}} - \omega \cos(\omega t) \int_0^t K(\tau) \xi_{0,j} \sin(\omega \tau) d\tau \\ + \omega \sin(\omega t) \int_0^t K(\tau) \xi_{0,j} \cos(\omega \tau) d\tau \end{aligned} \quad (4.5.12)$$

e na equação (4.5.7):

$$\bar{F}_{ir,j}^{fre} = \omega^2 \cos(\omega t) A(\omega) \xi_{0,j} + \omega \sin(\omega t) B(\omega) \xi_{0,j} \quad (4.5.13)$$

comparando os termos das equações (4.5.11) e (4.5.13), dependentes de $\cos(\omega t)$ e $\sin(\omega t)$, obtém-se as seguintes relações:

$$A(\omega) = M_A - \frac{1}{\omega} \int_0^t K(\tau) \sin(\omega \tau) d\tau \quad (4.5.14)$$

$$B(\omega) = \int_0^t K(\tau) \cos(\omega \tau) d\tau \quad (4.5.15)$$

Opostamente, conhecendo os coeficientes hidrodinâmicos, é possível obter a função da memória fluida no domínio do tempo da parte real e imaginária, aplicando a transformada de Fourier nas equações (4.5.14) e (4.5.15):

$$K(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty B(\omega) \cos(\omega t) d\omega \quad (4.5.16)$$

$$K(t) = -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \omega(A(\omega) - M_A) \sin(\omega t) d\omega \quad (4.5.17)$$

finalmente, de acordo com as equações (4.5.16) e (4.5.17), a função de transferência da memória fluida é:

$$K(i\omega) = B(\omega) + i\omega(A(\omega) - M_A) \quad (4.5.18)$$

O esquema anteriormente descrito para a função de memória fluida pode ser usado para calcular a integral de convolução na equação (4.5.10) diretamente, embora o método é ineficiente computacionalmente. Existem métodos eficientes para o cálculo da integral de convolução, como é o “State-Space” (Perez e Fosse, 2008), onde a integral de convolução é considerada como um sistema causal e invariante, da forma:

$$y = \int_0^t K(t - \tau) \dot{\xi}(\tau) d\tau \cong \begin{cases} \dot{x} = Ax + B\dot{\xi} \\ y = Cx \end{cases} \quad (4.5.19)$$

Este método salva toda a informação passada do sistema no vetor de estado x . Em essência, a aproximação pelo método “State-Space” é implementada pelo uso de sistemas de identificação parâmetros. Estes sistemas consistem, primeiro, na identificação da estrutura e ordem do modelo. De início, da estimação dos parâmetros e por último, a validação do modelo. A identificação dos parâmetros pode ser feita no domínio do tempo usando-se a equação (4.5.17), ou no domínio da frequência na equação (4.5.18), diferentes estimadores linear e não linear dos mínimos quadrados podem ser usados em cada caso. Perez e Fosse (2008) apresentam detalhes acerca da aplicação de ambos métodos de identificação, com o objetivo de obter um modelo paramétrico da memória fluida, para a determinação das forças de irradiação atuantes no navio.

4.1. Cálculo da força peso

A força peso é proporcional ao volume de água deslocado inicialmente Δ_0 , na direção do eixo Z_c no sistema inercial $O'XYZ$:

$$\vec{F}_{p,3} = -\rho g \Delta_0 \hat{k} \quad (4.6.1)$$

O momento produzido pela força peso depende da distribuição das massas no navio, as quais resultam no centro de massa. O momento é calculado como:

$$\vec{M}_{p,j} = -\vec{T}_G \times mg\hat{k} \quad (4.6.2)$$

Tipicamente, para embarcações as coordenadas x_G e y_G do centro de gravidade coincidem com a origem do sistema inercial, simplificando o cálculo dos momentos.

5. Algoritmo no domínio do tempo (TD-Algoritmo)

A equação a ser resolvida é obtida, primeiro, substituindo as forças hidrodinâmicas nas equações gerais do movimento (3.16) e (3.17). A posição instantânea do navio é obtida após integração da equação geral do movimento.

Na obtenção das forças, no caso de irradiação, é aproximada usando-se o domínio da frequência, toda vez que é de interesse a resposta permanente do navio sob as excitações harmônicas. Então, substituindo as forças hidrodinâmicas, a equação generalizada do movimento fica:

$$[\bar{M} + \bar{A}]\ddot{\xi} = -\bar{B}\dot{\xi} - \bar{C} - \bar{D} - \bar{E} + \bar{F}_{z_p} - \bar{F}_{z_{hs}} + \bar{F}_{z_{fk}} + \bar{F}_{z_{Dif_{sl}}} \quad (5.1)$$

onde os vetores \bar{C} , \bar{D} , e \bar{E} são os termos quadráticos das equações (3.16) e (3.17):

$$\ddot{\xi} = \begin{bmatrix} \ddot{R}_c \\ \ddot{\Lambda} \end{bmatrix}; \dot{\xi} = \begin{bmatrix} \dot{R}_c \\ \dot{\Lambda} \end{bmatrix}; \bar{C} = \begin{bmatrix} \bar{T}\bar{G}_2 \\ \bar{T}\bar{I}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} QR \\ RP \\ PQ \end{bmatrix}; \bar{D} = \begin{bmatrix} -\bar{T}\bar{G}_3 \\ \bar{T}\bar{I}_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P^2 \\ Q^2 \\ R^2 \end{bmatrix}; \bar{E} = \begin{bmatrix} \bar{T}\bar{G}_1\bar{R} \\ \bar{T}\bar{I}_2\bar{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}\dot{\theta} \\ \dot{\psi}\dot{\theta} \\ \dot{\psi}\dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

as matrizes de coeficientes, de massa $[\bar{M} + \bar{A}]$ e amortecimentos $[\bar{B}]$ são:

$$[\bar{M} + \bar{A}] = \begin{bmatrix} m\bar{I} + \bar{A}_{11}(\omega) & m\bar{T}\bar{G}_1\bar{Q} + \bar{A}_{12}(\omega) \\ m\bar{E} + \bar{A}_{21}(\omega) & \bar{T}\bar{I}_1\bar{Q} + \bar{A}_{22}(\omega) \end{bmatrix}; \bar{B} = \begin{bmatrix} \bar{B}_{11}(\omega) & \bar{B}_{12}(\omega) \\ \bar{B}_{21}(\omega) & \bar{B}_{22}(\omega) \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Os coeficientes de massas adicionais e amortecimentos potenciais são obtidos através do código comercial WAMIT baseado na teoria dos painéis de radiação/difração (User Manual V.7.0). Este tipo de código permite a rápida obtenção dos coeficientes hidrodinâmicos dependente da frequência, o qual requer especial atenção na construção da malha na superfície molhada do navio, este é um aspecto importante para a precisão do cálculo, principalmente nas frequências altas. Em geral o tamanho do painel deve ser da ordem de 1/8 do comprimento de onda correspondente a frequências consideradas altas, como foi discutido por Faltinsen (1990). Ondas de frequências altas requerem que o tamanho do painel seja ainda menor, demandando um maior número de cálculos computacionais.

Na equação (5.1) do movimento, as forças de excitações e integração temporal são calculadas instantaneamente por um método discreto, discutido a seguir.

5.1. Integração das pressões hidrodinâmicas

O cálculo das forças, pela ação do escoamento externo, é feito pela integração numérica das pressões distribuídas discretamente no casco do navio, como é mostrado na **Figura 5.1**. Aqui, a superfície do navio é particionada numa malha de painéis retangulares, obtidos pelo uso de um programa CAD/CAM adequado para geometrias de formas complexas.

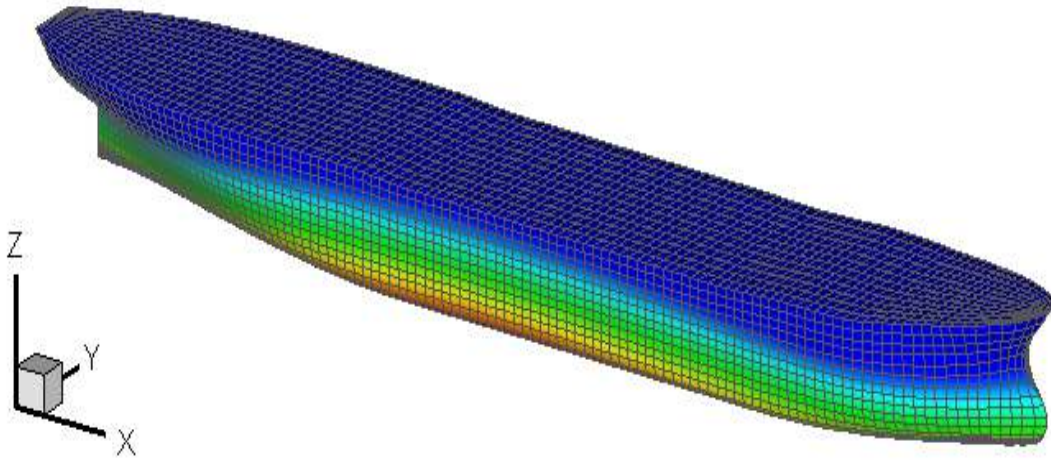


Figura 5.1 Malha padrão e sua distribuição de pressão sobre o navio

Após geração da malha e cálculo das pressões da onda incidente por meio de uns dos métodos proposto na **Seções 2 e 3** do Capítulo anterior, as forças e momentos são calculadas usando-se expressão discreta:

$$\vec{F}_{ex,j} = \sum_{i=1}^{n_p} P_i^{t+1} \vec{n}_{i,j}^{t+1} \Delta S_i \quad (5.1.1)$$

onde P_i^{t+1} é a pressão hidrodinâmica instantânea, ΔS é a área do painel que contém o nó i , mostrada na **Figura 5.2** e, n_p é o número total de painéis. A normal dos painéis, $n_{i,j}^{t+1}$, é atualizada em cada passo de tempo, onde para $j \leq 3$ é:

$$\vec{n}_{i,j \leq 3}^{t+1} = \vec{T}^{t+1} \vec{n}_i^0 \quad (5.1.2)$$

e para $j > 3$

$$n_{i,j > 3}^{t+1} = [\vec{T}^{t+1} r_i^0] \times n_i^{t+1} \quad (5.1.3)$$

sendo, $j \leq 3$ correspondente às forças e $j > 3$ aos momentos externos instantâneos.

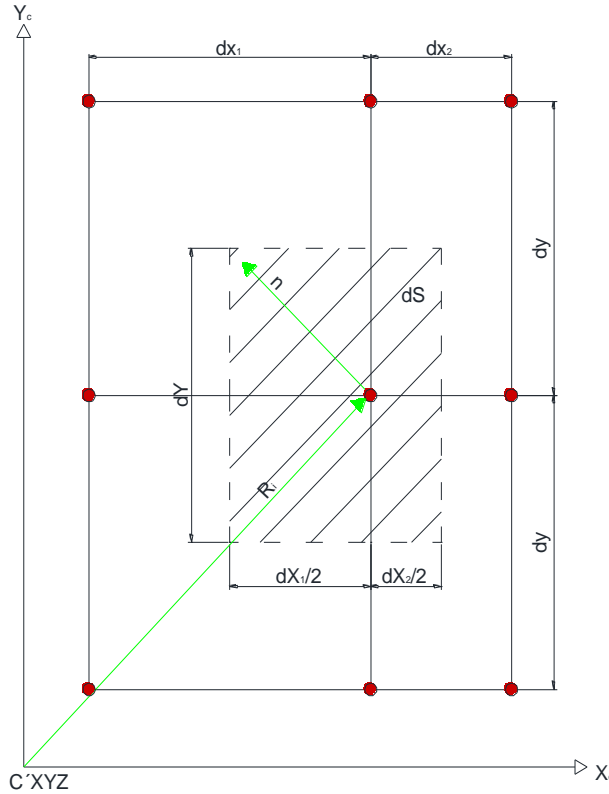


Figura 5.2 Esquema de integração das pressões sobre os painéis.

As forças hidrodinâmicas de excitação a incluir no TD-algoritmo foram analisadas no **Capítulo 4**, onde as pressões de Froude-Krilov e hidrostática são avaliadas em cada passo do tempo na equação (4.3.4) até a superfície livre instantânea. A integração dessas equações usando-se a equação (5.1.1), fica:

$$\vec{F}_{ex,j} = \rho g \sum_{i=1}^{n_p} (\zeta_{in,i}(Z'_i) - Z_i) \vec{n}_{i,j}^{t+1} \Delta S_i \quad (5.1.4)$$

A integração da força de Froude-Krilov foi avaliada numa caixa submetida a ondas de distintas frequências e amplitudes constantes. Uma comparação dos cálculos numéricos mostra-se na **Figura 5.3**, incluindo as forças obtidas pelo cálculo analítico, e os métodos propostos de Wheeler e o “Estendido”. A comparação demonstra a precisão do método adotado para a integração das pressões. Como foi comentado anteriormente para a obtenção dos coeficientes hidrodinâmicos, a precisão do método de integração varia em função da frequência, com especial atenção nas frequências altas, onde a discretização da geometria deve ser em consideração com a propriedade geométrica da onda.

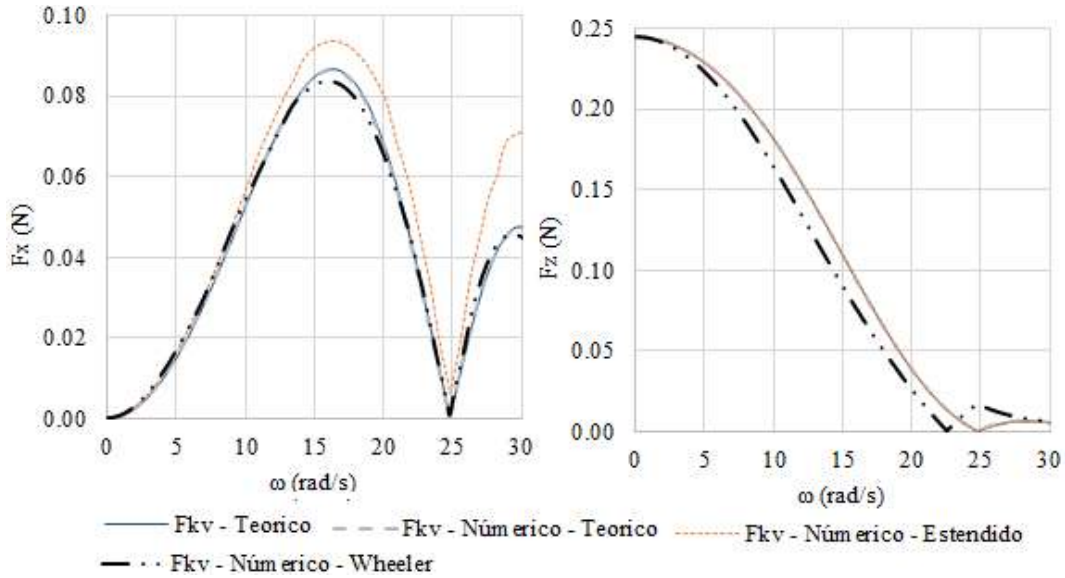


Figura 5.3 Comparação da força de Froude-Krilov, na direção X e Z, usando a integração numérica, para os modelos Teórico, Estendido e de Wheeler em função da frequência de onda

5.2. Atualização da força de difração

Em caso da força de difração, mediante o código WAMIT a força linear total de excitação externa é obtida no domínio da frequência, ou seja, a amplitude da força inclui as contribuições de difração e Froude-Krilov, até o plano de flutuação médio do navio. Para incluir outros efeitos na força de difração é preciso diminuir a força de Froude-Krilov da força obtida do WAMIT. Seja a força excitatriz total:

$$\vec{F}_{ext,j} = \vec{F}_{WAMIT,j} \cos(\omega t + \gamma) \quad (5.2.1)$$

e considerando que a força de Froude-Krilov linear depende da posição inicial da embarcação, a amplitude da força de Froude-Krilov é calculada apenas no início da simulação. Então a separação das forças é feita usando-se a identidade trigonométrica para soma de ângulo cosseno e seno, sendo a força de difração calculada como:

$$\vec{F}_{dif,j} = \left[\vec{F}_{WAMIT,j} \cos(\gamma) - \zeta_{in} \rho g \sum_{i=1}^{n_p} e_{1,i}(r_0) \vec{n}_{i,j}^0 \Delta S_i \right] \cos(\omega_e t) - \left[\vec{F}_{WAMIT,j} \sin(\gamma) + \zeta_{in} \rho g \sum_{i=1}^{n_p} e_{2,i}(r_0) \vec{n}_{i,j}^0 \Delta S_i \right] \sin(\omega_e t) \quad (5.2.2)$$

n_i^0 e r_i^0 são a normal e a posição inicial de cada painel da malha, $e_{1,i}$ e $e_{2,i}$ são funções da posição inicial de cada painel. Para incluir efeitos da velocidade de avanço, as forças de difração podem ser calculadas como é apresentado em Salvesen et al. (1972):

$$\begin{aligned}\vec{F}_{dif,j}^{U \neq 0} &= \vec{F}_{dif,j}^{U=0}, j=1, \dots, 4, \\ \vec{F}_{dif,5,6}^{U \neq 0} &= \vec{F}_{dif,5,6}^{U=0} + \vec{F}_{dif,5,6}^{U \neq 0}\end{aligned}\tag{5.2.3}$$

onde, o termo $\vec{F}_{dif,j}^{U \neq 0}$ corresponde à amplitude calculada na equação (5.2.2), $\vec{F}_{dif,5,6}^{U \neq 0}$ é a correção da força de difração para velocidade de avanço $U \neq 0$:

$$\vec{F}_{dif,5,6}^{U \neq 0} = -\frac{U}{i\omega_e} \vec{F}_{dif,3,2}^{U=0}\tag{5.2.4}$$

Finalmente, a força total de excitação no TD-algoritmo é a soma das equações (5.1.4) e (5.2.2) avaliadas em cada passo do tempo.

5.3. Integração no domínio do tempo

Como motivo de simplicidade da integração numérica temporal, a equação (5.1) é escrita na forma vetorial como segue:

$$[\vec{M} + \vec{A}] \ddot{\vec{\xi}} = f\left(\dot{\vec{\xi}}, \vec{\xi}, t\right)\tag{5.3.1}$$

onde, $\vec{\xi}$, $\dot{\vec{\xi}}$, $\ddot{\vec{\xi}}$ são os vetores de deslocamento, velocidade e aceleração instantâneo do navio. A equação acima representa um sistema de seis equações diferenciais, não lineares, de segunda ordem, acopladas. Para o processo de integração numérica a ordem da equação diferencial anterior deve ser adequadamente diminuída. Usando-se a substituição de variável, onde a primeira e segunda derivadas parciais são:

$$\frac{d\dot{\vec{\xi}}}{dt} = \ddot{\vec{\xi}}; \quad \frac{d\vec{\xi}}{dt} = \dot{\vec{\xi}}\tag{5.3.2}$$

substituindo a equação (5.3.1) em (5.3.2), obtém-se um sistema de 12 equações de primeira ordem, acopladas:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{\bar{\xi}} \\ \dot{\bar{\xi}} \\ \dot{\bar{\xi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\bar{M} + \bar{A}]^{-1} \bar{f}(\dot{\bar{\xi}}, \bar{\xi}, t) \\ \dot{\bar{\xi}} \end{bmatrix} \quad (5.3.3)$$

aqui, a matriz $[\bar{M} + \bar{A}]^{-1}$ é invertida usando-se o método de eliminação Gaussiana, dado que a matriz de coeficientes de inércias é pequena (6x6), o método escolhido torna-se eficiente e de fácil implementação.

Com o sistema de equações (5.3.3) apresentado acima, pode-se integrar diretamente por um método explícito, usando as condições iniciais $\dot{\bar{\xi}}(0) = 0$ e $\bar{\xi}(0) = 0$. O método de integração numérica comumente aceitado é o Runge-Kutta de quarta ordem, o qual garante a estabilidade do cálculo computacional do sistema de equações apresentado. Embora o método precisa que a matriz $[\bar{M} + \bar{A}]$ e o vetor $f(\dot{\bar{\xi}}, \bar{\xi}, t)$ devam ser atualizados em cada um dos quatro passos do Runge-Kutta. Logo, no algoritmo, a posição do navio é atualizada para cada passo de tempo, usando-se a transformação de coordenadas nos pontos dos painéis como:

$$\bar{R}_i^{t+1} = \bar{R}_C^{t+1} + \bar{T}^{t+1} \bar{r}_i^0 \quad (5.3.4)$$

Caso seja requerido que a embarcação seja acompanhada em um possível passeio lento no plano horizontal, faz-se necessário distinguir o sistema $A'XYZ$ de uma estação de rastreamento, que registre as atualizações sucessivas de $A'XYZ$ a partir das obtenções das novas coordenadas horizontais de translação e das possíveis mudanças de rumo da embarcação (ver **Figura 5.4**). Seja então a estação de rastreamento com origem C_r e eixos horizontais X_r e Y_r . No instante $t = 0$, $C \equiv C_0$. Considerando-se posições consecutivas em intervalos de tempo Δt , denominadas t_0, t_1, \dots, t_n , origens definidas com C_0, C_1, \dots, C_n , poderá existir a sequência de ângulos de aproamento $\psi_0, \psi_0 + \psi_1, \psi_0 + \psi_1 + \dots$, enquanto que os deslocamentos translacionais que possam ocorrer serão registrados através das atualizações definidas pelo seguinte algoritmo:

$$\bar{C}_r \bar{C}_1 = \begin{bmatrix} X_c(t_0) \\ Y_c(t_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_c(t_1) \\ Y_c(t_1) \end{bmatrix}$$

$$\bar{C}_1 \bar{C}_2 = \begin{bmatrix} \cos(\psi_1) & -\sin(\psi_1) \\ \sin(\psi_1) & \cos(\psi_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_c(t_0) \\ Y_c(t_0) \end{bmatrix} \text{ tal que } \bar{C}_r \bar{C}_2 = \bar{C}_r \bar{C}_1 + \bar{C}_1 \bar{C}_2$$

e assim sucessivamente. Em cada etapa do desenvolvimento será calculada a frequência de encontro:

$$\omega_e = \omega - \omega^2 \frac{U}{g} \cos(\psi) \quad (5.3.5)$$

Deve-se ainda observar que para que o passeio lento seja implementado, as forças excitatrizes devem ser calculadas pelo WAMIT e o TD-algoritmo para uma certa quantidade de incidências, de forma a permitir, dentro do processo de integração, a atualização das forças e momentos de ondas.

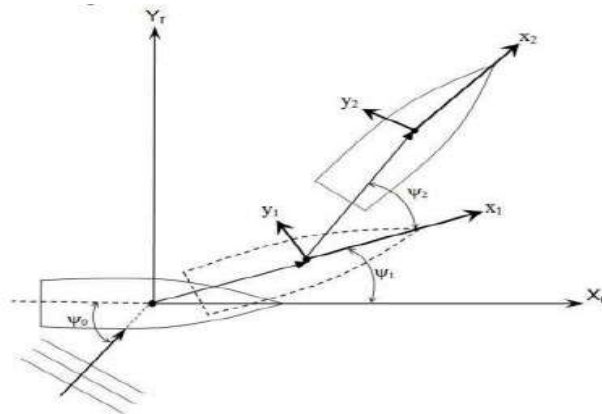


Figura 5.4 Referência do passeio da embarcação (Neves, 2006)

5.4. Avaliação do TD-algoritmo

Avaliação do algoritmo apresentado foi feita para uma caixa retangular em ondas de proa e transversais. As dimensões principais da caixa foram comprimento $L = 1.0[m]$, Boca $B = 0.2[m]$ e Calado $T = 0.05[m]$. As propriedades física do centro de gravidade e raio de giro foram $CG = (0,0,0)$, $K_x = 0.068[m]$, $K_y = K_z = 0.068[m]$, $K_{xy} = K_{yz} = K_{zx} = 0.0[m]$ respectivamente. O tamanho dos painéis da superfície do casco foi $5.0\%L$ e o passo do tempo $\Delta t = 0.05s$, a geometria e discretização da caixa se mostram na **Figura 5.5**, As condições iniciais da simulação foram posição $\vec{\xi} = 0.0$ e velocidade $\dot{\vec{\xi}} = 0.0$, do corpo em repouso. O escoamento externo foi considerado com uma onda de amplitude $\zeta = 0.01[m]$, para direções $\chi = 0^\circ$ e $\chi = 90^\circ$, as variáveis

ambientais foram densidade $\rho = 1025[kg/m^3]$ e gravidade $g = 9.81[m/s^2]$. Na simulação no domínio do tempo, os cálculos foram realizados para os graus de liberdade desacoplados de heave, roll e pitch para os períodos entre $\omega = 0.31[rad/s]$ e $\omega = 1.3[rad/s]$. Os coeficientes hidrodinâmicos de entradas foram obtidos pelo código WAMIT, estão sumarizados na **Figura 5.7**. Na esquerda da figura mostram-se os coeficientes hidrodinâmicos da massa adicional e amortecimentos. No lado direito mostram-se as forças de excitação de heave, roll e pitch, respectivamente.

Os resultados obtidos pelo código no domínio do tempo (TD- algoritmo), são sumarizados nas **Figura 5.8**. No lado esquerdo da Figura mostra-se a relação da amplitude ξ/ζ em função das frequência. As amplitudes máximas calculadas pelo TD- algoritmo foram comparadas pelas obtidas por WAMIT. Ao lado direito mostra-se o histórico da resposta para cada um dos movimentos nas frequência das ressonâncias, heave $\omega = 0.314rad/s$, roll $\omega = 0.7[rad/s]$ e, pitch $\omega = 0.63[rad/s]$. Na **Figura 5.6** mostra-se a sequência do movimento de roll na frequência de ressonância.

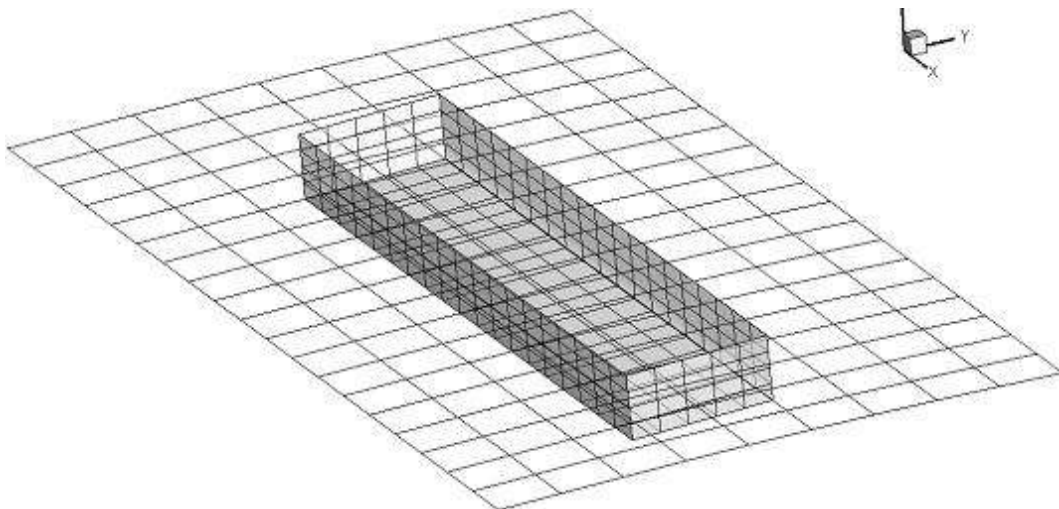


Figura 5.5 Distribuição dos painéis gerados sobre a caixa retangular

As simulações foram feitas assumindo ondas de pequena amplitude, com o objetivo de obter deslocamentos quase lineares, e avaliar os resultados de amplitude ξ/ζ pelo código WAMIT. A comparação desses resultados, nos movimentos de heave, roll, e pitch, em geral, mostram boa concordância entre os códigos, mas pequenas diferenças são encontradas nas frequências de ressonância para os três graus de liberdade, onde no caso de roll a diferença encontrada foi maior do que nos outros dois casos.

Do histórico da resposta nota-se, do que inicialmente o navio tem uma grande resposta que não corresponde a física do problema, isto é, devido a condições iniciais. Para ultrapassar as grandes amplitudes iniciais, uma função rampa deveria ser incluída no TD-algoritmo. Contudo, nos três movimentos a resposta permanente é atingida, no caso de heave e pitch a estado estacionário é conseguida rapidamente, antes de $t = 5[s]$. No caso do roll a resposta permanente é atingida aproximadamente em $t = 40[s]$, devido ao amortecimento e raio de giro em caso do Roll são menores do que nos outros dois graus de liberdade.

Dos resultados apresentados, o TD-algoritmo foi validado para simular os movimentos de embarcações em ondas. Embora a influência da força de Froude-Krilov, usando o modelo de Wheeler não tenha-se observado, também as contribuições não lineares do movimento não foram claramente notadas, isto devido à configuração do problema considerado. As diferenças encontradas entre o WAMIT e o método aqui apresentado deveriam ser investigadas aumentando o número de painéis, ou variações no passo do tempo, ou variando a amplitude da onda para ser menor.

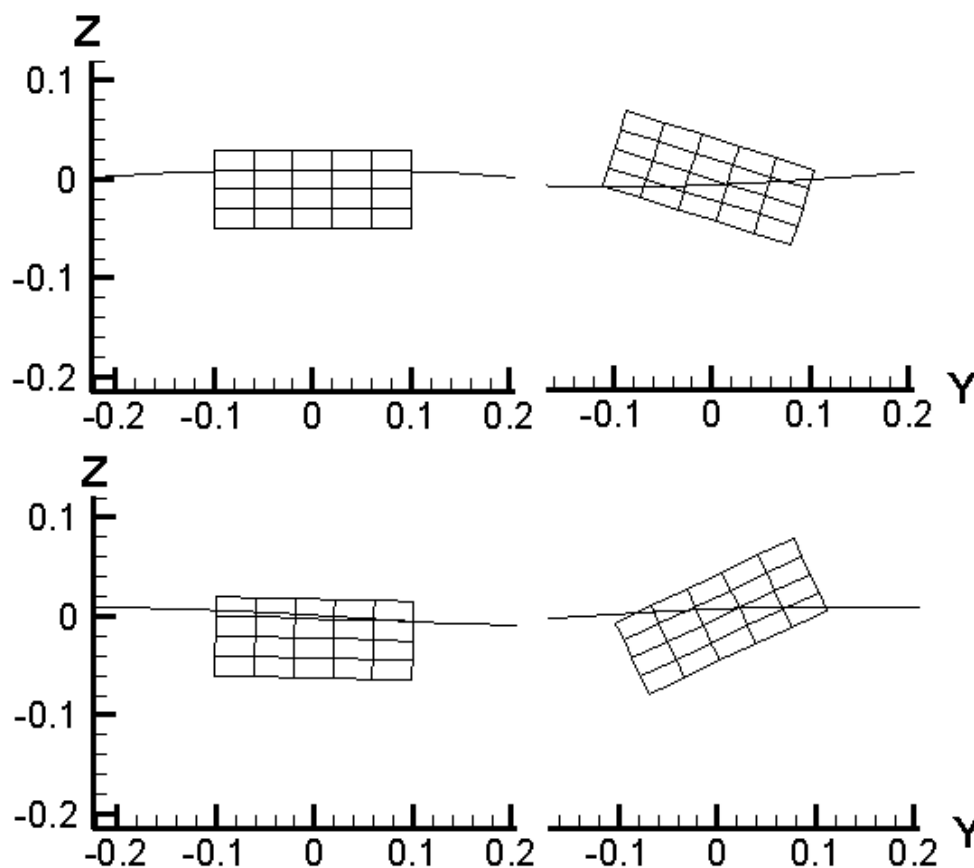


Figura 5.6 Sequência do movimento de Roll na ressonância, calculada pelo TD-algoritmo

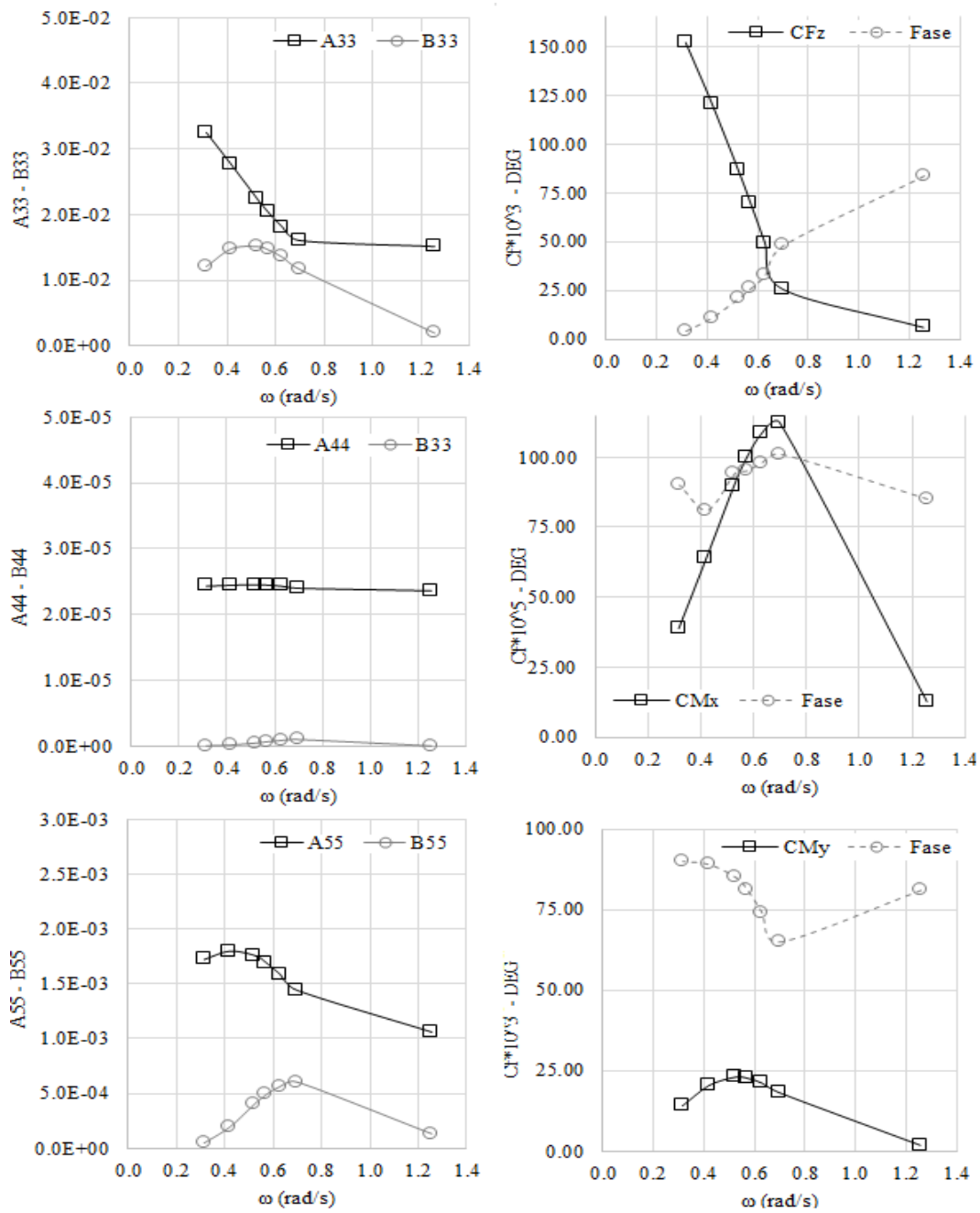


Figura 5.7 Dados de entrada para os movimentos, de acima a abaixo, heave, roll e pitch, respectivamente. Figura esquerda, coeficientes hidrodinâmicos de massa adicional, e amortecimento. Figura direita coeficientes das forças de excitação calculados pelo WAMIT

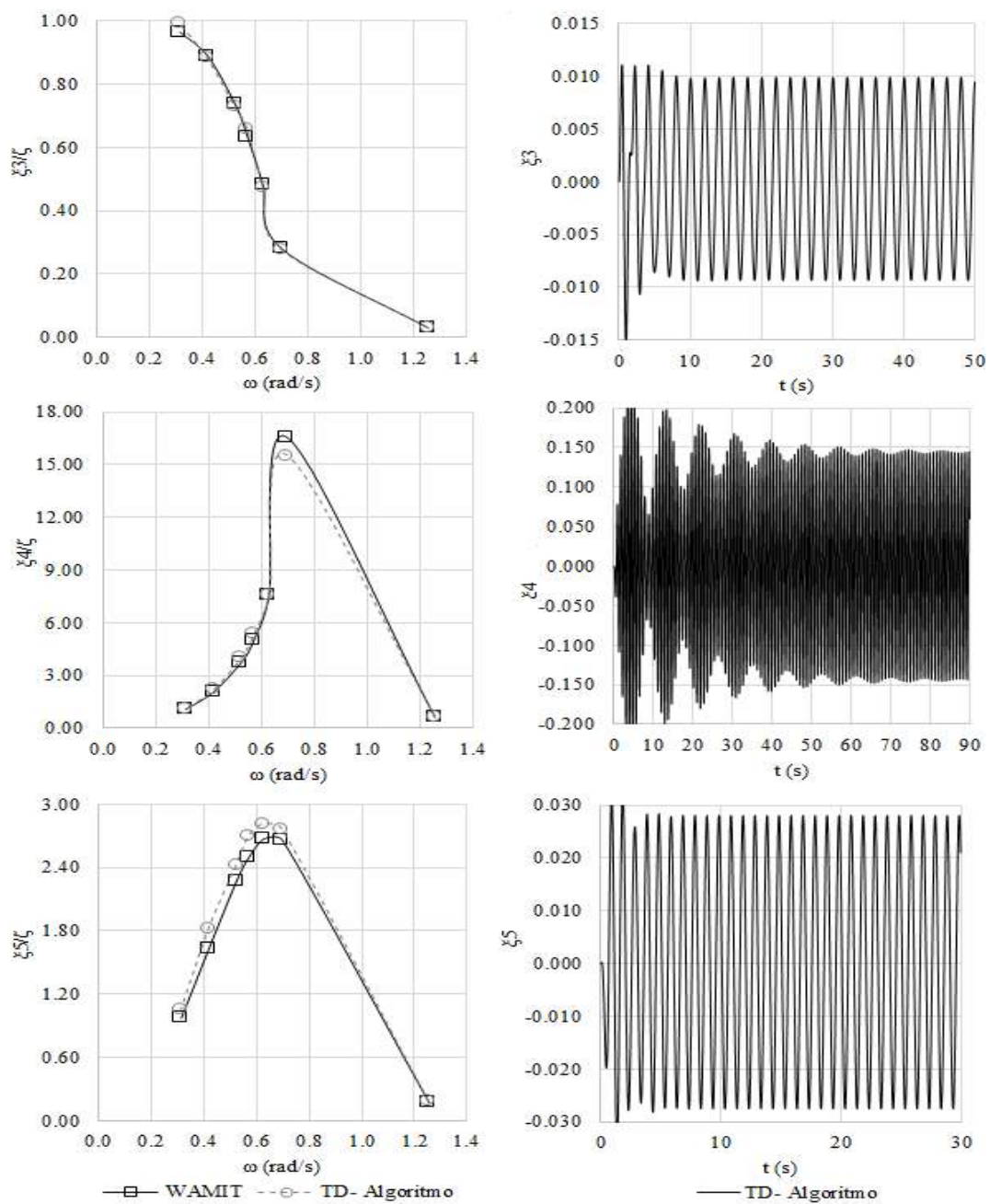


Figura 5.8 Resposta dos movimentos de heave, roll e pitch respectivamente. Figura esquerda, relação ξ/ζ em função da frequência. Figura direita, resposta no domínio do tempo nas frequências de ressonância de cada movimento

6. Formulação do escoamento interno

O escoamento interno é considerado para ser um fluido ideal com superfícies livres complexas, mas simplificando os efeitos da viscosidade. Dadas as condições do escoamento interno, onde podem aparecer efeitos de superfície livre altamente não lineares (batimento de onda nas paredes, quebra de onda, etc.), não é suficiente a formulação de um potencial linear, assim, o escoamento aqui é descrito pela equação de Euler. Então, as equações governantes de um escoamento sem viscosidade e incompressível são a continuidade escrita em forma vetorial:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (6.1)$$

e a conservação do momento da forma vetorial como segue:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \vec{f} \quad (6.2)$$

onde, ρ é a densidade do fluido, \vec{u} é a velocidade do escoamento, P é a pressão, e \vec{f} é uma excitação externa forçada no escoamento. Nos esquemas Lagrangianos, o fluido é representado por partículas em movimento de massa constante, onde o termo da convecção é resultante desse movimento. Assim, o lado esquerdo da equação (6.2) é simplificado como a derivada material da velocidade $D\vec{u}/Dt$. Então, a equação de conservação do momento usando a descrição Lagrangiano fica:

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \vec{f} \quad (6.3)$$

Em caso dos esquemas Lagrangianos, o termo da convecção $(\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u}$ é explicitamente calculado na da derivada material. Este esquema faz evitar difusão numérica produto da desratização direta da convecção. É conhecido que nos métodos baseados em malhas sofrem de difusão numérica pela desratização da convecção, isto deve-se a que a convecção, o qual é não linear, deve ser quantificada no cálculo das pressões do escoamento de forma implícita, requerendo a implementação de termos artificiais nos esquemas de discretização. Aqui esses termos artificiais não são requeridos.

7. O método do Moving Particle Semi-implicit

Nesta seção é introduzido o método Moving Particle Semi-Implicit (MPS), desenvolvido em Koshizuka et al. (1995) e Koshizuka et al. (1998) para escoamentos incompressíveis com superfícies livres, baseado num modelo de interação de partículas Lagrangiano.

7.1. Formulação numérica

Em MPS o escoamento é discretizado num número finito de partículas de livre movimento interagindo entre si. As propriedades do fluido de massa, velocidade e pressão são aplicadas em cada partícula, diferenciando três tipos. Principalmente, identificam-se as partículas de fluido, onde são aplicadas as equações de governo, as propriedades do fluido são completamente avaliadas nessas partículas. Logo definem-se as partículas de contorno nas paredes do domínio, considerando a velocidade do escoamento $\vec{u} = 0$. Por último são consideradas partículas auxiliares para complementar os cálculos do esquema numéricos, anulando as propriedades do fluido. **Figura 7.1** mostra o esquema geral de discretização e identificação de cada tipo de partícula usada em MPS. A distribuição das partículas ao longo da simulação está caracterizada pela distância inicial (l_0) entre elas, e pelo raio de interação (r_e) das partículas vizinhas.

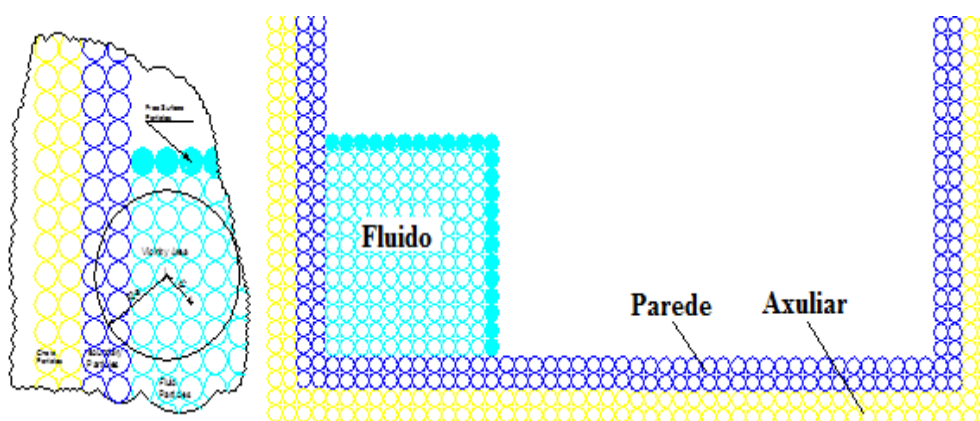


Figura 7.1 Esquema geral da distribuição de partículas

Em MPS a interação de uma partícula com as suas partículas vizinhas está baseada numa função de interpolação, ponderando a influência de cada partícula vizinha sobre a partícula de referência. A influência de cada partícula vizinha é avaliada em função da distância. Na revisão dos trabalhos acerca do esquema MPS propõem-se

várias funções de interpolação onde, usualmente é aplicada a função deduzida por Koshisuka e Oka (1996). Algumas destas funções de interpolação estão apresentadas na **Tabela 1**. A forma geral da função de interpolação de partículas em função da distância e o raio da interação entre as partículas, é como segue:

$$W = \begin{cases} a + bq^{na} + cq^{nb} + dq^{nc} + eq^{nd} & q < 1 \\ 0 & q \geq 1 \end{cases} \quad (7.1.1)$$

Onde q é a relação entre a distância das partículas de referência com suas vizinhas e o raio de interação (\bar{r}_{ij} / r_e). Da equação (7.1.1), nota-se que o valor da função aumenta quando a distância r diminui. Isto significa que as partículas vizinhas perto da partícula de referência têm uma maior influência no cálculo das propriedades do escoamento. Koshisuka (1995) argumenta que este tipo de função é necessário para manter a propriedade de incompressibilidade do escoamento.

Tabela 1 Funções de interpolação para o esquema MPS

Função	Formulação da função	Autor
$F1$	$W = \begin{cases} 1 - 6q^2 + 8q^3 - 3q^4 & q < 1 \\ 0 & q \geq 1 \end{cases}$	Belytschko et al. (1996)
$F2$	$W = \begin{cases} q^{-1} - 1 & q < 1 \\ 0 & q \geq 1 \end{cases}$	Koshizuka et al. (1998)
$F3$	$W = \begin{cases} (1-q)^3(1+q)^3 & q < 1 \\ 0 & q \geq 1 \end{cases}$	Gotoh (2009)
$F4$	$W = \begin{cases} (1-q)^3 & q < 1 \\ 0 & q \geq 1 \end{cases}$	Shakibaeinia e Jin (2010)

Usando-se a função de interpolação, é definida para cada partícula a característica de distribuição no domínio de cálculo, chamada de número de densidade de partícula, determinada como:

$$n_i^k = \sum_{i \neq j} W(|r_j - r_i|) \quad (7.1.2)$$

ademais, usando o valor de n_i^k pode-se aproximar o número de densidade de partículas em uma região de interação pela expressão:

$$N_i = \frac{n_i}{\oint W(|r_j - r_i|) dV} \quad (7.1.3)$$

onde o termo $\oint W(|r_j - r_i|) dV$ corresponde a um valor constante. Agora, definindo a densidade do fluido em relação à discretização do fluido como uma função do número de densidade de partículas e massa distribuída uniformemente, então:

$$\rho = \frac{m_i N}{V} \quad (7.1.4)$$

assim, a densidade do fluido para uma região de volume unitário pode-se escrever como:

$$\rho_i = m_i N_i = m_i \frac{n_i}{\oint W(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) dV} \quad (7.1.5)$$

A equação (7.1.5) envolve a densidade do fluido com a densidade de partícula, mostrando a proporcionalidade entre elas, conclui-se que para escoamento incompressível a densidade de partícula n_i deve ser constante ao longo do tempo. Então, o número densidade de partícula pode-se determinar pela distribuição inicial das partículas, sendo:

$$n_0 = \max(n_i^0) \quad (7.1.6)$$

Considerando o anterior, é possível reescrever a equação de continuidade (6.1) em termos da quantidade n , associando a velocidade do escoamento com a interação entre as partículas:

$$\frac{\partial n_i^{k+1}}{\partial t} + n_0 \nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (7.1.7)$$

Sendo a equação (7.1.7) acima, a base do método MPS, a qual é integrada aplicando o passo fracionado, detalhado na **Secção 7.1.3**.

7.1.1. Operadores diferenciais-espaciais

Tabela 2 Operadores diferenciais-espaciais Lagrangianos

Modelo de derivação	Descrição	Autor
$D1: \nabla \phi = \frac{d_s}{n_0} \sum_{i \neq j} (\phi_j - \phi_i) \overline{W}_{ij}$	Teórico, $O(h)$, não simétrico	Koshizuka et al. (1996)
$D2: \nabla \phi = \frac{d_s}{n_0} \sum_{i \neq j} (\phi_j - \hat{\phi}_i) \overline{W}_{ij}$	Modificado, $O(h)$, simétrico	Koshizuka et al. (1998)
$D3: \nabla \phi = \frac{d_s}{n_0} \sum_{i \neq j} (\phi_j + \phi_i) \overline{W}_{ij}$	Modificado, $O(h)$, simétrico	Gotoh (2009)
$D4: \nabla \phi = \frac{d_s}{n_0} \sum_{i \neq j} (\phi_j - \hat{\phi}_j + \phi_i - \hat{\phi}_i) \overline{W}_{ij}$	Modificado, $O(h)$, simétrico	Khayyer e Gotoh (2009)
$D5: \nabla_x \phi = \frac{C_{i,1} - a_{i,12} C_{i,2}}{1 - a_{i,12} a_{i,21}}$ $\nabla_y \phi = \frac{C_{i,2} - a_{i,21} C_{i,1}}{1 - a_{i,21} a_{i,12}}$	Teórico, $O(h^2)$, não simétrico	Gotoh (2009)

Com o objetivo de resolver numericamente as equações (7.1.7) e (6.3), um esquema de derivação tem de ser aplicados. Nos métodos Lagrangiano de discretização, o operador diferencial de primeira ordem para uma quantidade escalar é determinado mediante a série de Taylor, definido como a média dos vetores gradientes ponderados. Baseados na função de interpolação da equação (7.1.1). No método do MPS, este operador é:

$$\nabla \phi = \frac{d_s}{n_0} \sum_{i \neq j} \frac{(\phi_j - \phi_i)(\vec{r}_j - \vec{r}_i)}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2} W(|r_j - r_i|) \quad (7.1.8)$$

Em distribuições de partículas irregulares, o esquema apresentado na equação (7.1.8) torna-se instável pelo fato de considerar a influência entre as partículas simétricas. Vários autores têm feito esforços para ultrapassar as dificuldades do esquema, os quais fornecem métodos de derivação modificados de ordem $O(h^n)$ superior ao original. Os métodos propostos por vários autores são mostrados na tabela

N2. No presente trabalho, detalha-se na **Secção 7.1.2** o esquema de Khayyer e Gotoh (2009), indicado na **Tabela 2**.

Em MPS o operador diferencial de segunda ordem ou difusão, é representado pela distribuição de uma quantidade escalar na região de vizinhança, em termos da função de interpolação, expressada como:

$$\nabla^2 \phi = \frac{2d_s}{\lambda n_0} \sum_{i \neq j} (\phi_j - \phi_i) W(|r_j - r_i|) \quad (7.1.9)$$

Onde o parâmetro λ é definido como segue:

$$\lambda = \frac{\sum_{i \neq j} W(|r_j - r_i|) |r_j - r_i|^2}{\sum_{i \neq j} W(|r_j - r_i|)} \quad (7.1.10)$$

7.1.2. Correção ao esquema de derivação de primeira ordem

Como foi mencionado previamente, o operador diferencial do método MPS standard não garante a estabilidade do cálculo. Por essa razão é proposto usar o esquema derivado por Khayyer e Gotoh (2009). Neste método, a partir da equação de Koshizuka et al. (1998), divide-se o operador nas parcelas que contém o valor escalar:

$$\nabla \phi = \frac{d_s}{n_0} \sum_{i \neq j} \left\{ \frac{\phi_j}{|r_j - r_i|^2} (r_j - r_i) W(|r_j - r_i|) - \frac{\hat{\phi}_i}{|r_j - r_i|^2} (r_j - r_i) W(|r_j - r_i|) \right\} \quad (7.1.11)$$

onde $\hat{\phi}_i$ é o mínimo valor de ϕ entre as partículas da vizinhança. O conceito do modelo de gradiente no MPS *standard* e o corrigido mostra-se na **Figura 7.2**. Para derivar a nova formulação da forma anti-simétrica, um ponto imaginário k é considerado na metade do vetor posição da partícula i e sua partícula vizinha j . Os termos do operador diferencial são modificados considerando o ponto k e o vetor posição imaginário $r_{ik} = r_k - r_i$ como segue:

$$\nabla \phi_i = \frac{d_s}{n_{0,ik}} \sum_{j \neq i} \left\{ \frac{\phi_k}{|r_k - r_i|^2} (r_k - r_i) W(|r_k - r_i|) - \frac{\hat{\phi}_i}{|r_k - r_i|^2} (r_k - r_i) W(|r_k - r_i|) \right\} \quad (7.1.12)$$

Na equação (7.1.12), $n_{0,ik}$ refere-se ao número de densidade de partícula na nova região imaginária de influência da partícula i , a qual contém a partícula vizinha k . No MPS original, assume-se uma variação linear das quantidades escalares nas distâncias pequenas entre as partículas i e a suas partículas vizinhas j . Então, pela consideração de variação linear, ϕ_k pode-se substituir por $(\phi_j + \phi_i)/2$, enquanto que r_{ik} também é $r_{ij}/2$, assim:

$$\nabla \phi_i = \frac{d_s}{n_{0,ik}} \sum_{j \neq i} \left\{ \frac{\phi_i + \phi_j}{|r_j - r_i|^2} (r_j - r_i) W(|r_k - r_i|) - \frac{2\hat{\phi}_i}{|r_j - r_i|^2} (r_j - r_i) W(|r_k - r_i|) \right\} \quad (7.1.13)$$

Por outro lado, pode-se demonstrar que a função de interpolação aplicada no novo círculo de influência imaginário é igual ao do círculo de influência original:

$$W(|r_k - r_i|) = W\left(\left|\frac{r_j - r_i}{2} - r_i, \frac{r_e}{2}\right.\right) = W\left(\left|\frac{-(r_i + r_j)}{2}\right., \frac{r_e}{2}\right) = W\left(\left|\frac{r_j - r_i}{2}, \frac{r_e}{2}\right.\right) \quad (7.1.14)$$

como foi mencionado previamente, a função de interpolação depende da relação dos raios q , então:

$$W(|r_k - r_i|) = W(|r_j - r_i|) \quad (7.1.15)$$

Pelo que, a soma da função de interpolação da área de vizinhança imaginária da partícula i é a mesma do que o número de densidade de partícula inicial:

$$n_{0,ik} = \sum_{j \neq i} W(|r_k - r_i|) = \sum_{j \neq i} W(|r_j - r_i|) = n_0 \quad (7.1.16)$$

Então, o novo operador diferencial pode ser escrito como segue:

$$\nabla \phi_i = \frac{d_s}{n_0} \sum_{j \neq i} \left\{ \frac{\phi_i + \phi_j}{|r_j - r_i|^2} (r_j - r_i) W(|r_j - r_i|) - \frac{2\hat{\phi}_i}{|r_j - r_i|^2} (r_j - r_i) W(|r_j - r_i|) \right\} \quad (7.1.17)$$

devido a que o valor escalar mínimo da vizinhança da partícula i não é igual à da partícula j , a equação (7.1.17) ainda não é anti-simétrico, precisando de uma leve

modificação. Na equação (7.1.17), $\hat{\phi}_i$ é substituído por $(\hat{\phi}_i + \hat{\phi}_j)/2$. Então a equação (7.1.17) fica:

$$\nabla \phi_i = \frac{d_s}{n_0} \sum_{j \neq i} \left\{ \frac{(\phi_i + \phi_j) - (\hat{\phi}_i + \hat{\phi}_j)}{|r_j - r_i|^2} (r_j - r_i) W(|r_j - r_i|) \right\} \quad (7.1.18)$$

dessa forma o novo método de derivação fica anti-simétrico, melhorando a estabilidade numérica do esquema MPS.

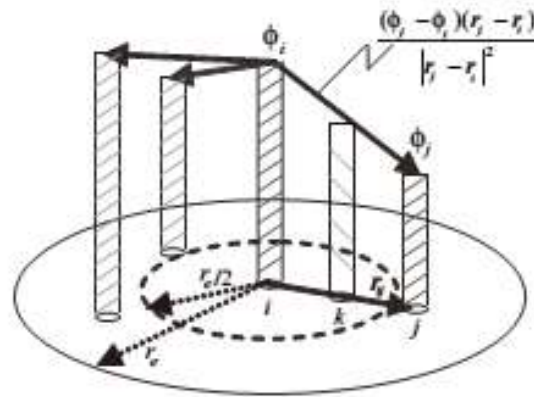


Figura 7.2 Conceito do operador gradiente proposto por Khayyer e Gotoh (2009)

7.1.3. Discretização temporal

As equações (6.3) e (7.2.7) apresentam complexidades ao integrar no tempo, quando trata-se de um fluido é incompressível ou levemente incompressível. Em MPS as dificuldades são ultrapassadas usando-se a integração numérica do passo fraccionado, a qual em cada intervalo de tempo divide-se, uma quantidade escalar ou vetorial, numa flutuação e num valor fictício (Zienkiewicz e Codina, 1995):

$$\phi^{k+1} = \phi' + \phi^* \quad (7.1.19)$$

onde ϕ' , ϕ^* são a flutuação e o valor fictício correspondentemente. Logo, aplicando o passo fraccionado para as variáveis temporais da velocidade e o número de densidade de partículas do escoamento, tem-se:

$$u^{k+1} = u' + u^* \quad (7.1.20)$$

$$n^{k+1} = n' + n^*$$

Assim, a forma discreta da derivada material da equação (6.2) fica da forma:

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{u^{k+1} + u^k}{\Delta t} = \frac{u' + u^* - u^k}{\Delta t} \quad (7.1.21)$$

após substituir na equação (7.1.21) em (6.2), a equação de conservação do momento fica:

$$\frac{u' + u^* - u^k}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + f_{ext} \quad (7.1.22)$$

separando a equação (7.1.22) nos passos explícitos e semi-implícitos, obtêm-se as expressões para as velocidades de flutuação e fictícia:

$$u' = -\frac{\Delta t}{\rho} \nabla P^{k+1} \quad (7.1.23)$$

$$u^* = u^k + \vec{f}_{ext}^k \Delta t \quad (7.1.24)$$

onde

$$f_{ext}^k = -g\hat{k} + \ddot{X} \quad (7.1.25)$$

Seguindo com o passo fracionado na equação de continuidade (7.1.7), também pode ser escrita em termos das flutuações da velocidade u' e da densidade de partículas n' . A nova equação de continuidade, incluído um fator de relaxamento é:

$$\alpha \frac{n'}{\Delta t} + \alpha n_0 \nabla \cdot u' = 0 \quad (7.1.26)$$

como foi mostrado anteriormente, a densidade de partícula deve ser constante ao longo do tempo, pelo que a flutuação do número de densidade de partícula é $n' = n_0 - n^*$, reescrevendo a equação (7.1.26) em termos da densidade inicial, chega-se que:

$$\alpha \nabla \cdot u' = -\alpha \frac{n_0 - n^*}{\Delta t} \quad (7.1.27)$$

Da equação (7.1.27), o gradiente das velocidades de flutuação fica em termos da diferença do número de densidade de partícula temporal com respeito ao valor inicial, no caso de incompressibilidade, tal diferença deveria ser nula. Usando-se a incompressibilidade do fluido ($\partial n / \partial t = 0$) na equação (7.1.7) da continuidade além, a velocidade de flutuação pode ser calculada como:

$$\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} = \nabla \cdot (\mathbf{u}' + \mathbf{u}^*) = 0 \quad (7.1.28)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}' = -\nabla \cdot \mathbf{u}^* \quad (7.1.29)$$

Rearranjando a equação (7.1.29), multiplicando por um fator de relaxamento $(1-\alpha)$, encontra-se:

$$(1-\alpha)\nabla \cdot \mathbf{u}' = -(1-\alpha)\nabla \cdot \mathbf{u}^* \quad (7.1.30)$$

assim, somando as equações (7.1.27) e (7.1.30), tem-se:

$$\nabla \cdot \mathbf{u}' = -(1-\alpha)\nabla \cdot \mathbf{u}^* - \alpha \frac{n_0 - n^*}{\Delta t} \quad (7.1.31)$$

A equação (7.1.31) apresenta uma maior estabilidade, do que somente considerar a equação (7.1.27) para cálculo das pressões do escoamento. Logo, substituindo a equação (7.1.25) em (7.1.31), obtém-se a equação de Poisson para as pressões hidrodinâmicas:

$$\nabla^2 P^{k+1} = \frac{(1-\alpha)\rho}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{u}^* + \frac{\alpha\rho}{n_0\Delta t^2} (n_0 - n^*) \quad (7.1.32)$$

A equação (7.1.32) acrescentada com o termo de correção de pressão proposto por Idelsohn et al. (2003), tem-se finalmente a equação de Poisson melhorada por Tanaka e Masunaga (2010):

$$\nabla^2 P^{k+1} = \varepsilon \nabla^2 P^k + \frac{(1-\alpha)\rho}{\Delta t} \nabla \cdot \mathbf{u}^* + \frac{\alpha\rho}{n_0\Delta t^2} (n_0 - n^*) \quad (7.1.33)$$

onde a aproximação de P^{k+1} é de ordem $O(h^2)$. A constante ε é o valor $\varepsilon = 0.001$. Com a resolução das pressões, usando a equação (7.1.23) e um dos esquemas de

derivação, são calculadas as velocidades de flutuação. Logo, as velocidades instantâneas do escoamento são obtidas da equação (7.1.20). Integrando a equação (7.1.10), a posição instantânea de cada partícula é atualizada com:

$$r^{k+1} = r^k + \Delta t u^{k+1} \quad (7.1.34)$$

7.2. Condições de contorno

7.2.1. Condição de contorno nas paredes

A condição de contorno nas paredes é feita incluindo capas de partículas auxiliares, essas partículas correspondem a partículas de escoamento com a sua normal na direção da parede, as quais são rearranjadas no interior do contorno em cada passo do tempo e diferenciando dois tipos de partículas como se mostra na **Figura 7.3**. Na primeira camada de partículas da parede (inner wall particles) são definidas para serem incluídas nas equações (7.1.33) com a condição de livre deslizamento e impermeabilidade, como segue:

$$\bar{u}^* \cdot \bar{t} \neq 0 \quad (7.2.1)$$

$$(\bar{u}^* - \bar{U}) \cdot \bar{n} = 0 \Rightarrow \bar{n} u' = 0 \quad (7.2.2)$$

Aquí \bar{U} é a velocidade da parede, \bar{n} e \bar{t} são os vetores normal e tangencial á parede. As seguintes camadas de partículas são consideradas auxiliares, estas não são diretamente incluídas na resolução explícita da equação de Poisson. Nessas partículas auxiliares as pressões são calculadas pela extrapolação desde a primeira camada de partículas (inner wall particles):

$$\bar{n} \cdot \nabla p_{dum} = \rho_0 \bar{n} \cdot \bar{f} \quad (7.2.3)$$

onde p_{dum} é a pressão nas partículas auxiliares. A solução da equação (7.2.3) pode ser obtida como:

$$p_{dum} = p_{jw} + \rho_0 |d| \bar{n}_{jw} \cdot \bar{f} \quad (7.2.4)$$

onde p_{jw} é a pressão nas respectivas partículas da primeira camada. No presente modelo, as partículas auxiliares são conectadas com a correspondente partícula jw da

primeira camada para extrapolar as pressões. A conexão é feita quando o vetor $\bar{d}/|d|$ é igual ao vetor normal \bar{n}_{jw} da partícula da primeira camada. Assim, a pressão atuando nas partículas auxiliares também são consideradas no cálculo implícito (eq. 7.1.33 aplicando os operadores diferenciais-espaciais) como segue:

$$cn_i^* p_i^{k+1} - \sum_{i \neq j}^M p_j^{k+1} W(\bar{r}_{ij}^*) - \sum_1^{ndum} p_{jw}^{k+1} W(\bar{r}_{ij}^*) = RHS_i + \rho_0 \sum_1^{ndum} |d| \bar{n}_{jw} \cdot \bar{f} W(\bar{r}_{ij}^*) \quad (7.2.5)$$

onde M é o número de partículas de fluido mais as das paredes na primeira camada. $ndum$ é o número das partículas auxiliares e RHS_i é o lado direito da equação (7.2.33 com operadores diferenciais-espaciais). Na equação (7.2.5) nota-se que os coeficientes para as partículas da primeira camada são modificados pelas partículas auxiliares no lado esquerdo da equação. No mesmo tempo que, o lado direito da equação acima está sendo modificado pela diferença de pressões entre as partículas auxiliares e da primeira camada, respectivamente. Este melhoramento do método aqui é chamado de I-MPS (Improved Moving Particle Semi-Implicit). Além disso, com o objetivo de assegurar a condição de livre deslizamento, as propriedades diferença de densidade $n^* - n_0$ e velocidade tangencial $\bar{t} \cdot \bar{u}^*$ das partículas da primeira camada da parede são extrapoladas desde as partículas de fluido vizinhas. O método também requer que a velocidade de correção perto da parede seja $\bar{n} \cdot \bar{u}' \approx \bar{n} \cdot (\bar{U} - \bar{u}^*)$. Embora, considerando a equação (7.2.5) ótima, a distribuição irregular de partículas poderia introduzir erro numérico no cálculo do operador gradiente (eq. 7.1.18), então, induzindo algumas partículas para penetrar as paredes da fronteira, sendo necessário um modelo de colisão de partículas.

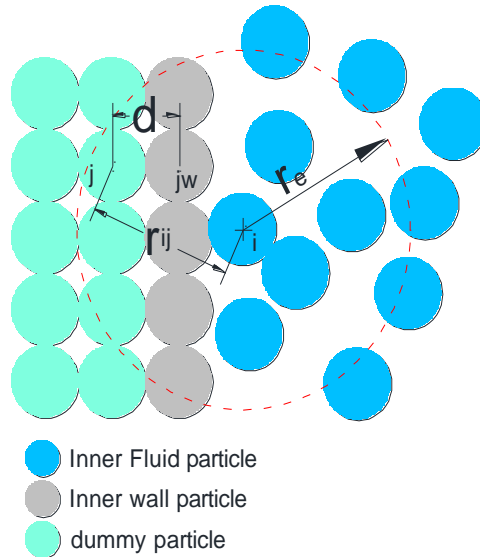


Figura 7.3 Descrição da condição de contorno para as partículas na parede do domínio de cálculo

7.2.2. Condição de contorno na superfície livre

Na superfície livre a condição de contorno de Dirichlet é aplicada, com a condição dinâmica $p = 0$ e condição cinemática $D\bar{r}/Dt = \bar{u}$ nas partículas de superfície livre. Nos métodos de partículas de livre movimento, as partículas que iniciaram como superfície livre podem tornar-se partículas de fluido interno ou vice-versa, pelo que é necessário um método de identificação de partículas de superfície livre em cada passo de tempo do cálculo.

Em MPS identificam-se as partículas na superfície livre aplicando a densidade de partículas. A densidade de partícula diminui para as partículas perto da superfície livre. No método de Koshizuka e Oka (1996) propõem-se usar uma relação de densidade $\beta_i = n_i^* / n_0$, onde para uma partícula qualquer se for $\beta_i < 0.97$ é considerada superfície livre. Ma e Zhou (2009) demonstraram que este método não é suficiente para determinar a superfície livre e que a identificação deficiente pode induzir a erros na construção das equações das pressões, pelo que foi proposto uma melhora na identificação da superfície livre pela de construção de três novas funções.

Em Xing et al. (2012), a superfície livre são identificadas funções auxiliares para cada partícula na região de interação da vizinhança, onde considera-se o β_i de cada partícula adjacente. A primeira das funções é definida como:

$$Sl_A(i) = \begin{cases} 1 & NA \geq 1 \\ 0 & NA = 1 \end{cases} \quad (7.2.6)$$

onde, NA representa o número de partículas que cumprem com $\beta_j < 0.97$ na região de interação do passo de tempo anterior. A segunda função é construída pela divisão da região em quatro partes, sendo:

$$Sl_B(i) = \begin{cases} 1 & NB = 4 \\ 0 & NB \leq 3 \end{cases} \quad (7.2.7)$$

onde NB representa o número de quadrantes ocupados pelas partículas em um sistema de coordenadas local centrada na partícula de referência i . A última função é definida como:

$$Sl_C(i) = \begin{cases} 1 & NC = 4 \\ 0 & NC \leq 3 \end{cases} \quad (7.2.8)$$

onde NC representa o número de áreas sombreadas na **Figura 7.4**, as que contém pelo menos uma partícula. A partícula i é identificada como superfície livre, se uma das seguintes condições é encontrada na sequência de verificação:

- a) Não há partículas internas na região de interação
- b) $\beta_i < 0.97$ e $Sl_A(i) = 1$
- c) $\beta_i \geq 0.97$, $Sl_A(i) = 1$ e $Sl_B(i) = 0$
- d) $\beta_i \geq 0.97$, $Sl_A(i) = 1$ e $Sl_c(i) = 0$
- e) $\beta_i < 0.97$, $NB \leq 2$ e $NC \leq 2$

Condição a), significa que a partícula analisada está no grupo das partículas pertencentes ao splashing do escoamento. Condição b), identifica todas as partículas da superfície livre com pelo menos uma partícula vizinha. Condições c) e d), encontram as partículas de superfície livre com várias partículas vizinhas. Condição e), encontra as

partículas na superfície livre mas não contém outras partículas de superfície livre no domínio de influência.

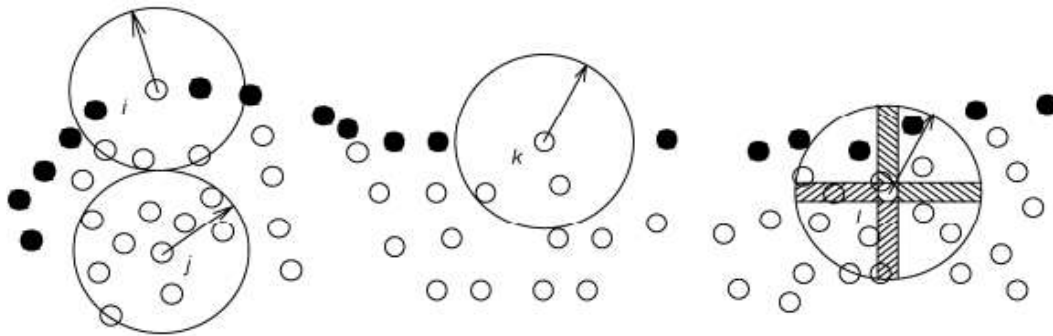


Figura 7.4 Ilustração da identificação de partículas na superfície livre. Os círculos sólidos correspondem a partículas de superfícies livres. Círculos brancos correspondem as partículas do escoamento interior (Xing et al., 2012)

7.2.3. Colisões de partículas

Como foi mencionado anteriormente, para corrigir a física do modelo, um método de colisão é implementando no I-MPS para anular a penetração nas paredes da fronteira.

Quando as partículas estão próximas no escoamento interno, as forças repulsivas nas partículas, produto das pressões, podem ser calculadas sem a necessidade de usar qualquer modelo de colisão. Para as partículas na superfície livre, não obstante, a pressão é fixada pela pressão constante $P=0$ assim, as forças repulsivas não são propriamente geradas. Em particular, quando as partículas estão aceleradas desde fora do escoamento e batem na superfície livre, a densidade do número de partículas pode incrementar subitamente. Como resultado, podem-se não reconhecer como superfície livre, aumentando a pressão significativamente. Este fenômeno afeta a estabilidade espacial da pressão, sendo preciso um modelo de colisão para representar apropriadamente as forças repulsivas próximo à superfície livre.

No princípio, as partículas estão distribuídas uniformemente com uma distância constante l_0 . Quando a distância entre as partículas é menor de al_0 , o modelo de colisão tem de ser aplicado. Então, pela lei da conservação do momento, a velocidade de repulsão é calculada usando:

$$\bar{u}_i = \frac{(m_i - em_j)\bar{u}_i + m_j(1+e)\bar{u}_j}{m_i + m_j} \quad (7.2.9)$$

$$\bar{u}_j = \frac{m_i(1+e)\bar{u}_i + (m_j - em_i)\bar{u}_j}{m_i + m_j}$$

onde e é o coeficiente de restituição \bar{u}_i e \bar{u}_j são as novas velocidades das partículas i e j . Como a massa é distribuída regularmente nas partículas, então a equação (3.30) fica dependente do coeficiente de restauração e da velocidade prévia das partículas na **Figura 7.5** mostra-se a implementação do método de colisão.

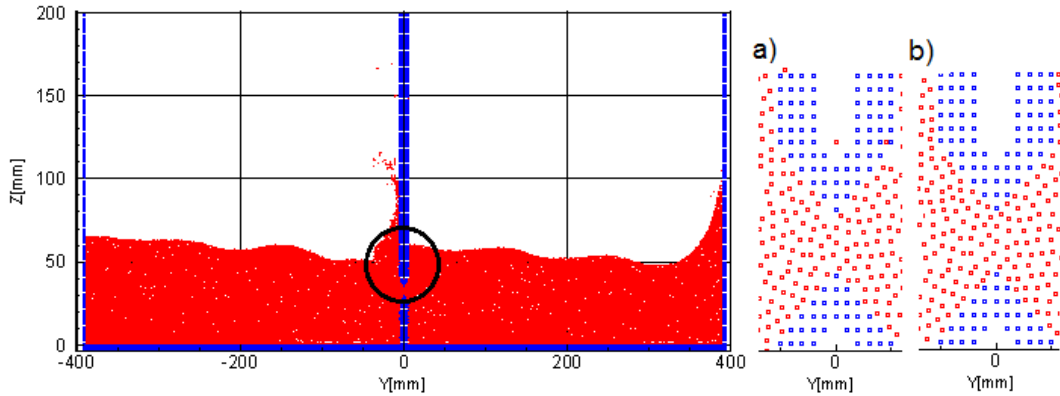


Figura 7.5 Condição de permeabilidade na parede central do container: a) Ampliação da simulação realizada sem o modelo de colisão; b) Ampliação da simulação realizada com o modelo de colisão para as partículas de fluido na zona das paredes

7.3. Resolução da equação de Poisson

A equação (7.2.5) representa um sistema de equações lineares, simultâneas para todas as partículas do escoamento. Este sistema de equações pode-se re-escrever na forma matricial como segue:

$$A[-W, \varphi n^*] \cdot [P_i] = \frac{\lambda n_0}{2d_s} [Rh_i] \quad (7.3.1)$$

onde $A[-W, \varphi n^*]$ é matriz de coeficientes dependentes da função de interpolação e o número de densidade de partículas, $[P_i]$ é o vetor das pressões e $[Rh_i]$ é o vetor residual (lado direito da eq. 7.2.5) correspondente a cada partícula.

A matriz $A[-W, \varphi^*]$ de coeficientes das pressões $[P_i]$, essa matriz é do tipo dispersa, simétrica, positiva e de dimensão igual ao número de partículas. Com o objetivo de melhorar a eficiência do cálculo, a construção e inversão da matriz de coeficientes tem de ser feita por ferramentas computacionais específicas. A forma típica da matriz de coeficientes é:

$$A = \begin{bmatrix} n_{0,i} & 0 & W_{i,i+1} & 0 \\ 0 & n_{0,i+1} & 0 & W_{i+1,i+2} \\ W_{i,i+1} & 0 & n_{0,i+2} & 0 \\ 0 & W_{i+1,i+2} & 0 & n_{0,i+n} \end{bmatrix} \quad (7.3.2)$$

O formato ótimo para gravar este tipo de matriz dispersa na memória computacional, é o Compress Sparse Row (CSR). Aqui os elementos zeros não são considerados, evitando a saturação nos procedimentos numéricos. A forma representativa do formato CSR é:

$$a_{ij} = \{n_{0,i}, W_{i,i+1}, n_{0,i+1}, W_{i+1,i+2}, W_{i,i+1}, n_{0,i+2}, W_{i+1,i+2}, n_{0,i+n}\}$$

$$ja = \{1,3,2,4,1,3,2,4\} \quad (7.3.3)$$

$$ia = \{1,3,5,7,9\}$$

onde a_{ij} e o vetor dos elementos não-zeros da matriz $A[-W, \varphi^*]$, ja e ic são as colunas e filas de cada elemento salvado no vetor a_{ij} . Adiante, nas subsecções 7.3.1 e 7.3.2 detalha-se a construção e métodos de resolução da matriz $A[-W, \varphi^*]$.

7.3.1. Método de procura das partículas vizinhas

No método original Koshizuka e Oka (1996), para determinar a lista de partículas vizinhas da partícula i , verificava-se distância de todas as outras partículas do escoamento, e cumprindo a condição que fosse menor que r_e era incluída no grupo de vizinhança da partícula i . Este método é a forma intuitiva, porém, pouco eficiente.

É proposto usar o método de Xiao Song et al. (2011) para otimizar a procura das partículas vizinhas. Primeiramente, divide-se o domínio em células quadradas de

tamanho $2r_c$, para não deixar fora possíveis partículas vizinhas. Em seguida, identifica-se a localização de cada uma das partículas com a sua célula respectiva. Feito o processo de identificação, procuram-se as partículas vizinhas de uma determinada partícula, no raio de 9 células, e não mais no domínio todo. Essas 9 células são compostas pelas células onde a partícula i está localizada, como mostra a **Figura 7.6**. Neste método, o processo de procura passa a ser de ordem N^2 para N , reduzindo significativamente o tempo de cálculo.

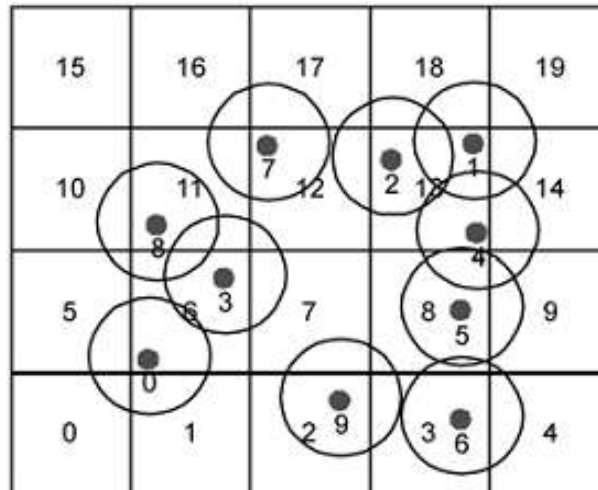


Figura 7.6 Esboço das células auxiliares, na identificação das partículas vizinhas (Xiao Song et al, 2011)

7.3.2. Solução de sistema de equações lineares

Existem diversos métodos de resolução de sistemas de equações lineares. Eles são divididos em dois grupos, métodos diretos e iterativos. Dentre os métodos diretos os comumente usados são eliminação de Gauss, e Gauss-Jordan com fatoração da matriz A na forma $A = LU$, utilizando métodos como Doolittle e Cholesky. Os métodos iterativos mais conhecidos são Jacobi, Gauss-Seidel, SOR (Successive Over Relaxation), Multigrid, Gradiente conjugado, entre outros.

A estrutura da matriz de coeficientes em MPS facilita o uso de algoritmos otimizados para a resolução de sistemas de equações lineares, Os métodos usualmente aplicados para este tipo de sistema são Gradiente Conjugado (CG), e duas variações do mesmo método, os quais são, CG- Pre-condicionado e o CG-Step. O primeiro método consegue as soluções das equações com menor número de iterações e maior estabilidade no processo de cálculo. A outra variação é a forma paralelizável do algoritmo CG, diminuindo o tempo efetivo de cálculo usando vários processadores em paralelo.

Os algoritmos estão detalhados na **Tabela 3** para resolver a equação $AMx = b$, onde A é a matriz definida simétrica, positiva. O vetor inicial x_0 pode-se inicialmente aproximar a uma solução e este ser nulo e M é a matriz de pre-condicionamento.

Finalmente, na **Figura 7.7** mostra-se uma comparação entre as diferentes modificações ao método MPS, obtendo o melhor campo de pressão com o presente método proposto.

As continuações mostram-se aplicações do MPS em vários casos de escoamento interno.

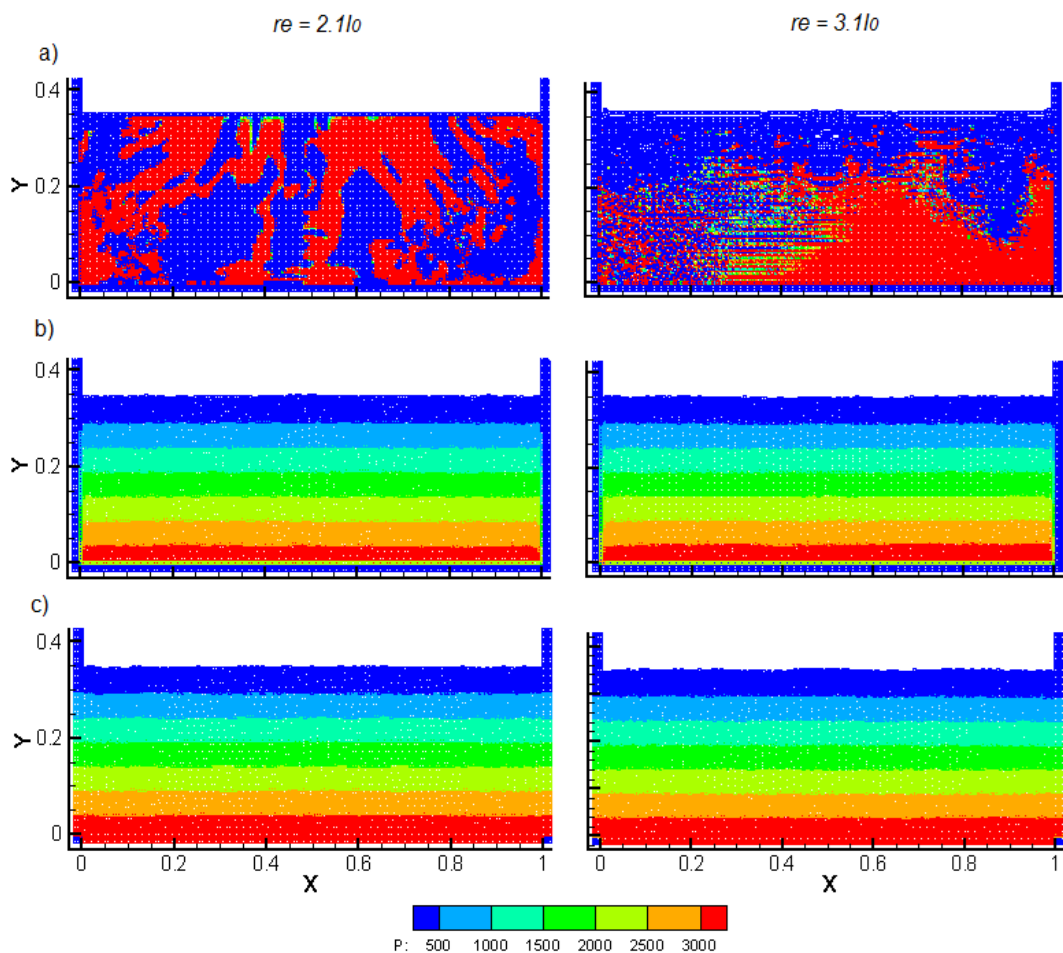


Figura 7.7 Distribuição da pressão hidrostática calculada com o método convencional MPS e o melhorado I-MPS usando $r_e = 2.1$ e $r_e = 3.1$: a) MPS convencional ($\alpha = 1.00$; $c = 1.00$); b) MPS convencional ($\alpha = 0.005$; $c = 1.015$); c) I-MPS ($\alpha = 0.005$; $c = 1.015$)

Tabela 3 Algoritmos de resolução iterativos para sistema de equações lineares

Algoritmo CG:	CG-Pré-condicionado:	Step-CG
<p>Início iterações: $r_0 = b - Ax_0$ $p_0 = r_0$ $k_0 = 0$ Do while ($k < Ite$) $\alpha_k = \frac{r_k^T r_k}{p_k^T A p_k}$ $x_{k+1} = x_k + \alpha_k p_k$ $r_{k+1} = r_k - \alpha_k p_k$ Se r_{k+1} é suficientemente pequeno $k = Ite$ $\beta_k = \frac{r_{k+1}^T r_{k+1}}{r_k^T r_k}$ $p_{k+1} = r_{k+1} + \beta_k p_k$ $k = k + 1$ End do</p>	<p>Início iterações: $r_0 = b - Ax_0$ $z_0 = M^{-1} r_0$ $p_0 = z_0$ $k_0 = 0$ Do while ($k < Ite$) $\alpha_k = \frac{r_k^T z_k}{p_k^T A p_k}$ $x_{k+1} = x_k + \alpha_k p_k$ $r_{k+1} = r_k - \alpha_k p_k$ Se r_{k+1} é suficientemente pequeno $k = Ite$ $z_{k+1} = M^{-1} r_{k+1}$ $\beta_k = \frac{z_{k+1}^T r_{k+1}}{z_k^T r_k}$ $p_{k+1} = z_{k+1} + \beta_k p_k$ $k = k + 1$ End do</p>	<p>Início iterações: $r_0 = b - Ax_0$ $z_0 = M^{-1} r_0$ $p_0 = z_0$ $k_0 = 0$ Do while ($k < Ite$) $\alpha_k = \frac{r_k^T z_k}{p_k^T A p_k}$ $x_{k+1} = x_k + \alpha_k p_k$ $r_{k+1} = r_k - \alpha_k p_k$ Se r_{k+1} é suficientemente pequeno $k = Ite$ $z_{k+1} = M^{-1} r_{k+1}$ $\beta_k = \frac{z_{k+1}^T r_{k+1}}{z_k^T r_k}$ $p_{k+1} = z_{k+1} + \beta_k p_k$ $k = k + 1$ End do</p>

7.4. Caso de estudo I: Colapso de coluna de água

O colapso de coluna d'água é um fenômeno físico presente em várias situações da área naval, por exemplo, nos compartimentos parcialmente alagados ou a entrada de água no convés de um navio. Este fenômeno acontece quando o escoamento acumula-se, em um dos contornos por alguma excitação externa, colapsando o escoamento por efeito da gravidade; por consequência, o escoamento movimentar-se livremente. O colapso da coluna de água é caracterizado pelo grande gradiente de velocidades e a complexidade da superfície livre do escoamento, gerando grandes variações das cargas hidrodinâmicas.

As cargas hidrodinâmicas produzidas pelo fenômeno de colapso de coluna d'água, podem ser causas de falha na estrutura das seções do navio, ou influir na estabilidade da embarcação. Os estudos efetuados por Martin e Moyce (1952) fornecem uma análise do comportamento do escoamento no colapso de coluna d'água, medindo

as velocidades para várias secções retangulares e circulares de coluna, concluindo que velocidade máxima do pé da coluna é proporcional à raiz da altura inicial da coluna. Em caso da parte de cima da coluna, a velocidade descendente máxima é proporcional à raiz do produto entre a altura inicial e o comprimento da base da coluna. Recentemente, Issa e Violeau (2006) apresentaram experimentos de colapso de coluna de água no convés com obstáculo, representando um modelo simples de água no convés. O estudo centra-se nas pressões de grandes impactos produzidos pelo escoamento sobre o obstáculo. Ruponen (2007) realiza um estudo experimental do alagamento de embarcações levando em conta os efeitos do colapso de coluna de água num compartimento.

Além disso, o colapso da coluna de água apresenta uma simplicidade na configuração para simulações numéricas, pelo que tem sido extensamente usado na validação dos distintos métodos computacionais para dinâmica de fluidos. Hu e Suyoshi (2010) analisam o colapso da coluna de água, usando dois métodos numéricos CIP e Moving Particle Semi Implicit (MPS), avaliando com resultados experimentais. Celis et al. (2013) simula o escoamento num Dam-Brake usando o esquema TVD baseado nas equações de Euler, comparando com resultados obtidos por Colagrossi et al. (2003), usando o método SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics).

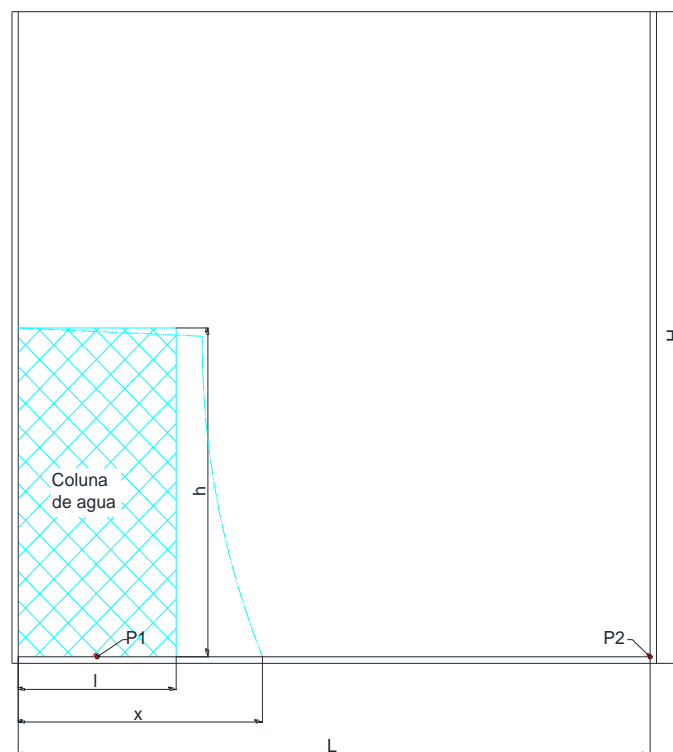


Figura 7.8 Esquema geral da simulação do colapso da coluna de água

No presente trabalho foram realizadas simulações do colapso de uma coluna d'água. A configuração do problema foi de acordo com os experimentos realizados por Martin e Moyce (1952) correspondente a uma coluna de seção quadrada, esquematizada na **Figura 7.8**. O comprimento l da coluna está em relação ao comprimento L do recipiente como $l/L = 0.25$, a altura h está definida em função de um parâmetro a e o comprimento L , sendo $h = 0.25La^2$. Com respeito à altura H do recipiente foi considerado igual ao comprimento L do container. No cálculo, os valores do parâmetro a^2 foram 1.0 e 2.0. Os pontos de medição de pressão p_1 e p_2 estão localizados no fundo desde o extremo esquerdo a distâncias $0.125L$ e L , respectivamente.

Os cálculos no método numérico MPS foram em duas dimensões (2D). As constantes ambientais do escoamento foram densidade $\rho = 997 [kg/m^3]$ e aceleração de gravidade $g = 9.81 [m/s^2]$. A distância inicial l_0 entre partícula na coluna de água e paredes foi de $l_0 = 0.002l$, o raio de interseção foi $r_e = 2.1l_0$. Nas paredes do domínio se considerou quatro capas de nós auxiliares. Outros parâmetros para a equação (7.1.33) de Poisson foram o passo do tempo $\Delta t = 0.0005$, e o fator $\varepsilon = 0.005$. A função da interpolação usada foi $F1$ da tabela N1, o método de resolução foi o Gradiente Conjugado pre-condicionado, no qual considerou-se o parâmetro de convergência $\gamma = 1 \times 10^{-7}$.

De acordo com o parâmetro a^2 , as simulações foram levadas a cabo com distintos números de partículas. No primeiro caso ($a^2 = 1.0$), o número de partículas de fluido foram de 1800, no segundo caso ($a^2 = 2.0$), o número foi de 4200. Nos dois casos o número de partículas nas paredes foi o mesmo, de 2910, incluindo os nós auxiliares.

As condições iniciais da coluna d'água foi no extremo esquerdo do recipiente, com velocidades do escoamento $\vec{u} = 0$. As condições do contorno aplicadas foram velocidades $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$, e na superfície livre $p = 0$, como indica a **Figura 7.8**.

O estudo, no caso de $a^2 = 1.0$, considerou uma análise do parâmetro α , enquanto que para a simulação do escoamento com $a^2 = 2.0$ vários métodos de derivação foram experimentados. Os resultados das simulações são apresentados em

forma adimensional para a variável do tempo $t' = t\sqrt{ga^2/L}$, pressão $p' = pa^2/l\rho g$ e, $x' = x/L$ para a posição máxima da coluna no eixo horizontal. Os resultados obtidos pelo método MPS, além de comparar-se com resultados experimentais, foram comparados com resultados obtidos pelo método numérico Volumes de Fluidos (VOF) usando-se o código comercial STAR CMM+, realizados pelo autor.

Os resultados para o caso $a^2 = 1.0$, usando os valores de α 1.0, 0.5, 0.1, e 0.05, os quais correspondem aos cálculos M1, M2, M3, e M4, são apresentados na **Figura 7.9** para velocidade do escoamento. Nas **Figuras 7.11 e 7.12** estão apresentadas as pressões nos pontos $p1$ e $p2$ do recipiente. A comparação da velocidade do escoamento (**Figura 7.9**) em geral mostra resultados similares usando os métodos VOF e MPS independente dos valores do parâmetro alfa. Embora, observa-se que a diminuição do valor de alfa gera uma tendência de melhora na precisão resultados. Em relação ao experimental, a velocidade calculada no MPS mostra uma diferença aproximadamente de 10.0% para os parâmetros $\alpha \leq 0.5$; no parâmetro $\alpha = 1.0$, para quando o escoamento atinge o extremo contrário do recipiente a diferença aumenta a uns 15.0%.

No cálculo das pressões (**Figuras 7.11, 7.12**), o método MPS apresenta grandes oscilações. À diferença da velocidade do escoamento, o parâmetro α gera uma grande influência na qualidade das pressões obtidas. Observa-se que ao diminuir o valor de alfa as oscilações, nos históricos das pressões $p1$ e $p2$, diminuem, atingindo as pressões calculadas pelo método VOF.

Em caso de $a^2 = 2.0$, os resultados são apresentados nas **Figuras 7.13, 7.14 e 7.15**, para a velocidade do escoamento e as pressões nos pontos $p1$ e $p2$. Os métodos de derivação, da tabela N2, foram $D1$, $D2$, $D3$ e $D4$ correspondem às simulações M1, M2, M3, e M4. A velocidade do escoamento experimental mostra-se em concordância com os métodos numéricos VOF e MPS (**Figura 7.13**). Em caso do MPS, usando o modelo $D1$, o cálculo diverge em $t' = 1.3$. Enquanto que, os outros métodos usados foram aptos de reproduzir os resultados com precisão suficiente. Em caso das pressões (**Figuras 7.14 e 15**), diferenças foram encontradas entre os métodos de derivação na captura do pico da pressão de impacto em $p2$, onde a função de derivação $D4$ mostra melhores resultados quando é comparado com o VOF.

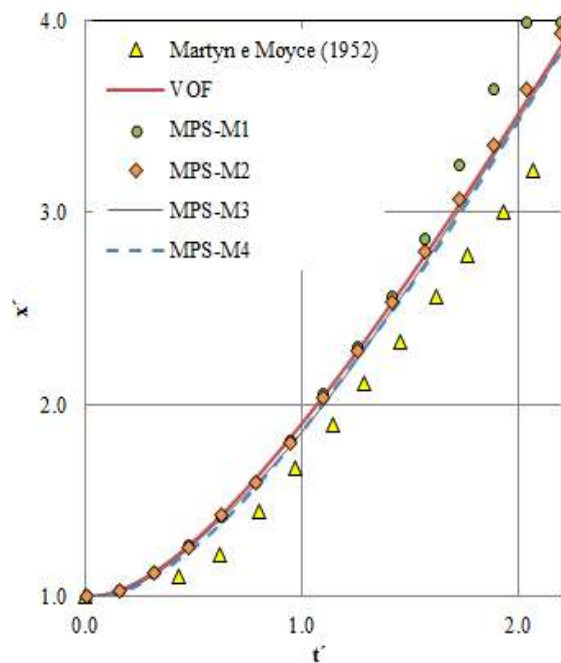


Figura 7.9 Velocidade do colapso da coluna de água para o caso $a^2 = 1.0$, usando vários parâmetros α em MPS, comparando com resultados experimentais e o método VOF (Star CMM +)

A comparação da superfície livre ao longo do container na **Figura 7.10**, usando os métodos numéricos, mostra a boa resolução do método MPS, capturando os fenômenos “run-up - run-down” e a onda quebrada. Em relação ao número de partículas, ao comparar-se os casos simulados $a^2 = 1.0$ e $a^2 = 2.0$ nota-se que o aumento de partículas do escoamento melhora os resultados, diminuindo as diferenças na velocidade do escoamento e as oscilações no histórico da pressão, com respeito ao método VOF e o experimental.

Das simulações apresentadas, foi avaliado o método numérico MPS para o colapso de coluna d’água, onde a comparação com os resultados experimentais mostra uma boa resolução da física do problema analisado.

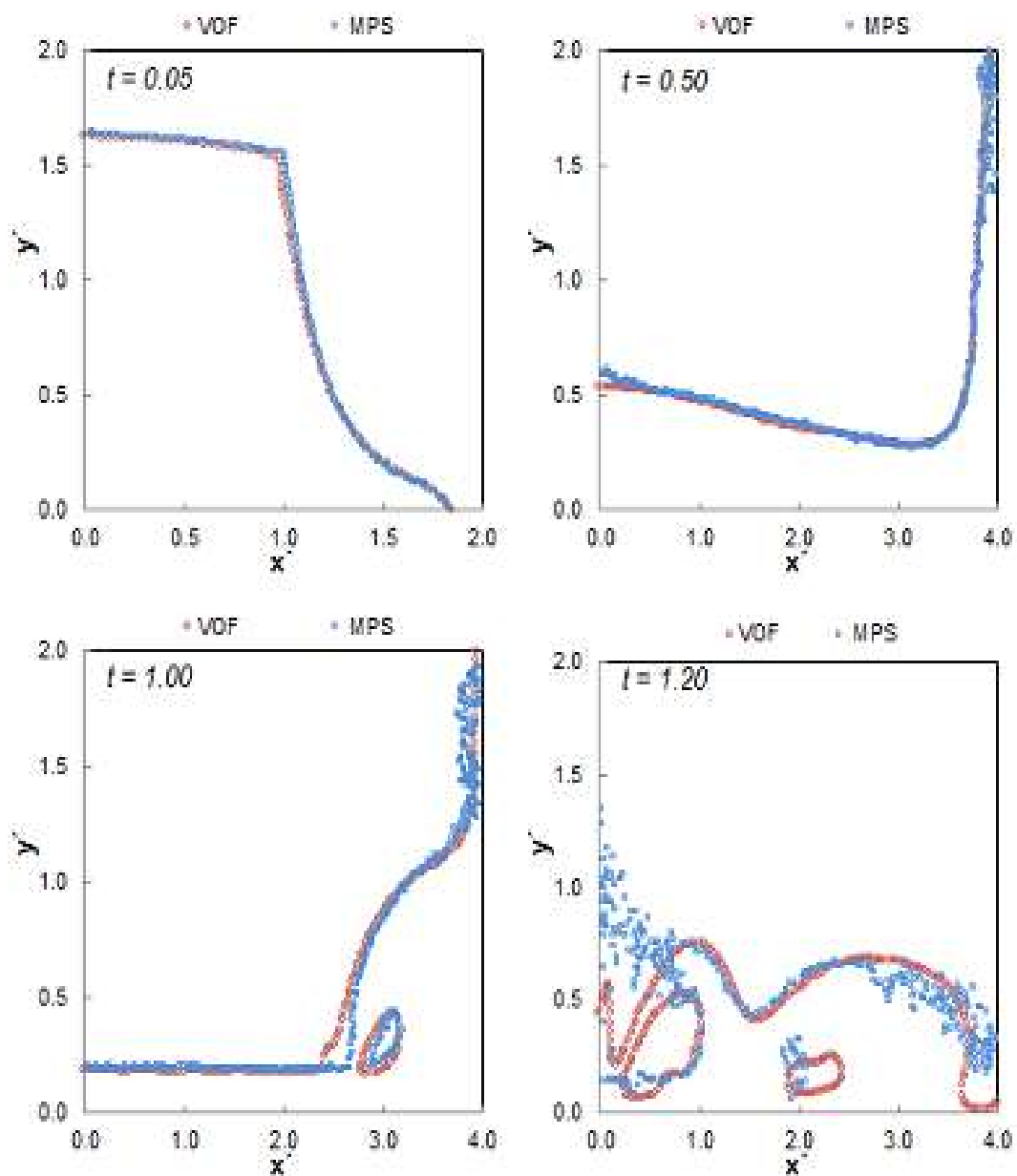


Figura 7.10 Comparação da superfície livre, para vários passos de tempo, para o caso $a^2 = 2$, usando os métodos numéricos VOF (Star CMM +) e MPS

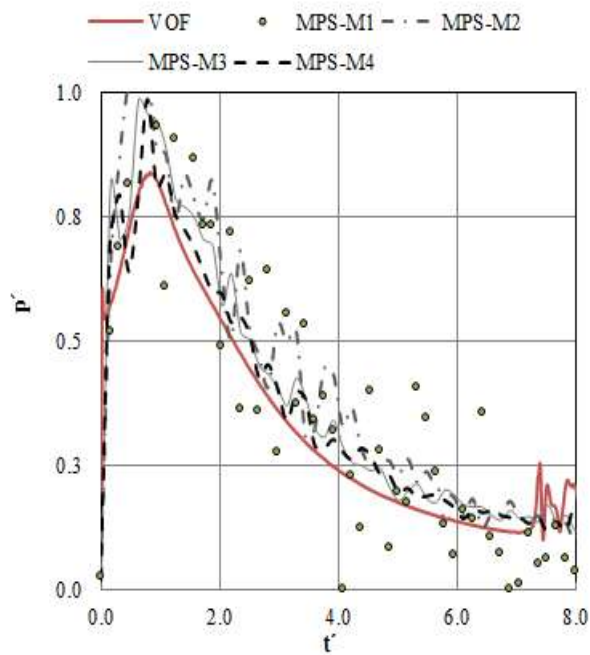


Figura 7.11 Histórico das pressões no ponto p_1 e caso $a^2 = 1$, para vários α , comparados com o método VOF (Star CMM +)

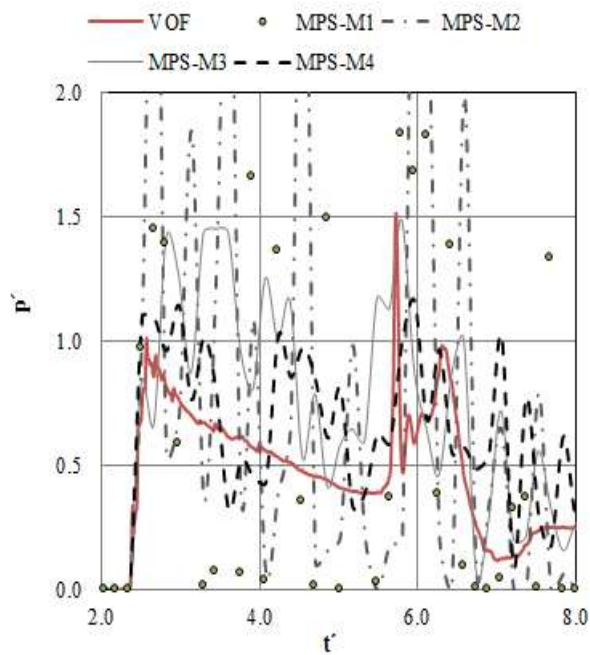


Figura 7.12 História da pressão no ponto p_2 e caso $a^2 = 1$, para vários α , comparados com o método VOF (Star CMM +)

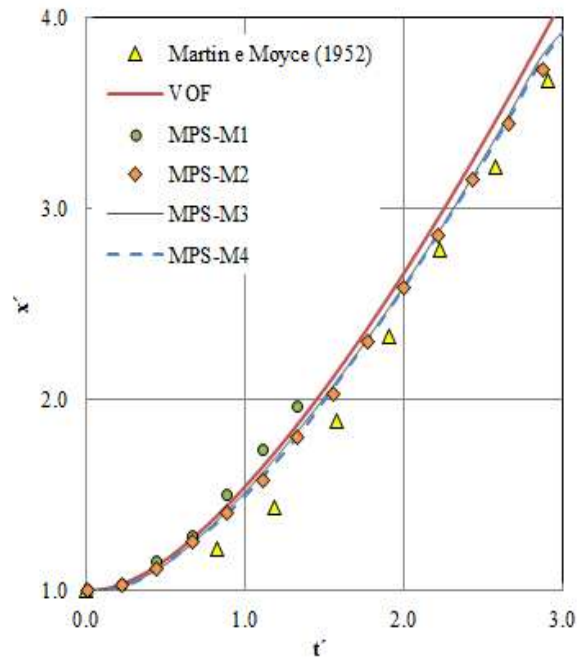


Figura 7.13 Velocidade do colapso da coluna de água para o caso $a^2 = 2.0$, usando vários esquemas de derivação em MPS, comparando com resultados experimentais e o método VOF (Star CMM +)

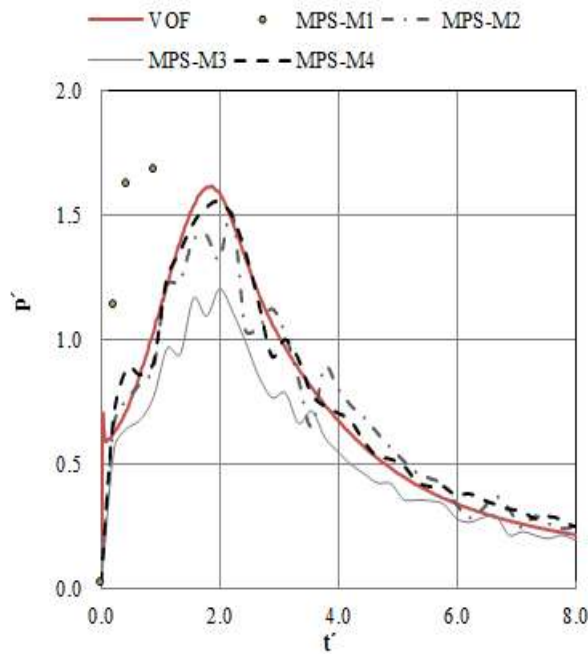


Figura 7.14 Histórico de pressões no ponto p_1 e caso $a^2 = 2$, para vários α , comparados com o método VOF (Star CMM +)

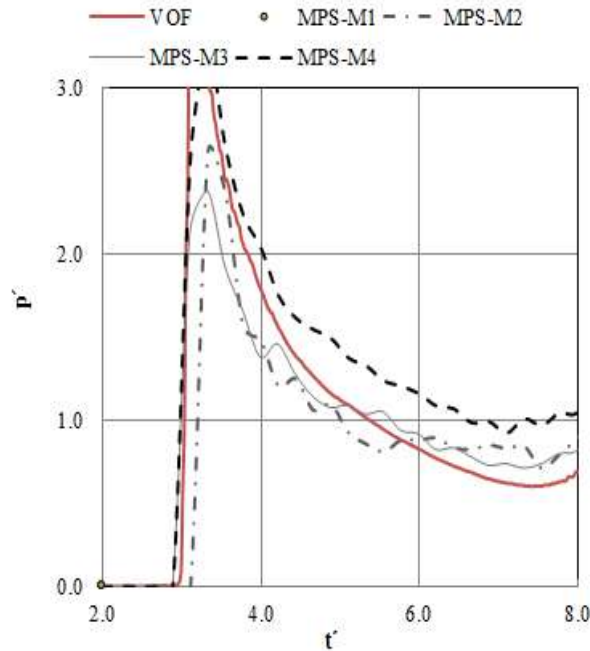


Figura 7.15 História da pressão no ponto p_2 e caso $a^2 = 2$, para vários α , comparados com o método VOF (Star CMM +)

7.5. Caso de estudo II: escoamento de sloshing devido a movimentos laterais forçados

Os contêineres parcialmente alagados podem experimentar o fenômeno de sloshing em várias circunstâncias, dos quais na ressonância podem gerar superfícies livres de alta complexidade, resultando em impactos tanto nas paredes do costado como no teto do container. O seguinte estudo tem como foco principal a análise das cargas de slamming associado ao escoamento com superfícies livres, produzidos pelo sloshing num contêiner parcialmente alagado.

As simulações foram baseadas no trabalho realizado por Colagrossis et al. (2004). O escoamento foi considerado num compartimento 2D, quadrado, rígido e fechado à pressão atmosférica. As dimensões principais do contêiner são: comprimento $L = 1[m]$, e altura $H = L$. Para o escoamento, a altura inicial foi $h = 0.35L$, as variáveis ambientais foram a densidade $\rho = 997[kg/m^3]$ e aceleração de gravidade $g = 9.81[m/s^2]$. O compartimento foi forçado a ter deslocamentos laterais, considerando a lei de movimento harmônico, $A\cos(\omega t)$, onde A é amplitude e ω a frequência do movimento excitatriz. As amplitudes de excitação foram $A = 0.1[m]$ e

$A = 0.05[m]$, enquanto que as frequências ω variaram entre $3.71 \leq \omega \leq 6.28$. De acordo com a teoria potencial, $\omega = 4.97[rad/s]$ corresponde à frequência natural linear de primeira ordem do escoamento interno, sendo a frequência de ressonância considerada no estudo. Na simulação foram medidas as alturas de onda, tanto no lado esquerdo como no direito, a uma distância de $0.05[m]$ desde os contornos. As pressões foram medidas nos pontos $p1$, $p2$ e $p3$ na parede esquerda do contêiner, os pontos das pressões estão localizados desde o fundo do contêiner a uma altura $h_{p1} = 0.2[m]$, $h_{p2} = 0.55[m]$ e $h_{p3} = 0.6[m]$ correspondentemente. Na **Figura 7.16** ilustra-se a configuração do experimento.

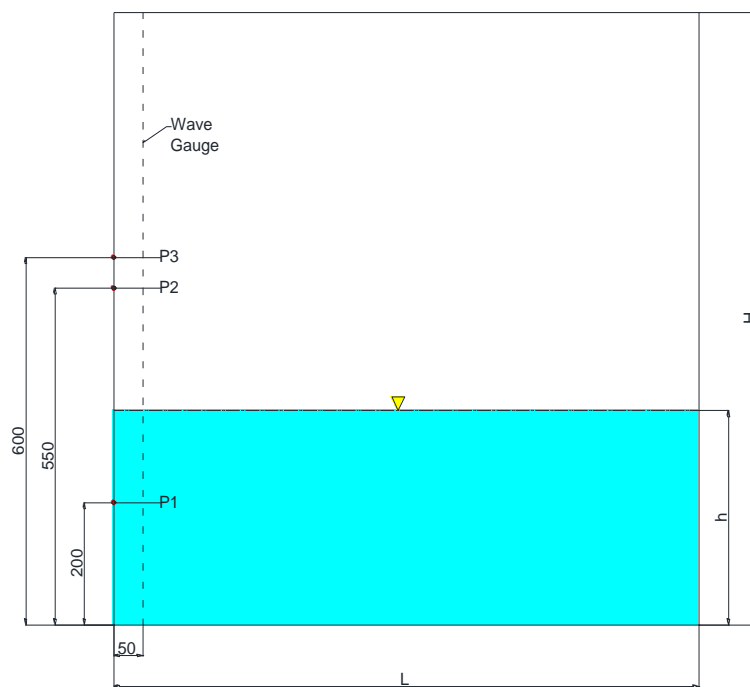


Figura 7.16 Esquema de configuração na simulação, localizando os pontos de medição da pressão e onda

As simulações no MPS foram 2D para a caixa da **Figura 7.16**. A distribuição das partículas foi feita usando distância inicial $l_0 = 0.005[m]$ entre as partículas do escoamento, o raio de vizinhança de partícula foi $r_e = 2.l_0$. Nas paredes do domínio se considerou quatro capas de nós auxiliares. Na equação de Poisson, o passo do tempo foi $\Delta t = 0.00025$, os parâmetros constantes foram $\varepsilon = 0.001$ e $\alpha = 0.05$. A função de interpolação usada foi a $F1$ da tabela N1 e o método de derivada $D4$ da tabela N2, o método de resolução das equações lineares foi o Gradiente Conjugado considerando o parâmetro de convergência $\gamma = 1 \times 10^{-7}$.

As condições iniciais foram o fluido distribuído ao longo do tanque e com velocidade inicial $\vec{u} = 0$. As condições do contorno aplicadas nas paredes do domínio foram velocidades $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$, e na superfície livre $p = 0$. Nas partículas das paredes foi imprimido um deslocamento cossenoidal $x = A \cos(\omega t)$.

As amplitudes de ondas ζ/L medidas, na esquerda e direita do contêiner, em função da frequência de excitação, são mostradas nas **Figuras 7.17 e 7.18** para as amplitudes do movimento $A = 0.05[m]$ e $A = 0.1[m]$. A linha horizontal das figuras representa o teto do container. De acordo com as simulações, o escoamento impacta no teto nas duas amplitudes do movimento forçado. Em caso da amplitude $A = 0.05[m]$, o impacto acontece na faixa de períodos $T/T_n = 1.0 - 1.5$. Em caso da amplitude $A = 0.1[m]$, a região de frequência de impacto no teto aumenta a quase totalidade dos períodos de excitação. Além disso, as curvas da amplitude ζ/L mostram um comportamento típico de uma função de resposta no domínio da frequência. Para as frequências próximas da ressonância linear, a amplitude de onda incrementa-se. No caso das frequências afastadas da ressonância as amplitudes diminuem. A comparação das curvas numérica e experimental (INSEAN e Olsen) mostram discrepâncias, em particular no período $T/T_n = 0.87$ em ambas amplitudes do movimento forçado, mas em geral boa concordância entre os métodos é observada.

A série temporal da pressão no ponto $p3$ é mostrado na **Figura 7.19** para amplitude $A = 0.05[m]$. A Figura acima corresponde a pressão experimental e abaixo a numérica pelo método MPS. Dos resultados da pressão, observa-se um comportamento quase periódico, com dois picos de pressão em cada período. O primeiro pico ocorre para maior aceleração negativa do tanque, quando este tem o máximo deslocamento à esquerda. Este pico está envolvido com o impacto inicial do escoamento na parede lateral. O segundo pico é da mesma magnitude e aparece depois do impacto no teto, quando o escoamento cai, batendo no fluido no fundo tanque acumulado; o caso descrito acontece quase quando o tanque tem o máximo deslocamento na direita.

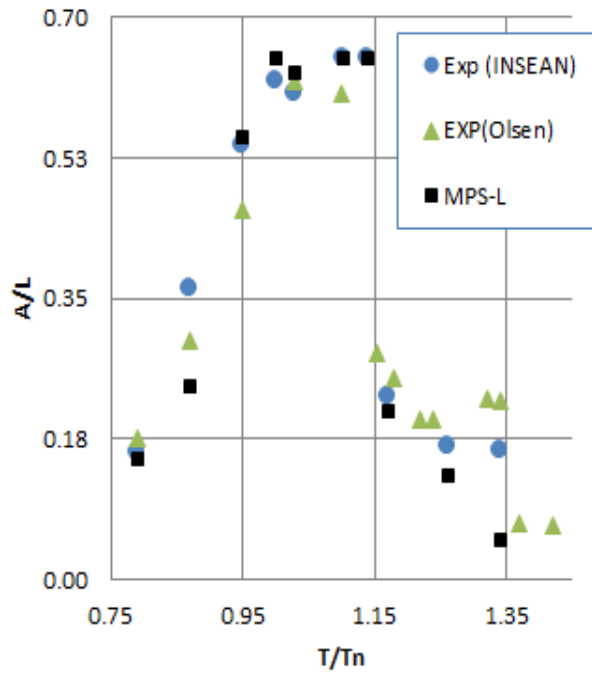


Figura 7.17 Amplitude ζ/L em função dos períodos, para amplitude de movimento $A = 0.05[m]$, pelos métodos numérico MPS e experimental

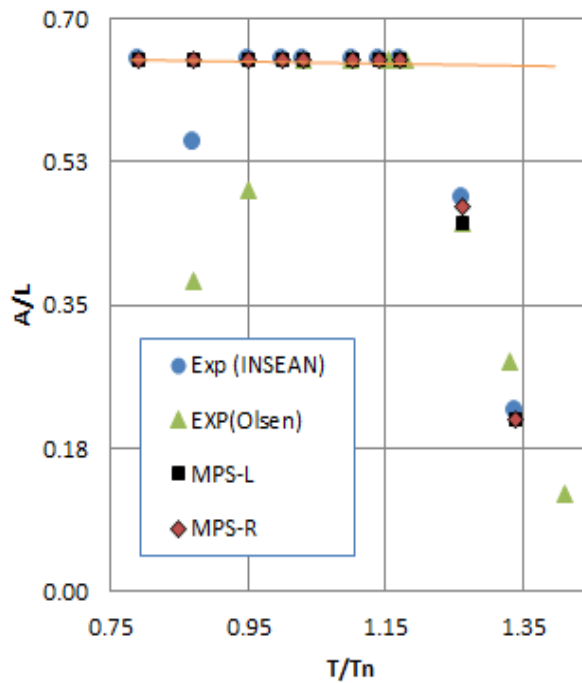


Figura 7.18 Amplitude ζ/L em função dos períodos, para amplitude de movimento $A = 0.1[m]$, pelos métodos numérico MPS e experimental

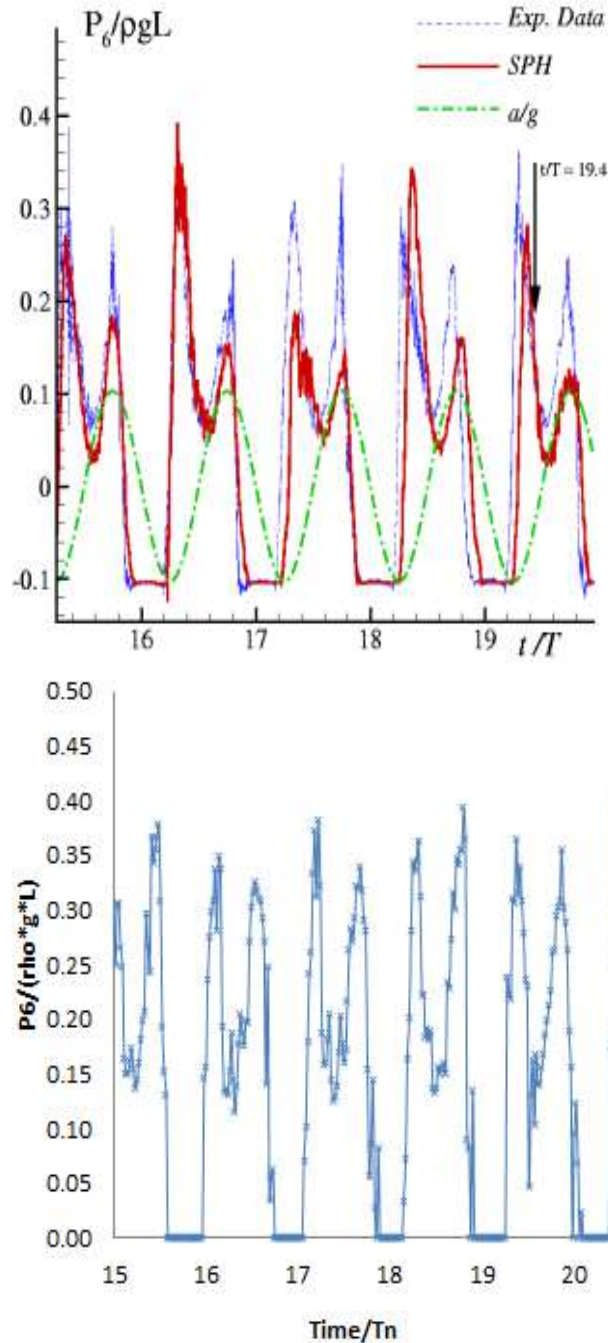


Figura 7.19 Evolução da pressão p_3 ao longo das paredes do costado, para o período $T/T_1 = 1.07$, e amplitude do movimento $A = 0.05[m]$. Acima, pressões experimentais. Abaixo pressões obtidas da simulação numérica MPS

Na **Figura 7.20** mostra-se o histórico da amplitude de onda de sloshing para o período $T/T_n = 0.787$ e amplitude $A = 0.1[m]$. A imagem acima e do centro correspondem a amplitudes medida na direita e esquerda pelo método numérico. A imagem de baixo corresponde ao experimental, para o medidor de onda da direita e esquerda. No experimento mostra-se instabilidade e assimetria da amplitude da onda nos primeiros períodos, a qual também é reproduzida pelo MPS. De acordo com os

resultados apresentados, o método numérico MPS é habilitado para o cálculo de escoamentos com superfícies complexas, obtendo uma boa aproximação dos fenômenos produzidos.

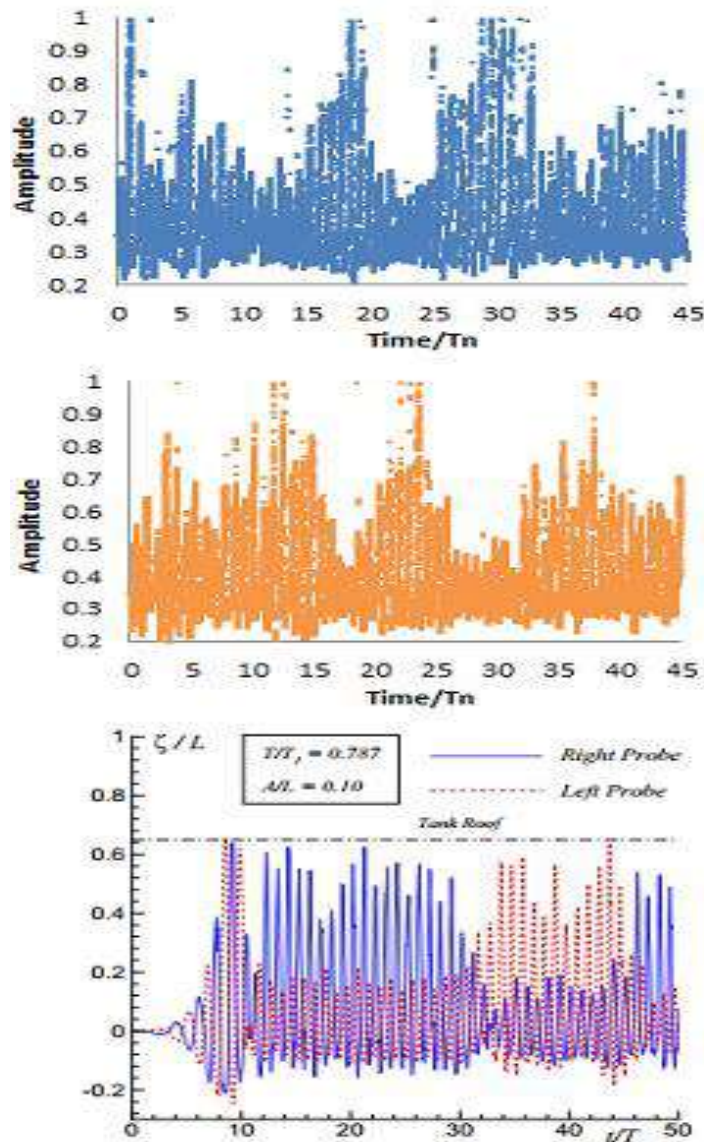


Figure 7.20 Exemplo de onda assimétrica no contêiner para o caso de período $T/T_n = 0.787$, amplitude $A = 0.05[m]$. Figura de cima corresponde a onda medida em MPS na esquerda do contêiner. Figura do centro a onda medida em MPS no lado direita. Abaixo, onda medida na esquerda e direita no experimento

7.1. Caso de estudo III: Escoamento de sloshing com Transferência de massa, devido a deslocamentos forçados

Os resultados mostrados na presente secção são um complemento dos resultados publicados em Fonfach et. al (2016) vide o Apêndice A.

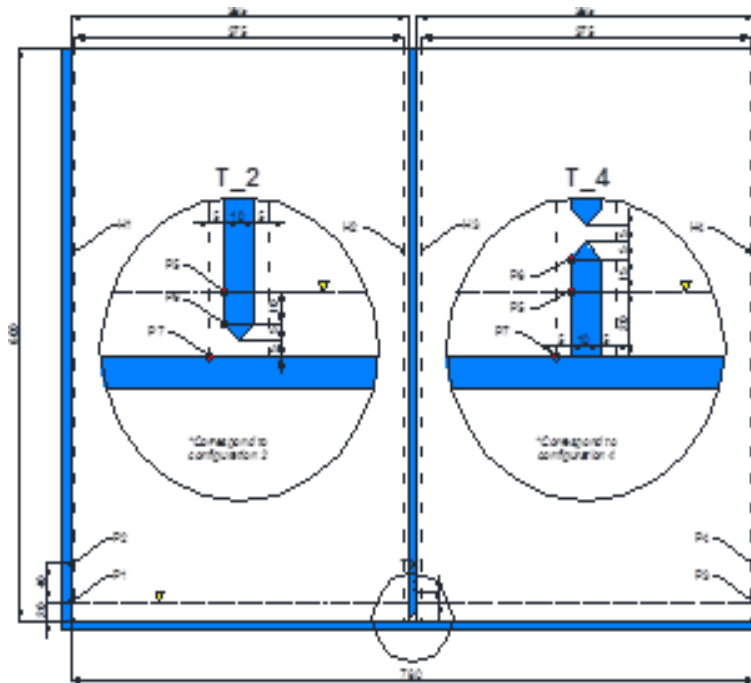


Figura 7.21 Configuração de simulação para sloshing com transferência de massa entre os compartimentos. Configuração dos pontos de pressão e onda. Esquema da abertura na parede de separação do contêiner

A análise do sloshing com transferência de massa está baseada nos experimentos realizados por Manderbacka et al. (2013). Nos experimentos, um contêiner em 2D foi dividido em dois compartimentos, com o volume d'água constante, encontrando-se sob ao movimento forçado de sway. As dimensões do contêiner foram comprimento $L=780[mm]$ e altura $H=600[mm]$, o comprimento de cada subdivisão foi $l=375[mm]$. O sistema de referência do tanque foi localizado no centro e no fundo do tanque. As frequências dos movimento forçados foram entre $\omega=1.0[rad/s]$ e $\omega=5.0[rad/s]$. A parede, que divide o container em dois, está localizada no meio do tanque. A parede considera duas aberturas de tamanho $t=5[mm]$ consideradas individualmente, como é esquematizado na **Figura 7.21**. A primeira abertura está localizada no fundo do tanque, chamada de T_2 . A outra está localizada $30[mm]$ do fundo, chamada de T_4 . A configuração do experimento considerou várias alturas de água entre $h=9.8[mm]$ e $h=78.2[mm]$.

Em MPS a configuração geométrica foi a mesma do que no experimento, representada na **Figura 7.21**. A frequência do movimento de sway usada na simulação foi $\omega=2.0[rad/s]$, amplitude $A=0.214[m]$ e altura de água de $h=19.6[mm]$ para cada uma das duas aberturas na parede do meio. As pressões nas paredes laterais foram

medidas nos pontos p_1 , p_2 , p_3 , p_4 segundo mostra a **Figura 7.21**. Os pontos de pressão coincidem com os da configuração experimental. Os pontos de pressões p_5 , p_6 e p_7 , na parede do centro, foram incluídas na simulação. As alturas do escoamento, segundo o experimento, foram medidas nos pontos $H1$, $H2$, $H3$, $H4$, localizados a $5[mm]$ de cada parede.

A parede de separação foi com espessura de 10 mm com duas aberturas com a mesma forma e tamanho, localizadas segundo o experimento. As aberturas na parede têm forma de cunha, em ângulo de 90 graus, nos vértices de separação.

Os cálculos no método numérico MPS foram em duas dimensões, Os valores dos parâmetros da equação de Poisson foram $\alpha = 0.05$, $\varepsilon = 0.0$ e o passo de tempo $\Delta t = 0.00015$. As constantes ambientais do escoamento foram a densidade $\rho = 997[kg/m^3]$ e aceleração de gravidade $g = 9.81[m/s^2]$. A distância inicial l_0 entre partículas no escoamento e paredes foi de $l_0 = 0.001[m]$, o raio de área de vizinhança foi $r_e = 2.l_0$. Nas paredes do domínio se considerou quatro capas de nós auxiliares. De acordo com a configuração da simulação o número de 14000 de partículas foi usado. Para as condições iniciais do escoamento foi distribuído com igual quantidade de volume em cada um dos compartimentos do container. O escoamento inicialmente foi em repouso, ou seja $\vec{u} = 0$. As condições do contorno aplicadas foram, livre deslizamento $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$, e na superfície livre $p = 0$. Na simulação o escoamento foi estimulado internamente usando a aceleração $a = A\omega^2 \cos(\omega t)$.

Os resultados para as pressões dos casos T_2 e T_4 estão sumarizados nas **Figuras 7.22 e 7.23** para o quinto período do movimento, correspondente a resposta permanente da pressão, comparando a pressão calculada pelo MPS e o experimental no ponto p_1 ; ademais, são plotadas as alturas de água $h = h_1 - hp_1$, incluindo as alturas medidas pelo método Traked Surface (TS) (Manderbacka et al., 2013). Em ambos casos T_2 e T_4 , as pressões medidas no ponto p_1 mostram um comportamento similar às alturas de onda medidas em $H1$. Outra observação é o efeito da abertura na magnitude da pressão, no caso T_2 a magnitude atinge aos $P = 320[Pa]$ aproximadamente. Na configuração T_4 a magnitude da pressão diminui para $P = 250[Pa]$.

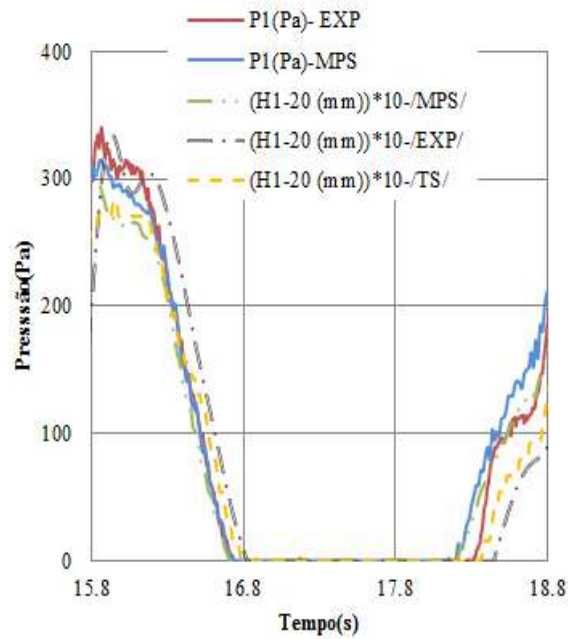


Figura 7.22 Comparação da pressão e altura de ondas medidas nos pontos p_1 e H_1 para a configuração T_2 , no regime permanente, pelos métodos MPS, Experimental e, Tracked Surface (TS)

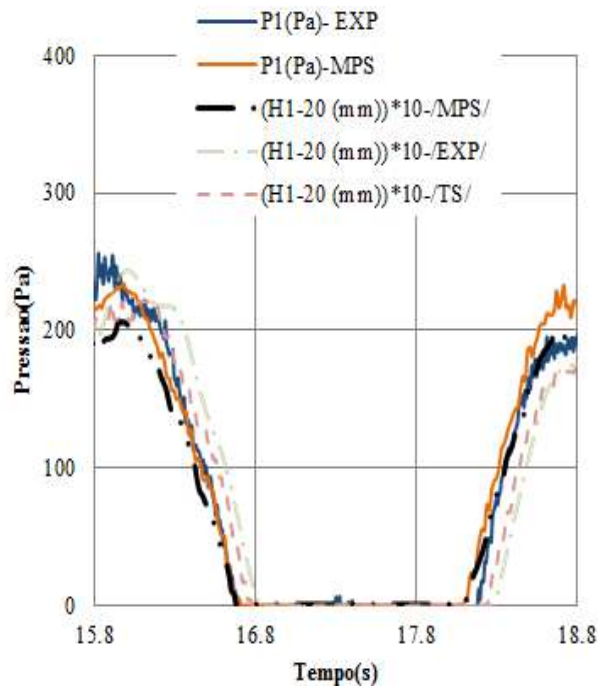


Figura 7.23 Comparação da pressão e altura de ondas medidas nos pontos p_1 e H_1 para a configuração T_4 , no regime permanente, pelos métodos MPS, Experimental e, Tracked Surface (TS)

A análise do vazamento entre os compartimentos foi feita usando dois métodos nas simulações numéricas. O primeiro método foi a integração das velocidades do escoamento na linha da abertura. O outro método foi calculando o volume de água em cada compartimento pela relação de partículas $V_{agua_i} = n_{c,i} V_T / n_p$, onde i corresponde ao número de compartimentos do contêiner, $n_{c,i}$ ao número de partícula do compartimento e V_T o volume total do fluido. Logo, a vazão é calculada pela variação do volume médio dos compartimentos no tempo $Q = \partial[-0.5(V_a - V_b)]/\partial t$. Os resultados da vazão, para os métodos acima mencionados, na configuração T_2 são mostrados na **Figura 7.24**, comparando com os resultados obtidos do método TS. Além dos resultados do MPS e o experimental, são incluídos os resultados de uma simulação realizada no código comercial CFX baseado no método VOF. O volume de fluido intercambiado, na configuração T_4 é mostrado na **Figura 7.25**, usando relação de partículas, comparando com a integração das áreas encerradas pela superfície livre obtidas em MPS, e pelo método do Tracked Surface (TS).

Os métodos comparados, para o cálculo de volume e vazão, em geral, mostram boa concordância com os resultados obtidos pelo TS. Embora na configuração T_2 encontram-se pequenas discrepâncias na magnitude da vazão usando-se a média dos volumes obtidas de MPS, diferença observada também ao comparar os volumes na configuração T_4 , onde o volume de intercâmbio obtido do MPS é subestimado com respeito ao TS, mas ambos métodos usados em MPS para obtenção de volumes de intercâmbio mostram concordâncias nos resultados.

Nas **Figuras 7.26 e 7.27** estão apresentadas as capturas das superfícies livres, das configurações T_2 e T_4 , para o quinto período. As superfícies livres correspondem ao regime permanente. A comparação entre as simulações numérica e método TS mostram boa correlação dos resultados. As diferenças entre os métodos são notadas quando é produzido o fenômeno do run-up ou run-down no tempo $t = T + 3T/10$. Outra diferença entre os métodos é na captura da onda quebrada, o TS não consegue reproduzir o fenômeno, efeitos que são simulados pelo MPS mas estas diferenças não explicariam as diferenças no cálculo dos volumes mencionado anteriormente.

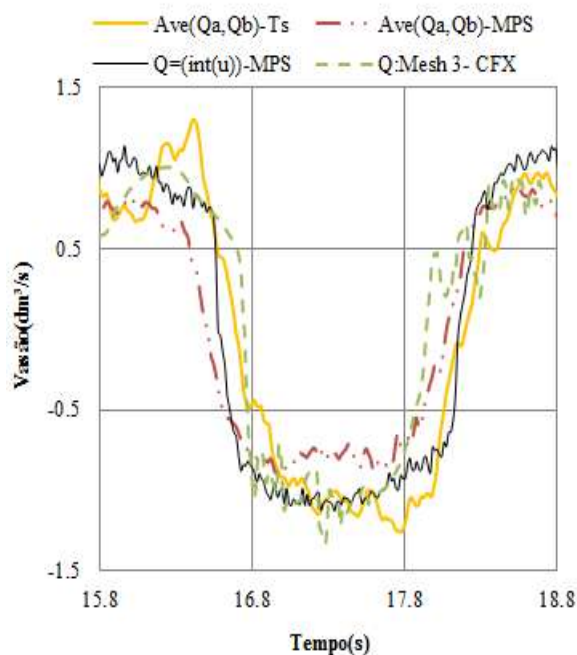


Figura 7.24 Vazão no regime permanente, para configuração T_2 , usando os métodos em MPS, integração de velocidade do escoamento ($Q = \text{int}(u)$), a medida das vazões dos compartimentos ($\text{Ave}(Q_a, Q_b)$). Comparação com os métodos Tracked Surface (TS) e código comercial CFX

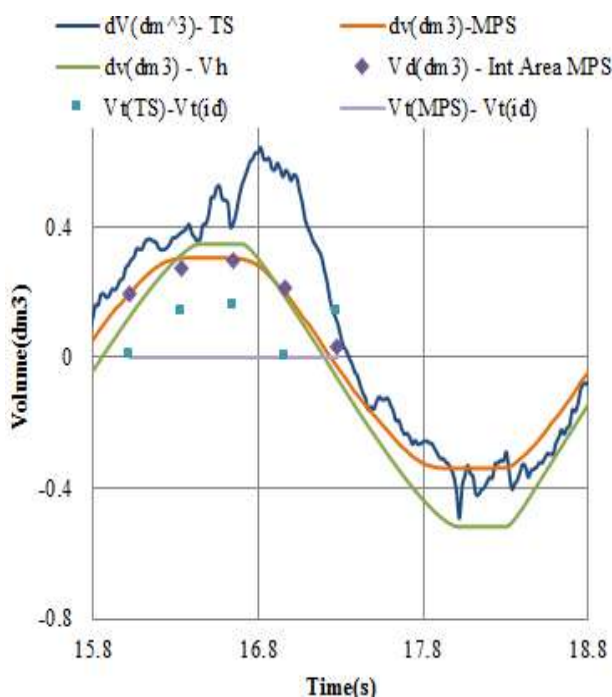


Figura 7.25 Diferença de volume entre os compartimentos para o caso T_4 , pelos métodos MPS, cálculo do volume pelo número total de partículas ($dv - \text{MPS}$) e integral da superfície livre no MPS (Int Area MPS). Comparação com os métodos Tracked Surface ($dv - \text{TS}$), e o modelo hidráulico ($dv - \text{Vh}$)

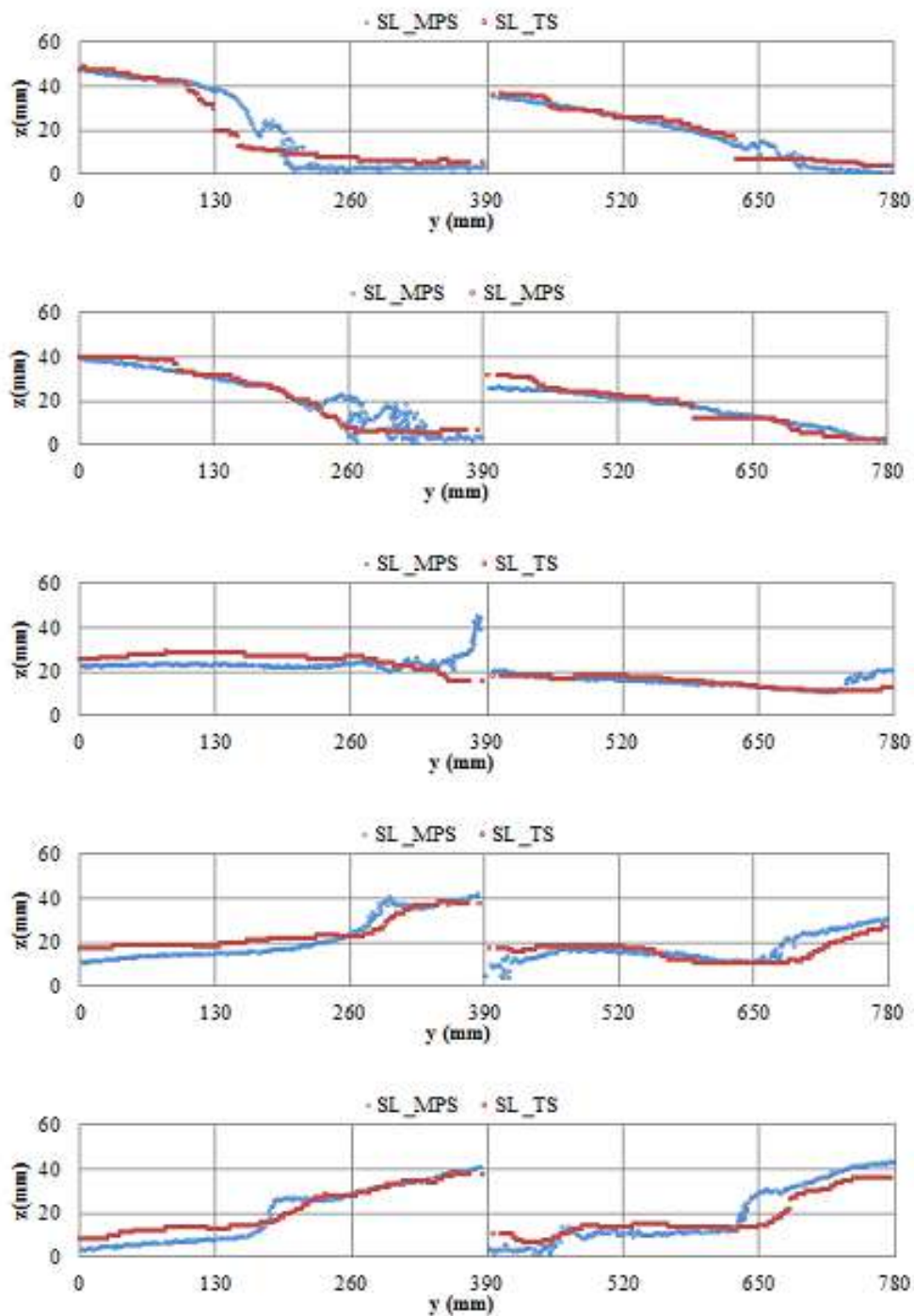


Figura 7.26 Captura das superfícies livres pelo método MPS e Tracked Surface (TS), para configuração T_2 , nos passos de tempo: $t = T + T/10$, $t = T + 2T/10$, $t = T + 3T/10$, $t = T + 4T/10$, $t = T + 5T/10$

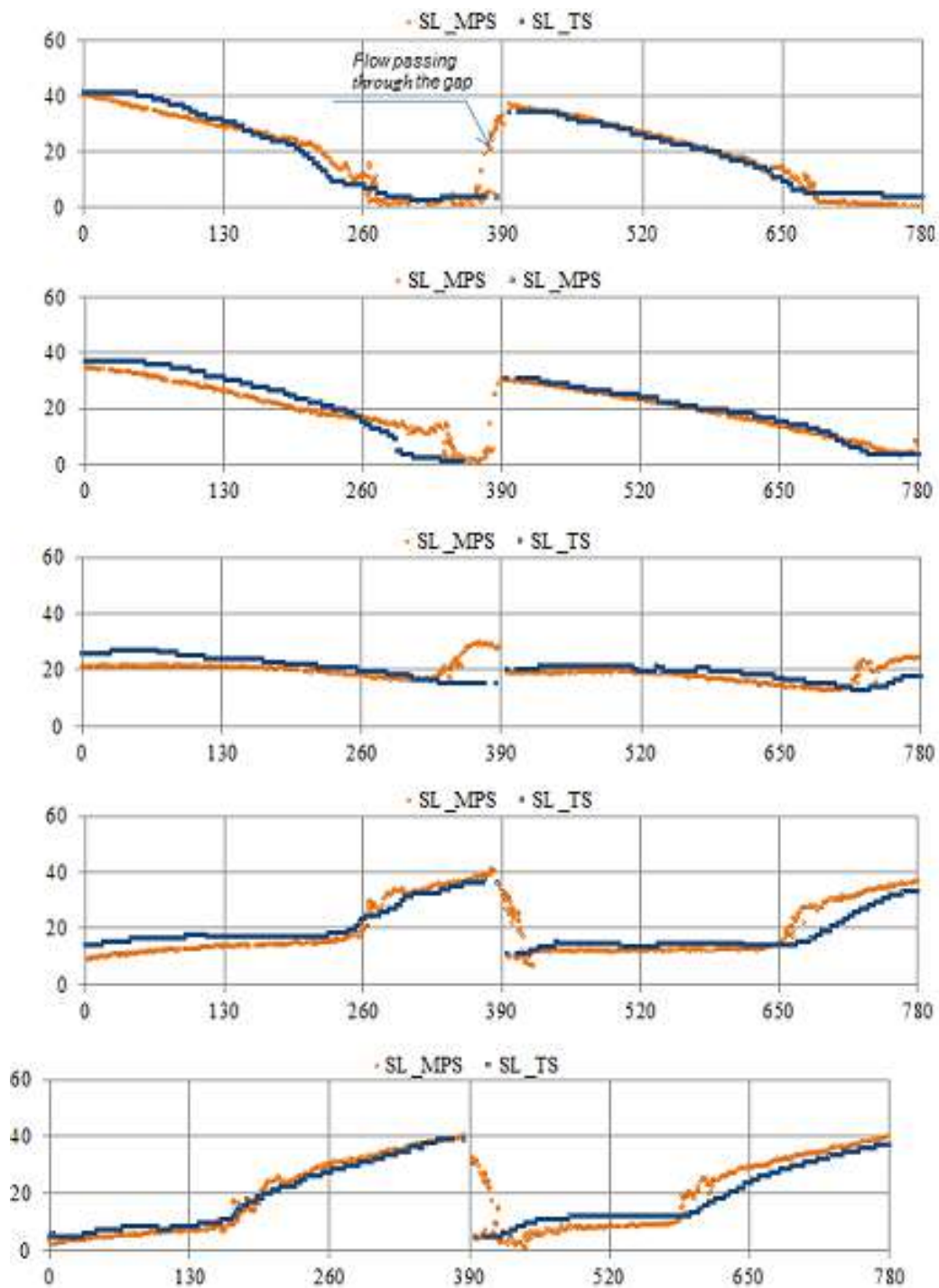


Figura 7.27 Captura das superfícies livres pelo método MPS e Tracked Surface (TS), para configuração T_4 , nos passos de tempo: $t = T + T/10$, $t = T + 2T/10$, $t = T + 3T/10$, $t = T + 4T/10$, $t = T + 5T/10$

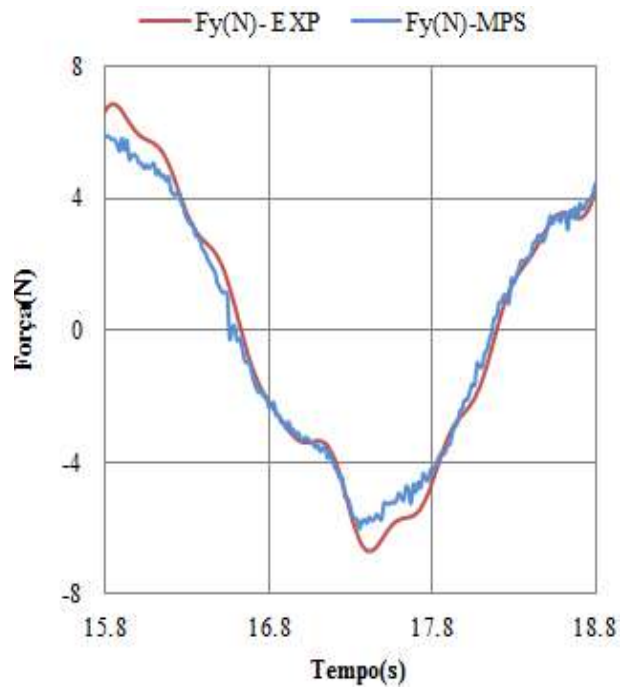


Figura 7.28 Comparação da amplitude de força, experimental e numérica, no regime permanente, para a configuração T_2

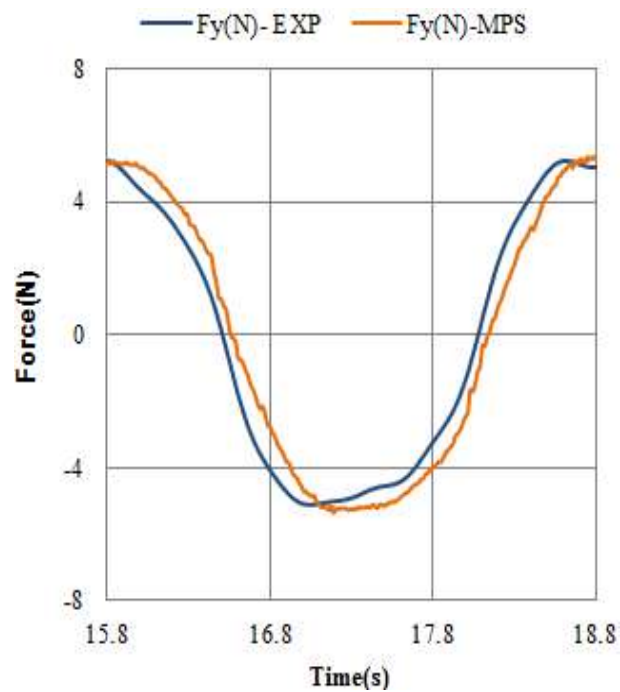


Figura 7.29 Comparação da amplitude de força, experimental e numérica, no regime permanente, para a configuração T_4

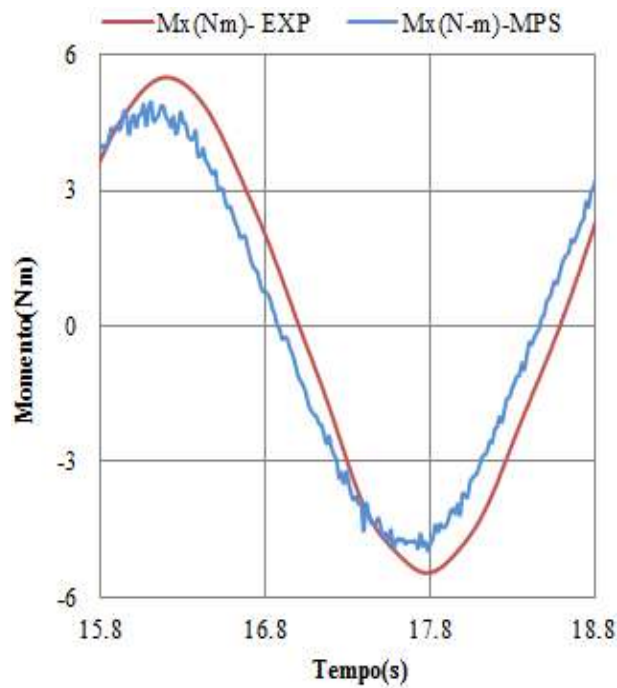


Figura 7.30 Comparação da amplitude de momento, experimental e numérica, no regime permanente, para a configuração T_2

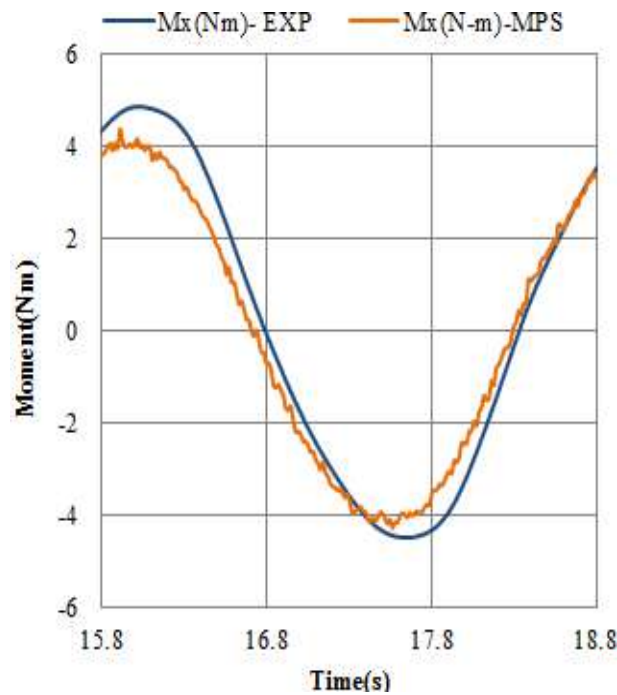


Figura 7.31 Comparação da amplitude de momento, experimental e numérica, no regime permanente, para a configuração T_2

Outras variáveis medidas foram as forças e momentos. A comparação das forças experimentais e numéricas, para configuração T_2 e T_4 , são apresentadas nas **Figuras 7.28** e **7.29**, respectivamente. Observa-se que as amplitudes da força independem da posição da abertura. As configurações T_2 e T_4 , atingiram praticamente a mesma magnitude de força.

Os momentos experimentais e numérico são mostrados nas **Figuras 7.30** e **7.31**, correspondentes às configurações T_2 e T_4 . A diferença da força, a posição da abertura muda significativamente a amplitude do momento, comparando as magnitudes máxima T_2 produz um momento maior do que a configuração T_4 . A avaliação do MPS com o experimental mostra a capacidade do método numérico, capturando os fenômenos de superfícies livres complexas em slohing com a transferência de massa.

Por outro lado, com o objetivo de mostrar a influência da distância inicial entre partículas, um análise de sensibilidade é fornecido para o este caso de estudo, considerando distancias entre partículas grande, media e fina. Os cálculos são realizados para o caso da configuração #2 sob a excitação lateral com frequência $\omega = 5.0 \text{ rad/s}$ e massa $m = 5.0 \text{ kg}$. A configuração com grande distância, corresponde à máxima distância permitida pela abertura na parede do médio do container, a qual é $l_0 = 0.005 \text{ m}$ produzindo zero partículas na abertura e em total 610 partículas de escoamento. A distância media é $l_0 = 0.0025 \text{ m}$, produzindo uma partícula na abertura e 2459 partículas de escoamento. Em caso da distância fina é $l_0 = 0.001 \text{ m}$, que corresponde a quantidade máxima permitida de armazenamento pelo código FORTRAN, produzindo 4 partículas na abertura e 14820 partículas de escoamento.

Os resultados para as três configurações estão mostrados na **Figura 7.32** para a diferença de massa no domínio do tempo no ponto $p1$. Aqui, nota-se que a quantidade de massa intercambiada aumenta quando a distância inicial de partícula diminuí e número de partícula aumenta na abertura, melhorando a precisão do I-MPS. Além, mostra-se o historial da pressão para as distâncias iniciais entre partículas grande e media, onde é possível observar os impactos da onda batendo nas paredes do container como mostra-se na **Figura 7.33**. Não obstante na mesma figura (7.32) nota-se que a resolução da superfície livre melhora para um alto número de partículas no escoamento.

Finalmente as **Tabela 4** e **Tabela 5** mostram as diferenças entre os cálculos numéricos com as diferentes configurações pelo I-MPS e os resultados experimentais para as forças na direção lateral e a amplitude do traspasso de massa.

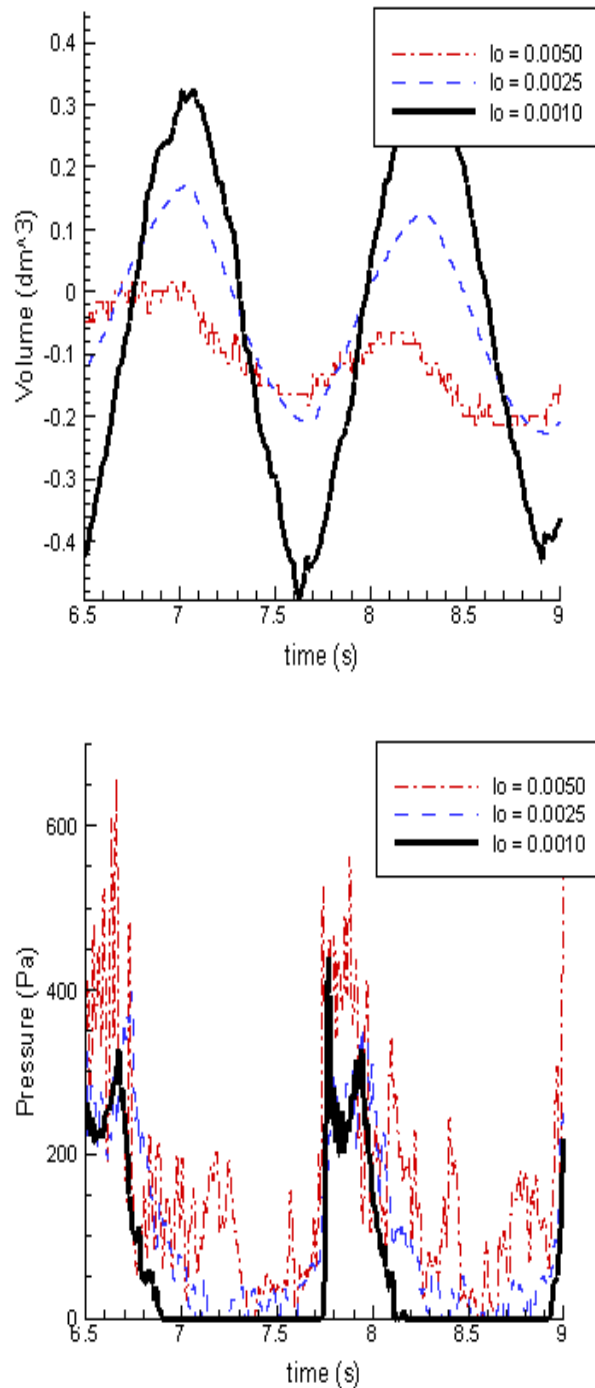


Figura 7.32 Comparação entre os resultados numéricos com distância entre partículas grande, média e fina: Historial do traspasso de massa (encima) e Pressão no ponto p1 (embaixo)

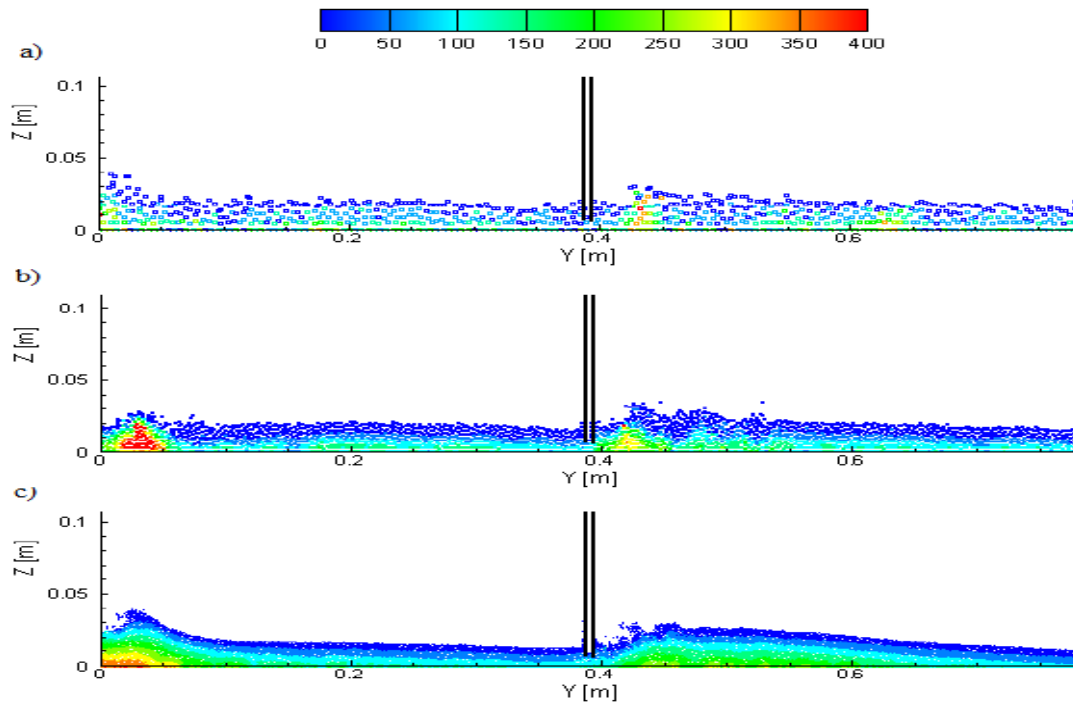


Figura 7.33 Comparação entre os resultados numéricos com distância entre partículas grande, média e fina: Superfície livre e distribuição de pressão

A comparação das forças (**Tabela 4**) mostram que o número de partículas de fluido usadas não tem muita influência nos resultados numéricos. Por outro lado, o cálculo do traspasso de massa (**Tabela 5**), a distância inicial entre partículas na abertura está diretamente relacionada com a precisão dos resultados, estes são melhorados quando o número de partículas aumenta.

Tabela 4 Comparação da precisão das forças calculas pelo método numérico para as três configurações

	Experimental	Grande	Media	Fina
Valores (N)	4.9203	4.3289	4.3671	4.5889
Diferença (%)	-	12.01	11.24	6.74

Tabela 5 Comparação da precisão dos traspastos de massa pelo método numérico para as três configurações

	Experimental	Grande	Media	Fina
Valores (dm ³)	0.4274	0.0825	0.1821	0.3821
Diferença (%)	-	80.70	57.41	10.61

8. Acoplamento dos métodos

O método acoplado considera a atualização instantânea do escoamento interno e os deslocamentos do corpo flutuante interagindo sob ondas gravitacionais. Vale dizer, o método considera que o corpo é excitado tanto pelo escoamento do sloshing como pela onda externa, ao mesmo tempo que o sloshing é produzido pelo movimento do corpo sob ambos escoamentos externos e internos, como mostra o esquema da **Figura 8.1**.

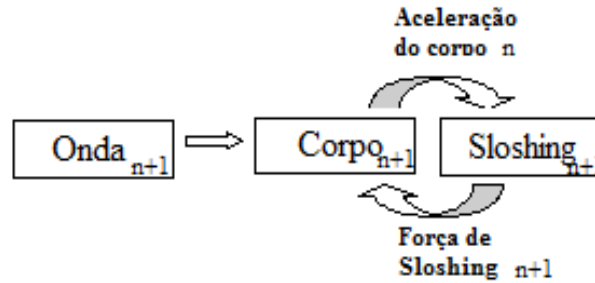


Figura 8.1 Esquema de atualização instantânea

No algoritmo acoplado, dada a relatividade do movimento entre o corpo e o escoamento interno a equação da conservação do momentum (Eq. 6.3) pode reescrever-se como:

$$\frac{D\bar{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + \vec{G} - \dot{U}_G \quad (8.1)$$

onde $\vec{G} = [g_x, g_y, g_z]$ é a aceleração gravitacional, cujas componentes são, vide Neves (2004), utilizando a matriz de transformação $T(\theta, \phi, \psi)$:

$$\begin{aligned} g_x &= -g \sin(\theta) \\ g_y &= -g \cos(\theta) \sin(\phi) \\ g_z &= -g \cos(\theta) \cos(\phi) \end{aligned} \quad (8.2)$$

e $\dot{U}_G = [U_x, U_y, U_z]$ é a aceleração do centro de gravidade do corpo. A equação 8.1 no algoritmo proposto é calculada pelo esquema I-MPS descrito anteriormente o qual mostrou boa robustez para resolver escoamentos internos com superfícies livre de alta complexidade.

Da equação (8.1), pode definir-se a força pelo escoamento interno como segue:

$$Fz_{sl} = -m_{wr} \dot{U}_G + F_{dsl}(\bar{U}_G) \quad (8.3)$$

aqui, m_{wr} é massa do fluido interno. O primeiro termo da equação (8.3) representa a força inercial da massa fluida no compartimento, enquanto que o segundo é a força dinâmica em função da velocidade do corpo que contém o fluido.

Agora, para completar o acoplamento dos métodos a somatória das forças hidrodinâmicas é:

$$\bar{F} = \bar{F}_{z_{irr}} + \bar{F}_{z_p} - \bar{F}_{z_{hs}} + \bar{F}_{z_{Fk}} + \bar{F}_{z_{Dif}} + Fz_{sl} \quad (8.4)$$

Então a equação (5.1) do movimento do navio fica como:

$$[\bar{M} - \bar{M}_{wr} + + \bar{A}] \ddot{\xi} = -\bar{B}\dot{\xi} - \bar{C} - \bar{D} - \bar{E} + \bar{F}_{z_p} - \bar{F}_{z_{hs}} + \bar{F}_{z_{Fk}} + \bar{F}_{z_{Dif}} + Fz_{sl} \quad (8.5)$$

onde \bar{M}_{wr} é a matriz inercial do fluido interno. É importante ressaltar que a massa do fluido é diminuída da massa do corpo flutuante, dado que a massa do corpo considera todos os pesos do fluido interno como sólidos o qual inclui a força inercial do fluido. Mas, observando a equação (8.3) nota-se que a força inercial do fluido é incluída no cálculo da força do escoamento de sloshing (Fz_{sl}) quando é feita pelo I-MPS.

No presente trabalho, para o acoplamento só se consideram deslocamentos translacionais do corpo flutuante, então é possível escrever o seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned} \dot{U}_G &= [[\bar{F}_i] + \bar{F}_{dsl}(\bar{U}_G)] \cdot [\bar{M} - \bar{M}_{wr} + \bar{A}]^{-1} \\ \frac{D\bar{u}}{Dt} &= -\frac{1}{\rho} \nabla P + \bar{G} - \dot{U}_G \end{aligned} \quad (8.6)$$

assim, o sistema de equações pode ser resolvido pelo Runge-Kutta de 4^{ta} ordem simultaneamente.

O método proposto foi avaliado e validado num caso descrito em Fonfach e Neves (2016) adjunto no **Apêndice B**. O caso de estudo trata de uma caixa submetida a onda de través com fluido interno em dois compartimentos.

8.1. Caso de estudo: Movimento laterais de uma caixa sometida a ondas externas e escoamento interno

Regnebakke & Faltinsen (2003) levaram a cabo experimentos em duas dimensões (2D) para um navio com forma de caixa, excitada pelo escoamento interno, o qual é consequência dos deslocamentos do navio. O navio foi sob várias ondas regulares com diferentes amplitudes e frequências de excitação. O navio está subdividido em três compartimentos, dos quais somente dois são alagados com água como mostra o esquema da **Figura 8.2**.

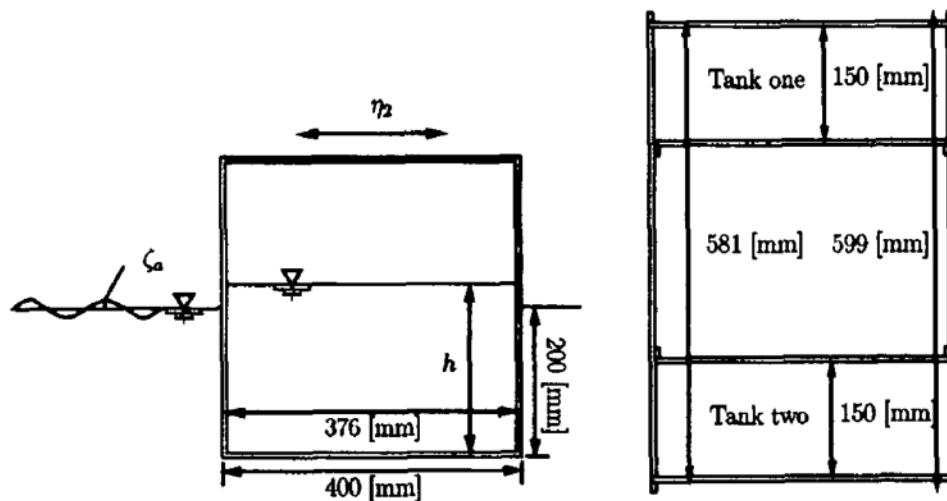


Figura 8.2 Esquema do experimento Regnebakke & Faltinsen (2003)

As principais dimensões do navio são: comprimento $L = 0.596 \text{ m}$, boca $B = 0.4 \text{ m}$ e calado $D = 0.2 \text{ m}$. Os compartimentos direito e esquerdo são idênticos com as seguintes dimensões: boca $b = 0.376 \text{ m}$, comprimento $l = 0.15 \text{ m}$ e altura $h = 0.288 \text{ m}$ ou $h = 0.388 \text{ m}$, dependendo do nível de água. Os movimentos do corpo são restringidos à derivar por uma mola com constante de restauração $E = 30 \text{ N/m}$. O uso da mola resulta em uma frequência natural bem por embaixo das frequências de onda estudadas. As características da onda externa foram consideradas para prevenir o fenômeno da onda quebrada, assim manter a linearidade dos deslocamento do navio. A **Tabela 6** indica as relações entre as frequências ω e as amplitudes ξ das ondas regulares geradas.

Tabela 6 Relações entre as frequências e as amplitudes das ondas geradas

Frequência de onda	Amplitudes de onda
ω (rad/s)	ξ (m)
[3.0, 5.0]	0.04
[5.5, 7.0]	0.03
[7.1, 8.0]	0.02
[8.1, 11.0]	0.015

Para o método numérico, as simulações do escoamento interno são feitas em duas dimensões, em concordância com a configuração dos experimentos. A discretização do domínio do fluido é configurada com duas distancias iniciais entre partículas $l_0 = 0.01 m$ e $l_0 = 0.005 m$, considerando um radio de interação $r_e = 2.l_0$; Nas paredes são consideradas quatro camadas de partículas: na primeira camada de partículas são incluídas no cálculo das pressões, enquanto que as outras camadas são auxiliares. Além, o número total de partícula é dependente do nível de agua. O número total de partículas entre mínimo e máximo nível de agua são 52000 e 165000, respectivamente. As condições iniciais do escoamento foram, pressão hidrostática é considerada com velocidade do escoamento inicialmente configurada como $u = 0.0 m/s$. O termo forçado \vec{f} para deslocamentos senoidais é definido como $\vec{f} = -g \hat{k} - \frac{d\vec{U}_G}{dt} \hat{j}$, onde \hat{j} é o vetor lateral unitário e \hat{k} é o vetor vertical unitário. Os parâmetros para a resolução da equação de Poisson são $c = 1.015$, $\gamma = 0.001$ e em concordância com a condição do CFL, o passo do tempo é $\Delta t = 5 \cdot 10^{-4} s$; o tempo total de simulação alcança $t = 60.0 s$. O parâmetro da superfície livre é $\beta = 0.97$. Para o escoamento os parâmetros densidade e gravidade são $\rho = 991.1 kg/m^3$ e $g = 9.81 m/s^2$ respectivamente. Em caso da discretização de painéis no navio, os elementos são quadrados de tamanho $\Delta x = 0.003 m$.

Os resultados das simulações são sumarizados desde **Figura 8.3** até **8.6**, mostrando os RAOs de sway usando o I-MPS e comparando com os experimentais para diferentes níveis de agua com um ou dois compartimentos alagados.

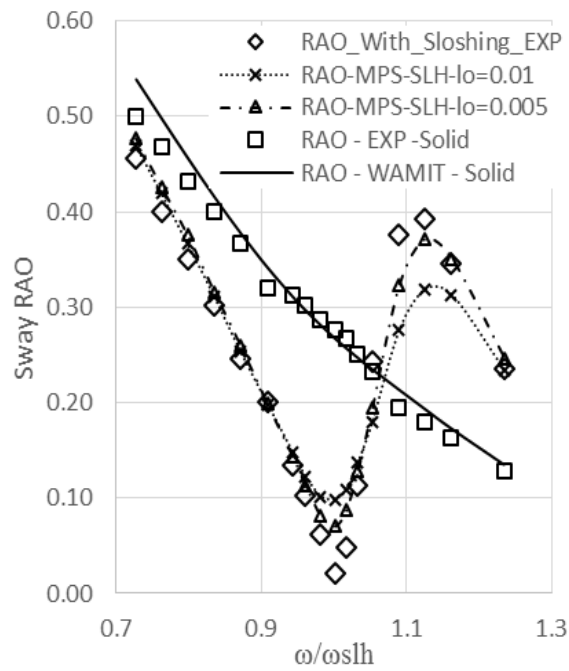


Figure 8.3 Sway RAOs: $h=0.184m$ com um compartimento alagado

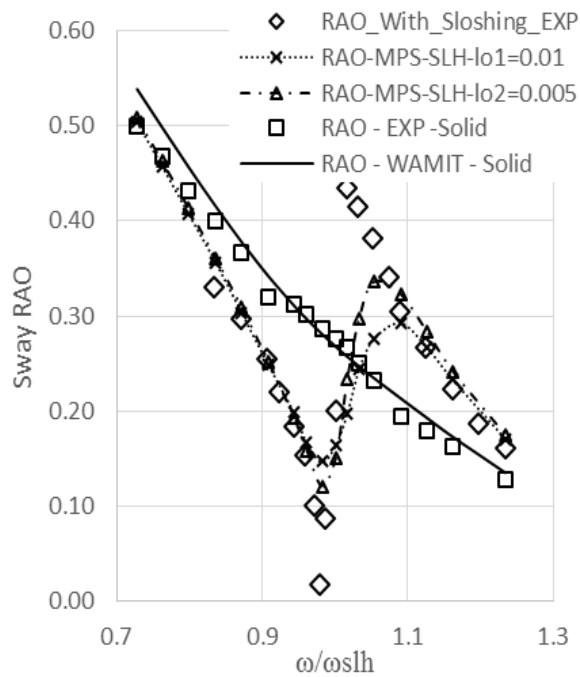


Figure 8.4 Sway RAOs: $h=0.184m$, com dois compartimentos alagado

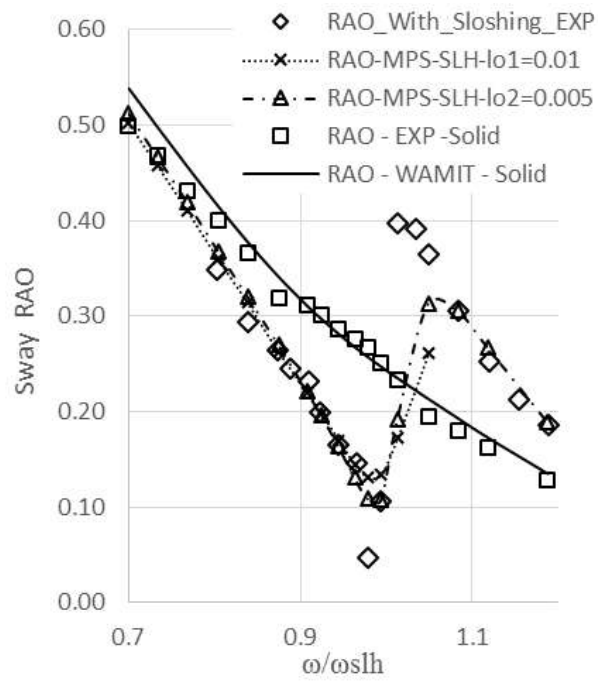


Figure 8.5 Sway RAOs: $h=0.290m$, com dois compartimentos alagado

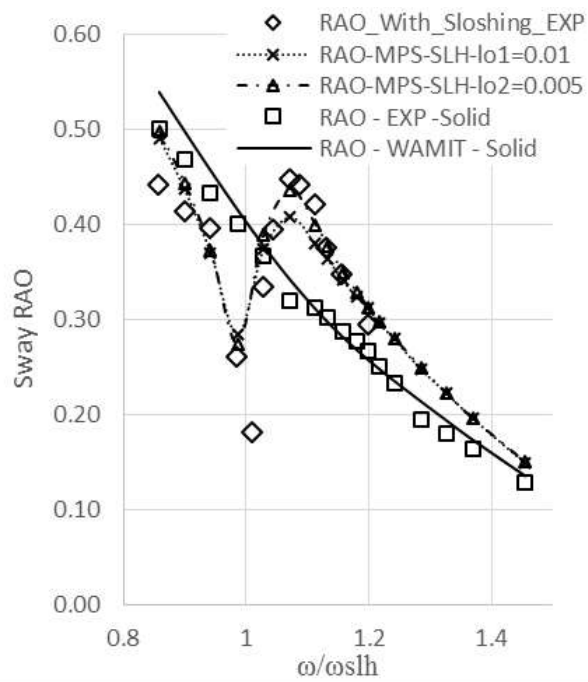


Figure 8.6 Sway RAOs: $h=0.0940m$, com dois compartimentos alagado

A comparação mostra em geral boa concordância entre os cálculos numéricos e os resultados experimentais. Aqui, a precisão dos resultados é melhorada quando a distância inicial entre partículas é menor.

Com tudo, ambas configurações de cálculo numérica ($l_0 = 0.01 m$ e $l_0 = 0.005 m$) apresentam comportamento similar quando são comparados com os experimentos. Em caso das frequências de onda externa menores o levemente maiores que as frequências naturais lineares de sloshing (ω_{slh}), uma resposta amortecida é obtida ao contrastar com os RAOs calculado considerando o escoamento interno como uma massa solida.

Quando as frequências de excitação estão pertos ou são iguais a frequência do sloshing, os valores das amplitudes dos movimentos do navio são minimizados. Para estes casos de ressonância algumas pequenas diferenças são encontradas entre os resultados experimentais e numéricos; em geral, os valores de amplitudes experimentais chegam a zero, enquanto que os valores dos RAOs pelos cálculos numéricos estão perto do 0.1.

A frequências levemente maiores da frequência de ressonância, as amplitudes do movimento de sway aumentam devido aos efeitos do acoplamento. Em casos para as frequências muito maiores os RAOs do acoplamento tendem a curva de RAO considerando o escoamento como uma massa solida. Este comportamento é capturado pelo método numérico implementado neste trabalho.

9. Conclusões e Trabalhos Futuros

Neste trabalho, os algoritmos para a dinâmica do navio e escoamento incompressível não viscoso foram apresentados, implementados e avaliados com resultados numéricos e experimentais.

No caso do algoritmo dos movimentos do navio no domínio do tempo (TD-algoritmo), uma caixa em condição de excitação de uma onda de pequena amplitude foi analisada, com o objetivo de avaliar o código usando-se os resultados obtidos pelo código WAMIT, os resultados mostram uma boa correlação entre os métodos.

Não obstante no TD-algoritmo os resultados obtidos foram de boa qualidade num caso linear, precisa-se avaliar em condições de onda mais desfavorável, além de aumentar as complexidades na forma do corpo. Outros aspectos a serem analisados são a sensibilidade do tamanho do painel, em relação às frequências e o tamanho do passo do tempo, com especial atenção nas frequências altas.

Dos testes realizados, o uso do Froude-Krilov extrapolando até a superfície livre pelo modelo de Wheeler ainda não tem-se observado claramente os efeitos na dinâmica do navio. Em relação à irradiação, o uso da força no domínio da frequência mostrou ser suficiente para as respostas permanentes do navio sob a forças harmônicas. Embora, com o objetivo de conseguir respostas a sinais não harmônicos, pode-se acrescentar o algoritmo usando o modelo da irradiação no domínio do tempo, incluído as equações de estado no procedimento de integração.

O uso do TD-algoritmo apresenta-se como uma alternativa eficiente e de alta precisão na análise da resposta das embarcações, levando em conta os seis graus de liberdade, termos não lineares na equação geral dos movimentos e ondas pela teoria potencial.

Para a simulação de escoamentos incompressíveis não viscosos e com superfícies complexas foi usado o esquema Moving Particle Semi-Implicit (MPS). Análises de três casos de contêineres parcialmente alagados foram realizados. O primeiro considerou o estudo do colapso de uma coluna d'água e para os seguintes casos, sloshing e sloshing considerando transferência de massa foram simulados.

Nas simulações de colapso de coluna d'água as configurações dos testes foram simplesmente uma coluna d'água 2D, inicialmente em repouso, colapsando apenas pela ação da gravidade. A simplicidade da simulação otimiza as análises de vários parâmetros do MPS. O parâmetro significativo encontrado foi o valor de $\alpha = 0.05$ na equação de Poisson, este diminui as oscilações na obtenção das pressões. Também, o operador diferencial da primeira ordem foi testado, mostrando que o modelo *D4* é o que atinge as pressões de impacto no container. Os resultados obtidos pelo MPS foram comparados com simulações feitas com um código comercial VOF e resultados experimentais publicados. A comparação dos resultados entre os métodos mostrou resultados em bom acordo entre eles.

Com respeito ao sloshing num container parcialmente alagado, várias frequências de excitação lateral foram analisadas, construindo-se a curva de máximas amplitudes periódicas. Aspecto característicos do escoamento d'águas rasas foram encontradas, como são as pressões de impacto nas paredes do contêiner, impacto no teto, run-up, run-down, e instabilidades da amplitude de onda nas frequências próximas à ressonância. Os resultados numéricos foram comparados com os resultados experimentais publicados, a comparação mostrou em geral boa concordância.

Para o sloshing com transferência de massa foi reportado as análises nas frequências $\omega = 2.0[\text{rad}/s]$, aplicando um movimento de sway e massa do fluido $m = 5.0[\text{kg}]$ num contêiner dividido em dois compartimentos. A separação foi por uma parede no meio do contêiner, considerando duas aberturas individualmente analisadas, no fundo e 30 mm desde o fundo. As características do escoamento foram investigadas analisando a vazão nas aberturas, os efeitos na amplitude de onda e as pressões. As forças e momentos no contêiner também foram consideradas no estudo. As simulações foram avaliadas por resultados experimentais mostrando um bom acordo entre os métodos usados.

Os testes realizados no MPS não consideraram análises de sensibilidade do número de partículas nem o tamanho ótimo do raio da região de interação. O passo de tempo foi fixo de acordo ao número de Courant. Por outro lado, os modelos de colisão e identificação de superfície livre mostram ser de boa eficiência, melhorando a qualidade das simulações. Em geral o método MPS mostra bom desempenho na simulação de

escoamento com superfícies livres complexas, exibindo grande flexibilidade de adaptação para os problemas da hidrodinâmica.

Finalmente, o objetivo principal do trabalho de pesquisa atinge ao acoplamento dos algoritmos aqui apresentados para a análise de um navio em ondas considerando os efeitos de escoamento interno com superfícies livres de alta complexidade.

O acoplamento dos métodos foi realizado com êxito, onde os resultados numéricos foram avaliados com experimentais, mostrando boa concordância entre eles. O caso estudado considerou movimentos laterais lineares em ondas de través. Embora os resultados numéricos mostraram boa precisão em geral, na zona de ressonância do escoamento de Sloshing, tem de continuar a ser investigado. As diferenças observadas nos resultados nestes casos podem dever-se à difusão numérica presente no algoritmo usado, condições iniciais ou a mudança numérica das frequências ressonantes.

O código aqui proposto deve ser aplicado para um caso com mais de um grau de liberdade e acoplado com movimentos rotacionais. Ademais, o código pode ser usado para o estudo de outros casos que impliquem o complemento de escoamento externo-interno, como é o alagamento progressivo.

Finalmente, pode-se concluir que os objetivos da tese foram satisfatoriamente alcançados, implementando-se o algoritmo no domínio do tempo, o algoritmo do I-MPS e acoplando os métodos para estudar os efeitos do Sloshing em corpos sob ondas externas.

Apêndice A: NUMERICAL SLOSHING SIMULATIONS: COMPARISON BETWEEN LAGRANGIAN AND LUMPED MASS MODELS APPLIED TO TWO COMPARTMENTS WITH MASS TRANSFER



Numerical sloshing simulations: Comparison between lagrangian and lumped mass models applied to two compartments with mass transfer

J.M. Fonfach^a, T. Manderbacka^b, M.A.S. Neves^{a,*}

^a Universidade Federal do Rio de Janeiro, Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, Rio de Janeiro, Brazil

^b Aalto University, School of Engineering, Department of Applied Mechanics, Helsinki, Finland

ARTICLE INFO

Article history:

Received 7 September 2015

Accepted 16 January 2016

Available online 4 February 2016

Keywords:

Sloshing

Lumped mass method; Moving particle semi-implicit method

ABSTRACT

In the present paper, 2D numerical simulation of sloshing waves coupled to the flooding flow between two compartments is carried out employing lumped mass and Lagrangian methods. The first method used is a Lumped Mass method with a moving free surface (LM), which is based on the motion equations for the gravity centre of mass within a compartment. In this method, the free surface is modelled as a planar surface, with limited degrees of freedom. The second one is the so-called *Moving Particle Semi-Implicit* (MPS) method, a robust method based on particle interactions in a Lagrangian coordinate system. Sloshing simulations are performed within a closed domain, in which the free surface is modelled as a deformable surface for a single-phase flow. An improved boundary wall condition scheme is applied. By applying these two methods the hydrodynamic features of the sloshing flow under sway and roll motion and several water levels are investigated. The excitation frequencies are set near the natural wave frequencies. Furthermore, the complexity added to the sloshing wave by the flow exchange passing through an opening are reported, taking into account two opening configurations. The numerical results are validated by corresponding experimental data. Comparison of the numerical results against the experimental data shows, in general, good agreement. Two main stages of accuracy levels are observed for lower and higher frequencies. At the first stage, the Lumped Mass and the Moving Particle Semi-Implicit methods present similar results, whereas at the last stage the MPS model is seen to be more suitable for the sloshing simulations, in which wave breaking is the dominant phenomenon.

© 2016 Elsevier Ltd. All rights reserved.

1. Introduction

Knowledge of confined flow motions with non-linear free surfaces (e.g., the sloshing, slamming or flooding phenomena) has been recently attracting large interest in the field of marine hydrodynamics. Most of these complicated hydrodynamic problems take place in operations of ocean structures carrying liquid cargo in partially filled tanks. The dynamic fluid-structure interactions result in a complicated coupled problem, in which the behaviour of the internal flow is an essential physical phenomenon to be predicted. In general, numerical methods and experiments can provide suitable information on the hydrodynamics of confined flow motion. Thus, the comparison of different methods may improve the understanding of the complicated flooding and sloshing phenomena of coupled hydrodynamics problems.

* Corresponding author.

E-mail address: masn@peno.coppe.ufrj.br (M.A.S. Neves).

Several experimental efforts have been carried out aiming at understanding confined flow motion in a partially filled tank, in which complex free surface motion takes place. Early experimental studies have been conducted: [Martin and Moyce \(1952\)](#) investigated the motion of water column collapse; [Olsen \(1970\)](#) analysed the sloshing wave under forced motions considering several excitation frequencies around the natural frequency. More recently, a numerical method was proposed by [Faltinsen \(2000\)](#) and [Faltinsen and Timokha \(2001\)](#), based on potential flow theory, introducing modal analysis to the sloshing problem of a rectangular tank. In order to simulate 2D and 3D sloshing waves, [Kim \(2001\)](#) and [Kim et al. \(2004\)](#) have applied the Finite-Difference Method (FDM) to compute the Navier-Stokes equations. [Cea et al. \(2007\)](#) used the Shallow Water Equations (SWE) coupled to a turbulence model and applied the Finite-Volume Method (FVM) to simulate sloshing-induced flows under several restricted water conditions. The faster calculation time of SWE represents an efficient alternative to the Navier-Stokes equation-based methods.

[Landrini et al. \(2003\)](#) and [Colagrossi et al. \(2004\)](#) use another kind of numerical technique, the Smoothed Particle Hydrodynamic

(SPH) method, based on a Lagrangian scheme. The SPH method is applied to calculate the impact pressure and analyse the slamming phenomenon caused by the waves. Other improved Lagrangian schemes are used by [Gotoh and Sakai \(1999\)](#) and [Shibata and Koshizuka \(2007\)](#), applying the Moving-Particle Semi-Implicit (MPS) method to compute shallow water waves and green water effects. [Zhou \(2010\)](#) used MLPG_R methods (Meshless Local Petrove-Galerkin based on Rankine source solution) to study various cases of confined flow motion with wave breaking occurrence, concluding that particle methods are able to calculate highly non-linear free surface flows.

An engineering application of internal flow motions in partially filled tanks is presented by [Ikeda and Yoshiyama \(1991\)](#) in which coupling effects on the efficiency of a rectangular anti-rolling tank have been investigated experimentally. [Rognebakke and Faltinsen \(2003\)](#) have used modal analysis coupled to the periodic sway motion equation in order to predict the effect of sloshing waves on body motions, validating the numerical results against experimental data. [Akyildiza and Ünal \(2005\)](#) conducted an experimental study on damping characteristics of liquid sloshing in a partially filled 3D rectangular tank. The study considered baffled and unbaffled tank configurations. [Nam and Kim \(2007\)](#) experimentally studied the interaction between the sloshing and a floating body submitted to regular waves; similar studies have been performed by [Nasar et al. \(2008\)](#) and [Wen-hua et al. \(2012\)](#).

Features of shallow water sloshing on the impact pressure for a flip – through were investigated experimentally by [Lugni et al. \(2006\)](#). Later, [Antuono et al. \(2012\)](#) used 2D modal method based on a set of Boussinesq-type depth-averaged equations, obtaining good results for non-breaking shallow water sloshing waves. [Bouscasse et al. \(2014a\)](#) and [Bouscasse et al. \(2014b\)](#) have developed theoretical and numerical (SPH) models for a driven pendulum filled with liquid. The energy dissipation, a consequence of the shallow water sloshing, is experimentally investigated, leading to the conclusion that dissipation is produced mainly by breaking bore waves.

Naturally, the difficulties to understand the flow behaviour are increased when a coupled hydrodynamic problem is considered. A typical coupled flow problem arises from the flooding flow between neighbouring tanks, which may induce peculiar sloshing waves in case the tank is submitted to external excitation. Slamming phenomena can be produced as a consequence of the sloshing wave in shallow water conditions ([Colagrossi et al. 2004](#)). These concerns are also analysed experimentally by [Manderbacka et al. \(2013\)](#) and [Manderbacka et al. \(2014a\)](#), providing detailed information on the sloshing waves coupled to the mass flow exchange between two contiguous compartments. In their experiment, a 2D tank is divided into two compartments. The compartments are side by side, separated by a bulkhead considered with two configurations of independent openings and several water depths. The experimental results demonstrate the strong effect of the flooding flow over the sloshing wave, where the hydrodynamic forces are modified due to the opening positions. The flow rate at lower water levels is also a significant parameter to understand the behaviour of the flow motion.

Sloshing flows and their complex features have been studied extensively by numerical methods, where the type of each discretization scheme (e.g., mesh-based, mesh-less, pendulum or potential flow solvers) may be determinant to the efficient capability to simulate some hydrodynamic problems with enough accuracy and reasonable computational resources. Most of the interesting hydrodynamic problems in confined waters involve non-linearities related to free surface flows with high complexity. For such cases, robust codes are useful to calculate the flow motion with good accuracy; however, the higher computational costs affect adversely the efficiency of some methods. In mesh-based solvers as the Volume of Fluid (VOF) method ([Hirt and Nichols, 1981](#)), relevant numerical issues arise from the excessive

numerical diffusion associated with the convective accelerations and the difficulties in tracking the free surface. In the case of meshless methods, these issues are avoided within the Lagrangian scheme. In this kind of method, convective accelerations are not calculated directly and the free surface can be tracked simply by the free motions of the particles, when single-phase flow is considered. However, the free motion of particles inhibits the implementation of boundary conditions. Mesh-based and meshless methods have been compared by [Kim \(2007\)](#), employing the FDM and SPH methods. The two methods are applied to nonlinear sloshing flows in a ship cargo. The numerical results are validated with the corresponding experimental data, demonstrating that physics-based numerical schemes are essential in the prediction of violent sloshing flows and sloshing-induced impact pressure.

[Ma et al. \(2009\)](#) investigated wave impact pressure implementing the Lagrangian MLPG_R and SPH methods, also by using a commercial CFD package based on FVM. The investigation was performed considering several tank configurations, with and without a baffle. Impact pressures under different conditions are reported, comparing the numerical results of the different methods. In general, the methods show good agreement. However, unphysical oscillations are obtained by the SPH method. With the MLPG_R method, pressure is similar to the commercial CFD code, in that the calculated variation of pressure in time is smoother than in the SPH method.

[Hu and Sueyoshi \(2010\)](#) and [Zhang et al. \(2014\)](#) conducted a comparative study between a mesh-based and a meshless method in confined flow problems. The numerical results, when compared to the available experimental results, show that both methods are, in general, capable of simulating the violent free surface flows. However, the complicated behaviour of the flow using the Lagrangian method is captured in more detail than by the Eulerian method.

On the other hand, using a simple method, such as the lumped mass with a moving free surface, some flow motions can be calculated faster, with acceptable accuracy. However, the method might suffer from some loss of precision due to the simplifications of the flow when the free surface is modelled as plane and its deformations are not considered. [Manderbacka et al. \(2014b\)](#) assess the simple LM model, comparing it to a RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes) solver, to calculate the hydrodynamic force on the ship caused by the flooded water. The study cases are based on the experiments reported in [Manderbacka et al. \(2013, 2014a\)](#). Several excitation frequencies are analysed by the lumped mass model with a moving free surface. Employing 3D RANS simulations, only two excitation frequencies are investigated, due to the large required computational time. The comparisons between the models show that the main features of the flows are calculated with acceptable accuracy with the faster model (LM method). Considerable limitations of the RANS solver arise from high computational requirements due to the strongly non-linear free surface, since for openings and interphase flows a finer mesh is necessary. The CFD analysis demonstrates that a robust code must be implemented in order to compute the higher order behaviour of the flow motion.

The present paper considers two methods in order to analyse the strongly nonlinear sloshing flow coupled to the flooding problems. The first method used is the Lumped Mass method. The second one is a Lagrangian based code, specifically the MPS method. Both methods are validated against the experimental data published in [Manderbacka et al. \(2014a\)](#). The application of the two numerical methods focuses on the calculation of the volume transfer between two contiguous compartments and its effects on the hydrodynamic forces at several sloshing and flooding conditions. The capabilities and limitations of the two methods to simulate the proposed flow problem are also investigated. Furthermore, comparison of the methods allows the

identification of other flows aspects, such as shallow breaking waves or pressure patterns, which are relevant for the flooding problem of a floating body.

The pendulum model applied in the transportation field has proven to be a rapid and reliable method to assess the sloshing in tanks (Aliabadi et al., 2003; Godderidge et al., 2012). It models the fluid as an effective lump mass constrained by a characteristic pendulum arm. The characteristics of the model are found by matching the natural frequency with the first sloshing mode frequency. This procedure is limited to the fixed amount of sloshing fluid. When the volume changes in the compartment and rolling occurs around a high heel angle, as in the case of a damaged ship, the changes in volume and geometry limit the applicability of predefining the characteristics of the model. Lumped mass method with a moving free surface applied previously for water on deck and sloshing problems by Papanikolaou et al. (2000), Jasionowski (2001) and Spanos and Papanikolaou (2001) does not have the need to predefine characteristics of the model. The lump mass is free to move on a potential surface which is defined by the compartment geometry and the fluid volume. In this paper the LM model presented by Manderbacka et al. (2014b) is applied.

The Lagrangian or mesh-less method was first developed by Lucy (1977) and Gingold and Monaghan (1977) to simulate astrophysical problems, introducing the now well-known SPH method, based on the uses of a kernel function and particle discretization. Later, Monaghan (1985) applied the SPH method to solve the hydrodynamic problem of a compressible flow through the state equation. Free surface flows, assuming weakly compressible flow for a single phase-flow, are considered by Monaghan et al. (1994). Since the proposition of the SPH method for simulating flow problems, many other methods have been developed to solve restrictive incompressible flow motions. A known Lagrangian method is the Moving Particle Semi-Implicit (MPS), proposed by Koshizuka et al. (1995). This Lagrangian method treats the flow as incompressible flow described by the Navier-Stokes equation for viscous flow or, in case of inviscid flow, by the Euler's equation. The governing equations are discretised by the Semi-Implicit algorithm, which is similar to the Projection method (Chorin, 1967) used by the mesh-based solvers. As in the projection method, the Semi-Implicit algorithm results in the Poisson's equation for pressure, but in the mesh-less methods the source term is a function of the density deviation.

Despite the fact that MPS has been used to solve several fluid flow problems, the method still presents some numerical issues. Commonly, these issues are related to the spurious oscillation of the pressure time history and the pressure distribution on the flow related with the application of the wall boundary conditions. The conventional MPS method (Koshizuka et al., 1998) considers several fixed layers of particles at the boundary wall. The first particle layer is included in the pressure calculation, and the other particle layers are used to complement the computation of the density particle number. This boundary model is aimed at avoiding the excessive clustering of particles near the wall. Sueyoshi et al. (2008) proposed a method to calculate particle number density at wall particles without auxiliary particles. Zhou et al. (2008) have shown that the absence of a suitable boundary condition generates inaccurate pressure fields. To solve the issue, Zhou et al. (2008) and Zhou (2010) applied a discrete scheme directly to the wall particles. Despite the fact that this formulation is of higher accuracy, the gradient operator become unstable at small distances between the particles. Another solution was presented by Lee et al. (2011), introducing moving dummy particles. In his work, dummy particle motion is calculated as fluid particles with velocity components normal to the wall at each time step. Pressure at the wall particles is considered as a linear distribution, extrapolating the value from the neighbouring fluid particles. Lee's solution is not strictly adequate in order to calculate the hydrodynamic forces on

the body surface, as the consideration of an irregular discretization of the body might result in loss of accuracy when computing the hydrodynamic forces.

In the present paper, Section 2 describes the background of the LM model. In Section 3, the MPS outline is explained, taking into account the contributions to eliminate the previously mentioned instabilities. A suitable boundary condition scheme applicable to inviscid flows is introduced. This improved MPS methodology is here denominated I-MPS. In I-MPS, the slip and non-penetrability conditions are covered properly. The introduced scheme uses the dummy particle concept as pressure particles, diverging from the original MPS method, in which dummy particles are pressure-less particles. Hence, the dummy particles are included explicitly into the Poisson equation, correcting the coefficients at the inner wall particles.

In Section 4, the sloshing study cases are presented for a tank divided into two compartments connected by an opening with several water depths. The tank is under sway and roll forced motions, in a range of excitation frequencies close to the natural sloshing frequencies. Section 5 shows in detail the simulation schemes set up for each numerical model. The main parameters of the flow motion and its discretization are pointed out.

In Section 6, comparisons between the numerical results are presented for the hydrodynamic force and the volume transfer between the two tank compartments and its phase lags, as functions of the excitation frequency. The numerical results are validated with the available experimental results. The time histories of steady forces, transfer volumes and pressures are investigated to detail the features of flow behaviour. In general, the methods show similar results, the differences between them being explained mainly by the flow simplifications of each method. These differences allow the identification of the associated hydrodynamic phenomena affecting the physics of the cases studied.

I-MPS results demonstrate that the free surface deformations are very important for computations at higher frequencies, where a damping of the sloshing force is observed, which is produced mainly by wave-breaking. However, the LM results show that at lower frequencies the deformation of the free surface can be simplified to rigid motion, allowing the use of this faster algorithm to calculate the hydrodynamic forces.

2. Lumped mass method

In the lumped mass method, the sloshing is modelled as movement of the centre of gravity of the water in the compartment. The free surface is modelled as a plane which is free to move. The position of the lumped mass $\mathbf{r}_i(\phi_i, m_i)$ is defined as a function of the free surface inclination angle ϕ_i and volume of water in the compartment $V_i = m_i/\rho$, where ρ is water density. The lumped mass position is given in the tank's fixed coordinate frame \mathbf{xyz} , as Fig. 1 shows. The equation of motion for the lumped mass, written in the coordinate frame \mathbf{xyz} is (Manderbacka et al., 2014b):

$$m_i \left[\dot{\mathbf{U}} + \dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r}_i + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{U} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i) + \dot{\mathbf{v}}_i + 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_i \right] + \dot{m}_i (\mathbf{U} + \mathbf{v}_i + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i) = \mathbf{F}_i + m_i \mathbf{g} \quad (2.1)$$

where \mathbf{U} and $\boldsymbol{\omega}$ are the translational and angular velocities of the tank's fixed coordinate system with respect to the inertial coordinate system \mathbf{XYZ} . The assumption is made that the surface angle does not change as the mass varies. Thus the derivatives of \mathbf{r}_i with respect to time are $\dot{\mathbf{r}}_i = \mathbf{v}_i = \dot{\phi}_i \mathbf{r}_{i,\phi_i}$ and $\ddot{\mathbf{r}}_i = \ddot{\phi}_i \mathbf{r}_{i,\phi_i} + \dot{\phi}_i^2 \mathbf{r}_{i,\phi_i\phi_i}$, where suffix ϕ_i denotes partial derivative with respect to the surface angle. The terms related to the mass variation were omitted above. This means that the lumped mass moves in the direction perpendicular to the surface normal, as defined in Spanos and Papanikolaou (2001) and

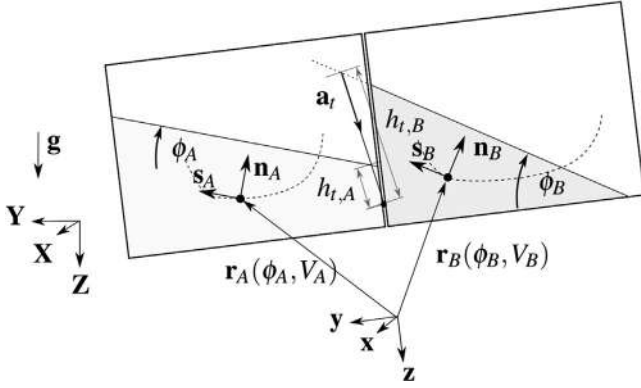


Fig. 1. Schematic figure of the lumped mass method (Manderbacka et al., 2014b).

Jasionowski (2001) (i.e. in a path defined by a constant mass) and as the mass varies the path is updated accordingly. The force exerted by the tank on the lumped mass \mathbf{F}_i is divided into two components; support force $\mathbf{f}_{n,i}$ acting in the normal direction \mathbf{n}_i of the lumped mass path, and friction force $\mathbf{f}_{k,i}$ acting in the tangent direction s of the lumped mass path (see Fig. 1). Friction force models the viscous dissipation in the sloshing. The friction force is modelled as dependent on the friction factor k_i , mass m_i , and lumped mass velocity \mathbf{v}_i :

$$\mathbf{f}_{k,i} = -k_i m_i \mathbf{v}_i \quad (2.2)$$

The derivatives of the lumped mass position r_i and force model are introduced to the Eq. (2.1). The dot product with the lumped mass path tangent s_i is taken with the Eq. (2.1) in order to eliminate the support force. The following equation is obtained (Manderbacka et al., 2014b):

$$\begin{aligned} m_i & \left[\dot{\mathbf{U}} \cdot \mathbf{r}_{i,\phi_i} + (\dot{\boldsymbol{\omega}} \times \mathbf{r}_i) \cdot \mathbf{r}_{i,\phi_i} + \{ \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{U} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i) \} \cdot \mathbf{r}_{i,\phi_i} \right. \\ & \left. + \ddot{\phi}_i |\mathbf{r}_{i,\phi_i}|^2 + \dot{\phi}_i^2 \mathbf{r}_{i,\phi_i} \cdot \mathbf{r}_{i,\phi_i} + 2\boldsymbol{\omega} \times \dot{\phi}_i |\mathbf{r}_{i,\phi_i}|^2 \right] \\ & + \dot{m}_i \left[\mathbf{U} \cdot \mathbf{r}_{i,\phi_i} + \dot{\phi}_i |\mathbf{r}_{i,\phi_i}|^2 + (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_i) \cdot \mathbf{r}_{i,\phi_i} \right] \\ & = -k_i m_i \dot{\phi}_i |\mathbf{r}_{i,\phi_i}|^2 + m_i \mathbf{g} \cdot \mathbf{r}_{i,\phi_i} \end{aligned} \quad (2.3)$$

The hydraulic equation based on Bernoulli equation is applied to estimate the flow through the opening. The suitability of the hydraulic equation for estimating the flow through the opening in combined sloshing was studied by Manderbacka et al. (2014b). The flow velocity from compartment to compartment is:

$$V_{AB} = C_d \text{sign}(p_A - p_b) \sqrt{\frac{2}{\rho} |p_A - p_b|} \quad (2.4)$$

where C_d is discharge coefficient, p_A and p_b are respectively the pressures on the A and B spaces at the opening. The pressure at the opening is calculated as modified hydrostatic pressure in the direction of the total acceleration $\mathbf{a}_t = \mathbf{g} - \mathbf{a}$, where \mathbf{g} is the gravitational acceleration and \mathbf{a} is the acceleration at the opening. Pressure at the opening inside the space A is $p_A = |\mathbf{a}_t| h_{t,A}$ when the opening is below water level; otherwise the pressure is atmospheric pressure, which is set to zero.

3. Moving Particle Semi-Implicit method

In the Moving Particle Semi-Implicit (MPS) method, based on Euler's equations, conservation of mass and momentum form a coupled system of nonlinear partial differential equations for an inviscid and incompressible flow. For a two-dimensional (2D) and single-phase flow, these equations can be written in a Lagrangian

system as:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (3.1)$$

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{f} \quad (3.2)$$

where ρ is the water density, $\vec{u} = (u, v)$ is the flow velocity, p is the pressure term, \vec{f} represents an external force such as gravity or forced motion and $D\vec{u}/Dt$ is the material derivative. The material derivative includes the convection term and the temporal derivative of flow velocity.

3.1. Spatial numerical scheme

In the Lagrangian methods, the physical domain is represented as a particle system, where mass, velocity and pressure are distributed in the free moving particles. The position of each fluid particle is computed through the discretised governing equations, based on the interaction between neighbouring particles.

For the MPS method presented by Koshizuka et al. (1995), the spatial particle interaction is covered by calculating the first and second derivative operators, where the divergence is defined as:

$$\nabla \cdot \vec{\phi}_i = \frac{d_s}{n_0} \sum_{i \neq j} \frac{(\vec{\phi}_j - \vec{\phi}_i)}{|\vec{r}_{ij}|^2} \cdot \vec{r}_{ij} W(|\vec{r}_{ij}|) \quad (3.3)$$

here, $\vec{\phi}$ is a vector quantity, d_s is the number of space dimensions and n_0 is the initial particle number density defined as:

$$n_{i,t=0} = \sum_{i \neq j} W(|\vec{r}_{ij}|) n_i \quad (3.4)$$

and $W(|\vec{r}_{ij}|)$ is the kernel function. In this study the kernel function proposed by Jung et al. (2008) is applied, which is defined as:

$$W(|\vec{r}_{ij}|) = \begin{cases} \left(1 - \frac{|\vec{r}_{ij}|}{r_e}\right)^3 \left(1 + \frac{|\vec{r}_{ij}|}{r_e}\right)^3 & 0 \leq \frac{|\vec{r}_{ij}|}{r_e} < 1 \\ 0 & \frac{|\vec{r}_{ij}|}{r_e} \geq 1 \end{cases} \quad (3.5)$$

where $|\vec{r}_{ij}|$ is the distance between the reference particle i and its neighbour j and r_e is the interaction radius with origin in particle i .

In the early MPS method (Koshizuka et al., 1995), the gradient operators might become unstable for an irregular distribution of particles. This is due to the irregular pressure distribution among the particles, which in some cases may generate a non-repulsive force. To overcome these instabilities, Koshizuka and Oka (1996) first improved the gradient scheme by replacing the quantity ϕ_i by the minimum values corresponding to the neighbouring particles of particle i , $\hat{\phi}_i = \min(\phi_i, \phi_j)$. Subsequently, in order to conserve the linear momentum, Khayyer and Gotoh (2009) introduced a new formulation for the gradient operator based on the idea of minimum values of ϕ for each particle in its neighbourhood. Thus, the improved gradient operator is written as:

$$\nabla \phi_i = \frac{d_s}{n_0} \sum_{j \neq i} \frac{\phi_i - \hat{\phi}_i + \phi_j - \hat{\phi}_j}{|\vec{r}_{ij}|^2} \cdot \vec{r}_{ij} W(|\vec{r}_{ij}|) \quad (3.6)$$

where $\hat{\phi}_i$ and $\hat{\phi}_j$ are minimum values among the particles in their respective neighbouring of particles i and j ,

For the spatial second derivative the Laplace ($\nabla \cdot (\nabla \phi)_i$) operator is formulated as follows:

$$\nabla^2 \phi_i = \frac{2d_s}{\lambda n_0} \sum_{i \neq j} (\phi_j - \phi_i) W(|\vec{r}_{ij}|) \quad (3.7)$$

where the parameter λ is computed by:

$$\lambda = \frac{\sum_{i \neq j} W(|\vec{r}_{ij}|) |\vec{r}_{ij}|^2}{\sum_{i \neq j} W(|\vec{r}_{ij}|)} \quad (3.8)$$

to adjust a distributed quantity to the analytical result.

3.2. Incompressible flow algorithm

By the *Fractional Step* method (Chorin, 1967), Eqs. (3.1) and (3.2) are divided into two-steps, splitting the time variables into predictor (*) and corrector (') components, where the position of a single flow particle can be calculated by implicit integration method:

$$\vec{r}^{k+1} = \vec{r}^k + \Delta t u^{k+1} \quad (3.9)$$

where k is the calculation step, Δt is the time step and the flow velocity u^{k+1} is calculated as:

$$\vec{u}^{k+1} = \vec{u}^k + \Delta t \cdot \left(\vec{f}^k - \frac{\nabla p^{k+1}}{\rho_0} \right) \quad (3.10)$$

To calculate the pressure, Tanaka and Masugana (2010) provide an improved Poisson's equation, which is discretized by the differential operator, resulting in a linear system of algebraic equations given as:

$$cn_i^* p_i^{k+1} - \sum_{i \neq j} p_j^{k+1} W(|\vec{r}_{ij}^*|) = \frac{\rho_0 \lambda \gamma}{2d_s \Delta t^2} (n^k - n_0) - \frac{\lambda \rho_0 (\gamma - 1)}{2\Delta t} \sum_{i \neq j} \frac{\vec{u}_j^* - \vec{u}_i^*}{|\vec{r}_{ij}^*|^2} \cdot \vec{r}_{ij}^* W(|\vec{r}_{ij}^*|) \quad (3.11)$$

where n^* and u^* are the corrector values of the particle density and flow velocity respectively, \vec{r}_{ij}^* is the corrector distance between particles i and j , c and γ are the compressible and relaxation factors. With certain boundary conditions, the above system of equations can be solved by using an iterative method for a linear system, such as the *Conjugate Gradient* method (CG) (Hestenes and Stiefel, 1952).

3.3. Boundary conditions

3.3.1. Free surface condition

In the fully Lagrangian system the free surface kinematic and dynamic boundary conditions are defined as:

$$\frac{D\vec{r}}{Dt} = \vec{u} \quad (3.12)$$

$$p = 0 \quad (3.13)$$

The former condition is directly satisfied by the particles moving on the free surface. The second one is satisfied by tracking each free surface particle and setting the pressure as the dynamic condition. For the single-phase flow, particle number density decreases at the free surface, since no particles exist beyond the free surface. Thus, the free surface particles are identified by the following condition:

$$\beta < \beta_i \quad (3.14)$$

where parameter β is set to $\beta = 0.97$ (Koshizuka et al., 1998) and β_i is defined as:

$$\beta_i = \frac{n_i^*}{n_0} \quad (3.15)$$

The previous simple condition does not guarantee a correct free surface, thus an auxiliary method is necessary in order to prevent errors in the free surface detection. Xing et al. (2012) developed an improved method capable of tracking free surface particles including complex free surfaces.

3.3.2. Solid condition

In the present study an improved scheme to the free-slip boundary condition is introduced. Here, two kinds of fixed particles are defined, as illustrated in Fig. 2.

First, the inner wall particles, which correspond to the first layer of particles on the wall, are involved in the system of equation (3.11), considering free-slip and impermeable conditions, as follows:

$$\begin{aligned} \vec{u}^* \cdot \vec{t} &\neq 0 \\ (\vec{u}^* - \vec{U}) \cdot \vec{n} &= 0 \Rightarrow \vec{n} u' = 0 \end{aligned} \quad (3.16)$$

where \vec{U} is the wall velocity, \vec{n} and \vec{t} are the normal and tangential vectors to the wall. The others are dummy particles; these particles are not directly included in the explicit calculation. The pressure is calculated by extrapolating the pressure from the inner wall particles by the expression:

$$\vec{n} \cdot \nabla p_{dum} = \rho_0 \vec{n} \cdot \vec{f} \quad (3.17)$$

here p_{dum} is the pressure at the dummy particles. A solution of equation (3.17) can be obtained as:

$$p_{dum} = p_{jw} + \rho_0 |d| \vec{n}_{jw} \cdot \vec{f} \quad (3.18)$$

where p_{jw} is the pressure at the respective inner wall particle. In the present model, a dummy particle is linked to another inner wall particle jw to extrapolate the pressure. The link is accomplished when the unit vector $\vec{d}/|d|$ is equal to the normal vector \vec{n}_{jw} of the inner wall particle. Thus, the pressure acting on the

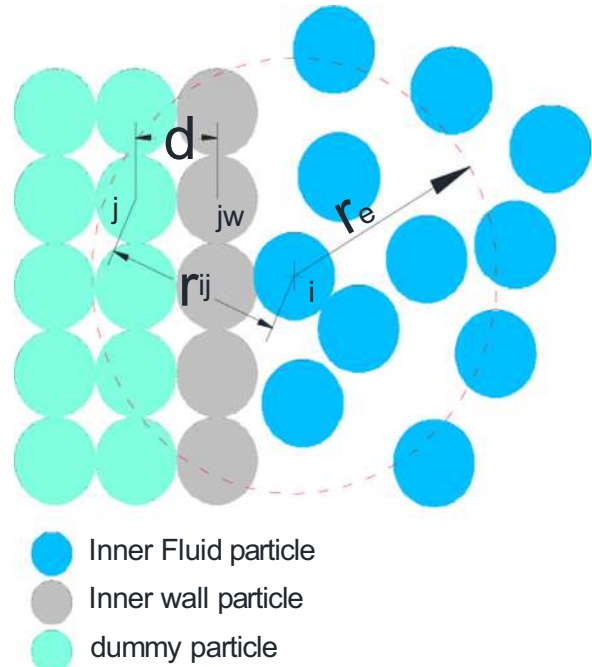


Fig. 2. Boundary condition scheme.

dummy particles is considered in the implicit pressure calculation (eq. 3.11) as follows:

$$cn_i^* p_i^{k+1} - \sum_{i \neq j}^M p_j^{k+1} W(|\vec{r}_{ij}^*|) - \sum_1^{ndum} p_{jw}^{k+1} W(|\vec{r}_{ij}^*|) = RHS_i + \rho_0 \sum_1^{ndum} |d| \vec{n}_{jw} \cdot \vec{f} W(|\vec{r}_{ij}^*|) \quad (3.19)$$

where M is the number of fluid and inner wall particles, $ndum$ is the number of dummy particles, and RHS_i is the right hand side of Eq. (3.11). It is seen in Eq. (3.19) that the coefficients for the inner wall particles are modified by the dummy particles. At the same time, the right hand side of the above equation is modified by the difference pressure between the respective dummy and inner wall particles. Furthermore, in order to ensure the free slip condition, the properties at the inner wall particles, density deviation $n^* - n_0$, and predictor tangential velocity to the wall $\vec{t} \cdot \vec{u}^*$, are extrapolated from the neighbouring fluid particles. The method must require the corrector component of the flow velocity near the wall to be $\vec{n} \cdot \vec{u}' \approx \vec{n} \cdot (\vec{U} - \vec{u}^*)$. However, considering eqn. (3.10), the irregular particle distribution introduces numerical errors in the computation of the gradient operator (eq. 3.6), thus probably inducing some fluid particles to penetrate the boundary wall. Additionally, in order to correct the fluid velocity near the boundaries, a collision model is introduced in Section 3.4 ahead.

3.3.3. Solid boundary condition validation

To validate the proposed numerical procedure, hydrostatic pressure calculation is carried out in a two-dimensional rectangular tank. The dimensions of the tank are: width 1.0 m and water height 0.35 m. Simulation time is 1.0 s. The hydrostatic pressure is measured at two points: at the centre of the bottom and at the left wall at 0.2 m from the bottom. Fig. 3 shows the pressure time history calculated by the improved MPS (here denominated I-MPS) compared with the conventional MPS method and theoretical hydrostatic pressure. In the I-MPS calculation, the modified Poisson equation is considered, where the compressibility and relaxation coefficients take values between $1.0 \leq c \leq 1.050$ and $\gamma = 0.005$, respectively. In the case of the conventional MPS method, the modified Poisson equation has parameters $\gamma = 0.005$ and $c = 1.015$. From the graph it is observed that the new methodology succeeds for quite low compressibility and relaxation coefficients.

The numerical pressure field is shown in Fig. 4, considering two interaction ratios, $r_e = 2.1l_0$ and $r_e = 3.1l_0$, where l_0 is the initial distance between the particles. Fig. 4(a) and (b) correspond to the

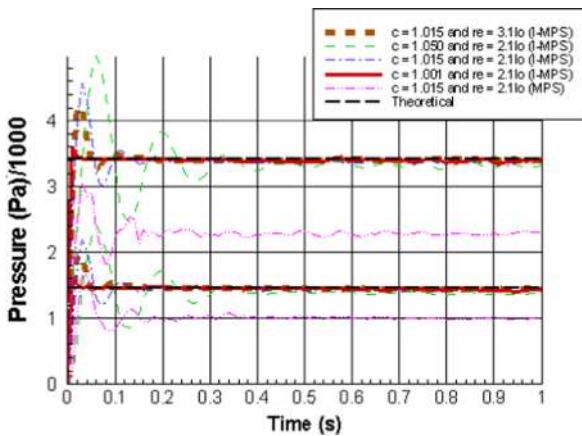


Fig. 3. Pressure time histories measured at the centre of the bottom and left wall at distance 0.2 m from the bottom: I-MPS considers various compressibility coefficients, $1.001 \leq c \leq 1.050$; in the MPS methodology the compressibility coefficient is $c = 1.015$.

conventional MPS with parameters $\gamma = 1.00 \sim 0.005$ and $c = 1.00 \sim 1.015$ for each computation. For both cases, irrespective of the interaction ratios considered, unphysical pressures are computed at the first particle layer on the walls. Fig. 4(c) corresponds to the I-MPS method with parameters $\gamma = 0.005$ and $c = 1.015$. The numerical results demonstrate that the pressure field is effectively improved by the use of the more suitable new implementation of boundary conditions. The adopted formulation becomes more accurate than the conventional MPS, since the pressure at dummy particles can take values different from zero.

3.4. Other considerations regarding the MPS method

In the MPS method, the stability calculation can be affected by several situations when particles get close enough to each other. At small distances, particle number density can increase suddenly, making the flow artificially explode so that the free surface and non-permeability boundary conditions might not be satisfied. Zhou (2010) studied the ratio $l_0/\Delta t$, demonstrating that the wall condition can be violated for high flow velocities and low values of the ratio $l_0/\Delta t$. Fig. 5(a) illustrates the unphysical condition at the wall when flow motion has a violent free surface. In this case, particles are seen within the area defined as wall. In order to avoid instabilities, the I-MPS method includes a collision model. From the conservation of linear momentum, the repulsive velocity can be calculated by:

$$\vec{u}_i = \frac{(m_i - em_j) \vec{u}_i + m_j(1 + e) \vec{u}_j}{m_i + m_j}$$

$$\vec{u}_j = \frac{m_i(1 + e) \vec{u}_i + (m_j - em_i) \vec{u}_j}{m_i + m_j} \quad (3.20)$$

where e is the restitution coefficient and \vec{u}_i and \vec{u}_j are the new particle velocities i and j . As the mass distribution is regular among the particles, the mass term can be simplified in the above equations, obtaining a function in terms of the restitution coefficient and previous particle velocities. Also, when the distance between the particles and the wall is smaller than $0.1l_0$, a collision model is applied to avoid permeability of the boundary wall. In this case, the values considered are the wall mass $m_j > m_i$ and tangential velocity $\vec{t} \cdot \vec{u}_j = \vec{t} \cdot (u_i, v_i)$ to the wall which satisfy the boundary conditions imposed in eqn. (3.16). Fig. 5(b) shows the application of this collision model. It is observed that in the last case the wall particles have a physically precise behaviour.

The implicit calculation of the pressure requires that the time step be constrained, considering the following Courant-Freudrichs-Levy (CFL) (Courant et al., 1967) condition:

$$\Delta t \leq 0.1 \frac{l_0}{u_{\max}} \quad (3.21)$$

Other computational techniques have been included in the numerical model to improve the efficiency of calculations in the I-MPS method. The Cell-linked method, proposed by Allen and Tildesley (1990), is used to search neighbouring particles, reducing the time-consumption from $O(NP)^2$ to $O(kNP)$ time, where NP is the total number of particles and k is the number of neighbouring ghost cells. To solve for the pressure, the Bi-Conjugated Gradient Stabilized method is implemented, where the coefficient matrix is stored in the Compress Sparse Row format (CSR), which is adequate for sparse matrices.

3.5. Comments about MPS

Unlike the SPH (Gingold and Monaghan,1977; Lucy, 1977), MPS calculations of the values for $\nabla\phi$ and $\nabla^2\phi$ in Eqs. (3.6) and (3.7) involve only the kernel function $W(|r_{ij}|)$, since the derivative of the

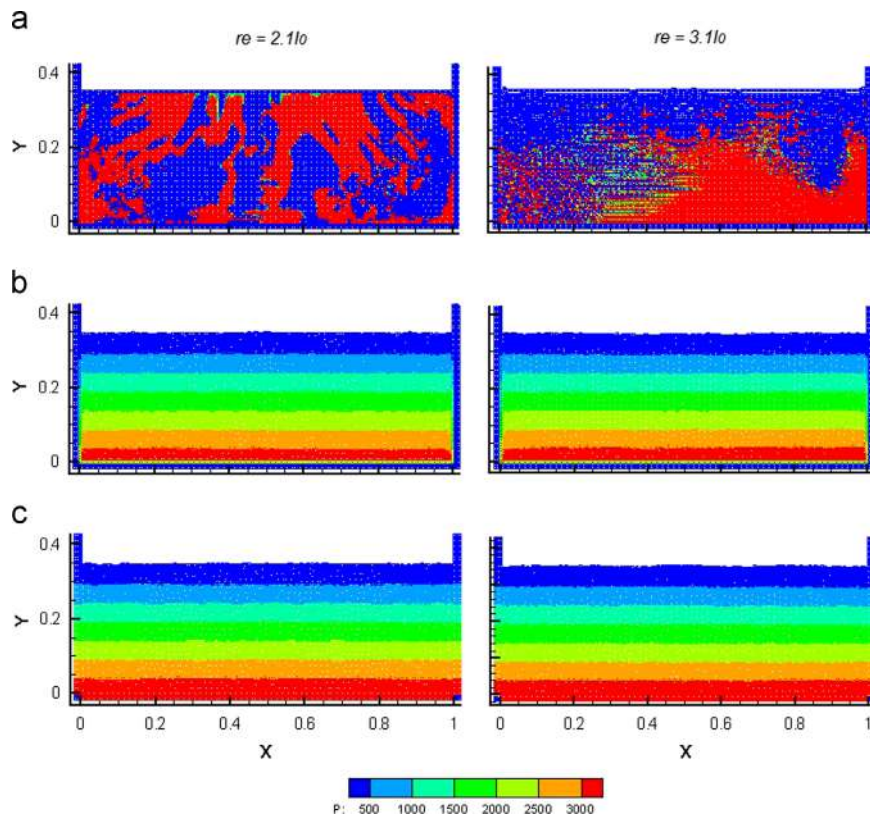


Fig. 4. Hydrostatic pressure distribution computed with conventional MPS and I-MPS, using $r_e = 2.1$ and $r_e = 3.1$: a) conventional MPS computation ($\gamma = 1.00$; $c = 1.00$); b) conventional MPS computation ($\gamma = 0.005$; $c = 1.015$); c) I-MPS computation ($\gamma = 0.005$; $c = 1.015$).

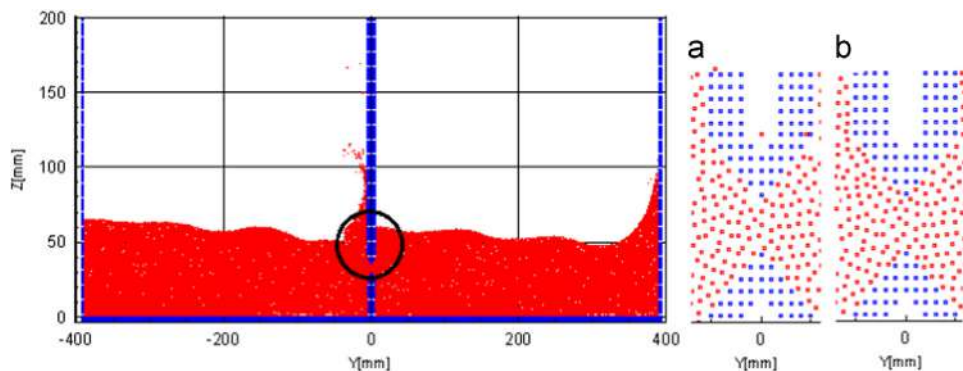


Fig. 5. Permeability condition at the centre boundary wall: (a) zoom of simulation performed without a collision model; (b) zoom of simulation performed with the proposed collision model for fluid particle near the boundaries wall.

kernel function does not need to be calculated in the approximation of differential operators that might generate unphysical pressure oscillations.

Commonly, to compute the pressure in the free moving particle methods, the state equation is based on weakly compressible flows (Batchelor, 1967; Monaghan et al., 1994; Shakibaeinia and Jin 2010, 2012). This formulation does not present accurate results for complex flow motions. Despite the fact that the time-consumption increases, the Poisson equation for pressure is suitable for simulating incompressible fluids, improving the precision of the numerical results. In the absence of Dirichlet boundary conditions, the compressibility coefficient α and the relaxation factor γ of the Poisson equation become indispensable for achieving the convergence, as in cases of simulating closed regions, as shown in Fig. 4.

Furthermore, the improvements included in the I-MPS method suppress some instabilities, as pressure oscillation, pressure distribution

and/or sudden pressure increase as shown in Fig. 3 with parameters $c = 1.015$, $r_e = 3.1l_0$ and $c = 1.001$, $r_e = 2.1l_0$.

4. Study cases

The calculations were performed for a two compartment tank in forced sway and roll motions, as reported in Manderbacka et al. (2014a). The 2D tank contained distinct amounts of water and the two compartments were connected with an opening. The dimension of the tank are length $L = 0.780$ m and height $H = 0.600$ m, and for each compartment the internal length is $l = 0.385$ m. Tank geometry is shown in Fig. 6 with internal dimensions. The two compartments in the tank are connected through a 5 mm high opening in the middle wall, considering two configurations, #2 and #4, sketched in Fig. 6. The sloshing at forced sway and roll motions considered frequencies $\omega = 2.0 \dots 5.0$ rad/s and filling ratios $h/b = 0.051 \dots 0.203$ (water mass

$m = 5.0 \dots 20.0$ kg). The amplitude of the sway and roll motions were set so that the lateral acceleration amplitude at all frequencies was $a = 0.885 \text{ m/s}^2$. The reference of the tank is located at the bottom and the middle wall of the tank. Pressure is measured at $p1$ and $p2$ located at 0.02 m from the bottom and at left and right hand side tank wall as shown in Fig. 6. Wave gauges are located with distance 0.005 m from each vertical wall.

Sloshing tank was constructed of transparent acrylic glass plates, reinforced with an aluminium frame structure. It is mounted on a hydraulically moving Bosch-Rexroth platform, where motions in all six degrees of freedom can be produced, Fig. 1. The tank is mounted on the platform through a system of six degrees of freedom force and moment load cells.

Support forces and moments of the tank were measured with three AMTI load cells each measuring all 6-DOF forces and moments. The total force vector was then summed from forces measured by each of all three transducers. The total moment around the tank fixed coordinate system was summed up from the measured forces and moments. The moment was summed from the moment measured by each of three load cells plus from the load cell measured forces multiplied by the distance of each transducer from the tank fixed coordinate system origin.

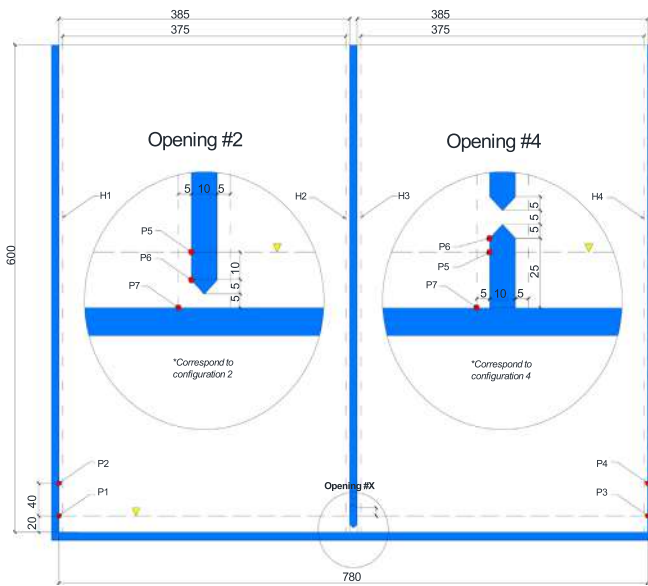


Fig. 6. Experimental set-up for openings #2 and #4.

Tank was moved in forced sway motions in a predefined motion. Generated motion was measured to make sure that the tank moved in a desired manner. Motion was measured with Qualisys position tracking devices constituted of two cameras in an approximately 90 degree viewing angle to the tank which had four reflecting spheres attached to its upper frame. The accuracy of both the motion and position measurement system was checked by subtracting the sinusoidal motion curve of the desired motion from the measured data. The standard deviation of the non-filtered measured data from the desired position was 0.5 mm . In addition to the position measurement system, the tank had an accelerometer fixed to the upper frame.

5. Simulations set up

5.1. LM simulation

The tank coordinate frame was set to forced sway and roll motions. The free water surface was initially set to zero angle and the volume of the water was set to be the same in both spaces. The discharge coefficient value was set to the value defined from the measurements of Manderbacka et al. (2014b), $C_d = 0.769$. The friction factor value was set up as $k_i = 3.0 \text{ s}^{-1}$. The time step used was $\Delta t = 0.008 \text{ s}$.

5.2. MPS simulation

The sloshing simulations are carried out in two-dimensions, according to the experimental test setup sketched in Fig. 6. The domain discretisation is configured with initial distance $l_0 = 1 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ between particles (For more details of the chosen initial distance between particles see Appendix A), and the interaction radius is $r_e = 2.1l_0$. Fig. 7 shows the particles' distribution at the central wall (blue particles) and within the fluid (red particles) for the two configurations, #2 and #4. At the boundary walls, four layers of particles are considered: the first layer as inner particles and the others as dummy particles. Therefore, the total number of particles is dependent on water depth. The total number of particles between minimum and maximum level of water is 14,000 and 42,000, respectively. As the initial condition, hydrostatic pressure is taken into account and flow velocity is set to $\vec{u} = 0.0 \text{ m/s}$. The source term \vec{f} for a sinusoidal motion is defined as $\vec{f} = g \hat{k} + A\omega^2 \cos(\omega t) \hat{j}$ where \hat{j} is the lateral unit vector. The parameters for the Poisson equation are $c = 1.015$, $\gamma = 0.001$, and according with the CFL condition, the time step is $\Delta t = 1 \cdot 10^{-4} \text{ s}$; the time simulation achieved $t = 30.0 \text{ s}$. The free

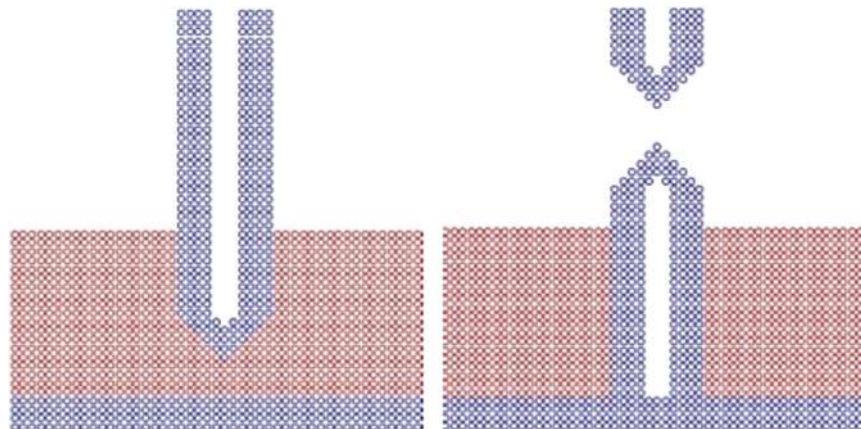


Fig. 7. Particles distribution on the computation domain for openings #2 and #4, respectively. (For interpretation of the references to color in this figure, the reader is referred to the web version of this article.)

surface parameter is $\beta = 0.97$. For the flow parameters, density and gravity are $\rho = 991.1 \text{ kg/m}^3$ and $g = 9.81 \text{ m/s}^2$, respectively.

6. Result analysis

6.1. Volume difference

For both configurations, openings #2 and #4, under sway and roll motion, volume difference and phase lags, as functions of excitation frequencies, are presented in Figs. 8–10 and the average deviations of MPS with respect to experimental and LM results are presented in Table 1. The comparison of the numerical models with the experimental results show good correlation, and a similar trend for the volume difference results may be observed in all cases. That is, volume difference grow at lower frequencies and decrease for higher frequencies. This general pattern is independent of opening positions and the water level studied. The phase lags computed by the numerical methods show good agreement between models. However, for both models, the numerical phase lags are underestimated in most of the studied cases. From the overall analysis of the comparative results, several observations can be stated:

- For the first configuration, opening #2 under sway motion (Fig. 8), the three methods computed a similar data range, independent of the water level. Here, the I-MPS method computed lower volume differences, as compared to experimental tests and LM model. The maximum and minimum values at frequencies $\omega = 2.0 \text{ rad/s}$ and $\omega = 5.0 \text{ rad/s}$, computed by I-MPS, are about $V = 1.0 \text{ dm}^3$ and $V = 0.52 \text{ dm}^3$, respectively, whereas the experimental measurements and LM model results have values of about $V = 1.25 \text{ dm}^3$ and $V = 0.58 \text{ dm}^3$. Despite the small differences observed in the I-MPS results, the trend of the volume difference curves is similar to the experimental results, which is noticed clearly when comparing the experimental and I-MPS curves for mass $m = 10.0 \text{ kg}$.
- In the case of opening #4 with mass $m = 5.0 \text{ kg}$ under sway motion (Fig. 9), both numerical models agree well at lower frequencies ($\omega = 2.0 \text{ rad/s}$ and $\omega = 3.0 \text{ rad/s}$); however, the numerical values are underestimated when compared to the experimental results. At higher frequencies the LM curve

diverges with respect to the I-MPS curve; it is important to notice that the last one seems to be converging to the experimental curve.

- Regarding opening #4 with mass $m = 10.0 \text{ kg}$ under sway motion (Fig. 9), the LM and experimental results for all excitation frequencies are in good agreement. For the I-MPS simulation, a loss of accuracy at frequencies $\omega = 2.0 \text{ rad/s}$ and $\omega = 3.0 \text{ rad/s}$ is observed. At these frequencies the values are below the computed values of the LM model and the experimentally measured results. At the other two higher frequencies, I-MPS simulation improves the results, predicting similar values to the other two calculations.
- For the cases for opening #4 with masses $m = 15.0 \text{ kg}$ and $m = 20.0 \text{ kg}$ under sway motion (Fig. 9), it is seen that the curves predicted by both models are in good agreement with the experimental results in the whole frequency range.
- As would be expected, the results for opening #4 under roll motion are similar to the same opening under sway motion for comparisons within each method.
- Despite the similarities in the results for opening #4 under sway and roll motions (Figs. 9 and 10), a slight difference is found in the LM curve for opening #4 with mass $m = 5.0 \text{ kg}$ under roll motion. In this case, a comparison of the LM model to the I-MPS method shows that the former method presents lower volume difference amplitudes for frequencies between $2.0 \text{ rad/s} \leq \omega \leq 4.0 \text{ rad/s}$. This tendency of lower values changes at the last frequency, where both methods predict the same value.

Fig. 11 shows the time histories of volume difference at the fifth period of tank motion, when the steady flow motion is achieved. The sketched results correspond to the sway excitation with frequencies $\omega = 2.0 \text{ rad/s}$ and $\omega = 3.0 \text{ rad/s}$ for openings, #2 and #4. In case of opening #2 at the two frequencies, the LM and I-MPS methods obtain an approximately triangular signal, agreeing with the experimental measurement. However, as mentioned previously, the I-MPS simulation underestimates the maximum values, and the difference between the computed phase lags are clearly noticed. In the case of opening #4, both numerical models obtained a trapezoidal signal with similar amplitude. That indicates a time lapse in which there is no exchange

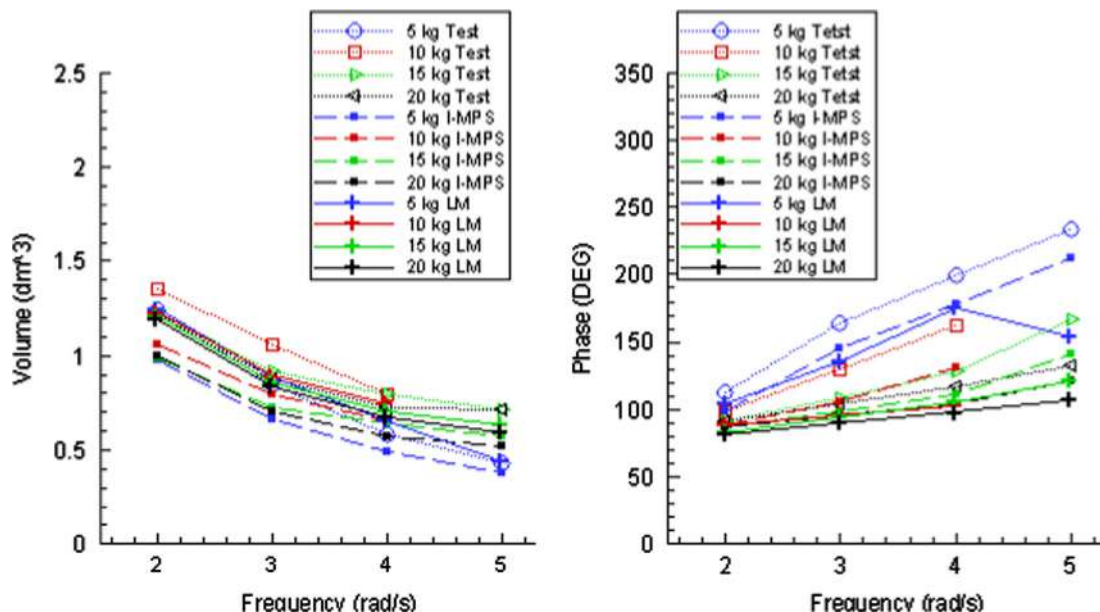


Fig. 8. Harmonic components of the volume difference (left side) and phase lag (right side) components for opening #2 under sway motion: numerical results computed by I-MPS and LM methods and corresponding measured values (Test).

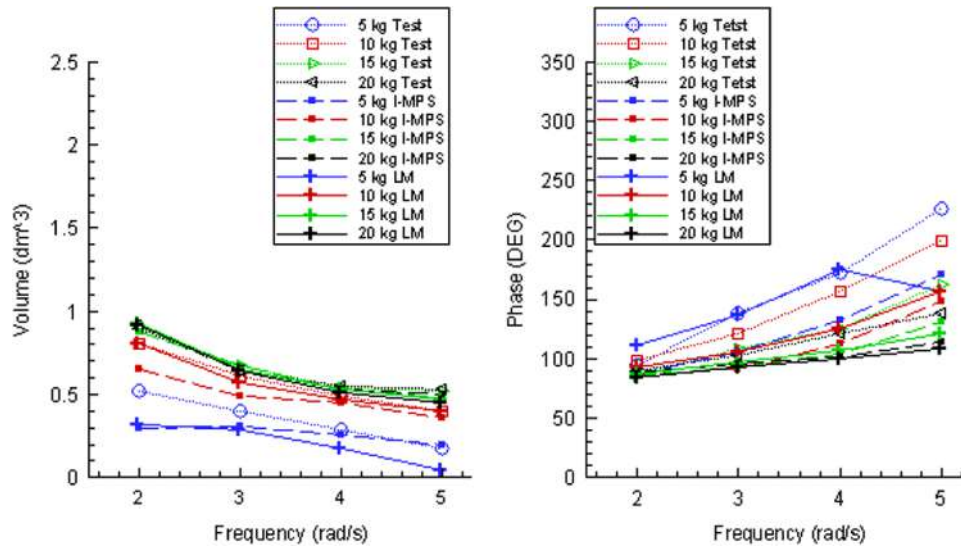


Fig. 9. Harmonic components of volume difference (left side) and phase lag (right side) components for opening #4 under sway motion: numerical results computed by I-MPS and LM methods, and corresponding measured values (Test).

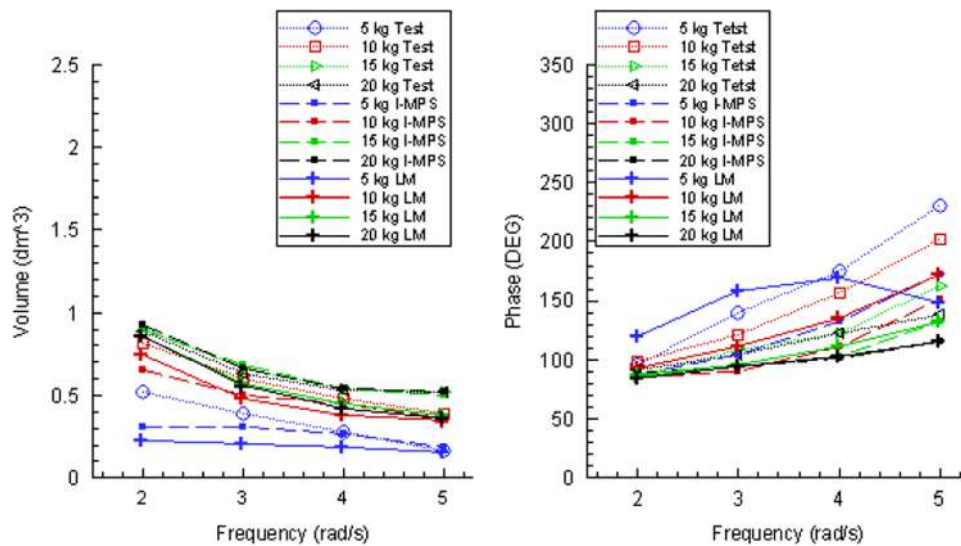


Fig. 10. Harmonic components of the volume difference (left side) and phase lag (right side) components as a function of excitation frequencies, for opening #4 under roll motion: experimental results (Test) and numerical results computed by I-MPS and LM methods.

of volume; this effect is not clearly captured in the experimental result.

6.2. Slashing forces

For the three cases studied in this work, the numerical and experimental slushing force and their phase lags, which correspond to the first harmonic component, are summarized in Figs. 12–14 and the average deviations of MPS with respect to experiments and LM results are presented in Table 2. The force amplitudes and their respective phase lags are presented as function of the excitation frequencies. In general, the I-MPS method and LM method are in good agreement with the experimental results. In the majority of cases, the trends of the numerical force amplitude and phase lag are quite similar to the experimental results. Also, it is seen that the computed values are in the same ranges of the measured values. Despite this good agreement, several small differences between the methods and the experimental test can be observed:

Table 1

Average deviation of I-MPS with respect to experiments and LM: Volume difference.

Mass (kg):	5	10	15	20
Desv. (%) Exp. #2 (Sway)	17.2161	21.5821	20.2395	21.2257
Desv. (%) Exp. #4 (Sway)	20.9700	14.2684	3.1414	3.9207
Desv. (%) Exp. #4 (Roll)	20.1050	12.2304	1.4699	2.6736
Desv. (%) LM #2 (Sway)	21.0130	12.5941	13.1166	14.5694
Desv. (%) LM. #4 (Sway)	103.5772	11.9729	2.2455	4.4635
Desv. (%) LM. #4 (Roll)	35.3895	9.9562	19.5290	24.6854

- In the case of opening #2 with mass $m = 5.0$ kg under sway motion (Fig. 12), it is observed that the LM method has a linear trend. By this method, force magnitudes increase near the natural wave frequency and decrease farther from that reference frequency. On the other hand, the experimental and I-MPS results show a similar behaviour for force amplitude. In

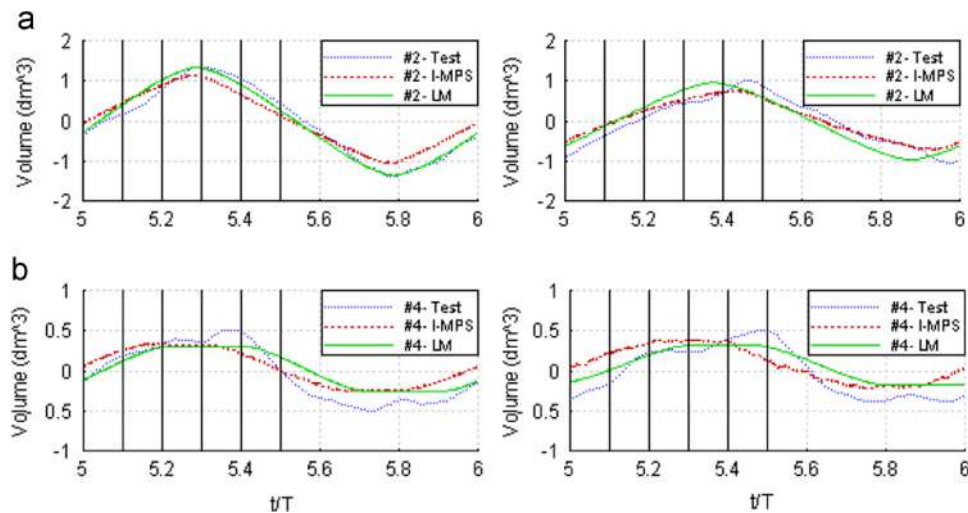


Fig. 11. Experimental and numerical volume differences for openings #2 (a) and #4 (b) with mass $m = 5$ kg under sway motion, at frequencies $\omega = 2.0$ rad/s (left side) and $\omega = 3.0$ rad/s (right side): experimental results (Test) and numerical results computed by I-MPS and LM methods.

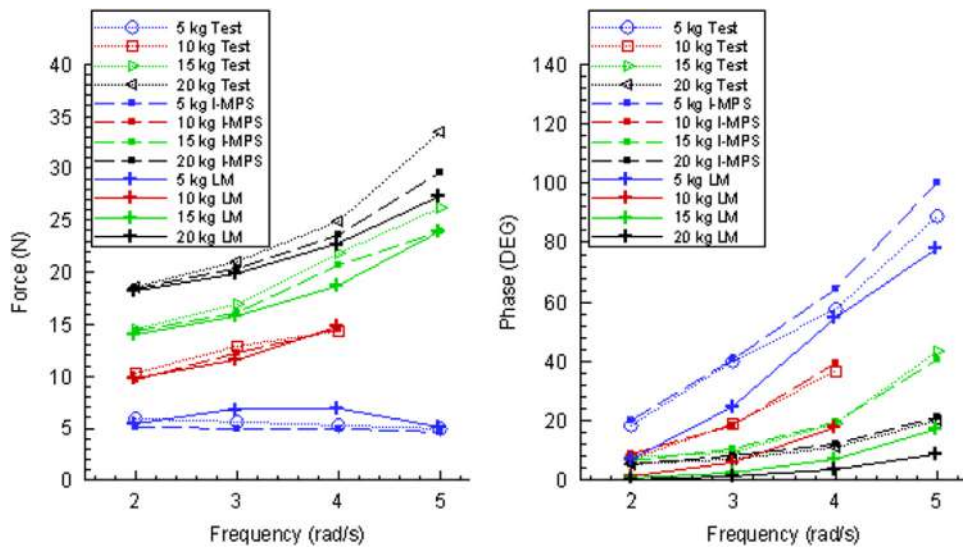


Fig. 12. First harmonic Y-force (left side) and phase lag (right side) components as a function of excitation frequencies for opening #2 under sway motion: numerical results computed by I-MPS and LM methods and corresponding measured values (Test).

these results, the trend of the curve is to decrease at high frequencies. The effect of higher force amplitude near the natural wave frequency does not take place in this case, due to the effects of the complex free surface produced by coupling the flow passing through the opening and the shallow water behaviour.

- For opening #2 under sway motion (Fig. 12) for masses $m = 10.0$ kg and $m = 15.0$ kg, differences between the LM model, the I-MPS method and the experimental test are noticed at frequencies $\omega = 3.0$ rad/s and $\omega = 4.0$ rad/s relative to each mass. At these frequencies, both experimental test and I-MPS method display a change in the direction of the curve, resulting in a damped curve shape, in which the energy dissipation is produced by breaking waves. In the LM model, in which the free surface is modelled as a flat surface, the curve keeps the previous tendency of increasing force amplitude.
- In the case of mass $m = 20.0$ kg, opening #2 (Fig. 12), under sway motion, the experimental test shows an increasing force amplitude near the natural wave frequency. Although both methods agree with the experimental trend, experimental

force amplitude increases faster than in both numerical methods. In this case, both numerical methods predict similar results.

- In the case of opening #4 with mass $m = 5.0$ kg, again under sway motion (Fig. 13), good agreement is observed between the two numerical methods and the experimental results. Unlike in the previous opening configuration #2 with mass $m = 5.0$ kg, the behaviour of the sloshing force amplitude has a linear tendency. Force increases near the resonance range and thus decreases far from this resonant range. Here, both numerical methods computed the same behaviour described above. It is observed that at frequency $\omega = 5.0$ rad/s, the numerical methods show a disagreement, with the I-MPS method predicting a higher force amplitude than the LM method, although the computed values are close to the experimental measurement.
- Following with the same configuration above but with 10.0 kg of mass (Fig. 13), the numerical and experimental result are in agreement up to frequency $\omega = 4.0$ rad/s. At frequency $\omega = 5.0$ rad/s, despite the excitation frequency being close

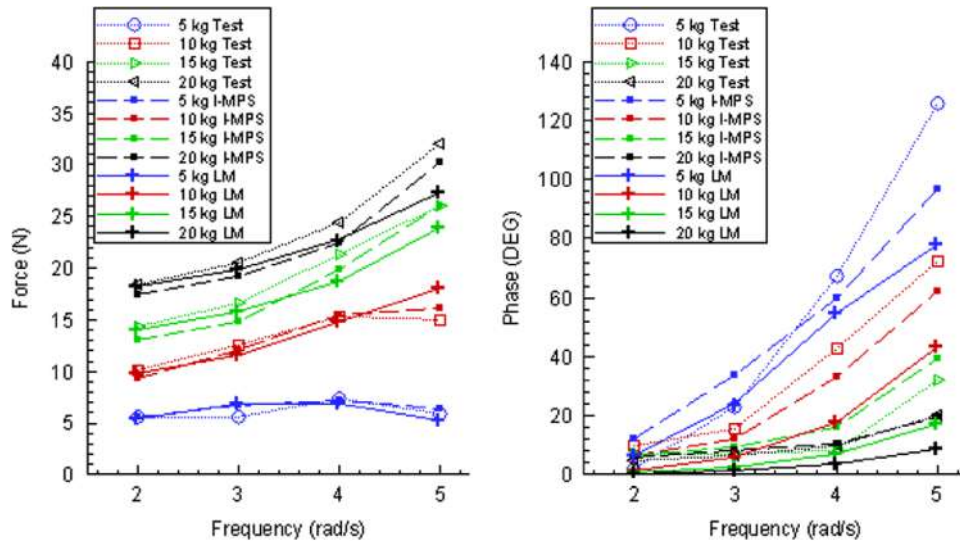


Fig. 13. First harmonic Y-force (left side) and phase lag (right side) components as a function of excitation frequencies for opening #4 under sway motion: numerical results computed by I-MPS and LM methods and corresponding measured values (Test).

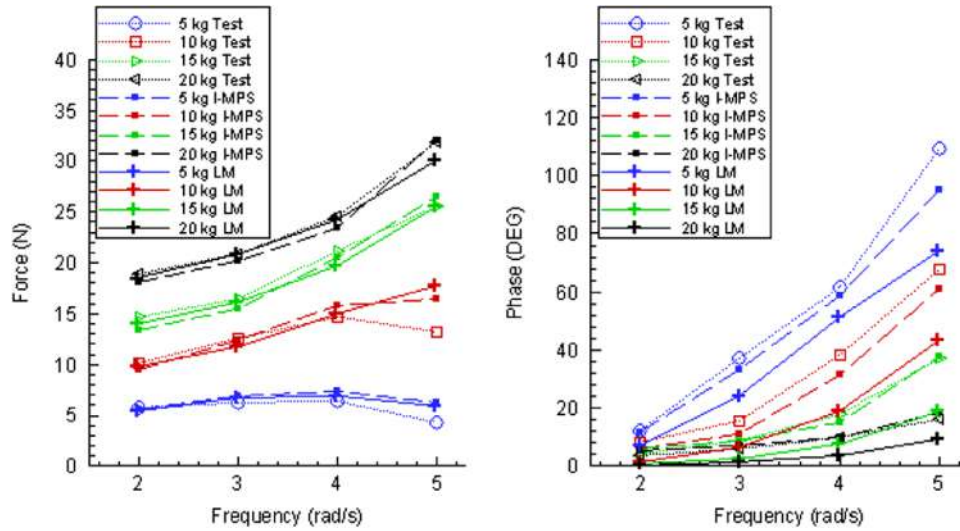


Fig. 14. First harmonic Y-force (left side) and phase lag (right side) components as a function of excitation frequencies for opening #4 under roll motion: experimental results (Test) and numerical results computed by I-MPS and LM methods.

to the natural wave frequency, the I-MPS computes quite low force amplitude, as measured in the experimental test, due to the dissipation effect mentioned above. In comparison with the I-MPS method, higher force amplitude is predicted by the LM method.

- In the cases of masses $m = 15.0$ kg and $m = 20.0$ kg for opening #4 under sway motion (Fig. 13), similar trends are observed when comparing both methods and the experimental results. For the higher frequencies and near the natural wave frequency, the LM curve suffers a deviation with respect to the experimental results and the I-MPS method, underestimating the force amplitude. Accuracy is improved for the I-MPS method at these frequencies compared to the LM results.
- In the case of opening #4 under roll motion (Fig. 14), similar results to opening #4 under sway motion (Fig. 13) are obtained.
- For opening #4 with mass $m = 5.0$ kg under roll motion (Fig. 14), the numerical results are in agreement with the experimental results. As in the previous cases for opening #4

Table 2

Average deviation of I-MPS with respect to experiments and LM: First harmonic Y-force component.

Mass (kg):	5	10	15	20
Dev. (%) Exp. #2 (Sway)	9.9190	4.1401	4.9583	5.0650
Dev. (%) Exp. #4 (Sway)	7.7393	4.9061	6.7341	6.2558
Dev. (%) Exp. #4 (Roll)	19.0413	10.0850	5.4208	3.1479
Dev. (%) LM #2 (Sway)	18.894	2.3457	3.6282	3.7417
Dev. (%) LM. #4 (Sway)	7.6222	5.8177	6.9905	4.8290
Dev. (%) LM. #4 (Roll)	5.0231	5.4116	4.3127	3.6671

under sway motion, the amplitude force increases close to the natural wave frequency, and decreases for higher frequencies. Despite the good agreement, at frequency $\omega = 5.0$ rad/s the numerical methods predict higher amplitude than the experimental test, with both numerical models having similar results.

- In the case of mass $m = 10.0$ kg for opening #4 under roll motion (Fig. 14), good agreement between the numerical model and

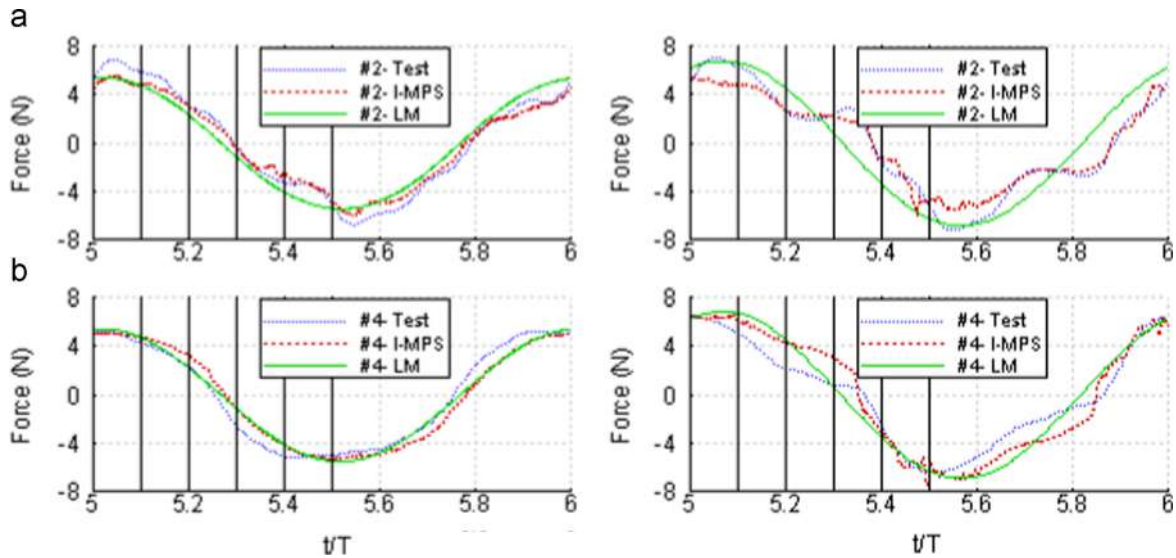


Fig. 15. Comparison of experimental and numerical steady forces in y-direction for openings #2 (a) and #4 (b) with mass $m = 5$ kg under sway motion, at frequencies $\omega = 2.0$ rad/s (left side) and $\omega = 3.0$ rad/s (right side): experimental results (Test) and numerical results computed by I-MPS and LM methods.

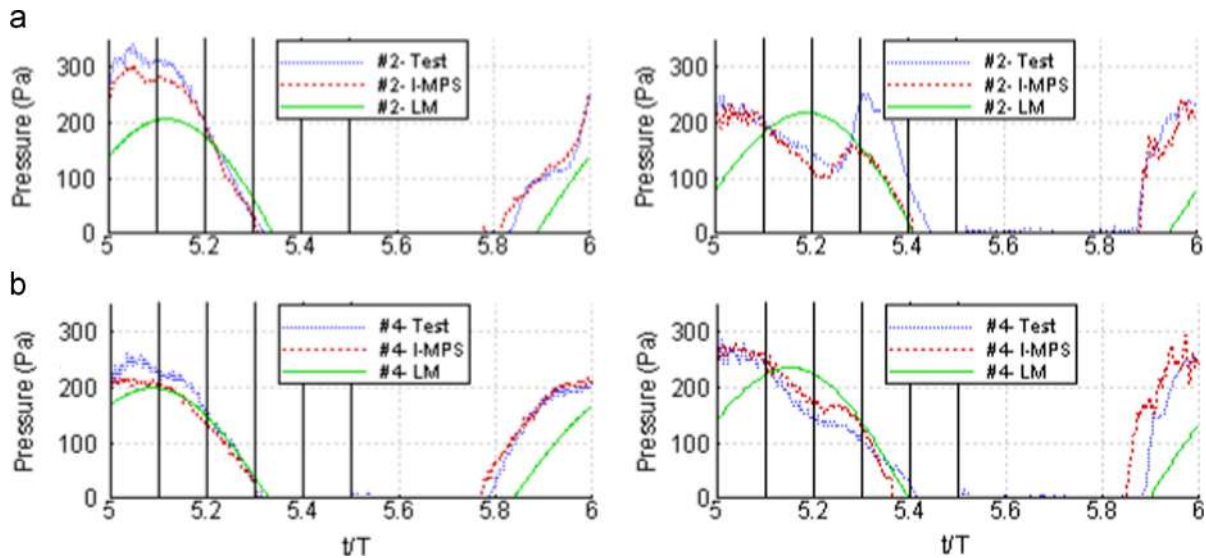


Fig. 16. Comparison of experimental and numerical steady pressure time histories at point $p1$ for openings #2 (a) and #4 (b) with mass $m = 5$ kg under sway motion, at frequencies $\omega = 2.0$ rad/s (left side) and $\omega = 3.0$ rad/s (right side): experimental results (Test) and numerical results computed by I-MPS and LM methods.

experimental test is observed until the frequency $\omega = 4.0$ rad/s. At frequency $\omega = 5.0$ rad/s, the LM method follows the tendency of the curve, increasing the amplitude of the force faster than the I-MPS and the experimental test, due to the excitation frequency being near the natural wave frequency. In the I-MPS method and the experimental test, the curve's tendency is broken. The amplitude of the force between frequencies $4.0 \text{ rad/s} \leq \omega \leq 5.0 \text{ rad/s}$ remained almost constant; in this case the experimental force amplitude is lower than predicted by the I-MPS.

- For opening #4 under roll motion with masses $m = 15.0$ kg and $m = 20.0$ kg (Fig. 14), good agreement is observed between the numerical model and the experimental test. LM and I-MPS computations have similar results to the experimental test for the complete frequency range. Comparing with the case of opening #4 under sway motion (Fig. 12), it is observed that the accuracy of the numerical calculation is improved.

Furthermore, in order to improve the understanding of the sloshing forces further, Fig. 15 shows the time histories of the steady forces for the opening cases #2 and #4, with mass $m = 5.0$ kg under sway motion at frequencies $\omega = 2.0$ rad/s and $\omega = 3.0$ rad/s. It is observed that in the LM calculation the first harmonic force component is computed in good agreement with the measured force. However, for the I-MPS the force is computed with improved accuracy in the cases of opening #4 (for both sway and roll). Another comparison between the models deals with the non-linearities in the force time history calculation. Unlike the I-MPS method, LM method neglects the non-linear effects, which at lower frequencies are produced by mass transference between the compartments and for the higher frequency by the complex free surface and associated non-linear effects arising from convective accelerations. Additionally, as shown in the comparison of results of the two different openings, #2 and #4, it is noticed for the LM simulation that the force time histories

are not affected by the position of the opening (Fig. 18a and b), whereas for the I-MPS results these effects on the forces can be clearly identified.

6.3. Pressure and free surface

The pressure history, pressure field and free surface deformations are analysed in order to provide a detailed overview of the numerical methods used and the flow behaviour in the studied cases. Comparison between the numerical model and experimental tests for the time histories of the steady pressure at point p_1 are shown in Fig. 16. The presented results correspond to openings #2 and #4 with mass $m = 5.0$ kg under sway excitation at frequencies $\omega = 2.0$ rad/s and $\omega = 3.0$ rad/s. The pressure histories are sketched at the fifth period of the excited motion, when the steady pressure is achieved. In Fig. 16, the vertical lines between the times $5.0 \leq t/T \leq 5.5$ indicate the snapshots for the pressure field computed by the I-MPS method in Figs. 17 and 18. The snapshots correspond to opening #2 at frequencies $\omega = 2.0$ rad/s and $\omega = 3.0$ rad/s at several time steps. In each snapshot the experimental free surface is included, comparing the experimental tests and numerical simulations. From the given results, the following remarks can be made:

- In the case of opening #2 at frequency $\omega = 2.0$ rad/s (Fig. 16a, left side), the experimental tests and I-MPS results show a similar pressure time history. The pressure peak is reached between $5.0 \leq t/T \leq 5.1$, and its value is around $p = 300.0$ Pa. Pressure decreases to $p = 0.0$ Pa until $t/T = 5.3$. The pressure grows again starting at time $t/T = 5.8$. For the LM method, some differences are observed when compared to experimental test results and the I-MPS computed pressures. Here, the maximum pressure is computed after the time $t/T = 5.1$ with pressure value $p = 200.0$ Pa. As with the other methods, the pressure computed by the LM method achieved $p = 0.0$ Pa near time $t/T = 5.3$.

- For the opening #2 at frequency $\omega = 3.0$ rad/s (Fig. 16a, right side), the experimental test and the I-MPS method results display two peaks in the time history pressure. In the first one, the experimental and I-MPS peak occurred at $t/T = 5.0$ with a value near $p = 210.0$ Pa. The second peak appears at $t/T = 5.3$, caused by the mass transfer between the compartments. The corresponding values are $p = 250.0$ Pa and $p = 180.0$ Pa for the experimental and I-MPS results, respectively. For LM computations just one maximum value is calculated, its maximum pressure occurring at time $t/T = 5.2$ with value $p = 210.0$ Pa. At time $t/T = 5.9$, the pressure computed by the I-MPS method shows good agreement with the experimentally measured value.
- Regarding the pressure time history for opening #4 at frequency $\omega = 2.0$ rad/s (Fig. 16b, left side), the numerical methods compute identical pressure to the experimental result. The maximum pressure at time $t/T = 5.1$ has value $p = 200.0$ Pa and subsequently the pressure decreases until time $t/T = 5.3$ to pressure $p = 0.0$ Pa. The pressure remains constant until time $t/T = 5.8$. After $t/T = 6.0$ the LM pressure is underestimated as compared to the I-MPS calculation, whereas the I-MPS method is in agreement with the experimental pressure.
- In case of opening #4 at frequency $\omega = 3.0$ rad/s (Fig. 16b, right side), at $t/T = 5.0$ the maximum pressure computed by the I-MPS method reaches $p = 280.0$ Pa. This maximum pressure is identical to the pressure obtained in the experimental test. Using the LM method, the maximum pressure is calculated at $t/T = 5.15$ with pressure $p = 230.0$ Pa. At $t/T = 5.4$, the time history pressure calculated with I-MPS and in the experimental test show a hump, less noticeable than in the case of opening #2 at the same frequency. In the case of the LM computations, the slope of the pressure curve is constant until a zero pressure is achieved ($p = 0.0$ Pa). After $t/T = 5.8$ the I-MPS and experimental pressures grow with similar results, whereas for the LM method it grows below them
- Regarding the hump commented above, it is important to notice in Fig. 16 (b) that the volume difference for opening #4

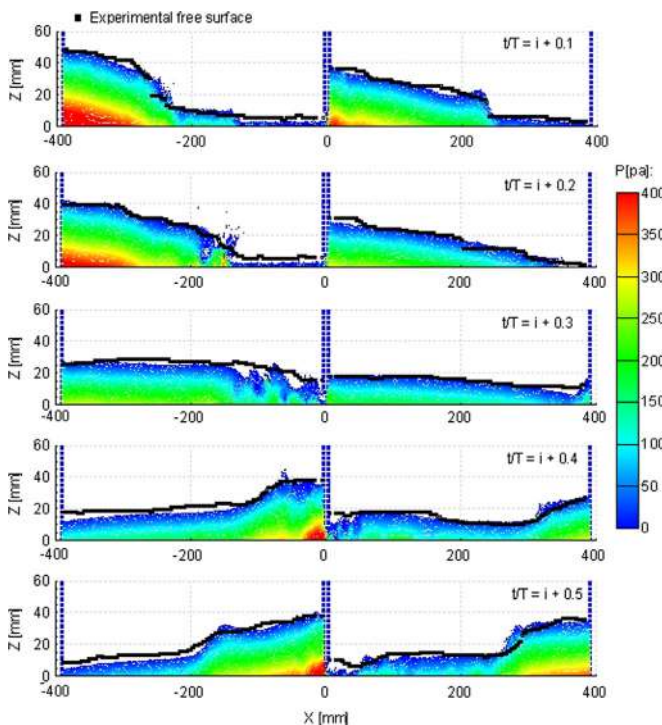


Fig. 17. Pressure field (I-MPS) and free surface (experimental) under sway excitation at frequency $\omega = 2.0$ rad/s in the case of opening #2 and water mass $m = 5$ kg.

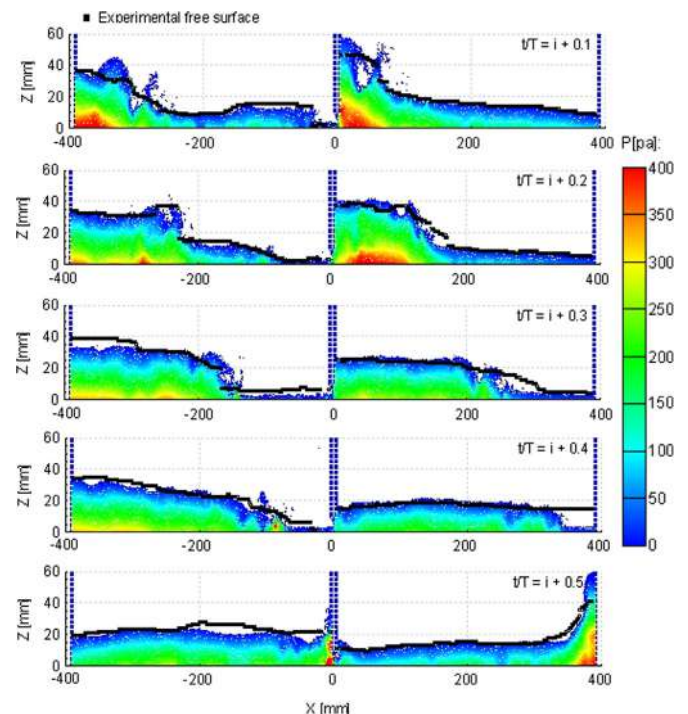


Fig. 18. Pressure field (I-MPS) and free surface (experimental) for sway motion at frequency $\omega = 3.0$ rad/s for opening #2 and water mass $m = 5$ kg.

is smaller than for the other opening position (Figs. 9 and 10), suggesting that the pressure time histories are affected by two main phenomena: mass transfer and the complex free surface (run-up and run-down).

- The pressure fields, which are presented in Figs. 17 and 18, show that hydrostatic pressure is dominant, due to the shape of the free surface elevation. However, hydrostatic pressure distribution is altered at the opening, where a significant pressure loss is observed.
- The overall comparison of the free surface aspect between the I-MPS method and the experimental test is good. It is clearly noticed that the I-MPS is capable of capturing the complex free surface features, such as the run-up, run-down and wave breaking, a feature that is not clearly observed at all in the experimental measurements.

7. Conclusions

Numerical simulations of the sloshing with mass transferred between two compartments were performed using the I-MPS and LM methods. The numerical results were validated with experimental results, generally with good agreement. The comparison shows the advantages and limitations of each method.

The LM method calculates the forces with good agreement with respect to experiments at frequencies situated far from the natural wave frequencies. Volume differences were estimated with good accordance with experimental results for all studied cases.

Using the I-MPS, the accuracy of the results was independent of the excitation frequency. Force amplitudes were predicted with good accuracy in all cases. Considering volume differences, the agreement in opening #4 under sway and roll motion was improved.

The effects of the openings in sloshing flow can be clearly observed in the pressure and force results. These effects are higher in cases of low frequencies, due to the larger transfer volume. Mainly, the exchange of mass flow affects wave propagation, what is identified by the humps in the time histories of pressure and force. Other features of the flow have been analysed and validated: the free surface and pressure distribution.

As expected, the shallow water behaviour is realized in all water levels, which is reproduced adequately by the I-MPS method. The pressure field is associated with the free surface elevation, the hydrostatic pressure being dominant. In addition, nonlinear wave breaking are accurately simulated, capturing their effect on the measured sloshing force, although the convective acceleration is not calculated directly by the I-MPS method.

In the case of the Lagrangian method, an improved boundary scheme to calculate hydrodynamic pressures and forces has been implemented. It is demonstrated that the improved algorithms is capable of describing complex flow motions, as in the case of flow passing through the opening. The newly implemented I-MPS results in a better pressure distribution.

Typically, the I-MPS method is flexible, easy to adapt in complex geometries and does not suffer from the difficulties associated with specific regions requiring finer initial distances l_0 , as e.g. at openings. I-MPS is able to discretise and solve Euler's equations with high accuracy. Despite the I-MPS method presenting high accuracy separate the words: accuracy for all cases studied, the numerical efficiency of the method becomes a significant parameter. For single-phase flow, the time-consumption is dependent on the water level. The method becomes less efficient for higher water levels, in which the number of particles must be increased. In this work, to achieve 30 s of simulation, the computation time for mass $m = 5$ kg takes 7 hours, while for mass $m = 20$ kg it takes 28 h.

For the LM method, on the other hand, the simulation of ten motion periods took less than half a second with a normal laptop computer.

The complementary use of the two present numerical methods allows an improved understanding of sloshing waves coupled to exchange flows between two compartments produced by the motion of the body, providing several reliable information. Additionally, the study demonstrates the efficiency of LM method tools to compute the coupled flooding at lower frequencies, whereas relevant sloshing flow characteristics are accurately reproduced by more computation-intensive MPS simulations.

Acknowledgements

Authors JM Fonfach and MAS Neves acknowledge support by Brazilian funding agencies CAPES and CNPq. Author TL Manderbacka has been supported by Aalto University, School of Engineering and City of Turku, MERIDIEM Maritime Innovation Hub.

Appendix A. Sensitivity analysis of initial particle distance

In order to show the influence of the initial distance between particles, a sensitivity analysis is provided in this appendix, considering coarse, medium and fine particle distance. The calculations are performed for the case of configuration #2 under sway excitation with frequency $\omega = 5.0$ rad/s and mass $m = 5.0$ kg. The coarse particle configuration corresponds to the maximum distance allowed by the opening in the considered problem, which is $l_0 = 0.005$ m, producing zero particle at the opening and 610 total fluid particles. Medium initial particle distance is $l_0 = 0.0025$ m producing one particle at the opening and 2459 total fluid particles. The last one is the fine initial particle distance $l_0 = 0.001$ m, that corresponds to the maximum storage particle number allowed by the FORTAN code (when the maximum mass is calculated), producing 4 particles at the opening and 14,820 total fluid particles.

Results of the three particle configurations are shown in Fig. A1 for time histories of volume difference and pressure at point p1. It is seen that the amount of volume difference increase when the particle through the opening increases, which improve the accuracy of the MPS calculations. Also, it may be seen that the pressure time history for medium and coarse particle distances, the MPS

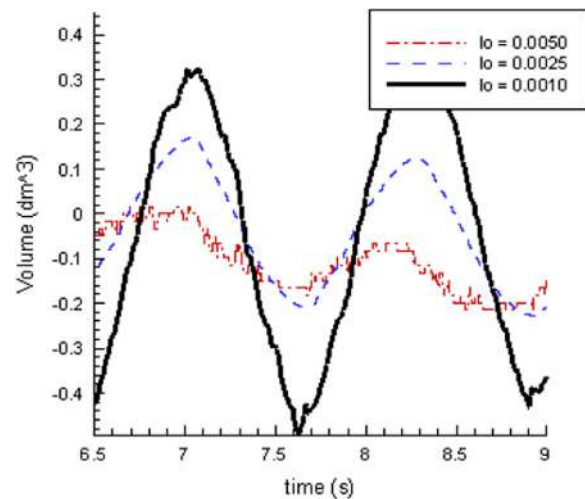


Fig. A1. Comparison between the numerical results with coarse, medium and fine distance between particles: Time series of Volume Difference (left side) and Pressure (right side) at point p1.

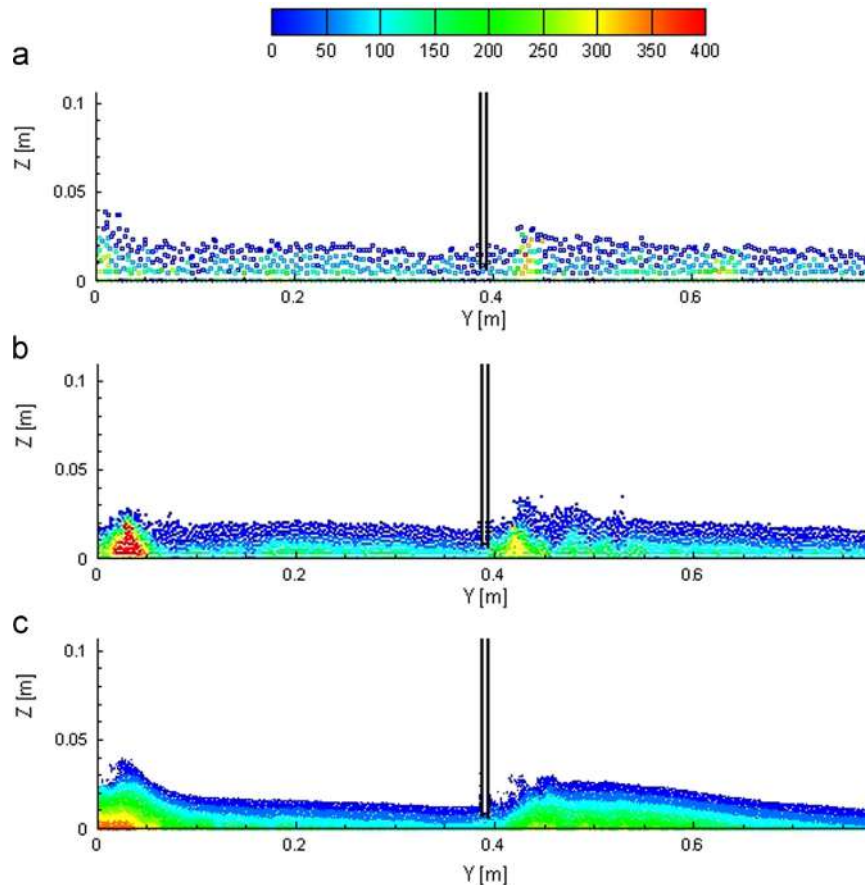


Fig. A2. Comparison between the numerical results with coarse, medium and fine distance particle: Free surface and Pressure distribution: (a) Coarse particles distance. (b) Medium particles distance. (c) Fine particles distance.

Table A1

Comparison of the accuracy of the numerical forces calculated by the three particle configurations.

	Experimental	Coarse	Medium	Fine
Values (N)	4.9203	4.3289	4.3671	4.5889
Difference (%)	–	12.01	11.24	6.74

Table A2

Comparison of the accuracy of the numerical volume difference calculated by the three particle configurations.

	Experimental	Coarse	Medium	Fine
Values (dm ³)	0.4274	0.0825	0.1821	0.3821
Difference (%)	–	80.70	57.41	10.61

method is capable to capture the impact pressure produced when the breaking wave hit the wall as shown in Fig. A1 (left side). Moreover, in Fig. A2 it is noted that the free surface resolution is improved for higher number of fluid particles.

Tables A1 and A2 show the difference between the computed numerical values by the MPS method and the experimental results for the forces in y -direction and the volume difference amplitude, considering the three initial particle distances.

The comparison of the forces (Table A1) show that the number of fluid particles used has not a large influence in the numerical results. On the other hand, for the calculation of the volume difference (Table A2) the initial number of particles at the opening is

directly related with the accuracy of the results, this being improved when the number increase.

References

- Aliabadi, S., Johnson, A., Abedi, J., 2003. Comparison of finite element and pendulum models for simulation of sloshing. *Comput. Fluids* 32, 535–545.
- Allen, M.P., Tildesley, D.J., 1990. *Computer Simulation of Liquids*. Oxford University Press, New York.
- Akyildiza, H., Ünal, E., 2005. Experimental investigation of pressure distribution on a rectangular tank due to the liquid sloshing. *Ocean Eng.* 32, 1503–1516.
- Antuono, M., Bouscasse, B., Colagrossi, A., Lugni, C., 2012. Two-dimensional modal method for shallow-water sloshing in rectangular basins. *J. Fluid Mech.* 700, 419–440.
- Batchelor, G.K., 1967. *An Introduction to Fluid Mechanics*. Cambridge University Press, London.
- Bouscasse, B., Colagrossi, A., Souto-Iglesias, A., Cercos-Pita, J.L., 2014a. Mechanical energy dissipation induced by sloshing and wave breaking in a fully coupled angular motion system. I. Theoretical formulation and numerical investigation. *Phys. Fluids* 26, 033103.
- Bouscasse, B., Colagrossi, A., Souto-Iglesias, A., Cercos-Pita, J.L., 2014b. Mechanical energy dissipation induced by sloshing and wave breaking in a fully coupled angular motion system. II. Experimental investigation. *Phys. Fluids* 26, 033104.
- Cea, L., Puertas, J., Vázquez-Cendón, M.E., 2007. Depth averaged modelling of turbulent shallow water flow with wet-dry fronts. *Arch. Comput. Methods Eng.* 14, 303–341.
- Chorin, A.J., 1967. The numerical solution of the Navier-Stokes equations for an incompressible fluid. *Bull. Am. Math. Soc.* 73, 928–931.
- Colagrossi, A., Lugni, C., Greco, M., Faltinsen, O.M., 2004. Experimental and numerical investigation of 2D sloshing with slamming. In: *Proceedings of 19th International Workshop on Water Waves and Floating Bodies*, Roma, Italy.
- Courant, R., Friedrichs, K., Lewy, H., 1967. On the partial difference equations of mathematical physics. *IBM J. of Res. Dev.* 11 (2), 215–234 (MR 0213764).
- Faltinsen, O.M., 2000. Multidimensional modal analysis of nonlinear sloshing in a rectangular tank with finite water depth. *J. Fluid Mech.* 407, 201–234.
- Faltinsen, O.M., Timokha, A.N., 2001. Adaptive multimodal approach to nonlinear sloshing in a rectangular tank. *J. Fluid Mech.* 432, 167–200.

- Gingold, R.A., Monaghan, J.J., 1977. Smoothed particle hydrodynamic: theory and application to non-spherical stars. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 191, 375–389.
- Godderidge, B., Turnock, S.R., Tan, M., 2012. A rapid method for the simulation of sloshing using a mathematical model based on the pendulum equation. *Comput. Fluids* 57 (1), 163–171.
- Gotoh, H., Sakai, T., 1999. Lagrangian simulation of breaking waves using particle method. *Coast. Eng. J.* 41, 303–326.
- Hestenes, M.R., Stiefel, E., 1952. Methods of conjugate gradients for solving linear systems. *J. Res. Natl. Bur. Stand.* 49 (6), 409–436.
- Hirt, C.W., Nichols, B.D., 1981. Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *J. Comput. Phys.* 39, 201–225.
- Hu, C., Sueyoshi, M., 2010. Numerical Simulation and Experiment on Dam Break Problem. *J. Mar. Sci. Appl* 9, 109–114.
- Ikeda, Y., Yoshiyama, T., 1991. A study on Flume-type anti-rolling tank. *J. Kansai Soc. Naval Archit.* 216, 111.
- Jasionowski, A., 2001. An Integrated Approach to Damage Ship Survivability Assessment. University of Strathclyde, Scotland.
- Jung, S.J., Park, J.C., Lee, B.H., Ryu, M.C., Kim, Y.S., 2008. Numerical simulation of two dimensional floating body motion in waves using particle method. *Korean Soc. Ocean Eng.* 22 (2), 20–27.
- Kim, Y., 2001. Numerical simulation of sloshing flows with impact load. *Appl. Ocean Res.* 23, 53–62.
- Kim, Y., Shin, Y.S., Lee, K.H., 2004. Numerical study on slosh-induced impact pressures on three-dimensional prismatic tanks. *Appl. Ocean Res.* 26, 213–226.
- Kim, Y., 2007. Experimental and numerical analyses of sloshing flows. *J. Eng. Math.* 58, 191–210.
- Khayyer, A., Gotoh, H., 2009. Modified Moving Particle Semi-implicit methods for the prediction of 2D wave impact pressure. *J. Coast. Eng.* 56, 419–440.
- Koshizuka, S., Tamako, H., Oka, Y., 1995. A particle method for incompressible viscous flow with fluid fragmentation. *Comput. Fluid Dyn. J* 4, 29–46.
- Koshizuka, S., Oka, Y., 1996. Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid. *Nucl. Sci. Eng.* 123, 421–434.
- Koshizuka, S., Nobe, A., Oka, Y., 1998. Numerical analysis of breaking waves using the Moving Particle Semi-implicit method. *Int. J. Numer. Methods Fluids* 26, 751–769.
- Landrini, M., Colagrossi, A., Faltinsen, O.M., 2003. Sloshing in two-dimensional flows by SPH method. In: *Proceedings of the Eighth International Conference on Numer. Ship Hydrodynamic*, Pusan, Korea.
- Lee, B.H., Park, J.C., Kim, M.H., Hwang, S.C., 2011. Step-by-step improvement of MPS method in simulating violent free-surface motions and impact-loads. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 200, 1113–1125.
- Lucy, L.B., 1977. A numerical approach to the testing fission hypothesis. *Astron. J.* 82, 1013–1024.
- Lugni, C., Brocchini, M., Faltinsen, O.M., 2006. Wave impact loads: The role of the flip-through. *Phys. Fluids* 18, 1–17 (122101).
- Ma, Q.W., Duan, W.Y., Zhou, J., Zheng, X., Yan, S., 2009. Numerical study on impact pressure due to violent sloshing waves. In: *Proceedings of the nineteenth international offshore and polar engineering conference*. June 21–26, Osaka, Japan.
- Martin, J.C., Moyce, W.J., 1952. An experimental study of the collapse of liquid columns on a horizontal plate's. *Phys. Trans. R. Soc. Lond. Ser. A. Math. Phys. Eng. Sci.* 244, 312–324.
- Manderbacka, T., Vitola, M., Celis, M.A., Matusiak, J., Neves, M.A.S., Esperança, P.T.T., 2013. Influence of sloshing on the transfer of water between neighbouring compartments considering three different opening configurations. In: *Proceedings of the ASME 2013, 32nd International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*. June, Nantes, France.
- Manderbacka, T., Kulovesi, J., Celis, M.A.C., Matusiak, J.E., Neves, M.A.S., 2014a. Model tests on the impact of the opening location on the water motions in a flooded tank with two compartments. *Ocean Eng.* 8, 67–80.
- Manderbacka, T.L., Vincent, J., Thomas, C., Mikkola, T., Matusiak, J.E., 2014b. Sloshing forces on a tank with two compartments, application of the pendulum model and CFD. In: *Proceedings of the ASME 2014 33rd International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering (OMAE)*. June 8–13, San Francisco, California, USA.
- Monaghan, J.J., 1985. Particle method for hydrodynamics. *Comput. Phys. Rep.* 3, 1–15.
- Monaghan, J.J., Thompson, M.C., Hourigan, K., 1994. Simulation of free surface with SPH. In: *Proceedings of ASME Symposium on Computational Methods in Fluid Dynamics*. June 19–23, Lake Tahoe, USA.
- Nam, B.W., Kim, Y., 2007. Effects of Sloshing on the Motion Response of LNG-FPSO in Waves. In: *Proceedings of the 22nd IWWWFB*, Plitvice, Croatia.
- Nasar, T., Sannasiraj, S.A., Sundar, V., 2008. Experimental study of liquid sloshing dynamics in a barge carrying tank. *Fluid Dyn. Res.* 40, 427–458.
- Olsen, H., 1970. Unpublished sloshing experiments at the Technical University of Delft, Delft, The Netherlands.
- Papanikolaou, A., Zaraphonitis, G., Spanos, D., Boulougouris, E., Elipoulou, E., 2000. Investigation into the capsizing of damaged ro-ro passenger ships in waves. In: *Proceedings of the 7th International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles*, pp. 351–362, Launceston, Tasmania, Australia.
- Rognebakke, O.F., Faltinsen, O.M., 2003. Coupling of sloshing and ship motions. *J. Ship Res.* 47 (3), 208–221.
- Shakibaeinia, A., Jin, Y.C., 2010. A weakly compressible MPS method for modelling of open-boundary free-surface flows. *Int. J. Numer. Methods Fluids* 63 (10), 1208–1232.
- Shakibaeinia, A., Jin, Y.C., 2012. MPS mesh-free particle method for multiphase flows. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, 13–26.
- Shibata, K., Koshizuka, S., 2007. Numerical analysis of shipping water impact on a deck using a particle method. *Ocean Eng.* 34, 585–593.
- Spanos, D., Papanikolaou, A., 2001. On the stability of fishing vessels with trapped water on deck. *Ship Technol. Research-Schiffstechnik* 48, 124–133.
- Sueyoshi, M., Kashiwagi, M., Naito, S., 2008. Numerical simulation of wave-induced nonlinear motions of a two-dimensional floating body by the moving particle semi-implicit method. *J. Mar. Sci. Technol.* 13, 85–94.
- Tanaka, M., Masugana, T., 2010. Stabilization and smoothing of pressure in MPS method by Quasi-Compressibility. *J. Comp. Phys.* 229, 4279–4290.
- Wen-hua, Z., Yang, J.M., Hu, Z.Q., Xiao, L.F., 2012. Experimental investigation of effects of inner-tank sloshing on hydrodynamics of an FLNG system. *J. Hydrodyn.* 24 (1), 107–115.
- Xing, Z., Yang, D.W., Wei, M.A.Q., 2012. A new scheme for identifying free surface particles in improved SPH. *Phys. Mech. Astron.* 55 (8), 1454–1463.
- Zhang, Y.X., Wan, D.C., Hino, T., 2014. Comparative study of MPS method and level-set method for sloshing flows. *J. Hydrodyn.* 26 (4), 577–585.
- Zhou, J.T., Ma, Q.W., Yan, S., 2008. Numerical implementation of solid boundary conditions in meshless methods. In: *Proceedings of the Eighteenth International Offshore and Polar Engineering Conference*. July 6–11, Vancouver, BC, Canada.
- Zhou, J., 2010. Numerical Investigation of Breaking Waves and their Interactions with Structures using MLPG_R Method (Unpublished Doctoral thesis). City University London, London.

Apêndice B: COUPLED TIME DOMAIN METHOD FOR SHIP
DYNAMICS AND SLOSHING FLOWS

COUPLED TIME DOMAIN METHOD FOR SHIP DYNAMICS AND SLOSHING FLOWS

J.M. Fonfach, M.A.S. Neves

Department of Naval Architecture and Ocean Engineering, Federal University of Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brazil.

Jose.fonfach@live.com , masn@laboceano.coppe.ufrj.br

ABSTRACT: In the present contribution, a numerical validation of the coupling effect between the sloshing flow and ship sway motion under beam regular waves is carried out employing a coupled time domain method. The lateral ship dynamics problem is solved using an “Instantaneous Update” algorithm. Sequentially, sloshing Y-forces are obtained by the recently proposed I-MPS (Improved Moving Particle Semi-Implicit) method. The “Instantaneous Update” algorithm is a 6-DOF (six degrees of freedom) seakeeping simulator, in which a frequency-domain calculation of the radiation and diffraction coefficients is required as input data, which is performed by a panel method. Furthermore, non-linear effects are incorporated to calculate the instantaneous position of the ship, and the external wave excitation forces are calculated at each time step, considering the relative positions between the excitation waves and ship surfaces. The sloshing flow solver is a 2D (two dimension) robust method based on particle interactions in a Lagrangian coordinate system. Sloshing simulations are performed within a closed domain, in which the free surface is modelled as a deformable surface for a single-phase flow. For the coupled process, the sloshing-induced forces are included into the external wave-excitation forces and then the corresponding position of the ship is actualized. At the same time, the sloshing flow is obtained as a consequence of the instantaneous ship motion.

INTRODUCTION

Sloshing flows and their complex features have been studied extensively by numerical methods, where the type of each discretization scheme (e.g., mesh-based, mesh-less, pendulum or potential flow solvers) may be determinant to the efficient capability to simulate some hydrodynamic problems with enough accuracy and reasonable computational resources. Most of the interesting hydrodynamic problems in confined waters involve nonlinearities related to free surface flows with high complexity. For such cases, robust codes are useful to calculate the flow motion with good accuracy; however, the higher computational costs affect adversely the efficiency of some methods. In mesh-based solvers as the Volume of Fluid (VOF) method (Hirt and Nichols, 1981 [1]), relevant numerical issues arise from the excessive numerical diffusion associated with the convective accelerations and the difficulties in tracking the free surface. In the case of meshless methods, these issues are avoided within the Lagrangian scheme. In this kind of method, convective accelerations are not calculated directly and the free surface can be tracked simply by the free motions of the particles, when single-phase flow is considered. However, the free motion of particles inhibits the implementation of boundary conditions. Mesh-based and meshless methods have been compared by Kim (2007) [2] employing the FDM and SPH methods. The two methods are applied to nonlinear sloshing flows in a ship cargo. The numerical results are validated with the corresponding experimental data, demonstrating that physics-based numerical schemes are essential in the prediction of violent sloshing flows and sloshing-induced impact pressure. On the other hand, using a simple method, such as the lumped mass with a moving free surface, some flow motions can be calculated faster, with acceptable accuracy. However, the method might suffer from some loss of precision due to the simplifications of the flow when the free

surface is modelled as plane and its deformations are not considered. Manderbacka et al. (2014) [3] assess the simple LM model, comparing it to a RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes) solver, to calculate the hydrodynamic force on the ship caused by the flooded water. Fonfach et al. (2016) [4] studied sloshing waves coupled to the flooding flow between two compartments employing lumped mass and Lagrangian methods. The first method used is a Lumped Mass method with a moving free surface (LM), which is based on the motion equations for the gravity centre of mass within a compartment. In this method, the free surface is modelled as a planar surface, with limited degrees of freedom. The second one is the newly developed Improved Moving Particle Semi-Implicit (I-MPS) method, a robust method based on particle interactions in a Lagrangian coordinate system. Sloshing simulations are performed within a closed domain, in which the free surface is modelled as a deformable surface for a single-phase flow. An improved boundary wall condition scheme is applied. By applying these two methods the hydrodynamic features of the sloshing flow under sway and roll motion and several water levels are investigated with good results.

The present paper extends the I-MPS method used in Fonfach et al. (2016) [4] to analyse the coupled effects between the sloshing wave and the ship motions under external incident waves. Calculations of the ship motion are performed by using an “Instantaneous Update” algorithm, integrating the I-MPS method as an internal force in the motion equation. Radiation coefficients and diffraction amplitude force and phase are required, which are obtained using a panel method based code in the frequency domain, described in [6]. It is pointed out that the radiation and diffraction force are in a linearized form in the motion equation. The present numerical method includes non-linear effects, considering the relative instantaneous position of the ship and the external excitation wave.

In order to assess the numerical method, the coupled time domain method is validated for the sway motion of a barge with two identical rectangular tanks with length 25% of the barge length, according to the Regnebakke & Faltinsen (2001) [5] experiments. The study takes into account one or two tanks filled and several amounts of water in the tank for a range of excitation wave frequencies near to the eigen-frequency of the fluid motion in the tanks.

MATHEMATICAL BACKGROUND

Ship Dynamics Equation

In order to calculate the ship motions, a non-linear 6-DOF time domain algorithm is used. In the used algorithm, the hull motions are tracked in general by three different dextro-rotatory reference systems. The first one is an inertial stationary reference system. The second one is an inertial reference system with constant velocity equal to the ship speed in calm water, the origin of the reference system is located at the flat water plane. The last reference system is a reference system fixed to the hull, and it is located at the centre of gravity. Considering only the translational movement adopted in the experimental arrangements of Regnebakke & Faltinsen (2001) [5], the ship motions equations are written as follows:

$$\begin{aligned} \mathbf{m} \frac{d\vec{\mathbf{U}}_G}{dt} &= \vec{\mathbf{F}} \\ \frac{d\vec{\mathbf{X}}_G}{dt} &= \vec{\mathbf{U}}_G \end{aligned} \quad (1)$$

here \mathbf{m} is the total ship mass, $\vec{\mathbf{X}}_G$ and $\vec{\mathbf{U}}_G$ are position and velocity of the gravity centre, and $\vec{\mathbf{F}}$ is the total force defined by hydrodynamic and others external force components:

$$\vec{\mathbf{F}} = \vec{\mathbf{F}}_{\text{irr}} + \vec{\mathbf{F}}_{\text{df}} + \vec{\mathbf{F}}_{\text{H}} + \vec{\mathbf{F}}_{\text{FK}} + \vec{\mathbf{F}}_{\text{wth}} \quad (2)$$

where $\vec{\mathbf{F}}_{\text{irr}}$ and $\vec{\mathbf{F}}_{\text{df}}$ are the radiation and diffraction forces calculated by using an external radiation/diffraction panel method in the frequency domain [6]. $\vec{\mathbf{F}}_{\text{wth}}$ is the ship displacement and $\vec{\mathbf{F}}_{\text{H}}$ and $\vec{\mathbf{F}}_{\text{FK}}$ are the hydrostatic and the Froude-Krilov forces calculated at each time step by panel discretization of the ship geometry. These forces take into account the instantaneous ship motion, integrating on the whole submerged ship surface until the intersection of the incident wave and the ship hull. In the case of the Froude-Krilov, this force is calculated including Wheeler extrapolation [7]. Considering the particular case studied in this paper, the difference between $\vec{\mathbf{F}}_{\text{H}}$ and $\vec{\mathbf{F}}_{\text{wth}}$ is considered as the restoring force, replaced by a spring force, as used in the Rognebakke and Faltinsen (2001) experiments [5]. The ship motion equation can be rewritten, including the sloshing force, as follows:

$$(\mathbf{m}_{\text{-wt}} + \mathbf{m}_{\text{ad}}) \frac{d\vec{\mathbf{U}}_G}{dt} + \mathbf{B}_p \vec{\mathbf{U}}_G + \mathbf{E} \vec{\mathbf{X}}_G = \vec{\mathbf{F}}_{\text{FK}} + \vec{\mathbf{F}}_{\text{df}} + \vec{\mathbf{F}}_{\text{sl}} \quad (3)$$

where $\mathbf{m}_{\text{-wt}}$ is the ship mass without the internal water mass at the tanks, \mathbf{m}_{ad} and \mathbf{B}_p are the radiation constants, \mathbf{E} is the spring constant, and $\vec{\mathbf{F}}_{\text{sl}}$ is the force caused by the sloshing phenomena defined as:

$$\vec{\mathbf{F}}_{\text{sl}} = -\mathbf{m}_{\text{wt}} \frac{d\vec{\mathbf{U}}_G}{dt} - \vec{\mathbf{F}}_{\text{d}}(\vec{\mathbf{U}}_G) \quad (4)$$

On the right hand side of eq. (4), the first term is the inertial force due to the internal water mass and the second term is the sloshing dynamic force, a function of the body acceleration. For the present algorithm, the sloshing forces are calculated by coupling the Improved Moving Particle Semi-implicit method (I-MPS), which is briefly described below, to the ship motion equation. The coupled system is solved numerically using a Runge-Kutta 4th order algorithm.

Improved Moving Particle Semi-Implicit Method

Within the MPS, as a Lagrangian method, the physical domain is represented using a particle system, where mass, velocity and pressure are distributed in the free moving particles. The position of each fluid particle is computed through the discretized flow governing equations, based on the interaction between neighbouring particles. The particle interaction is sketched in Fig. 1.

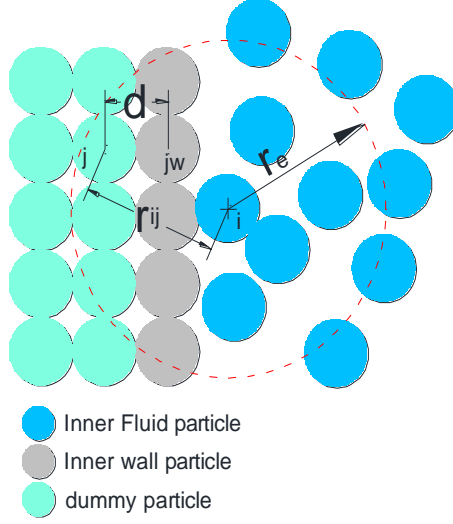


Figure 1- Particle scheme

As result of the particle discretization, a Poisson equation is obtained. In the I-MPS method (Fonfach et al., 2016, [5]) the improved discrete Poisson equation is given as:

$$\mathbf{c}n_i^* \mathbf{p}_i^{k+1} - \sum_{i \neq j}^M \mathbf{p}_j^{k+1} \mathbf{W}(\|\bar{\mathbf{r}}_{ij}^*\|) - \sum_1^{\text{ndum}} \mathbf{p}_{j_w}^{k+1} \mathbf{W}(\|\bar{\mathbf{r}}_{ij}^*\|) = \mathbf{RHS}_i + \rho_0 \sum_1^{\text{ndum}} |\mathbf{d}| \bar{\mathbf{n}}_{j_w} \cdot \bar{\mathbf{f}} \mathbf{W}(\|\bar{\mathbf{r}}_{ij}^*\|) \quad (5)$$

where \mathbf{p} is the pressure, ρ_0 is the fluid density, M is the number of fluid and inner wall particles, ndum is the number of dummy particles. $\mathbf{W}(\|\bar{\mathbf{r}}_{ij}\|)$ is the kernel function, i is the index of the actual particle, j is the index of neighbouring particles, n^* is particle density, c is the compressible coefficient, and \mathbf{RHS}_i is the right hand side of the Poisson equation given in [8].

After pressures are determined, the actualization of particle velocity and position can be calculated as:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^{k+1} &= \mathbf{u}^k + \Delta t \left(\bar{\mathbf{f}}^k - \frac{\nabla \mathbf{p}^{k+1}}{\rho_0} \right) \\ \mathbf{r}^{k+1} &= \mathbf{r}^k + \Delta t \mathbf{u}^{k+1} \end{aligned} \quad (6)$$

where \mathbf{k} is the calculation step, Δt is the time step, $\bar{\mathbf{f}}^k$ is the source term. The pressure gradient $\nabla \mathbf{p}^{k+1}$ is calculated as:

$$\nabla \mathbf{p}_i = \frac{\mathbf{d}_s}{\mathbf{n}_0} \sum_{j \neq i} \frac{\mathbf{p}_i - \hat{\mathbf{p}}_i + \mathbf{p}_j - \hat{\mathbf{p}}_j}{\|\bar{\mathbf{r}}_{ij}\|^2} \bar{\mathbf{r}}_{ij} \mathbf{W}(\|\bar{\mathbf{r}}_{ij}\|) \quad (7)$$

where $\hat{\mathbf{p}}_i$ and $\hat{\mathbf{p}}_j$ are minimum values among the particles in their respective neighbouring of particles i and j .

For the spatial second derivative the Laplace ($\nabla^2 \mathbf{p}^{k+1}$) operator is formulated as follows:

$$\nabla^2 \mathbf{p}_i = \frac{2d_s}{\lambda n_0} \sum_{i \neq j} (\mathbf{p}_j - \mathbf{p}_i) w(|\mathbf{r}_{ij}|) \quad (8)$$

where the parameter λ is computed by:

$$\lambda = \frac{\sum_{i \neq j} w(|\mathbf{r}_{ij}|) |\mathbf{r}_{ij}|^2}{\sum_{i \neq j} w(|\mathbf{r}_{ij}|)} \quad (9)$$

to adjust a distributed quantity to the analytical result. Finally, the sloshing force is calculated through the numerical integration of pressures on the inner wall particles.

PROBLEM STATEMENT

Regnebakke & Faltinsen [5] carried out 2-D experiments for a box-shaped ship exciting the internal fluid which in return affects on the tank motion. The ship was excited under regular beam waves. The ship is subdivided by three internal compartments, in which two of those compartments are filled with water. Furthermore, the ship can only move in sway direction. The main dimensions of the ship are: length is $\mathbf{L} = 0.596 \text{ m}$, breadth is $\mathbf{B} = 0.400 \text{ m}$, and draft $\mathbf{D} = 0.200 \text{ m}$. The right and left compartments are identical with the following dimensions: breadth $\mathbf{b} = 0.376 \text{ m}$, length $\mathbf{l} = 0.150 \text{ m}$ and height $\mathbf{h} = 0.288 \text{ m}$ or $\mathbf{h} = 0.388 \text{ m}$, depending on the water level. The section motions are constrained from drifting off by springs with a total stiffness $\mathbf{E} = 30.000 \text{ N/m}$. The use of springs results in eigen-frequency well below the studied wave frequencies. The steepness of the waves was kept below a certain threshold value to prevent wave breaking. Table 1 gives the chosen relation between frequency ω and amplitude ξ of the generated regular waves.

Wave frequency ω (rad/s)	Wave amplitude ξ (m)
[3.0, 5.0]	0.04
[5.5, 7.0]	0.03
[7.1, 8.0]	0.02
[8.1, 11.0]	0.015

Table 1- Relationship between wave amplitude and wave frequency

To the numerical method, sloshing simulations are carried out in two-dimensions, according to the experimental tests. The domain discretisation is configured with two different initial distances $\mathbf{l}_0 = 0.01 \text{ m}$ and $\mathbf{l}_0 = 0.005 \text{ m}$ between particles. Details of the discretization are given in Fonfach et al. (2016) [4], and the interaction radius is $\mathbf{r}_e = 2.1\mathbf{l}_0$; four layers of particles are considered: the first layer as inner particles and the others as dummy particles. Therefore, the total number of particles is dependent on water depth. The total number of particles between minimum and maximum level of water is 52000 and 165000, respectively. As initial condition, hydrostatic pressure is taken into account and flow velocity is set to

$\bar{\mathbf{u}} = \mathbf{0.0 m/s}$. The source term $\bar{\mathbf{f}}$ for a sinusoidal motion is defined as $\bar{\mathbf{f}} = -\mathbf{g} \hat{\mathbf{k}} - \frac{d\bar{\mathbf{U}}_G}{dt} \hat{\mathbf{j}}$ where $\hat{\mathbf{j}}$ is the lateral unit vector and $\hat{\mathbf{k}}$ is the vertical unit vector. The parameters for the Poisson equation are $\mathbf{c} = \mathbf{1.015}$, $\gamma = \mathbf{0.001}$, and according with the CFL condition, the time step is $\Delta t = \mathbf{5 \cdot 10^{-4} s}$; the time simulation achieved $\mathbf{t} = \mathbf{60.0 s}$. The free surface parameter is $\beta = \mathbf{0.97}$. For the flow parameters, density and gravity are $\rho = \mathbf{991.1 kg/m^3}$ and $\mathbf{g} = \mathbf{9.81 m/s^2}$, respectively. The panel discretization considers a square element with size $\Delta x = \mathbf{0.003 m}$.

VALIDATION RESULTS

Figs. 2 and 3 show the calculated sway RAOs using I-MPS method and compared with the experiment for different filling levels of one or two tanks. The comparisons demonstrate quite good agreement between the numerical and experimental results.

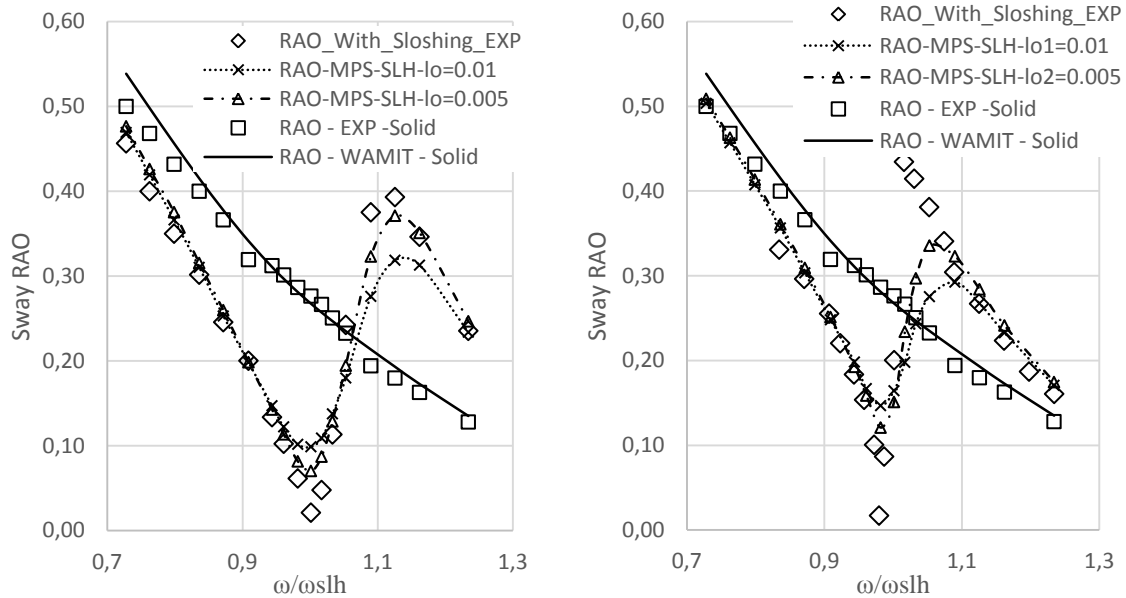


Figure 2- Sway RAOs: a) $h=0.184\text{m}$, one tank; b) $h=0.184\text{m}$, two tanks.

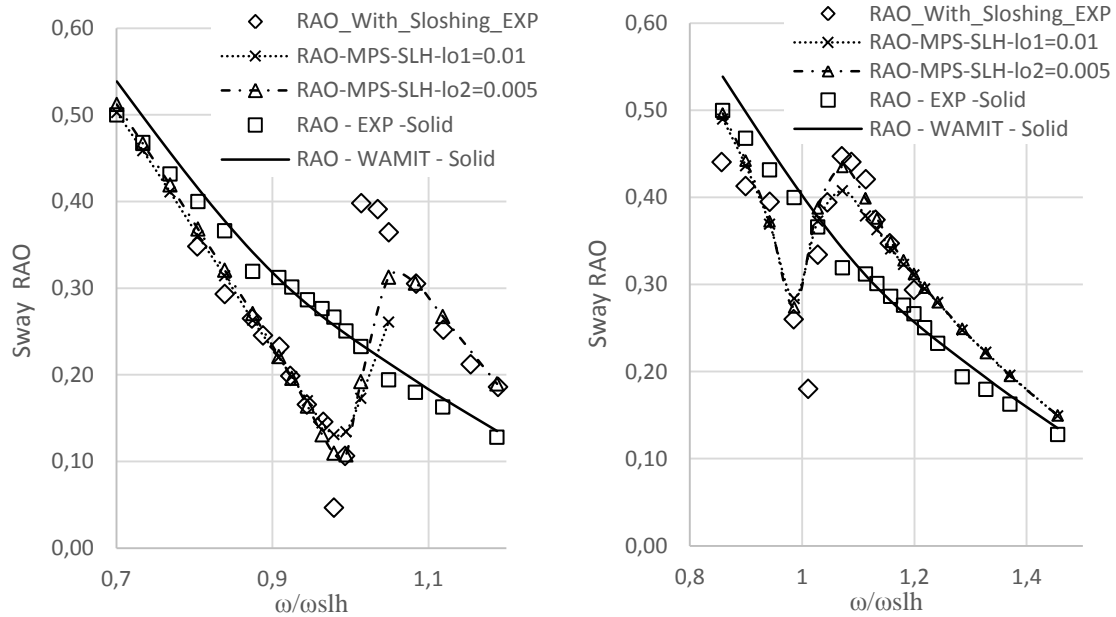


Figure 3- Sway RAOs: a) $h=0.290\text{m}$, two tanks; b) $h=0.094\text{m}$, two tanks.

The resulting accuracy may be improved if the initial distance between particles decreases. In general, the two numerical configurations present similar behaviour when compared to the experiments. In case of the excitation frequency being less or slightly higher than the linear sloshing frequency (ω_{slh}), a damped sway response is obtained, comparable to when the RAOs are calculated considering internal solid mass.

When the excitation frequency meets the linear sloshing frequency, the motion amplitude has minimum values. At the resonance point small differences between the results are found; in general, the experimental results tend to zero, while by the numerical simulations the RAOs amplitudes are about 0.1.

At frequencies higher than the resonance frequency, sway motion increases due to the coupling effect. For even higher frequencies the coupled RAO tends to the solid sway RAO.

CONCLUSIONS

Coupled sway responses for a barge filled with different amounts of water have been numerically computed and compared with experimental results. The computed numerical algorithm considered a time-domain ship motion model based on a non linear panel method with pressure integration over the instantaneous wet hull, interacting with a particle method describing the internal flow.

Both algorithms had been separately validated in previous investigations. The present paper advances on the validation process now contemplating some coupled effects between the external and internal flows.

It should be pointed out that the agreement between numerical simulations and experimental results is, in general, very good.

The causes for the small differences encountered in the regions close to the natural frequencies shall be the focus of future research.

ACKNOWLEDGEMENTS

The present investigation has been supported by CNPq, CAPES and ANP. Authors greatly acknowledge this crucial support.

REFERENCES

1. Hirt, C.W. and Nichols, B.D. (1981) Volume of fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *J. Comput. Phys.* 39, 201–225.
2. Kim, Y. (2007) Experimental and numerical analyses of sloshing flows. *J. Eng. Math.* 58, 191–210.
3. Manderbacka, T.L., Vincent, J., Thomas, C., Mikkola, T. and Matusiak, J.E. (2014) Sloshing forces on a tank with two compartments, application of the pendulum model and CFD. In: *Proceedings of the ASME 2014 33rd International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering (OMAE)*. June 8-13. San Francisco, California, USA.
4. Fonfach, J.M., Manderbacka, T. and Neves M.A.S. (2016) Numerical sloshing simulations: Comparison between Lagrangian and lumped mass models applied to two compartments with mass transfer. *Ocean Eng.* 114, 168-184.
5. Rognebakke, O.R. and Faltinsen, O.M. (2001) Effect of sloshing on ship motions. *16th International Workshop on Water Waves and Floating Bodies*. Hiroshima, Japan.
6. Pasquetti, E., Coelho, L.C.G., Neves, M.A.S., Oliveira, M.C. (2012) A nonlinear numerical algorithm for time-domain hydrodynamic simulations of vessel motions in the presence of waves. OMAE2012-83575, In: *Proceedings of the ASME 2012, 31st International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering (OMAE)*. June, Rio de Janeiro, Brazil.
7. Journée, J.M.J. and Massie, W.W. (2001) *Offshore Hydromechanics*. Delft University of Technology, First Edition, January.
8. Tanaka, M. and Masugana, T. (2010) Stabilization and smoothing of pressure in MPS method by Quasi-Compressibility. *J. of Comp. Physics* 229, 4279–4290.

Referências

Ardakani, H. A., Bridges, T.J., (2012). Shallow-water sloshing in vessels undergoing prescribed rigid-body motion in two dimensions. *European Journal of Mechanics B/Fluids* 31, pp. 30-43.

Antuono, M., Bouscasse, B., Colagrossi, A., Lugni, C., (2012). Two-dimensional modal method for shallow-water sloshing in rectangular basins. *J. Fluid Mech.* 700, 419–440.

Beck, R.F., (1999). Fully nonlinear water wave computations using a desingularized Euler-Lagrange time-domain approach. *Nonlinear Water Wave Interaction*, WIT Press, pp. 1-58.

Belytschko, T., Krongauz, Y., Organ, D., Fleming, M., Krysl, P., (1996). Meshless methods: an overview and recent developments. *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* 139, pp. 3–47.

Bouscasse, B., Colagrossi, A., Souto-Iglesias, A., Cercos-Pita, J.L., (2014a). Mechanical energy dissipation induced by sloshing and wave breaking in a fully coupled angular motion system. I. Theoretical formulation and numerical investigation. *Phys. Fluids* 26, 033103.

Bouscasse, B., Colagrossi, A., Souto-Iglesias, A., Cercos-Pita, J.L., (2014b). Mechanical energy dissipation induced by sloshing and wave breaking in a fully coupled angular motion system. II. Experimental investigation. *Phys. Fluids* 26, 033104.

Buldakov, E., (2014). Lagrangian modelling of fluid sloshing in moving tanks. *J. Fluids and Struct.* 45, pp. 1-14.

Chen, B.F., Chiang, H.W., (2000). Complete two-dimensional analysis of sea wave-induced fully non-linear sloshing fluid in a rigid floating tank. *Ocean Eng.* 27, pp. 953–977.

Celis, M.A.C., Wanderley, J.B.V., Neves, M.A.S., (2013). A numerical simulation of 2D dam breaking. 32th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Nantes, France, June 9 –14, 2013.

Colagrossi, A., Landrini, M., (2003). Numerical Simulation of Interfacial Flows by Smoothed Particle Hydrodynamics. *Journal of Computational Physics* 191 (2), pp. 448-475.

Colagrossi, A., Lugni, C., Greco, M., Faltinsen, O.M., (2004). Experimental and numerical investigation of 2D sloshing with slamming. *Proceedings of 19th IWWFEB*, Italy.

Cummins, W., (1962). The impulse response function and ship motions. *Schiffstechnik* 9, 101–109.

Davis J., (2008), *High Tech Cowboys of the Deep Seas: The Race to Save the Cougar Ace*, http://www.wired.com/science/discoveries/magazine/16-03/ff_seacowboys.

Faltinsen, O.M., (1974). A nonlinear theory of sloshing in rectangular tanks. *J. Ship Res.* 18, 224–241.

Faltinsen, O.M., (1978). A numerical nonlinear method of sloshing in tank with two-dimensional flow. *J. Ship Res.* 22, 193–202.

Faltinsen, O., (1990). *Sea loads on ships and offshore structures*. Cambridge University Press, Cambridge, UK.

Faltinsen, O.M., (2000). Multidimensional modal analysis of nonlinear sloshing in a rectangular tank with finite water depth. *J. Fluid Mech.* 407, 201–234.

Faltinsen, O.M., Timokha, A.N., (2001). Adaptive multimodal approach to nonlinear sloshing in a rectangular tank. *J. Fluid Mech.* 432, 167-200.

Fonfach, J.M., Manderbacka, T. and Neves M.A.S. (2016). Numerical sloshing simulations: Comparison between Lagrangian and lumped mass models applied to two compartments with mass transfer. *Ocean Eng.* 114, 168-184.

Fonfach, JM, .and Neves, M.A.S. (2016). Coupled time domain method for ship dynamics and sloshing flows. International Conference in Hydrodynamic 2016, Holland.

Gao, Z., Gao, Q., Vassalos D., (2013). Numerical study of damaged ship flooding in beam seas. Ocean Eng. 61, 77-87.

Gotoh, H., (2009). Lagrangian particle method as advanced technology for numerical wave flume. Int. J. Offshore Polar Engrg. 19, pp. 161–167.

Hu, C., Sueyoshi, M., (2010). Numerical Simulation and Experiment on Dam Break Problem. J. Marine. Sci. Appl. 9, pp. 109-114.

Huang, S., Duan, W., Zhang, H., (2012). A Coupled Analysis of Nonlinear Sloshing and Ship Motion. J. Marine Sci. Appl. 11, pp. 427-436.

Ibrahim, R.A., (2005). Liquid Sloshing Dynamics: Theory and Applications. Cambridge University Press, Cambridge.

Idelsohn, S.R., Oñate, E., Del Pin, F., (2003). A Lagrangian meshless finite element method applied to fluid–structure interaction problems. Computers and Structures 81, pp. 655–671

Journe ´e, J.M.J., (1997). Liquid cargo and its effect on ship motions. Proceedings of the Six International Conference on Stability of Ships and Ocean Structures, Stab'97, Varna, Bulgaria, pp. 22–27.

Khayyer, A., Gotoh, H., (2009). Modified Moving Particle Semi-implicit methods for the prediction of 2D wave impact pressure. Coastal Engineering 56, pp. 419–440.

Kim, J.W., Sim, I.H., Shin, Y., Kim, Y.S., Bai, K.J., (2003). A three-dimensional finite element computation for the sloshing impact pressure in LNG tank. Proceedings of 13th ISOPE, Honolulu.

Kim, J.W., Kim, K., Kim P.S., Shin Y.S., (2005). Sloshing-Ship Motion Coupling Effect for the Sloshing Impact Load on the LNG Containment System. ISOPE conference held in Seoul, Korea, June, pp. 19-24.

Kim, Y., (2001). Numerical simulation of sloshing flows with impact load. *Appl. Ocean Res.* 23, pp. 53–62.

Kim, Y., (2002). A numerical study on sloshing flows coupled with the ship motion; anti-rolling tank problem. *J. Ship Res.* 46 (1), pp. 52–62.

Kim, Y., Shin, Y.S., Lee, K.H., (2004) Numerical study on slosh-induced impact pressures on three-dimensional prismatic tanks. *Appl. Ocean Res.* 26, pp. 213–226.

Kim, Y., Nam, B.W., Kim, D.W., Kim, Y. S., (2007). Study on coupling effects of ship motion and sloshing. *Ocean Res.* 34, pp. 2176–2187.

Krata, P. (2013). The Impact of Sloshing Liquids on Ship Stability for Various Dimensions of Partly Filled Tanks. *The International Journal on Marine Navigation and Safety of Sea Transportation* 7 (4), pp. 481-489.

Koshizuka, S., Oka, Y., Tamako, H., (1995). A particle method for calculating splashing of incompressible viscous fluid. *International Conference, Mathematics and Computations, Reactor Physics, and Environmental Analyses 2*, pp. 1514–1521.

Koshizuka, S. and Oka, Y. (1996). Moving particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid, *Nuclear Science and Engineering* 123, pp. 421-434.

Koshizuka, S., Nobe, A. and Oka, Y., (1998). Numerical Analysis of Breaking Waves Using the Moving Particle Semi-implicit Method, *Int. J. Numer. Meth. Fluid* 26, pp. 751-769.

Landrini, M., Colagrossi, A., Faltinsen, O.M., (2003). Sloshing in two-dimensional flows by SPH method. In: *Proc. Eighth Int. Conf. Numer. Ship Hydrodyn.*, Pusan, Korea.

Lee, D.H., Kim, M.H., Kwon, S.H., Kim, J.W., Lee, Y.B., (2007a). A parametric sensitivity study on LNG tank sloshing loads by numerical simulations. *Ocean Eng.* 34, pp. 3–9.

Lee, D.Y., Choi, H.S., Faltinsen, O.M., (2010). A study on the sloshing effect on the motion of 2D boxes in regular waves. *J. Hydrodynamics* 22 (5), pp. 446-451.

Lee, S.J., (2008). The effects of LNG-Sloshing on the global responses of LNG-carriers. Phd dissertation, Texas A&M University.

Lee, S.J., Kim, M.H., Lee, D.H., Kim, J.W., Kim, Y.H., (2007b). The effects of LNG tank sloshing on the global motions of LNG carriers. *Ocean Eng.* 34, pp. 10–20.

Lee, S.J., Kim, M.H., (2008). The effects of tank sloshing on LNG vessel and floating terminal responses. *IWWFEB*.

Li, H., Li, J., Zong, Z., Chen, Z., (2014). Numerical studies on sloshing in rectangular tanks using a tree-based adaptive solver and experimental validation. *Ocean Eng.* 82, pp. 20–31.

Li, Y.L., Zhu, R.C., Miao, G.P., Fan J., (2012). Simulation of tank sloshing based on Open-Foam and coupling with ship motions in time domain. *J. Hydrodynamics* 24 (3), pp. 450-457.

Lugni, C., Brocchini, M., Faltinsen, O.M., (2006). Wave impact loads: The role of the flip-through. *Phys. Fluids* 18, 122101, 1–17.

Ma, Q. W., Zhou, J., (2009). MLPG_R method for numerical simulation of 2D breaking waves. *Comput Modeling Eng Sci.* 43(3), pp. 277–304.

Manderbacka, T.L., Vitola, M., Celis M.A.C., Matusiak, J.E., Neves, M.A.S., Esperança, P.T.T., (2013). Influence of sloshing on the transfer of water between neighbouring compartments considering three different opening configurations. 32th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering, Nantes, France, June 9 –14, 2013.

Manderbacka, T., Kulovesi, J., Celis, M.A.C., Matusiak, J.E., Neves, M.A.S., (2014a). Model tests on the impact of the opening location on the water motions in a flooded tank with two compartments. *Ocean Eng.* 8, 67–80.

Manderbacka, T.L., Vincent, J., Thomas, C., Mikkola, T., Matusiak, J.E., (2014b). Sloshing forces on a tank with two compartments, application of the pendulum model and CFD. In: *Proceedings of the ASME 2014 33rd International Conference on*

Ocean, Offshore and Arctic Engineering (OMAE). June 8-13, San Francisco, California, USA.

Martin, J.C., Moyce, W.J., (1952). An Experimental Study of the Collapse of Liquid Columns on a Grid Horizontal Plate.’, *Phys. Trans. R. Soc. Lond. Ser. A. Math. Phys. Eng.Sci.* 244, pp. 312-324.

Malenica, S., Zalar, M., Chen, X.B., (2003). Dynamic coupling of seakeeping and sloshing. *Proceedings of the 13th International Offshore and Polar Engineering Conference, Hawaii, USA, Vol. 3, pp. 484–490.*

Mikelis, N.E., Journe’e, J.M.J., (1984). Experimental and numerical simulations of sloshing behaviour in liquid cargo tanks and its effect on ship motions. *National Conference on Numerical Methods for Transient and Coupled Problems, Venice, Italy, pp. 9–13.*

Mitra, S., Wang, C.Z., Reddy, J.N., Khoo, B.C., (2012). A 3D fully coupled analysis of nonlinear sloshing and ship motion. *Ocean Eng.* 39, pp. 1-13.

Moirod, N., Baudin, E., Henry, J., Diebold, L., Zalar M., (2009). *Proceedings of the Nineteenth International Offshore and Polar Engineering Conference, Osaka, Japan, June 21-26, 2009.*

Nam, B.W., Kim, Y., (2007). Effects of Sloshing on the Motion Response of LNG-FPSO in Waves. *22nd IWWF, Plitvice, Croatia.*

Nasar, T., Sannasiraj, S.A., Sundar, V., (2008). Experimental study of liquid sloshing dynamics in a barge carrying tank. *Fluid Dynamics Research* 40, pp. 427–458.

Neves, M.A.S., (2006), *Dinâmica do Navio, Programa de Engenharia Oceânica, Departamento de Engenharia Naval e Oceânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.*

Newman, J.N., (1985). The evaluation of free-surface Green functions. *Proceeding of the 4th International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, National Academy Press, Washington, DC, pp. 4–19.*

Newman, J.N., (1992). The approximation of free-surface Green functions. *Wave Asymptotic*. Cambridge University Press, Cambridge, pp. 107–135.

Olsen H., (1970). Unpublished sloshing experiments at the Technical University of Delft, Delft, The Netherlands.

Perez, T., Fossen, T., (2008). Time-domain vs. frequencydomain identification of parametric radiation force models for marine structures at zero speed. *Modelling, Identification and Control* 29 (1), pp. 1-19.

Pistani, F., Thiagarajan, K., (2012). Experimental measurements and data analysis of the impact pressures in a sloshing experiment. *Ocean Eng.* 52, pp. 60-74.

Rognebakke, O.F., Faltinsen, O.M., (2003). Coupling of sloshing and ship motions. *J. Ship Res.* 47 (3), 208–221.

Ruoponen, P., (2007). *Progressive Flooding of a Damaged Passenger Ship*, PhD Thesis, Helsinki University of Technology.

Salvesen, N., Tuck, E., Faltinsen, O. M., (1970). Ship motions and sea loads. *Transactions of the Society of Naval Architects and Marine Engineers* 78, pp. 250-287.

Sato, Y., Miyata, H., Sato, T., (1999). CFD simulation of 3-dimensional motion of a ship in waves: application to an advancing ship in regular waves. *Marine Science and Technology* 4, pp. 108-116.

Shakibaeinia, A., Jin, Y.C., (2010). A weakly compressible MPS method for simulation open-boundary free-surface flow. *Int. J. Numer. Methods Fluids* 63, pp. 1208–123.

Spanonidis, C.C., Spyrou, K.J., (2011). Parametric nonlinear sloshing in a 2D rectangular tank with finite liquid depth. *Sustainable Maritime Transportation and Exploitation of Sea Resources*, pp. 101-108.

Tanaka, M., and Masugana, T., (2010). Stabilization and smoothing of pressure in MPS method by Quasi-Compressibility. *J. of Comp. Physics* 229, 4279–4290.

Thiagarajann, (K.P., Rakshit, D., Repalle N., (2011). The air–water sloshing problem: Fundamental analysis and parametric studies on excitation and fill levels. *Ocean Eng.* 38, pp. 498-508.

WAMIT V.7.0. User Manual V.7.0, Massachusetts Institute of Technology, www.wamit.com.

Warnitchai, P., Pinkaew, T., (1998). Modelling of liquid sloshing in rectangular tanks with flow-dampening devices. *Engin. Struct.* 20, pp. 593-600.

Washizu, K., Ikegawa, M., (1974). Some applications of finite element method to fluid mechanics. *Theor. Appl. Mech.* 22, pp. 143–154.

Wehausen, J.V., Laitone, E.V., (1960). *Surface Waves*. Flugge, S. (Ed.), *Handbuch Der Physik*, Springer, Berlin, 9, pp. 446–778.

Wen-hua, Z., Yang, J.M., Hu, Z.Q., Xiao, L.F., (2012). Experimental investigation of effects of inner-tank sloshing on hydrodynamics of an FLNG system. *J. Hydrodynamics* 24 (1), pp. 107-115.

Wheeler, J.D., (1970). Method for calculating forces produced by irregular waves. *J. of Petroleum Technology*. Vol. 22, no 3, pp. 359-367.

XiaoSong, Z., Liang, C., Lin, L., Bin, T., (2011). Implementation of the moving particle semi-implicit method on GPU. *Science china, Physics, Mechanics & Astronomy* 54 (3), pp. 523-532.

Xing, Z., Duan, W.Y., Ma, Q.W., (2012). A new scheme for identifying free surface particles in improved SPH. *Science China Physics, Mechanics and Astronomy*. Vol 55 (8), pp. 1454 – 1463.

Zienkiewicz, O.C., and Codina, R., (1995). A general algorithm for compressible and incompressible flow- Part I: The split, characteristic-based scheme. *J. Numerical Method in Fluid*. Vol 20. No 8-9, pp. 869-885.

Zhu, R.Q., Zou, R., Miao, Q.M., Li, C., (2012). The method used to predict ship motions coupled with liquid sloshing. *Proceedings of the Twenty-second, International Offshore and Polar Engineering Conference Rhodes, Greece, June 17–22, 2012*.