

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DA INJEÇÃO DE ÁGUA COMO  
MÉTODO DE RECUPERAÇÃO SUPLEMENTAR PARA UM  
CAMPO COM ALTO GRAU DE EXPLOTAÇÃO**

**Marcelo Danemberg Marsili**

**PROJETO FINAL SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO CURSO DE  
ENGENHARIA DO PETRÓLEO DA ESCOLA POLITÉCNICA DA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE  
INTEGRANTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO  
GRAU DE ENGENHEIRO DO PETRÓLEO.**

**Aprovado por:**

---

Prof. Paulo Couto, D.Sc.  
(Orientador)

---

Prof. Abelardo de Sá Neto, D.Sc.  
(Co-orientador)

---

Prof. Luiz Landau, D.Sc.

**RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL**

**DEZEMBRO, 2008**

## **Dedicatória**

Aos meus pais, Mariangela e Aluisio, e irmãos, Gustavo e Bruno, pela confiança e apoio incondicional em todas as decisões importantes, situações difíceis e pelos recorrentes momentos de felicidade proporcionados.

À Claudia Aronne, pela paciência, preocupação, amizade e apoio em todas as decisões difíceis no decorrer deste último ano. Também, pelos conselhos sempre inteligentes e bem colocados nas mais variadas situações.

## **Agradecimentos**

Gostaria de expressar agradecimento à Agência Nacional do Petróleo por financiar os recursos humanos envolvidos neste trabalho através do PRH/ANP/MCT-21.

À Computer Modeling Group (CMG – Canadá), pelo suporte dado a este trabalho através da cessão da suíte de softwares de simulação de reservatórios.

Aos professores Paulo Couto, Abelardo de Sá Neto e Alexandre Mussumeci, pela confiança, dedicação, oportunidades oferecidas e ensinamentos transmitidos durante estes cinco anos de formação.

À minha amiga Paula Panaro Castiñeira que foi de extrema importância na evolução do trabalho e na construção de todo o conhecimento adquirido em sua confecção. Sua parceria foi primordial na realização deste projeto.

Aos amigos da Engenharia de Petróleo, pelos momentos de descontração e companheirismo durante estes cinco anos de convivência.

Aos amigos da PGT, pela agradável convivência e conhecimento compartilhado. Em especial, Carlos Alberto, Glauco, Richard, Jason, Claudia Bonelli e Claudia Aronne.

Aos amigos Roberto, Renata, Bernardo, Michel, Grillo, Simone, Guilherme, Werther, Carol Porto, Fernando, Gisele e Bruno pelos momentos bons e apoio em momentos difíceis ao longo de tantos anos.

# Sumário

<b>Nomenclatura</b> .....	<b>vi</b>
<b>Lista de Figuras</b> .....	<b>xii</b>
<b>Lista de Tabelas</b> .....	<b>xiv</b>
<b>Resumo</b> .....	<b>xv</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>xvi</b>
<b>1. Introdução</b> .....	<b>1</b>
1.1. Relevância do tema.....	1
1.2. Objetivos e metodologia.....	2
1.3. Estrutura .....	3
<b>2. Engenharia de Reservatórios</b> .....	<b>5</b>
2.1. Estimativa do volume <i>in situ</i> e previsão de comportamento de reservatórios..	5
2.2. Equação de fluxo em meio poroso .....	12
<b>3. Simulação Numérica de Reservatórios</b> .....	<b>21</b>
3.1. Malhas e discretização das derivadas .....	23
3.2. Equações de fluxo em diferenças finitas .....	27
3.3. Condições iniciais e de contorno .....	33
<b>4. Injeção de Água</b> .....	<b>35</b>
4.1. Histórico da injeção de água.....	35
4.2. Fatores que afetam a injeção de água .....	36
4.3. Padrões de injeção .....	39
<b>5. Modelo Físico do Reservatório</b> .....	<b>46</b>
5.1. Histórico de produção primária .....	50

5.2.	Injeção de água para a recuperação da produção .....	52
5.3.	Esquemas de injeção propostos .....	53
<b>6.</b>	<b>Análise dos Resultados .....</b>	<b>57</b>
6.1.	Análise econômica e comparação dos resultados.....	60
<b>7.</b>	<b>Conclusões .....</b>	<b>65</b>
<b>8.</b>	<b>Referências Bibliográficas .....</b>	<b>67</b>

## Nomenclatura

$A$	Área normal ao fluxo .....	$[m^2]$
$A_x$	Área normal à direção $x$ .....	$[m^2]$
$A_y$	Área normal à direção $y$ .....	$[m^2]$
$A_z$	Área normal à direção $z$ .....	$[m^2]$
$B$	Fator volume-formação .....	$[m^3/m^3std]$
$B_g$	Fator volume-formação do gás .....	$[m^3/m^3std]$
$B_{gi}$	Fator volume-formação do gás nas condições iniciais .....	$[m^3/m^3std]$
$B_o$	Fator volume-formação do óleo.....	$[m^3/m^3std]$
$B_{oi}$	Fator volume-formação do óleo nas condições iniciais.....	$[m^3/m^3std]$
$B_w$	Fator volume-formação da água .....	$[m^3/m^3std]$
$c$	Compressibilidade .....	$[(kgf/cm^2)^{-1}]$
$D$	Taxa de declínio da produção .....	$[d^{-1}]$
$D_i$	Taxa inicial de declínio da produção .....	$[d^{-1}]$
$G$	Volume original de gás <i>in place</i> .....	$[m^3std]$
$g$	Aceleração da gravidade .....	$[m/s^2]$
$k$	Permeabilidade absoluta .....	$[mD]$
$k_r$	Permeabilidade relativa .....	$[-]$
$k_g$	Permeabilidade relativa ao gás .....	$[-]$
$k_o$	Permeabilidade relativa ao óleo.....	$[-]$
$k_w$	Permeabilidade relativa à água .....	$[-]$

$k_x$	Permeabilidade na direção $x$ .....	[mD]
$k_y$	Permeabilidade na direção $y$ .....	[mD]
$k_z$	Permeabilidade na direção $z$ .....	[mD]
$m$	Massa .....	[kg]
$m_a$	Massa acumulada no volume de controle .....	[kg]
$m_i$	Massa que entra no volume de controle .....	[kg]
$m_o$	Massa que sai do volume de controle .....	[kg]
$m_s$	Massa que entra/sai do volume de controle por uma fonte externa .....	[kg]
$N$	Volume original de óleo <i>in place</i> .....	[m <sup>3</sup> std]
$n$	Expoente das curvas de declínio de Arps .....	[-]
$P_{cgo}$	Pressão capilar gás/óleo .....	[kgf/cm <sup>2</sup> ]
$P_{cow}$	Pressão capilar óleo/água .....	[kgf/cm <sup>2</sup> ]
$p$	Pressão .....	[kgf/cm <sup>2</sup> ]
$p_g$	Pressão do gás .....	[kgf/cm <sup>2</sup> ]
$p_o$	Pressão do óleo .....	[kgf/cm <sup>2</sup> ]
$p_w$	Pressão da água .....	[kgf/cm <sup>2</sup> ]
$\vec{\nabla}p$	Vetor gradiente de pressão .....	[kgf/cm <sup>2</sup> /m]
$q$	Vazão .....	[m <sup>3</sup> /d]
$q_i$	Vazão no instante inicial .....	[m <sup>3</sup> /d]
$q_{gsc}$	Vazão de gás nas condições-padrão .....	[m <sup>3</sup> std/d]
$q_{lsc}$	Vazão da fase $l$ nas condições-padrão .....	[m <sup>3</sup> std/d]

$q_{osc}$	Vazão de óleo nas condições-padrão .....	$[m^3 \text{std/d}]$
$q_{wsc}$	Vazão de água nas condições-padrão .....	$[m^3 \text{std/d}]$
$q_{sc}$	Vazão nas condições-padrão.....	$[m^3 \text{std/d}]$
$q_x$	Vazão na direção $x$ .....	$[m^3/d]$
$q_y$	Vazão na direção $y$ .....	$[m^3/d]$
$q_z$	Vazão na direção $z$ .....	$[m^3/d]$
$R_s$	Razão de solubilidade .....	$[m^3 \text{std}/ m^3 \text{std}]$
$S$	Saturação.....	$[-]$
$S_g$	Saturação de gás .....	$[-]$
$S_o$	Saturação de óleo.....	$[-]$
$S_w$	Saturação de água .....	$[-]$
$\bar{S}_{wi}$	Saturação média de água inicial .....	$[-]$
$T$	Temperatura absoluta.....	$[K]$
$T_{lx}$	Transmissibilidade da fase $l$ na direção $x$ .....	$[m.mD/cP]$
$T_{ly}$	Transmissibilidade da fase $l$ na direção $y$ .....	$[m.mD/cP]$
$T_{lz}$	Transmissibilidade da fase $l$ na direção $z$ .....	$[m.mD/cP]$
$t$	Tempo .....	$[s]$
$\vec{u}$	Vetor de velocidade aparente .....	$[m^3/ (d.m^2)]$
$u_x$	Velocidade aparente na direção $x$ .....	$[m^3/ (d.m^2)]$
$u_y$	Velocidade aparente na direção $y$ .....	$[m^3/ (d.m^2)]$
$u_z$	Velocidade aparente na direção $z$ .....	$[m^3/ (d.m^2)]$
$V$	Volume .....	$[m^3]$



$V_{sc}$	Volume nas condições-padrão .....	[m <sup>3</sup> std]
$V_b$	Volume de controle .....	[m <sup>3</sup> ]
$V_{res}$	Volume do reservatório .....	[m <sup>3</sup> ]
$w$	Vazão mássica .....	[kg/d]
$w_s$	Vazão mássica da fonte externa .....	[kg/d]
$w_x$	Vazão mássica na direção $x$ .....	[kg/d]
$w_y$	Vazão mássica na direção $y$ .....	[kg/d]
$w_z$	Vazão mássica na direção $z$ .....	[kg/d]
$x$	Distância na direção $x$ no sistema de coordenadas cartesianas .....	[m]
$y$	Distância na direção $y$ no sistema de coordenadas cartesianas.....	[m]
$Z$	Elevação em relação ao <i>datum</i> (positivo para baixo) .....	[m]
$\vec{\nabla}Z$	Vetor gradiente de elevação.....	[-]
$z$	Distância na direção $z$ no sistema de coordenadas cartesianas .....	[m]

### Símbolos Gregos:

$\Delta p$	Diferença de pressão .....	[kgf/cm <sup>2</sup> ]
$\Delta t$	Intervalo de tempo .....	[s]
$\Delta x$	Dimensão na direção $x$ .....	[m]
$\Delta x_i$	Dimensão da célula $i$ na direção $x$ .....	[m]
$\Delta y$	Dimensão na direção $y$ .....	[m]
$\Delta z$	Dimensão na direção $z$ .....	[m]
$\varepsilon_{i,n}$	Erro no cálculo da pressão na célula $i$ (instante $n$ ) .....	[kgf/cm <sup>2</sup> ]
$\Phi$	Potencial .....	[kgf/cm <sup>2</sup> ]
$\Phi_g$	Potencial do gás .....	[kgf/cm <sup>2</sup> ]

$\Phi_o$	Potencial do óleo .....	[kgf/cm <sup>2</sup> ]
$\Phi_w$	Potencial da água .....	[kgf/cm <sup>2</sup> ]
$\vec{\nabla}\Phi$	Vetor gradiente de potencial .....	[kgf/cm <sup>2</sup> /m]
$\phi$	Porosidade .....	[ - ]
$\lambda$	Fator de amplificação do erro .....	[ - ]
$\mu$	Viscosidade .....	[cP]
$\mu_g$	Viscosidade do gás .....	[cP]
$\mu_o$	Viscosidade do óleo .....	[cP]
$\mu_w$	Viscosidade da água .....	[cP]
$\rho$	Massa específica .....	[kg/m <sup>3</sup> ]
$\rho_{sc}$	Massa específica nas condições-padrão .....	[kg/m <sup>3</sup> ]

**Subscritos:**

$()_g$	Fase gás
$()_i$	Inicial
$()_i$	Célula (ou bloco) <i>i</i>
$()_l$	Fase <i>l</i> (gás, óleo ou água)
$()_o$	Fase óleo
$()_w$	Fase água
$()_{res}$	Reservatório
$()_{sc}$	Condições-padrão
$()_t$	Instante de tempo <i>t</i>
$()_{t+\Delta t}$	Instante de tempo <i>t</i> + $\Delta t$
$()_x$	Direção <i>x</i>

$(\ )_y$  Direção  $y$

$(\ )_z$  Direção  $z$

**Sobrescritos:**

$(\ )^n$  Nível de tempo antigo

$(\ )^{n+1}$  Nível de tempo atual (ou novo)

**Siglas e Abreviaturas:**

CAPEX Custos de investimento (*Capital Expenditure*)

CLSS Contribuição Social sobre o Lucro Líquido

COFINS Contribuição para Financiamento da Seguridade Social

EBM Equação de balanço de materiais

EDP Equação diferencial parcial

NTG *Net to gross*

OPEX Custos operacionais (*Operational Expenditure*)

PIS Programas de Integração Social

PVT Pressão/volume/temperatura

RAO Razão água/óleo

RGO Razão gás/óleo

TIR Taxa interna de retorno

VPL Valor presente líquido

## Lista de Figuras

Figura 1. Representação de uma estrutura anticlinal no modelo tridimensional de simulação (Ertekin <i>et al.</i> , 2001).....	11
Figura 2. Volume de controle em coordenadas retangulares.....	13
Figura 3. Malha 2D, não uniforme, retangular de blocos centrados (Ertekin <i>et al.</i> , 2001). .....	23
Figura 4. Malha 2D, não uniforme, retangular de pontos distribuídos (Ertekin <i>et al.</i> , 2001).....	24
Figura 5. Malha unidimensional de blocos centrados (modificado de Ertekin <i>et al.</i> , 2001).....	27
Figura 6. Esquema representando a contribuição de cada célula e seu nível de tempo na equação explícita para o bloco $i$ (modificado de Ertekin <i>et al.</i> , 2001).....	31
Figura 7. Esquema representando a contribuição de cada célula e seu nível de tempo na equação implícita para o bloco $i$ (modificado de Ertekin <i>et al.</i> , 2001). ....	32
Figura 8. Esquema de injeção periférica no início do projeto. ....	41
Figura 9. Esquema de injeção periférica no final do projeto. ....	41
Figura 10. Esquema de injeção no topo e na base da estrutura. ....	42
Figura 11. Injeção em linha direta. ....	43
Figura 12. Injeção em linhas esconsas.....	44
Figura 13. Malha <i>five-spot</i> .....	44
Figura 14. Malha <i>seven-spot</i> .....	45
Figura 15. Malha <i>nine-spot</i> .....	45
Figura 16. Mapa de saturação de óleo e localização dos poços. ....	48
Figura 17. Mapa de permeabilidade horizontal (mD) do modelo de simulação. ....	48

Figura 18. Curva de permeabilidade relativa óleo/água <i>versus</i> saturação de água. ....	49
Figura 19. Permeabilidade relativa ao óleo para o sistema trifásico. ....	49
Figura 20. Depleção do campo por produção primária. ....	50
Figura 21. Produção de óleo e fator de recuperação do campo. ....	51
Figura 22. Injeção periférica para o modelo de reservatório. ....	54
Figura 23. Malha <i>five-spot</i> para o modelo. ....	55
Figura 24. Injeção em linha I. ....	56
Figura 25. Injeção em linha II. ....	56
Figura 26. Produção de óleo e fator de recuperação final. ....	57
Figura 27. Produção de água no campo. ....	58
Figura 28. RAO do campo para os esquemas de injeção simulados. ....	59
Figura 29. Pressão média no reservatório para os casos simulados. ....	60
Figura 30. Sensibilidade do VPL ao preço do petróleo. ....	63
Figura 31. Composição do VPL a cada ano de produção. ....	63
Figura 32. Relação entre o VPL e o número de poços injetores. ....	64

## Lista de Tabelas

Tabela 1. Malha de simulação. ....	46
Tabela 2. Propriedades de rocha. ....	47
Tabela 3. Propriedade dos fluidos na pressão de saturação. ....	47
Tabela 4. Relação de poços para cada esquema de injeção. ....	56
Tabela 5. Custos de CAPEX e OPEX. ....	61
Tabela 6. Parâmetros da avaliação econômica. ....	62
Tabela 7. Resultados da simulação até o ano 2045. ....	62

## Resumo

O desenvolvimento de campos com alto grau de exploração tem ocupado posição de destaque no atual contexto mundial de alta dos preços do petróleo, reservas mundiais declinantes e instabilidade política nas principais regiões produtoras. Este trabalho sugere e discute alternativas para um projeto de recuperação suplementar de um campo hipotético com alto grau de exploração através da injeção de água no reservatório. O modelo do reservatório estudado foi desenvolvido utilizando-se um simulador numérico do tipo *black oil*, levando em consideração as diversas heterogeneidades inerentes aos reservatórios reais. Com um modelo de reservatório implementado, foi simulada uma produção primária por 11 anos, com um mecanismo de influxo de água muito fraco conjugado a um mecanismo de gás em solução. Durante a produção, a pressão diminuiu significativamente. Cinco projetos de injeção de água foram propostos para recuperação da pressão do reservatório e produtividade dos poços. Os resultados foram obtidos por simulação numérica e as alternativas de projeto foram comparadas economicamente pelo critério do valor presente líquido (VPL). Ao final de 36 anos de recuperação suplementar, o esquema de injeção que se mostrou mais atrativo foi o *five-spot*, com recuperação final de aproximadamente 42% e VPL estimado em 70 milhões de dólares para uma projeção de preço fixo do barril de petróleo em 70 dólares.

Palavras-chave: Simulação de Reservatórios, Injeção de Água, Análise Econômica.

## **Abstract**

Development of mature oil fields has been a key issue in a world scenario of high crude oil prices, declining reserves and political instability in the main producing regions. The present work proposes a discussion about different secondary recovery projects for a hypothetical mature field subjected to water injection into the reservoir. The reservoir model was built using a numeric black oil simulator, taking into account several heterogeneities associated to real reservoirs, thus being able to predict near-realistic performances. The model was implemented and it was simulated a primary production for 11 years under solution gas drive and very weak water influx. During the course of production, reservoir pressure decreased substantially. Five waterflooding projects were suggested as a remedy to restore the reservoir pressure and well productivities. Results were obtained by numerical simulation and compared by the net present value (NPV) economic criteria of project analysis. After the simulation of 36 years of production considering waterflooding, the most attractive project proved to be the five-spot pattern, with a 42% estimated oil recovery and 70 million dollars NPV for a fixed crude oil price of 70 dollars per barrel.

*Keywords:* Reservoir Simulation, Waterflooding, Economic Analysis.



# 1. Introdução

## 1.1. Relevância do tema

A depleção de reservatórios de petróleo ocorre inevitavelmente ao longo do tempo quando estes se encontram sob a ação de mecanismos primários de produção, ou seja, com a produção impulsionada apenas pela energia própria existente, sem nenhuma intervenção externa. Isto resulta, na grande maioria dos casos, em altas razões gás-óleo (RGO) e baixas vazões de produção. Conseqüentemente, a recuperação primária do óleo existente nestas acumulações, em geral, não ultrapassa 20% do volume original *in place* para campos de óleo leve e 10% para campos de óleo pesado.

Os métodos de recuperação secundária, inicialmente assim denominados por atuarem cronologicamente em uma etapa posterior à produção primária, conhecidos também como Métodos Convencionais de Recuperação, foram historicamente concebidos para gerenciar a pressão do reservatório e estabilizá-la, baseados na idéia de que as baixas recuperações eram resultados de baixas pressões nos reservatórios (Thomas, 2004). A injeção de água no reservatório é a principal técnica desta categoria e tem por finalidade manter e/ou elevar os níveis de pressão no reservatório, além de promover o deslocamento imiscível do óleo no meio poroso pelo fluido injetado.

Como nem sempre os aspectos mais críticos do fluxo dos fluidos nos meios porosos é a baixa pressão, a injeção de fluidos para o deslocamento do óleo e repressurização do reservatório nem sempre resultava em sucesso. Neste contexto, visando operar sobre os mais variados processos que contribuem para a retenção exagerada de óleo no reservatório, surgiram os Métodos Especiais de Recuperação, antes conhecidos como métodos terciários de recuperação, ainda por razões cronológicas. Como exemplo, podem ser citados os métodos térmicos, indicados para campos de óleos pesados e que agem na redução da viscosidade do óleo e favorecem a sua mobilidade.

Feitas as considerações em que esta não é aplicável, a injeção água ainda é o método de recuperação suplementar mais utilizado no mundo e o que contribui com a

maior parcela de aumento da produção e reservas. Segundo Pizarro (2002), somente nos Estados Unidos da América, cerca de 50% da produção de óleo são creditados a esse método. Em 1955, a injeção de água já contribuía com mais de 10% da produção norte-americana, então estimada em 1 milhão de metros cúbicos por dia.

Diversas são as técnicas existentes para a previsão de comportamento de reservatórios, conforme serão posteriormente descritas no capítulo subsequente. Uma delas, a simulação numérica, recebe destaque por ser capaz de resolver problemas que não são solucionáveis por nenhum outro método. São ideais para o acompanhamento de campos de petróleo e para a avaliação e comparação do desempenho de reservatórios sujeitos às mais diversas estratégias de recuperação suplementar, podendo estudar, por exemplo, a localização ótima dos poços para a implantação de programa de injeção de água. Os simuladores numéricos comerciais podem incorporar em sua análise as diversas condições operacionais existentes na prática, além de serem capazes de descrever o reservatório em termos de suas propriedades físicas e dos fluidos *in situ* de forma bastante precisa.

Associado a qualquer análise de simulação numérica deve haver uma avaliação econômica acompanhando os estudos realizados. Não menos importante do que a previsão de produção dos fluidos ao longo da vida do campo é a contabilização de todos os gastos decorrentes do plano de desenvolvimento adotado, como os custos de operacionais, os investimentos iniciais, as deduções, participações governamentais e os impostos. Assim, a escolha da melhor estratégia para o desenvolvimento de um campo deve sempre ser apoiada em uma avaliação econômica, garantindo assim que não serão produzidos volumes cujos gastos associados sejam maiores do que as receitas por eles geradas.

## **1.2. Objetivos e metodologia**

Este trabalho tem como objetivo o estudo técnico e econômico de um projeto de recuperação suplementar para um campo hipotético com alto grau de exploração situado em terra através da injeção de água no reservatório. Diversas alternativas para o arranjo dos poços de injeção no campo são sugeridas, testadas e analisadas, resultando na

escolha do melhor projeto de recuperação. Como estudo de caso é utilizado um modelo de reservatório desenvolvido com um grande número de heterogeneidades visando a uma reprodução mais precisa das condições existentes em campos reais. Este campo hipotético produziu durante onze anos com energia natural e apresenta, no fim de 2008, as características comuns de campos maduros e depletados.

A implementação e a previsão do desempenho dos projetos de injeção aqui sugeridos foram obtidas através de simulação numérica, assim como o histórico de produção do campo até o momento do início da injeção de água. As simulações e o modelo de reservatório foram desenvolvidos no simulador “*Black Oil*” IMEX da CMG<sup>TM</sup>. A viabilidade dos projetos de injeção de água foi estudada através de uma análise econômica, levando-se em consideração os volumes adicionais de produção e injeção, os custos operacionais, os investimentos de capital e as deduções e impostos incidentes sobre a produção de campos em terra no Brasil. O critério utilizado para comparação e decisão do melhor projeto de injeção a ser adotado para este campo é o do valor presente líquido (VPL), considerando um preço do barril de petróleo constante ao longo dos anos da projeção.

### **1.3. Estrutura**

Este trabalho está organizado da seguinte maneira:

O Capítulo 2 apresenta as técnicas mais comuns para a estimativa dos volumes *in situ* de acumulações de hidrocarbonetos e previsão do comportamento futuro de reservatórios de petróleo. O objeto é apresentar estes métodos com enfoque nas suas aplicações e limitações, de forma a destacar a simulação numérica como a metodologia mais precisa e adequada para o caso estudado. Ainda neste capítulo são apresentados os princípios físicos básicos envolvidos na dedução da equação de fluxo em meios porosos. Estes conceitos são essenciais para a interpretação correta de resultados gerados por simuladores.

Uma vez destacada a importância da simulação numérica e demonstrado o modelo matemático a ser resolvido, o Capítulo 3 dedica-se a esclarecer os princípios básicos da

simulação. Os conceitos de discretização, solução numérica, incorporação das condições de contorno, simplificações assumidas, entre outros, são de grande importância para os usuários dos simuladores. Por se tratar de uma ferramenta essencialmente de solução numérica, os simuladores, quando utilizados erroneamente, podem gerar resultados fisicamente inconsistentes e até absurdos. A utilização prudente desta ferramenta de forma pressupõe a compreensão do seu funcionamento.

O Capítulo 4 é reservado para a introdução dos conceitos de injeção de água, enfatizando os fatores relevantes a serem considerados na avaliação do reservatório candidato a este método de recuperação. Posteriormente são apresentados os esquemas de injeção mais utilizados na indústria e comumente descritos na literatura técnica que serão utilizados nos estudo de simulação realizado.

O Capítulo 5 trata da descrição das propriedades físicas do modelo de reservatório empregado neste trabalho e da interpretação do histórico de produção dos anos de produção primária. No fim, são apresentados os esquemas de injeção propostos para o estudo e as simplificações e considerações feitas para as rodadas de simulação.

Finalmente, no Capítulo 6 são apresentados os resultados obtidos da simulação numérica, assim como a análise econômica feita em cima dos mesmos. Todos os esquemas de injeção são comparados e analisados com o fim de escolher o melhor candidato a ser implantando neste campo.

## 2. Engenharia de Reservatórios

### 2.1. Estimativa do volume *in situ* e previsão de comportamento de reservatórios

Diversas são as maneiras de se estimar os volumes originais de hidrocarbonetos e as reservas de uma acumulação de petróleo. A escolha da estimativa mais adequada depende de fatores como: a época em que é realizado o estudo, a quantidade de informações disponíveis sobre o reservatório e a disponibilidade de tempo e recursos destinados ao estudo.

A seguir são apresentados os métodos mais comuns para a estimativa dos volumes de hidrocarbonetos *in situ* e para a previsão de desempenho do reservatório, enfatizando suas aplicações, limitações e características principais.

#### 2.1.1. Cálculo geométrico

O cálculo geométrico, também conhecido como método volumétrico, é um método estático utilizado para o cálculo do volume original *in place*, aplicável tanto para reservatórios de óleo quanto para reservatórios de gás (Thomas, 2004).

A determinação dos volumes *in situ* através desse método requer o conhecimento dos seguintes parâmetros: geometria do reservatório, porosidade média da rocha, perfil de saturação dos fluidos, posição do contato óleo-água e gás-óleo e fator volume de formação do fluido. Esses parâmetros são definidos por técnicas associadas à geologia/geofísica (sísmica, perfilagem) e através de análises de laboratório. A partir dos mapas gerados com essas informações, é possível calcular o volume de óleo do reservatório. A equação para a estimativa volumétrica de óleo *in place* ( $N$ ) em condições-padrão é dada por:

$$N = \frac{V_{res} \cdot \bar{\phi} \cdot (1 - \bar{S}_{wi})}{B_{oi}} \quad (1)$$

onde  $V_{res}$  representa o volume total da rocha que compõe o reservatório,  $\bar{\phi}$  a sua porosidade média,  $\bar{S}_{wi}$  a saturação média de água inicial e  $B_{oi}$  o fator volume-formação do óleo nas condições iniciais. Analogamente, para reservatórios de gás ou para a capa de gás de um reservatório de óleo, o volume original de gás medido em condições-padrão ( $G$ ) é calculado por:

$$G = \frac{V_{res} \cdot \bar{\phi} \cdot (1 - \bar{S}_{wi})}{B_{gi}} \quad (2)$$

onde  $B_{gi}$  é o fator volume-formação do gás em condições iniciais.

No desconhecimento destes parâmetros, como ocorre nas avaliações preliminares da fase exploratória, ou seja, antes da perfuração de um poço descobridor, utilizam-se dados dos métodos indiretos (sísmica) e de reservatórios próximos considerados análogos. Um tratamento mais sofisticado pode ser obtido através de uma análise de risco, através da qual os resultados são apresentados não como um valor único, mas como uma faixa de valores possíveis decorrentes do uso de distribuições de probabilidade para as variáveis de entrada para o cálculo volumétrico.

### 2.1.2. Balanço de materiais

Ao contrário do cálculo volumétrico, o método do balanço de materiais permite a dedução do volume de hidrocarbonetos *in situ* sem a necessidade de se conhecer muitos detalhes do reservatório. Por outro lado, é necessário conhecer com precisão o histórico de pressões do reservatório, a produção acumulada de fluidos e as suas propriedades PVT. Quando aplicável, uma descrição razoável do aquífero também se faz necessária.

O balanço de materiais consiste na aplicação da lei da conservação de massa para os fluidos existentes no interior da rocha-reservatório. Ou seja, a massa de fluidos existentes no reservatório em um determinado instante é a diferença entre a massa original e a massa produzida (Rosa *et. al.*, 2006). Matematicamente, este princípio é representado pela equação de balanço de materiais (EBM), que é desenvolvida na

literatura técnica para reservatórios de óleo e gás sujeitos aos diversos mecanismos de produção.

As premissas básicas que envolvem a concepção da EBM são (Satter *et al.*, 2008):

- O reservatório é visto como um tanque homogêneo, ou seja, as propriedades de rocha e fluido são as mesmas em toda a extensão do reservatório.
- As produções de injeções de fluidos ocorrem em pontos únicos de produção e injeção.
- A análise é independente da direção dos fluxos no reservatório.

Na realidade, os reservatórios não são homogêneos e a produção e injeção de fluidos distribuem-se ao longo da área do reservatório, de acordo com a localização dos poços. Além disso, os diversos poços são abertos e fechados em momentos diferentes e os fluxos de fluidos ocorrem em direções definidas. Apesar disso, a EBM é um método valioso na Engenharia de Reservatórios devido à sua formulação simples, porém robusta, apresentando em muitas situações resultados considerados “razoavelmente aceitáveis” (Satter *et al.*, 2008).

A equação do balanço de materiais, quando propriamente aplicada, pode ser utilizada para (Ahmed, 2006):

- Estimar os volumes iniciais de hidrocarbonetos *in place*.
- Prever o desempenho futuro do reservatório.
- Prever a recuperação final sob vários mecanismos primários de produção.

Para a estimativa dos volumes iniciais, a EBM pode ser aplicada em substituição à estimativa volumétrica quando há muitas incertezas associadas à porosidade, saturação de água conata e/ou volume do reservatório. Para a previsão de recuperação dos fluidos, a EBM fornece uma primeira estimativa, importante quando não se tem dados suficientes para se fazer uma modelagem mais precisa,

multidimensional, multifásica e dinâmica, tal qual àquela fornecida pela simulação numérica de reservatórios (Schiozer, 2005).

É importante ressaltar também que os resultados da análise do balanço de materiais podem sempre ser usados como uma prática de verificação dos volumes *in place* e das estimativas de recuperação obtidas através de outras técnicas.

### 2.1.3. Curvas de declínio

Quando existe um histórico de produção do campo suficiente e, considerando-se que o campo está sendo depletado, a produção declinante pode ser extrapolada para se obter uma previsão da produção e, conseqüentemente, do volume recuperável e reserva de um campo (Schiozer, 2005). A partir da análise do histórico de produção é possível caracterizar a tendência de declínio da vazão e, a partir da extrapolação desta tendência, estimar o comportamento futuro da produção. As curvas de declínio podem ser utilizadas tanto para previsão de produção de poços isolados quanto para a previsão de produção do campo como um todo.

Segundo Ahmed (2006), quase todas as análises de curvas de declínio utilizadas para previsão de comportamento de reservatórios são baseadas nas relações empíricas de vazão versus tempo, apresentadas por Arps (1945):

$$q = \frac{q_i}{(1 + nD_i t)^{1/n}}, \quad 0 \leq n \leq 1 \quad (3)$$

onde  $D_i$  é a taxa de declínio inicial,  $q_i$  a vazão inicial e  $n$  uma constante. A taxa de declínio  $D$  pode ser expressa por:

$$D = D_i \left( \frac{q}{q_i} \right)^n, \quad 0 \leq n \leq 1 \quad (4)$$

O tipo de declínio é caracterizado pelo valor de  $n$  apresentado acima, sendo dividido em três grupos:



**Declínio Hiperbólico:** é o caso mais geral, para  $0 < n < 1$ . De acordo com Rosa *et al.* (2006), acredita-se que este tipo de declínio ocorre na maioria dos reservatórios reais.

**Declínio Harmônico:** é o caso particular para  $n = 1$ , onde a taxa de declínio é diretamente proporcional à vazão. Como a vazão é sempre declinante, considerando que não há nenhuma intervenção no sistema, a taxa de declínio é sempre decrescente ao longo do tempo (eq.(4)). Portanto, o declínio harmônico é bastante favorável, porém com pouca ocorrência na prática. Pode ser observado em certas fases da vida produtiva de reservatórios com mecanismo de acentuado influxo de água.

**Declínio Exponencial:** é o caso particular para  $n = 0$ , onde a taxa de declínio é constante ao longo de toda a vida produtiva do reservatório, conforme observado pela equação (4). É um caso bastante desfavorável, podendo ocorrer, por exemplo, em reservatórios que produzem sob o mecanismo de gás em solução.

A análise de curvas de declínio é um processo bastante simplificado, uma vez utiliza apenas o histórico de produção do campo. Não são utilizadas informações sobre as propriedades da rocha reservatório, sobre o comportamento dos fluidos ou sobre as relações rocha-fluido. Também, não são levadas em consideração as leis de fluxo e o mecanismo responsável pela produção do reservatório.

Como o método baseia-se apenas na observação passada de dados de produção, é importante ressaltar que qualquer operação futura que influencie na produção de um ou vários poços irá afetar a tendência do declínio, sendo necessário um cuidado especial na extrapolação da produção para previsão futura. Satter *et al.* (2008) enumerou alguns dos fatores que afetam as vazões de produção e, portanto, as tendências de declínio:

- Tratamentos no poço, como estimulação ou fraturamento hidráulico.
- Mudança do método de elevação, como instalação de *gas lift*.
- Injeção de água ou outras operações de recuperação suplementar.
- Entrada de novos poços de produção.

- Operações de intervenção, como perfuração e produção de um intervalo adicional
- Condições adversas que afetem a produção, como flutuações de preço de mercado ou alterações na demanda.

Assim, as premissas básicas associadas à análise de curvas de declínio são (Satter *et al.*, 2008):

- Dados de produção suficientes estão disponíveis e a tendência de declínio na vazão dos poços foi estabelecida.
- As operações do campo continuarão sem interrupções ou modificações no futuro.
- Cada poço ou grupo de poços drena uma área constante e finita do reservatório, produzindo essencialmente na capacidade máxima.
- Depleção é o único mecanismo de produção. Uma capa de gás grande, um aquífero lateral forte ou até um aquífero fraco ou moderado de fundo pode alterar a tendência do declínio.

#### **2.1.4. Simulação de reservatórios**

A simulação numérica baseia-se nos mesmos princípios da equação de balanço de materiais, porém levando em consideração as heterogeneidades do reservatório e as equações de fluxo em meio poroso. Enquanto que no balanço de materiais se usa uma única equação descrevendo o reservatório como um bloco único com propriedades uniformes, a simulação numérica permite a subdivisão deste em células com propriedades diferentes e envolve a solução simultânea de um grande número de equações que representam o fluxo de fluidos no meio poroso para cada uma destas células.

Um simulador de reservatórios leva em consideração também a localização dos poços de produção e injeção e as suas condições operacionais. Os poços podem ser abertos ou fechados no tempo desejado e operados sob condições e restrições variadas.

Deste modo, limites de vazão de produção/injeção ou pressão de fundo em fluxo podem ser impostos conforme desejado.

A Figura 1 ilustra um exemplo de representação de um reservatório através de um arranjo tridimensional de blocos em uma malha cartesiana simulação. Para cada uma destas células são atribuídas propriedades como porosidade, permeabilidade absoluta para as três direções de fluxo e espessura efetiva (*net pay*).

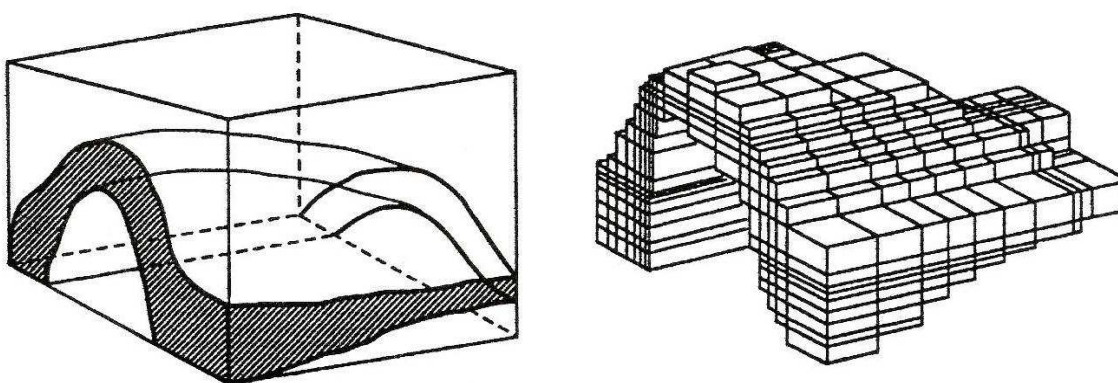


Figura 1. Representação de uma estrutura anticlinal no modelo tridimensional de simulação (Ertekin *et al.*, 2001).

A importância da simulação numérica para a Engenharia de Reservatórios deve-se essencialmente à sua capacidade de resolver problemas complexos que não podem ser resolvidos por nenhum outro método, além da possibilidade de descrição das propriedades do reservatório de forma mais precisa, envolvendo um menor número de pressupostos na sua concepção.

A motivação para a simulação de reservatórios encontra-se na necessidade de aumentar a economicidade de campos de petróleo e gás através de um melhor gerenciamento do reservatório. Um modelo realista do reservatório é uma ferramenta essencial no auxílio da elaboração de planos de desenvolvimento, otimização da localização e quantidade de poços produtores e injetores, avaliação de estratégias de recuperação secundária ou terciária e etc.

## 2.2. Equação de fluxo em meio poroso

Esta seção trata da dedução da equação geral de fluxo monofásico em um meio poroso e, posteriormente, apresenta as equações de fluxo multifásico para o modelo *black oil*. Para expressar matematicamente o fluxo de fluidos em um meio poroso é necessário utilizar três princípios fundamentais:

1. **Princípio de conservação de massa**, expresso pela equação da continuidade, segundo o qual a massa acumulada no elemento de um volume de controle é igual à resultante da massa que passa através de sua fronteira somada à quantidade de massa proveniente de fontes (poços de produção ou injeção, por exemplo).
2. **Equação de Estado**, que descreve a densidade do fluido como função da pressão e da temperatura.
3. **Equação constitutiva**, representada pela relação empírica de Darcy, que relaciona o a vazão de um fluido em um meio poroso com o gradiente de pressão imposto.

### 2.2.1. Equação da continuidade

A equação da continuidade é o resultado da aplicação do princípio da conservação de massa em um volume de controle através do qual há um fluxo de fluido. De maneira simples, o balanço de massa pode ser traduzido como: “A diferença entre a massa que entra e a massa que sai nas três direções de fluxo é igual à variação de massa dentro do meio poroso” (Rosa *et al.*, 2006, p.192). Matematicamente é representado por:

$$(m_i - m_o) + m_s = m_a \quad (5)$$

O termo  $m_s$  refere-se à massa que entra ou sai do volume de controle por uma fonte externa (poços de produção ou injeção) a uma vazão mássica  $w_s$ . Os termos  $m_i$  e  $m_o$  representam respectivamente a entrada e saída de massa pelas faces do volume de controle e  $m_a$  a massa nele acumulada.

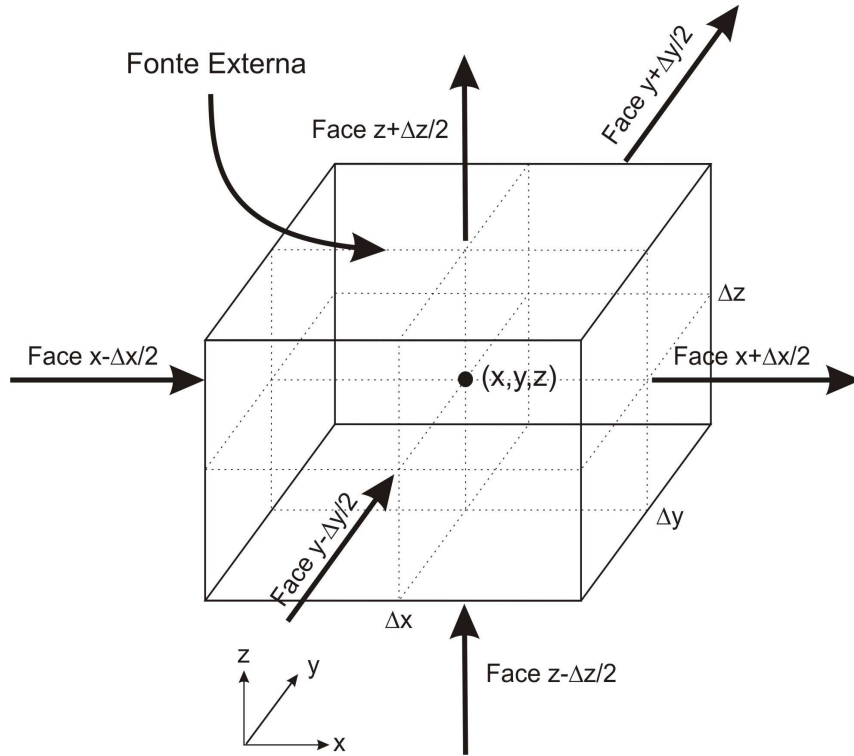


Figura 2. Volume de controle em coordenadas retangulares.

A equação do balanço de massa para um volume de controle em coordenadas retangulares (Figura 2) em função das vazões mássicas ( $w$ ) de entrada e saída nas faces deste volume de controle em um intervalo de tempo  $\Delta t$  pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} & \left[ w_{x-\Delta x/2} \Delta t + w_{y-\Delta y/2} \Delta t + w_{z-\Delta z/2} \Delta t \right] - \left[ w_{x+\Delta x/2} \Delta t + w_{y+\Delta y/2} \Delta t + w_{z+\Delta z/2} \Delta t \right] + \\ & w_s \Delta t = \left[ (\rho \phi \Delta x \Delta y \Delta z)_{t+\Delta t} - (\rho \phi \Delta x \Delta y \Delta z)_t \right] \end{aligned} \quad (6)$$

A vazão mássica para cada uma das direções de fluxo é representada pelo produto entre a densidade  $\rho$  do fluido e a sua vazão volumétrica ( $q$ ). Esta, por sua vez, pode ser expressa pela multiplicação da velocidade superficial  $u$  pela área transversal atravessada pelo fluido ( $A$ ).

$$w_x = q_x \rho = A_x u_x \rho \quad (7)$$

$$w_y = q_y \rho = A_y u_y \rho \quad (8)$$

$$w_z = q_z \rho = A_z u_z \rho \quad (9)$$

Substituindo as equações (7), (8) e (9) na equação (6) e reagrupando os termos tem-se:

$$\begin{aligned} & \left[ (\rho A_x u_x)_{x-\Delta x/2} - (\rho A_x u_x)_{x+\Delta x/2} + (\rho A_y u_y)_{y-\Delta y/2} \right. \\ & \left. - (\rho A_y u_y)_{y+\Delta y/2} + (\rho A_z u_z)_{z-\Delta z/2} - (\rho A_z u_z)_{z+\Delta z/2} \right] + w_s \\ & = \frac{(\rho \phi \Delta x \Delta y \Delta z)_{t+\Delta t} - (\rho \phi \Delta x \Delta y \Delta z)_t}{\Delta t} \end{aligned} \quad (10)$$

Dividindo a equação (10) pelo volume de controle  $V_b = \Delta x \Delta y \Delta z$  e separando os termos referentes a  $x$ ,  $y$  e  $z$ :

$$\begin{aligned} & - \left[ \frac{(\rho u_x)_{x+\Delta x/2} - (\rho u_x)_{x-\Delta x/2}}{\Delta x} \right] - \left[ \frac{(\rho u_y)_{y+\Delta y/2} - (\rho u_y)_{y-\Delta y/2}}{\Delta y} \right] \\ & - \left[ \frac{(\rho u_z)_{z+\Delta z/2} - (\rho u_z)_{z-\Delta z/2}}{\Delta z} \right] + \frac{w_s}{V_b} = \frac{(\rho \phi)_{t+\Delta t} - (\rho \phi)_t}{\Delta t} \end{aligned} \quad (11)$$

Fazendo  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$  e  $\Delta t$  muito pequenos e aplicando a definição de limite à equação (11) obtém-se:

$$\begin{aligned} \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0 \\ \Delta z \rightarrow 0 \\ \Delta t \rightarrow 0}} \left\{ - \frac{(\rho u_x)_{x+\Delta x/2} - (\rho u_x)_{x-\Delta x/2}}{\Delta x} - \frac{(\rho u_y)_{y+\Delta y/2} - (\rho u_y)_{y-\Delta y/2}}{\Delta y} - \frac{(\rho u_z)_{z+\Delta z/2} - (\rho u_z)_{z-\Delta z/2}}{\Delta z} \right\} + \frac{w_s}{V_b} &= \\ \lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0 \\ \Delta z \rightarrow 0 \\ \Delta t \rightarrow 0}} \left[ \frac{(\rho \phi)_{t+\Delta t} - (\rho \phi)_t}{\Delta t} \right] & \end{aligned} \quad (12)$$

A aplicação das definições de derivada parcial de primeira ordem na expressão acima resulta na chamada equação da continuidade:

$$-\frac{\partial}{\partial x}(\rho u_x) - \frac{\partial}{\partial y}(\rho u_y) - \frac{\partial}{\partial z}(\rho u_z) + \frac{w_s}{V_b} = \frac{\partial}{\partial t}(\phi \rho) \quad (13)$$

### 2.2.2. Equação de Darcy

A lei de Darcy é uma lei empírica que relaciona a vazão (ou velocidade aparente) de um fluido em um meio poroso e o gradiente de potencial (Ertekin *et al.*, 2001). Para o escoamento monofásico, em uma dimensão (1D), a lei de Darcy na forma diferencial é representada por:

$$\frac{q}{A_x} = u_x = -\frac{k_x}{\mu} \frac{d\Phi}{dx} \quad (14)$$

onde  $k_x$  é a permeabilidade na direção  $x$ ,  $\mu$  a viscosidade do fluido e  $\Phi$  o seu potencial. Para o fluxo em três dimensões, a Lei de Darcy torna-se:

$$\vec{u} = -\frac{k}{\mu} \vec{\nabla}\Phi \quad (15)$$

O potencial de um fluido ( $\Phi$ ) é definido como sendo a pressão deste fluido em um determinado ponto corrigida para um referencial arbitrário (*datum*). Matematicamente, o potencial é representado por:

$$\Phi = p - \rho g Z \quad (16)$$

onde  $Z$  é a distância vertical em relação ao *datum*, com sentido positivo para baixo. A correção da pressão é feita pela dedução da pressão da coluna de líquido situada entre o ponto de interesse e o referencial. Esta expressão para o potencial considera o fluido incompressível, onde a pressão da coluna de líquido é calculada com uma densidade de fluido constante. A generalização para qualquer tipo de fluido é feita através da definição do Potencial de Hubbert, conforme apresentado por Ertekin *et al.* (2001, p.12). O gradiente de potencial obtido pela diferenciação da equação (16) é:

$$\vec{\nabla}\Phi = \vec{\nabla}p - \rho g \vec{\nabla}Z \quad (17)$$

É conveniente associar as equações de Darcy à equação da continuidade, substituindo as incógnitas de velocidade por incógnitas de pressão (ou potencial), grandezas cujos valores podem ser efetivamente medidos no reservatório. Da equação (15) segue que as expressões das velocidades aparentes nas três direções de fluxo são:

$$u_x = -\frac{k_x}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \quad (18)$$

$$u_y = -\frac{k_y}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \quad (19)$$

$$u_z = -\frac{k_z}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (20)$$

Substituindo as expressões das velocidades (18), (19) e (20) na equação (13) chega-se a uma nova forma para a equação de fluxo:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \rho \frac{k_x}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho \frac{k_y}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \rho \frac{k_z}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) + \frac{w_s}{V_b} = \frac{\partial}{\partial t} (\phi \rho) \quad (21)$$

### 2.2.3. Equação de estado

Equação de estado é a relação utilizada para representar o comportamento da massa específica de um fluido compressível como função da pressão. Para líquidos compressíveis, esta relação é determinada pela fórmula da compressibilidade isotérmica:

$$c = \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T \quad (22)$$

Na prática é comum incorporar o fator volume-formação do fluido na equação de fluxo, ao invés da equação da compressibilidade isotérmica, uma vez que ele contabiliza também o efeito da temperatura (relacionando o volume em reservatório como o volume nas condições de superfície) e a liberação do gás em solução, para o caso do fluido tratado ser o óleo. Além disso, na sua definição geral, o fator volume-



formação não faz consideração sobre o tipo de fluido tratado (compressível, pouco compressível ou incompressível):

$$B = \frac{\rho_{sc}}{\rho} = \frac{V}{V_{sc}} \quad (23)$$

Embora seja utilizado no lugar da equação estado, o fator-volume formação não é uma equação de estado analítica, já que seus valores são determinados diretamente por ensaios PVT de laboratório, para um intervalo desejado de pressões. Na falta destas análises de laboratório, o fator volume-formação pode ser estimado por correlações empíricas, como as correlações de Standing, Vasquez-Beggs, Glaso e Marhoun, apresentadas por Ahmed (2006).

Antes de incorporar a relação de estado à equação (21), é conveniente expressar a vazão mássica da fonte externa em termos de vazão e densidade do fluido em condições-padrão:

$$w_s = q_{sc} \rho_{sc} \quad (24)$$

Substituindo (24) em (21) e dividindo por  $\rho_{sc}$  encontra-se:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho}{\rho_{sc}} \frac{k_x}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\rho}{\rho_{sc}} \frac{k_y}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\rho}{\rho_{sc}} \frac{k_z}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) + \frac{q_{sc}}{V_b} = \frac{\partial}{\partial t} \left( \phi \frac{\rho}{\rho_{sc}} \right) \quad (25)$$

Substituindo em (25) a relação do fator volume-formação dada em (23) e multiplicando a equação pelo volume de controle  $V_b$ , chega-se finalmente à equação de fluxo monofásico em um meio poroso:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{A_x k_x}{B \mu} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) \Delta x + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{A_y k_y}{B \mu} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) \Delta y + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{A_z k_z}{B \mu} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) \Delta z + q_{sc} = V_b \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi}{B} \right) \quad (26)$$

A expressão acima é a forma mais geral da equação de fluxo monofásico em um meio poroso homogêneo. No seu desenvolvimento não foi feita nenhuma hipótese em

relação ao tipo de fluido (compressível, pouco compressível ou incompressível) ou à dependência com a pressão de propriedades de rocha ou fluido. Portanto, a equação (26) é válida para o fluxo monofásico de óleo, água ou gás (Ertekin *et al.*, 2001).

#### 2.2.4. Equação de fluxo multifásico

A seção anterior tratou do desenvolvimento da equação diferencial parcial para a descrição do fluxo monofásico em um meio poroso através da combinação das equações de transporte (Darcy) e de estado com a equação da continuidade.

Quando aplicadas para um fluxo multifásico, estas equações resultam em um sistema de equações com uma equação para cada componente e uma equação para a fase aquosa. Estas equações são acopladas através de relações de pressão capilar e uma equação de restrição para a saturação das fases.

No modelo de fluido *black oil* é considerado que não há transferência de massa entre as os componentes óleo e água (imiscíveis). Para o componente gás, assume-se que é solúvel em óleo, mas não em água. Assim, a transferência de massa no componente gás ocorre entre as fases óleo e gás apenas. Para fins de dedução de uma equação geral de conservação de massa, o componente gás é dividido em um componente de gás livre (presente na fase gasosa) e um componente de gás em solução (contido na fase óleo).

O processo de dedução das equações de fluxo multifásico é similar ao de fluxo monofásico, utilizando os mesmos princípios físicos e as mesmas equações fundamentais que, para este caso, são corrigidas para representar cada componente do sistema. Esta dedução pode ser encontrada em Ertekin *et al.* (2001, p. 218) e resulta no seguinte conjunto de equações:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left( A_x k_x \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial \Phi_o}{\partial x} \right) \Delta x + \frac{\partial}{\partial y} \left( A_y k_y \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial \Phi_o}{\partial y} \right) \Delta y \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left( A_z k_z \frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial \Phi_o}{\partial z} \right) \Delta z + q_{osc} = V_b \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_o}{B_o} \right) \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left( A_x k_x \frac{k_{rw}}{\mu_w B_w} \frac{\partial \Phi_w}{\partial x} \right) \Delta x + \frac{\partial}{\partial y} \left( A_y k_y \frac{k_{rw}}{\mu_w B_w} \frac{\partial \Phi_w}{\partial y} \right) \Delta y \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left( A_z k_z \frac{k_{rw}}{\mu_w B_w} \frac{\partial \Phi_w}{\partial z} \right) \Delta z + q_{wsc} = V_b \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_w}{B_w} \right) \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left( A_x k_x \frac{k_{rg}}{\mu_g B_g} \frac{\partial \Phi_g}{\partial x} + A_x k_x \frac{k_{ro} R_s}{\mu_o B_o} \frac{\partial \Phi_o}{\partial x} \right) \Delta x \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left( A_y k_y \frac{k_{rg}}{\mu_g B_g} \frac{\partial \Phi_g}{\partial y} + A_y k_y \frac{k_{ro} R_s}{\mu_o B_o} \frac{\partial \Phi_o}{\partial y} \right) \Delta y \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left( A_z k_z \frac{k_{rg}}{\mu_g B_g} \frac{\partial \Phi_g}{\partial z} + A_z k_z \frac{k_{ro} R_s}{\mu_o B_o} \frac{\partial \Phi_o}{\partial z} \right) \Delta z + q_{gsc} = V_b \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\phi S_g}{B_g} + \frac{\phi R_s S_o}{B_o} \right) \end{aligned} \quad (29)$$

As equações (27), (28) e (29) são as equações gerais de fluxo multifásico para os componentes óleo, água e gás, respectivamente. Nota-se que a equação do componente gás engloba o gás livre e o gás em solução, sendo este último representado pelas propriedades do óleo e sua relação de volume é expressa pela razão de solubilidade.

Estas equações contêm seis incógnitas:  $p_o$ ,  $p_w$ ,  $p_g$ ,  $S_o$ ,  $S_w$ ,  $S_g$ , onde as pressões encontram-se embutidas nos termos de potencial. Portanto, para solucioná-las são necessárias outras três relações que envolvam as incógnitas de pressão e saturação. Estas relações resultam de uma restrição para soma das saturações das fases e duas relações de pressão capilar para os contatos óleo/água e gás/óleo (Ertekin *et al.*, 2001):

$$S_o + S_w + S_g = 1 \quad (30)$$

$$P_{cow} = p_o - p_w = f(S_w) \quad (31)$$

$$P_{cgo} = p_g - p_o = f(S_g) \quad (32)$$

A formulação do modelo *black oil* em termos de  $p_o$ ,  $S_w$  e  $S_g$  pode ser obtida pela eliminação das incógnitas  $p_w$ ,  $p_g$  e  $S_o$ , com auxílio das equações (30), (31) e (32). Dadas as condições iniciais e de contorno, as equações de fluxo podem ser resolvidas para as incógnitas principais  $p_o$ ,  $S_w$ ,  $S_g$  e então as incógnitas restantes são

solucionadas explicitamente substituindo as incógnitas principais nas equações (30), (31) e (32).

### 3. Simulação Numérica de Reservatórios

Em geral, não podemos encontrar expressões matemáticas que sejam soluções para as equações de fluxo em meio poroso apresentadas anteriormente sem que sejam feitas uma série de simplificações (ex: fluxo horizontal, monofásico em meio isotrópico, homogêneo e etc.). Dentre os motivos para isto podem ser mencionados: não linearidade das equações diferenciais, reservatórios com geometrias complexas e condições de contorno muito específicas.

Uma saída bastante efetiva para este problema é a solução numérica destes modelos através da aplicação de métodos numéricos nas equações diferenciais e do uso de computadores para resolver estas equações discretizadas. Na indústria do petróleo esta metodologia é adotada nos simuladores numéricos comerciais. Além dos métodos de discretização os simuladores usam recursos computacionais avançados, principalmente em computação gráfica, de modo que encontrar aproximações de soluções para as equações diferenciais que auxiliam no estudo de fluxo em meios porosos se torna uma tarefa menos árdua.

O advento da simulação numérica tornou possível detalhar o estudo através da subdivisão do reservatório em blocos com propriedades individualizadas. Através de uma malha de simulação, o modelo geológico pôde ser incorporado à análise, permitindo a definição de regiões com propriedades de fluido e rocha distintas. Dentro deste enfoque, a resposta do problema passou a ser obtida pela solução das equações de fluxo para cada elemento (Pizarro, 2002).

A vantagem desta abordagem consiste em usar o menor número possível de hipóteses e simplificações para as heterogeneidades do reservatório, transferência de massa entre as fases e forças e mecanismos responsáveis pelo fluxo. Além disso, variações espaciais de propriedades de rocha, propriedades de fluido e características de permeabilidade relativa podem ser representadas com precisão em um simulador numérico (Ertekin *et al.*, 2001). É possível também analisar a resposta do reservatório ao longo do tempo para as diversas condições operacionais impostas, como falha nos

poços, restrição à vazão máxima devido à capacidade da planta de separação, entrada de novos poços de produção, entre outras.

Na construção de um simulador numérico de reservatórios trabalha-se basicamente em três módulos distintos:

**Modelo Matemático** - Trata das equações governantes do escoamento de fluídos no meio poroso. É a expressão do fenômeno físico a ser estudado em termos de equações matemáticas. Para um modelo *black oil* de fluidos, o modelo matemático é expresso pelo conjunto de equações de fluxo apresentadas do capítulo anterior, especificamente as equações (27) a (32).

**Modelo Numérico** – É a discretização do conjunto de equações que representam o modelo matemático. A discretização consiste na conversão das equações diferenciais parciais (EDP) em equações algébricas a serem solucionadas por algum método numérico, resultando em uma solução aproximada para o modelo matemático proposto.

**Modelo Computacional** – É conjunto de algoritmos e procedimentos escritos em determinado código de linguagem direcionados à implementação e solução do modelo numérico desenvolvido.

De acordo com Pizarro (2002), a utilização da simulação visa subsidiar o engenheiro na resposta às seguintes questões:

- Como desenvolver e produzir um campo de petróleo de modo a maximizar a recuperação econômica de hidrocarbonetos?
- Qual o melhor método de recuperação suplementar a ser empregado? Quando e como implantá-lo?
- Porque o reservatório não está se comportando de acordo com a previsão anterior?
- Qual o fator de recuperação final?
- Qual a sensibilidade dos resultados obtidos em relação aos dados utilizados?
- Quais os parâmetros críticos para o acompanhamento do projeto?

### 3.1. Malhas e discretização das derivadas

Os modelos numéricos são obtidos com a discretização do reservatório e das derivadas que aparecem no modelo matemático. Tradicionalmente, na Engenharia de Petróleo, o método utilizado para discretização é o de Diferenças Finitas. Quase a totalidade dos simuladores comerciais foi construída a partir desta técnica (Pizarro, 2002).

#### 3.1.1. Discretização do reservatório

Para a solução do sistema de EDP obtido imagina-se o reservatório como sendo constituído por uma série de blocos menores. As propriedades do reservatório e dos fluidos contidos em cada um destes elementos serão consideradas como constantes para um dado instante de tempo. As equações governantes poderão então ser discretizadas para representar o fluxo entrando e saindo destes blocos. Os blocos, também chamados de células, são definidos por uma malha associada à discretização do reservatório.

Dois tipos de malhas de diferenças finitas são usados na simulação de reservatórios: blocos centrados e pontos distribuídos. Para o primeiro, os blocos da malha têm dimensões pré-definidas e são superpostos no reservatório. Em um sistema de coordenadas retangulares, os pontos das malhas são definidos como sendo o centro destas células. Um exemplo bidimensional de malha não uniforme de blocos centrados em coordenadas retangulares é mostrado na Figura 3.

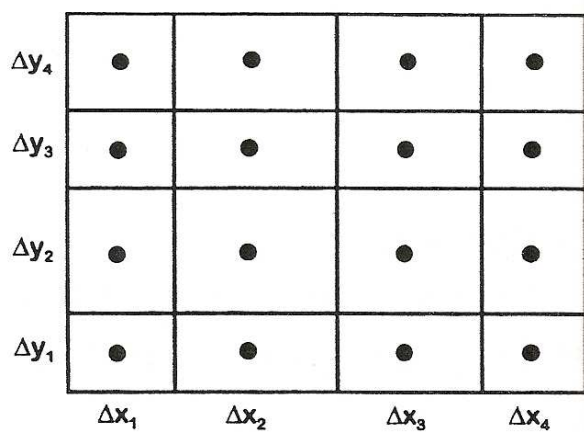


Figura 3. Malha 2D, não uniforme, retangular de blocos centrados (Ertekin *et al.*, 2001).

Para a malha de pontos distribuídos, pontos são espalhados no reservatório antes que as fronteiras dos blocos sejam definidas. Para uma malha retangular, a fronteira do bloco é colocada em meia distância entre dois pontos de pressão adjacentes. A Figura 4 ilustra uma malha bidimensional, não uniforme, de pontos distribuídos, em coordenadas retangulares. As áreas escuras refletem os volumes das células associadas com os pontos da malha. Nota-se que os pontos de pressão estão deslocados do centro do volume das células.

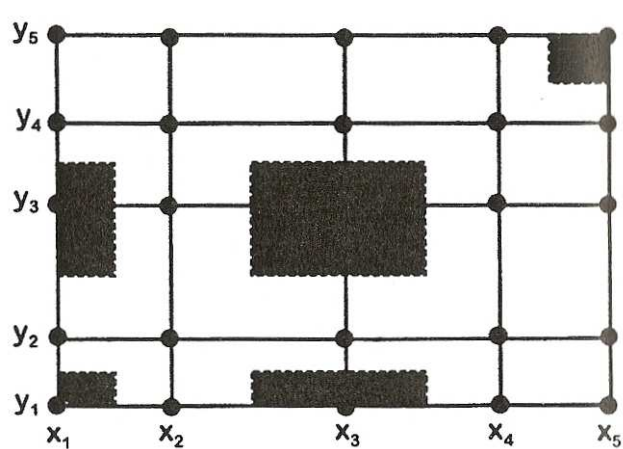


Figura 4. Malha 2D, não uniforme, retangular de pontos distribuídos (Ertekin *et al.*, 2001).

Historicamente, os simuladores comerciais em geral usam malhas de blocos centrados porque o volume associado a cada ponto representativo é claramente definido (Ertekin *et al.*, 2001).

### 3.1.2. Discretização das derivadas

A discretização das derivadas é obtida através da expansão da função  $p(x)$  em Série de Taylor em torno de um ponto genérico  $x_i$ . A expansão em série de Taylor é uma maneira simples de converter a maioria das funções bem comportadas em simples polinômios. Este método é baseado no teorema fundamental do cálculo combinado com uma integração por partes. Se  $p(x)$  e todas as suas derivadas existem no ponto  $x_i$ ,



então para qualquer  $x$  nas vizinhanças de  $x_i$ ,  $p(x)$  pode ser escrita como uma Série de Taylor:

$$p(x_i + \Delta x) = p(x_i) + \frac{\Delta x}{1!} \left. \frac{dp}{dx} \right|_{x_i} + \frac{\Delta x^2}{2!} \left. \frac{d^2 p}{dx^2} \right|_{x_i} + \frac{\Delta x^3}{3!} \left. \frac{d^3 p}{dx^3} \right|_{x_i} + \frac{\Delta x^4}{4!} \left. \frac{d^4 p}{dx^4} \right|_{x_i} + \dots \quad (33)$$

$$p(x_i - \Delta x) = p(x_i) - \frac{\Delta x}{1!} \left. \frac{dp}{dx} \right|_{x_i} + \frac{\Delta x^2}{2!} \left. \frac{d^2 p}{dx^2} \right|_{x_i} - \frac{\Delta x^3}{3!} \left. \frac{d^3 p}{dx^3} \right|_{x_i} + \frac{\Delta x^4}{4!} \left. \frac{d^4 p}{dx^4} \right|_{x_i} - \dots \quad (34)$$

### 3.1.2.1. Aproximação ascendente ou *forward*

Quando a função  $p(x)$  é calculada em um ponto à frente de  $i$ , ponto de referência para o cálculo da série, a expressão obtida é chamada de forma ascendente, ou *forward*. Da equação (33) segue:

$$\left. \frac{dp}{dx} \right|_{x_i} = \frac{p(x_i + \Delta x) - p(x_i)}{\Delta x} - \frac{\Delta x}{2!} \left. \frac{d^2 p}{dx^2} \right|_{x_i} + \frac{\Delta x^2}{3!} \left. \frac{d^3 p}{dx^3} \right|_{x_i} - \frac{\Delta x^3}{4!} \left. \frac{d^4 p}{dx^4} \right|_{x_i} + \dots \quad (35)$$

Truncando a série após o segundo termo obtém-se:

$$\left. \frac{dp}{dx} \right|_{x_i} \approx \frac{p(x_i + \Delta x) - p(x_i)}{\Delta x} \quad (36)$$

A aproximação *forward* para a primeira derivada é chamada de aproximação de primeira ordem porque o erro de truncamento é uma função de  $(\Delta x)^1$ . O erro é também referido como  $O(\Delta x)$ .

### 3.1.2.2. Aproximação descendente ou *backward*

De forma análoga, quando a função  $p(x)$  é calculada em um ponto anterior ao ponto  $i$  de referência, a expressão obtida é chamada de forma descendente, ou *backward*. Partindo da equação (34) e isolando a derivada de primeira ordem:

$$\left. \frac{dp}{dx} \right|_{x_i} = \frac{p(x_i) - p(x_i - \Delta x)}{\Delta x} + \frac{\Delta x}{2!} \left. \frac{d^2 p}{dx^2} \right|_{x_i} - \frac{\Delta x^2}{3!} \left. \frac{d^3 p}{dx^3} \right|_{x_i} + \frac{\Delta x^3}{4!} \left. \frac{d^4 p}{dx^4} \right|_{x_i} - \dots \quad (37)$$

Truncando a série após o segundo termo obtém-se:

$$\left. \frac{dp}{dx} \right|_{x_i} \approx \frac{p(x_i) - p(x_i - \Delta x)}{\Delta x} \quad (38)$$

A aproximação *backward* para a primeira derivada é também de primeira ordem, ou de erro  $O(\Delta x)$ .

### 3.1.2.3. Aproximação central

A aproximação central é uma aproximação usada geralmente para aproximar derivadas de segunda ordem, devido à sua maior precisão em comparação com as outras duas aproximações. Pode ser obtida através da soma das equações (33) e (34):

$$p(x_i + \Delta x) + p(x_i - \Delta x) = 2p(x_i) + \frac{2\Delta x^2}{2!} \left. \frac{d^2 p}{dx^2} \right|_{x_i} + \frac{2\Delta x^4}{4!} \left. \frac{d^4 p}{dx^4} \right|_{x_i} + \dots \quad (39)$$

Devido aos sinais alternados nas séries, todos os termos de ordem ímpar desaparecem. Resolvendo para a segunda derivada e truncando no segundo termo:

$$\left. \frac{d^2 p}{dx^2} \right|_{x_i} \approx \frac{p(x_i + \Delta x) - 2p(x_i) + p(x_i - \Delta x)}{\Delta x^2} \quad (40)$$

A aproximação central para a segunda derivada é uma aproximação de segunda ordem, ou de erro  $O(\Delta x^2)$ .

### 3.2. Equações de fluxo em diferenças finitas

Esta seção tem como objetivo demonstrar o processo de discretização das equações de fluxo através da aplicação das aproximações algébricas acima mostradas para as derivadas espaciais e temporais presentes na EDP. Será utilizada como base a equação de fluxo monofásico, unidimensional, para um fluido pouco compressível atravessando um meio poroso incompressível e desprezando os efeitos do gradiente de profundidade:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{A_x k_x}{\mu_l B_l} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \Delta x + q_{lsc} = \frac{V_b \phi c_l}{B_l} \frac{\partial p}{\partial t} \quad (41)$$

onde o subscrito  $l$  refere-se à fase (óleo ou água) em questão e  $c_l$  à compressibilidade desta fase.

#### 3.2.1. Aproximação para a derivada espacial

Para o fluxo unidimensional na direção  $x$ , uma malha de blocos centrados pode ser construída conforme a Figura 5. Para este caso, a malha consiste em  $n_x$  células superpostas no reservatório. Os pontos onde as pressões são calculadas encontram-se no centro destes blocos. As fronteiras do bloco  $i$  são designadas por  $i+1/2$  e  $i-1/2$  e o seu centro é designado por  $x_i$ .

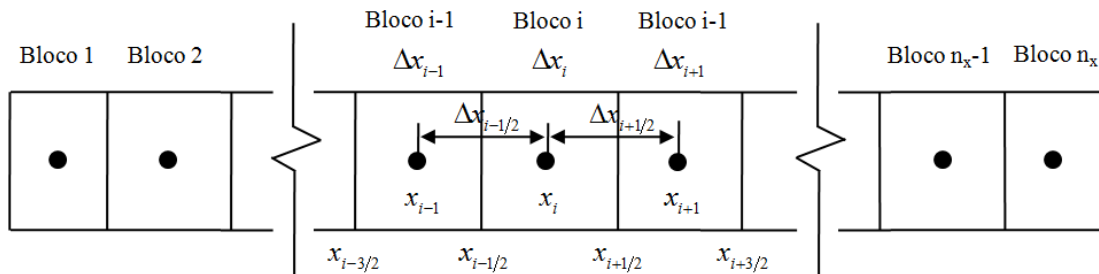


Figura 5. Malha unidimensional de blocos centrados (modificado de Ertekin *et al.*, 2001).

A primeira derivada do lado esquerdo da equação (41) pode ser escrita para o bloco  $i$  através da aproximação central:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{A_x k_x}{\mu_l B_l} \frac{\partial p}{\partial x} \right)_i = \frac{1}{\Delta x_i} \left[ \left( \frac{A_x k_x}{\mu_l B_l} \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i+1/2} - \left( \frac{A_x k_x}{\mu_l B_l} \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i-1/2} \right] \quad (42)$$

Utilizando a equação (42) para aproximar a derivada espacial no ponto  $x_i$  e substituindo o resultado na equação (41) chega-se a:

$$\frac{1}{\Delta x_i} \left[ \left( \frac{A_x k_x}{\mu_l B_l} \right)_{i+1/2} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i+1/2} - \left( \frac{A_x k_x}{\mu_l B_l} \right)_{i-1/2} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i-1/2} \right] \times \Delta x_i + (q_{lsc})_i = \left( \frac{V_b \phi c_l}{B_l} \frac{\partial p}{\partial t} \right)_i \quad (43)$$

Agora, utiliza-se a forma central para aproximar as derivadas  $(\partial p / \partial x)_{i+1/2}$  e  $(\partial p / \partial x)_{i-1/2}$  presentes na equação (43):

$$\left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i+1/2} = \frac{p_{i+1} - p_i}{x_{i+1} - x_i} = \frac{p_{i+1} - p_i}{\Delta x_{i+1/2}} \quad (44)$$

$$\left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{i-1/2} = \frac{p_i - p_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} = \frac{p_i - p_{i-1}}{\Delta x_{i-1/2}} \quad (45)$$

Substituindo as equações (44) e (45) na equação (43):

$$\left( \frac{A_x k_x}{\mu_l B_l \Delta x} \right)_{i+1/2} (p_{i+1} - p_i) - \left( \frac{A_x k_x}{\mu_l B_l \Delta x} \right)_{i-1/2} (p_i - p_{i-1}) + (q_{lsc})_i = \left( \frac{V_b \phi c_l}{B_l} \right)_i \left( \frac{\partial p}{\partial t} \right)_i \quad (46)$$

ou

$$T_{lx_{i+1/2}} (p_{i+1} - p_i) - T_{lx_{i-1/2}} (p_i - p_{i-1}) + (q_{lsc})_i = \left( \frac{V_b \phi c_l}{B_l} \right)_i \left( \frac{\partial p}{\partial t} \right)_i \quad (47)$$

Os coeficientes  $T_{l_{x_{i+1/2}}}$  e  $T_{l_{x_{i-1/2}}}$  são chamados de transmissibilidade do meio poroso e são definidos por:

$$T_{l_{x_{i+1/2}}} = \left( \frac{A_x k_x}{\mu_l B_l \Delta x} \right)_{i+1/2} \quad (48)$$

$$T_{l_{x_{i-1/2}}} = \left( \frac{A_x k_x}{\mu_l B_l \Delta x} \right)_{i-1/2} \quad (49)$$

A transmissibilidade é considerada uma propriedade do meio poroso, do fluido escoando pelo meio (subscrito  $l$ ), da direção do fluxo (subscrito  $x$ ) e da posição no espaço (subscritos  $i+1/2$  e  $i-1/2$ ). Os subscritos  $i \pm 1/2$  nas transmissibilidades indicam que essas propriedades são calculadas nas fronteiras dos blocos. Como estas propriedades são especificadas apenas para o centro das células, as transmissibilidades devem ser obtidas através de médias das propriedades dos blocos adjacentes.

Nota-se da equação (47) que para resolver para  $p_i$ , as pressões  $p_{i+1}$  e  $p_{i-1}$  devem ser conhecidas. Desta forma, a equação (47) deve ser escrita para cada bloco do modelo de simulação, resultando em um sistema de equação que representam de forma aproximada o modelo matemático expresso pela equação (41). Para os blocos situados nos extremos da malha de simulação, as pressões nas fronteiras devem ser definidas pelas condições de contorno do problema.

O processo de discretização das derivadas espaciais, conforme demonstrado por Ertekin *et al.* (2001) pode ser estendido de forma similar para o problema tridimensional, resultando na seguinte equação:

$$\begin{aligned} & T_{l_{x_{i+1/2,j,k}}} (p_{i+1,j,k} - p_{i,j,k}) - T_{l_{x_{i-1/2,j,k}}} (p_{i,j,k} - p_{i-1,j,k}) \\ & + T_{l_{y_{i,j+1/2,k}}} (p_{i,j+1,k} - p_{i,j,k}) - T_{l_{y_{i,j-1/2,k}}} (p_{i,j,k} - p_{i,j-1,k}) \\ & + T_{l_{z_{i,j,k+1/2}}} (p_{i,j,k+1} - p_{i,j,k}) - T_{l_{z_{i,j,k-1/2}}} (p_{i,j,k} - p_{i,j,k-1}) \\ & + (q_{lsc})_{i,j,k} = \left( \frac{V_b \phi c_l}{B_l} \right)_{i,j,k} \left( \frac{\partial p}{\partial t} \right)_{i,j,k} \end{aligned} \quad (50)$$

### 3.2.2. Aproximação para a derivada temporal

A discretização para a derivada temporal da equação (47) é feita de forma idêntica à discretização das derivadas espaciais. As três aproximações (central, *backward* e *forward*) apresentadas anteriormente podem ser usadas para a discretização da derivada temporal. A aproximação central, embora seja mais precisa, geralmente não é usada devido a problemas de estabilidade e dificuldades na aplicação das condições iniciais. A aproximação *backward* é a mais empregada em simulação de reservatórios, pois seu uso não restringe o tamanho máximo do *timestep* para alcançar uma solução estável.

#### 3.2.2.1. Formulação Explícita

A formulação explícita é obtida quando todas as pressões obtidas das derivadas espaciais são associadas a um tempo de referência  $n$  e a aproximação *forward* é usada para aproximar a derivada temporal da pressão com base neste mesmo tempo:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_{x=x_i}^{t=t+\Delta t} = \left(\frac{\partial p}{\partial t}\right)_i^{n+1} = \frac{p_i^{n+1} - p_i^n}{\Delta t} \quad (51)$$

Assim, a equação (47) pode ser escrita como:

$$T_{lx_{i+1/2}}^n (p_{i+1}^n - p_i^n) - T_{lx_{i-1/2}}^n (p_i^n - p_{i-1}^n) + (q_{lsc})_i = \left(\frac{V_b \phi c_l}{B_l \Delta t}\right)_i (p_i^{n+1} - p_i^n) \quad (52)$$

A formulação explícita é assim denominada porque o procedimento de cálculo das pressões em cada célula para um tempo seguinte (designado como  $n+1$  nas equações) é feito de forma direta e independente para cada bloco, conforme pode ser observado isolando os termos de pressão da equação (52):

$$p_i^{n+1} = p_i^n + \left(\frac{B_l \Delta t}{V_b \phi c_l}\right)_i (q_{lsc})_i + \left(\frac{B_l \Delta t}{V_b \phi c_l}\right)_i \left[ T_{lx_{i+1/2}}^n p_{i+1}^n - (T_{lx_{i+1/2}}^n + T_{lx_{i-1/2}}^n) p_i^n - T_{lx_{i-1/2}}^n p_{i-1}^n \right] \quad (53)$$

Todos os termos do lado direito da equação (53) são conhecidos, pois as pressões que aparecem neste lado são em um tempo anterior conhecido, conforme mostrado pelo esquema da Figura 6. As pressões podem ser calculadas em cada célula partindo-se das condições iniciais do problema e marchando-se no tempo em *timeteps* definidos. Para cada avanço de tempo será resolvido um número de equações lineares independentes igual ao número de blocos na malha de simulação.

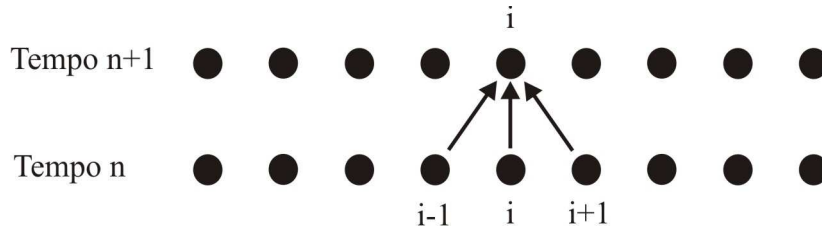


Figura 6. Esquema representando a contribuição de cada célula e seu nível de tempo na equação explícita para o bloco *i* (modificado de Ertekin *et al.*, 2001).

É possível demonstrar seguindo o critério de estabilidade de Von Neumann que a solução explícita é condicionalmente estável (Ertekin *et al.*, 2001). O critério de Neumann diz que uma solução proposta será estável quando  $|\lambda| \leq 1$ , onde  $\lambda = \varepsilon_{i,n+1} / \varepsilon_{i,n}$ , quando o valor absoluto do erro for decrescente ou constante para níveis de tempo crescentes. A solução explícita é dita condicionalmente estável, pois sua estabilidade é limitada a uma faixa de valores de *timesteps*. Para valores maiores do que este limite a solução apresenta erro crescente para cada iteração no tempo.

### 3.2.2.2. Formulação Implícita

A formulação implícita é obtida quando todas as pressões obtidas das derivadas espaciais são associadas a um tempo de referência  $n+1$  e a aproximação *backward* é usada para aproximar a derivada temporal da pressão com base neste mesmo tempo:

$$\left( \frac{\partial p}{\partial t} \right)_i^{n+1} = \frac{p_i^{n+1} - p_i^n}{\Delta t} \quad (54)$$

Assim, a equação (47) pode ser escrita como:

$$T_{l_{x_i+1/2}}^n (p_{i+1}^{n+1} - p_i^{n+1}) - T_{l_{x_i-1/2}}^n (p_i^{n+1} - p_{i-1}^{n+1}) + (q_{lsc})_i = \left( \frac{V_b \phi c_l}{B_l \Delta t} \right)_i (p_i^{n+1} - p_i^n) \quad (55)$$

Como as transmissibilidades são definidas em termos de variáveis dependentes da pressão e, portanto, das incógnitas da equação, estas serão calculadas explicitamente em um *timestep* anterior. Se as transmissibilidades forem especificadas para  $n+1$ , a equação resultante será não linear e necessitará de técnicas adicionais de conversão para que possam ser resolvidas por um procedimento de solução de equações lineares. Colocando em evidência as incógnitas de pressão da equação (55) chega-se a:

$$T_{l_{x_i+1/2}}^n p_{i+1}^{n+1} - \left[ \left( \frac{V_b \phi c_l}{B_l \Delta t} \right)_i + T_{l_{x_i+1/2}}^n + T_{l_{x_i-1/2}}^n \right] p_i^{n+1} + T_{l_{x_i-1/2}}^n p_{i-1}^{n+1} = - \left[ (q_{lsc})_i + \left( \frac{V_b \phi c_l}{B_l \Delta t} \right)_i p_i^n \right] \quad (56)$$

Da equação (56) e da Figura 7 nota-se que o cálculo da pressão no bloco  $i$  para o tempo  $n+1$  é dependente das pressões nas células vizinhas para este mesmo tempo e, portanto, não pode ser feito explicitamente. Conseqüentemente, a equação (56) deve ser resolvida para todos os blocos simultaneamente, através de um sistema equações lineares.

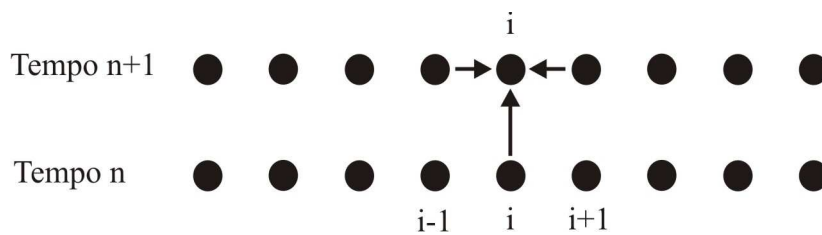


Figura 7. Esquema representando a contribuição de cada célula e seu nível de tempo na equação implícita para o bloco  $i$  (modificado de Ertekin *et al.*, 2001).

Ainda utilizando o critério de estabilidade de Von Neumann pode ser demonstrado que a formulação implícita é incondicionalmente estável, ou seja, não apresentará erro crescente no processo iterativo independente do tamanho do *timestep* utilizado.



É importante destacar que o tempo computacional requerido para o procedimento implícito de solução é muito maior do que para a solução explícita. Isto se deve ao fato que, para cada *timestep*, um sistema de equações deve ser resolvido para as incógnitas do problema, enquanto que na solução explícita cada equação é resolvida isoladamente.

### 3.3. Condições iniciais e de contorno

Conforme mencionado anteriormente, as condições iniciais são necessárias para inicializar a simulação. A partir das condições especificadas para um tempo considerado inicial, os cálculos de pressão para as células da malha de simulação são feitos através da marcha em passos de tempo, ou *timesteps*. Para os problemas de simulação de reservatórios, as condições iniciais necessárias são a pressão inicial do reservatório e a distribuição de saturações.

Em grande parte dos estudos de simulação, as condições iniciais são obtidas assumindo-se equilíbrio inicial capilar/gravitacional. Neste modo de inicialização, a distribuição de pressões é obtida especificando-se a pressão em um *datum* de referência e usando o gradiente dos fluidos para determinar as pressões em todas as demais profundidades. A distribuição inicial de saturações é então obtida através dos contatos dos fluidos e das relações de pressão capilar (Ertekin *et al.*, 2001).

As condições de contorno usadas em simulação de reservatórios podem ser bastante complexas, visto que as equações diferenciais resolvidas pelo simulador necessitam que todas as fronteiras sejam especificadas. Isto inclui as fronteiras externas (limites do reservatório) e as fronteiras internas (poços de produção e injeção). Para as fronteiras externas é assumido geralmente que não há fluxo para algum ponto distante do reservatório. Matematicamente esta condição de contorno é representada por:

$$\frac{\partial p_o}{\partial n} = \frac{\partial p_g}{\partial n} = \frac{\partial p_n}{\partial n} = 0 \quad (57)$$

onde *n* representa a direção normal à fronteira do reservatório. Em termos das equações discretizadas, esta condição pode ser implementada especificando-se transmissibilidades

nulas nas faces externas das células situadas nos limites do reservatório. As condições de contorno que impõem gradientes de pressão nas fronteiras do reservatório são conhecidas como condições do tipo Neumann.

Para as fronteiras internas, especificar um gradiente de pressão é equivalente a especificar um vazão constante de fluxo, conforme pode ser observado pela lei de Darcy escrita para a parede do poço, já que todas as outras variáveis da equação são conhecidas:

$$q_{isc} = \frac{-2\pi r_w kh}{\mu B_l} \frac{dp}{dr} \Big|_{r=r_w} \quad (58)$$

Quando as pressões são fixadas nas fronteiras do reservatório, a condição de contorno é dita do tipo Dirichlet. Nas fronteiras internas, ou poços, esta condição implica em produção ou injeção à pressão de fundo em fluxo constante. Da discretização da equação (58) é possível calcular a vazão de produção ou injeção  $q_{isc}$ , que deve ser incorporada nas equações de fluxo. A condição de Dirichlet para as fronteiras externas ocorre em reservatórios que estão sendo constantemente realimentados por um influxo de água de modo a manter a pressão estabilizada na interface entre a zona de óleo e o aquífero.

## 4. Injeção de Água

O método de injeção de água é o método de recuperação suplementar mais utilizado no mundo e o que contribui com a maior parcela de aumento da produção e reservas (Pizarro, 2002). O sucesso da implantação de um projeto de injeção de água depende fundamentalmente de uma correta avaliação dos fenômenos físicos que governam o escoamento de fluidos no meio poroso e das propriedades dos fluidos e das rochas do reservatório.

Atualmente, a injeção de água é o método de recuperação suplementar mais utilizado na indústria do petróleo. Somente nos Estados Unidos da América, cerca de 50% da produção de óleo são creditados a esse método. Nas bacias produtoras com reduzido potencial exploratório, as ações para maximização da produção dos campos conhecidos concentram-se principalmente na injeção de água.

### 4.1. Histórico da injeção de água

“Em 1880, J.F. Carll vislumbrou a possibilidade de aumentar a recuperação de óleo nos campos da Pensilvânia”, que até então não passava de uma pequena fração do volume in place estimado, “através da injeção de água no reservatório para deslocar o óleo em direção aos poços produtores” (Willhite, 1986). Aparentemente, segundo Willhite, esta idéia foi colocada em prática de maneira acidental no Campo de Bradford, Pensilvânia. Diversos poços tinham sido abandonados na região, uns sem tamponamento, outros com revestimentos deixados no poço e posteriormente corroídos. Assim, a água doce de horizontes mais rasos entrou em contato com os intervalos produtores e agiu como um mecanismo de injeção. Em 1890 os operadores da região perceberam que o influxo de água nos intervalos produtores estava estimulando a produção.

Em 1907 a prática da injeção de água já respondia por uma parcela considerável do ganho de produção do campo de Bradford. O primeiro padrão de injeção de água implantado neste campo foi denominado “*circle flood*” e consistia na injeção de água em um poço até que os poços vizinhos ficassem “inundados”. Quando isto ocorria, estes

poços eram então convertidos em injetores, criando uma frente de água circular e expansiva. Posteriormente, o método de “*circle flood*” foi substituído pelo que hoje é conhecido como injeção em linha direta. Esta, por sua vez, em 1928, cedeu lugar a um novo método chamado de “*five-spot*”, assim denominado devido à sua semelhança com a face de cinco pontos de um dado. Devido à produção de um volume adicional de óleo após a depleção primária do campo, a recuperação por injeção de água foi denominada recuperação secundária.

Mesmo demonstrando resultados satisfatórios nas aplicações de campo, a técnica da injeção de água no reservatório para recuperação adicional de óleo teve um crescimento lento nos primeiros anos, podendo ser explicado por alguns fatores. Primeiramente, a injeção de gás desenvolveu-se concomitantemente e tornou-se um método competitivo com a injeção de água em determinados reservatórios. Associado a este fator, a capacidade de produção de óleo era mais alta do que a demanda do mesmo em alguns estados. Conseqüentemente, a depleção primária de muitos campos foi controlada pela demanda do mercado. O crescimento desta demanda no decorrer dos anos, acompanhado pela necessidade de aumento dos volumes produzidos e associado à depleção precoce dos reservatórios, viabilizou a aplicação da injeção de água em larga escala no final da década 40 e início da década de 50. Atualmente a prática de injeção de água é um processo difundido no mundo todo.

## 4.2. Fatores que afetam a injeção de água

Satter *et al.* (2008), Ahmed (2006) e Willhite (1986) descrevem os diversos fatores a serem considerados na avaliação do reservatório candidato à injeção de água:

**Saturação de óleo remanescente:** A determinação precisa da saturação de óleo remanescente ao final do período de produção primária é essencial para a avaliação da viabilidade de um projeto de injeção de água. Um reservatório com menos de 40% de saturação de óleo pode não ser um bom candidato, devido à reduzida capacidade de produção adicional. Além disso, permeabilidade relativa do óleo a baixas saturações é expressivamente reduzida. Um bom projeto de injeção de água é normalmente

associado a reservatórios com grandes volumes não produzidos durante a depleção primária.

**Densidade e viscosidade do óleo:** Reservatórios com densidade maior que 25°API e viscosidade menor que 30 cp são considerados bons candidatos à injeção de água. Óleos muito viscosos são deslocados de forma menos eficiente pela água. Esta, por ter uma menor viscosidade e, portanto, maior mobilidade, chega rapidamente aos poços produtores, deixando para trás uma extensa região não varrida. O parâmetro que mede este efeito é a razão de mobilidades, que é a razão entre a mobilidade do fluido deslocante (água),  $\lambda_w$ , e a mobilidade do fluido deslocado (óleo),  $\lambda_o$ :

$$M = \frac{\lambda_w}{\lambda_o} = \frac{k_w/\mu_w}{k_o/\mu_o} = \frac{k_w \mu_o}{k_o \mu_w} \quad (59)$$

Valores desejados de  $M$  são próximos da unidade, onde a frente de deslocamento se comporta como um pistão, sem haver passagem preferencial da água injetada, maximizando a eficiência de varrido.

**Heterogeneidades do reservatório:** Diversos fatores associados a heterogeneidades do reservatório podem impactar negativamente no desempenho da injeção de água. Como exemplos podem ser citados fraturas, canais de alta permeabilidade e zonas de baixa transmissibilidade. A uniformidade do reservatório é um dos fatores determinantes do sucesso de uma injeção de água. Se a formação contém uma zona de espessura limitada e alta permeabilidade, a água injetada seguirá por este caminho preferencial e resultará numa eficiência de varrido indesejada. A menos que essa zona possa ser identificada e isolada, a razão água-óleo dos poços produtores rapidamente atingirá valores altos o suficiente para inviabilizar a economicidade da operação. Assim, a injeção de água é mais previsível e mais provável de ser bem sucedida em uma formação relativamente homogênea

**Litologia e propriedades da rocha-reservatório:** Os fatores relacionados à litologia e propriedades da rocha que afetam a injeção de água são: porosidade, permeabilidade, teor de argila, espessura efetiva. Reservatórios de baixa permeabilidade ou espessura

efetiva, por exemplo, podem enfrentar problemas para atingir as vazões de injeção desejadas, requerendo elevadas pressões de injeção que podem ultrapassar a pressão de fratura da formação, conforme observado pela equação (60). Como a pressão de injeção é restringida pela pressão de fratura, as vazões de injeção de casos como este precisam ser reduzidas, podendo resultar em respostas atrasadas do reservatório, reduzindo o valor presente líquido do ativo. A vazão de injeção e a pressão estão relacionadas pela expressão a seguir:

$$p_{inj} \propto \frac{q_{inj}}{hk} \quad (60)$$

onde  $h$  e  $k$  representam a espessura efetiva e a permeabilidade, respectivamente.

**Compatibilidade da água de injeção:** A água a ser injetada deve ser compatível com a rocha-reservatório e com a água da formação, de modo a minimizar os danos ao reservatório.

**Mecanismos de produção primária do reservatório:** O mecanismo de produção primária do reservatório e sua recuperação final associada devem ser levados em conta quando se analisa a possibilidade de injeção de água em um reservatório.

- **Influxo de água** – Reservatórios produzindo através de forte influxo de água de um aquífero geralmente não são considerados bons candidatos à injeção. Porém, em certos casos, um aquífero natural pode ser suplementado com injeção de água para suportar vazões elevadas de produção através da manutenção da pressão.
- **Capa de gás** – Em geral também não são bons candidatos, pois o mecanismo primário pode já ser bastante eficiente sem a injeção de água. Quando necessária a manutenção de pressão, a injeção de gás na capa é o método de recuperação secundária mais indicado. Em casos de capas de gás de dimensões reduzidas, a injeção de água pode ser considerada, porém necessitando de um cuidado adicional para prevenir a migração do óleo deslocado para a capa de gás. Esta migração resultaria em uma perda de óleo recuperável devido ao

estabelecimento de uma saturação residual de óleo no volume poroso que anteriormente não existia.

- **Gás em solução** – Reservatórios produzindo sob o mecanismo de gás em solução são geralmente os mais indicados para a injeção de água. Como a recuperação primária é normalmente baixa, há um potencial substancial para a recuperação suplementar. Um valor típico de recuperação fina por injeção de água em reservatórios desta natureza é o dobro da recuperação primária. Ou seja, o mesmo volume retirado por gás em solução é também retirado pela injeção de água.
- **Expansão de rocha e líquidos** – Reservatórios volumétricos produzindo acima do ponto de bolha não costumam recuperar mais do que 5% do óleo original *in place*. Assim, estes reservatórios apresentam uma grande oportunidade para o aumento do fator de recuperação através da injeção de água, caso as demais condições sejam favoráveis.

### 4.3. Padrões de injeção

Um dos primeiros passos no desenvolvimento de um projeto de injeção de água é a seleção do arranjo mais adequado do esquema de injeção. O objetivo principal do arranjo a ser selecionado é “proporcionar a maior produção possível de óleo durante um intervalo de tempo econômico e com o menor volume de fluido injetado possível” (Thomas, 2004, p. 202). Esta seleção pode ser feita através da conversão de poços produtores em injetores ou através da perfuração de novos poços de injeção dentro do reservatório. Ahmed (2006) enumerou os diversos fatores a serem considerados nesta seleção:

- Heterogeneidades do reservatório e permeabilidades direcionais.
- Direção das fraturas da formação.
- Disponibilidade do fluido de injeção.
- Duração desejada da produção.
- Recuperação máxima de óleo.

- Espaçamento entre os poços, produtividade e injetividade.
- Número e localização dos poços produtores existentes.

Além dos fatores considerados acima, devem ser levados em conta todos os custos de investimento, operacionais, deduções, impostos e as receitas decorrentes das produções previstas de maneira a se escolher a malha de injeção que apresente a melhor atratividade econômica, levando em consideração as possíveis restrições operacionais ou financeiras, como limitações no tratamento da água injetada ou disponibilidade de recursos de investimento.

Os esquemas empregados em projetos de injeção podem ser separados em três grandes grupos: (1) injeção periférica, (2) injeção no topo e injeção base e (3) injeção em malhas regulares.

#### **4.3.1. Injeção periférica**

Na injeção periférica, os poços de injeção estão localizados nas fronteiras externas do reservatório e o óleo é deslocado em direção ao seu interior, conforme mostrado pelo esquema da Figura 8. Normalmente utiliza-se de poços perfurados no aquífero ou próximos ao contato óleo/água, e procura utilizar a força da gravidade para obter um deslocamento mais eficiente. A injeção periférica normalmente propicia uma recuperação eficiente. A desvantagem deste esquema é que a pressão no topo do reservatório demora a sentir os efeitos da injeção. Portanto, um projeto de injeção periférica pode não ser o mais lucrativo, pois a recuperação embora seja alta, se processa de forma lenta (Pizarro, 2002).



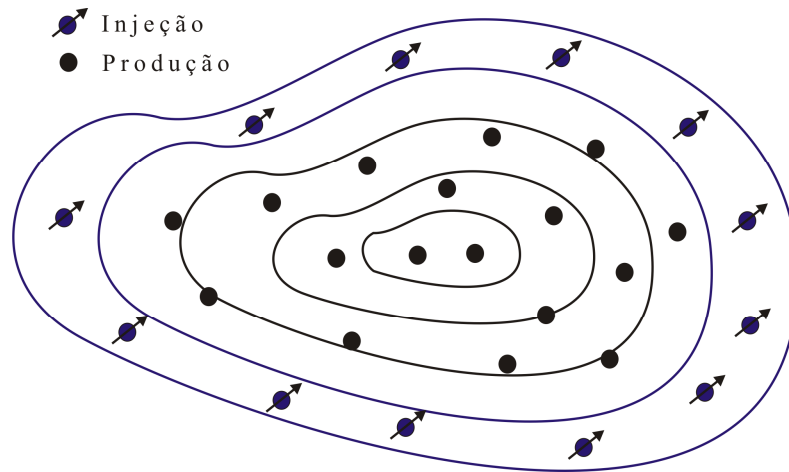


Figura 8. Esquema de injeção periférica no início do projeto.

Um aspecto particular deste tipo de injeção é a possibilidade de converter poços produtores em injetores com o passar do tempo. O caso mostrado na Figura 8 representa a disposição de poços produtores e injetores no início de um projeto de injeção. Conforme o contato óleo/água vai avançado, atingindo primeiramente os poços mais baixos na estrutura, estes vão sofrendo um aumento progressivo na sua razão água/óleo de produção. Em algum momento da vida produtiva do campo esta razão poderá atingir valores excessivos e estes poços produtores poderão então ser convertidos em injetores ou fechados.

A Figura 9 ilustra o caso anterior no final do projeto de injeção, onde os poços produtores foram convertidos em injetores, resultando em um avanço da linha de injeção em direção ao topo da estrutura.

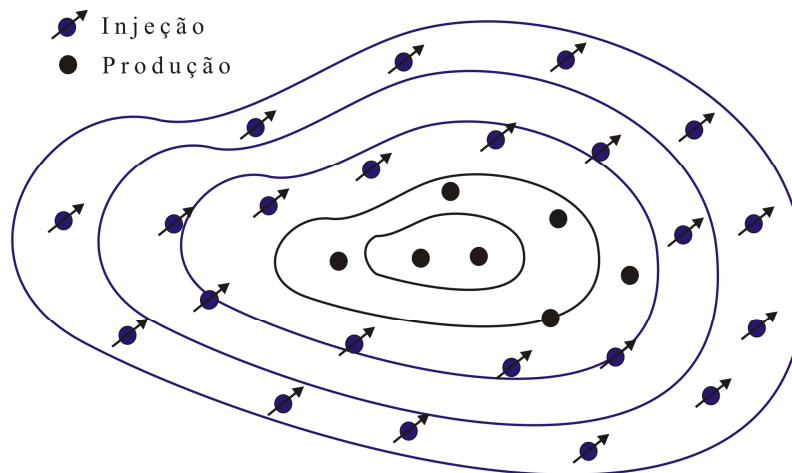


Figura 9. Esquema de injeção periférica no final do projeto.

Ahmed (2006) destacou as principais características da injeção periférica:

- Em geral, a injeção periférica resulta em um máximo de recuperação de óleo com um mínimo de água produzida.
- A produção de quantidades significativas de água pode ser bastante atrasada.
- Para manter os poços de injeção mais próximos possíveis da frente de avanço sem ultrapassar o óleo móvel, produtores com *breakthrough* ou alta produção de água podem ser convertidos em injetores (injeção periférica com avanço da linha de injeção). Em contrapartida, custos adicionais serão gerados na conversão de novos injetores e extensão das linhas de água em superfície.
- Resultados da injeção periférica são mais difíceis de prever.

#### 4.3.2. Injeção no topo e na base

A injeção no topo, como o nome sugere, consiste na injeção de um fluido em poços localizados no topo da estrutura. É o caso típico de projetos de injeção de gás imiscível para manutenção de pressão no reservatório. De forma similar, a injeção na base consiste na injeção de um fluido (geralmente água) na parte inferior da estrutura. A Figura 10 ilustra estes dois esquemas de injeção.

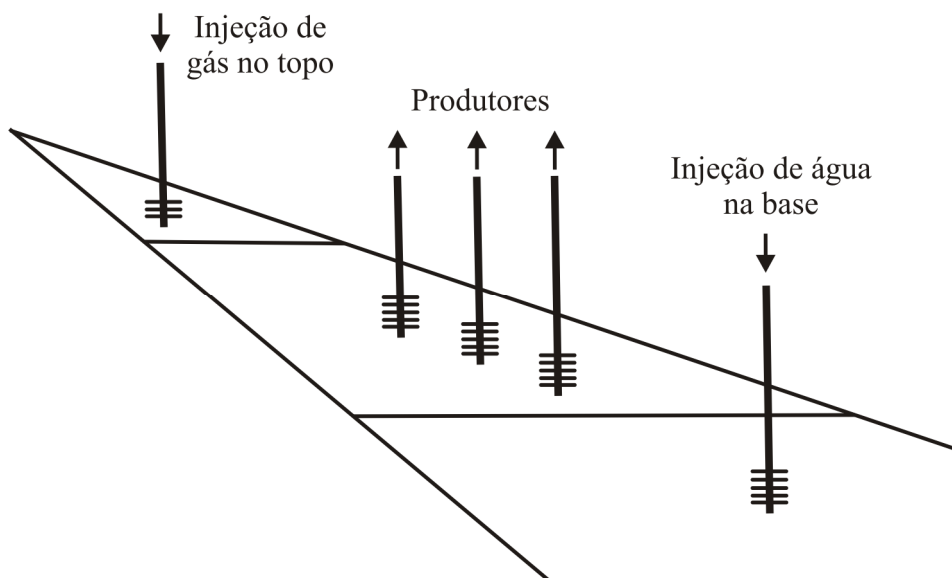


Figura 10. Esquema de injeção no topo e na base da estrutura.

Embora a injeção na base seja comumente classificada na literatura técnica como uma categoria à parte, conforme aqui apresentado, suas características e conceitos para a aplicação na recuperação secundária por injeção de água se confundem com a injeção periférica. Os dois casos tratam da injeção de água no aquífero ou nas proximidades do contato água/óleo. Observa-se que em geral a classificação de injeção periférica é atribuída para os reservatórios de estrutura anticlinal, onde os poços de injeção vistos nos mapas de contorno da estrutura aparecem como se estivessem localizados na periferia do reservatório (Figura 8).

### 4.3.3. Injeção em malhas

No modelo de injeção em malhas os poços produtores e injetores estão uniformemente distribuídos ao longo do reservatório. Este tipo de injeção é empregado normalmente em reservatórios com grandes áreas e pequenas inclinações e espessuras (Rosa *et al.*, 2006). Uma extensa variedade de arranjos de poços de produção e injeção já foi testada em projetos de injeção, sendo que os mais comuns são os seguintes:

- **Injeção em linha direta.** É constituída de linhas de poços de injeção e linhas de poços de produção dispostas alternadamente (Figura 11). O padrão é caracterizado por dois parâmetros:  $a$  = distância entre os poços do mesmo tipo e  $d$  = distância entre as linhas de injetores e produtores.

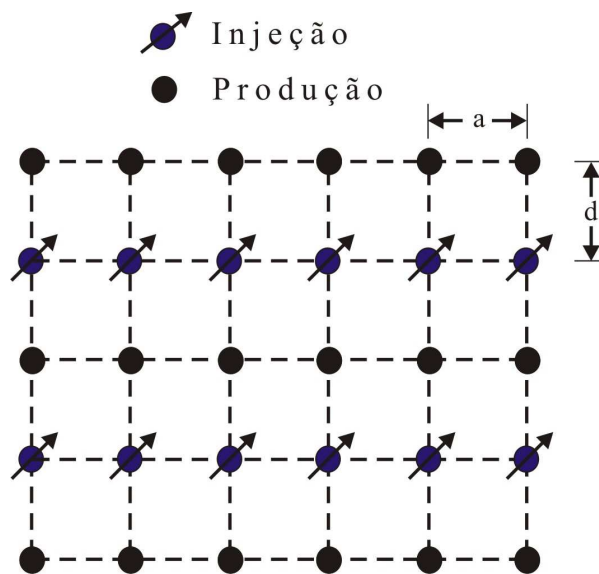


Figura 11. Injeção em linha direta.

- **Injeção em linhas esconsas.** Neste caso os poços ainda são dispostos em linhas alternadas de produtores e injetores, mas as linhas encontram-se defasadas de meia distância de poços do mesmo tipo, ou  $a/2$  (Figura 12).

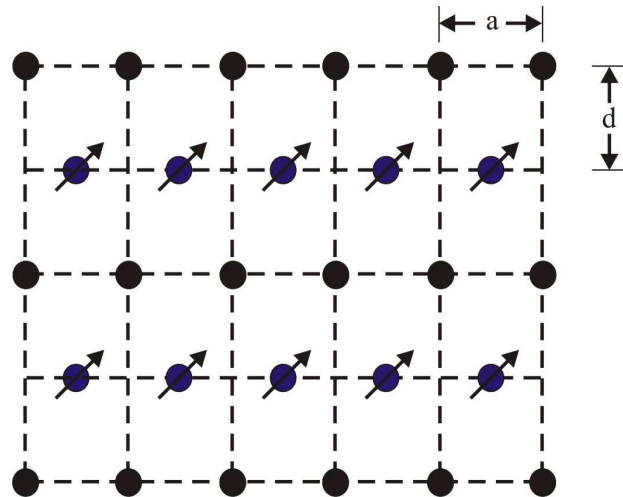


Figura 12. Injeção em linhas esconsas.

- **Five-spot.** É um caso particular da injeção em linhas esconsas, onde a distância entre poços vizinhos de natureza diferente é constante, ou seja,  $a = 2d$ . Desta maneira, quaisquer quatro poços de injeção formarão uma área quadrada com um poço de produção no centro (Figura 13).

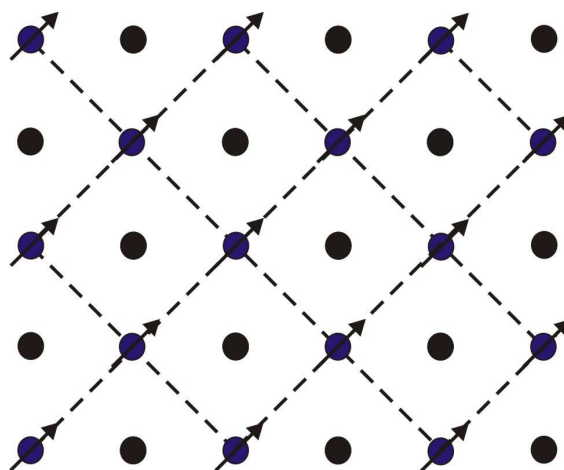


Figura 13. Malha *five-spot*.

- **Seven-spot.** Os poços de injeção estão localizados nos vértices de um hexágono com um poço produtor no centro, conforme mostrado na Figura 14.

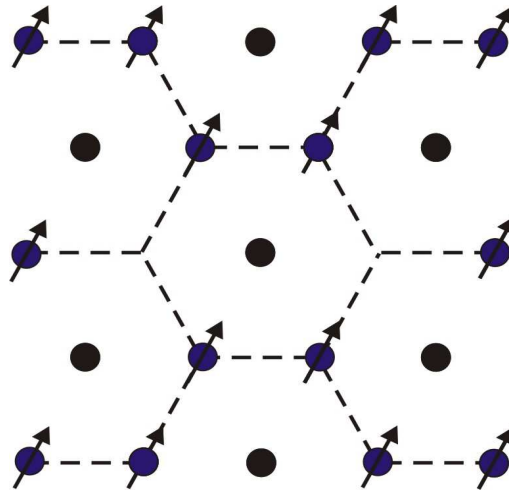


Figura 14. Malha *seven-spot*.

- **Nine-spot.** É um padrão similar ao *five-spot*, mas com um poço de injeção extra perfurado no centro de cada lado do quadrado constituinte da malha básica. Este padrão contém oito poços injetores cercando um poço produtor (Figura 15).

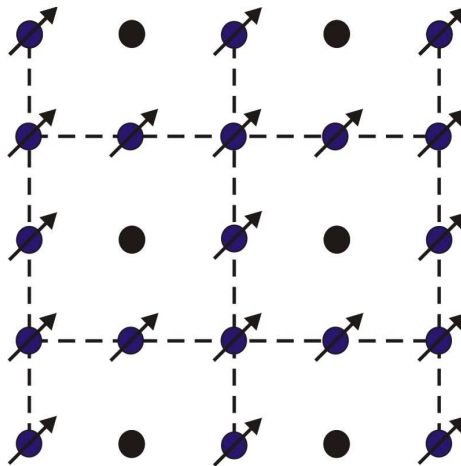


Figura 15. Malha *nine-spot*.

As malhas mostradas acima são do tipo chamado *normal*, que significa um poço de produção cercado por poços de injeção. Nos modelos *invertidos* ocorre o contrário, ou seja, um poço de injeção cercado por poços de produção.

## 5. Modelo Físico do Reservatório

Para reproduzir o fenômeno físico do escoamento de fluidos em meio poroso de forma realista e similar aos reservatórios reais, assim como avaliar a eficiência de diversos projetos de injeção de água e seus resultados, o modelo criado para este estudo leva em consideração um grande número de heterogeneidades nos seus parâmetros, como variação de espessura das camadas, porosidade, permeabilidade, produtividade dos poços, entre outros.

O reservatório apresenta uma inclinação suave, onde seu topo varia entre 1.720 e 1.920 metros de profundidade, limitado por um aquífero de fundo. A pressão estática inicial é de 176,4 kgf/cm<sup>2</sup>, a uma profundidade de referência de 1.800 metros e a temperatura média no reservatório é de 87°C. O óleo que satura o meio poroso é um óleo leve de densidade equivalente igual a 32 °API. O volume inicial de óleo *in place* é de 9,11 milhões de m<sup>3</sup>std, dos quais 4,68 milhões de m<sup>3</sup>std são caracterizados como óleo móvel<sup>1</sup>. Este reservatório representa um campo situado em terra (“*onshore*”).

A discretização do reservatório foi realizada através de uma malha de simulação de 9000 blocos cujas propriedades estão descritas na Tabela 1. A Tabela 2 apresenta a faixa de variação dos principais parâmetros de rocha e a Tabela 3 apresenta as propriedades dos fluidos de reservatório na pressão de saturação.

Tabela 1. Malha de simulação.

	<i>Número de Células</i>	<i>Comprimento da célula (m)</i>
Direção x	40	100
Direção y	45	100
Direção z	5	0 a 10

---

<sup>1</sup> Óleo móvel é a parcela do volume de óleo presente no reservatório que pode efetivamente ser deslocada. Corresponde ao volume de óleo na saturação inicial subtraído do volume remanescente na saturação de óleo residual.

Tabela 2. Propriedades de rocha.

<i>Parâmetro</i>	<i>Mínimo</i>	<i>Máximo</i>
NTG (%)	40%	75%
Porosidade $\phi$ (%)	11%	21%
Permeabilidade i, j (mD)	0	350
Permeabilidade k (mD)	17% da Permeabilidade i, j	

Tabela 3. Propriedade dos fluidos na pressão de saturação.

<i>Parâmetro</i>	<i>Valor na Psat</i>
Pressão de saturação (kgf/cm <sup>2</sup> )	78,6
Fator volume-formação do óleo, $B_o$ (m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> std)	1,136
Fator volume-formação do gás, $B_g$ (m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> std)	0,01484
Fator volume-formação da água, $B_w$ (m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> std)	1,0228
Razão de Solubilidade, $R_s$ (m <sup>3</sup> std/m <sup>3</sup> std)	32,0
Viscosidade do óleo, $\mu_o$ (cP)	1,395
Viscosidade do gás, $\mu_g$ (cP)	0,01465
Viscosidade da água, $\mu_w$ (cP)	0,4329

Os poços produtores estão distribuídos ao longo de toda a zona saturada por óleo, com uma distância fixa de 400 metros entre si, totalizando 36 poços. Suas produtividades foram especificadas individualmente de maneira a reproduzir situações reais diversas, como baixas produtividades devido a danos durante a perfuração e/ou completação. Para o controle de poço foi fixada uma pressão de fundo em fluxo mínima de 40 kgf/cm<sup>2</sup> e vazões máximas de produção de óleo de 60 m<sup>3</sup>/d. Os poços são fechados se a razão gás-óleo (RGO) ultrapassar 500 m<sup>3</sup>std/m<sup>3</sup>std ou a razão água-óleo (RAO) atingir 20 m<sup>3</sup>std/m<sup>3</sup>std. O modelo do reservatório com a localização dos poços produtores é ilustrado na Figura 16, onde pode ser observado o mapa das saturações de óleo. A Figura 17 mostra o mapa das permeabilidades horizontais.

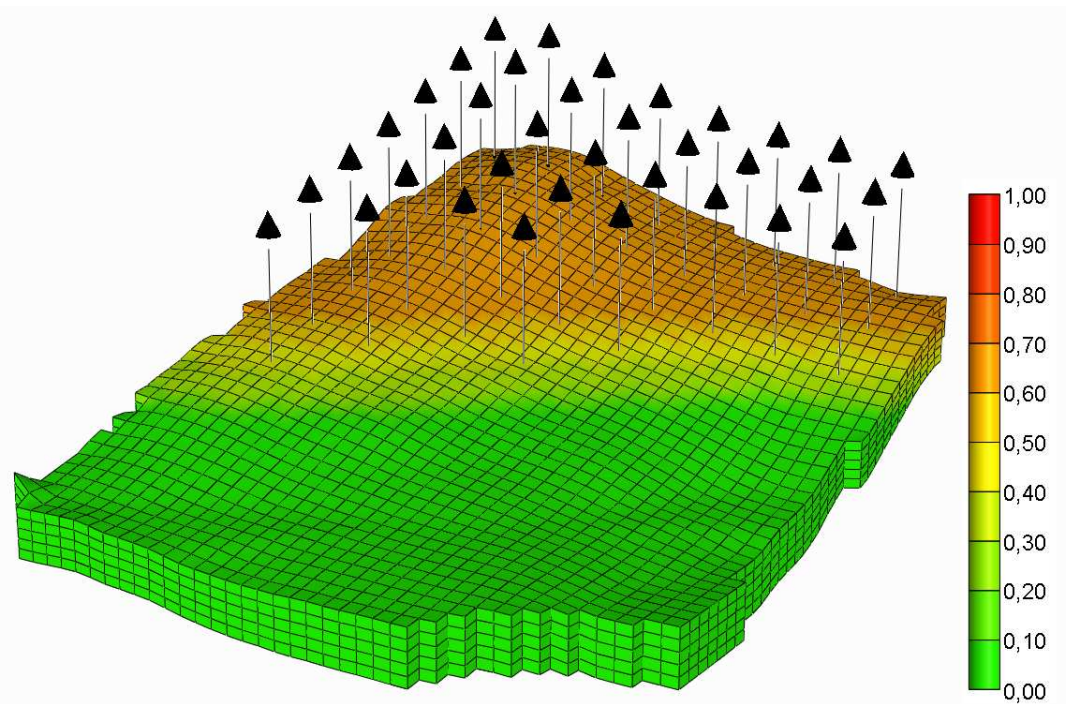


Figura 16. Mapa de saturação de óleo e localização dos poços.

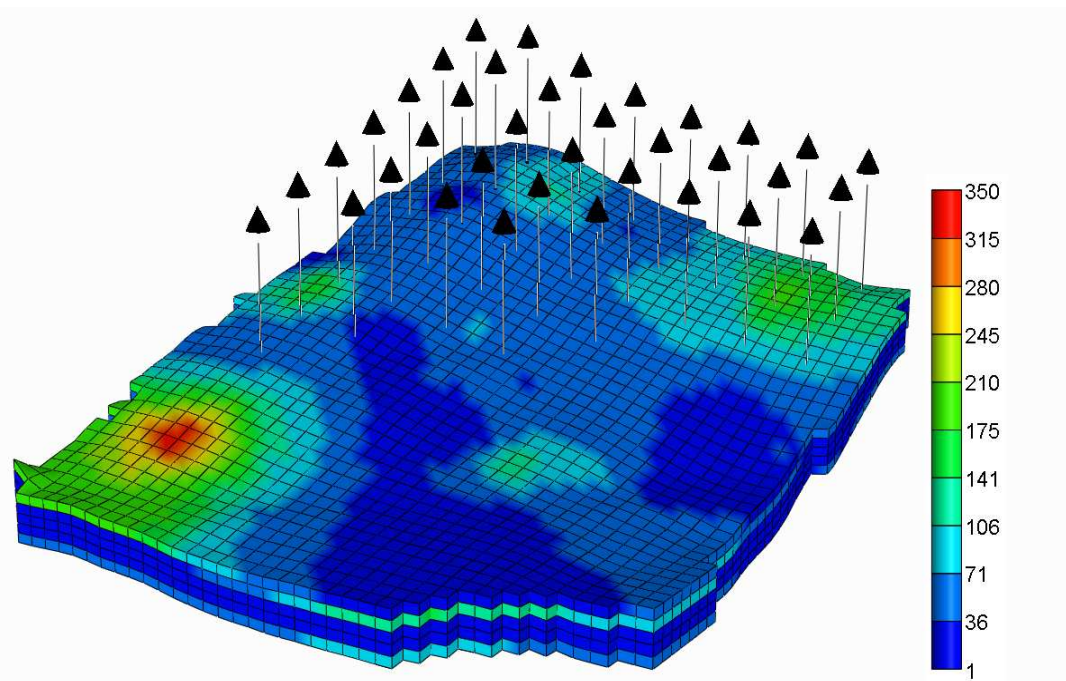


Figura 17. Mapa de permeabilidade horizontal (mD) do modelo de simulação.

O gráfico da Figura 18 mostra as curvas de permeabilidade relativa óleo/água adotadas para este reservatório. A saturação de água inicial (conata) é de 38% e a saturação de óleo residual é de 25%, como pode ser observado neste diagrama. Portanto, a faixa de mobilidade do óleo para este reservatório é limitada pelos valores de 62%



(saturação inicial de óleo) e 25%. A permeabilidade relativa ao óleo para o fluxo trifásico está representada pelo diagrama triangular da Figura 19.

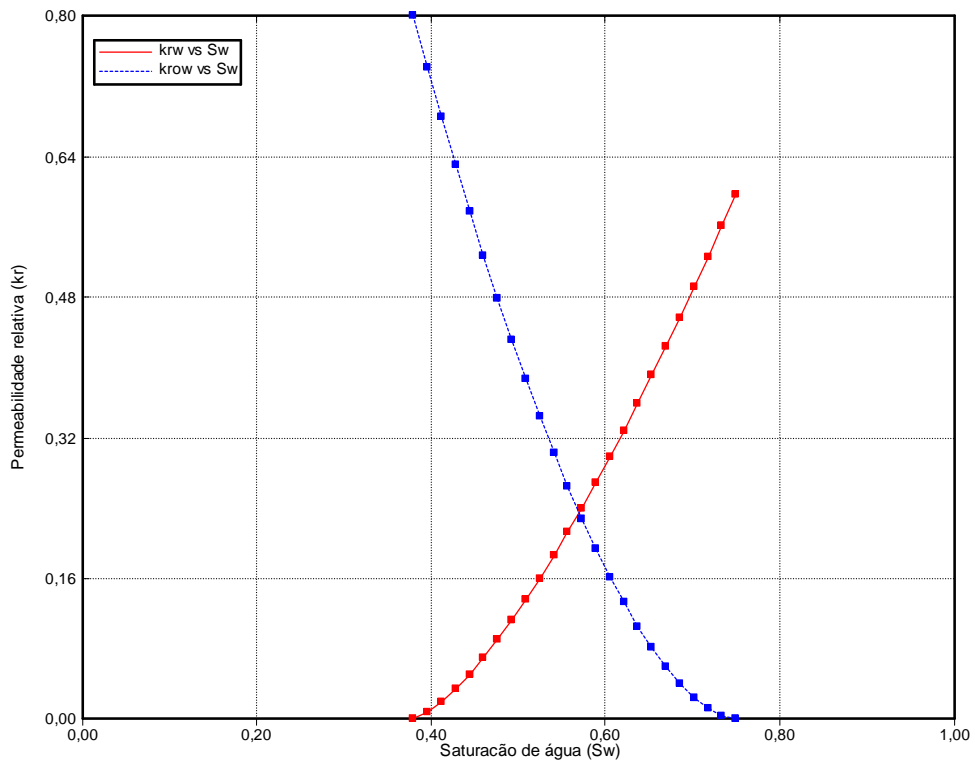


Figura 18. Curva de permeabilidade relativa óleo/água *versus* saturação de água.

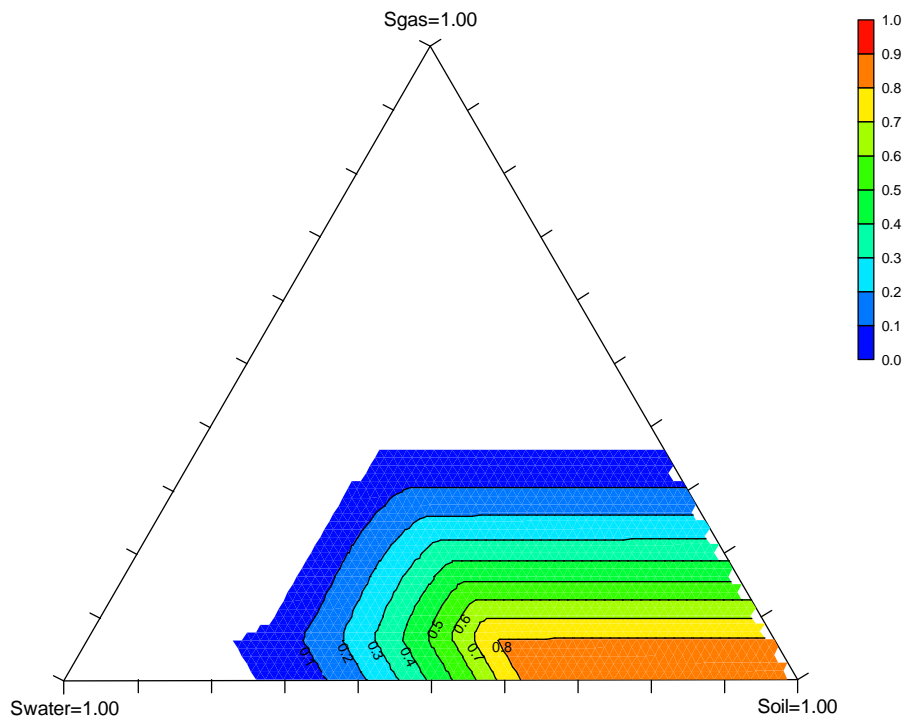


Figura 19. Permeabilidade relativa ao óleo para o sistema trifásico.

## 5.1. Histórico de produção primária

Foi considerado que o campo em estudo entrou em produção no início de 1998 e produziu por energia primária através dos 36 poços até o final do ano de 2008. O gráfico da Figura 20 mostra o comportamento da pressão média no reservatório ao longo do tempo para este período de 11 anos de produção. É notável pelo perfil de queda de pressão que, para o primeiro ano, o principal mecanismo de produção primária do reservatório foi a expansão de líquidos e a contração do meio poroso. Devido à baixa compressibilidade dos fluidos e da formação, a pressão do reservatório cai rapidamente até atingir a pressão de saturação.

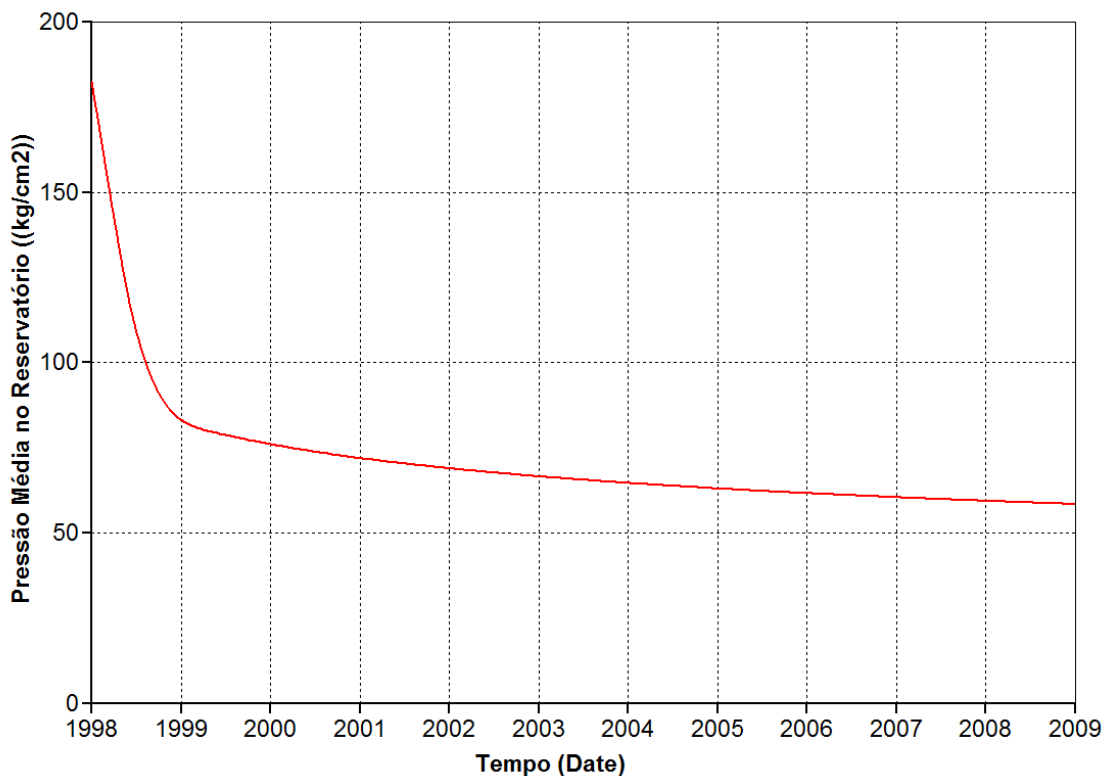


Figura 20. Depleção do campo por produção primária.

O amortecimento da curva de pressão no final do primeiro ano de produção indica que a pressão de saturação começou a ser alcançada nas proximidades dos poços de produção. Neste ponto é que começa a atuar o mecanismo de gás em solução. A partir daí, as reduções de pressão, em vez de provocarem apenas expansões dos líquidos, provocam também a vaporização das frações mais leves do óleo. Como o gás é mais expansível que o líquido, é basicamente devido à sua expansão que ocorre o

deslocamento do líquido para fora do meio poroso (Rosa *et al.*, 2006). A queda de pressão no reservatório dominado por este mecanismo de produção é muito mais atenuada que no caso inicial.

A queda brusca de pressão no período inicial e as dimensões limitadas do aquífero de fundo (Figura 16) em comparação com o tamanho da zona de óleo sugerem que o mecanismo de influxo de água seja desprezível e não contribua para a produção do campo.

O histórico de produção apresentado na Figura 21 mostra que, após os 11 anos de produção, a vazão de óleo cai a 10% do seu valor inicial, declinando de 1350 m<sup>3</sup>/d para 140 m<sup>3</sup>/d. No final do ano de 2008, os níveis de pressão estática encontram-se na faixa dos 50 kgf/cm<sup>2</sup> e a vazão média é de 3,9 m<sup>3</sup>/dia/poço. O fator de recuperação de óleo para este período é de 16,25%. As características queda de pressão ao longo da vida produtiva, fator de recuperação e vazões de óleo classificam o campo na categoria de campo com alto grau de exploração.

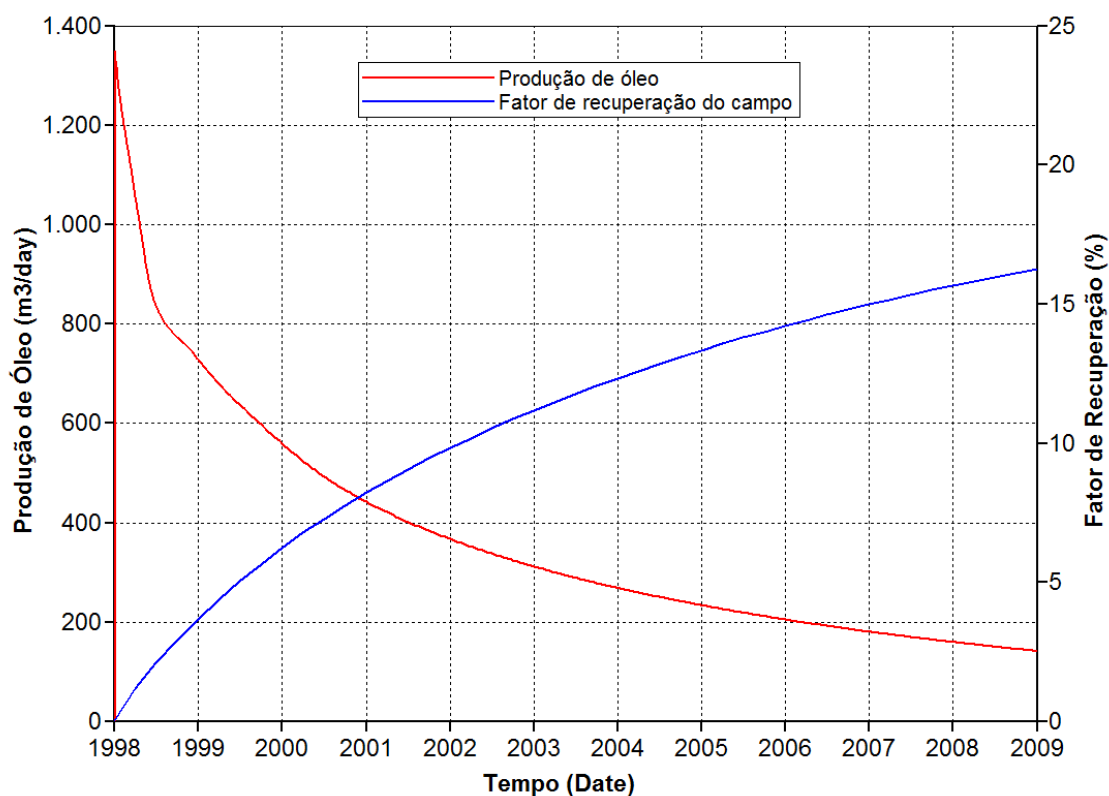


Figura 21. Produção de óleo e fator de recuperação do campo.

## 5.2. Injeção de água para a recuperação da produção

A depleção acentuada do reservatório ao longo de 11 anos de produção e os seus baixos níveis de produção apontam para a necessidade de implantação de um programa de revitalização do campo através de um método de recuperação suplementar. As características de viscosidade, densidade e mobilidade do óleo descartam a necessidade de métodos especiais de recuperação para uma etapa secundária e reforçam a candidatura da tradicional injeção de água para repressurização e deslocamento imiscível do óleo no reservatório.

Serão repassados aqui os fatores que devem ser considerados na avaliação do reservatório candidato à injeção de água apresentados na Seção 4.2, aplicando-os ao caso em questão:

**Saturação de óleo remanescente:** No final da produção primária, a saturação de óleo encontra-se entre 40 e 50%, acima dos 40% mínimos anteriormente sugeridos e com valores de permeabilidade relativa próximos a 0,5. A produção acumulada até o momento representa apenas 32% do volume de óleo móvel originalmente *in place*.

**Densidade e viscosidade do óleo:** “Reservatórios com densidade maior que 25°API e viscosidade menor que 30 cp são considerados bons candidatos à injeção de água” (Satter *et al.*, 2008, p. 498). O óleo do reservatório é de densidade 32°API e, para os níveis atuais de pressão (50kgf/cm<sup>2</sup>), sua viscosidade é de aproximadamente 1,6 cP. A razão de mobilidade água/óleo não é desfavorável.

**Heterogeneidades do reservatório:** O modelo utilizado não apresenta falhas, porém apresenta heterogeneidades na permeabilidade absoluta da rocha. Os padrões de injeção a serem utilizados e o espaçamento uniforme entre os poços de injeção e produção ajudarão a minimizar os possíveis problemas decorrentes deste fator.

**Litologia e propriedades da rocha-reservatório:** A espessura da formação e as permeabilidades na zona de óleo, embora variáveis, não atingem valores baixos o suficiente para representarem alguma preocupação prévia. Como será mostrado

posteriormente, os poços de injeção conseguem operar durante toda a vida produtiva com a vazão de injeção desejada sem atingir as restrições máximas de pressão de fundo impostas na especificação dos poços injetores no simulador numérico.

**Compatibilidade da água de injeção:** A água a ser injetada deve ser compatível com a rocha-reservatório e com a água da formação, de modo a minimizar os danos ao reservatório. Está sendo considerado aqui, como uma premissa simplificadora, que esta condição será satisfeita.

**Mecanismos de produção primária do reservatório:** Como mencionado anteriormente, reservatórios produzindo sob o mecanismo de gás em solução são geralmente os mais indicados para a injeção de água.

Por todos os fatores acima mencionados, a injeção de água é considerada a prática de recuperação suplementar mais indicada para a revitalização da produção do campo aqui estudado.

### **5.3. Esquemas de injeção propostos**

O objetivo do estudo de simulação realizado é testar e comparar o desempenho de diversos esquemas de injeção de água aplicados ao modelo de reservatório apresentado, submetendo-os a uma posterior avaliação econômica para selecionar a alternativa de maior rentabilidade, traduzida em termos de valor presente líquido (VPL).

Com a finalidade de focar o estudo na comparação das respostas aos esquemas de injeção propostos, algumas restrições foram impostas, de maneira a reduzir os graus de liberdade associados ao problema:

- Não é prevista a perfuração de nenhum poço de injeção, eliminando a variável adicional que seria associada à escolha da locação destes poços. Assim, todas as malhas devem ser montadas através da conversão de poços produtores em poços injetores.

- As vazões de injeção por poço são fixadas em  $60 \text{ m}^3/\text{d}$  para todos os casos testados, independente do número de poços de injeção. O valor determinado corresponde a um volume de injeção anual de 5% do volume poroso da zona óleo, para o caso que apresenta o maior número de poços.
- Os poços de injeção entram em operação simultaneamente no primeiro dia de 2009. Considera-se que o cronograma de entrada de poços é pouco relevante para o objetivo proposto.

Os poços de injeção são controlados com vazão de injeção máxima de  $60 \text{ m}^3/\text{d}$  de água e monitoração da pressão de fundo. Esta é limitada em  $250 \text{ kgf/cm}^2$ , valor considerado como limite seguro de operação, abaixo da pressão de fratura da rocha. Caso este valor seja atingido, a pressão de fundo passa a ser operada no valor máximo permitido e a vazão de injeção torna-se a variável monitorada. Além disso, conforme mencionado anteriormente, os poços produtores serão fechados se a RGO ultrapassar  $500 \text{ m}^3\text{std}/\text{m}^3\text{std}$  ou a RAO atingir  $20 \text{ m}^3\text{std}/\text{m}^3\text{std}$ .

Os esquemas de injeção estudados neste trabalho estão ilustrados nas figuras a seguir e correspondem a padrões amplamente difundidos e aplicados na indústria do petróleo, conforme apresentado no capítulo 4.

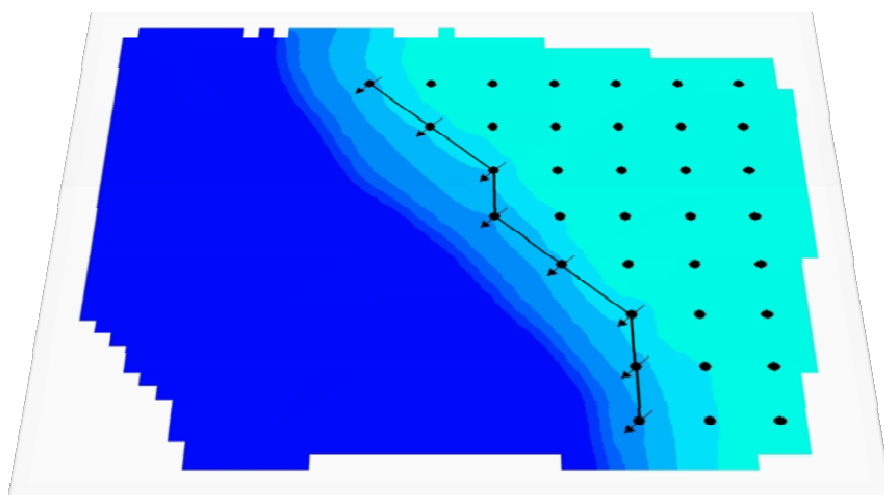


Figura 22. Injeção periférica para o modelo de reservatório.

A injeção periférica (Figura 22) é o candidato imediato para reservatórios inclinados com aquífero de fundo, como neste caso. Seu conceito básico consiste em tentar reproduzir o mecanismo de ação de um aquífero atuante: a repressurização do reservatório através do contato água/óleo, resultando na menor produção de água possível. Duas alternativas foram testadas: (1) injeção periférica sem avanço da linha de injeção, onde os poços injetores permanecem os mesmos até o fim da vida do campo; e (2) injeção periférica com avanço da linha de injeção. A diferença para o primeiro caso está em avançar o poço injetor para um poço produtor vizinho quando este atingir a RAO de  $20 \text{ m}^3 \text{std}/\text{m}^3 \text{std}$ , fechando o injetor antigo.

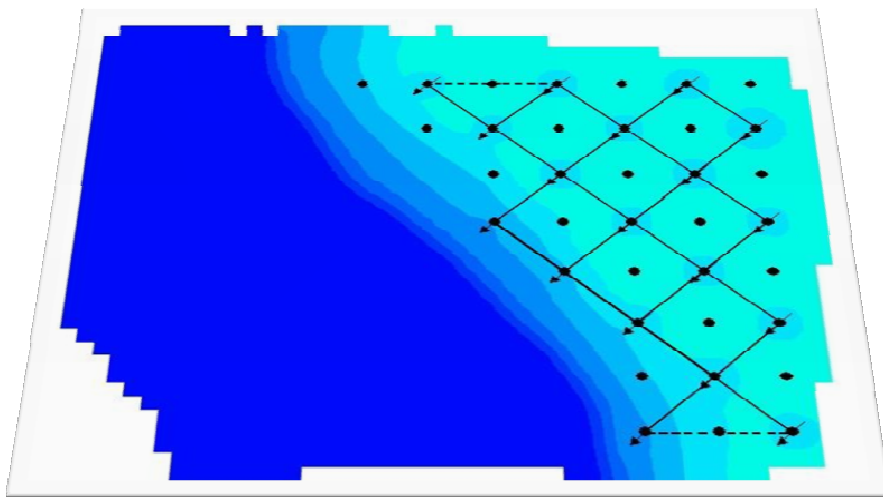


Figura 23. Malha *five-spot* para o modelo.

A inclinação suave do reservatório (aproximadamente 2 graus) permite que malhas de injeção possam ser tão ou mais eficientes que a injeção periférica, sem que haja prejuízo significativo de eficiência devido aos efeitos gravitacionais. Neste contexto, foram testados o padrão *five-spot* (Figura 23) e duas disposições de injeção em linha direta (Figura 24 e Figura 25).

A Tabela 4 apresenta a relação do número de poços produtores e injetores para cada um dos esquemas de injeção testados.

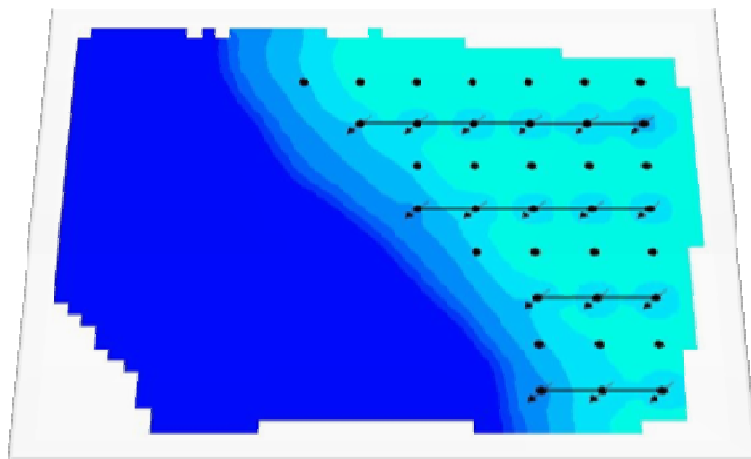


Figura 24. Injeção em linha I.

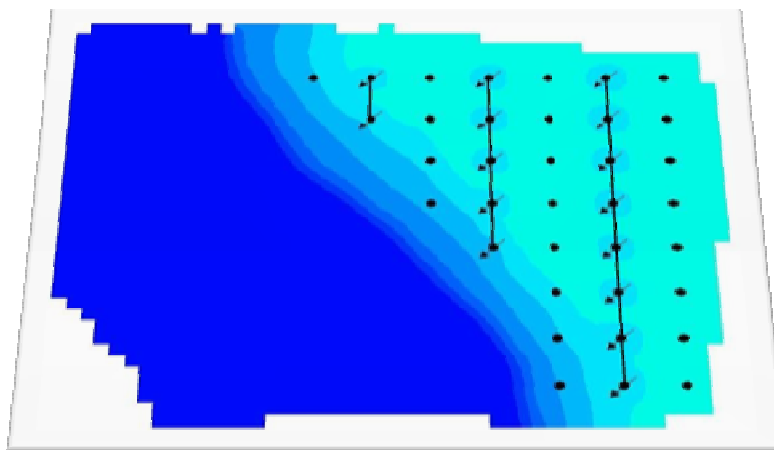


Figura 25. Injeção em linha II.

Tabela 4. Relação de poços para cada esquema de injeção.

<i>Padrão de Injeção</i>	<i>Poços Injetores</i>	<i>Poços Produtores</i>
Sem injeção	0	36
Injeção Periférica sem avanço	8	28
Injeção Periférica com avanço	11	25
Injeção em Linha I	17	19
Injeção em Linha II	15	21
Injeção em <i>Five-Spot</i>	18	18



## 6. Análise dos Resultados

Os resultados das simulações em termos de produção de óleo e fator de recuperação do campo são mostrados na Figura 26. As injeções têm início no começo de 2009, onde é notável uma queda da produção de óleo em relação à curva de produção primária, devido à perda de produção dos poços produtores que foram convertidos em injetores. A injeção periférica teve uma queda mais suave devido ao menor número de poços convertidos, mantendo uma produção de óleo estável ao longo de todo o período simulado (até 2045).

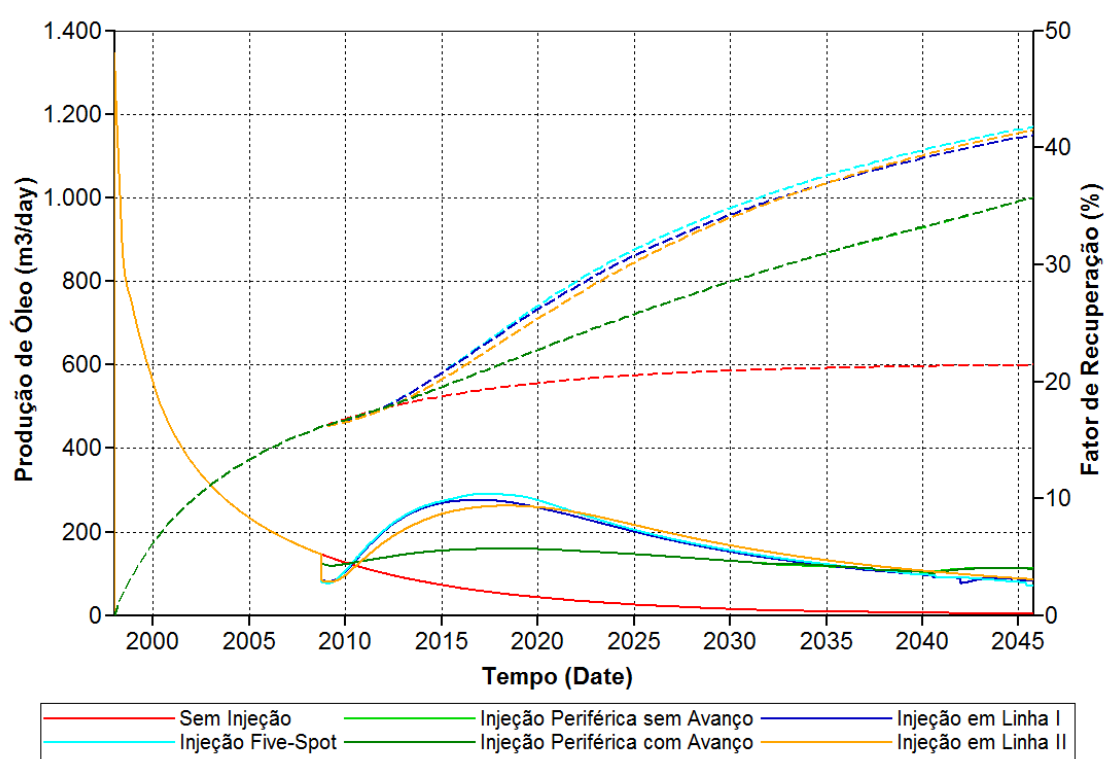


Figura 26. Produção de óleo e fator de recuperação final.

Os dois casos de injeção periférica apresentaram resultados praticamente iguais em termos de produção de óleo e recuperação final. Sob a restrição operacional de RAO máxima igual a  $20 \text{ m}^3\text{std}/\text{m}^3\text{std}$ , apenas três poços produtores foram fechados, dando pouca oportunidade para o avanço da linha de injeção. Desta forma, os dois casos testados são muito similares e é de se esperar que os resultados sejam próximos. Os outros esquemas de injeção obtiveram incrementos notáveis na produção de óleo, mantendo-a acima do valor de 2008 por mais de vinte anos. Os maiores fatores de

recuperação foram obtidos para o padrão *five-spot* e injeção em linha II, respectivamente. Observa-se ainda um incremento considerável no fator de recuperação quando se comparam os casos acima com a produção sem injeção de água no reservatório.

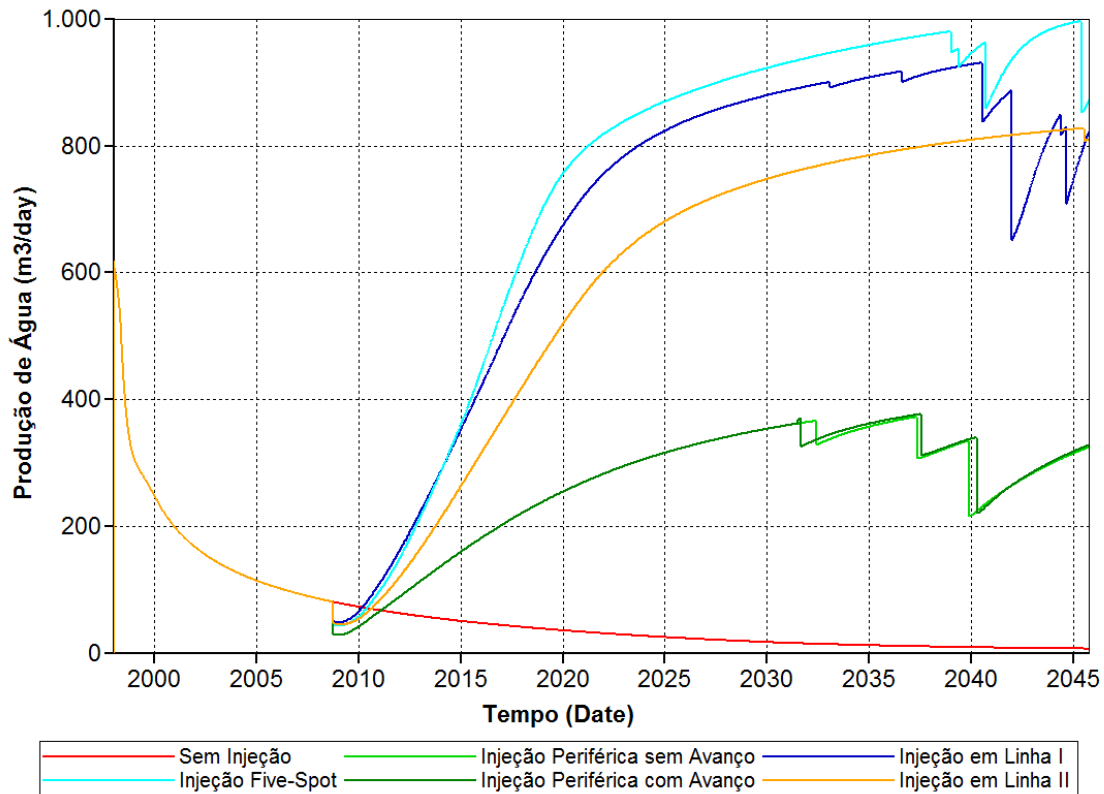


Figura 27. Produção de água no campo.

A Figura 27 apresenta as produções de água do campo. Os volumes produzidos de água estão diretamente associados ao número de poços de injeção e, portanto, à vazão total de água injetada. As quedas de produção de água no período final da simulação decorrem do fechamento de poços produtores devido às elevadas RAO.

É importante destacar, conforme exposto no capítulo 4, que a injeção periférica, devido à sua concepção, envolve menos poços injetores que as injeções em malhas. Portanto, é plausível não esperar que derive deste esquema o melhor resultado em termos de produção de óleo. Por outro lado, ainda da Figura 27, nota-se a baixa produção de água em comparação com os demais casos. Na Figura 28 estão ilustradas as curvas de RAO de produção, reforçando o que foi mencionado sobre as produções de água para a injeção periférica.

Desta maneira, em situações que apresentem restrições operacionais para o tratamento de grandes volumes de água para injeção e/ou tratamento para descarte da água produzida, a injeção periférica terá destaque, podendo vir a ser a única opção viável.

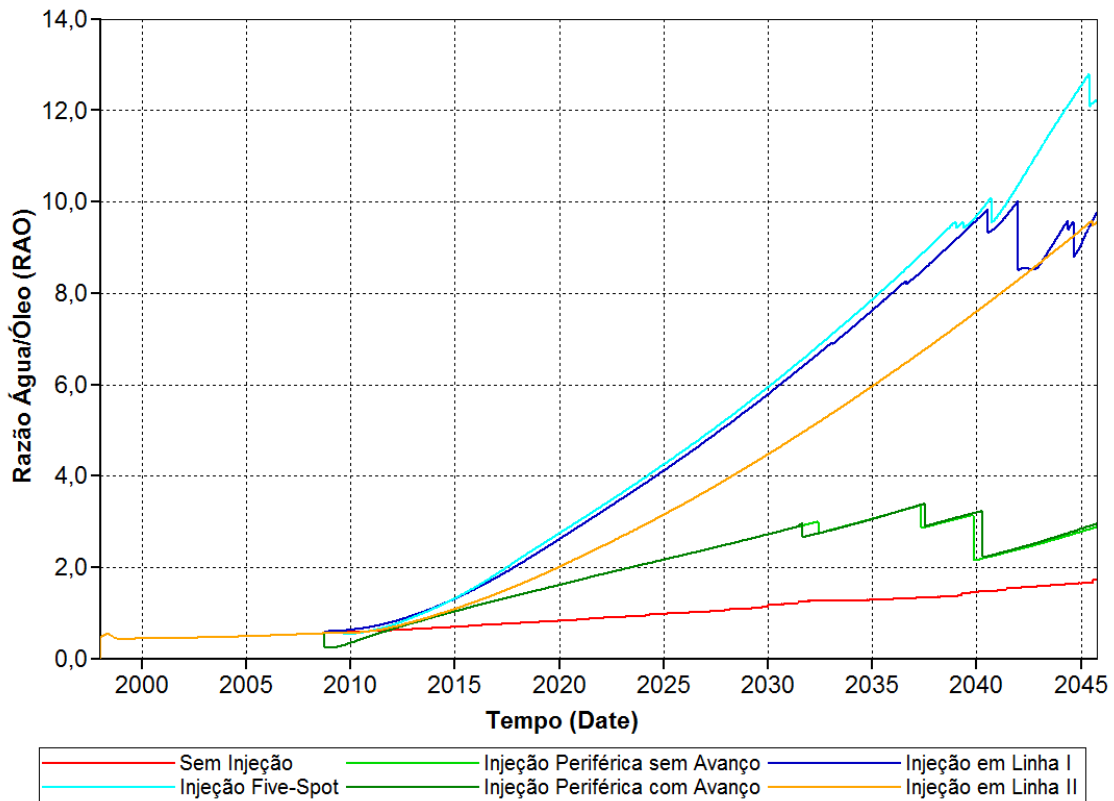


Figura 28. RAO do campo para os esquemas de injeção simulados.

Por fim, as pressões médias no reservatório estão mostradas no gráfico da Figura 29. Assim como o volume de água produzida, a repressurização no reservatório é função direta do volume de água injetada e, portanto, do número de poços injetores. Em nenhum dos casos houve pressurização excessiva do reservatório, ficando esta distante do limite seguro estabelecido em 250 kgf/cm<sup>2</sup>.

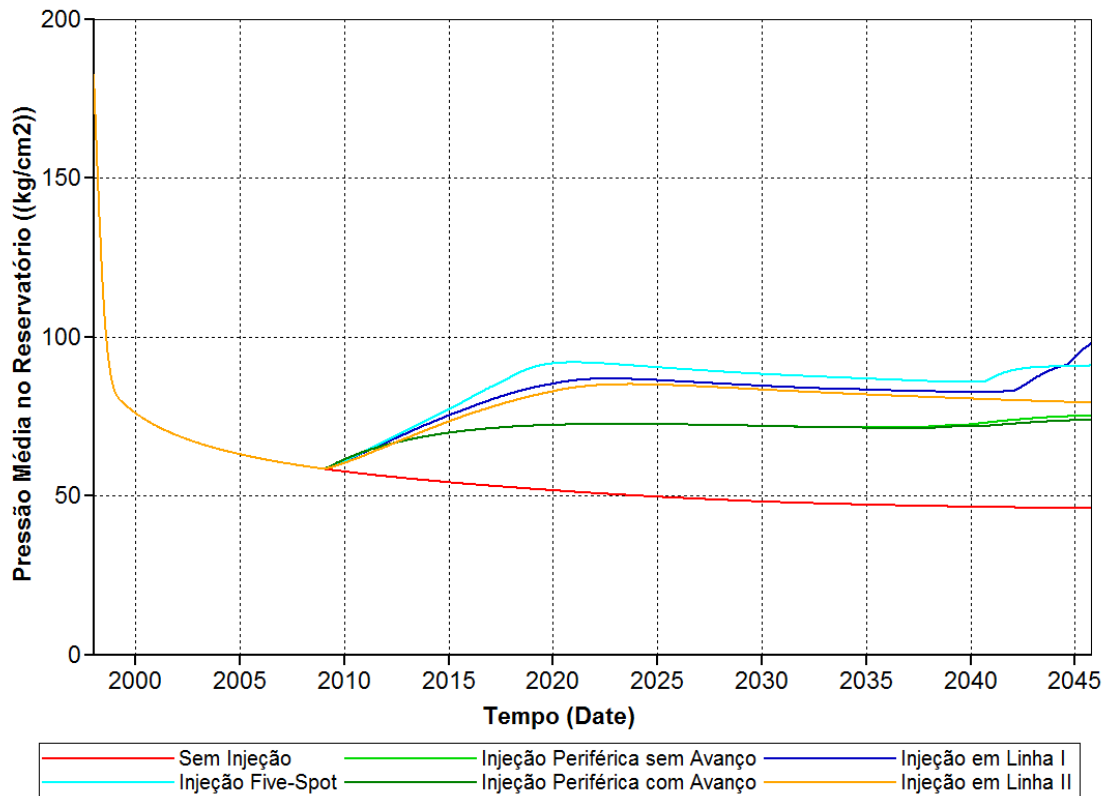


Figura 29. Pressão média no reservatório para os casos simulados.

## 6.1. Análise econômica e comparação dos resultados

A previsão da produção de óleo vista de forma isolada não fornece subsídios suficientes para a tomada de decisão do projeto mais atrativo. A análise econômica é fundamental, pois leva em consideração todas as receitas, custos e despesas associados a cada projeto, além da equivalência de valores monetários em diferentes datas. O seu objetivo neste trabalho é estudar e comparar a atratividade econômica dos projetos de injeção de água simulados e cujos resultados em termos de produção de fluidos e recuperação final foram apresentados no capítulo anterior. O critério aqui adotado foi o do valor presente líquido (VPL). Maiores detalhes referentes à metodologia, conceitos e resultados da análise econômica empregada neste trabalho podem ser encontrados em Castiñeira (2008).

Como o objetivo é avaliar a viabilidade das propostas de recuperação secundária através da injeção de água, os cálculos são baseados nas **produções incrementais** em relação à produção primária (que o campo teria caso não fosse instalado um programa

de recuperação suplementar). O cálculo contabiliza as deduções das participações governamentais, os custos operacionais (OPEX), os custos de investimento (CAPEX) e os impostos. Os VPLs dos projetos são calculados para o ano de 2009.

Para as deduções e participações governamentais são considerados custos de 5% referentes ao pagamento de *royalties*, 1% para os proprietários da terra e 9,25% referentes ao pagamento de PIS/COFINS, incidindo sobre a receita bruta total. Os níveis de produção do campo estão isentos de pagamento de participação especial. O imposto de renda e a CSLL incidem em 34% sobre o lucro antes dos impostos. Os custos mais expressivos que compõe o CAPEX e o OPEX estão listados na Tabela 5.

Tabela 5. Custos de CAPEX e OPEX.

<b>CAPEX</b>	
Conversão de produtor para injetor (US\$/poço)	280.000,00
Aquisição da planta de injeção (US\$)	1.300.000,00
Construção do poço captador de água (US\$)	1.500.000,00
<b>OPEX</b>	
Tratamento da água produzida (US\$/barril)	3
Injeção de água (US\$/barril)	1

Os resultados da análise econômica são apresentados de forma resumida na Tabela 6. O preço do petróleo é considerado fixo ao longo de todo o período a 70 dólares/barril. O mesmo é válido para o preço do gás (0,2 dólares/m<sup>3</sup>). A taxa de desconto utilizada nos cálculos é de 12% a.a.

Observa-se que todos os projetos avaliados apresentam retorno financeiro positivo, com destaque para a injeção *five-spot* que oferece a maior atratividade econômica segundo o critério do VPL, seguida pela injeção em linha I e injeção em linha II. Observa-se ainda, segundo este critério, que a injeção periférica com avanço da linha de injeção não é interessante se comparada à injeção periférica fixa. As razões

para isto são: (1) não há ganho incremental de produção; e (2) existência de custos adicionais associados à conversão de poços produtores.

Tabela 6. Parâmetros da avaliação econômica.

<i>Padrão de Injeção</i>	<i>VPL (US\$ Milhões)</i>	<i>TIR</i>	<i>Preço de corte do óleo (US\$/barril)</i>	<i>CAPEX</i>
Injeção Periférica sem avanço	36,53	44,4%	25,3	5,04
Injeção periférica com avanço	36,00	42,9%	24,5	5,88
Injeção em Linha I	67,32	52,8%	24,9	7,56
Injeção em Linha II	64,08	45,2%	23,5	7,00
Injeção <i>Five-Spot</i>	70,19	53,1%	24,9	7,84

Tabela 7. Resultados da simulação até o ano 2045.

<i>Padrão de Injeção</i>	<i>Fator de recuperação (%)</i>	<i>Volume Recuperado (Mil m<sup>3</sup>std)</i>
Injeção Periférica sem avanço	35,86	3265,8
Injeção periférica com avanço	35,87	3266,4
Injeção em Linha I	41,20	3752,0
Injeção em Linha II	41,65	3792,7
Injeção <i>Five-Spot</i>	41,87	3812,5

A injeção em linha I comparada à injeção em linha II apresenta um VPL maior, mesmo tendo um fator de recuperação menor (Tabela 7), investimentos iniciais maiores e custos adicionais com o tratamento e descarte da água produzida. A razão para isto decorre das vazões de produção mais elevadas nos primeiros anos de produção que contribuiriam para uma antecipação do seu fluxo de caixa, como pode ser observado na Figura 26.

A Tabela 6 apresenta também os preços de corte do barril de petróleo que tornam nulos os VPLs de cada projeto. Os preços do óleo na década de 90 flutuaram ao redor ou abaixo de 20 dólares por barril. Se a avaliação econômica aqui empregada fosse realizada nesta época, usando projeções futuras de preços fixos próximos a estes valores, todas as propostas de recuperação suplementar para o campo hipotético estudado neste trabalho seriam recusadas. Os preços de corte podem ser notados

também pelo gráfico de sensibilidade do VPL ao preço do petróleo mostrado na Figura 30.

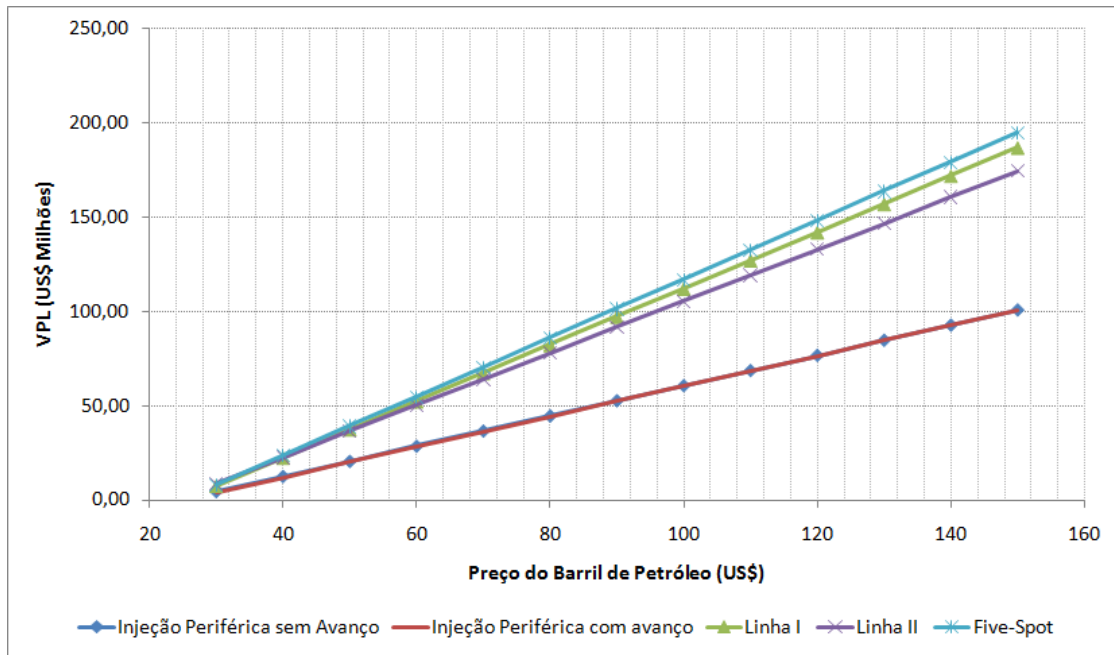


Figura 30. Sensibilidade do VPL ao preço do petróleo.

A composição dos VPLs para cada projeto de injeção ao longo dos anos de produção é mostrada na Figura 31. Em média, os projetos começam a ser pagos a partir do ano 2013, sendo que os de retorno mais rápido são o *five-spot* e a injeção em linha I, e os de resposta mais demorada são as injeções periféricas.

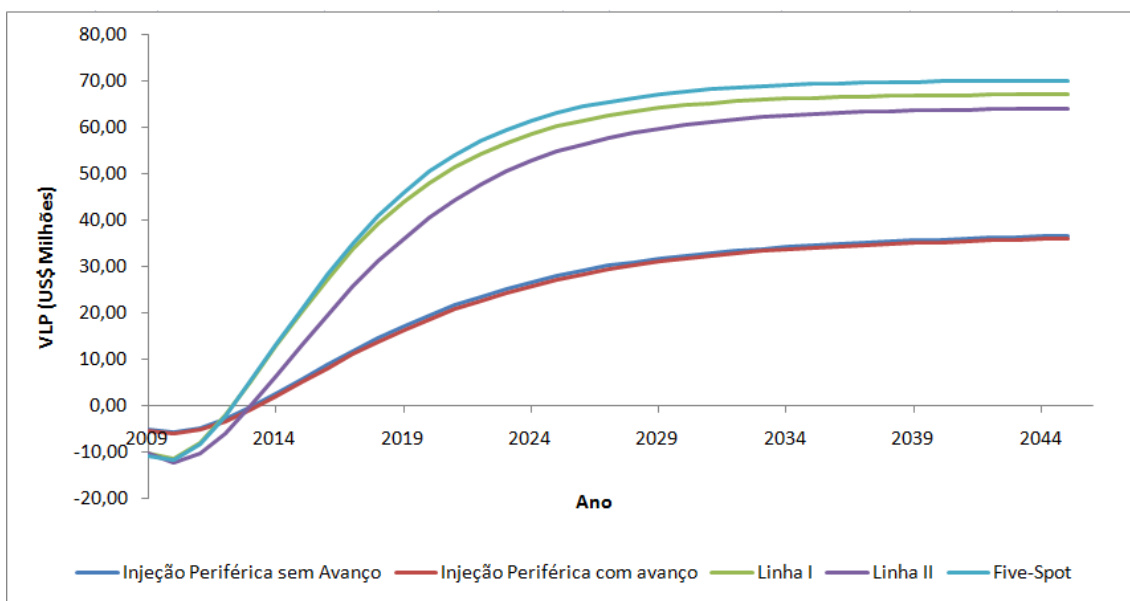


Figura 31. Composição do VPL a cada ano de produção.

As análises de VPL feitas até então indicam uma forte relação entre o volume de água injetada, traduzido em termos de poços injetores, e o retorno financeiro do projeto, mesmo desconsiderando o efeito do arranjo espacial destes poços. O gráfico da Figura 32 tenta correlacionar o número de poços injetores simultaneamente em operação e o seu VPL associado para os casos simulados e analisados. A injeção periférica com avanço, embora tenha convertido 11 poços injetores no total, sempre operou com 8 poços simultaneamente, visto que a entrada em operação de um novo injetor implicava no fechamento de um poço injetor previamente estabelecido.

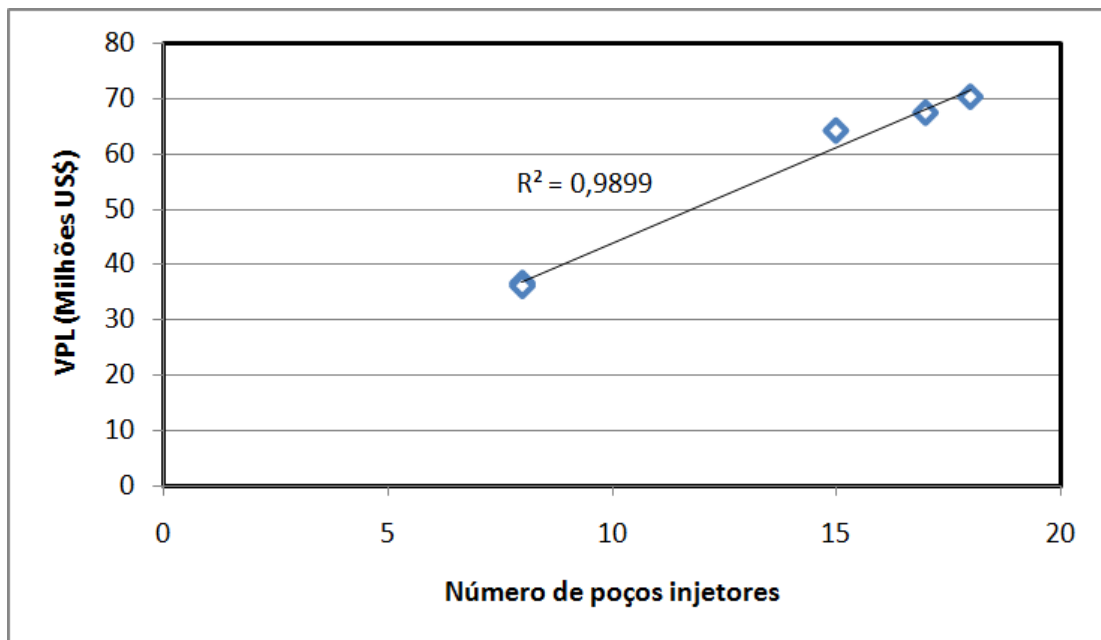


Figura 32. Relação entre o VPL e o número de poços injetores.

Este gráfico sugere, pela sua forte correlação mostrada no ajuste linear, que há uma relação direta entre os VPLs das malhas de injeção e o número de poços injetores utilizados em cada caso. Visto que a relação foi obtida para este caso específico e resulta de apenas 5 pontos de observação, esta não pode ser generalizada com um grau razoável de certeza para outros casos ou para outras malhas. Um número maior de simulações e análises econômicas seria necessário para validar a correlação neste campo.



## 7. Conclusões

A simulação dos esquemas de injeção de água para a revitalização de um campo hipotético com alto grau de exploração atingiu os objetivos esperados. Houve estabilização e recuperação da pressão no reservatório e conseqüente aumento da produção de óleo por um período prolongado. Os fatores de recuperação finais obtidos para o reservatório estudado neste trabalho encontram-se entre 35% e 42%, enquanto que a produção primária do campo, se extrapolada para o mesmo período de tempo, não chega a uma recuperação de 22%.

A análise econômica provou a viabilidade de todos os cenários de injeção, considerando um preço do barril de petróleo fixo em 70 dólares ao longo de todo o período de produção. O projeto com maior VPL foi a injeção *five-spot*, seguido pela injeção em linha I e injeção em linha II. É notável que o cenário atual de preços elevados do petróleo é o responsável pela atratividade de projetos desta categoria, que até poucos anos atrás não eram viáveis do ponto de vista econômico. A análise de sensibilidade do VPL ao preço do petróleo indicou um preço de corte de US\$ 25 por barril. Abaixo desse valor, os projetos são economicamente inviáveis.

A simulação numérica para a previsão do comportamento de reservatórios de petróleo sujeitos a diferentes situações operacionais, complementada por uma avaliação econômica subsequente, gerou resultados satisfatórios para o objetivo aqui proposto. Esta abordagem, para o estudo de campos maduros reais, pode ser empregada de forma similar, necessitando, porém, de um detalhamento mais específico dos custos e despesas associados aos projetos e da calibração do modelo de simulação através do ajuste de histórico da produção do campo.

Como complementação do trabalho, propõe-se avaliar outras malhas de injeção, como a *nine-spot* (normal e invertida), para obter uma maior variedade de pontos experimentais para validação ou refutação da correlação sugerida entre o VPL e o número de poços injetores. Também, sugere-se realizar testes de sensibilidade a alguns parâmetros importantes, tanto na simulação como na análise econômica. Alguns desses

parâmetros são: vazão de injeção de água, RAO máxima de produção, custo operacional de injeção e custo de tratamento da água produzida.

## 8. Referências Bibliográficas

- AHMED, T. **Reservoir Engineering Handbook**. 3. ed. Jordan Hill, Oxford, UK: Gulf Professional Publishing, 2006.
- CASTIÑEIRA, P. P. *Estudo da Viabilidade Econômica de Projetos de Recuperação Suplementar para Campos com Alto Grau de Exploração*. Rio de Janeiro: UFRJ, 2008. 54 p. Projeto de Graduação, Engenharia do Petróleo, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.
- ERTEKIN, T., ABOU-KASSEM, J. H., KING, G. R. **Basic Applied Reservoir Simulation**. Richardson, Texas: Society of Petroleum Engineers, 2001. (SPE Textbook Series, vol. 7).
- GUTMAN, J. **Tributação e Outras Obrigações na Indústria do Petróleo**. 1. ed. Rio de Janeiro: Freitas Bastos Editora, 2007.
- MARSILI, M. D., et al. *Otimização de Projetos de Recuperação Suplementar para Campos com Alto Grau de Exploração*. In: Rio Oil & Gas Expo and Conference, Rio de Janeiro, Brasil, set., 2008.
- MATTAX, C. C.; DALTON, R. L. **Reservoir Simulation**. Richardson, Texas: Society of Petroleum Engineers, 1990. (SPE Monograph Series, vol. 13).
- MIMBELA, R. R. F.; PIRES, A. P. *Análise do Efeito da Injeção de água com Polímeros no Início da Produção de um Campo Via Simulação Numérica de Reservatórios*. In: Rio Oil & Gas Expo and Conference, Rio de Janeiro, Brasil, set., 2006.
- NETO, A. A. **Matemática Financeira e Suas Aplicações**. 8. ed. São Paulo: Editora Atlas S.A., 2003.

- PHADE, A.; GUPTA, Y. *Reservoir Pressure Management Using Waterflooding: A Case Study*. In: SPE Western Regional and Pacific Section AAPG Joint Meeting, Bakersfield, California, U.S.A, mar., 2008.
- PIZARRO, J. O. S. *Fundamentos da Engenharia de Reservatórios*. Rio de Janeiro: PUC, 2002.
- ROSA, A. J., CARVALHO, R. S., XAVIER, J. A. D. **Engenharia de Reservatórios de Petróleo**. 1. ed. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2006.
- ROSS, S. A., WESTERFIELD, R. W., JAFFE, J. F. **Administração Financeira**. São Paulo: Editora Atlas S.A, 2002. p. 126-140.
- SATTER, A., IQBAL, G.M., BUCHWALTER, J.L. **Practical Enhanced Reservoir Engineering**. 1. ed. Tulsa, Oklahoma: PennWell Corporation, 2008.
- SCHIOZER, D. J. *Texto Auxiliar para Simulação Numérica de Reservatórios*. Campinas: UNICAMP, 2005.
- THOMAS, J. E. (org.) **Fundamentos de Engenharia de Petróleo**. 2. ed. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2004.
- WILLHITE, G. P. **Waterflooding**. Richardson, Texas: Society of Petroleum Engineers, 1986. (SPE Textbook Series, vol. 3).