

INFLUÊNCIA DOS ELEMENTOS PARASITAS NO FUNCIONAMENTO DO  
CAPACITOR SÉRIE CONTROLADO POR CHAVE AUTO-COMUTADA — GCSC



Escola Politécnica  
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Rômulo Poço Vianna

RIO DE JANEIRO, RJ — BRASIL  
MARÇO DE 2007

**INFLUÊNCIA DOS ELEMENTOS PARASITAS NO FUNCIONAMENTO DO  
CAPACITOR SÉRIE CONTROLADO POR CHAVE AUTO-COMUTADA — GCSC**

Rômulo Poço Vianna

PROJETO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO DEPARTAMENTO DE  
ENGENHARIA ELÉTRICA DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS  
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO ELETRICISTA.

Aprovado por:

---

Prof. Edson Hirokazu Watanabe, D.Eng.  
(Orientador)

---

Prof. Antonio Carlos Siqueira de Lima, D.Sc.  
(Orientador)

---

Prof. Sandoval Carneiro Jr., Ph.D.

---

Prof. Pedro Gomes Barbosa, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ — BRASIL

MARÇO DE 2007

Vianna, Rômulo Poço

Influência dos Elementos Parasitas no Funcionamento do Capacitor

Série Controlado por Chave Auto-comutada — GCSC / Rômulo Poço

Vianna. — Rio de Janeiro: UFRJ / Escola Politécnica, 2007.

xvi, 56 f. : il. ; 31 cm.

Orientadores: Edson Hirokazu Watanabe e Antonio Carlos Siqueira de Lima

Projeto final (graduação) — UFRJ / Escola Politécnica / DEE, 2007.

Referências bibliográficas: f. 53–54

1. Compensação série. 2. Compensadores FACTS. 3. GCSC.
4. Elementos parasitas. 5. Aplicações de Eletrônica de Potência em Sistemas de Potência — Tese. I. Watanabe, Edson Hirokazu. II. Lima, Antonio Carlos Siqueira de. III. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, DEE. IV. Título.

*“Here I sit writing on the paper  
Trying to think of words you can’t ignore”*

Layne Staley

## **AGRADECIMENTOS**

À primeira vista, este projeto final representa apenas o término de um curso de Engenharia Elétrica; após cinco anos de estudo, eu o apresento e pronto, sou engenheiro. No entanto, em cada palavra deste projeto estão presentes a dedicação de minha família, os conselhos de meus orientadores, as conversas com meus amigos, as lições de meus professores. Devo a todas essas pessoas, sem as quais este projeto final não estaria em vossas mãos, o meu agradecimento.

Peço perdão ao leitor pelo tamanho desta seção. Sem dúvida, ela é muito extensa, e poderia ter sido resumida apenas pelas palavras que delinearam o parágrafo anterior. Prometo que, nos próximos textos que eu escrever, serei breve nesta parte. No entanto, quero consolidar aqui minha eterna gratidão às pessoas que fazem parte deste projeto e da minha vida.

Ao inestimável amor de meus pais, Liana e Walter, agradeço me ensinar a viver, me educar e fornecer as ferramentas necessárias para que eu fosse capaz de escolher e abrir os caminhos à minha frente. Ao meu irmão, Ricardo, sou muito grato por aturar minha implicância de irmão mais velho e estar sempre ao meu lado.

Agradeço aos meus avós, Alda e Lourenço, a união e felicidade de minha família. Sou muito grato ao apoio de meu tio, José Luís, de minha tia, Suzana, e de minha priminha, Fernanda. A toda a minha família agradeço sempre me incentivarem a estudar sem que eu deixasse de tocar em minhas bandas.

Sou grato também ao meu tio e engenheiro eletricista, Toninho, que me levou ao seu trabalho na época em que eu estava na dúvida entre cursar Engenharia Mecânica ou Elétrica. Foi fundamental. Agradeço aos meus tios, Gaby e Edson, e toda a sua família. Espero, no futuro, poder convidá-los para reuniões tão animadas quanto as que participei em sua casa. Vocês são minha segunda família.

Aos meus orientadores, Prof. Edson H. Watanabe e Prof. Antonio Carlos S. de Lima, sou grato pela paciência, pelos conselhos e pelas lições. Ao Prof. Watanabe agradeço a oportunidade de ser aluno de Iniciação Científica e a confiança depositada em mim para realizar este estudo.

Agradeço aos meus grandes amigos, Alexandre, Daniel, Felipe, João, Joel e Nilo. Tenho certeza de que posso contar com a amizade de vocês pelo resto de minha vida, da mesma forma que vocês podem contar com a minha.

Agradeço à minha amada e recém-formada engenheira eletricista, Grazielle. Sempre terei seu apoio e nosso amor com muito carinho em meu coração. Sou grato também aos meus colegas de turma que se tornaram meus amigos para sempre, Aninha, Daniel Cabral, Iuri, Leonardo Coutinho, Manuel, Marcelo, Mário e Rafael Monteiro.

Agradeço a todos do Laboratório de Eletrônica de Potência da COPPE/UFRJ, em especial a Antonio Borré, Carlos Soares, Edílio, Fábio Domingues, Gilson, Kléber, Robson e Silvangela.

Ao M.Sc. Flávio Garcia e ao Prof. Ivan Herszterg da UFRJ agradeço as pequenas, porém essenciais contribuições para este projeto. Também sou muito grato às inspiradoras discussões com o Prof. Gerard Ledwich da Faculty of Built Environment and Engineering, Queensland University of Technology, Brisbane, Australia.

Por fim, agradeço ao meu amado Colégio Pedro II e à minha querida UFRJ o ensino que, além de me formar engenheiro, me tornou um cidadão brasileiro ciente de que faço parte de uma minoria nesta sociedade cada vez mais injusta, desigual e individualista e pela qual todos nós devemos lutar em conjunto para tornar o Brasil um país melhor.

Resumo do Projeto Final apresentado a Poli/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro Eletricista (Eng.º)

## INFLUÊNCIA DOS ELEMENTOS PARASITAS NO FUNCIONAMENTO DO CAPACITOR SÉRIE CONTROLADO POR CHAVE AUTO-COMUTADA — GCSC

Rômulo Poço Vianna

Março/2007

Orientadores: Prof. Edson Hirokazu Watanabe e Prof. Antonio Carlos Siqueira de Lima

Departamento: Engenharia Elétrica

Transmitir grandes blocos de energia elétrica com alta qualidade por longas distâncias vem se tornando cada vez mais necessário nos sistemas elétricos atuais. O Capacitor Série Controlado por Chave Auto-comutada (GCSC) é um compensador FACTS que, em série com a linha de transmissão, compensa de forma continuamente variável as reatâncias indutivas presentes na linha, permitindo o aumento de forma controlada do fluxo de potência que passa por ela.

Neste trabalho, é feita uma modelagem analítica do GCSC a fim de verificar a influência dos elementos parasitas de seu circuito — dentre eles, as resistências e indutâncias inerentes aos condutores e ao capacitor —, assim como minimizar ou tirar vantagem dos efeitos destes elementos. Um ponto vulnerável do GCSC são as chaves (GTOs ou IGCTs em anti-paralelo), as quais devem suportar elevadas tensões e correntes assim como elevadas variações destes parâmetros ( $dv/dt$  e  $di/dt$ ).

São observadas as curvas de tensão e corrente transitórias nas chaves a partir das quais definem-se meios de administrar os efeitos nocivos dos elementos parasitas, respeitando as limitações operacionais das chaves. Tais meios consistem na adição de componentes ao circuito e na utilização de condutores especiais. Este trabalho confirma a viabilidade do uso do GCSC em compensação série controlada.

Abstract of Final Project presented to Poli/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for an Electrical Engineer degree (Eng.<sup>°</sup>)

INFLUÊNCIA DOS ELEMENTOS PARASITAS NO FUNCIONAMENTO DO  
CAPACITOR SÉRIE CONTROLADO POR CHAVE AUTO-COMUTADA — GCSC

Rômulo Poço Vianna

March/2007

Advisors: Prof. Edson Hirokazu Watanabe and Prof. Antonio Carlos Siqueira de Lima

Department: Electrical Engineering

The transmission of great blocks of electric energy through long distances is becoming more and more necessary in today's electric systems. The Gate Controlled Series Capacitor (GCSC) is a FACTS Controller which, in series with the transmission line, compensates in a continuously variable manner the line's inductive reactances, allowing the efficient control of its power flow.

This work presents an analytical model of the GCSC leading to the verification of its circuit's parasitic elements' influence — including resistances and inductances due to the conductors and the capacitor —, as well as minimizing or taking advantages of these elements' effects. The valves (GTOs or IGCTs in anti-parallel) are the GCSC's vulnerable point, since they have to withstand high voltages and currents as well as high  $dv/dt$  and  $di/dt$ .

From the observation of the transient voltage and current waveforms on the valves, a scheme to manage the harmful effects of the parasitic elements is established, respecting the operational limits of the valves. This scheme consists in the addition of components to the circuit and in the utilization of special conductors. This work confirms the viability of GCSC's use in series controlled compensation.

# Sumário

<b>Lista de Símbolos e Abreviações</b>	<b>x</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>xiv</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xvi</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Energia Elétrica = Desenvolvimento . . . . .	2
1.2 Sistemas Elétricos de Potência . . . . .	4
1.2.1 Interligação de Subsistemas . . . . .	5
1.2.2 Compensação Série . . . . .	6
1.3 Histórico do conceito FACTS . . . . .	8
1.3.1 FACTS e a Compensação Série Controlada . . . . .	9
1.4 Capacitor Série Controlado por Chave Auto-comutada . . . . .	11
1.4.1 Princípio de Operação . . . . .	11
1.4.2 Considerações sobre o GCSC . . . . .	13
1.5 Elementos Parasitas . . . . .	14
1.6 Motivação . . . . .	15
1.7 Objetivos . . . . .	16
1.8 Conclusões . . . . .	16
<b>2 Elementos Parasitas e Modelagem do Circuito do GCSC</b>	<b>18</b>
2.1 Elementos Parasitas no GCSC . . . . .	19
2.2 Representação das Chaves . . . . .	20
2.3 Representação dos Condutores . . . . .	20
2.4 Representação do Banco de Capacitores . . . . .	21
2.4.1 Experiência . . . . .	21

2.5	Círculo Equivalente do GCSC . . . . .	26
2.6	Modelo Matemático . . . . .	27
2.6.1	Abertura da Chave . . . . .	28
2.6.2	Fechamento da Chave . . . . .	31
2.6.3	Uma Breve Análise . . . . .	33
2.7	Conclusões . . . . .	34
<b>3</b>	<b>Exemplo e Análise das Curvas de Tensão e Corrente Transitórias na Chave</b>	<b>35</b>
3.1	Exemplo . . . . .	36
3.2	Análise das Curvas de Tensão e Corrente Transitórias na Chave . . . . .	36
3.2.1	Abertura da Chave . . . . .	37
3.2.2	Fechamento da Chave . . . . .	40
3.3	Conclusões . . . . .	42
<b>4</b>	<b>Discussão e Considerações Finais</b>	<b>44</b>
4.1	Os Componentes do GCSC . . . . .	45
4.2	A Influência do Efeito Pelicular . . . . .	47
4.3	Conclusões . . . . .	49
<b>5</b>	<b>Conclusão e Trabalhos Futuros</b>	<b>50</b>
5.1	Conclusão . . . . .	51
5.2	Trabalhos Futuros . . . . .	52
<b>Referências Bibliográficas</b>		<b>53</b>
<b>Apêndices</b>		<b>55</b>
Apêndice A: Tensão na Chave — Solução pelo Método I . . . . .		55
Apêndice B: Corrente na Chave — Solução pelo Método I . . . . .		56

# **Lista de Símbolos e Abreviações**

$\bar{S}_1$	Chave da Parte 2 do circuito experimental
$\Delta$	Discriminante genérico de uma equação diferencial
$\Delta_A$	Discriminante da equação diferencial relativa à abertura da chave
$\Delta_e$	Discriminante da equação diferencial relativa ao experimento como o capacitor
$\Delta_F$	Discriminante da equação diferencial relativa ao fechamento da chave
$\delta_{12}$	Defasagem entre as tensões nas barras 1 e 2
$\delta_1, \delta_2$	Fases das tensões nas barras 1 e 2
$\ell_1$	Soma das indutâncias dos condutores #1 e #3 do GCSC
$\ell_2$	Soma das indutâncias dos condutores #2 e #4 do GCSC
$\ell_e$	Indutância do capacitor $C_e$
$\ell_x$	Indutância de um condutor
$\gamma$	Ângulo de corte do GCSC
$\mu$	Permeabilidade magnética
$\mu_0$	Permeabilidade magnética no vácuo
$\mu_r$	Permeabilidade relativa
$\mu_{rn}$	Permeabilidade relativa no níquel
$\omega$	Frequência angular nominal do sistema
$\sigma$	Condutividade
$\sigma_n$	Condutividade no níquel
$\xi$	Ângulo genérico de chaveamento
$C$	Capacitor do banco de capacitores do GCSC
$C_a$	Capacitor do circuito de amortecimento do GCSC

$C_e$	Capacitor utilizado na experiência
$D$	Díodo da Parte 1 do circuito experimental
$f_{res}$	Frequência de oscilação da tensão $v_e$
$I$	Valor eficaz da corrente instantânea $i$
$i$	Corrente instantânea nominal do sistema
$I_0, I_1$	Funções modificadas de Bessel de primeira espécie
$i_2$	Corrente instantânea nos condutores #2 e #4 do GCSC
$I_A$	Corrente $i_A$ no domínio da frequência
$i_A$	Corrente instantânea $i$ durante a abertura da chave
$i_a$	Corrente instantânea no circuito de amortecimento do GCSC
$I_F$	Corrente $i_F$ no domínio da frequência
$i_F$	Corrente instantânea $i$ durante o fechamento da chave
$I_{A2}$	Corrente $i_{A2}$ no domínio da frequência
$i_{A2}$	Corrente instantânea $i_2$ durante a abertura da chave
$i_{Acte}$	Valor da corrente $i$ no instante de abertura da chave
$I_{ch}$	Corrente $i_{ch}$ no domínio da frequência
$i_{ch}$	Corrente instantânea que circula pela chave
$I_{F2}$	Corrente $i_{F2}$ no domínio da frequência
$i_{F2}$	Corrente instantânea $i_2$ durante o fechamento da chave
$I_{Fa}$	Corrente $i_{Fa}$ no domínio da frequência
$i_{Fa}$	Corrente instantânea $i_a$ durante o fechamento da chave
$i_{Fcte}$	Valor da corrente $i$ no instante de fechamento da chave
$I_{máx}$	Amplitude da corrente nominal do sistema
$j$	Unidade imaginária
$k$	Grau de compensação série
$K_1, K_2, a, b$	Constantes associadas à resposta de $v_e$
$L$	Indutor adicionado ao circuito

$P$	Potência ativa convencional
$R$	Resistor da Parte 1 do circuito experimental
$R_a$	Resistor do circuito de amortecimento do GCSC
$R_b$	Resistor adicionado ao GCSC para amortecer as oscilações de corrente na chave
$R_C$	Resistência de um capacitor
$r_c$	Resistência do banco de capacitores do GCSC
$r_e$	Resistência do capacitor $C_e$
$r_x$	Resistência de um condutor
$s$	Frequência complexa
$S_1$	Chave da Parte 1 do circuito experimental
$t$	Tempo
$V_1, V_2$	Valor eficaz das tensões nas barras 1 e 2
$v_1, v_2$	Tensão instantânea nas barras 1 e 2
$v_c$	Tensão instantânea nos terminais do capacitor do GCSC
$v_e$	Tensão instantânea sobre o capacitor $C_e$
$V_f$	Valor eficaz da fonte de tensão do circuito experimental
$v_{Ac}, v_{Aca}$	Tensões instantâneas $v_c$ e $v_{ca}$ durante a abertura da chave
$v_{ca}$	Tensão instantânea nos terminais do capacitor $C_a$
$V_{cf}$	Amplitude da componente fundamental da tensão $v_c$
$V_{ch}$	Tensão $v_{ch}$ no domínio da frequência
$v_{ch}$	Tensão instantânea nos terminais da chave
$v_{Fc}, v_{Fca}$	Tensões instantâneas $v_c$ e $v_{ca}$ durante o fechamento da chave
$x$	Raio de um condutor
$X_C$	Reatância capacitiva do banco de capacitores
$X_C(\gamma)$	Reatância equivalente do GCSC
$X_C(\xi)$	Reatância equivalente de um compensador FACTS série tipo impedância variável
$X_L$	Reatância indutiva da linha de transmissão

$Z_C$	Impedância capacitiva do banco de capacitores (grandeza complexa)
$Z_f$	Impedância interna de um condutor sólido na frequência fundamental 60 Hz
$Z_L$	Impedância indutiva da linha de transmissão (grandeza complexa)
$Z_{fn}$	Impedância interna de um condutor sólido de níquel na frequência fundamental 60 Hz
$Z_{int}$	Impedância interna de um condutor sólido (grandeza complexa)
$Z_{oscn}$	Impedância interna de um condutor sólido de níquel na frequência de oscilação 3,5 kHz
$Z_{osc}$	Impedância interna de um condutor sólido na frequência de oscilação 3,5 kHz
CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
EUA	Estados Unidos da América
FACTS	Flexible AC Transmission Systems
FD	Fator de Dissipação
$G_1, G_2$	Chaves semicondutoras simétricas auto-comutadas (GTOs ou IGCTs)
GCSC	Gate Controlled Series Capacitor
GTO	Gate Turn-off Thyristor
IDH	Índice de Desenvolvimento Humano
IGBT	Insulated Gate Bipolar Transistor
IGCT	Integrated Gate Commutated Thyristor
LC	Indutor-Capacitor
ONS	Operador Nacional do Sistema Elétrico
PIB	Produto Interno Bruto
RLC	Resistor-Indutor-Capacitor
SIN	Sistema Interligado Nacional
SSSC	Static Synchronous Series Compensator
TCSC	Thyristor Controlled Series Capacitor
UFRJ	Universidade Federal do Rio de Janeiro
ZVS	Zero Voltage Switching

# Listas de Figuras

1.1	O sistema elétrico brasileiro — SIN. Fonte: ONS, 2005.	4
1.2	Sistema de potência (a) radial e (b) interligado.	5
1.3	Interligação de subsistemas.	6
1.4	Potência $P$ em função de $\delta_{12}$ na interligação de subsistemas (a) sem compensação e (b) com 50% de compensação série.	7
1.5	Compensação série na interligação de subsistemas.	7
1.6	Compensador FACTS tipo impedância variável utilizado na compensação série.	10
1.7	Capacitor Série Controlado por Chave Auto-comutada — GCSC.	11
1.8	Tensão, corrente e sinais de controle no GCSC.	12
1.9	Variação da reatância $X_C(\gamma)$ em função de $\gamma$ .	13
1.10	Resistência e indutância em um condutor elétrico.	15
2.1	(a) O circuito do GCSC e (b) os elementos parasitas de seus componentes.	19
2.2	Curto-circuito aplicado nos terminais de um capacitor (a) desconsiderando e (b) considerando os seus elementos parasitas.	22
2.3	Círculo montado para realização da experiência.	23
2.4	(a) Tensão transitória sobre o capacitor e (b) ajuste da curva.	24
2.5	O GCSC (a) com os elementos parasitas e (b) com o circuito de amortecimento.	26
2.6	Chave do GCSC aberta.	29
2.7	Chave do GCSC fechada.	31
3.1	(a) Influência de $R_a$ no transitório da tensão na chave e (b) circuito correspondente.	37
3.2	(a) Influência de $C_a$ no transitório da tensão na chave e (b) circuito correspondente.	38
3.3	(a) Influência de $\ell$ no transitório da tensão na chave e (b) circuito correspondente.	38
3.4	(a) Influência de $R_a$ no pico da tensão e no $dv_{ch}/dt$ máximo na chave e (b) circuito correspondente.	39

3.5	(a) Influência de $C_a$ no $dv_{ch}/dt$ máximo e no pico da tensão na chave e (b) circuito correspondente. . . . .	39
3.6	(a) Influência de $\ell$ no pico da tensão e no $dv_{ch}/dt$ máximo na chave e (b) circuito correspondente. . . . .	40
3.7	(a) Oscilação no transitório da corrente na chave e (b) circuito correspondente. . . . .	41
3.8	(a) Valores de $\ell$ e $R_b$ tais que $\Delta_F = 0$ e (b) circuito correspondente. . . . .	41
3.9	(a) Influência de $R_b$ no transitório da corrente na chave e (b) circuito correspondente. . . . .	42
3.10	(a) Influência de $\ell$ no $di_{ch}/dt$ máximo e (b) circuito correspondente. . . . .	42
3.11	Curvas transitórias (a) de tensão e (b) de corrente na chave; e (c) circuito correspondente. . . . .	43
4.1	Perda em $R_b$ em função de $\gamma$ e da posição de $R_b$ no circuito. . . . .	46
4.2	A influência do efeito pelicular (a) na resistência e (b) na indutância de um condutor. . . . .	47

# **Lista de Tabelas**

1.1	Consumo médio anual <i>per capita</i> de energia elétrica nos dez países com maior IDH, na Argentina e no Brasil. . . . .	3
2.1	Valores de $(L + \ell_e)$ e de $r_e$ calculados com base no ajuste da curva de tensão. .	25

# CAPÍTULO 1

---

## Introdução

---

ESTE capítulo tem como meta esclarecer a motivação e os objetivos do presente trabalho. Inicialmente, são identificados o atual cenário eletro-energético brasileiro e os futuros problemas a serem enfrentados pelo seu sistema elétrico. Em seguida, é feita uma sucinta revisão teórica dos temas relacionados a este projeto, visando fornecer ao leitor os fundamentos necessários para uma melhor compreensão. Por fim, o GCSC (Gate Controlled Series Capacitor) é apresentado e determinam-se a motivação e os objetivos deste estudo.

Se Alessandro Volta, André-Marie Ampère e Georg Simon Ohm voltassem a viver hoje, ficariam mais surpresos com a Engenharia Elétrica contemporânea do que com seus sobrenomes sendo usados como unidades de tensão, corrente e impedância. Embora fossem gênios, provavelmente eles não imaginavam o quanto a eletricidade evoluiria com o passar do tempo. Atualmente, a energia elétrica faz parte do nosso dia-a-dia e serve de base para o desenvolvimento de qualquer país. Os sistemas elétricos de potência têm como desafio fornecê-la ininterruptamente a inúmeras cidades. Para garantir alta qualidade neste suprimento, tais sistemas devem ser cuidadosamente operados e planejados, o que requer uma constante busca por novos equipamentos.

## 1.1 Energia Elétrica = Desenvolvimento

No mundo de hoje, o consumo de energia elétrica de um país está diretamente associado à sua realidade sócio-econômica: quanto mais indústrias e quanto melhor o padrão de vida da população, maior o consumo. Com base em uma palestra do Prof. Carlos Portela da UFRJ [1], foi elaborada a Tabela 1.1. Nela observa-se que os dez países que apresentam IDH<sup>1</sup> (Índice de Desenvolvimento Humano) mais alto estão entre as nações com maior consumo médio anual *per capita* de energia elétrica. Como pode ser visto, Noruega e Islândia ocupam posições de destaque em relação tanto ao IDH quanto ao consumo. É interessante também notar as posições de países como a Holanda, que possui ótimo IDH sem estar entre os 20 maiores consumidores de energia elétrica; pode-se deduzir que tais nações utilizam a energia elétrica de forma mais eficiente, talvez com pouco desperdício.

A Argentina também se enquadra nesta situação pois, com praticamente o mesmo consumo de energia *per capita* brasileiro, está muito à frente do Brasil em relação ao IDH. Por este motivo, percebe-se que os brasileiros não utilizam a energia de forma tão eficiente quanto os argentinos e que bom futebol não contribui para o crescimento do país.

Infelizmente, conforme mostrado em negrito na Tabela 1.1, o Brasil enfrenta uma situação preocupante. De acordo com Portela em [1], entre 1999 e 2001, a taxa média de crescimento anual do consumo *per capita* de energia foi de 1,8%. Entre 2002 e 2003, esta mesma taxa foi negativa, representando um decréscimo de 0,4%. “Considerando a taxa de 1,8% ao ano,

---

<sup>1</sup>O IDH mede o nível de desenvolvimento humano dos países utilizando como critérios indicadores de educação (alfabetização e taxa de matrícula), longevidade (esperança de vida ao nascer) e renda (PIB *per capita*).

serão necessários pelo menos 100 anos para o Brasil atingir o nível de consumo médio de energia *per capita* que os EUA possuem hoje” [1]. Aproximadamente, isto significa que os brasileiros terão que esperar um século para usufruir do atual desenvolvimento sócio-econômico norte-americano, em termos de consumo de energia. É claro que consumir mais energia não contribui, por si só, para o país crescer; é essencial também seu uso da forma mais adequada possível, seguindo o bom exemplo argentino.

Dante deste cenário, é urgente a necessidade de investir na expansão do sistema elétrico brasileiro e, para isto, não faltam fontes de energia. O Brasil ainda possui um enorme potencial hídrico — mais de 200 GW —, uma situação privilegiada no tocante à geração de energia elétrica renovável e de baixo custo. Em contrapartida, grande parte deste potencial está localizado na Região Amazônica, muito distante das principais cidades brasileiras — em média são 2500 km —, como percebe-se pela Figura 1.1. É preciso, desta forma, investir também na melhoria da qualidade da transmissão de energia elétrica, de modo a torná-la capaz de transmitir grandes blocos de energia, com alta qualidade, pelo extenso território brasileiro.

Tabela 1.1: Consumo médio anual *per capita* de energia elétrica nos dez países com maior IDH, na Argentina e no Brasil.

Posição do país segundo o IDH	País	Consumo <i>per capita</i> de energia elétrica (kWh/ano/hab.)	Posição do país segundo o consumo
1	Noruega	23.339	2
2	Islândia	27.668	1
3	Suécia	14.846	7
4	Austrália	10.171	12
5	Holanda	6.291	31
6	Bélgica	7.742	19
7	Estados Unidos	12.592	9
8	Canadá	16.173	4
9	Japão	7.439	21
10	Suíça	7.633	20
34	Argentina	2.150	89
<b>65</b>	<b>Brasil</b>	<b>2.040</b>	<b>90</b>

Dados relativos ao ano de 2003 retirados de duas listas: uma com o IDH de 175 países e outra com o consumo médio anual *per capita* de energia elétrica em 213 países.

Fontes: <http://noticias.terra.com.br/mundo/interna/0,,OI119137-EI294,00.html> e CIA — The World Factbook.

## 1.2 Sistemas Elétricos de Potência

Os sistemas de potência são compostos basicamente por usinas, linhas de transmissão e centros consumidores, como pode ser visto na Figura 1.2. As usinas geram a energia que é repartida entre as linhas de transmissão até chegar aos centros consumidores. O sistema de potência mais simples possível é o sistema radial mostrado na Figura 1.2(a). Por ser o mais simples, também é o menos confiável: é fácil perceber que, qualquer defeito que obrigue a usina a interromper a sua geração, tem como consequência a interrupção do suprimento de energia ao centro consumidor.

As interligações nos sistemas de potência contribuem para aumentar a confiabilidade do sistema elétrico assim como para reduzir os custos operacionais. Observa-se que o sistema da Figura 1.2(b) é mais confiável do que o sistema radial pois, para que haja interrupção no fornecimento de energia ao centro consumidor, é necessário que ocorra falha nas duas usinas. Além



Figura 1.1: O sistema elétrico brasileiro — SIN. Fonte: ONS, 2005.

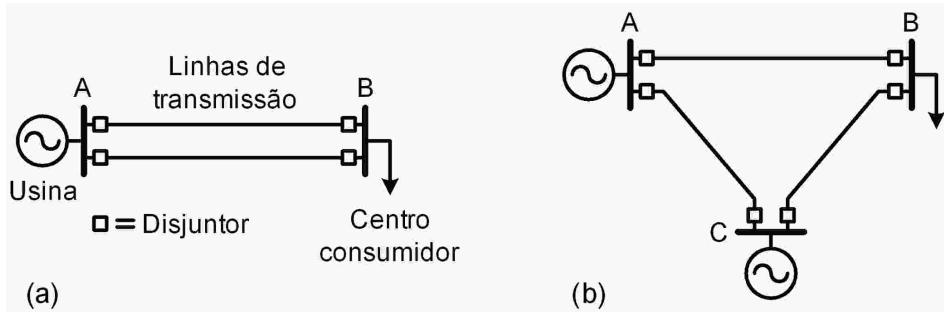


Figura 1.2: Sistema de potência (a) radial e (b) interligado.

disso, dependendo da natureza energética e da potência máxima de cada geradora, pode-se optar pela usina com menor custo de geração para fornecer a maior parte da energia consumida pelo centro consumidor. Devido a estas vantagens, atualmente, quase todos os sistemas de potência no mundo possuem várias interligações. Um bom exemplo é o sistema elétrico brasileiro, o qual é densamente interligado, conforme visto na Figura 1.1.

Para fins de estudo, análise e operação destes sistemas, faz-se uso do cálculo do fluxo de potência, que trata do intercâmbio de potência entre as áreas de um sistema elétrico considerando suas limitações e seus recursos operacionais. Em meio às limitações operacionais, estão as impedâncias das linhas de transmissão. Formadas por resistências e reatâncias indutivas, estas impedâncias determinam o fluxo máximo de potência nas mesmas. Dentre os recursos operacionais, os compensadores FACTS (Flexible AC Transmission Systems) possibilitam controlar o fluxo de potência nestas linhas.

### 1.2.1 Interligação de Subsistemas

A Figura 1.3 mostra a interligação de dois subsistemas, sendo que a linha de transmissão que os interliga é curta (menos de 80 km, em 60 Hz) e, assim, pode ser modelada apenas por uma reatância indutiva  $X_L$  — i.e., a perda por efeito Joule na linha não é considerada. Os subsistemas, representados nas barras 1 e 2, são formados por usinas e centros consumidores, e podem tanto fornecer quanto consumir energia, dependendo do balanço entre geração e carga elétrica. O fluxo de potência ativa  $P$  que flui pela linha de transmissão da Figura 1.3 é dado por

$$P = \frac{V_1 V_2}{X_L} \sin \delta_{12}, \quad (1.1)$$

onde  $\delta_{12} = \delta_1 - \delta_2$ ,  $V_1$  e  $V_2$  representam o valor eficaz das tensões terminais nas barras de cada subsistema e  $\delta_1$  e  $\delta_2$  são suas respectivas fases. Modelar uma linha de transmissão curta apenas

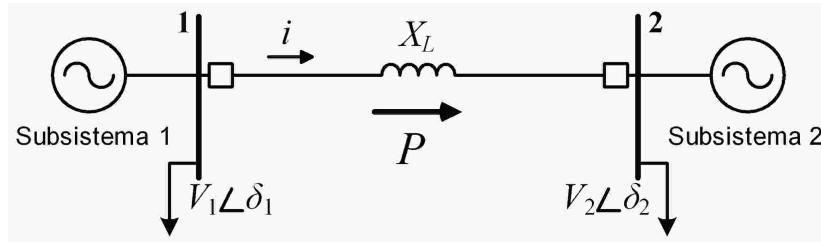


Figura 1.3: Interligação de subsistemas.

como uma reatância indutiva é uma aproximação razoável pois, geralmente, a resistência da linha é muito menor do que a sua reatância assim como a capacitância em derivação da linha pode ser desprezada.

A Figura 1.4(a) apresenta a relação entre a potência  $P$  e a defasagem  $\delta_{12}$ , dada por (1.1). Nesta curva, fica evidente que o fluxo máximo de potência da linha ocorre para  $\delta_{12} = 90^\circ$ , sendo dependente de  $V_1$ ,  $V_2$  e do inverso de  $X_L$ . Normalmente, o módulo das tensões nas barras é controlado, ao contrário da reatância da linha, a qual possui um valor fixo. Não é possível, entretanto, aumentar muito — mais do que 10% — o módulo dessas tensões devido aos limites de tensão estabelecidos por normas. Desse modo, mesmo em linhas muito longas (mais de 240 km, em 60 Hz), nas quais deve-se considerar sua capacitância em derivação, a capacidade máxima de transmissão da linha fica predominantemente limitada pelo valor de sua reatância indutiva. Esta reatância depende de diversos parâmetros que vão desde o tipo de condutor utilizado até ao arranjo escolhido para a linha. No entanto, seu comprimento está diretamente associado ao valor de sua reatância e, por isto, para linhas muito longas é necessário estudar meios de reduzir  $X_L$ .

### 1.2.2 Compensação Série

Dentre os diversos meios desenvolvidos, a compensação série fixa é amplamente utilizada nos sistemas elétricos do mundo inteiro. Ela consiste, basicamente, na inserção de bancos de capacitores em série com a linha de transmissão. Como resultado, obtém-se uma reatância equivalente menor do que a reatância da linha, incrementando significativamente sua capacidade máxima de transmissão. Este incremento contribui para a estabilidade do sistema, para reduzir a potência reativa consumida pela linha e para melhorar sua regulação de tensão. Existem outros importantes tipos de compensação de linhas de transmissão como, por exemplo, a compensação em derivação e a compensação de ângulo de fase, os quais não serão abordados neste trabalho.

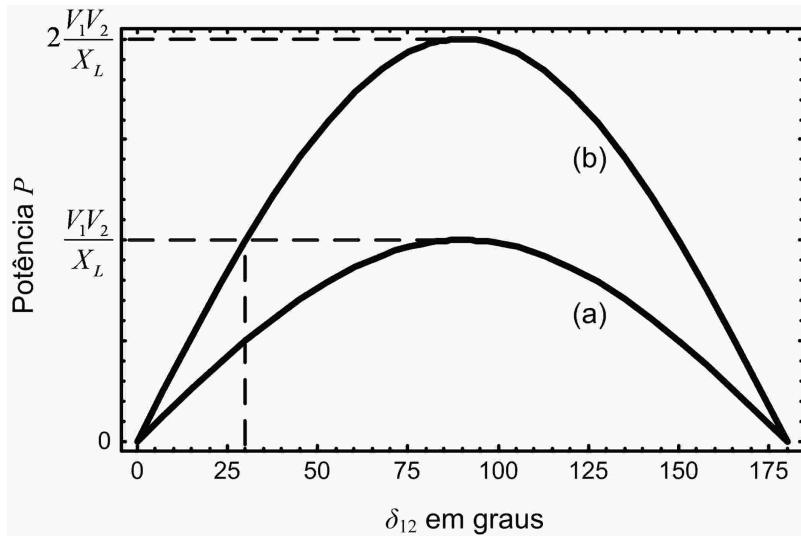


Figura 1.4: Potência  $P$  em função de  $\delta_{12}$  na interligação de subsistemas (a) sem compensação e (b) com 50% de compensação série.

A Figura 1.5 apresenta a utilização da compensação série na interligação da Figura 1.3. A reatância equivalente da linha que interliga os subsistemas passa a ser igual a  $(X_L - X_C)$ , uma vez que a impedância capacitiva  $Z_C$  tem sinal oposto ao da impedância indutiva  $Z_L$  (i.e.,  $Z_C = -jX_C$  enquanto que  $Z_L = jX_L$ ). Com isto, a potência ativa que flui pela linha é dada por

$$P = \frac{V_1 V_2}{X_L - X_C} \sin \delta_{12}. \quad (1.2)$$

A Figura 1.4(b) mostra a relação entre a potência  $P$  e o ângulo  $\delta_{12}$ , dada por (1.2), para uma linha com 50% de compensação série ( $X_C = 0,5X_L$ ). Pode-se observar que a capacidade máxima de transmissão da linha dobra, evidenciando que a partir da compensação série é possível aumentar esta capacidade indefinidamente, visto que ela depende do inverso da diferença  $(X_L - X_C)$ . Assim, o que restringe o grau de compensação de uma linha de transmissão — e, consequentemente, o fluxo máximo de potência na linha — passa a ser o limite térmico de seus condutores.

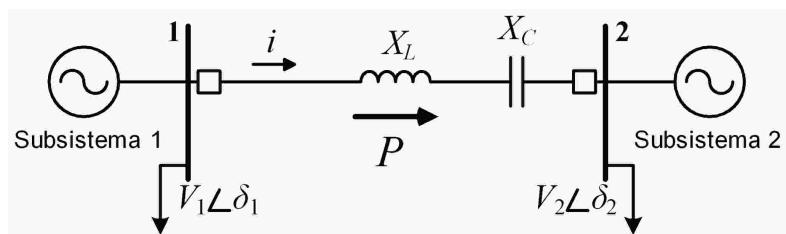


Figura 1.5: Compensação série na interligação de subsistemas.

Embora grande ênfase esteja sendo dada ao fluxo máximo de potência da linha, devido a problemas relacionados à estabilidade do sistema, as linhas de transmissão não operam em sua capacidade máxima; normalmente, para que um sistema seja estável, ele deve ser operado com  $\delta_{12} < 90^\circ$ . Para esclarecer as principais vantagens da compensação série, basta observar a Figura 1.4 verificando que, através da linha de transmissão compensada em 50%, é possível transmitir o fluxo máximo de potência desta linha sem compensação ( $V_1 V_2 / X_L$ ) com  $\delta_{12} = 30^\circ$ . Deste modo, além de aumentar consideravelmente a capacidade máxima de transmissão da linha, a compensação série contribui para a estabilidade do sistema.

Portanto, a principal vantagem da compensação série é permitir que um sistema elétrico atenda a uma demanda maior sem a necessidade, a curto prazo, de construção de novas usinas e linhas de transmissão. No entanto, a inserção de bancos de capacitores em série com a linha é feita de forma fixa; ou seja, uma vez compensada, não é possível variar o valor da compensação na linha a não ser por meio da construção e inserção de novos bancos de capacitores. Para tentar superar esta deficiência, foram desenvolvidos equipamentos que permitem variar o fluxo de potência nas linhas de transmissão de forma controlada, dando origem ao conceito FACTS.

## 1.3 Histórico do conceito FACTS

O surgimento de chaves semicondutoras mais rápidas e mais potentes, o consequente avanço da Eletrônica de Potência e a controlabilidade proporcionada pelos sistemas de alta tensão em corrente contínua foram os fatores preponderantes no surgimento do conceito FACTS, em 1988, proposto por Hingorani em [2]. Com base neste conceito, foram criados os compensadores FACTS, os quais permitem controlar, e com isto aumentar, o fluxo de potência entre sistemas de uma determinada rede e são descritos por Watanabe et al. em [3] e por Hingorani e Gyugyi em [4]. Eles proporcionam maior eficiência e flexibilidade na transmissão de energia elétrica em corrente alternada, minimizando desperdícios e evitando, assim, custos desnecessários.

Os tiristores de potência e as chaves semicondutoras auto-comutadas de potência como o GTO (Gate Turn-off Thyristor), o IGCT (Integrated Gate Commutated Thyristor) e o IGBT (Insulated Gate Bipolar Transistor) servem de base para os projetos de Eletrônica de Potência. A controlabilidade destas chaves é a principal característica que favorece o seu uso em sistemas de alta potência. Diz-se que uma chave é controlável quando sua abertura (ou corte) e seu fechamento (ou disparo) são controlados por sinais de controle, ao invés de serem impostos

pelo circuito no qual ela está inserida. Das chaves semicondutoras mencionadas anteriormente, apenas o tiristor não é totalmente controlado posto que seu corte só ocorre quando a corrente cruza o zero, sem controlabilidade.

Os compensadores FACTS têm o objetivo de garantir, por meio de chaves semicondutoras, a compensação continuamente variável, o que possibilita controlar o fluxo de potência e ajustar a tensão nas linhas de transmissão. Com isto, a tecnologia FACTS permite adequar a rede elétrica às flutuações de demanda e de disponibilidade de energia do sistema, aumentando a capacidade de transmissão de forma controlada e, deste modo, adiando investimentos na construção de novas linhas de transmissão.

### **1.3.1 FACTS e a Compensação Série Controlada**

O uso da tecnologia FACTS na compensação série de linhas de transmissão proporciona ao operador do sistema um maior domínio sobre a transmissão de energia, contribuindo tanto para o aumento controlado do fluxo máximo de potência nas linhas quanto para o amortecimento de oscilações provocadas por distúrbios na rede elétrica. Até hoje, foram desenvolvidos três compensadores FACTS série: o SSSC (Static Synchronous Series Compensator), o TCSC (Thyristor Controlled Series Capacitor) e o GCSC (Gate Controlled Series Capacitor).

Existem dois tipos básicos de compensadores FACTS capazes de realizar a compensação série controlada. No tipo fonte de tensão controlada, faz-se uso de um conversor tipo fonte de tensão, o qual é responsável por inserir, em série com a linha, uma tensão síncrona controlada. No tipo impedância variável, são conectados, em série com a linha, capacitores controlados por chaves auto-comutadas. Ao primeiro grupo, pertence o SSSC, enquanto que o TCSC e o GCSC fazem parte do segundo.

Fundamentalmente, o objetivo destes três compensadores é variar continuamente o fluxo de potência ativa na linha com base na seguinte equação, apresentada por Gyugyi em [5]:

$$P = \frac{V_1 V_2}{X_L(1 - k)} \sin \delta_{12}, \quad (1.3)$$

onde  $k$  é o grau de compensação série introduzido na linha. Fica evidente que, para  $0 < k < 1$ , aumenta-se a capacidade máxima de transmissão da linha de forma controlada.

O princípio fundamental de operação do TCSC e do GCSC consiste em variar continuamente a reatância equivalente da linha através da introdução, em série com a linha, de uma

reatância capacitiva variável, como mostra a Figura 1.6. Com isto, o grau de compensação série  $k$  em (1.3) é dado por

$$k = \frac{X_C(\xi)}{X_L}, \quad (1.4)$$

onde  $\xi$  é um ângulo de chaveamento qualquer dependente do tipo de chave auto-comutada utilizada pelo compensador e  $X_C(\xi)$  é a reatância capacitiva equivalente inserida por ele no sistema.

Dentre os três compensadores FACTS série descritos, o SSSC é o que fornece maior flexibilidade ao sistema, impondo uma tensão controlada com caráter capacitivo ou indutivo, independente da módulo da corrente na linha de transmissão. No entanto, o acoplamento do conversor do SSSC ao sistema é feito através de um transformador, conectado em série com a linha, o que torna sua operação bastante complicada e custosa.

O TCSC e o GCSC não podem ser considerados compensadores série tipo tensão controlada uma vez que a tensão inserida no sistema depende da corrente na linha. Por este motivo, o GCSC é capaz de introduzir no sistema apenas reatância capacitativa, enquanto que o TCSC é capaz de inserir também reatância indutiva. Em contrapartida, o TCSC e o GCSC são acoplados diretamente ao sistema, sem a necessidade de um transformador.

Devido ao domínio e confiabilidade da tecnologia dos tiristores de potência, o TCSC já faz parte de alguns sistemas de potência. Atualmente, há quatro TCSCs em operação na interligação Norte-Sul do sistema elétrico brasileiro, a qual pode ser vista na Figura 1.1.

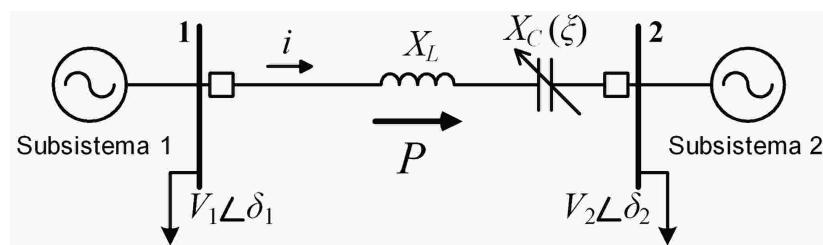


Figura 1.6: Compensador FACTS tipo impedância variável utilizado na compensação série.

## 1.4 Capacitor Série Controlado por Chave Auto-comutada

O Capacitor Série Controlado por Chave Auto-comutada (GCSC) é composto pela associação de duas chaves semicondutoras simétricas auto-comutadas conectadas em anti-paralelo com um capacitor, conforme mostrado na Figura 1.7. Para estas chaves, pode-se utilizar GTOs ou IGCTs, visto ser necessário que tais dispositivos possuam controlabilidade tanto no seu fechamento quanto na sua abertura, o que inviabiliza o uso de tiristores. O objetivo desta configuração entre chaves e capacitor é controlar a tensão  $v_c$  nos terminais do capacitor para uma determinada corrente  $i$  na linha de transmissão.

### 1.4.1 Princípio de Operação

O funcionamento do GCSC é baseado no chaveamento dos GTOs ou IGCTs. Em uma primeira análise do circuito da Figura 1.7, observa-se que, se as chaves permanecerem em condução, o capacitor não atua no sistema e a tensão  $v_c$  é nula. Por outro lado, se as chaves permanecerem abertas, o capacitor atua no sistema. Para controlar a tensão  $v_c$ , o disparo e o corte das chaves ocorrem a cada meio-ciclo, em sincronismo com a frequência do sistema, como pode-se perceber pelas formas de onda da corrente e da tensão no GCSC, apresentadas na Figura 1.8.

Supondo uma corrente  $i$  puramente senoidal passando pela linha de transmissão, vamos partir da situação em que  $i$  está em seu semi-ciclo positivo, a chave denominada  $G_2$  encontra-se bloqueada (OFF) e a chave denominada  $G_1$  conduz (ON). A tensão  $v_c$  é nula até que, em um

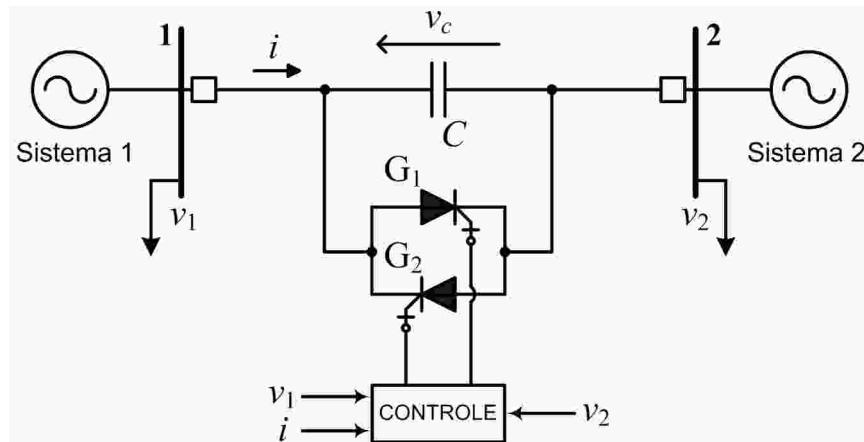


Figura 1.7: Capacitor Série Controlado por Chave Auto-comutada — GCSC.

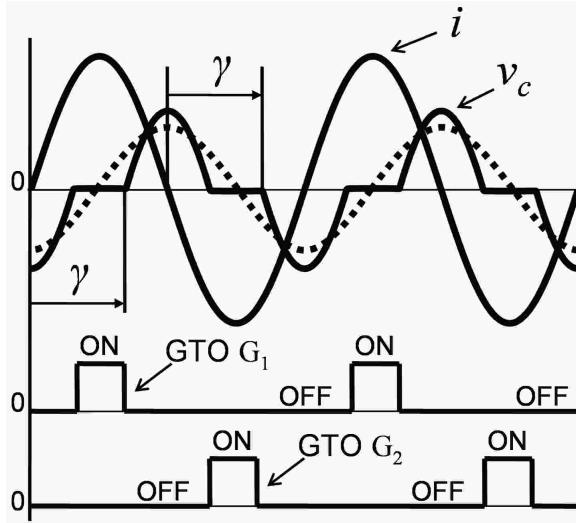


Figura 1.8: Tensão, corrente e sinais de controle no GCSC.

ângulo de corte  $\gamma$ ,  $G_1$  é bloqueado, inserindo o capacitor no sistema. Esta inserção resulta no carregamento do capacitor até que a corrente  $i$  passe para o seu semi-ciclo negativo. Neste momento, a corrente inverte o seu sentido e descarrega o capacitor. Quando a tensão  $v_c$  se anula,  $G_2$  é posto em condução. A partir do instante em que  $G_2$  é cortado, o capacitor carrega-se negativamente. Deste modo, através do ajuste do ângulo de corte  $\gamma$ , controla-se o nível médio (ou grau) de compensação série inserido no sistema. Como a referência do ângulo  $\gamma$  é o cruzamento da corrente por zero, a compensação do GCSC é máxima para  $\gamma = 90^\circ$  e nula para  $\gamma = 180^\circ$ .

Para uma corrente  $i(t) = I_{máx} \sin \omega t$  na linha de transmissão, a tensão instantânea  $v_c$  sobre o capacitor, em função do ângulo de corte  $\gamma$ , é dada por

$$v_c(t, \gamma) = \frac{1}{C} \int_{\gamma/\omega}^t i(t) dt = \frac{I_{máx}}{\omega C} (\cos \gamma - \cos \omega t), \quad (1.5)$$

onde  $C$  é a capacitância do banco de capacitores do GCSC,  $I_{máx}$  é a amplitude da corrente na linha de transmissão e  $\omega$  é a frequência angular nominal do sistema. Como as chaves são bloqueadas em  $\gamma$  e entram em condução quando a tensão  $v_c$  se anula, (1.5) representa apenas o intervalo  $\gamma \leq \omega t \leq 2\pi - \gamma$ . Além disso, a expressão (1.5) só é válida para os semi-ciclos positivos; para os semi-ciclos negativos deve-se trocar os sinais de seus termos.

Na Figura 1.8, a curva pontilhada é a componente fundamental da tensão  $v_c$  nos terminais do capacitor. Partindo de (1.5), sua amplitude,  $V_{cf}$ , pode ser determinada em função do ângulo de corte  $\gamma$  pela expressão

$$V_{cf}(\gamma) = \frac{I_{máx}}{\omega C} \left( 2 - \frac{2}{\pi} \gamma + \frac{1}{\pi} \sin 2\gamma \right). \quad (1.6)$$

Variando a amplitude  $V_{cf}$  da componente fundamental da tensão  $v_c$  para uma corrente fixa na linha de transmissão, é possível considerar o GCSC como uma reatância capacitiva variável em função de  $\gamma$ . Deste modo, através de (1.6), define-se uma expressão para a reatância equivalente  $X_C(\gamma)$  inserida no sistema:

$$X_C(\gamma) = \frac{1}{\omega C} \left( 2 - \frac{2}{\pi} \gamma + \frac{1}{\pi} \sin 2\gamma \right). \quad (1.7)$$

A Figura 1.9 apresenta a variação da reatância equivalente  $X_C(\gamma)$ , normalizada em seu valor máximo  $X_C = 1/(\omega C)$ , em função do ângulo de corte  $\gamma$ . Observa-se que o GCSC é capaz de inserir na linha de transmissão qualquer valor de  $X_C(\gamma)$  entre 0 e 1 pu através do ajuste do ângulo  $\gamma$ . Em aplicações práticas, o GCSC pode ser operado de forma a controlar a tensão  $V_{cf}$  ou a reatância capacitiva equivalente  $X_C(\gamma)$  visto que, de acordo com (1.6) e (1.7), ambas variam da mesma maneira em relação ao ângulo  $\gamma$ .

#### 1.4.2 Considerações sobre o GCSC

Na forma de onda da tensão  $v_c$ , observada na Figura 1.8, é evidente a presença de harmônicas. Assim como a amplitude da componente fundamental  $V_{cf}$ , a amplitude das harmônicas de enésima ordem varia com o ângulo de corte  $\gamma$ , como mostrado por Souza et al. em [6]. No entanto, existem vários métodos que podem ser utilizados para atenuar a porcentagem de harmônicas na tensão  $v_c$  como, por exemplo, a conexão de vários módulos de GCSC em série, descrita por Souza et al. em [7].

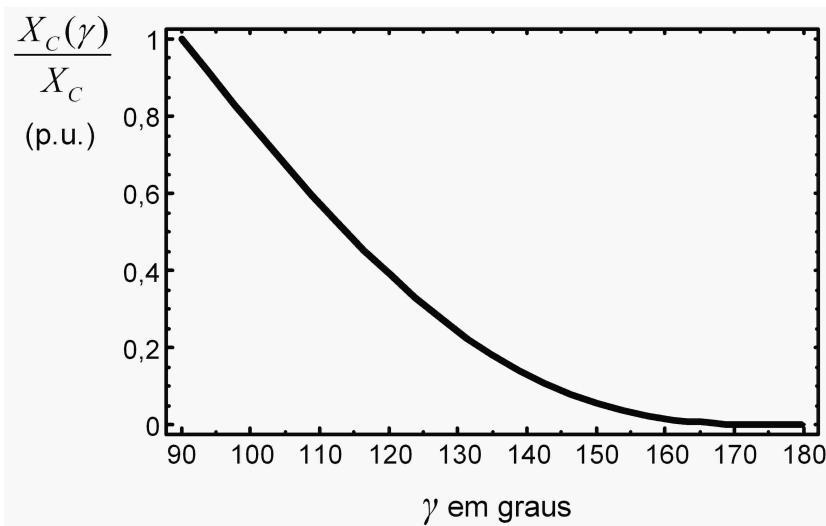


Figura 1.9: Variação da reatância  $X_C(\gamma)$  em função de  $\gamma$ .

Além disso, é possível notar, na Figura 1.8, que o GCSC é um dispositivo ZVS (Zero Voltage Switching). Isto significa que as chaves são comutadas com tensão nula em seus terminais, não havendo energia armazenada no capacitor durante o chaveamento, como descrito por Nejad e Ortmeyer em [8]. Esta é uma ótima característica caso seja necessário conectar vários módulos ou chaves em série para compor a válvula, como mostrado por Watanabe et al. em [9], e uma das vantagens do GCSC em relação ao TCSC, observada por Souza et al. em [10].

Na prática, podem existir pequenas diferenças entre os ângulos de corte durante os semi-ciclos positivo e negativo devido a atrasos no circuito de controle das chaves ou transitórios no sistema. Isto prejudica o balanço de tensão no capacitor, dando origem a um nível de CC no circuito. Para evitar este problema, pode-se utilizar circuitos de controle que calculem o valor médio da tensão e realizem o chaveamento de modo a manter este valor médio nulo. Entretanto, esta discussão não faz parte do escopo deste trabalho.

## 1.5 Elementos Parasitas

Na análise de circuitos, é comum fazer uso de modelos idealizados dos componentes elétricos. No entanto, através do estudo experimental, percebe-se uma série de imperfeições que, em alguns casos, são traduzidas em resultados bastante díspares dos obtidos durante a análise teórica. Os elementos parasitas podem ser os responsáveis por esta disparidade e, por este motivo, é importante considerar sua influência no funcionamento de qualquer equipamento antes de efetivamente montá-lo.

Por exemplo, ao circular corrente por um condutor elétrico, verifica-se a existência de campo magnético e de perda por efeito Joule. Estes fenômenos são modelados respectivamente por indutâncias e resistências, como mostrado na Figura 1.10. A indutância modela o efeito do campo magnético no condutor, enquanto que a resistência modela a perda por efeito Joule no mesmo. Assim como os condutores, outros componentes elétricos também possuem modelos que incluem o efeito de suas imperfeições.

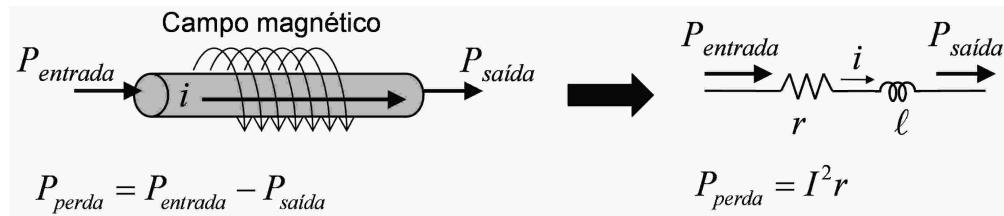


Figura 1.10: Resistência e indutância em um condutor elétrico.

## 1.6 Motivação

Conforme mostrado no mapa da Figura 1.1, os principais centros consumidores brasileiros estão muito distantes das maiores bacias hidrográficas. Linhas de transmissão muito longas apresentam reatância indutiva maior, o que prejudica sua capacidade de transmissão. Por este motivo, a compensação série em massa destas linhas é de imensa importância a fim de evitar ou adiar a construção de um maior número de linhas de transmissão, contribuindo também para a redução dos danos ao meio-ambiente.

A motivação deste trabalho está nas vantagens que a compensação série controlada pode vir a trazer para as longas linhas de transmissão que futuramente deverão fazer parte do sistema elétrico brasileiro. Como foi visto, os compensadores FACTS série possibilitam a contínua variação da capacidade máxima de potência destas linhas e das margens de estabilidade transitória e de tensão na linha.

A escolha do GCSC como o compensador FACTS a realizar esta compensação é devida, em parte, aos resultados apresentados por Souza et al. em [10] mostrando que, sob vários aspectos, o GCSC é mais vantajoso do que o TCSC. Em relação ao SSSC, é verdade que este proporciona um nível maior de flexibilidade ao sistema do que o GCSC. No entanto, utilizando o GCSC não há necessidade de inserir um transformador em série com a linha de transmissão, o que reduz bastante o seu custo operacional e construtivo.

O estudo da influência dos elementos parasitas faz-se necessário não só pela inevitável presença dos mesmos em qualquer circuito; muitas vezes eles são os responsáveis pelo mau funcionamento de um equipamento. Em circuitos chaveados, como é o caso do GCSC, estes elementos influenciam, principalmente, no comportamento transitório da tensão e corrente na chave imediatamente após a sua comutação.

Deste modo, a associação entre as indutâncias dos condutores e o capacitor do GCSC podem dar origem a oscilações de tensão e corrente na chave. Se estas oscilações não forem amorteadas, elas podem causar danos irreversíveis ao dispositivo.

cidas, algumas medidas precisam ser tomadas para garantir a correta e eficiente operação deste compensador. Os trabalhos anteriores relacionados ao GCSC [7–11] não incluem os efeitos destes elementos no seu funcionamento.

## 1.7 Objetivos

Os objetivos do presente trabalho são:

- i. analisar a influência dos elementos parasitas no funcionamento do GCSC e;
- ii. estabelecer formas de reduzir e/ou tirar vantagens dos efeitos destes elementos.

Para isto é feita uma modelagem do GCSC considerando resistências e indutâncias inerentes aos condutores e ao banco de capacitores que compõem o seu circuito.

Esta modelagem é realizada em um módulo de GCSC, projetado para operar em 2 kV e 1500 A. A conexão em série destes módulos permite atender a níveis de tensão mais elevados sem a necessidade de projetar GCSCs para uma classe específica de tensão, além de favorecer a redução da distorção harmônica da tensão inserida no sistema [7].

Um ponto vulnerável do GCSC são as chaves (GTOs ou IGCTs em anti-paralelo), as quais são submetidas a elevadas tensões e correntes assim como a bruscas variações destes parâmetros. Por este motivo, neste trabalho, grande parte da atenção é voltada aos limites operacionais das chaves, i.e., tensão e corrente máximas e derivadas máximas de tensão e corrente suportadas por elas. Valores elevados destes parâmetros podem danificá-las.

## 1.8 Conclusões

Este capítulo mostrou as vantagens proporcionadas pela compensação série de linhas de transmissão aos sistemas elétricos de potência. Foi apresentada a compensação série controlada e citados alguns dos compensadores FACTS capazes de realizá-la, dentre eles o GCSC, sendo feita uma breve introdução ao funcionamento do mesmo. Por fim, foram estabelecidos a motivação e os objetivos deste trabalho.

A importância deste capítulo está no estudo do princípio de operação do GCSC, de forma que fique claro ao leitor sob quais condições e em que instantes as chaves são bloqueadas e entram em condução. Esta noção é fundamental para um melhor entendimento da influência dos elementos parasitas na tensão e na corrente transitórias nas chaves após a sua comutação.

## CAPÍTULO 2

---

# Elementos Parasitas e Modelagem do Circuito do GCSC

---

O objetivo deste capítulo é obter as equações das curvas de tensão e corrente na chave imediatamente após a sua comutação. Primeiramente, é apresentado um circuito equivalente do GCSC o qual inclui os principais elementos parasitas considerados em seu circuito. Em seguida, é feita uma modelagem matemática deste circuito e, com isto, são obtidas as equações das curvas transitórias de tensão e corrente na chave por meio de dois métodos distintos.

## 2.1 Elementos Parasitas no GCSC

Com base em um módulo de GCSC, mostrado na Figura 2.1(a), são apresentados os elementos parasitas de seus condutores e banco de capacitores na Figura 2.1(b). Como esperado, os condutores são modelados por uma resistência e uma indutância em série. No caso do banco de capacitores, é considerado um modelo que consiste em uma resistência e uma indutância em série com o capacitor e, em paralelo com este, uma resistência de isolamento. A resistência série representa todas as perdas elétricas enquanto que a indutância corresponde ao campo magnético como um todo no banco de capacitores. A resistência de isolamento está relacionada à descarga do capacitor, uma vez que um capacitor carregado perde gradualmente a sua carga mesmo sem estar conectado a um circuito. Existem modelos mais complexos e detalhados para a modelagem de condutores e bancos de capacitores; porém, uma interpretação mais intuitiva da influência em particular de cada tipo de elemento parasita é obtida por meio de modelos mais simples que levem em conta os principais fenômenos que ocorrem em cada componente.

A análise proposta neste trabalho é fundamentada no GCSC real da Figura 2.1(b). No entanto, com o intuito de torná-la simples e objetiva, apenas são levados em conta os elementos parasitas mais evidentes de cada componente do GCSC. Para isto, antes de partir para a modelagem matemática do circuito, são feitas algumas considerações no tocante à representação destes componentes, sendo, por fim, obtido um circuito equivalente para o GCSC.

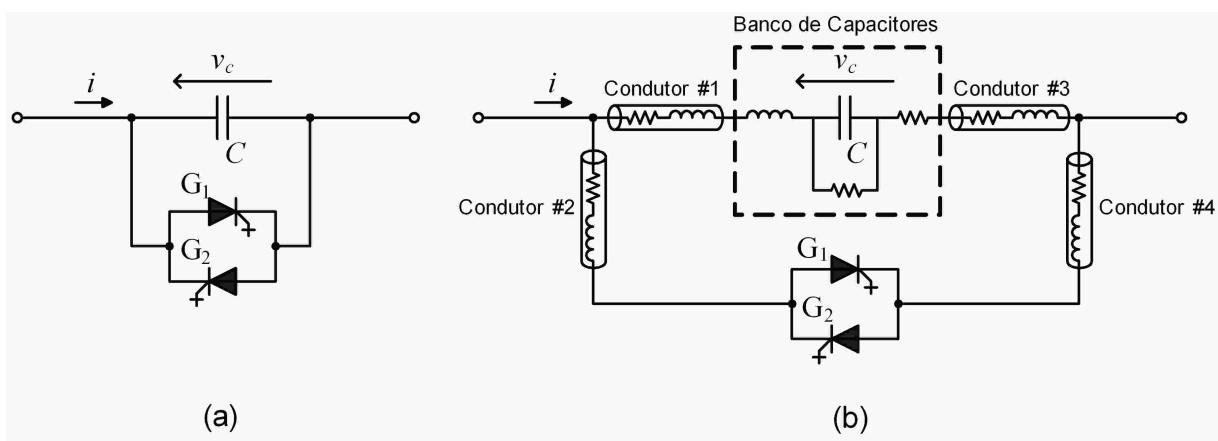


Figura 2.1: (a) O circuito do GCSC e (b) os elementos parasitas de seus componentes.

## 2.2 Representação das Chaves

Os GTOs ou IGCTs que fazem parte do GCSC também possuem modelos que representam as suas imperfeições. Sabe-se que, em geral, estas chaves têm basicamente comportamento similar ao de resistências, como apresentado por Fischl et al. em [12]. Enquanto permanece fechada, a chave pode ser considerada como uma fonte de tensão de CC (em torno de 2 a 3 V) em série com uma pequena resistência (alguns miliohms). Enquanto permanece aberta, a chave pode ser representada por uma resistência grande (alguns megaohms).

Como será visto, a associação entre o capacitor e as indutâncias no circuito do GCSC dá origem a oscilações de tensão e corrente na chave. As resistências presentes no circuito favorecem o amortecimento de tais oscilações. Por este motivo, acredita-se que a modelagem destas chaves não influi significativamente na análise proposta e, sendo assim, não são considerados os efeitos dos elementos parasitas das chaves. Portanto, neste trabalho, os GTOs ou IGCTs em anti-paralelo utilizados no GCSC são representados por uma chave ideal — i.e., resistência nula durante a condução e infinita enquanto bloqueada.

## 2.3 Representação dos Condutores

Nos sistemas em CA, os valores dos elementos parasitas de um condutor elétrico variam com a frequência na qual o condutor é utilizado. Este fenômeno, denominado efeito pelicular, está associado à distribuição não-uniforme da corrente no condutor, que passa a circular dominante pela sua superfície para maiores frequências de operação. Como consequência, à medida que aumenta-se a frequência da corrente no condutor, observa-se o aumento de sua resistência bem como a redução de sua indutância.

Entretanto, normalmente, a resistência de um condutor é muito menor do que a sua impedância na faixa de frequência de interesse neste trabalho (no máximo algumas dezenas de quilohertz). Por este motivo, no presente estudo, os condutores que conectam o banco de capacitores às chaves são representados apenas pelas suas indutâncias. Além disso, a variação no valor destas indutâncias devido ao efeito pelicular é desconsiderada. No Capítulo 4 é abordada a influência do efeito pelicular no funcionamento do GCSC.

## 2.4 Representação do Banco de Capacitores

Como foi observado na Figura 2.1(b), o banco de capacitores é representado por uma associação RLC série e uma resistência de isolamento em paralelo com o capacitor. Em geral, esta resistência é bastante elevada e pode ser desprezada, e assim é feito neste trabalho. Portanto, o banco de capacitores passa a ser modelado apenas pelo conjunto RLC série.

A partir daí, buscou-se obter valores típicos da resistência e indutância série de um banco de capacitores. A resistência, geralmente, é calculada através do fator de dissipação, FD, o qual é definido por

$$FD = \frac{R_C}{X_C} \quad [\text{W/kvar}], \quad (2.1)$$

onde  $R_C = FD \cdot X_C$  é a resistência do capacitor. Com base em dados sobre capacitores comerciais encontrados no sítio da empresa Nokian Capacitors<sup>1</sup>, observou-se que, para capacitores de potência, o fator de dissipação permanece na faixa de 0,08 a 0,15 W/kvar.

No entanto, não foram encontrados dados que fornecessem a indutância de um capacitor. Por este motivo, decidiu-se realizar um experimento, descrito a seguir, a fim de observar se esta indutância possui influência significativa na faixa de frequência de interesse neste trabalho.

### 2.4.1 Experiência

Esta experiência consiste em descarregar um capacitor de potência por meio de um curto-circuito em seus terminais. O objetivo é, a partir da curva da tensão transitória sobre o capacitor, encontrar os valores da indutância e resistência série do mesmo. Com isto, pretende-se verificar se a indutância do banco de capacitores do GCSC pode ser desprezada.

A fim de evitar elevadas correntes e variações bruscas da mesma devido a este curto-circuito sobre o capacitor, foi colocado um indutor em série com a chave, como pode-se notar na Figura 2.2. Sua indutância foi calculada após serem definidos valores para o capacitor utilizado na experiência e para a frequência de oscilação da tensão transitória sobre o capacitor.

Observando o circuito apresentado na Figura 2.2(a), espera-se que, imediatamente após o fechamento da chave, a tensão sobre o capacitor permaneça oscilando por um tempo indefinido na frequência de ressonância relacionada ao conjunto LC. Porém, conforme mostrado

---

<sup>1</sup><http://www.nokiancapacitors.com/highvoltage.htm>

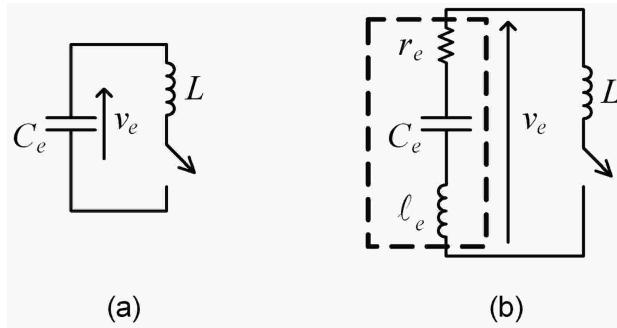


Figura 2.2: Curto-circuito aplicado nos terminais de um capacitor (a) desconsiderando e (b) considerando os seus elementos parasitas.

na Figura 2.2(b), um dos elementos parasitas do capacitor é uma resistência e, na prática, esta oscilação de tensão é amortecida. Além disso, a indutância do capacitor pode vir a alterar a frequência de oscilação.

## ASPECTOS TEÓRICOS

A partir do circuito da Figura 2.2(b), é possível encontrar a equação referente à curva transitoria da tensão \$v\_e\$. Para isto, é necessário solucionar a equação diferencial

$$(L + \ell_e) \frac{d^2 v_e}{dt^2} + r_e \frac{dv_e}{dt} + \frac{1}{C_e} v_e = 0, \quad (2.2)$$

onde \$\ell\_e\$ e \$r\_e\$ correspondem, respectivamente, à indutância e à resistência do capacitor em es- tudo, \$C\_e\$, e \$L\$ corresponde ao indutor em série com a chave.

O discriminante \$\Delta\_e\$, relativo à solução da equação diferencial homogênea (2.2), é expresso por

$$\Delta_e = r_e^2 - 4(L + \ell_e)1/C_e. \quad (2.3)$$

Como será comentado na Seção 2.6.3, o tipo da resposta encontrada na solução de equações diferenciais depende da condição de seu discriminante. Por ora, basta conhecer que é bastante provável que \$\Delta\_e < 0\$, visto que a resistência \$r\_e\$ é um elemento parasita e, com isto, espera-se que \$r\_e^2 < 4(L + \ell\_e)1/C\_e\$ em (2.3). Assim, a resposta de (2.2) é dada por

$$v_e = K_1 e^{at} \cos bt + K_2 e^{at} \sin bt, \quad (2.4)$$

onde \$K\_1\$ e \$K\_2\$ são constantes dependentes do valor da tensão \$v\_e\$ e de sua derivada no instante em que é aplicado o curto-circuito, e \$a\$ e \$b\$ são dados por

$$a = -\frac{r_e}{2(L + \ell_e)} \quad \text{e} \quad b = \sqrt{\frac{1}{(L + \ell_e)C_e} - a^2}. \quad (2.5)$$

## PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

Para a realização deste experimento, montou-se o circuito da Figura 2.3. Como pode-se observar, este circuito é composto por duas partes: a Parte 1, cuja função é carregar o capacitor e a Parte 2, responsável por curto-circuitar seus terminais, descarregando-o.

A Parte 1 do circuito experimental é um retificador de meia-onda composto por uma fonte senoidal de tensão,  $V_f$ ; por uma chave,  $S_1$ ; por um resistor,  $R$ ; por um diodo, D; e pelo capacitor  $C_e$ . A fonte de tensão é a própria rede elétrica do laboratório e espera-se que o capacitor esteja carregado com a tensão de pico,  $\sqrt{2} \cdot V_f$ , no instante do curto. O resistor  $R$  é utilizado para limitar a corrente e evitar a variação instantânea de tensão no capacitor no instante do fechamento de  $S_1$ .

A Parte 2 corresponde ao circuito da Figura 2.2 sendo composta pelo capacitor  $C_e$ ; pelo indutor,  $L$ ; e por uma chave,  $\bar{S}_1$ . Este indutor foi projetado e montado no laboratório, uma vez que sua indutância foi calculada com base em uma determinada frequência de oscilação e no valor de  $C_e$ . Além disso, ele foi feito utilizando um condutor especial, composto por 165 filamentos, o que reduz bastante a sua resistência. Todo o circuito foi montado de forma a minimizar o efeito dos elementos parasitas dos condutores.

As chaves  $S_1$  e  $\bar{S}_1$  consistem, na verdade, em uma única chave mecânica com dois pólos. Sua conexão ao circuito é feita de forma tal que o fechamento ou abertura de  $S_1$  é acompanhado, respectivamente, pela abertura ou fechamento de  $\bar{S}_1$ .

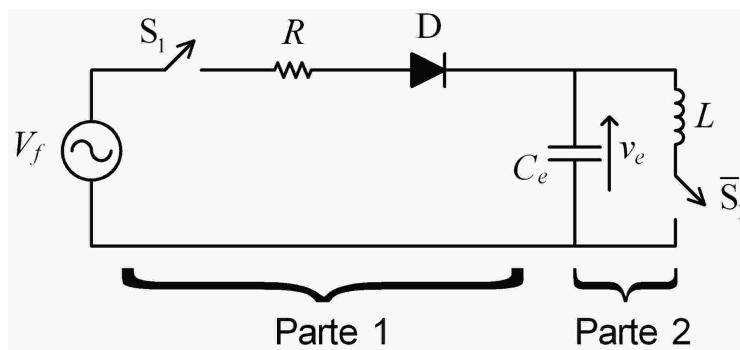


Figura 2.3: Circuito montado para realização da experiência.

## RESULTADOS E ANÁLISE

Para esta experiência, foi utilizado um capacitor de potência  $C_e = 10,2 \mu\text{F}$  (valor medido) e estabelecida como frequência de ressonância  $f_{res} = 10 \text{ kHz}$ . Com base na Figura 2.2(a), esta frequência é dada por  $f_{res} = 1/(2\pi\sqrt{LC_e})$ . Portanto, o indutor foi montado para ter indutância em torno de

$$L = \frac{1}{4\pi^2 f_{res}^2 C_e} = \frac{1}{4\pi^2 \cdot (10 \times 10^3)^2 \cdot 10 \times 10^{-6}} = 24,83 \mu\text{H}. \quad (2.6)$$

Após a montagem, foi medida uma indutância de  $22 \mu\text{H}$ , a qual pode ser considerada bem próxima do valor desejado.

Na Parte 1 do circuito da Figura 2.3, utilizou-se um resistor  $R = 22,5 \Omega$  (valor medido) e a fonte de tensão  $V_f$  corresponde à rede elétrica do laboratório. Portanto, espera-se que esta forneça tensão alternada com valor eficaz  $127 \text{ V}$  e frequência nominal  $60 \text{ Hz}$ .

Com isto, foram efetuados diversos chaveamentos e coletadas cinco curvas da tensão transitória sobre o capacitor. Uma destas curvas é apresentada na Figura 2.4. Baseado na resposta (2.4) e a partir do comando *FindFit* no programa *Mathematica*, é feito um ajuste da curva. O comando *FindFit* encontra, através do método dos mínimos quadrados, os valores das constantes  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $a$  e  $b$  que fornecem o melhor ajuste à curva da tensão  $v_e$ . Como pode ser visto na Figura 2.4(b), a curva ajustada acompanha a curva original satisfatoriamente, o que comprova a eficácia deste método de ajuste.

Uma vez obtidos os valores de  $a$  e  $b$ , é possível calcular os valores da indutância  $\ell_e$  e da resistência  $r_e$  por meio de (2.5). A Tabela 2.1 mostra os valores destes parâmetros calculados para as cinco curvas de tensão coletadas.

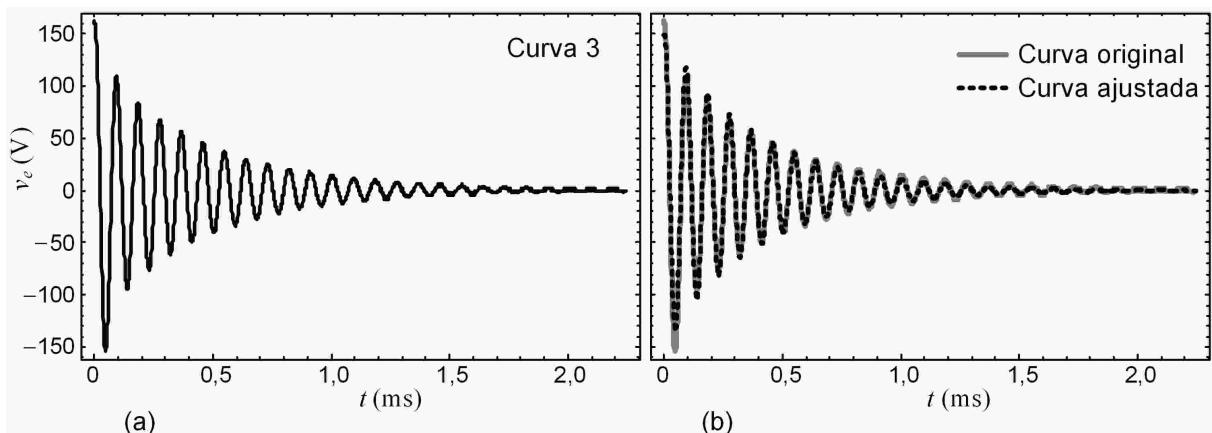


Figura 2.4: (a) Tensão transitória sobre o capacitor e (b) ajuste da curva.

Tabela 2.1: Valores de  $(L + \ell_e)$  e de  $r_e$  calculados com base no ajuste da curva de tensão.

Curvas	$a$	$b$	$f_{res}$ (kHz)	$L + \ell_e$ ( $\mu\text{H}$ )	$r_e$ ( $\text{m}\Omega$ )
Curva 1	- 4.109, 7	68.860	10, 959	21, 015	172, 73
Curva 2	- 3.012, 0	68.975	10, 977	20, 979	126, 38
Curva 3	- 2.620, 9	68.878	10, 962	21, 048	110, 33
Curva 4	- 2.929, 9	68.790	10, 948	21, 094	123, 61
Curva 5	- 2.719, 1	68.766	10, 944	21, 114	114, 82
Média	- 3.078, 3	68.854	10, 958	21, 050	129, 57

Pela Tabela 2.1, observa-se que o valor da indutância total do circuito,  $(L + \ell_e)$ , é menor do que o valor medido no indutor  $L$  ( $22 \mu\text{H}$ ). Isto se deve ao efeito pelicular no condutor que forma este indutor. Com o intuito de verificar a validade desta afirmação, fazendo uso de uma ponte LCR, foram medidas as seguintes indutâncias no indutor  $L$ .

$$\text{Em } 60 \text{ Hz, } L = 22,0 \mu\text{H.} \quad \text{Em } 10 \text{ kHz, } L = 21,2 \mu\text{H.} \quad (2.7)$$

Fica evidente que, em 10 kHz,  $L$  fica bem próximo dos valores apresentados na Tabela 2.1. Este resultado revela ainda que a indutância do capacitor não influencia consideravelmente no transitório da tensão sobre o capacitor.

Considerando o valor médio de  $r_e$  na Tabela 2.1 e a reatância de  $C_e$  em 60 Hz, obtém-se, a partir de (2.1), o fator de dissipação deste capacitor igual a 0,498 W/kvar. Em comparação com os valores típicos (0,08 a 0,15 W/kvar) mostrados anteriormente, este é um fator um pouco elevado. Entretanto, como a resistência da chave durante a sua condução não foi modelada, os valores obtidos na Tabela 2.1, correspondem à soma da resistência  $r_e$  com a resistência da chave.

Como o maior interesse neste experimento era verificar, qualitativamente, a influência da indutância do capacitor no transitório da tensão  $v_e$ , não foram feitas medidas em relação à resistência da chave. Porém, acredita-se que  $r_e$  seja algumas dezenas de miliohms menor do que os valores apresentados na Tabela 2.1.

## CONCLUSÃO

A partir desta experiência verificou-se que a indutância do capacitor de potência em estudo não interfere de forma considerável na tensão sobre o capacitor imediatamente após o curto-círcuito. Portanto espera-se que, no caso do banco de capacitores do GCSC, a indutância tam-

bém não influencie significativamente nos transitórios de tensão e corrente nas chaves. Além disso, é provável que seu valor seja muito menor do que a soma das indutâncias dos condutores que conectam o circuito e, por estes motivos, ela é desprezada.

## 2.5 Circuito Equivalente do GCSC

Com base nas considerações feitas nas seções anteriores, obtém-se o circuito equivalente do GCSC mostrado na Figura 2.5(a). Deste modo,  $\ell_1$  corresponde à soma das indutâncias dos condutores #1 e #3,  $\ell_2$  à soma das indutâncias dos condutores #2 e #4 e  $r_c$  à resistência em série com o capacitor  $C$ . Ambas as indutâncias,  $\ell_1$  e  $\ell_2$ , dependem do comprimento e da geometria dos condutores (geralmente alguns metros) e  $r_c$  depende basicamente do fator de dissipação do banco de capacitores.

Sabe-se que os GTOs ou IGCTs em anti-paralelo usados no GCSC são projetados para suportar determinados valores de tensão ( $v_{ch}$ ) máxima, corrente ( $i_{ch}$ ) máxima e variações de tensão ( $dv_{ch}/dt$ ) e de corrente ( $di_{ch}/dt$ ) máximas. Se, idealmente,  $\ell_1 = \ell_2 = 0$  nos circuitos da Figura 2.5, então a variação de corrente na chave seria instantânea ( $di_{ch}/dt \rightarrow \infty$ ), danificando-a. Isto demonstra a necessidade de que  $\ell_2$  seja maior do que uma indutância mínima tal que o  $di_{ch}/dt$  não ultrapasse o valor máximo suportado pela chave. No entanto, a associação LC dá origem a oscilações de corrente no circuito. Para amortecê-las,  $r_c$  deve ser maior do que uma resistência mínima, o que provoca aumento de perda por efeito Joule no GCSC.

Desta forma, devem ser escolhidos os menores valores possíveis para  $\ell_1$ ,  $\ell_2$  e  $r_c$  tais que minimizem as oscilações de corrente e a perda ativa no circuito respeitando as limitações

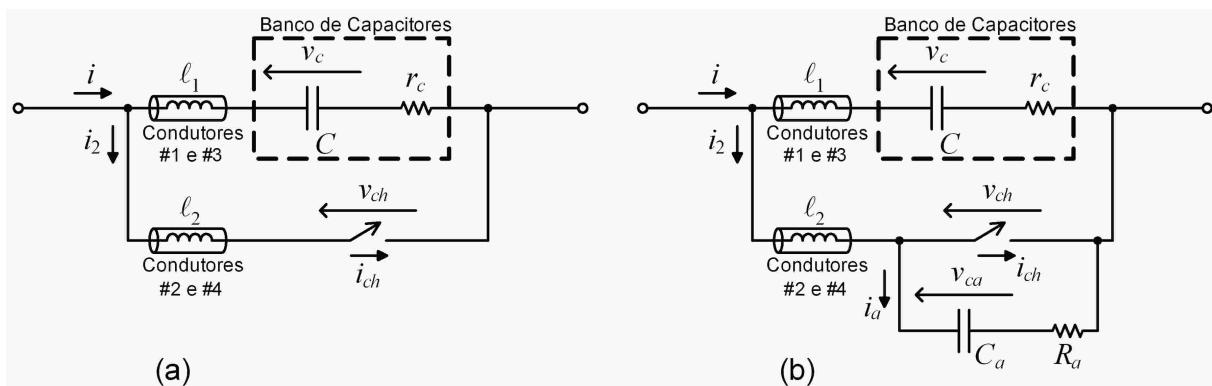


Figura 2.5: O GCSC (a) com os elementos parasitas e (b) com o circuito de amortecimento.

operacionais da chave. Porém, é difícil obter uma combinação satisfatória entre  $\ell_1$ ,  $\ell_2$  e  $r_c$  pois estes são elementos parasitas. Por exemplo, estima-se uma indutância total de 1  $\mu\text{H}$  por metro de condutor. Tendo em vista as dimensões físicas do equipamento, para que  $\ell_1 + \ell_2 < 1 \mu\text{H}$  pode ser necessário utilizar condutores em paralelo, i.e., aproximar os cabos que ligam o capacitor às chaves de maneira a minimizar o campo magnético externo produzido por cada condutor, reduzindo assim sua indutância.

Pela Figura 2.5(a), observa-se que a chave está em série com a indutância  $\ell_2$ . Isto provocaria uma brusca variação de tensão na chave no instante em que ela interrompesse a corrente, o que poderia danificá-la por  $dv_{ch}/dt$  excessivo. Por isto, é necessária a adição de um capacitor de amortecimento,  $C_a$ , responsável por limitar o  $dv_{ch}/dt$  máximo, em série com um resistor,  $R_a$ , cuja função é amortecer as oscilações de tensão na chave no momento de sua abertura. Este circuito de amortecimento é conectado em paralelo com a chave, como mostrado no modelo da Figura 2.5(b), a partir do qual será analisado o comportamento do GCSC nos momentos de abertura e fechamento da chave.

## 2.6 Modelo Matemático

Na Figura 2.5(b) a abertura da chave interrompe a corrente  $i_{ch}$ , obrigando-a a passar por  $C_a$  e  $R_a$ . Isto submete a chave a uma tensão que pode possuir um valor de pico ( $v_{ch}(0) = R_a \cdot i_2(0)$ , considerando  $t = 0$  como o instante de abertura) muito elevado e, com isto, danificá-la. Por outro lado, o fechamento da chave cria subitamente um caminho de impedância nula para a corrente  $i_2$ , resultando em uma variação brusca da corrente ( $di_{ch}/dt$ ) na chave, o que também representa riscos em sua operação. Portanto, a fim de verificar o comportamento transitório da tensão e da corrente na chave em consequência de sua comutação, é feito o equacionamento de dois circuitos distintos: um que considera a chave imediatamente após a sua abertura e outro que a considera imediatamente após o seu fechamento.

O chaveamento no GCSC ocorre com tensão nula em seus terminais, i.e., nos terminais da chave. Observando a Figura 2.5(b) verifica-se que, devido à inclusão dos elementos parasitas no circuito, pode haver tensão sobre os capacitores  $C$  e  $C_a$  nos instantes de comutação. No entanto, estas tensões são pequenas — em torno de 30 V em  $C_a$  e 0,3 V em  $C$  no caso do fechamento da chave para um GCSC de 2 kV. Mesmo assim, é essencial a presença do resistor  $R_a$  no circuito de amortecimento a fim de limitar a corrente na chave após o seu fechamento.

Sabe-se também que, embora a corrente  $i$  do sistema seja senoidal, é desejado analisar apenas os períodos transitórios da tensão e da corrente na chave, os quais correspondem a intervalos de tempo muito curtos (no máximo alguns milissegundos). Com isto, a corrente  $i$  pode ser considerada constante uma vez que esta aproximação não dá origem a erros significativos.

Levando em conta estes aspectos, as equações resultantes de cada circuito são solucionadas por dois métodos diferentes, resumidos a seguir:

**MÉTODO I** considera a corrente  $i$  constante e as tensões sobre os capacitores  $C$  e  $C_a$  nulas durante o chaveamento. Fazendo uso da solução clássica de circuitos, encontrada por meio da solução geral de equações diferenciais, obtém-se a forma analítica das equações das curvas de tensão e corrente transitórias;

**MÉTODO II** considera a corrente  $i$  senoidal e calcula as condições iniciais das tensões sobre os capacitores  $C$  e  $C_a$  durante chaveamento. Fazendo uso da solução pela transformada de Laplace, obtém-se a forma numérica das equações das curvas de tensão e corrente transitórias.

A solução através do método I, devido às aproximações consideradas, contribui para uma análise mais intuitiva da influência de cada componente do circuito em detrimento da exatidão no cálculo das curvas de tensão e corrente transitórias na chave. Em contrapartida, o método II tem como resposta a solução exata em detrimento das respostas analíticas das curvas transitórias da chave, uma vez que as equações resultantes são bastante extensas.

Devido à maior precisão do método II, é a partir dele que são obtidas as curvas de tensão e corrente transitórias na chave mostradas neste trabalho. Estas mesmas curvas, encontradas utilizando o método I, são apresentadas em [13].

### 2.6.1 Abertura da Chave

A Figura 2.6 mostra o circuito da Figura 2.5(b) após a abertura da chave. Através do equacionamento por malha, obtém-se

$$\ell_2 \frac{di_{A2}}{dt} + \frac{1}{C_a} \int i_{A2} dt + R_a i_{A2} + \ell_1 \frac{d(i_{A2} - i_A)}{dt} + \frac{1}{C} \int (i_{A2} - i_A) dt + r_c (i_{A2} - i_A) = 0, \quad (2.8)$$

onde  $i_{A2}$  é a corrente que circula pela chave imediatamente antes da sua abertura e passa pelo

círcuito de amortecimento imediatamente após a sua abertura e  $i_A$  é a corrente do sistema durante a abertura da chave, dada por

$$i_A(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \gamma), \quad (2.9)$$

na qual  $I$  é o valor eficaz da corrente do sistema e adota-se  $t = 0$  como o instante em que ocorre a abertura da chave. Por fim, a tensão transitória sobre a chave é dada por

$$v_{ch} = \frac{1}{C_a} \int i_{A2} dt + R_a i_{A2}. \quad (2.10)$$

## SOLUÇÃO PELO MÉTODO I

Neste método, com base em (2.8), a corrente  $i_{A2}$  é determinada através da solução da equação diferencial

$$(\ell_1 + \ell_2) \frac{d^2 i_{A2}}{dt^2} + (r_c + R_a) \frac{di_{A2}}{dt} + \left( \frac{1}{C} + \frac{1}{C_a} \right) i_{A2} = \frac{1}{C} i_{Acte}, \quad (2.11)$$

onde  $i_{Acte}$  é o valor de  $i_A$  no instante da comutação, ou seja,  $i_{Acte} = i_A(0)$ . Este é o valor no qual a corrente do sistema é considerada constante durante a abertura da chave.

Considerando as tensões  $v_{Ac}(0)$  e  $v_{Aca}(0)$  nulas, as condições iniciais necessárias para a solução de (2.11) são

$$i_{A2}(0) = i_{Acte} \quad \text{e} \quad \frac{di_{A2}}{dt}(0) = \frac{-R_a}{\ell_1 + \ell_2} i_{Acte}. \quad (2.12)$$

Sabe-se que a solução de (2.8) depende do valor de seu discriminante,  $\Delta_A$ , dado por

$$\Delta_A = (r_c + R_a)^2 - 4(\ell_1 + \ell_2)(1/C + 1/C_a). \quad (2.13)$$

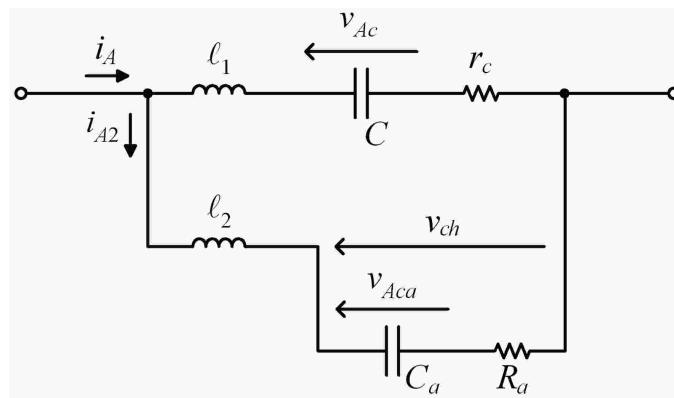


Figura 2.6: Chave do GCSC aberta.

Com isto, soluciona-se (2.11) para as três condições de  $\Delta_A$  e a tensão na chave instantes após a sua abertura, obtida através de (2.10), é dada por

$$\begin{aligned} v_{ch} &= K'_{A1}e^{a_{A1}t} + K'_{A2}e^{a_{A2}t} + [R_a + t/C_a] M_A, \quad \text{ou} \\ v_{ch} &= K'_{A3}e^{a_A t} + K'_{A4}te^{a_A t} + [R_a + t/C_a] M_A, \quad \text{ou} \\ v_{ch} &= K'_{A5}e^{a_A t} \cos b_A t + K'_{A6}e^{a_A t} \sin b_A t + [R_a + t/C_a] M_A, \end{aligned} \quad (2.14)$$

para, respectivamente,  $\Delta_A > 0$ ,  $\Delta_A = 0$  ou  $\Delta_A < 0$ . As constantes  $K'_{A1}$ ,  $K'_{A2}$ ,  $K'_{A3}$ ,  $K'_{A4}$ ,  $K'_{A5}$ ,  $K'_{A6}$ ,  $M_A$ ,  $a_{A1}$ ,  $a_{A2}$ ,  $a_A$  e  $b_A$  são apresentadas no Apêndice A.

## SOLUÇÃO PELO MÉTODO II

Aplicando a transformada de Laplace em (2.8), obtém-se a corrente  $i_{A2}$  no domínio da frequência, a qual é denominada  $I_{A2}$  e expressa por

$$I_{A2}(s) = \frac{(\ell_1 s^2 + r_c s + 1/C)I_A(s) + (\ell_1 + \ell_2)i_{A2}(0)s - \ell_1 i_A(0)s + v_{Ac}(0) - v_{Aca}(0)}{(\ell_1 + \ell_2)s^2 + (r_c + R_a)s + (1/C + 1/C_a)}, \quad (2.15)$$

onde  $I_A$  é a corrente do sistema no domínio da frequência, dada por

$$\mathcal{L}\{i_A(t)\} = I_A(s) = \frac{\sqrt{2}I(\omega \cos \gamma + s \sin \gamma)}{s^2 + \omega^2}. \quad (2.16)$$

As condições iniciais  $i_{A2}(0)$ ,  $v_{Ac}(0)$  e  $v_{Aca}(0)$  são encontradas através da solução do circuito da Figura 2.5(b) operando em regime permanente com a chave fechada.

Através da transformada de Laplace de (2.10), obtém-se a tensão sobre a chave no domínio da frequência,  $V_{ch}$ , dada por

$$V_{ch}(s) = \frac{I_{A2}(s)}{sC_a} + \frac{v_{Aca}(0)}{s} + R_a I_{A2}(s). \quad (2.17)$$

Substituindo  $I_{A2}$  em (2.17) por (2.15) e aplicando a transformada inversa de Laplace em (2.17), encontra-se a tensão  $v_{ch}$  no domínio do tempo. Entretanto, devido às considerações feitas neste método, a expressão resultante para  $v_{ch}$  se torna muito extensa, o que dificulta seu tratamento analítico. Contudo, é por meio deste método que são obtidas as curvas de tensão na chave apresentadas neste trabalho, visto sua melhor precisão.

## 2.6.2 Fechamento da Chave

A Figura 2.7 mostra o circuito da Figura 2.5(b) após o fechamento da chave. Assumindo que a chave é fechada com tensão terminal nula, obtém-se, a partir do equacionamento por malha

$$\ell_2 \frac{di_{F2}}{dt} + \ell_1 \frac{d(i_{F2} - i_F)}{dt} + \frac{1}{C} \int (i_{F2} - i_F) dt + r_c (i_{F2} - i_F) = 0 \quad \text{e} \quad (2.18)$$

$$\frac{1}{C_a} \int i_{Fa} dt + R_a i_{Fa} = 0, \quad (2.19)$$

onde, imediatamente antes do fechamento da chave,  $i_{F2} = i_{Fa}$  é a corrente que circula pelos condutores #2 e #4 e pelo circuito de amortecimento e  $i_F$  é a corrente do sistema durante o fechamento da chave, dada por

$$i_F(t) = \sqrt{2}I \sin(\omega t - \gamma), \quad (2.20)$$

posto que o fechamento ocorre em  $\omega t = 2\pi - \gamma$  e adota-se  $t = 0$  como o instante de comutação. Deste modo, após o seu fechamento a chave fica submetida à corrente

$$i_{ch} = i_{F2} - i_{Fa}. \quad (2.21)$$

É importante ressaltar que a corrente  $i_{Fa}$  só existe se houver tensão sobre o capacitor  $C_a$  no instante de comutação, i.e.,  $v_{Fa}(0) \neq 0$ . Isto significa que, pelo método I, a corrente que circula pela chave logo após o seu fechamento é igual a  $i_{F2}$ , visto que considera-se  $v_{Fa}(0) = 0$ .

## SOLUÇÃO PELO MÉTODO I

Como foi visto, a corrente na chave,  $i_{ch}$ , imediatamente após o seu fechamento é igual a  $i_{F2}$ . Portanto, com base em (2.18), obtém-se  $i_{ch}$  a partir da equação diferencial dada por

$$(\ell_1 + \ell_2) \frac{d^2 i_{ch}}{dt^2} + r_c \frac{di_{ch}}{dt} + \frac{1}{C} i_{ch} = \frac{1}{C} i_{Fcte}, \quad (2.22)$$

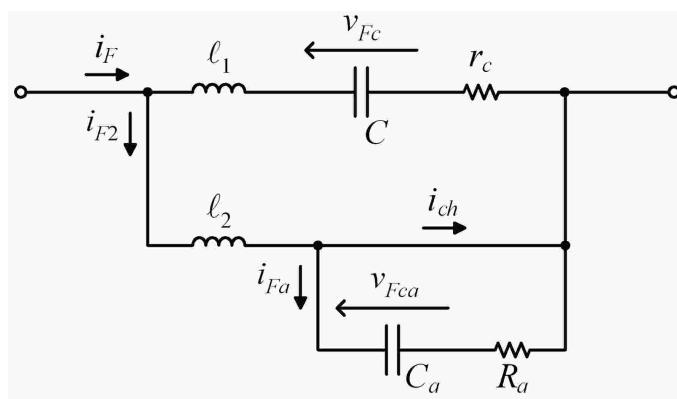


Figura 2.7: Chave do GCSC fechada.

onde  $i_{Fcte}$  é o valor de  $i_F$  no instante da comutação, ou seja,  $i_{Fcte} = i_F(0)$ . Este é o valor no qual a corrente do sistema é considerada constante durante o fechamento da chave.

A corrente que circula pela chave imediatamente antes do seu fechamento é nula. Como  $v_{Fca}(0) = 0$ , após entrar em condução, não há variação instantânea de corrente na chave devido à indutância  $\ell_2$  e, assim, lembrando que  $v_{Fc}(0) = 0$ , as condições iniciais são

$$i_{ch}(0) = 0 \quad \text{e} \quad \frac{di_{ch}}{dt}(0) = \frac{r_c}{\ell_1 + \ell_2} i_{Fcte}. \quad (2.23)$$

Sabe-se que a solução de (2.22) depende do valor de seu discriminante  $\Delta_F$ , dado por

$$\Delta_F = r_c^2 - 4(\ell_1 + \ell_2)(1/C). \quad (2.24)$$

Com isto, solucionando (2.22) para  $\Delta_F > 0$ ,  $\Delta_F = 0$  ou  $\Delta_F < 0$  encontra-se, respectivamente,

$$\begin{aligned} i_{ch} &= K_{F1} e^{a_{F1}t} + K_{F2} e^{a_{F2}t} + M_F, & \text{ou} \\ i_{ch} &= K_{F3} e^{a_F t} + K_{F4} t e^{a_F t} + M_F, & \text{ou} \\ i_{ch} &= K_{F5} e^{a_F t} \cos b_F t + K_{F6} e^{a_F t} \sin b_F t + M_F. \end{aligned} \quad (2.25)$$

Estas equações representam a corrente na chave instantes após o seu fechamento. As constantes  $K_{F1}, K_{F2}, K_{F3}, K_{F4}, K_{F5}, K_{F6}, M_F, a_{F1}, a_{F2}, a_F$  e  $b_F$  são apresentadas no Apêndice B.

## SOLUÇÃO PELO MÉTODO II

Aplicando a transformada de Laplace em (2.18) e (2.19), obtém-se a corrente  $i_{ch} = i_2 - i_a$  no domínio da frequência, a qual é denominada  $I_{ch}$  e expressa por

$$I_{ch}(s) = I_{F2}(s) - I_{Fa}(s), \quad (2.26)$$

onde

$$I_{F2}(s) = \frac{(\ell_1 s^2 + r_c s + 1/C) I_F(s) + (\ell_1 + \ell_2) i_{F2}(0)s - \ell_1 i_F(0)s + v_{Fc}(0)}{(\ell_1 + \ell_2)s^2 + r_c s + 1/C} \quad (2.27)$$

$$\text{e} \quad I_{Fa}(s) = \frac{-v_{Fca}(0)}{R_a s + 1/C_a}, \quad (2.28)$$

sendo  $I_F$  a corrente do sistema no domínio da frequência, dada por

$$\mathcal{L}\{i_F(t)\} = I_F(s) = -\frac{\sqrt{2}I(\omega \cos \gamma + s \sin \gamma)}{s^2 + \omega^2}. \quad (2.29)$$

Neste caso, as condições iniciais  $i_{F2}(0)$ ,  $v_{Fc}(0)$  e  $v_{Fca}(0)$  não podem ser encontradas através da solução do circuito da Figura 2.5(b) operando em regime permanente com a chave aberta. Isto se deve ao fato da tensão nos terminais do GCSC, enquanto a chave permanece aberta, não ser puramente senoidal — exceto para  $\gamma = 90^\circ$  ou  $\gamma = 180^\circ$  ( $v_c = 0$ ). No caso da abertura da chave, o cálculo com fasores é possível pois a tensão é nula antes da comutação e, por isto, pode-se considerá-la como um fasor com magnitude zero.

Para determinar as condições iniciais necessárias à solução de (2.26), basta verificar o valor de  $i_{A2}(t)$ ,  $v_{Ac}(t)$  e  $v_{Aca}(t)$ , obtidos na solução da abertura da chave através do método II, em  $t = 2(\pi - \gamma)/\omega$ . Este instante corresponde ao final do intervalo de tempo durante o qual a chave permanece aberta e, desta forma,  $i_{F2}(0) = i_{A2}(2(\pi - \gamma)/\omega)$ ,  $v_{Fc}(0) = v_{Ac}(2(\pi - \gamma)/\omega)$  e  $v_{Fca}(0) = v_{Aca}(2(\pi - \gamma)/\omega)$ .

Através da transformada inversa de Laplace de (2.26), encontra-se a corrente  $i_{ch}$  no domínio do tempo. Mais uma vez, devido às considerações feitas neste método, a expressão resultante para  $i_{ch}$  se torna muito extensa, dificultando seu tratamento analítico. Não obstante, é por meio deste método que são obtidas as curvas de corrente na chave apresentadas neste trabalho.

### 2.6.3 Uma Breve Análise

Na solução de equações diferenciais, a condição do discriminante  $\Delta$  determina o tipo de resposta encontrado. Dependendo dos parâmetros do sistema equacionado, a resposta pode ser super-amortecida ( $\Delta > 0$ ), crítica ( $\Delta = 0$ ) ou sub-amortecida ( $\Delta < 0$ ). Isto significa que para  $\Delta > 0$  e  $\Delta = 0$  as respostas não apresentam oscilações, enquanto que para  $\Delta < 0$  as respostas são oscilantes e podem até não ser amortecidas. Isto é verificado nas equações de tensão e de corrente transitórias em (2.14) e (2.25), pelos termos  $\cos bt$  e  $\sin bt$  pertencentes apenas à solução para  $\Delta < 0$ .

Não é desejado que as respostas transitórias de tensão e corrente na chave sejam oscilantes. No entanto, nos discriminantes encontrados em (2.13) e (2.24) para os casos de abertura e fechamento da chave respectivamente, percebe-se que a presença de indutâncias e capacitâncias no circuito contribui bastante para a existência de oscilações nestas respostas. Em contrapartida, as resistências têm grande importância no amortecimento dessas oscilações. Portanto, espera-se que quanto menor for a indutância e quanto maiores forem o capacitor e o resistor do circuito de amortecimento, mais amortecidas são as oscilações da tensão na chave.

## 2.7 Conclusões

Neste capítulo foi feita a modelagem do GCSC levando em consideração os elementos parasitas presentes nos condutores e no banco de capacitores. A fim de simplificar o modelo, alguns elementos parasitas não tão relevantes foram desprezados. Através do modelo matemático do circuito resultante, foram obtidas as equações das curvas transitórias de tensão e corrente na chave. O equacionamento levou em conta dois métodos distintos. O primeiro método faz uso de algumas aproximações e, baseado nestas, obtém-se a forma analítica destas curvas, proporcionando, assim, uma análise mais intuitiva destes transitórios. A partir do segundo método, no qual não são feitas aproximações, obtém-se as equações em uma forma mais exata, porém bem mais extensa, o que dificulta seu tratamento analítico.

Por fim, de posse de (2.14) e (2.25) ou de (2.17) e (2.26) é possível verificar o comportamento da tensão e da corrente na chave nos instantes de chaveamento para diversos valores de  $\ell_1$ ,  $\ell_2$ ,  $C_a$ ,  $R_a$  e  $r_c$  de acordo com a compensação desejada. Para esclarecer como esta análise pode ser feita, foi elaborado um exemplo, apresentado no próximo capítulo.

## CAPÍTULO 3

---

### Exemplo e Análise das Curvas de Tensão e Corrente Transitórias na Chave

---

**C**OM base em um exemplo de uma aplicação do GCSC, o objetivo deste capítulo é apresentar gráficos que deixem claro de que forma os componentes do GCSC influenciam nas curvas de tensão e corrente transitórias na chave. Deste modo, a partir da análise destes gráficos, será possível determinar quais as medidas mais adequadas a serem tomadas a fim de não comprometer o funcionamento das chaves.

### 3.1 Exemplo

Imaginemos que deseja-se compensar uma linha de transmissão cuja corrente nominal é senoidal, em 60 Hz e com valor eficaz igual a 1500 A. Para esta compensação, são utilizados alguns módulos de GCSC de 2 kV máximo em série. A reatância capacitiva de cada módulo de GCSC é determinada fazendo-se

$$X_C = 2000/1500 = 1,33 \Omega$$

Portanto, o capacitor  $C$  é considerado igual a 2000  $\mu\text{F}$ . Adotando um fator de dissipação de cerca de 0,1 W/kvar, valor típico para capacitores de potência, verifica-se que a resistência parasita  $r_c$ , a qual representa as perdas elétricas no banco de capacitores, é igual a 0,133 m $\Omega$ .

As curvas de tensão e corrente na chave são obtidas a partir das transformadas inversas de (2.17) e (2.26), validando-as através da comparação com simulações do circuito mostrado na Figura 2.5(b) usando o programa PSpice.

Considera-se o ângulo de corte  $\gamma = 90^\circ$ , valor que significa a total inserção do capacitor na linha. Na verdade, para este ângulo de corte não há chaveamento no GCSC, ou seja, a chave fica permanentemente aberta. No entanto, teoricamente, valores de  $\gamma$  próximos de  $90^\circ$  representam as situações de maior risco para a operação da chave, posto que a corrente interrompida em sua abertura e estabelecida em seu fechamento é aproximadamente a corrente de pico, correspondendo a  $\sqrt{2} \cdot 1500$  A.

### 3.2 Análise das Curvas de Tensão e Corrente Transitórias na Chave

Nesta seção são apresentadas curvas de tensão e corrente transitórias para diversas configurações do circuito mostrado na Figura 2.5(b). No caso da abertura da chave é observada apenas a tensão  $v_{ch}$  sobre seus terminais, enquanto que para o fechamento verifica-se somente a corrente  $i_{ch}$  que circula por ela. Em ambas as situações, são analisadas formas de reduzir as oscilações e os picos e derivadas máximas da tensão e corrente na chave.

As indutâncias  $\ell_1$  e  $\ell_2$  são consideradas idênticas. Porém, esta aproximação é feita sem levar em conta as reais dimensões físicas do equipamento. Como pode ser visto em (2.14)

e (2.25), a tensão e corrente transitórias na chave dependem basicamente da soma ( $\ell_1 + \ell_2$ ). Por isto, apenas com o intuito de simplificar a presente análise, fez-se  $\ell_1 = \ell_2 = \ell/2$ , onde  $\ell$  corresponde à indutância total dos condutores que conectam circuito.

### 3.2.1 Abertura da Chave

A Figura 3.1 mostra a tensão na chave imediatamente após a sua abertura para dois valores de  $R_a$ . Foram definidos, arbitrariamente,  $C_a = 5 \mu\text{F}$  e  $\ell = 20 \mu\text{H}$ . Para  $R_a = 0$ , observa-se a curva pontilhada na qual a tensão oscila excessivamente e de forma inaceitável. A curva em linha cheia mostra que com  $R_a = 1 \Omega$  as oscilações são bastante amortecidas.

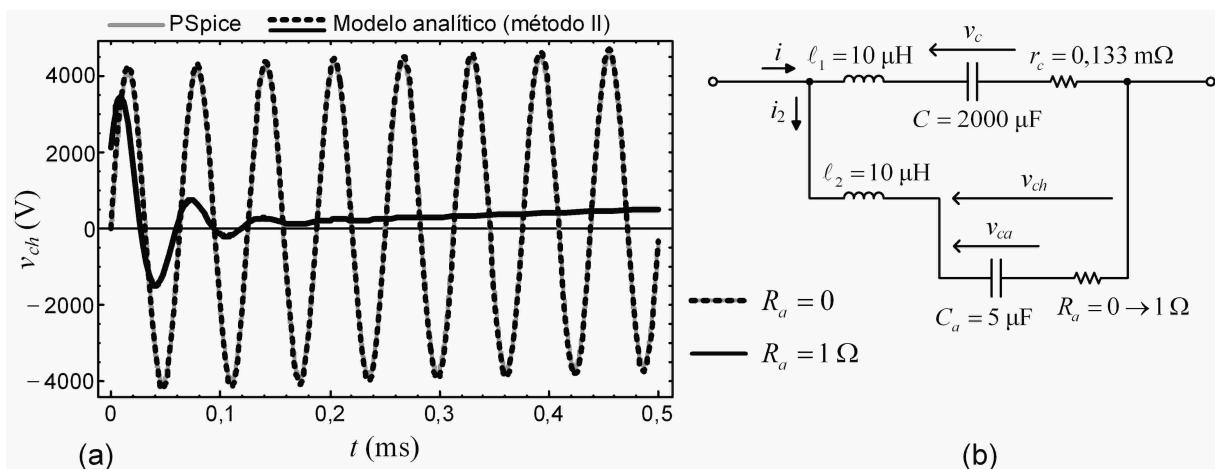


Figura 3.1: (a) Influência de  $R_a$  no transitório da tensão na chave e (b) circuito correspondente.

A Figura 3.2 apresenta a influência de  $C_a$  na tensão sobre a chave. A curva ① é idêntica à curva em linha cheia na Figura 3.1, e serve de comparação. Na curva ②, mantém-se  $\ell = 20 \mu\text{H}$  e aumenta-se a capacitância  $C_a$  de  $5 \mu\text{F}$  para  $20 \mu\text{F}$ . Observa-se que este incremento em  $C_a$  contribui consideravelmente para o amortecimento das oscilações assim como para a redução do pico da tensão na chave. Deste modo, através das Figuras 3.1 e 3.2 percebe-se que é fundamental a adição do circuito de amortecimento junto às chaves.

Na Figura 3.3 observa-se a influência da indutância parasita  $\ell$ . Novamente, a curva ① é idêntica à curva em negrito na Figura 3.1, servindo de comparação. Na curva ③, mantém-se  $C_a = 5 \mu\text{F}$  e diminui-se a indutância  $\ell$  de  $20 \mu\text{H}$  para  $1 \mu\text{H}$ . Assim, fica evidente que, quanto menor  $\ell$ , mais amortecidas são as oscilações e menor é a tensão máxima à qual a chave fica submetida.

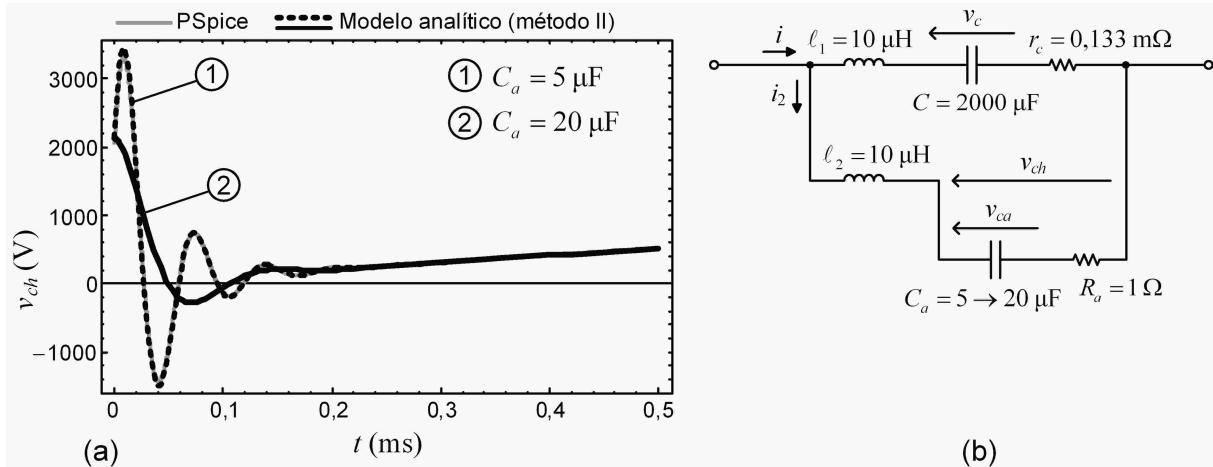


Figura 3.2: (a) Influência de  $C_a$  no transitório da tensão na chave e (b) circuito correspondente.

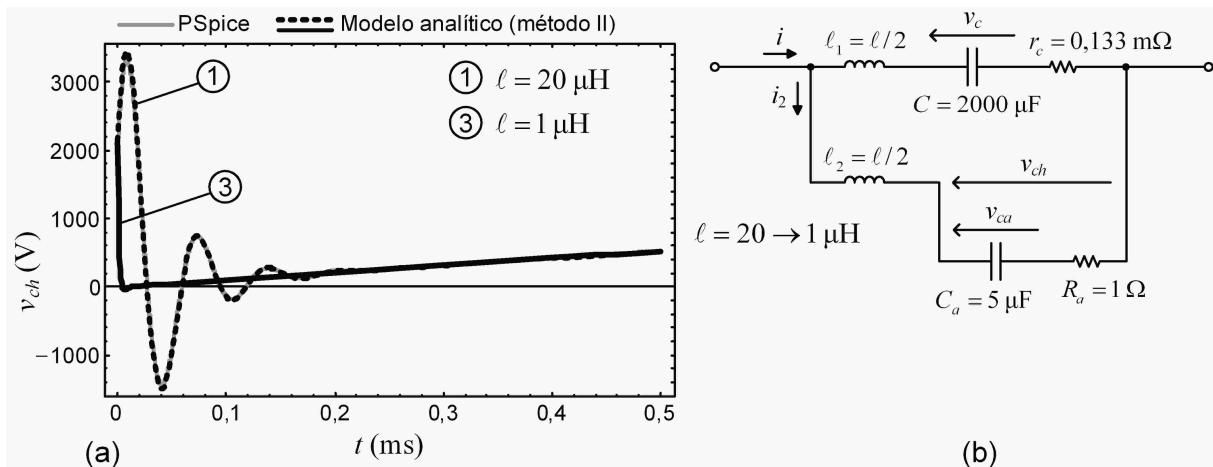


Figura 3.3: (a) Influência de  $\ell$  no transitório da tensão na chave e (b) circuito correspondente.

Como pode-se notar nas Figuras 3.1, 3.2 e 3.3, a tensão na chave tem o comportamento descrito na seção 2.6.3 em relação ao discriminante  $\Delta_A$  em (2.13). Além disso, as curvas encontradas com base no método II do modelo analítico e nas simulações no PSpice são praticamente coincidentes, validando o modelo.

Assumindo que  $\ell = 1 \mu\text{H}$  corresponde à menor indutância parasita possível de ser obtida, definem-se os valores dos elementos restantes. A resistência  $R_a$  está diretamente associada ao pico de tensão e também influencia o  $dv_{ch}/dt$  máximo. Sendo assim, ela é escolhida com base no gráfico da Figura 3.4. Este gráfico relaciona o pico de tensão e o  $dv_{ch}/dt$  máximo na chave em função de  $R_a$ , no qual observa-se que há um mínimo tanto no pico de tensão quanto no  $dv_{ch}/dt$  máximo para  $R_a$  entre 0,1 e 0,25  $\Omega$ .

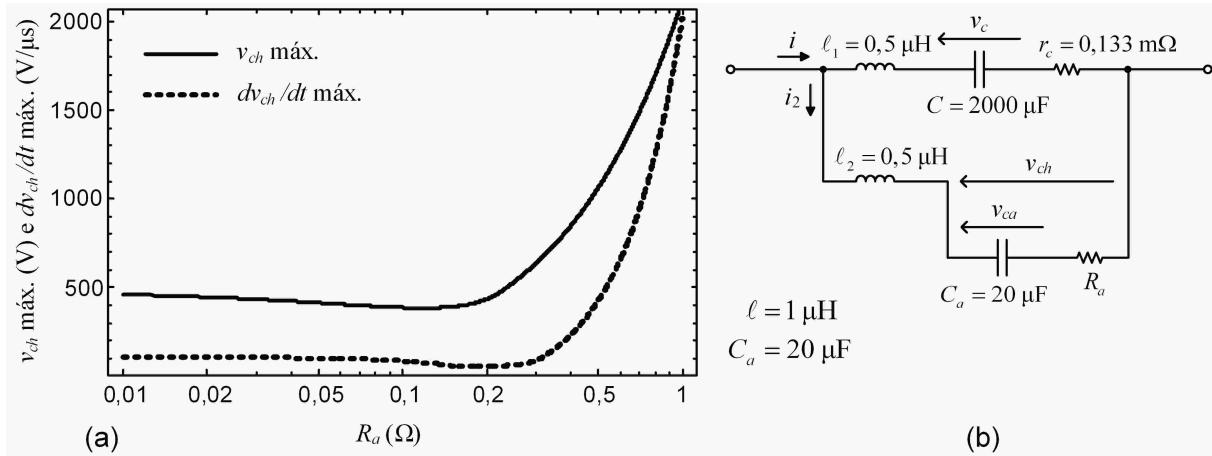


Figura 3.4: (a) Influência de  $R_a$  no pico da tensão e no  $dv_{ch}/dt$  máximo na chave e (b) circuito correspondente.

Como foi visto, o capacitor  $C_a$  foi adicionado ao circuito a fim de limitar o  $dv_{ch}/dt$ . Atualmente GTOs e IGCTs suportam até 1000 V/μs. A Figura 3.5 mostra o  $dv_{ch}/dt$  máximo e o pico da tensão na chave em função da capacitância  $C_a$ , onde fica evidente que para  $C_a > 5 \mu F$ ,  $dv_{ch}/dt < 1000 \text{ V}/\mu s$ . Em relação ao pico da tensão sobre a chave, percebe-se que este, assim como o  $dv_{ch}/dt$  máximo, tende a diminuir com o aumento de  $C_a$ . Levando em conta a influência de  $C_a$  no transitório de  $v_{ch}$  (Figura 3.2), opta-se por escolher um valor entre 10 e 30  $\mu F$ .

Por fim, a Figura 3.6 mostra a influência da indutância parasita  $\ell$  no pico da tensão na chave e no  $dv_{ch}/dt$  máximo. Nota-se que é necessário um mínimo de indutância no circuito que seja capaz de limitar o  $dv_{ch}/dt$  máximo a fim de garantir a operação segura da chave. Além disso, verifica-se que, quanto maior esta indutância, maior a tensão máxima sobre a chave,

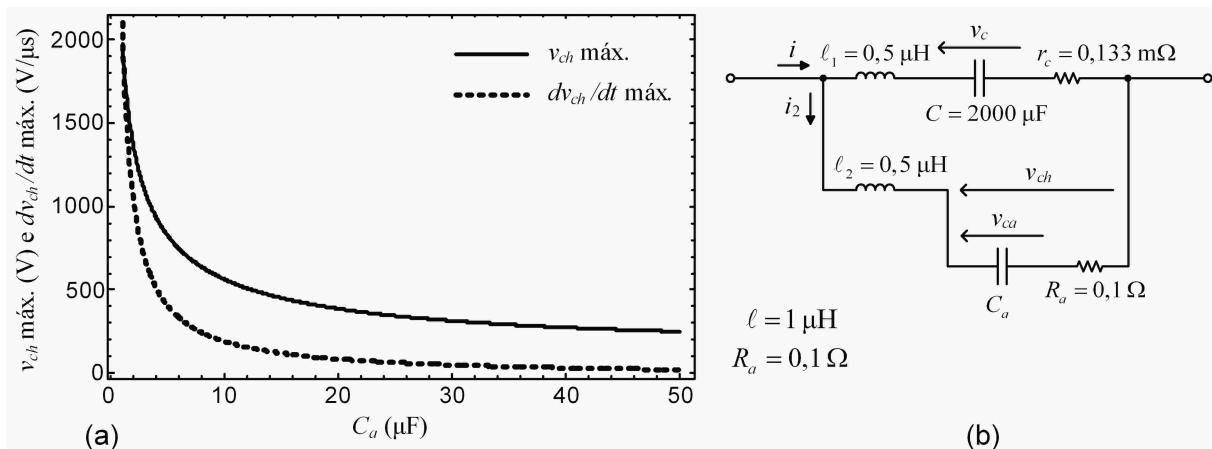


Figura 3.5: (a) Influência de  $C_a$  no  $dv_{ch}/dt$  máximo e no pico da tensão na chave e (b) circuito correspondente.

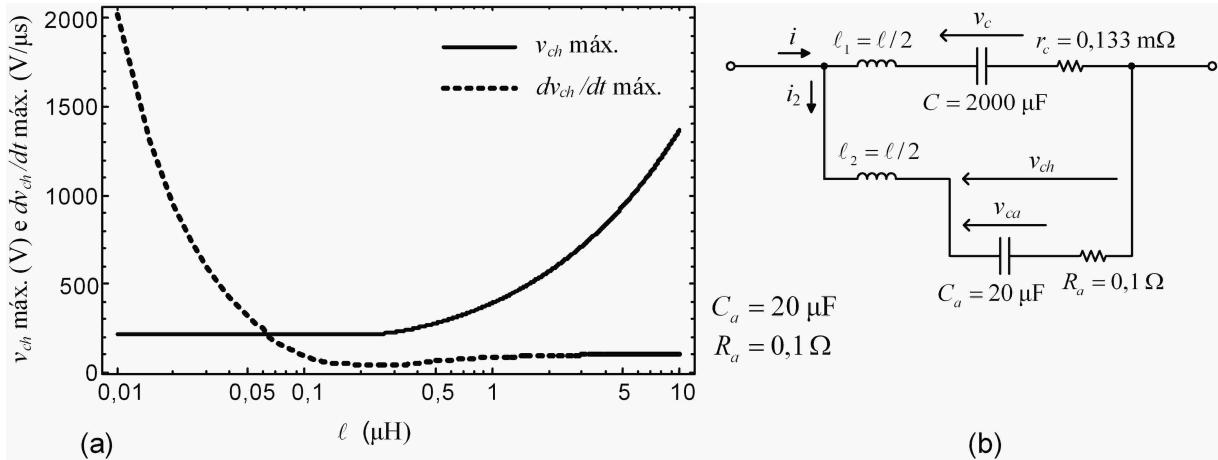


Figura 3.6: (a) Influência de  $\ell$  no pico da tensão e no  $dv_{ch}/dt$  máximo na chave e (b) circuito correspondente.

evidenciando que esta indutância deve ser menor também do que um determinado valor máximo de modo a não comprometer o funcionamento da chave.

### 3.2.2 Fechamento da Chave

A partir do equacionamento apresentado na seção 2.6.2, nota-se que a corrente transitória na chave devido ao seu fechamento é influenciada dominantemente por  $\ell$ ,  $C$  e  $r_c$ , visto que a tensão  $v_{Fca}$  é bem pequena no momento do fechamento. Mesmo assim, caso o resistor  $R_a$  do circuito de amortecimento seja muito pequeno e haja tensão em  $C_a$  neste instante, a chave pode ser submetida a uma elevada corrente imediatamente após o seu fechamento, dada por

$$i_{ch}(0^+) = \frac{v_{Fca}(0^+)}{R_a}. \quad (3.1)$$

Portanto, supondo  $v_{Fca}(0^+) = 30 \text{ V}$  e  $R_a = 1 \text{ m}\Omega$ , a corrente que circula pela chave em  $t = 0^+$  é  $i_{ch}(0^+) = 30 \text{ kA}$ , a qual certamente danificaria a chave.

Um problema a ser analisado é a oscilação da corrente na chave devido a este circuito RLC ( $r_c$ ,  $\ell$  e  $C$ ). Na curva obtida para  $\ell = 1 \mu\text{H}$ ,  $C = 2000 \mu\text{F}$  e  $r_c = 0.133 \text{ m}\Omega$ , mostrada na Figura 3.7, observa-se que a corrente é excessivamente oscilante e inaceitável para a operação do GCSC. A solução para amortecer estas oscilações é a inclusão de um pequeno resistor de amortecimento,  $R_b$ , em série com o capacitor  $C$  ou com a chave.

Anteriormente foi visto que a corrente na chave pode ser dada por (2.25). As oscilações estão associadas aos termos  $\cos bt$  e  $\sin bt$ , pertencentes à solução para  $\Delta_F < 0$ . No entanto,

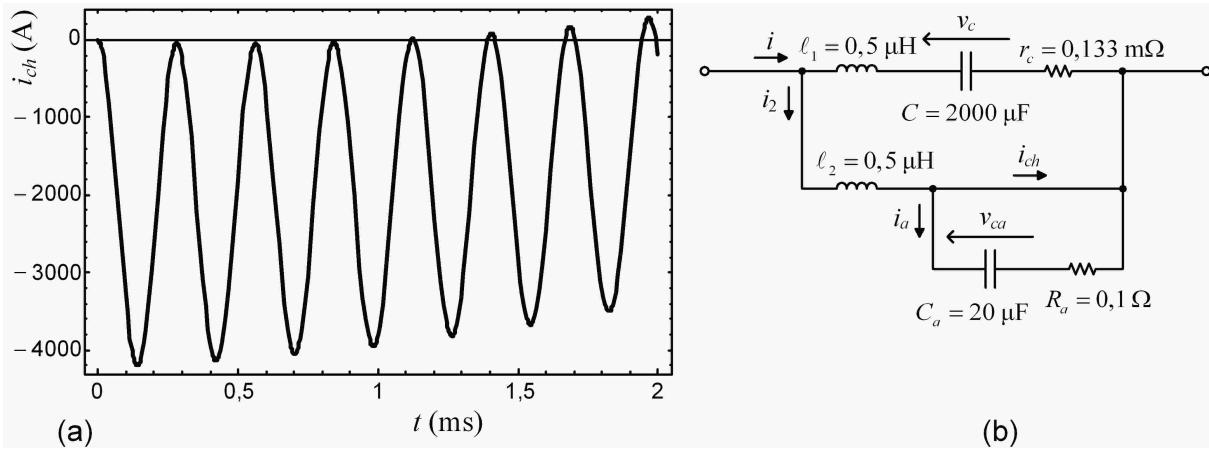


Figura 3.7: (a) Oscilação no transitório da corrente na chave e (b) circuito correspondente.

para  $\Delta_F \geq 0$  a corrente na chave não oscila. A Figura 3.8 relaciona valores de  $R_b$  e  $\ell$  tais que  $\Delta_F = 0$ . Para  $\ell = 1 \mu\text{H}$  observa-se que as oscilações podem ser totalmente amortecidas com uma resistência  $R_b \geq 45 \text{ m}\Omega$ . Porém, com o intuito de reduzir a perda por efeito Joule, optou-se por testar valores de  $R_b$  menores que  $45 \text{ m}\Omega$ . A Figura 3.9 mostra a corrente na chave para dois valores de  $R_b$  diferentes: 15 e 45 mΩ. Nota-se que para  $R_b = 15 \text{ m}\Omega$  a resposta pode ser considerada satisfatória, apesar do pico da corrente chegar a 50% acima da corrente de operação.

A Figura 3.10 relaciona o  $di_{ch}/dt$  máximo na chave para  $R_b = 15 \text{ m}\Omega$  em função de  $\ell$ . Fica evidente que para  $\ell \geq 0.05 \mu\text{H}$  esta variação não apresenta problemas para o funcionamento das chaves, que atualmente suportam até 1000 A/μs.

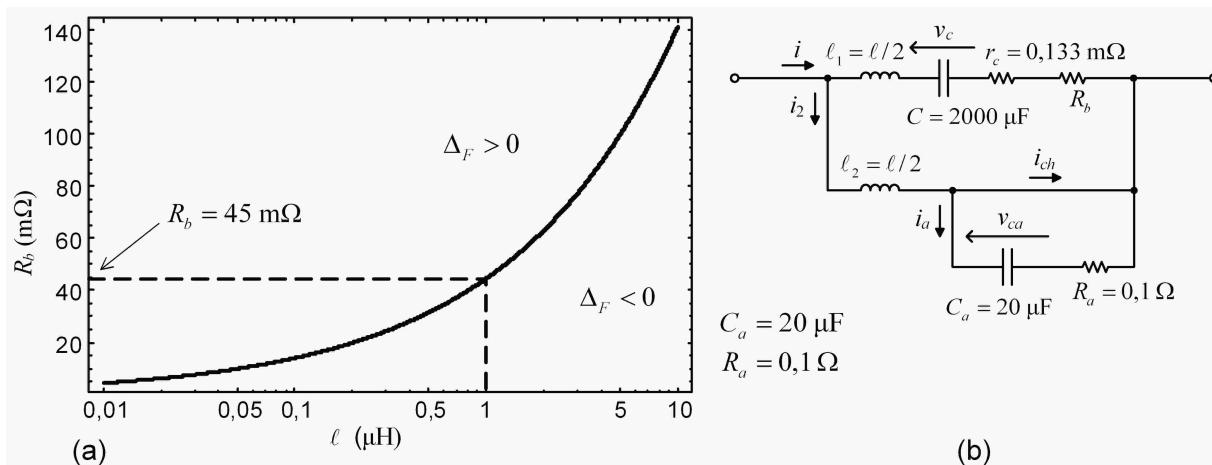


Figura 3.8: (a) Valores de  $\ell$  e  $R_b$  tais que  $\Delta_F = 0$  e (b) circuito correspondente.

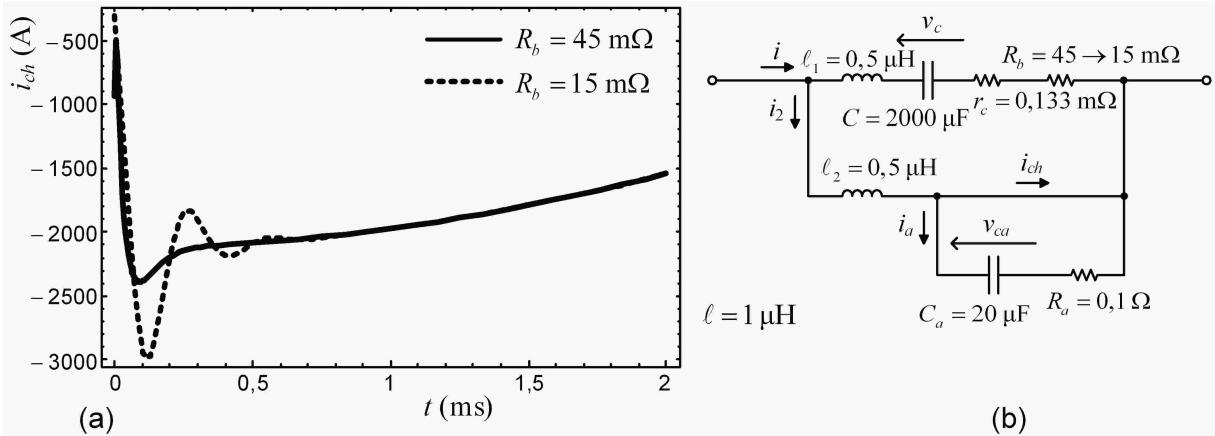


Figura 3.9: (a) Influência de  $R_b$  no transitório da corrente na chave e (b) circuito correspondente.

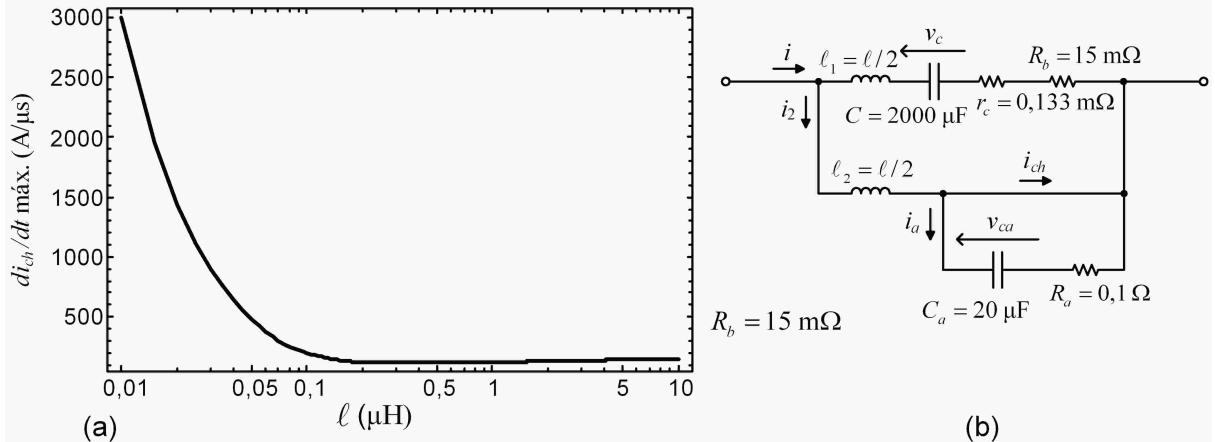


Figura 3.10: (a) Influência de  $\ell$  no  $di_{ch}/dt$  máximo e (b) circuito correspondente.

Como última análise, foram simuladas a tensão  $v_{ch}$  e a corrente  $i_{ch}$  nos respectivos instantes de abertura e de fechamento da chave para  $\ell = 1 \mu\text{H}$ ,  $C = 2000 \mu\text{F}$ ,  $r_c = 0,133 \text{ m}\Omega$ ,  $R_b = 15 \text{ m}\Omega$ ,  $C_a = 20 \mu\text{F}$  e  $R_a = 0,1 \Omega$ . A Figura 3.11 mostra a tensão  $v_{ch}$  e a corrente  $i_{ch}$  na chave. Nota-se que  $v_{ch}$  tem pico de 392 V e  $dv_{ch}/dt$  máximo de 84,9 V/μs, enquanto que  $i_{ch}$  possui pico de 2986 A e  $di_{ch}/dt$  máximo de 115,4 A/μs. Além disso, ambas as respostas são rapidamente amortecidas.

### 3.3 Conclusões

Este capítulo apresentou as curvas de tensão na chave imediatamente após a sua abertura e de corrente na mesma imediatamente após o seu fechamento. Foram analisados gráficos que relacionam o pico da tensão e as derivadas máximas da tensão e da corrente na chave com

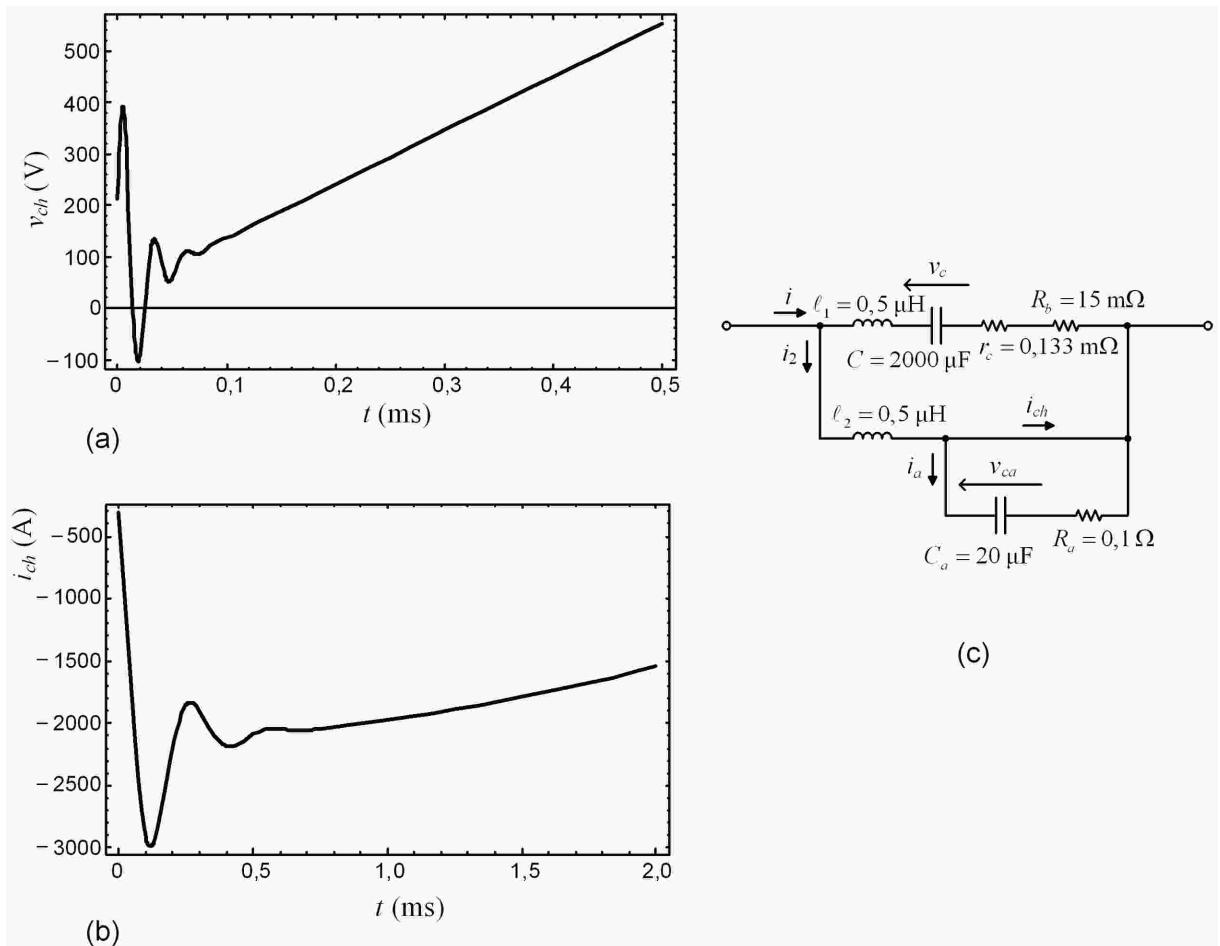


Figura 3.11: Curvas transitórias (a) de tensão e (b) de corrente na chave; e (c) circuito correspondente.

os valores dos componentes do circuito do GCSC. A partir desta análise, foi comprovada a importância do circuito de amortecimento e verificada a necessidade de adicionar ao circuito um resistor a fim de amortecer as oscilações de corrente na chave.

Deste modo, embora a influência dos elementos parasitas possa ser nociva ao funcionamento do GCSC, é possível administrá-la. Para isto, pode-se adicionar componentes ao seu circuito ou projetar os condutores e o banco de capacitores de modo que seus elementos parasitas possuam valores que não representem riscos à operação das chaves, como será abordado no próximo capítulo.

# CAPÍTULO 4

---

## Discussão e Considerações Finais

---

ESTE capítulo tem como finalidade esclarecer, sucintamente, como os componentes do GCSC devem ser projetados para garantir a operação segura das chaves. Inicialmente, é feito um resumo da função de cada componente do GCSC em seu funcionamento. Em seguida, verifica-se a influência do efeito peculiar nos elementos parasitas dos condutores e faz-se uma breve análise de como este poderia ser utilizado no amortecimento das oscilações de corrente na chave.

## 4.1 Os Componentes do GCSC

Até aqui foi visto como os elementos parasitas e os componentes adicionados ao circuito interferem no funcionamento do GCSC. A partir desta análise, verificou-se a necessidade de atribuir valores finitos a alguns parâmetros deste circuito a fim de manter a tensão  $v_{ch}$ , a corrente  $i_{ch}$ , o valor de  $dv_{ch}/dt$  e o valor de  $di_{ch}/dt$  dentro de limites permitidos pelas chaves. Tais valores podem ser obtidos através dos gráficos apresentados no Capítulo 3, levando em conta a função principal de cada componente na operação do GCSC. É importante lembrar também que, em se tratando de elementos parasitas, devem ser estudadas formas de se obter os valores desejados com base no projeto do circuito — e.g., estimar o raio dos condutores utilizados para que a indutância  $\ell$  possua um determinado valor.

O capacitor  $C$  é o principal componente do GCSC posto que sua função é garantir a compensação desejada ao sistema elétrico. Para obtê-lo, são conectados diversos capacitores menores em série e em paralelo formando o banco de capacitores. Como visto anteriormente, sua modelagem mais simples consiste em uma associação RLC série, na qual a resistência e a indutância são elementos parasitas. Tais elementos dependem dos aspectos construtivos do banco de capacitores sendo que, neste estudo, foi considerada apenas a resistência  $r_c$ .

A indutância  $\ell$  é função das características dos condutores utilizados para conectar o banco de capacitores às chaves. Embora sua presença no circuito dê origem a oscilações de tensão e corrente, ela é fundamental para limitar o  $dv_{ch}/dt$  e o  $di_{ch}/dt$  máximos na chave. Portanto, os condutores devem ser projetados de forma a possuir o mínimo de indutância necessário para garantir que o  $dv_{ch}/dt$  e o  $di_{ch}/dt$  máximos não danifiquem a chave.

O circuito de amortecimento, formado pelo capacitor  $C_a$  e pelo resistor  $R_a$ , tem importante contribuição no momento de abertura da chave.  $C_a$  é responsável por limitar o  $dv_{ch}/dt$  máximo, enquanto que  $R_a$  determina o pico de tensão na chave, além de limitar a corrente na chave caso exista tensão sobre o capacitor  $C_a$  no instante de seu fechamento. Imediatamente após a chave se abrir, a corrente do sistema circula pelo circuito de amortecimento, o que requer que tanto o capacitor quanto o resistor sejam capazes de suportá-la. Além disso, como há variação instantânea da corrente, é importante que este circuito seja conectado bem próximo às chaves, a fim de minimizar a indutância dos condutores. Caso haja uma indutância considerável (algumas dezenas de nanohenrys), a tensão máxima sobre a chave assume valores que comprometem a operação da mesma.

Por fim, a adição do resistor  $R_b$ , embora aumente a perda por efeito Joule, é indispensável ao amortecimento das oscilações de corrente na chave. Para o módulo em estudo foi obtido um amortecimento satisfatório da corrente com um resistor  $R_b = 15 \text{ m}\Omega$ . Esta resistência,  $R_b$ , pode ser aproximadamente feita a partir dos elementos parasitas do próprio circuito. Basta lembrar que os condutores e o banco de capacitores possuem resistências em seus modelos. Portanto, modificando alguns aspectos característicos destes componentes — como a condutividade dos condutores, por exemplo — é possível obter o valor desejado para  $R_b$ .

O aumento da perda no circuito se deve ao fato de  $R_b$  estar permanentemente submetido à passagem da corrente do sistema. Esta perda varia com o ângulo de corte  $\gamma$  (que depende da finalidade do GCSC no sistema, se controle de fluxo de potência ou amortecimento de oscilações), com o valor de  $R_b$  e com sua posição no circuito (em série com  $C$  ou com as chaves). A Figura 4.1 mostra, para  $R_b = 15 \text{ m}\Omega$ , a perda no módulo em estudo em função de  $\gamma$  e da posição de  $R_b$  no circuito. Supondo um GCSC projetado para controle de fluxo de potência, sua reatância de operação normal deve ser igual à metade de sua reatância máxima a fim de garantir flexibilidade na redução ou no aumento do fluxo de potência. Isto ocorre para um ângulo de corte  $\gamma$  em torno de  $113^\circ$ , o que representaria, segundo a Figura 4.1, aproximadamente 17 kW de perda em  $R_b$  ou 0,57% da potência aparente do GCSC em estudo.

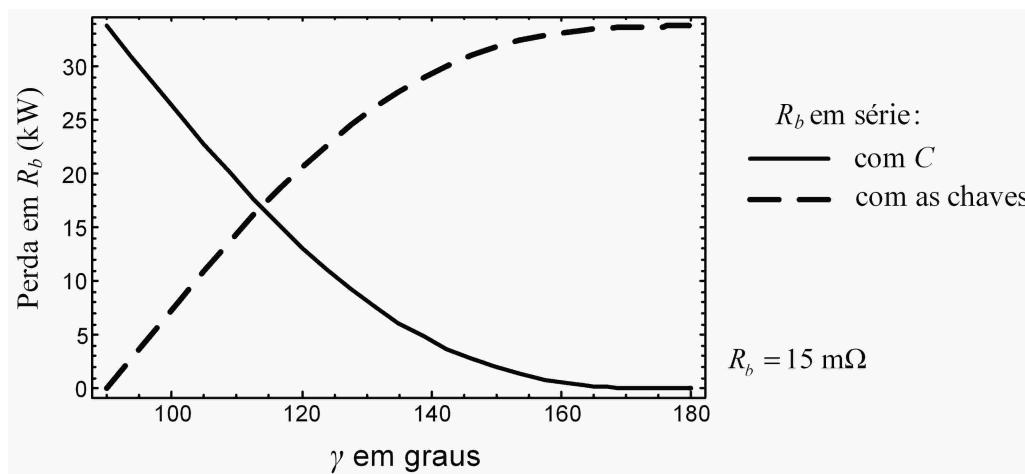


Figura 4.1: Perda em  $R_b$  em função de  $\gamma$  e da posição de  $R_b$  no circuito.

## 4.2 A Influência do Efeito Pelicular

A representação de condutores elétricos utilizada neste trabalho não considera a influência do efeito pelicular nos valores da resistência e da indutância inerentes ao condutor. Como foi brevemente abordado no Capítulo 2, este fenômeno provoca variações nos valores destes elementos parasitas. Para frequências maiores de operação, observa-se um aumento no valor da resistência do condutor bem como uma redução no valor de sua indutância. Devido a estas características, espera-se que o efeito pelicular nos condutores do GCSC proporcione um maior amortecimento às oscilações de tensão e corrente na chave, uma vez que estas ocorrem em uma frequência maior do que a nominal.

A expressão que define a impedância interna,  $Z_{int}$ , de um condutor sólido em função do seu raio  $x$ , de sua condutividade  $\sigma$ , de sua permeabilidade magnética  $\mu$  e da frequência complexa  $s$ , considerando o efeito pelicular, é dada por

$$Z_{int}(s) = r_x + s\ell_x = \frac{\eta}{2\pi x\sigma} \frac{I_0(\eta x)}{I_1(\eta x)} \quad (4.1)$$

onde  $\eta = \sqrt{s\mu\sigma}$  e  $I_0$  e  $I_1$  são as funções modificadas de Bessel de primeira espécie. A Figura 4.2 mostra a variação dos elementos parasitas do condutor em função da frequência. Como pode-se notar, o aumento da frequência resulta em uma resistência  $r_x$  maior e em uma indutância  $\ell_x$  menor.

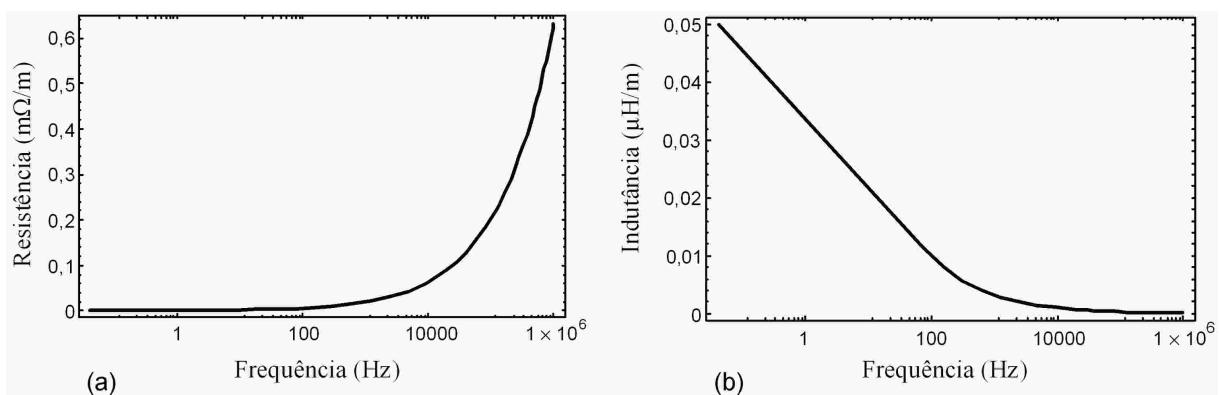


Figura 4.2: A influência do efeito pelicular (a) na resistência e (b) na indutância de um condutor.

A partir de (4.1) é possível projetar condutores que forneçam, na frequência de oscilação da corrente na chave, por exemplo, a resistência necessária para o seu amortecimento. Basta projetar condutores com características específicas (como raio, condutividade, permeabilidade magnética e comprimento) que resultem na resistência e indutância desejadas na frequência de oscilação.

Para o módulo de GCSC em estudo pode-se verificar, no Capítulo 3 pela Figura 3.7, que a oscilação de corrente na chave ocorre aproximadamente na frequência 3,5 kHz. Considerando um condutor sólido com raio  $x = 5$  cm, condutividade  $\sigma = 10^8 \text{ S/m}$  e permeabilidade relativa  $\mu_r = 1$  (i.e.,  $\mu = \mu_0$ , onde  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$ ), sua impedância interna, a partir de (4.1), nas frequências fundamental e de oscilação, é dada por

$$Z_f = 5,23259 \times 10^{-6} + s 12,948 \times 10^{-9} \Omega/\text{m} \quad (4.2)$$

$$Z_{osc} = 37,7369 \times 10^{-6} + s 1,70134 \times 10^{-9} \Omega/\text{m} \quad (4.3)$$

onde  $Z_f$  corresponde à frequência fundamental 60 Hz e  $Z_{osc}$  à frequência de oscilação 3,5 kHz. Como esperado, na frequência de oscilação a resistência é maior assim como a indutância é menor se comparadas aos seus valores na frequência fundamental.

Um ponto importante a ser observado é o fato da variação do valor da indutância dos condutores do GCSC alterar a frequência de oscilação da corrente na chave. A redução desta indutância contribui para um aumento da frequência de oscilação, favorecendo o efeito pelicular nestes condutores.

Além disso, na conexão de bancos de capacitores série, é comum fazer uso de tubos de alumínio. Tais tubos são ocos, pois não compensa utilizar condutores sólidos que conduzam predominantemente pela sua superfície. Nestes tubos o efeito pelicular é ainda mais realçado do que nos condutores sólidos.

Com isto, para obter um rápido amortecimento das oscilações de corrente na chave no momento de seu fechamento, pode-se fazer uso do efeito pelicular nos condutores. Ainda é necessário um projeto mais detalhado, porém, uma das possibilidades é cobrir o condutor com um material que apresente menor condutividade e maior permeabilidade magnética, o que tornaria o efeito pelicular mais evidente. Zare e Ledwich mostram, em [14], que isto é possível no caso de uma barra planar condutora de cobre coberta por uma camada de níquel.

Como um simples exemplo, vamos considerar um condutor sólido de níquel ( $\mu_{rn} = 600$  e  $\sigma_n = 1,4 \times 10^7 \text{ S/m}$ ) com raio  $x = 5$  cm e observar sua impedância interna na frequência fundamental 60 Hz,  $Z_{fn}$ , e na frequência de oscilação 3,5 kHz,  $Z_{oscn}$ .

$$Z_{fn} = 0,3230 \times 10^{-3} + s 0,8507 \times 10^{-6} \Omega/\text{m} \quad (4.4)$$

$$Z_{oscn} = 2,4518 \times 10^{-3} + s 0,1114 \times 10^{-6} \Omega/\text{m} \quad (4.5)$$

Portanto, se fosse desejado obter uma resistência de 15 mΩ na frequência de oscilação, seria necessário utilizar de 6 a 7 metros deste condutor.

A maior motivação para o uso do efeito pelicular no amortecimento das oscilações de corrente é a redução da perda por efeito Joule. Isto se deve ao fato de não ser mais necessária a adição de  $R_b$ , visto que a resistência total dos condutores na frequência de oscilação seria capaz de amortecê-las. Como esta resistência, na frequência fundamental, possuiria valor menor do que  $R_b$ , a perda no circuito seria menor do que a mostrada na Figura 4.1.

## 4.3 Conclusões

Neste capítulo foi feito um breve resumo da influência de cada componente do GCSC na tensão e corrente transitórias na chave com base nos resultados apresentados no Capítulo 3. Além disso, foi visto, basicamente, como o efeito pelicular nos condutores poderia ser utilizado no amortecimento das oscilações de corrente na chave e as vantagens proporcionadas por sua influência.

Por fim, é importante ressaltar que, para o correto funcionamento do GCSC, deve-se projetar o capacitor  $C$  para garantir a compensação, a indutância  $\ell$  para garantir o  $dv_{ch}/dt$  e o  $di_{ch}/dt$  máximos, o resistor ou resistência  $R_b$  para amortecer as oscilações de corrente, o capacitor  $C_a$  para garantir o  $dv_{ch}/dt$  máximo e o resistor  $R_a$  para amortecer as oscilações de tensão e limitar os picos de tensão e corrente na chave.

# CAPÍTULO 5

---

## Conclusão e Trabalhos Futuros

---

A função deste capítulo é apresentar as principais conclusões que podem ser tiradas deste trabalho bem como mostrar a importância deste estudo para o desenvolvimento do GCSC. Por fim, são recomendados alguns trabalhos futuros ainda necessários à implementação do GCSC na compensação série controlada.

## 5.1 Conclusão

Neste projeto, foi estudado o comportamento do GCSC de forma analítica, envolvendo seus componentes principais assim como os elementos parasitas mais relevantes. Primeiramente, foi obtido um modelo equivalente deste equipamento e, partindo de um determinado valor de compensação, foi explicada a influência de cada componente no seu funcionamento. Verificou-se a necessidade de adicionar alguns elementos ao circuito e foi mostrado que é possível escolher valores convenientes para os parâmetros  $\ell$ ,  $C_a$ ,  $R_a$  e  $R_b$  a fim de administrar a influência dos elementos parasitas no GCSC, respeitando as limitações das chaves e de acordo com a compensação desejada.

As considerações feitas na modelagem, no equacionamento e no exemplo do GCSC simplificam o estudo de seu funcionamento sem prejudicar os resultados das respostas transitórias da tensão e corrente na chave. Dentre estas considerações, é importante destacar as seguintes.

- i. A resistência dos condutores foi desconsiderada, o que significa que, em um GCSC real, é provável que as oscilações de tensão e corrente na chave tenham um amortecimento maior do que os resultados mostrados no Capítulo 3.
- ii. Não considerou-se, na modelagem dos condutores que conectam o circuito do GCSC, o efeito pelicular nos mesmos. Espera-se que este fenômeno só traga vantagens ao amortecimento das oscilações de tensão e corrente na chave, posto que, para maiores frequências, observa-se um aumento de sua resistência assim como uma redução de sua indutância, como descrito no Capítulo 4.
- iii. Não foi levada em conta a indutância do banco de capacitores, cuja presença favoreceria as oscilações de tensão e corrente na chave. No entanto, como visto na Seção 2.4, acredita-se que seu valor seja bem menor do que o da indutância total dos condutores que conectam o circuito. Além disso, é possível que a influência desta indutância nas oscilações seja contrabalanceada pelo amortecimento proporcionado pela resistência das chaves (visto que esta não foi considerada).
- iv. Embora a chave seja comutada com tensão nula sobre seus terminais, foi considerada tensão não-nula no capacitor  $C_a$  no instante em que ocorre o fechamento da mesma. Isto foi feito pois, na prática, pode existir uma pequena tensão em  $C_a$  neste instante, o que requer que o resistor  $R_a$  seja capaz de limitar o pico de corrente na chave imediatamente após o seu fechamento.

- v. Nos instantes de comutação, considerou-se a corrente do sistema em seu valor máximo, visto que este representa transitórios de tensão e corrente mais arriscados à operação da chave. Este valor de corrente só ocorre para  $\gamma = 90^\circ$ . Embora, na prática, este ângulo signifique que a chave permanece sempre aberta, a tensão e corrente transitórias na chave, para outros valores de  $\gamma$ , são mais amortecidas e possuem derivadas máximas e picos menores quando comparadas às curvas observadas no Capítulo 3.

Os resultados obtidos não eram previstos nos estudos anteriores e serão fundamentais para o desenvolvimento de projetos reais do GCSC. A partir do presente trabalho, será possível determinar os valores dos componentes resistivos necessários ao amortecimento de oscilações de tensão e de corrente bem como os valores dos componentes indutivos e capacitivos que garantam a operação segura das chaves. Vale lembrar que, provavelmente, será preciso utilizar condutores especiais, que realcem o efeito pelicular nos mesmos a fim de melhorar o amortecimento das oscilações de corrente na chave sem um considerável aumento da perda no circuito. Por fim, este trabalho confirma a viabilidade do uso do GCSC em compensação série controlada.

## 5.2 Trabalhos Futuros

O uso de condutores especiais conectando o capacitor à chave requer um estudo de quais são os materiais mais adequados para que se obtenha o amortecimento desejado das oscilações de corrente na chave. A idéia inicial é apenas cobrir estes condutores com algum outro material que evidencie o efeito pelicular nos mesmos.

Um outro ponto a ser investigado é a influência dos elementos parasitas no funcionamento de um GCSC composto por dois ou mais módulos conectados em série. É possível que as indutâncias e resistências de um módulo possam interferir no funcionamento do módulo adjacente.

Para que este compensador FACTS possa fazer parte de sistemas de alta potência, ainda se faz necessário um estudo detalhado sobre como os defeitos internos e externos ao GCSC podem afetar o seu funcionamento. É importante salientar que, para cada tipo de defeito, deve-se levar em consideração a condição da chave no instante em que este ocorre. A partir daí, pode-se estabelecer qual seria a forma de proteção mais indicada a fim de garantir que o GCSC sobreviva às sobretensões e sobrecorrentes em decorrência de uma falha no sistema.

# Referências Bibliográficas

- [1] PORTELA, C., “Sistema Elétrico Brasileiro: Realidades e Opções”. In: *Simpósio Prof. Carlos Portela 70 anos: a Ciência na Engenharia Elétrica*, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, dez. 2005.
- [2] HINGORANI, N. G., “Power Electronics in Electric Utilities: Role of Power Electronics in Future Power Systems”, *Proceedings of the IEEE: Special Issue on Power Electronics*, vol. 76, n. 4, pp. 481–482, abr. 1988.
- [3] WATANABE, E. H.; BARBOSA, P. G.; ALMEIDA, K. C.; et al., “Tecnologia FACTS: Tutorial”, *SBA Controle & Automação*, vol. 9, n. 1, pp. 39–55, jan.–abr. 1998.
- [4] HINGORANI, N. G.; GYUGYI, L., *Understanding FACTS: Concepts and Technology of Flexible AC Transmission Systems*. New York, IEEE Press, 2000.
- [5] GYUGYI, L., “Solid-state Control of AC Power Transmission”. In: *Workshop on the Future in High-Voltage Transmission: Flexible AC Transmission Systems*, n. EPRI TR-100504, Cincinnati, nov. 1990.
- [6] SOUZA, L. F. W. de; WATANABE, E. H.; PILOTTO, L. A. S., “Harmonic Analysis of a GTO Controlled Series Capacitor Operating under Unbalanced Currents”. In: *International Conference on Harmonics and Quality of Power*, 10., vol. 1, pp. 176–182, out. 2002.
- [7] SOUZA, L. F. W. de; WATANABE, E. H.; AREDES, M., “GTO Controlled Series Capacitors: Multi-Module and Multi-Pulse Arrangements”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 15, n. 2, pp. 725–731, abr. 2000.
- [8] NEJAD, M. M.; ORTMAYER, T. H., “GTO Thyristor Controlled Series Capacitor Switch Performance”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 13, n. 2, pp. 615–621, abr. 1998.

- [9] WATANABE, E. H.; AREDES, M.; SOUZA, L. F. W. de; et al., “Series Connection of Power Switches for Very High-Power Applications and Zero-Voltage Switching”, *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 15, n. 1, pp. 44–50, jan. 2000.
- [10] SOUZA, L. F. W. de; WATANABE, E. H.; ALVES Jr., J. E. R.; et al., “Thyristor and Gate Controlled Series Capacitors: Comparison of Components Rating”. In: *IEEE Power Engineering Society General Meeting*, Toronto, 13–17 jul. 2003.
- [11] KARADY, G. G.; ORTMAYER, T. H.; PILVELAIT, B.; et al., “Continuously Regulated Series Capacitor”, *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 8, n. 3, pp. 1348–1355, jul. 1993.
- [12] FISCHL, R.; TSAY, C. L.; POURREZAEI, K., “A Computer-aided GTO Model for Power Electronic Circuit Design”. In: *IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, vol. 3, pp. 1835–1838, mai. 1989.
- [13] POÇO, R.; WATANABE, E. H., “Influência dos Elementos Parasitas no Funcionamento do Capacitor Série Controlado por Chave Auto-comutada — GCSC”. In: *Congresso Brasileiro de Automática*, 16., pp. 1584–1589, Salvador, 03–06 out. 2006.
- [14] ZARE, F.; LEDWICH, G., “Two Layer Planar Busbar with High Damping Ratio for Power Electronic Applications”. In: *AUPEC 2000 Conference*, pp. 38–43, Brisbane, 24–27 set. 2000.

# Apêndices

## Apêndice A

### Tensão na Chave — Solução pelo Método I

A solução da equação particular referente a (2.11) é dada por

$$M_A = \frac{C_a}{C + C_a} i_{Acte}.$$

Para as condições iniciais (2.12), assumindo  $\ell = \ell_1 + \ell_2$ , se  $\Delta_A > 0$ ,

$$i_{A2} = K_{A1} e^{a_{A1} t} + K_{A2} e^{a_{A2} t} + M_A,$$

onde

$$\begin{aligned} K_{A1} &= \frac{(R_a/\ell)i_{Acte} + (i_{Acte} - M_A)a_{A2}}{a_{A2} - a_{A1}}, & a_{A1} &= \frac{-(r_c + R_a) + \sqrt{\Delta_A}}{2\ell}, \\ K_{A2} &= \frac{(R_a/\ell)i_{Acte} + (i_{Acte} - M_A)a_{A1}}{a_{A1} - a_{A2}}, & a_{A2} &= \frac{-(r_c + R_a) - \sqrt{\Delta_A}}{2\ell}. \end{aligned}$$

Se  $\Delta_A = 0$ ,

$$i_{A2} = K_{A3} e^{a_A t} + K_{A4} t e^{a_A t} + M_A,$$

onde

$$\begin{aligned} K_{A3} &= i_{Acte} - M_A, & a_A &= -\frac{r_c + R_a}{2\ell}, \\ K_{A4} &= -(R_a/\ell)i_{Acte} - a_A(i_{Acte} - M_A). \end{aligned}$$

Se  $\Delta_A < 0$ ,

$$i_{A2} = K_{A5} e^{a_A t} \cos b_A t + K_{A6} e^{a_A t} \sin b_A t + M_A,$$

onde

$$\begin{aligned} K_{A5} &= i_{Acte} - M_A, & a_A &= -\frac{r_c + R_a}{2\ell}, \\ K_{A6} &= \frac{-(R_a/\ell)i_{Acte} - a_A(i_{Acte} - M_A)}{b_A}, & b_A &= \frac{\sqrt{-\Delta_A}}{2\ell}. \end{aligned}$$

A tensão na chave no momento da sua abertura é dada por (2.10), por onde obtém-se a solução (2.14). Assim, para  $\Delta_A > 0$ ,

$$K'_{A1} = \frac{K_{A1}}{a_{A1}C_a} + R_a K_{A1} \quad \text{e} \quad K'_{A2} = \frac{K_{A2}}{a_{A2}C_a} + R_a K_{A2}.$$

Para  $\Delta_A = 0$ ,

$$K'_{A3} = \frac{K_{A3}}{a_A C_a} - \frac{K_{A4}}{a_A^2 C_a} + R_a K_{A3} \quad \text{e} \quad K'_{A4} = \frac{K_{A4}}{a_A C_a} + R_a K_{A4}.$$

Para  $\Delta_A < 0$ ,

$$K'_{A5} = \frac{K_{A5}a_A - K_{A6}b_A}{C_a(a_A^2 + b_A^2)} + R_a K_{A5} \quad \text{e} \quad K'_{A6} = \frac{K_{A5}b_A + K_{A6}a_A}{C_a(a_A^2 + b_A^2)} + R_a K_{A6}.$$

## Apêndice B

### Corrente na Chave — Solução pelo Método I

A solução da equação particular referente a (2.22) é dada por

$$M_F = i_{Fcte}.$$

Através das condições iniciais (2.23) obtém-se a solução (2.25). Assumindo  $\ell = \ell_1 + \ell_2$ , para  $\Delta_F > 0$ ,

$$\begin{aligned} K_{F1} &= \frac{(r_c/\ell)i_{Fcte} + M_F a_{F2}}{a_{F1} - a_{F2}}, & a_{F1} &= \frac{-r_c + \sqrt{\Delta_F}}{2\ell}, \\ K_{F2} &= \frac{(r_c/\ell)i_{Fcte} + M_F a_{F1}}{a_{F2} - a_{F1}}, & a_{F2} &= \frac{-r_c - \sqrt{\Delta_F}}{2\ell}. \end{aligned}$$

Para  $\Delta_F = 0$ ,

$$\begin{aligned} K_{F3} &= -M_F, & a_F &= -\frac{r_c}{2\ell}, \\ K_{F4} &= (r_c/\ell)i_{Fcte} + M_F a_F. \end{aligned}$$

Para  $\Delta_F < 0$ ,

$$\begin{aligned} K_{F5} &= -M_F, & a_F &= -\frac{r_c}{2\ell}, \\ K_{F6} &= \frac{(r_c/\ell)i_{Fcte} + M_F a_F}{b_F}, & b_F &= \frac{\sqrt{-\Delta_F}}{2\ell}. \end{aligned}$$