

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
ESCOLA POLITÉCNICA

Modelos de Simulação de Monte Carlo:
Aplicações ao Cálculo do *Value-at-Risk*
e à Análise de Opções de Compra Europeias sem
Dividendos

Helio Cabral Filho

Rio de Janeiro
Novembro de 2010

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
ESCOLA POLITÉCNICA

Modelos de Simulação de Monte Carlo:
Aplicações ao Cálculo do *Value-at-Risk*
e à Análise de Opções de Compra Europeias sem
Dividendos

Helio Cabral Filho

Projeto de Graduação apresentado ao curso de Engenharia de Produção Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários a obtenção do grau de Engenheiro de Produção.

Orientadores: André Assis de Salles
Eduardo Saliby

Rio de Janeiro
Novembro de 2010

Modelos de Simulação de Monte Carlo:
Aplicações ao Cálculo do *Value-at-Risk*
e à Análise de Opções de Compra Europeias sem
Dividendos

Helio Cabral Filho

PROJETO DE GRADUAÇÃO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO CURSO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO DE PRODUÇÃO.

Examinado por:

André Assis de Salles, D. Sc.

Eduardo Saliby, Ph.D.

Armando Celestino Gonçalves Neto, D. Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

NOVEMBRO de 2010

Cabral Filho, Helio

Modelos de Simulação de Monte Carlo:
Aplicações ao Cálculo do *Value-at-Risk* e à Análise
de Opções de Compra Europeias sem
Dividendos/Helio Cabral Filho. – Rio de Janeiro:
UFRJ/ESCOLA POLITÉCNICA, [2010].

xx, 64 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: André Assis de Salles e Eduardo
Saliby

Projeto de Graduação – UFRJ/POLI/Curso de
Engenharia de Produção, 2010.

Referências Bibliográficas: p. 62-64.

1. Valor em Risco. 2. Modelo de Opções. 3.
Teoria de Portfólios. 4. Simulação de Monte Carlo.
I. Salles, André Assis de. II. Universidade Federal do
Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Curso de
Engenharia de Produção. III. Título.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a toda minha família e amigos pelo apoio durante a realização deste curso de engenharia de produção, a todos os professores e em especial aos professores André Assis de Salles, e Eduardo Saliby pela orientação durante este estudo e ao professor Armando Celestino Gonçalves Neto por aceitar fazer parte da banca examinadora.

Resumo do Projeto de Graduação a Escola Politécnica/ UFRJ como um dos requisitos necessários para a obtenção de grau de Engenheiro de Produção.

Modelos de Simulação de Monte Carlo:
Aplicações ao Cálculo do *Value-at-Risk*
e à Análise de Opções de Compra Européias sem Dividendos

Helio Cabral Filho

Novembro/2010

Orientadores: André Assis de Salles e Eduardo Saliby

Gerenciamento de riscos tem despertado o interesse de acadêmicos e executivos devido à sua capacidade de causar prejuízos às instituições. Para um gerenciamento eficiente do risco é importante medir o risco estes riscos ser capaz de proteger os ativos de possíveis mudanças indesejáveis. O *value-at-risk* é uma medida aceita pelo mercado e de fácil entendimento e as opções são uma forma conhecida proteger os ativos. Este estudo tem o objetivo de usar a simulação de Monte Carlo com amostragem aleatória simples para gerar amostras dos preços das ações e calcular o valor em risco para ativos individuais em carteira, determinada pela teoria de seleção de carteiras de Markowitz além de usar a simulação para comparar os prêmio e probabilidades de exercício de *calls* européias sem dividendos com os resultados determinados pelas equações de Black e Scholes.

Palavras-chave: Valor em Risco, Modelo de Opções, Teoria de portfólio, Simulação de Monte Carlo.

Abstract of Undergraduate Project presented to POLI/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Engineer.

Monte Carlo Simulation Models: Applications to the calculation of Value-at-Risk and the analysis of European calls without Dividends

Helio Cabral Filho

Novembro/2010

Advisor: André Assis de Salles and Eduardo Saliby

Course: Production Engineer

Academics and executives have been interested in risk management because of its ability to cause damage to the institutions. For an efficient management of risk is important to measure the risk and protect assets from possible undesirable changes. The value at risk is a measure accepted by the market and easy to understand and options are a known way of protection. This study aims to use the Monte Carlo simulation with simple random sampling to generate samples of stock prices to calculate the exposure value of individual assets and an efficient portfolio, as determined by the portfolio selection theory of Markowitz. Also use simulation to compare the premium and the probability-of-exercise of european calls without dividends with the results determined by the equations of Black and Scholes.

Keywords: value-at-risk, options models, theory of portfolio, Monte Carlo simulation

SUMÁRIO

1. O EXPERIMENTO.....	13
1.1. Introdução.....	13
1.2. Objetivos do Trabalho.....	14
1.3. Relevância do Estudo.....	15
2. REFERENCIAL TEÓRICO.....	16
2.1. Teoria de Opções.....	16
2.1.1. Conceitos Preliminares.....	16
2.1.2. Fatores que Influenciam o Preço da Opção.....	17
2.1.2.1. Preço corrente da ação.....	17
2.1.2.2. Preço de exercício.....	18
2.1.2.3. Tempo até o vencimento da opção.....	18
2.1.2.4. Volatilidade.....	18
2.1.2.5. A taxa de juros livre de risco.....	18
2.1.3. O Modelo de precificação de Black e Scholes.....	19
2.2. Valor em Risco.....	19
2.2.1. Definições.....	19
2.2.2. O VaR histórico.....	20
2.2.3. O VaR Paramétrico.....	20
2.2.4. O VaR por simulação de Monte Carlo.....	21
2.3. Determinação de Portfólio Ótimo.....	23
3. METODOLOGIA UTILIZADA.....	24
3.1. Experimentos.....	24
3.1.1. Cálculo do <i>value-at-risk</i>	24
3.1.1.1. Ativos individuais.....	24
3.1.1.2. Ativos em portfólio.....	25
3.1.2. Comparações dos resultados das opções.....	25
4. RESULTADOS OBTIDOS.....	27
4.1. <i>Value-at-risk</i> para ativos individuais.....	27
4.2. <i>Value-at-risk</i> para portfólios.....	30

4.2.1. Portfólio com 3 ativos	30
4.2.1. Portfólio com 5 ativos	33
4.2.1. Portfólio com 10 ativos.....	36
4.3. Opções.....	39
4.3.1. Volatilidade	41
4.3.2. Tempo Até o Vencimento	48
4.3.3. Taxa de juro livre de risco.....	54
5. CONCLUSÕES	61
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	62

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – dados para a simulação dos ativos individuais.	24
Tabela 2 – valores em risco para o ativo individual A.	27
Tabela 3 – valores em risco para o ativo individual B.	27
Tabela 4 – valores em risco para o ativo individual C.	28
Tabela 5 – matriz de correlação para 3 ativos.	30
Tabela 6 – dados da simulação para 3 ativos em uma carteira de ativos.	30
Tabela 7 – mínimo risco e o máximo retorno para carteiras ótimas com 3 ativos.	31
Tabela 8 – valores em risco para o portfólio com três ativos.	31
Tabela 9 – valores em risco para um portfólio de R\$ 100.000.000,00, com três ativos.	32
Tabela 10 – matriz de correlação para 5 ativos.	33
Tabela 11 – dados da simulação para uma carteira de 5 ativos.	33
Tabela 12 – carteiras ótimas para 5 ativos, mínimo risco e máximo retorno para os horizontes de tempo.	33
Tabela 13 – valores em risco para o portfólio com 5 ativos.	34
Tabela 14 – valores em risco para um portfólio de R\$ 100.000.000,00, com cinco ativos.	35
Tabela 15 – matriz de correlação para 10 ativos.	36
Tabela 16 – dados da simulação para uma carteira de 10 ativos.	36
Tabela 17 – carteiras ótimas para 10 ativos, mínimo risco e máximo retorno para os horizontes de tempo.	37
Tabela 18 – valores em risco para o portfólio com 10 ativos.	38
Tabela 19 – valores em risco para um portfólio de R\$ 100.000.000,00, com dez ativos.	38
Tabela 20 – dados fixos para a simulação dos preços da opção.	40
Tabela 21 – dados variáveis na simulação dos preços da opção.	40
Tabela 22 – prêmios teóricos com K e σ variando.	41
Tabela 23 – prêmios simulados das opções com K e σ variando.	41
Tabela 24 – diferenças percentuais entre os prêmios teóricos e experimentais.	42
Tabela 25 - diferenças percentuais entre as médias dos prêmios simulados com 30 corridas e os prêmios da tabela 22.	42
Tabela 26 – probabilidades de exercício teóricas com K e σ variando.	44
Tabela 27 - probabilidades de exercício simuladas com K e σ variando.	44

Tabela 28 - diferenças percentuais entre as probabilidades de exercício teóricas e simuladas com K e σ variando.	45
Tabela 29 - diferenças percentuais entre as médias das probabilidades de exercício simuladas com 30 corridas e teóricas da tabela 26 com K e σ variando.	45
Tabela 30 – prêmios teóricos para opções com K e T variando.	48
Tabela 31 – prêmios simulados para opções com K e T variando.	48
Tabela 32 - diferenças percentuais entre os prêmios teóricos e simulados para opções com K e T variando	49
Tabela 33 - diferenças percentuais entre as médias dos prêmios simulados em 30 corridas e os prêmios teóricos da tabela 30. K e T variam.	49
Tabela 33 tabela com diferenças percentuais entre as médias dos prêmios simulados em 30 corridas e os prêmios teóricos calculados pelas equações de Black e Scholes da tabela 30.	49
Tabela 34 - probabilidades de exercício teóricas para opções com K e T variando.	51
Tabela 35 - probabilidades de exercício simuladas para opções com K e T variando.	51
Tabela 36 - diferenças percentuais entre as probabilidades de exercício teóricas e simuladas para opções com K e T variando.	52
Tabela 37 - diferenças percentuais entre as médias dos prêmios simulados em 30 corridas e os prêmios teóricos da tabela 30 para opções com K e T variando.	52
Tabela 38 – prêmios teóricos para opções com K e R_f variando.	54
Tabela 39 – prêmios simulados para opções com K e R_f variando.	55
Tabela 40 - diferenças percentuais entre os prêmios teóricos e simulados para opções com K e R_f variando.	55
Tabela 41 - diferenças percentuais entre as médias dos prêmios simulados em 30 corridas e os prêmios teóricos da tabela 38. K e R_f variam.	56
Tabela 42 - probabilidades de exercício teóricas para opções com K e R_f variando.	57
Tabela 43 – probabilidades de exercício simuladas para opções com K e R_f variando.	58
Tabela 44 - diferenças percentuais entre as probabilidades de exercício teóricas e simuladas com K e R_f variando.	58
Tabela 45 - diferenças percentuais entre as médias dos prêmios simulados em 30 corridas e os prêmios teóricos da tabela 42 para opções com K e R_f variando.	59

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Distribuição de probabilidade normal padrão cumulativa.	21
Figura 2 – VaR para os ativos individuais.....	29
Figura 3 – gráfico dos prêmios teóricos da tabela 22.	43
Figura 4 – gráfico dos prêmios simulados da tabela 23.	43
Figura 5 – gráfico das probabilidades de exercício teóricas da tabela 26.	46
Figura 6 – gráfico das probabilidades de exercício simuladas da tabela 27.....	46
Figura 7 – gráfico dos prêmios teóricos da tabela 30.....	50
Figura 8 – gráfico dos prêmios simulados da Tabela 31.....	50
Figura 9 – gráfico com as probabilidades de exercício teóricas da tabela 34. T e K variam.	53
Figura 10 – gráfico com as probabilidades de exercício simuladas da tabela 35. T e K variavam.....	53
Figura 11 – gráfico com os prêmios teóricos da tabela 38. K e R_f variam.	56
Figura 12 – gráfico com os prêmios simulados da tabela 39. K e R_f variam.....	57
Figura 13 – gráfico com as probabilidades de exercício teóricas da tabela 42.	59
Figura 14 – gráfico com as probabilidades de exercício simuladas da tabela 43.....	60

1. O EXPERIMENTO

1.1. Introdução

Medir o risco financeiro é importante para bancos ou grandes corporações devido ao porte dos investimentos com que trabalham. As empresas têm seus negócios intimamente ligados à administração destes riscos podendo adotar uma postura passiva ou expondo-se a eles estrategicamente e obter vantagem competitiva sobre os demais competidores.

Existem várias formas de risco: risco operacional, risco jurídico, risco estratégico, risco financeiro, risco político, etc. Este trabalho trata do risco financeiro o qual está relacionado à realização de perdas no mercado financeiro devido à dificuldade de prever as variações de indicadores como taxas de juros ou de câmbio. Risco é volatilidade. Ser capaz de se expor a riscos financeiros de maneira controlada possibilita às empresas focar em outras atividades. Para se proteger da volatilidade de maneira mais eficiente o mercado desenvolveu um conjunto de instrumentos financeiros conhecidos como derivativos para operacionalizar esta proteção ou *hedge*.

Segundo Jorion (1997), “hedgear um risco financeiro é como adquirir um seguro, uma vez que o *hedge* fornece proteção contra efeitos adversos das variáveis sobre as quais as empresas e os países não têm controle”. No entanto os derivativos se mostraram um instrumento perigoso para *hedge* quando utilizados de maneira inadequada, desviando sua finalidade de proporcionar proteção.

Jorion (1997) cita alguns casos famosos de estragos que os derivativos podem causar como o do Banco Barings PLC da Inglaterra que através de apenas um operador perdeu US\$ 1,3 bilhão de dólares e viu desaparecer todo seu capital acionário sendo comprado por £ 1, pouco mais de US\$ 1,5. Outro caso igualmente famoso é o do Condado de Orange na Califórnia. Suas perdas somaram US\$ 1,64 bilhão. Sendo este caso mais grave por se tratar do dinheiro dos contribuintes.

Diante destes casos de vultosas perdas em 1993 um grupo de consultores composto por banqueiros, agentes financeiros e acadêmicos se reuniu e formou o que ficou conhecido como o Grupo dos Trinta (G-30), o qual definiu que “os derivativos são instrumentos importantes para a gestão de risco e não trazem riscos maiores do que os já existentes no

mercado financeiro”. O grupo também recomendou diretrizes para a gestão destes derivativos como a de avaliar as posições no mercado e medir a exposição ao risco através do *value-at-risk* ou valor em risco. Jorion (1997) afirma que “o *value-at-risk* é um método de mensuração de risco de mercado que faz uso de técnicas estatísticas a fim de medir a pior perda esperada ao longo de determinado intervalo de tempo, sob condições normais de mercado e dentro de determinado nível de confiança. O banco internacional J.P. Morgan apresentou em 1994 o sistema *RiskMetrics*, que disponibiliza medidas de risco financeiro para vários instrumentos financeiros, difundindo a idéia de medir o risco e tornando o VaR a metodologia mais aceita pelos mercados até então. Esta aceitação se deve à simplicidade da técnica que resume em uma medida toda a exposição ao risco do investidor em suas carteiras de investimentos.

Existem vários métodos de se chegar ao *value-at-risk* e neste trabalho será utilizada a simulação de Monte Carlo para calcular preços do ativo-objeto. Serão determinados também prêmios e probabilidades de exercício para comparações com os resultados teóricos obtidos através das equações de Black e Scholes para opções européias de compra sem dividendos.

1.2. Objetivos do Trabalho

Este trabalho utiliza a simulação de Monte Carlo no cálculo do *value-at-risk* para ativos individuais e para um portfólio determinado pela teoria da seleção de portfólios de Markowitz (1952) para fazer um exercício de aplicação da teoria. Na simulação é utilizado o passeio aleatório de preços do ativo-objeto conhecido como movimento browniano geométrico. A simulação é usada também para calcular prêmios e probabilidades de exercício de opções européias de compra sem dividendos para posterior comparação com os resultados determinados pelas equações de Black e Scholes e verificar através da observação dos gráficos e dos resultados a eficiência da técnica de simulação. São estudadas opções fora do dinheiro, no dinheiro e dentro do dinheiro. A simulação para opções européias sem dividendos é desnecessária, pois a equação de Black-Scholes oferece uma solução analítica aceitável. Porém, justamente por possuir uma solução analítica é que foi possível avaliar a eficiência desta simulação para posteriormente aplicá-la a casos de estudo sem soluções analíticas viáveis.

1.3. Relevância do Estudo

Entre os anos de 2008 e 2009 ocorreu uma crise financeira global que se iniciou nos Estados Unidos da América e se difundiu por todos os mercados financeiros do mundo. Em algumas regiões como os Estados Unidos, Europa e Japão a crise foi mais severa. Em países emergentes, como China e Brasil, os danos foram menos agudos. No entanto a crise foi sistêmica e grave e teve início com a inadimplência dos clientes *subprime*, ou seja, clientes de maiores risco e retorno. Daí vem a importância do trabalho em questão, pois faz uso da simulação de Monte Carlo em ferramentas de medição de riscos financeiros como o *value-at-risk* e proteção contra riscos financeiros como as opções.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1. Teoria de Opções

2.1.1. Conceitos Preliminares

Um contrato de opção dá ao seu possuidor o direito, mas não a obrigação, de realizar algo. Os contratos de opção podem ser, basicamente, de dois tipos: contrato de opção de compra (*call*) ou de venda (*put*). Uma opção de compra dá o direito ao seu titular de comprar o ativo-objeto, em determinada data - data de vencimento -, por um preço previamente definido - preço de exercício. Já uma opção de venda dá o direito de vender o ativo-objeto pelo preço de exercício, na data de vencimento. O ativo-objeto ao qual a opção está relacionada pode ser dos mais variados tipos. Podem ser ações, commodities, moedas e contratos futuros entre outros. Existem opções de vários tipos e dentre elas podemos destacar as americanas e européias. As americanas podem ser executadas a qualquer tempo, até a data de vencimento. Já as européias apenas na data de vencimento. Neste trabalho faremos uso apenas das opções européias de compra - *calls* - sem dividendos. Portanto, a partir de agora, apenas esse tipo de opção será comentada.

Nas operações com opções pode-se tomar a posição comprada, assumida pelo investidor que compra a opção e a posição vendida, assumida pelo investidor que vende ou lança a opção no mercado. O lançador recebe dinheiro do comprador da opção e seus ganhos ou lucros são opostos. As opções geralmente são transacionadas em bolsas de valores podendo também ser transacionadas no mercado de opções de balcão onde instituições financeiras e empresas negociam diretamente. As opções de balcão têm características diferentes das opções de bolsa podendo ser estruturadas para atender determinadas necessidades dos clientes. Pode-se classificar as opções pelo preço do ativo objeto na data do vencimento como dentro do dinheiro, no dinheiro e fora do dinheiro. Uma opção dentro do dinheiro tem o preço da ação no dia do vencimento maior que o preço de exercício da opção, gerando um fluxo de caixa positivo para o comprador da opção. Uma opção no dinheiro tem o preço da ação no dia do vencimento igual ao preço de exercício gerando um fluxo de caixa zero e uma opção fora do dinheiro tem o preço da ação no dia do vencimento menor que o preço de exercício da opção K , gerando um fluxo de caixa negativo para o comprador da opção donde se conclui que a opção só deve ser exercida

quando está dentro do dinheiro. O valor intrínseco de uma opção é o máximo valor entre zero e o valor pelo qual ação seria exercida naquele.

$$payoff = \max(0, S_t - K) \quad (2.1)$$

onde S_t é preço do ativo objeto no dia do vencimento e K preço de exercício da opção ou *strike*.

Segundo Marins (2006), “o preço de uma opção de compra européia, também chamado de prêmio, representa o valor presente do *payoff* esperado; ele pode ser estimado por simulação de Monte Carlo através da média dos *payoffs* simulados e trazidos a valor presente”.

Ao adquirir opções de compra seu preço deve ser integralmente pago ao lançador, não sendo aceita a compra com margem, ou seja, pagar apenas parte do prêmio e depositar margem para pagamento do restante no futuro. Isto causaria um excesso de alavancagem para além do que a opção já possui naturalmente. As opções podem ser lançadas cobertas ou descobertas. Opções lançadas descobertas são lançadas sem a posse do ativo-objeto exigindo um cálculo para se definir a margem inicial e no lançamento coberto o lançador possui as ações e a operação é menos arriscada que o lançamento descoberto.

2.1.2. Fatores que Influenciam o Preço da Opção

Segundo Hull (2003) são seis os fatores que afetam os preços das opções: o preço corrente da ação S_t , o preço de exercício K , o tempo para o vencimento T , a volatilidade do preço da ação σ , a taxa de juros livre de risco R_f , e os dividendos esperados durante a vida da opção. Os dividendos não são objeto do trabalho, pois apenas opções que não pagam dividendos são estudadas e a mudança nos preços das opções ocorre com um dos fatores mudando e os restantes permanecendo fixos.

2.1.2.1. Preço corrente da ação

O preço corrente da ação (S_t) influencia positivamente o preço das opções de compra européias (*calls*) sem dividendos, pois ao exercer o direito de comprar a ação por

um preço de exercício (K) menor que o preço corrente da ação o proprietário da opção obterá lucro com a operação.

2.1.2.2. Preço de exercício

O preço de exercício (K) tem efeito oposto ao do preço da ação para *calls* e quando o preço de exercício sobe o valor da opção cai, pois a diferença entre o preço corrente e o preço de exercício diminui.

2.1.2.3. Tempo até o vencimento da opção

As opções americanas de compra ou venda se valorizam quando o prazo de vencimento (T) é maior. Isso acontece porque aquele que possui uma opção de longa duração tem as mesmas oportunidades de quem possui uma de curta mais o prazo restante para exercer seu direito. As opções européias não seguem a mesma lógica, pois o titular de opção européia de longa duração fica preso a ela só podendo exercer seu direito no dia do vencimento enquanto que o titular de uma opção de curta duração poderia exercê-la antes. A valorização ou não da opção vai depender de cada caso.

2.1.2.4. Volatilidade

A volatilidade (σ) de um ativo pode ser definida como a medida da incerteza acerca da variação de seu preço no futuro. Os titulares de opções de compra se beneficiam com o aumento da volatilidade dos preços da ação, pois obtêm retorno quando o preço da ação sobe e sua perda é limitada durante quedas no preço da ação. Sua perda é limitada ao preço da opção.

2.1.2.5. A taxa de juros livre de risco

A elevação das taxas de juro livre de risco aumenta a taxa esperada de crescimento da ação e reduz o valor presente dos fluxos de caixa a serem recebidos por quem possui opções. Para as *calls* a valorização da ação tende a valorizar a opção, mas a redução do valor presente do fluxo de caixa levaria a uma queda no preço da opção de compra. O efeito que domina é o de valorização, logo, as *calls* se valorizam com o aumento da taxa de juros livre de risco.

2.1.3. O Modelo de precificação de Black e Scholes

O modelo de precificação de opções de Black e Scholes (1973) obtido de Marins (2006) oferece uma solução analítica para o prêmio de uma opção de compra européia sem dividendos e é dado pelas equações abaixo:

$$c = S_0 N(d_1) - Ke^{-r(T/252)} N(d_2) \quad (2.2)$$

$$d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + (r + \sigma^2/2)(T/252)}{\sigma\sqrt{T/252}} \quad (2.3)$$

$$d_2 = \frac{\ln(S_0/K) + (r - \sigma^2/2)(T/252)}{\sigma\sqrt{T/252}} = d_1 - \sigma\sqrt{T/252} \quad (2.4)$$

onde c é preço da opção ou prêmio dado pela equação de Black e Scholes, $N(d_2)$ é probabilidade de exercício da opção em um mundo neutro ao risco, σ é a volatilidade anual do ativo-objeto, r é taxa de juros livre de risco anual, S_0 é valor do ativo-objeto em $t = 0$ e K é preço de exercício da opção.

2.2. Valor em Risco

2.2.1. Definições

O valor no risco, *value-at-risk* ou VaR, segundo Jorion (1997) “sintetiza a maior perda esperada em um horizonte de tempo dado o intervalo de confiança”. O real benefício que este indicador de perda apresenta é resumir em uma única grandeza a exposição integral ao risco de mercado. Para se medir o VaR deve-se antes escolher o horizonte de tempo e o intervalo de confiança $(1-\alpha)\%$ onde α é o nível de significância. A escolha do horizonte de tempo deve refletir o *trade-off* entre os custos de monitoramento e os benefícios que a identificação antecipada da exposição pode trazer. O nível de confiança é relacionado à reserva de capital e reflete o grau de aversão ao risco. Níveis de confiança mais altos significam maior aversão ao risco e exigem maior reserva de capital e menores

níveis de confiança representam menor aversão ao risco e menor reserva de capital. Há várias formas de se calcular o *value-at-risk* e a seguir são apresentadas de forma rápida as principais.

2.2.2. O VaR histórico

Para Malletta (2005) o VaR histórico aplica as variações dos fatores de risco anteriores às posições atuais levando-se em conta o horizonte de tempo escolhido. Defini-se o período histórico e a unidade de tempo ou *holding period* e calcula-se o retorno do portfólio atual para cada unidade de tempo atualizando-se o valor dos ativos do portfólio. Após escolher o nível de confiança de $(1-\alpha)\%$, o VaR será o percentil $\alpha\%$ dos retornos do período avaliado. A vantagem deste método é a simplicidade e a possibilidade de captar assimetrias, pois a amostra é retirada direto do mercado financeiro e principal desvantagem reside no fato de tomar como verdade que o comportamento passado se repetirá no futuro.

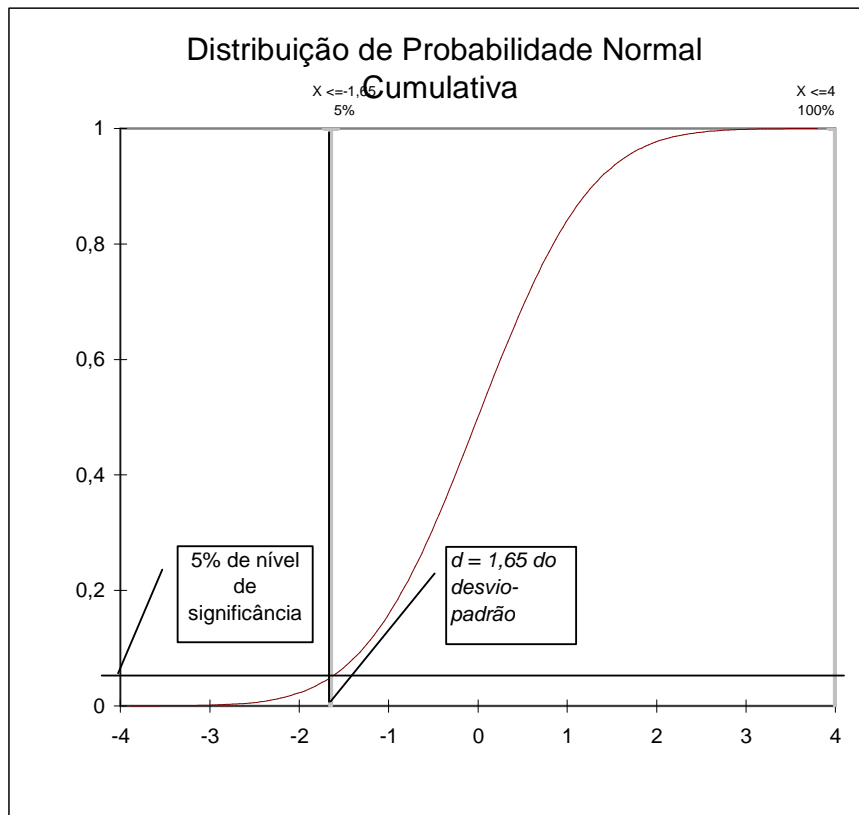
2.2.3. O VaR Paramétrico

Para Jorion (1997) o cálculo do VaR pode ser simplificado se se puder supor que a distribuição dos dados seja normal. Neste caso, o VaR virá diretamente do desvio-padrão da carteira utilizando-se um fator multiplicativo que depende do nível de confiança. Esta abordagem é chamada paramétrica por envolver a estimativa do parâmetro desvio-padrão.

Maletta (2005) define o VaR paramétrico como uma metodologia que utiliza dados estatísticos padronizados para calcular as variações do portfólio atual e exige as seguintes premissas: o retorno dos ativos ou fatores de risco seguem uma distribuição estatística (geralmente uma normal), a variação dos ativos é linearmente proporcional à variação do portfólio, os retornos dos ativos são homocedásticos durante o horizonte de tempo e não há autocorrelação nas séries dos retornos.

A volatilidade é o desvio-padrão da série dos retornos do portfólio segundo Maletta (2005). Para um nível de significância de 5,0% com 95% de nível de confiança, por exemplo, teríamos um $d = 1,65$.

Figura 1. Distribuição de probabilidade normal padrão cumulativa.



Fonte: adaptado de Jorion.

A figura 1 apresenta a distribuição de probabilidade normal padrão cumulativa usada para determinar o alfa que multiplica o desvio-padrão para o cálculo do valor no risco.

2.2.4. O VaR por simulação de Monte Carlo

Segundo Saliby (1989), simulação é uma técnica de pesquisa operacional que corresponde à realização de experimentos numéricos com modelos lógico-matemáticos. Estes experimentos envolvem grandes volumes de cálculos repetitivos, fazendo uso intensivo de recursos computacionais.

Saliby e Araújo (2001) consideram que, “apesar de tudo, os métodos por simulação de Monte Carlo são considerados os mais robustos e mais poderosos para o cálculo do

value-at-risk, pois contemplam uma grande variedade de riscos financeiros. Todas as variáveis do modelo podem vir a ser tratadas como probabilísticas caso isso venha a ser de interesse”.

A vantagem deste modelo é que, como Saliby e Araújo (2001) afirmam, ele contempla uma grande variedade de riscos financeiros e não há necessidade das premissas exigidas pelos outros modelos. A desvantagem é que para portfólios grandes o custo computacional se torna restritivo e de exige mão de obra qualificada para lidar com os modelos estocásticos e traduzi-los em linguagem computacional.

O cálculo do VaR por simulação de Monte Carlo será melhor descrito no capítulo que trata da metodologia dos experimentos deste trabalho.

Para a precificação dos ativos o modelo estocástico que melhor representa o retorno do ativo-objeto é o Movimento Browniano Geométrico. Este modelo é representado pela equação diferencial:

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dz_t \quad (2.5)$$

Onde o termo μdt é determinístico e está relacionado com a tendência dos retornos; σdz_t é aleatório, representando a volatilidade dos retornos em torno da tendência, possuindo distribuição normal $(0, \sigma^2 dt)$; dz_t segue o Processo de Wiener $dz_t = \varepsilon_t \sqrt{dt}$. Ao aplicarmos o Lema de Itô e considerarmos o retorno do ativo-objeto como a taxa de juros livre de risco, temos:

$$S_t = S_0 e^{\left(\left(R_f - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma \sqrt{dt} \varepsilon_t \right)} \quad (2.6)$$

Onde S_0 é preço do ativo-objeto no instante zero, S_t é preço do ativo-objeto no instante t, R_f é taxa de juros livre de risco anual, σ é a volatilidade anual do ativo-objeto, dt é intervalo de tempo e ε_t é variável aleatória normal padrão.

2.3. Determinação de Portfólio Ótimo

Para se formar um portfólio em que se minimize os riscos e maximize os retornos, deve-se buscar a fronteira eficiente. Markowitz (1952) define fronteira eficiente como o lugar geométrico das carteiras que para um dado risco têm o maior retorno possível, ou para um dado retorno têm o menor risco possível. Para encontrar a fronteira deve-se minimizar o risco dado por:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i * X_j * \sigma_{ij} \quad (2.7)$$

Mantendo o mesmo retorno, dado por:

$$\sum_{i=1}^n X_i * E[R_i] = E[R_p] \quad (2.8)$$

Sendo a soma dos recursos:

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1 \quad (2.9)$$

Onde X_k = percentual da carteira alocada ao ativo k, $E[R_k]$ é retorno esperado do ativo k, σ_{kz} é a covariância entre os retornos dos ativos k e z, σ_{kk} é a variância dos retornos do ativo k. Para determinação da fronteira eficiente é necessário estimar retorno, variâncias e covariâncias para os ativos.

3. METODOLOGIA UTILIZADA

Neste capítulo serão descritos os experimentos, seus objetivos e como cada um deles fará uso das metodologias e técnicas apresentadas no referencial teórico. Serão definidos também os parâmetros para suas variáveis, como foram coletados ou gerados os dados e como serão feitas as estimativas.

3.1. Experimentos

3.1.1. Cálculo do *value-at-risk*

3.1.1.1. Ativos individuais

Para determinar o *value-at-risk* dos ativos individuais são simulados 10.000 preços de dimensão única, calculados seus retornos e estimadas as volatilidades de cada ativo para horizontes de tempo de 30, 60, 90 e 252 dias.

Tabela 1 – dados para a simulação dos ativos individuais.

dados	descrição	ativo A	ativo B	ativo C
S₀	preço do ativo no instante zero	\$ 40,0	\$ 35,0	\$ 30,0
σ	desvio-padrão ou volatilidade	8,00%	8,00%	8,00%
R_f	taxa de juros livre de risco	45,00%	43,00%	40,00%

Fonte: O autor

A tabela 1 apresenta os dados utilizados na simulação de 10.000 trajetórias de preços de dimensão única dos ativos para o cálculo do *value-at-risk* para três ativos individuais. Onde A, B e C são os ativos, S₀ é valor do ativo no instante zero, R_f é taxa de juro livre de risco ao ano, σ é desvio padrão - risco - ao ano. Estimadas as volatilidades, determinou-se os valores em risco para os níveis de confiança de 90%, 95% e 97,5%, através da relação:

$$\text{VaR} = \text{média} - (\alpha\sigma) \quad (3.1)$$

Onde α está associado ao nível de significância e é determinado através da negativa da inversa da distribuição cumulativa normal padrão. Este valor multiplica o desvio-padrão e determina a perda. O nível de significância é arbitrário e quanto menor seu valor maior será o nível de confiança do modelo e maior o intervalo entre os eventos de ocorrência de perdas acima do valor em risco. Maiores níveis de confiança exigem maiores reservas para perda.

3.1.1.2. Ativos em portfólio

Foram geradas 10.000 trajetórias de preços correlacionados com o auxílio do software *@risk* fazendo uso de uma matriz de correlação $n \times n$ - sendo n o nº de ativos do portfólio – positiva semi-definida com uso das metodologias de simulação de Monte Carlo e do modelo de movimento browniano geométrico. Em seguida calculou-se a matriz de covariâncias, a fronteira eficiente, o portfólio de menor risco e maior retorno pela teoria das carteiras de Markowitz (1952) e a matriz de mínimo risco e máximo retorno (w). Foram calculados os retornos para cada horizonte de tempo - variando entre 30, 60, 90 e 252 dias - e estimou-se a variância da carteira através da relação:

$$\sigma_p^2 = w' \Sigma w \quad (3.2)$$

sendo o Σ a matriz de covariância dos ativos. Em seguida o *value-at-risk* foi determinado pela relação:

$$\text{VaR} = \text{média} - (\alpha \sigma_p) \quad (3.3)$$

sendo α o valor relacionado ao nível de significância do VaR.

3.1.2. Comparações dos resultados das opções

São calculados os prêmios e probabilidades de exercício de opções de compra européias sem dividendos fazendo uso de simulação de Monte Carlo com amostragem aleatória simples para gerar 10.000 trajetórias unidimensionais de preços. Os parâmetros das opções são variados um por vez mantendo todos os outros fixos. São comparados os resultados teóricos obtidos através das equações de Black e Scholes com os resultados obtidos através da simulação. As opções estudadas estão fora do dinheiro, no dinheiro e dentro do dinheiro para mostrar como se comportam as probabilidades de exercício destas

opções individualmente. A simulação de Monte Carlo usa amostragem aleatória simples e o modelo matemático dos preços segue um movimento browniano geométrico como explicado no referencial teórico. A seqüência de valores pseudo-aleatórios é gerada por planilhas eletrônicas em *excel* com o auxílio do software *@Risk* e as simulações são feitas em uma corrida de 10.000 trajetórias com dimensão única para horizontes de tempo de 30, 60, 90 e 252 dias úteis com volatilidades e taxas de juros livre de riscos anuais. Os retornos destes ativos são calculados pela equação:

$$R_{t+1} = LN\left(\frac{P_{t+1}}{P_t}\right) \quad (3.4)$$

Onde R_{t+1} corresponde aos retornos no tempo $t+1$, P_{t+1} é o preço do ativo no tempo $t+1$, P_t é o preço do ativo no tempo t e para os cálculos da simulação é utilizada a metodologia resumida em Maletta (2005) com os seguintes passos:

1. Escolher um processo estocástico para simular o valor futuro do(s) ativo(s) ou fator(es) de risco da carteira;
2. Estimar as volatilidades de correlações entre os ativos e fatores de risco que compõe os modelos estocásticos;
3. Gerar uma pseudo-sequência, $A_1 \dots A_n$, que será usada para fazer as simulações;
4. Simular os preços futuros dos ativos ou fatores de risco utilizando a pseudo-sequência e o modelo estocástico selecionado, considerando a correlação dos ativos no horizonte de tempo em questão;
5. Se a carteira possuir derivativos, utilizar modelos de precificação para avaliar seus preços em função dos valores encontrados na simulação (passo anterior);
6. Repetir os passos 2 a 5 até que se tenha uma amostra grande o suficiente para se obter a distribuição de probabilidade do portfólio.

4. RESULTADOS OBTIDOS

4.1. *Value-at-risk* para ativos individuais.

Tabela 2 – valores em risco para o ativo individual A.

ativo A			
DIAS ÚTEIS ATÉ O VENCIMENTO	90,00%	95,00%	97,50%
30	20,15%	25,80%	30,69%
60	28,65%	36,63%	43,55%
90	35,24%	45,01%	53,48%
252	59,82%	76,18%	90,35%

Fonte: O autor

Na tabela 2 são apresentados os valores em risco para o ativo individual A, obtidos através da simulação de Monte Carlo com 10.000 trajetórias de dimensão única com amostragem aleatória simples para os preços do ativo A. Os dados da simulação são: $S_0 = \$ 40,00$, $\sigma = 8\%$, $R_f = 45\%$. Em cada linha estão os valores em risco para cada horizonte de tempo e em cada coluna estão os valores em risco para cada um dos níveis de confiança.

Tabela 3 – valores em risco para o ativo individual B.

ativo B			
DIAS ÚTEIS ATÉ O VENCIMENTO	90,00%	95,00%	97,50%
30	19,16%	24,55%	29,23%
60	27,18%	34,81%	41,43%
90	33,38%	42,70%	50,82%
252	56,35%	71,99%	85,55%

Fonte: o autor

A tabela 3 apresenta os valores em risco para o ativo individual B, obtidos através da simulação de Monte Carlo com 10.000 trajetórias de dimensão única, com amostragem aleatória simples para os preços do ativo. Os dados da simulação são: $S_0 = \$ 35,00$, $\sigma = 8\%$,

$R_f = 43\%$. Em cada linha estão os valores em risco para cada horizonte de tempo e em cada coluna estão os valores em risco para cada um dos níveis de confiança.

Tabela 4 – valores em risco para o ativo individual C.

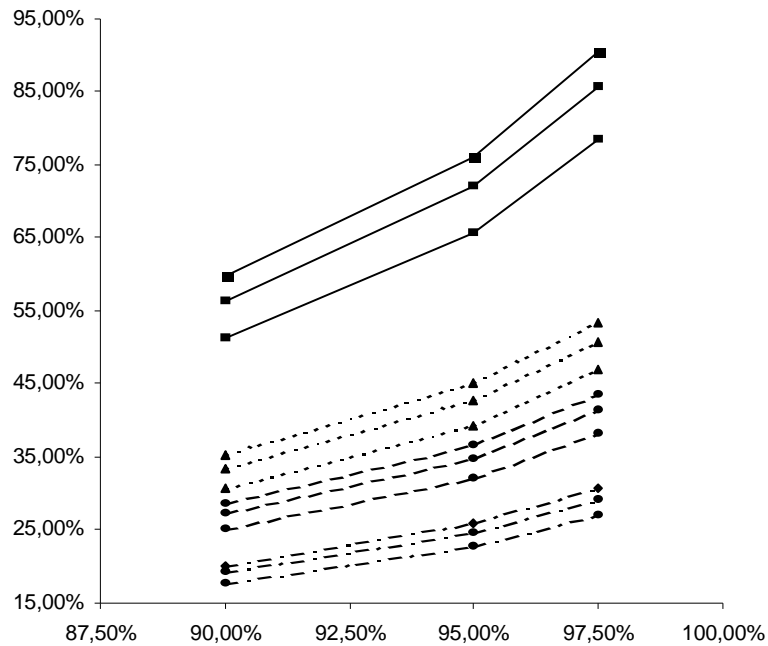
ativo C			
DIAS ÚTEIS ATÉ O VENCIMENTO	90,00%	95,00%	97,50%
30	17,69%	22,70%	27,06%
60	25,02%	32,10%	38,27%
90	30,64%	39,32%	46,88%
252	51,27%	65,79%	78,45%

Fonte: o autor

A tabela 4 apresenta os valores em risco para o ativo individual C, obtidos através da simulação de Monte Carlo com 10.000 trajetórias de dimensão única com amostragem aleatória simples. Os dados da simulação são: $S_0 = \$ 30,00$, $\sigma = 8\%$, $R_f = 40\%$. Em cada linha estão os valores em risco para cada horizonte de tempo e em cada coluna estão os valores em risco para cada um dos níveis de confiança.

Um nível de 2,5% de significância corresponde a um nível de 97,5% de confiança e uma perda maior que o valor em risco tabelado ocorre a cada 40 dias enquanto que para um nível de 5% de significância, que corresponde a um nível de 95% de confiança, uma perda maior que o seu valor em risco ocorre a cada 20 dias e para 10% de significância, que corresponde a um nível de 90% de confiança, a perda maior que o valor em risco na tabela ocorre a cada 10 dias. Ao comparar os resultados por coluna nota-se que o valor em risco é menor quando o nível de confiança é menor para os três ativos isto ocorre porque menores níveis de confiança exigem menores reservas para perdas, pois os intervalos entre as perdas são menores o que é indesejável. Para que se tenha um intervalo maior entre as perdas é necessário um nível de confiança maior e um nível de significância menor o que exige maior reserva. Níveis de confiança menores têm intervalos menores entre as perdas e exigem menor reserva. Ao comparar os resultados entre as linhas de um mesmo ativo nota-se que horizontes de tempo maiores exigem maiores reservas para perdas para os três ativos porque a exposição à volatilidade é maior.

Figura 2 – VaR para os ativos individuais.



Fonte: o autor

A figura 2 apresenta os valores em risco por níveis de confiança para os ativos A, B e C para os horizontes de tempo de 30, 60, 90 e 252 dias. Há quatro grupos representando os quatro horizontes de tempo formados por de três linhas que representam cada ativo. As linhas estão agrupadas de três em três formando quatro grupos com os valores em risco para os três ativos A, B e C em cada uma das linhas. Em cada um dos quatro grupos a linha mais acima no grupo representa o ativo A com maiores valores em risco, a linha do meio representa os valores em risco para o ativo B e a linha mais abaixo representa os valores em risco para o ativo C e cada linha contém três marcadores indicando os níveis de confiança de 90%, 95% e 97,5% e os maiores níveis de confiança têm os maiores valores em risco porque os intervalos entre as falhas são menores. O grupo de três linhas mais abaixo corresponde ao tempo de 30 dias e tem os menores valores em risco, o seguinte corresponde ao tempo de 60 dias com valores em risco maiores que os de 30 dias, o grupo que segue este corresponde ao tempo de 90 com valores em risco maiores que os de 60 e menores e o grupo mais acima se refere ao tempo de 252 dias correspondendo aos maiores valores em risco para os mesmos níveis de confiança.

4.2. Value-at-risk para portfólios

4.2.1. Portfólio com 3 ativos

Tabela 5 – matriz de correlação para 3 ativos.

	A	B	C
A	1	0,23	0,19
B	0,23	1	-0,31
C	0,19	-0,31	1

Fonte: o autor

A tabela 5 apresenta a matriz de correlação positiva e semi-definida para três ativos utilizada na simulação de Monte Carlo para gerar os 10.000 valores correlacionados para cada ativo.

Tabela 6 – dados da simulação para 3 ativos em uma carteira de ativos.

dados	descrição	ativo A	ativo B	ativo C
S₀	preço do ativo no instante zero	\$ 40,0	\$ 35,0	\$ 30,0
σ	desvio-padrão	8,00%	8,00%	8,00%
R_f	taxa de juros livre de risco	45,00%	43,00%	40,00%

Fonte: o autor

A tabela 6 apresenta os dados utilizados na simulação de 10.000 trajetórias de preços de dimensão única dos ativos para o cálculo do *value-at-risk* de um portfólio com três ativos.

Tabela 7 – mínimo risco e o máximo retorno para carteiras ótimas com 3 ativos.

dias	30	60	90	252
Portfólio ótimo				
ativo A	14,65%	12,94%	12,34%	17,53%
ativo B	40,63%	41,02%	41,42%	40,93%
ativo C	44,72%	46,04%	46,24%	41,54%
Menor risco	2,38%	3,41%	4,12%	7,00%
Maior retorno	7,14%	10,03%	12,23%	20,17%

Fonte: o autor

A tabela 7 apresenta as carteiras com três ativos, o mínimo risco e máximo retorno, determinadas pela fronteira eficiente de Markowitz para os horizontes de tempo de 30, 60, 90 e 252 dias.

Tabela 8 – valores em risco para o portfólio com três ativos.

	90,00%	95,00%	97,50%
30	3,04%	3,91%	4,66%
60	4,47%	5,74%	6,84%
90	5,39%	6,92%	8,25%
252	9,13%	11,72%	13,96%

Fonte: o autor

A tabela 8 apresenta os valores em risco obtidos através da simulação de Monte Carlo com 10.000 trajetórias de dimensão única com amostragem aleatória simples para os preços dos ativos correlacionados A, B e C. Em cada linha estão os valores em risco para um horizonte de tempo. Em cada coluna estão os valores em risco para cada um dos níveis

de confiança. Este valor corresponde ao valor percentual que deve ser reservado para a pior perda esperada para cada horizonte de tempo e nível de significância para a carteira.

Tabela 9 – valores em risco para um portfólio de R\$ 100.000.000,00, com três ativos.

	90,00%	95,00%	97,50%
30	3.043.818,31	3.906.699,37	4.655.114,30
60	4.472.419,53	5.740.289,59	6.839.969,41
90	5.394.495,80	6.923.761,93	8.250.162,13
252	9.130.962,60	11.719.466,20	13.964.589,94

Fonte: o autor

A tabela 9 apresenta os valores em risco obtidos através da simulação de Monte Carlo com 10.000 trajetórias de dimensão única com amostragem aleatória simples para os preços dos ativos correlacionados A, B e C. Em cada linha estão os valores em risco para cada horizonte de tempo. Em cada coluna estão os valores em risco para cada um dos níveis de confiança. Este valor corresponde ao valor que deve ser reservado em unidades monetárias para a pior perda esperada para cada horizonte de tempo e nível de significância em uma carteira de \$ 100.000.000,00.

4.2.1. Portfólio com 5 ativos

Tabela 10 – matriz de correlação para 5 ativos.

	A	B	C	D	E
A	1	0,49	0,43	0,23	0,28
B	0,49	1	-0,41	-0,15	0,12
C	0,43	-0,41	1	-0,2	0,32
D	0,23	-0,15	-0,2	1	-0,2
E	0,28	0,12	0,32	-0,2	1

Fonte: o autor

A tabela 10 apresenta a matriz de correlação positiva e semi-definida para cinco ativos utilizada na simulação de Monte Carlo para gerar os 10.000 valores correlacionados para cada ativo.

Tabela 11 – dados da simulação para uma carteira de 5 ativos.

dados	descrição	ativo A	ativo B	ativo C	ativo D	ativo E
S₀	preço do ativo no tempo zero	\$ 40	\$ 35	\$ 30	\$ 25	\$ 20
σ	desvio-padrão	45,00%	43,00%	40,00%	36,00%	32,00%
R_f	taxa de juros livre de risco	8,00%	8,00%	8,00%	8,00%	8,00%

Fonte: o autor

A tabela 11 apresenta os dados utilizados na simulação de 10.000 trajetórias de preços de dimensão única com amostragem aleatória simples dos ativos para o cálculo do *value-at-risk* para cinco ativos individuais.

Tabela 12 – carteiras ótimas para 5 ativos, mínimo risco e máximo retorno para os horizontes de tempo.

dias	30	60	90	252
Portfólio ótimo				
ativo A	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ativo B	25,54%	25,30%	24,94%	24,94%
ativo C	27,31%	26,95%	26,72%	26,21%
ativo D	31,06%	31,50%	31,50%	31,79%
ativo E	16,09%	16,25%	16,85%	17,05%
Menor risco	1,55%	2,17%	2,68%	4,44%
Maior retorno	6,67%	9,47%	11,63%	19,72%

Fonte: o autor

A tabela 12 apresenta as carteiras de cinco ativos, com mínimo risco e máximo retorno, determinadas pela fronteira eficiente de Markowitz para os horizontes de tempo de 30, 60, 90 e 252 dias.

Tabela 13 – valores em risco para o portfólio com 5 ativos.

	90,0%	95,0%	97,5%
30	1,99%	2,56%	3,05%
60	2,79%	3,58%	4,26%
90	3,43%	4,40%	5,25%
252	5,69%	7,31%	8,71%

Fonte: o autor

A tabela 13 apresenta os valores em risco obtidos através da simulação de Monte Carlo com 10.000 trajetórias de dimensão única com amostragem aleatória simples para os preços dos ativos correlacionados A, B, C, D e E. Em cada linha estão os valores em risco para um horizonte de tempo. Em cada coluna estão os valores em risco para cada um dos

níveis de confiança. Este valor corresponde ao valor percentual que deve ser reservado para a pior perda esperada para cada horizonte de tempo e nível de significância para a carteira.

Tabela 14 – valores em risco para um portfólio de R\$ 100.000.000,00, com cinco ativos.

	90,0%	95,0%	97,5%
30	1.991.927,70	2.556.612,09	3.046.387,85
60	2.786.089,88	3.575.908,43	4.260.953,02
90	3.429.625,95	4.401.878,23	5.245.155,66
252	5.694.871,76	7.309.290,38	8.709.547,10

Fonte: o autor

A tabela 14 apresenta os valores em risco obtidos através da simulação de Monte Carlo com 10.000 trajetórias de dimensão única com amostragem aleatória simples para os preços dos ativos correlacionados A, B, C, D e E. Em cada linha estão os valores em risco para cada horizonte de tempo. Em cada coluna estão os valores em risco para cada um dos níveis de confiança. Este valor corresponde ao valor que deve ser reservado em unidades monetárias para a pior perda esperada para cada horizonte de tempo e nível de significância em uma carteira de \$ 100.000.000,00.

4.2.1. Portfólio com 10 ativos

Tabela 15 – matriz de correlação para 10 ativos.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
A	1	0,14	0,17	-0,12	0,11	0,17	0,14	-0,15	0,11	-0,12
B	0,14	1	0,19	-0,09	0,25	0,18	0,14	0,13	0,04	-0,04
C	0,17	0,19	1	0,06	-0,05	0,04	0,12	-0,44	0,14	-0,2
D	-0,12	-0,09	0,06	1	0,28	0,17	-0,25	0,33	-0,03	0,11
E	0,11	0,25	-0,05	0,28	1	0,07	-0,16	-0,2	-0,33	0,38
F	0,17	0,18	0,04	0,17	0,07	1	-0,19	0,05	0,11	0,21
G	0,14	0,14	0,12	-0,25	-0,16	-0,19	1	0,34	-0,17	0,08
H	-0,15	0,13	-0,44	0,33	-0,2	0,05	0,34	1	-0,1	0,33
I	0,11	0,04	0,14	-0,03	-0,33	0,11	-0,17	-0,1	1	-0,14
J	-0,12	-0,04	-0,2	0,11	0,38	0,21	0,08	0,33	-0,14	1

Fonte: o autor

A tabela 15 apresenta a matriz de correlação positiva e semi-definida para dez ativos utilizada na simulação de Monte Carlo para gerar os 10.000 valores correlacionados para cada ativo.

Tabela 16 – dados da simulação para uma carteira de 10 ativos.

dados	descrição	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
S₀	preço do ativo no tempo zero	40	38	36	34	32	30	28	26	24	22
σ	desvio-padrão	45%	43%	40%	36%	32%	31%	28%	26%	25%	23%
R_f	taxa de juros livre de risco	8,0%	8,0%	8,0%	8,0%	8,0%	8,0%	8,0%	8,0%	8,0%	8,0%

Fonte: o autor

A tabela 16 apresenta os dados utilizados na simulação de 10.000 trajetórias de preços de dimensão única com amostragem aleatória simples dos ativos para o cálculo do *value-at-risk* para cinco ativos individuais.

Tabela 17 – carteiras ótimas para 10 ativos, mínimo risco e máximo retorno para os horizontes de tempo.

dias	30	60	90	252
Portfólio ótimo				
ativo A	0,48%	0,65%	0,38%	0,63%
ativo B	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ativo C	10,23%	10,07%	10,53%	10,17%
ativo D	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
ativo E	20,39%	20,89%	20,26%	20,68%
ativo F	5,88%	5,29%	5,69%	5,76%
ativo G	11,47%	11,40%	11,67%	11,07%
ativo H	22,94%	23,13%	23,73%	23,71%
ativo I	25,36%	25,76%	25,11%	25,19%
ativo J	3,24%	2,81%	2,62%	2,78%
Menor risco	0,96%	1,36%	1,68%	2,77%
Maior retorno	5,43%	7,94%	9,97%	18,17%

Fonte: o autor.

A tabela 17 apresenta as carteiras de dez ativos, com mínimo risco e máximo retorno, determinadas pela fronteira eficiente de Markowitz para os horizontes de tempo de 30, 60, 90 e 252 dias.

Tabela 18 – valores em risco para o portfólio com 10 ativos.

	90,0%	95,0%	97,5%
30	1,23%	1,58%	1,89%
60	1,74%	2,23%	2,66%
90	2,15%	2,77%	3,29%
252	3,55%	4,55%	5,42%

Fonte: o autor

A tabela 18 apresenta os valores em risco obtidos através da simulação de Monte Carlo com 10.000 trajetórias de dimensão única com amostragem aleatória simples para os preços dos ativos correlacionados A, B, C, D, E, F, G, H, I e J. Em cada linha estão os valores em risco para um horizonte de tempo. Em cada coluna estão os valores em risco para cada um dos níveis de confiança. Este valor corresponde ao valor percentual que deve ser reservado para a pior perda esperada para cada horizonte de tempo e nível de significância para a carteira.

Tabela 19 – valores em risco para um portfólio de R\$ 100.000.000,00, com dez ativos.

	90,0%	95,0%	97,5%
30	1.234.224,78	1.584.110,71	1.887.582,26
60	1.738.054,86	2.230.769,75	2.658.123,18
90	2.154.341,01	2.765.067,36	3.294.777,36
252	3.546.830,98	4.552.309,29	5.424.405,12

Fonte: o autor

A tabela 19 apresenta os valores em risco obtidos através da simulação de Monte Carlo com 10.000 trajetórias de dimensão única com amostragem aleatória simples para os preços dos ativos correlacionados A, B, C, D, E, F, G, H, I e J. Em cada linha estão os valores em risco para cada horizonte de tempo. Em cada coluna estão os valores em risco

para cada um dos níveis de confiança. Este valor corresponde ao valor que deve ser reservado em unidades monetárias para a pior perda esperada para cada horizonte de tempo e nível de significância em uma carteira de \$ 100.000.000,00.

O comportamento para ativos reunidos em portfólio para as variáveis tempo e nível de confiança é o mesmo que para ativos individuais. O valor em risco é menor quando o nível de confiança exigido é menor, para qualquer dos horizontes de tempo e nos três portfólios do experimento, como era esperado pelo referencial teórico. O VaR é menor para carteiras com menores horizontes de tempo, pois, como os ativos individuais, têm menos tempo de exposição à volatilidade.

4.3. Opções

O objetivo é determinar o prêmio e a probabilidade de exercício através da simulação de Monte Carlo para de opções fora-do-dinheiro, no dinheiro e dentro-do-dinheiro fixando o valor do preço de exercício em um de seus sete valores e variando cada uma das variáveis em seus nove valores. Concluída esta etapa o preço de exercício é modificado para o valor seguinte e repete-se a simulação para os nove valores da variável. Este procedimento é repetido até que todos os valores do preço de exercício sejam utilizados na simulação. Ao final teremos nove prêmios definidos pela média das 10.000 trajetórias simuladas para cada um dos sete preços de exercício dando resultando em um total de 63 prêmios. Este procedimento será utilizado com para as três variáveis a serem analisadas: a volatilidade, o tempo até o vencimento e a taxa de juros livre de risco. O mesmo procedimento será realizado na simulação das probabilidades de exercício.

Tabela 20 – dados fixos para a simulação dos preços da opção.

dados	descrição	valores
S₀	preço do ativo no tempo zero	\$ 40,00
T	tempo até o vencimento	0,5952
R_f	taxa de juros livre de risco	6,00%
σ	desvio-padrão	40,00%

Fonte: o autor

A tabela 20 apresenta os dados mantidos fixos na simulação de 10.000 trajetórias de preços de dimensão única com amostragem aleatória simples dos ativos-objetos para determinar os prêmios e as probabilidades de exercício das opções fora-do-dinheiro, no dinheiro e dentro-do-dinheiro. Quando uma das três variáveis está sendo analisada as outras duas permanecem fixas, com os valores da tabela 20 onde S₀ é o preço do ativo-objeto no tempo do lançamento, σ representa a volatilidade anual, T é o tempo até o vencimento da opção em anos e R_f é a taxa de juro livre de risco anual. A comparação dos resultados foi feita através de tabelas que mostram o percentual de variação entre os resultados teóricos e os experimentais e, por fim, foi elaborada uma tabela com a média de 30 simulações com 10.000 trajetórias cada.

Tabela 21 – dados variáveis na simulação dos preços da opção.

σ	desvio-padrão ou volatilidade	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
T	tempo até o vencimento	30	60	90	120	150	180	210	240	270
R_f	taxa de juros livre de risco	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%

Fonte: o autor

A tabela 21 apresenta os dados utilizados na simulação das 10.000 trajetórias de dimensão única com amostragem aleatória simples para definir os prêmios e probabilidades de exercício da opção.

4.3.1. Volatilidade

Prêmios

Tabela 22 – prêmios teóricos com K e σ variando.

σ \ K	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
\$25,00	\$15,88	\$15,88	\$15,91	\$16,08	\$16,40	\$16,86	\$17,42	\$18,04	\$18,71
\$30,00	\$11,05	\$11,09	\$11,34	\$11,84	\$12,51	\$13,27	\$14,10	\$14,96	\$15,84
\$35,00	\$ 6,24	\$ 6,62	\$ 7,38	\$ 8,29	\$ 9,28	\$10,30	\$11,34	\$12,38	\$13,41
\$40,00	\$ 2,04	\$ 3,18	\$ 4,37	\$ 5,55	\$ 6,74	\$ 7,92	\$ 9,08	\$10,24	\$11,39
\$45,00	\$ 0,24	\$ 1,21	\$ 2,37	\$ 3,58	\$ 4,81	\$ 6,04	\$ 7,27	\$ 8,49	\$ 9,69
\$50,00	\$ 0,01	\$ 0,37	\$ 1,20	\$ 2,25	\$ 3,39	\$ 4,59	\$ 5,81	\$ 7,04	\$ 8,27
\$55,00	\$ 0,00	\$ 0,09	\$ 0,57	\$ 1,38	\$ 2,38	\$ 3,48	\$ 4,66	\$ 5,86	\$ 7,09

Fonte: o autor

A tabela 22 apresenta os prêmios de opções europeias de compra sem calculados através das equações de Black e Scholes. Os valores para R_f , T e S_0 utilizados na simulação estão na tabela 20.

Tabela 23 – prêmios simulados das opções com K e σ variando.

σ \ K	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
\$25,00	\$15,87	\$15,93	\$15,62	\$15,58	\$16,23	\$17,55	\$16,94	\$17,42	\$18,43
\$30,00	\$11,05	\$11,14	\$11,07	\$11,43	\$12,38	\$13,89	\$13,65	\$14,30	\$15,44
\$35,00	\$ 6,24	\$ 6,70	\$ 7,12	\$ 7,94	\$ 9,23	\$10,81	\$10,89	\$11,70	\$12,94
\$40,00	\$ 2,03	\$ 3,22	\$ 4,12	\$ 5,23	\$ 6,78	\$ 8,31	\$ 8,61	\$ 9,55	\$10,88
\$45,00	\$ 0,23	\$ 1,21	\$ 2,17	\$ 3,33	\$ 4,89	\$ 6,34	\$ 6,77	\$ 7,83	\$ 9,21
\$50,00	\$ 0,01	\$ 0,37	\$ 1,09	\$ 2,08	\$ 3,48	\$ 4,83	\$ 5,30	\$ 6,46	\$ 7,82
\$55,00	\$ 0,00	\$ 0,11	\$ 0,54	\$ 1,29	\$ 2,48	\$ 3,71	\$ 4,17	\$ 5,31	\$ 6,65

Fonte: o autor

A tabela 23 apresenta os prêmios de opções europeias de compra sem dividendos, estimados pela média dos *payoffs* trazidos a valor presente. Os preços no vencimento do ativo-objeto são estimados por simulação de Monte Carlo uma corrida com 10.000 trajetórias unidimensionais e amostragem aleatória simples. Os valores para R_f , T e S_0 utilizados na simulação estão na tabela 20.

Tabela 24 – diferenças percentuais entre os prêmios teóricos e experimentais.

σ K	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
\$25,00	-0,02%	0,33%	-1,87%	-3,09%	-1,04%	4,09%	-2,72%	-3,44%	-1,51%
\$30,00	-0,03%	0,50%	-2,40%	-3,50%	-1,02%	4,65%	-3,21%	-4,42%	-2,50%
\$35,00	0,03%	1,28%	-3,54%	-4,26%	-0,56%	4,90%	-3,96%	-5,50%	-3,53%
\$40,00	-0,54%	1,03%	-5,57%	-5,84%	0,66%	5,00%	-5,23%	-6,73%	-4,42%
\$45,00	-4,87%	-0,08%	-8,53%	-7,08%	1,60%	4,95%	-6,79%	-7,74%	-4,96%
\$50,00	-12,18%	1,48%	-9,01%	-7,17%	2,63%	5,19%	-8,84%	-8,29%	-5,49%
\$55,00	-100,00%	13,48%	-4,69%	-5,93%	4,55%	6,43%	-10,42%	-9,36%	-6,21%

Fonte: o autor

A tabela 24 apresenta as diferenças percentuais entre os prêmios teóricos da tabela 22, calculados pelas equações de Black e Scholes, e os estimados por simulação Monte Carlo da tabela 23.

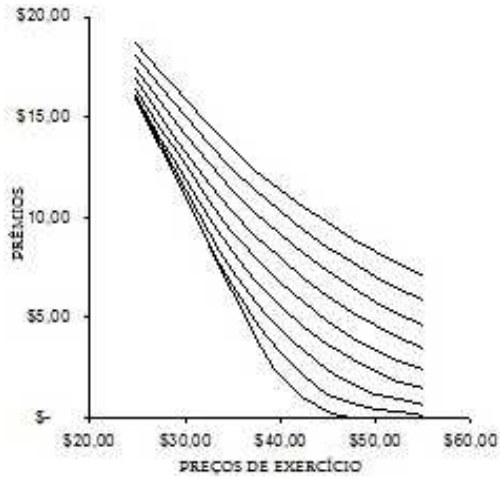
Tabela 25 - diferenças percentuais entre as médias dos prêmios simulados com 30 corridas e os prêmios da tabela 22.

σ K	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
\$25,00	0,11%	-0,08%	0,17%	-0,12%	-0,18%	0,06%	-0,30%	-0,03%	-1,20%
\$30,00	0,16%	-0,11%	0,18%	-0,20%	-0,29%	0,20%	-0,32%	-0,09%	-1,46%
\$35,00	0,31%	-0,05%	0,19%	-0,31%	-0,48%	0,43%	-0,29%	-0,20%	-1,77%
\$40,00	1,00%	0,04%	0,21%	-0,62%	-0,53%	0,72%	-0,31%	-0,29%	-2,17%
\$45,00	0,92%	-0,16%	0,12%	-1,05%	-0,34%	1,03%	-0,27%	-0,25%	-2,65%
\$50,00	-2,30%	0,07%	0,22%	-1,40%	0,08%	1,21%	-0,20%	-0,13%	-3,20%
\$55,00	-49,65%	3,06%	0,26%	-1,14%	0,48%	1,47%	-0,13%	-0,13%	-3,85%

Fonte: o autor

A tabela 25 apresenta as diferenças percentuais entre as médias dos prêmios de simulações com 30 corridas e os prêmios da tabela 22, calculados pelas equações de Black e Scholes. As simulações seguiram os mesmos parâmetros utilizados para os prêmios da tabela 23.

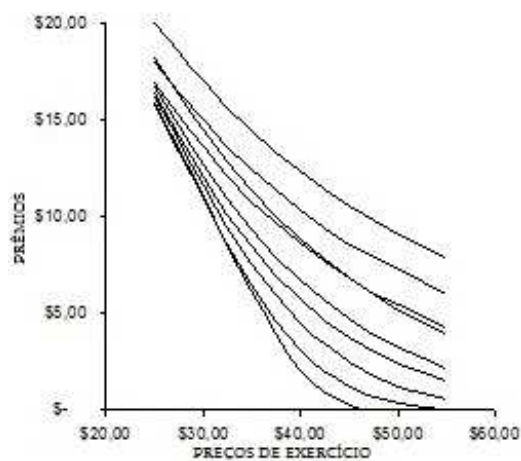
Figura 3 – gráfico dos prêmios teóricos da tabela 22.



Fonte: O autor

A figura 3 apresenta os prêmios das opções de compra europeias sem dividendos determinados pela equação de Black e Scholes em função dos preços de exercício para volatilidades de 10%, 20%, 30%, 40%, 50%, 60%, 70%, 80%, 90%. Cada linha do gráfico representa os prêmios para uma volatilidade diferente.

Figura 4 – gráfico dos prêmios simulados da tabela 23.



Fonte: O autor

A figura 4 apresenta os prêmios das opções de compra europeias sem dividendos estimados por simulação de Monte Carlo com amostragem aleatória simples em função dos preços de exercício para volatilidades de 10%, 20%, 30%, 40%, 50%, 60%, 70%, 80%, 90%. Cada linha do gráfico representa os prêmios para uma volatilidade diferente.

Probabilidades de exercício

Tabela 26 – probabilidades de exercício teóricas com K e σ variando.

σ K	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
\$25,00	100,00%	99,93%	98,07%	93,11%	86,82%	80,54%	74,74%	69,52%	64,84%
\$30,00	100,00%	97,82%	90,00%	81,42%	74,07%	67,98%	62,88%	58,53%	54,72%
\$35,00	98,44%	84,61%	73,09%	65,32%	59,71%	55,34%	51,73%	48,63%	45,88%
\$40,00	66,43%	56,13%	51,54%	48,46%	46,01%	43,87%	41,92%	40,10%	38,37%
\$45,00	13,52%	27,13%	31,91%	33,72%	34,25%	34,14%	33,65%	32,94%	32,08%
\$50,00	0,68%	9,82%	17,74%	22,31%	24,87%	26,23%	26,86%	27,02%	26,86%
\$55,00	0,01%	2,81%	9,06%	14,22%	17,73%	19,98%	21,37%	22,16%	22,53%

Fonte: o autor

A tabela 26 apresenta as probabilidades de exercício de opções europeias de compra sem dividendos, calculadas através das equações de Black e Scholes. Os valores para R_f , T e S_0 utilizados no cálculo estão na tabela 21.

Tabela 27 - probabilidades de exercício simuladas com K e σ variando.

σ K	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
\$25,00	100,00%	100,00%	98,20%	92,30%	86,20%	81,50%	74,40%	69,70%	67,30%
\$30,00	100,00%	97,30%	89,50%	78,70%	72,20%	70,10%	62,50%	59,30%	56,50%
\$35,00	98,30%	85,70%	72,70%	66,00%	58,50%	57,40%	52,30%	48,50%	47,50%
\$40,00	66,60%	57,40%	51,90%	47,00%	44,50%	46,00%	42,20%	40,40%	38,00%
\$45,00	11,80%	27,90%	29,80%	32,40%	33,80%	35,80%	34,50%	31,70%	31,70%
\$50,00	0,80%	9,50%	15,20%	20,20%	23,70%	27,10%	26,60%	25,70%	26,50%
\$55,00	0,00%	3,00%	8,20%	13,00%	17,90%	19,40%	21,00%	21,60%	22,50%

Fonte: o autor

A tabela 27 apresenta as probabilidades de exercício de opções europeias de compra sem dividendos, estimados pelo percentual dos *payoffs* trazidos a valor presente diferentes de zero. A simulação segue os mesmos parâmetros que a usada na tabela 20.

Tabela 28 - diferenças percentuais entre as probabilidades de exercício teóricas e simuladas com K e σ variando.

σ K	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
\$25,00	0,00%	0,07%	0,13%	-0,87%	-0,72%	1,19%	-0,46%	0,25%	3,79%
\$30,00	0,00%	-0,54%	-0,55%	-3,34%	-2,52%	3,12%	-0,61%	1,32%	3,26%
\$35,00	-0,14%	1,29%	-0,53%	1,03%	-2,03%	3,73%	1,10%	-0,26%	3,53%
\$40,00	0,25%	2,26%	0,70%	-3,02%	-3,27%	4,86%	0,66%	0,75%	-0,97%
\$45,00	-12,70%	2,85%	-6,60%	-3,90%	-1,32%	4,87%	2,52%	-3,76%	-1,19%
\$50,00	17,72%	-3,27%	-14,30%	-9,47%	-4,69%	3,33%	-0,96%	-4,88%	-1,33%
\$55,00	-100,00%	6,76%	-9,46%	-8,58%	0,97%	-2,92%	-1,74%	-2,54%	-0,14%

Fonte: o autor

A tabela 28 apresenta as diferenças percentuais entre as probabilidades de exercício teóricas da tabela 26, calculados pelas equações de Black e Scholes, e os estimados por simulação Monte Carlo da tabela 27.

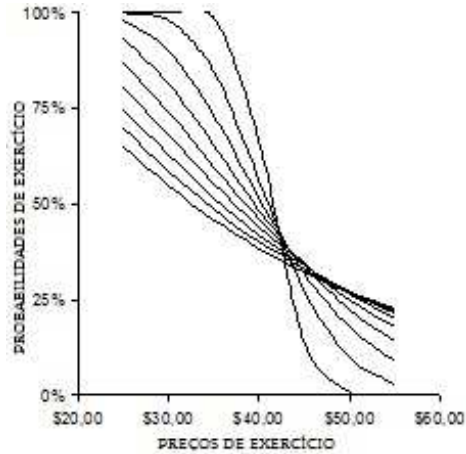
Tabela 29 - diferenças percentuais entre as médias das probabilidades de exercício simuladas com 30 corridas e teóricas da tabela 26 com K e σ variando.

σ K	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
\$25,00	0,00%	-0,03%	0,64%	-0,34%	1,70%	3,06%	1,02%	-2,19%	3,17%
\$30,00	0,00%	0,18%	1,11%	0,71%	1,66%	5,18%	-0,61%	-2,61%	4,72%
\$35,00	-0,04%	-1,07%	0,43%	1,65%	3,00%	6,26%	-1,22%	-0,26%	2,66%
\$40,00	0,70%	-1,48%	4,58%	1,52%	5,86%	6,45%	-1,96%	-0,25%	7,37%
\$45,00	-1,61%	-2,68%	5,31%	-0,34%	5,98%	9,56%	-1,94%	-4,07%	3,48%
\$50,00	-26,42%	2,84%	-0,76%	-0,06%	4,16%	12,86%	-4,32%	-0,44%	3,13%
\$55,00	-100,00%	-11,03%	-5,04%	-4,36%	3,80%	5,59%	-5,02%	-1,19%	0,30%

Fonte: o autor

A tabela 29 apresenta as diferenças percentuais entre as médias das probabilidades de exercício simuladas em 30 corridas e as probabilidades de exercício calculadas pelas equações de Black e Scholes da tabela 26. A simulação segue os mesmos parâmetros variáveis da tabela 20.

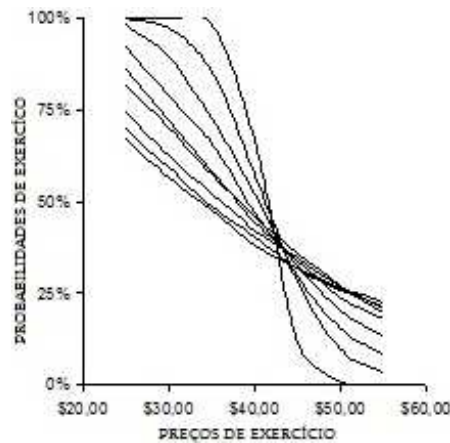
Figura 5 – gráfico das probabilidades de exercício teóricas da tabela 26.



Fonte: O autor

A figura 5 apresenta as probabilidades de exercício das opções de compra europeias sem dividendos determinadas pela equação de Black e Scholes em função dos preços de exercício para volatilidades de 10%, 20%, 30%, 40%, 50%, 60%, 70%, 80%, 90%. Cada linha do gráfico representa os prêmios para uma volatilidade diferente.

Figura 6 – gráfico das probabilidades de exercício simuladas da tabela 27.



Fonte: O autor

A figura 6 apresenta as probabilidades de exercício das opções de compra europeias sem dividendos estimadas por simulação de Monte Carlo com amostragem aleatória

simples em função dos preços de exercício para volatilidades de 10%, 20%, 30%, 40%, 50%, 60%, 70%, 80%, 90%. Cada linha do gráfico representa os prêmios para uma volatilidade diferente.

Os valores simulados de cada tabela estão bem próximos dos teóricos, mas diferentes. Isto não significa que houve erro, pois o objetivo da simulação é apresentar uma tendência para o comportamento dos prêmios e das probabilidades. As linhas indicam que as opções de maior prêmio estão situadas na parte superior do gráfico. Comprovando que a volatilidade torna a *call* mais atraente. Isto ocorre porque fortes variações no preço do ativo levam o comprador a obter lucro, pois este ganha quando o preço sobe acima do preço de exercício, porém sua perda é limitada ao prêmio quando não a exerce. O preço de exercício tem impacto no prêmio da opção, pois na medida que o K aumenta o prêmio diminui, pois o detentor da opção prefere exercer a opção de compra da ação quando K é menor que o preço da ação no dia do vencimento. Quanto maior é a diferença entre o preço de exercício e o preço corrente da ação, maior é a sua probabilidade de ser exercida. As opções de menor volatilidade são aquelas mais sensíveis às variações no preço de exercício. A diminuição da probabilidade é mais acelerada em opções de menor volatilidade, enquanto que para opções de maior volatilidade esta queda é mais suave e em determinado valor de K as probabilidades de exercício das opções de maior volatilidade passam a ser maiores que as de menor volatilidade. Isto ocorre porque opções de alta volatilidade podem ter variações altas nos preços de suas ações, para cima ou para baixo. Se for para cima, mesmo que o preço de exercício seja alto, ainda pode haver chance de lucro. Isto já não ocorre com opções de baixa volatilidade. As diferenças percentuais entre os valores teóricos e experimentais ficam maiores quando os valores são mais baixos e tendem a diminuir quando são feitas mais simulações, como pode ser visto na tabela de 30 simulações.

4.3.2. Tempo Até o Vencimento

Prêmios

Tabela 30 – prêmios teóricos para opções com K e T variando.

T \ K	30	60	90	120	150	180	210	240	270
\$25,00	\$15,25	\$15,60	\$15,56	\$16,12	\$16,35	\$16,44	\$15,78	\$16,43	\$16,29
\$30,00	\$10,32	\$10,79	\$11,00	\$11,71	\$12,15	\$12,38	\$11,83	\$12,52	\$12,34
\$35,00	\$ 5,73	\$ 6,55	\$ 7,11	\$ 7,99	\$ 8,62	\$ 8,98	\$ 8,56	\$ 9,24	\$ 9,03
\$40,00	\$ 2,37	\$ 3,52	\$ 4,13	\$ 5,13	\$ 5,80	\$ 6,31	\$ 5,95	\$ 6,65	\$ 6,40
\$45,00	\$ 0,74	\$ 1,64	\$ 2,18	\$ 3,06	\$ 3,79	\$ 4,29	\$ 4,06	\$ 4,68	\$ 4,45
\$50,00	\$ 0,19	\$ 0,68	\$ 1,04	\$ 1,74	\$ 2,41	\$ 2,84	\$ 2,66	\$ 3,27	\$ 3,08
\$55,00	\$ 0,03	\$ 0,23	\$ 0,44	\$ 0,98	\$ 1,54	\$ 1,92	\$ 1,70	\$ 2,23	\$ 2,10

Fonte: o autor

A tabela 30 apresenta os prêmios teóricos de opções europeias de compra sem dividendos, calculados através das equações de Black e Scholes. Os valores para R_f , σ e S_0 utilizados na simulação estão na tabela 20.

Tabela 31 – prêmios simulados para opções com K e T variando.

T \ K	30	60	90	120	150	180	210	240	270
\$25,00	\$15,25	\$15,60	\$15,56	\$16,12	\$16,35	\$16,44	\$15,78	\$16,43	\$16,29
\$30,00	\$10,32	\$10,79	\$11,00	\$11,71	\$12,15	\$12,38	\$11,83	\$12,52	\$12,34
\$35,00	\$ 5,73	\$ 6,55	\$ 7,11	\$ 7,99	\$ 8,62	\$ 8,98	\$ 8,56	\$ 9,24	\$ 9,03
\$40,00	\$ 2,37	\$ 3,52	\$ 4,13	\$ 5,13	\$ 5,80	\$ 6,31	\$ 5,95	\$ 6,65	\$ 6,40
\$45,00	\$ 0,74	\$ 1,64	\$ 2,18	\$ 3,06	\$ 3,79	\$ 4,29	\$ 4,06	\$ 4,68	\$ 4,45
\$50,00	\$ 0,19	\$ 0,68	\$ 1,04	\$ 1,74	\$ 2,41	\$ 2,84	\$ 2,66	\$ 3,27	\$ 3,08
\$55,00	\$ 0,03	\$ 0,23	\$ 0,44	\$ 0,98	\$ 1,54	\$ 1,92	\$ 1,70	\$ 2,23	\$ 2,10

Fonte: o autor

A tabela 31 apresenta os prêmios para opções europeias de compra sem dividendos, estimados pela média dos *payoffs* trazidos a valor presente. Os preços no vencimento do ativo-objeto são estimados por simulação de Monte Carlo em uma corrida com 10.000 trajetórias unidimensionais e amostragem aleatória simples. Os valores fixados para R_f , σ e S_0 utilizados na simulação estão na tabela 20.

Tabela 32 - diferenças percentuais entre os prêmios teóricos e simulados para opções com K e T variando

T K	30	60	90	120	150	180	210	240	270
\$25,00	0,45%	1,48%	-0,19%	1,88%	1,68%	0,63%	-4,96%	-2,62%	-1,93%
\$30,00	0,75%	1,78%	-0,13%	2,46%	2,60%	1,10%	-6,40%	-3,80%	-2,36%
\$35,00	1,22%	1,90%	-0,07%	3,39%	3,90%	1,89%	-8,09%	-5,46%	-2,99%
\$40,00	1,25%	4,24%	-1,75%	4,35%	4,52%	2,77%	-10,97%	-7,48%	-4,24%
\$45,00	5,47%	5,82%	-4,93%	3,34%	5,72%	3,11%	-13,56%	-10,12%	-5,28%
\$50,00	20,81%	7,42%	-11,49%	1,46%	7,18%	3,11%	-18,22%	-12,33%	-5,36%
\$55,00	5,23%	-1,15%	-22,69%	2,04%	11,79%	6,66%	-23,73%	-15,75%	-5,78%

Fonte: o autor

A tabela 32 apresenta as diferenças percentuais entre os prêmios teóricos da tabela 30 calculados pelas equações de Black e Scholes e os estimados por simulação Monte Carlo da tabela 31.

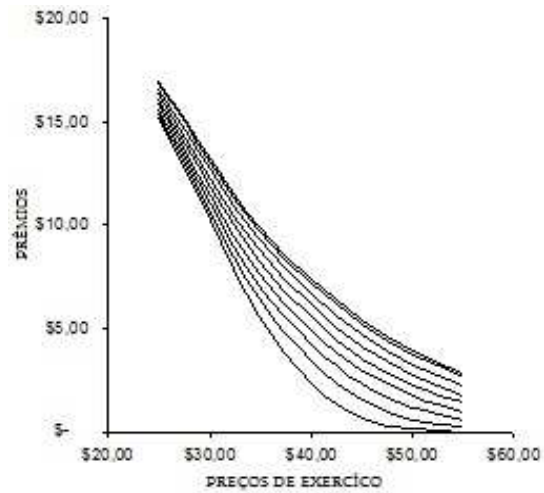
Tabela 33 - diferenças percentuais entre as médias dos prêmios simulados em 30 corridas e os prêmios teóricos da tabela 30. K e T variam.

T K	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%
\$25,00	-0,03%	0,09%	-0,26%	0,42%	-0,64%	0,68%	-0,44%	-0,34%	0,29%
\$30,00	-0,06%	0,14%	-0,39%	0,51%	-0,68%	0,93%	-0,58%	-0,46%	0,31%
\$35,00	-0,11%	0,22%	-0,72%	0,63%	-0,60%	1,31%	-0,87%	-0,55%	0,21%
\$40,00	0,03%	0,40%	-1,59%	0,74%	-0,53%	1,94%	-1,12%	-0,55%	-0,06%
\$45,00	2,05%	0,65%	-3,16%	0,41%	-0,57%	2,53%	-1,34%	-0,91%	-0,35%
\$50,00	11,12%	-0,59%	-5,96%	-0,33%	-0,84%	2,99%	-1,49%	-1,53%	-0,55%
\$55,00	20,23%	-4,36%	-9,78%	-1,40%	-0,95%	3,50%	-1,48%	-2,37%	-0,88%

Fonte: o autor

Tabela 33 tabela com diferenças percentuais entre as médias dos prêmios simulados em 30 corridas e os prêmios teóricos calculados pelas equações de Black e Scholes da tabela 30.

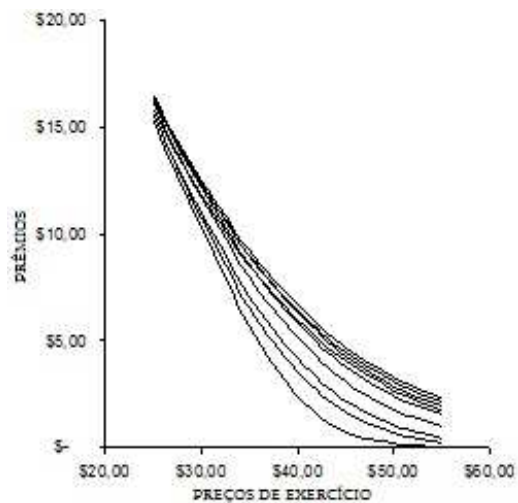
Figura 7 – gráfico dos prêmios teóricos da tabela 30.



Fonte: O autor

A figura 7 apresenta prêmios teóricos das opções de compra europeias sem dividendos da tabela 30, determinados pela equação de Black e Scholes em função dos preços de exercício para tempos até o vencimento de 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240 e 270 dias representados em cada linha do gráfico.

Figura 8 – gráfico dos prêmios simulados da Tabela 31.



Fonte: O autor

Figura 8 apresenta os prêmios das opções de compra européias sem dividendos estimados por simulação de Monte Carlo com amostragem aleatória simples em função dos preços de exercício para tempos até o vencimento de 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240 e 270 dias representados em cada linha do gráfico.

Probabilidades de exercício

Tabela 34 - probabilidades de exercício teóricas para opções com K e T variando.

T K	30	60	90	120	150	180	210	240	270
\$25,00	99,96%	99,14%	97,36%	95,24%	93,11%	91,12%	89,28%	87,60%	89,28%
\$30,00	98,06%	92,64%	87,97%	84,32%	81,42%	79,07%	77,10%	75,43%	77,10%
\$35,00	82,90%	74,53%	70,15%	67,34%	65,33%	63,79%	62,55%	61,53%	62,55%
\$40,00	49,31%	49,03%	48,81%	48,62%	48,46%	48,31%	48,18%	48,05%	48,18%
\$45,00	19,20%	26,50%	30,06%	32,23%	33,72%	34,80%	35,64%	36,30%	35,64%
\$50,00	5,11%	12,15%	16,77%	19,96%	22,31%	24,12%	25,57%	26,75%	25,57%
\$55,00	1,00%	4,89%	8,66%	11,74%	14,22%	16,25%	17,94%	19,36%	17,94%

Fonte: o autor

A tabela 34 apresenta as probabilidades de exercício teóricas de opções européias de compra sem dividendos, calculadas através das equações de Black e Scholes. Os valores para R_f , σ e S_0 utilizados no cálculo estão na tabela 20.

Tabela 35 - probabilidades de exercício simuladas para opções com K e T variando.

T K	30	60	90	120	150	180	210	240	270
\$25,00	99,80%	99,20%	97,20%	96,20%	92,70%	90,80%	89,80%	88,60%	89,20%
\$30,00	97,90%	93,80%	88,00%	84,20%	80,60%	78,90%	75,80%	77,30%	77,10%
\$35,00	82,50%	74,00%	71,20%	66,80%	65,90%	62,80%	61,80%	62,10%	63,60%
\$40,00	49,20%	50,50%	50,50%	51,80%	50,40%	49,00%	46,80%	48,40%	47,80%
\$45,00	19,10%	28,00%	31,00%	33,80%	34,80%	36,10%	33,90%	35,20%	34,60%
\$50,00	5,60%	12,70%	16,70%	20,10%	21,60%	23,80%	24,70%	26,40%	24,10%
\$55,00	1,60%	5,40%	8,90%	12,40%	14,40%	15,20%	15,90%	18,20%	17,90%

Fonte: o autor

A tabela 35 apresenta as probabilidades de exercício de opções europeias de compra sem dividendos, estimados pelo percentual dos *payoffs*, trazidos a valor presente, diferentes de zero.

Tabela 36 - diferenças percentuais entre as probabilidades de exercício teóricas e simuladas para opções com K e T variando.

K \ T	30	60	90	120	150	180	210	240	270
\$25,00	-0,16%	0,06%	-0,16%	1,01%	-0,45%	-0,35%	0,58%	1,14%	-0,09%
\$30,00	-0,17%	1,25%	0,03%	-0,14%	-1,01%	-0,21%	-1,69%	2,48%	0,00%
\$35,00	-0,48%	-0,71%	1,50%	-0,80%	0,88%	-1,55%	-1,20%	0,92%	1,67%
\$40,00	-0,23%	3,00%	3,47%	6,53%	4,00%	1,42%	-2,86%	0,72%	-0,79%
\$45,00	-0,50%	5,64%	3,12%	4,86%	3,22%	3,73%	-4,87%	-3,02%	-2,91%
\$50,00	9,54%	4,55%	-0,41%	0,68%	-3,20%	-1,34%	-3,39%	-1,30%	-5,74%
\$55,00	59,29%	10,51%	2,79%	5,64%	1,27%	-6,46%	-11,36%	-6,01%	-0,21%

Fonte: o autor

A tabela 36 apresenta as diferenças percentuais entre as probabilidades de exercício calculadas pelas equações de Black e Scholes da tabela 28 e as estimadas por simulação Monte Carlo da tabela 29.

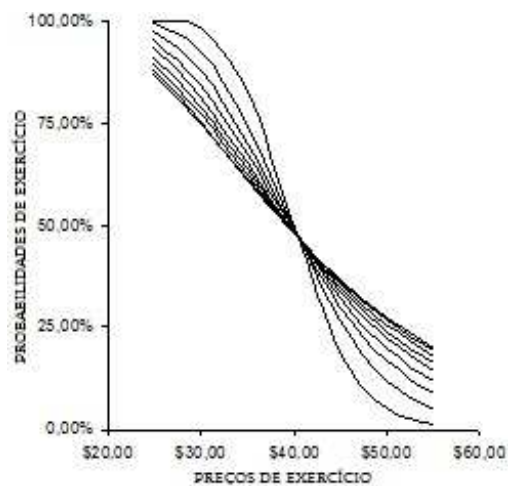
Tabela 37 - diferenças percentuais entre as médias dos prêmios simulados em 30 corridas e os prêmios teóricos da tabela 30 para opções com K e T variando.

K \ T	30	60	90	120	150	180	210	240	270
\$25,00	0,01%	0,05%	-0,02%	0,15%	-0,28%	-0,09%	0,01%	0,14%	0,13%
\$30,00	0,05%	-0,13%	0,04%	0,23%	-0,83%	0,00%	0,07%	0,01%	0,27%
\$35,00	-0,12%	0,05%	0,62%	0,35%	-0,70%	-0,06%	-0,03%	-0,46%	1,02%
\$40,00	-0,67%	0,18%	0,58%	0,81%	-0,45%	-0,04%	-0,46%	-0,37%	0,95%
\$45,00	-2,26%	1,01%	0,20%	1,32%	-0,18%	1,24%	-0,66%	0,61%	0,32%
\$50,00	5,37%	2,55%	-0,94%	0,87%	-0,03%	1,60%	-1,55%	1,03%	0,24%
\$55,00	19,13%	0,15%	-3,03%	0,36%	-1,06%	3,00%	-1,66%	0,28%	0,61%

Fonte: o autor

A tabela 37 apresenta as diferenças percentuais entre as médias das probabilidades de exercício simuladas em 30 corridas e as probabilidades de exercício teóricas da tabela 34, calculadas pelas equações de Black e Scholes.

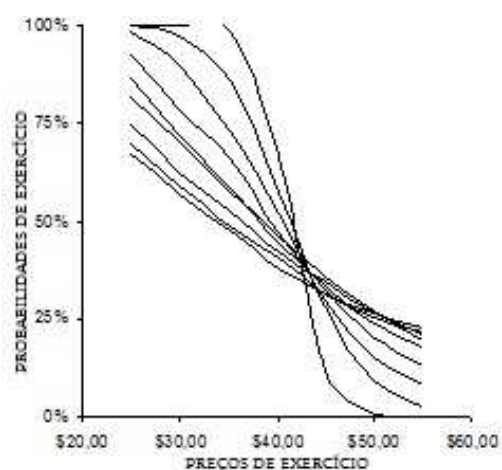
Figura 9 – gráfico com as probabilidades de exercício teóricas da tabela 34.



Fonte: O autor

A figura 9 apresenta o gráfico das probabilidades de exercício teóricas da tabela 34 para opções de compra europeias sem dividendos, determinadas pela equação de Black e Scholes em função dos preços de exercício para tempos até o vencimento de 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240 e 270 dias, representados em cada linha do gráfico.

Figura 10 – gráfico com as probabilidades de exercício simuladas da tabela 35.



Fonte: O autor

A figura 10 apresenta as probabilidades de exercício da tabela 35 para opções de compra europeias sem dividendo, estimadas por simulação de Monte Carlo com amostragem aleatória simples em função dos preços de exercício para tempos até o vencimento de 30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240 e 270 dias, representados em cada linha do gráfico.

O comportamento das opções para variações no tempo se repete. Maiores preços de exercício, menores prêmios. As opções se valorizam quando o prazo até o vencimento é maior mesmo que este comportamento não seja padrão para opções europeias. Esta influência se acentua para *calls* com preço de exercício maior. As probabilidades de exercício caem à medida que os preços de exercício aumentam. E esta queda se acentua quando o prazo até o vencimento é curto. As diferenças entre os resultados teóricos e experimentais também se mostram acentuados para valores baixos de prêmios e probabilidades de exercício, mas mostram uma tendência a diminuir como mostra a tabela de 30 simulações.

4.3.3. Taxa de juro livre de risco

Prêmios

Tabela 38 – prêmios teóricos para opções com K e R_f variando.

R_f K	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
\$25,00	\$15,54	\$15,68	\$15,81	\$15,94	\$16,08	\$16,21	\$16,35	\$16,48	\$16,61
\$30,00	\$11,28	\$11,42	\$11,56	\$11,70	\$11,84	\$11,98	\$12,13	\$12,27	\$12,41
\$35,00	\$ 7,77	\$ 7,90	\$ 8,03	\$ 8,16	\$ 8,29	\$ 8,43	\$ 8,56	\$ 8,69	\$ 8,82
\$40,00	\$ 5,12	\$ 5,22	\$ 5,33	\$ 5,44	\$ 5,55	\$ 5,66	\$ 5,78	\$ 5,89	\$ 6,01
\$45,00	\$ 3,24	\$ 3,33	\$ 3,41	\$ 3,50	\$ 3,58	\$ 3,67	\$ 3,76	\$ 3,85	\$ 3,94
\$50,00	\$ 2,00	\$ 2,06	\$ 2,12	\$ 2,18	\$ 2,25	\$ 2,31	\$ 2,38	\$ 2,44	\$ 2,51
\$55,00	\$ 1,21	\$ 1,25	\$ 1,29	\$ 1,33	\$ 1,38	\$ 1,42	\$ 1,47	\$ 1,52	\$ 1,56

Fonte: o autor

A tabela 38 apresenta os prêmios teóricos para opções europeias de compra sem dividendos, calculados através das equações de Black e Scholes. Os valores para T, σ e S_0 utilizados na simulação estão na tabela 20.

Tabela 39 – prêmios simulados para opções com K e R_f variando.

R_f K	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
\$25,00	\$15,98	\$15,57	\$16,07	\$15,36	\$16,26	\$16,06	\$16,25	\$15,87	\$17,03
\$30,00	\$11,66	\$11,29	\$11,82	\$11,16	\$12,01	\$11,82	\$12,02	\$11,63	\$12,83
\$35,00	\$ 8,09	\$ 7,81	\$ 8,26	\$ 7,70	\$ 8,43	\$ 8,24	\$ 8,45	\$ 8,09	\$ 9,25
\$40,00	\$ 5,34	\$ 5,18	\$ 5,54	\$ 5,04	\$ 5,72	\$ 5,51	\$ 5,64	\$ 5,41	\$ 6,40
\$45,00	\$ 3,45	\$ 3,30	\$ 3,59	\$ 3,16	\$ 3,84	\$ 3,52	\$ 3,62	\$ 3,49	\$ 4,26
\$50,00	\$ 2,24	\$ 2,05	\$ 2,22	\$ 1,94	\$ 2,61	\$ 2,20	\$ 2,27	\$ 2,22	\$ 2,78
\$55,00	\$ 1,43	\$ 1,30	\$ 1,29	\$ 1,17	\$ 1,72	\$ 1,34	\$ 1,37	\$ 1,36	\$ 1,76

Fonte: o autor

A tabela 39 apresenta os prêmios simulados para opções europeias de compra sem dividendos, estimados pela média dos *payoffs* trazidos a valor presente. Os preços no vencimento do ativo-objeto são estimados por simulação de Monte Carlo uma corrida com 10.000 trajetórias unidimensionais e amostragem aleatória simples. Os valores fixados para T, σ e S_0 utilizados na simulação estão na tabela 20.

Tabela 40 - diferenças percentuais entre os prêmios teóricos e simulados para opções com K e R_f variando.

R_f K	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
\$25,00	2,83%	-0,68%	1,62%	-3,69%	1,14%	-0,95%	-0,57%	-3,72%	2,51%
\$30,00	3,36%	-1,21%	2,22%	-4,65%	1,43%	-1,36%	-0,90%	-5,16%	3,41%
\$35,00	4,09%	-1,17%	2,82%	-5,73%	1,69%	-2,15%	-1,29%	-6,90%	4,87%
\$40,00	4,29%	-0,79%	3,93%	-7,38%	2,95%	-2,76%	-2,38%	-8,26%	6,52%
\$45,00	6,41%	-0,82%	5,12%	-9,73%	7,20%	-4,16%	-3,73%	-9,30%	8,13%
\$50,00	12,05%	-0,30%	4,95%	-11,06%	16,20%	-4,59%	-4,52%	-9,15%	10,49%
\$55,00	18,94%	4,55%	0,16%	-12,02%	24,64%	-6,08%	-6,75%	-10,25%	12,28%

Fonte: o autor

A tabela 40 apresenta as diferenças percentuais entre os prêmios teóricos da tabela 38, calculados pelas equações de Black e Scholes, e os estimados por simulação Monte Carlo da tabela 39.

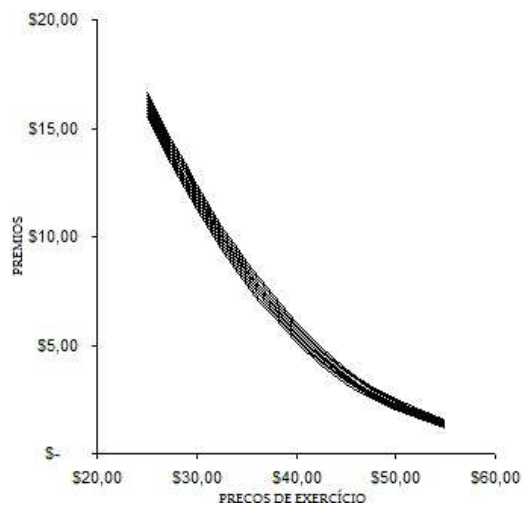
Tabela 41 - diferenças percentuais entre as médias dos prêmios simulados em 30 corridas e os prêmios teóricos da tabela 38. K e R_f variam.

R_f \ K	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
\$25,00	-0,17%	-0,25%	0,01%	-0,82%	0,22%	-1,11%	0,43%	-0,42%	0,12%
\$30,00	-0,24%	-0,36%	0,18%	-1,08%	0,29%	-1,43%	0,55%	-0,55%	0,12%
\$35,00	-0,25%	-0,49%	0,42%	-1,38%	0,41%	-1,99%	0,57%	-0,77%	0,23%
\$40,00	-0,02%	-0,50%	0,63%	-1,92%	0,62%	-2,61%	0,55%	-1,04%	0,32%
\$45,00	0,29%	-0,32%	0,98%	-2,71%	0,78%	-3,32%	0,32%	-1,17%	0,17%
\$50,00	0,84%	0,08%	1,35%	-3,41%	1,23%	-3,94%	0,11%	-1,09%	-0,30%
\$55,00	2,22%	1,29%	1,21%	-3,78%	2,02%	-4,42%	0,61%	-0,80%	-0,91%

Fonte: o autor

A tabela 41 apresenta as diferenças percentuais entre as médias dos prêmios simulados em 30 corridas e os prêmios teóricos da tabela 38, calculados pelas equações de Black e Scholes.

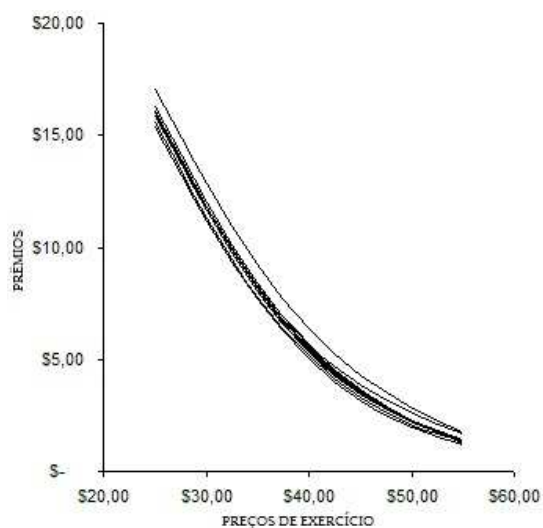
Figura 11 – gráfico com os prêmios teóricos da tabela 38.



Fonte: O autor

A figura 11 apresenta o gráfico dos prêmios teóricos da tabela 38, para opções de compra europeias sem dividendos, determinados pela equação de Black e Scholes. Estes prêmios são função dos preços de exercício e taxas de juro livre de risco de 2%, 3%, 4%, 5%, 6%, 7%, 8% e 9% representadas em cada linha do gráfico.

Figura 12 – gráfico com os prêmios simulados da tabela 39.



Fonte: O autor

A figura 12 apresenta o gráfico com os prêmios teóricos da tabela 39, para opções de compra europeias sem dividendos, estimados por simulação de Monte Carlo com amostragem aleatória simples. Esta simulação foi em função dos preços de exercício e taxas de juro livre de risco de 2%, 3%, 4%, 5%, 6%, 7%, 8% e 9% representadas em cada linha do gráfico.

Probabilidades de exercício

Tabela 42 - probabilidades de exercício teóricas para opções com K e R_f variando.

R_f K	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
\$25,00	92,03%	92,31%	92,59%	92,86%	93,11%	93,37%	93,61%	93,85%	94,08%
\$30,00	79,29%	79,83%	80,37%	80,90%	81,42%	81,94%	82,44%	82,93%	83,42%
\$35,00	62,44%	63,17%	63,89%	64,61%	65,32%	66,03%	66,74%	67,44%	68,13%
\$40,00	45,39%	46,16%	46,93%	47,69%	48,46%	49,23%	50,00%	50,77%	51,54%
\$45,00	30,95%	31,63%	32,32%	33,01%	33,72%	34,42%	35,14%	35,85%	36,58%
\$50,00	20,08%	20,63%	21,18%	21,74%	22,31%	22,89%	23,48%	24,08%	24,68%
\$55,00	12,56%	12,96%	13,37%	13,79%	14,22%	14,66%	15,11%	15,56%	16,03%

Fonte: o autor

A tabela 42 apresenta as probabilidades de exercício de opções europeias de compra sem dividendos, calculadas através das equações de Black e Scholes. Os valores fixados para R_f , σ e S_0 utilizados no cálculo estão na tabela 20.

Tabela 43 – probabilidades de exercício simuladas para opções com K e R_f variando.

R_f K	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
\$25,00	92,00%	92,90%	92,30%	93,40%	94,00%	93,30%	93,50%	93,40%	94,50%
\$30,00	79,20%	81,80%	80,30%	79,30%	83,60%	81,80%	81,80%	83,00%	83,50%
\$35,00	60,00%	65,40%	63,40%	64,40%	66,10%	64,80%	64,40%	67,10%	66,80%
\$40,00	43,40%	49,00%	48,20%	47,00%	49,10%	47,80%	47,00%	50,30%	49,60%
\$45,00	29,60%	34,80%	33,90%	31,70%	34,60%	34,50%	33,80%	36,90%	35,80%
\$50,00	18,20%	23,10%	22,60%	20,90%	23,20%	23,20%	21,60%	25,00%	24,30%
\$55,00	11,40%	15,10%	14,90%	12,90%	15,30%	14,10%	13,70%	16,00%	15,70%

Fonte: o autor

A tabela 43 apresenta as probabilidades de exercício de opções europeias de compra sem dividendos, estimados pelo percentual dos *payoffs*, trazidos a valor presente, diferentes de zero.

Tabela 44 - diferenças percentuais entre as probabilidades de exercício teóricas e simuladas com K e R_f variando.

R_f K	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
\$25,00	0,18%	-0,02%	0,12%	-0,38%	0,52%	0,14%	0,52%	-0,16%	0,98%
\$30,00	2,03%	0,83%	0,78%	-1,98%	-0,27%	0,57%	0,44%	1,05%	-0,62%
\$35,00	2,50%	-2,80%	0,64%	-3,11%	0,88%	-1,26%	0,24%	-3,76%	-0,19%
\$40,00	2,88%	-2,29%	1,86%	-2,50%	-4,25%	-0,87%	0,00%	-5,45%	3,03%
\$45,00	-0,79%	0,22%	3,35%	-2,47%	-7,46%	0,22%	-4,37%	-8,80%	2,80%
\$50,00	1,10%	-3,52%	10,96%	-10,31%	-5,44%	-3,47%	-0,78%	-10,29%	6,55%
\$55,00	4,33%	-4,31%	10,69%	-8,64%	11,11%	-1,08%	1,95%	-2,97%	7,94%

Fonte: o autor

A tabela 44 apresenta as diferenças percentuais entre as probabilidades de exercício teóricas da tabela 42, calculadas pelas equações de Black e Scholes e as estimadas por simulação Monte Carlo da tabela 43.

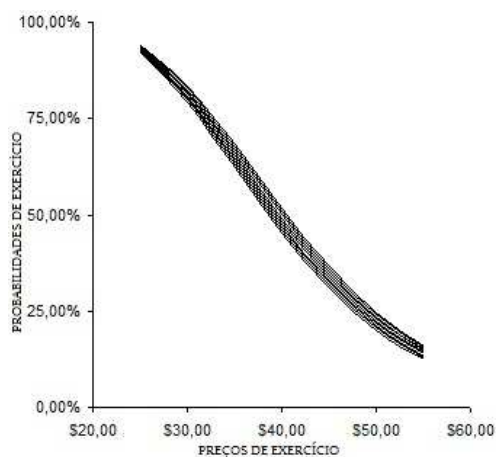
Tabela 45 - diferenças percentuais entre as médias dos prêmios simulados em 30 corridas e os prêmios teóricos da tabela 42 para opções com K e R_f variando.

K \ T	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
\$25,00	-0,07%	-0,03%	-0,39%	-0,05%	0,10%	-0,12%	0,04%	-0,12%	0,14%
\$30,00	0,15%	0,09%	-0,47%	-0,37%	-0,08%	-0,15%	0,27%	0,12%	-0,08%
\$35,00	-0,73%	-0,31%	-0,09%	-0,42%	0,00%	-0,33%	0,56%	-0,21%	-0,11%
\$40,00	-0,79%	-0,73%	0,12%	-0,52%	0,19%	-1,13%	0,67%	-0,57%	0,27%
\$45,00	-0,09%	-0,63%	0,06%	-1,31%	0,62%	-1,47%	1,30%	-1,21%	0,91%
\$50,00	-0,81%	-1,33%	1,20%	-1,93%	-0,57%	-2,65%	-0,17%	-1,56%	1,28%
\$55,00	-0,98%	-2,92%	2,11%	-3,42%	1,12%	-3,36%	0,07%	-1,47%	0,57%

Fonte: o autor

A tabela 45 apresenta as diferenças percentuais entre as médias das probabilidades de exercício simuladas em 30 corridas e as probabilidades de exercício calculadas pelas equações de Black e Scholes da tabela 42.

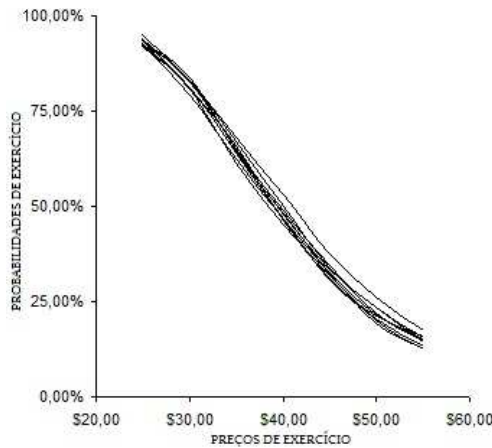
Figura 13 – gráfico com as probabilidades de exercício teóricas da tabela 42.



Fonte: O autor

A figura 13 apresenta as probabilidades de exercício teóricas das opções de compra europeias sem dividendos, determinadas pela equação de Black e Scholes em função dos preços de exercício para taxas de juro livre de risco de 2%, 3%, 4%, 5%, 6%, 7%, 8% e 9% representadas em cada linha do gráfico.

Figura 14 – gráfico com as probabilidades de exercício simuladas da tabela 43.



Fonte: O autor

A figura 14 apresenta as probabilidades de exercício das opções de compra européias sem dividendos estimadas por simulação de Monte Carlo com amostragem aleatória simples em função dos preços de exercício para taxas de juro livre de risco de 2%, 3%, 4%, 5%, 6%, 7%, 8% e 9% representadas em cada linha do gráfico.

A influência do preço de exercício se repete como nos experimentos anteriores, onde maiores K levam a prêmios menores. Nota-se também que o aumento do K ou de R não leva a uma aceleração na diminuição do valor dos prêmios. A taxa de diminuição permanece constante para todas as curvas. Não há inversão nas probabilidades de exercício como nos dois experimentos anteriores. As opções com maiores taxas de juros são as que apresentam maiores prêmios e maiores probabilidades de exercício seja qual for o K. Este comportamento atende ao que foi dito no referencial teórico, pois com o aumento de R, os preços da ação tendem a aumentar e seu fluxo de caixa, recebido com a operação da opção tende a diminuir. Porém, para *calls* européias sem dividendos, o efeito sobre a ação tende a prevalecer, como o experimento comprovou. As diferenças são acentuadas em valores baixos de prêmios e probabilidades de exercício, mas tendem a diminuir para muitas amostras como na tabela de 30 simulações para as diferenças percentuais.

5. CONCLUSÕES

Pode-se concluir que a simulação de Monte Carlo é uma ferramenta aplicável ao estudo do *value-at-risk* de um ativo financeiro individual ou de uma carteira de ativos e para comparar avaliar os prêmios e probabilidades de exercício por ter apresentados resultados simulados bem próximos dos resultados calculados através das equações de Black e Scholes. O *value-at-risk* também se apresentou como uma ferramenta de fácil entendimento e simplificação de informações quando associada à simulação de Monte Carlo na geração dos preços do ativo-objeto tanto para ativos financeiros individuais ou em uma carteira destes ativos definida pela da teoria das carteiras de Markowitz (1952). A fronteira eficiente determina o portfólio que apresenta o menor risco e, juntamente com a determinação do valor em risco para o horizonte de tempo escolhido, o agente tem duas fontes de informações para embasar suas decisões. O trabalho permitiu um maior aprofundamento nos temas como: risco, opções e *value-at-risk*. Temas importantes para a engenharia de produção de forma direta, pois a capacidade de investir e produzir das organizações está relacionada ao bem estar de suas finanças e estas ferramentas e metodologias são capazes de oferecer maior capacidade de administrar seus riscos e proteger seus ativos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, M.S., **Simulação de Monte Carlo para o cálculo de VaR: o uso da Amostragem descritiva**, Dissertação de M.Sc., COPPEAD/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2001.

BLACK, F., SCHOLLES, M., “The pricing of options and corporate liabilities”, **Journal of Political Economy**, v. 81, n. 3, pp. 637-659, May-Jun, 1973.

BOYLE, P.P., “Options: a *Monte Carlo* Approach”, **Journal of Financial Economics**, v. 4, n. 3, pp. 323-338, May, 1977.

BUSSAB, W., MORETTIN, P., **Estatística Básica**. 5 ed. São Paulo, Editora Saraiva, 2003.

BRATLEY, P., FOX, B., SCHRAGE, L., **A Guide to Simulation**. 2 ed. Nova York, Springer-Verlag, 1983.

CHARNES, J.M., “Using simulation for option pricing”. In: **Proceedings of the 2000 Winter Simulation Conference**, ed. J. A. Joines, R. R. Barton, K. Kang, and P. A. Fishwick, 2000.

CARVALHO, J. L. B., **Comparação de Métodos Amostrais Contemporâneos em Simulação de Monte Carlo: Aplicação a Precificação de Opções**. Dissertação de M.Sc., COPPEAD/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2006.

COELHO, F. H. S., **Avaliação de opções exóticas por Simulação de Monte Carlo com Técnicas de Redução de Variância**. Dissertação de M.Sc. COPPEAD/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2004.

FONSECA, E. V. D. N., **Comparação entre simulações pelo Movimento Browniano Geométrico e Movimento de Reversão à Média no cálculo do Fluxo de Caixa *at Risk* do departamento de downstream de uma empresa de petróleo.** Dissertação de M.Sc., COPPEAD/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2006.

GOUVÊA, S.L., **Controle Multidimensional em Simulação de Monte Carlo: Propostas para a Combinação da Amostragem Descritiva com Técnicas Quasi-Monte Carlo em problemas de Apreçamento de Opções.** Tese de D.Sc., COPPEAD/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2008.

HULL, J., **Options, Futures and Other Derivatives.** 5 ed. Nova Iorque, Prentice-Hall, 2003.

JORION, P., **Value at Risk: A nova fonte de referência para o controle do risco de mercado.** 3 ed. São Paulo, Bolsa de Mercadorias e Futuros, 1997.

MALETTA, B.V., **Modelos Baseados em Simulação de Monte Carlo: soluções para o cálculo de *value-at-risk*.** Dissertação de M.Sc., COPPEAD/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2005.

MARINS, J.M., **Ensaio sobre a Aplicação de Técnicas de Redução de Variância em Simulação de Monte Carlo para a avaliação de Opções e de Risco de Crédito.** Tese de D.Sc., COPPEAD/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2006.

MARKOWITZ, H.M., "Portfolio Selection", **Journal of Finance**, v. 7, n. 1, pp. 77-91, March 1952.

MOREIRA, F., **Estudo comparativo dos métodos de Quase-Monte Carlo Clássico na análise de risco**. Dissertação de M.Sc., COPPEAD/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2001.

SALIBY, E., GOUVÊA, S. MARINS, J., “Amostragem descritiva no apreçamento de opções européias através de simulação Monte Carlo: o efeito da dimensionalidade e da probabilidade de exercício no ganho de precisão”, **Pesquisa Operacional**, vol. 27, n. 1, pp. 1-13, Jan/Apr. 2007.