

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO

**CÁLCULO DE PARÂMETROS ELÉTRICOS
DE LINHAS DE TRANSMISSÃO
CONSIDERANDO OS EFEITOS DO SOLO NA
PROPAGAÇÃO TRANSVERSAL DA ONDA**

Diogo Pereira Marques Cruz

PROJETO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO ELETRICISTA.

Prof. Antonio Carlos Siqueira de Lima, D.Sc.
(Orientador)

Prof. Rubens de Andrade Junior, D.Sc.

Eng. Gilson Ferreira dos Santos Júnior, M.Sc.

**RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL
MARÇO 2007**

Agradecimentos

A minha família, Papai, Mamãe e Maninha, pelo excelente convívio, grande criação, pelos momentos felizes e tristes vividos juntos, pelo apoio, pelos conselhos, pelas broncas, pelos sorrisos, pelos choros, por tudo. Tudo que foi passado não poderia ser completo com suas ausências. Vocês completam a minha vida, sem vocês não sou ninguém. Amo vocês.

Aos meus tios, Tio Zé e Tia Líbia, que acolheram como filho em sua casa, e primos que me trataram como irmãos.

Ao professor, orientador e amigo, Antonio Carlos Siqueira de Lima, que durante dois anos auxiliou em matérias, iniciações científicas, projeto e problemas. Ao qual sempre pude pedir conselhos sobre a faculdade e a vida.

A todos os amigos e companheiros de trabalho da gerência de Assessoria de Supervisão e Controle (ASC) do ONS, onde estagiei durante um ano e três meses, que auxiliaram em meu crescimento pessoal e profissional. Principalmente ao gestor Jorge Miguel Ordacgi Filho, pela atenção prestada e ensinamentos passados.

Ao primeiro gestor, João Carlos Pereira, pela oportunidade oferecida e experiência vivida que só me fez crescer.

Aos grandes amigos que desde 13 de maio de 2002 vivem juntos as tristezas e alegrias, conquistas e derrotas, dificuldades e facilidades. Sem estes, os cinco anos passados nesta faculdade seriam difíceis ou até impossíveis de serem completos. Que nossa amizade se mantenha, mesmo que o convívio não tenha a mesma frequência.

Aos eternos amigos de VR, que a cada noite virada e a cada fim de semana passado estudando, vinham a minha memória e me incentivavam, lembrando que mesmo longe quando juntos passaríamos momentos felizes equivalentes a todos estes separados.

A todos que contribuíram diretamente com esta conquista: avós, tios, primos, vizinhos, que sempre estiveram ao meu lado.

Muito obrigado a todos!!!

CRUZ, DIOGO PEREIRA MARQUES CRUZ. **Cálculo de Parâmetros Elétricos de Linhas de Transmissão considerando os efeitos do Solo nos Parâmetros Transversais da Onda.** Rio de Janeiro 2007. 67 páginas. Monografia, Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Resumo

Modelos de Linha de Transmissão que tenham representabilidade em larga faixa de frequência, cada vez mais são desenvolvidos por causa da evolução tecnológica e das necessidades do sistema elétrico no Mundo. É importante ressaltar que os modelos convencionais de linhas de transmissão apresentam diversas limitações de validade, principalmente no que se refere à modelagem do efeito do solo nos parâmetros transversais da linha. A fim de avaliar o impacto desta inclusão é feita uma comparação com a abordagem convencional incluindo apenas o efeito da variação dos parâmetros do solo com a frequência. Este trabalho utiliza-se não só de modelos reais de linhas de transmissão, como também, de dados reais do comportamento dos parâmetros elétricos do solo (condutividade e permitividade) com a frequência, obtidos através de medições em campo. A partir destas comparações e de simulações de casos, a conclusão do trabalho é desenvolvida.

Palavras chave: Linhas de Transmissão, parâmetros elétricos transversais, permitividade.

Sumário

<u>INTRODUÇÃO</u>	<u>1</u>
1.1. CONSIDERAÇÕES GERAIS	2
1.2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
1.3. ESTRUTURA DO DOCUMENTO.....	4
<u>PROPAGAÇÃO DE TENSÃO E CORRENTE EM LINHAS DE TRANSMISSÃO</u>	<u>6</u>
2.1 MODELO “COMPLETO”	7
2.1.1 CONSTANTE DE PROPAGAÇÃO.....	7
2.1.2 EQUAÇÃO PROPAGAÇÃO DA TENSÃO.....	10
2.1.3 EQUAÇÃO PROPAGAÇÃO DA CORRENTE.....	14
2.1.4 EXPRESSÃO APROXIMADA	15
2.2 MODELO CONVENCIONAL	18
2.2.1 PROPAGAÇÃO DE CORRENTE E TENSÃO.....	18
2.2.2 COMPARAÇÃO: MODELO “COMPLETO” COM MODELO CONVENCIONAL.....	20
2.3 CONSTANTE DE PROPAGAÇÃO NO SOLO.....	22
2.3.1 MODELO DO SOLO	22
2.3.2 COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS.....	24
<u>CÁLCULO DE PARÂMETROS UNITÁRIOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO</u>	<u>28</u>
3.1 REPRESENTAÇÃO DE LINHAS	29
3.1.1 LINHA DE TRANSMISSÃO UNIFORME E INFINITA.....	29
3.2 MODELAGEM DE LINHA	32
3.2.1 MODELO SIMULAÇÃO CONVENCIONAL	32
3.2.2 MODELO SIMULAÇÃO “COMPLETO”	32
3.2.3 MATRIZES IMPEDÂNCIA E ADMITÂNCIA DO SOLO	34
3.2.4 COMPARAÇÃO “COMPLETO” COM CONVENCIONAL.....	34
<u>CASOS TESTES.....</u>	<u>36</u>
4.1. DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA	38
4.1.1. COEFICIENTE DE PROPAGAÇÃO	38
4.1.2. IMPEDÂNCIA SÉRIE	40
4.1.3. ADMITÂNCIA TRANSVERSAL.....	42
4.1.4. ADMITÂNCIA E IMPEDÂNCIA CARACTERÍSTICA	43
4.1.5. VELOCIDADE DE PROPAGAÇÃO	45
4.1.6. MATRIZ DEFORMAÇÃO DE TENSÃO	45
4.2. DOMÍNIO DO TEMPO	48
4.2.1. RESPOSTA AO COSSENO	48
4.2.2. RESPOSTA AO IMPULSO DE CORRENTE.....	50
<u>CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS.....</u>	<u>52</u>
<u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</u>	<u>56</u>

<u>APÊNDICE A.....</u>	58
VETOR POTENCIAL DE HERTZ.....	58
<u>APÊNDICE B.....</u>	60
MODELAGEM COMPLETA DA LINHA DE TRANSMISSÃO.....	60
B.1 COMPONENTES DE CAMPO EM FUNÇÃO DE POTENCIAIS DE HERTZ.....	60
B.2. FLUXO MAGNÉTICO EXTERNO UNITÁRIO	62
B.3. APROXIMAÇÃO LOGARITMICA PARA AS INTEGRAIS DE SOMMERFELD	63
<u>APÊNDICE C.....</u>	64
MODELO SIMULAÇÃO NO TEMPO.....	64
C.1. MODELO NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA	64
C.2. CONDIÇÕES TERMINAIS.....	65
<u>APÊNDICE D</u>	66
TRANSFORMADA NUMÉRICA DE LAPLACE	66

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1. Considerações gerais

O Sistema Elétrico do Brasil é um dos maiores e mais complexos sistemas interligados do mundo. Diferente de todos os outros sistemas em que a principal geração é o carvão, a produção de energia elétrica no país, pela sua grande capacidade hídrica, é toda baseada em hidroelétricas. Isso, ao mesmo tempo em que leva a vantagem de ser uma energia limpa e barata, também tem como desvantagem apresentar suas maiores produções localizadas a grandes distâncias das metrópoles e dos centros industriais, que são os maiores consumidores no sistema. Um exemplo disto são as usinas de Itaipu e Tucuruí que estão localizadas, respectivamente a aproximadamente 1100 e 2800 km de São Paulo, o maior consumidor do país. Isto implica em construções de grandes linhas de transmissão. Para se ter uma idéia, hoje o Sistema Interligado Nacional, mostrado na Fig-1.1, conta com mais de 83000 km^{*1} de Linhas de Transmissão.

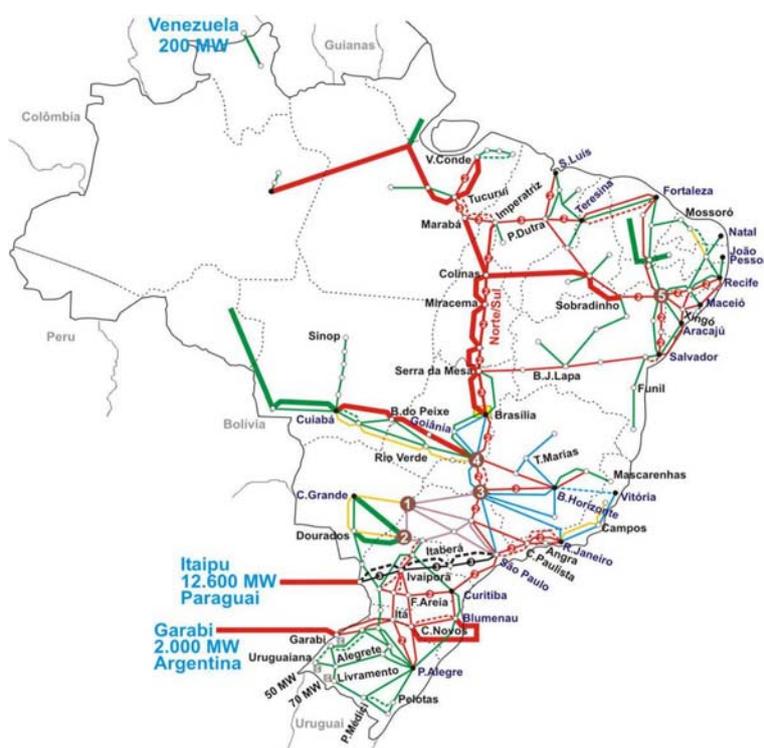


Fig-1.1. Sistema Interligado Nacional Brasileiro

Com o esperado crescimento da economia, gerando principalmente a vinda de novas indústrias ao Brasil (a carga industrial é responsável por 70 %^{*2} do consumo de energia elétrica no país), a expansão do sistema é inevitável. Para isso, novas usinas e novos pontos de intercâmbio de energia devem ser instalados no país.

*1, *2 Valores retirados do relatório Anual de 2005 do Operador Nacional do Sistema Elétrico

Como deste vasto potencial hídrico citado, apenas 30 %^{*3} está sendo utilizado, e destes não utilizados, a maioria se encontra na Região Norte do país, mais e maiores linhas de transmissão deverão ser construídas nos próximos anos.

O governo adotou a política de investimentos no setor elétrico de capitais privados. Para isso, são licitadas concessões para construções de novas instalações para manter confiabilidade do sistema. Os investidores que ganham estas licitações, chamados agentes do sistema, são obrigados a seguirem certas regras que asseguram a operabilidade do sistema. Para toda e qualquer parada de operação destas instalações e/ou de algum(ns) equipamento(s), o agente será punido financeiramente. Este caso torna-se ainda pior quando esta parada não é previamente avisada. Penalizações de até 50 %^{*4} do orçamento mensal desta instalação são aplicados.

Com isso, qualquer tipo de acréscimos aos modelos de equipamentos utilizados no sistema e para os distúrbios ocorridos neste, que traduzam mais firmemente a realidade, torna-se importante ao faturamento do agente.

Tendo posse disto, o principal objetivo deste trabalho foi quantificar as diferenças obtidas da utilização de diferentes modelos de linha e da propagação da onda no solo, observando os efeitos destes no cálculo de parâmetros elétricos transversais da linha, dando o nome para o trabalho.

1.2. Revisão bibliográfica

Os principais distúrbios do sistema ocorrem quando a linha é excitada por pulso eletromagnético de uma descarga elétrica, ou operação de conexão ou desconexão de equipamentos no sistema, principalmente próximos a subestações isoladas a gás SF₆. Para a análise de transitórios rápidos dos efeitos destes distúrbios na linha requer-se uma fiel simulação para a perda no solo até valores de frequência de 10 MHz.

^{*3} Dado de consultoria realizada a Eletrobrás nos anos 70 pela Canambra. Neste valor não esta sendo considerada a não concessão de usinas por Impactos Ambientais.

^{*4} Dado retirado do procedimento de rede do Operador Nacional do Sistema. Este valor é classificado como parcela variável e não pode ultrapassar mais que 2 % do orçamento anual do agente. Esta multa não pode acarretar na falência do agente

A modelagem de perdas no solo para linhas de transmissão foi estudada extensivamente no passado. Diferentes modelos foram propostos, nos quais as perdas no solo e no condutor são analisadas no domínio da frequência. A primeira aproximação para as perdas no solo foi explicitada por Carson [1] em 1926, baseado na propagação da onda quasi-TEM (onde o campo elétrico e o magnético se propagam transversalmente à onda), ele incluiu na determinação do parâmetro série um termo adicional, classificado como impedância do solo. Este modelo negligencia a contribuição das perdas no solo para a admitância transversal, e só é válido para valores de baixa frequência e/ou boa condutividade do solo.

Ao longo dos anos, várias tentativas foram feitas com intenção de simplificar os cálculos das expressões da impedância do solo e para validação deste para valores de altas frequências. Na década de 1970, foi desenvolvido por Wait [2], uma aproximação baseada na propagação da onda completa no intuito de substituir as propostas de Carson. A simulação obtida para o modelo por onda completa implica na construção de equações modais para a constante de propagação. Esta formulação apresentou dificuldades computacionais ainda maiores que a mostrada nas equações de Carson.

Em 1996, D'Amore [3-4], tendo como ponto de partida as formulações de potencial desenvolvidas por Hertz para ondas eletromagnéticas, propõe soluções para as perdas no solo calculadas por integrais de Sommerfeld. Além da inclusão de um termo referente às perdas no solo para o parâmetro série, já desenvolvido por Carson, incluiu um termo no parâmetro transversal da linha. Este trabalho destacou-se pela proposta de soluções simplificadas para a implementação computacional no domínio da frequência. Este será o modelo utilizado para a análise dos efeitos do solo nos parâmetros elétricos transversais da linha.

1.3. Estrutura do Documento

O capítulo 2 é dedicado a formulação completa e aproximada para o coeficiente de propagação da onda na linha de transmissão para modelo de D'Amore, classificado como modelo "completo". Tendo posse desta, são obtidas expressões para a tensão e a corrente na linha utilizando diferentes referenciais que descrevem os parâmetros unitários da linha para este modelo. Paralelamente são apresentadas as equações dos

parâmetros de Deri, que são aproximações das equações de Carson classificadas neste trabalho como modelo convencional. Neste mesmo capítulo é descrita a constante de propagação da onda no solo, bem como modelagens e características utilizadas.

O capítulo 3 é dedicado à formulação que descreve o comportamento da corrente e tensão nos terminais da linha utilizando parâmetros, impedância e admitância, descritos pelo capítulo 2. Ao final é feita uma comparação de modelos com o objetivo de mostrar suas semelhanças e diferenças.

O capítulo 4 é dedicado a apresentação das simulações para uma linha de transmissão trifásica sem pára-raios, descrita nos domínios da frequência e do tempo.

CAPÍTULO 2

PROPAGAÇÃO DE TENSÃO E CORRENTE EM LINHAS DE TRANSMISSÃO

Para qualquer tipo de estudo ou simulação em que se deseja observar os efeitos e influências de uma linha de transmissão aérea em um meio ou sistema, é necessário o cálculo de seus parâmetros unitários, a saber, impedância e admitância por unidade de comprimento (p.u.c.). Devido ao efeito pelicular nos condutores e no solo há variação de suas propriedades com a frequência. Então, para análise destes efeitos lineares à modelagem no domínio da frequência torna-se atraente, pois permite uma representação adequada do comportamento da linha de transmissão.

Neste capítulo apresenta-se como são calculados os parâmetros de linha de transmissão no domínio da frequência incluindo a variação dos parâmetros, a saber, condutividade e permitividade do solo.

A formulação clássica (usual) admite que o solo é bom condutor, assim apenas a parte resistiva do solo é incluída na impedância série da linha, os efeitos capacitivos que influenciam a admitância transversal são desconsiderados. Um modelo do solo mais completo envolveria a necessidade de resolução de uma equação integral conforme proposto por Wait [2]. Este tipo de solução demanda a resolução das integrais de Sommerfeld. Outra formulação desenvolvida por D'Amore em [3-4], aproxima estas integrais em pequenos argumentos. Esta formulação é descrita neste capítulo.

2.1 Modelo “Completo”

Esta classificação modelo “completo” foi concebida para diferenciar um modelo convencional, que é utilizado em larga escala para cálculo de parâmetros elétricos de linhas de transmissão, do modelo que recebe este nome, que inclui alguns termos referentes ao efeito do solo na propagação da onda na linha que são normalmente desconsiderados. Não sendo uma classificação quanto a validade do modelo.

2.1.1 Constante de Propagação

Suponha um meio ideal que seja linear, isotrópico e homogêneo, o que significa dizer que suas propriedades físicas (permitividade, permeabilidade e condutividade) são independentes da intensidade, da orientação e da posição do campo aplicado, respectivamente. Considerando uma transmissão por um fio fino, com o raio $a \gg l$, para um l grande o bastante para ser considerado infinito, podendo assim desprezar os efeitos das pontas. Altura dos condutores h constante ao longo de toda a linha, desconsiderando as flechas do meio de vão e as irregularidades do relevo. Utilizando o método das imagens, propagação quasi-TEM de uma onda plana, onde pode considerar a propagação da onda de campo elétrico e do campo magnético é perpendicular a direção física da linha, conforme mostra a Fig-2.1. O condutor e o solo apresentam respectivamente, condutividade σ_c, σ_s , permitividade $\varepsilon_c, \varepsilon_s$, resistividade ρ_c, ρ_s e permeabilidade igual a do vácuo μ_0 .

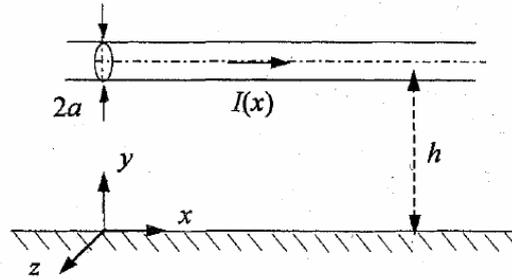


Fig-2.1 – Configuração geométrica de uma linha monofásica

No domínio da frequência, sendo a linha excitada por uma fonte externa, a propagação da corrente ao longo de toda linha é representada por:

$$I(x) = I_0 \exp(-j\gamma x) \quad (2.1)$$

onde I_0 é a máxima amplitude da corrente e γ é a constante de propagação na linha, complexa e dependente das características elétricas e geométricas do sistema condutor-ar-solo.

No caso homogêneo, a constante de propagação da onda no ar, condutor e solo, são respectivamente, jk_0 , jk_c e jk_s , em que:

$$k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \quad k_c = k_0 \sqrt{\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} - \frac{j\sigma_c}{\omega \epsilon_0}}$$

$$k_s = k_0 \sqrt{\frac{\epsilon_s}{\epsilon_0} - \frac{j\sigma_s}{\omega \epsilon_0}} \quad (2.2)$$

a componente tangencial do campo elétrico é igual na interface de dois meios diferentes, seja, na interface ar-condutor $y = h$, seja na interface ar-solo $y = 0$. No primeiro caso a componente x do campo elétrico em função da corrente que se propaga na linha é descrita por:

$$E_x(x, h, a)|_{\text{condutor}} = E_x(x, h, a)|_{\text{ar}} = Z'_i(\gamma) I(x) \quad (2.3)$$

onde a impedância interna Z'_i , dependente da constante de propagação γ , é dada por funções de Bessel modificadas de primeira e segunda ordem conforme mostra:

$$Z'_i(\gamma) = \frac{\omega \mu_c u_c I_0(ju_c a).K_1(ju_c a_{\text{int}}) + I_1(ju_c a_{\text{int}}).K_0(ju_c a)}{2\pi a k_c^2 I_1(ju_c a).K_1(ju_c a_{\text{int}}) + I_0(ju_c a_{\text{int}}).K_0(ju_c a)} \quad (2.4)$$

Para a_{int} o raio interno do condutor, referente a alma de aço que o sustenta, e u_c é a relação entre a constante de propagação na linha e no condutor, representada por:

$$u_c = \sqrt{k_c^2 - \gamma^2} \quad (2.5)$$

o componente x do campo elétrico pode ser definido no ar em funções de potenciais elétricos de Hertz. O Apêndice A apresenta alguns detalhes sobre o vetor de Hertz.

$$E_x(x, 0, a)|_{ar} = -\frac{j\omega\mu_0}{\pi} M(\gamma, h, a)I(x) \quad (2.6)$$

onde $M(\gamma, h, a)$ é definido por integrais de Sommerfeld

$$M(\gamma, h, a) = \frac{k_0^2 - \gamma^2}{2k_0^2} \Lambda(\gamma, h, a) + S_{1s}(\gamma, h, a) - \frac{\gamma^2}{k_0^2} S_{2s}(\gamma, h, a) \quad (2.7)$$

como (2.6), relaciona tensão com corrente no ponto $y = h$, podemos compará-la com a impedância interna. Comparando as equações (2.3), (2.4) e substituindo em (2.7) teremos a equação modal do sistema que rege os valores da corrente na linha como:

$$\begin{aligned} & \frac{\pi}{j\omega\mu_0} Z'_i(\gamma) + \frac{1}{2} \Lambda(\gamma, h, a) + S_{1s}(\gamma, h, a) + \\ & - \frac{\gamma^2}{k_0^2} \left[\frac{1}{2} \Lambda(\gamma, h, a) + S_{2s}(\gamma, h, a) \right] = 0 \end{aligned} \quad (2.8a)$$

em função da geometria e das propriedades físicas do meio. $\Lambda(\gamma, h, a)$ representa a propagação ideal na linha, e $S_{1s}(\gamma, h, a)$ e $S_{2s}(\gamma, h, a)$ são integrais de Sommerfeld. O Apêndice B apresenta maiores detalhes sobre modelagem completa de Linha de Transmissão incluindo estas integrais.

A solução geral explicitada pela equação modal não pode ser definida analiticamente, pois as integrais de Sommerfeld para serem calculadas necessitam de um procedimento numérico. Problemas numéricos normalmente ocorrem no desenvolvimento destes cálculos devido ao processo de busca das raízes. Os resultados descritos por D'Amore [3-4] indicam a existência de duas raízes que obedecem à condição de radiação, sendo obtidas, a partir de um modo *onda rápida* (*fast-wave*, *FW*, modo para altas frequências), e outro modo *linha de transmissão* (*transmission-line*, *TL*, caracterizado por baixa constante de atenuação). Na alta frequência e/ou má condutividade do solo, as constantes de atenuação no modo *FW* apresentam acréscimos que tendem ao infinito, e no modo *TL* apresentam decréscimos que fazem estes valores tenderem a zero. Do ponto de vista físico a propagação da onda eletromagnética ao longo da linha apresenta constante de atenuação finita em qualquer frequência, sendo assim o modo *TL* é considerado como o único e

dominante. O modo *FW* será válido para a alta freqüência quando a propagação da onda não obedece mais as condições de radiação.

Para constante de propagação *TL* assume-se a aproximação que o quadrado das constantes de propagação na linha e no ar são iguais, $k_0^2 \cong \gamma^2$, fazendo com que as integrais de Sommerfeld $S_{1s}(\gamma, h, a)$ e $S_{2s}(\gamma, h, a)$; sejam aproximadas por expressões logarítmicas $\hat{S}_{1s}(h)$, $\hat{S}_{2s}(h)$ que são independentes de γ , conforme Apêndice B. Com isso, a equação modal (2.8a) assume uma forma explicita, no qual facilmente pode ser resolvida para a constante de propagação da onda aproximada *TL* é:

$$\hat{\gamma}^2 = k_0^2 \left[\frac{2\pi\hat{Z}'_i(j\omega\mu_0) + \hat{\Lambda}(h) + 2\hat{S}_{1s}(h)}{\hat{\Lambda}(h) + 2\hat{S}_{2s}(h)} \right] \quad (2.8b)$$

no qual

$$\Lambda(\gamma, h, a) = \hat{\Lambda}(h) = \ln \frac{2h}{a} \quad (2.9)$$

Considerando que a constante de propagação no condutor é muito maior que no vácuo, $k_c \gg k_0$, a impedância interna representada será por:

$$\hat{Z}'_i = \frac{1}{2\pi a} \frac{\omega\mu_c}{k_c} \frac{I_0(jk_c a)K_1(jk_c a_{\text{int}}) + I_1(jk_c a_{\text{int}})K_0(jk_c a)}{I_0(jk_c a)K_0(jk_c a_{\text{int}}) - I_1(jk_c a_{\text{int}})K_1(jk_c a)} \quad (2.10)$$

2.1.2 Equação Propagação da Tensão

A equação que descreve a propagação da onda de Tensão na linha de transmissão, é deduzida pela integral do enlace das equações de Maxwell pra campo elétrico no ar:

$$\oint_L \vec{E} dl = -j\omega\mu_0 \iint_S \vec{H} \hat{n} ds \quad (2.11)$$

no qual L é o comprimento da superfície S fechada usada na integração (2.11), sendo aplicada em três diferentes caminhos:

- o plano de referência é coincidente com o plano do solo;
- o plano de referência é infinitamente abaixo do nível do solo;
- o plano de referência é infinitamente acima do nível do solo;

assumindo assim diferentes equações para tensão fase neutro. A aproximação ao infinito abaixo e acima do nível do solo é feita com o intuito de minimizar as parcelas referentes às integrais de Sommerfeld, podendo desconsiderá-las.

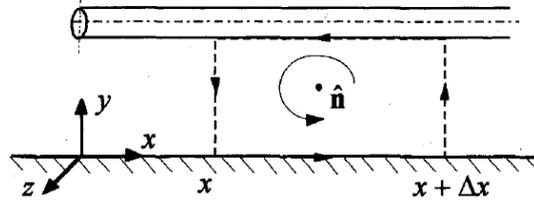


Fig-2.2 – Plano de referência à superfície do solo

Levando-se em conta que a componente tangencial de campo elétrico na interface é igual para dois meios envolvidos em toda a linha, e aplicando no caminho retangular mostrado na Fig-2.2 quando o plano de referência é a superfície do solo a equação (2.11). Cada termo é dividido por um Δx tendendo a zero. A equação da propagação de tensão assume a seguinte forma:

$$-\frac{dV(x)}{dx} = E_x(x, h, a) - E_x(x, 0, a) - j\omega\mu_0 \int_0^h H_z(x, y, a) dy \quad (2.12)$$

no qual a equação da tensão é definida com referência a integral do caminho entre a superfície do solo e do condutor, representado pela linha reta $0 \leq y \leq h$ no plano $z = a$

$$V(x) = -\int_0^h E_y(x, y, a) dy \quad (2.13)$$

cada termo do lado direito da equação acima (2.12) é expresso em função da corrente de propagação no condutor, na tentativa de deduzir uma expressão para a impedância serie unitária da linha de transmissão. O componente x do campo elétrico da interface condutor-ar, $E_x(x, y, a)$ para $y = h$, e do campo elétrico solo-ar, $E_x(x, 0, a)$ para $y = 0$, são deduzidos abaixo em funções de Potenciais Elétricos de Hertz no condutor e no ar

$$E_x(x, h, a)|_{condutor} = -\frac{j\omega\mu_0}{\pi} M(\gamma, h, a) I(x) \quad (2.14)$$

$$E_x(x, 0, a)|_{ar} = -\frac{j\omega\mu_0}{\pi} M(\gamma, 0, a) I(x) \quad (2.15)$$

como estas equações relacionam tensão com corrente, como já comentado, seus coeficientes apresentam características de impedâncias e podem ser representados por:

$$Z'_i = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} M(\gamma, h, a) \quad (2.16)$$

$$Z'_{si} = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} M(\gamma, 0, a) \quad (2.17)$$

em que Z'_i é a impedância interna do condutor por ser representado no Potencial Elétrico na superfície do condutor, e Z'_{si} é a impedância do solo devido ao Potencial induzido no solo.

O último termo da integral do lado direito de (2.12) pode ser expresso em função do fluxo magnético p.u.c. $\Phi'(\gamma)$ relacionado com a corrente $I(x)$, considerando o procedimento desenvolvido no Apêndice B

$$-j\omega\mu_0 \int_0^h H_z(x, y, a) dy = j\omega\Phi'(\gamma) = Z'_\phi(\gamma)I(x) \quad (2.18)$$

Esta impedância unitária da equação Z'_ϕ que relata o fluxo magnético externo é

$$Z'_\phi(\gamma) = Z'_e(\gamma) + Z'_{s\phi}(\gamma) \quad (2.19)$$

no qual Z'_e e $Z'_{s\phi}$ são, respectivamente, impedância externa e do fluxo do solo que comparando $\Phi'(\gamma)$, (2.18) e (2.19), podem ser representados

$$Z'_e(\gamma) = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \Lambda(\gamma, h, a) \quad (2.20a)$$

$$Z'_{s\phi}(\gamma) = \frac{j\omega\mu_0}{\pi(k_0^2 - \gamma^2)} \{k_0^2 [S'_{1s}(\gamma, h, a) - S'_{1s}(\gamma, 0, a)] - \gamma^2 [S'_{2s}(\gamma, h, a) + S'_{2s}(\gamma, 0, a) + S'_{1s}(\gamma, h, a) - S'_{1s}(\gamma, 0, a) - S'_{2s}(\gamma, h, a) + S'_{2s}(\gamma, 0, a)]\} \quad (2.20b)$$

onde as integrais de Sommerfeld $S'_{1s}(\gamma, 0, a)$, $S'_{2s}(\gamma, 0, a)$ e $S'_{1s}(\gamma, h, a)$, $S'_{2s}(\gamma, h, a)$, $S'_{1s}(\gamma, 0, a)$ e $S'_{2s}(\gamma, 0, a)$ são explicitadas no Apêndice B. Em conclusão a equação propagação de tensão (2.13) pode ser rescrita na seguinte forma:

$$-\frac{dV(x)}{dx} = Z'(\gamma)I(x) \quad (2.21)$$

no qual a impedância serie unitária é:

$$Z'(\gamma) = Z'_i(\gamma) + Z'_e(\gamma) + Z'_{s\phi}(\gamma) \quad (2.22)$$

$Z'_{si}(\gamma)$ é a impedância que descreve a contribuição da impedância de superfície do solo e $Z'_{s\phi}(\gamma)$ a impedância que relata o fluxo magnético externo no solo

$$\begin{aligned}
Z'_s(\gamma) &= Z'_{si}(\gamma) + Z'_{s\phi}(\gamma) \\
&= \frac{j\omega\mu_0}{\pi(k_0^2 - \gamma^2)} \{k_0^2 S_{1s}(\gamma, h, a) - \gamma^2 [S'_{1s}(\gamma, h, a) - \gamma^2 k_0^{-2} S_{2s}(\gamma, 0, a) + \\
&\quad + S'_{2s}(\gamma, 0, a) + S_{2s}(\gamma, h, a) - S'_{2s}(\gamma, h, a) + S_{1s}(\gamma, 0, a) - S'_{1s}(\gamma, 0, a)]\} \quad (2.23)
\end{aligned}$$

Sucessivamente, o caminho mostrado na Fig-2.3 é considerado, quando o plano de referência esta infinitamente abaixo do nível do solo.

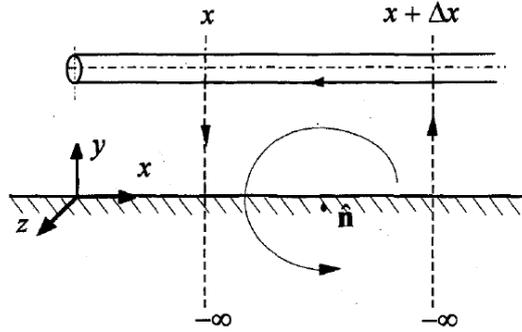


Fig-2.3 – Plano de referência em uma distância infinita abaixo da superfície do solo.

A equação (2.11) é aplicada e a equação propagação de tensão assume a seguinte forma:

$$-\frac{dV_-(x)}{dx} = E_x(x, h, a) - j\omega\mu_0 \int_{-\infty}^h H_z(x, y, a) dy \quad (2.24)$$

Do mesmo modo a equação (2.19) pode ser representada em função de uma impedância:

$$-\frac{dV_-(x)}{dx} = Z'_-(\gamma) I(x) \quad (2.25)$$

no qual esta impedância serie unitária é representada termos:

$$Z'_-(\gamma) = Z'_i(\gamma) + Z'_e(\gamma) + Z'_{s-}(\gamma) \quad (2.26)$$

$Z'_i(\gamma)$ e $Z'_e(\gamma)$ assumem as mesmas expressões de (2.11) e (2.15a), respectivamente, a impedância do solo $Z'_{s-}(\gamma)$ é dada por:

$$\begin{aligned}
Z'_{s-}(\gamma) &= \frac{j\omega\mu_0}{\pi(k_0^2 - \gamma^2)} \{k_0^2 [S_{1s}(\gamma, h, a) - S_{1s}(\gamma, 0, a)] - \gamma^2 [S_{2s}(\gamma, h, a) - S_{2s}(\gamma, 0, a) + \\
&\quad + S'_{1s}(\gamma, h, a) - S'_{1s}(\gamma, 0, a) - S'_{2s}(\gamma, h, a) + S'_{2s}(\gamma, 0, a)]\} + \\
&\quad + \frac{j\omega\mu_0}{\pi(k_0^2 - \gamma^2)} \{k_0^2 [S_{1s}(\gamma, 0, a) - \gamma^2 k_0^{-2} S_{2s}(\gamma, 0, a)] + \gamma^2 [S''_{1s}(\gamma, 0, a) - S''_{2s}(\gamma, 0, a)]\} \quad (2.27)
\end{aligned}$$

no qual as integrais de Sommerfeld $S''_{1s}(\gamma, 0, a)$, $S''_{2s}(\gamma, 0, a)$ são definidas no Apêndice B.

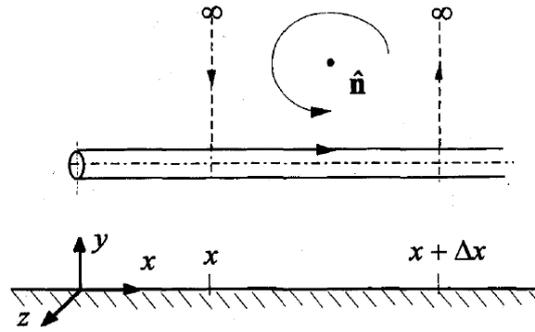


Fig-2.4 – Plano de referência em uma distância infinita acima da superfície do solo

Para o último caso, o cálculo é executado considerando o plano de referência localizado infinitamente acima da superfície da terra vide Fig-2.4. A equação da tensão é então definida pela expressão:

$$-\frac{dV_+(x)}{dx} = E_x(x, \infty, a) - j\omega\mu_0 \int_0^{\infty} H_z(x, y, a) dy \quad (2.28)$$

o qual assume a seguinte forma:

$$-\frac{dV_+(x)}{dx} = Z'_+(\gamma)I(x) \quad (2.29)$$

no qual esta impedância serie unitária. é representada por:

$$Z'_+(\gamma) = Z'_i(\gamma) + Z'_e(\gamma) + Z'_{s+}(\gamma) \quad (2.30)$$

onde a impedância do solo unitária. é

$$Z'_{s+}(\gamma) = \frac{j\omega\mu_0}{\pi(k_0^2 - \gamma^2)} \{k_0^2 S'_{1s}(\gamma, h, a) + \\ -\gamma^2 [S'_{1s}(\gamma, h, a) + S'_{2s}(\gamma, h, a) - S'_{2s}(\gamma, h, a)]\} \quad (2.31)$$

2.1.3 Equação propagação da Corrente

A equação propagação de corrente para a linha é obtida usando as equações de Maxwell para o enlace do campo Magnético no ar, quando assumimos $\sigma_0 = 0$, referenciado ao eixo vertical y

$$E_y(x, y, z) = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \quad (2.32)$$

A equação (2.32) é então integrada em y , entre o plano do solo e o condutor vide Fig-2.1. Expressando o componente horizontal do campo magnético como função de

Potencias de Hertz e considerando a expressão (2.13) da tensão, a equação da corrente de propagação para a linha é obtida:

$$-\frac{dI(x)}{dx} = Y'(\gamma)V(x) \quad (2.33)$$

no qual a admitância transversal unitária da linha é representada por duas admitâncias em série, a admitância externa $Y'_e(\gamma)$ e a admitância do solo $Y'_s(\gamma)$

$$Y'(\gamma) = (Y'_e(\gamma)Y'_s(\gamma)) \cdot (Y'_e(\gamma) + Y'_s(\gamma))^{-1} \quad (2.34)$$

com

$$Y'_e(\gamma) = j\omega\varepsilon_0 2\pi \Lambda(\gamma, h, a)^{-1} \quad (2.35a)$$

$$Y'_s(\gamma) = j\omega\varepsilon_0\pi(k_0^2 - \gamma^2) \{k_0^2[S_{1s}(\gamma, h, a) - S'_{1s}(\gamma, h, a) - S_{1s}(\gamma, 0, a) + S'_{1s}(\gamma, 0, a) + S'_{2s}(\gamma, h, a) - S'_{2s}(\gamma, 0, a)] - \gamma^2[S_{2s}(\gamma, h, a) - S_{2s}(\gamma, 0, a)]\}^{-1} \quad (2.35b)$$

Para o caso que o plano de referência para a tensão é considerado localizado infinitamente abaixo a admitância do solo é expressa por:

$$Y'_{s-}(\gamma) = j\omega\varepsilon_0\pi \left\{ \frac{1}{(k_0^2 - \gamma^2)} \{k_0^2[S_{1s}(\gamma, h, a) - S'_{1s}(\gamma, h, a) - S_{1s}(\gamma, 0, a) + S'_{1s}(\gamma, 0, a) + S'_{2s}(\gamma, h, a) - S'_{2s}(\gamma, 0, a)] - \gamma^2[S_{2s}(\gamma, h, a) - S_{2s}(\gamma, 0, a)]\} + \frac{1}{(k_0^2 - \gamma^2)} \{-\gamma^2 S_{2s}(\gamma, 0, a) + k_0^2[S_{1s}(\gamma, 0, a) + S''_{1s}(\gamma, 0, a) - S''_{2s}(\gamma, 0, a)]\} \right\}^{-1} \quad (2.36)$$

Para a referência infinitamente acima do nível do solo teremos:

$$Y'_{s+}(\gamma) = j\omega\varepsilon_0\pi(k_0^2 - \gamma^2) \{k_0^2[S_{1s}(\gamma, h, a) - S'_{1s}(\gamma, h, a) + S'_{2s}(\gamma, h, a)] - \gamma^2 S_{2s}(\gamma, h, a)\}^{-1} \quad (2.37)$$

2.1.4 Expressão aproximada

No intuito de facilitar a computação da impedância série e da admitância transversal unitária, os cálculos exatos utilizando integrais de Sommerfeld descritas no Apêndice B são aproximados por expressões logarítmicas, para o modo de propagação TL da equação (2.8b), em que consideramos que a diferença entre os quadrados das constantes de propagação do ar e da linha é aproximadamente nula, $k_0^2 - \gamma^2 \cong 0$.

A formulação da impedância interna simplificada \hat{Z}'_i , é dada pela equação (2.10). A impedância e a admitância unitária externa assumem a seguinte forma:

$$Z'_e(\gamma) \cong \hat{Z}'_e = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \hat{\Lambda}(h) \quad (2.38)$$

$$Y'_e(\gamma) \cong \hat{Y}'_e = j\omega\varepsilon_0 2\pi \hat{\Lambda}(h)^{-1} \quad (2.39)$$

A impedância e a admitância unitária do solo apresentam diferentes expressões de acordo com a definição do plano de referência.

1) Plano de Referência na Superfície do Solo

$$Z'_s(\gamma) \cong \hat{Z}'_s(\hat{\gamma}) = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} \left[\hat{S}_{1s}(h) - \frac{\hat{\gamma}^2}{k_0^2} \hat{S}_{2s}(0) \right] \quad (2.40a)$$

$$Y'_s(\gamma) \cong \hat{Y}'_s(\hat{\gamma}) = j\omega\varepsilon_0 \pi \left[\hat{S}_{2s}(h) - \hat{S}_{2s}(0) \right]^{-1} \quad (2.40b)$$

2) Plano de Referência infinitamente abaixo do Nível do Solo

$$Z'_{s-}(\gamma) \cong \hat{Z}'_{s-}(\hat{\gamma}) = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} \left[\hat{S}_{1s}(h) - \hat{S}_{2s}(0) \right] + \frac{j\omega\mu_0}{\pi(k_s^2 - \hat{\gamma}^2)} \left\{ k_s^2 \left[\hat{S}_{1s}(0) - \frac{\hat{\gamma}^2}{k_0^2} \hat{S}_{2s}(0) \right] + \hat{\gamma}^2 \left[\hat{S}_{1s}''(0) - \frac{\hat{\gamma}^2}{k_0^2} \hat{S}_{2s}''(0) \right] \right\} \quad (2.41a)$$

$$Y'_{s-}(\gamma) \cong \hat{Y}'_{s-}(\hat{\gamma}) = j\omega\varepsilon_0 \pi \left\{ \hat{S}_{2s}(h) - \hat{S}_{2s}(0) + \frac{k_0^2 \left[\hat{S}_{1s}(0) + \hat{S}_{1s}''(0) - \hat{S}_{2s}''(0) \right] - \hat{S}_{2s}(0)}{k_s^2 - \hat{\gamma}^2} \right\}^{-1} \quad (2.41b)$$

3) Plano de Referência infinitamente acima do Nível do Solo

$$Z'_{s+}(\gamma) \cong \hat{Z}'_{s+}(\hat{\gamma}) = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} \hat{S}_{1s}(h) \quad (2.42a)$$

$$Y'_{s+}(\gamma) \cong \hat{Y}'_{s+}(\hat{\gamma}) = j\omega\varepsilon_0 \pi \hat{S}_{2s}(h)^{-1} \quad (2.42b)$$

onde as funções S são definidas no Apêndice B.

Quando é usada a referência da tensão para um plano infinitamente abaixo ou acima do solo, a intenção é minimizar as parcelas dos cálculos referentes às integrais de Sommerfeld. Mas como podemos observar em [3] o desenvolvimento, para os planos no infinito, no domínio da frequência para as funções aproximadas da impedância e admitância unitários, apresentam a partir de 1 MHz valores discrepantes que não traduzem o mesmo fenômeno. Para os cálculos referentes ao infinito acima,

apresentaram resultados similares aos calculados pelo modelo de Carson. Para a referência ao infinito abaixo, os resultados apresentados são similares aos desenvolvidos para a referência ao plano do nível do solo.

Sendo assim, como a formulação de Carson não é válida para alta frequência, não é razoável utilizar a referência infinitamente acima. Como as outras formulações, a mais simplificada é a referente ao plano terra, e na prática, a tensão que é medida utiliza esta referência, usaremos neste trabalho as equações aproximadas (2.40a,b) para o cálculo da impedância e admitância do solo unitários.

Na realidade as linhas de transmissão não são monofásicas, evidencia-se mais fortemente a necessidade de utilizar estas expressões aproximadas, visto que o maior interesse da metodologia real se dá na aplicação em linhas de transmissão multifásicas.

Esta formulação apresentada tendo como referência o plano do solo foi demonstrada para o caso monofásico para facilitar o entendimento, ela também pode ser usada no cálculo de parâmetros de linha de transmissão multifásicas, onde as equações terão matrizes $n \times n$, onde n é o número de condutores equivalentes. A propagação da onda na linha será regida por uma equação matricial $n \times n$ semelhante a (2.8b). A linha terá o mesmo número de modos de propagação quantos forem os condutores de fase efetivos, ou seja, considerando uma redução de feixes de mesma fase e/ou dos cabos pára-raios, se necessário for. A descrição detalhada deste tipo de abordagem é apresentada no Capítulo 3.

2.2 Modelo Convencional

2.2.1 Propagação de Corrente e Tensão

Para a linha de transmissão aérea multifásica com sua configuração geometria representada pela Fig-2.5, excitada em cada fase pela fonte de corrente (2.1), com as mesmas características físicas utilizadas no modelo “completo”.

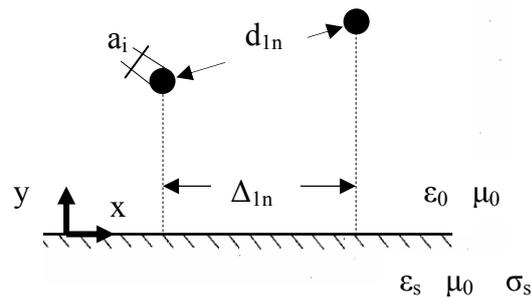


Fig-2.5 Configuração de linha de transmissão multifásica, paralela e uniforme

Representando agora o seu Campo Elétrico e Magnético no ar por potenciais elétricos Vetoriais e Escalares [5] em vez de potenciais de Hertz, como no modelo “completo”, teremos para uma densidade de carga superficial ρ_L , utilizando o método das imagens, a seguinte equação para tensão:

$$V = \frac{\rho_L}{2\pi\epsilon_0} \Lambda \quad (2.43)$$

e para matriz admitância transversal unitária têm-se:

$$Y_{ij} = j\omega\pi\epsilon_0\Lambda_{ij}^{-1} \quad (2.44a)$$

onde Λ é uma matriz onde os elementos mútuos são dados por:

$$\Lambda_{ij} = \ln \frac{(h_i + h_j)^2 + (x_i - x_j)^2}{(h_i - h_j)^2 + (x_i - x_j)^2}, \quad (2.44b)$$

e o elemento próprio é definido por:

$$\Lambda_{ii} = \ln \frac{2(h_i)}{a_i} \quad (2.44c)$$

A impedância série unitária será representada pela soma de dois fatores, a impedância externa e a impedância interna dos condutores representada apenas nos elementos próprios da linha, ou seja, será uma matriz diagonal:

$$Z_{ij} = \text{diag}\{Z_{\text{int-}ii}\} + Z_{\text{ext-}ij} \quad (2.45)$$

onde Z_{ext-ij} é a impedância externa definida pelo enlace de fluxo magnético por condutor, utilizando as equação de Maxwell para campo magnético no sistema ar-condutor este fluxo enlaçado é representado por:

$$\lambda = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \Lambda \quad (2.46)$$

a matriz impedância é dada por:

$$Z_{ext-ij} = \frac{j\omega\mu_0}{4\pi} \Lambda_{ij} \quad (2.47a)$$

para

$$\Lambda_{ij} = \ln \frac{(h_i + h_j + 2p)^2 + (x_i - x_j)^2}{(h_i - h_j)^2 + (x_i - x_j)^2}, \quad \Lambda_{ii} = \ln \frac{2(h_i + p)}{a_i} \quad (2.47b)$$

para p uma distância complexa que representa o efeito pelicular da propagação da onda no solo descrito como um bom condutor ($\sigma_s \gg \omega\epsilon_s$), dada por:

$$p = \sqrt{\frac{1}{j\omega\mu_0\sigma_s}} \quad (2.48)$$

Para a outra parcela de (2.45), Z_{int-ii} a impedância interna descrita por funções de Bessel de ordem zero e um:

$$Z_{int-ii} = \frac{\eta_c \rho_c}{2\pi a_i} \frac{I_0(\eta_c a_i) K_1(\eta_c a_{0i}) + I_1(\eta_c a_{0i}) K_0(\eta_c a_i)}{I_0(\eta_c a_i) K_0(\eta_c a_{0i}) - I_1(\eta_c a_{0i}) K_1(\eta_c a_i)}, \quad (2.49)$$

no qual η_c é a impedância intrínseca do condutor:

$$\eta_c = \sqrt{\frac{j\omega\mu_0}{\rho_c}} \quad (2.50)$$

As funções de Bessel usadas para a formulação da impedância interna, são soluções definidas por séries para o vetor densidade de corrente no condutor. Para uma dada densidade volumétrica de carga ρ_v , a equação que define a densidade da corrente é descrita por:

$$(\nabla \cdot J) = \frac{\partial \rho_v}{\partial t} \quad (2.51)$$

A Fig-2.6 apresenta o valor absoluto da densidade de corrente no condutor cilíndrico supondo-se que não há condução na parte interna (relativa à alma de aço do condutor).

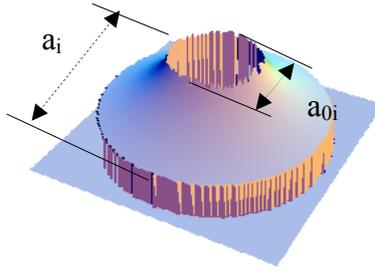


Fig-2.6 Densidade de corrente no condutor com alma de aço

A maior parte da corrente é propagada no interior do condutor, na interface com a alma de aço, e diminui com o aumento do raio até a superfície externa.

2.2.2 Comparação: Modelo “completo” com Modelo convencional

A equação do calculo aproximado para a impedância série unitária para o modelo completo, para a formulação monofásica é representada por:

$$\hat{Z}'_s = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} \ln\left(\frac{2h}{a} + \frac{2h + \beta_1}{a}\right) + Z'_i = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} \ln\left(\frac{4h + \beta_1}{a}\right) + Z'_i \quad (2.52)$$

onde β_1 a constante de reflexão é representada no Apêndice B, e utilizando os valores de (2.2) pode-se chegar a seguinte formulação

$$\beta_1 = \frac{2}{\left(\omega^2\mu_0\varepsilon_0 - \omega^2\mu_0\varepsilon_0\left(\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_0} - j\frac{\sigma_s}{\omega\varepsilon_0}\right)\right)^{1/2}} = \frac{2}{\left(\omega^2\mu_0\varepsilon_0 - \omega^2\mu_0\varepsilon_s + j\omega^2\mu_0\sigma_s\right)^{1/2}} \quad (2.53)$$

Se considerar que para um solo bom condutor $\varepsilon_0 = \varepsilon_s$, a impedância série unitária será representada por:

$$\hat{Z}'_s = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi} \ln\left(2 \frac{h + \left(\frac{1}{j\omega\mu_0\sigma_s}\right)^{1/2}}{a}\right) + Z'_i \quad (2.54)$$

onde

$$\left(\frac{1}{j\omega\mu_0\sigma_s}\right)^{1/2} = p \quad (2.55)$$

o plano complexo introduzido no modelo convencional para representar o efeito pelicular, igualando assim a equação da impedância do modelo convencional (2.47a):

$$Z'_{\text{completo}} = Z_{\text{convencional}} \quad (2.56)$$

Mostrando que a contribuição do modelo “completo” esta na admitância transversal, onde para o modelo convencional os parâmetros do solo são negligenciados.

2.3 Constante de propagação no Solo

2.3.1 Modelo do Solo

As constantes do solo apresentam, em suas propriedades físicas, grandes variações ocorridas principalmente por: mudanças sazonais de clima e temperatura, mudanças das estruturas geofórmicas pela interferência do homem na natureza, variação da umidade do solo, etc. Estas variações apresentam um número muito alto de fatores dependentes, que normalmente não são considerados de variação linear nem no domínio da frequência, nem do tempo.

Para um meio ideal: homogêneo, isotrópico e linear. Usualmente, o solo é representado por um modelo completo. Este considera os efeitos da corrente de condução e de deslocamento induzidas pela linha de transmissão no solo. Sendo assim, o número da onda no solo é representado pela seguinte equação:

$$S_1 = \sigma_s + j\omega\epsilon_{rs}\epsilon_0 \quad (2.57a)$$

onde a constante de propagação é dada por:

$$\gamma_{s1} = \sqrt{j\omega\mu_0(\sigma_s + j\omega\epsilon_{rs}\epsilon_0)} \quad (2.57b)$$

Por falta de observabilidade dos parâmetros dos solos, e para simplificação dos cálculos, o solo foi representado para baixa frequência em um modelo simplificado para uma alta condutividade, $\sigma_s \gg \omega\epsilon_s$ tão maior que podemos considerar a permitividade do solo nula, desconsiderando os efeitos da corrente de deslocamento. Assim o comportamento do solo é similar a de um material bom condutor invariante na frequência, totalmente independente do tipo e das condições da terra, sendo apenas um resistor com o seguinte número da onda no solo:

$$S_2 = \sigma_s \quad (2.58a)$$

e a constante de propagação:

$$\gamma_{s2} = \sqrt{j\omega\mu_0\sigma_s} \quad (2.58b)$$

esta representação não é válida para alta frequência. Os valores de condutividade mais comuns para o solo no Brasil são $0,001 - 0,00001 \text{ S/m}$ variando com a região analisada.

Utilizar o modelo do solo como um bom condutor, não é uma boa consideração para efeitos de indução e compatibilidade eletromagnética ocorridos neste. Assumir o solo

como um bom condutor não assegura que a propagação terá esse comportamento para altas frequências. Um exemplo disto que para descargas atmosféricas (*EMC*), onde podem alcançar frequências acima de 100 kHz , $\omega\epsilon_s$ pode ter a mesma ordem de grandeza do que σ_s , invalidando a consideração de S_2 .

Em recente estudo [7], salvo o caso que a terra é ionizável, o solo comportou-se de forma linear, mesmo a condutividade σ_s e a permitividade ϵ_s sendo significativamente dependentes da frequência, possibilitando a adequação de um novo modelo.

Amostras de vários lugares do Brasil realizadas em [7-8] forma retiradas e analisadas na tentativa de identificar uma modelagem que melhor descrevesse a propagação da onda no solo. Esta foi obtida a partir de uma simples função, um somatório de parcelas de defasagem mínima, demonstrado em [9]. Foi definido para o solo uma função de transferência, chamada de imitância (W), com duas parcelas, uma dependente da condutividade σ_s , e outra, da permitividade e da frequência $\omega\epsilon_s$, da seguinte forma:

$$W = \delta_{\sigma_s} + j\delta_{\omega\epsilon_s} \quad (2.59)$$

após ajustes e tirado um valor médio para as amostras, foi descrita a imitância por:

$$W = A + B\omega^\alpha \quad (2.60a)$$

onde por [8]:

$$A = 84,16 \mu S / m \quad (2.60b)$$

$$B = [0,057849 + j 0,12097] \mu S / m^2 \quad (2.60c)$$

$$\alpha = 0,71603 \quad (2.60d)$$

sendo que α define as características principais do solo:

- $\alpha = 0$
solo puramente condutor σ_s independente da frequência e ϵ_s desprezível
- $\alpha = 1$
solo puramente dielétrico σ_s desprezível e ϵ_s constante

Que para uma real realização do solo esta variação se limita de $\alpha = 0,62$ para um bom condutor e $\alpha = 0,82$ para um mau condutor.

Este modelo definido por estes três parâmetros numéricos é valido para valores de frequência até 2 MHz , acima disto pode ser incluído um quarto termo que validará este modelo até 10 MHz .

A constante de propagação no solo pelo modelo de imitância é descrita por:

$$\gamma_{s3} = \sqrt{j\omega\mu_0(A + B\omega^\alpha)} \quad (2.61)$$

2.3.2 Comparação entre modelos

As partes real e imaginária das constantes de propagação γ_{s1} , γ_{s2} e γ_{s3} , são representadas na Fig-2.6, onde foram evoluída com a variação no domínio da frequência para diferentes valores de σ_s

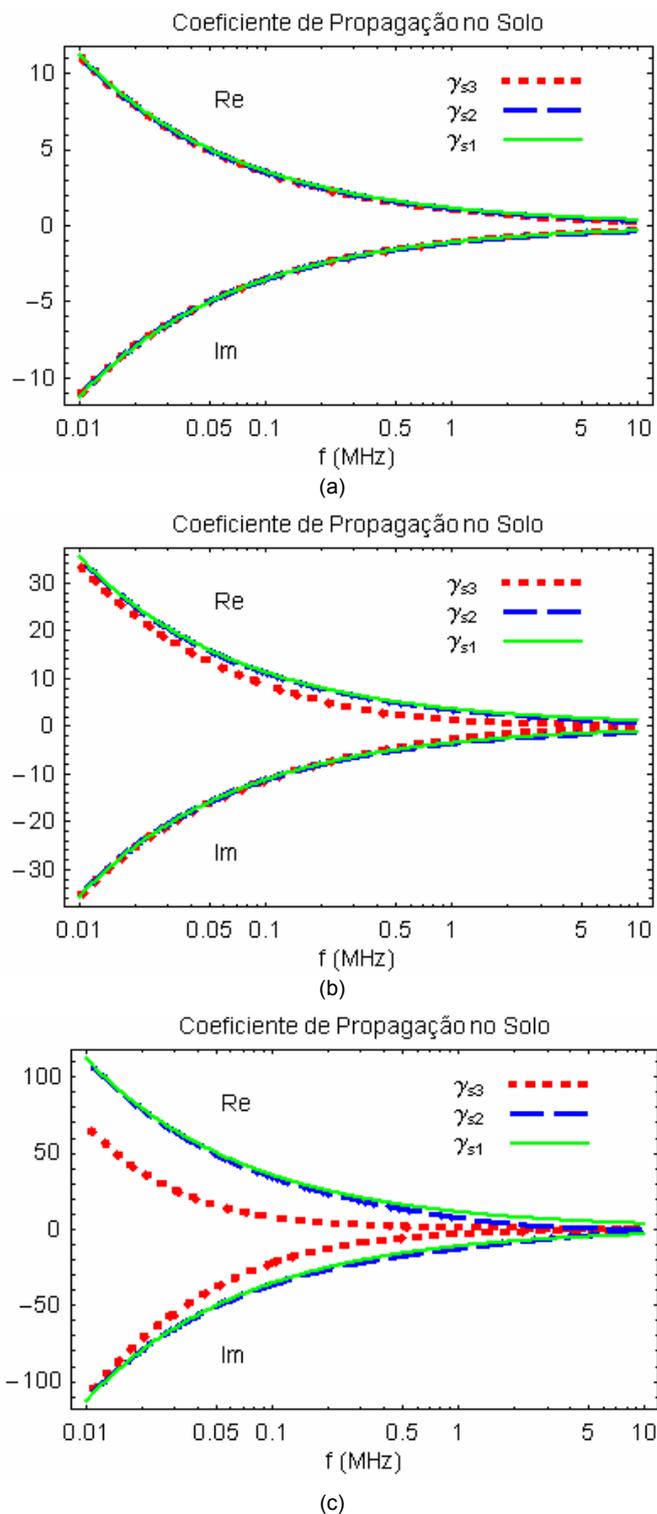


Fig-2.6 Constante de propagação da onda no solo em função da frequência para os três modelos apresentados. Para (a) $\sigma_s = 50 \text{ mS/m}$, (b) $\sigma_s = 5 \text{ mS/m}$ e (c) $\sigma_s = 0,5 \text{ mS/m}$

Pode-se observar que quanto pior for a condutividade do solo, maior serão as discrepâncias entre modelos. E ainda estas diferentes representações do solo, geram diferentes valores para a constante de propagação no solo, que são representadas por mudanças de patamares da função, mas que demonstram ter um comportamento similar com a variação da frequência. Estes modelos para alta frequência, parecem convergir para o mesmo valor, mas observando a Fig-2.7 abaixo, para a pior condutividade, $\sigma_s = 0,5 \text{ mS/m}$, podemos notar que o módulo das diferenças relativas aumentam com o aumento da frequência. Para a baixa frequência, o termo referente a condutividade na constante de propagação é dominante, gerando discrepâncias insignificantes para até 1 kHz.

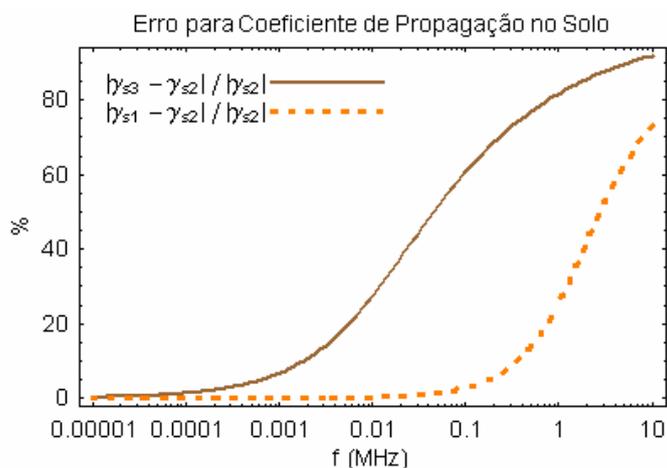


Fig-2.7 Erro relativo do módulo em porcentagem para os diferentes modelos do solo
Em relação ao modelo bom condutor.

Sendo assim, para a alta frequência e a má condutividade do solo, os modelos de propagação γ_{s1} , γ_{s2} , não são totalmente válidos. Com isso para uma melhor observabilidade dos efeitos do solo na linha de transmissão é necessária a utilização do modelo de imitância, γ_{s3} .

Abaixo na Fig-2.8, foram desenvolvidas no domínio da frequência a relação entre a parte real e a parte imaginária do modelo completo S_l e da imitância W , ou seja da razão $\sigma_s / \omega \epsilon_s$. Razão esta que define se o material é condutor ou dielétrico (isolante), Para:

- $\sigma_s / \omega \epsilon_s > 100$
material puramente condutor
- $100 > \sigma_s / \omega \epsilon_s > 1 / 100$
material quase condutor
- $\sigma_s / \omega \epsilon_s < 1 / 100$
solo puramente dielétrico

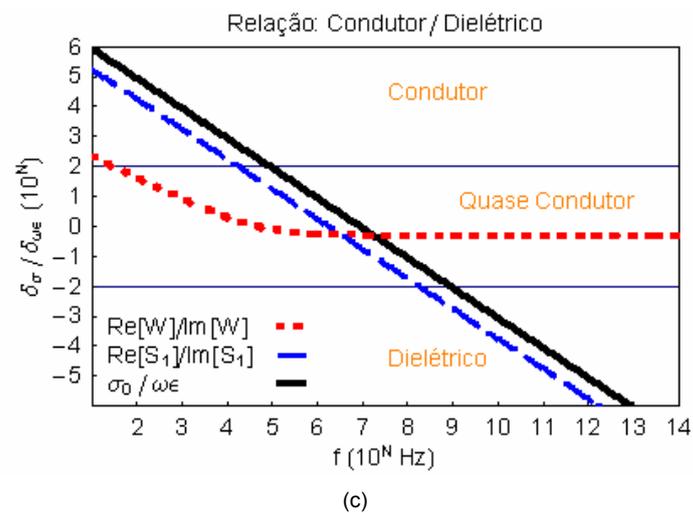
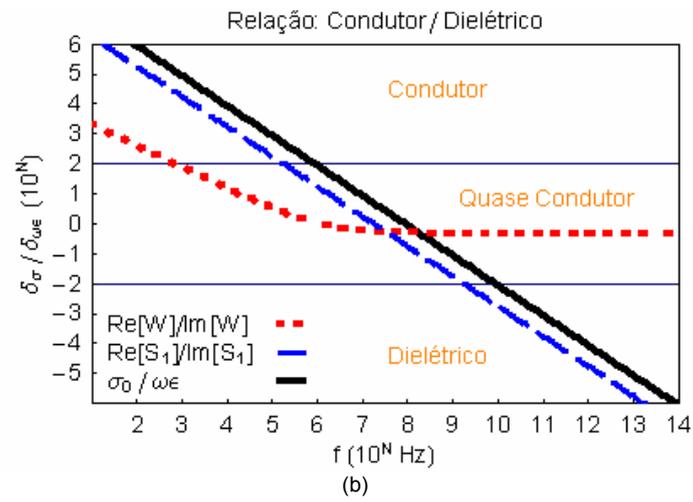
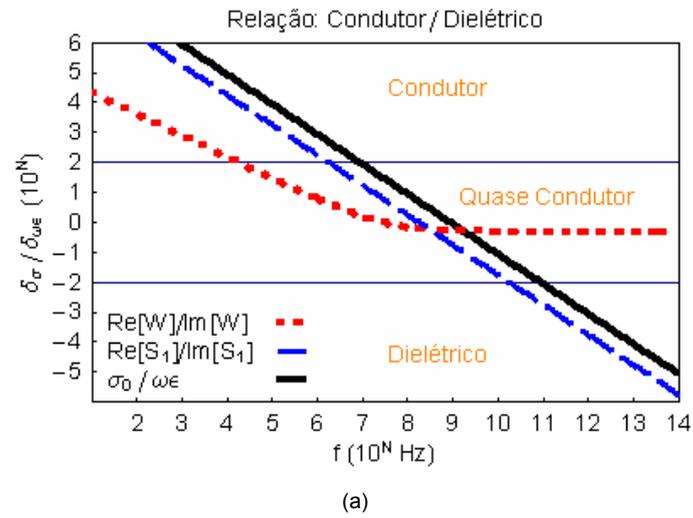


Fig-2.8 Razão $\delta_\sigma / \delta_{\omega\epsilon}$ em função da frequência para os três modelos.

Para (a) $\sigma_s = 50 \text{ mS/m}$, (b) $\sigma_s = 5 \text{ mS/m}$ e (c) $\sigma_s = 0,5 \text{ mS/m}$

Os resultados estão consistentes com a literatura. Quanto pior for a condutividade, mais baixa será a frequência no qual o solo deixará de ser um condutor puro. Para o modelo completo S_1 , pode-se observar que:

- Para valores até 1 MHz com solo com boa condutividade (Fig-2.8a), apresenta comportamento de condutor puro, possibilitando a utilização do modelo S_2 , no lugar do S_1 ;
- Para má condutividade (Fig-2.8c) esta utilização não se torna totalmente real, já que em 10 kHz , o modelo deixará de representar um condutor puro;
- Representa um material isolante (Fig-2.8a) para valores de frequência acima de 100 MHz . Para este valor de frequência os modelos de solo e linha não apresentam consistência.

Para o modelo da imitância W , pode-se observar que:

- Para valores até 10 kHz com solo com boa condutividade (Fig-2.8a), apresenta comportamento de condutor puro, possibilitando a utilização do modelo S_2 , no lugar do W ;
- Para má condutividade (Fig-2.8c) esta utilização não se torna totalmente real, já que em 10 Hz , o modelo deixará de representar um condutor puro;
- Mesmo para altas frequências o solo apresenta comportamento quase condutor

Então, quando o solo apresenta boa condutividade e valores de frequência até 10 kHz a utilização do modelo S_2 , não é uma má consideração. Entretanto, para o solo com má condutividade e/ou altas frequências uma representação do solo mais completa se torna indispensável para um real cálculo dos efeitos do solo.

CAPÍTULO 3

CÁLCULO DE PARÂMETROS UNITÁRIOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

O cálculo de parâmetros unitários de linhas de transmissão possibilita a representação por circuitos para a linha em termos distribuídos uniformemente. Utilizando teoria de circuitos são obtidas equações que relacionam a tensão com a corrente na linha, este capítulo será dedicado à representação destas relações.

3.1 Representação de Linhas

3.1.1 Linha de Transmissão Uniforme e Infinita

Considera-se a linha de transmissão paralela e uniforme, mostrada na Fig-3.1. Na seção 2.2.1 foram desenvolvidas expressões para impedância e admitância unitárias para este modelo de linha, que serão utilizadas para definir uma equação em função da frequência e do comprimento da linha, que relaciona a tensão e a corrente com sua impedância e admitância.

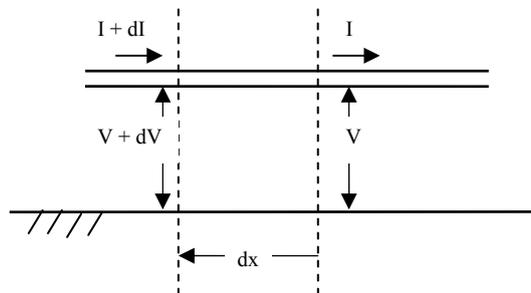


Fig-3.1 Linha de Transmissão paralela e uniforme

Considerando esta seção infinitesimal dx da linha, e supondo que uma onda, variando harmonicamente, esteja presente na linha, seja V a tensão entre o condutor e a terra e I a corrente que flui através da linha (Fig-3.1). Pela teoria dos circuitos, montando um laço de tensão e corrente em dx , as seguintes expressões são obtidas:

$$\frac{dV(x)}{dx} = -z(\omega)I(x) \quad (3.1a)$$

$$\frac{dI(x)}{dx} = -y(\omega)V(x) \quad (3.1b)$$

derivando as equações (3.1a,b) e igualando teremos para a linha paralela e uniforme:

$$\frac{d^2I(x)}{dx^2} = P(\omega)I(x) \quad (3.2a)$$

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = P(\omega)V(x) \quad (3.2b)$$

$$P(\omega) = y(\omega)z(\omega) \quad (3.2c)$$

As equações (3.2a,b) são as equações de onda para uma linha de transmissão uniforme. Representam a variação da tensão e da corrente com a distância ao longo da linha. Estas equações diferenciais de segunda ordem com coeficientes constantes podem ser facilmente resolvidas. A tensão será do tipo:

$$V(x) = e^{\gamma x} V(0) \quad (3.3)$$

onde

$$\gamma = \pm \sqrt{zy} \quad (3.4)$$

sendo a equação (3.4) a constante de propagação. Como esta apresenta duas raízes desiguais, a solução geral obtida para a tensão será:

$$V(x) = V_1 e^{\gamma x} + V_2 e^{-\gamma x} \quad (3.5a)$$

e para a corrente:

$$I(x) = V_1 Z_c^{-1} e^{\gamma x} - V_2 Z_c^{-1} e^{-\gamma x} \quad (3.5b)$$

onde o primeiro termo V_1 é referente a uma onda de propagação na direção do final da linha e é a tensão incidente, e o segundo termo V_2 se propaga na outra direção e é a tensão refletida. Para uma impedância característica da linha definida por:

$$Z_c = \pm \sqrt{z \cdot y^{-1}} \quad (3.6)$$

Uma representação em parâmetros dispersos, utilizando a impedância série e a admitância transversal unitária, pode ser descrita no intuito de calcular as tensões e correntes terminais na linha. Esta representação do sistema é formada por encadeamentos de *equivalentes- π* , onde seus valores de impedância e admitância variam com o comprimento e a frequência da linha, conforme a Fig-3.2.

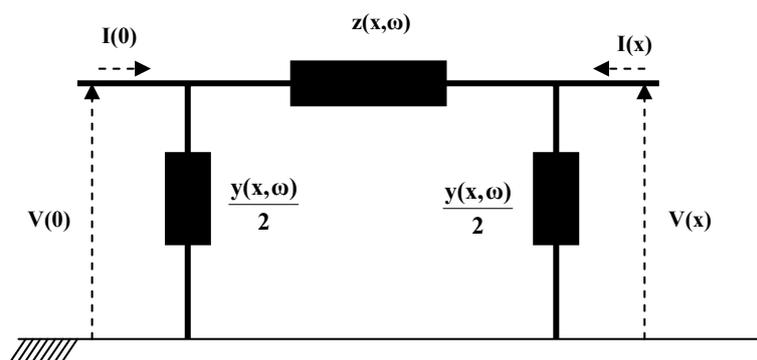


Fig-3.2 Linha de Transmissão paralela e uniforme

A partir destes equivalentes pode-se, resolvendo os enlaces de circuito da figura acima, junto às equações (3.4), (3.5a,b) e (3.6), obter as seguintes formulações:

$$V(x) = V(0) \cosh(\gamma \cdot x) - I(0) Z_c \sinh(\gamma \cdot x) \quad (3.7a)$$

$$I(x) = I(0) \cosh(\gamma \cdot x) - V(0) Y_c \sinh(\gamma \cdot x) \quad (3.7b)$$

onde:

$$Y_c = Z_c^{-1} \quad (3.7c)$$

assim $x = 0$ a entrada da linha, V_0, I_0 e $x = l$ a saída da linha V_f, I_f podemos relacionar estas equações matricialmente da seguintes formas:

- Saída X Entrada

$$\begin{bmatrix} V_f \\ I_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma \cdot l) & Z_c \sinh(\gamma \cdot l) \\ Y_c \sinh(\gamma \cdot l) & \cosh(\gamma \cdot l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ I_0 \end{bmatrix} \quad (3.8a)$$

- $I = Y_n \cdot V$

$$\begin{bmatrix} I_0 \\ I_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_c \tanh^{-1}(\gamma \cdot l) & -Y_c \sinh^{-1}(\gamma \cdot l) \\ -Y_c \sinh^{-1}(\gamma \cdot l) & Y_c \tanh^{-1}(\gamma \cdot l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_0 \\ V_f \end{bmatrix} \quad (3.8b)$$

- $V = Z_n \cdot I$

$$\begin{bmatrix} V_0 \\ V_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_c \tanh^{-1}(\gamma \cdot l) & Z_c \sinh^{-1}(\gamma \cdot l) \\ Z_c \sinh^{-1}(\gamma \cdot l) & Z_c \tanh^{-1}(\gamma \cdot l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 \\ I_f \end{bmatrix} \quad (3.8c)$$

Esta será a representação utilizada para o estudo no domínio do tempo, que está descrito detalhadamente do Apêndice C.

No caso multifásico a admitância característica é representada por:

$$Y_c = z^{-1} \sqrt{zy} \quad (3.9)$$

Onde a raiz quadrada de matrizes pode ser calculada utilizando a decomposição da matriz produto $z \cdot y$ em autovalores e autovetores. Os elementos das matrizes em (3.8) tornam-se sub-matrizes de ordem n , onde n é o número de condutores equivalentes.

3.2 Modelagem de Linha

3.2.1 Modelo Simulação Convencional

As representações para linhas de transmissão apresentadas na seção anterior (3.1.1) são validas independentemente do modelo de linha utilizado. A diferença entre os modelos esta na definição da matriz P (3.2c), onde para o modelo convencional será:

$$P = Z.Y = (Z_i + Z_e).(Y_e^{-1})^{-1} \quad (3.10)$$

Onde a impedância interna e externa são definidas pelas equações (2.49, 2.47a) e a admitância pela (2.44a). E a representação da linha para circuitos, utilizando o modelo *equivalente- π* terá o seguinte aspecto abaixo:

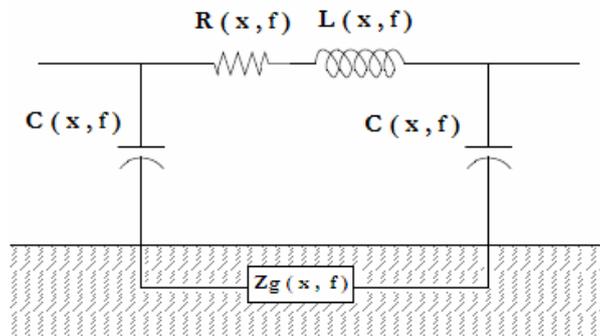


Fig-3.2 Modelo equivalente- π para linha de transmissão utilizando o calculo de parâmetros convencional.

3.2.2 Modelo Simulação “Completo”

Para o modelo “completo” serão incluídas parcelas nos parâmetros elétricos série e transversal referentes aos efeitos do solo na propagação da onda na linha, sendo a matriz de propagação é definida por:

$$P = Z.Y = (Z'_i + Z'_e + \hat{Z}'_s).(Y_c'^{-1} + \hat{Y}'_s)^{-1} \quad (3.11)$$

onde a impedância interna, para cada condutor, esta definido por (2.10), as constantes de propagação por (2.8) as matrizes impedância e admitância externa iguais a definidas para o modelo convencional, representadas respectivamente pelas equações (2.44a) (2.47a), na forma de parâmetros geométricos definidos por (2.44b). E a representação da linha para circuitos, utilizando o modelo *equivalente- π* esta na Fig-3.3.

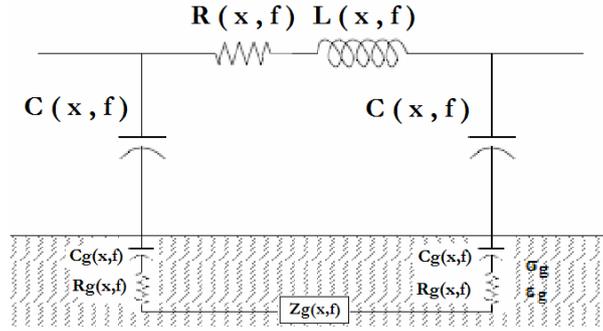


Fig-3.3 Modelo equivalente- π para linha de transmissão utilizando o calculo de parâmetros convencional.

As matrizes aproximadas para impedância e admitância do solo definidas por:

$$\hat{Z}'_s = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} F_{1s} \quad (3.12)$$

$$\hat{Y}'_s = j\omega\varepsilon_0\pi F_{2s}^{-1} \quad (3.13)$$

para

$$F_{1s} = \frac{1}{2} \ln \frac{(y_i + y_j) + j(x_i - x_j) + \xi_1}{(y_i - y_j) + j(x_i - x_j)} \quad (3.14a)$$

$$F_{2s} = \xi_2 \ln \frac{(y_i + y_j) + j(x_i - x_j) + \xi_3}{(y_i - y_j) + j(x_i - x_j)} \quad (3.14b)$$

onde representam as constantes de reflexão e refração:

$$\xi_1 = \frac{2}{(k_0^2 - k_s^2)^{1/2}} \quad \xi_2 = \frac{k_0^2}{k_0^2 + k_s^2} \quad \xi_3 = \frac{\xi_1}{2\xi_2} \quad (3.15)$$

A equação (3.10) é obtida para a constante de propagação definida por (2.8b) enfocando na continuidade dos componentes tangenciais do campo elétrico entre o ar e o condutor. Isto vai de contra a relação entre impedância e admitância unitárias, e a tensão de linha, que descrevem a matriz de propagação.

Então, as aproximações logarítmicas para a impedância e admitância só podem ser usadas, para evolução da propagação das constantes modais m_i e correspondentes autovetores N_i e M_i .

3.2.3 Matrizes Impedância e Admitância do solo

Comparando as equações da matriz de propagação (3.11), impedância externa (2.47a) e impedância interna (2.10), podemos descrever a matriz de impedância do solo pela subtração de um plano elétrico, este em função de parâmetros elétricos e das constantes de reflexão entre o solo e o ar:

$$Z'_s = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} F_{1s} - \frac{1}{j\omega\varepsilon_0\pi} F_{3s} P_t \quad (3.16)$$

que introduz os efeitos do campo elétrico no solo, adicionando uma capacitância serie do solo, onde:

$$F_{3s} = \xi_2 \ln \frac{(y_i) + j(x_i - x_j) + \xi_3}{(y_i) + j(x_i - x_j)} \quad (3.17)$$

em processo similar, comparamos as equações da matriz de propagação (3.11), e admitância externa (2.44a), a matriz de admitância do solo será representada da mesma forma, considerando os mesmo efeitos descritos para a impedância do solo, sendo assim:

$$Y'_s = j\omega\varepsilon_0\pi (F_{2s} - F_{3s})^{-1} \quad (3.18)$$

podendo representar a admitância transversal por:

$$Y' = j\omega\varepsilon_0\pi \left(\frac{1}{2}\Delta + F_{2s} - F_{3s} \right)^{-1} \quad (3.19)$$

Onde acrescentamos uma capacitância no solo, devido ao acréscimo da função F_{3s} .

3.2.4 Comparação “Completo” com Convencional

Foram apresentadas duas equações diferentes para a impedância e admitância do solo, que trazem diferentes resultados para a tensão e a corrente na propagação da onda, são as equações, (3.12), (3.16) e (3.13), (3.18), respectivamente. A primeira formulação retrata as componentes de fase, os modos comuns da linha. A segunda formulação considera os modos de retorno pelo solo, incluindo um fator ao cálculo dos parâmetros do solo.

Pode-se comparar este modelo com a formulação de Carson, modelo convencional, na baixa frequência e com boa condutividade, quando a condição $\sigma_s \gg \omega\varepsilon_s$ é

verdadeira. Com isso, as parcelas referentes as matrizes F_{2s} e F_{3s} , se tornam tão pequenas comparadas a F_{1s} e A , que podemos desconsiderar e chegar a seguinte formulação:

$$Z'_s \cong \hat{Z}'_s = \frac{j\omega\mu_0}{\pi} F_{1s} = Z'_C \quad (3.20)$$

$$Y'_s \cong \hat{Y}'_s \cong 0 \quad Y' \cong Y'_e \quad (3.21)$$

Então a impedância série unitária será representada por:

$$Z'_C = Z'_i + Z'_e + Z'_{sC} \cong \hat{Z}' \quad (3.22)$$

onde a matriz de propagação e a impedância característica de Carson são representados por:

$$P_C = Z'_C Y'_e \quad (3.23a)$$

$$Z_{cC} = M_C m_C^{-1} M_C^{-1} Z'_C \quad (3.23b)$$

Na condição normal, estes parâmetros se relacionam por:

$$Z'_s = Z'_{sC} - \frac{1}{j\omega\epsilon_0\pi} F_{3s} P_i \quad (3.24a)$$

$$Z' = \left[U - F_{3s} \left(\frac{1}{2} \Delta + F_{2s} \right)^{-1} \right] Z'_C \quad (3.24b)$$

$$P = P_C \Delta (\Delta + F_{2s})^{-1} \quad (3.24c)$$

$$Z_e = \left[U - 2(F_{2s} - F_{3s}) \Delta^{-1} \right] Z_{cC} \quad (3.24d)$$

CAPÍTULO 4

CASOS TESTES

Para representar os efeitos do solo nos parâmetros da linha de transmissão, foram simulados casos de uma linha de trifásica com um condutor por fase, conforme a Fig-5.1. Para estes, foram calculados os parâmetros de três modos diferentes variando o modelo da linha e do solo.

1) O primeiro cálculo foi utilizado o modelo convencional descrito na seção 2.2. O solo foi considerado como bom condutor, onde sua constante de propagação é descrita pela equação (2.57b). Este modo foi chamado de *DeriPNula*.

2) No segundo cálculo foi utilizado o modelo “completo” descrito na seção 2.1. Para o solo foi utilizada a equação (2.58b) que considera um modelo complexo, onde são representadas parcelas para permitividade e condutividade em função da frequência. Este modo foi chamado de *Damore Pcom*.

3) No terceiro modo foi utilizado novamente o modelo “completo”, mas para o solo foi utilizado o modelo dos parâmetros medidos variantes com a frequência, descritos pelas equações (2.61). Este modo foi chamado de *Damore Pmed*.

O raio do condutor utilizado é de 4 mm , a resistividade do condutor de $\rho_c = 4^2 \pi\text{ m}\Omega\cdot\text{m}$. Para a permissividade e permeabilidade do ar foram considerados, $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\text{ F/m}$, $\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7}\text{ H/m}$, respectivamente, e a permissividade relativa e a condutividade do solo descritos por, $\epsilon_{rs} = 5$, $\sigma_s = 5\text{ mS/m}$. Para uma linha de comprimento $l = 25\text{ km}$.

A ausência de cabos pára-raios no caso teste, não será significativa já que o interesse está nos efeitos causados ao parâmetro linha, onde o cabo guarda não tem interferência nos parâmetros. Mesmo estes sendo aterrados, a diferença seria sentida nos parâmetros elétricos da torre que suspende a linha, e estes para simplificação dos cálculos não foram representados.

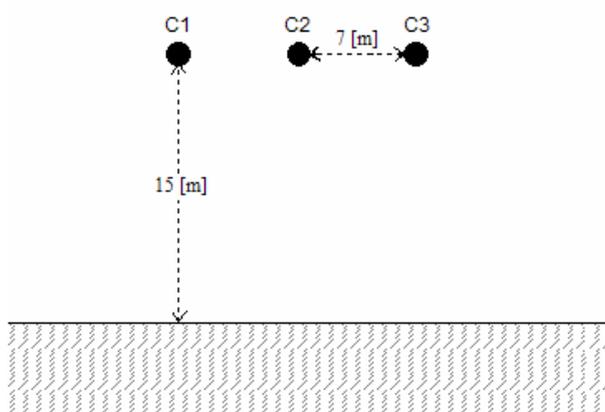


Fig-4.1 Configuração da linha para o caso teste

A evolução das funções no domínio da frequência apresentou troca de colunas de autovetores, ocasionada pela constante de propagação complexa. Esta troca ocorre no momento da procura da raiz de matriz produto, como esta matriz apresenta mais de uma raiz para cada valor na frequência, a evolução da equação pode ocasionar na explicitação da raiz errada e conseqüentemente troca de direção da função. Este problema é resolvido utilizando o método de Newton-Raphson, que testa valor por valor no domínio da frequência para que possa acertar a direção que toma a função.

As relações corrente e tensão para a linha no domínio da frequência foram estão descritas no Apêndice C e a para a transformação destas equações do domínio da frequência para o domínio do tempo, foi utilizado a transformada inversa de Laplace descrita no Apêndice D.

4.1. Domínio da Frequência

4.1.1. Coeficiente de Propagação

O coeficiente de propagação da linha, pode ser dividido em: parte real (a constante de atenuação α) e a parte imaginária (a constante de fase β). Estas constantes foram desenvolvidas no domínio da frequência $[0.1 - 100 \text{ MHz}]$ para serem observadas as discrepâncias entre os modelos considerados. A Fig-4.2 mostrados o comportamento na frequência da parte real coeficientes $\gamma[1,1]$ e $\gamma[2,1]$ da matriz de propagação.

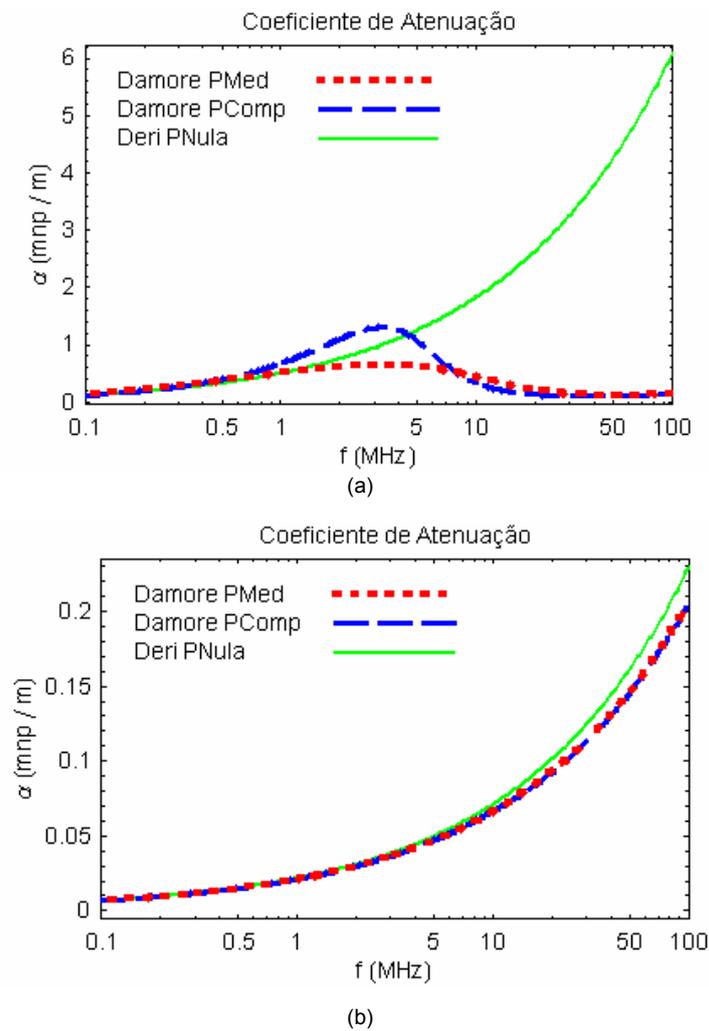


Fig-4.2. Coeficiente de atenuação da onda. Parte real dos termos $\gamma[1,1]$ (a), e $\gamma[2,1]$ (b). da matriz de Propagação

Pode-se observar que pelo modelo “completo” para o coeficiente $Re[\gamma[1,1]]$ da matriz de propagação (Fig-4.2a), tem um comportamento assintoticamente tendendo a zero

para as altas frequências. A partir de 3MHz , a frequência crítica do sistema, o modelo tem comportamento inverso ao modelo convencional que tende a valores infinitos. Devemos atentar para que a alta frequência o modelo “completo” tem o mesmo comportamento que para frequências baixas. Os modelos *Damore Pmed* e *Deri Pnulo* apresentam valores similares até 2MHz , onde o modelo do solo não é mais válido. Assim, pode-se crer que o responsável pela queda no valor de atenuação é o modelo da linha., que precisa ser discutido para valores acima de 3MHz .

O coeficiente $Re[\gamma[2,1]]$ da matriz de propagação (Fig-4.2b), apresentou comportamento e valores similares até 5MHz , após o modelo convencional distua mas em valores pequenos que podem ser desconsideradas.

A Fig-4.3 representa a constante de fase no domínio da frequência, a qual representa o fator que modifica a amplitude da onda com a variação da distância. Foi plotado o coeficiente $Im[\gamma[1,1]]$ da matriz de propagação em escala linear na frequência $[0.1 - 100\text{MHz}]$.

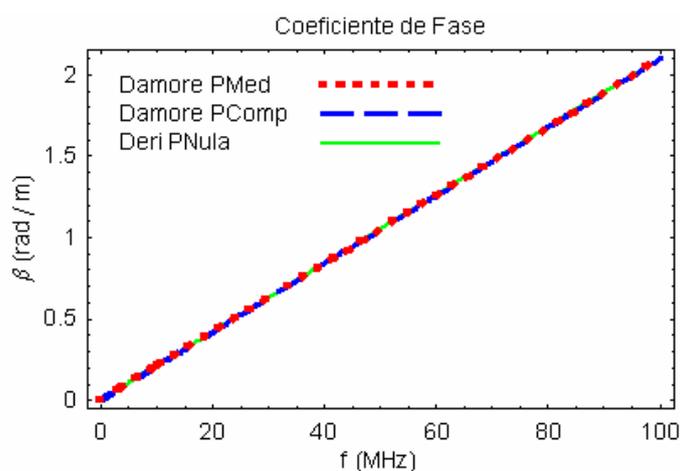


Fig-4.3 Coeficiente de fase da onda

Neste pode-se atentar para linearidade de seu comportamento com a variação dos valores da frequência para todos os modelos considerados e pela igualdade entre os coeficientes imaginários da matriz de propagação. Isto pode ser justificado por que a constante de fase representa o comportamento no condutor com a variação da distância, e como todos os modelos utilizaram o mesmo condutor e o mesmo comprimento tendem a ter as mesmas respostas.

4.1.2. Impedância Série

Foram desenvolvidos na frequência $[0.1 - 10 \text{ MHz}]$ os coeficientes de uma coluna da matriz de impedância série. Estão representadas na Fig-4.4 a parte real e a imaginária.

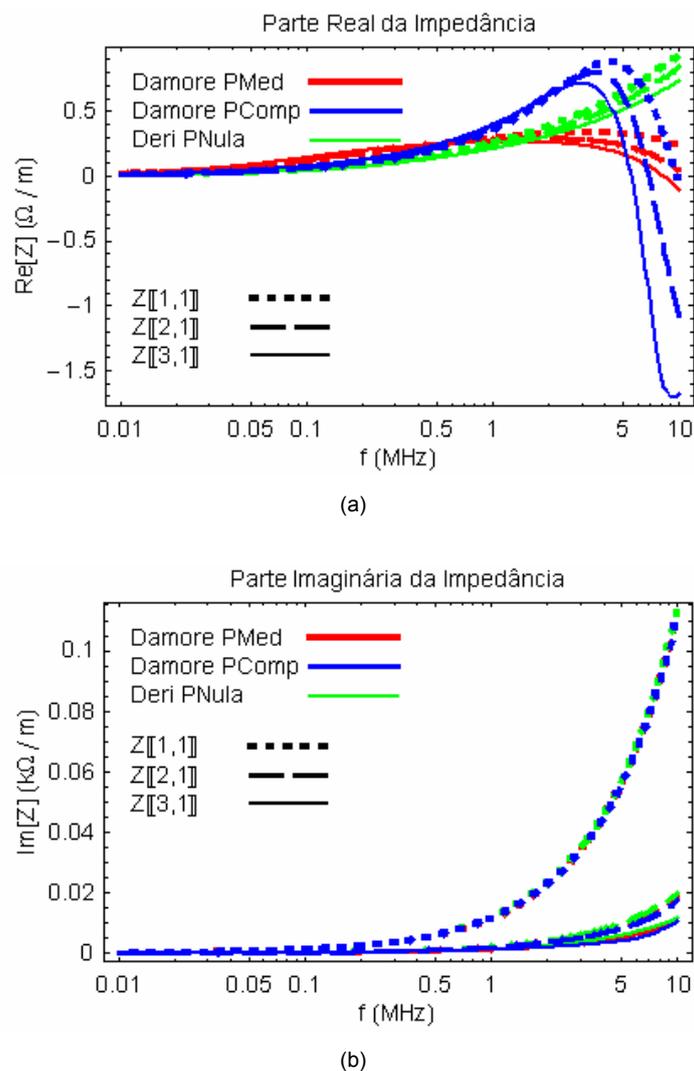


Fig-4.4 Representada a primeira coluna da impedância série unitária. Sendo a parte real (a) e parte imaginária (b)

A parte real (Fig-4.4a) da impedância até 3 MHz apresenta comportamento similar entre modelos, são funções monotônicas com diferentes inclinações, que variam principalmente com o modelo do solo. A partir de 3 MHz , o modelo “completo” tende a ter um decréscimo, atenuado quando utilizado o modelo do solo completo, que leva a valores negativos para a parte real da impedância. A Tabela-5.1 apresenta as frequências, a partir das quais, os coeficientes da impedância tornam-se negativos.

Tabela-4.1. Valores da frequência os quais a parte real da impedância tem seu valor negativo

MODELO	Z[1,1] (Hz)	Z[2,1] (Hz)	Z[3,1] (Hz)
Damore Pmed	Não negativo	Não negativo	$8.31251 \cdot 10^6$
Damore Pcom	$1 \cdot 10^7$	$6.90979 \cdot 10^6$	$5.6126 \cdot 10^6$
Deri Pnulo	Não negativo	Não negativo	Não negativo

O modelo “completo” do solo (*Damore Pcom*) apresenta valores negativos a partir de 5.6 MHz . Utilizando o modelo do solo medido (*Damore Pmed*) estes valores sumiram ou ocorreram em pontos mais altos, salientando assim, a dependência de um modelo adequado para o solo para altas frequências. Estes valores negativos trazem uma classificação do ponto de vista físico para a linha, de uma fonte. Este ao invés de consumir, como normalmente funciona uma resistência, produz, um comportamento irreal para este componente passivo. Outro ponto do modelo “completo” que deve ser discutido em trabalhos futuros.

A parte imaginária (Fig-4.4b) mostrou ter o mesmo comportamento entre modelos para todos os coeficientes imaginários da matriz impedância série.

4.1.3. Admitância Transversal

A admitância transversal, a qual foi dedicada o título e atenção maior neste trabalho foi desenvolvida no domínio da frequência $[0.1 - 10 \text{ MHz}]$, sendo representada sua parte real e imaginária na Fig-4.5.

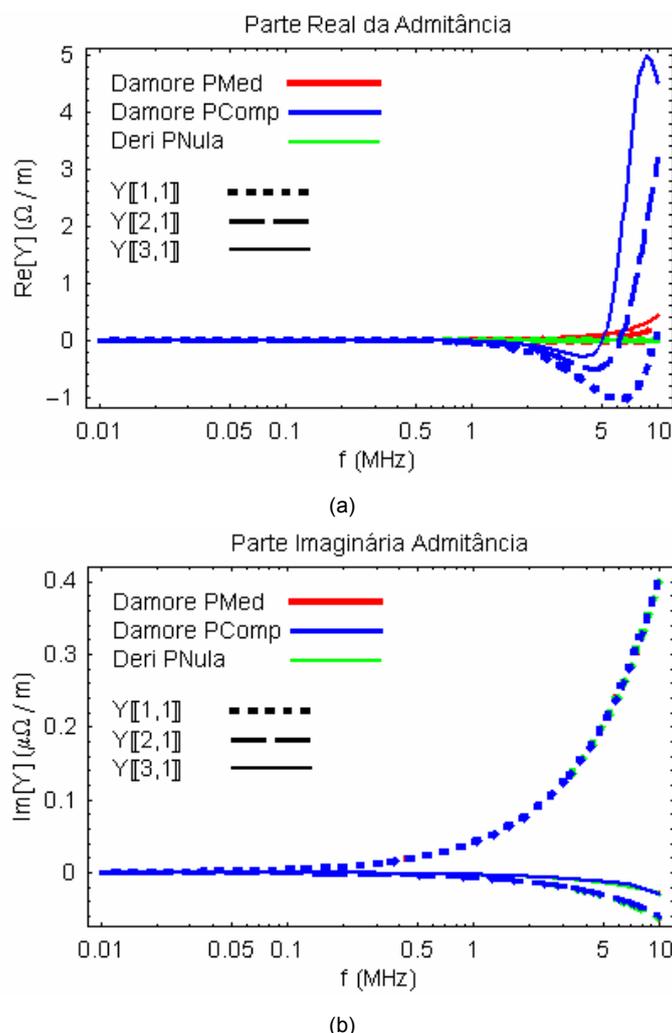


Fig-4.5 Representada a primeira coluna da admitância transversal unitária.
Sendo a parte real (a) e parte imaginária (b)

Pode-se observar que a parte real da admitância (Fig-4.5a), que é desconsiderada para o modelo convencional, conseqüentemente sendo nula, para o modelo "completo" há valores diferentes de zero para frequências acima de 1 MHz . Apresentando valores mais altos para o modelo completo do solo do que o modelo medido, mostrando como na impedância grande dependência com o modelo do solo, necessitando assim de uma boa representação para valores acima de 1 MHz . Valores negativos, como o ocorrido para a impedância também foram observado para o modelo "completo". Nota-se comportamentos quase inversos ao da parte real da impedância série, mostrando dualidade entre parâmetros da linha.

A parte imaginária como na impedância (Fig-4.5b) apresentou valores semelhantes entre modelos para todos os coeficientes imaginários da matriz admitância transversal.

4.1.4. Admitância e Impedância Característica

A admitância característica, que a matriz que relaciona tensão com a corrente na linha, apresentou as seguintes respostas para o domínio da frequência:

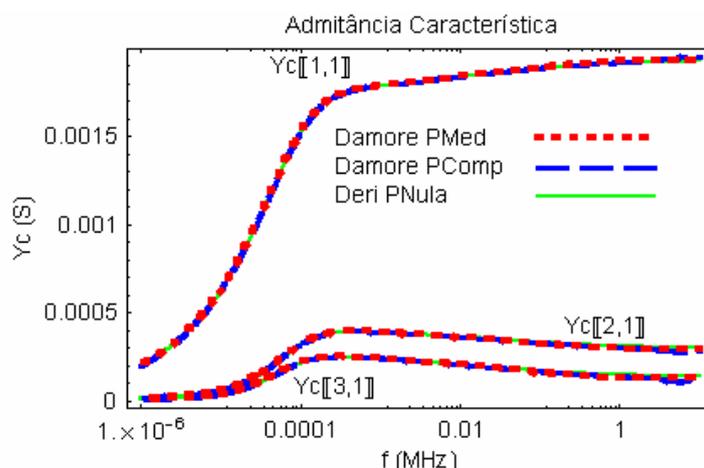


Fig-4.6 Coeficientes da primeira coluna da matriz de admitância característica. Os modos de fase $Yc[1,1]$ e modos mútuos $Yc[2,1]$ e $Yc[3,1]$

Em valores de módulo, todos os modelos e apresentaram comportamentos similares para os coeficientes desta matriz. Sendo na ordem de cima para baixo na Fig-4.6: o modo de fase $Yc[1,1]$ e modos mútuos $Yc[2,1]$ e $Yc[3,1]$, respectivamente Os módulos das discrepâncias entre os modelos “completo” e convencional na ordem de:

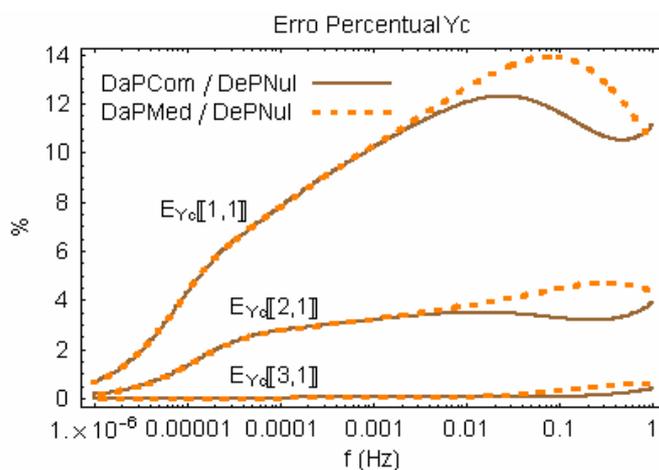


Fig-4.7 Erro relativo Admitância Característica

Estas discrepâncias relativas ao modelo convencional e solo bom condutor, foram observadas até 1 MHz onde é válida o modelo convencional. As diferenças relativas no modelo “completo” para os dois modelos do solo, são iguais até valores de 10 kHz , a partir o modelo do solo medido obteve discrepâncias maiores, de até 14% .

Estas discrepâncias são mais bem observadas neste trecho de $[0.01-10\text{ MHz}]$ pela matriz de impedância característica:

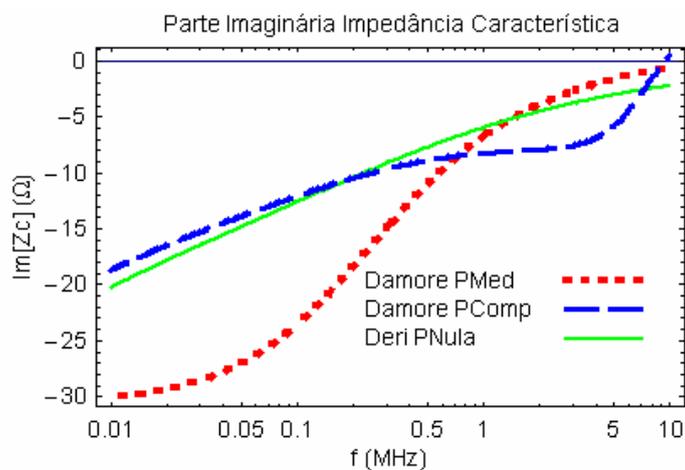
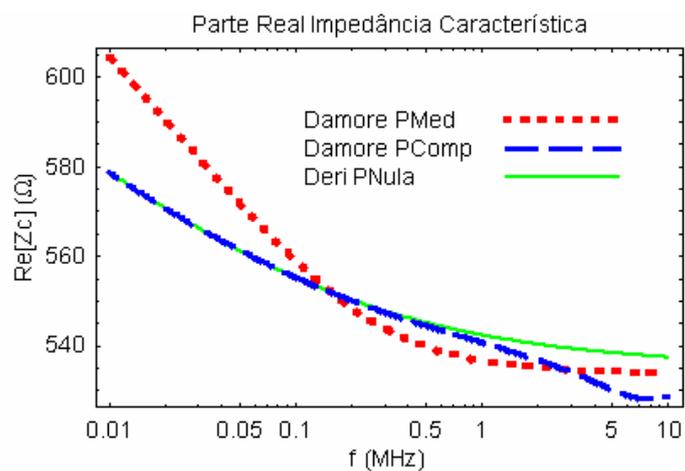


Fig-4.8. Coeficiente de fase da impedância característica $Z[1,1]$. Parte real (a) e parte imaginária (b)

O modelo “completo” oscila em torno da curva do modelo convencional, tanto a parte real quanto a imaginária. Sendo o modelo da permitividade medida com valores mais acurados e menos oscilantes com relação à permitividade complexa.

4.1.5. Velocidade de Propagação

A velocidade de propagação na linha tem um comportamento similar para todos os modelos. Para até 10 Hz a linha apresenta uma baixa velocidade limitada pelo comprimento da linha, a partir deste valor à velocidade da propagação da onda é próxima a velocidade da luz, não ultrapassando este valor o que valida os modelos.

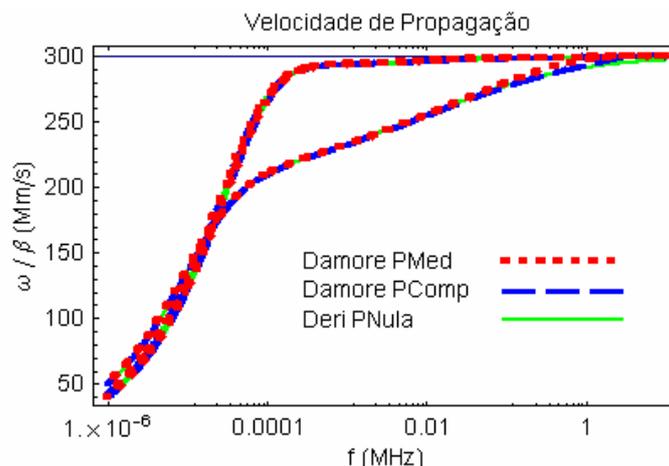


Fig-4.9. Velocidade de Propagação na onda

A velocidade de propagação da onda para os diferentes modelos obteve resultados similares, como já era esperado, pois já que esta é a relação entre a frequência angular e o coeficiente de atenuação (ω / β), e observou-se em Fig-4.3 que são iguais para todos os modelos.

4.1.6. Matriz Deformação de Tensão

A matriz de deformação de tensão na linha (eq. 3.3) foi desenvolvida no domínio da frequência [$0.01-10\text{ MHz}$], a qual relaciona o valor da tensão na entrada da linha com os valores de tensão em função do comprimento da linha. Foi plotada toda a primeira coluna da matriz, onde o termo na Fig-4.10 que sai do valor 1 é referente a fase $A[1,1]$, e os termos que saem de 0 são referentes aos modos mútuos $A[2,1]$ e $A[3,1]$.

Pode-se notar na Fig-4-10 que valores similares até 100 kHz são obtidos, onde a atenuação da tensão com o aumento da frequência torna-se mais intensa. Até este valor a tensão de fase mantém uma relação próxima a unidade com a tensão no terminal inicial.

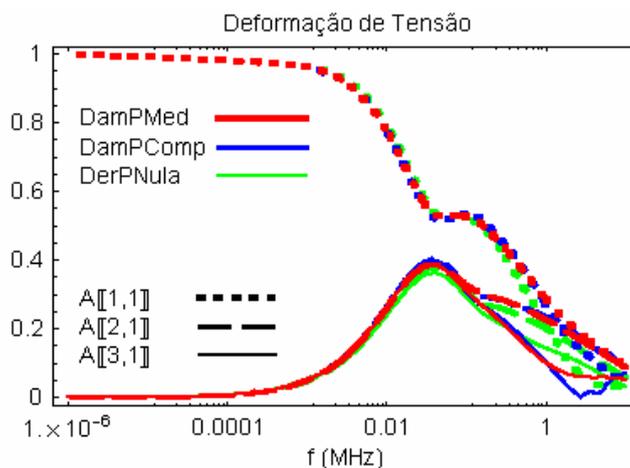


Fig-4.10. Módulo dos coeficientes da primeira coluna da matriz deformação de tensão ao longo da linha

Para valores acima de 0.1 MHz , na Fig-4.11, pode-se notar que os coeficientes desta matriz apresentaram diferentes atenuações e cruzaram em diferentes valores de frequência, o que implica em diferentes valores de tensão e de ressonância para o sistema. Os modelos *Damore Pmed* e *Damore Pcom* mostraram ter resultados similares até a faixa 1 MHz , mesmo utilizando diferentes modelos de solo, mostrando a dependência da tensão com o modelo da linha.

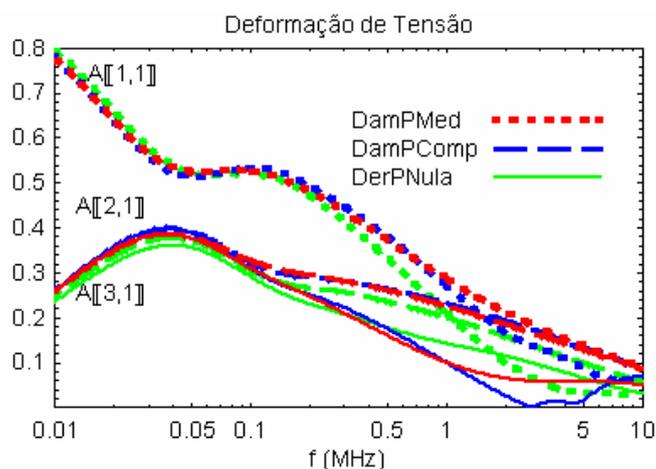


Fig-4.11. Módulo dos coeficientes da primeira coluna da matriz deformação de tensão ao longo da linha para a alta frequência.

Para efeito de comparação foi calculado o módulo do erro relativo entre as curvas desenvolvidas para o modelos “completo” e o modelo convencional. Esta analisada na Fig-4.12.

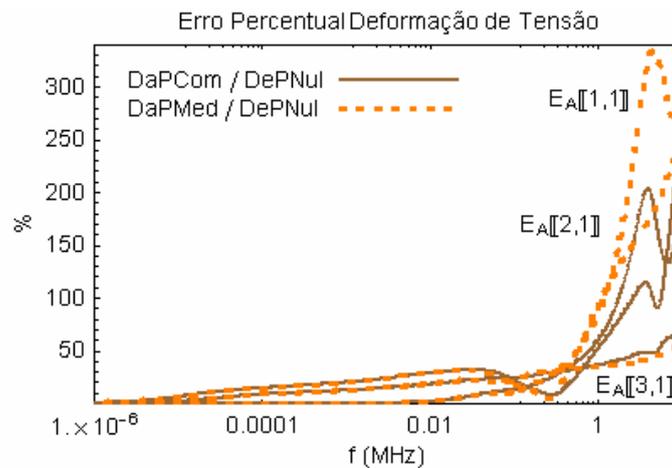


Fig-4.12 Módulo do erro relativo para a matriz de deformação de tensão.

Nota-se diferenças relativas de até 340 % para valores de 1 MHz, e discrepâncias ainda maiores para valores acima deste nível de frequência. Mostrando a necessidade de um modelo de linha para alta frequência que represente os efeitos do solo por completo.

4.2. Domínio do Tempo

4.2.1. Resposta ao Cosseno

Para verificar os impactos dos parâmetros do solo nos níveis de tensão nos terminais da linha no domínio do tempo, foi simulado a energização da linha para a mesma configuração mostrada na Fig-4.1, utilizando agora apenas o modelo convencional solo bom condutor (*Deri Pmulo*) e o modelo “completo” parâmetros do solo medidos (*Damore Pmed*). Para este caso a linha apresenta 25 km de comprimento.

O caso foi simulado em um espaço de tempo de 20 ms, neste foi injetado em uma linha com os terminais de saída a vazios, uma fonte de tensão nas três fases em forma de cosseno de pico de 1 V para representarmos os valores por unidades (p.u.). A fonte de tensão é representada por um equivalente de Norton apresentado na Fig-4.13

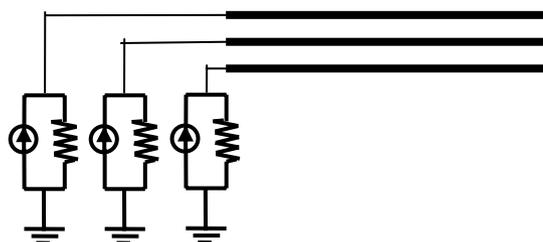


Fig-4.13 Linha de transmissão a vazios com energização nas três fases

onde seus valores de fase são:

$$\begin{aligned}
 Va(t) &= 1 \cos(\omega_0 t) \\
 Vb(t) &= 1 \cos(\omega_0 t - 120^\circ) \\
 Vc(t) &= 1 \cos(\omega_0 t + 120^\circ) \\
 \omega_0 &= 2 \pi 60
 \end{aligned}
 \tag{5.1}$$

ω_0 é a frequência angular natural de excitação do sistema.

A tensão no final da linha para as três fases terá a forma de onda representada pela Fig-4.14

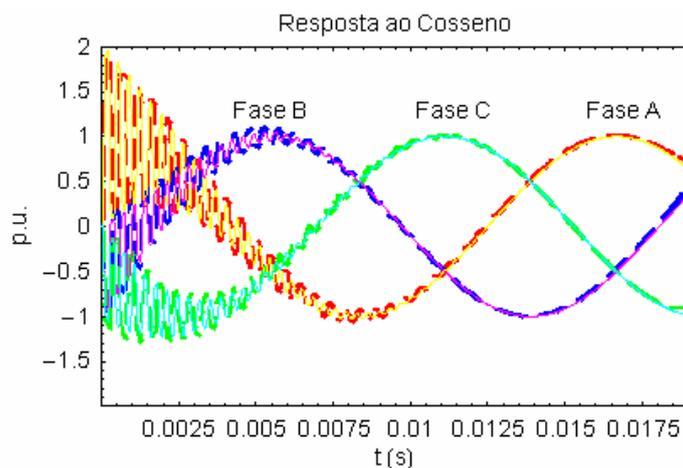


Fig-4.14 Tensão no final da linha de transmissão para energização com uma fonte cossenoidal de tensão

Esta apresenta forte oscilação principalmente para a fase A que recebe o maior valor no tempo inicial, $t = 0 \text{ seg}$. Estabilizando em torno de 15 msec . Um tempo relativamente alto, mas que foi representado pelos dois modelos. Observando apenas os primeiros 6 msec para a fase A:

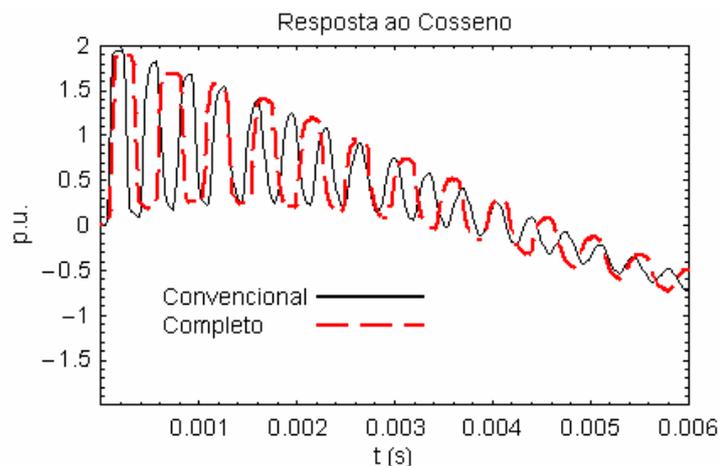


Fig-4.15 Tensão no final da linha de transmissão

Pode-se notar que para o modelo “completo”, as oscilações tiveram uma maior constante de tempo. Seus picos de oscilação foram mais longos, resultando assim, em um atraso de fase em relação ao modelo convencional. Este retardo de tempo está na casa dos 10^{-4} seg , que representa um efeito à alta frequência onde os parâmetros do solo têm maior influência.

Os valores máximos da oscilação não apresentaram discrepância considerável. Isto mostra que para a energização a utilização do modelo “completo” para a linha e o modelo medido para o solo, não introduz mudanças significativas para os níveis de tensão, devendo ser observada apenas os valores de ressonância da linha.

4.2.2. Resposta ao Impulso de Corrente

Para uma linha de curta de 2 km recebendo uma descarga atmosférica, onde pudesse observar maiores valores de sobretensão, foi injetado em uma fase da linha um impulso de corrente de 10 p.u., na seguinte forma:

$$Ia(t) = 10 \left[e^{-130000t} - e^{-440000t} \right] \quad (5.2)$$

com os terminais de saída da linha a vazio.

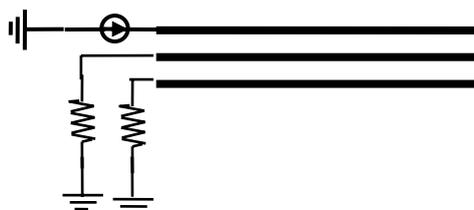


Fig-4.16 Linha de transmissão a vazio com um fase energizada

A tensão no terminal de saída da linha para as três fases é representada na Fig-4.17.

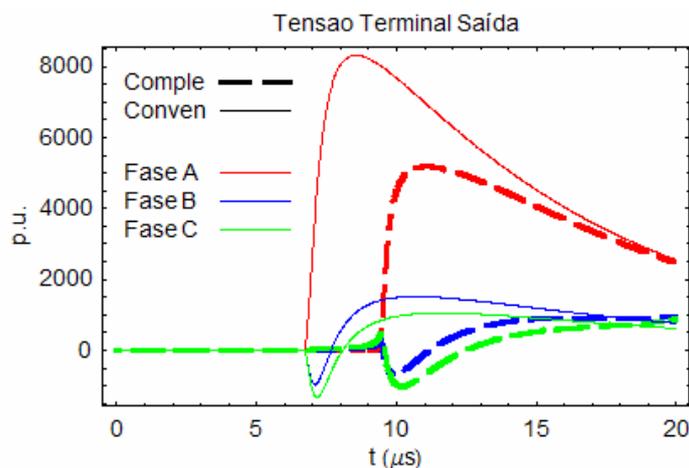


Fig-4.17 Tensão na linha no terminal de saída nas três fase, onde esta foi excitada por um impulso de corrente na fase A.

Para o terminal de saída pode-se observar um retardamento de 3 μseg do modelo completo para o modelo convencional, ocorrido pelos mesmos motivos descritos para o caso do cosseno. Observa-se ainda que o valor de pico na fase A, excitada pelo impulso de corrente, para a curva *Damore Pmed* é em torno de 66% do valor de pico do modelo *Deri Pnulo*. Esta atenuação ocasiona menores valores de sobretensão para a linha, e conseqüentemente menores níveis de isolamento para os cabos.

Como curiosidade é interessante observar na Fig-4.18 que como a linha é curta, mesmo neste pequeno espaço de simulação a reflexão da onda é sentida nos terminais de entrada.

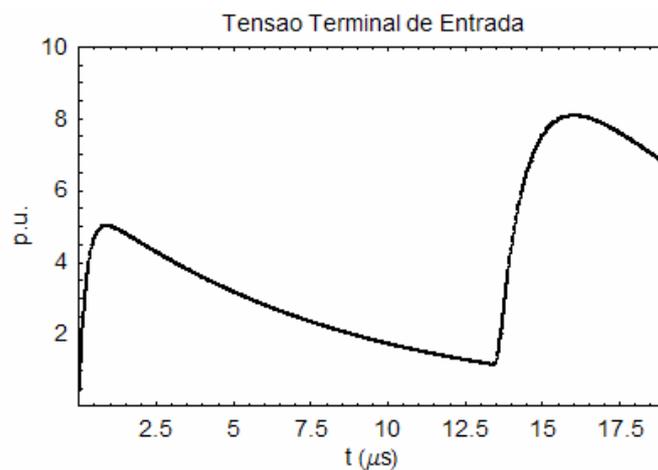


Fig-4.18 Tensão na linha no terminal de entrada na fase A excitada

Pode-se notar na Fig-4.18, que em $13,5 \mu\text{seg}$ o valor da tensão no terminal de entrada a reflexão da onda é sentida nos terminais de entrada. Seu valor é duplicado como era esperado, pois como a linha esta a vazio, toda a onda é refletida. Isto ocorre independentemente do modelo utilizado.

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho teve como principal foco observar os efeitos do solo na propagação transversal da onda. Diferentemente da impedância série que o modelo do solo independe do modelo da linha, pois todos representam seu efeito, foram utilizados diferentes modelos para a linha, em que, um incluiu os efeitos das perdas no solo na admitância transversal e o outro os desconsiderasse. Em nenhum momento deste trabalho, teve-se como objetivo validar os modelos utilizados, tanto para o solo quanto para a linha.

Os parâmetros série calculados pelos diferentes modelos foram comparados, com o objetivo de minimizar suas discrepâncias e apenas avaliar os efeitos do solo nos parâmetros transversais. Nas seções 2.2.2 e 3.2.4, estas comparações obtiveram

sucesso, pode-se observar que as equações para impedância série são similares considerando o solo como um meio bom condutor. Entretanto, como foram utilizados diferentes modelos nas simulações para a propagação no solo, não existe a garantia de que os diferentes valores obtidos no domínio da frequência e do tempo são devidos somente à inclusão da perda do solo nos parâmetros transversais.

Para o solo foram apresentados três diferentes modelos, em que estes representam diferentes meios, levando-se em conta as representações utilizadas normalmente para o solo, a simplificada (solo bom condutor), a completa (parâmetros complexos) e a medida (proposta por Portela [7-8]). As constantes de propagação destes diferentes modelos mostraram ter o mesmo comportamento para a evolução no domínio da frequência. Entretanto, foram observados erros relativos de até 100% para a alta frequência, que implicam, em diferentes resultados para os parâmetros elétricos unitários da linha de transmissão, principalmente quando o solo apresenta má condutividade. Isto mostra o particular comportamento do solo, que para uma fiel representação da propagação da onda no solo, o tratamento por equações gerais para meios pode introduzir erros consideráveis. Para valores abaixo de 1 kHz, qualquer modelo do solo apresentado pode ser utilizado sem que prejudique os resultados.

A impedância série e a admitância transversal unitários mostraram ter comportamentos inversos, descrevendo uma dualidade no modelo. Sendo assim, os valores negativos observados para a impedância e para a admitância se compensam, e não impactam o cálculo de γ , o coeficiente de propagação da onda na linha. Com isso, a admitância característica e a matriz de deformação de tensão que dependem de γ , mostraram ter comportamentos similares entre modelos.

Deve-se atentar para as discrepâncias ocorridas para a matriz de deformação de tensão, como esta variável relaciona tensão no início da linha com a tensão em função do comprimento da linha, diferentes valores entre modelos serão observados para o mesmo valor de frequência. Sendo assim, a desconsideração da admitância do solo em um projeto de linha, implica para altos valores de frequência (regime transitório), em respostas modificadas para a tensão e a corrente, principalmente quando esta excitada a valores altos, como um impulso. Para o regime permanente não são observadas variações. Ainda nesta matriz, deve-se atentar para os diferentes valores de frequência, os quais os coeficientes da matriz se cruzam. Isto representa diferentes valores de ressonância para linha, sendo assim diferentes valores de frequência para

os calculados em um projeto considerando o modelo convencional, os quais excitados poderão causar algum distúrbio para o sistema, até possível perda de equipamentos.

Para o domínio do tempo, foram observadas diferenças de fase e de pico entre as ondas calculadas pelos modelos, isto causa no regime transitório picos de módulos e tempo diferentes. Estes valores são utilizados para os cálculos de níveis máximos de tensão que a linha deve suportar para que não vença a barreira dielétrica do meio imerso, ou seja, para que não haja nenhum tipo de descargas entre fases e/ou solo ou torre na linha. Sendo assim, a previsão de um valor máximo não consistente com a realidade, pode ocasionar em maiores gastos com o projeto, caso seja superdimensionado, ou até problemas de efeito corona, caso seja dimensionado para níveis baixos.

Para a simulação de uma descarga elétrica na linha, pode-se notar que o máximo valor de sobre tensão na linha foi menor para o modelo “completo” com representação do solo medida. Com isso, podemos crer que na coordenação da isolação da linha e equipamentos ligados a ela, menores valores de sobretensões serão observados, precisando então de um menor nível de isolamento, e com isso menos gastos para o projeto da linha. Para a energização da linha não foram observadas discrepâncias consideráveis.

Estes resultados mostram a utilização de um modelo que não consideram os efeitos do solo nos parâmetros transversais da linha pode introduzir erros no cálculo de parâmetros elétricos e conseqüentemente valores de tensão e corrente na linha. Principalmente considerando que os tempos de simulações foram obtidos para esta mesma configuração de linha utilizada Fig-4.1:

Modelos	Tempo (seg)
Convencional	2.29687
Completo	3.03125
Função Integral de Carson ^{*1}	40.00000

Utilizar o modelo “completo” e solo medido não introduz um esforço computacional muito maior que o requerido para o modelo convencional quando comparado ao modelo não simplificado. Sendo assim, os cálculos para os efeitos do solo nos

^{*1} Primeiro modelo para cálculos de linhas de transmissão em função de integrais infinitas comentado na seção 1.2. Como não é um modelo simplificado, este gera grandes esforços computacionais, na ordem do modelo completo não simplificado.

parâmetros transversais da linha podem ser mais precisos gastando um tempo similar de trabalho quando utilizamos estes modelos.

Como trabalho futuro pode ser proposto: a real validação do modelo “completo”, que apresentou diferentes respostas quando se referiam as equações de tensão a diferentes planos, o que mostra inconsistência, e até procurar ate onde os valores negativos para a impedância série e admitância transversal unitários interfere na representação da linha.

Referências Bibliográficas

- [1] J. R. Carson, "Wave propagation in overhead wires with ground return", Bell Syst. Tech. J., vol. 5, pp. 539-554, 1926.
- [2] J. R. Wait, "Theory of wave propagation along a thin wire parallel to an interface", Radio Sci., vol. 7, no. 6, pp. 675-679, June 1972.
- [3] M. D'Amore, M. S. Sarto, "Simulation Models of a Dissipative Transmission Line Above a Lossy Ground for a Wide Frequency-Range - Part I: Single Conductor Configuration", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 38, no. 2, pp. 127-138, May 1996
- [4] M. D'Amore, M. S. Sarto, "Simulation Models of a Dissipative Transmission Line Above a Lossy Ground for a Wide Frequency-Range - Part II: Multiconductor Configuration", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 38, no. 2, pp. 139-149, May 1996
- [5] J.D. Kraus, K.R. Carver, "Eletromagnetismo", 2ª ed., Editora Guanabara
- [6] W.H. Hayt, J. A. Buck, "Eletromagnetismo", 6ª ed, Editora LTC
- [7] Portela, C., "Frequency and Transients Behavior of Grouding Systems I - Physical and Methodological Aspects", Proceedings 1997 International Symposium on Electromagnetic Compatibility, pp 380-384, Austin, Texas, USA, August 1997.
- [8] Portela, C., "Frequency and Transients Behavior of Grouding Systems II – Practical application Examples", Proceedings 1997 International Symposium on Electromagnetic Compatibility, pp 385-390, Austin, Texas, USA, August 1997.
- [9] C. Portela, "Influence in lightning effects of soil electromagnetic behavior in frequency domain", in Proc. Int. Conf. Lightning Protection, Cracow, Poland Sep. 2002, vol. I, pp. 394-399

-
- [10] M. D'Amore, M. S. Sarto, "A new Formulation of lossy ground return parameters for transient analysis of multiconductor dissipative lines", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 12, no. 1, pp. 303-314, January 1997
- [11] Lima, "Inclusion of Frequency-Dependent Soil Parameter in Transmission-Line Modeling", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 22, no. 1, pp. 492-499, January 2007
- [12] C.M. Portela, M.C. Tavares, J. Pissolato, "Analyzing the Earth Conductivity and Permittivity Frequency Dependence Influence to Electromagnetic Transient Phenomena" IEEE Transactions on Power Delivery, pp. 849-854, 2000
- [13] B. Gustavsen, "Validation of Frequency-Dependent Transmission Line Models", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 20, no. 2, pp. 925-933, April 2005
- [14] L.M. Wedepohl, H.V. Nguyen, G.D. Irwin, "Frequency-Dependent Transformation Matrices for Untransposed Transmission Lines using Newton-Raphson Method", IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 11, no. 3, pp. 1538-1546, August 1996
- [15] Zanetta, L.C., 2003, "Transitórios Eletromagneticos em Sistemas de Potência", Editora da Universidade de São Paulo.
- [16] Stevenson, W.D., 1982, "Elements of Power System Analysis", 4^a ed., McGraw Hill.
- [17] Ramirez, A., Gomez, P., Moreno, P., et al., 2004, "Frequency Domain Analysis of Electromagnetic Transients Through the Numerical Laplace Transform", IEEE Power Engineering Society General Meeting
- [18] A.C.S. Lima, "Campos & Ondas", Notas de Aula, COPPE/UFRJ, 2007.

Apêndice A

Vetor Potencial de Hertz

Ao invés de utilizar os potenciais vetores e escalares uma outra formula de solução consiste em utilizar o vetor potencial de Hertz ou simplesmente Vetor de Hertz. Desta forma é “possível” exprimir o campo magnético e os potenciais, Φ e A a partir de um único vetor “potencial”, permitindo-se expressar tanto H e E diretamente deste vetor. Numa região do espaço linear, homogênea e isotrópica, em que não haja correntes de condução nem cargas, supondo uma possível separação do meio, para o qual possua polarização elétrica residual P_0 , considera-se um vetor Π_E de forma que:

$$A_E = \mu\epsilon \frac{\partial \Pi_E}{\partial t} \quad (\text{A.1})$$

conseqüentemente:

$$B = \mu\epsilon \nabla X \frac{\partial \Pi_E}{\partial t} \quad E = \nabla (\nabla \cdot \Pi_E) - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \Pi_E}{\partial t^2} \quad (\text{A.2})$$

Onde seja a função escalar:

$$\phi_E = -\nabla \cdot \Pi_E \quad (\text{A.3})$$

e que para este mesmo meio, supondo polarização magnética residual M_0 considera-se o vetor Π_H de forma:

$$A_H = \mu\epsilon \frac{\partial \Pi_H}{\partial t} \quad (\text{A.4})$$

conseqüentemente:

$$D = \mu\epsilon \nabla X \frac{\partial \Pi_E}{\partial t} \quad H = \nabla (\nabla \cdot \Pi_H) - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \Pi_H}{\partial t^2} \quad (\text{A.5})$$

onde a função escalar é dada por:

$$\phi_H = -\nabla \cdot \Pi_H \quad (\text{A.6})$$

Obtemos estas soluções correspondentes as seguintes relações de densidades de distribuição, respectivamente:

$$\nabla^2 \Pi_E - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \Pi_E}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{A.7a})$$

$$\nabla^2 \Pi_H - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \Pi_H}{\partial t^2} = -M_0 \quad (\text{A.7b})$$

Na hipótese de, num determinado domínio espacial não houver polarização residual elétrica ou magnética e o meio for caracterizado por ε , μ e σ constantes obtemos soluções do tipo:

$$\nabla^2 \Pi_E - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \Pi_E}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial \Pi_E}{\partial t} = 0 \quad (\text{A.8a})$$

$$\nabla^2 \Pi_H - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \Pi_H}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial \Pi_H}{\partial t} = 0 \quad (\text{A.8b})$$

$$E = \nabla \times (\nabla \times \Pi_E) - \mu \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times \Pi_H \quad (\text{A.8c})$$

$$H = \nabla \times \left(\varepsilon \frac{\partial \Pi_E}{\partial t} + \sigma \Pi_E \right) + \nabla \times (\nabla \times \Pi_H) \quad (\text{A.8d})$$

Apêndice B

Modelagem completa da Linha de Transmissão

B.1 Componentes de Campo em Função de Potenciais de Hertz

Os componentes do campo eletromagnético definidos para um fio fino de comprimento infinito e paralelo acima ao *eixo*- x , pode ser expresso em função de componentes de x . por Π_E e Π_H , vetores elétrico e magnético de Hertz.

Assumindo que a corrente no condutor é representada no domínio da frequência pela expressão exponencial (2.1), Π_E , Π_H , para o ponto genérico (x,y,z) no ar e no solo assumindo a seguintes expressões:

$$\begin{aligned} \Pi_E(x, y, z) = & -\frac{j\omega\mu_0}{4\pi k_0^2} I_0 \exp(-j\gamma) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \{ \exp[-u_0|y-h|] \\ & + R_E(\lambda) \exp[-u_0(y+h)] \} \cdot \frac{\exp(-jz\lambda)}{u_0} d\lambda \end{aligned} \quad y \geq 0 \quad (\text{B.1a})$$

$$\begin{aligned} \Pi_H(x, y, z) = & -\frac{j\omega\mu_0}{4\pi k_0^2} I_0 \exp(-j\gamma) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} R_H(\lambda) \\ & \cdot \exp[-u_0(y+h)] \cdot \frac{\exp(-jz\lambda)}{u_0} d\lambda \end{aligned} \quad y \geq 0 \quad (\text{B.1b})$$

$$\begin{aligned} \Pi_{Es}(x, y, z) = & -\frac{j\omega\mu_0}{4\pi k_0^2} I_0 \exp(-j\gamma) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} R_{Es}(\lambda) \\ & \cdot \exp[-u_0 h + u_s y] \} \cdot \frac{\exp(-jz\lambda)}{u_0} d\lambda \end{aligned} \quad y < 0 \quad (\text{B.1c})$$

$$\begin{aligned} \Pi_{Hs}(x, y, z) = & -\frac{j\omega\mu_0}{4\pi k_0^2} I_0 \exp(-j\gamma) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} R_{Hs}(\lambda) \\ & \cdot \exp[-u_0 h + u_s y] \cdot \frac{\exp(-jz\lambda)}{u_0} d\lambda \end{aligned} \quad y < 0 \quad (\text{B.1d})$$

no qual os componentes R_E , R_H e R_{Es} , R_{Hs} são computados para um enlace contínuo do componente tangencial elétrico e magnético da interface ar-terra.

$$R_E(\lambda) = -1 + u_0 \frac{2k_0^2}{k_0^2 - \gamma^2} \left(\frac{1}{u_0 + u_s} - \frac{\gamma^2}{k_s^2 u_0 + k_0^2 u_s} \right) \quad (\text{B.2a})$$

$$R_H(\lambda) = -\frac{\gamma\lambda}{j\omega\mu_0} \frac{2k_0^2}{k_0^2 - \gamma^2} \left(\frac{1}{u_0 + u_s} - \frac{k_0^2}{k_s^2 u_0 + k_0^2 u_s} \right) \quad (\text{B.2b})$$

$$R_{Es}(\lambda) = u_0 \frac{2k_0^2}{k_s^2 - \gamma^2} \left(\frac{1}{u_0 + u_s} - \frac{\gamma^2}{k_s^2 u_0 + k_0^2 u_s} \right) \quad (\text{B.2c})$$

$$R_{Hs}(\lambda) = -\frac{\gamma\lambda}{j\omega\mu_0} \frac{2k_0^2}{k_s^2 - \gamma^2} \left(\frac{1}{u_0 + u_s} - \frac{k_0^2}{k_s^2 u_0 + k_0^2 u_s} \right) \quad (\text{B.2d})$$

considerando $\mu_s = \mu_0$ e para:

$$u_0 = \sqrt{\lambda^2 + \gamma^2 - k_0^2}, \quad u_s = \sqrt{\lambda^2 + \gamma^2 - k_s^2} \quad (\text{B.3})$$

O componente x do campo elétrico no ponto genérico (x, y, z) , com $y \geq 0$, é expresso por:

$$E_x(x, y, z) = -\frac{j\omega\mu_0}{\pi} M(\gamma, y, z) I(x) \quad (\text{B.4})$$

no qual:

$$M(\gamma, y, z) = \frac{k_0^2 - \gamma^2}{2k_0^2} \Lambda(\gamma, y, z) + S_{1s}(\gamma, y, z) + S_{2s}(\gamma, y, z) \quad (\text{B.5})$$

com

$$\Lambda(\gamma, y, z) = K_0 \sqrt{[-(y-h)^2 + z^2][k_0^2 - \gamma^2]} - K_0 \sqrt{[-(y+h)^2 + z^2][k_0^2 - \gamma^2]} \quad (\text{B.6a})$$

$$S_{1s}(\gamma, y, z) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[-u_0(y+h)]}{u_0 + u_s} \exp(-jz\lambda) d\lambda \quad (\text{B.6b})$$

$$S_{2s}(\gamma, y, z) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[-u_0(y+h)]}{k_s^2 k_0^{-2} u_0 + u_s} \exp(-jz\lambda) d\lambda \quad (\text{B.6c})$$

K_0 começa a função modificada de Bessel segundo tipo e ordem zero.

O componente x , $E_x(x, h, a)$ e $E_x(x, 0, a)$, onde as superfícies condutor em $(y = h)$ e o solo em $(y = 0)$, são deduzidos a partir de (B.4), para $y = h$ e $y = 0$, respectivamente.

B.2. Fluxo Magnético externo unitário

O fluxo magnético externo unitário $\Phi'(\gamma)$ no ar para a corrente $I(x)$ no condutor é

$$\Phi'(\gamma) = \frac{1}{2} \int_0^h H_z(x, y, a) dy \quad (\text{B.7})$$

Usando a expressão de H_z em termos de potenciais Hertz [7], o fluxo magnético:

$$\begin{aligned} \Phi'(\gamma) = -\mu_0 \left\{ \int_0^h \frac{\partial^2 \Pi_H(x, y, z)}{\partial x \partial y} \Big|_{z=a} dy \right. \\ \left. - j\omega \varepsilon_0 [\Pi_E(x, h, a) - \Pi_E(x, 0, a)] \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

Considerando (A.1a) e (A.1b), a seguinte expressão é obtida:

$$\begin{aligned} \Phi'(\gamma) = \frac{\mu_0 I(x)}{\pi(k_0^2 - \gamma^2)} \{ 0.5(k_0^2 - \gamma^2) \Lambda(\gamma, h, a) + k_0^2 [S_{1s}(\gamma, h, a) - S_{1s}(\gamma, 0, a)] \\ - \gamma^2 [S'_{1s}(\gamma, h, a) - S'_{1s}(\gamma, 0, a) + S_{2s}(\gamma, h, a) - S_{2s}(\gamma, 0, a) - S'_{2s}(\gamma, h, a) + S'_{2s}(\gamma, 0, a)] \} \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

no qual $\Lambda(\gamma, h, a), S_{1s}(\gamma, h, a), S_{1s}(\gamma, 0, a), S_{2s}(\gamma, h, a), S_{2s}(\gamma, 0, a)$ são deduzidos de (A.6a-c), e $S'_{1s}(\gamma, h, a), S'_{1s}(\gamma, 0, a), S'_{2s}(\gamma, h, a), S'_{2s}(\gamma, 0, a)$ seguem as seguintes integrais:

$$S'_{1s}(\gamma, y, z) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda^2 \exp[-u_0(y+h)]}{u_0^2} \exp(-jz\lambda) d\lambda \quad (\text{B.10a})$$

$$S'_{2s}(\gamma, y, z) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda^2 \exp[-u_0(y+h)]}{k_s^2 k_0^{-2} u_0 + u_s} \exp(-jz\lambda) d\lambda \quad (\text{B.10b})$$

O fluxo magnético unitário entre a superfície do condutor e o plano de referência a uma distância infinita abaixo do solo é dado por:

$$\begin{aligned} \Phi'_-(\gamma) &= -\mu_0 \int_{-\infty}^h H_z(x, y, a) dy \\ &= \Phi'(\gamma) - \mu_0 \int_{-\infty}^0 H_z(x, y, a) dy \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

no qual

$$\begin{aligned} \mu_0 \int_{-\infty}^0 H_z(x, y, a) dy = \int_{-\infty}^0 \frac{\partial^2 \Pi_{Hs}(x, y, z)}{\partial z \partial x} \Big|_{z=a} dy \\ - j\omega \hat{\varepsilon}_s [\Pi_{Es}(x, 0, a) - \Pi_{Es}(x, -\infty, a)] \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

Considerando (B.1c) e (B.1d), $\Phi'_-(\gamma)$ assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \Phi'_-(\gamma) = \Phi'(\gamma) + \frac{\mu_0 I(x)}{\pi} & \left\{ \frac{k_0^2}{(k_0^2 - \gamma^2)} [S_{1s}(\gamma, 0, a) - S_{2s}(\gamma, 0, a)] \right. \\ & \left. + \frac{\gamma^2}{(k_0^2 - \gamma^2)} [S_{1s}''(\gamma, 0, a) - S_{2s}''(\gamma, 0, a)] \right\} \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

no qual $S_{1s}''(\gamma, 0, a), S_{2s}''(\gamma, 0, a)$ são deduzidos da expressão geral da seguinte forma:

$$S_{1s}''(\gamma, y, z) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda^2}{u_0 u_s} \frac{\exp[-u_0(y+h)]}{u_0 + u_s} \exp(-jz\lambda) d\lambda \quad (\text{B.14a})$$

$$S_{2s}''(\gamma, y, z) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\lambda^2}{u_0 u_s} \frac{\exp[-u_0(y+h)]}{k_s^2 k_0^{-2} u_0 + u_s} \exp(-jz\lambda) d\lambda \quad (\text{B.14b})$$

Finalmente, o fluxo relativo ao campo magnético entre a superfície do condutor e a referência ao plano no infinito acima do solo é definida por:

$$\begin{aligned} \Phi'_+(\gamma) &= -\mu_0 \int_{\infty}^h H_z(x, y, a) dy \\ &= \Phi'(\gamma) + \mu_0 \int_0^{\infty} H_z(x, y, a) dy \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

no qual

$$\begin{aligned} \Phi'_+(\gamma) &= \frac{\mu_0 I(x)}{\pi(k_0^2 - \gamma^2)} \{ k_0^2 S_{1s}(\gamma, 0, a) \\ & - \gamma^2 [S_{1s}'(\gamma, 0, a) + S_{2s}'(\gamma, 0, a) - S_{2s}(\gamma, 0, a)] \} \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

B.3. Aproximação Logarítmica para as integrais de Sommerfeld

A aproximação das integrais de Sommerfeld para pequenos argumentos é expressa na forma logarítmica. Adotando $k_0^2 - \gamma^2 \cong 0$ e aplicando o procedimento descrito em [Petterson 1993], as integrais $S_{1s}(\gamma, y, z), S_{2s}(\gamma, y, z)$ em (B.6b) e (B.6c) assumem as seguintes expressões:

$$S_{1s}(\gamma, y, z) \cong \frac{1}{2} \ln(1 + \beta_1 r^{-1}) = \hat{S}_{1s}(y) \quad (\text{B.17a})$$

$$S_{2s}(\gamma, y, z) \cong \frac{k_0^2}{k_s^2 + k_0^2} \ln(1 + \beta_2 r^{-1}) = \hat{S}_{2s}(y) \quad (\text{B.17b})$$

onde

$$\beta_1 = \frac{2}{(k_0^2 - k_s^2)^{1/2}} = \xi_1 \quad \beta_2 = \frac{(k_0^2 + k_s^2)}{k_0^2 (k_0^2 - k_s^2)} = \xi_3 \quad r = [(h+y)^2 + z^2]^{1/2} \quad (\text{B.18})$$

Apêndice C

Modelo Simulação no Tempo

C.1. Modelo no Domínio da Freqüência

As relações entre as correntes e tensões nos terminais de entrada e saída da linha de transmissão são formuladas em termos de funções Hiperbólicas com solução da equação da onda, visto pelas equações (3.8a,b,c) e (3.13a).

Funções Hiperbólicas para matrizes, normalmente, não estão disponíveis em linguagem de programação. Como a simulação a ser realizada será de uma linha de transmissão multifásica, implicando em representação por matrizes para a impedância serie e a admitância transversal, temos que representar estas funções Hiperbólicas em termos de funções exponenciais. A partir dos autovalores λ_i da equação (3.11a) podemos realizar esta simplificação:

$$a_i = \frac{\sqrt{\lambda_i} \cdot (1 + h_i^2)}{1 - h_i^2} \quad (C.1)$$

$$b_i = \frac{2\sqrt{\lambda_i} \cdot h_i}{1 - h_i^2} \quad (C.2)$$

onde

$$h_i = \exp(\sqrt{\lambda_i} \cdot l) \quad (C.3)$$

Com este podemos montar a matriz de admitância do sistema:

$$Y_n = \begin{bmatrix} A & B \\ B & A \end{bmatrix} \quad (C.4)$$

Onde seus coeficientes serão:

$$A = Z^{-1} \cdot M \cdot \text{diag}\{a_i\} \cdot M^{-1} \quad (C.5)$$

$$B = Z^{-1} \cdot M \cdot \text{diag}\{b_i\} \cdot M^{-1} \quad (C.6)$$

Y_n sera usado para calcular as respostas no domínio da freqüência que serão usadas para observar os modelos no domínio do tempo, sendo definida por uma matriz $2n \times 2n$. Podemos então, implementar com esta formulação, a relação entre as correntes de entrada e saída com as tensões de entrada e saída, do mesmo modo que

foi feito em (3.8) E a partir desta, simular ensaios em que os terminais de saídas estejam a vazio ou abertos. A matriz de admitância do sistema Y_{sis} será descrita pela matriz de admitância Y_n e pelos elementos conectados a linha, observe a Fig-3.3

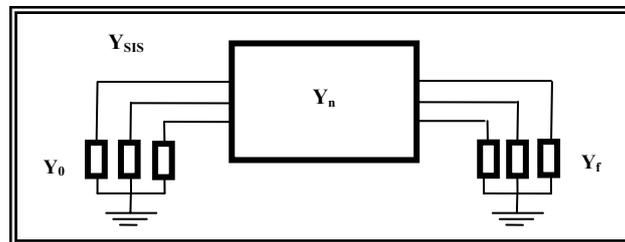


Fig-3.3 Matriz de admitância do sistema

Assim, adicionando a diagonal principal os valores das admitâncias conectadas a Y_n teremos

$$Y_{sis} = Y_n + \text{diag}\{Y_0 \quad Y_0 \quad Y_0 \quad Y_f \quad Y_f \quad Y_f\} \quad (\text{C.7})$$

C.2. Condições terminais

Um modelo de linha de transmissão deve ser testado com terminações ideais para que isto seja no modelo de transmissão a única fonte de distorção e atenuação das respostas, aumentando assim a sensibilidade do teste em respeito ao erro do modelo. E a prática comum é testar com terminais abertos e em curto-circuito.

A equação matricial que relacionara as respostas aos ensaios será:

$$V = Y^{-1}I, \quad I = [I(s) \quad I(s) \quad I(s) \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (\text{C.8})$$

sendo V e I vetores colunas de tensão e corrente, respectivamente, de $2n$ linhas em que os termos $[1, \dots, n]$ são referentes ao terminal de entrada, e os termos $[n+1, \dots, 2n]$ referentes ao terminal de saída. $I(s)$ é a equação da corrente em função da frequência.

Apêndice D

Transformada Numérica de Laplace

Considere que $f(t)$ seja uma função no domínio do tempo e que $F(s)$ seja sua representação no domínio de Laplace. A Transformada Inversa de Laplace é dada por [17]:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} F(s) e^{st} ds \quad (\text{C.1})$$

onde $s = c + j\omega$, ω é a frequência angular e c é uma constante real e positiva. A equação (C.1) pode ser expressa da seguinte forma:

$$f(t) = \frac{e^{ct}}{2\pi} \int_{-j\infty}^{j\infty} F(c + j\omega) e^{j\omega t} ds \quad (\text{C.2})$$

A equação acima indica que a Transformada de Laplace de $f(t)$ pode ser tratada como a Transformada de Fourier da função amortecida $f(t) e^{-ct}$. A equação (C.2) pode ser aproximada numericamente:

$$f(n) = \frac{e^{cn\Delta t}}{\Delta t} \left[\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} F(k) \sigma(k) e^{\frac{2\pi jkn}{N}} \right], \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (\text{C.3})$$

onde:

$N \rightarrow$ número de amostras de tempo e de frequência

$\Delta t \rightarrow$ intervalo de amostragem

$$\Delta\omega \rightarrow \frac{2\pi}{N \Delta t} \quad (\text{C.4})$$

$f(n) \rightarrow f(n \Delta t)$

$F(k) \rightarrow F(c + jk\Delta\omega)$

$\sigma(k) \rightarrow$ função de amortecimento

O termo dentro dos colchetes corresponde à Transformada Inversa Discreta de Fourier. O tempo máximo de observação para $f(t)$ é:

$$T = N \Delta t \quad (\text{C.5})$$

A função de amortecimento $\sigma(k)$ é usada para atenuar o efeito Gibbs produzido pelo truncamento da faixa de frequências de interesse. A literatura técnica oferece uma

grande variedade de modelos para a implementação de $\sigma(k)$. Este trabalho utiliza a forma de Hamming:

$$\sigma(k) = \text{Cos}^2\left(\frac{\pi j}{n}\right) \quad (\text{C.6})$$

De acordo com a equação (C.3), a função $F(k)$ é avaliada como uma constante no intervalo $[k, k+1]$, o que resulta em um aspecto quadrado de sua resposta no domínio da frequência. O termo positivo c relaciona a Transformada de Fourier com a Transformada de Laplace. Neste trabalho, adota-se o critério proposto por [14]

$$c = -\frac{\ln(0.001)}{T} \quad (\text{C.7})$$