



ESTUDO DAS CARACTERÍSTICAS ESTOCÁSTICAS DO ROLL PARAMÉTRICO

Julio César Fernández Polo

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Oceânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Oceânica.

Orientador: Marcelo de Almeida Santos Neves

Rio de Janeiro

Julho de 2017

ESTUDO DAS CARACTERÍSTICAS ESTOCÁSTICAS DO ROLL PARAMÉTRICO

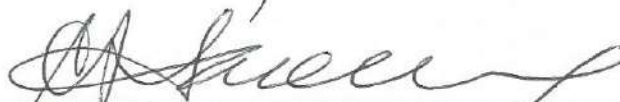
Julio César Fernández Polo

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA OCEÂNICA.

Examinada por:



Prof. Marcelo de Almeida Santos Neves, Ph.D.



Prof. Carlos Antonio Levi da Conceição, Ph.D.



Prof. Antonio Carlos Fernandes, Ph.D.



Prof. Celso Pupo Pesce, D.Sc.



Prof. Fabrício Nogueira Corrêa, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JULHO DE 2017

Fernández Polo, Julio César

Estudo das características estocásticas do roll paramétrico / Julio César Fernández Polo. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2017.

XII, 230 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Marcelo de Almeida Santos Neves

Tese (doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Oceânica, 2017.

Referências Bibliográficas: p. 184-190.

1. Estabilidade Intacta de Navios. 2. Roll em Condições Ambientais Estocásticas. 3. Ressonância Paramétrica. I. Neves, Marcelo de Almeida Santos. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Oceânica. III. Título.

A mi familia

AGRADECIMENTOS

Um agradecimento especial ao Professor Marcelo Neves, pela orientação, amizade e apoio durante o desenvolvimento de esta tese. Também por ter guiado meus primeiros passos na minha carreira acadêmica. As valiosas lições recebidas serão aplicadas, estendidas e retransmitidas.

Ao Professor Armin Troesch pela amizade, recebimento e orientação na University of Michigan (UM). Seus comentários e sugestões foram indispensáveis para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores da área de Hidrodinâmica do Programa de Engenharia Naval e Oceânica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, pelos conhecimentos e conselhos oferecidos na minha formação acadêmica. Especialmente ao professor Antonio Carlos Fernandes “Tatalo”.

Aos professores do programa Naval Architecture and Maritime Engineering da University of Michigan (NAME). Especialmente aos Professores Kevin Macki e Robert Beck. As aulas e comentários recebidos foram um grande complemento na minha pesquisa.

Aos membros do grupo de investigação de estabilidade dinâmica, o Prof. Claudio, Mauro, Lula, o Prof. Paulo de Tarso e Bruno. Os valiosos debates contribuíram grandemente no meu enriquecimento acadêmico. Uma grande parte deste trabalho foi produto desses debates.

Ao pessoal administrativo do PENO. Em especial a Lucianita e Denise pela ajuda brindada em todos os processos administrativos.

Ao pessoal administrativo do NAME, em especial a Sallie e Nathallie. A ajuda brindada foi fundamental antes e durante minha permanência no NAME. Também por fazerem me sentir parte da família do NAME.

À Elizabeth Gray, por ter me acolhido em Ann Arbor. Ela e sua família fizeram-me sentir como em casa, especialmente durante o duro inverno no *midwest* americano.

Aos meus amigos e colegas do PENO e DENO. Em especial a Miguel “Miguelito” Celis e Jose “Pepe” Villagomez, pela ajuda e conselhos dados durante esta etapa da minha formação, e além de tudo, por ter me recebido no Rio de Janeiro. Tecnicamente Miguel Manco também merece um agradecimento.

Aos amigos do grupo AWT (o nome ainda esta em progresso?) no NAME, em especial a Oscar Tascon. Nossas reuniões foram uma parte importante durante minha estadia na University of Michigan.

Aos grandes amigos da Universidad Nacional de Ingeniería. Especialmente a Tulio “chacal” Espejo, Juan Carlos “lacra” Lizarzaburu e Victor “Danielito” Zegarra, pelos tempos de proveitoso ócio e divertimento. Também a todos os participantes das muitas trilhas feitas em todo o Brasil.

Aos amigos e amigas de todas as nacionalidades (em especial aos Brasileiros) que conheci durante meu doutorado. Sem dúvida eles fizeram minha vida mais divertida, e fizeram me sentir mais curta a distância de casa.

À PETROBRAS, ao Programa de Recursos Humanos (PRH) da Agência Nacional do Petróleo (ANP), à Fundação Coordenação de Projetos, Pesquisas e Estudos Tecnológicos (COPPETEC), ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e à The American Society of Mechanical Engineers (ASME), pelo valioso suporte financeiro.

Finalmente e principalmente, à minha família. Sem o carinho, suporte e exemplo deles, eu não poderia ter feito este trabalho.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

ESTUDO DAS CARACTERÍSTICAS ESTOCÁSTICAS DO ROLL PARAMÉTRICO

Julio César Fernández Polo

Julho/2017

Orientador: Marcelo de Almeida Santos Neves

Programa: Engenharia Oceânica

No presente trabalho foram desenvolvidos três modelos matemáticos de simulação de movimentos de sistemas flutuantes no domínio do tempo. Os modelos matemáticos desenvolvidos conseguem simular os movimentos de heave, roll e pitch em ondas longitudinais regulares e irregulares. A modelação matemática dos modelos apresentados aqui, teve como ênfase representar o mais acurada e eficientemente possível as ações restaurativas. Isto é fundamental para poder reproduzir numericamente o fenômeno de ressonância paramétrica em roll.

Posteriormente, a partir dos modelos desenvolvidos, foram geradas diversas realizações dos movimentos de um navio tipo portacontentor com o propósito de estudar a estacionaridade e ergodicidade do roll sob condições de ressonância paramétrica em mar irregular. Os resultados obtidos indicam que no caso de portacontentores o processo estocástico do roll pode ser considerado como estacionário.

Finalmente as respostas extremas do roll foram utilizadas para ajustar a Distribuição Generalizada de Valores Extremos (GEVD) e a Distribuição Generalizada de Pareto (GPD). Empregando os ajustes da GEVD foram obtidos valores de período de retorno e tempo entre eventos para duas condições de mar.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

STUDY OF THE STOCHASTIC CHARACTERISTICS OF THE PARAMETRIC
ROLL

Julio César Fernández Polo

July/2017

Advisor: Marcelo de Almeida Santos Neves

Department: Ocean Engineering

In the present work, three mathematical models for simulation of motions of floating systems have been developed. The developed models are capable of simulating the heave, roll and pitch motions under regular and irregular longitudinal waves. Especial effort has been made in capturing in an accurate and efficient manner the restoring actions in the developed models. This is a fundamental feature required in order to reproduce numerically the parametric roll resonance phenomenon.

Numerical realizations of the motions of a containership type vessel have been generated for the purpose of studying the stationarity and ergodicity of the roll motion under parametric resonance conditions. The results obtained have shown that for containerships the stochastic roll process could be consider as a stationary process.

Finally, the extreme roll responses have been used for fitting the Generalized Extreme Value Distribution (GEVD) and the Generalized Pareto Distribution (GPD). Then, using the fitted GEVD, the return period and the time between events for roll motions have been computed for two wave conditions.

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO	1
1.1 Generalidades e motivação do trabalho	1
1.2 Processos estocásticos	7
1.2.1 <i>Estacionariedade</i>	8
1.2.1.1 <i>Processo estacionário de primeira ordem</i>	8
1.2.1.2 <i>Processo estacionário de segunda ordem</i>	9
1.2.2 <i>Ergodicidade</i>	9
1.2.3 <i>Processo estocástico estacionário Gaussiano</i>	11
1.3 Roll paramétrico em mares longitudinais regulares	13
1.4 Roll paramétrico em mar irregular longitudinal	18
1.5 Estado da arte	23
1.6 Objetivo e organização da tese	30
2. MODELOS MATEMÁTICOS EM ONDAS REGULARES	32
2.1 Introdução.....	32
2.1.1 <i>Generalidades</i>	32
2.2 Segunda lei de Newton e equilíbrio de forças	36
2.3 Forças Externas	37
2.3.1 <i>Forças Hidrodinâmicas</i>	39
2.3.1.1 <i>Forças de onda irradiada</i>	40
2.3.1.2 <i>Amortecimento não linear de roll</i>	41
2.3.1.3 <i>Forças devido a onda incidente ou Froude-Krylov</i>	42

2.3.1.4	<i>Força de onda difratada e força de excitação</i>	46
2.3.2	<i>Forças peso e restauração hidrostática</i>	48
2.4	Modelação derivativa da restauração	49
2.4.1	<i>Modelação derivativa da restauração hidrostática</i>	52
2.4.2	<i>Modelação derivativa da força restaurativa de onda incidente mediante séries de Taylor</i>	55
2.4.3	<i>Moldelação das ações restaurativas de onda incidente mediante análise de Fourier e séries de Taylor</i>	59
2.5	Equação de movimento sob ação determinística	68
2.5.1	<i>Modelo derivativo linearmente dependente da passagem da onda (MDL)</i>	68
2.5.2	<i>Modelo derivativo não linearmente dependente da passagem da onda (MDQ)</i>	70
2.5.3	<i>Modelo híbrido iterativo DSSTAB</i>	71
2.6	Comparação de resultados entre os modelos de simulação de movimento em mar regular	72
3.	MODELOS MATEMÁTICOS EM ONDAS IRREGULARES	81
3.1	Introdução	81
3.2	Excitação aleatória	82
3.2.1	<i>Análise espectral</i>	83
3.2.2	<i>Simulação de onda</i>	85
3.3	Modelo derivativo linearmente dependente da passagem da onda (MDL)	88
3.4	Modelo derivativo não linearmente dependente da passagem da onda (MDL)	92
3.5	Modelo híbrido iterativo DSSTAB	103
3.6	Comparação de resultados entre os modelos de simulação de movimento	

em mar irregular	103
4. DETERMINAÇÃO DE PROPRIEDADES ESTATÍSTICAS DO	106
ROLL PARAMÉTRICO	
4.1 Introdução	106
4.2 Estudo da estacionariedade do roll sob condições de ressonância paramétrica	107
4.3 Estatísticas de extremos	112
4.3.1 <i>Ensaio de Bernoulli</i>	113
4.3.2 <i>Distribuição de Poisson</i>	114
4.3.3 <i>Teoria dos Valores Extremos (EVT)</i>	115
4.3.3.1 <i>Estimação de parâmetros das distribuições de</i> <i>extremos</i>	118
4.3.3.2 <i>Teoria dos Valores Extremos para processos</i> <i>estocásticos</i>	120
4.3.4 <i>Peak over Threshold (POT) em variáveis aleatórias iid</i>	123
4.3.4.1 <i>POT em processos estocásticos</i>	126
4.4 Período de retorno	129
4.5 Tempo entre eventos	130
4.6 Aplicação da EVT e o método POT	132
4.7 Probabilidade de ocorrência do roll paramétrico	134
5. RESULTADOS	137
5.1 Generalidades	137
5.2 Características estocásticas do roll sob condições de ressonância paramétrica	137
5.3 Distribuição de probabilidade de extremos do roll em condições de ressonância paramétrica	154

5.4 Metodologia POT aplicada no roll em condições de ressonância paramétrica	164
5.5 Período de retorno e período entre eventos	171
5.6 Comentários finais	174
6. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	176
6.1 Generalidades	176
6.2 Conclusões	177
6.2.1 <i>Sobre os modelos matemáticos</i>	177
6.2.2 <i>Sobre o estudo estocástico do roll</i>	179
6.2.3 <i>Sobre o ajuste das distribuições de probabilidades</i>	180
6.3 Trabalhos futuros	182
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	184
APÊNDICE 1: CÔMPUTO DAS AÇÕES DE RESTAURAÇÃO	191
APÊNDICE 2: CÔMPUTO DOS COEFICIENTES DE RESTAURAÇÃO	200
APÊNDICE 3: FORÇAS DE SEGUNDA ORDEM NO DOMÍNIO DO TEMPO	211
APÊNDICE 4: CARACTERÍSTICAS DO PORTACONTENTOR NTU	219

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Num projeto de navio ou sistema flutuante, garantir a segurança do mesmo deve ser uma das principais prioridades. As sociedades classificadoras proporcionam normas e regras que os projetos de navios devem satisfazer para garantir a segurança dos mesmos. Porém, nos anos recentes tem sido reconhecido que as normas e regras para garantir a estabilidade dos navios não são suficientes para prevenir que um navio desenvolva instabilidades dinâmicas; uma dessas instabilidades é o fenômeno conhecido como ressonância paramétrica em roll. O roll paramétrico é um fenômeno bem conhecido e tem sido estudado amplamente por diversos pesquisadores. Mas o enfoque da maioria dos trabalhos desenvolvidos a respeito foi o estudo do roll paramétrico em condições de excitação determinística, ou seja, mar regular. Sendo que na realidade a excitação gerada pelas ondas do mar é um processo aleatório, uma completa avaliação da estabilidade em ondas de navios deverá ser feita em condições de mar reais. A principal dificuldade na modelação do roll paramétrico como um processo aleatório é que este é um fenômeno altamente não linear, e portanto, as técnicas estatísticas e espectrais empregadas em sistemas lineares não podem ser utilizadas livremente.

1.1 Generalidades e motivação do trabalho

A segurança dos navios é da maior importância. Ainda que as sociedades classificadoras exijam que certas normas e regras sejam satisfeitas, ainda ocorrem perdas de navios ou eles sofrem movimentos indesejáveis que podem ocasionar lesões na tripulação e/ou passageiros, danos na carga transportada ou algum risco ambiental. A IUMI (do inglês, International Union of Marine Insurance), baseada nos dados da “Lloyd’s List”, publica a cada ano as estatísticas das perdas e acidentes da frota mundial de navios. Na Figura 1.1 se mostra o número total de perdas anuais de navios entre os anos 1996 e 2013. Já na Figura

1.2, se mostra o número de incidentes anuais classificados por perdas totais e eventos perigosos.

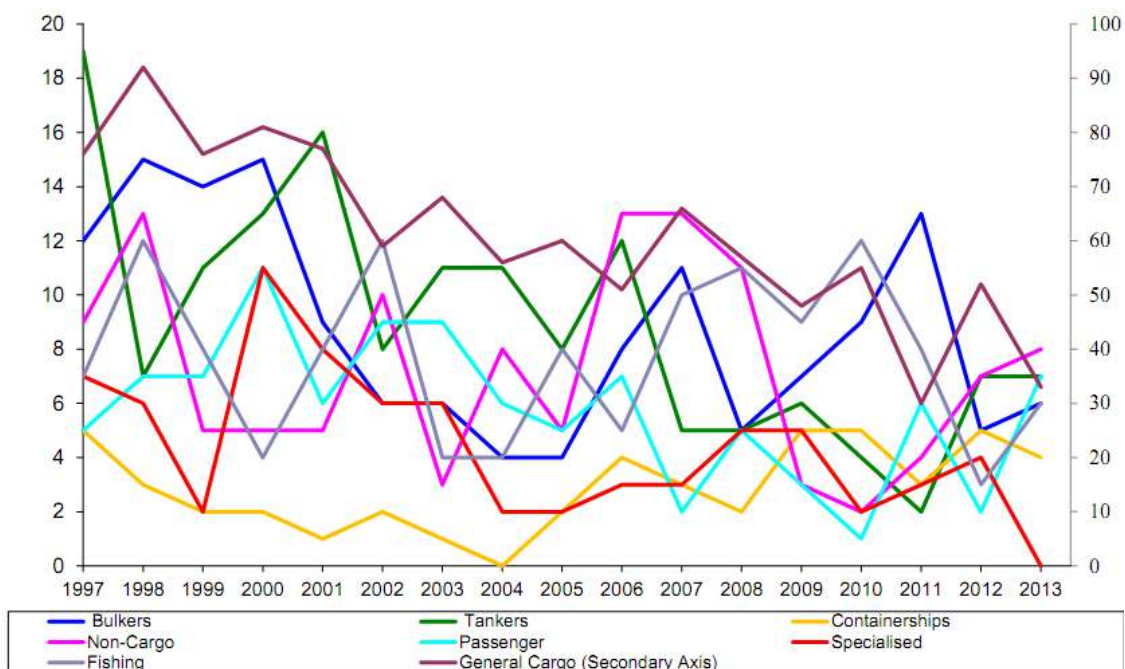


Fig. 1.1 Número total de perdas (navios maiores de 500 GT), período 1996-2013;
fonte IUMI 2014

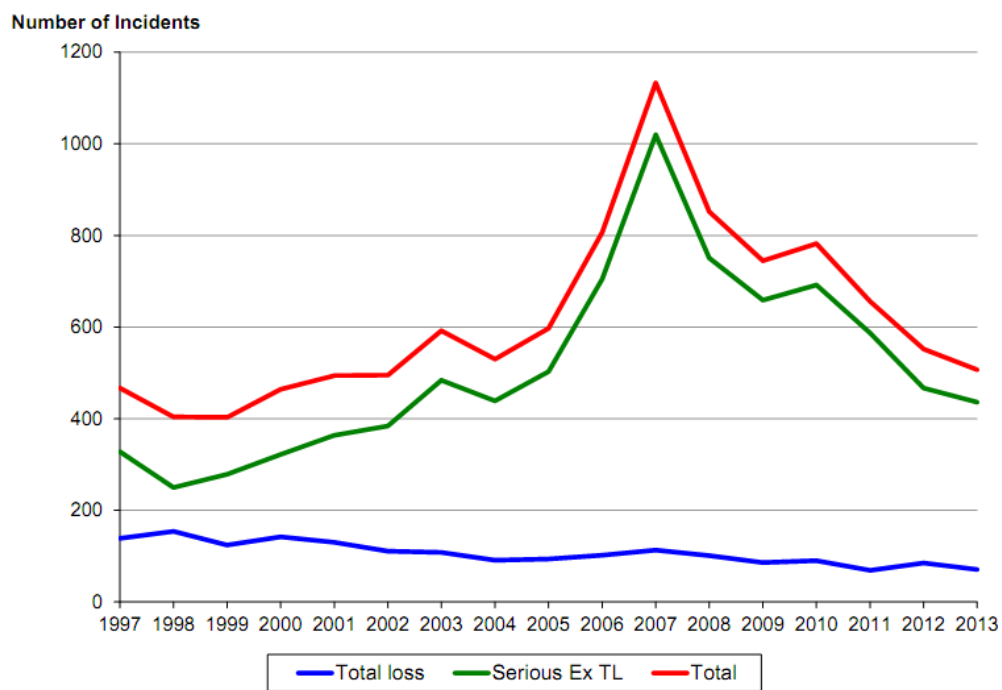


Fig. 1.2 Número de incidentes (navios maiores de 500 GT), período 1997-2013;
fonte IUMI 2014

Da Figura 1.1 e 1.2 (dados da IUMI) pode-se observar que no mínimo uns trinta navios são perdidos por ano, e ocorrem muitas situações de perigo (em torno de 200 a 1200 incidentes graves). Se classificarmos as causas de perdas dos navios, ver Figura 1.3, temos que a principal causa de perda dum navio é o clima. Sendo que o número de perdas de navios por clima parece ter uma tendência a aumentar. Pode-se entender que o navio emborca por sofrer condições climáticas para as quais o navio não está preparado para suportar, o que é basicamente um problema de estabilidade. As condições climáticas podem ser uma forte tormenta (exemplo: um furacão) na qual o navio desenvolve naturalmente movimentos extremos e violentos; ou podem ser condições de ressonância, onde os movimentos são amplificados progressivamente por uma excitação.

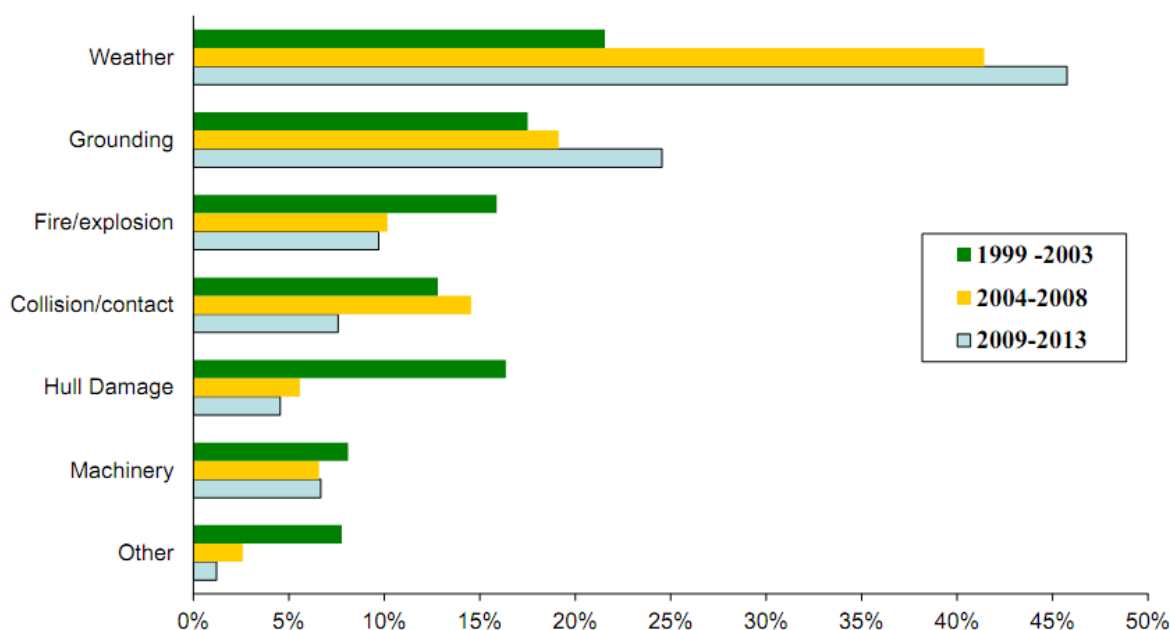


Fig. 1.3 Número de perdas (navios maiores de 500 GT) segundo a causa, período 1999-2013; fonte IUMI 2014

Comumente é considerado que a maioria dos navios são excitados principalmente pelas ondas do mar. Sendo que dependendo do tipo de navio e de seu comprimento e estrutura superior, a excitação do vento pode ser considerada como desprezível. Geralmente o navio desenvolve movimentos quando um ou mais graus de liberdade são excitados por ação das ondas do mar. Mas o navio pode desenvolver movimentos em um grau de liberdade sem ser excitado diretamente. Existem diversos mecanismos de instabilidade dinâmica, sendo que o

tipo de instabilidade dinâmica onde um navio desenvolve amplificações em roll em mares longitudinais de proa é conhecido como ressonância paramétrica em roll.

O fenômeno de ressonância paramétrica tem sido conhecido pela comunidade científica naval há muito tempo. Uns dos primeiros a reportar esse fenômeno foi Froude. Já no século vinte, diversos pesquisadores têm estudado a natureza da ressonância paramétrica em navios, tanto em ensaios experimentais como em simulações numéricas. Mas só a partir das últimas duas décadas do século vinte é que tem sido associado diretamente esse fenômeno de instabilidade a situações acontecidas com navios reais durante sua operação. Uma das possíveis causas do repentino aparecimento do roll paramétrico na frota mundial de navios é o desenvolvimento de novas geometrias e o incremento nas dimensões dos navios, ou simplesmente o fenômeno não tinha sido reportado pelas tripulações dos navios por desconhecimento (isso pode ter acontecido mais facilmente para navios de pequeno porte). Os tipos de navios que tem sido identificados como susceptíveis para desenvolver roll paramétrico são os navios tipo portacontentores, pesqueiros, navios de passageiros (cruzeiros), fragatas e RoPax. Adicionalmente tem sido reportado experimental e numericamente que sistemas flutuantes envolvidos nas operações offshore tais como navios tipo FPSO, e plataformas tipo SPAR e monoculuna, podem desenvolver roll paramétrico.

Na atualidade a comunidade internacional se encontra num processo onde grandes esforços estão sendo desenvolvidos no intuito de passar a critérios mais elaborados da estabilidade intacta de navios, devido a que os atuais critérios não levam em conta as instabilidades dinâmicas. Tem-se chegado ao consenso de que para alguns tipos de navios que são muito suscetíveis a desenvolver instabilidades dinâmicas a segurança desse tipo de embarcação só pode ser garantida por meio de uma análise direta da estabilidade em ondas com códigos computacionais suficientemente robustos. O esquema preliminar que o grupo de estabilidade intacta da IMO (do inglês International Maritime Organization) tem proposto para o critério de “segunda geração de estabilidade intacta” se mostra na Figura 1.4. Da Figura pode se notar que os navios além de passarem pelo atual critério de estabilidade IS Code (Código de Estabilidade Intacta), devem passar por critérios para cada mecanismo da falha da estabilidade dinâmica (perda pura da estabilidade, roll paramétrico e surf-riding/broaching). O critério é de vários níveis, sendo o primeiro nível de detecção

de vulnerabilidade baseado só em propriedades geométricas dos navios; o segundo é um nível de descarte para prevenir falsas predições, baseado em formulações básicas da física das instabilidades; e o último é a análise direta ou DA (Direct Assessment). A recomendação do grupo de trabalho é que a análise direta deve ser feita com códigos hidrodinâmicos robustos de última geração capazes de representar bem a física das instabilidades dinâmicas. A análise direta consiste em estimar níveis de segurança para cada mecanismo de falha, sendo que a análise deve ser feita em condições reais de operação, portanto os níveis de segurança serão determinados mediante a probabilidade de ocorrência de algum movimento extremo e indesejável em mar real.

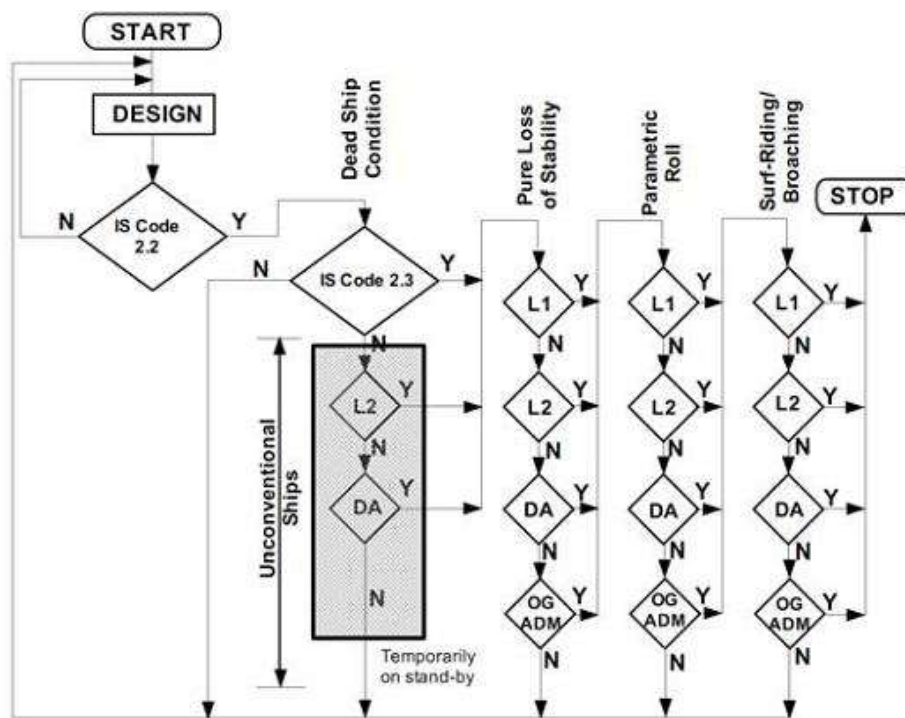


Fig. 1.4 Enfoque de múltiplos níveis do Critério de Estabilidade Intacta de Segunda Geração; fonte IMO SLF53/WP.4 Annex 3 (2010)

Pelo descrito acima podemos concluir que para realizar uma análise direta da estabilidade intacta em ondas devemos contar com um algoritmo suficientemente robusto que possa captar as não linearidades, no nosso caso, do roll paramétrico. Mas como também foi comentado, a análise deverá ser uma análise estatística. Portanto, deve-se fazer uma bateria de simulações para poder obter as propriedades estatísticas do roll paramétrico. O nosso maior problema (mas um grande alívio na realidade!) é que os fenômenos de

instabilidade dinâmica são eventos raros. Assim, o número de simulações numéricas e o procedimento estatístico requeridos para poder estimar propriedades estatísticas são indeterminados. É por isso que deve ser feito um estudo das características estocásticas do roll paramétrico.

Os códigos computacionais mencionados acima são ferramentas numéricas que resolvem as equações diferenciais que governam os movimentos dos navios, eles fazem o cálculo da pressão da onda (estática e dinâmica) até a superfície instantânea no volume submerso instantâneo do casco do navio. Porém, a complexidade dos algoritmos faz com que o tempo de simulação seja uma limitação importantíssima, devido ao grande número de simulações que devem ser feitas em mar irregular. Existem outras opções para modelar a dinâmica dos navios em mar irregular, mas comumente essas metodologias não incluem a dinâmica não linear na metodologia estatística. Uma atrativa opção é fazer a análise estocástica do roll paramétrico com um algoritmo de simulação de movimento simplificado, mas que ainda possa captar as não linearidades essenciais do roll paramétrico. Um exemplo desse tipo de modelo é um modelo onde a excitação da onda (pressão hidrostática e dinâmica) é representada através de uma série de Taylor dependente dos deslocamentos do navio, e onde os coeficientes da série de Taylor sejam derivadas das forças da onda. Um modelo derivativo desse tipo reduz drasticamente o tempo de simulação e ainda retém as principais características não lineares do roll paramétrico.

Os níveis de segurança de um navio em determinadas condições podem ser relacionados com a probabilidade de emborcamento desse navio. Se a ferramenta numérica para obter as propriedades estocásticas do roll paramétrico já foi definida, a probabilidade de um navio emborcar $P(C_D)$ em um tempo percorrido de duração D poderá ser obtida, segundo McTaggart e de Kat (2000), da seguinte equação:

$$P(C_D) = \sum_{i=1}^{N_{V_s}} \sum_{j=1}^{N_{\beta}} \sum_{k=1}^{N_{H_s}} \sum_{l=1}^{N_{T_p}} p_{v_s}(V_{s_i}) p_{\beta}(\beta_j) \times p_{H_s, T_p}(H_{s_k}, T_{p_l}) \times P(C_D | V_s, \beta, H_s, T_p) \quad (1.1)$$

onde V_s é a velocidade do navio, β é a incidência relativa da onda, H_s é altura significativa e T_p é o período de pico da onda. Sendo o ultimo termo da equação (1.1) a

probabilidade condicional associada a parâmetros operacionais e condições ambientais. Assim, o resultado da análise direta da estabilidade em ondas será a obtenção da distribuição de probabilidade do roll numa determinada condição de operação e condição ambiental, para fazer o cálculo da probabilidade condicional $P(C_D|V_S, \beta, H_S, T_p)$. Tendo-se a probabilidade de emborcamento de curta duração $P(C_D)$, o cálculo da probabilidade de longo prazo será um cálculo direto (Sevastianov, 1994).

1.2 Processos estocásticos

A definição de processo aleatório é uma ampliação do conceito estatístico de variável aleatória para incluir outra variável de análise no fenômeno, em nosso caso será o tempo. Já que uma variável aleatória X é uma função de possíveis resultados s de um experimento, então o processo aleatório é uma função tanto de s como do tempo. A família de todas as funções é denotada como $X(t, s)$ (no resto do texto será empregada a nomenclatura X) e chamada de processo aleatório ou processo estocástico, ver Peebles 2001 .

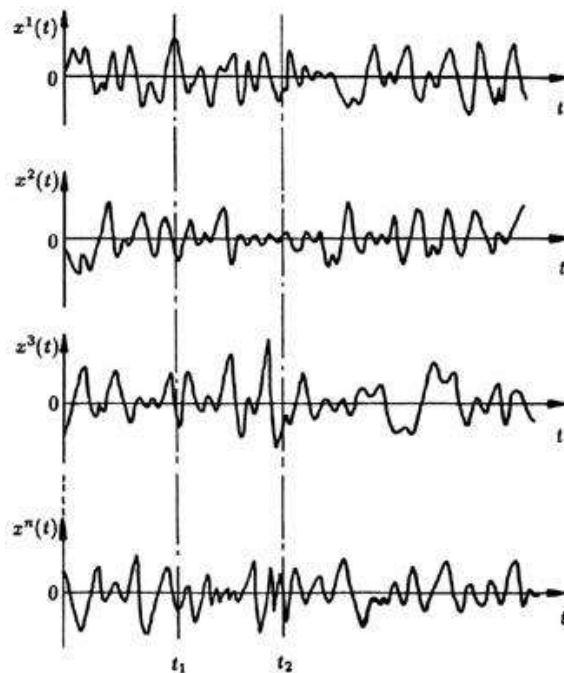


Fig. 1.5 Diversas realizações do processo aleatório $X(t, s)$

Evidentemente, o processo aleatório X representa uma família ou conjunto de funções temporais quando t e s são variáveis, ver Figura 1.5. Cada função é denominada realização do processo aleatório.

Um processo aleatório também representa uma variável aleatória quando o tempo é fixado e s é variável. Por exemplo, na Figura 1.5, temos a variável aleatória $X(t_1, s)$ que tem valores distintos para cada realização do processo no instante t_1 . Portanto, um processo aleatório pode ser considerado como um conjunto ou seqüência de variáveis aleatórias.

Duas propriedades estatísticas importantes dos processos aleatórios são a estacionariedade e a ergodicidade, sendo que o tratamento dos processos estocásticos depende da natureza dessas características.

1.2.1 Estacionariedade

Em geral, um processo aleatório é chamado de processo estacionário se todas suas propriedades estatísticas não mudam com o tempo (Peebles 2001). Então os demais processos serão denominados como não estacionários. Essa definição perde um pouco de sentido no caso das propriedades estatísticas multidimensionais, como a probabilidade conjunta $F_X(x_1, x_2; t_1, t_2)$ de duas variáveis aleatórias definidas em dois tempos distintos t_1 e t_2 do processo X . É por isso que é melhor determinar a estacionariedade dum processo aleatório segundo sua ordem de estacionariedade.

1.2.1.1 Processo estacionário de primeira ordem

Um processo estocástico é de primeira ordem se sua função de densidade de probabilidade (*pdf*) não muda com o tempo, ver Peebles (2001), assim temos que:

$$f_X(x_1; t) = f_X(x_1, t + \Delta t) \quad (1.2)$$

sendo que a equação 1.2 deve ser verdadeira para qualquer valor de t e Δt . A principal consequência disto é que f_X é independente do tempo e a média do processo é constante:

$$E[X(t)] = \bar{X} = \text{constante} \quad (1.3)$$

1.2.1.2 Processo estacionário de segunda ordem

Um processo estacionário é de segunda ordem se sua função de densidade de probabilidade conjunta bidimensional satisfaz para todos os t_1, t_2 e Δt , ver Peebles (2001), a seguinte expressão:

$$f_X(x_1, x_2; t_1, t_2) = f_X(x_1, x_2; t_1 + \Delta t, t_2 + \Delta t) \quad (1.4)$$

Pode se concluir que a expressão 1.4 só depende do $t_2 - t_1$. Portanto, a função de auto correlação de um processo estacionário de segunda ordem é função só da diferença de tempo, se $\Delta t = t_1 - t_2 = \tau$ e a função de auto correlação é:

$$R_{XX}(t_1, t_2) = E[X(t_1)X(t_2)] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} x_1 x_2 f_X(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2 \quad (1.5)$$

assim:

$$R_{XX}(t_1, t_2) = R_{XX}(t_1, t_1 + \tau) = E[X(t_1)X(t_1 + \tau)] = R_{XX}(\tau) \quad (1.6)$$

Muitos fenômenos requerem o tratamento da função de auto correlação e a média do processo estocástico. A análise é muito mais simples se essas propriedades não dependem de um instante do tempo específico. Isso é garantido se o processo é estacionário de segunda ordem.

1.2.2 Ergodicidade

De uma realização do processo estocástico pode-se definir diversas propriedades temporais. A média temporal e a função de autocorrelação temporal são definidas como:

$$\bar{x} = A[x(t)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) dt \quad (1.7)$$

$$\mathcal{R}_{XX}(\tau) = A[x(t)x(t + \tau)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x(t + \tau) dt \quad (1.8)$$

Para uma realização do processo, essas duas propriedades são dois números. Não obstante, quando todas as realizações do processo são consideradas, temos que \bar{x} e $\mathcal{R}_{XX}(\tau)$ são variáveis aleatórias. Considerando que o processo é estacionário de segunda ordem, as médias dessas variáveis aleatórias serão:

$$E[\bar{x}] = \bar{X}$$

$$E[\mathcal{R}_{XX}(\tau)] = R_{XX}(\tau)$$

O teorema ergódico estabelece que as variáveis aleatórias \bar{x} e $\mathcal{R}_{XX}(\tau)$ tem variância zero, ou seja, \bar{x} e $\mathcal{R}_{XX}(\tau)$ são constantes. Portanto:

$$\bar{x} = \bar{X} \quad (1.9)$$

$$\mathcal{R}_{XX}(\tau) = R_{XX}(\tau) \quad (1.10)$$

Em outras palavras, as propriedades temporais \bar{x} e $\mathcal{R}_{XX}(\tau)$ são iguais às propriedades estatísticas \bar{X} e $R_{XX}(\tau)$. Os processos que satisfazem o teorema ergódico são chamados de processos ergódicos (Peebles 2001).

A ergodicidade é uma forma muito restrita de estacionariedade, e é muito difícil provar que é uma hipótese razoável para um fenômeno físico complexo. Mas a análise do processo fica muito simplificada se consideramos que um processo é ergódico. Existe comprovação de que a resposta de um sistema linear sob ação de uma excitação ergódica também será ergódica, ver Kramer e Leadbetter (1967). Porém, não existe essa generalização para sistemas não lineares. Portanto, a resposta de um sistema não linear sob uma excitação ergódica deverá ser considerada não ergódica, até ser comprovada a ergodicidade da resposta.

Geralmente a ergodicidade ou não ergodicidade dum processo estocástico é fixada com respeito a determinadas propriedades estatísticas. No caso do roll é usual determinar a presença da ergodicidade do processo aleatório com respeito à variância, ver Belenky (1998).

1.2.3 Processo estocástico estacionário Gaussiano

Segundo o teorema do limite central, se uma variável aleatória X é o resultado da soma de n variáveis aleatórias independentes, então sua distribuição se aproxima bem da distribuição de Gauss ou normal se n tende a infinito. Para o caso de processos aleatórios, temos que se considerarmos um processo aleatório como uma seqüência de variáveis aleatórias, se essas variáveis seguem a distribuição de Gauss (sendo que cada variável é o resultado da soma de n variáveis aleatórias independentes) o processo é denominado como processo Gaussiano. Além disso, se a seqüência de variáveis aleatórias tem os mesmos parâmetros, ou seja, tem a mesma distribuição, então o processo será um processo aleatório estacionário Gaussiano (comumente chamado só de processo Gaussiano).

Na Figura 1.6 se mostram algumas realizações dum processo aleatório Gaussiano com média zero. Se fixarmos o tempo nos instantes t_1, t_2, t_3 e t_4 e fizermos um levantamento das densidades de distribuição das variáveis aleatórias $X(t_1), X(t_2), X(t_3)$ e $X(t_4)$, poderemos obter uma seqüência de *pdf*'s como mostrado na Figura 1.7.

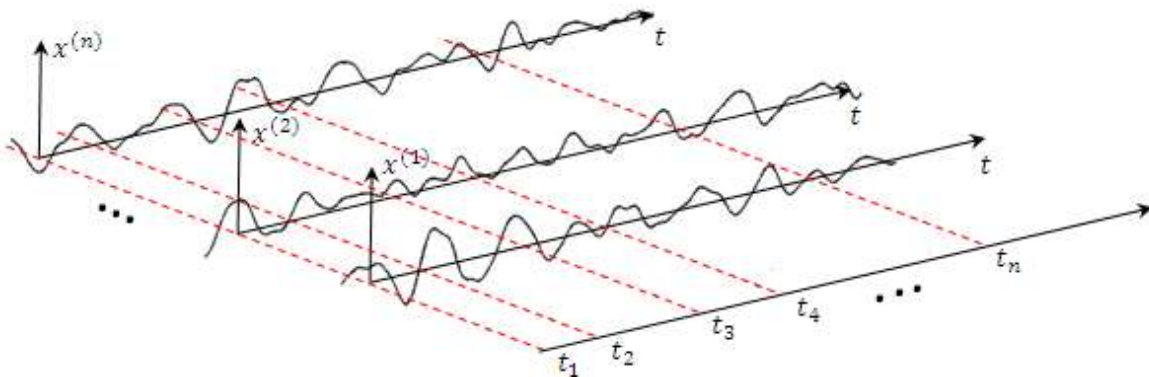


Fig. 1.6 Diversas realizações dum processo aleatório Gaussiano ($\mu = 0, \sigma = 1.9501$)

Da Figura 1.7 fica evidente que os parâmetros das *pdf*'s (média e desvio padrão) são constantes. Portanto o teorema ergódico é satisfeito para os processos estocásticos Gaussianos. Assim, a *pdf* dum processo Gaussiano ficará definida como:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{(2\sigma_x^2)}} \quad (1.11)$$

onde x são valores temporais duma realização do processo. A função de distribuição de probabilidade (*CDF*) será:

$$F_x = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) dx = \Phi\left(\frac{x}{\sigma_x}\right) \quad (1.12)$$

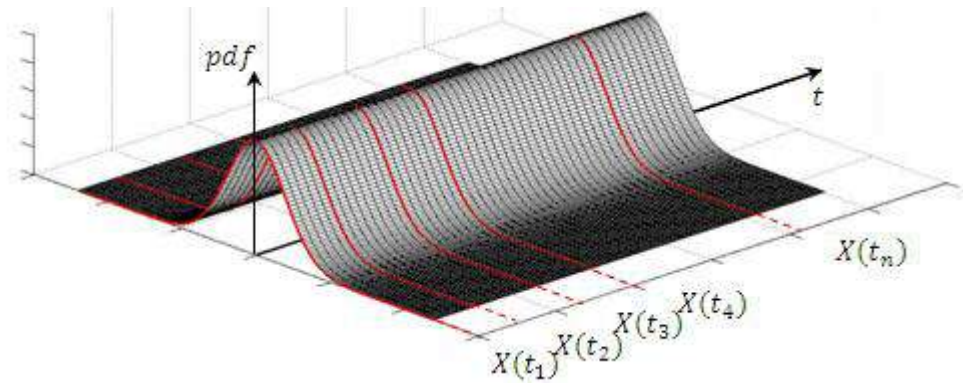


Fig. 1.7 Seqüência de variáveis aleatórias do processo da Figura 1.6

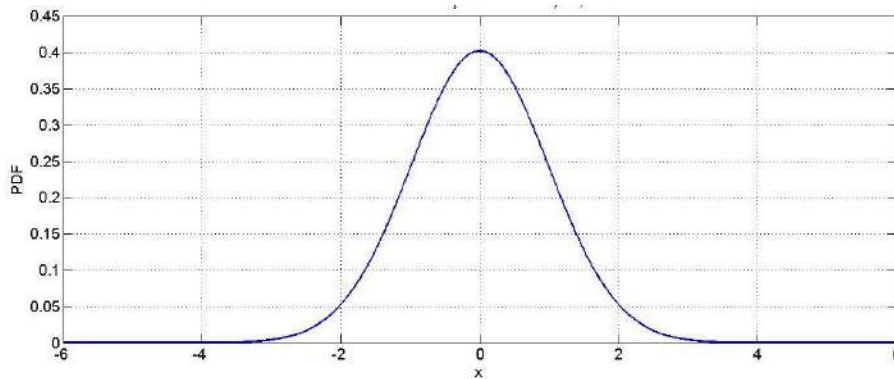


Fig. 1.8 Densidade de probabilidade de um processo Gaussiano.

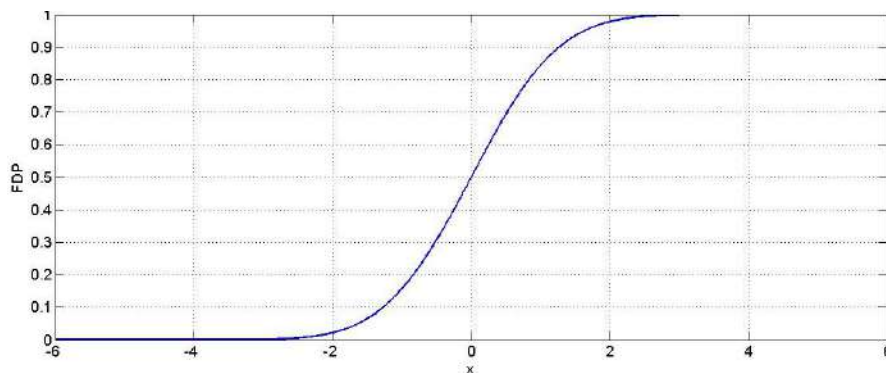


Fig. 1.9 Função de probabilidade de um processo Gaussiano.

Nas Figuras 1.8 e 1.9 mostram-se a função de densidade de probabilidade e a função de distribuição de probabilidade dum processo Gaussiano. Já na Figura 1.10 mostra-se a

variação temporal da variância de quatro realizações do processo estocástico Gaussiano com média zero da Figura 1.6. Dessa Figura pode-se notar que a variação da variância de todas as realizações tem um valor muito próximo a partir dos 4000 segundos e que convergem todas no limite. Isso significa que o valor da variância se estabiliza no tempo no mesmo valor, em todas as realizações. Assim, só uma realização é suficiente para representar o processo estocástico Gaussiano.

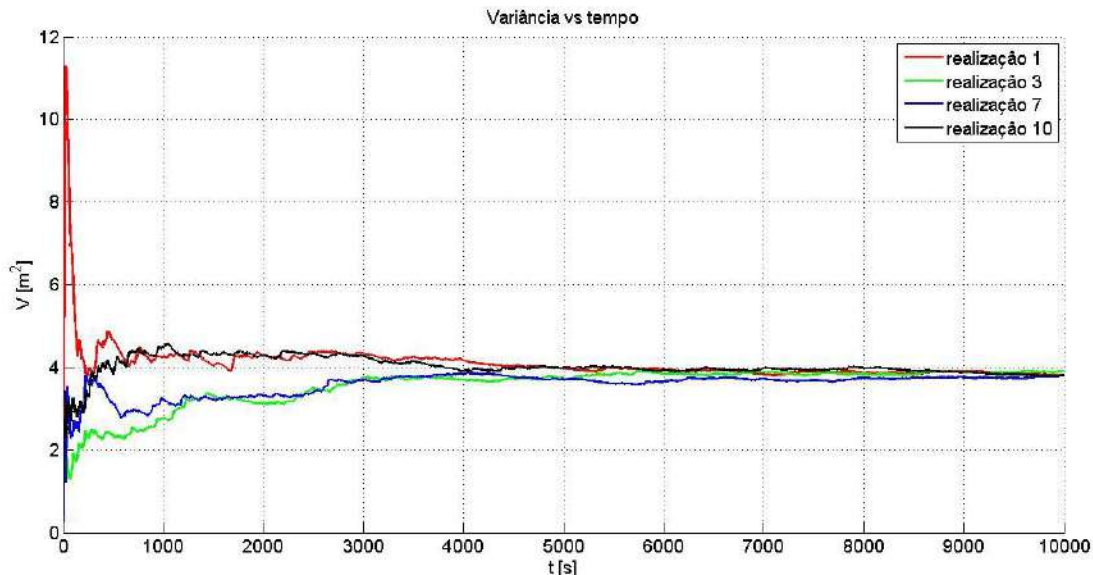


Fig. 1.10 Variância VS tempo.

1.3 Roll Paramétrico em mares longitudinais regulares

A ressonância paramétrica em navios é um fenômeno que só pode acontecer em sistemas dinâmicos não lineares. Ele é produzido pela variação, geralmente periódica, de parâmetros do sistema dinâmico. Em contraste com os sistemas dinâmicos excitados diretamente (os quais são governados por equações diferenciais não homogêneas, onde pequenas excitações produzem grandes respostas se a frequência de excitação é próxima a uma das frequências naturais do sistema excitado), os sistemas dinâmicos excitados parametricamente são governados por equações diferenciais homogêneas com coeficientes não constantes. Neste tipo de sistemas dinâmicos uma pequena excitação paramétrica pode produzir grandes respostas se a frequência de excitação é diferente das frequências naturais do sistema, mas satisfaz alguma sintonia específica com as frequências naturais do sistema.

Em navios e sistemas flutuantes a mudança de parâmetros do sistema é produzida principalmente por dois fenômenos: a variação periódica da restauração transversal (representada pela curva \overline{GZ} , ver Figura 1.11) devido à passagem da onda, ver Kempf (1938) e Paulling (1961); e pelos movimentos acoplados entre os modos de heave-roll-pitch, onde ocorre uma transferência de energia entre os movimentos verticais (heave e pitch) e o movimento transversal (roll), ver Paulling e Rosenberg (1959), e Neves e Rodríguez (2006a).

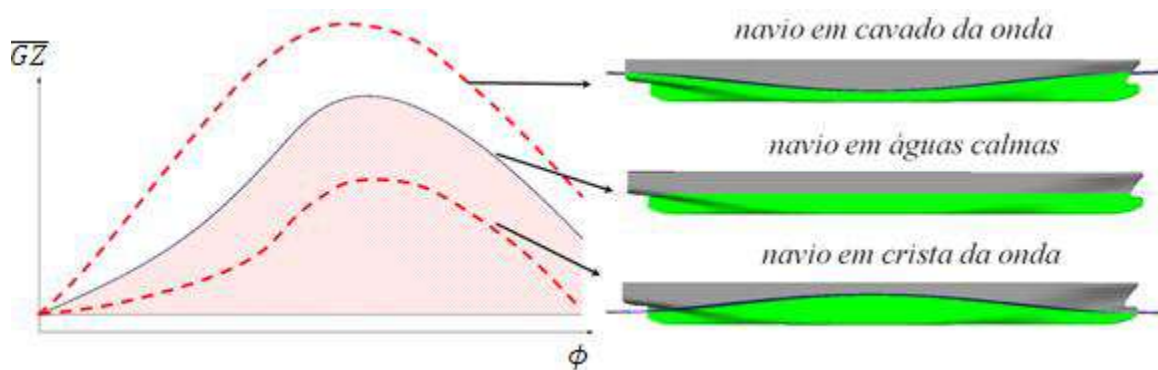


Fig. 1.11 Variação da curva de braços restauradores \overline{GZ} devido à passagem da onda.

A forma mais simples de descrever a física da ressonância paramétrica é mediante a equação de Mathieu, ver Kerwin (1955). Na sua forma canônica a equação de Mathieu de um sistema é:

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + [p + q\cos(\tau)]x = 0 \quad (1.13)$$

Da equação de Mathieu pode se obter um diagrama, denominado diagrama de “Ince-Strutt”, que divide em regiões estáveis e instáveis as respostas do sistema dinâmico dependendo dos parâmetros p e q . Para navios, tem mais importância a primeira e segunda regiões de instabilidade. Oscilações na primeira região de instabilidade são chamadas de “Ressonância Paramétrica Principal”, neste caso a frequência de encontro entre o navio e a onda é próxima ao dobro da frequência natural do roll; oscilações na segunda região de instabilidade são chamadas de “Ressonância Paramétrica Fundamental”, aqui a frequência de encontro entre o navio e a onda é próxima à frequência natural do roll.

O desenvolvimento da Ressonância Paramétrica Principal é o seguinte, ver Figura 1.12. Se um navio devido a alguma força, externa ou pela variação de sua distribuição interna de pesos, tem um ângulo de roll diferente de zero quando o cavado da onda se encontra aproximadamente na meia nau do navio, o incremento na estabilidade produzirá uma forte força de restauração. Quando o navio retorna à sua posição de equilíbrio, a inércia será maior devido à restauração adicional. Se a meia nau do navio se encontra na crista da onda nesse instante, a estabilidade será reduzida e o navio atingirá um maior ângulo de roll na banda contrária (ao ângulo inicial) devido à maior velocidade e à restauração diminuída. Se o navio se encontra no cavado da onda quando atinge sua máxima amplitude de roll, a estabilidade será incrementada e o ciclo se repete amplificando-se novamente, ver Guide for the Assessment of Parametric Roll Resonance in the Design of Container Carriers (ABS 2004).

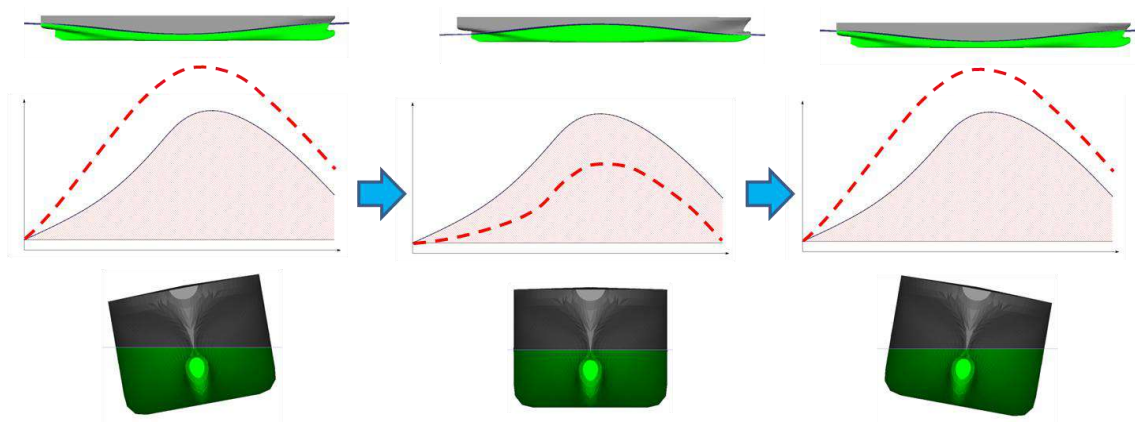


Fig. 1.12 Desenvolvimento da Ressonância Paramétrica Principal num navio.

A Figura 1.13 mostra uma reprodução das simulações numéricas feitas por Blocki (1980), para um navio pesqueiro de pequeno porte, mostradas nas Figuras 7.1 e 7.4 de seu trabalho. Nessas Figuras se pode observar a sintonia entre a onda incidente e o movimento de roll. Deve ser mencionado que a única diferença do sistema dinâmico nas Figuras 1.13a e 1.13b foram os valores de p e q , sendo que a resposta da Figura 1.13a é periódica e a resposta da Figura 1,13b é instável.

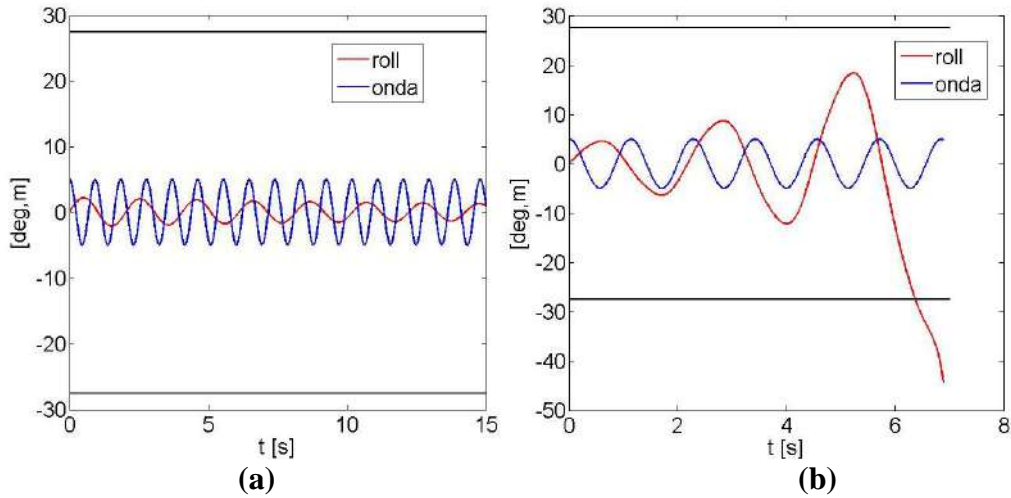


Fig. 1.13 Simulações numéricas do movimento de roll. Fonte Blocki 1980. (a) Pequena amplitude do roll paramétrico. (b) O ângulo de emborcamento é atingido depois de encontrar cinco ondas.

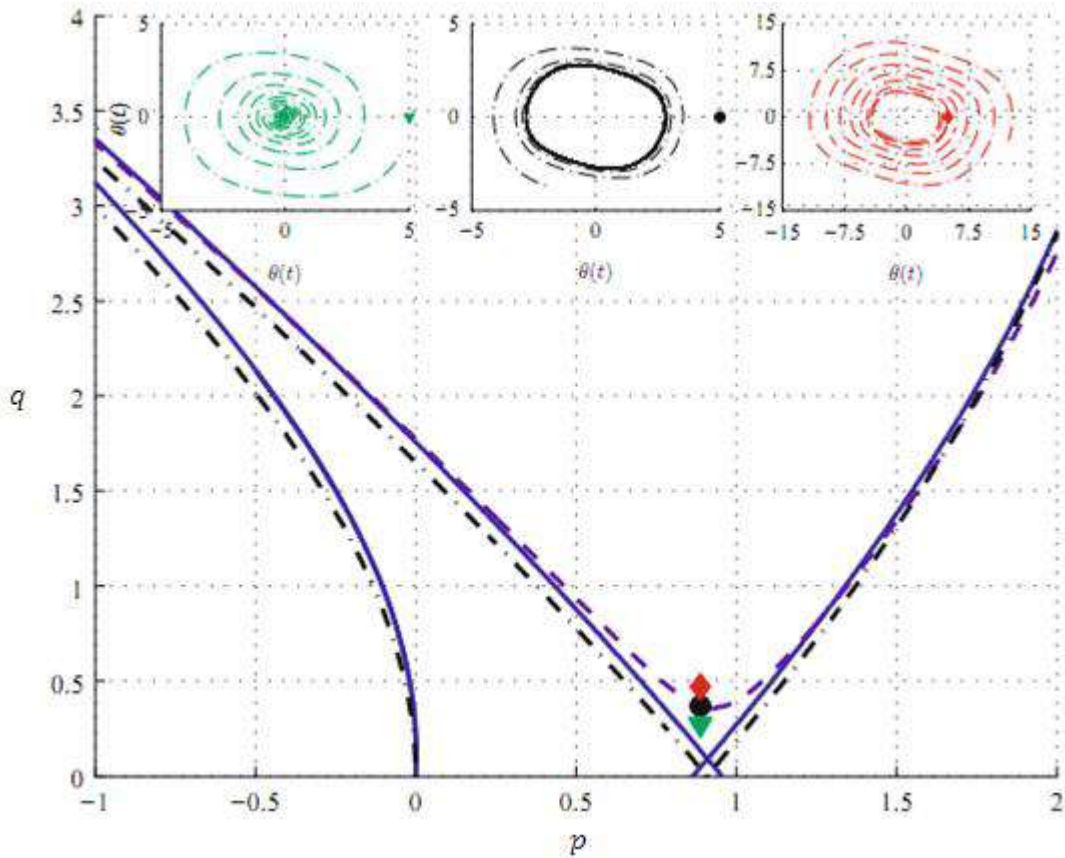


Fig. 1.14 Diagrama de Ince-Strutt; fonte Galeazzi & Pettersen (2012).

Em navios a equação do movimento desacoplado de roll mais simples é:

$$(I_X + A_{44})\ddot{\phi} + B_{44}\dot{\phi} + \Delta GM(t)\phi = 0 \quad (1.14)$$

onde I_X é a inércia na direção do roll; A_{44} é a massa adicional de roll; B_{44} é o amortecimento de roll; Δ é o deslocamento do navio; $GM(t)$ a altura metacêntrica instantânea; e ϕ é o ângulo de roll instantâneo. A forma mais simples de modelar a variação do GM é como:

$$GM(t) = GM_m + GM_a \cos(\omega_e t) \quad (1.15)$$

Sendo GM_m um valor médio constante e GM_a a amplitude do valor oscilante. A equação de Mathieu do movimento de roll ficará como:

$$\ddot{\phi} + 2\delta\dot{\phi} + \omega_m^2[1 + h \cos(\omega_e t)\phi] = 0 \quad (1.16)$$

onde:

$$\omega_m = \sqrt{\frac{\Delta GM_m}{I_X + A_{44}}}; \quad \omega_a = \sqrt{\frac{\Delta GM_a}{I_X + A_{44}}}; \quad \delta = \frac{1}{2} \frac{B_{44}}{(I_X + A_{44})}; \quad h = \frac{\omega_a^2}{\omega_m^2} \quad (1.17)$$

Assim, considerando o tempo adimensional $\tau = \omega_e t$, a equação do roll 1.14 ficará na forma canônica da equação de Mathieu da equação 1.13 com:

$$p = (\bar{\omega}_m^2 - \mu^2); \quad q = \bar{\omega}_m^2 h; \quad \mu = \frac{\delta}{\omega_e}; \quad \bar{\omega}_m = \frac{\omega_m}{\omega_e} \quad (1.17)$$

Da equação descrita acima pode-se observar que os valores de p e q da equação de Mathieu dependem diretamente da frequência de encontro e da frequência natural de roll, ver Spyrou (2005). Na Figura 1.14 se mostra o diagrama de Ince-Strutt para a primeira região de instabilidade da equação de Mathieu. Onde as linhas pretas tracejadas representam o diagrama para a equação de Mathieu sem amortecimento, as linhas púrpuras tracejadas representam o diagrama da equação de Mathieu com amortecimento. Da teoria de Floquet (ver Belenky e Sevastianov 2007), temos que podemos obter três tipos de soluções: estável, instável e periódica. Esses três tipos de respostas são mostrados na parte superior da Figura 1.14 mediante diagramas de fase, onde pode-se notar claramente que a

resposta do sistema dinâmico pode cair num dos atratores formados dependendo dos parâmetros p e q do sistema dinâmico. Os pontos nos diagramas de fase indicam a condição inicial em cada atrator e os pontos no diagrama de Ince-Strutt indicam o lugar dos parâmetros p e q do sistema dinâmico para cada atrator, assim temos que: o atrator estável em cor verde tem parâmetros embaixo da primeira região de instabilidade; o atrator periódico tem parâmetros nos limites da primeira região de instabilidade; e finalmente o atrator instável tem parâmetros dentro da primeira região de instabilidade da equação de Mathieu com amortecimento.

1.4 Roll paramétrico em mar irregular longitudinal

O processo do roll paramétrico em mar irregular não é um fenômeno tão puro como foi descrito no caso determinístico (mar regular). Neste caso a excitação da onda é representada por um processo aleatório Gaussiano. Aqui o surgimento da amplificação paramétrica do roll dependerá do encontro de uma série de ondas consecutivas (ou grupo de ondas) favoráveis para o desenvolvimento de roll paramétrico, ver Kim e Troesch (2013). Na Figura 1.16 se mostra uma realização numérica do roll paramétrico em mar irregular, também se mostra a onda incidente e a variação instantânea do \overline{GM} . O roll paramétrico da Figura 1.16 foi induzido incidindo no navio uma onda que garanta eventos extremos do processo aleatório \overline{GM} . É evidente da Figura 1.16 que o roll começa a desenvolver-se devido a que o navio encontra uma seqüência de ondas com freqüências próximas. Daqui pode-se intuir que as características favoráveis para que um grupo de ondas produza roll paramétrico são: um mínimo de ondas consecutivas com freqüências próximas, o que permite o desenvolvimento progressivo do roll paramétrico; e uma altura mínima das ondas consecutivas. Mas como a ressonância paramétrica é um fenômeno progressivo, uma altura mínima para o desenvolvimento do roll paramétrico não é o parâmetro mais determinante, ver Kim e Troesch (2013). Os resultados das simulações mostradas nesta seção foram obtidos para a geometria do navio portacontentor Post Panamax classe C11 (ver Figura 1.15) com o código computacional LAMP (ver Lin et al. 1999) sob determinadas condições. Esses resultados são mostrados para auxiliar o entendimento do roll paramétrico estocástico, porém os resultados não podem ser generalizados para todos os navios que

experimentam ressonância paramétrica sem estudos prévios. As condições da Figura 1.16 foram geradas com a metodologia DLG (Design LoadGenerator, ver Kim 2012).

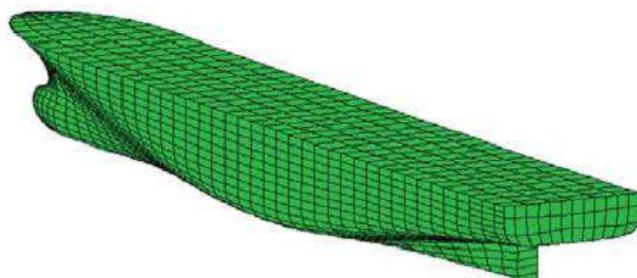


Fig. 1.15 Modelo no LAMP do Portacontentor Post Panamax classe C11 (MARIN model number 8004-2); fonte Kim & Troesch (2013).

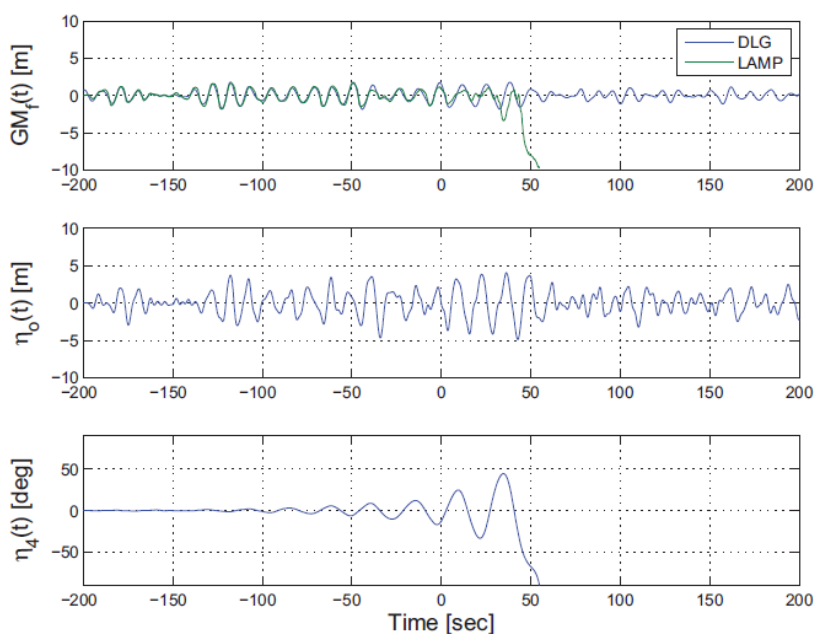


Fig. 1.16 Simulações DLG e LAMP dum emborcamento; fonte Kim & Troesch (2013).

Como poderia-se esperar, a situação descrita acima ocorre com pouca frequência em condições de mar real, devido a que o encontro do grupo de ondas favoráveis para o roll paramétrico é aleatório. Na Figura 1.17 mostram-se três realizações do roll de uma bateria de cinquenta simulações numéricas excitadas com distintas realizações dum espectro de onda, ver Belenky & Weems (2012). Nessas séries temporais pode-se perceber que o roll paramétrico aparece e desaparece (realizações 1 e 7), e também pode-se perceber que

existem condições nas quais o roll paramétrico não se desenvolve completamente (realização 41).

Das realizações mostradas na Figura 1.17 pode-se intuir perfeitamente que o roll paramétrico não é um processo estocástico ergódico. Mas uma confirmação mais formal pode ser achada no estudo temporal da variância do roll. Na Figura 1.18 se mostra a estimação da variância para os processos aleatórios da onda incidente, pitch e roll. Aqui fica claro que o pitch apesar de ser modelado como não linear ainda é um processo ergódico para esse tipo de navio e condição de mar. Por outro lado, é confirmada a hipótese de que o roll é um processo não ergódico. Portanto, a determinação de propriedades estatísticas do roll desse navio não poderá ser feita em base a estatísticas temporais de uma só realização do processo do roll. Isso fica em evidência se mostramos o levantamento (ver Figura 1.19a) do histograma do roll da bateria de simulações. A distribuição do roll está bem afastada da distribuição de densidade Gaussiana, apresentando um caráter leptokurtico (distribuição com pico mais afiado que na distribuição Gaussiana). Essa característica do roll faz com que o rabo da distribuição de roll seja mais cheio que o rabo da distribuição normal, ver Figura 1.19b. Sendo que na região do rabo de uma densidade de distribuição se encontram as respostas mais extremas, o rabo é fundamental para determinar as propriedades estatísticas de um sistema não linear. O ramo da estatística que se enfoca na modelação dos rabos das distribuições são a “Teoria dos Extremos” e a “Teoria das Excedências” (do inglês, Extreme Value Theory e Excedence Theory, respectivamente).

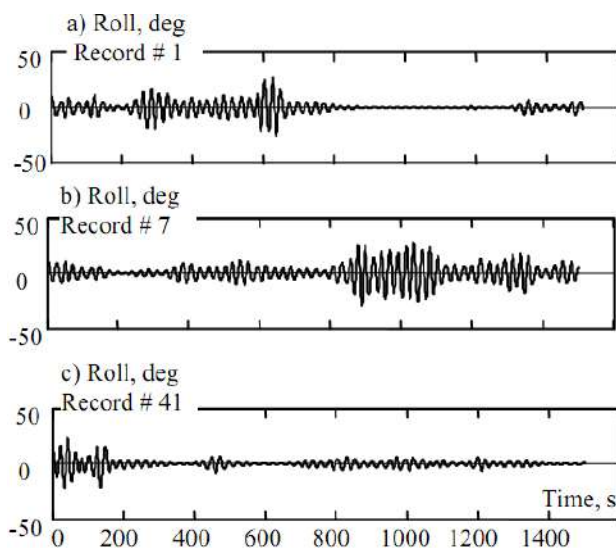


Fig. 1.17 Realizações do roll paramétrico; fonte Belenky & Weems (2012).

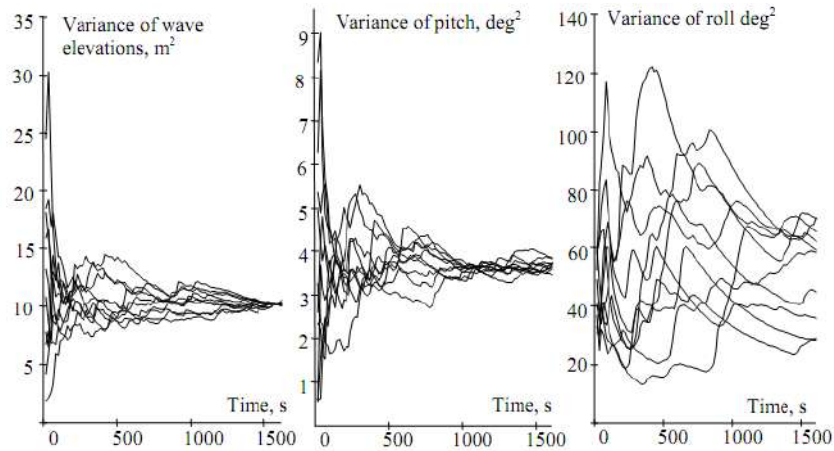


Fig. 1.18 Variância no tempo da onda, heave e roll; fonte Belenky et al (2011).

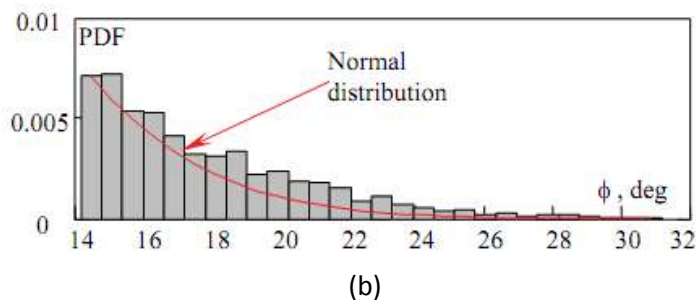
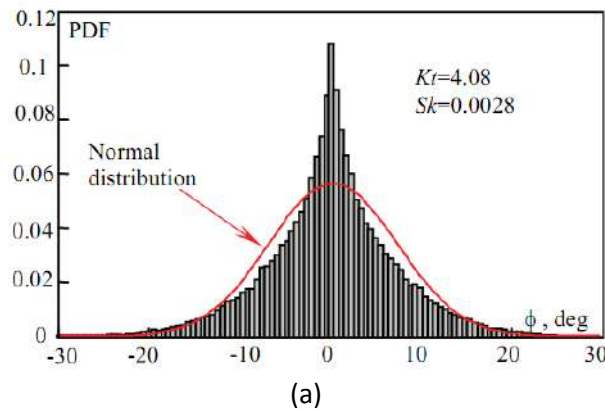


Fig. 1.19 Histograma do roll paramétrico; fonte Belenky&Weems (2012).

Em Hashimoto et al. (2006) o caráter não ergódico da resposta do roll em mar irregular foi reportado experimentalmente, vide Figura 1.20, para um portacontentor tipo post-panamax similar ao navio da figura 1.15, mas de diferente comprimento. Adicionalmente, o caráter ergódico das respostas de heave e pitch também foram registrados. Os testes experimentais foram conduzidos tanto em mares longitudinais do tipo “long-crested waves”, como em mares “tipo short-crested waves”. Em ambos casos a resposta do roll foi

não ergódica, mas a resposta do roll para mares tipos “short-crested waves” se aproximou mais da distribuição Gaussiana, ver figura 1.20b. No intento de levantar a distribuição do roll, os testes experimentais foram repetidos tentando garantir 150 encontros de onda em média por condição de ensaio.

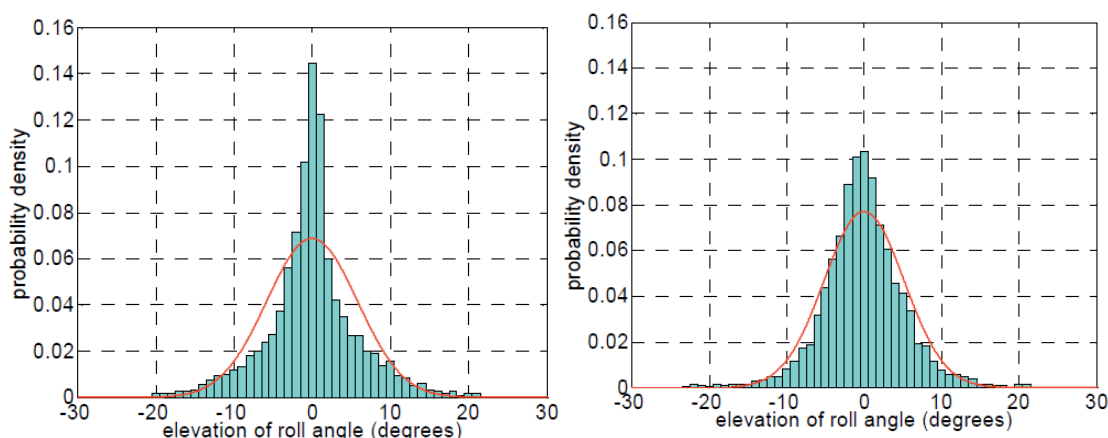


Fig. 1.20 Densidade de probabilidade experimental do roll de um portacontentor tipo post-panamax, fonte Hashimoto et al. 2006 . (a) long-crested waves. (b) short-crest waves.

Na atualidade, tem-se aceitado que para alguns tipos de navios o roll é um processo que na prática é não ergódico, ou seja, que o tempo de simulação ou ensaio experimental necessário para que o processo seja ergódico é demasiado longo, ver Bulian et al. (2006), até o ponto em que a estacionariedade da excitação não pode ser garantida.

Outra possível interpretação do roll paramétrico em mar irregular é que o navio se encontra mudando constantemente dum atrator estável para outro instável e vice-versa, devido à aleatoriedade da excitação do sistema. Já foi comentado que a resposta da ressonância paramétrica depende fortemente dos parâmetros p e q do sistema que no caso de mar irregular serão aleatórios. Uma consequência dessa característica é que os parâmetros do sistema sempre estarão mudando, o que impossibilita a determinação de propriedades estatísticas de uma só realização. Na prática essa afirmação significaria que o processo aleatório do roll é um processo não estacionário, e que a falta de ergodicidade do roll seria uma consequência da não estacionariedade do processo. Devido a limitações, a

análise do roll sempre foi considerada como estacionária se o navio mantinha uma velocidade e trajetória constante, ver Belenky e Sevastianov (2007).

A principal limitação no estudo do roll paramétrico em mar irregular é o tempo de computo nos atuais códigos de simulações da dinâmica de navios. O elevado tempo de computação faz com que poucas realizações do processo estocástico do roll possam ser geradas. Nessas condições a análise estatística é muito pobre. Assim, é evidente que para poder-se continuar o estudo do roll paramétrico em mar irregular é necessário ter-se um código numérico acurado e rápido.

1.5. Estado da arte

O termo estabilidade dinâmica para navios provavelmente foi cunhado pelo matemático e cientista britânico Henry Moseley (1850), no seu estudo de navios de guerra. Mas foi o estudo do engenheiro William Froude em 1861 (provavelmente motivado pelo famoso engenheiro estrutural Brunell envolvido com a construção de novos desenhos de navios de grande comprimento) o primeiro que chamou a atenção do fenômeno da ressonância paramétrica em roll. Sendo Froude o primeiro a relatar instabilidades em roll em ondas longitudinais regulares (ressonância paramétrica) e notar que existe uma específica sintonia entre a excitação e o período natural do roll onde acontecem instabilidades, ver Francescutto e Papanikolaou (2010)

Já o estudo moderno do roll paramétrico pode ser dividido em duas etapas bem definidas: uma etapa passiva, onde a ocorrência do roll paramétrico só tinha sido pensada para navios de pequeno porte e em mar de popa, sendo aqui o interesse pelo fenômeno praticamente só teórico; e uma etapa ativa, onde o interesse pelo estudo da ressonância paramétrica não só é teórica, mas sim aplicada, onde diversas formas de prever, prevenir e controlar o fenômeno têm sido estudadas. Essa preocupação da comunidade internacional foi motivada inicialmente por relatos de situações isoladas como o navio Ro/Ro “*Finneagleno*” no ano de 1980. Mas a preocupação atingiu níveis críticos quando foram reportados incidentes em novos desenhos de portacontentores (por exemplo, o navio “*APL China*”, em 1998). Assim foi reconhecido que o roll paramétrico pode acontecer em navios de grande porte e em condições de mar de proa (a condição supostamente mais desejável para um navio). Adicionalmente, poder-se-ia dizer que dentro da segunda etapa do estudo

do roll paramétrico começa a gestar-se lentamente, a partir dos anos oitenta, um interesse no estudo do roll paramétrico em mar irregular. Isto devido à necessidade de implementar critérios de segurança para os navios que são altamente vulneráveis ao roll paramétrico.

Dentro da primeira etapa do estudo do roll paramétrico podemos citar como fundamentais os trabalhos de Watanabe (1934), Kempf (1938), Graff e Heckscher (1941), Kerwin (1955), Paulling e Rosenberg (1959), e Paulling (1961). Foi nesses trabalhos que começou a entender-se a física detrás da ressonância paramétrica em navios, associando-se à variação da restauração transversal devido à passagem da onda e aos movimentos acoplados de heave-roll-pitch. Também foi aqui a primeira modelação matemática do roll paramétrico através da equação de Mathieu. Assim determinou-se que existem regiões de instabilidade dependentes dos parâmetros do sistema.

Na segunda etapa do estudo do roll paramétrico foram importantes os trabalhos de Skomedal (1982), Lindemann e Skomedal (1983), Hua (1992), Liaw et al. (1993), Liaw (1994), Neves et al. (1999), Rodríguez (2004) entre outros. Nesses trabalhos se estuda a influência de distintos parâmetros no roll paramétrico, como o amortecimento, velocidade de avanço, condição de carregamento e bolinas. Adicionalmente, nesta etapa foi sugerido que a modelação matemática do roll paramétrico deveria ser feita mediante a equação de Hill. Também nesta etapa, foram aplicadas pela primeira vez técnicas de análise da dinâmica não linear, assim foi demonstrado a ocorrência do salto (“jump effect”) e distintos tipos de bifurcações no roll. Finalmente em Youssef et al. (2002), Belenky et al. (2002), Holden (2011) e Greco et al. (2014) estudou-se o controle da ressonância paramétrica através de tanques estabilizadores e o efeito da água no convés no roll paramétrico.

A seguir mencionam-se e descrevem-se brevemente alguns dos trabalhos que contribuíram no entendimento do roll paramétrico em mar irregular.

Blocki (1980) fez uma análise do roll paramétrico com uma metodologia mista baseada na equação de Mathieu. Na metodologia proposta nesse trabalho a dinâmica não linear não foi incluída na análise estatística. A análise estatística foi baseada na probabilidade de um grupo de ondas acontecer, modelando as cristas como eventos independentes. Assim, as cristas de onda consecutivas podem ser modeladas mediante o conceito de “Ensaio de

Bernoulli”. Desta forma, a probabilidade de o navio encontrar um grupo de onda de um determinado comprimento pode ser calculada facilmente. Essa modelação das cristas de ondas foi apresentada em Goda (1970). Em seguida, a probabilidade de emborcamento devido ao roll paramétrico foi obtida resolvendo-se o problema determinístico para uma onda regular que representará o grupo de onda. A modelação do sistema dinâmico foi feita como não linear de segunda ordem em três graus de liberdade (heave-roll-pitch) acoplados dois a dois.

Em Roberts (1982), a excitação paramétrica foi modelada como ruído branco. Assim, empregando um processo de “averaging” estocástico em duas etapas, usando as metodologias de Bogoliubov & Mitropolsky (1961) e Khasminskii (1966), o roll foi modelado como um processo de difusão de Markov mediante um sistema de equações de Itô (equações diferenciais estocásticas). Fazendo uso do cálculo estocástico, é sabido que a densidade de probabilidade transitória conjunta dum processo de difusão é solução tanto da equação *Backward* como da equação *Forward* (equação Fokker-Planck-Kolmogorov) de Kolmogorov. Assim, no trabalho de Roberts foi achada a densidade de probabilidade transitória conjunta do roll e sua velocidade (velocidade do movimento de roll), da qual podem ser calculadas diversas propriedades estatísticas do movimento de roll. Nessa metodologia é preciso assumir o roll como um processo estacionário para poder obter a probabilidade conjunta do roll e sua velocidade. Devido a que nem sempre poder ser garantida a estacionaridade do roll, requisito necessário para dar solução à equação Fokker-Planck-Kolmogorov na metodologia apresentada por Roberts, em Roberts & Vasta (2000) foi apresentada uma metodologia que também emprega o conceito de processo de difusão de Markov, porém baseada nas respostas estatísticas da “first passage time” (a qual é o tempo que uma realização do processo atinja algum nível crítico).

Na tese de doutorado de de Kat (1989) foi desenvolvido um algoritmo no domínio do tempo em seis graus de liberdade no intento de reproduzir numericamente instabilidades dinâmicas. O algoritmo proposto por de Kat tornou-se no atual código FREDYN. O modelo está baseado na combinação da teoria potencial com termos viscosos, fazendo o cômputo das pressões de onda até a superfície molhada instantânea. Nesse trabalho foram identificadas para ondas regulares as instabilidades de perda pura da estabilidade

transversal em mar de popa e de través, e guinada brusca (broaching) em ondas oblíquas. No modelo para mar irregular, o mar foi modelado como uma superposição finita de componentes de onda com frequências distintas. Assim, foi identificada a ocorrência de roll paramétrico em mar de popa tanto para ondas regulares e irregulares.

Belenky et al. (1998) estudaram a ergodicidade do roll no mar de través com um modelo numérico simples acoplado de sway-roll. Os resultados mostraram que para navios com curvas GZ de forma S (significativa não linearidade em ângulos pequenos de roll na curva GZ), o processo estocástico do roll não pode ser considerado ergódico e sua distribuição de densidade se afasta da distribuição Gaussiana. Em Belenky & Suzuki (2001), o caráter não ergódico de um navio pesqueiro tipo purse seine foi registrado experimental e numericamente. Além disso, foi reportado que as ondas irregulares geradas no tanque de reboque do “National Research Institute of Fisheries” (Japão) são um processo estocástico não ergódico. Em Belenky (2003), foi estudado um navio portacontentor tipo Post-Panamax classe C11 (navio altamente vulnerável ao roll paramétrico, ver France et al. 2003) em mar irregular de proa com o código computacional LAMP. Os resultados mostraram que o roll paramétrico desenvolvido por esse navio não pode ser considerado como um processo estocástico ergódico, e sua densidade de distribuição se afasta muito da densidade de distribuição Gaussiana. Porém os modos de heave e pitch podem ser representados como processos estocásticos ergódicos, sendo que suas densidades de distribuição acompanham bem a densidade de distribuição Gaussiana. Em Belenky & Weems (2011), foi feito um estudo para determinar uma modelação matemática adequada para a densidade de distribuição do roll paramétrico. Foram estudadas as distribuições Gram-Charlier, Pearson tipo IV e VII; também foi estudada a modelação por meio de médias móveis (do inglês “moving average”). Sendo que das metodologias estudadas só a metodologia de médias móveis conseguiu acompanhar a distribuição obtida numericamente do roll. Porém, a distribuição obtida pelo método das médias móveis é uma distribuição truncada, portanto ela não serve para obter as caudas da densidade de distribuição do roll. A recomendação final do trabalho foi que o cálculo da distribuição seja feita com uma metodologia baseada na teoria das excedências, especificamente com o método chamado “Envelope Peak Over Threshold” (EPOT) apresentado em Campbell & Belenky (2010b).

McTaggart e de Kat (2000) apresentaram uma análise de risco do emborcamento de navios baseado no trabalho de Kobylinski (1984, 1986 e 1997). As variáveis que foram consideradas para determinar a probabilidade do roll paramétrico acontecer foram: a velocidade de avanço, a incidência da onda e o estado do mar. Os autores foram os primeiros a empregar a teoria dos extremos (Extreme Value Theory) no estudo do roll paramétrico. Empregou-se o código computacional no domínio do tempo FREDYN para obter as respostas de um navio militar tipo fragata. Foi considerado que as respostas extremas do roll seguem a distribuição de Gumbel. Os resultados obtidos nesse trabalho não conseguiram demonstrar que as respostas extremas do roll acompanham a distribuição de Gumbel devido à limitada quantidade de simulações que foram feitas. O número de simulações realizadas inicialmente foi de dez para cada condição, sendo que se a probabilidade de emborcar obtida fora maior que 0.001, o número de simulações deveria ser incrementado a cinquenta. O tempo para gerar todas as simulações foi aproximadamente 15 dias.

Bulian (2006) propôs dois modelos analíticos não lineares para simular o movimento do roll desacoplado. Nesses modelos foram incluídos os efeitos dos modos de heave e pitch, assim como a variação do volume submerso devido a onda com hipóteses quase estáticas na obtenção da curva GZ. Um dos modelos propostos emprega o conceito da onda efetiva de Grim para simular o roll desacoplado em mar irregular. Simulações do modelo em mar irregular foram feitas e comparadas com ensaios experimentais de dois navios tipo RoRo. No trabalho foi registrado o caráter não Gaussiano e não ergódico do movimento de roll em mar irregular. Em Bulian et al. (2006) foi feito um estudo estocástico do roll paramétrico em mar irregular. Foram levantadas distribuições de probabilidade do roll com séries de duração de 30 minutos, 1, 2, 5 e 10 horas. Apesar de não conseguir demonstrar a ergodicidade em nenhum dos casos, foi percebida certa convergência com o aumento do tempo de simulação. Concluiu-se que o roll paramétrico é na prática não ergódico, ou seja, o tempo para que uma realização do roll represente o processo estocástico do roll é muito grande.

Themelis (2008) empregou uma metodologia mista similar à proposta por Blocki, mas ele modelou o grupo de ondas com a metodologia de Kimura (1980), que baseado em testes

experimentais considera as cristas das ondas como cadeias de Markov (ou seja, uma crista dependerá unicamente só da crista anterior). No trabalho a determinação da emborcamento devido à ocorrência do roll paramétrico foi determinada empregando o critério determinístico apresentado em Spyrou (2005), baseado na solução analítica da equação de Mathieu descrita em Hayashi (1986).

No trabalho de doutorado de Rodríguez (2010), ampliou-se o modelo (a seis graus de liberdade) proposto em Rodríguez (2004). O modelo considera os modos de heave, roll e pitch acoplados não linearmente nas ações restaurativas mediante expansões de Taylor até a terceira ordem. No trabalho foi apresentada uma metodologia para a obtenção da restauração até a terceira ordem fazendo ajustes por polinômios da restauração para várias posições e inclinações do navio. Com o objetivo de fazer simulações em mar irregular, foi proposta uma metodologia que mistura o cálculo das restaurações devido à onda com a teoria clássica de seakeeping. Assim são gerados “RAO’s” das forças restaurativas que são empregados em uma análise espectral para gerar realizações dos movimentos do navio. Com essa metodologia proposta conseguiu-se reportar o caráter não ergódico do roll paramétrico para um navio tipo portacontentor.

Kim & Troesch (2013) empregaram o denominado DLG (Design Load Generator) desenvolvido em Kim (2012) para obter ondas que garantam a ocorrência de eventos extremos do processo aleatório do GM, mediante a determinação das fases das componentes de ondas favoráveis para os eventos extremos do GM acontecerem. Assim se um navio é vulnerável ao roll paramétrico, terá uma grande probabilidade de desenvolver essa instabilidade se é excitado com as ondas obtidas com o DLG. No trabalho foram feitas simulações de Monte Carlo no código LAMP com as ondas obtidas com o DLG, no intento de estimar a distribuição de extremos do roll (adicionalmente foram feitas uma bateria de simulações de Monte Carlo com o fim de validar o método DLG). Também foi apresentada uma modificação da metodologia proposta em McTaggart e de Kat (2000) empregando a distribuição generalizada de extremos (GEVD) no lugar da distribuição de Gumbel para o levantamento da distribuição de extremos do roll.

Dostal & Kreuser (2014) modelaram o roll paramétrico como um processo de difusão de Markov mediante o processo de “averaging” estocástico para os casos acoplados de pitch-

roll, heave-roll e heave-pitch-roll. Nesse trabalho a excitação pode não ser considerada como ruído branco empregando-se uma variação do conceito de onda efetiva de Grim. No trabalho foram obtidas fórmulas analíticas para a “mean first passage times” do roll de grandes amplitudes.

Em Weems & Belenky (2015), foi apresentada uma metodologia para a avaliação das ações restaurativas por segmentos de secções submersas do navio. A metodologia é uma simplificação ao cômputo das ações restaurativas na geometria exata do navio em cada passo do tempo. Introduzindo essa modelação das ações restaurativas num modelo de integração das equações de movimento do navio, o tempo de cômputo é reduzido consideravelmente. Adicionalmente, o método é capaz de capturar os elementos chaves da variação da estabilidade em ondas, podendo reproduzir o fenômeno da ressonância paramétrica de forma qualitativa se comparado com metodologias menos simplificadas.

Em Hashimoto et al. (2006) o caráter não ergódico do roll foi reportado experimentalmente para um portacontentor tipo post-panamax, como foi mencionado na secção anterior. Além desses resultados experimentais em mar irregular, duas campanhas de benchmark foram feitas com o propósito de validar algoritmos numéricos de simulação capazes de reproduzir o roll paramétrico: a primeira envolvida dentro do programa de pesquisa europeia SAFEDOR (ver Spanos e Papanikolaou 2009), sob a coordenação da NTUA-SDL, onde foram feitas validações para mar regular e irregular; a segunda foi organizada pela ITTC (International Towing Tank Conferences), ver Reed (2011), feita exclusivamente para mares irregulares. Os resultados obtidos pelas treze instituições participantes no primeiro benchmark foram mistos, sendo que algumas instituições mostraram uma pobre reprodução e outras mostraram uma ótima reprodução no caso do mar regular. Não foram feitas análises relevantes no caso de mar irregular. Já os resultados obtidos pelas seis instituições participantes (David Taylor Model Basin, HSVA, MARIN, Osaka University, Science Applications International Corporation, Seoul National University) do Benchmark organizado pela ITTC mostraram uma grande dispersão no cálculo da variância do roll devido ao limitado número de simulações realizadas por cada instituição.

Além dos trabalhos citados nesta seção, deve ser mencionada a importância da reinstalação do grupo de estabilidade intacta da IMO. Já que no marco da revisão do critério de estabilidade intacta que terminou no atual “IS 2008”, o grupo de trabalho decidiu que deveria ser criado um novo critério de segunda geração de estabilidade intacta (ver Francescutto 2004, 2007). A relevância do critério de segunda geração no estudo do roll paramétrico em mar irregular pode ser observada nos diversos trabalhos referentes apresentados nos últimos anos em diversos congressos e workshops. Especial menção deve receber as conferências internacionais em estabilidade de navios “Stability of Ships and Ocean Vehicles” (STAB) e os workshops internacionais em estabilidade de navios “International Ship Stability Workshop” (ISSW), nos quais têm sido publicados diversos artigos sobre o roll paramétrico, além de servir de lugar de encontro e intercâmbio de idéias da comunidade científica naval especializada em estabilidade. A importância do congresso STAB é tal que na sua primeira edição no ano de 1975 já foram discutidas as limitações do primeiro critério de estabilidade intacta da IMCO (Inter-Governmental Maritime Consultive Organization, atual IMO), assim como possíveis melhoras e implementações em base da física da dinâmica dos sistemas flutuantes. A COPPE, através do programa de Engenharia Oceânica tem participado ativamente nos congressos e workshops STAB e ISSW sob a coordenação do Professor Marcelo Neves

Deve-se esclarecer que a natureza do processo estocástico do roll em mares longitudinais (e também em mares de través) ainda não é entendida em sua totalidade. É por isso que é preciso continuar o estudo do roll em mar irregular, e em especial, o roll paramétrico.

1.6 Objetivo e organização da dissertação

Este trabalho visa desenvolver uma metodologia para determinar a densidade de distribuição do roll em condições de ressonância paramétrica em mar irregular de forma eficiente. No trabalho serão empregados, principalmente, dois modelos matemáticos das equações de movimento de navios em três graus de liberdade (heave-roll-pitch): onde um modelo rápido, porém menos acurado, onde as ações de restauração são modeladas mediante modelos derivativos baseados em séries de Taylor e de Fourier; já o outro modelo

mais acurado, porém mais lento, onde não são feitas nenhuma simplificações no cômputo das ações restaurativas.

Deve-se mencionar que todas as ferramentas numéricas de simulação de movimentos descritas neste trabalho foram desenvolvidas pelo próprio autor. Porém o autor reconhece a importância do código computacional DSSTAB (desenvolvido em parceria entre a COPPE, o Centro de Pesquisas da PETROBRAS e a TECGRAF-PUC), no qual o autor tem participado no seu desenvolvimento.

Devido à necessidade de se conhecer a natureza estocástica do roll paramétrico para o levantamento de sua distribuição de probabilidade, o presente trabalho também tem como objetivo fazer um estudo da estacionariedade e ergodicidade do processo aleatório do roll. Neste estudo será empregado um navio tipo portacontentor denominado NTU, suas características principais são descritas no APÊNDICE 4 deste trabalho.

No capítulo 2, descrevem-se os modelos matemáticos das equações de movimento desenvolvidos para simulações de movimento em mar regular.

No capítulo 3, descrevem-se os modelos matemáticos das equações de movimento desenvolvidos para simulações de movimentos em mar irregular.

No capítulo 4, descreve-se uma metodologia simples para analisar as características estocásticas do roll paramétrico. Também descreve-se brevemente a teoria de extremos. Além de discutir-se a teoria dos valores extremos e a teoria da excedencia, são introduzidos conceitos básicos necessários.

No capítulo 5, são apresentados os resultados do estudo das características estocásticas e da aplicação da teoria de extremos no roll paramétrico para um navio tipo portacontentor.

Finalmente, no capítulo 6 são apresentadas as conclusões obtidas do presente estudo, assim como recomendações para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

MODELOS MATEMÁTICOS EM ONDAS REGULARES

Nesta secção serão apresentados os modelos matemáticos que serão empregados na simulação dos movimentos de corpos flutuantes.

2.1 Introdução

Aqui serão apresentadas três metodologias para a análise da ressonância paramétrica. Unicamente por simplicidade, serão considerados os graus de liberdade de heave, roll e pitch. As duas primeiras metodologias fazem a modelação das ações restaurativas mediante aproximações: o primeiro modelo de aproximação, ou reduzido, que será empregado neste trabalho é uma variação mínima e simplificada do modelo apresentado em Rodríguez (2010). A principal característica do modelo proposto no trabalho de Rodríguez é que ele representa, eficientemente, as ações restaurativas mediante séries de Taylor; a segunda metodologia de aproximação modela as forças e momentos devido à passagem da onda mediante o uso combinado de séries de Fourier e séries de Taylor. Esse modelo permite introduzir não linearidades decorrentes da passagem de onda nas ações devidas ao potencial de onda incidente. A terceira metodologia faz o cálculo direto das ações restaurativas hidrostáticas e de onda incidente de forma acurada em cada passo do tempo sem aproximações ou simplificações.

Neste capítulo são apresentadas as metodologias para o caso de ondas regulares com o intuito de fazer comparações entre as três metodologias e fazer validações de seus resultados. O objetivo é comparar os resultados obtidos das metodologias que fazem uso de aproximações no cálculo das ações restaurativas com os resultados da metodologia mais

acurada (sem aproximações). Todos os cálculos apresentados neste capítulo serão feitos no portacontentor NTU, vide APÊNDICE 4.

2.1.1 Generalidades

Neste trabalho os sistemas flutuantes são considerados como corpos rígidos intactos com velocidade de avanço ou rumo definido. Adicionalmente, qualquer efeito não produzido pelas ondas do mar será desprezado, tais como efeitos de cargas internas (exemplo sloshing), vento ou correnteza. Também serão desprezadas cargas devido a slamming e cargas devido ao ingresso de água no convés.

A seguir serão definidos os conceitos necessários relacionados aos movimentos translacionais e angulares do flutuante, o ângulo de incidência, a frequência de encontro e a elevação da onda.

Sistemas de referência

É comum adotar-se três sistemas de referência destrógiros, ver Figura 2.1, em modelações complexas dos movimentos de sistemas flutuantes. Esses sistemas são:

- Um sistema inercial $A_0X_0Y_0Z_0$ fixo no espaço; em relação a este sistema são definidas as incidências das ondas atuantes no corpo flutuante e a velocidade de avanço do mesmo.
- Um sistema inercial móvel $CXYZ$ que acompanha o movimento do corpo. Este sistema é definido a partir da posição de repouso inicial do navio e tem sua origem C na interseção da vertical que passa pelo centro de gravidade com o plano XY . Neste sistema, comumente são definidos os movimentos translacionais que atualizam a posição relativa do corpo em relação à onda. As coordenadas deste sistema são similares ao sistema $A_0X_0Y_0Z_0$, exceto pela coordenada do eixo X dada por $X_0 = X + Ut$
- Um sistema não inercial móvel $Oxyz$ fixo no corpo; quando o corpo está em repouso este sistema coincide com o sistema inercial móvel. Neste sistema é

definida a geometria do corpo e suas características tais como o centro de gravidade e o centro de carena; também são definidos os movimentos angulares do corpo neste sistema.

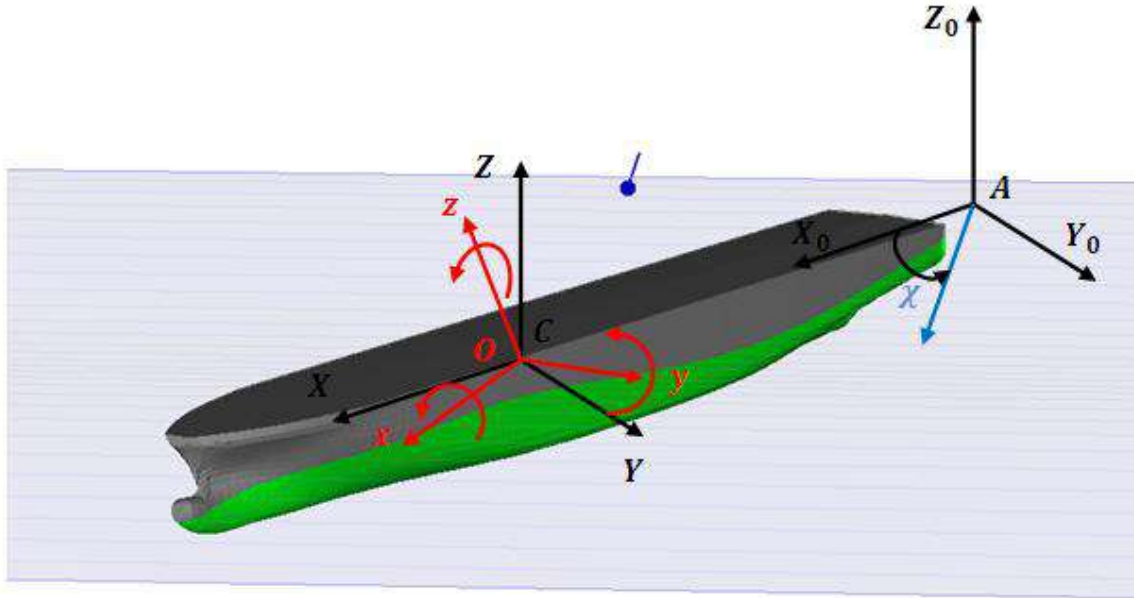


Fig. 2.1 Sistemas de referência, movimentos do navio e onda incidente

Neste trabalho será considerado que os vetores definidos nos sistemas inerciais serão representados por letras maiúsculas e os vetores definidos no sistema não inercial serão representadas por letras minúsculas. A matriz de transformação \bar{T} (a qual é obtida pela sucessão de rotações de yaw, pitch e roll do sistema não inercial, ver Clayton e Bishop 1982), que converte os vetores definidos no sistema não inercial aos sistemas inerciais, é dada por:

$$\bar{T}(\psi, \theta, \phi) = \begin{bmatrix} c(\psi) c(\theta) & c(\psi) s(\theta) s(\phi) - s(\psi) c(\phi) & c(\psi) s(\theta) c(\phi) + s(\psi) s(\phi) \\ s(\psi) c(\theta) & s(\psi) s(\theta) s(\phi) + c(\psi) c(\phi) & s(\psi) s(\theta) c(\phi) - c(\psi) s(\phi) \\ -s(\theta) & c(\theta) s(\phi) & c(\theta) c(\phi) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

onde “c” e “s” representam uma abreviação das palavras cosseno e seno, respectivamente. Desta forma um vetor qualquer $a_x \hat{i} + a_y \hat{j} + a_z \hat{k}$ definido no sistema $Oxyz$ pode ser definido como $A_x \hat{I} + A_y \hat{J} + A_z \hat{K}$ nos sistemas inerciais mediante a matriz de transformação:

$$\begin{bmatrix} A_X \\ A_Y \\ A_Z \end{bmatrix} = \bar{T}(\Psi, \theta, \phi) \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

De igual forma pode-se definir a relação inversa como:

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = \bar{T}^{-1}(\Psi, \theta, \phi) \begin{bmatrix} A_X \\ A_Y \\ A_Z \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

sendo \bar{T}^{-1} a matriz inversa da matriz ortogonal \bar{T} .

Movimentos dos sistemas flutuantes

Os movimentos translacionais de um sistema flutuante na direção dos eixos X, Y, Z são denominados surge, sway, e heave, respectivamente. Os movimentos angulares definidos em torno dos eixos x, y, z de um sistema fixo no flutuante são chamados de roll, pitch e yaw, respectivamente. Vide Figura 2.1. No trabalho os sub índices 1, 2 e 3 referem-se aos movimentos de surge, sway e heave, respectivamente, e os sub índices 4, 5 e 6 referem-se aos movimentos de roll, pitch e yaw, respectivamente.

Ângulo de incidência

O ângulo de incidência da onda χ , definido em um sistema inercial fixo, é o ângulo entre o curso do navio e a direção de propagação da onda, vide Figura 2.1. Portanto, para mar de popa tem-se $\chi = 0^\circ$, e para mar de través no sentido de bombordo $\chi = 90^\circ$.

Frequência de encontro

A frequência de encontro ω_e é a frequência com a qual um navio, com velocidade de avanço constante \vec{U} , encontra as ondas de frequência ω_w com incidência χ . Essa velocidade pode ser induzida por seu sistema propulsivo e/ou pelo efeito não linear das ondas. A frequência de encontro define-se como:

$$\omega_e = \omega_w - \frac{\omega_w^2}{g} U \cos \chi \quad (2.4)$$

onde g é a aceleração da gravidade.

Elevação da onda

A elevação de uma onda com incidência χ é definida pela teoria linear de ondas (teoria de Airy, ver Newman 1977) como:

$$\zeta(X, Y, t, \chi) = A_w \cos [kX \cos(\chi) + kY \sin(\chi) - \omega_e t] \quad (2.5)$$

onde k é o número de onda, e A_w é a amplitude da onda. Essa equação é usada para modelar o mar como regular, descrevendo as ondas do mar como funções harmônicas, ver Figura 2.2.

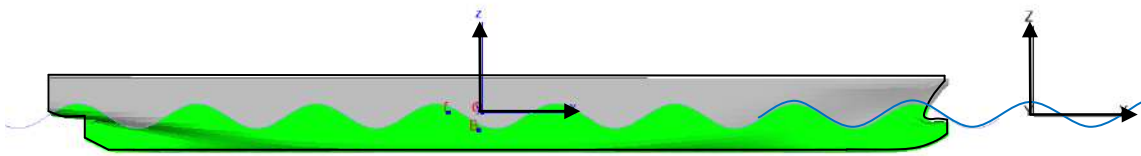


Fig. 2.2 Onda incidente longitudinal.

2.2 Segunda lei de Newton e equilíbrio de forças

A segunda lei Newton estabelece que a resultante das ações externas sobre um corpo é igual à taxa de variação da quantidade de movimento; para movimentos translacionais e rotacionais temos, respectivamente:

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{U}_G}{dt} \quad (2.6)$$

$$\vec{M}_G = \frac{d\vec{h}_G}{dt} \quad (2.7)$$

onde \vec{U}_G é o vetor velocidade do navio, e \vec{h}_G é a quantidade de movimento angular, ambos definidos no centro de gravidade do corpo.

Empregando-se conceitos da mecânica clássica (o procedimento pode ser encontrado em textos clássicos de dinâmica de navios como Abkowitz 1969 e Clayton & Bishop 1982) chega-se, para o equilíbrio das forças e momentos num sistema inercial fixo no espaço para os movimentos de heave, roll e pitch respectivamente como:

$$\begin{aligned}
m\ddot{Z} - y_g\ddot{\phi} - x_g\ddot{\theta} &= F_z \\
I_x\ddot{\phi} - I_{xz}\ddot{\psi} - mz_g\ddot{Y} - my_g\ddot{Z} &= M_x \\
I_y\ddot{\theta} + mz_g\ddot{X} - mx_g\ddot{Z} &= M_y
\end{aligned}$$

onde \mathbf{x}_G , \mathbf{y}_G e \mathbf{z}_G são as coordenadas do centro de gravidade do corpo; I_x , I_y , I_z e I_{xz} são os momentos de inércia de roll, pitch, yaw e o momento de inércia cruzado em roll-yaw do corpo. Assumindo-se que o corpo tem simetria lateral ($\mathbf{y}_g = \mathbf{0}$) e que o eixo vertical do sistema não inercial fixo no corpo se encontra no \mathbf{x}_g , além de desprezar os movimentos de surge, sway e yaw, temos que as equações do equilíbrio ficarão como:

$$m\ddot{Z} = F_z \quad (2.8)$$

$$I_x\ddot{\phi} = M_x \quad (2.9)$$

$$I_y\ddot{\theta} = M_y \quad (2.10)$$

onde a força e momentos F_z , M_x e M_y deverão estar definidos num sistema inercial.

2.3. Forças Externas

As ações externas atuando em um corpo flutuante podem ser divididas em parcelas que dependem da sua origem física: forças de gravidade, forças de origem fluida, forças devido às superfícies de controle, forças devido ao sistema de ancoragem, entre outras.

As forças de gravidade são levadas em conta junto com as forças de restauração devido à sua dependência do deslocamento. No entanto, as forças fluidas podem ser decompostas em forças hidrostáticas e forças hidrodinâmicas, sendo as forças hidrodinâmicas as de modelação mais complexa.

Para fazer o cálculo das forças fluidas, é necessário primeiro modelar o domínio fluido em que o corpo está submerso. Considerando o escoamento como incompressível ($\nabla \cdot \vec{V} = 0$), fluido invíscido (fluido ideal, $\mathbf{v} = 0$) e escoamento irrotacional ($\nabla \times \vec{V} = 0$) um potencial de velocidade ($\vec{V} = \nabla \phi_T$), que satisfaz a equação de Laplace ($\nabla^2 \phi_T = 0$) pode ser definido. Assim, a partir da equação geral de movimento dos fluidos reais (Eq. Navier-

Stokes), pode ser definida a equação conhecida como a integral da equação de Euler, ou equação de Bernoulli:

$$\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} |\nabla \phi_T|^2 + \frac{\partial \phi_T}{\partial t} + \mathbf{g}z = 0 \quad (2.11)$$

onde ϕ_T é a função potencial de velocidade total. Temos que a força e momento fluido ficam determinados pelas integrais de pressão dadas respectivamente por:

$$\vec{F} = \int_A p \cdot \vec{n} dA \quad (2.12)$$

$$\vec{M} = \int_A \vec{r} \times p \cdot \vec{n} dA \quad (2.13)$$

A força calculada com o termo $\mathbf{g}z$ da equação de Bernoulli é a parte hidrostática da força fluida; a força e momento calculados com as expressões que contém o potencial de velocidade (ϕ_T) é a parte hidrodinâmica.

O problema hidrodinâmico pode ser abordado como a soma de dois fenômenos (mostrados na Figura 2.3): o primeiro como um corpo parado sujeito à ação de ondas gravitacionais, as quais incidem nele e são difratadas por ele, sendo a força devido à onda incidente denominada como força de Froude-Krylov; e o segundo fenômeno como um corpo em águas calmas oscilando harmonicamente com pequena amplitude e gerando ondas. Cada um desses fenômenos gera um potencial de onda; por superposição linear o potencial total (ϕ_T) será a soma dos potenciais de onda incidente (ϕ_I), onda difratada (ϕ_D) e onda irradiada (ϕ_{Irr}).

Também é necessário definir as condições de contorno do domínio fluido na superfície livre e no fundo, como se mostra na Figura 2.3. Em resumo, as forças e momentos considerados são: Froude-Krylov, irradiação, difração, peso e hidrostática:

$$\vec{F} = \vec{F}_{FK} + \vec{F}_{Irr} + \vec{F}_{Dif} + \vec{F}_P + \vec{F}_{HS} \quad (2.14)$$

$$\vec{M} = \vec{M}_{FK} + \vec{M}_{Irr} + \vec{M}_{Dif} + \vec{M}_P + \vec{M}_{HS} \quad (2.15)$$

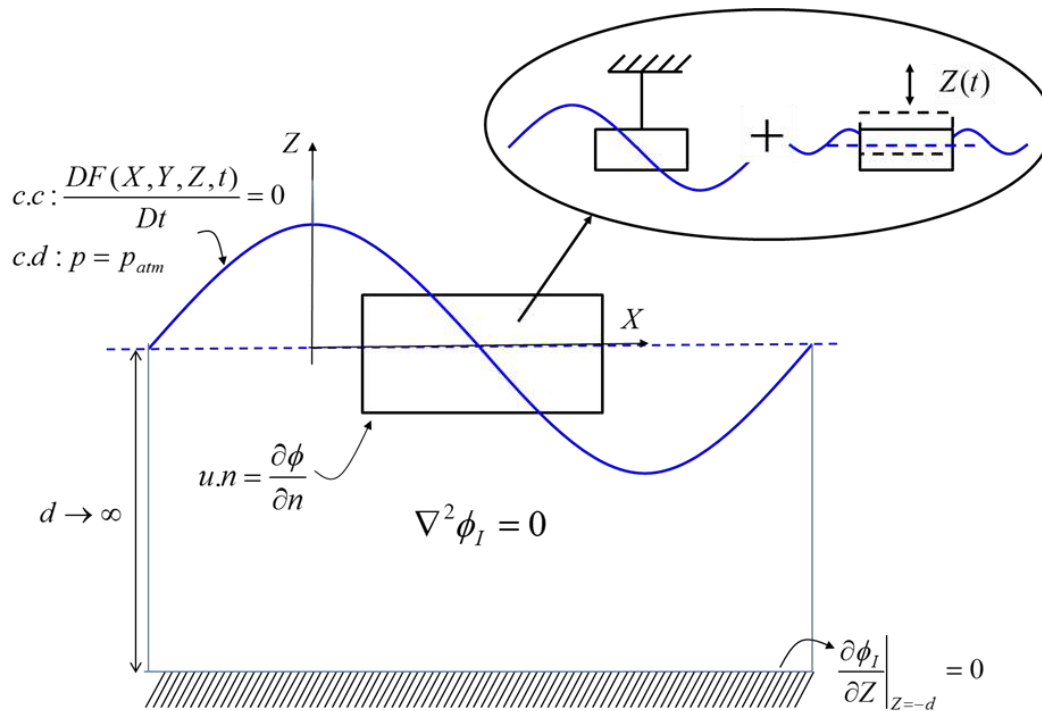


Fig. 2.3 Modelação do fluido. Equação governante e condições de contorno. Fonte Polo (2013)

2.3.1. Forças hidrodinâmicas

As forças e momentos de reação hidrodinâmicas de um sistema flutuante devido a oscilações harmônicas são determinados através dos denominados coeficientes hidrodinâmicos. As ações hidrodinâmicas abrangem os coeficientes de massa adicional, amortecimento e excitação de onda. Essas ações hidrodinâmicas são calculadas classicamente empregando-se a teoria potencial linear, onde os deslocamentos, velocidades, acelerações e as pressões das partículas fluidas guardam uma relação linear com a elevação da superfície livre.

Para o cálculo dos coeficientes hidrodinâmicos e forças de difração emprega-se uma abordagem tridimensional baseada no método dos painéis, devido ao fato de que os resultados obtidos por essa metodologia são bastante acurados para corpos estacionários com geometrias diversas em uma faixa ampla de frequências. No trabalho é usado o software comercial WAMIT® para a obtenção dos coeficientes hidrodinâmicos potenciais. Exceto para o coeficiente de amortecimento em roll, que pode ser obtido com outra

metodologia (experimental ou empírica), devido a que o fenômeno de amortecimento na direção de roll em geral não é representado corretamente pela teoria potencial linear, por sua forte dependência de fenômenos viscosos.

2.3.1.1 Força de onda irradiada

A força de onda irradiada é produzida pelas ondas que o corpo gera quando ele faz alguma movimentação, neste caso vão-se considerar movimentos harmônicos de pequena amplitude. O potencial destas ondas pode ser expresso como a somatória dos potenciais gerados por cada um dos graus de liberdade do corpo, cada um destes potenciais pode ser expresso como um potencial em função da geometria e a frequência, multiplicado por sua velocidade:

$$\phi_{Irr} = \sum_{i=1}^6 \varphi_i(x, y, z, \omega) v_i(t) \quad (2.16)$$

Considerando acoplamentos lineares de movimento, um movimento em um grau de liberdade pode induzir movimento em outro grau de liberdade acoplado ao primeiro, portanto também induzirá um potencial de irradiação no segundo grau de liberdade. Devido a que a maioria dos corpos flutuantes apresenta simetria longitudinal, só existem acoplamentos lineares entre os graus de liberdade simétricos surge, heave e pitch e entre os graus de liberdade anti-simétricos sway, roll e pitch.

Fazendo a integração da pressão devido ao potencial de irradiação, para corpos flutuando num domínio fluido com superfície livre, têm-se duas quantidades, uma proporcional à aceleração e outra proporcional à velocidade:

$$F_{(irr)i,j} = -[A]_{i,j} \ddot{\eta} - [B]_{i,j} \dot{\eta}; \quad i, j = 1 \dots, 6 \quad (2.17)$$

a matriz de 6x6 $[A]_{i,j}$ é denominada matriz dos coeficientes de massas adicionais, e a matriz de 6x6 $[B]_{i,j}$ é chamada matriz de amortecimentos. No nosso caso usaremos:

$$[A]_{3,3} = \begin{bmatrix} A_{33}(\omega) & 0 & A_{35}(\omega) \\ 0 & A_{44}(\omega) & 0 \\ A_{53}(\omega) & 0 & A_{55}(\omega) \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$$[B]_{3,3} = \begin{bmatrix} B_{33}(\omega) & 0 & B_{35}(\omega) \\ 0 & B_{44}(\omega) & 0 \\ B_{53}(\omega) & 0 & B_{55}(\omega) \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Se o navio tem velocidade de avanço diferente de zero, os coeficientes das equações 2.18 e 2.19 devem ser corrigidos. Aqui empregaremos as expressões apresentadas em Salvesen et al. (1970), apesar de que elas foram desenvolvidas para sua aplicação na teoria das faixas. As expressões das correções devido à velocidade de avanço se mostram na Tabela 2.1

Tabela 2.1 Correção por velocidade de avanço dos coeficientes hidrodinâmicos de massa adicional e amortecimento.

$A_{33}(\omega_e) = A_{33}(\omega)$	$B_{33}(\omega_e) = B_{33}(\omega)$
$A_{35}(\omega_e) = A_{35}(\omega) - \frac{U}{\omega_e^2} B_{33}(\omega)$	$B_{35}(\omega_e) = B_{35}(\omega) + UA_{33}(\omega)$
$A_{44}(\omega_e) = A_{44}(\omega)$	$B_{44}(\omega_e) = B_{44}(\omega)$
$A_{53}(\omega_e) = A_{53}(\omega) + \frac{U}{\omega_e^2} B_{33}(\omega)$	$B_{53}(\omega_e) = B_{53}(\omega) - UA_{33}(\omega)$
$A_{55}(\omega_e) = A_{55}(\omega) + \frac{U^2}{\omega_e^2} A_{33}(\omega)$	$B_{55}(\omega_e) = B_{55}(\omega) + \frac{U^2}{\omega_e^2} B_{33}(\omega)$

2.3.1.2. Amortecimento não linear de roll

As metodologias a serem empregadas neste trabalho serão o método empírico de extrapolação de dados de ensaios de decaimento em roll e o método semi-empírico de Ikeda.

O método empírico de extrapolação de dados de ensaios de decaimento em roll é um método bem geral e não tem nenhuma limitação devido à geometria dos flutuantes, porém é necessário contar com um modelo em escala reduzida do navio e fazer testes de decaimento num tanque de experiências hidrodinâmicas. O método consiste em deslocar o modelo desde sua posição de equilíbrio para obter as amplitudes de oscilação de roll depois de ser liberado e em seguida fazer um ajuste por mínimos quadrados da função das amplitudes do roll versus o tempo. Vários métodos existem para a aproximação das amplitudes de roll, os quais utilizam um modelo analítico da equação do movimento em roll, onde o momento de roll é aproximado usualmente como uma função polinomial de segunda ordem. Os coeficientes deste polinômio são os coeficientes hidrodinâmicos de amortecimento de roll. Os métodos mais conhecidos são: o método de Krilov-Bogoliubov, o método das perturbações e o método da energia, ver Oliveira (2003). Não referenciado.

A expressão geral do momento de amortecimento em roll será definida como:

$$B_{t4}(\dot{\Phi}) = B_1\dot{\Phi} + B_2\dot{\Phi}|\dot{\Phi}| \quad (2.20)$$

Sendo que os termos B_1 e B_2 da equação 2.20 são os coeficientes linear e quadrático do amortecimento em roll, respectivamente, obtidos da regressão por mínimos quadrados.

Por outro lado, no método de Ikeda o amortecimento em roll é decomposto em cinco componentes: amortecimento de fricção, amortecimento devido à formação de vórtices, amortecimento devido à sustentação, amortecimento devido à formação de ondas e amortecimento devido às bolinas. Para obter o amortecimento total para uma condição de carregamento do flutuante, cada componente pode ser calculada usando as formulações semi-empíricas propostas por Ikeda (Himeno, 1981). O amortecimento ficará determinado em função do número de Froude, frequência e a amplitude da oscilação. Na verdade, o método de Ikeda é um amálgama de vários trabalhos de diversos investigadores, e está limitado a geometrias dos navios estudados para cada formulação.

2.3.1.3. Forças devido a onda incidente ou de Froude-Krylov

A força de Froude-Krylov, devida à incidência da onda sob a superfície do corpo parado, considera que as ondas ultrapassam a superfície do corpo sem sofrerem nenhuma

ação devida à presença dele. Esta força é calculada como a integral da pressão dinâmica na superfície submersa do corpo. Se considerarmos águas profundas, a parcela real do potencial de velocidades da onda incidente, com ângulo de incidência $\chi = 180^\circ$, será:

$$\Phi_I = \frac{A_w g}{\omega_e} e^{kz} \cos(kx - \omega_e t) \quad (2.21)$$

Da integral da equação de Bernoulli e da teoria linear de Airy tem-se:

$$p = -\rho g Z + \rho A_w g e^{kz} \cos(k_x X - \omega_e t), -\infty \leq Z \leq 0 \quad (2.22)$$

Devido às condições de contorno linearizadas empregadas na determinação da equação 2.22, a pressão total só poderá ser calculada até o nível médio da superfície livre. Sendo que não existe nenhuma restrição na parcela hidrostática $-\rho g Z$, a pressão linear é apenas de natureza hidrostática sob a crista da onda até o nível médio. Já abaixo desse nível a pressão é a soma da pressão hidrostática e a pressão da onda. Por tal motivo a formulação linear apresenta uma descontinuidade na pressão no ponto $Z = 0$, como se mostra na Figura 2.4.

Além de usar a parcela linear da pressão dinâmica, empregaremos a componente não linear da equação de Bernoulli:

$$-\frac{1}{2} \rho |\nabla \phi_I|^2 \quad (2.23)$$

Considerando:

$$|\nabla \phi_I| = \sqrt{\left(\frac{\partial \phi_I}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_I}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_I}{\partial z}\right)^2}$$

Então a pressão total será:

$$p = -\rho g Z + \rho g \zeta - \frac{1}{2} \rho A_w^2 \omega_e^2 \cdot e^{2kz}, -\infty \leq Z \leq 0 \quad (2.24)$$

Não é preciso fazer nenhuma correção devido à velocidade de avanço, já que as forças de onda incidente não apresentam influência da velocidade de avanço do navio.

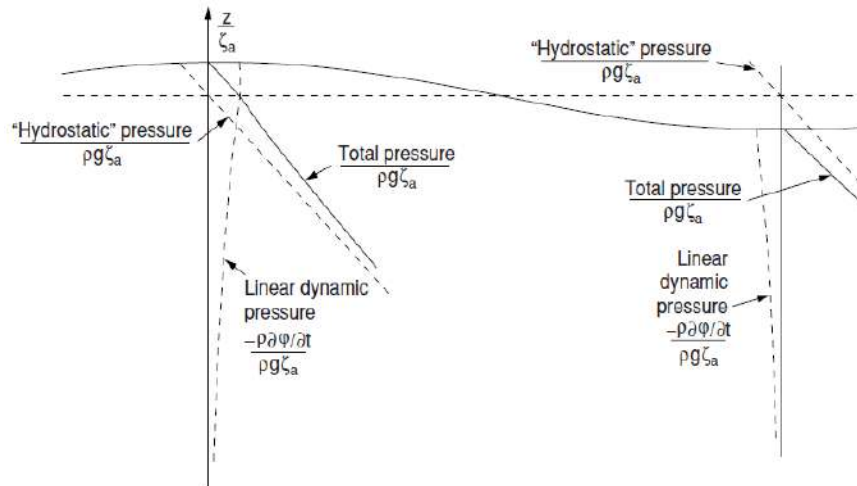


Fig. 2.4 Variação da pressão sob a crista e o cavado da onda segundo a teoria linear. Fonte Faltinsen (2005). Não referenciado.

A pressão descrita pela equação 2.24 tem validade até a superfície livre média (ou seja não leva em conta a elevação da onda). No intento de contornar essa limitação, neste trabalho será empregada uma metodologia de extrapolação da teoria linear que foi proposta para este tipo de análise no trabalho de doutorado feito por de Kat (1988). O método consiste em estender sem outras correções a aplicabilidade da teoria linear até o perfil instantâneo da onda. Desta forma a pressão dinâmica de primeira ordem será:

$$p = \rho A_w g e^{kZ} \cos(k_x X - \omega_e t), -\infty \leq Z \leq \zeta \quad (2.25)$$

Como mostrado na Figura 2.5, não há descontinuidade na pressão total em $Z = 0$. Porém a pressão na superfície livre não será exatamente nula, mas será pequena, de uma ordem menor que a da onda. Em concordância com a teoria linear, a amplitude da onda é menor que sua comprimento, $kA_w \ll 1$, portanto o termo exponencial pode ser expandida como:

$$e^{kZ} \approx 1 + (kZ) + \frac{(kZ)^2}{2} + \frac{(kZ)^3}{6} + O(kZ)^4 \cong 1$$

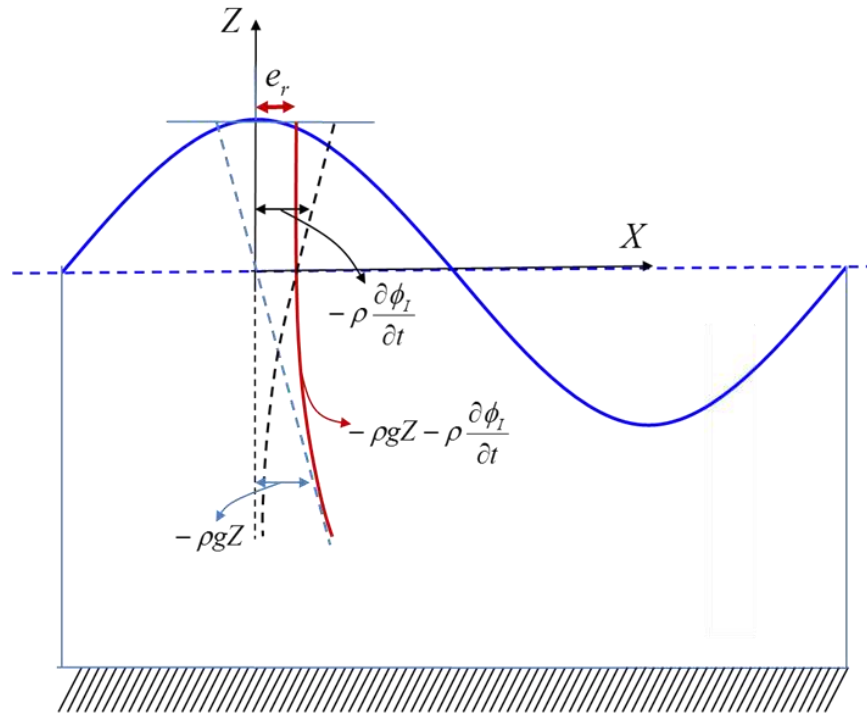


Fig. 2.5 Distribuição da pressão sob a crista da onda no método da extensão linear. Fonte Polo (2013) Não referenciado.

O que significa que para termos de ordens de grandeza pequenas, a pressão dinâmica de primeira ordem em torno à superfície média poderá ser expressada como:

$$p = \rho g \zeta, \quad -\infty \leq Z \leq \zeta$$

Portanto, na superfície livre em $Z = \zeta$, a pressão é praticamente nula, pelo menos para termos de pequena ordem. Metodologias de esticamento (do inglês stretching) do campo de pressões como a proposta por Wheeler (1970) não serão empregadas aqui por dar resultados muito similares à metodologia descrita acima para o cômputo de ações devido a onda incidente.

Deve ser mencionado que as forças e momentos calculados considerando o perfil da onda incidente tem comportamento não linear. Por tal motivo essas ações serão denominadas neste trabalho como forças e momentos não lineares devido ao potencial de onda incidente ou forças e momentos de Froude-Krylov não lineares.

2.3.1.4. Força de onda difratada e força de excitação

A força de onda difratada é gerada pela presença de um corpo (considerado idealmente como fixo) no meio fluido, onde ondas estão incidindo nele. Este potencial deve satisfazer à condição de contorno cinemática na superfície do corpo onde a componente normal da velocidade é assumida satisfazendo à relação:

$$\frac{\partial \phi_I}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_{Dif}}{\partial n} \quad (2.26)$$

Integrando este potencial com a ajuda do segundo teorema de Green, pode-se expressar a força de difração para cada grau de liberdade em função do potencial da onda incidente e da geometria do corpo, ver Newman (1977):

$$\vec{F}_{(Dif)k} = -i\rho\omega \int_{S_0} \varphi_k \frac{\partial \phi_I}{\partial n} dS e^{i\omega t}; \quad k = 1, \dots, 6 \quad (2.27)$$

Por outro lado, temos que na teoria linear a força de excitação de onda é composta pela força de Froude-Krylov e a força de difração e pode ser representada pela seguinte expressão:

$$\vec{F}_{(exc)k}(\omega) = \vec{F}_{(FK)k}(\omega) + \vec{F}_{(dif)k}(\omega); \quad k = 1, \dots, 6 \quad (2.28)$$

onde $\vec{F}_{(exc)k}$, $\vec{F}_{(FK)k}$ e $\vec{F}_{(dif)k}$ são números complexos da forma:

$$\vec{F} = \vec{F}_R + i\vec{F}_I$$

onde $i = \sqrt{-1}$; e o módulo é dado por $|\vec{F}| = \sqrt{(F_R)^2 + (F_I)^2}$, sendo $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{F_I}{F_R}\right)$,

portanto as componentes reais e imaginárias do número complexo \vec{F} serão:

$$F_R = |\vec{F}| \cos(\alpha)$$

$$F_I = |\vec{F}| \sin(\alpha)$$

Levando em conta o efeito de velocidade de avanço e considerando que as correções devido a esse efeito só são aplicadas aos momentos de difração de pitch e yaw, temos que a força de excitação de pitch ficará como:

$$\bar{F}_{(exc)5}(\omega_e) = \bar{F}_{(FK)5}(\omega) + \bar{F}_{(dif)5}(\omega) + \bar{F}_{(dif)5}(\omega_e) \quad (2.29)$$

Para a correção $\bar{F}_{(dif)5}(\omega_e)$ da força de difração, novamente empregaremos as correções de Salvesen et al. (1970), que para o pitch é dada por:

$$\bar{F}_{(dif)5}(\omega_e) = -\frac{U}{i\omega_e} \bar{F}_{(dif)3}(\omega)$$

Decompondo em parcela real e imaginária, temos:

$$\bar{F}_{(dif)5}(\omega_e) = -\frac{U}{i\omega_e} [F_{(dif)R3}(\omega) + iF_{(dif)I3}(\omega)]$$

podendo-se concluir que as correções da parte real e imaginária serão respectivamente:

$$F_{(dif)R5}(\omega_e) = -\frac{U}{\omega_e} F_{(dif)I3}(\omega)$$

$$F_{(dif)I5}(\omega_e) = \frac{U}{\omega_e} F_{(dif)R3}(\omega)$$

Finalmente, temos que a parte real e imaginária da força de excitação em pitch incluindo o efeito de velocidade de avanço serão:

$$F_{(exc)R5}(\omega_e) = F_{(FK)R5}(\omega) + F_{(dif)R5}(\omega) - \frac{U}{\omega_e} F_{(dif)I3}(\omega) \quad (2.30)$$

$$F_{(exc)I5}(\omega_e) = F_{(FK)I5}(\omega) + F_{(dif)I5}(\omega) + \frac{U}{\omega_e} F_{(dif)R3}(\omega) \quad (2.31)$$

No presente trabalho as forças de Froude-Krylov e difração serão computadas com o código comercial WAMIT®. Porém a correção devido à velocidade de avanço no momento de difração de pitch deverá ser feita de forma independente do WAMIT®.

2.3.2. Forças de peso e restauração hidrostática

A força de empuxo ou restauração hidrostática pode ser obtida da integral da equação de Euler, assim temos que a força hidrostática será:

$$\vec{F}_{HS} = \rho g \nabla_i \hat{K} \quad (2.32)$$

onde ∇_i é o volume submerso instantâneo do corpo calculado até a superfície livre média ou até a superfície livre média. No repouso, é satisfeito o equilíbrio entre a força do peso e empuxo:

$$mg\hat{K} = \rho g \nabla_0 \hat{K} \quad (2.33)$$

onde ∇_0 é volume submerso do corpo no estado de repouso. Logo, a força de restauração hidrostática em heave será:

$$\vec{F}_{HS,z} = \rho g \nabla_i \hat{K} - mg\hat{K} \quad (2.34)$$

Sendo a força de restauração a resultante entre o empuxo instantâneo e a força de peso, o momento desta força se define como:

$$\vec{M}_{HS} = \bar{T} \cdot \vec{r}_{Bi} \times \rho g (\nabla_i(t) \hat{K}) + \bar{T} \cdot \vec{r}_G \times (-mg\hat{K}) \quad (2.35)$$

Sendo o centro de carena instantâneo $\vec{r}_{Bi} = [x_{Bi}, y_{Bi}, z_{Bi}]$ e o centro de gravidade $\vec{r}_G = [0, 0, z_G]$, temos que:

$$\bar{T} \cdot \vec{r}_{Bi} = \begin{bmatrix} x_{Bi}[\mathbf{c}(\theta)] + y_{Bi}[\mathbf{s}(\theta)\mathbf{s}(\phi)] + z_{Bi}[\mathbf{s}(\theta)\mathbf{c}(\phi)] \\ + y_{Bi}[\mathbf{c}(\phi)] + z_{Bi}[-\mathbf{s}(\phi)] \\ x_{Bi}[-\mathbf{s}(\theta)] + y_{Bi}[\mathbf{c}(\theta)\mathbf{s}(\phi)] + z_{Bi}[\mathbf{c}(\theta)\mathbf{c}(\phi)] \end{bmatrix}$$

$$\bar{T} \cdot \vec{r}_G = \begin{bmatrix} z_G[\mathbf{sin}(\theta)\mathbf{cos}(\phi)] \\ z_G[-\mathbf{cos}(\psi)\mathbf{sin}(\phi)] \\ z_G[\mathbf{cos}(\theta)\mathbf{cos}(\phi)] \end{bmatrix}$$

Substituindo na equação 2.35 temos que os momentos restauradores hidrostáticos em roll e pitch serão:

$$\vec{M}_{HS,roll} = \rho g \nabla_i (y_{Bi} \cos \phi - z_{Bi} \sin \phi) + mg z_G \sin \phi \quad (2.36)$$

$$\begin{aligned} \vec{M}_{HS_pitch} = & -\rho g \nabla_i (x_{Bi} \cos \theta + y_{Bi} \sin \theta \sin \phi - z_{Bi} \cos \phi \sin \theta) \\ & + mg z_G \cos \phi \sin \theta \end{aligned} \quad (2.37)$$

Agora são conhecidas as ações restaurativas hidrostáticas instantâneas. Isto permite a captação de fenômenos não lineares devido à variação da geometria submersa do corpo, fato que é omitido completamente nas modelações lineares.

2.4 Modelação derivativa da restauração

Como já foi mencionado no capítulo anterior, a variação da restauração produzida pela passagem da onda e os deslocamentos do corpo são os principais encarregados de produzir a variação dos parâmetros do sistema dinâmico (neste caso o navio) o qual decorre no desenvolvimento da ressonância paramétrica. Portanto, a modelação da restauração e sua mudança com os deslocamentos deve ser feita o mais acurada possível. Evidentemente o método mais acurado será fazer o cálculo instantâneo da pressão sob o volume submerso instantâneo do navio, mas essa metodologia representa grandes limitações em termos de tempo de computação. Representar as ações de restauração mediante séries de Taylor é uma alternativa mais eficiente em termos de velocidade de cômputo. Se considerarmos uma função qualquer $F(x)$, temos que sua extensão em torno dum valor x_0 mediante uma série de Taylor é:

$$F(x_0 + x) = F(x_0) + \frac{x}{1!} \frac{\partial F}{\partial x} \Big|_{x_0} + \frac{x^2}{2!} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \Big|_{x_0} + \frac{x^3}{3!} \frac{\partial^3 F}{\partial x^3} \Big|_{x_0} + \dots$$

Determinando-se os coeficientes da série de Taylor (denotados pelas derivadas da função F) pode-se calcular aproximadamente a força de restauração em função dos deslocamentos do corpo. Assim, a restauração pode ser incluída na solução das equações do movimento em um esquema no domínio do tempo. Neste trabalho será considerado que a restauração terá duas componentes:

- Uma componente restaurativa hidrostática; que inclui as conhecidas restaurações lineares, e ações não lineares decorrentes da integração da pressão hidrostática considerando os deslocamentos do navio.
- Uma componente restaurativa devido à passagem da onda; que inclui unicamente ações decorrentes da passagem do perfil da onda e dos deslocamentos do navio, os quais são computados usando as forças e momentos devido ao potencial de onda incidente.

O primeiro modelo reduzido de simulação de movimentos considera que a integração das pressões, tanto hidrostática como dinâmica, será feita até a superfície livre média de acordo com a Figura 2.6, onde a superfície em cor verde do casco é a superfície considerada na integração das pressões. Da Figura 2.6 pode-se observar que a amplitude da onda não está sendo considerada na integração, sendo que na crista da onda existe uma pequena superfície não incluída na integração, e no cavado da onda existe uma pequena superfície adicional incluída na integração com respeito ao volume submerso exato. Isto faz com que as componentes restaurativas de onda tenham uma relação linear com respeito à amplitude da onda incidente, já que o volume submerso sempre será o mesmo

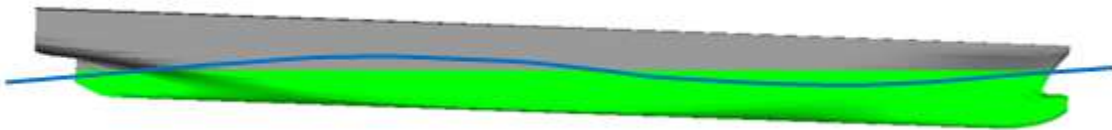


Fig. 2.6 Superfície de integração limitada na superfície média (em cor verde) e onda incidente.

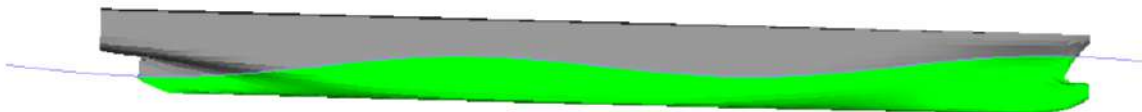


Fig. 2.7 Superfície de integração limitada pelo perfil exato da onda (em cor verde).

É importante comentar que a modelação de ações restaurativas mediante séries de Taylor é uma técnica que foi desenvolvida em tempos que antecedem ao uso do computador. Nessas condições essa técnica era empregada conjuntamente com expressões analíticas que permitem definir a geometria de um navio por balizas. Lamentavelmente essas expressões analíticas são acuradas unicamente em casos de navios esbeltos. Por tal motivo em Rodríguez (2010) foi apresentada uma modelação de ações restaurativas empregando uma metodologia que descreve os navios em três dimensões com ajuda de um método de painéis. Assim, em princípio não existiriam limitações no tipo de geometria que possa ser estudada.

Adicionalmente à modelação em séries de Taylor, no segundo modelo reduzido de simulação de movimentos será introduzida uma alternativa na modelação das ações restaurativas de onda. O conceito detrás dessa modelação consiste em reconhecer as ações restaurativas de onda como funções oscilatórias periódicas. Assim essas ações podem ser modeladas através de séries de Fourier de N termos:

$$F(t) = c_0 + \sum_{n=1}^N c_n \cos(n\omega t - \alpha_n) \quad (2.38)$$

onde

$$c_0 = \frac{1}{2T} \int_0^T F(t) dt, \quad c_n = (a_n^2 + b_n^2)^{1/2}, \quad \alpha_n = \arctan\left(\frac{b_n}{a_n}\right)$$

e

$$a_n = \frac{1}{T} \int_0^T F(t) \cos(n\omega t) dt, \quad b_n = \frac{1}{T} \int_0^T F(t) \sin(n\omega t) dt$$

A vantagem dessa modelação é que permite ter termos oscilatorios em distintas frequências. Isto permite a inclusão de não linearidades decorrentes da passagem da onda mais facilmente. Por tal motivo pode-se estender o dominio de integração das pressões sob o casco do navio até a superfície livre instantânea considerando o perfil exato da onda, como visto na figura 2.7. Finalmente, para generalizar a modelação em séries de Fourier com respeito aos deslocamentos do navio, é possível encontrar uma dependência dos coeficientes da série de Fourier com relação aos deslocamentos do navio com ajuda de uma

série de Taylor. Assim temos que, ainda modelando as ações restaurativas por meio de séries de Fourier, ainda o modelo continua usando coeficientes derivativos.

2.4.1 Modelação derivativa da restauração hidrostática

As forças restaurativas hidrostáticas têm dependência unicamente dos deslocamentos em heave, roll e pitch do navio. A força de restauração hidrostática pode ser representada pelo seguinte vetor:

$$\vec{F}_{HS} = [Z, K, M]^T \quad (2.39)$$

onde Z, K e M são a força e momentos de restauração do navio em heave, roll e pitch respectivamente. Se considerarmos o vetor deslocamento como:

$$\vec{q} = [z, \phi, \theta]^T \quad (2.40)$$

a expansão em séries de Taylor da força de restauração hidrostática em torno do equilíbrio (posição z_0, ϕ_0, θ_0) na forma geral ficará, até a terceira ordem, como:

$$\begin{aligned} & \vec{F}_{HS}(z_0 + z, \phi_0 + \phi, \theta_0 + \theta) \\ &= \vec{F}_{HS}(z, \phi, \theta)|_0 + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial \vec{F}_{HS}}{\partial q_i} \Big|_0 q_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2 \vec{F}_{HS}}{\partial q_i \partial q_j} \Big|_0 q_i q_j \\ &+ \frac{1}{6} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \frac{\partial^3 \vec{F}_{HS}}{\partial q_i \partial q_j \partial q_k} \Big|_0 q_i q_j q_k \end{aligned} \quad (2.41)$$

Se considerarmos que para Z :

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z}{\partial z \partial \phi} &= \frac{\partial Z}{\partial \phi \partial z} \\ \frac{\partial Z}{\partial z^2 \partial \phi} &= \frac{\partial Z}{\partial \phi \partial z^2} = \frac{\partial Z}{\partial z \partial \phi \partial z} \end{aligned}$$

e analogamente assumimos o mesmo para K e M , temos que as expressões das forças ficam como:

$$\begin{aligned}
Z = Z_0 &+ \frac{\partial Z}{\partial z} z + \frac{\partial Z}{\partial \phi} \phi + \frac{\partial Z}{\partial \theta} \theta + \frac{\partial^2 Z}{\partial z \partial \phi} z \phi + \frac{\partial^2 Z}{\partial z \partial \theta} z \theta + \frac{\partial^2 Z}{\partial \phi \partial \theta} \phi \theta + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} z^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 Z}{\partial \phi^2} \phi^2 \\
&+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 Z}{\partial \theta^2} \theta^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 Z}{\partial z^2 \partial \phi} z^2 \phi + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 Z}{\partial z^2 \partial \theta} z^2 \theta + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 Z}{\partial \phi^2 \partial z} \phi^2 z \\
&+ \frac{1}{2} \frac{\partial^3 Z}{\partial \phi^2 \partial \theta} \phi^2 \theta + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 Z}{\partial \theta^2 \partial z} \theta^2 z + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 Z}{\partial \theta^2 \partial \phi} \theta^2 \phi + \frac{\partial^3 Z}{\partial z \partial \phi \partial \theta} z \phi \theta \\
&+ \frac{1}{6} \frac{\partial^3 Z}{\partial z^3} z^3 + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 Z}{\partial \phi^3} \phi^3 + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 Z}{\partial \theta^3} \theta^3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
K = K_0 &+ \frac{\partial K}{\partial z} z + \frac{\partial K}{\partial \phi} \phi + \frac{\partial K}{\partial \theta} \theta + \frac{\partial^2 K}{\partial z \partial \phi} z \phi + \frac{\partial^2 K}{\partial z \partial \theta} z \theta + \frac{\partial^2 K}{\partial \phi \partial \theta} \phi \theta + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 K}{\partial z^2} z^2 \\
&+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 K}{\partial \phi^2} \phi^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 K}{\partial \theta^2} \theta^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 K}{\partial z^2 \partial \phi} z^2 \phi + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 K}{\partial z^2 \partial \theta} z^2 \theta + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 K}{\partial \phi^2 \partial z} \phi^2 z \\
&+ \frac{1}{2} \frac{\partial^3 K}{\partial \phi^2 \partial \theta} \phi^2 \theta + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 K}{\partial \theta^2 \partial z} \theta^2 z + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 K}{\partial \theta^2 \partial \phi} \theta^2 \phi + \frac{\partial^3 K}{\partial z \partial \phi \partial \theta} z \phi \theta \\
&+ \frac{1}{6} \frac{\partial^3 K}{\partial z^3} z^3 + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 K}{\partial \phi^3} \phi^3 + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 K}{\partial \theta^3} \theta^3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M = M_0 &+ \frac{\partial M}{\partial z} z + \frac{\partial M}{\partial \phi} \phi + \frac{\partial M}{\partial \theta} \theta + \frac{\partial^2 M}{\partial z \partial \phi} z \phi + \frac{\partial^2 M}{\partial z \partial \theta} z \theta + \frac{\partial^2 M}{\partial \phi \partial \theta} \phi \theta + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 M}{\partial z^2} z^2 \\
&+ \frac{1}{2} \frac{\partial^2 M}{\partial \phi^2} \phi^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 M}{\partial \theta^2} \theta^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 M}{\partial z^2 \partial \phi} z^2 \phi + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 M}{\partial z^2 \partial \theta} z^2 \theta + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 M}{\partial \phi^2 \partial z} \phi^2 z \\
&+ \frac{1}{2} \frac{\partial^3 M}{\partial \phi^2 \partial \theta} \phi^2 \theta + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 M}{\partial \theta^2 \partial z} \theta^2 z + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 M}{\partial \theta^2 \partial \phi} \theta^2 \phi + \frac{\partial^3 M}{\partial z \partial \phi \partial \theta} z \phi \theta \\
&+ \frac{1}{6} \frac{\partial^3 M}{\partial z^3} z^3 + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 M}{\partial \phi^3} \phi^3 + \frac{1}{6} \frac{\partial^3 M}{\partial \theta^3} \theta^3
\end{aligned}$$

Empregando-se a notação derivativa, os coeficientes de primeira ordem são mostrados na Tabela 2.2; os coeficientes de segunda ordem são mostrados na Tabela 2.3; e os coeficientes de terceira ordem são mostrados na Tabela 2.4.

Tabela2.2 Coeficientes de restauração hidrostática de primeira ordem

Heave	Roll	Pitch
$-\frac{\partial Z}{\partial z} = Z_z$	$-\frac{\partial K}{\partial z} = K_z$	$-\frac{\partial M}{\partial z} = M_z$
$-\frac{\partial Z}{\partial \phi} = Z_\phi$	$-\frac{\partial K}{\partial \phi} = K_\phi$	$-\frac{\partial M}{\partial \phi} = M_\phi$
$-\frac{\partial Z}{\partial \theta} = Z_\theta$	$-\frac{\partial K}{\partial \theta} = K_\theta$	$-\frac{\partial M}{\partial \theta} = M_\theta$

Tabela2.3 Coeficientes de restauração hidrostática de segunda ordem

Heave	Roll	Pitch
$-\frac{\partial^2 Z}{\partial z \partial \phi} = Z_{z\phi}$	$-\frac{\partial^2 K}{\partial z \partial \phi} = K_{z\phi}$	$-\frac{\partial^2 M}{\partial z \partial \phi} = M_{z\phi}$
$-\frac{\partial^2 Z}{\partial z \partial \theta} = Z_{z\theta}$	$-\frac{\partial^2 K}{\partial z \partial \theta} = K_{z\theta}$	$-\frac{\partial^2 M}{\partial z \partial \theta} = M_{z\theta}$
$-\frac{\partial^2 Z}{\partial \phi \partial \theta} = Z_{\phi\theta}$	$-\frac{\partial^2 K}{\partial \phi \partial \theta} = K_{\phi\theta}$	$-\frac{\partial^2 M}{\partial \phi \partial \theta} = M_{\phi\theta}$
$-\frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = Z_{zz}$	$-\frac{\partial^2 K}{\partial z^2} = K_{zz}$	$-\frac{\partial^2 M}{\partial z^2} = M_{zz}$
$-\frac{\partial^2 Z}{\partial \phi^2} = Z_{\phi\phi}$	$-\frac{\partial^2 K}{\partial \phi^2} = K_{\phi\phi}$	$-\frac{\partial^2 M}{\partial \phi^2} = M_{\phi\phi}$
$-\frac{\partial^2 Z}{\partial \theta^2} = Z_{\theta\theta}$	$-\frac{\partial^2 K}{\partial \theta^2} = K_{\theta\theta}$	$-\frac{\partial^2 M}{\partial \theta^2} = M_{\theta\theta}$

Tabela2.4 Coeficientes de restauração hidrostática de terceira ordem

Heave	Roll	Pitch
$-\frac{\partial^3 Z}{\partial z^2 \partial \phi} = Z_{zz\phi}$	$-\frac{\partial^3 K}{\partial z^2 \partial \phi} = K_{zz\phi}$	$-\frac{\partial^3 M}{\partial z^2 \partial \phi} = M_{zz\phi}$

$-\frac{\partial^3 Z}{\partial z^2 \partial \theta} = Z_{zz\theta}$	$-\frac{\partial^3 K}{\partial z^2 \partial \theta} = K_{zz\theta}$	$-\frac{\partial^3 M}{\partial z^2 \partial \theta} = M_{zz\theta}$
$-\frac{\partial^3 Z}{\partial \phi^2 \partial z} = Z_{\phi\phi z}$	$-\frac{\partial^3 K}{\partial \phi^2 \partial z} = K_{\phi\phi z}$	$-\frac{\partial^3 M}{\partial \phi^2 \partial z} = M_{\phi\phi z}$
$-\frac{\partial^3 Z}{\partial \phi^2 \partial \theta} = Z_{\phi\phi\theta}$	$-\frac{\partial^3 K}{\partial \phi^2 \partial \theta} = K_{\phi\phi\theta}$	$-\frac{\partial^3 M}{\partial \phi^2 \partial \theta} = M_{\phi\phi\theta}$
$-\frac{\partial^3 Z}{\partial \theta^2 \partial z} = Z_{\theta\theta z}$	$-\frac{\partial^3 K}{\partial \theta^2 \partial z} = K_{\theta\theta z}$	$-\frac{\partial^3 M}{\partial \theta^2 \partial z} = M_{\theta\theta z}$
$-\frac{\partial^3 Z}{\partial \theta^2 \partial \phi} = Z_{\theta\theta\phi}$	$-\frac{\partial^3 K}{\partial \theta^2 \partial \phi} = K_{\theta\theta\phi}$	$-\frac{\partial^3 M}{\partial \theta^2 \partial \phi} = M_{\theta\theta\phi}$
$-\frac{\partial^3 Z}{\partial z \partial \phi \partial \theta} = Z_{z\phi\theta}$	$-\frac{\partial^3 K}{\partial z \partial \phi \partial \theta} = K_{z\phi\theta}$	$-\frac{\partial^3 M}{\partial z \partial \phi \partial \theta} = M_{z\phi\theta}$
$-\frac{\partial^3 Z}{\partial z^3} = Z_{zzz}$	$-\frac{\partial^3 K}{\partial z^3} = K_{zzz}$	$-\frac{\partial^3 M}{\partial z^3} = M_{zzz}$
$-\frac{\partial^3 Z}{\partial \phi^3} = Z_{\phi\phi\phi}$	$-\frac{\partial^3 K}{\partial \phi^3} = K_{\phi\phi\phi}$	$-\frac{\partial^3 M}{\partial \phi^3} = M_{\phi\phi\phi}$

Devido a que no equilíbrio as ações hidrostáticas igualam as ações do peso, os termos Z_0 , K_0 e M_0 são descartados nas equações do movimento. Adicionalmente, devido a que a maioria de navios tem simetria lateral, temos que os seguintes coeficientes podem ser tomados como nulos:

$$Z_\phi = Z_{z\phi} = Z_{\phi\theta} = Z_{\phi\phi\phi} = Z_{zz\phi} = Z_{\theta\theta\phi} = Z_{z\phi\theta} = 0$$

$$K_z = K_\theta = K_{zz} = K_{\phi\phi} = K_{\theta\theta} = K_{z\theta} = K_{zzz} = K_{\theta\theta\theta} = K_{zz\theta} = K_{\phi\phi z} = K_{\phi\phi\theta} = K_{\theta\theta z} = 0$$

$$M_\phi = M_{z\phi} = M_{\phi\theta} = M_{\phi\phi\phi} = M_{zz\phi} = M_{\theta\theta\phi} = M_{z\phi\theta} = 0$$

2.4.2 Modelação derivativa da força restaurativa de onda incidente mediante séries de Taylor

Similar à seção anterior, as forças restaurativas de onda incidente são modeladas com dependência dos deslocamentos em heave, roll e pitch do navio. Porém, por serem forças

produzidas devido à passagem da onda, elas tem dependência temporal, ou seja, são funções do potencial de onda incidente. Sendo que da nossa modelação da equação de Bernoulli o potencial de onda incidente produz duas forças de onda incidente:

$$FK1 = \rho A_w g e^{kz} \cos(k_x X - \omega_e t)$$

$$FK2 = -\frac{1}{2} \rho A_w^2 \omega_e^2 \cdot e^{2kz}$$

aqui por simplicidade essas forças serão denominadas como FK1 e FK2, respectivamente. Portanto a força de restauração de onda incidente pode ser representada pelo seguinte vetor:

$$\vec{F}_{FK}(z, \phi, \theta, \zeta) = \vec{F}_{FK1}(z, \phi, \theta, \zeta) + \vec{F}_{FK2}(z, \phi, \theta, \zeta) = [Z_w(t), K_w(t), M_w(t)]^T \quad (2.42)$$

Note-se a dependência temporal das forças de restauração devido a FK1. A expansão em séries de Taylor fica como:

$$\vec{F}_{FK}(z, \phi, \theta, \zeta) = \vec{F}_{FK}(z, \phi, \theta, \zeta)|_0 + \sum_{i=1}^3 \left. \frac{\partial \vec{F}_{FK}}{\partial q_i} \right|_0 q_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \left. \frac{\partial^2 \vec{F}_{FK}}{\partial q_i \partial q_j} \right|_0 q_i q_j \quad (2.43)$$

Considerando que a influência da passagem da onda é uma não linearidade, temos que as forças até a terceira ordem serão:

$$\begin{aligned} Z_w(t) = & FK1_{z_0} + FK2_{z_0} + \frac{\partial FK1_z}{\partial z} z + \frac{\partial FK1_z}{\partial \phi} \phi + \frac{\partial FK1_z}{\partial \theta} \theta + \frac{\partial FK2_z}{\partial z} z + \frac{\partial FK2_z}{\partial \phi} \phi \\ & + \frac{\partial FK2_z}{\partial \theta} \theta + \frac{\partial^2 FK1_z}{\partial z \partial \phi} z \phi + \frac{\partial^2 FK1_z}{\partial z \partial \theta} z \theta + \frac{\partial^2 FK1_z}{\partial \phi \partial \theta} \phi \theta + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 FK1_z}{\partial z^2} z^2 \\ & + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 FK1_z}{\partial \phi^2} \phi^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 FK1_z}{\partial \theta^2} \theta^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K_w(t) = & FK1_{\phi_0} + FK2_{\phi_0} + \frac{\partial FK1_\phi}{\partial z} z + \frac{\partial FK1_\phi}{\partial \phi} \phi + \frac{\partial FK1_\phi}{\partial \theta} \theta + \frac{\partial FK2_\phi}{\partial z} z + \frac{\partial FK2_\phi}{\partial \phi} \phi \\ & + \frac{\partial FK2_\phi}{\partial \theta} \theta + \frac{\partial^2 FK1_\phi}{\partial z \partial \phi} z \phi + \frac{\partial^2 FK1_\phi}{\partial z \partial \theta} z \theta + \frac{\partial^2 FK1_\phi}{\partial \phi \partial \theta} \phi \theta + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 FK1_\phi}{\partial z^2} z^2 \\ & + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 FK1_\phi}{\partial \phi^2} \phi^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 FK1_\phi}{\partial \theta^2} \theta^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M_w(t) = & FK1_{\theta_0} + FK2_{\theta_0} + \frac{\partial FK1_{\theta}}{\partial z} z + \frac{\partial FK1_{\theta}}{\partial \phi} \phi + \frac{\partial FK1_{\theta}}{\partial \theta} \theta + \frac{\partial FK1_{\theta}}{\partial z} z + \frac{\partial FK2_{\theta}}{\partial \phi} \phi \\
& + \frac{\partial FK2_{\theta}}{\partial \theta} \theta + \frac{\partial^2 FK1_{\theta}}{\partial z \partial \phi} z \phi + \frac{\partial^2 FK1_{\theta}}{\partial z \partial \theta} z \theta + \frac{\partial^2 FK1_{\theta}}{\partial \phi \partial \theta} \phi \theta + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 FK1_{\theta}}{\partial z^2} z^2 \\
& + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 FK1_{\theta}}{\partial \phi^2} \phi^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 FK1_{\theta}}{\partial \theta^2} \theta^2
\end{aligned}$$

Empregando-se a notação derivativa empregada em Rodríguez (2010), os coeficientes de segunda ordem devido a FK1 são mostrados na Tabela 2.5; os coeficientes de terceira ordem devido a FK1 são mostrados na Tabela 2.6; e os coeficientes de terceira ordem devido a FK2 são mostrados na Tabela 2.7.

Tabela 2.5 Coeficientes de restauração devido a FK1 de segunda ordem

Heave	Roll	Pitch
$-\frac{\partial FK1_z}{\partial z} = Z_{\zeta z}(t)$	$-\frac{\partial FK1_{\phi}}{\partial z} = K_{\zeta z}(t)$	$-\frac{\partial FK1_{\theta}}{\partial z} = M_{\zeta z}(t)$
$-\frac{\partial FK1_z}{\partial \phi} = Z_{\zeta \phi}(t)$	$-\frac{\partial FK1_{\phi}}{\partial \phi} = K_{\zeta \phi}(t)$	$-\frac{\partial FK1_{\theta}}{\partial \phi} = M_{\zeta \phi}(t)$
$-\frac{\partial FK1_z}{\partial \theta} = Z_{\zeta \theta}(t)$	$-\frac{\partial FK1_{\phi}}{\partial \theta} = K_{\zeta \theta}(t)$	$-\frac{\partial FK1_{\theta}}{\partial \theta} = M_{\zeta \theta}(t)$

Tabela 2.6 Coeficientes de restauração devido a FK1 de terceira ordem

Heave	Roll	Pitch
$-\frac{\partial FK1_z}{\partial z \partial \phi} = Z_{\zeta z \phi}(t)$	$-\frac{\partial FK1_{\phi}}{\partial z \partial \phi} = K_{\zeta z \phi}(t)$	$-\frac{\partial FK1_{\theta}}{\partial z \partial \phi} = M_{\zeta z \phi}(t)$
$-\frac{\partial FK1_z}{\partial z \partial \theta} = Z_{\zeta z \theta}(t)$	$-\frac{\partial FK1_{\phi}}{\partial z \partial \theta} = K_{\zeta z \theta}(t)$	$-\frac{\partial FK1_{\theta}}{\partial z \partial \theta} = M_{\zeta z \theta}(t)$
$-\frac{\partial FK1_z}{\partial \phi \partial \theta} = Z_{\zeta \phi \theta}(t)$	$-\frac{\partial FK1_{\phi}}{\partial \phi \partial \theta} = K_{\zeta \phi \theta}(t)$	$-\frac{\partial FK1_{\theta}}{\partial \phi \partial \theta} = M_{\zeta \phi \theta}(t)$

$-\frac{\partial^2 FK1_z}{\partial z^2} = Z_{\zeta zz}(t)$	$-\frac{\partial^2 FK1_\phi}{\partial z^2} = K_{\zeta zz}(t)$	$-\frac{\partial^2 FK1_\theta}{\partial z^2} = M_{\zeta zz}(t)$
$-\frac{\partial^2 FK1_z}{\partial \phi^2} = Z_{\zeta \phi \phi}(t)$	$-\frac{\partial^2 FK1_\phi}{\partial \phi^2} = K_{\zeta \phi \phi}(t)$	$-\frac{\partial^2 FK1_\theta}{\partial \phi^2} = M_{\zeta \phi \phi}(t)$
$-\frac{\partial^2 FK1_z}{\partial \theta^2} = Z_{\zeta \theta \theta}(t)$	$-\frac{\partial^2 FK1_\phi}{\partial \theta^2} = K_{\zeta \theta \theta}(t)$	$-\frac{\partial^2 FK1_\theta}{\partial \theta^2} = M_{\zeta \theta \theta}(t)$

Tabela 2.7 Coeficientes de restauração devido a FK2 de terceira ordem

Heave	Roll	Pitch
$-\frac{\partial FK2_z}{\partial z} = Z_{\zeta \zeta z}(t)$	$-\frac{\partial FK2_\phi}{\partial z} = K_{\zeta \zeta z}(t)$	$-\frac{\partial FK2_\theta}{\partial z} = M_{\zeta \zeta z}(t)$
$-\frac{\partial FK2_z}{\partial \phi} = Z_{\zeta \zeta \phi}(t)$	$-\frac{\partial FK2_\phi}{\partial \phi} = K_{\zeta \zeta \phi}(t)$	$-\frac{\partial FK2_\theta}{\partial \phi} = M_{\zeta \zeta \phi}(t)$
$-\frac{\partial FK2_z}{\partial \theta} = Z_{\zeta \zeta \theta}(t)$	$-\frac{\partial FK2_\phi}{\partial \theta} = K_{\zeta \zeta \theta}(t)$	$-\frac{\partial FK2_\theta}{\partial \theta} = M_{\zeta \zeta \theta}(t)$

Novamente devido à simetria lateral na maioria de navios, temos que os seguintes coeficientes de restauração de onda serão nulos:

$$\begin{aligned}
 Z_{\zeta \phi} &= Z_{\zeta z \phi} = Z_{\zeta \phi \theta} = 0 \\
 K_{\zeta z} &= K_{\zeta \theta} = K_{\zeta zz} = K_{\zeta \phi \phi} = K_{\zeta \theta \theta} = K_{\zeta z \theta} = 0 \\
 M_{\zeta \phi} &= M_{\zeta z \phi} = M_{\zeta \phi \theta} = 0
 \end{aligned}$$

Deve-se mencionar que todos os coeficientes aqui mostrados são dependentes da frequência de excitação da onda incidente devido a que todos eles foram computados a partir de expressões decorrentes do potencial de onda incidente. Assim os coeficientes mostrados nesta secção deverão ser levantados em uma faixa de frequências de ondas adequada. Além disso, todos os coeficientes são computados com amplitude de onda de 1m. Como exemplo nas Figuras 2.8 e 2.9 se mostram as derivadas $K_{\zeta \phi}$ e $K_{\zeta \zeta \phi}$ levantadas com um algoritmo numérico que computa as forças e momentos devidos à onda incidente

considerando a superfície livre média, ver APÊNDICE 1. O cálculo das derivada foi feito para o portacontentor NTU, vide APÊNDICE 4.

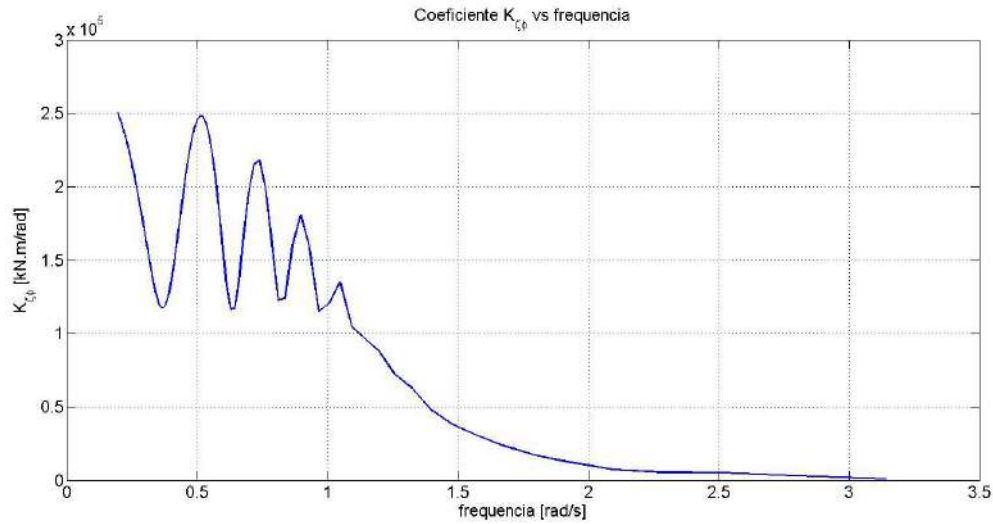


Fig. 2.8 Derivada $K_{z\phi}$ vs frequência.

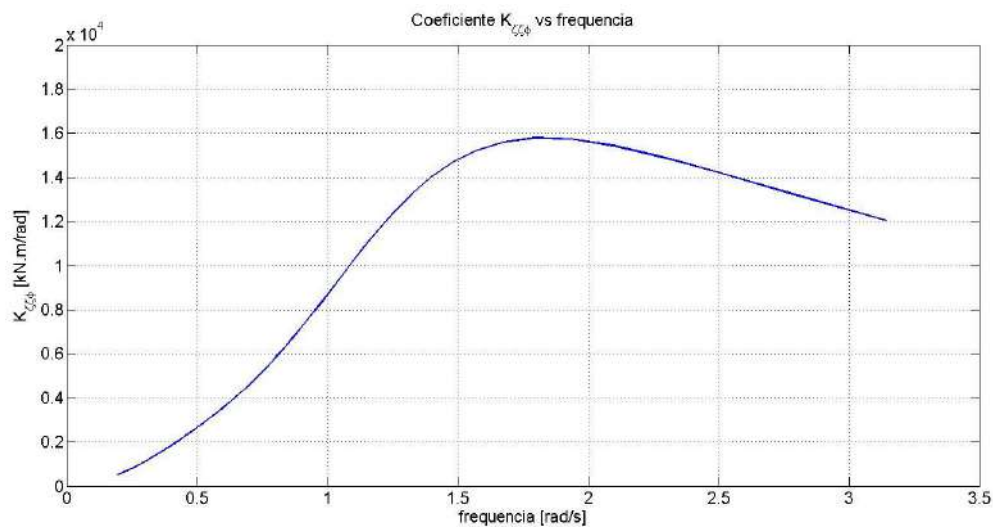


Fig. 2.9 Derivada $K_{z\zeta\phi}$ vs frequência.

2.4.3 Modelação das ações restaurativas de onda incidente mediante análise de Fourier e séries de Taylor

Como exemplo ilustrativo da necessidade de incluir o perfil exato da onda incidente, se mostra o caso do momento de roll produzido pela ação devida ao potencial de onda

incidente de uma onda quando o navio se encontra com uma inclinação ϕ , a geometria usada é portacontendor NTU que será descrito no APÊNDICE 4. Na figura 2.10 se mostra a comparação entre a série temporal do momento calculada, considerando como o domínio de integração, a superfície livre média e a série temporal do momento calculada considerando o domínio de integração sendo o perfil instantâneo da onda incidente. Pode-se notar que no caso da série temporal do momento calculada com o perfil exato da onda incidente, ela apresenta um comportamento diferente ao senoidal puro. Empregando a análise de Fourier é possível decompor essa série temporal em três componentes: uma componente independente do tempo; uma componente na frequência da onda incidente; e outra componente na frequência dobro da onda incidente. Fazendo a reconstrução segundo a análise de Fourier, pode-se concluir que a série temporal original do momento é bem representada por essas três componentes, ver figura 2.12.

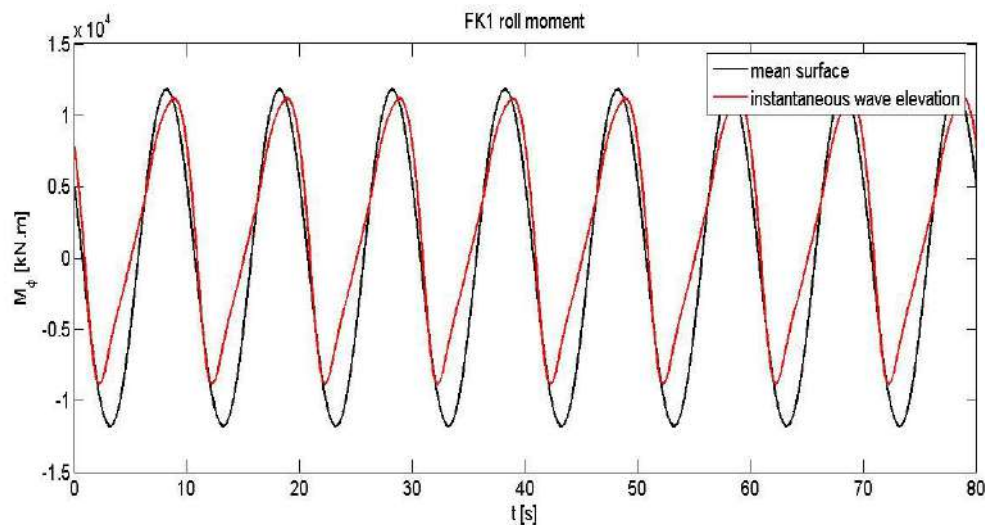


Fig. 2.10 Efeito do perfil instantâneo da onda no momento devido à onda incidente.

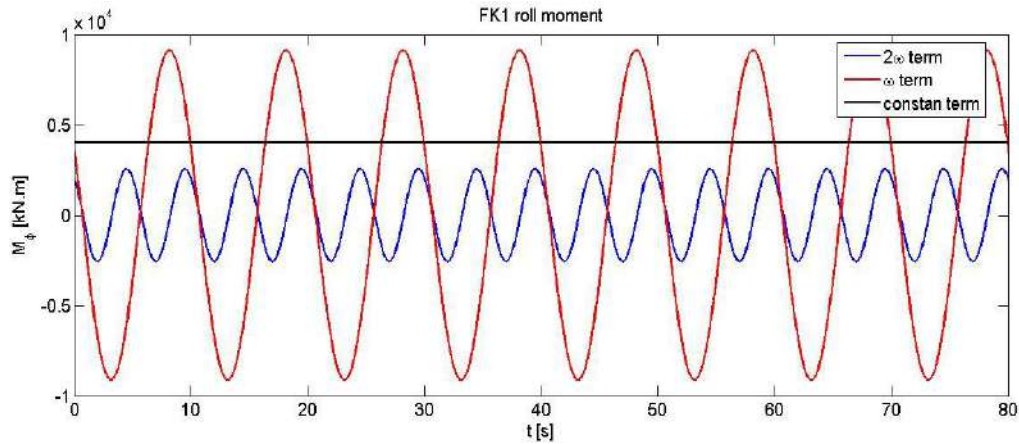


Fig. 2.11 Termos da análise de Fourier da serie temporal da Figura 2.10.

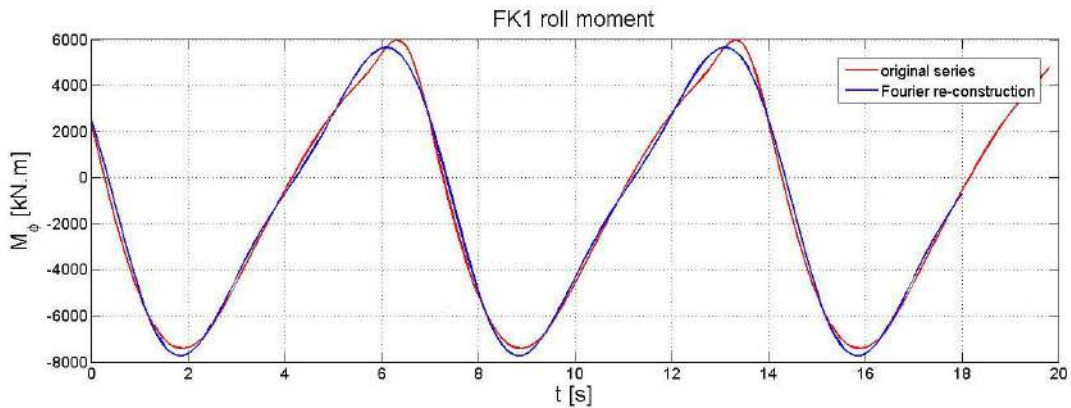


Fig. 2.12 Reconstrução empregando os termos da análise de Fourier da série temporal da Figura 2.10.

Portanto, podemos considererar que o momento do roll pode ser descrito como:

$$FK_{roll}(t) = FK_{roll_0} + FK_{roll_1} \cos(\omega t - \alpha_1) + FK_{roll_2} \cos(2\omega t - \alpha_2) \quad (2.44)$$

É preciso mencionar que os coeficientes da equação 2.44, além de depender da inclinação do casco em roll, também dependem da frequência de encontro e da amplitude da onda incidente. Fazendo uma análise considerando a amplitude constante e igual a 1 metro, pode-se achar a dependência dos coeficientes da equação 2.44 com respeito ao ângulo de roll. Assim, eles podem ser ajustados mediante uma série de Taylor da seguinte forma:

$$FK_{roll_0}(\phi) = \frac{\partial FK_{roll_0}}{\partial \phi} \phi + \frac{\partial^2 FK_{roll_0}}{\partial \phi^2} \phi^2 + \dots$$

$$FK_{roll_1}(\phi) = \frac{\partial FK_{roll_1}}{\partial \phi} \phi + \frac{\partial^2 FK_{roll_1}}{\partial \phi^2} \phi^2 + \dots$$

$$FK_{roll_2}(\phi) = \frac{\partial FK_{roll_2}}{\partial \phi} \phi + \frac{\partial^2 FK_{roll_2}}{\partial \phi^2} \phi^2 + \dots$$

Fazendo uma análise da dependência dos coeficientes, vide figura 2.13 e 2.14, pode-se concluir que a parcela linear é a mais relevante em inclinações pequenas a moderadas. Portanto, pode-se definir as seguintes derivadas para o caso do roll:

$$\tilde{K}_{\zeta\phi_0} = -\frac{\partial FK_{roll_0}}{\partial \phi}$$

$$\tilde{K}_{\zeta\phi} = -\frac{\partial FK_{roll_1}}{\partial \phi}$$

$$\tilde{K}_{\zeta\zeta\phi} = -\frac{\partial FK_{roll_2}}{\partial \phi}$$

onde o uso da til nos coeficientes derivativos definidos acima, foi introduzido para indicar que esse coeficiente foi computado considerando o perfil exato da onda incidente e diferencia-o dos coeficientes definidos nas secção anterior. Deve-se mencionar que para o caso do heave e pitch, a parcela quadrática da série de Taylor também será relevante.

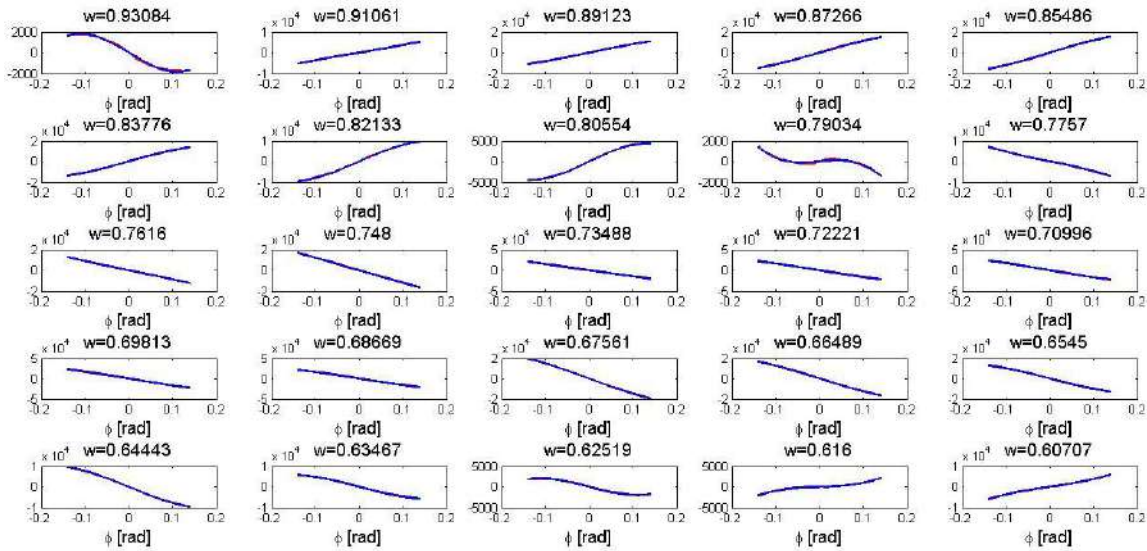


Fig. 2.13 Componente $\tilde{K}_{\zeta\phi} \cos \alpha_1$ vs ϕ .

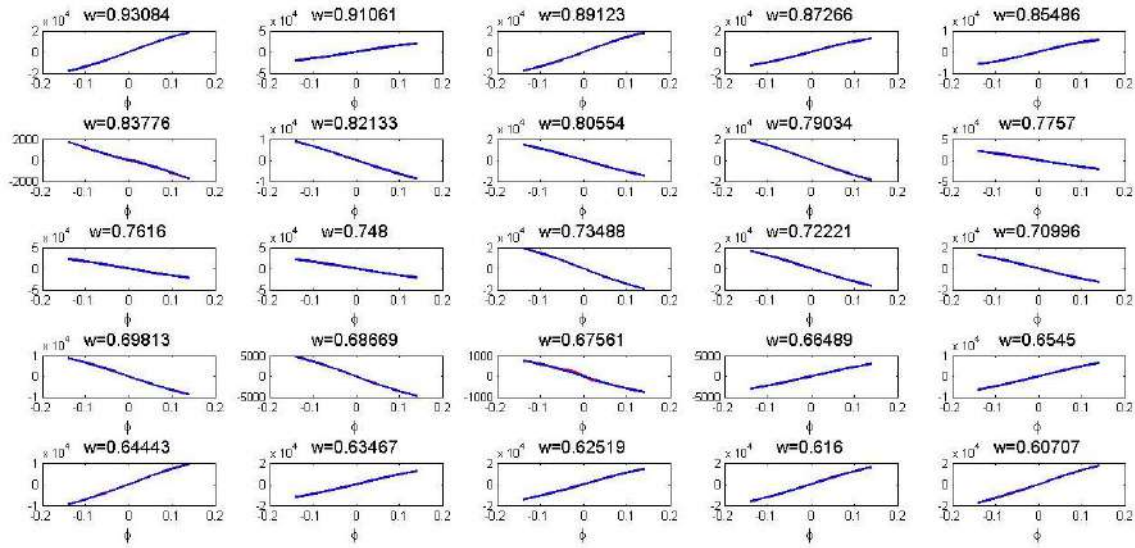


Fig. 2.14 Componente $\tilde{K}_{\zeta\phi}\text{sen}\alpha_1$ vs ϕ .

Assim o momento hidrodinâmico de roll pode ser expressado em função da posição do roll e a passagem da onda incidente como:

$$FK_{roll}(\phi, t) = -\tilde{K}_{\zeta\phi_0}\phi - \tilde{K}_{\zeta\phi}\cos(\omega t - \alpha_1)\phi - \tilde{K}_{\zeta\zeta\phi}\cos(2\omega t - \alpha_2)\phi \quad (2.45)$$

Deve-se lembrar que α_1 e α_2 são fases definidas segundo a análise de Fourier, como mostrado no início desta secção. Nas Figuras 2.15, 2.16 e 2.17 mostram-se as derivadas $\tilde{K}_{\zeta\phi_0}$, $\tilde{K}_{\zeta\phi}$ e $\tilde{K}_{\zeta\zeta\phi}$ levantadas para uma faixa de frequências com um algoritmo construído para computar as forças de onda incidente considerando o perfil de onda instantâneo, como mostrado no apêndice 1. Na Figura 2.16 também se mostra o resultado do cômputo da derivada como feito na secção anterior. Os resultados para ambos casos se mostram equivalentes para esse navio em particular.

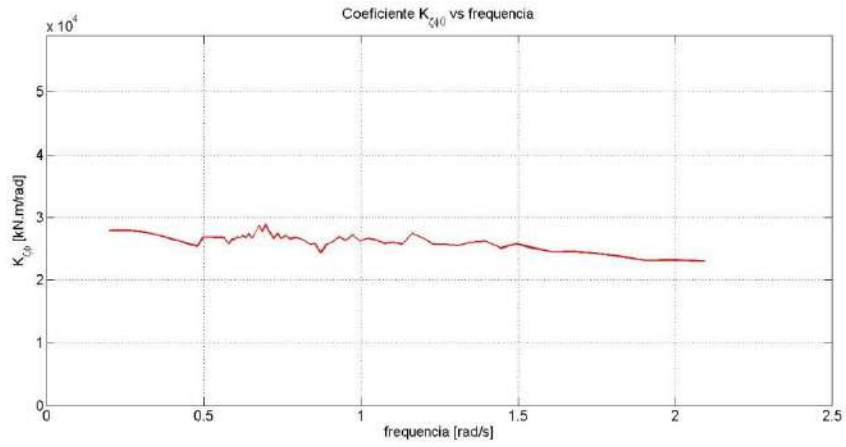


Fig. 2.15 Derivada $\tilde{K}_{z\phi 0}$ vs frecuencia.

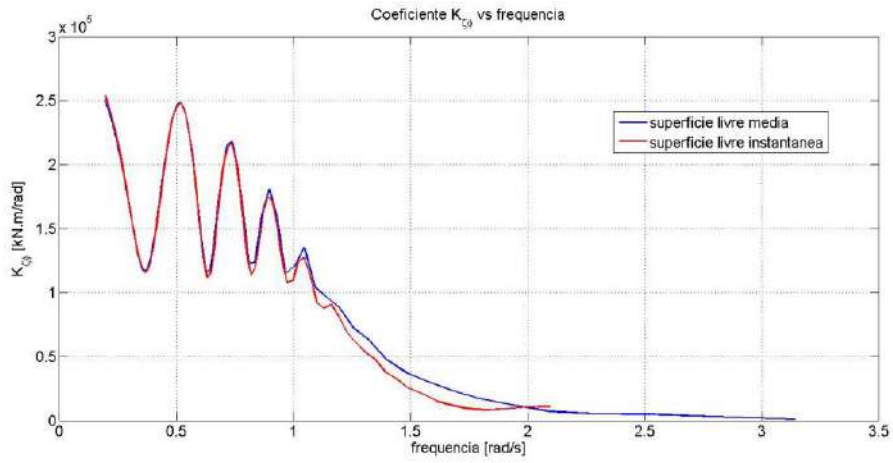


Fig. 2.16 Derivada $\tilde{K}_{z\phi}$ vs frecuencia.

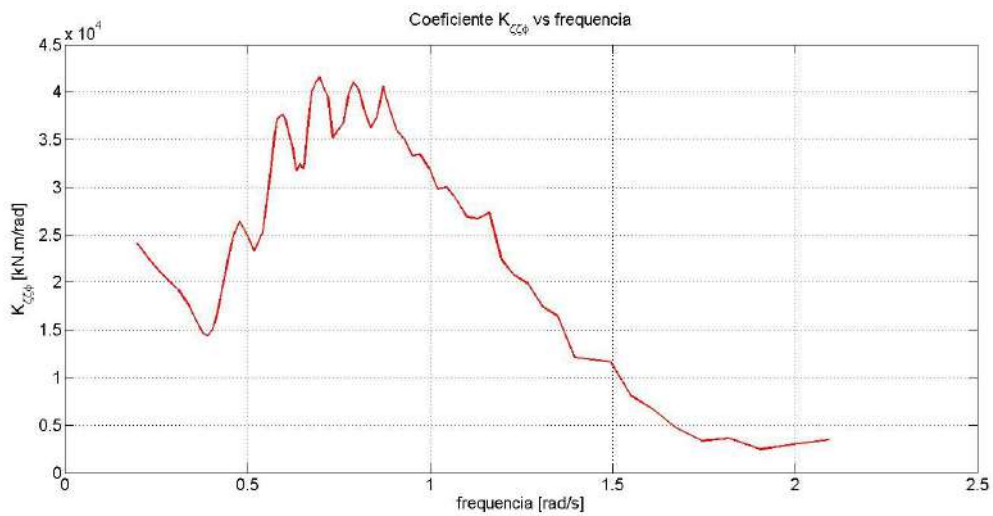


Fig. 2.17 Derivada $\tilde{K}_{z\phi}$ vs frecuencia.

Note-se que a equação 2.45 e os resultados das Figuras 2.13, 2.14 e 2.15 não levam em conta a influência da amplitude da onda incidente no cálculo do momento de roll. O resultado do cômputo das derivadas para uma faixa de amplitudes de onda mostra-se nas Figuras 2.18, 2.19 e 2.20 para $\tilde{K}_{\zeta\phi_0}$, $\tilde{K}_{\zeta\phi}$ e $\tilde{K}_{\zeta\zeta\phi}$ respectivamente. As figuras mostram que além do evidente comportamento quadrático da derivada $\tilde{K}_{\zeta\phi_0}$, no caso das outras derivadas, não pode ser feita nenhuma afirmação sob o comportamento delas. Portanto, para incluir a influência da amplitude da onda no momento do roll o cálculo deve ser feito na amplitude de onda certa. Um ajuste por meio de b-splines, curvas de Bessier ou um método de interpolação pode ser empregado nas superfícies das derivadas $\tilde{K}_{\zeta\phi_0}$, $\tilde{K}_{\zeta\phi}$ e $\tilde{K}_{\zeta\zeta\phi}$ no intento de melhorar nosso modelo da equação do momento de roll. Por simplicidade, aqui será empregada uma técnica de interpolação sob as superfícies achadas numericamente. Portanto o momento hidrodinâmico do roll sob uma excitação harmônica será:

$$FK_{roll}(\zeta, \phi, t) = -\tilde{K}_{\zeta\phi_0}(t)\phi - \tilde{K}_{\zeta\phi}(t)\dot{\phi} - \tilde{K}_{\zeta\zeta\phi}(t)\ddot{\phi} \quad (2.46)$$

Sendo

$$\tilde{K}_{\zeta\phi_0}(t) = \tilde{K}_{\zeta\phi_0}(\omega, \zeta)$$

$$\tilde{K}_{\zeta\phi}(t) = \tilde{K}_{\zeta\phi}(\omega, \zeta)\cos(\omega t - \alpha_1)$$

$$\tilde{K}_{\zeta\zeta\phi}(t) = \tilde{K}_{\zeta\zeta\phi}(\omega, \zeta)\cos(2\omega t - \alpha_2)$$

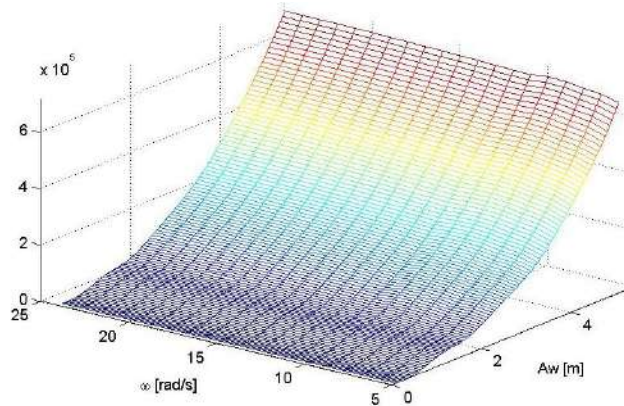


Fig. 2.18 Superfície $\tilde{K}_{\zeta\phi_0}$.

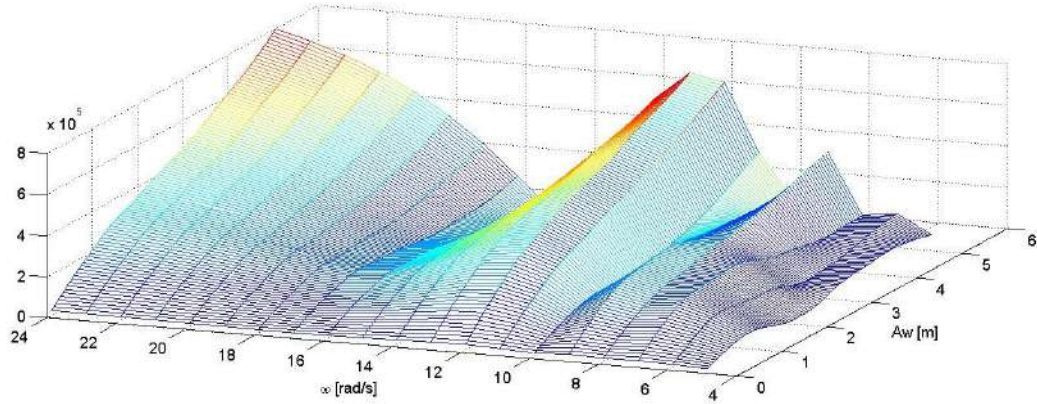


Fig. 2.19 Superfície $\tilde{K}_{\zeta\phi}$.

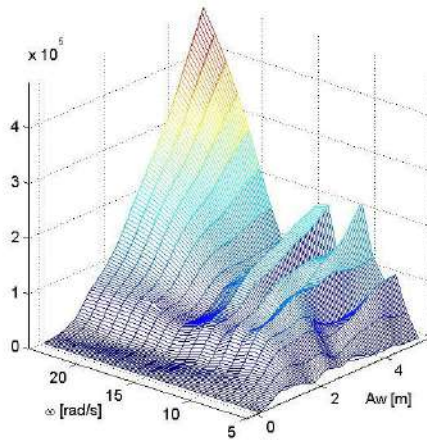


Fig. 2.20 Superfície $\tilde{K}_{\zeta\zeta\phi}$.

O procedimento descrito nesta seção pode ser empregado nas outras ações restaurativas e considerando os outros graus de liberdade. Nas tabelas 2.8, 2.9 e 2.10, se mostram as derivadas a obter-se empregando o procedimento descrito nas ações devidas à passagem da onda em heave, roll e pitch, considerando esses graus de liberdade.

Tabela 2.8 Coeficientes constantes de restauração devidos à passagem da onda

Heave	Roll	Pitch
$-\frac{\partial FK_{heave_0}}{\partial z} = \tilde{Z}_{\zeta z0}$	$-\frac{\partial FK_{roll_0}}{\partial z} = \tilde{K}_{\zeta z0}$	$-\frac{\partial FK_{pitch_0}}{\partial z} = \tilde{M}_{\zeta z0}$

$-\frac{\partial FK_{heave_0}}{\partial \phi} = \tilde{Z}_{\zeta\phi 0}$	$-\frac{\partial FK_{roll_0}}{\partial \phi} = \tilde{K}_{\zeta\phi 0}$	$-\frac{\partial FK_{pitch_0}}{\partial \phi} = \tilde{M}_{\zeta\phi 0}$
$-\frac{\partial FK_{heave_0}}{\partial \theta} = \tilde{Z}_{\zeta\theta 0}$	$-\frac{\partial FK_{roll_0}}{\partial \theta} = \tilde{K}_{\zeta\theta 0}$	$-\frac{\partial FK_{pitch_0}}{\partial \theta} = \tilde{M}_{\zeta\theta 0}$

Tabela 2.9 Coeficientes de restauração devidos à passagem da onda com frequência ω

Heave	Roll	Pitch
$-\frac{\partial FK_{heave_1}}{\partial z \partial \phi} = \tilde{Z}_{\zeta z \phi}(t)$	$-\frac{\partial FK_{roll_1}}{\partial z \partial \phi} = \tilde{K}_{\zeta z \phi}(t)$	$-\frac{\partial FK_{pitch_1}}{\partial z \partial \phi} = \tilde{M}_{\zeta z \phi}(t)$
$-\frac{\partial FK_{heave_1}}{\partial z \partial \theta} = \tilde{Z}_{\zeta z \theta}(t)$	$-\frac{\partial FK_{roll_1}}{\partial z \partial \theta} = \tilde{K}_{\zeta z \theta}(t)$	$-\frac{\partial FK_{pitch_1}}{\partial z \partial \theta} = \tilde{M}_{\zeta z \theta}(t)$
$-\frac{\partial FK_{heave_1}}{\partial \phi \partial \theta} = \tilde{Z}_{\zeta \phi \theta}(t)$	$-\frac{\partial FK_{roll_1}}{\partial \phi \partial \theta} = \tilde{K}_{\zeta \phi \theta}(t)$	$-\frac{\partial FK_{pitch_1}}{\partial \phi \partial \theta} = \tilde{M}_{\zeta \phi \theta}(t)$
$-\frac{\partial FK_{heave_1}}{\partial z^2} = \tilde{Z}_{\zeta z z}(t)$	$-\frac{\partial FK_{roll_1}}{\partial z^2} = \tilde{K}_{\zeta z z}(t)$	$-\frac{\partial FK_{pitch_1}}{\partial z^2} = \tilde{M}_{\zeta z z}(t)$
$-\frac{\partial FK_{heave_1}}{\partial \phi^2} = \tilde{Z}_{\zeta \phi \phi}(t)$	$-\frac{\partial FK_{roll_1}}{\partial \phi^2} = \tilde{K}_{\zeta \phi \phi}(t)$	$-\frac{\partial FK_{pitch_1}}{\partial \phi^2} = \tilde{M}_{\zeta \phi \phi}(t)$
$-\frac{\partial FK_{heave_1}}{\partial \theta^2} = \tilde{Z}_{\zeta \theta \theta}(t)$	$-\frac{\partial FK_{roll_1}}{\partial \theta^2} = \tilde{K}_{\zeta \theta \theta}(t)$	$-\frac{\partial FK_{pitch_1}}{\partial \theta^2} = \tilde{M}_{\zeta \theta \theta}(t)$

Tabela 2.10 Coeficientes de restauração devidos à passagem da onda com frequência 2ω

Heave	Roll	Pitch
$-\frac{\partial FK_{heave_2}}{\partial z} = \tilde{Z}_{\zeta \zeta z}(t)$	$-\frac{\partial FK_{roll_2}}{\partial z} = \tilde{K}_{\zeta \zeta z}(t)$	$-\frac{\partial FK_{pitch_2}}{\partial z} = \tilde{M}_{\zeta \zeta z}(t)$
$-\frac{\partial FK_{heave_2}}{\partial \phi} = \tilde{Z}_{\zeta \zeta \phi}(t)$	$-\frac{\partial FK_{roll_2}}{\partial \phi} = \tilde{K}_{\zeta \zeta \phi}(t)$	$-\frac{\partial FK_{pitch_2}}{\partial \phi} = \tilde{M}_{\zeta \zeta \phi}(t)$

$-\frac{\partial FK_{heave_2}}{\partial \theta} = \tilde{Z}_{\zeta\zeta\theta}(t)$	$-\frac{\partial FK_{roll_2}}{\partial \theta} = \tilde{K}_{\zeta\zeta\theta}(t)$	$-\frac{\partial FK_{pitch_2}}{\partial \theta} = \tilde{M}_{\zeta\zeta\theta}(t)$
---	--	---

Assim as ações restaurativas devidos à passagem da onda podem ser representadas como:

$$\begin{aligned}
FK_{heave}(t) = & -\tilde{Z}_{\zeta z_0}(t)z - \tilde{Z}_{\zeta z}(t)z - \tilde{Z}_{\zeta\zeta z}(t)z - \tilde{Z}_{\zeta\theta_0}(t)\theta - \tilde{Z}_{\zeta\theta}(t)\theta \\
& - \tilde{Z}_{\zeta\zeta\theta}(t)\theta - \frac{1}{2}\tilde{Z}_{\zeta z z_0}(t)z^2 - \frac{1}{2}\tilde{Z}_{\zeta z z}(t)z^2 - \frac{1}{2}\tilde{Z}_{\zeta\zeta z z}(t)z^2 \\
& - \tilde{Z}_{\zeta z\theta_0}(t)z\theta - \tilde{Z}_{\zeta z\theta}(t)z\theta - \tilde{Z}_{\zeta\zeta z\theta}(t)z\theta - \frac{1}{2}\tilde{Z}_{\zeta\phi\phi_0}(t)\phi^2 \\
& - \frac{1}{2}\tilde{Z}_{\zeta\phi\phi}(t)\phi^2 - \frac{1}{2}\tilde{Z}_{\zeta\zeta\phi\phi}(t)\phi^2 - \frac{1}{2}\tilde{Z}_{\zeta\theta\theta_0}(t)\theta^2 - \frac{1}{2}\tilde{Z}_{\zeta\theta\theta}(t)\theta^2 \\
& - \frac{1}{2}\tilde{Z}_{\zeta\zeta\theta\theta}(t)\theta^2 + Z_{exc_0}(\zeta) + Z_{exc_1}(\zeta) \cos(\omega t + \epsilon_{z1}) \\
& + Z_{exc_2}(\zeta) \cos(2\omega t + \epsilon_{z2})
\end{aligned} \tag{2.47}$$

$$\begin{aligned}
FK_{roll}(t) = & -\tilde{K}_{\zeta\phi_0}(t)\phi - \tilde{K}_{\zeta\phi}(t)\phi - \tilde{K}_{\zeta\zeta\phi}(t)\phi - \tilde{K}_{\zeta z\phi_0}(t)z\phi - \tilde{K}_{\zeta z\phi}(t)z\phi \\
& - \tilde{K}_{\zeta\zeta z\phi}(t)z\phi - \tilde{K}_{\zeta\phi\theta_0}(t)\phi\theta - \tilde{K}_{\zeta\phi\theta}(t)\phi\theta - \tilde{K}_{\zeta\zeta\phi\theta}(t)\phi\theta
\end{aligned} \tag{2.48}$$

$$\begin{aligned}
FK_{pitch}(t) = & -\tilde{M}_{\zeta z_0}(t)z - \tilde{M}_{\zeta z}(t)z - \tilde{M}_{\zeta\zeta z}(t)z - \tilde{M}_{\zeta\theta_0}(t)\theta - \tilde{M}_{\zeta\theta}(t)\theta \\
& - \tilde{M}_{\zeta\zeta\theta}(t)\theta - \frac{1}{2}\tilde{M}_{\zeta z z_0}(t)z^2 - \frac{1}{2}\tilde{M}_{\zeta z z}(t)z^2 - \frac{1}{2}\tilde{M}_{\zeta\zeta z z}(t)z^2 \\
& - \tilde{M}_{\zeta z\theta_0}(t)z\theta - \tilde{M}_{\zeta z\theta}(t)z\theta - \tilde{M}_{\zeta\zeta z\theta}(t)z\theta - \frac{1}{2}\tilde{M}_{\zeta\phi\phi_0}(t)\phi^2 \\
& - \frac{1}{2}\tilde{M}_{\zeta\phi\phi}(t)\phi^2 - \frac{1}{2}\tilde{M}_{\zeta\zeta\phi\phi}(t)\phi^2 - \frac{1}{2}\tilde{M}_{\zeta\theta\theta_0}(t)\theta^2 - \frac{1}{2}\tilde{M}_{\zeta\theta\theta}(t)\theta^2 \\
& - \frac{1}{2}\tilde{M}_{\zeta\zeta\theta\theta}(t)\theta^2 + M_{exc_0}(\zeta) + M_{exc_1}(\zeta) \cos(\omega t + \epsilon_{\theta 1}) \\
& + M_{exc_2}(\zeta) \cos(2\omega t + \epsilon_{\theta 2})
\end{aligned} \tag{2.49}$$

Os termos nas equações mostradas acima sem notação de derivada são os termos de excitação direta da onda que não tem dependência dos deslocamentos do corpo; note-se que têm sinal trocado com respeito aos termos expressados em derivadas. A seleção dos termos nas equações 2.47, 2.48 e 2.49 foi feito em base a modelação da seção anterior. No intento de manter o modelo como sendo de terceira ordem os termos $\tilde{Z}_{\zeta z\theta}$, $\tilde{Z}_{\zeta\zeta\phi\phi}$, $\tilde{Z}_{\zeta\zeta\theta\theta}$, $\tilde{K}_{\zeta\zeta\phi\theta}$, $\tilde{M}_{\zeta\zeta z\theta}$, $\tilde{M}_{\zeta\zeta\phi\phi}$ e $\tilde{M}_{\zeta\zeta\theta\theta}$ foram desprezados. Sendo que aqui é considerado que os termos com os subíndices $\zeta\zeta$ apresentam não linearidades decorrentes da passagem do perfil da onda. Portanto os termos mencionados anteriormente passariam a ser termos de quarta ordem.

2.5 Equação de movimento sob ação determinística

A seguir serão apresentadas as três metodologias desenvolvidas neste trabalho para o estudo do roll paramétrico em mar de proa de ondas regulares. As três metodologias descrevem os movimentos em três graus de liberdade de sistemas flutuantes mediante sistemas de equações acopladas nos termos restaurativos. A única diferença entre os modelos é a modelação das ações restaurativas. Deve-se mencionar que os três sistemas de equações decritos nesta secção serão resolvidos mediante o esquema numérico de integração de Runge-Kutta de quarta ordem.

2.5.1 Modelo derivativo linearmente dependente da passagem da onda (MDL)

Arranjando adequadamente os conceitos descritos nas seções anteriores e considerando a modelação das ações restaurativas unicamente mediante séries de Taylor, temos que as equações dos movimentos de heave, roll e pitch ficaram não lineares, acopladas segundo as seguintes expressões, válidas para mar longitudinal:

$$\begin{aligned}
 (m + A_{33})\ddot{z} + A_{35}\ddot{\theta} + B_{33}\dot{z} + B_{35}\dot{\theta} + Z_z z + z_{\theta}\theta + \frac{1}{2}Z_{zz}z^2 + \frac{1}{2}Z_{\phi\phi}\phi^2 \\
 + \frac{1}{2}Z_{\theta\theta}\theta^2 + Z_{z\theta}z\theta + \frac{1}{6}Z_{zzz}z^3 + \frac{1}{2}Z_{zz\theta}z^2\theta + \frac{1}{2}Z_{\phi\phi z}\phi^2 z \\
 + \frac{1}{2}Z_{\phi\phi\theta}\phi^2\theta + \frac{1}{2}Z_{\theta\theta z}\theta^2 z + \frac{1}{6}Z_{\theta\theta\theta}\theta^3 + Z_{\zeta z}(t)z + Z_{\zeta\theta}(t)\theta \\
 + Z_{\zeta z z}(t)z + \frac{1}{2}Z_{\zeta z z}(t)z^2 + Z_{\zeta z\theta}(t)z\theta + \frac{1}{2}Z_{\zeta\phi\phi}(t)\phi^2 \\
 + Z_{\zeta\zeta\theta}(t)\theta + \frac{1}{2}Z_{\zeta\theta\theta}(t)\theta^2 = Z_{exc} \cos(\omega_e t + \epsilon_z)
 \end{aligned} \quad (2.50)$$

$$\begin{aligned}
 (I_{xx} + A_{44})\ddot{\phi} + B_{14}\dot{\phi} + B_{24}\dot{\phi}|\dot{\phi}| + K_{\phi}\phi + K_{z\phi}z + K_{\phi\theta}\phi\theta + \frac{1}{2}K_{zz}z^2\phi \\
 + \frac{1}{6}K_{\phi\phi\phi}\phi^3 + \frac{1}{2}K_{\theta\theta\phi}\theta^2\phi + K_{z\phi\theta}z\phi\theta + K_{\zeta\phi}(t)\phi + K_{\zeta\zeta\phi}(t)\phi \\
 + K_{\zeta z\phi}(t)z\phi + K_{\zeta\phi\theta}(t)\phi\theta = K_{exc} \cos(\omega_e t + \epsilon_{\phi})
 \end{aligned} \quad (2.51)$$

$$\begin{aligned}
& (I_{yy} + A_{55})\ddot{\theta} + A_{53}\ddot{z} + B_{53}\dot{z} + B_{55}\dot{\theta} + M_z z + M_\theta \theta + \frac{1}{2}M_{zz}z^2 + \frac{1}{2}M_{\phi\phi}\phi^2 \\
& + \frac{1}{2}M_{\theta\theta}\theta^2 + M_{z\theta}z\theta + \frac{1}{6}M_{zzz}z^3 + \frac{1}{2}M_{zz\theta}z^2\theta + \frac{1}{2}M_{\phi\phi z}\phi^2 z \\
& + \frac{1}{2}M_{\phi\phi\theta}\phi^2\theta + \frac{1}{2}M_{\theta\theta z}\theta^2 z + \frac{1}{6}M_{\theta\theta\theta}\theta^3 + M_{\zeta z}(t)z \\
& + M_{\zeta\theta}(t)\theta + M_{\zeta z z}(t)z + \frac{1}{2}M_{\zeta z z}(t)z^2 + M_{\zeta z\theta}(t)z\theta \\
& + \frac{1}{2}M_{\zeta\phi\phi}(t)\phi^2 + M_{\zeta\zeta\theta}(t)\theta + \frac{1}{2}M_{\zeta\theta\theta}(t)\theta^2 \\
& = M_{exc} \cos(\omega_e t + \epsilon_\theta)
\end{aligned} \tag{2.52}$$

Note-se que nas equações 2.50, 2.51 e 2.52 a nomenclatura em letra maiúscula do movimento em heave “Z” foi substituída pela nomenclatura em letra minúscula “z” para evitar confusões com a nomenclatura dos coeficientes de força de heave. Os coeficientes dependentes da passagem da onda podem ser expressos na forma de termos de seno e cosseno. Para o caso do roll temos:

$$K_{\zeta\phi}(\omega_e, t) = A_w K_{\zeta\phi c} \cos(\omega_e t) + A_w K_{\zeta\phi s} \sin(\omega_e t)$$

$$K_{\zeta\zeta\phi}(\omega_e) = A_w^2 K_{\zeta\zeta\phi}(\omega_e)$$

$$K_{\zeta z\phi}(\omega_e, t)z\phi = A_w K_{\zeta z\phi c} \cos(\omega_e t) + A_w K_{\zeta z\phi s} \sin(\omega_e t)$$

$$K_{\zeta\phi\theta}(\omega_e, t) = A_w K_{\zeta\phi\theta c} \cos(\omega_e t) + A_w K_{\zeta\phi\theta s} \sin(\omega_e t)$$

Lembre-se que os coeficientes dependentes da passagem da onda nas equações de movimento 2.50, 2.51 e 2.52 são dependentes das características do casco, frequência de encontro, do tempo e da amplitude da onda e são computados considerando a superfície livre média. Neste trabalho os coeficientes serão calculados considerando amplitude de onda unitária ($A_w = 1$) nas expressões da pressão devido ao potencial de onda incidente. Note se que o coeficiente $K_{\zeta\zeta\phi}$ depende quadraticamente da amplitude da onda, mas esse coeficiente é constante e não muda com o tempo. O modelo matemático descrito pelas equações 2.50, 2.51 e 2.52 é uma simplificação do modelo apresentado em Rodríguez (2010). Nesse trabalho o modelo apresentado foi validado com resultados experimentais de

ressonância paramétrica em mar regular para um navio tipo pesqueiro e dois navios tipo portacontentores.

2.5.2 Modelo derivativo não linearmente dependente da passagem da onda (MDQ)

Se na equação de movimento o modelamento das ações restaurativas devidas à passagem da onda é feito como descrito na secção 2.4.3, empregando análise de Fourier, então as equações de heave, roll e pitch serão:

$$\begin{aligned}
(m + A_{33})\ddot{z} + A_{35}\ddot{\theta} + B_{33}\dot{z} + B_{35}\dot{\theta} + Z_z z + z_\theta \theta + \frac{1}{2}Z_{zz}z^2 + \frac{1}{2}Z_{\phi\phi}\phi^2 \\
+ \frac{1}{2}Z_{\theta\theta}\theta^2 + Z_{z\theta}z\theta + \frac{1}{6}Z_{zzz}z^3 + \frac{1}{2}Z_{zz\theta}z^2\theta + \frac{1}{2}Z_{\phi\phi z}\phi^2 z \\
+ \frac{1}{2}Z_{\phi\phi\theta}\phi^2\theta + \frac{1}{2}Z_{\theta\theta z}\theta^2 z + \frac{1}{6}Z_{\theta\theta\theta}\theta^3 + \tilde{Z}_{\zeta z_0}(t)z + \tilde{Z}_{\zeta z}(t)z \\
+ \tilde{Z}_{\zeta z z}(t)z + \tilde{Z}_{\zeta\theta_0}(t)\theta + \tilde{Z}_{\zeta\theta}(t)\theta + \tilde{Z}_{\zeta z\theta}(t)\theta + \frac{1}{2}\tilde{Z}_{\zeta z z_0}(t)z^2 \\
+ \frac{1}{2}\tilde{Z}_{\zeta z z}(t)z^2 + \tilde{Z}_{\zeta z\theta_0}(t)z\theta + \tilde{Z}_{\zeta z\theta}(t)z\theta + \frac{1}{2}\tilde{Z}_{\zeta\phi\phi_0}(t)\phi^2 \\
+ \frac{1}{2}\tilde{Z}_{\zeta\phi\phi}(t)\phi^2 + \frac{1}{2}\tilde{Z}_{\zeta\theta\theta_0}(t)\theta^2 + \frac{1}{2}\tilde{Z}_{\zeta\theta\theta}(t)\theta^2 \\
= Z_{exc_0}(\zeta) + Z_{exc_1}(\zeta) \cos(\omega t + \epsilon_{z1}) \\
+ Z_{exc_2}(\zeta) \cos(2\omega t + \epsilon_{z2})
\end{aligned} \tag{2.53}$$

$$\begin{aligned}
(I_{xx} + A_{44})\ddot{\phi} + B_{14}\dot{\phi} + B_{24}\dot{\phi}|\dot{\phi}| + K_\phi\phi + K_{z\phi} + K_{\phi\theta}\phi\theta + \frac{1}{2}K_{zz}z^2\phi \\
+ \frac{1}{6}K_{\phi\phi\phi}\phi^3 + \frac{1}{2}K_{\theta\theta\phi}\theta^2\phi + K_{z\phi\theta}z\phi\theta + \tilde{K}_{\zeta\phi_0}(t)\phi + \tilde{K}_{\zeta\phi}(t)\phi \\
+ \tilde{K}_{\zeta z\phi}(t)\phi + \tilde{K}_{\zeta z\phi_0}(t)z\phi + \tilde{K}_{\zeta z\phi}(t)z\phi + \tilde{K}_{\zeta z z\phi}(t)z\phi \\
+ \tilde{K}_{\zeta\phi\theta_0}(t)\phi\theta + \tilde{K}_{\zeta\phi\theta}(t)\phi\theta = 0
\end{aligned} \tag{2.54}$$

$$\begin{aligned}
& (I_{yy} + A_{55})\ddot{\theta} + A_{53}\ddot{z} + B_{53}\dot{z} + B_{55}\dot{\theta} + M_{zz}z + M_{\theta\theta}\theta + \frac{1}{2}M_{zz}z^2 + \frac{1}{2}M_{\phi\phi}\phi^2 \\
& + \frac{1}{2}M_{\theta\theta}\theta^2 + M_{z\theta}z\theta + \frac{1}{6}M_{zzz}z^3 + \frac{1}{2}M_{zz\theta}z^2\theta + \frac{1}{2}M_{\phi\phi z}\phi^2z \\
& + \frac{1}{2}M_{\phi\phi\theta}\phi^2\theta + \frac{1}{2}M_{\theta\theta z}\theta^2z + \frac{1}{6}M_{\theta\theta\theta}\theta^3 + \tilde{M}_{\zeta z_0}(t)z + \tilde{M}_{\zeta z}(t)z \\
& + \tilde{M}_{\zeta\zeta z}(t)z + \tilde{M}_{\zeta\theta_0}(t)\theta + \tilde{M}_{\zeta\theta}(t)\theta + \tilde{M}_{\zeta\zeta\theta}(t)\theta + \frac{1}{2}\tilde{M}_{\zeta zz_0}(t)z^2 \\
& + \frac{1}{2}\tilde{M}_{\zeta zz}(t)z^2 + \tilde{M}_{\zeta z\theta_0}(t)z\theta + \tilde{M}_{\zeta z\theta}(t)z\theta + \frac{1}{2}\tilde{M}_{\zeta\phi\phi_0}(t)\phi^2 \\
& + \frac{1}{2}\tilde{M}_{\zeta\phi\phi}(t)\phi^2 + \frac{1}{2}\tilde{M}_{\zeta\theta\theta_0}(t)\theta^2 + \frac{1}{2}\tilde{M}_{\zeta\theta\theta}(t)\theta^2 \\
& = M_{exc_0}(\zeta) + M_{exc_1}(\zeta)\cos(\omega t + \epsilon_{\theta_1}) \\
& + M_{exc_2}(\zeta)\cos(2\omega t + \epsilon_{\theta_2})
\end{aligned} \tag{2.55}$$

onde os coeficientes derivativos dependentes da passagem da onda incidente tem o formato mostrado na equação 2.46. Como exemplo se mostra o caso do roll:

$$\begin{aligned}
\tilde{K}_{\zeta\phi_0}(t) &= \tilde{K}_{\zeta\phi_0}(\omega, \zeta) \\
\tilde{K}_{\zeta\phi}(t) &= \tilde{K}_{\zeta\phi}(\omega, \zeta)\cos(\omega t - \alpha_1) \\
\tilde{K}_{\zeta\zeta\phi}(t) &= \tilde{K}_{\zeta\zeta\phi}(\omega, \zeta)\cos(2\omega t - \alpha_2)
\end{aligned}$$

Pode-se notar que os termos com sub-índice 0, tais como $\tilde{Z}_{\zeta z_0}, \tilde{K}_{\zeta\phi_0}, \tilde{M}_{\zeta\theta_0}$ entre outros, são termos constantes no tempo. Já os termos com sub-índice $\zeta\zeta$ são termos oscilatórios com frequência igual ao dobro da frequência da onda incidente. Além disso, as derivadas oriundas do termo quadrático da equação de Bernoulli ($Z_{\zeta\zeta z}, K_{\zeta\zeta\phi}, M_{\zeta\zeta\theta}$ e demais) foram desprezadas nesta modelação por simplicidade. Como será visto na secção 2.6 esses termos não representam uma contribuição importante no desenvolvimento da ressonância paramétrica.

2.5.3 Modelo híbrido iterativo DSSTAB

Finalmente, se as ações restaurativas não são aproximadas e são computadas em cada instante do tempo levando em consideração os deslocamentos do corpo e a passagem instantânea da onda, as equações do movimento terão a seguinte forma:

$$(m + A_{33})\ddot{z} + A_{35}\ddot{\theta} + B_{33}\dot{z} + B_{35}\dot{\theta} = F_{HS_heave} + F_{dif_heave} + F_{FK_heave} \quad (2.53)$$

$$(I_{xx} + A_{44})\ddot{\phi} + B_{14}\dot{\phi} + B_{24}\dot{\phi}|\dot{\phi}| = M_{HS_roll} + M_{dif_roll} + M_{FK_roll} \quad (2.54)$$

$$(I_{yy} + A_{55})\ddot{\theta} + A_{53}\ddot{z} + B_{53}\dot{z} + B_{55}\dot{\theta} = M_{HS_pitch} + M_{dif_pitch} + M_{FK_pitch} \quad (2.55)$$

onde os termos com os sub-índices *HS*, *FK* e *dif* indicam ações de restauração hidrostática, ações devido ao potencial de onda incidente e ações de difração, respectivamente. Aparentemente, as equações 2.53, 2.54 e 2.55 são mais simples quando comparadas com as equações onde as ações restaurativas foram modeladas mediante aproximações. Porém as equações 2.53, 2.54 e 2.55 devem ser resolvidas iterativamente calculando numericamente as ações de restauração hidrostática e as ações devidas ao potencial de onda incidente em cada passo do tempo. Assim, além de considerar o perfil instantâneo da onda, os deslocamentos do corpo também são considerados. Portanto, o volume submerso instantâneo do corpo deve ser conhecido. Isto é feito numericamente em cada passo do tempo segundo o procedimento do APÊNDICE 1. Devido a que o volume submerso instantâneo deverá ser determinado em cada passo do tempo, o modelo DSSTAB terá um tempo de cômputo muito maior do que os modelos simplificados descritos anteriormente.

Deve ser mencionado que o modelo apresentado (e desenvolvido pelo autor) nesta seção é uma forma simplificada do modelo DSSTAB, desenvolvido em parceria entre a COPPE, o Centro de Pesquisas da PETROBRAS e a TECGRAF-PUC.

2.6 Comparação de resultados entre os modelos de simulação de movimento em mar regular

Apesar do fato de se contar com testes experimentais em mar regular para o portacontentor NTU, sujeito de estudo neste trabalho, comparações serão feitas unicamente entre os modelos matematicos de simulação de movimento apresentados aqui. Isto é devido a que os testes experimentais com o portacontentor NTU não foram planejados para capturar o efeito de amplitude da onda na resposta do roll parametrico. Esse efeito tem-se reportado experimentalmente em trabalhos anteriores como Hashimoto et al. (2006),

Spanos e Papanikolaou (2009a) entre outros, vide Figura 2.21. Adicionalmente, esse efeito também tem sido reportado numericamente em especial no trabalho de doutorado de Rodríguez (2010), ver figura 2.22.

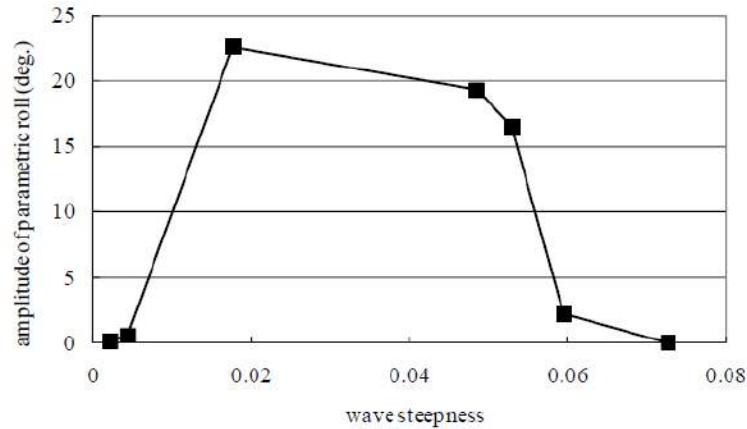


Fig. 2.21 Efeito da amplitude da onda no roll paramétrico em ondas de proa num portacontentor tipo post-Panamax; Fonte Hashimoto et al. 2006.

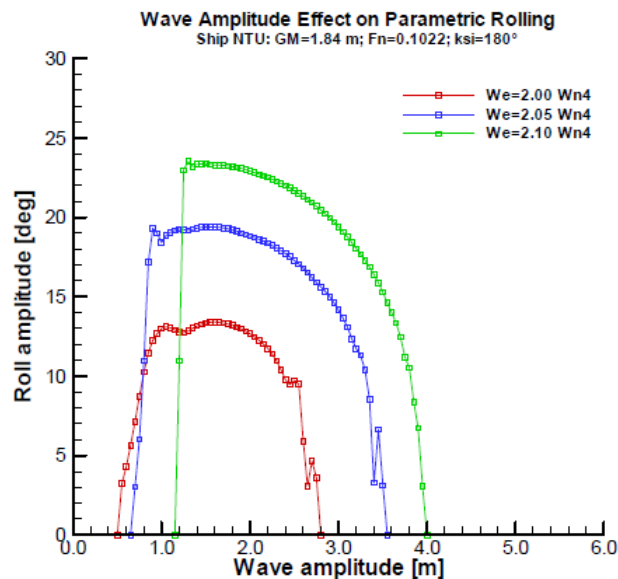


Fig. 2.22 Efeito da amplitude da onda no roll paramétrico em ondas de proa no portacontentor NTU; Fonte Rodríguez 2010.

Como mostrado nas Figuras 2.21 e 2.22 existe uma bifurcação na resposta do roll nos testes experimentais e numéricos. O efeito pode ser observado com mais detalhe no estudo

numérico onde existem três regiões de comportamento da amplitude do roll: a primeira região é uma amplificação quase-linear com o incremento da amplitude da onda; na segunda região a resposta apresenta um câmbio de tendência onde a amplitude do roll diminui progressiva e lentamente com o incremento da amplitude da onda; a última região é uma queda abrupta da amplitude do roll onde a partir dessa queda a amplitude do roll não volta a se incrementar com o aumento da amplitude da onda, vide Rodríguez (2010).

Nas Figuras 2.23 a 2.26 mostra-se uma série de simulações numéricas com o modelo reduzido MDL, onde a sintonia entre a frequência de encontro da onda incidente e a frequência natural do roll é 2.01. Como fica evidente, o modelo reduzido MDL não é capaz de reproduzir a bifurcação da resposta do roll com a amplitude da onda. Pelo contrário, o modelo apresenta outro tipo de bifurcação completamente distinto e termina em divergência quando a amplitude da onda é 4.5m. Esse comportamento é contrário ao que se espera da resposta de um portacontentor desse tipo sob ressonância paramétrica.

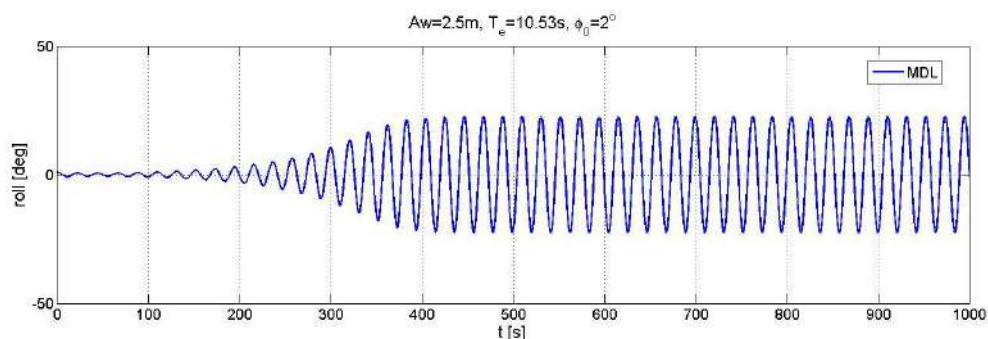


Fig. 2.23 Simulação do movimento de heave no modelo MDL. $A_w=2.5\text{m}$, $T_e=10.53\text{s}$.

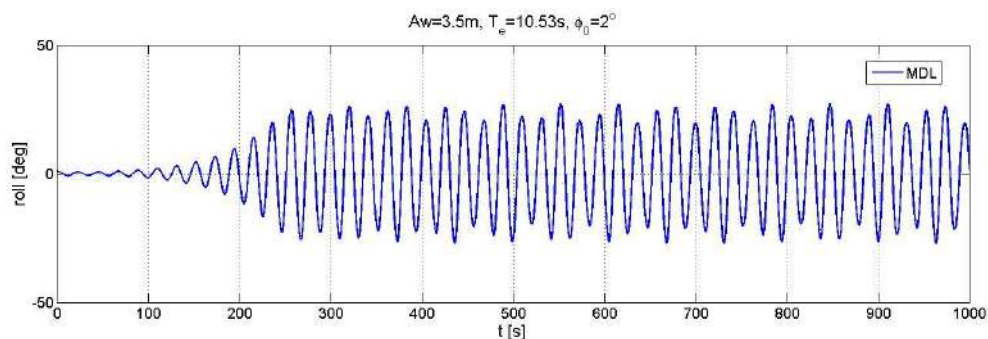


Fig. 2.24 Simulação do movimento de heave no modelo MDL. $A_w=3.5\text{m}$, $T_e=10.53\text{s}$.

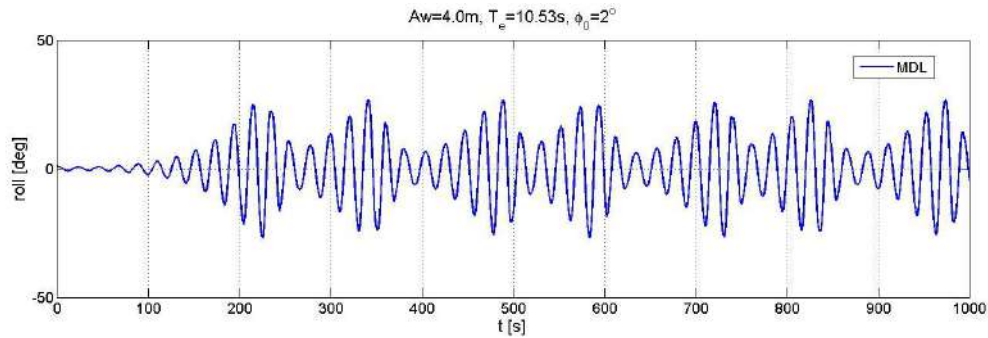


Fig. 2.25 Simulação do movimento de heave no modelo MDL. $A_w=4.0\text{m}$, $T_e=10.53\text{s}$.

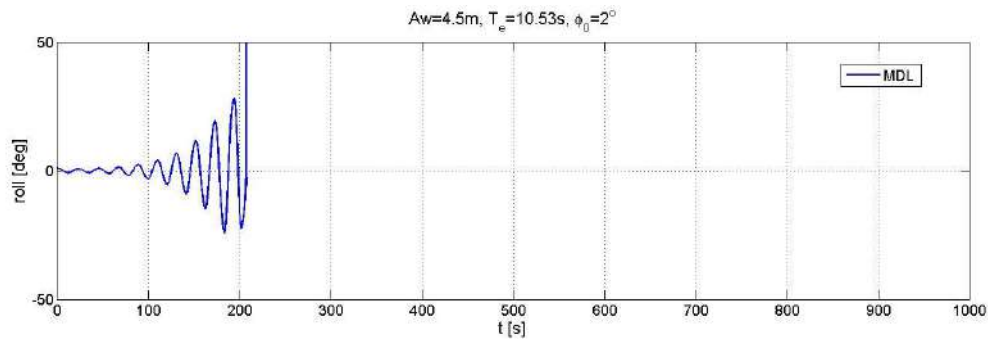


Fig. 2.26 Simulação do movimento de heave no modelo MDL. $A_w=4.5\text{m}$, $T_e=10.53\text{s}$.

A explicação desse comportamento inesperado é que o modelo simplificado carece dum termo, oriundo da passagem da onda de segunda ordem. Esse termo é produzido explicitamente em modelos derivativos quando é usada uma metodologia analítica que descreve a geometria do corpo por balizas, vide Neves e Rodríguez (2006a). Em Rodríguez (2010) foi introduzido um termo empírico de passagem de onda de segunda ordem no modelo denominado de ajuste polinomial, que computa as derivadas com ajuda de um método de painéis em 3D, que é equivalente ao modelo MDL neste trabalho. Aqui foram introduzidas derivadas oriundas da integração do termo quadrático da equação de Bernoulli, equação 2.23 (exemplo $Z_{\zeta\zeta\zeta}$, $K_{\zeta\zeta\phi}$, $M_{\zeta\zeta\theta}$). A ideia de introduzir essas derivadas foi buscar substituir os termos de passagem de onda quadráticos da metodologia analítica descrita em Neves e Rodríguez (2006a). Mas o termo quadrático da equação de Bernoulli não tem relevância no desenvolvimento da ressonância paramétrica.

Devido aos resultados obtidos com o modelo MDL, o autor introduziu o modelo MDQ. O modelo MDQ, ao fazer o cômputo das derivadas das ações induzidas pela onda considerando o perfil instantâneo da onda, permite capturar implicitamente não linearidades

decorrentes da passagem da onda, ver Figura 2.10. A Figura 2.27 mostra uma comparação da influência da amplitude de onda entre os modelos DSSTAB e MDQ. Da Figura 2.27 pode-se notar que ambos os modelos representam a bifurcação da resposta do roll. Porém, o modelo MDQ tem uma região maior onde a amplitude da resposta do roll continua crescendo com a amplitude da onda.

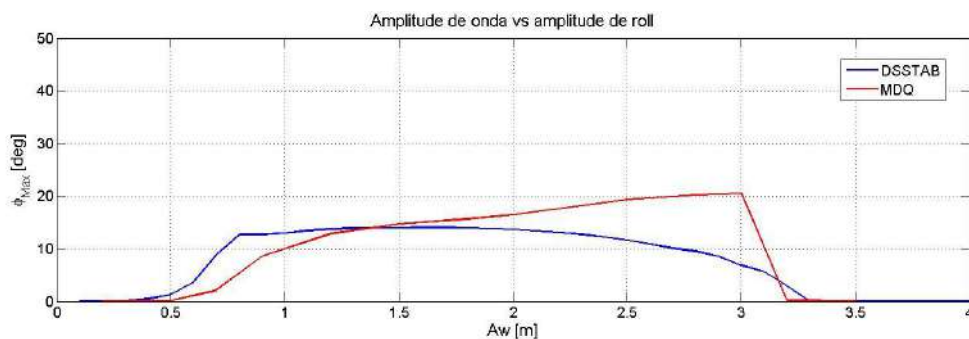


Fig. 2.27 Comparação do efeito da amplitude da onda entre os modelos DSSTAB e MDQ.

Nas Figuras 2.28, 2.29 e 2.30, mostram-se comparações entre respostas do heave, roll e pitch dos modelos DSSTAB e MDQ, respectivamente. A condição de simulação foi uma onda incidente de proa com amplitude 2.5m e com sintonia 2.01 com a frequência natural do roll, similar ao teste da Figura 2.22. Pode-se notar boa concordância entre os dois modelos, diferenças nas respostas do heave e pitch acontecem depois da ressonância paramétrica se desenvolver.

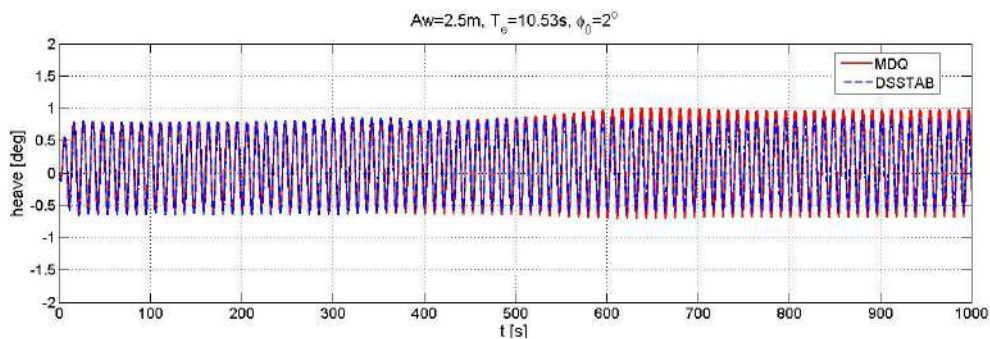


Fig. 2.28 Comparação da simulação do movimento do heave entre os modelos DSSTAB e MDQ. $A_w=2.5m$, $T_e=10.53s$.

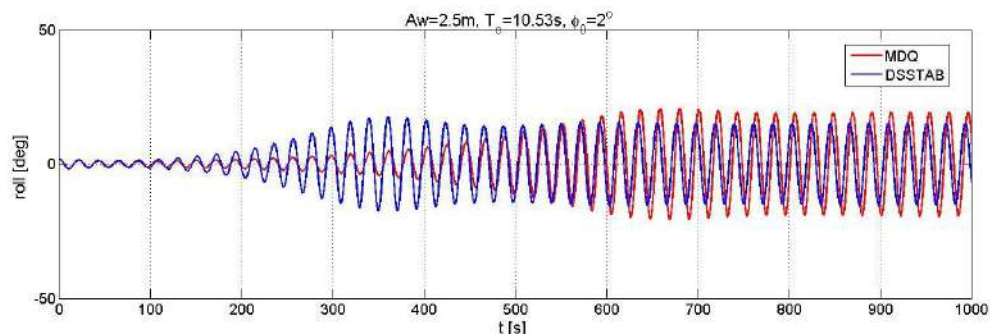


Fig. 2.29 Comparação da simulação do movimento do roll entre os modelos DSSTAB e MDQ. $A_w=2.5m$, $T_e=10.53s$.

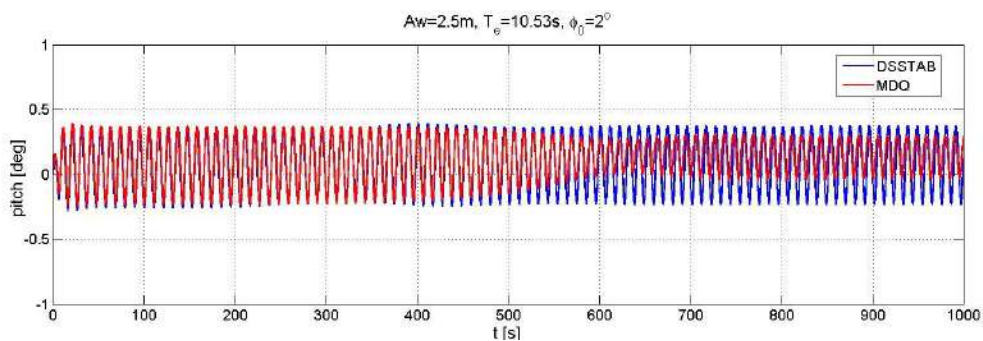


Fig. 2.30 Comparação da simulação do movimento do pitch entre os modelos DSSTAB e MDQ. $A_w=2.5m$, $T_e=10.53s$.

Nas Figuras 2.31, 2.32 e 2.33 mostram-se comparações entre respostas do heave, roll e pitch dos modelos DSSTAB e MDQ, respectivamente, para uma onda de amplitude maior do que no teste anterior. A única diferença com o teste anterior foi a amplitude de onda de 3.5m, similar ao teste correspondente à Figura 2.23. Das Figuras 2.31, 2.32 e 2.33 pode-se notar boa concordância entre os modelos DSSTAB e MDQ para essa condição de simulação, inclusive o decaimento da condição inicial do roll.

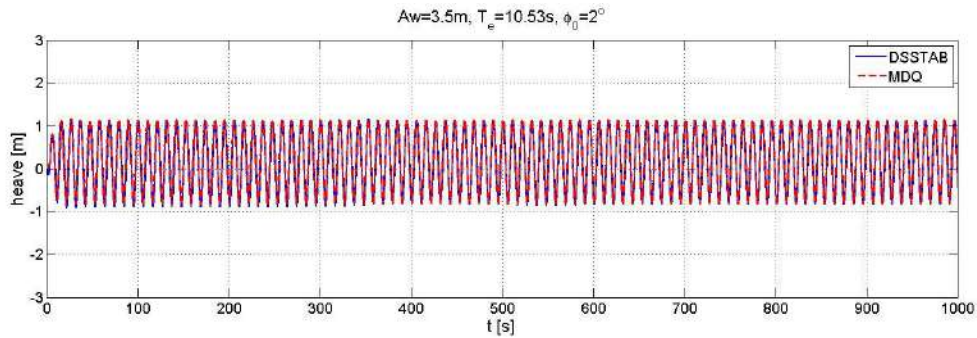


Fig. 2.31 Comparação da simulação do movimento do heave entre os modelos DSSTAB e MDQ. $A_w=3.5\text{m}$, $T_e=10.53\text{s}$.

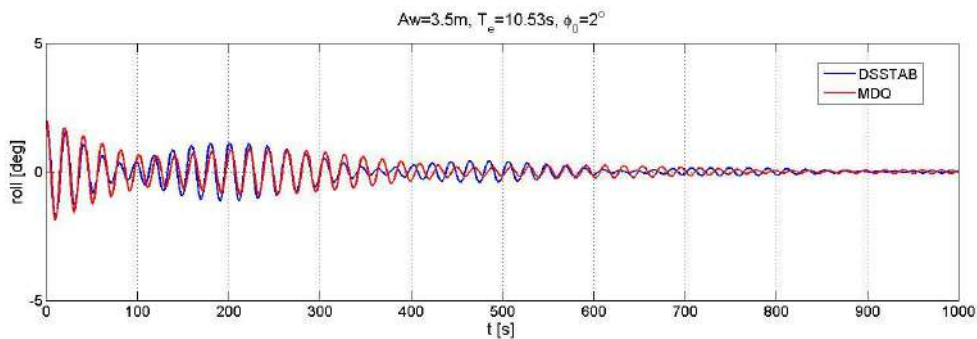


Fig. 2.32 Comparação da simulação do movimento do heave entre os modelos DSSTAB e MDQ. $A_w=3.5\text{m}$, $T_e=10.53\text{s}$.

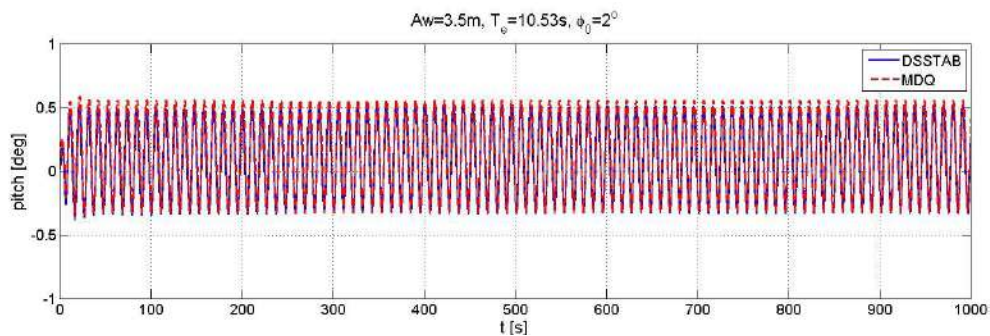


Fig. 2.33 Comparação da simulação do movimento do heave entre os modelos DSSTAB e MDQ. $A_w=3.5\text{m}$, $T_e=10.53\text{s}$.

Dos resultados desta seção, pode-se concluir que o modelo reduzido MDQ acompanha melhor os resultados numéricos do modelo mais acurado DSSTAB que o modelo MDL para o caso de um navio portacontentor. Devido a essa conclusão será empregado

unicamente daqui em diante o modelo MDQ, na análise estatística do roll paramétrico. Mas será mencionado brevemente como que o levantamento da distribuição de probabilidades do roll é afetado pelo uso do método MDL.

Existe evidência de que a influência do termo quadrático devida à passagem da onda nas ações de onda induzida são mínimos em outros tipos de embarcações como navios pesqueiros, vide Rodríguez (2010). Por tal motivo, o uso dos modelos MDL e MDQ deverá ser testado em outros tipos de embarcações, no intuito de entender melhor em aspectos gerais o fenômeno da ressonância paramétrica.

CAPÍTULO 3

MODELOS MATEMÁTICOS EM ONDAS IRREGULARES

Nesta secção os modelos apresentados no capítulo anterior serão modificados para implementar simulações de movimentos de corpos flutuantes em mares irregulares. Será descrito detalhadamente o procedimento para fazer realizações dos processos estocásticos dos movimentos de corpos flutuantes em mares irregulares. Assim, um estudo estatístico poderá ser feito.

3.1 Introdução

Para o estudo e determinação de características estatísticas do roll paramétrico em navios, é preciso fazer-se uso de uma ferramenta numérica capaz de simular esse fenômeno não linear. Diversos pesquisadores têm proposto muitos modelos capazes de simular o roll paramétrico. Porém, a maioria destes modelos só pode simular o roll paramétrico em condições de mar regular. Só em anos recentes a comunidade científica especializada tem prestado atenção ao problema do roll paramétrico em mar irregular, motivados pela possibilidade de criar normas e regulamentos para minimizar suas conseqüências. Lamentavelmente, a complexidade do fenômeno requer uma modelação sofisticada das ações restaurativas as quais dependem fortemente do perfil da onda incidente e dos deslocamentos dos navios. Esse fato faz com que uma modelação acurada das ações restaurativas no mar irregular (onde o perfil da onda é aleatório) seja muito onerosa em tempo de computação. Nessas condições uma análise estocástica será pobre (deve-se ter em mente que devem ser estudadas diferentes condições e intensidades de mar) devido à pouca informação que poderá ser gerada. Assim no estudo do roll paramétrico em mar irregular deveremos escolher um modelo rápido que possa captar ações restaurativas não lineares. O principal objetivo é captar a não ergodicidade do movimento de roll

sob condições de ressonância paramétrica em mar irregular, como discutido no Capítulo 1, sendo essa característica essencial na ferramenta que será utilizada para simular o movimento de roll.

No capítulo anterior foram apresentados três modelos para simulação de movimentos em mar irregular: dois modelos que usam aproximações (modelos simplificados) nas ações restaurativas; e um modelo que faz o cálculo das ações restaurativas em cada passo do tempo. Aqui a ideia é usar uma metodologia que mistura o cálculo das restaurações devidas à onda com a teoria clássica de *seakeeping* nos modelos que usam aproximações. Como foi mencionado no capítulo anterior o modelo reduzido MDL não consegue representar acuradamente o roll paramétrico em diversas condições de ondas. Por tal motivo esse modelo não será usado no estudo estatístico dos movimentos de corpos flutuantes, porém, a descrição de sua implementação para simulações em mar irregular será explicada neste capítulo devido a que ajuda no entendimento da implementação do modelo reduzido MDQ em mar irregular. Já o modelo que faz o cálculo direto das ações restaurativas não precisa de uma modelagem especial para simulações em mar irregular, só precisa do perfil exato da onda incidente. Novamente a única diferença entre os três modelos é a modelação das ações restaurativas. A geração da onda incidente aleatória é idêntica nos três modelos. Igualmente nos três modelos será descartada a influência de efeitos de memória fluida nas reações hidrodinâmicas de irradiação (massa adicional e amortecimento), sendo que os efeitos de irradiação serão considerados no período pico de encontro da densidade espectral da onda incidente (como feito em Rodríguez 2010).

3.2 Excitação aleatória

Devido ao fato de que nosso estudo da ressonância paramétrica será um estudo estocástico, precisamos modelar os movimentos do navio como processos estocásticos. Portanto, agora a excitação será dada por uma onda irregular, no lugar de uma onda com uma só frequência de encontro, como foi considerado no capítulo anterior. A metodologia clássica empregada para a simulação de movimentos de navios em mar irregular é a teoria de comportamento em ondas ou *Seakeeping*; onde é assumido que tanto a excitação (mar irregular) como as respostas do navio são processos estocásticos ergódicos e, portanto todas suas propriedades estatísticas podem ser determinadas com uma só realização desses processos. Mas como já foi discutido no primeiro

capítulo, o roll sob condições de ressonância paramétrica não pode ser considerado como um processo estocástico ergódico. Assim, as hipóteses da teoria clássica de *seakeeping* não podem ser consideradas. Porém, a análise espectral (utilizada amplamente na teoria de *seakeeping*) será empregada para gerar realizações da excitação aleatória representada pela onda incidente.

3.2.1 Análise espectral

Segundo a nossa definição do primeiro capítulo, um processo Gaussiano $x(t)$ pode ser definido como a seguinte série temporal:

$$x(t) = \sum_{j=1}^N a_j \cos(\omega_j t + \epsilon_j) \quad (3.1)$$

onde N é o número de componentes, a_j é a amplitude de cada componente, ω_j é a frequência de cada componente e ϵ_j é a fase aleatória comumente distribuída uniformemente entre $[0, 2\pi]$ (ou $[-\pi, \pi]$) para cada componente da série. Fazendo uma decomposição em frequência (análise de Fourier) do processo $x(t)$, e empregando o teorema de Parseval, lembrando que $x(t)$ é um processo estacionário, pode-se associar para cada componente harmônica do processo aleatório Gaussiano $x(t)$ o espectro de energia (ver Figura 3.1) como:

$$P_{\omega_j} = \sigma_{\omega_j}^2 \quad (3.2)$$

Por outro lado se fazemos o cálculo da função de auto correlação temporal de cada componente de frequência do processo $x(t)$ temos que:

$$R_{\omega_j}(0) = E[\zeta(t)\zeta(t+0)] = \sigma_{\omega_j}^2 = \frac{a_j^2}{2} \quad (3.3)$$

Assim pode ser definida a densidade de energia espectral (comumente chamada só de espectro) como:

$$S(\omega_j) = \frac{a_j^2}{2\Delta\omega} \quad (3.4)$$

Assim temos que para toda a faixa de frequências que:

$$\sigma_X^2 \approx \sum_{j=1}^N S(\omega_j) \Delta\omega_j \approx \sum_{j=1}^N \frac{1}{2} a_j^2 \quad (3.5)$$

Ou na forma integral

$$\sigma_X^2 = \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega \quad (3.6)$$

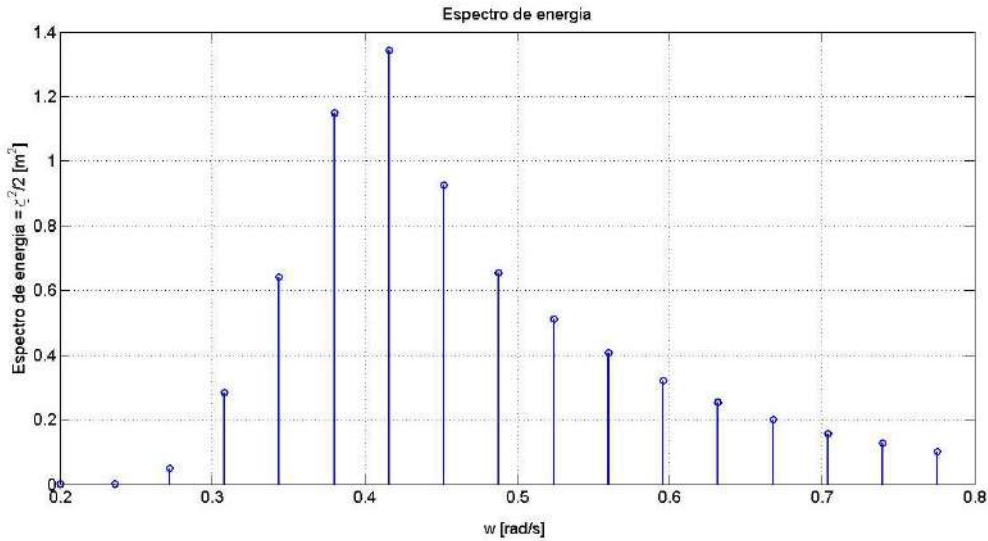


Figura 3.1 Espectro de energia do processo $x(t)$.

Da Equação 3.4 pode-se definir a amplitude de cada componente de frequência do processo $x(t)$ como:

$$a_j = \sqrt{2S(\omega_j) \Delta\omega_j} \quad (3.7)$$

Ainda mais, define-se o n -ésimo momento espectral como:

$$m_n = \int_0^{\infty} \omega^n S(\omega) d\omega \quad (3.8)$$

Além disso, o espectro deve ser definido na frequência de encontro. Pelo fato da energia nas faixas $d\omega$ e $d\omega_e$ ser a mesma, temos que:

$$S_{\zeta}(\omega_e) \cdot d\omega_e = S_{\zeta}(\omega) \cdot d\omega \quad (3.9)$$

Assim, o espectro na frequência de encontro fica definido como:

$$S_{\zeta}(\omega_e) = \frac{S_{\zeta}(\omega)}{\left(\frac{d\omega_e}{d\omega}\right)} \quad (3.10)$$

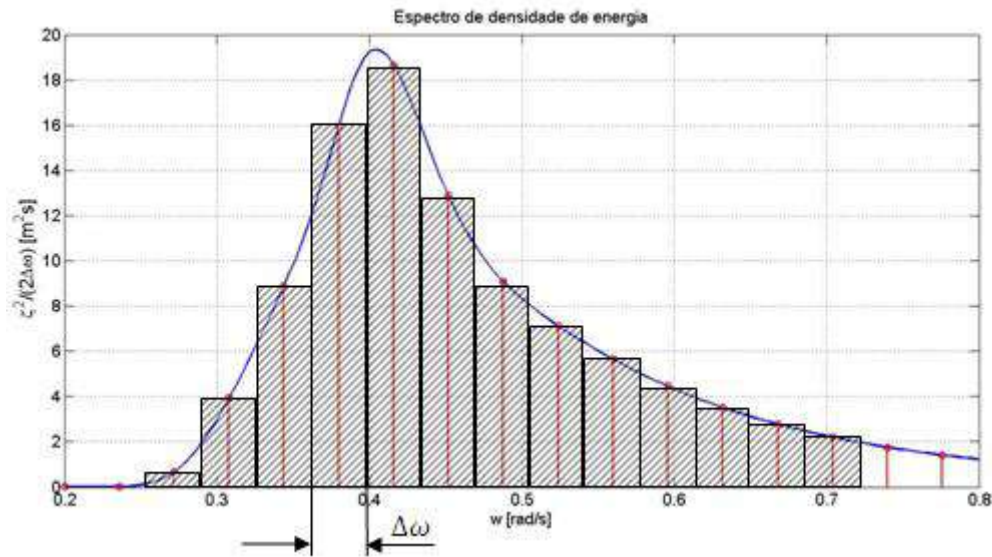


Figura 3.2 Densidade de energia espectral do processo $x(t)$.

3.2.2 Simulação de onda

Se forem conhecidas as condições ambientais na operação de um navio, pode ser determinado o espectro que melhor represente o estado do mar. Numa análise de Fourier podem ser obtidas as amplitudes das N componentes de frequência, ver Figura 3.3. Assim, temos que a onda incidente pode ser representada aproximadamente segundo a Equação 3.1 como:

$$\zeta(X, t) = \sum_{i=1}^N \zeta_i \cos(kX - \omega_i t + \epsilon_i) \quad (3.11)$$

Uma característica importante do sinal gerado pela Equação 3.11 pode ser avaliada via a função de auto-correlação temporal, ver Figura 3.4. Devido ao número finito de componentes N que são empregadas para a simulação, o processo gerado jamais poderá ser um processo completamente aleatório, depois de um determinado tempo de simulação o processo começará a ser repetido, o que é conhecido como repetibilidade. Já que a função de auto-correlação nos diz o grau de correlação entre os dados da série temporal, ela nos serve para determinar qual é o tempo

de simulação mínimo que não apresenta repetibilidade. Na Figura 3.4, pode-se notar que a série gerada com 50 componentes apresenta o fenômeno de repetibilidade com um tempo de simulação aleatório válido aproximadamente de 180 segundos, já a série gerada com 200 componentes tem um tempo de simulação aleatório válido maior que 600 segundos. O período da repetibilidade pode ser achado aproximadamente como, ver Belenky (2011):

$$t_R = \frac{2\pi}{\Delta\omega} \quad (3.12)$$

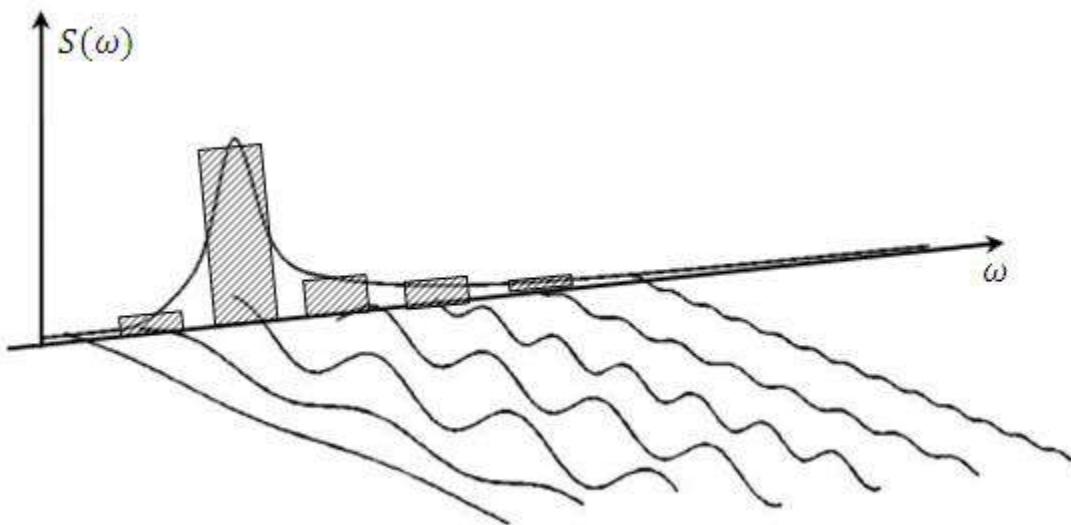


Figura 3.3 Geração das componentes de frequência a partir dum espectro.

Além do fenômeno de repetibilidade, deve ser considerado que normalmente um estado de mar tem uma duração aproximadamente entre três a cinco horas. Assim, temos que para que as ondas do mar geradas sejam consideradas como processos estocásticos estacionários no curto prazo, não poderão ultrapassar esse tempo estabelecido. Da análise da função de auto-correlação se obtém que deverão ser consideradas um mínimo de 3100 componentes de frequência (considerando uma faixa de frequências entre 0.2 a 2 radianos, o que dá $\Delta\omega \approx 5.8 \times 10^{-4}$) para evitar o fenômeno de repetibilidade em uma simulação de mar de duração de três horas.

É comum tentar evitar o fenômeno de repetibilidade empregando frequências não uniformemente distribuídas; porém segundo o autor Belenky em Neves et al. (2011), a função de auto-correlação calculada empregando frequências distribuídas não uniformemente apresenta um

incremento de amplitude não desprezível. Na Figura 3.5 se mostra esse efeito num sinal gerado a partir de 200 frequências. Devido a esse fenômeno, neste trabalho serão empregadas frequências distribuídas uniformemente.

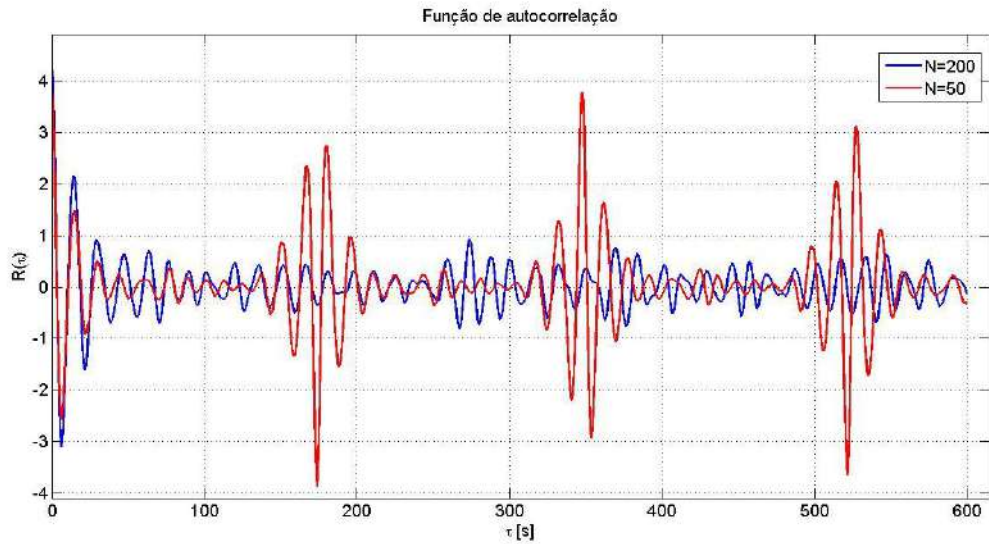


Figura 3.4 Função de auto-correlação de duas realizações com 50 e 200 componentes de frequência.

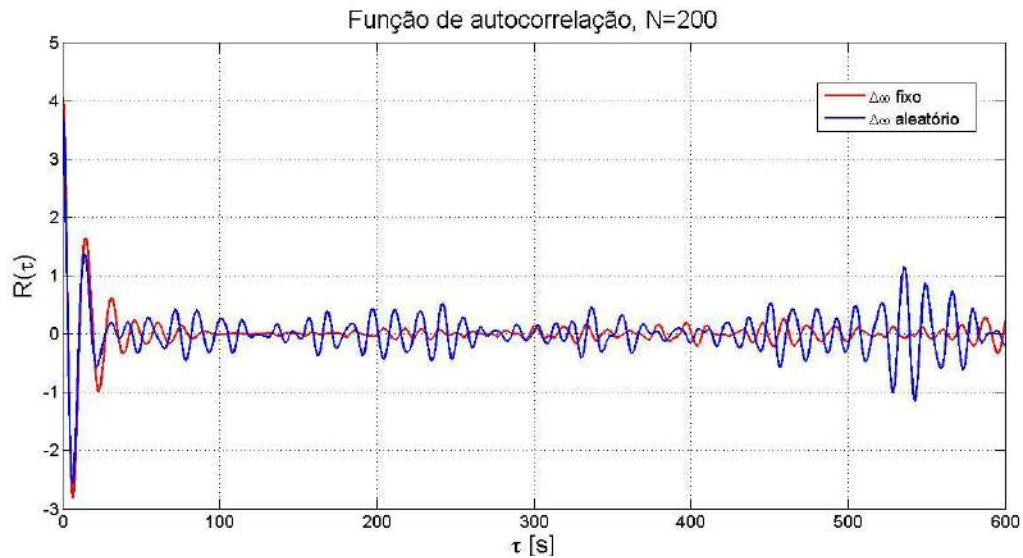


Figura 3.5 Função de auto-correlação calculada com frequências distribuídas uniformemente e aleatoriamente

3.3. Modelo derivativo linearmente dependente da passagem da onda (MDL)

A metodologia para gerar uma realização dos processos estocásticos de heave, roll e pitch mistura os conceitos de operadores de amplitude de força (RAO's de força) com a solução de equações diferenciais no domínio do tempo, vide Rodríguez (2010). Da análise de sistemas lineares no domínio da frequência (ver St. Denis e Pierson 1953), temos que podemos relacionar a resposta aleatória X de um corpo sob excitação aleatória estacionária ergódica mediante o operador de resposta linear $RAO_X(\omega_e)$:

$$S_X(\omega_e) = |RAO_X(\omega_e)|^2 S_\zeta(\omega_e) \quad (3.13)$$

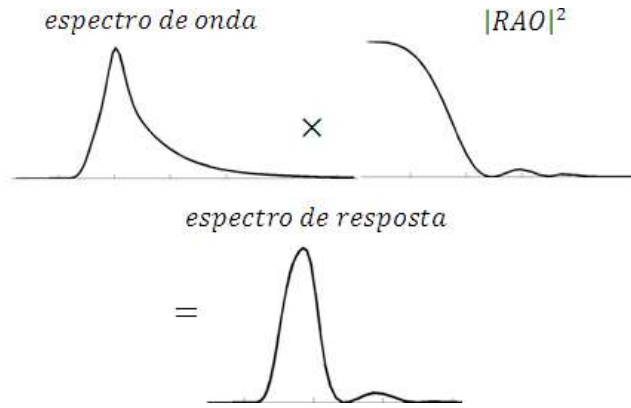


Figura 3.6 Cruzamento do espectro de excitação com o operador de resposta de um sistema linear.

Analogamente, pode-se associar mediante um operador de amplitude à excitação e às forças de restauração de onda. Para o caso do roll teremos:

$$S_{K_{\zeta\phi}}(\omega_e) = |RAO_{K_{\zeta\phi}}(\omega_e)|^2 S_\zeta(\omega_e)$$

$$S_{K_{\zeta\zeta\phi}}(\omega_e) = |RAO_{K_{\zeta\zeta\phi}}(\omega_e)|^2 S_\zeta(\omega_e)$$

$$S_{K_{\zeta\phi\theta}}(\omega_e) = |RAO_{K_{\zeta\phi\theta}}(\omega_e)|^2 S_\zeta(\omega_e)$$

onde os operadores de respostas das ações de restauração devido à passagem da onda $RAO_{K_{\zeta\phi}}(\omega_e)$, $RAO_{K_{\zeta\zeta\phi}}(\omega_e)$, $RAO_{K_{\zeta\zeta\phi}}(\omega_e)$ e $RAO_{K_{\zeta\phi\theta}}(\omega_e)$ são levantados a partir do cálculo das derivadas $K_{\zeta\phi}$, $K_{\zeta\zeta\phi}$, $K_{\zeta\zeta\phi}$ e $K_{\zeta\phi\theta}$ em distintas frequências. A mesma relação pode ser

elaborada para as forças e momentos de heave e pitch. Assim séries temporais das ações restaurativas devido ao potencial de onda incidente podem ser geradas a partir dos espectros destas ações. O procedimento para a geração das séries temporais das forças de excitação e de restauração é similar ao procedimento de geração de realizações das respostas de um sistema linear sob excitação aleatória ergódica. O procedimento é o seguinte:

- a) Determinação do espectro de mar e seleção de N componentes de frequência. Geração de fases aleatórias uniformemente distribuídas para cada componente de frequência.
- b) Cruzar os RAO's dos coeficientes com o espectro de onda para obter os espectros dos coeficientes. Na Figura 3.7 se mostra o espectro do coeficiente $K_{z\phi}(\omega_e)$

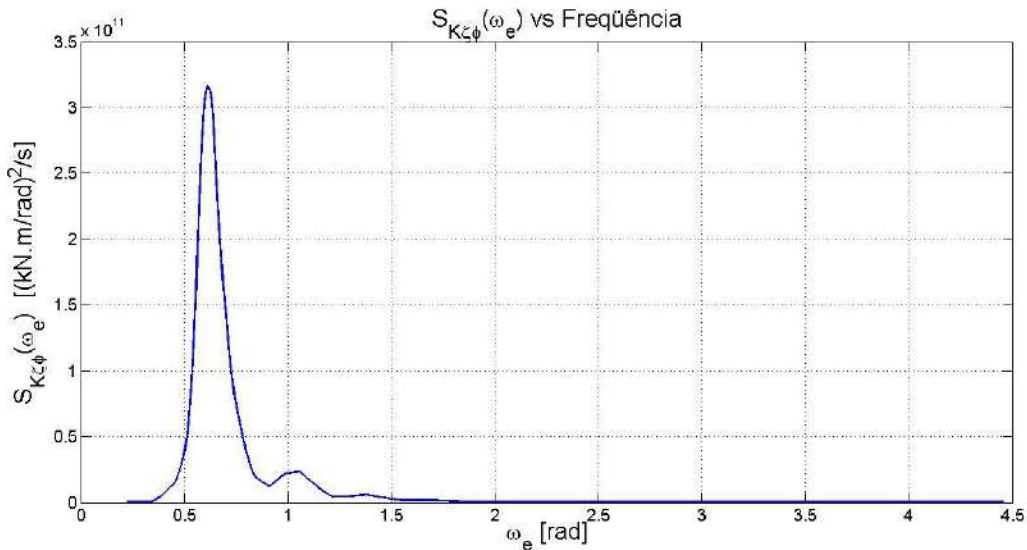


Figura 3.7 Espectro do coeficiente $K_{z\phi}(\omega_e)$.

- c) Fazer uma análise de Fourier para determinar as amplitudes de cada componente de frequência do processo estocástico que representa as forças devido à passagem da onda. Na Figura 3.8 mostra-se as amplitudes $K_{z\phi j}$ de cada componente de frequência do processo estocástico $K_{z\phi}(t)$.
- d) Finalmente, gerar realizações dos processos estocásticos de todas as forças dependentes da passagem da onda segundo a Equação 3.1. No caso de $K_{z\phi}$ teremos:

$$K_{z\phi}(t) = \sum_{j=1}^N A_{w_j} K_{z\phi}(\omega_j) \cos(\omega_{e_j} t + \epsilon_{z\phi_j}) \quad (3.14)$$

onde

$$K_{z\phi_j} = A_{w_j} K_{z\phi}(\omega_j)$$

sendo que $\epsilon_{z\phi_j}$ é a fase aleatória em cada frequência, que é o resultado da soma entre a fase aleatória da excitação e a fase da derivada $K_{z\phi}$ na frequência ω_j . Nas Figuras 3.9 e 3.10 mostram-se uma simulação do processo estocástico $K_{z\phi}(t)$ e sua densidade de probabilidade, respectivamente. Pode-se notar que a densidade de distribuição de probabilidade do processo $K_{z\phi}(t)$ se aproxima da distribuição Gaussiana. Isso devido a que a Equação 3.14 satisfaz o teorema do limite central.

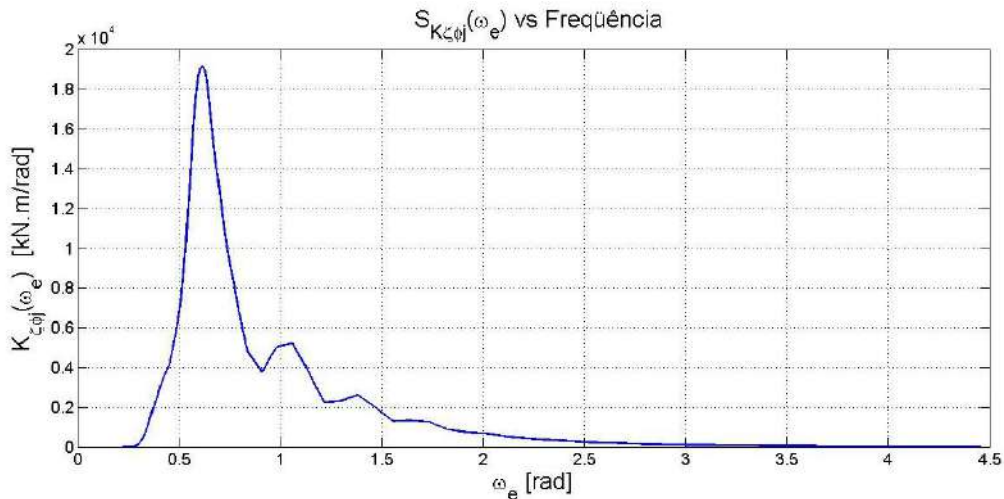


Figura 3.8 Amplitudes $K_{z\phi_j}(\omega_e)$ de cada componente de frequência do processo estocástico $K_{z\phi}(t)$.

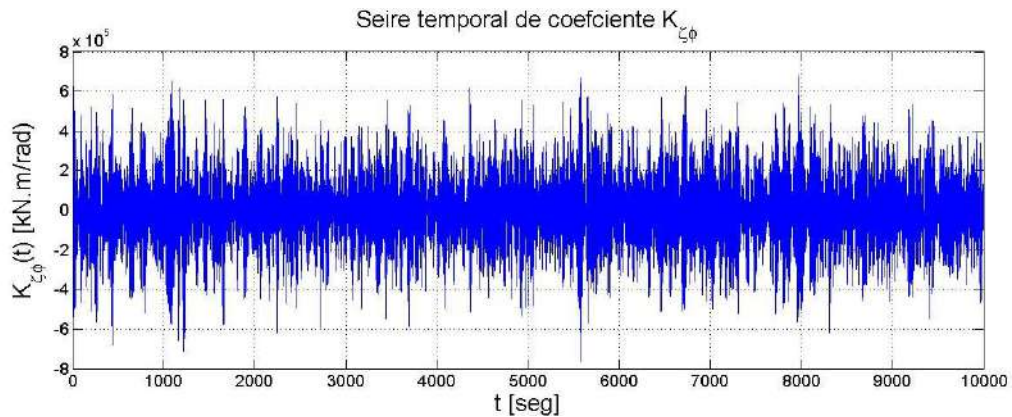


Figura 3.9 Realização do processo estocástico $K_{z\phi}(t)$.

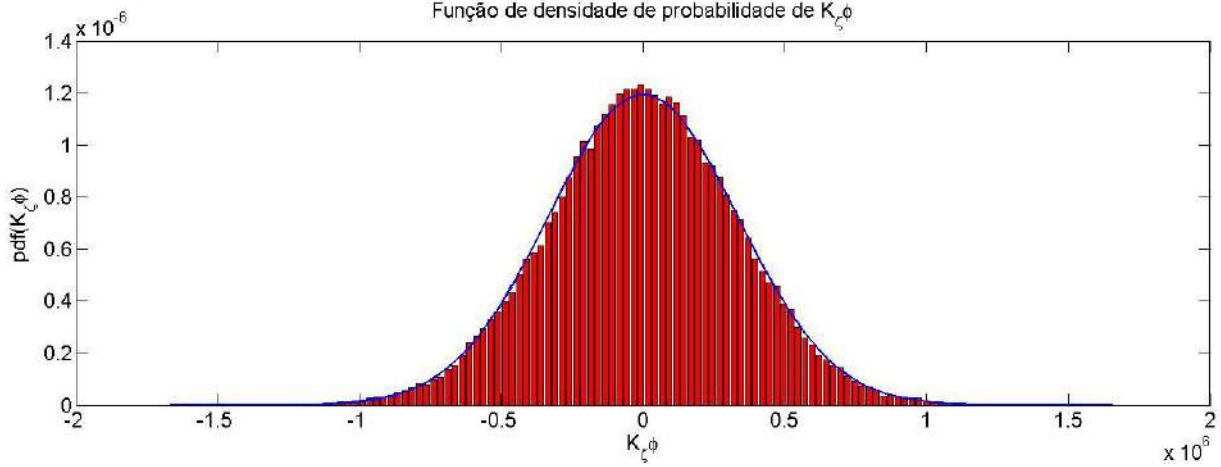


Figura 3.10 pdf de uma realização do processo estocástico $K_{\zeta\phi}(t)$.

Finalmente, pode-se resolver as equações do movimento no domínio do tempo substituindo os coeficientes de força temporais pelos processos estocásticos calculados nas Equações 2.50, 2.51 e 2.52. Assim as equações de movimento ficam, quando definidas para os três graus de liberdade considerados, como:

$$\begin{aligned}
 (m + A_{33})\ddot{z} + A_{35}\ddot{\theta} + B_{33}\dot{z} + B_{35}\dot{\theta} + Z_z z + z_\theta \theta + \frac{1}{2}Z_{zz}z^2 + \frac{1}{2}Z_{\phi\phi}\phi^2 + \frac{1}{2}Z_{\theta\theta}\theta^2 + Z_{z\theta}z\theta & \quad (3.15) \\
 + \frac{1}{6}Z_{zzz}z^3 + \frac{1}{2}Z_{zz\theta}z^2\theta + \frac{1}{2}Z_{\phi\phi z}\phi^2z + \frac{1}{2}Z_{\phi\phi\theta}\phi^2\theta + \frac{1}{2}Z_{\theta\theta z}\theta^2z & \\
 + \frac{1}{6}Z_{\theta\theta\theta}\theta^3 + \sum_{j=1}^N Z_{\zeta z_j} \cos(\omega_j t + \epsilon_{\zeta z_j})z + \sum_{j=1}^N Z_{\zeta\theta_j} \cos(\omega_j t + \epsilon_{\zeta\theta_j})\theta & \\
 + \sum_{j=1}^N Z_{\zeta\zeta z_j} z + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N Z_{\zeta z z_j} \cos(\omega_j t + \epsilon_{\zeta z z_j}) z^2 & \\
 + \sum_{j=1}^N Z_{\zeta z\theta_j} \cos(\omega_j t + \epsilon_{\zeta z\theta_j}) z\theta + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N Z_{\zeta\phi\phi_j} \cos(\omega_j t + \epsilon_{\zeta\phi\phi_j}) \phi^2 & \\
 + \sum_{j=1}^N Z_{\zeta\zeta\theta_j} \theta + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N Z_{\zeta\theta\theta_j} \cos(\omega_j t + \epsilon_{\zeta\theta\theta_j}) \theta^2 & \\
 = \sum_{j=1}^N Z_{exc_j} \cos(\omega_j t + \epsilon_{z_j}) &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (I_{xx} + A_{44})\ddot{\phi} + B_{14}\dot{\phi} + B_{24}\phi|\dot{\phi}| + K_{\phi}\phi + K_{z\phi} + K_{\phi\theta}\phi\theta + \frac{1}{2}K_{zz}z^2\phi + \frac{1}{6}K_{\phi\phi\phi}\phi^3 \\
& + \frac{1}{2}K_{\theta\theta\phi}\theta^2\phi + K_{z\phi\theta}z\phi\theta \sum_{j=1}^N K_{\zeta\phi_j} \cos(\omega_j t + \epsilon_{\zeta\phi_j})\phi + \sum_{j=1}^N K_{\zeta\zeta\phi_j}\phi \\
& + \sum_{j=1}^N K_{\zeta z\phi_j} \cos(\omega_j t + \epsilon_{\zeta z\phi_j})z\phi + \sum_{j=1}^N K_{\zeta\phi\theta_j} \cos(\omega_j t + \epsilon_{\zeta\phi\theta_j})\phi\theta \\
& = \sum_{j=1}^N K_{exc_j} \cos(\omega_j t + \epsilon_{\phi_j})
\end{aligned} \tag{3.16}$$

$$\begin{aligned}
& (I_{yy} + A_{55})\ddot{\theta} + A_{53}\ddot{z} + B_{53}\dot{z} + B_{55}\dot{\theta} + M_z z + M_{\theta}\theta + \frac{1}{2}M_{zz}z^2 + \frac{1}{2}M_{\phi\phi}\phi^2 + \frac{1}{2}M_{\theta\theta}\theta^2 \\
& + M_{z\theta}z\theta + \frac{1}{6}M_{zzz}z^3 + \frac{1}{2}M_{zz\theta}z^2\theta + \frac{1}{2}M_{\phi\phi z}\phi^2 z + \frac{1}{2}M_{\phi\phi\theta}\phi^2\theta \\
& + \frac{1}{2}M_{\theta\theta z}\theta^2 z + \frac{1}{6}M_{\theta\theta\theta}\theta^3 + \sum_{j=1}^N M_{\zeta z_j} \cos(\omega_j t + \epsilon_{\zeta z_j})z \\
& + \sum_{j=1}^N M_{\zeta\theta_j} \cos(\omega_j t + \epsilon_{\zeta\theta_j})\theta + \sum_{j=1}^N M_{\zeta z_j} z \\
& + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N M_{\zeta z z_j} \cos(\omega_j t + \epsilon_{\zeta z z_j})z^2 + \sum_{j=1}^N M_{\zeta z\theta_j} \cos(\omega_j t + \epsilon_{\zeta z\theta_j})z\theta \\
& + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N M_{\zeta\phi\phi_j} \cos(\omega_j t + \epsilon_{\zeta\phi\phi_j})\phi^2 + \sum_{j=1}^N M_{\zeta\zeta\theta_j}\theta \\
& + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N M_{\zeta\theta\theta_j} \cos(\omega_j t + \epsilon_{\zeta\theta\theta_j})\theta^2 = \sum_{j=1}^N M_{exc_j} \cos(\omega_j t + \epsilon_{\theta_j})
\end{aligned} \tag{3.17}$$

O sistema de equações apresentado descreve um modelo em três graus de liberdade, que consegue simular o roll paramétrico em mar irregular. É importante mencionar que esse modelo é aproximadamente 500 vezes mais rápido que os modelos mais acurados onde a integração do volume submerso é feita instantaneamente sobre o volume molhado exato.

3.4 Modelo derivativo não linearmente dependente da passagem da onda (MDQ)

Como foi visto no capítulo anterior é possível ter forças e momentos em frequências em oscilações $n\omega$. Se formos considerar as forças e momentos modeladas até o termo 2ω , teremos que elas serão de segunda ordem, como mostrado na seção 1 do APÊNDICE 3. Assim a análise no domínio da frequência é mais elaborada do que no caso das parcelas de primeira ordem. Na

seção 2 do, APÊNDICE 3, se mostra o tratamento no domínio da frequência das séries temporais não lineares. O resultado é que é possível modelar a parcela de segunda ordem da resposta de um sistema sob excitação aleatória Gaussiana estacionária no domínio do tempo, como dependente da função de transferência de segunda ordem e o espectro da excitação:

$$y_2(t) = \frac{1}{2} \Re \left\{ \sum_{m=1}^R \sum_{n=1}^R H_2(\omega_n, \omega_m) e^{j(\omega_n + \omega_m)t - j(\epsilon(\omega_n) + \epsilon(\omega_m))} \sqrt{2S_X(\omega_n)2S_X(\omega_m)\Delta\omega_n\Delta\omega_m} \right\} + \frac{1}{2} \Re \left\{ \sum_{m=1}^R \sum_{n=1}^R H_2(\omega_n, -\omega_m) e^{j(\omega_n - \omega_m)t - j(\epsilon(\omega_n) - \epsilon(\omega_m))} \sqrt{2S_X(\omega_n)2S_X(\omega_m)\Delta\omega_n\Delta\omega_m} \right\} \quad (3.18)$$

onde a função de transferência de segunda ordem foi definida pela seguinte expressão complexa:

$$H_2(\omega_1, \omega_2) = |H_2(\omega_1, \omega_2)| e^{j\varphi(\omega_1, \omega_2)} \quad (3.19)$$

onde (ω_1, ω_2) é o espaço cartesiano da frequência, $\varphi(\omega_1, \omega_2)$ é a fase da função de transferência de segunda ordem, e $\epsilon(\omega_n)$ representa a fase aleatória da excitação na frequência ω_n . No caso de $n = m$ teremos um termo no dobro da frequência de excitação $2\omega_1$ e outro termo constante decorrente de $(\omega_n - \omega_m)t$. Já no caso de $n \neq m$ teremos termos de intermodulação. A função de transferência de segunda ordem $H_2(\omega_1, \omega_2)$ pode ser achada em sua totalidade pelo método da “sondagem”, como descrito no APÊNDICE 3. Assim o perfil de onda e a pressão devem ser definidos como:

$$\zeta(x, t) = \sum_{i=1}^{N=2} \zeta_i \cos(k_i x - \omega_i t) \quad (3.20)$$

$$p(x, z, t) = -\rho g z(t) + \sum_{i=1}^{N=2} \zeta_i \cos(k_i x - \omega_i t) e^{k_i z(t)} \quad (3.21)$$

A Figura 3.11 mostra o momento de Froude-Krylov de roll computado empregando-se as expressões descritas acima para $T_1 = 10s$ e $T_2 = 12s$ para a geometria do navio NTU com uma banda.

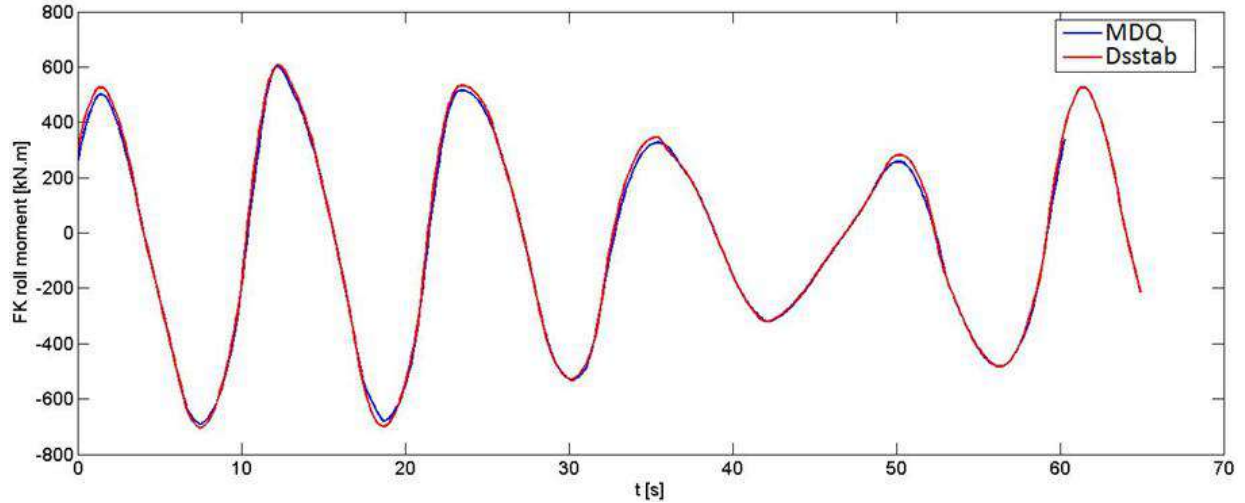


Fig. 3.11 Série temporal do momento de Froude-Krylov para uma sonda com duas frequências ω_1 e ω_2 .

Do APÊNDICE 3, a parcela permanente de segunda ordem de uma resposta pode ser expressa como:

$$\begin{aligned}
 FK_{roll,2}(t) = & \zeta_1^2 H(\omega_1, -\omega_1) + \zeta_2^2 H(\omega_2, -\omega_2) \\
 & + 4\zeta_1\zeta_2 |H(-\omega_1, \omega_2)| \cos[(\omega_2 - \omega_1)t + \varphi_{-1,2}] \\
 & + 4\zeta_1\zeta_2 |H(\omega_1, \omega_2)| \cos[(\omega_1 + \omega_2)t + \varphi_{1,2}] \\
 & + 2\zeta_1^2 |H(\omega_1, \omega_1)| \cos[(2\omega_1)t + \varphi_{1,1}] \\
 & + 2\zeta_2^2 |H(\omega_2, \omega_2)| \cos[(2\omega_2)t + \varphi_{2,2}]
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

Empregando-se análise de Fourier podem ser determinados os coeficientes da Equação 3.22 a partir da série temporal do momento de roll. Porém antes devem ser definidas as seguintes constantes, n_{sum} e n_{diff} :

$$n_{sum}\omega t = (\omega_1 + \omega_2)t$$

$$n_{diff}\omega t = (\omega_1 - \omega_2)t$$

Elas podem ser obtidas segundo:

$$n_{sum} = \frac{(T_1 + T_2)lcm(\omega_1, \omega_2)}{T_1 T_2} \tag{3.23}$$

$$n_{diff} = \frac{(T_2 - T_1)lcm(\omega_1, \omega_2)}{T_1 T_2} \tag{3.24}$$

Lembrando-se que:

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}, \text{ e } \omega_2 = \frac{2\pi}{T_2}$$

onde ω é a frequência total da série temporal que pode ser achada do mínimo múltiplo comum dos períodos das duas ondas incidentes T_1 e T_2 ou $lcm(T_1, T_2)$ (do inglês *least common multiple*). Problemas apresentam-se quando T_1 é maior que T_2 na Equação 3.24. Isto pode ser resolvido conhecendo as propriedades de simetria das funções de transferência. Para uma função de transferência linear, a sua propriedade de simetria estabelece que:

$$H_1(-\omega_1) = H_1^*(\omega_1)$$

Onde H_1^* é a conjugada da função de transferência complexa linear H_1 . O equivalente para a função de transferência de segunda ordem é:

$$H_2(-\omega_1, \omega_2) = H_2^*(\omega_1, -\omega_2)$$

$$H_2(-\omega_1, -\omega_2) = H_2^*(\omega_1, \omega_2)$$

onde H_2^* é o conjugado da função de transferência complexa de segunda ordem H_2 . Sendo que trocando as frequências ω_1 e ω_2 produzirá o mesmo perfil de onda e portanto as forças e momentos serão os mesmos, pode-se assumir que as funções de transferências serão todas simétricas. Devido à complexidade de tratar com os termos de intermodulação, será tomada como hipótese que os termos principais da função de transferência de segunda ordem estão na diagonal principal, ou seja quando $n = m$, ou segundo a Equação 3.18 teremos:

$$FK_{roll,2}(t) = \sum_{n=1}^R H_{2_roll}(\omega_n, -\omega_n) \zeta_n \zeta_n + \sum_{n=1}^R H_{2_roll}(\omega_n, \omega_n) \zeta_n \zeta_n \cdot \cos(2\omega_n t - 2\epsilon(\omega_n)) \quad (3.25)$$

Deve ser mencionado que numericamente o termo $H_{2_roll}(\omega_n, -\omega_n) \zeta_n \zeta_n$ é levantado diretamente como um único valor. Sendo que $H_{2_roll}(\omega_n, -\omega_n)$ poderia ser achado dividindo pelo termo conhecido $\zeta_n \zeta_n$. O descrito anteriormente acontece também com o termo $H_{2_roll}(\omega_n, \omega_n) \zeta_n \zeta_n$. Ou seja, esses termos podem ser substituídos, assim:

$$FK_{roll,2}(t) = \sum_{n=1}^R \hat{H}_{2_roll}(\omega_n, -\omega_n) + \sum_{n=1}^R \hat{H}_{2_roll}(\omega_n, \omega_n) \cdot \cos(2\omega_n t - 2\epsilon(\omega_n)) \quad (3.26)$$

onde

$$\hat{H}_{2_roll}(\omega_n, -\omega_n) = H_{2_roll}(\omega_n, -\omega_n)\zeta_n\zeta_n$$

$$\hat{H}_{2_roll}(\omega_n, \omega_n) = H_{2_roll}(\omega_n, \omega_n)\zeta_n\zeta_n$$

Fazendo o mesmo procedimento da seção 2.4.3 do capítulo anterior, pode-se achar a função de transferência de segunda ordem dependente do ângulo do roll. Assim:

$$\hat{H}_{2_roll}(\omega_n, -\omega_n, \phi) = \frac{\partial \hat{H}_{2_roll}(\omega_n, -\omega_n)}{\partial \phi} \phi + \frac{\partial^2 \hat{H}_{2_roll}(\omega_n, -\omega_n)}{\partial \phi^2} \phi^2 + \dots$$

$$\hat{H}_{2_roll}(\omega_n, \omega_n, \phi) = \frac{\partial \hat{H}_{2_roll}(\omega_n, \omega_n)}{\partial \phi} \phi + \frac{\partial^2 \hat{H}_{2_roll}(\omega_n, \omega_n)}{\partial \phi^2} \phi^2 + \dots$$

Será considerado que as derivadas descritas acima são as mesmas que as derivadas achadas na seção 2.4.3, do capítulo anterior:

$$\tilde{K}_{\zeta\phi 0}(\omega_n) = -\frac{\partial \hat{H}_{2_roll}(\omega_n, -\omega_n)}{\partial \phi} \quad (3.27)$$

$$\tilde{K}_{\zeta\zeta\phi}(\omega_n) = -\frac{\partial \hat{H}_{2_roll}(\omega_n, \omega_n)}{\partial \phi} \quad (3.28)$$

e teremos que:

$$FK_{roll,2}(t) = \sum_{n=1}^R \tilde{K}_{\zeta\phi 0}(\omega_n, \zeta_n) \phi + \sum_{n=1}^R \tilde{K}_{\zeta\zeta\phi}(\omega_n, \zeta_n) \cdot \cos(2\omega_n t - 2\epsilon(\omega_n)) \phi \quad (3.29)$$

onde

$$\tilde{K}_{\zeta\phi 0}(\omega_n, \zeta_n) = \tilde{K}_{\zeta\phi 0}(\omega_n)\zeta_n\zeta_n$$

$$\tilde{K}_{\zeta\zeta\phi}(\omega_n, \zeta_n) = \tilde{K}_{\zeta\zeta\phi}(\omega_n)\zeta_n\zeta_n$$

Já a realização do termo oscilatório na frequência de excitação ω_n ficará semelhante aos termos descritos na seção anterior:

$$FK_{roll,1}(t) = \sum_{n=1}^R \tilde{K}_{\zeta\phi}(\omega_n, \zeta_n) \cos(\omega_n t + \epsilon(\omega_n)) \phi \quad (3.30)$$

onde

$$\tilde{K}_{\zeta\zeta\phi}(\omega_n, \zeta_n) = \tilde{K}_{\zeta\phi}(\omega_n) \zeta_n$$

Novamente o termo $\tilde{K}_{\zeta\phi}(\omega_n) \zeta_n$ é calculado numericamente como um único valor.

Nas Figuras 3.12 e 3.13 mostram-se as derivadas da função de transferência de segunda ordem $\frac{\partial \hat{H}_{2_roll}(\omega_n, \omega_m)}{\partial \phi}$ e $\frac{\partial \hat{H}_{2_roll}(\omega_n, -\omega_m)}{\partial \phi}$ (incluindo os termos de intermodulação, onde $n \neq m$) do portacontentor NTU, calculadas usando o método do “sondagem” empregando unicamente combinações entre os períodos de 3 a 32 segundos. Da Figura 3.12 pode-se concluir que os termos principais da função de transferência de segunda ordem $\hat{H}_{2_roll}(\omega_n, \omega_m)$ estão efetivamente na diagonal principal. Na Figura 3.13 a diagonal principal representa os termos constantes independentes do tempo, os quais também são significativamente maiores que os termos de intermodulação. As outras diagonais na Figura 3.13 representam os termos oscilatórios na frequência de excitação, ou $n = 2m$.

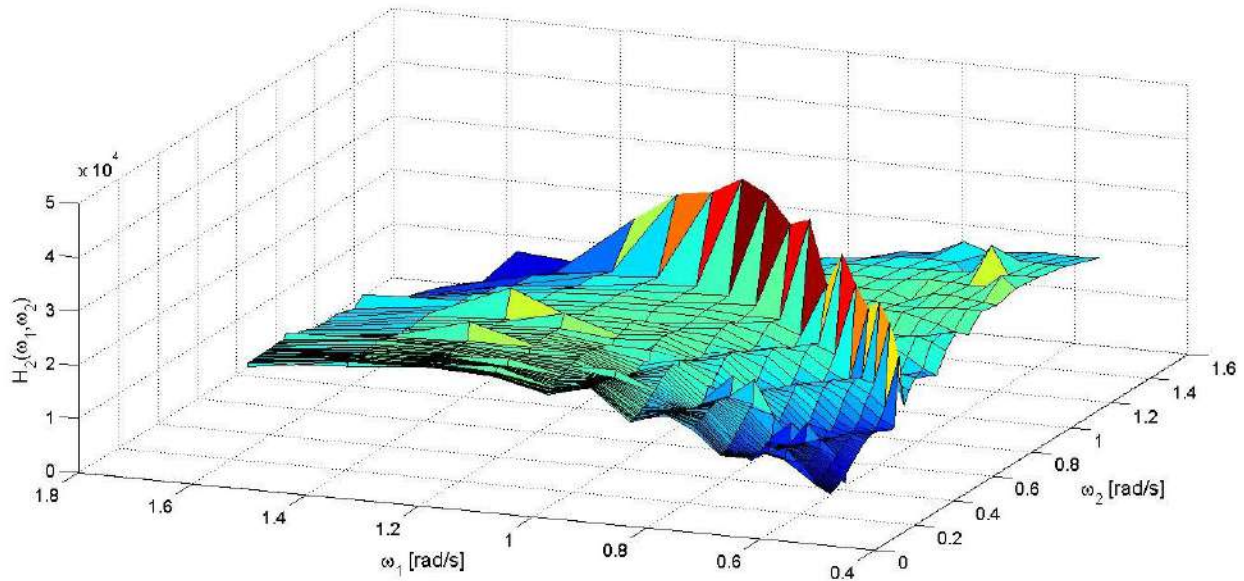


Fig. 3.12 Superfície $\frac{\partial \hat{H}_{2_roll}(\omega_n, \omega_m)}{\partial \phi}$.

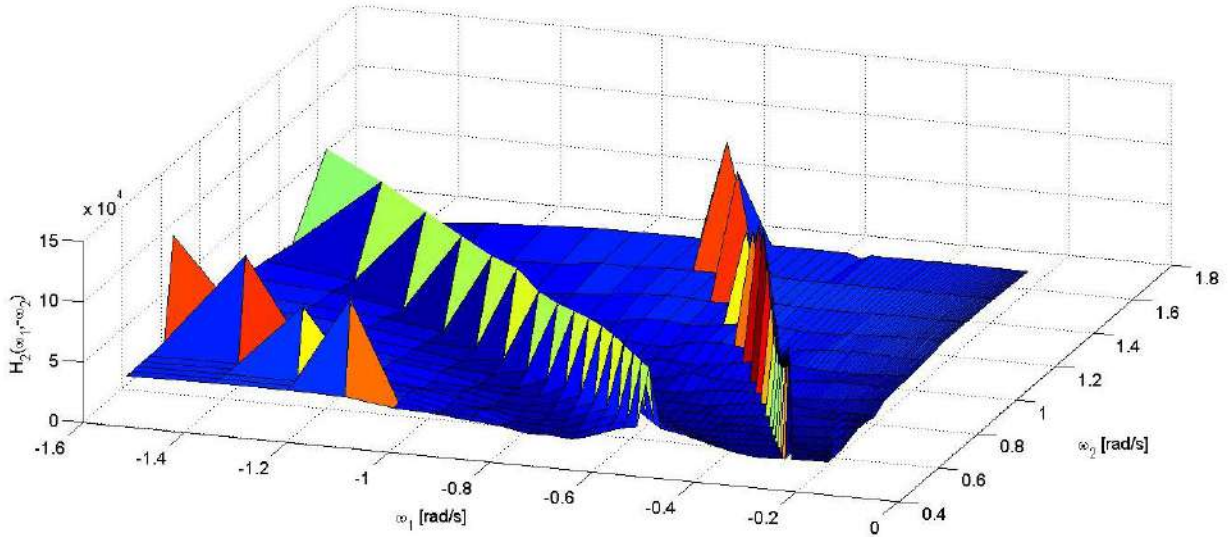


Fig. 3.13 Superfície $\frac{\partial \hat{H}_{2,roll}(\omega_n, -\omega_m)}{\partial \phi}$.

Das Figuras 3.12 e 3.13 pode-se confirmar as hipóteses estabelecidas anteriormente referentes às funções de transferência de segunda ordem das ações devido ao potencial de onda incidente. Além disso, superpondo a derivada $\tilde{K}_{\zeta\zeta\phi}$ (obtida no capítulo anterior e representada em amarelo na Figura 3.14) na superfície $\frac{\partial \hat{H}_{2,roll}(\omega_n, \omega_m)}{\partial \phi}$, pode-se chegar à conclusão que a Equação 3.28 é satisfeita (ver Figura 3.14). Superpondo a derivada $\tilde{K}_{\zeta\phi_0}$ na superfície $\frac{\partial \hat{H}_{2,roll}(\omega_n, -\omega_m)}{\partial \phi}$ chega-se à mesma conclusão para a Equação 3.27.

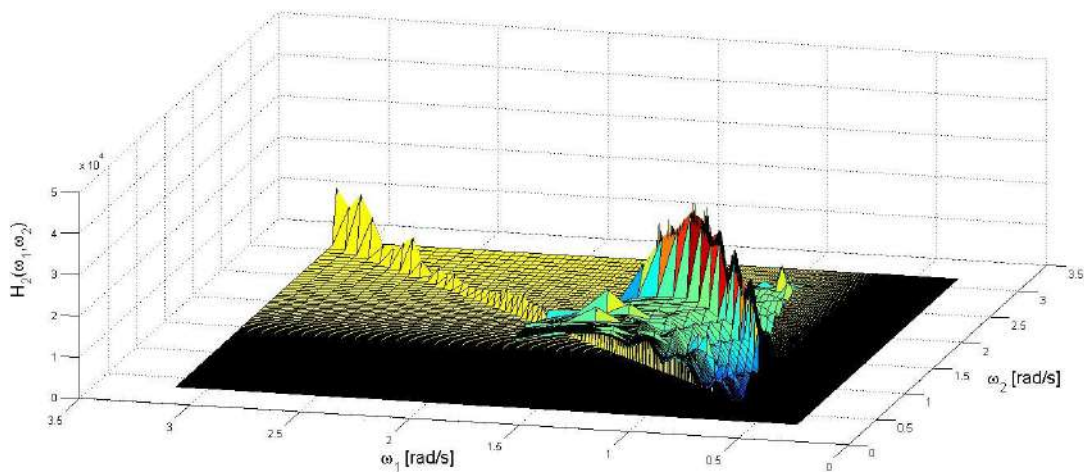


Fig. 3.14 Superfície $\frac{\partial \hat{H}_{2,roll}(\omega_n, \omega_m)}{\partial \phi}$ vs derivada $\tilde{K}_{\zeta\zeta\phi}(\omega_n)$.

Na Figura 3.15, mostram-se simulações dos processos estocásticos $\tilde{K}_{\zeta\zeta\phi}(t)$ e $\tilde{K}_{\zeta\phi}(t)$, dados pelas Equações 3.29 e 3.30, respectivamente. Note-se que a magnitude da realização de $\tilde{K}_{\zeta\zeta\phi}(t)$ é consideravelmente menor que a realização de $\tilde{K}_{\zeta\phi}(t)$, conforme o esperado para uma grandeza de segunda ordem (dado que $\tilde{K}_{\zeta\phi}(t)$ é uma grandeza de primeira ordem). Na Figura 3.16 mostra-se o levantamento da pdf da realização de $\tilde{K}_{\zeta\zeta\phi}(t)$ da Figura 3.15. A pdf da Figura 3.16 corresponde a uma distribuição Gaussiana. Isto concorda com a definição de $\tilde{K}_{\zeta\zeta\phi}(t)$ pela Equação 3.29, que satisfaz o teorema do limite central.

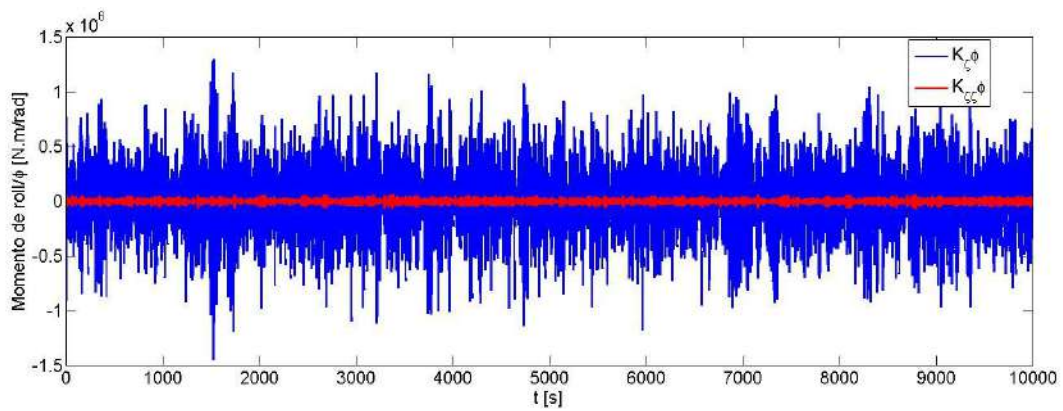


Figura 3.15 Realização dos processos estocásticos $\tilde{K}_{\zeta\zeta\phi}(t)$ e $\tilde{K}_{\zeta\phi}(t)$.

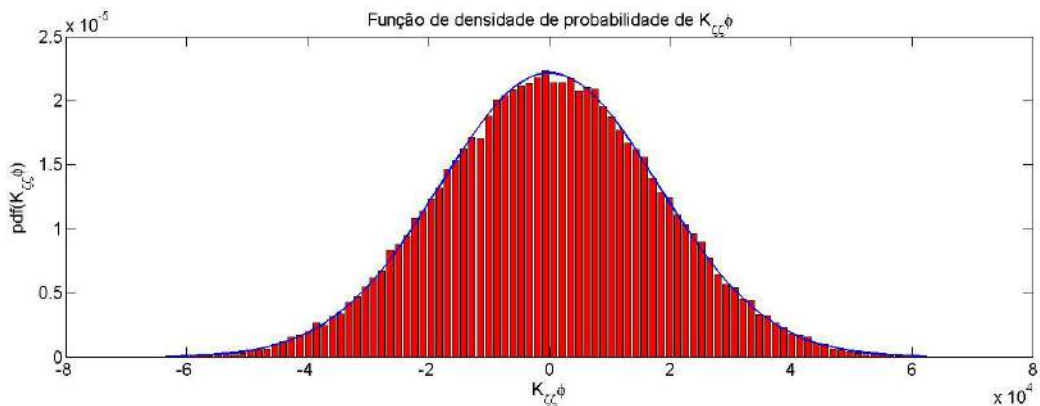


Figura 3.16 pdf duma realização do processo estocástico $\tilde{K}_{\zeta\zeta\phi}(t)$.

O procedimento descrito nesta seção pode ser empregado para achar todos os processos estocásticos das ações restaurativas devido à passagem da onda no modelo MDQ descrito no capítulo anterior. Assim, substituindo os coeficientes de força temporais pelos processos

estocásticos das ações restaurativas devido à passagem da onda nas Equações 2.53, 2.54 e 2.55, teremos as equações de movimento em condições estocásticas dadas como:

$$\begin{aligned}
& (m + A_{33})\ddot{z} + A_{35}\ddot{\theta} + B_{33}\dot{z} + B_{35}\dot{\theta} + Z_z z + z_\theta \theta + \frac{1}{2}Z_{zz}z^2 + \frac{1}{2}Z_{\phi\phi}\phi^2 + \frac{1}{2}Z_{\theta\theta}\theta^2 \\
& + Z_{z\theta}z\theta + \frac{1}{6}Z_{zzz}z^3 + \frac{1}{2}Z_{zz\theta}z^2\theta + \frac{1}{2}Z_{\phi\phi z}\phi^2z + \frac{1}{2}Z_{\phi\phi\theta}\phi^2\theta \\
& + \frac{1}{2}Z_{\theta\theta z}\theta^2z + \frac{1}{6}Z_{\theta\theta\theta}\theta^3 + \sum_{n=1}^R \tilde{Z}_{\zeta z 0}(\omega_n, \zeta_n)z \\
& + \sum_{n=1}^R \tilde{Z}_{\zeta z}(\omega_n, \zeta_n)\cos(\omega_n t + \epsilon(\omega_n))z \\
& + \sum_{n=1}^R \tilde{Z}_{\zeta \zeta z}(\omega_n, \zeta_n) \cdot \cos(2\omega_n t - 2\epsilon(\omega_n))z + \sum_{n=1}^R \tilde{Z}_{\zeta \theta 0}(t)(\omega_n, \zeta_n)\theta \\
& + \sum_{n=1}^R \tilde{Z}_{\zeta \theta}(\omega_n, \zeta_n)\cos(\omega_n t + \epsilon(\omega_n))\theta \\
& + \sum_{n=1}^R \tilde{Z}_{\zeta \zeta \theta}(t)(\omega_n, \zeta_n) \cdot \cos(2\omega_n t - 2\epsilon(\omega_n))\theta + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^R \tilde{Z}_{\zeta z z 0}(\omega_n, \zeta_n)z^2 \\
& + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^R \tilde{Z}_{\zeta z z}(t)(\omega_n, \zeta_n)\cos(\omega_n t + \epsilon(\omega_n))z^2 + \sum_{n=1}^R \tilde{Z}_{\zeta z \theta 0}(\omega_n, \zeta_n)z\theta \\
& + \sum_{n=1}^R \tilde{Z}_{\zeta z \theta}(\omega_n, \zeta_n)\cos(\omega_n t + \epsilon(\omega_n))z\theta + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^R \tilde{Z}_{\zeta \phi \phi 0}(\omega_n, \zeta_n)\phi^2 \\
& + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^R \tilde{Z}_{\zeta \phi \phi}(\omega_n, \zeta_n) \cdot \cos(2\omega_n t - 2\epsilon(\omega_n))\phi^2 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^R \tilde{Z}_{\zeta \theta \theta 0}(\omega_n, \zeta_n)\theta^2 \\
& + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^R \tilde{Z}_{\zeta \theta \theta}(\omega_n, \zeta_n)\cos(\omega_n t + \epsilon(\omega_n))\theta^2 \\
& = \sum_{n=1}^R \tilde{Z}_{exc_0}(\omega_n, \zeta_n) + \sum_{n=1}^R \tilde{Z}_{exc_1}(\omega_n, \zeta_n)\cos(\omega_n t + \epsilon(\omega_n)) \\
& + \sum_{n=1}^R \tilde{Z}_{exc_2}(\omega_n, \zeta_n) \cdot \cos(2\omega_n t - 2\epsilon(\omega_n))
\end{aligned} \tag{3.31}$$

$$\begin{aligned}
& (I_{xx} + A_{44})\ddot{\phi} + B_{14}\dot{\phi} + B_{24}\dot{\phi}|\dot{\phi}| + K_{\phi}\phi + K_{z\phi} + K_{\phi\theta}\phi\theta + \frac{1}{2}K_{zz}z^2\phi + \frac{1}{6}K_{\phi\phi\phi}\phi^3 \\
& + \frac{1}{2}K_{\theta\theta\phi}\theta^2\phi + K_{z\phi\theta}z\phi\theta + \sum_{n=1}^R \tilde{K}_{\zeta\phi 0}(\omega_n, \zeta_n)\phi \\
& + \sum_{n=1}^R \tilde{K}_{\zeta\phi}(\omega_n, \zeta_n)\cos(\omega_n t + \epsilon(\omega_n))\phi \\
& + \sum_{n=1}^R \tilde{K}_{\zeta\zeta\phi}(\omega_n, \zeta_n) \cdot \cos(2\omega_n t - 2\epsilon(\omega_n))\phi + \sum_{n=1}^R \tilde{K}_{\zeta z\phi 0}(\omega_n, \zeta_n)z\phi \\
& + \sum_{n=1}^R \tilde{K}_{\zeta z\phi}(\omega_n, \zeta_n)\cos(\omega_n t + \epsilon(\omega_n))z\phi \\
& + \sum_{n=1}^R \tilde{K}_{\zeta\zeta z\phi}(\omega_n, \zeta_n) \cdot \cos(2\omega_n t - 2\epsilon(\omega_n))z\phi + \sum_{n=1}^R \tilde{K}_{\zeta\phi\theta 0}(\omega_n, \zeta_n)\phi\theta \\
& + \sum_{n=1}^R \tilde{K}_{\zeta\phi\theta}(\omega_n, \zeta_n)\cos(\omega_n t + \epsilon(\omega_n))\phi\theta \\
& = \sum_{n=1}^R \tilde{K}_{exc_0}(\omega_n, \zeta_n) + \sum_{n=1}^R \tilde{K}_{exc_1}(\omega_n, \zeta_n)\cos(\omega_n t + \epsilon(\omega_n)) \\
& + \sum_{n=1}^R \tilde{K}_{exc_2}(\omega_n, \zeta_n) \cdot \cos(2\omega_n t - 2\epsilon(\omega_n))
\end{aligned} \tag{3.32}$$

$$\begin{aligned}
& (I_{yy} + A_{55})\ddot{\theta} + A_{53}\ddot{z} + B_{53}\dot{z} + B_{55}\dot{\theta} + M_z z + M_{\theta}\theta + \frac{1}{2}M_{zz}z^2 + \frac{1}{2}M_{\phi\phi}\phi^2 + \frac{1}{2}M_{\theta\theta}\theta^2 \\
& + M_{z\theta}z\theta + \frac{1}{6}M_{zzz}z^3 + \frac{1}{2}M_{zz\theta}z^2\theta + \frac{1}{2}M_{\phi\phi z}\phi^2z + \frac{1}{2}M_{\phi\phi\theta}\phi^2\theta \\
& + \frac{1}{2}M_{\theta\theta z}\theta^2z + \frac{1}{6}M_{\theta\theta\theta}\theta^3 + \sum_{n=1}^R \tilde{M}_{\zeta z 0}(\omega_n, \zeta_n)z \\
& + \sum_{n=1}^R \tilde{M}_{\zeta z}(\omega_n, \zeta_n)\cos(\omega_n t + \epsilon(\omega_n))z \\
& + \sum_{n=1}^R \tilde{M}_{\zeta \zeta z}(\omega_n, \zeta_n) \cdot \cos(2\omega_n t - 2\epsilon(\omega_n))z + \sum_{n=1}^R \tilde{M}_{\zeta \theta 0}(t)(\omega_n, \zeta_n)\theta \\
& + \sum_{n=1}^R \tilde{M}_{\zeta \theta}(\omega_n, \zeta_n)\cos(\omega_n t + \epsilon(\omega_n))\theta \\
& + \sum_{n=1}^R \tilde{M}_{\zeta \zeta \theta}(t)(\omega_n, \zeta_n) \cdot \cos(2\omega_n t - 2\epsilon(\omega_n))\theta + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^R \tilde{M}_{\zeta z z 0}(\omega_n, \zeta_n)z^2 \\
& + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^R \tilde{M}_{\zeta z z}(t)(\omega_n, \zeta_n)\cos(\omega_n t + \epsilon(\omega_n))z^2 + \sum_{n=1}^R \tilde{M}_{\zeta z \theta 0}(\omega_n, \zeta_n)z\theta \\
& + \sum_{n=1}^R \tilde{M}_{\zeta z \theta}(\omega_n, \zeta_n)\cos(\omega_n t + \epsilon(\omega_n))z\theta + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^R \tilde{M}_{\zeta \phi \phi 0}(\omega_n, \zeta_n)\phi^2 \\
& + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^R \tilde{M}_{\zeta \phi \phi}(\omega_n, \zeta_n) \cdot \cos(2\omega_n t - 2\epsilon(\omega_n))\phi^2 + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^R \tilde{M}_{\zeta \theta \theta 0}(\omega_n, \zeta_n)\theta^2 \\
& + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^R \tilde{M}_{\zeta \theta \theta}(\omega_n, \zeta_n)\cos(\omega_n t + \epsilon(\omega_n))\theta^2 \\
& = \sum_{n=1}^R \tilde{M}_{exc_0}(\omega_n, \zeta_n) + \sum_{n=1}^R \tilde{M}_{exc_1}(\omega_n, \zeta_n)\cos(\omega_n t + \epsilon(\omega_n)) \\
& + \sum_{n=1}^R \tilde{M}_{exc_2}(\omega_n, \zeta_n) \cdot \cos(2\omega_n t - 2\epsilon(\omega_n))
\end{aligned} \tag{3.33}$$

Note-se que a principal diferença com as equações de movimentos da seção anterior, é a inclusão dos termos oscilatórios de frequência dupla $2\omega_n$.

3.5 Modelo híbrido iterativo DSSTAB

Devido a que o modelo DSSTAB faz o cálculo das ações restaurativas em cada passo do tempo, as equações de movimento em mar irregular serão similares às equações em mar regular. A única diferença é que o perfil da onda é agora representado mediante a Equação 3.11, e portanto, a pressão deverá ser calculada como:

$$p(x, z, t) = -\rho g z(t) + \sum_{i=1}^N \zeta_i \cos(k_i x - \omega_i t) e^{k_i z(t)} \quad (3.34)$$

onde o primeiro termo representa a pressão hidrostática, e o segundo termo representa a pressão devido ao potencial de onda incidente. A pressão dada pela Equação 3.34 é integrada sobre a superfície submersa obtida interceptando em cada instante do tempo o perfil de onda aleatória (Equação 3.11) e o corpo do sistema flutuante, segundo o procedimento descrito no APÊNDICE 1. Assim temos que as equações do movimento serão:

$$(m + A_{33})\ddot{z} + A_{35}\ddot{\theta} + B_{33}\dot{z} + B_{35}\dot{\theta} = F_{HS_heave} + F_{dif_heave} + F_{FK_heave} \quad (3.35)$$

$$(I_{xx} + A_{44})\ddot{\phi} + B_{14}\dot{\phi} + B_{24}\dot{\phi}|\dot{\phi}| = M_{HS_roll} + M_{dif_roll} + M_{FK_roll} \quad (3.36)$$

$$(I_{yy} + A_{55})\ddot{\theta} + A_{53}\ddot{z} + B_{53}\dot{z} + B_{55}\dot{\theta} = M_{HS_pitch} + M_{dif_pitch} + M_{FK_pitch} \quad (3.37)$$

onde os termos com os sub-índices *HS* e *FK* serão calculados com a pressão da Equação 3.34. Novamente resolver as equações do modelo iterativo DSSTAB parece ser muito mais simples que resolver as equações dos modelos simplificados. Mas, especialmente no caso do mar irregular, onde a complexidade da interceptação entre o perfil de onda aleatório e o corpo do sistema flutuante é maior que no caso do mar regular, o tempo de simulação do modelo iterativo DSSTAB é consideravelmente maior que no caso dos modelos simplificados.

3.6 Comparação de resultados entre os modelos de simulação de movimento em mar irregular

Nesta seção mostra-se uma comparação de uma simulação entre o modelo reduzido MDQ e modelo híbrido DSSTAB. A condição de simulação foi mar de proa com altura significativa $H_s=7.0\text{m}$ e período pico de encontro $T_p=10.53\text{s}$ com o portacontentor NTU. Por simplicidade e

rapidez, o número de componentes de frequência empregados foi 200, o que produziu um tempo de simulação sem repetibilidade em torno de 700 segundos.

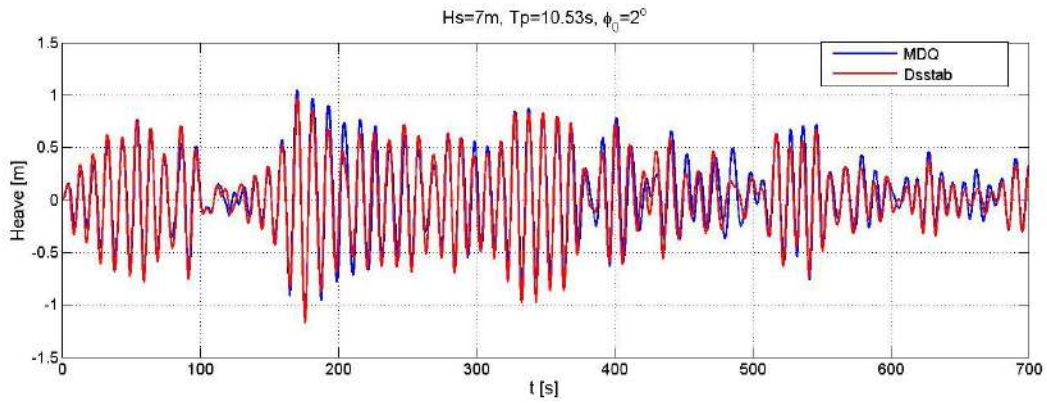


Fig. 3.17 Simulação do movimento de heave. Hs=7.0m, Tp=10.53s.

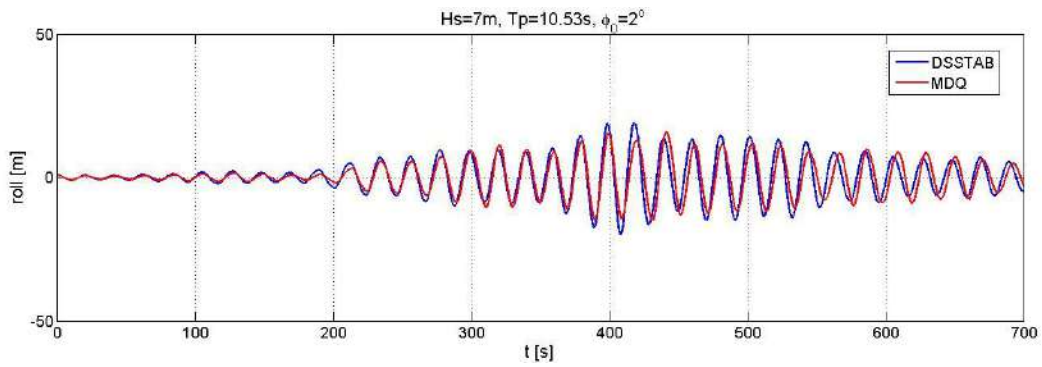


Fig. 3.18 Simulação do movimento de roll. Hs=7.0m, Tp=10.53s.

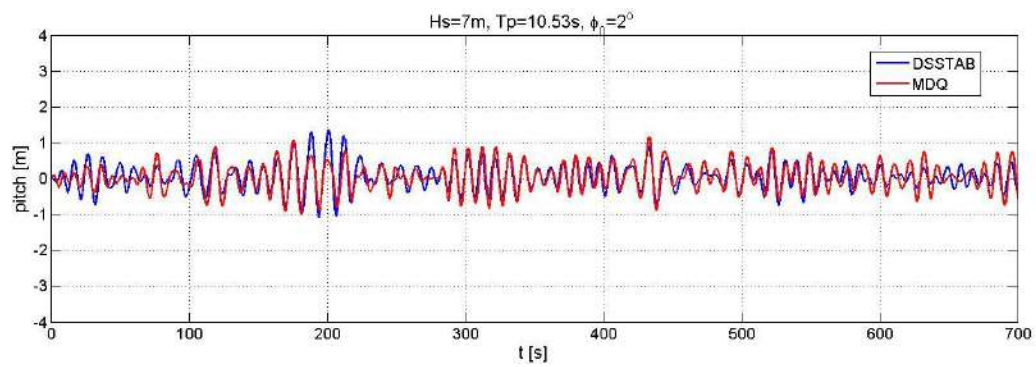


Fig. 3.19 Simulação do movimento de pitch. Hs=7.0m, Tp=10.53s.

Das Figuras 3.17, 3.18 e 3.19 pode-se encontrar uma boa concordância entre os resultados do modelo simplificado MDQ e o modelo híbrido DSSTAB para os três graus de liberdade simulados. Especialmente o desenvolvimento do roll paramétrico parece ter o mesmo comportamento entre os dois modelos. Sendo que o tempo de cômputo no modelo MDQ foi em torno de dois segundos. Já o modelo DSSTAB demorou em torno de vinte minutos. Portanto, fica evidente que o uso de um modelo simplificado suficientemente sofisticado e acurado pode ser de grande vantagem quando seja necessário fazer um estudo estatístico dos movimentos de um sistema flutuante. Isto fica mais evidente quando simulações de maior duração são necessárias. Por exemplo, uma simulação de 3 horas de duração demora em torno de 10 minutos no modelo MDQ. No entanto, no modelo híbrido do DSSTAB essa simulação tomaria em torno de três dias. Considerando que uma análise estatística de um fenômeno não linear como o roll paramétrico requer um número considerável de realizações do processo estocástico do roll. O uso de modelos similares ao DSSTAB é bastante limitado. Assim no projeto de navios onde várias condições e intensidades de mar precisam ser estudadas, o uso de um modelo simplificado é indispensável.

CAPÍTULO 4

DETERMINAÇÃO DE PROPRIEDADES ESTATÍSTICAS DO ROLL PARAMÉTRICO

Nesta seção serão discutidos os estudos que devem ser feitos para avaliar o levantamento de distribuições estatísticas empregando os modelos matemáticos apresentados no capítulo anterior. Adicionalmente serão apresentados os conceitos estatísticos que serão empregados para a análise estatística do roll sob condições de ressonância paramétrica.

4.1 Introdução

Para o levantamento de distribuições do roll sob condições de ressonância paramétrica será empregado o método de Monte Carlo. O qual consiste em fazer um grande número de simulações numéricas no domínio do tempo dos movimentos de um navio mudando algum parâmetro aleatório estabelecido no modelo, no intuito de obter diversas realizações do processo estocástico. No nosso caso empregaremos os modelos de simulação apresentados no Capítulo 3, sendo que o nosso parâmetro aleatório serão as fases aleatórias das forças de restauração e excitação de onda oriundas da geração aleatória do perfil da onda. Os dados obtidos destas simulações serão empregados em análises de extremos, conforme discutido mais adiante neste capítulo. No intuito de ajudar a entender os conceitos apresentados neste capítulo, um processo estocástico Gaussiano que representa um estado de mar com $H_S = 7.84m$ e $T_p = 15.56s$ com 3100 componentes em frequência será empregado.

Para poder aplicar as metodologias de análises de extremos conforme serão descritas, é preciso assumir que o processo estocástico do roll paramétrico é um processo estacionário. Mas como foi mencionado no Capítulo 1, existe uma forte dúvida a respeito da natureza

estacionária do roll paramétrico. Aqui é proposta uma metodologia simples, que aproveita a rapidez do modelo numérico, para verificar a estacionariedade do roll paramétrico. Determinada a estacionariedade ou não estacionariedade do roll paramétrico, serão empregados os conceitos estatísticos para levantar distribuições do roll paramétrico. Um estudo da metodologia mais adequada será feito. No caso de determinar-se que o roll paramétrico é não estacionário, deverá ser determinado se o roll é fracamente não estacionário ou, pelo contrário, é fortemente não estacionário. Dependendo dessa característica as aplicabilidades das metodologias de extremos serão válidas ou pelo contrário deverá se empregar uma metodologia para seqüência de variáveis aleatórias não estacionárias, ver Leadbetter et al. (1983).

Por último, será discutida uma alternativa, apresentada em MacTaggart e de Kat (2000), para aplicabilidade das distribuições do roll a serem computadas na determinação da probabilidade de emborcamento de navios. A notar que a rapidez de geração de dados de movimentos, em distintas condições, é fundamental para a aplicação da metodologia do cálculo da probabilidade de emborcamento.

4.2 Estudo da estacionariedade do roll sob condições de ressonância paramétrica

Tradicionalmente, se o curso e velocidade de um navio são constantes, o processo estocástico que representa o movimento do roll é considerado como estacionário, ver Belenky e Sevastianov (2007). Mas como foi comentado no Capítulo 1, sob condições de ressonância paramétrica a mudança dos parâmetros dinâmicos faz com que a resposta do roll possa oscilar entre os distintos atratores (ver Figura 1.14). Isso é refletido na resposta com o aparecimento e desaparecimento aleatório do roll paramétrico. Esse fenômeno chama a atenção sobre a estacionariedade do roll. Aqui se propõe um estudo para determinar se esse fenômeno afeta drasticamente a estacionariedade do roll, ou pelo contrário, tem pouca influência sobre a estacionariedade no processo do roll. O estudo tem relevância, devido a que, como será comentado, as ferramentas estatísticas empregadas para o estudo de extremos de processos estocásticos requerem a identificação da estacionariedade ou não estacionariedade do processo.

A metodologia proposta aqui é baseada no fato de que no âmbito da engenharia um processo é considerado como estacionário se ele é estacionário de segunda ordem, ver Capítulo 1. Assim, considerando que um processo estocástico é uma seqüência de variáveis aleatórias, é preciso comprovar duas propriedades dessas variáveis aleatórias:

- As distribuições de todas as variáveis aleatórias são iguais.
- A distribuição conjunta de duas variáveis aleatórias separadas por um tempo τ , só depende de τ .

A primeira propriedade pode ser facilmente comprovada fazendo-se um levantamento das *pdf*'s ou *CDF*'s de todas as variáveis aleatórias que conformam o processo estocástico. Já a segunda propriedade pode ser avaliada fazendo-se o levantamento da distribuição conjunta de segunda ordem das variáveis, ou calculando a função de auto-correlação para todas as combinações de duas variáveis aleatórias possíveis. Uma alternativa é calcular o coeficiente de correlacionamento entre duas variáveis separadas por um tempo de τ segundos:

$$COV = \frac{1}{N} \left[\sum_{i=1}^N x_i \cdot x_{i+\tau} - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \sum_{i=1}^N x_{i+\tau} \right] \quad (4.1)$$

$$\rho = \frac{COV}{\sigma(x_i)\sigma(x_{i+\tau})} \quad (4.2)$$

onde $\sigma(x_i)$ representa o desvio padrão da variável aleatória X_i . Assim, sem importar quais variáveis aleatórias sejam escolhidas, sempre que estejam separadas por um mesmo tempo τ , seu coeficiente de correlacionamento ρ deverá ser o mesmo. Como exemplo, consideremos um processo Gaussiano $\zeta(t)$ que representa as elevações do nível do mar levantado a partir de um espectro ($H_s = 7.84m$ e $T_p = 15.56s$). Se produzirmos 50000 realizações do processo $\zeta(t)$ poderemos comprovar a estacionaridade desse processo Gaussiano. Na Figura 4.1 se mostra um esquema onde se mostram várias *pdf*'s levantadas a partir das 50000 realizações do processo em distintos tempos do processo. Na Figura 4.2 mostra-se em detalhe o ajuste das *pdf*'s da Figura 4.1, note-se que todas as *pdf*'s são aproximadamente iguais tendo apenas uma diferença próxima de 1% (no desvio padrão) entre elas. Nas Figuras 4.3 e 4.4 mostram-se a média e o desvio padrão computados em

todos os tempos do processo Gaussiano. Note-se que os valores da média e o desvio padrão são quase constantes em todos os tempos do processo Gaussiano, com uma faixa de aleatoriedade. Sendo que conforme mais realizações sejam incluídas no cálculo, os valores convergirão numa faixa de aleatoriedade menor.

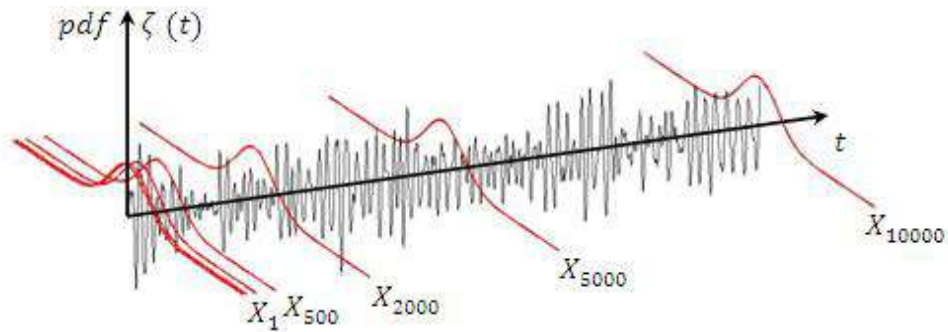


Fig. 4.1 Esquema do levantamento de *pdf* s de um processo Gaussiano.

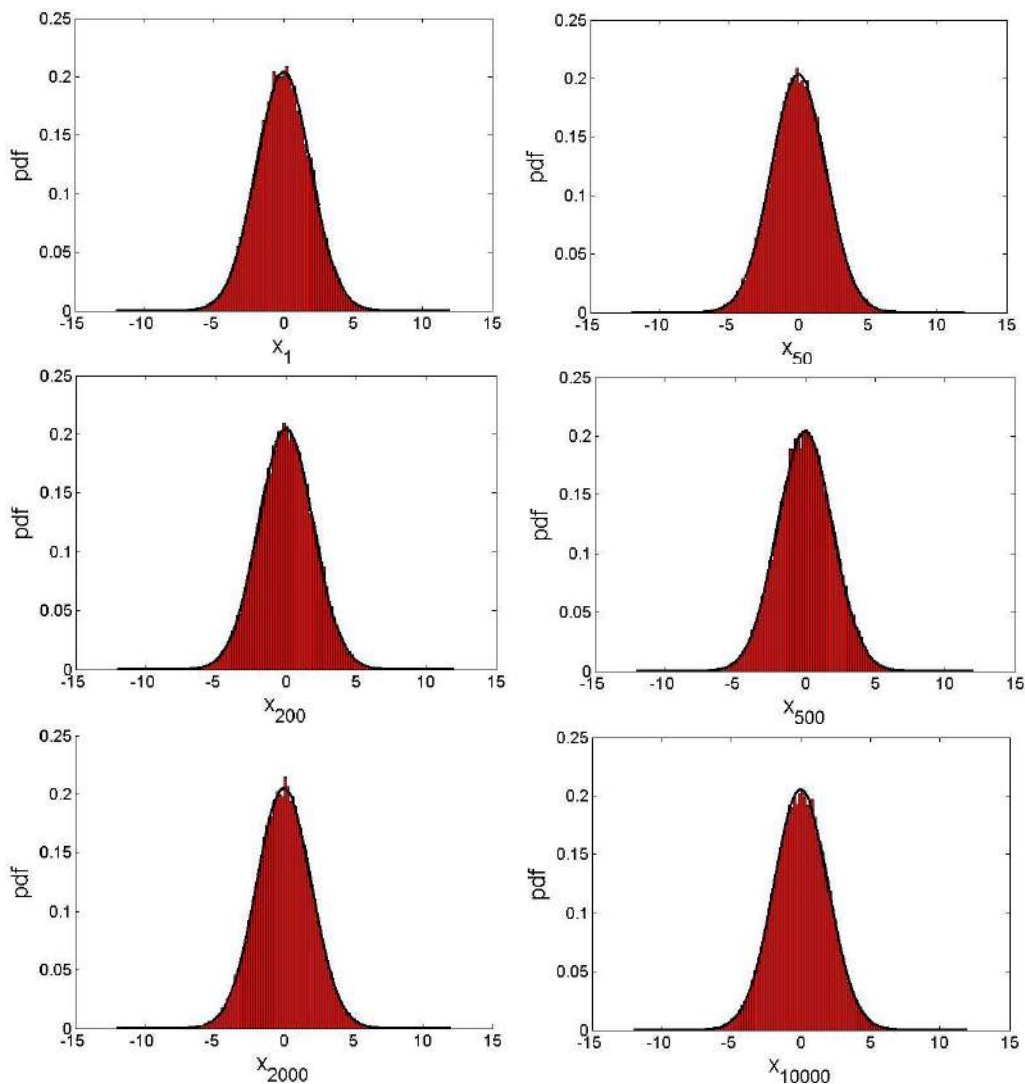


Fig. 4.2 *pdf* s de um processo Gaussiano levantadas em distintos tempos.

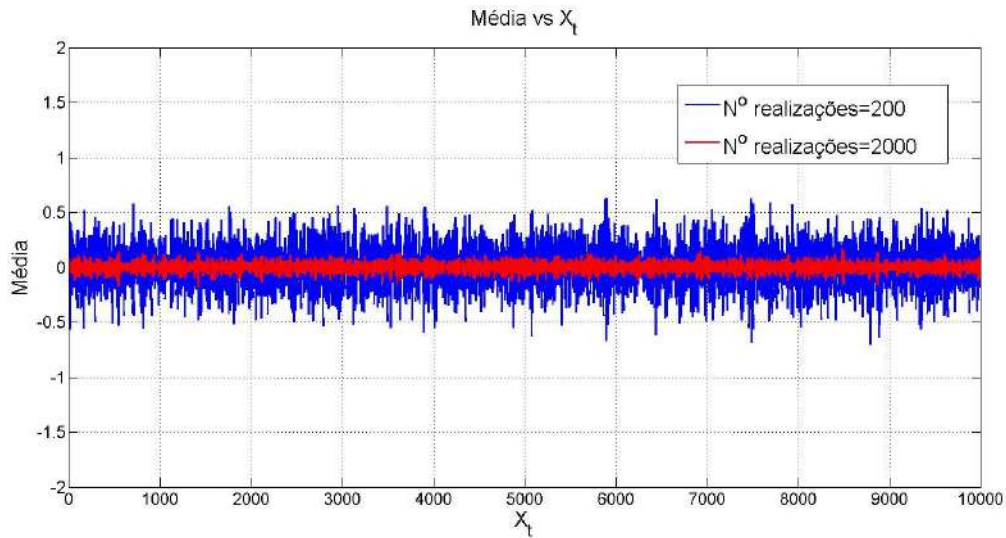


Fig. 4.3 Média no tempo. $H_S = 7.84m$ e $T_p = 15.56s$.

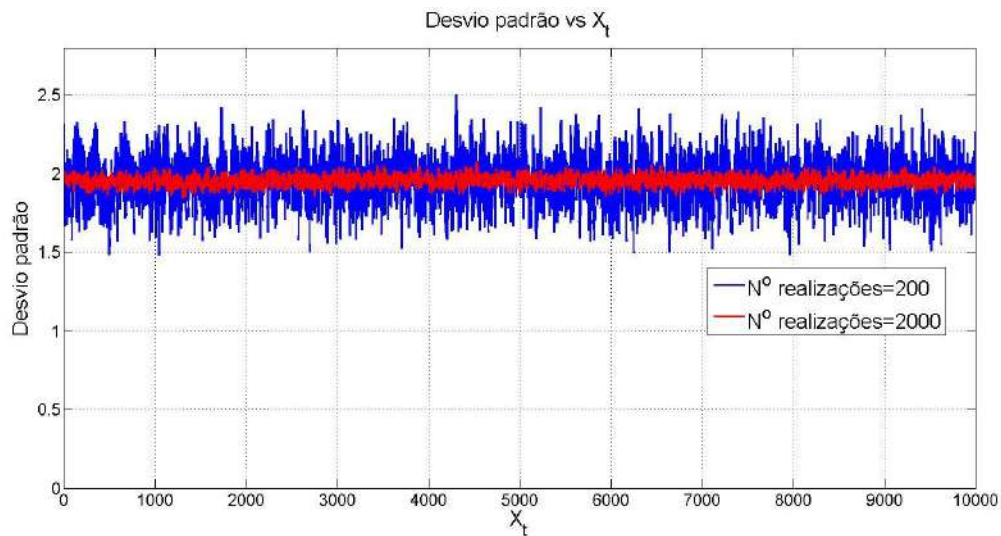


Fig. 4.4 Desvio padrão no tempo. $H_S = 7.84m$ e $T_p = 15.56s$.

Os coeficientes de correlacionamento de distintos pares de variáveis aleatórias separadas por distintos valores de τ também foram avaliados. Valores de ρ para distintos valores de τ foram calculados. Os resultados obtidos para todos os casos foram bastante satisfatórios. Por exemplo, o coeficiente de correlacionamento das variáveis X_{100} e X_{200} (separadas por dez segundos) é o mesmo que o coeficiente de correlação das variáveis X_{5000} e X_{5100} (também separadas por dez segundos, considerando $\Delta t = 0.1s$), neste caso o coeficiente calculado ficou em torno de $\rho = 0.2$, com erro menor que 1%. Na Figura 4.5

se mostra o coeficiente de correlacionamento calculado em todos os instantes de tempo possíveis do processo Gaussiano para valores de τ igual a 1, 5, 10, 50 e 100 segundos. Pode-se notar que igual ao caso da média e do desvio padrão, o coeficiente de correlacionamento é constante com uma faixa de aleatoriedade. Além disso, note-se que o coeficiente de correlacionamento diminui conforme o valor de τ aumenta. Em outras palavras, os valores mais afastados dentro desse processo estocástico estão menos correlacionados (ou são menos dependentes entre eles), e valores próximos se encontram fortemente correlacionados. Essa característica dos processos estocásticos será explorada mais adiante neste capítulo.

Assim, pode-se concluir que da metodologia descrita acima pode-se afirmar que o processo Gaussiano $\zeta(t)$ é um processo estacionário de segunda ordem ou quase estacionário. Da mesma forma pode ser comprovada a estacionariedade do processo estocástico do roll, sendo que a não ergodicidade do roll poderia exigir uma maior quantidade de realizações para determinar a estacionariedade do roll, mas uma tendência poderia ser observada conforme o número de realizações seja elevado. Aqui fica evidente a importância de se ter um modelo de simulação de movimentos acurado e rápido, sendo que possivelmente seja necessário determinar a estacionariedade do roll para distintas intensidades da excitação.

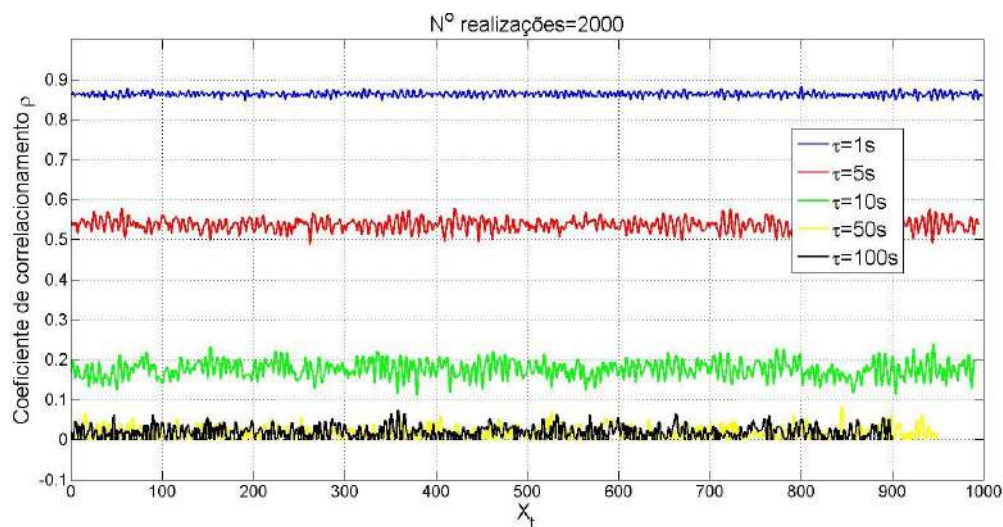


Fig. 4.5 Coeficiente de correlacionamento no tempo. $H_S = 7.84m$ e $T_P = 15.56s$.

4.3 Estatística de Extremos.

Nosso objetivo é determinar se um navio pode emborcar ou pode experimentar grandes riscos para sua tripulação e seu carregamento devido à ressonância paramétrica. É evidente que uma análise sob condições de mar irregular, onde a natureza estocástica da ressonância paramétrica seja estudada, é o enfoque mais apropriado. Assim, a segurança de um navio vulnerável a ressonância paramétrica só poderá ser avaliada (em mar irregular) através da probabilidade de ocorrência de ângulos de roll elevados (se um ângulo de roll elevado é atingido, o evento se denominará de falha de estabilidade). Sendo que o roll paramétrico em mares irregulares é um fenômeno não-ergódico, e seu desenvolvimento requer condições favoráveis, fica claro que os eventos perigosos serão eventos raros. Portanto, a determinação de níveis de segurança de navios não poderá ser avaliada de uma amostra reduzida de ensaios experimentais ou simulações numéricas, devido a que os eventos mais perigosos poderiam não ser registrados.

Na atualidade está em debate qual deverá ser a metodologia estatística para determinar a probabilidade da falha da estabilidade de navios. Dado que o ângulo de roll requerido para acontecer uma falha de estabilidade deve ser um ângulo consideravelmente elevado e pouco provável de acontecer, é razoável considerar o uso de técnicas estatísticas relacionadas com eventos extremos e pouco prováveis, sendo as mais conhecidas no âmbito da engenharia a teoria dos valores extremos (do inglês, Extreme Value Theory) e a teoria das excedências (do inglês, Exceedences Theory) .

A teoria dos valores extremos foi desenvolvida a partir da segunda década do século vinte e sua forma atual foi apresentada em Gumbel (1958), e sua formalização para processos estocásticos foi apresentada em Leadbetter (1971). Por outro lado, existem diversas variantes da teoria das excedências, sendo que algumas delas têm sido conhecidas por muito tempo, mas a primeira apresentação formal foi feita em Todorovic e Zelenhastic (1970). Dentro dessas variantes, as metodologias denominadas de picos sob limites são das mais empregadas. Aqui trabalharemos com a metodologia apresentada em Davison e Smith (1990) muito empregada na área de oceanografia para modelar excedências do nível do mar sob limites estabelecidos.

A seguir serão descritos alguns conceitos estatísticos básicos que são empregados conjuntamente com a estatística de extremos, vide Castillo et al. (2005).

4.3.1 Ensaios de Bernoulli

Os ensaios de Bernoulli são ensaios onde só podem acontecer dois resultados (sucesso e não sucesso, ou um e zero). Denomine-se o evento A como uma das possibilidades de um ensaio, então o evento complemento \bar{A} é a única outra possibilidade do ensaio. Se o ensaio é repetido N vezes, é de interesse conhecer a probabilidade de ocorrência da seqüência final de ensaios, assim como a probabilidade do evento A ter acontecido k vezes dentro da seqüência. Considerando que cada ensaio é independente do outro, a probabilidade do evento A acontecer (sucesso) é:

$$P(A) = p \quad (4.3)$$

então a probabilidade do evento \bar{A} será:

$$P(\bar{A}) = 1 - p \quad (4.4)$$

Depois de N ensaios, uma seqüência específica terá a seguinte probabilidade, conhecida como distribuição de Bernoulli:

$$\underbrace{P(A)P(A) \dots P(A)}_{k \text{ vezes}} \underbrace{P(\bar{A})P(\bar{A}) \dots P(\bar{A})}_{N - k \text{ vezes}} = p^k (1 - p)^{N-k} \quad (4.5)$$

É evidente que a ocorrência de k vezes do evento A em N ensaios independentes poderá acontecer de diversas formas. Da análise combinatória tem-se que a probabilidade do evento A acontecer k vezes em N ensaios é:

$$P(A \text{ acontecer exatamente } k \text{ vezes}) = \frac{N!}{k!(N - k!)} p^k (1 - p)^{N-k} \quad (4.6)$$

onde k é denominada como variável aleatória binomial.

Por outro lado, uma excedência pode ser definida da seguinte forma: se X é uma variável aleatória e u é um valor limite estabelecido, o evento $\{X = x\}$ é chamado de excedência do nível u se $X > u$. Também pode-se definir Y_u como:

$$Y_u = X - u = \begin{cases} 0, & \text{se nenhuma excedência acontece} \\ 1, & \text{se uma excedência acontece} \end{cases}$$

Então Y_u é uma variável aleatória de Bernoulli com probabilidade de sucesso $p_u = P(X > u)$.

4.3.2 Distribuição de Poisson

Esta experiência aleatória consiste em contar o número de vezes que um evento acontece num determinado intervalo de tempo T (ou poderia ser um intervalo de espaço, área, volume, etc). Para determinar a probabilidade X , que representa a probabilidade de ocorrer um número de eventos x num período de duração T , deve-se assumir as seguintes hipóteses Poissonianas:

1. A probabilidade p de acontecer um único evento num intervalo curto d é proporcional à sua duração, ou seja, $p = \lambda d$, onde λ é uma constante positiva, conhecida como taxa de intensidade ou taxa de eventos.
2. A probabilidade de ocorrência de mais de um evento no mesmo intervalo é desprezível.
3. O número de ocorrências em um intervalo é independente do número de ocorrências em outro intervalo sem superposição de tempo.
4. A ocorrência de número de eventos em dois intervalos da mesma duração tem a mesma distribuição de probabilidade.

Dividindo o intervalo T em n iguais e pequenos sub-intervalos de duração $d = T/n$. e considerando as hipóteses descritas acima, poderemos considerar os n subintervalos como n ensaios de Bernoulli idênticos e independentes. Ou seja, X é uma variável aleatória binomial. Considerando $n \rightarrow \infty$ temos:

$$P(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = (\lambda T)^x \frac{e^{-\lambda T}}{x!} \quad (4.7)$$

onde X é conhecida como variável aleatória de Poisson com parâmetro λT . A variável aleatória de Poisson é muitas vezes empregada para modelar o número de ocorrências de eventos raros em hidrologia.

4.3.3 Teoria dos Valores Extremos (EVT)

Da estatística de ordens (ver Castillo et al. 2005), se se tem uma amostra (x_1, x_2, \dots, x_n) de tamanho n (ver Figura 4.6), levantada de uma *pdf* e *CDF* em comum tal que:

$$F_{X_1}(x) = \int_0^x f_{X_1}(x) = F_{X_2}(x) = \int_0^x f_{X_2}(x) = \dots = F_{X_n}(x) = \int_0^x f_{X_n}(x)$$

$$F_{X_1}(x) = P(X_1 \leq x) = F_{X_2}(x) = P(X_2 \leq x) = \dots = F_{X_n}(x) = P(X_n \leq x)$$

arranjando-se a amostra (x_1, x_2, \dots, x_n) em forma ascendente (ver Figura 4.7, notar a tendência exponencial da seqüência), o primeiro e último elementos denominados $x_{1:n}$ e $x_{n:n}$ serão o mínimo e o máximo, ou os extremos da amostra, respectivamente. Considerando que cada elemento é independente do outro e são identicamente distribuídos pela mesma *pdf* e *CDF* (*iid*, do inglês independent and identically distributed), temos que a probabilidade do último elemento $x_{n:n}$ acontecer é a seguinte:

$$F_{X_{n:n}}(x) = P(x_{1:n} \leq x; x_{2:n} \leq x, \dots, x_{n:n} \leq x)$$

$$= P(x_1 \leq x)P(x_2 \leq x) \dots P(x_m \leq x)$$

$$= \{F_{X_n}(x)\}^n \quad (4.8)$$

Da derivada da equação 4.8 temos que a *pdf* da variável aleatória X_m é:

$$f_{X_{n:n}}(x) = \frac{d\{F_{X_{n:n}}(x)\}}{dx} = n f_X(x) \{F_X(x)\}^{n-1} \quad (4.9)$$

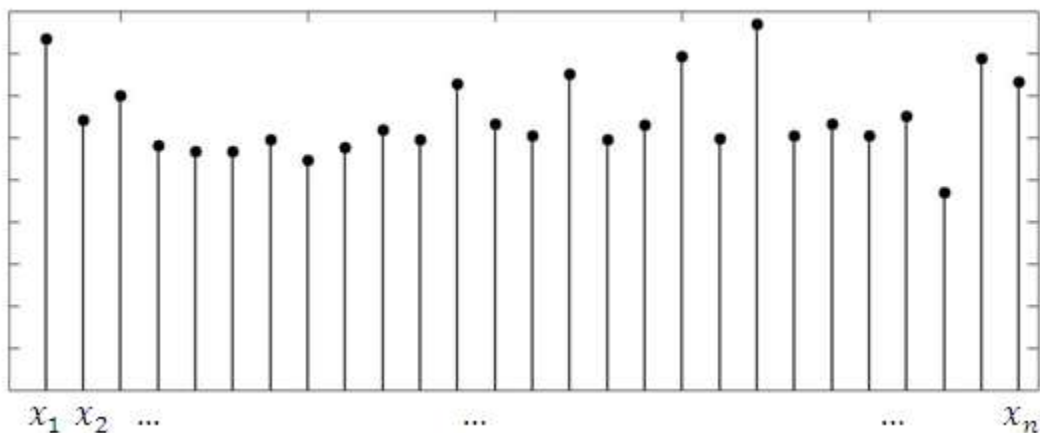


Fig. 4.6 Amostra de variáveis aleatórias

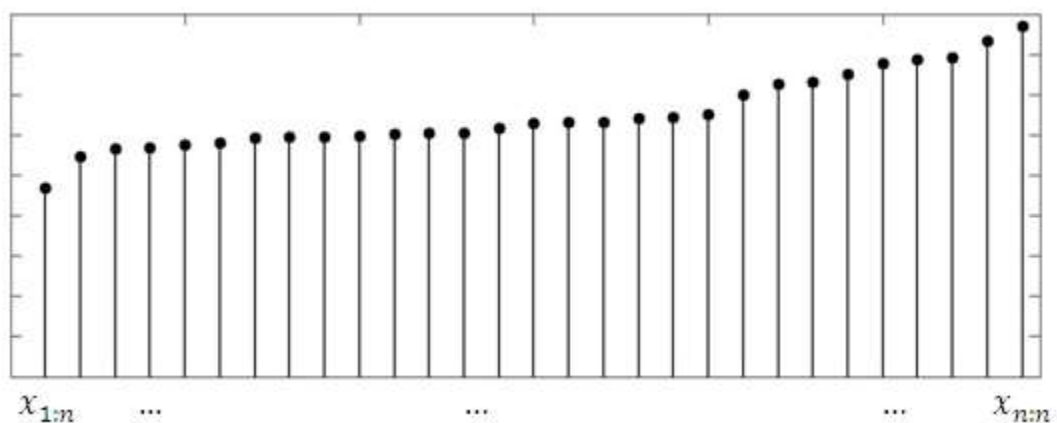


Fig. 4.7 Amostra ordenada de forma ascendente das variáveis aleatórias da Figura 4.6.

Na equação 4.8 quando n tende a infinito temos que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} G_n(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \{F_{x_{n:n}}(x)\}^n = \begin{cases} 1, & \text{se } F(x) = 0 \\ 0, & \text{se } F(x) < 1 \end{cases}$$

Isto significa que as distribuições limites são degenerativas (não convergem a nenhuma distribuição de extremos). O problema pode ser resolvido com ajuda do teorema dos tipos de extremos (do inglês, Extremal Types Theorem) ou teorema Fisher-Tippett-Gnedenko, apresentado pela primeira vez em Fisher and Tippett (1928), sendo provado completamente em Gnedenko (1943). Esse teorema estabelece que, assintoticamente:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} G_n(a_n + b_n x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \{F_{X_{n:n}}(a_n + b_n x)\}^n = G(x) \quad (4.10)$$

é uma distribuição não degenerativa estável com coeficientes a_n e b_n constantes e dependentes de n , então $G(x)$ deverá corresponder a um dos três tipos de distribuição de extremos: Gumbel (tipo I), Fréchet (tipo II) e Weibull (tipo III), ver Tabela 4.1.

Tabela 4.1 Distribuição de extremos.

Weibull	$G_X(x; \lambda, \delta) = \begin{cases} \exp\left[-\left(\frac{\lambda - x}{\delta}\right)^\beta\right], & \text{se } x \leq \lambda, \beta > 0 \\ 1, & \text{caso contrário} \end{cases}$
Gumbel	$G_X(x; \lambda, \delta) = \exp\left[-\exp\left(\frac{\lambda - x}{\delta}\right)\right], \quad -\infty < x < \infty$
Fréchet	$G_X(x; \lambda, \delta) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < \lambda \\ \exp\left[-\left(\frac{\lambda - x}{\delta}\right)^\beta\right], & \text{se } x \geq \lambda, \beta > 0 \end{cases}$

Para seqüências de variáveis aleatórias *iid* Gaussianas, já foi demonstrado que a distribuição assintótica de seus extremos segue aproximadamente a distribuição de Gumbel, ver Leadbetter et al. (1982). Isso pode ser avaliado se considerarmos que a *pdf* da variável aleatória X da Equação 4.9 segue a distribuição Gaussiana, a função de densidade de probabilidade da variável $X_{n:n}$ será:

$$f_{X_{n:n}}(x) = n \left(\frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{(2\sigma_x^2)}} \right) \left(\Phi\left(\frac{x}{\sigma_x}\right) \right)^{n-1} \quad (4.11)$$

A Figura 4.8 mostra que assintoticamente a equação 4.11 se aproxima da distribuição de Gumbel.

Para outros tipos de distribuições existem comprovações similares ao do caso da distribuição Gaussiana, mas em geral a determinação do tipo de distribuição extrema de uma variável aleatória com distribuição desconhecida é um procedimento pouco simples. Uma alternativa é o uso da GEVD (do inglês, Generalized Extreme Value Distribution),

apresentada pela primeira vez em Jenkinson (1955), na qual foi comprovado que a única família de distribuições não degenerativas que satisfaz a equação 4.10 é:

$$G_X(x; \lambda, \delta) = \begin{cases} \exp \left\{ - \left[1 - \kappa \left(\frac{x - \lambda}{\delta} \right) \right]^{\frac{1}{\kappa}} \right\}, & 1 - \kappa \left(\frac{x - \lambda}{\delta} \right) \geq 0, \kappa \neq 0 \\ \exp \left[- \exp \left(\frac{\lambda - x}{\delta} \right) \right], & -\infty < x < \infty, \kappa = 0 \end{cases} \quad (4.12)$$

Dependendo do parâmetro de forma κ na GEVD é possível simplificar a um dos três tipos de distribuição de extremos da Tabela 4.1.

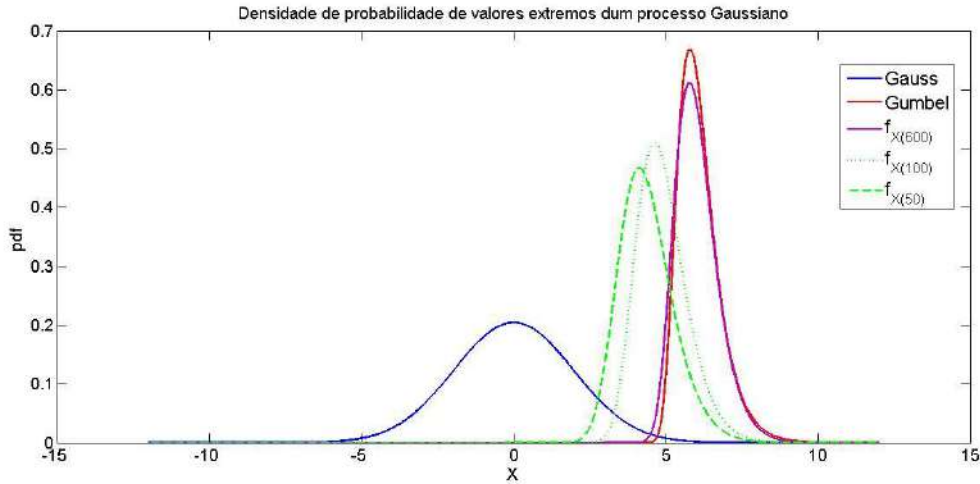


Fig. 4.8 Distribuição dos extremos dum processo Gaussiano.

4.3.3.1 Estimação de parâmetros das distribuições de extremos

Todas as distribuições de probabilidade dependem de parâmetros os quais geralmente são desconhecidos. Assumimos que uma amostra *iid* $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ de variáveis aleatórias tendo em comum a família paramétrica de *pdf*'s $f(x; \theta)$ e *CDF*'s $F(x; \theta)$ onde:

$$\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k\} \quad (4.13)$$

é um vetor de parâmetros de dimensão k no espaço estatístico do parâmetro Θ . As variáveis X representam uma amostra aleatória de tamanho n levantadas a partir de $f(x; \theta)$. No caso da distribuição de Gumbel temos $\theta = \{\delta, \lambda\}$, e da GEVD $\theta = \{\delta, \lambda, \kappa\}$.

Existem diversas metodologias para determinar os parâmetros de distribuições a partir de uma amostra de dados, os mais empregados são o método da máxima semelhança, o método dos momentos, o método dos momentos dos pesos probabilísticos e o método do mínimo quantile quadrado. Cada um desses métodos tem intervalos de confiança distintos e suas vantagens dependem de cada caso. Além disso, é comum empregar-se uma mistura de dois métodos em alguns casos. Aqui será descrito brevemente o método da máxima semelhança.

O método da máxima semelhança (do inglês, maximum likelihood method) é baseado em maximizar a semelhança da amostra. Sendo que as amostras da variável aleatória X são independentes, sua densidade de probabilidade conjunta é:

$$f(x|\boldsymbol{\theta}) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \boldsymbol{\theta}) \quad (4.14)$$

Depois da amostra ser coletada, os valores (x_1, x_2, \dots, x_n) são conhecidos e a função $f(x|\boldsymbol{\theta})$ pode ser considerada como uma função de $\boldsymbol{\theta}$ dado x . Essa função é chamada de função semelhança (do inglês, likelihood function), e é denotada como:

$$L(\boldsymbol{\theta}|x) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \boldsymbol{\theta}) \quad (4.15)$$

Por simplicidade, o equivalente logarítmico é definido:

$$l(\boldsymbol{\theta}|x) = \ln L(\boldsymbol{\theta}|x) = \sum_{i=1}^n \ln f(x_i; \boldsymbol{\theta}) \quad (4.16)$$

A MLE (do inglês, maximum likelihood estimate) de $\boldsymbol{\theta}$ é obtida maximizando a função $l(\boldsymbol{\theta}|x)$ com respeito a $\boldsymbol{\theta}$. A MLE é denotada por $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{MLE}$. Se existe um máximo $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{MLE}$ relativo, a MLE é obtida resolvendo o seguinte sistema de equações:

$$\frac{\partial l(\boldsymbol{\theta}|x)}{\partial \theta_j} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, k \quad (4.17)$$

Para o caso da distribuição de Gumbel, os parâmetros são determinados pelo método da máxima semelhança segundo:

$$\bar{x} = \delta + \frac{\sum_{i=1}^n x_i e^{-\frac{x_i}{\delta}}}{\sum_{i=1}^n e^{-\frac{x_i}{\delta}}}$$

$$\lambda = \delta \left[\ln(n) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \lambda}{\delta} \right) \right]$$

onde \bar{x} representa a média dos valores da amostra. A equação do parâmetro λ pode ser resolvida com ajuda de métodos numéricos iterativos como o método de Newton-Raphson.

A determinação dos parâmetros da GEVD é um procedimento mais complexo, um algoritmo bem detalhado baseado no método da máxima semelhança pode ser achado em Hosking (1985).

Deve ser mencionado que todos os métodos de ajuste empregam dados estatísticos para determinar os parâmetros de uma distribuição. Portanto, os parâmetros $\hat{\theta}_{MLE}$ também são variáveis aleatórias, e o intervalo de confiança deve ser avaliado para detectar incertezas estatísticas. Assintoticamente, os parâmetros determinados mediante o método MLE têm distribuição normal, ver Castillo et al. (2005).

4.3.3.2 Teoria dos Valores Extremos para processos estocásticos

Na seção anterior a condição de *iid* das variáveis aleatórias foi um requisito fundamental da teoria dos extremos. Se lembrarmos da nossa definição de processos estocásticos do Capítulo 1, temos que um processo estocástico pode ser definido como uma seqüência de variáveis aleatórias, ver Figuras 1.51, 1.6 e 4.1. É evidente que qualquer realização de um processo estocástico produzido pela somatória finita de funções senoidais gerará variáveis com algum nível de dependência entre elas (evidenciado claramente na função de auto- correlação). Assim temos, por exemplo, que o processo estocástico que representa uma onda irregular não estará composto por uma seqüência de variáveis

aleatórias do tipo *iid*, apesar de ser uma seqüência estacionária de variáveis aleatórias, vide Figura 4.5.

Em Leadbetter (1971) e Leadbetter et al. (1983), baseado na teoria das seqüências aleatórias, foi apresentado formalmente pela primeira vez a teoria dos extremos para processos estocásticos. Na qual esta é subdividida segundo a natureza das seqüências das variáveis aleatórias. Assim, temos que foi desenvolvida a teoria dos extremos para seqüências estacionárias, seqüências dependentes, seqüências de Markov, seqüências normais, entre outros tipos de seqüências. Em todos esses casos é prioridade absoluta determinar a dependência das variáveis aleatórias que compõem o processo estocástico.

No caso de seqüências aleatórias estacionárias, uma condição de dependência pode ser achada da seguinte forma: considere-se um processo estocástico $\xi(t)$ considerado como uma seqüência estacionária de variáveis aleatórias ξ_n , e seja a distribuição conjunta de $\xi_{t_1}, \dots, \xi_{t_n}$ como $F_{t_1 \dots t_n}(u)$, onde os pontos t_i são valores discretos do tempo; Se u_T (com $T > 0$) é uma seqüência de constantes reais, então o processo $\xi(t)$ satisfaz a condição de dependência $C(u_T)$ para cada ponto $s_1 < s_2 < \dots < s_p \dots t_1 < \dots < t_{p'}$, se:

$$\left| F_{s_1 \dots s_p, t_1 \dots t_{p'}}(u_T) - F_{s_1 \dots s_p}(u_T) F_{t_1 \dots t_{p'}}(u_T) \right| \leq \alpha_{T, \gamma} \quad (4.18)$$

onde $t_1 - t_{s_p} \geq \gamma$; e $\alpha_{T, \gamma} \rightarrow 0$ para uma seqüência γ_T quando $T \rightarrow \infty$. A condição $C(u_T)$ indica o grau de independência aproximada das variáveis aleatórias separadas por espaçamentos crescentes (em outras palavras, a condição $C(u_T)$ estabelece que variáveis próximas podem ser dependentes ou correlacionadas, mas o correlacionamento é diminuído conforme o afastamento das variáveis aleatórias. Vide a Figura 4.5). Além da condição de dependência, se assintoticamente pode ser definido um limite superior para a distribuição da cauda do máximo do processo $\xi(t)$ num intervalo fixo, o teorema de Fisher-Tippett-Gnedenko para processos estocásticos é definido como:

$$P\{a_T(M(T) - b_T) \leq x\} = P\{M(T) \leq u_T\} \rightarrow G(x) \quad (4.19)$$

onde $M(T)$ é a variável aleatória que representa o máximo do processo $\xi(t)$; $u_T = x/a_T + b_T$ para cada real x ; e $G(x)$ é uma das três distribuições de extremos da seção anterior.

Aqui deve ser esclarecido que o teorema de Fisher-Tippett-Gnedenko para processos estocásticos foi formulado considerando processos estritamente estacionários, o que significa que:

$$F_{t_1, \dots, t_n} = F_{t_1 + \tau, \dots, t_n + \tau} \quad (4.20)$$

para qualquer escolha de n, τ e para todos os tempos t_1, t_2, \dots, t_n . Sendo que no âmbito da engenharia é comum estabelecer um processo estocástico como estacionário se o processo é estacionário de segunda ordem (ver primeiro capítulo), nesse caso o processo será chamado de quase estacionário.

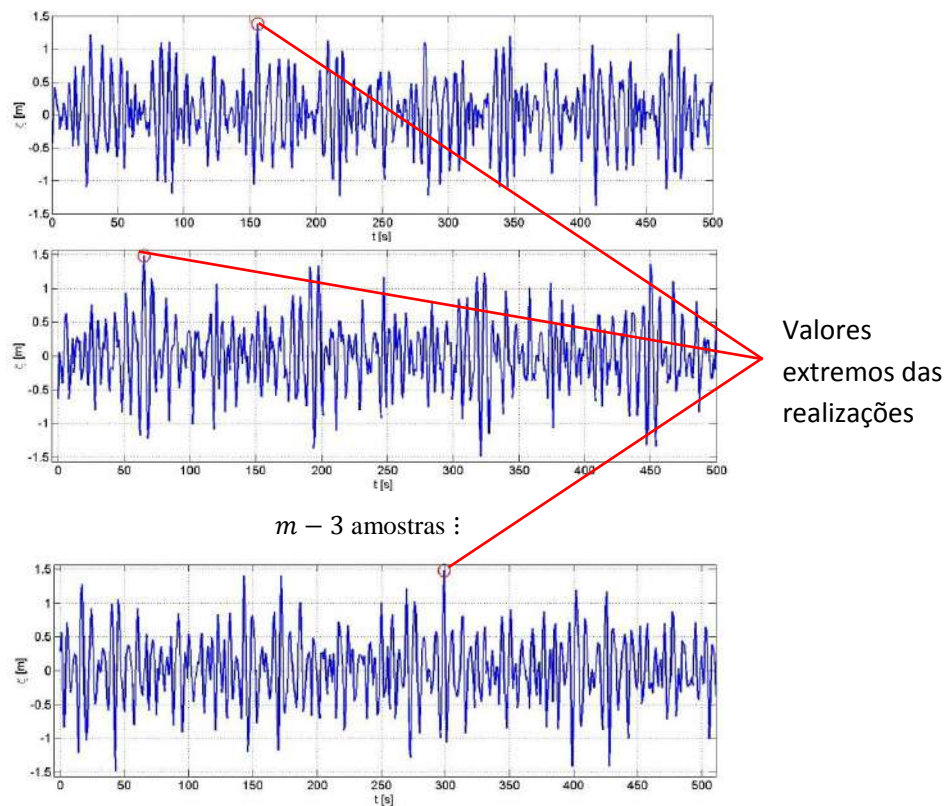


Fig. 4.9 Diversas realizações dum processo aleatório $X(t)$. $H_S = 7.84m$ e $T_P = 15.56s$.

Na Figura 4.9 mostra-se um exemplo de determinação da distribuição do máximo de um processo estocástico, neste caso um processo Gaussiano que representa as elevações de onda num ponto fixo de um estado de mar computado a partir de um espectro (o mesmo processo empregado na secção 4.2 deste capítulo), segundo a equação 3.11. Como no caso da variável aleatória Gaussiana, onde existe comprovação de que sua distribuição de

extremos segue aproximadamente a distribuição de Gumbel, a distribuição de extremos de um processo estocástico Gaussiano (exemplo mar irregular) também segue a distribuição de Gumbel, ver Leadbetter (1971). A Figura 4.10 mostra a comparação entre a distribuição levantada a partir do máximo de 600 realizações do processo Gaussiano da Figura 4.9 e a distribuição teórica de Gumbel.

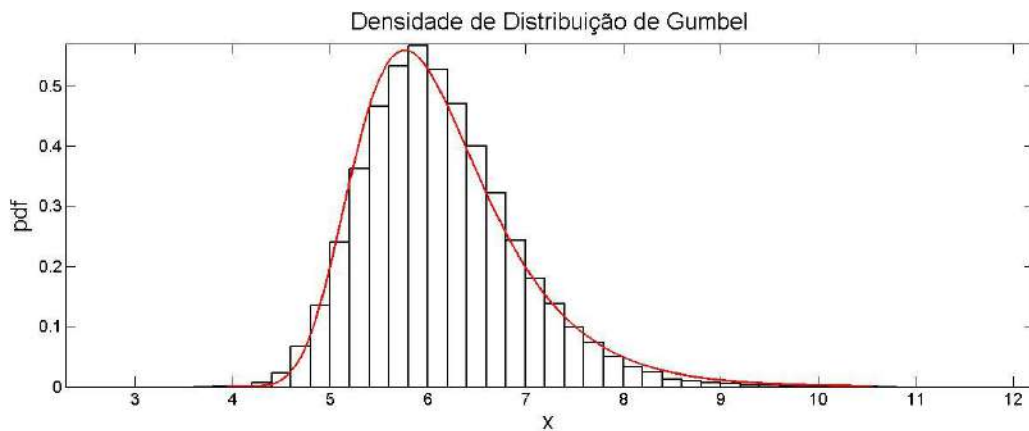


Fig. 4.10 Ajuste da distribuição de Gumbel de um processo estocástico Gaussiano.

È importante comentar que o teorema Fisher-Tippett-Gnedenko para processos estocásticos é válido unicamente para processos estacionários, a distribuição de máximos de seqüências de variáveis aleatórias não-estacionárias pode ser qualquer tipo de distribuição, não estando limitada aos três tipos de distribuição de extremos conhecidos, mais detalhes em Leadbetter (1983).

4.3.4 Peak over Threshold (POT) em variáveis aleatórias iid

No caso em que eventos raros e extremos possam acontecer, muitas vezes fazer uma análise estatística com os dados extremos registrados de todas as realizações pode levar a resultados enganosos. Assim, por exemplo, no caso do estudo do nível das águas de um rio, é comum registrar o nível máximo anual, mas o nível máximo pode atingir patamares muito diferentes em anos de intensas chuvas ou em anos de seca, ver Smith (1985). Em base a experiências similares, os hidrologistas desenvolveram os métodos das excedências (do inglês, exceedances). Os quais consistem em estimar as propriedades dos extremos em base de dados que ultrapassam um ou mais limites estabelecidos previamente em um período de tempo específico (anual, mensal, etc).

O método dos picos sob um limite “POT” (do inglês, *Peak over Threshold Method*) estabelece que se $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ é uma seqüência de variáveis *iid* as posições dos valores em excesso sobre um limite elevado u convergem a um processo de Poisson, e os correspondentes valores da excedência $(X_i - u)$ são independentes, com uma distribuição $G_u(x)$ em comum (ver Leadbetter 1991):

$$G_u(x) = P\{X - u \leq x | X > u\} \quad (4.21)$$

O método está baseado na hipótese de que a cauda extrema de uma distribuição tem uma forma simples e estandardizada, sem importar a forma central da distribuição. Assim, essa distribuição mais simples é ajustada com os valores que ultrapassem algum nível adequadamente estabelecido. O nível deve ser escolhido o suficientemente elevado para que a cauda esteja próxima à forma estandardizada, mas não elevado demais para não eliminar demasiados dados. Na Figura 4.11 se mostra um exemplo do método POT aplicado em variáveis *iid*, onde o limite foi estabelecido como $u = 1$.

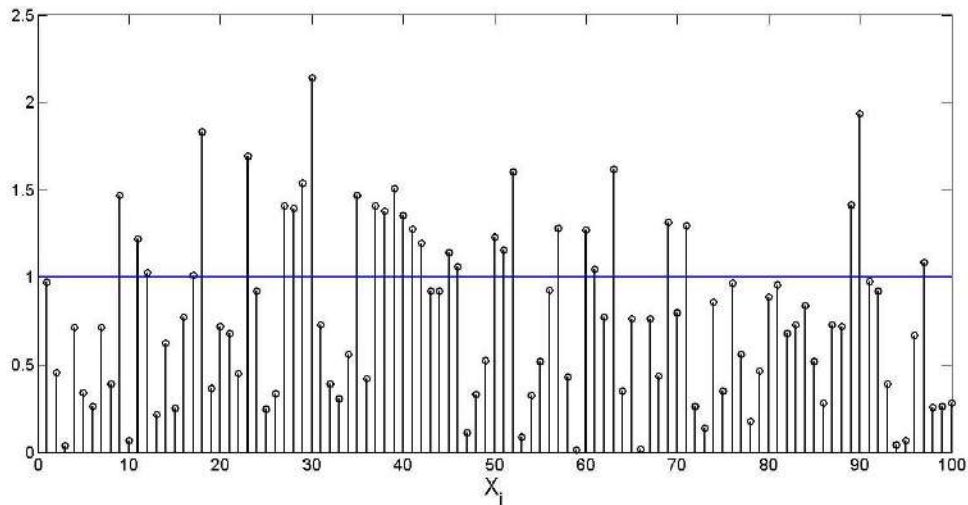


Fig. 4.11 Amostra de variáveis aleatórias *iid*, $u = 1$.

Smith (1985), baseado na teoria desenvolvida em Picklands (1975) limitou a distribuição das excedências da Equação 4.21 à distribuição generalizada de Pareto (GPD), unicamente se a distribuição mãe estiver no domínio de atração de uma das três distribuições de extremos:

$$G(x; \lambda, \kappa) = \begin{cases} 1 - \left(1 - \frac{\kappa x}{\lambda}\right)^{\frac{1}{\kappa}}, & 1 - \frac{\kappa x}{\lambda} \geq 0, \kappa \neq 0, \lambda > 0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right), & x \geq 0, \kappa = 0, \lambda > 0 \end{cases} \quad (4.22)$$

A estimação dos parâmetros da GPD pode ser feita com o método da máxima semelhança. A função logarítmica de máxima semelhança neste caso será:

$$l(\theta|x) = \log L(\theta|x) = \begin{cases} -n \ln(\alpha) + \left(\frac{1}{\kappa} - 1\right) \sum_{i=1}^n \ln\left(1 - \frac{\kappa x_i}{\alpha}\right), & \kappa \neq 0 \\ -n \ln(\alpha) - \frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^n \ln x_i, & \kappa = 0 \end{cases} \quad (4.23)$$

As equações resultantes de fazer a derivada da equação 4.17 na equação 4.23 podem ser resolvidas numericamente. Grimshaw (1993) apresentou um algoritmo para determinar os parâmetros da GPD mediante o método da máxima semelhança. A Figura 4.12 mostra o ajuste da GPD, feito com o algoritmo de Grimshaw, dos dados das variáveis aleatórias da Figura 4.11 para o limite $u = 1$.

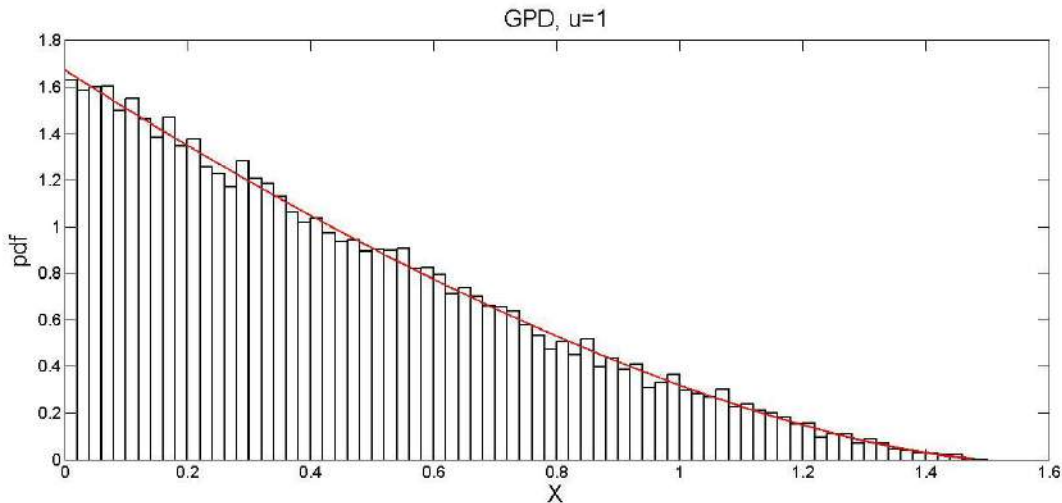


Fig. 4.12 Ajuste à distribuição de Pareto da amostra da Figura 4.11, $u = 1$.

A determinação do limite u é de suma importância. O método gráfico chamado de “*mean excess plot*” (Yang 1978; Hall e Wellner 1981) estabelece a seguinte relação se $\kappa > -1$, $u > 0$ e $\lambda - \kappa u > 0$:

$$E(X - u|X > u) = \frac{\lambda - \kappa u}{1 + \kappa} \quad (4.24)$$

A Equação 4.24 significa que a média dos excessos observados sobre u é plotada contra u . Se a GPD representa aproximadamente a distribuição dos excessos sobre u , então a gráfica levantada a partir da Equação 4.24 deverá aproximadamente seguir uma linha reta. A Figura 4.12 mostra o gráfico do *mean excess* levantado com os dados da Figura 4.11. Pode-se notar que aproximadamente a Figura 4.13 segue o comportamento de uma linha reta.

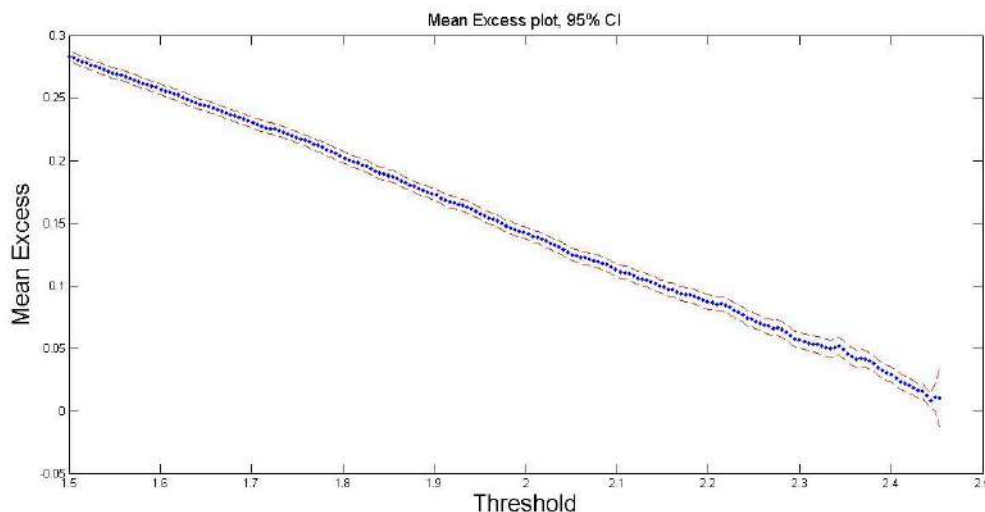


Fig. 4.13 Mean excess plot dos dados da Figura 4.11

4.3.4.1 POT em processos estocásticos

O método POT está baseado em duas propriedades das excedências sobre um limite estabelecido: elas devem ocorrer aleatoriamente no tempo segundo o processo de Poisson; e as excedências devem ser aproximadamente independentes. Na prática as seqüências estacionárias $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$, que representam os processos estocásticos, podem apresentar dependência local e de longo alcance (ou seja, correlacionamento entre as variáveis aleatórias X_i). A dependência de longo alcance permite o agrupamento das variáveis X_i em grupos ou “clusters” que são aproximadamente independentes entre eles, mas com uma alta dependência dentro desses grupos. A dependência de longo alcance pode ser limitada mediante condições similares à Equação 4.18, ver Leadbetter 1991. Por outro

lado, a alta dependência local é refletida no aglutinamento (*clustering*) de excedências de níveis altos.

Existem duas metodologias de empregar o método POT em processos estocásticos: A primeira consiste em considerar independência entre *clusters* ou grupos e aplicar a metodologia descrita para o caso *iid* em picos representativos de cada *cluster* (ou seja na envoltória do processo); a segunda consiste em empregar algoritmos desaglutinadores (*declustering*), esses algoritmos consistem em pegar-se excedências independentes estabelecendo um tempo mínimo de separação entre excedências no método POT.

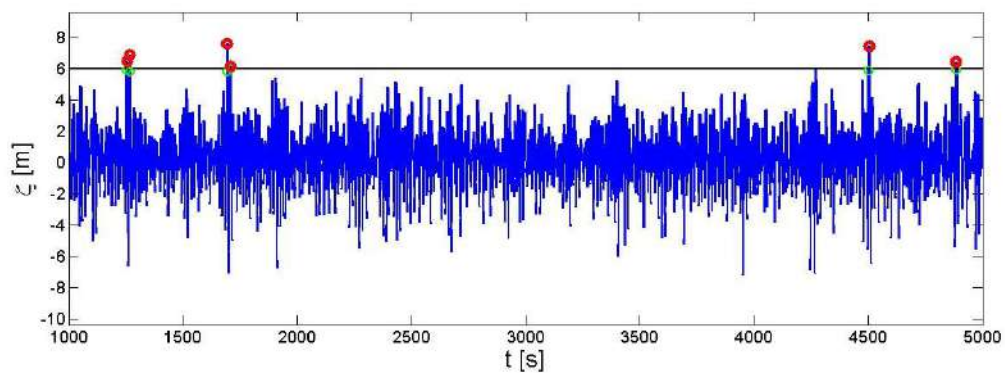


Fig. 4.14 Aplicação do método POT em um processo Gaussiano. $H_5 = 7.84m$ e $T_p = 15.56s$. $u = 6$.

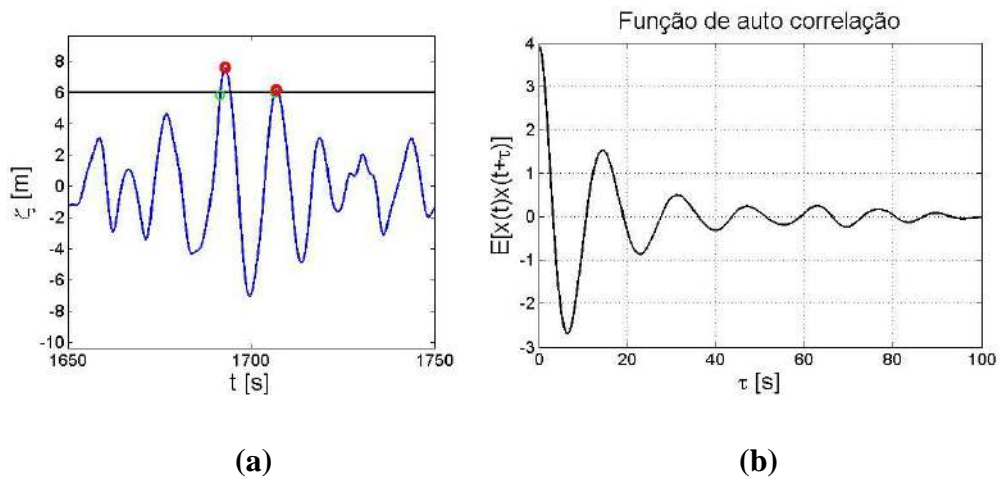


Fig. 4.15 (a) Zoom da Figura 4.14. (b) Função de auto-correlação do processo da Figura 4.14.

Na Figura 4.14 mostra-se uma realização do processo Gaussiano empregado na secção 4.2 que representa as elevações da altura do mar; foi estabelecido um limite $u = 6m$ para a aplicação do método POT. Nessa Figura pode-se notar que existem excedências suficientemente afastadas, o que garante a independência entre elas. Mas também existem excedências muito próximas, ver Figura 4.15a. Na Figura 4.15b mostra-se a função de auto-correlação desse processo Gaussiano, pode-se notar que aproximadamente depois de 80 segundos a função de auto-correlação tem valores desprezíveis. Então podemos considerar o valor mínimo entre excedências como o tempo que demora em decair a função de auto-correlação, neste caso 80 segundos. A Figura 4.16 mostra o levantamento do *mean excess plot* considerando unicamente excedências independentes de várias realizações do processo da Figura 4.14. A independência das excedências foi garantida mediante um algoritmo simples de *declustering* com um tempo mínimo de separação entre excedências de 80 segundos. Pode considerar-se que o *mean excess plot* permanece linear até aproximadamente um valor para o limite $u = 7m$. Finalmente, na Figura 4.17 mostra-se o ajuste da GPD aos dados das excedências do processo Gaussiano, note-se que o ajuste segue satisfatoriamente a distribuição de Pareto.

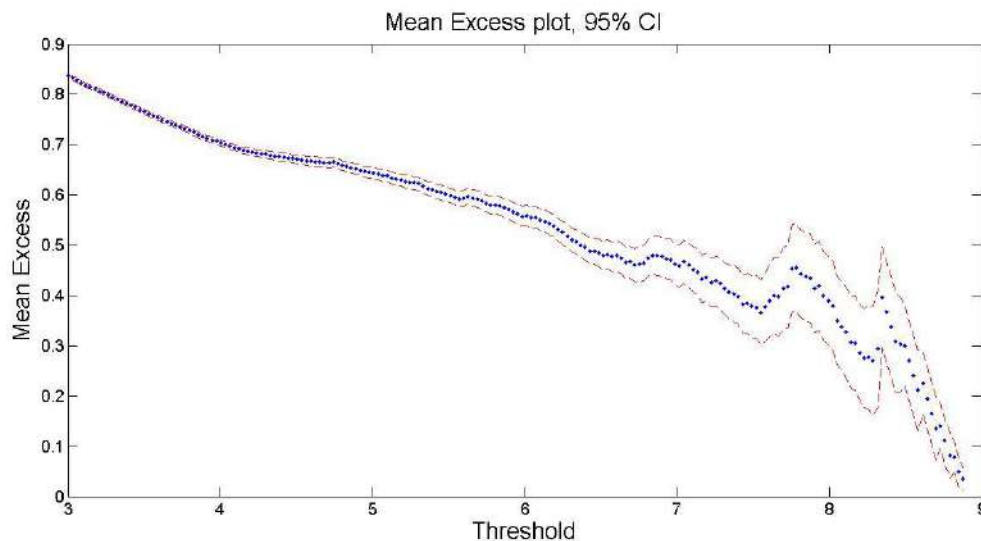


Fig. 4.16 *Mean excess plot* dos dados da Figura 4.14..

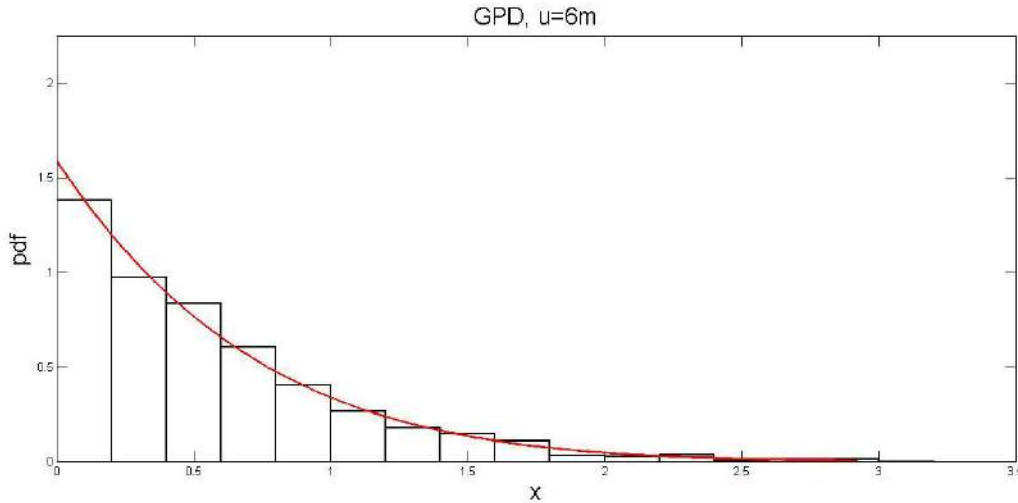


Fig. 4.17 Ajuste da distribuição de Pareto de um processo estocástico Gaussiano, $u = 6$. $H_S = 7.84m$ e $T_P = 15.56s$.

4.4 Período de retorno

Os resultados da análise da teoria dos extremos às vezes são expressos em termos de valores de retorno ou níveis de retorno, os quais estão simplesmente relacionados com os quantiles da distribuição. O valor de retorno está sempre acoplado a um período de retorno, expressado em termos da longitude de observação. No caso de simulações de duração de três horas tem-se que o período anual de retorno será (considerando que por dia existem oito observações de três horas, e um ano tem 365 dias):

$$P_R = 1 - \frac{1}{T_R} = 1 - \frac{1}{N_{\text{anos}} \times N_{\text{estados_de_mar_por_ano}}} = 1 - \frac{1}{N_{\text{anos}} \times 8 \times 365} \quad (4.25)$$

Da *CDF* temos que:

$$G_{EVT}(s_R) = P_R \quad (4.26)$$

sendo o valor de retorno s_R (também chamado de quantile s_R) calculado como:

$$s_R = G_{EVT}^{-1}(P_R) \quad (4.27)$$

onde G_{EVT} representa qualquer distribuição de extremos.

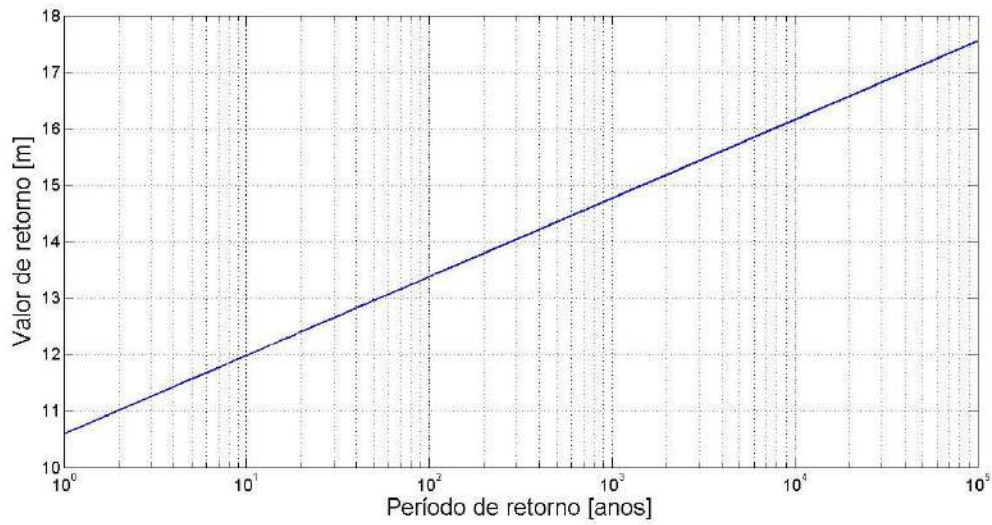


Fig. 4.18 Valor de retorno e período de retorno do processo Gaussiano ajustado à distribuição de Gumbel da Figura 4.9.

Para o caso da distribuição de Gumbel temos que o valor de retorno será:

$$s_R = \lambda - \lambda \ln \left(- \ln \left(1 - \frac{1}{P_R} \right) \right)$$

Na Figura 4.18, mostra-se o valor de retorno contra o período de retorno do exemplo do processo Gaussiano da Figura 4.10. Dessa Figura temos por exemplo que uma elevação de onda de aproximadamente 13.5m acontecerá cada cem anos.

4.5 Tempo entre eventos

Em navios a falha de estabilidade pode ser associada com um processo de Poisson, então a probabilidade de k eventos acontecer durante um tempo de exposição T é, segundo a Equação 4.7, igual a:

$$P(k) = (\lambda T)^k \frac{e^{-\lambda T}}{k!}$$

sendo a taxa de eventos λ igual ao número de eventos por unidade de tempo, ou a inversa do tempo médio entre eventos.

A medição da segurança da estabilidade em mar irregular pode ser expressa como a probabilidade de acontecer zero falhas da estabilidade num tempo de exposição T :

$$P(k = 0) = e^{-\lambda T} \quad (4.28)$$

A medição do perigo da falha de estabilidade pode ser expressada como a probabilidade do evento complementar de que pelo menos uma falha possa acontecer durante o tempo de exposição T :

$$P(k \neq 0) = 1 - e^{-\lambda T} \quad (4.29)$$

A equação 4.29 pode ser considerada como a *CDF* do tempo entre ou antes de uma falha da estabilidade; sua *pdf* será:

$$f(T) = \lambda e^{-\lambda T} \quad (4.30)$$

O problema da avaliação da estabilidade estaria resolvido se a taxa de eventos fosse conhecida. Tendo-se suficientes números de falhas da estabilidade observadas durante simulações numéricas, existem três formas diretas de estimar a taxa de eventos:

- Contar os eventos e estimar a média dos eventos por unidade de tempo.
- Estimar o valor médio do tempo entre os eventos.
- Estimar a média do tempo antes do primeiro evento acontecer.

Hazen (ver Belenky 2010) foi o primeiro a considerar uma distribuição de extremos para o cálculo da taxa de eventos, considerando uma distribuição de extremos na forma de uma *CDF* ajustada sobre o máximo de realizações, levando em conta que todas as realizações têm a mesma duração T_S . Por definição:

$$G_{EVT}(a) = P(x \leq a)$$

A probabilidade do evento complementar será:

$$P(x > a) = 1 - P(x \leq a) = 1 - G_{EVT}(a)$$

Essa probabilidade pode ser interpretada como a probabilidade de pelo menos um cruzamento do nível a pelo processo estocástico $x(t)$ durante o tempo de simulação T_S .

Assumindo que o nível a é suficientemente elevado para garantir a aplicabilidade do processo de Poisson, a probabilidade pode ser expressada como:

$$P(x > a) = 1 - e^{-\lambda T_s} \quad (4.31)$$

então a taxa de eventos será:

$$\lambda = -\frac{\ln(G_{EVT}(a))}{T_s} \quad (4.32)$$

É preciso mencionar que devido a que a taxa de eventos da Equação 4.32 está sendo calculada em base a uma distribuição de extremos ajustada com parâmetros aleatórios, ela também será uma variável aleatória. Sendo que seu intervalo de confiança pode ser avaliado diretamente dos limites superior e inferior do intervalo de confiança da distribuição ajustada.

4.6 Aplicação da EVT e o método POT

Uma vez determinado se o roll pode ser considerado como um processo estocástico estacionário, o seguinte passo é o levantamento das distribuições de extremos segundo as metodologias descritas neste capítulo. É importante mencionar as experiências prévias na literatura sobre o uso da estatísticas de extremos no roll. Os trabalhos de McTaggart (2000), e McTaggart e de Kat (2000) foram os pioneiros na aplicação da teoria dos extremos ao levantamento de distribuições do roll sob condições de ressonância paramétrica. Esses trabalhos não tiveram resultados satisfatórios principalmente devido à limitada quantidade de simulações feitas no código numérico de simulações “FREDYN”. Em torno de 15 dias foram necessários para gerar todas as simulações empregadas no levantamento das distribuições. A segunda experiência importante no uso da teoria dos valores extremos no roll paramétrico foi feita em Kim e Troesch (2013). Eles empregaram o código de simulações de movimento “LAMP” para gerar 3000 simulações de 30 minutos, sendo que o tempo de cômputo reportado nesse trabalho foi de mais de 1500 horas. Já no caso do método POT, Belenky (2010b) apresentou uma proposta denominada EPOT (Envelope Peak Over Threshold) onde excedências em ambas bandas são consideradas empregando o valor absoluto dos picos do movimento do roll. Limitados resultados desta metodologia

foram mostrados em Kim et al. (2014) devido à grande quantidade de simulações requeridas para o ajuste da GPD; nesse trabalho também foi empregado o código “LAMP”. Assim, novamente fica em evidência a vantagem de um código de simulações rápido que sirva como ferramenta no levantamento de distribuições do roll sob condições de ressonância paramétrica.

Neste trabalho será importante verificar se o ajuste das distribuições de extremos produzem resultados confiáveis. Isto, devido a que em algumas realizações o roll paramétrico não se desenvolverá, portanto se o extremo dessas realizações é considerado, pode gerar resultados enganosos, dominados por respostas lineares do sistema, e portanto poderiam não representar a natureza não linear do roll de grandes ângulos. Pelo contrário, a metodologia POT, ao estabelecer um limite para as excedências, em princípio não teria problemas na sua aplicabilidade. Nesta metodologia o importante é determinar o limite u para determinar as excedências, um estudo deve ser feito para a determinação ótima do limite u .

Outro importante estudo sobre o levantamento das distribuições de extremos é o tempo de exposição ou tempo de simulação requerido para um levantamento exitoso de uma distribuição de extremos. A aplicabilidade da seguinte fórmula

$$G_{X_{T_2}}(x) = [G_{X_{T_1}}(x)]^{T_2/T_1} \quad (4.33)$$

empregada para extrapolar o tempo de exposição simulado para um tempo de exposição maior. $G_{X_{T_1}}$ é a distribuição de extremos para o tempo de simulação original T_1 , e $G_{X_{T_2}}$ é a distribuição para o tempo de simulação extrapolado T_2 (sendo $T_2 > T_1$). Se a aplicabilidade da Equação 4.33 é comprovada no processo do roll, o uso de modelos numéricos de simulação de movimentos mais acurados (porém mais lentos) poderiam ser empregados no levantamento de distribuições sem a necessidade de gastar muito tempo de cômputo. Assim, a qualidade dos resultados poderia ser melhorada. Comparações entre distribuições levantadas com o modelo híbrido DSSTAB (mais acurado) e o modelo MDQ serão necessárias. Na Figura 4.19 se mostra um exemplo do uso da Equação 4.33. Nesse exemplo foi usado o processo Gaussiano da secção 4.2 com dois tempos de simulação distintos, 1000 e 10000 segundos para levantar a distribuição de extremos de Gumbel, em ambos

casos foram geradas 2000 realizações. Na Figura 4.19 pode-se observar a aproximação feita usando a distribuição obtida com 1000 segundos de simulação e a Equação 4.33, para obter a distribuição de Gumbel com 10000 segundos de simulação. A distribuição aproximada acompanha razoavelmente bem a distribuição levantada empregando as realizações com 10000 segundos de duração.

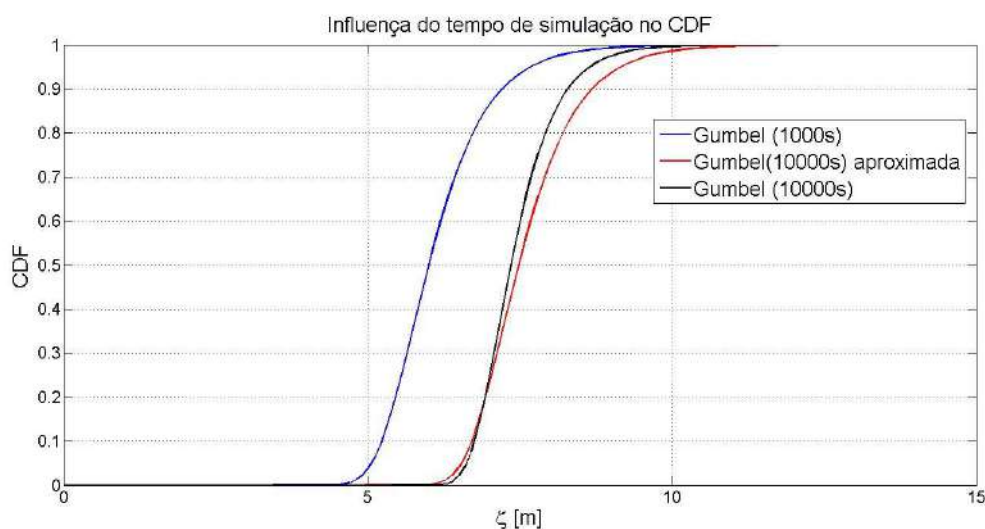


Fig. 4.19 Influência do tempo de simulação na CDF de extremos da Figura 4.9.

4.7 Probabilidade de ocorrência do roll paramétrico

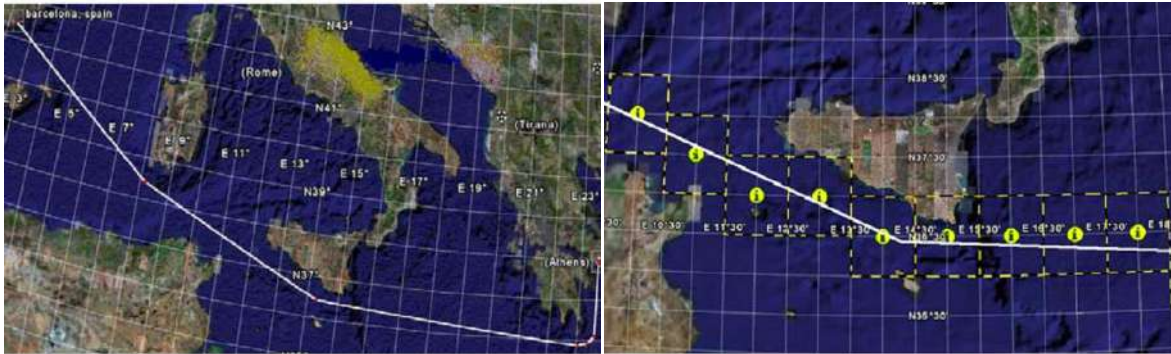
Apesar de que o objetivo deste trabalho não é determinar a probabilidade de emborcamento de um navio devido à ressonância paramétrica, nesta secção é discutida uma metodologia que está em concordância com o proposto no critério de estabilidade intacta de segunda geração da IMO (Peters et al.2012).

Existe uma grande limitação no cálculo da probabilidade de emborcamento de um navio devido a que o navio não experimenta um só estado do mar durante seus deslocamentos, ou seja, o navio durante seu percorrido encontra mares em distintas condições e em distintas circunstâncias (rumo, velocidade, etc). Devido a esse fato, uma análise de risco é uma alternativa a ser considerada. A Equação 1.1, apresentada em MacTaggart e de Kat (2000) (baseada nos trabalhos de Kobylinski 1984, 1986 e 1997)

modela a probabilidade de emborcamento de um navio para todos os mares encontrados, rumos, e velocidade de avanço em um percorrido de duração D como:

$$P(C_D) = \sum_{i=1}^{N_{V_S}} \sum_{j=1}^{N_{\beta}} \sum_{k=1}^{N_{H_S}} \sum_{l=1}^{N_{T_P}} p_{v_s}(V_{S_i}) p_{\beta}(\beta_j) \times p_{H_S, T_P}(H_{S_k}, T_{P_l}) \times P(C_D | V_S, \beta, H_S, T_P)$$

onde V_S é a velocidade do navio, β é a incidência relativa da onda, H_S é a altura significativa e T_P é o período de pico da onda. O termo de probabilidade condicionada $P(C_D | V_S, \beta, H_S, T_P)$ será o resultado da análise da probabilidade de extremos feita com um dos modelos de simulação descrito no Capítulo 3. As probabilidades $p_{v_s}(V_{S_i})$, $p_{\beta}(\beta_j)$ e $p_{H_S, T_P}(H_{S_k}, T_{P_l})$ podem ser conhecidas diretamente da análise da trajetória ideal do navio (velocidade e direção constante), ver Figura 4.20, a qual deverá ser discretizada em nós de influência dos estados de mar.



(a)

(b)

Fig. 4.20 (a) Trajetória de Espanha a Grécia de um navio tipo ferry. (b) Nós climáticos com suas áreas de influência da trajetória média do navio; fonte Themelis e Spyrou (2007).

Themelis e Spyrou (2007) desenvolveram dois exercícios de análise de risco de emborcamento para dois navios com um modelo que calculou a $P(C_D | V_S, \beta, H_S, T_P)$ com uma onda regular equivalente e um modelo de simulação não linear simples de um grau de liberdade. Os dados do mar requeridos para a análise, os quais podem ser achados em diversos estudos oceanográficos, são:

- Distribuições de altura significativa H_s , período pico T_p e direção média de onda β .
- Distribuição bivariável de altura significativa e período pico.

Assim, devido à velocidade do código numérico de simulação do modelo matemático MDQ, a determinação das probabilidades conjuntas $P(C_D|V_s, \beta, H_s, T_p)$ poderá ser calculada sem gastar muito tempo computacional. O qual seria uma ótima ferramenta para aplicar a análise de risco em projetos de navios.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS

Neste capítulo mostram-se os resultados da aplicação do estudo estatístico decrito no capítulo anterior, nas respostas dos modelos matemáticos apresentados no Capítulo 3 para o caso de um navio tipo portacontentor.

5.1 Generalidades

As respostas geradas a partir dos modelos matemáticos apresentados no Capítulo 3 deste trabalho foram usadas para determinar algumas importantes características estocásticas do roll. Essas respostas também foram usadas para o levantamento de distribuições de probabilidade em condições de ressonância paramétrica. O navio empregado no estudo foi o portacontentor NTU, descrito no APÊNDICE 4. Adicionalmente, foram feitas comparações entre os resultados obtidos com o modelo reduzido MDQ e o modelo iterativo DSSTAB.

As características estocásticas estudadas neste capítulo foram obtidas com ajuda de códigos computacionais desenvolvidos pelo autor. Já as distribuições de probabilidade usadas neste capítulo foram levantadas com ajuda do pacote livre para MATLAB chamado WAFO (ver Brodtkorb et al. 2000). Sem embargo, devido ao grande volume de dados gerados e as limitações do MATLAB, foi necessário empregar algoritmos computacionais (desenvolvidos pelo autor) para facilitar o uso do WAFO.

5.2 Características estocásticas do roll sob condições de ressonância paramétrica

O primeiro passo para o estudo das características estocásticas do roll foi selecionar uma condição de mar. Assim, simulações numéricas com os modelos matemáticos MDQ e DSSTAB

foram feitas para a condição do mar dada pelo espectro Jonswap com altura significativa $H_S = 7.0m$ e o período pico de encontro $T_P = 10.53s$ (sendo que esse período pico de encontro satisfaz a condição onde a frequência de encontro entre o navio e a onda é aproximadamente igual ao dobro da frequência natural do roll). Foram geradas 50 realizações com o modelo DSSTAB. No entanto, foram geradas até 2000 realizações com o modelo reduzido MDQ. Todas as simulações tiveram 1500 segundos de duração. Na Figura 5.1 mostram-se as funções de densidade de probabilidade (*pdf*) do roll levantadas. A *pdf* da Figura 5.1a foi levantada com as 50 realizações do modelo DSSTAB, no entanto a *pdf* da Figura 5.1b foi levantada com as 2000 realizações do modelo MDQ. Das *pdf*'s da Figura 5.1 pode-se observar que a distribuição do roll nesta condição de mar é bem diferente da distribuição Gaussiana (apresentando um caráter leptokrítico, ver o Capítulo 1). Infelizmente, não pode ser feita uma comparação mais elaborada das *pdf*'s da Figura 5.1 devido a que não existe nenhuma distribuição de probabilidades conhecida que possa ser ajustada as distribuições levantadas. Em Belenky e Weems (2011) foram testadas a distribuições de Gram-Charlier e Pearson (tipo IV e VII), sendo que essas distribuições não conseguiram reproduzir o pico da *pdf* do roll sob condições de ressonância paramétrica. Nesse trabalho foi possível ajustar a *pdf* do roll mediante o uso de uma metodologia de médias móveis (do ingles, *moving average*) e interpolação linear, mas a aproximação obtida não satisfaz completamente as propriedades de uma função de densidade de probabilidade. Na Figura 5.2 mostra-se a variância do roll no tempo para algumas realizações dos modelos DSSTAB e MDQ. Fica evidente que a variância do processo do roll neste caso não converge a nenhum valor. Portanto o roll é um processo não ergodico nesta condição, vide Capítulo 1.

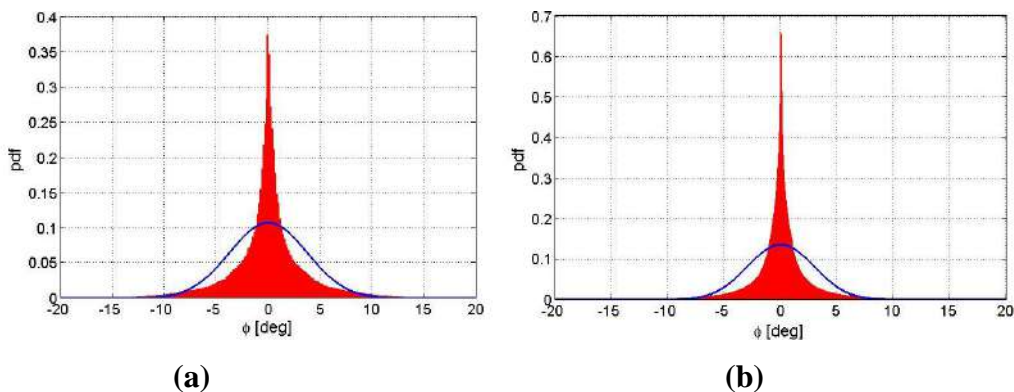


Fig. 5.1 Função de densidade de probabilidade do roll. Espectro Jonswap $H_S = 7.0m$ e $T_P = 10.53s$. (a) DSSTAB. (b) MDQ.

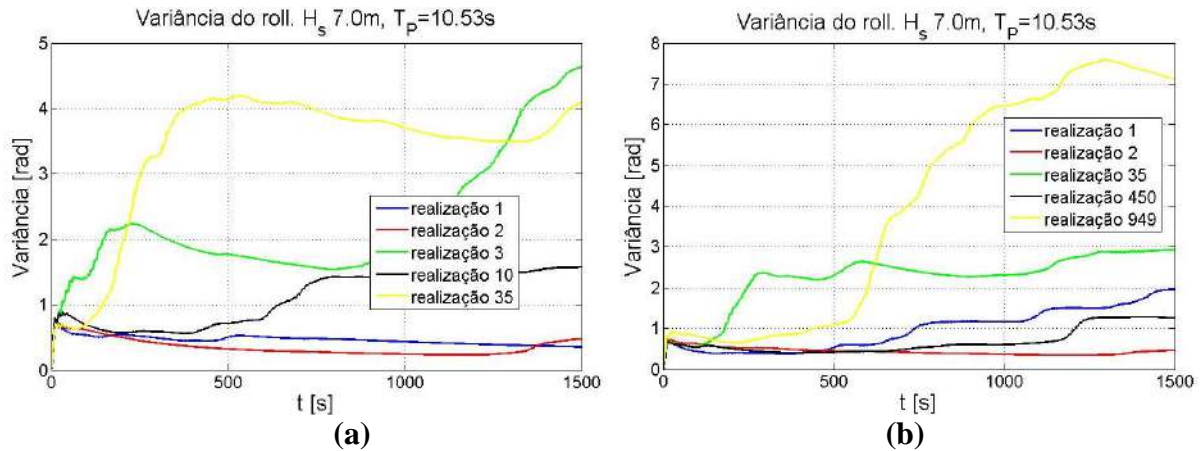


Fig. 5.2 Variância do roll no tempo. (a) DSSTAB. (b) MDQ.

No entanto na Figura 5.3 mostra-se a *pdf* do processo do heave levantada a partir das 50 realizações do modelo DSSTAB. Pode-se notar da Figura 5.3a que a distribuição levantada se aproxima muito bem da distribuição Gaussiana mas apresenta uma pequena média diferente de zero. Na Figura 5.4b mostra-se a *pdf* levantada sustraindo a média do processo do heave. Já a Figura 5.5 mostra a comparação entre a *pdf* ajustada do heave da Figura 5.3b, a *pdf* do heave levantada a partir das respostas do modelo MDQ e sua correspondente *pdf* ajustada. Note-se que as três *pdf*'s tem excelente correspondência entre elas. Por outro lado, a Figura 5.5 mostra o comportamento da variância no tempo de algumas realizações dos modelos DSSTAB e MDQ. Note-se que aproximadamente a partir dos 900 segundos, as realizações mostradas convergem a um único valor em ambos casos. Portanto, pode-se concluir que o processo do heave é ergodico nesta condição de mar.

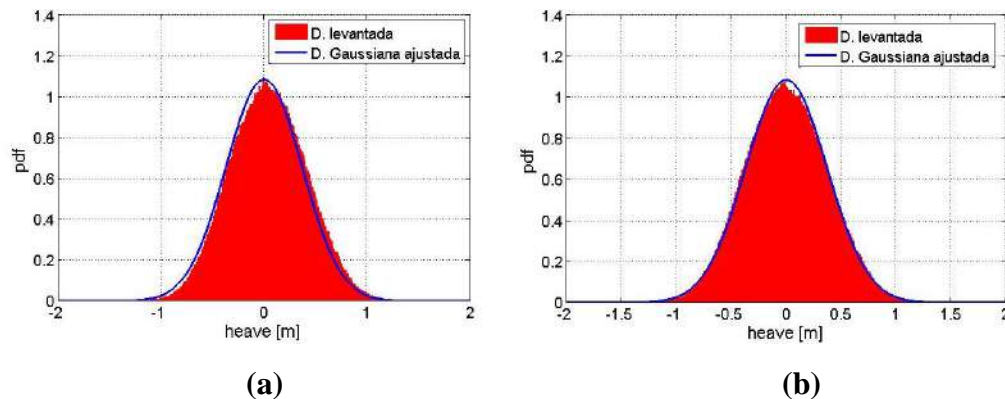


Fig. 5.3 Função de densidade de probabilidade do heave. Espectro Jonswap $H_s = 7.0m$ e $T_p = 10.53s$. (a) *pdf* levantada com o modelo DSSTAB (b) *pdf* levantada tirando a média do processo do heave.

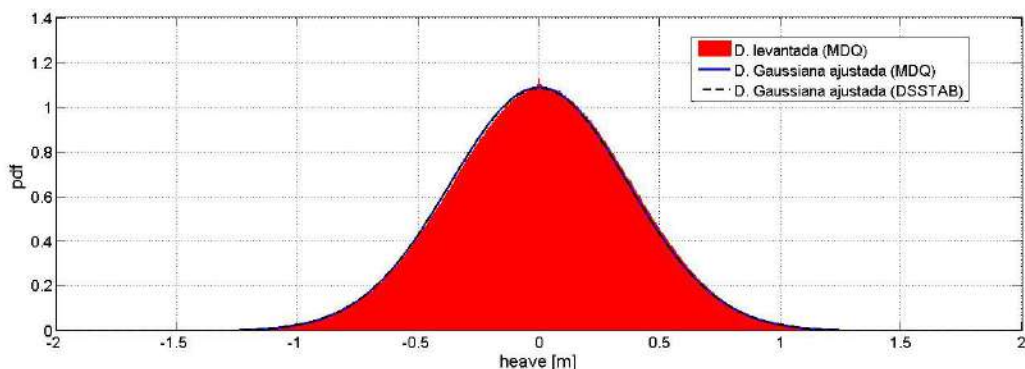


Fig. 5.4 Comparação da função de densidade de probabilidade do heave. Espectro Jonswap $H_s = 7.0\text{m}$ e $T_p = 10.53\text{s}$.

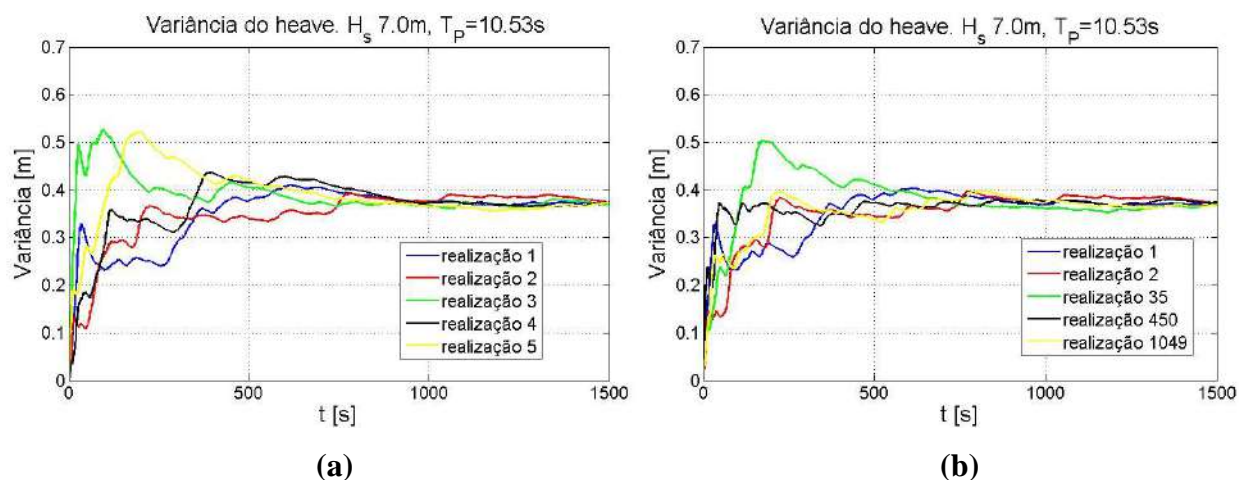


Fig. 5.5 Variância do heave no tempo. (a) DSSTAB. (b) MDQ.

Finalmente, as Figuras 5.6, 5.7 e 5.8 mostram as *pdf*'s levantadas para o caso do processo de pitch. Da Figura 5.6 pode-se observar que acontece o mesmo fenômeno que no caso do heave, onde existe uma pequena média diferente de zero no processo estocástico obtido com o modelo DSSTAB. Na Figura 5.7 mostra-se a comparação entre a *pdf* ajustada da Figura 5.6b, a *pdf* levantada com as 2000 realizações do modelo MDQ e seu respectivo ajuste. Neste caso as três *pdf*'s também ficaram muito próximas entre elas, mas a *pdf* ajustada a partir dos dados obtidos com o DSSTAB é levemente maior na região do pico da *pdf*. Assim como no caso do heave, o processo estocástico do pitch é um processo ergódico. Como demonstrado na Figura 5.8, onde a variância no tempo de várias realizações do modelo DSSTAB convergem a um mesmo valor.

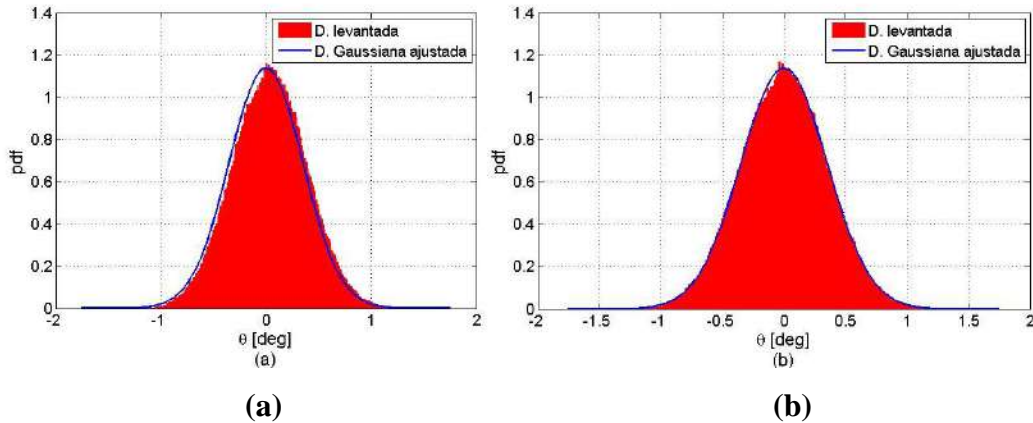


Fig. 5.6 Função de densidade de probabilidade do pitch. Espectro Jonswap $H_5 = 7.0m$ e $T_P = 10.53s$. (a) *pdf* levantada com o modelo DSSTAB (b) *pdf* levantada tirando a média do processo do pitch.

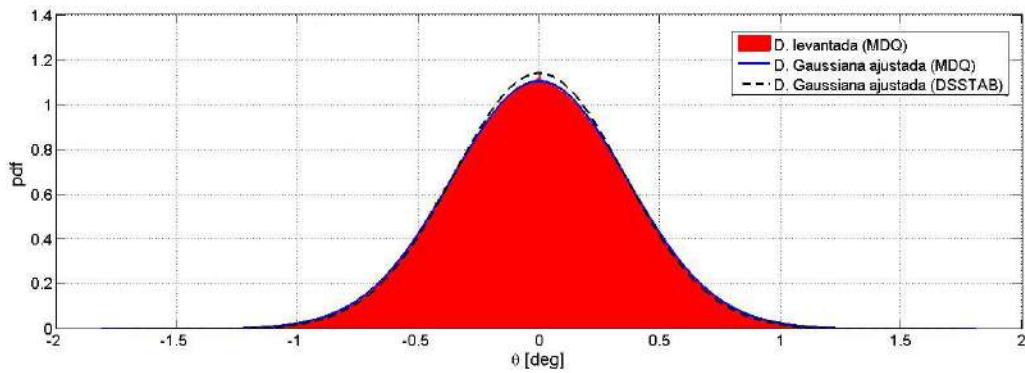


Fig. 5.7 Comparação da função de densidade de probabilidade do pitch. Espectro Jonswap $H_5 = 7.0m$ e $T_P = 10.53s$.

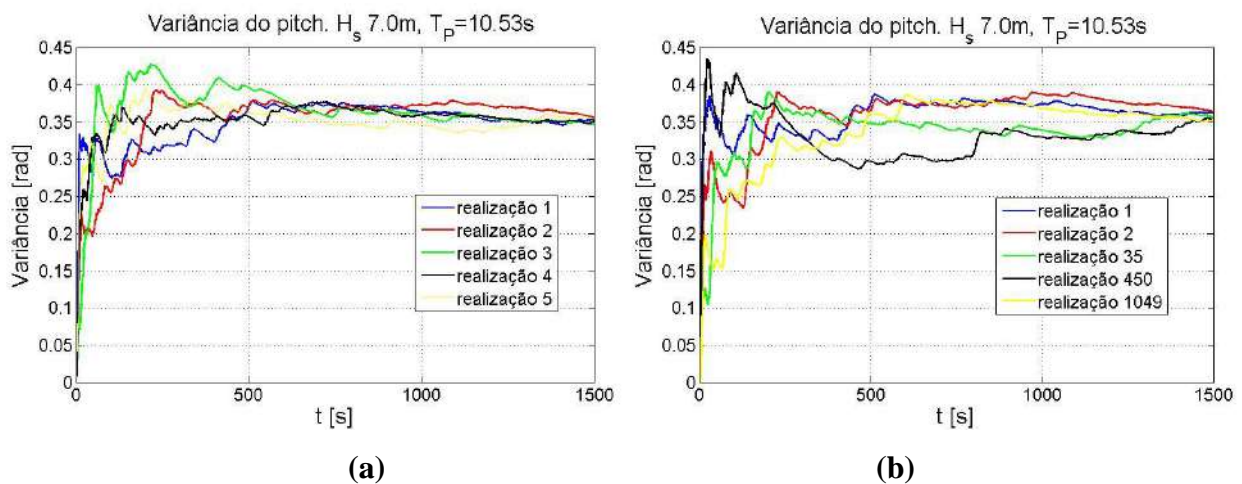
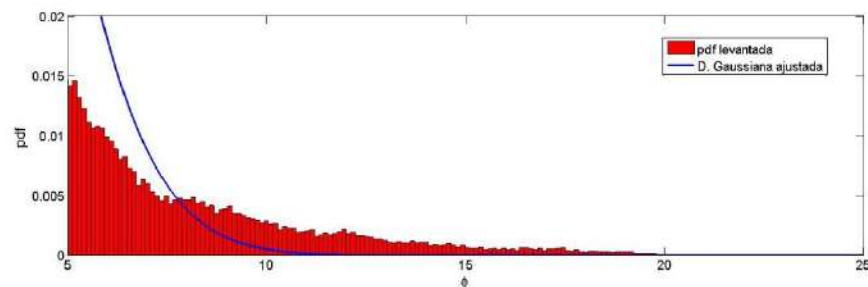
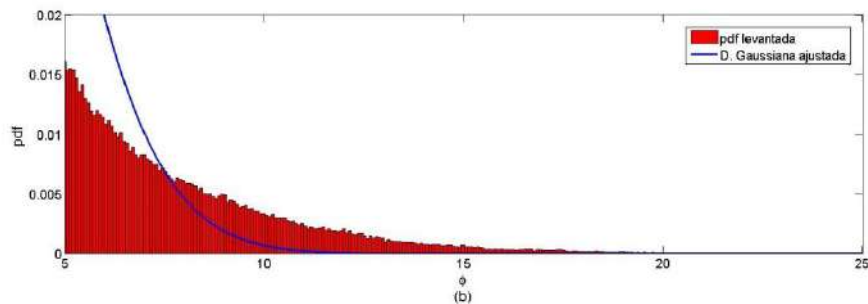


Fig. 5.8 Variância do pitch no tempo. (a) DSSTAB. (b) MDQ.

Dos resultados discutidos acima, pode-se concluir que as respostas obtidas com os modelos MDQ e DSSTAB representam satisfatoriamente o comportamento de navios tipo portacontentor sob condições de ressonância paramétrica, conforme discutido no Capítulo 1. No intuito de continuar o estudo do roll sob condições de ressonância paramétrica, na Figura 5.9 mostra-se um *zoom* da cauda da *pdf* da Figura 5.1b levantada com distintos números de realizações: 50, 200, 500 e 2000. Nota-se que a cauda converge para um comportamento tipo exponencial conforme o número de realizações aumenta, sendo que a partir de 200 realizações esse comportamento já é bastante aproximado. Por simplicidade foi decidido como padrão que o numero de realizações a se empregar com o modelo MDQ no estudo de roll será 500 realizações, devido a que aproximadamente 2000 realizações do processo com 1500 segundos de duração tem 3.0 Gigabites de dados e 1000 realizações do processo com três horas de duração tem 11.0 Gigabites de dados. Sendo que a manipulação de um grande volume de dados é um processo pouco simples.



(a)



(b)

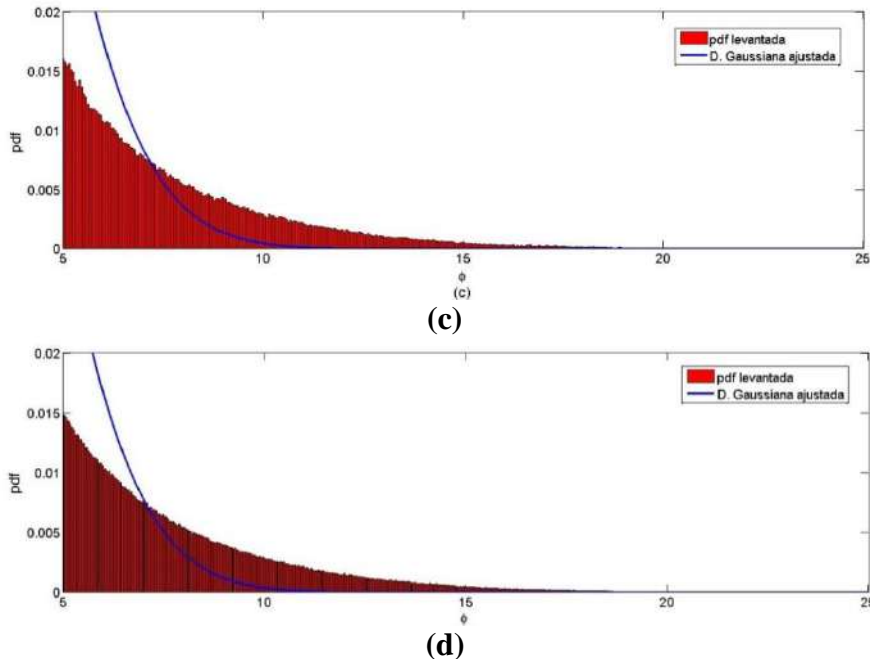


Fig. 5.9 Zoom da cauda das *pdf*'s da Figura 5.1. (a) 50 realizações. (b) 200 realizações. (c) 500 realizações. (d) 2000 realizações.

Tendo como base o discutido anteriormente, foram geradas 500 realizações de três horas de duração da mesma condição de mar (Jonswap $H_S = 7.0m$ e $T_P = 10.53s$) com o modelo MDQ. Na Figura 5.10 mostram-se algumas realizações do processo estocástico do roll. Note-se o aparecimento do roll em grupos isolados em algumas realizações. No entanto, na realização 83 mostrada na Figura 5.10 o roll paramétrico não consegue desenvolver-se, sendo que a resposta do roll fica em torno da condição inicial para depois decair.

Na Figura 5.11a mostra-se a *pdf* do roll levantada das 500 realizações do processo estocástico do roll gerado com o espectro Jonswap com $H_S = 7.0m$ e $T_P = 10.53s$. Também na Figura 5.11b mostra-se a variância do roll no tempo de algumas realizações do processo do roll antes mencionado. Os resultados da Figura 5.11 mostram que o processo do roll de três horas de duração nessas condições ambientais tem características similares ao processo do roll com 1500 segundos de duração nas mesmas condições ambientais. Da Figura 5.12, onde mostram-se várias *CDF*'s (do inglês, *cumulative distribution function*) construídas com diversas realizações do processo de roll de três horas antes mencionado, pode-se concluir que não é possível obter dados estatísticos de uma única realização do processo (não ergodicidade). Isto devido a que as *CDF*'s obtidas com distintas realizações são muito diferentes entre elas, como mostrado na Figura 5.12.

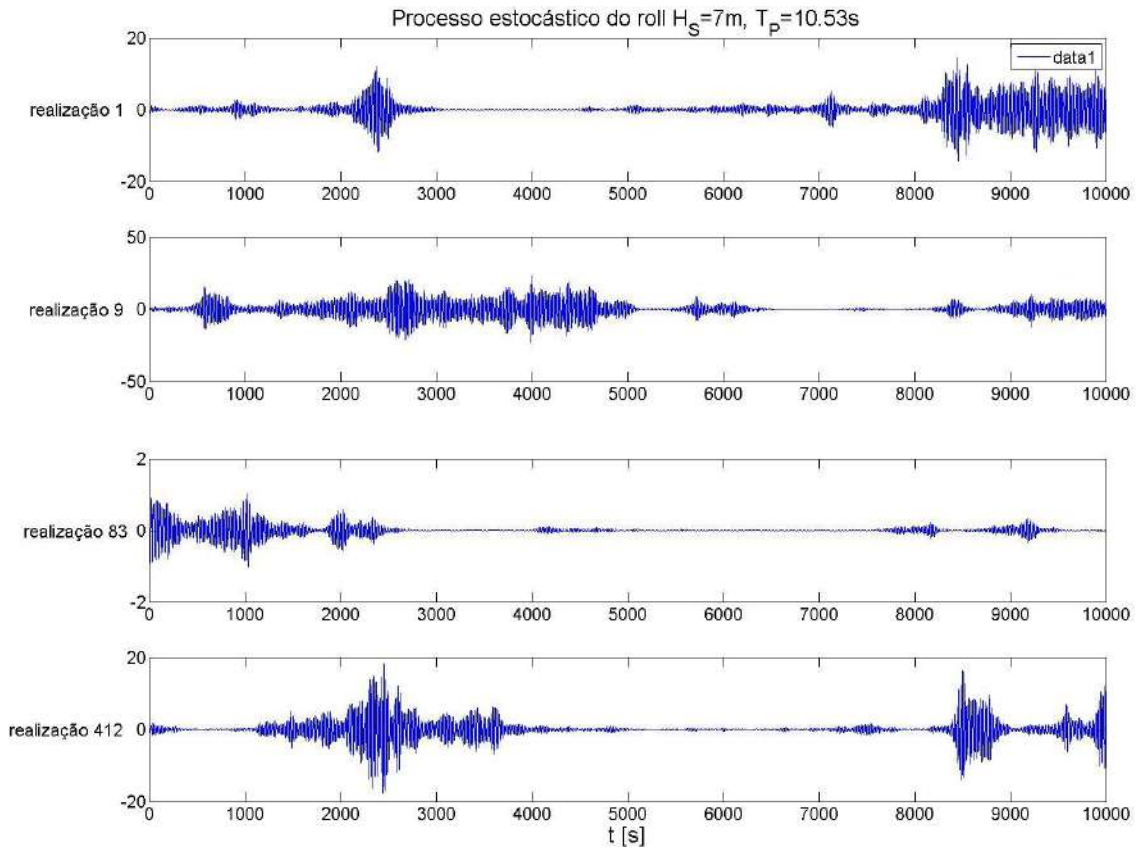
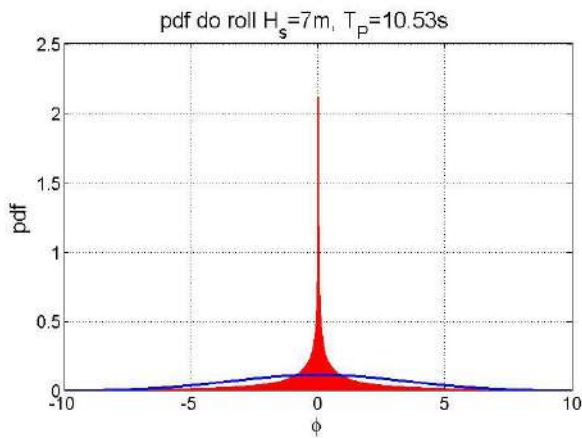
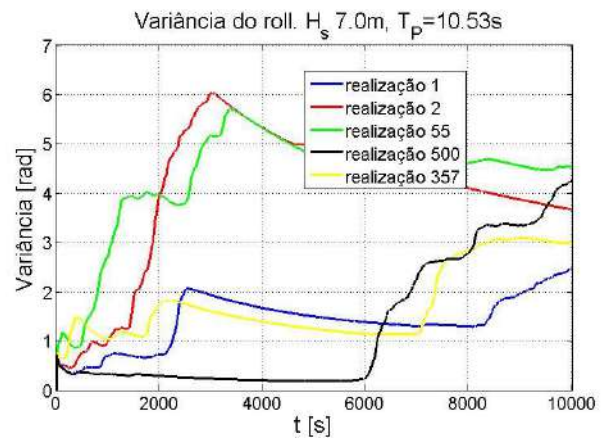


Fig. 5.10 Realizações do processo estocástico do roll. Jonswap $H_S = 7.0m$ e $T_P = 10.53s$.



(a)



(b)

Fig. 5.11 (a) pdf do roll. (b) Variância do roll no tempo. Jonswap $H_S = 7.0m$ e $T_P = 10.53s$.

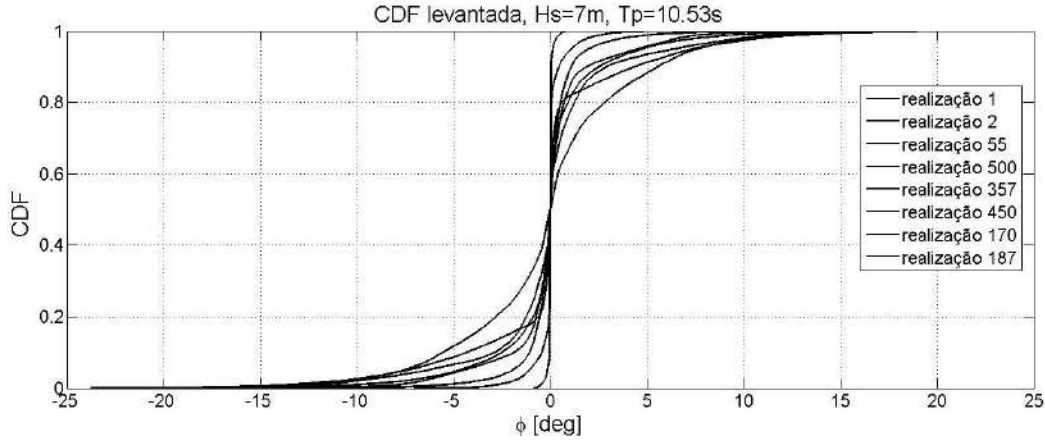


Fig. 5.12 CDF's de algumas realizações do processo estocástico do roll. Jonswap $H_S = 7.0m$ e $T_P = 10.53s$.

Continuando o estudo do processo estocástico do roll de três horas de duração mostrado na Figura 5.10, nas Figuras 5.13 e 5.14 mostram-se a média e o desvio padrão das variáveis aleatórias ϕ_t (com amostras de 500 dados cada uma) obtidas fixando-se o tempo no processo estocástico do roll (vide secção 4.2). Da Figura 5.13 observa-se que a média fica em torno do zero exceto nos instantes iniciais, onde fica em torno do valor um, que foi a condição inicial das simulações. No entanto, da Figura 5.14 observa-se que o desvio padrão das variáveis aleatórias ϕ_t fica em um valor próximo a 3.5, depois de acabar o tempo da influência da condição inicial.

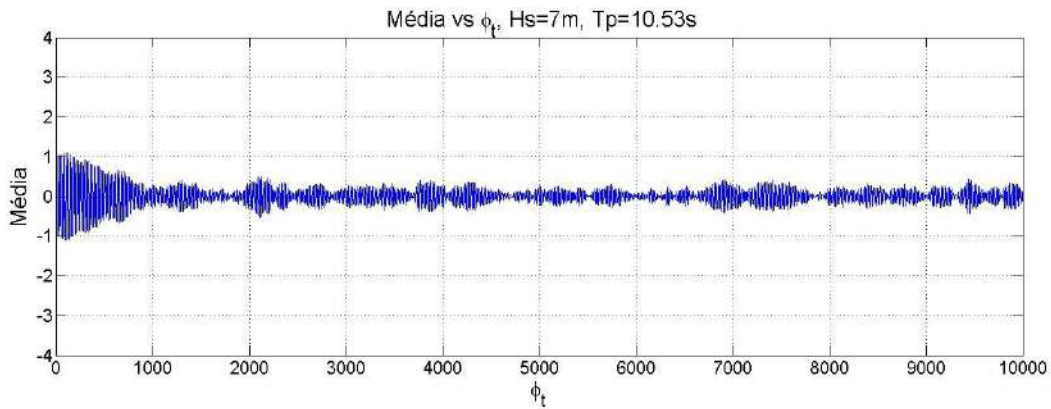


Fig. 5.13 Média das variáveis aleatórias do processo estocástico do roll. Jonswap $H_S = 7.0m$ e $T_P = 10.53s$.

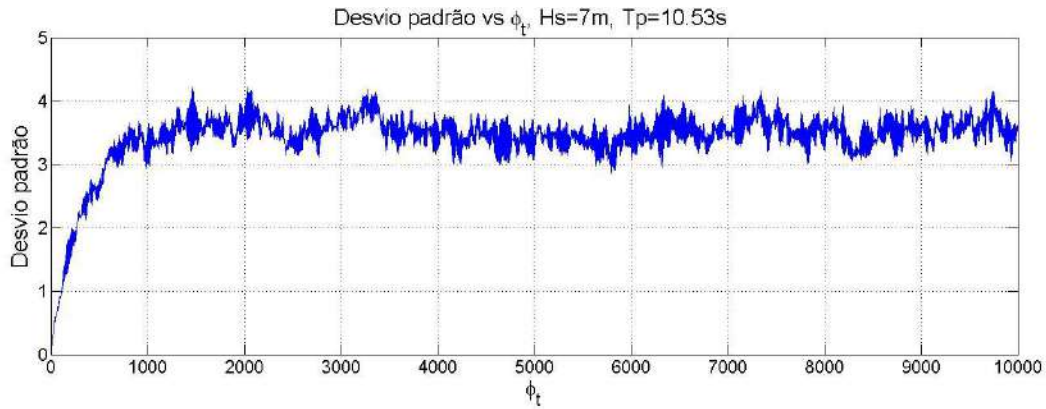


Fig. 5.14 Desvio padrão das variáveis aleatórias do processo estocástico do roll. Jonswap
 $H_S = 7.0m$ e $T_P = 10.53s$.

O seguinte passo no estudo do processo do roll mostrado na Figura 5.10 é verificar qual é o comportamento das distribuições das variáveis aleatórias ϕ_t . Na Figura 5.15 mostram-se distribuições do roll levantadas fixando-se o tempo em distintos instantes do processo estocástico onde os valores da média e desvio padrão das Figuras 5.13 e 5.14 ainda não tem convergido. Pode-se observar que as distribuições da Figura 5.15 não convergem em uma única distribuição. Já a Figura 5.16 mostra algumas distribuições do roll levantadas depois que a média e o desvio padrão já tiveram convergido. Neste caso todas as distribuições das variáveis aleatórias ϕ_t convergem a uma única distribuição. Assim, pode-se concluir que no processo do roll nesta condição ambiental, as variáveis aleatórias ϕ_t são identicamente distribuídas a partir de um tempo determinado (onde a influência das condições iniciais não é significativa).

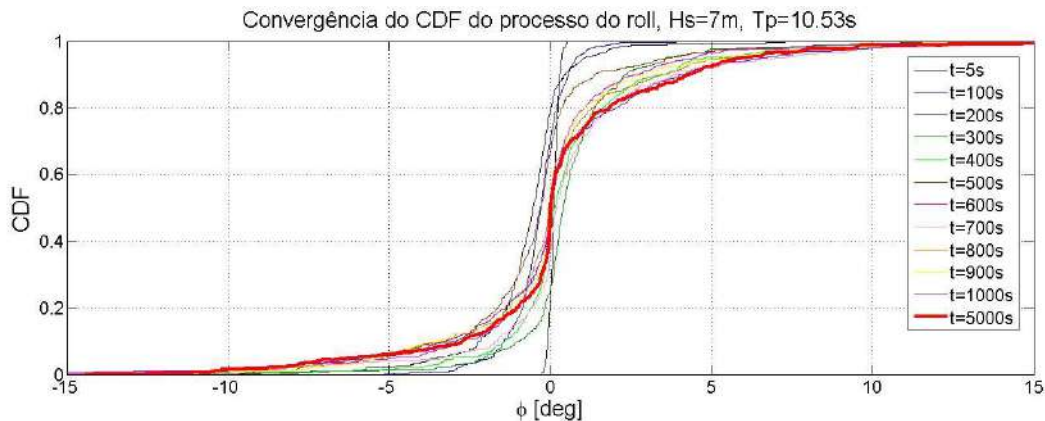


Fig. 5.15 CDF's de algumas variáveis aleatórias do processo estocástico do roll. Jonswap
 $H_S = 7.0m$ e $T_P = 10.53s$.

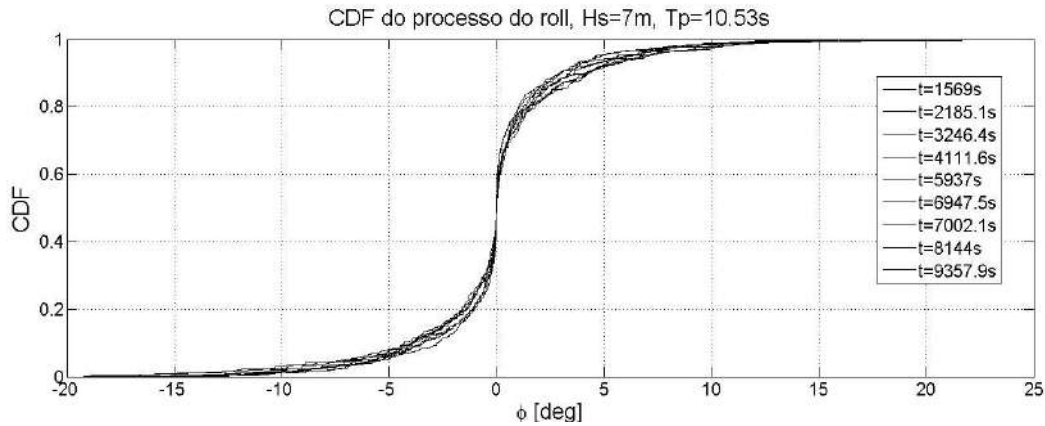


Fig. 5.16 CDF's de algumas variáveis aleatórias do processo estocástico do roll. Jonswap $H_S = 7.0m$ e $T_p = 10.53s$.

Por outra lado, na Figura 5.17 mostra-se o valor do coeficiente de correlacionamento (vide secção 4.2) para diferentes valores de τ das variáveis aleatórias ϕ_t do processo estocástico da Figura 5.10. Note-se que variáveis aleatórias muito próximas (valores de τ 1 e 10 segundos) tem grande correlacionamento (dependência) entre elas. No entanto variáveis aleatórias afastadas (valores de τ 100 e 1000 segundos) tem muito pouco correlacionamento. Em outras palavras, existe dependência entre as variáveis aleatórias mas essa dependência é reduzida conforme elas se afastam. Isto satisfaz a condição de dependência da equação 4.18. Além disso, da Figura 5.17 pode-se concluir que o correlacionamento entre duas variáveis aleatórias ϕ_t depende unicamente de seu afastamento τ , com certo grau de aleatoriedade.

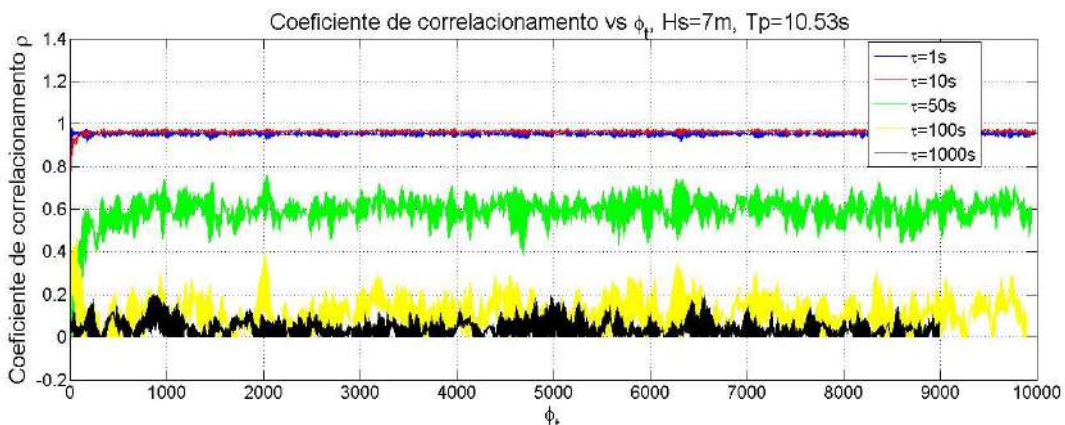


Fig. 5.17 Coeficiente de correlacionamento no tempo das variáveis aleatórias do processo estocástico do roll. Jonswap $H_S = 7.0m$ e $T_p = 10.53s$.

Dos resultados mostrados nas Figuras 5.16 e 5.17 pode-se concluir que o processo estocástico do roll do portacontentor NTU gerado na condição de mar dada pelo espectro de Jonswap com $H_S = 7.0m$ e $T_p = 10.53s$ pode ser considerado como estocástico estacionário de segunda ordem (nos instantes onde é satisfeito a condição que as distribuições em cada tempo são iguais e o correlacionamento entre variáveis só depende do τ). Portanto, o teorema de extremos Fisher-Tippett-Gnedenko pode ser aplicado no processo estocástico do roll sob essas condições.

É importante resaltar que a conclusão de que o teorema de extremos pode ser aplicado no estudo das respostas do roll foi feita para uma condição de mar específica. Assim, no caso de outras condições de mar a mesma metodologia que foi empregada para chegar a essa conclusão deve ser usada. Nessa linha de pensamento, foram geradas 500 realizações de três horas de duração com uma condição de mar com maior intensidade com o modelo MDQ. Sendo o mar definido pelo espectro Jonswap com $H_S = 10.0m$ e $T_p = 10.53s$. Na Figura 5.18 mostram-se algumas realizações do processo do roll obtido com essa condição de mar. O fato de que das 500 realizações geradas 222 realizações registraram *capsizing* (emborcamentos), como mostrado na realização 159 da Figura 5.18, merece ser ressaltado. Além disso, das realizações mostradas na Figura 5.18 pode-se concluir que o agrupamento das respostas do roll acontece em grupos muito menos isolados, ao contrário do processo com intensidade de mar menor (como mostrado na Figura 5.10). Isto significa que a resposta do roll fica menos tempo em torno do zero. Esse fato pode ser observado na *pdf* do roll levantada do processo, mostrada na Figura 5.19a. Por outro lado, a Figura 5.19b mostra que a variância no tempo das realizações deste processo do roll parece convergir a um valor mais próximo entre elas. O mostrado na Figura 5.19b indica que a condição de não ergodicidade do processo do roll gerado com o mar dado pelo espectro Jonswap com $H_S = 10.0m$ e $T_p = 10.53s$ é mais fraca do que no caso de um mar gerado com menor intensidade (espectro Jonswap com $H_S = 7.0m$ e $T_p = 10.53s$). Isto pode ser corroborado inspecionando-se as *CDF's* das Figura 5.20, as quais foram levantadas a partir de várias realizações do processo estocástico do roll. Note-se que as *CDF's* mostradas na Figura 5.20 ficam muito próximas, o que não acontece no caso da Figura 5.12, onde as *CDF's* foram levantadas com realizações geradas com uma intensidade de mar menor.

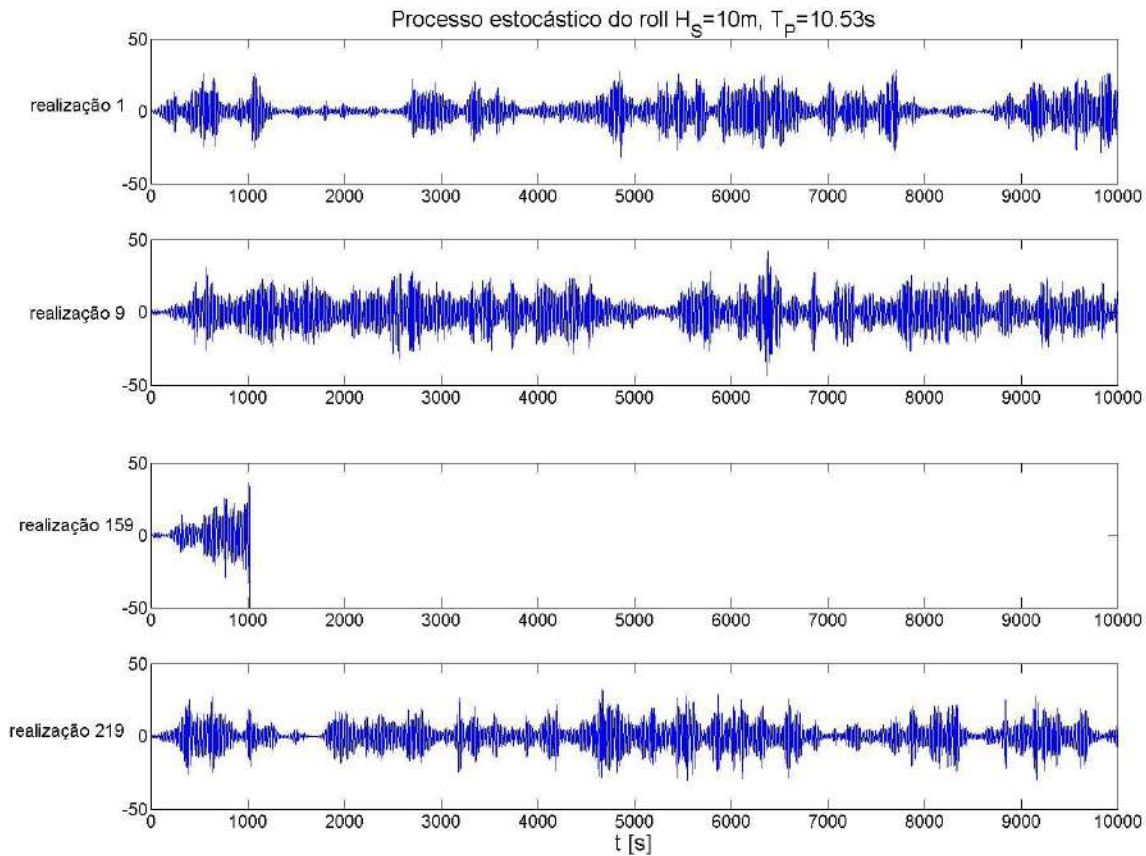


Fig. 5.18 Realizações do processo estocástico do roll. Jonswap $H_S = 10.0m$ e $T_P = 10.53s$.

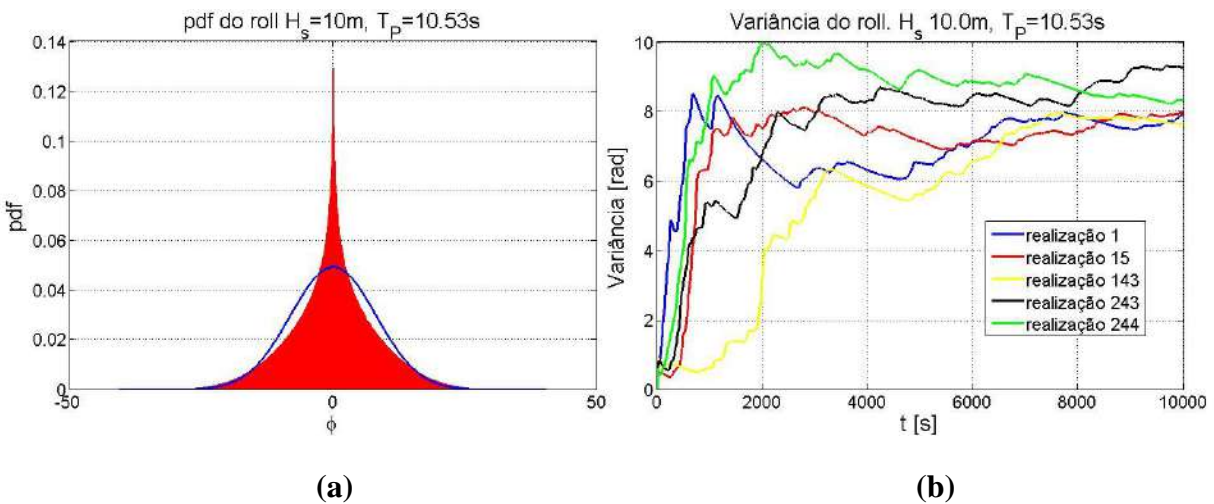


Fig. 5.19 (a) *pdf* do roll. (b) Variância do roll no tempo. Jonswap $H_S = 10.0m$ e $T_P = 10.53s$.

Continuando a análise, nas Figuras 5.21, 5.22 e 5.23 mostram-se o comportamento no tempo da média, do desvio padrão e do coeficiente de correlacionamento (para vários valores de τ) das variáveis aleatórias ϕ_t do processo estocástico do roll mostrado na Figura 5.18. Neste caso os

resultados obtidos foram semelhantes aos obtidos na condição de mar com menor intensidade. Porém os resultados obtidos nesta condição de mar apresentaram maior aleatoriedade, especialmente a média no tempo (Figura 5.21). Isto pode ser explicado dado o fato de que as variáveis aleatórias ϕ_t tiveram uma amostra de 278 valores, o que produz uma incerteza maior no cálculo das propriedades das variáveis aleatórias ϕ_t .

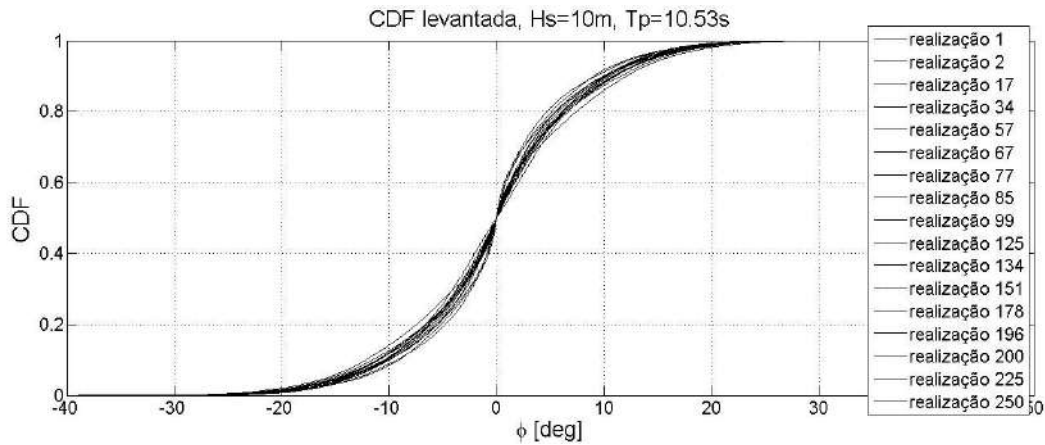


Fig. 5.20 CDF's de algumas realizações do processo estocástico do roll. Jonswap $H_S = 10.0m$ e $T_P = 10.53s$.

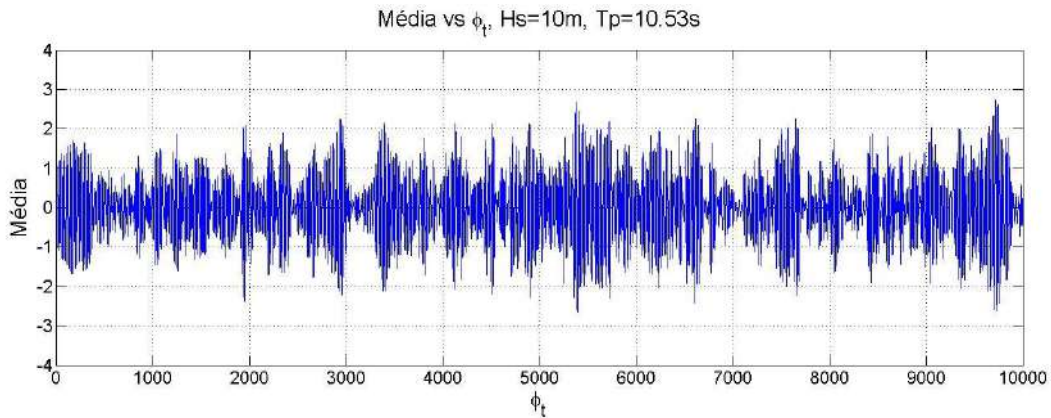


Fig. 5.21 Média das variáveis aleatórias do processo estocástico do roll. Jonswap $H_S = 10.0m$ e $T_P = 10.53s$.

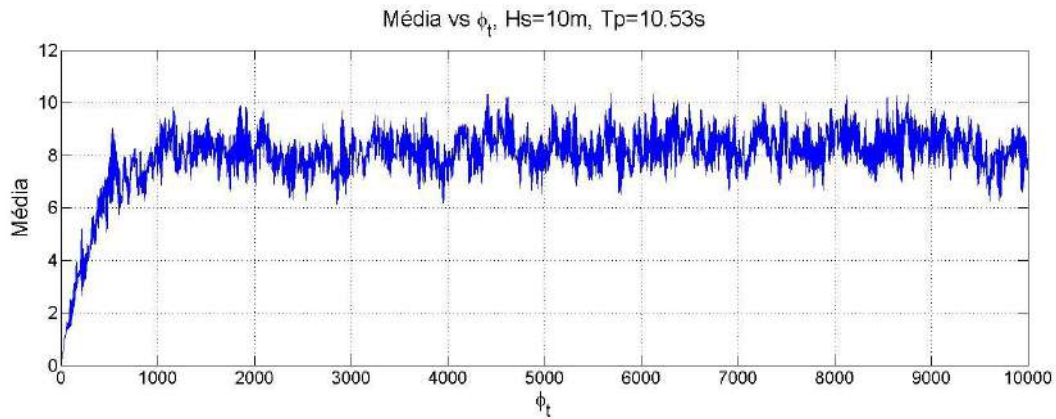


Fig. 5.22 Desvio padrão das variáveis aleatórias do processo estocástico do roll. Jonswap $H_S = 10.0m$ e $T_P = 10.53s$.

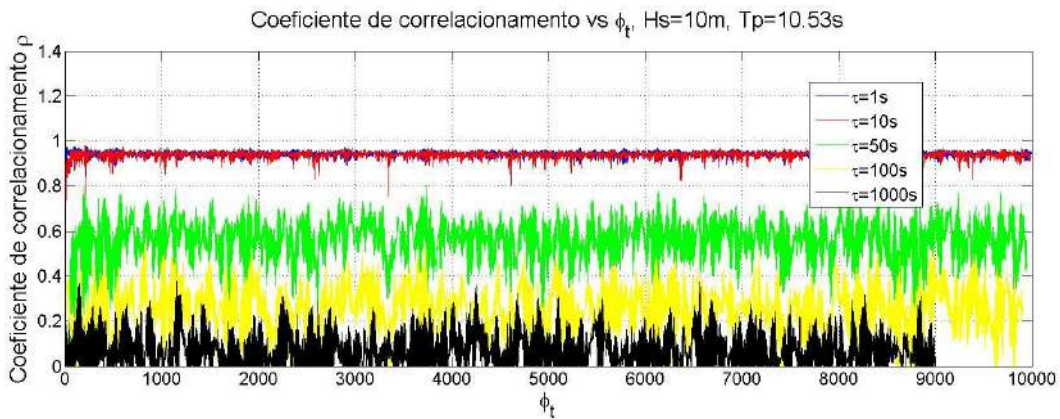


Fig. 5.23 Coeficiente de correlacionamento no tempo das variáveis aleatórias do processo estocástico do roll. Jonswap $H_S = 10.0m$ e $T_P = 10.53s$.

A Figura 5.24 mostra as CDF's de diversas variáveis aleatórias ϕ_t do processo estocástico do roll da Figura 5.18. Igualmente como no caso das propriedades das variáveis aleatórias ϕ_t , o fato de que a amostra das variáveis aleatórias ϕ_t seja menor incrementa a divergência entre as CDF's. Porém, as CDF's mostradas na Figura 5.24 aproximam-se a uma única distribuição.

Assim, do discutido e mostrado nas Figuras 5.23 e 5.24, o teorema de extremos Fisher-Tippett-Gnedenko pode ser aplicado ao processo estocástico do roll gerado com o mar dado pelo espectro Jonswap com $H_S = 10.0m$ e $T_P = 10.53s$.

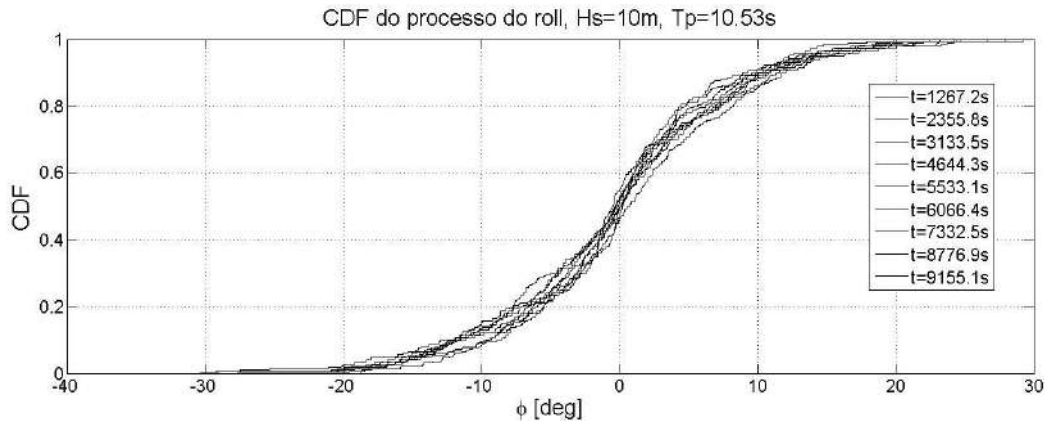


Fig. 5.24 CDF's de algumas variáveis aleatórias do processo estocástico do roll. Jonswap $H_S = 10.0m$ e $T_P = 10.53s$.

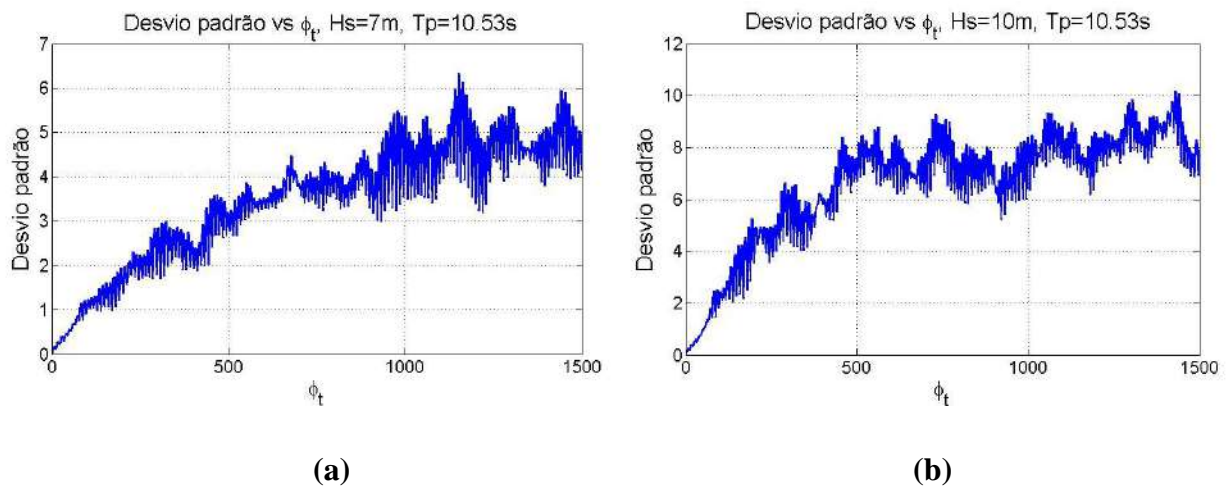


Fig. 5.25 Desvio padrão das variáveis aleatórias do processo estocástico do roll gerado com o modelo DSSTAB (a) Jonswap $H_S = 7.0m$ e $T_P = 10.53s$. (b) Jonswap $H_S = 10.0m$ e $T_P = 10.53s$.

Deve-se mencionar que a conclusão de que o processo estocástico do roll pode ser considerado como estacionário de segunda ordem foi feita empregando-se o modelo MDQ. Portanto, o mesmo não pode ser garantido facilmente para os processos gerados pelo modelo DSSTAB. Infelizmente, fazer a mesma análise com o modelo DSSTAB não é uma tarefa simples. Isto é devido a que as propriedades estocásticas apresentam uma fase transitória (como visto nas Figuras 5.14 e 5.22). Gerar o suficiente número de realizações com tempo de simulação de três horas no DSSTAB é pouco eficiente em termos de tempo de cômputo (como foi mencionado no Capítulo 3, uma realização de três horas no modelo DSSTAB demora aproximadamente três dias para ser finalizada). Apesar disso, da análise do desvio padrão dos processos do roll gerados com o DSSTAB (ver Figura 5.25), pode-se chegar á conclusão que os

processos do roll gerados com o modelo DSSTAB apresentam o mesmo comportamento que os processos do roll gerados com o modelo MDQ. Lamentavelmente, as distribuições do roll fixando o tempo se acham na fase transitória, onde elas não convergem a uma única distribuição.

Também é importante mencionar o fato de que das 500 realizações com o modelo MDQ do processo estocástico do roll com duração de três horas e com condição do mar dada pelo espectro Jonswap com $H_S = 10.0m$ e $T_p = 10.53s$, 222 realizações deram *capzising*. Já para o caso do processo do roll com o modelo MDQ sob a mesma excitação mas com duração de 1500 segundos, das 500 realizações, 20 resultaram em *capzising*. Esse comportamento não é registrado pelo modelo DSSTAB, onde das 50 realizações, nenhuma resulta em *capzising*. Sendo que para as mesmas realizações no modelo MDQ (empregando as mesmas fases aleatórias que no caso do DSSTAB) três resultaram em *capzising*. Nas Figuras 5.26 e 5.27 mostram-se as realizações 17 e 22 (das 50 realizações geradas com o modelo DSSTAB) do processo do roll. Nessas Figuras mostram-se comparações entre os resultados dos modelos MDQ e DSSTAB.

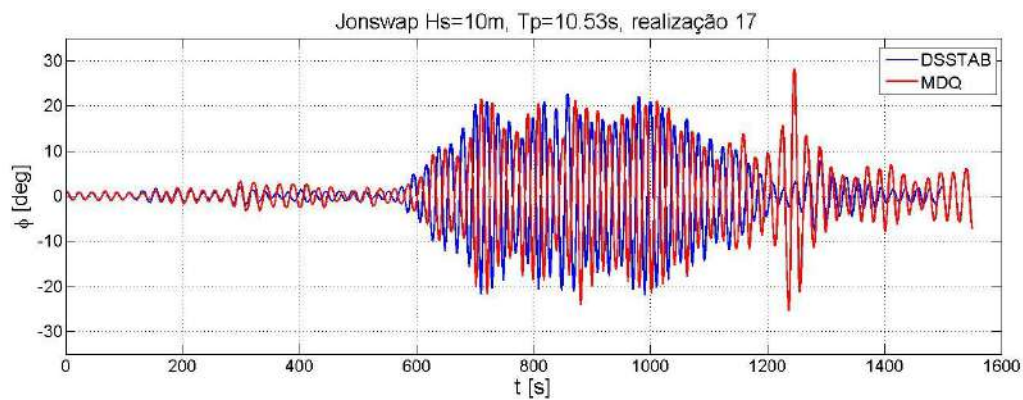


Fig. 5.26 Simulação do movimento de roll. $H_s=10.0m$, $T_p=10.53s$, realização 17

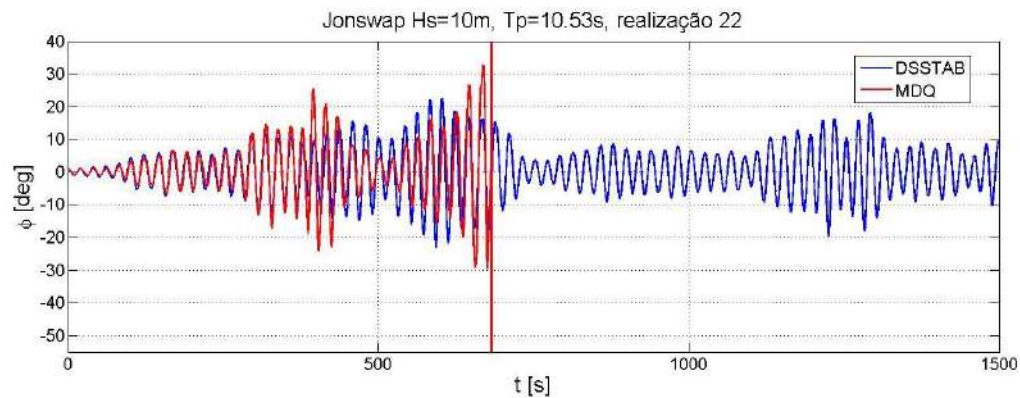


Fig. 5.27 Simulação do movimento de roll. $H_s=10.0m$, $T_p=10.53s$, realização 22

Da Figura 5.26 pode-se notar que as respostas dos modelos MDQ e DSSTAB são bem próximas. Porém, depois de registrar-se o desenvolvimento da ressonância paramétrica, as respostas do modelo MDQ tem um patamar um pouco mais elevado que as respostas do modelo DSSTAB (com a presença de um pico não registrado no DSSTAB). Já no caso da Figura 5.27, as respostas dos dois modelos encontram-se muito próximas até o instante em que a resposta do roll no modelo MDQ diverge ao infinito. A divergência no modelo MDQ poderia ser explicada devido ao fato de que esse modelo usa aproximações para as ações restaurativas, sendo que essa divergência reportada aqui pode ser o resultado de uma limitação inerente ao modelo MDQ. Aqui deve-se considerar as respostas do modelo DSSTAB como mais próximas da realidade, devido a que o modelo DSSTAB não usa nenhuma aproximação nas ações restaurativas.

Finalmente, como último comentário nesta seção, deve-se mencionar a qualidade das respostas do modelo MDL. Neste capítulo o modelo MDL foi amplamente deixado do lado, devido a que inclusive na condição de mar com menor intensidade (Jonswap com $H_S = 7.0m$ e $T_P = 10.53s$), de 500 realizações geradas 134 realizações resultaram em *capzising*. Esse resultado não é inesperado, devido ao fato de que o modelo MDL não consegue registrar diversas características do roll paramétrico em mares regulares.

5.3 Distribuição de probabilidade de extremos do roll em condições de ressonância paramétrica.

Com base no apresentado na seção anterior, foi aplicado o teorema dos extremos Fisher-Tippett-Gnedenko nos processos gerados a partir dos modelos DSSTAB e MDQ. A distribuição generalizada de valores extremos (GEVD, vide Capítulo 4) foi escolhida para ajustar as distribuições dos processos estocásticos. Na Figura 5.25 mostra-se o ajuste da GEVD para os processos do roll gerados com os modelos DSSTAB e MDQ com condição ambiental dada pelo espectro Jonswap com $H_S = 7.0m$ e $T_P = 10.53s$. As Figuras 5.25a e 5.25b mostram os ajustes empregando as simulações com 1500s de duração. Já a Figura 5.25c mostra o ajuste da GEVD empregando as realizações com três horas de simulação com o modelo MDQ.

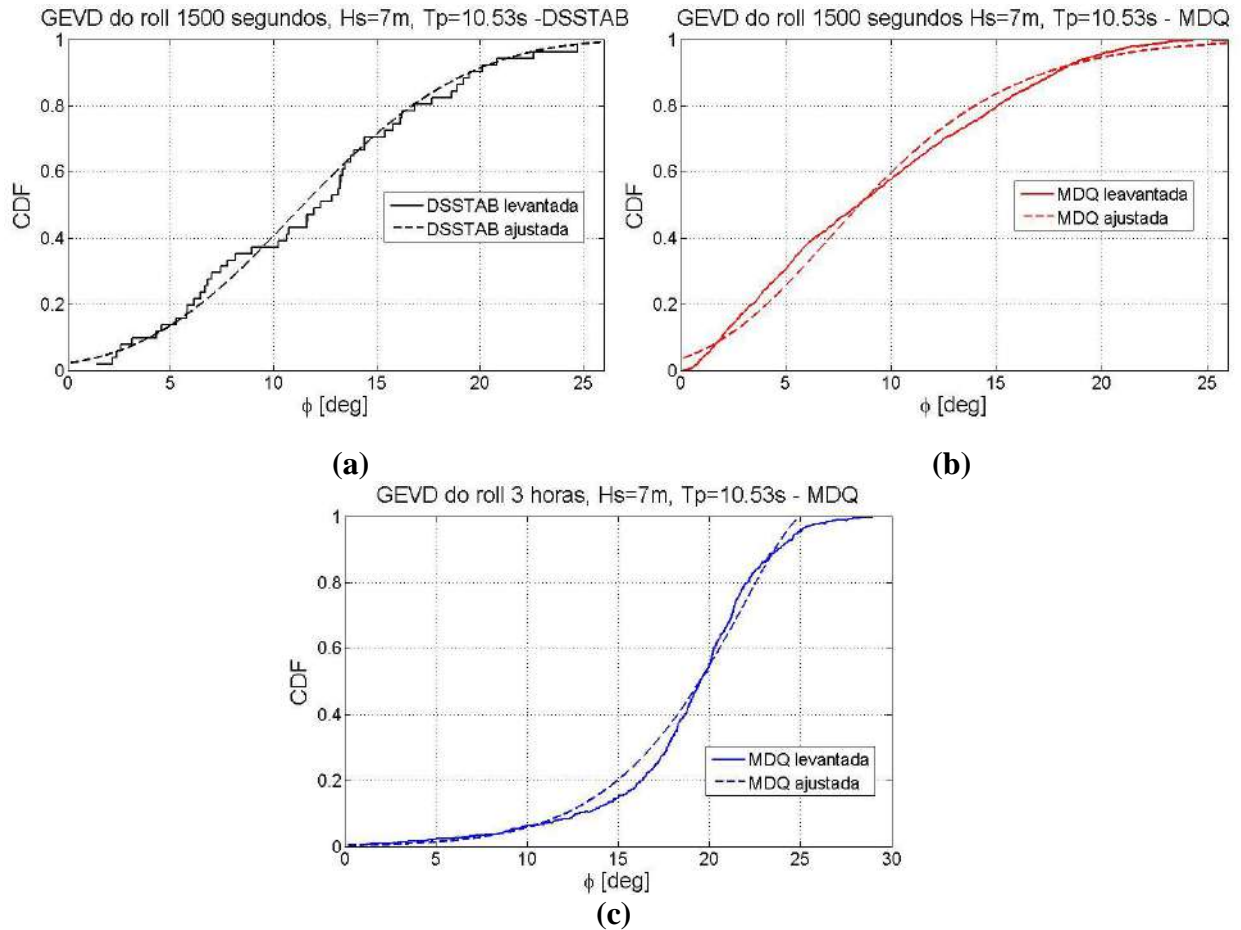


Fig. 5.25 GEVD do processo do roll, Jonswap $H_S = 7.0m$ e $T_P = 10.53s$. (a) DSSTAB (b) MDQ 1500 segundos de duração (c) MDQ 3 horas de duração.

Os ajustes das GEVD's mostrados na Figura 5.25 apresentam uma boa aproximação com suas respectivas distribuições levantadas empiricamente com os modelos DSSTAB e MDQ (mostradas nas correspondentes Figuras). No entanto, a Figura 5.26 mostra uma comparação entre as GEVD's ajustadas com os modelos DSSTAB e MDQ. Da Figura 5.26 pode-se observar que o comportamento das duas GEVD's ajustadas é similar, mas existe uma região onde a probabilidade de atingir ângulos de roll fica maior no modelo MDQ. Não obstante, as duas GEVD's predizem a mesma probabilidade para os ângulos maiores. Esse resultado parece estar em concordância com os resultados anteriores, onde o modelo MDQ gerou repostas do roll maiores que o modelo DSSTAB (vide Figura 5.26).

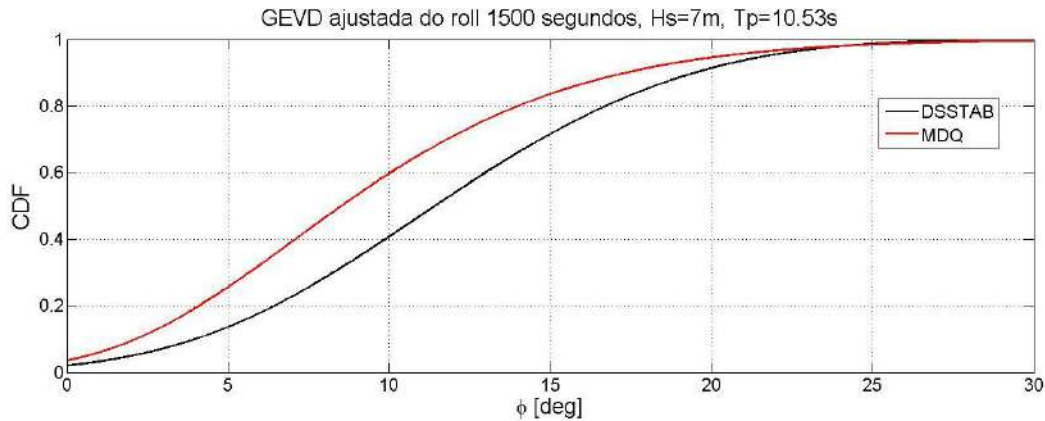


Fig. 5.26 Comparação entre as GEVD ajustadas do processo do roll dos modelos DSSTAB e MDQ com 1500 segundos de duração, Jonswap $H_S = 7.0m$ e $T_p = 10.53s$.

Por outro lado, é possível extrapolar uma distribuição obtida com um tempo de simulação estabelecido para uma distribuição com um tempo maior de simulação segundo a Equação 4.33. Assim, foram empregadas as distribuições ajustadas calculadas com realizações de 1500 segundos de duração, no intuito de extrapolar uma distribuição com tempo de duração igual a três horas. A Figura 5.27a mostra a comparação entre a GEVD levantada com o modelo MDQ (três horas) e a GEVD extrapolada usando a GEVD ajustada com o modelo MDQ (1500 segundos). No entanto, a Figura 5.27b mostra a comparação entre a GEVD levantada com o modelo MDQ (três horas) e a GEVD extrapolada usando a GEVD ajustada com o modelo DSSTAB (1500 segundos). Os resultados mostram que as distribuições extrapoladas (linhas vermelhas na Figura 5.27) não se afastam demasiado da distribuição obtida empiricamente das 500 realizações com tres horas de duração no modelo MDQ (linha preta na Figura 5.28). Porém, a GEVD extrapolada usando a distribuição ajustada com as realizações do modelo DSSTAB representa melhor a distribuição empirica dos ângulos máximos de roll obtida com realizações de três horas. Deve-se mencionar que a GEVD obtida empiricamente com realizações de três horas no modelo MDQ deve ser considerada mais acurada que a GEVD obtida com realizações de 1500 segundos com o mesmo modelo. Isto se deve a que, como mostrado na seção anterior, o processo do roll gerado com o MDQ só pode ser considerado como estacionário em instantes onde as características estocásticas tenham convergido.

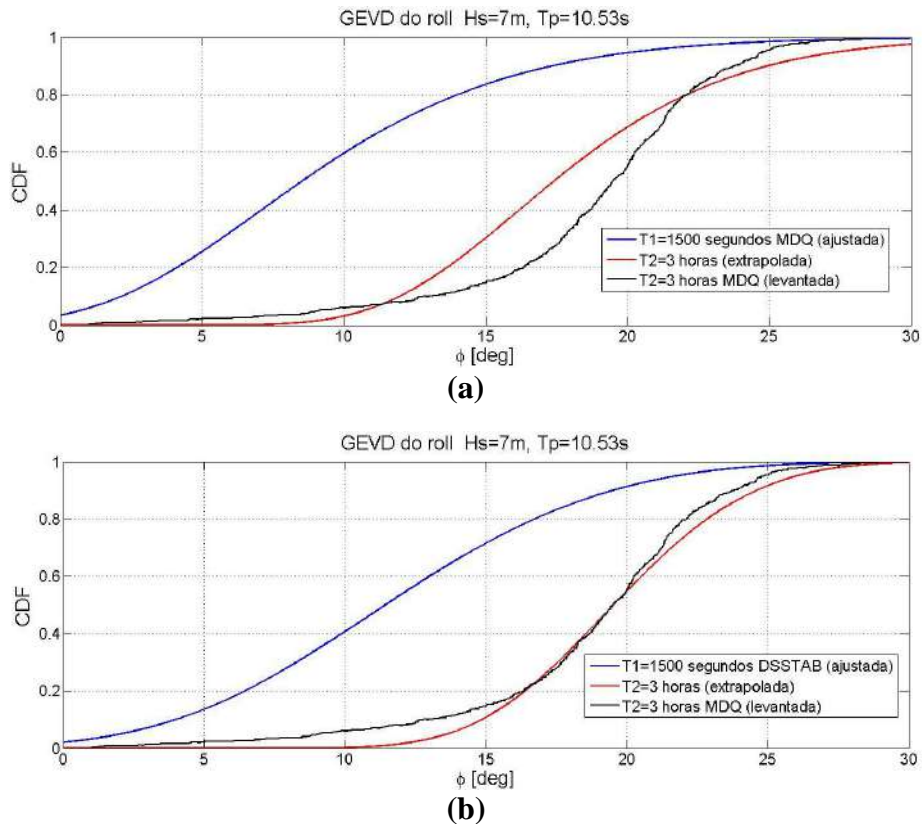


Fig. 5.27 Extrapolação da GEVD do roll para um tempo maior de simulação. (a) empregando o modelo MDQ (b) empregando o modelo MDQ

O levantamento de distribuições de extremos também foi feito para os processos estocásticos (com 1500 segundos de duração) do heave e pitch na mesma condição ambiental. A Figura 5.28a mostra o levantamento de distribuições de extremos do processo de heave com os modelos DSSTAB e MDQ. Já a Figura 5.28b mostra a comparação entre as GEVD's ajustadas com esses modelos. No entanto, as Figuras 5.29a e 5.29b mostram as mesmas comparações para o processo estocástico do pitch. Também foram extrapoladas distribuições de extremos com tempo de simulação de três horas a partir das distribuições ajustadas das Figuras 5.28b e 5.29b. Da Figura 5.30, pode-se observar que as distribuições extrapoladas se correspondem bem com as distribuições levantadas empiricamente (a partir das realizações de maior duração). Mas para os valores (de heave e pitch) mais extremos, existe uma diferença significativa entre as distribuições extrapoladas e as distribuições levantadas empiricamente. Isto talvez possa ser explicado considerando que nas simulações numéricas com o modelo MDQ, quando valores grandes do roll são atingidos, as respostas do heave e pitch são afetadas. Um exemplo desse comportamento pode ser observado nas simulações em mares regulares das Figuras 2.28 e 2.30.

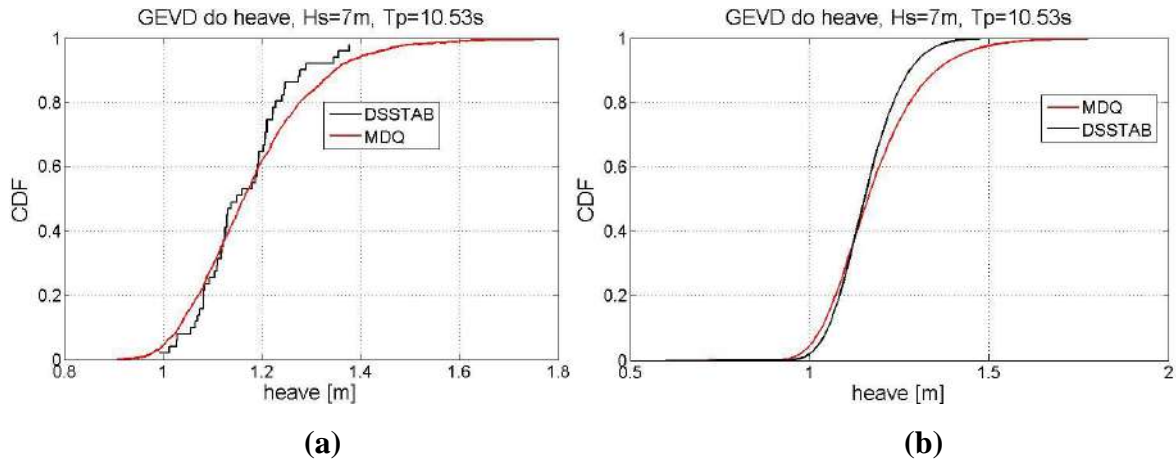


Fig. 5.28 GEVD do processo do heave com 1500 segundos de duração, Jonswap $H_S = 7.0m$ e $T_p = 10.53s$. (a) GEVD's levantadas (b) GEVD's ajustadas.

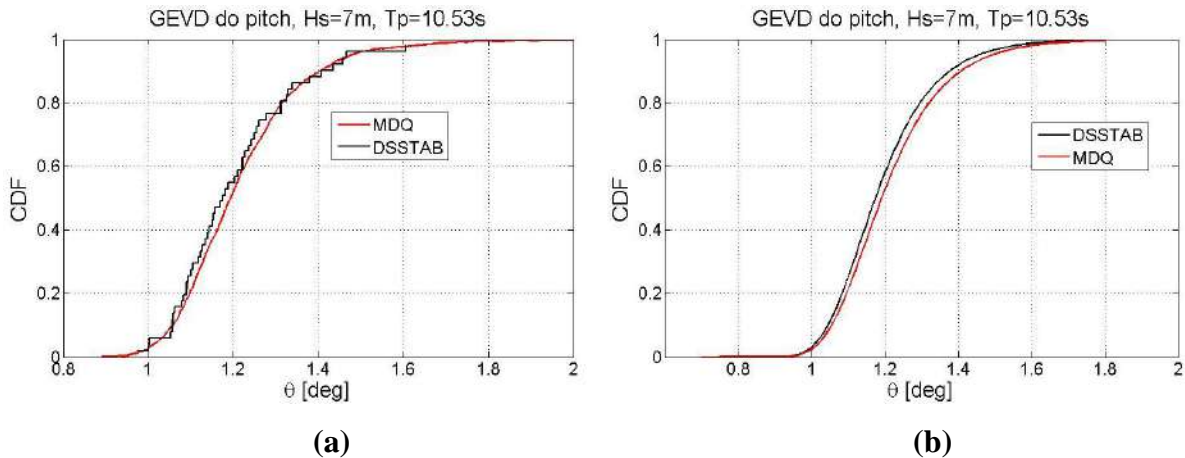


Fig. 5.29 GEVD do processo do pitch com 1500 segundos de duração, Jonswap $H_S = 7.0m$ e $T_p = 10.53s$. (a) GEVD's levantadas (b) GEVD's ajustadas.

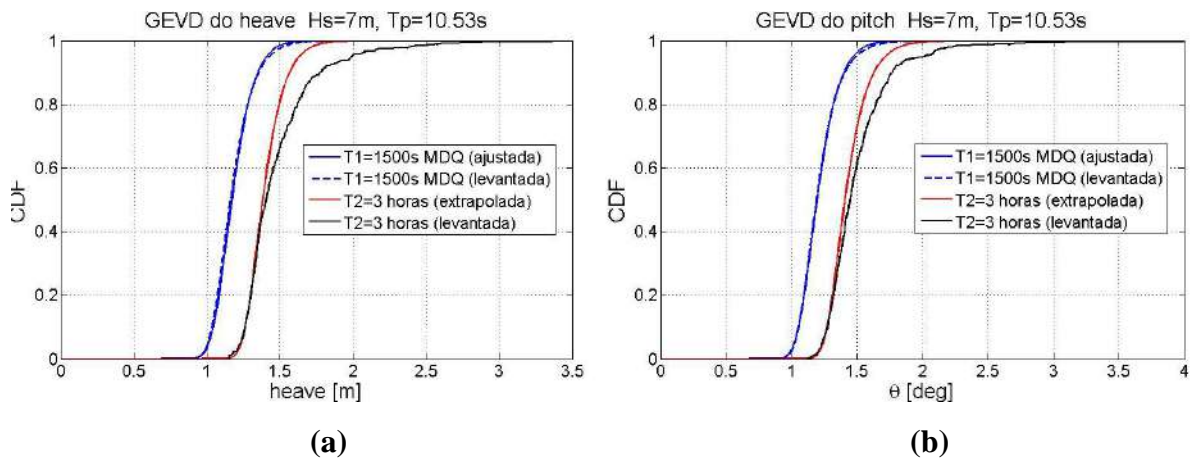


Fig. 5.30 Extrapolação para um tempo maior de simulação. (a) GEVD do heave (b) GEVD do pitch.

Finalmente, o levantamento de distribuições de extremos foi feito para a condição de mar com maior intensidade dada pelo espectro Jonswap com $H_S = 10.0m$ e $T_P = 10.53s$. A Figura 5.31 mostra as distribuições de extremos levantadas empiricamente para o processo do roll gerado com os modelos DSSTAB e MDQ (as Figuras 5.31b e 5.31c mostram o levantamento com 1500 segundos e com três horas de duração, respectivamente). A Figura 5.31 também mostra os correspondentes ajustes da distribuição generalizada de valores extremos (GEVD) para cada caso.

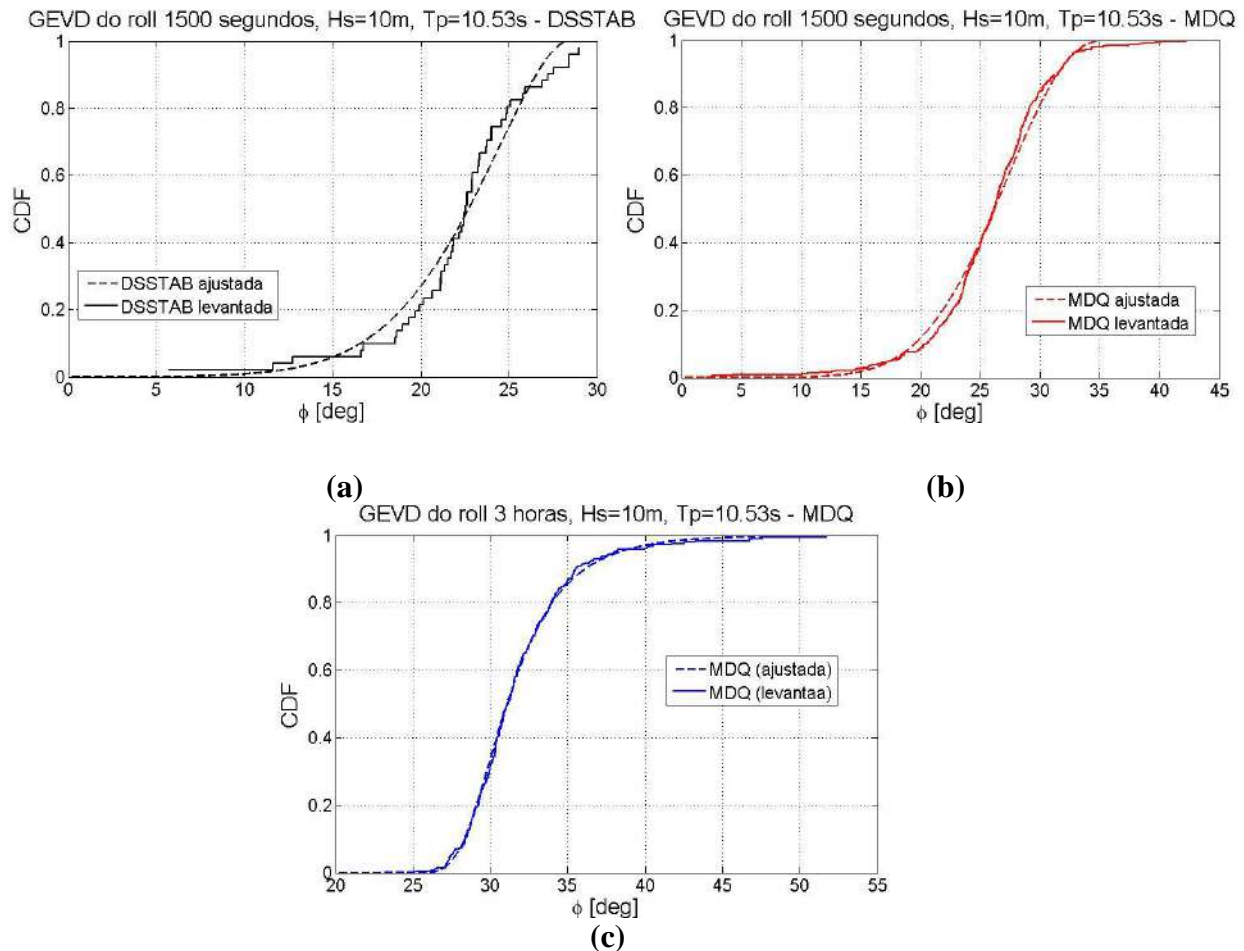


Fig. 5.31 GEVD do processo do roll, Jonswap $H_S = 10.0m$ e $T_P = 10.53s$. (a) DSSTAB (b) MDQ 1500 segundos de duração (c) MDQ 3 horas de duração.

Continuando o análise, a Figura 5.32 mostra a comparação entre as GEVD's ajustadas com os modelos DSSTAB e MDQ (1500 segundos). Note-se uma significativa diferença entre as duas distribuições, contrário ao mostrado para a condição de mar com menor intensidade (ver Figura 5.26). Esse resultado é explicado pelo fato de que as simulações com o código MDQ reportaram

valores do roll mais elevados nessa condição de mar. Inclusive foram reportadas falsos emborcamentos (vide Figura 5.27), as quais não foram consideradas no levantamento da GEVD.

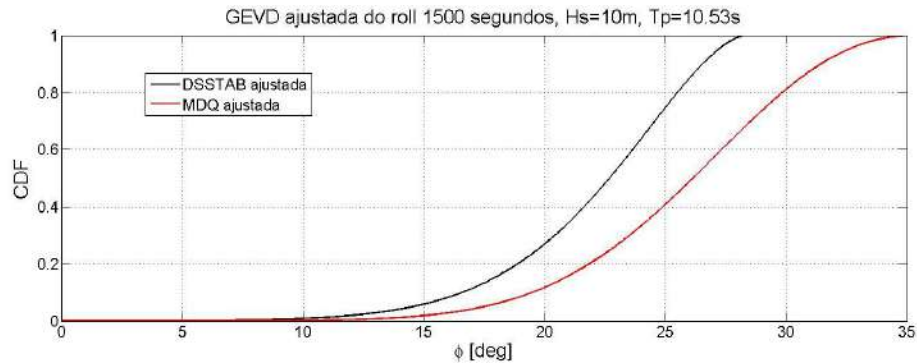
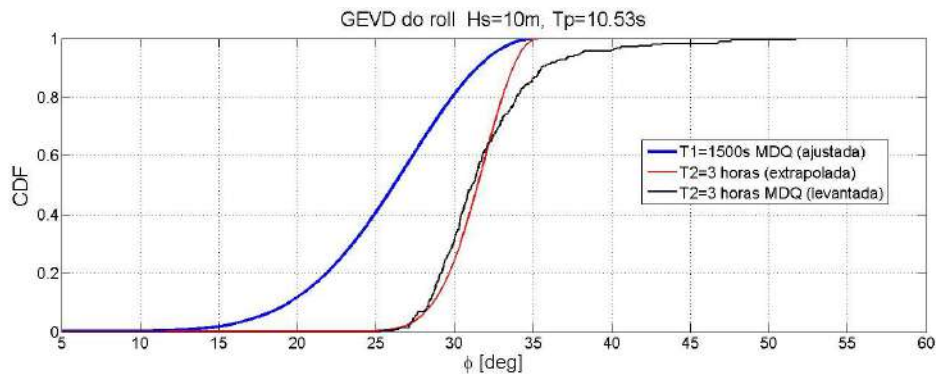
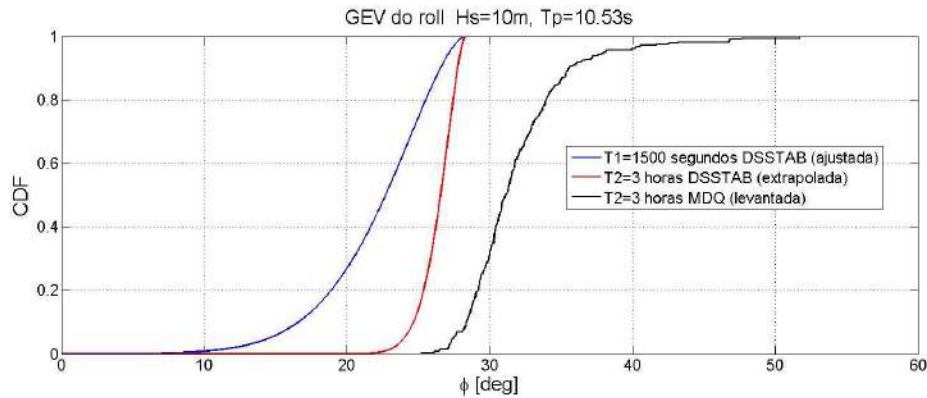


Fig. 5.32 Comparação entre as GEVD ajustadas do processo do roll dos modelos DSSTAB e MDQ com 1500 segundos de duração, Jonswap $H_S = 10.0m$ e $T_P = 10.53s$.

A Figura 5.33 mostra a extrapolação das GEVD's da Figura 5.31, obtidas a partir de realizações de 1500 segundos com os modelos DSSTAB e MDQ, para uma GEVD com maior tempo de simulação (três horas). A Figura 5.33a mostra a extrapolação empregando a GEVD ajustada com o modelo MDQ. No entanto, a Figura 5.33b mostra a extrapolação empregando a GEVD ajustada com o modelo DSSTAB. Note-se uma correspondência razoável na extrapolação da Figura 5.33a, exceto nos valores mais extremos da distribuição. Porém, a extrapolação da Figura 5.33b encontra-se muito afastada da distribuição empírica obtida com realizações de três horas do modelo MDQ. Lamentavelmente, levantar uma distribuição de extremos com realizações de três horas de duração com o modelo DSSTAB é muito oneroso em termos de tempo de cômputo. Assim, a distribuição de extremos do roll obtida com realizações de três horas de duração com o modelo MDQ para esta condição de mar deve ser considerada como uma aproximação conservadora da distribuição real de extremos do roll.



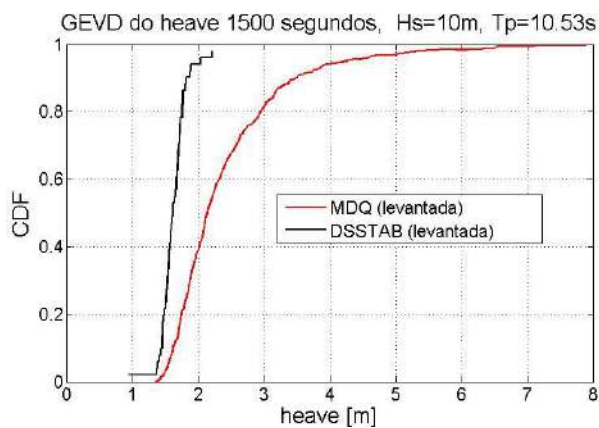
(a)



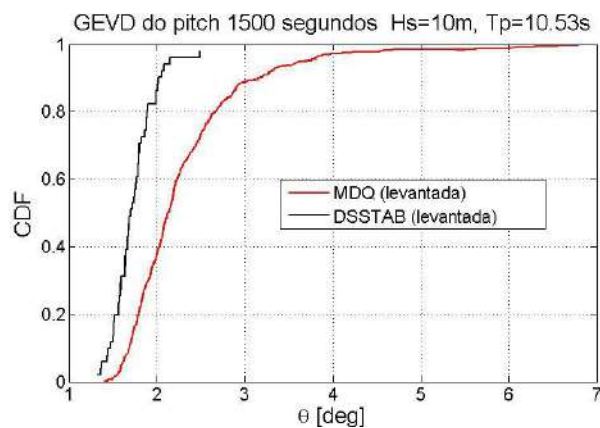
(b)

Fig. 5.33 Extrapolação da GEVD do roll para um tempo maior de simulação. (a) empregando o modelo MDQ (b) empregando o modelo DSSTAB.

Por último, nas Figuras 5.34a e 5.34b mostram-se as distribuições de extremos dos processos de heave e pitch, respectivamente. Pode-se observar uma grande diferença entre as distribuições obtidas com os modelos DSSTAB e MDQ. Sendo que as distribuições obtidas com o modelo MDQ atingem valores extremos (de heave e pitch) exagerados. Novamente, isto é explicado pelo fato de que os valores de heave e pitch são afetados quando valores altos de roll são atingidos. Nesta condição de mar esse fenômeno é mais fácil de ser visualizado. Na Figura 5.35 mostra-se as realizações número três dos processos do heave e roll nos modelos DSSTAB e MDQ. Note-se que no modelo MDQ um grupo de ressonância paramétrica de roll em torno do tempo 600 segundos que não existe (com a mesma intensidade) no modelo DSSTAB. É precisamente nesse grupo que o roll atinge seus valores maximos nessa realização. Isso é refletido na realização do heave, com um pico visivelmente fora do patamar dessa realização.



(a)



(b)

Fig. 5.34 (a) GEVD do processo do heave (b) GEVD do processo do pitch.

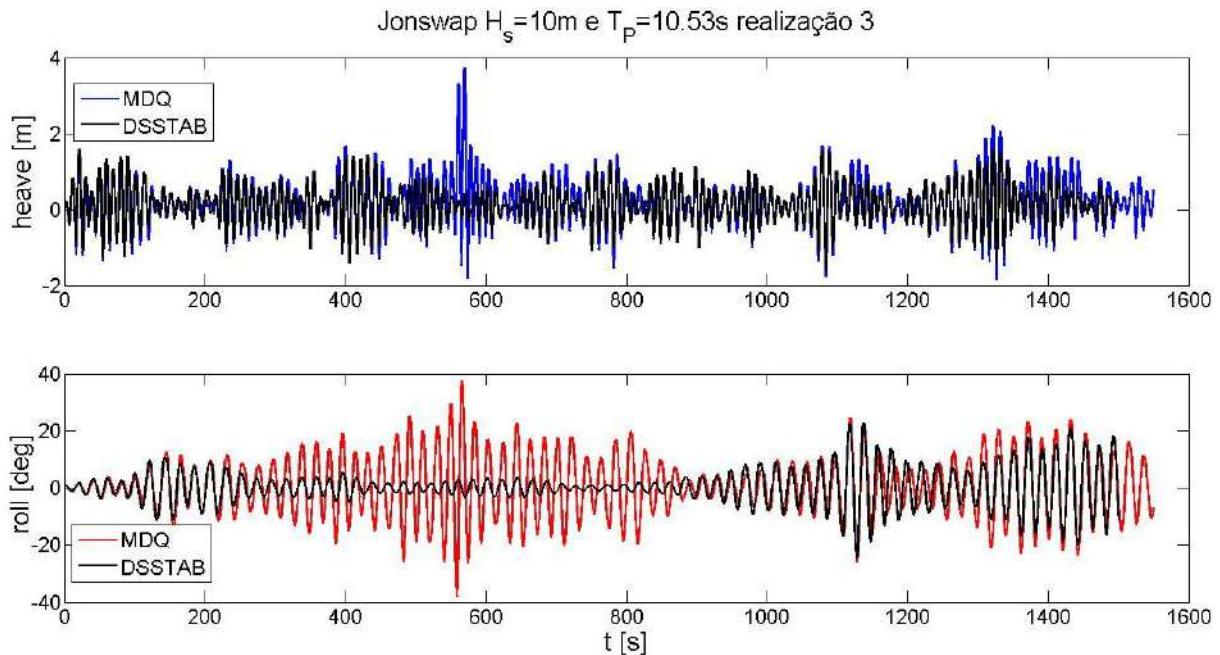


Fig. 5.35 Realização 3 dos processos do heave e roll dos modelos DSSTAB e MDQ. Jonswap $H_s = 10.0m$ e $T_p = 10.53s$.

Apesar da limitação no modelo MDQ mostrada na Figura 5.35, deve-se ressaltar que o modelo MDQ consegue acompanhar bem os resultados do modelo DSSTAB nos outros instantes da realização mostrada, tanto para o processo de heave como para o processo do roll. Análise de resultados similares aos mostrados na Figura 5.35 é o ponto inicial para continuar o desenvolvimento de um modelo reduzido rápido de simulação de movimentos sob condições de ressonância paramétrica. No entanto, esses picos nas respostas do heave e do pitch podem ser aproveitados em benefício do levantamento da distribuição de extremos do roll da seguinte forma: sendo que os processos estocásticos de heave e pitch são processos ergódicos, pode-se achar suas correspondentes distribuições de extremos a partir de uma única realização desses processos (aqui pode ser empregada uma realização com o modelo DSSTAB). Assim, a partir das distribuições de extremos do heave e pitch pode-se selecionar uma faixa de valores limites que as respostas de heave e pitch podem atingir. Com essa informação, é possível determinar quais realizações numéricas com o modelo MDQ não representam satisfatoriamente as respostas de heave e de pitch. Na Figura 5.36 mostra-se uma comparação entre a distribuição de extremos do processo do roll gerado com o modelo MDQ (levantada com a metodologia descrita), e a distribuição de extremos obtida com o DSSTAB. A comparação da Figura 5.36 (que inclui os ajustes de cada distribuição) é melhor que a comparação mostrada na Figura 5.32, onde todas as

realizações que não desenvolveram *capzising* foram utilizadas. Portanto, é possível poder obter distribuições de extremos do processo do roll para diversas condições ambientais empregando o modelo MDQ. Mas para poder garantir resultados próximos da realidade, deve-se monitorar as respostas do heave e pitch. É importante mencionar que o uso do monitoramento das respostas do heave e pitch não representou mudanças significativas nas distribuições obtidas com a condição de mar menor (Jonswap $H_S = 7.0m$ e $T_p = 10.53s$). Além disso, o monitoramento do heave e pitch tampouco significou mudanças importantes nos resultados da seção anterior (onde as simulações que desenvolveram *capzising* já tinham sido descartadas na análise). Ainda com essa informação, o monitoramento das respostas do heave e pitch no modelo MDQ é uma prática recomendável em todas as condições de mar.

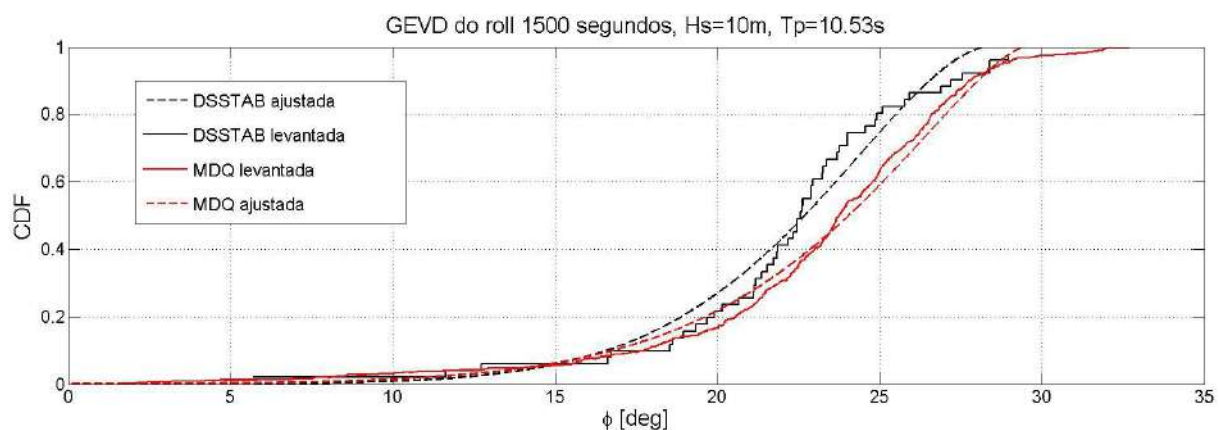


Fig. 5.36 GEVD do processo do roll, Jonswap $H_S = 10.0m$ e $T_p = 10.53s$.

A inclusão do acoplamento entre o heave, roll e pitch nos modelos matemáticos de simulação de movimento é um refinamento importante, mas o acoplamento também afeta a natureza das respostas do roll. Como exemplo, a Figura 5.37 mostra uma realização do roll no modelo DSSTAB considerando o roll acoplado e desacoplado. Claramente, a realização considerando o roll como desacoplado produz uma amplitude maior na resposta do roll ao longo de toda a simulação. Esse comportamento está presente nas duas condições ambientais testadas neste trabalho, tanto para o modelo DSSTAB como para o modelo MDQ. Assim, análises estatísticas com modelos desacoplados predizeram ângulos de roll mais elevados que os obtidos com modelos acoplados de simulação de movimento.

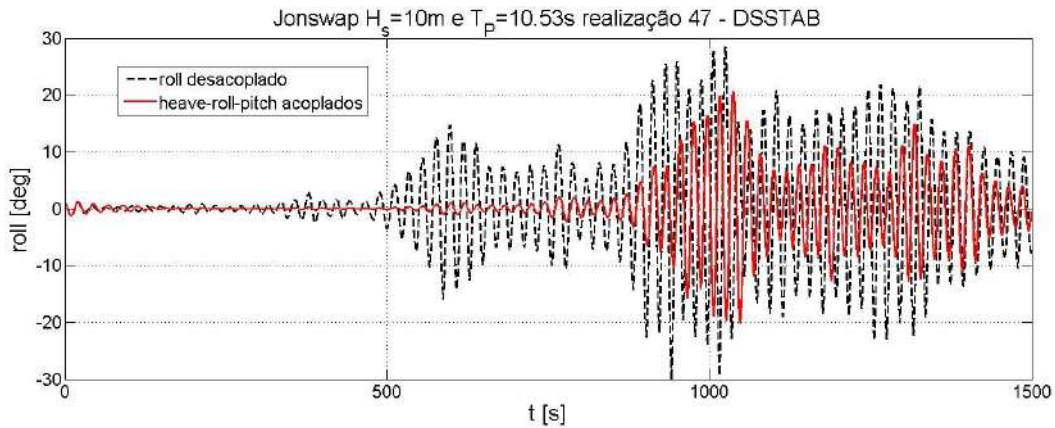


Fig. 5.37 Realização 47 do processo do roll, Jonswap $H_S = 10.0m$ e $T_P = 10.53s$.

Como comentário final nesta seção, deve-se mencionar que o fato que um navio experimentar o fenômeno de ressonância paramétrica durante três horas consecutivas é um evento pouco provável. Aqui foram geradas as realizações de três horas com o propósito principal de estudar a ergodicidade do processo estocástico do roll. Assim, a determinação da probabilidade do roll de atingir ângulos elevados em condições de ressonância paramétrica deverá ser avaliada com realizações de menor duração. Porém, probabilidades obtidas com base em realizações de três horas de duração (o tempo máximo deve ser considerado como três horas, devido a que uma condição de mar não pode ser garantida com um maior tempo de duração), podem ser consideradas como níveis mais conservadores da probabilidade de ocorrência de ângulos de roll elevados. Como mostrado nas Figuras 5.27 e 5.33, a probabilidade de ocorrer um ângulo de roll elevado é maior nas distribuições de extremos obtidas com realizações de três horas de duração.

5.4 Metodologia POT aplicada no roll em condições de ressonância paramétrica.

Como mostrado na Figura 5.9, a cauda da pdf do roll em condições de ressonância paramétrica tem um formato bem definido com uma evidente tendência exponencial. Assim, a aplicação da metodologia POT, baseada em ajustar uma distribuição com os valores de um processo sob um limite estabelecido, é uma possibilidade para o processo estocástico do roll. Como foi mencionado no Capítulo 4, a distribuição das excedências sob um limite de uma variável aleatória é definida pela Distribuição Generalizada de Pareto (GPD) unicamente se a

distribuição original se encontra dentro do domínio de atração de um dos três tipos de distribuição de extremos (ou da Distribuição Generalizada de Valores Extremos, GEVD). Dos resultados da seção anterior pode-se dizer que a distribuição de valores extremos do processo estocástico do roll pode ser ajustada a uma GEVD. Portanto, para poder ajustar a Distribuição Generalizada de Pareto no processo do roll, deve-se garantir que as excedências sejam independentes entre si. Neste trabalho, foi considerado que o tempo que demora em decair a função de auto-correlação do roll é suficiente para garantir independência entre as excedências. Considerando que de cada realização do processo do roll pode-se obter uma função de auto-correlação distinta, e que cada função de auto-correlação tem um distinto tempo de decaimento; o tempo de decaimento do processo do roll foi tomado como o tempo de decaimento da função de auto-correlação média obtida com todas as realizações do processo estocástico. Na Figura 5.38 mostram-se as funções de auto-correlação médias dos processos do roll gerados com o DSSTAB nas duas condições ambientais estudadas nas seções anteriores. Note-se da Figura 5.38 que a partir dos 500 segundos, as duas funções de auto-correlações médias apresentam valores desprezíveis.

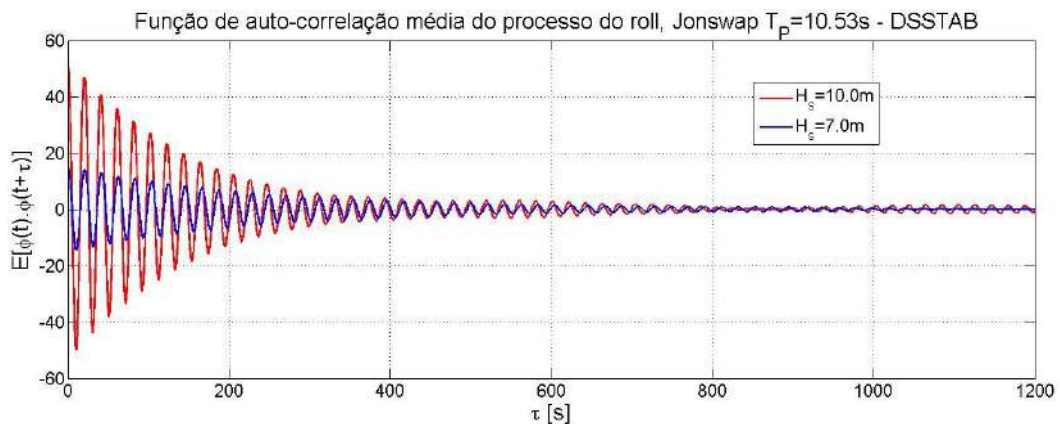


Fig. 5.38 Função de auto-correlação média dos processos do roll,

Na Figura 5.39 mostra-se um exemplo da obtenção de excedências independentes. O limite foi estabelecido como $u = 5^\circ$, e o tempo de separação mínimo entre excedências foi considerado como 500 segundos. Assim o algoritmo desaglutinador descarta os valores próximos dentro dos grupos isolados onde acontece roll paramétrico.

O *mean excess plot* foi levantado para o processo do roll sob condição de mar dada pelo espectro Jonswap com $H_S = 7.0m$ e $T_P = 10.53s$, ver Figura 5.40. Note-se que o *mean excess*

plot permanece quase linear. Mas em torno do valor do limite $u = 18^\circ$, a incerteza (representada pelas linhas tracejadas vermelhas) apresenta uma grande variância. Isto é devido a que para esse valor do limite existem poucas excedências.

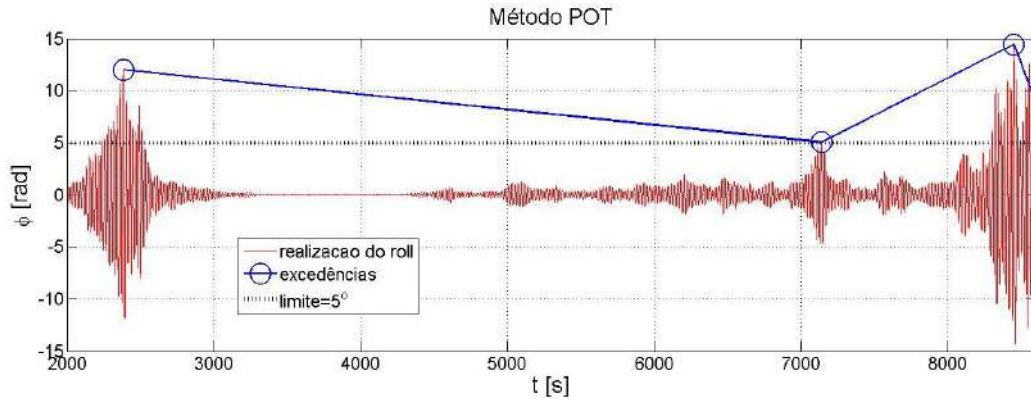


Fig. 5.38 Esquema de obtenção excedências independentes no processo do roll.

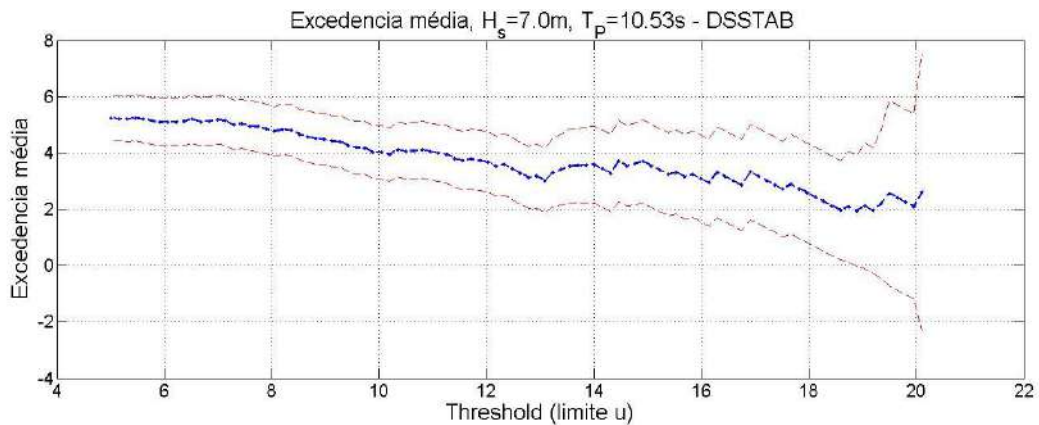
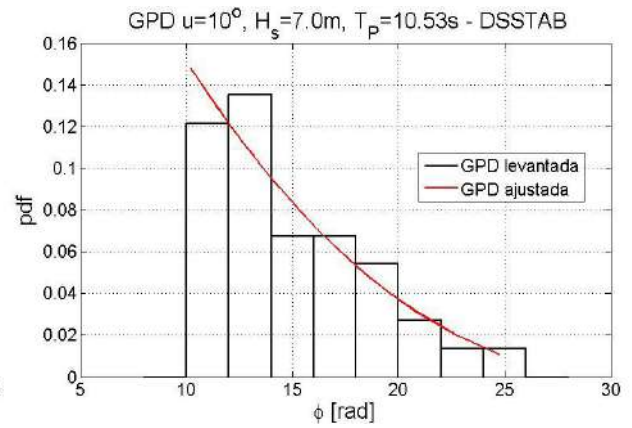
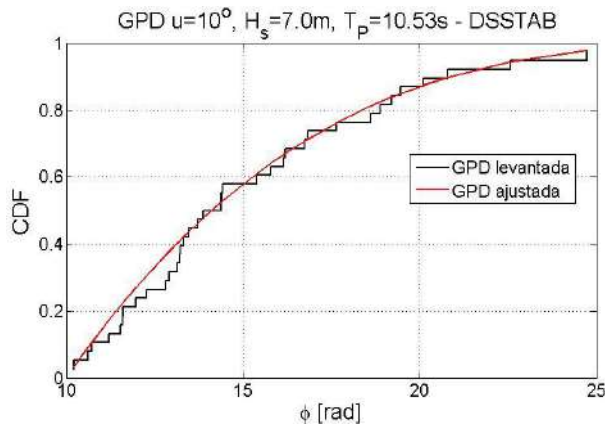


Fig. 5.40 Mean excess plot do processo do roll, Jonswap $H_s = 7.0m$ e $T_p = 10.53s$.

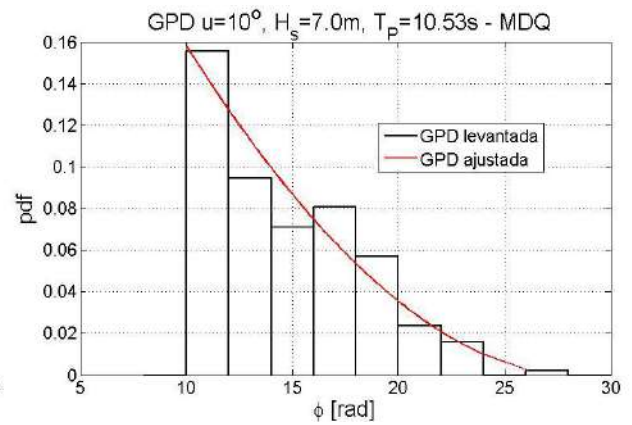
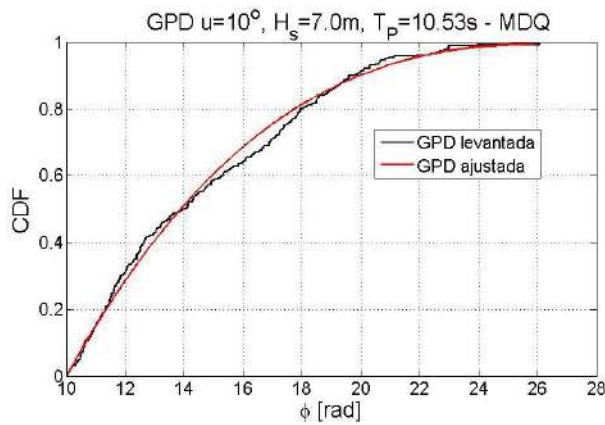
Nas Figuras 5.41 e 5.42, mostram-se os ajustes utilizando a Distribuição de Pareto considerando o limite $u = 10^\circ$ nos processos do roll gerados com os modelos DSSTAB e MDQ, respectivamente. Note-se que os ajustes da GPD são satisfatórios em ambos casos, Figuras 5.41a e 5.42a. No entanto, a Figura 5.43 mostra a comparação entre os ajustes obtidos com os modelos DSSTAB e MDQ. Dessa Figura pode-se observar que as distribuições ajustadas com os modelos DSSTAB e MDQ são muito próximas entre si, para a condição de mar dada pelo espectro Jonswap com $H_s = 7.0m$ e $T_p = 10.53s$.



(a)

(b)

Fig. 5.41 Distribuição de Pareto do roll $u = 10^\circ$, Jonswap $H_s = 7.0m$ e $T_p = 10.53s$, modelo DSSTAB (a) CDF (b) pdf



(a)

(b)

Fig. 5.42 Distribuição de Pareto do roll $u = 10^\circ$, Jonswap $H_s = 7.0m$ e $T_p = 10.53s$, modelo MDQ (a) CDF (b) pdf

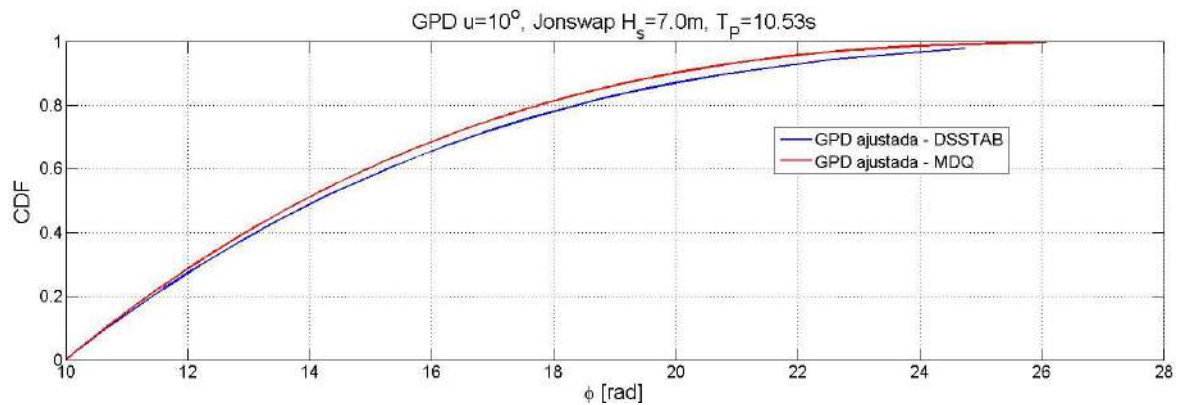


Fig. 5.43 GEVD do processo do roll, Jonswap $H_s = 10.0m$ e $T_p = 10.53s$.

Deve-se ressaltar a importância de considerar a independência entre as excedências no levantamento da Distribuição Generalizada de Pareto. A Figura 5.44 mostra o ajuste da GPD empregando todas as excedências do limite $u = 10^\circ$; também é mostrado o ajuste utilizando o algoritmo desaglutinador. Apesar de que o ajuste é melhor comportado utilizando todas as excedências (devido a que mais dados são utilizados), a distribuição obtida produz probabilidades de ocorrência muito maiores nos ângulos menores. Por exemplo, a probabilidade condicional de ocorrência de ângulos menores a 15 graus (probabilidade condicional devido a que o cruzamento do limite $u = 10^\circ$ é sempre garantido) é aproximadamente 0.9 utilizando todas as excedências do limite. Já esse valor fica em torno de 0.6 empregando unicamente excedências independentes.

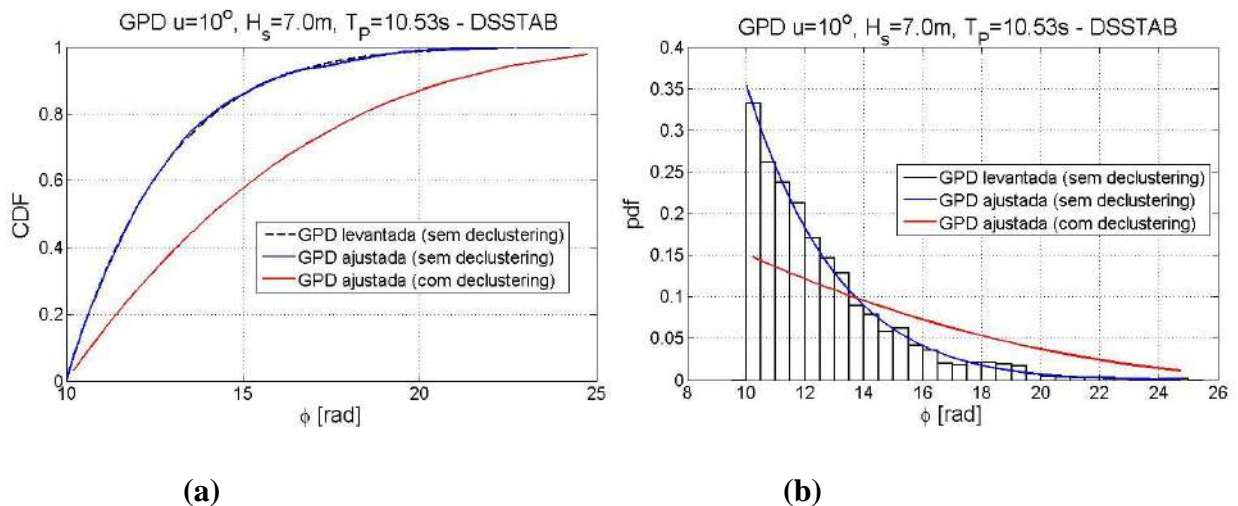


Fig. 5.44 Influência do algoritmo desaglutinador (a) Ajuste da CDF da GPD (b) Ajuste da pdf da GPD

O ajuste da Distribuição de Pareto para as excedências do roll também foi feito sob a condição de mar dada pelo espectro Jonswap com $H_s = 10.0m$ e $T_p = 10.53s$. O *mean excess plot* deste processo do roll é mostrado na Figura 5.45. No entanto, o decaimento da função de auto-correlação média do processo mostra-se na Figura 5.38.

Os ajustes da Distribuição de Pareto no processo do roll (sob a condição ambiental com maior intensidade) usando como limite u os valores de 5, 10, 15 e 20 graus, são mostrados na Figura 5.46. Pode-se observar que os ajustes utilizando como limite u os valores de 5, 10 e 15 graus, não representaram bem a distribuição empiricamente levantada. Já o ajuste empregando como limite $u = 20^\circ$, consegue representar bem a distribuição levantada empiricamente. No

entanto, a Figura 5.47 mostra a comparação entre as GPD's do roll obtidas com os modelos DSSTAB e MDQ considerando como limite $u = 20^o$. Note-se que as duas GPD's ajustadas mostradas na Figura 5.47 são muito próximas entre si, porém a diferença entre as duas distribuições é maior que a diferença obtida com a intensidade de mar menor (vide Figura 5.43). É importante mencionar que as distribuições obtidas com o modelo MDQ nesta secção foram levantadas monitorando as respostas do heave e pitch, como mencionado na secção anterior.

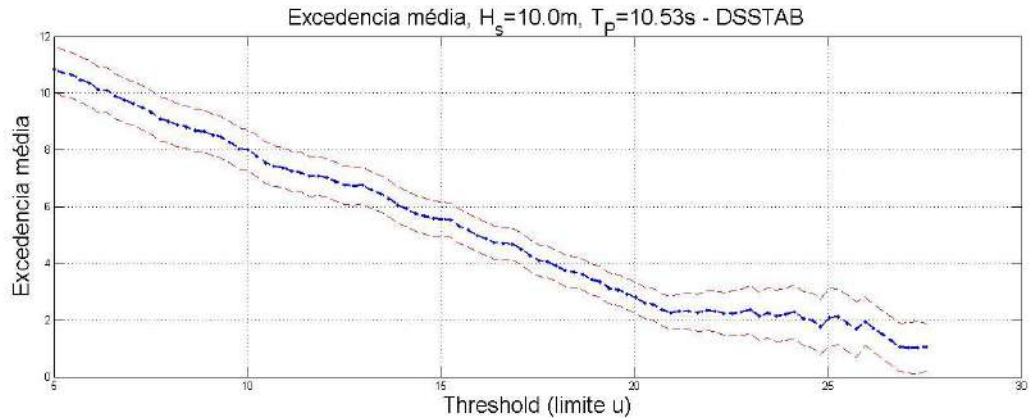


Fig. 5.45 Mean excess plot do processo do roll, Jonswap $H_s = 10.0m$ e $T_p = 10.53s$.

O fato de que a Distribuição de Pareto não possa ser ajustada satisfatoriamente com valores do limite u pouco elevados no processo do roll (como mostrado na Figura 5.46) talvez possa ser explicado considerando que para esta condição de mar, o roll paramétrico se desenvolve mais facilmente e se apresenta em grupos de respostas menos isoladas entre si. Esse fenômeno faz com que os grupos onde acontece a ressonância paramétrica na resposta estejam mais correlacionados entre si. Assim, se um limite u não muito elevado é escolhido, as excedências poderiam ficar dependentes entre si. Um exemplo do mencionado acima pode ser visto na Figura 5.48. Nessa Figura se mostra uma realização do roll obtida para as duas condições de mar estudadas aqui, sendo que as fases aleatórias foram as mesmas em ambas simulações. Note-se que o resposta do roll da Figura 5.48b poderia ser considerada dentro de um único grupo de grande duração onde se desenvolve a ressonância paramétrica, o que não acontece na resposta do roll da Figura 5.48a. Do discutido nesta secção, pode-se concluir que nas condições de mar onde o roll paramétrico é muito frequente (período pico de encontro aproximadamente igual a metade do período natural do roll, e uma altura significativa o suficientemente elevada), deve-se ter um cuidado especial no levantamento da Distribuição de Pareto. Preferivelmente, deveria-se elaborar

uma metodologia para avaliar a dependência entre *clusters* (ou grupo de eventos) da ressonância paramétrica. Garantir a independência entre as excedências é fundamental no ajuste da Distribuição de Pareto.

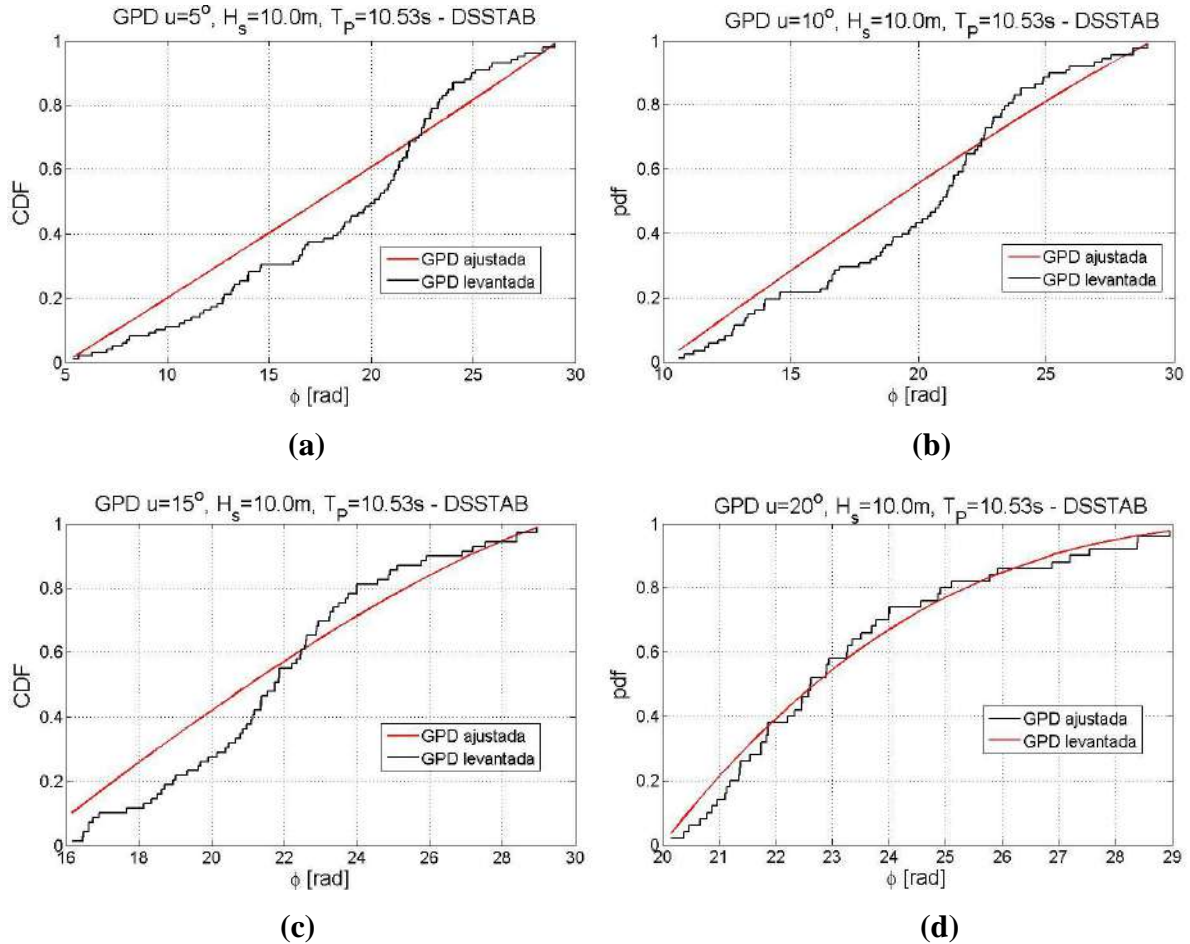


Fig. 5.46 Distribuição de Pareto do roll, Jonswap $H_S = 10.0m$ e $T_P = 10.53s$, modelo DSSTAB. (a) $u = 5^\circ$ (b) $u = 10^\circ$ (c) $u = 15^\circ$ (d) $u = 20^\circ$

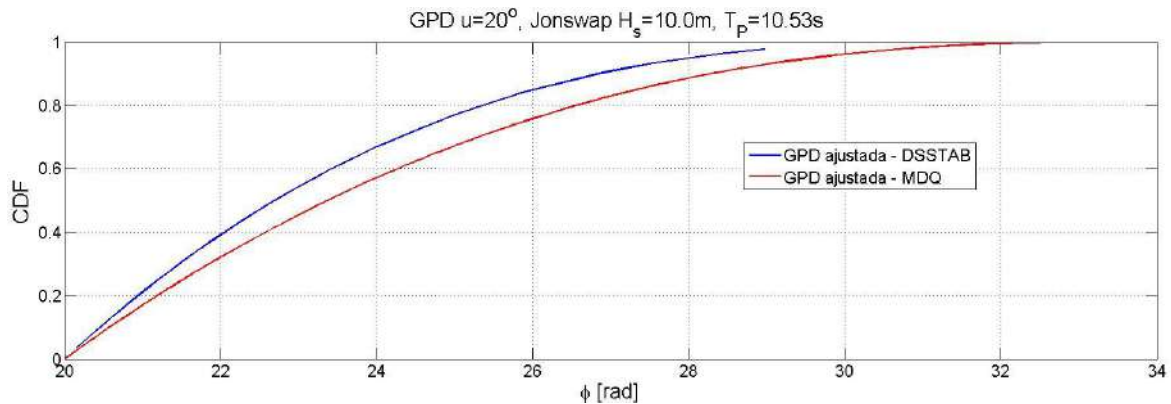
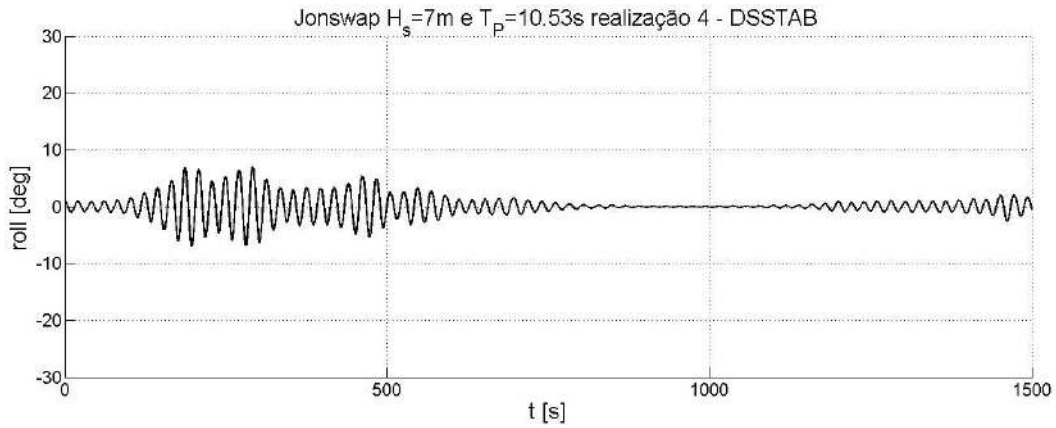
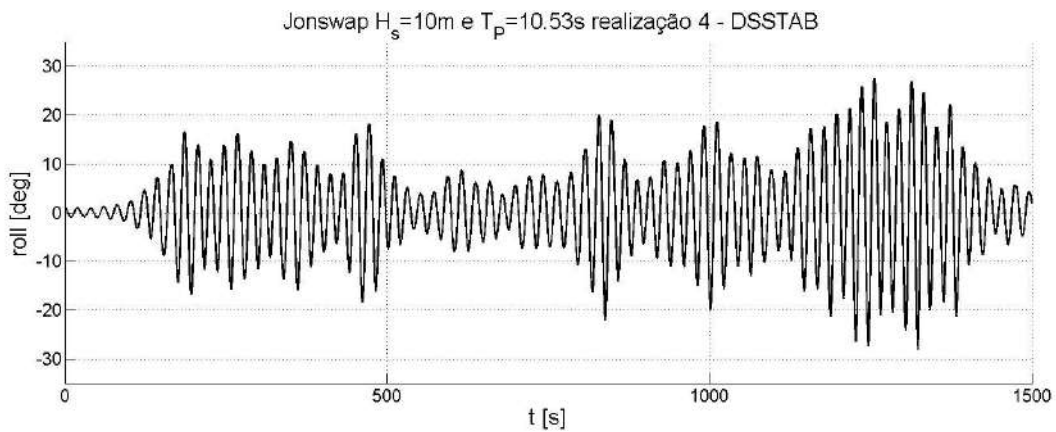


Fig. 5.47 GEVD do processo do roll, Jonswap $H_S = 10.0m$ e $T_P = 10.53s$.



(a)



(b)

Fig. 5.48 Realização 4 do processo do roll no modelo DSSTAB. Jonswap $T_p = 10.53s$. (a) $H_s = 7.0m$. (b) $H_s = 10.0m$.

5.5 Período de retorno e período entre eventos

Como mencionado na seção 4.4 do capítulo anterior, é possível achar o período de retorno associado a um valor de retorno. Isto indica o valor máximo esperado para um tempo determinado chamado período de retorno. Devido a que a distribuição de extremos do roll foi ajustada a Distribuição Generalizada de Valores Extremos dada pela Equação 4.12, temos que da Equação 4.27, o valor de retorno s_R será (considerando $\kappa \neq 0$):

$$s_R = \lambda + \delta[1 - (-\log P_R)^\kappa]\kappa$$

onde P_R é o período de retorno. Aqui o período de retorno será considerado em segundos, devido a que um navio experimentar ressonância paramétrica ainda na mesma condição do mar por anos é fora da realidade. A Figura 5.49 mostra o período de retorno com seu correspondente valor de retorno para as duas condições de mar estudadas neste capítulo, note-se que a escala do período de retorno está em segundos e está multiplicada pelo valor 1500 (que foi o tempo de duração de todas as realizações). Assim por exemplo, para um navio sob um mar dado pelo espectro Jonswap com $H_s = 7.0m$ e $T_p = 10.53s$, em 3000 segundos o valor máximo do roll esperado nessa condição estará em torno de $\phi = 12^\circ$. Já para a condição de mar maior ($H_s = 10.0m$) em 3000 segundos o valor de retorno estará em torno de $\phi = 23^\circ$ nessa condição de mar. Esses resultados estão em concordância com as respostas do roll obtidas na duas condições de mar.

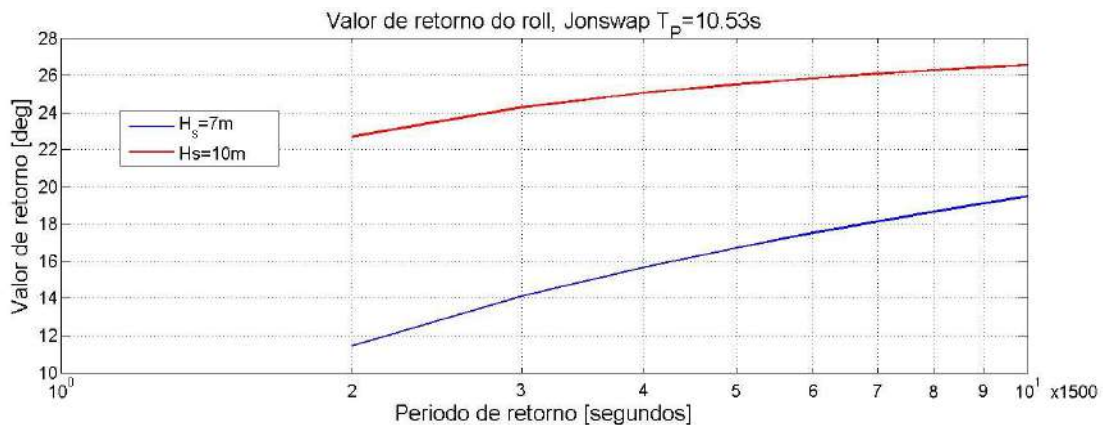


Fig. 5.49 Valor de retorno do roll no modelo DSSTAB. Jonswap $T_p = 10.53s$.

Por outro lado, o tempo entre eventos também pode ser estimado utilizando a Distribuição Generalizada de Valores extremos. Segundo a seção 4.5, a taxa de eventos do roll pode ser calculada empregando a distribuição de extremos ajustada segundo a Equação 4.32. A Figura 5.50 mostra a taxa de eventos calculada para vários ângulos de roll nas condições ambientais mencionadas anteriormente. Assim, selecionando um valor do ângulo de roll pode-se obter sua taxa de evento correspondente. Introduzindo essa taxa de evento na Equação 4.29, pode-se achar a probabilidade do tempo entre os eventos (o ângulo selecionado). Como exemplo, na Figura 5.50 foi selecionado o ângulo $\phi = 10^\circ$. Com as taxas obtidas, foi levantada a CDF do tempo entre eventos para as duas condições de mar, as quais se mostram na Figura 5.51. Das CDF levantadas, pode-se observar que a probabilidade do tempo entre eventos com ângulos de 10 graus na condição de mar com $H_s = 7m$ seja 500 segundos, está em torno de 25% (0.25). Já para

o estado de mar com $H_s = 10m$ essa probabilidade está em torno de 80% (0.8). Novamente, esses resultados são coerentes com o observado nas simulações numéricas, onde ângulos elevados de roll são mais frequentes e prováveis de acontecer na condição de mar com altura significativa maior.

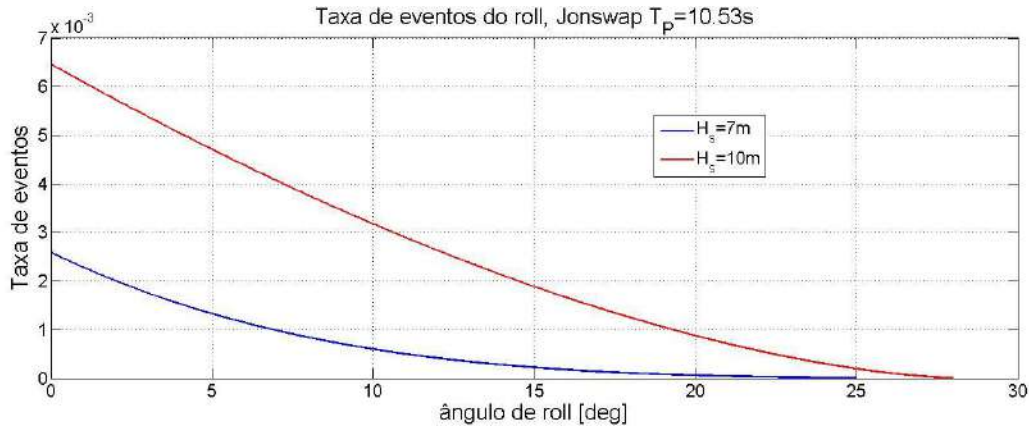


Fig. 5.50 Taxa de eventos do roll no modelo DSSTAB. Jonswap $T_p = 10.53s$.

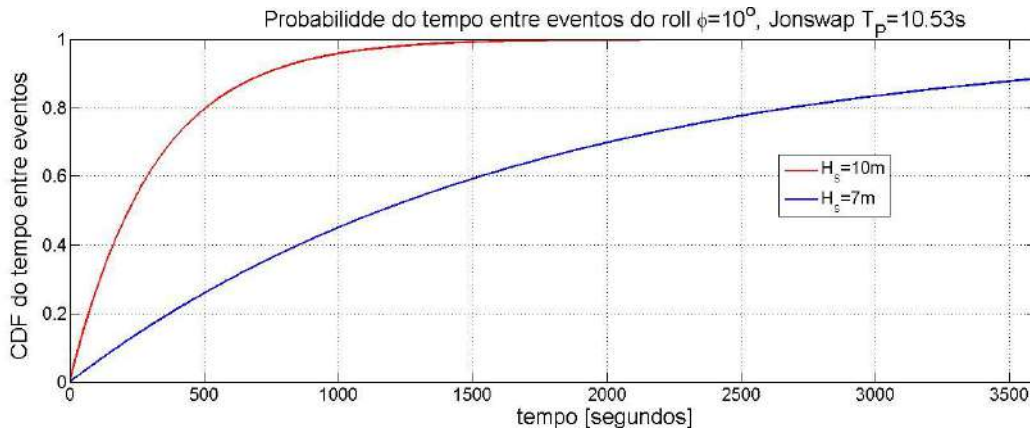


Fig. 5.51 Probabilidade do tempo entre eventos no modelo DSSTAB. Jonswap $T_p = 10.53s$.

O período de retorno e o período entre eventos achados nesta seção devem ser considerados como uma estimativa conservadora. Mas esses dados são uma referência importante do comportamento de um navio que experimenta ressonância paramétrica em condições reais de operação. Os resultados obtidos com os modelos matemáticos de simulação de movimento conjuntamente com as técnicas estatísticas descritas, poderiam ser úteis no desenvolvimento de guias operacionais e regulamentos de navios sob condições de ressonância paramétrica em roll.

5.6 Comentários finais

É importante comentar que os dois modelos de simulação de movimentos empregados neste capítulo tem suas correspondentes vantagens e desvantagens. O modelo DSSTAB é um modelo bastante acurado, porém o tempo que demora em gerar simulações é uma limitação muito comprometedora. Uma realização dos processos estocásticos, com duração de 1500 segundos, demora aproximadamente uma hora. Ou seja, o tempo requerido para gerar 50 realizações numa condição de mar é maior que 50 horas. No entanto, usando o modelo MDQ, a geração de 50 realizações da mesma duração demora menos de 5 minutos em sua totalidade. Sendo que a aleatoriedade de todas as propriedades estatísticas discutidas neste capítulo diminui com o aumento do número de realizações. Por outro lado, um grande número de realizações gera um grande volume de dados computacionais. Considerando que uma análise completa da estabilidade em ondas de um sistema flutuante requer avaliações em todas as condições operacionais e ambientais que o sistema está projetado para operar, deve se encontrar um equilíbrio satisfatório entre o número de realizações e a confiabilidade das propriedades estatísticas.

Adicionalmente, foi demonstrado numericamente que a variância das realizações do processo do roll sob condições de ressonância paramétrica não convergem a um único valor. Porém, resultados da variância das realizações do roll em uma condição de mar específica foram mais próximos entre si, vide Figura 5.19b. Inclusive, as CDF's do roll levantadas a partir das realizações nessa condição de mar também ficaram próximas entre si. Um estudo mais elaborado deverá ser efetuado para poder entender melhor a natureza ergódica do roll paramétrico. Se existe a possibilidade de que o roll paramétrico possa ser considerado como um processo estocástico ergódico, ainda existe o problema de que a distribuição do roll não pode ser ajustada a nenhuma função de distribuição de probabilidade (ver Figura 5.19a).

Com ênfase foi ressaltado que é preciso contar com um modelo acurado e rápido de simulação de movimentos. Isto é devido a que aqui se está utilizando a metodologia de Monte Carlo para obter propriedades estatísticas. Porém, outras metodologias poderiam ser usadas, especialmente com o modelo DSSTAB. Uma alternativa poderia ser o uso de uma metodologia baseada na probabilidade de acontecer grupos de onda que induzam o desenvolvimento da

ressonância paramétrica. Assim, metodologias como as propostas em Goda (2000) e Kimura (1980), que predizem a probabilidade de determinados grupos de onda acontecer, poderiam ser empregadas conjuntamente como o modelo DSSTAB. Assim, mares com determinados grupos de ondas poderiam ser introduzidos no modelo DSSTAB para avaliar as respostas em roll. A determinação dos grupos de ondas críticos que desenvolvem ressonância paramétrica seria uma informação importante no estudo da estabilidade em sistemas flutuantes. Um exemplo do mencionado é mostrado na Figura 5.52, onde mostra-se uma realização do processo do roll que apresentou ressonância paramétrica. Nessa Figura também se mostra um zoom da elevação da onda em instantes anteriores da ressonância paramétrica se tornar significativa, e o tempo entre picos consecutivos (pontos azuis). Da Figura 5.52b pode-se observar dois grupos de onda consecutivos (marcados em vermelho) com tempo de separação entre picos muito próxima a 10.53 segundos (linha preta tracejada). Portanto, determinação de ocorrência de grupos de ondas similares aos marcados determinaria a probabilidade da ressonância paramétrica ocorrer.

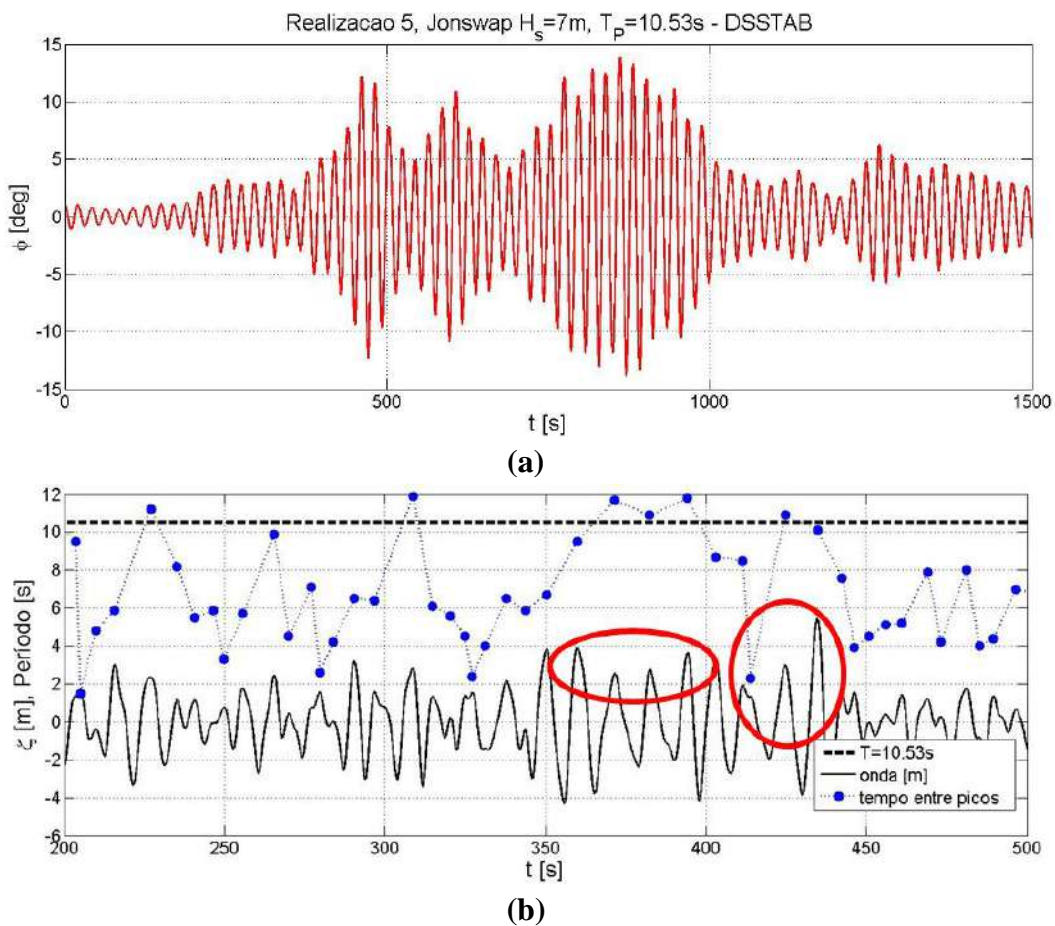


Fig. 5.52 (a) Realização 5 do roll (b) zoom da elevação da onda entre os segundos 200 e 500.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

6.1 Generalidades

No presente trabalho foram apresentados três modelos matemáticos de simulação de movimento de sistemas flutuantes em mares longitudinais regulares e irregulares. Os modelos foram denominados neste trabalho como MDL, MDQ e DSSTAB. As características principais dos três modelos é a formulação elaborada das ações restaurativas.

No trabalho foi utilizado um navio tipo portacontentor para o estudo da ressonância paramétrica em roll em condições estocásticas. Com esse objetivo, foram geradas um diverso número de simulações numéricas com os três modelos para duas condições ambientais, as quais satisfazem a relação entre o período de encontro das ondas e o período natural do roll para a primeira região de instabilidade da equação de Mathieu no diagrama Ince-Strutt.

Finalmente, foi feito um estudo estatístico a partir das realizações geradas com os modelos MDQ e DSSTAB. Foram ajustadas a Distribuição Generalizada de Valores Extremos e a Distribuição Generalizada de Pareto com as respostas extremas dos processos estocásticos do roll sob condições de ressonância paramétrica.

6.2 Conclusões

As conclusões do trabalho são as seguintes:

6.2.1 Sobre os modelos matemáticos

- Os três modelos matemáticos apresentados são capazes de fazer simulações dos movimentos acoplados de heave, roll e pitch de um sistema flutuante em ondas longitudinais regulares e irregulares sob condições de ressonância paramétrica. A diferença principal entre os modelos é a modelação das ações restaurativas.
- O modelo MDL modela a restauração hidrostática e a restauração devido a onda incidente mediante séries de Taylor em função dos deslocamentos do corpo e considerando a superfície do mar como constante e plana no calado do corpo.
- O modelo MDQ modela a restauração hidrostática da mesma forma que o modelo MDL, mas a restauração de onda é modelada mediante o uso conjunto de séries de Fourier e séries de Taylor em função dos deslocamentos do corpo e considerando a elevação instantânea do perfil da onda incidente.
- O cálculo dos coeficientes das ações restaurativas devida a onda incidente é mais rápido no modelo MDL que no modelo MDQ, devido a que no modelo MDQ, deve-se computar as pressões na superfície molhada do corpo durante um período completo da onda incidente.
- O modelo DSSTAB faz o cômputo das ações restaurativas em cada instante do tempo das simulações dos movimentos, levando em conta os deslocamentos do corpo e o perfil instantâneo da onda.
- Os três modelos apresentados neste trabalho conseguem simular o fenômeno da ressonância paramétrica do roll em mares regulares e irregulares.
- O modelo MDL, não consegue capturar a bifurcação da resposta do roll do portacontentor NTU em função da amplitude da onda incidente em mares regulares em condições favoráveis para a ressonância paramétrica. Essa bifurcação tem sido corroborada experimentalmente em trabalhos anteriores para navios tipo portacontentor. No entanto, o modelo DSSTAB consegue capturar satisfatoriamente essa bifurcação da resposta do roll. Por último, o modelo MDQ também consegue capturar a bifurcação da resposta do roll do portacontentor NTU. Os termos decorrentes da análise de Fourier nas ações restaurativas devido a onda incidente foram fundamentais na captura desse fenômeno no modelo

MDQ. Porém, existe uma faixa pequena de amplitudes de onda onde o modelo MDQ prediz amplitudes de roll mais elevadas que as respostas do roll no modelo DSSTAB.

- A metodologia que permite fazer simulações de movimentos em mares irregulares no modelo MDL no domínio do tempo é baseada na teoria clássica de *Seakeeping*. Computando as derivadas devido a onda incidente para várias frequências, pode-se construir um pseudo-operador de resposta linear, o qual pode ser cruzado com o espectro da onda incidente para obter realizações no domínio do tempo.
- Foi introduzida uma metodologia baseada na relação entre a excitação e a resposta não linear de sistemas dinâmicos governada por séries de Volterra, para poder representar as ações restaurativas devido a onda incidente em mares irregulares usando funções de transferências de segunda ordem no modelo MDQ. Empregando análise de Fourier no segundo termo da série de Volterra e utilizando a função de transferência de segunda ordem, pode-se obter a parcela de segunda ordem das ações restaurativas devido a onda incidente no domínio do tempo.
- Em mar irregular, os modelos MDL e MDQ demoraram aproximadamente 2 segundos para realizar uma simulação numérica de 1500 segundos de duração dos movimentos do portacontentor NTU. No entanto, esses dois modelos demoraram aproximadamente 10 minutos para fazer simulações de três horas de duração. O tempo de simulação assinalado nos modelos MDL e MDQ é considerado depois de fazer o cálculos dos coeficientes das ações restaurativas. No modelo DSSTAB, uma simulação de 1500 segundos de duração dos movimentos do portacontentor NTU, demora aproximadamente uma hora para ser completada. Simulações de três horas de duração no modelo DSSTAB levam aproximadamente três dias para serem terminadas. Os tempos de cômputo mencionados foram registrados em um *laptop* com processador quadricore Intel i7 com 16 Gigabites de memória RAM.
- As respostas de heave, roll e pitch dos modelos MDQ e DSSTAB em mares irregulares se correspondem bem entre si sob condições de ressonância paramétrica. Especialmente para a condição de mar dada pelo espectro Jonswap com $H_s = 7m$ e $T_p = 10.53s$. No entanto, para uma condição de mar de maior

intensidade dada pelo espectro Jonswap com $H_s = 10m$ e $T_p = 10.53s$, as respostas entre os dois modelos também se correspondem bem entre si, porém algumas simulações no modelo MDQ desenvolveram emborcamento, o que não acontece no modelo DSSTAB. Além disso, em algumas realizações do heave e pitch, picos fora do padrão foram registrados. Por outro lado, nas duas condições de mar mencionadas, o modelo MDL reportou emborcamento .

- Foi observado que o fenômeno da ressonância paramétrica do roll em mar irregular acontece em grupos de respostas isolados bem diferenciados entre si em cada realização. Na condição de mar com altura significativa menor, algumas realizações não registraram amplificações em roll. Porém, na condição de mar com altura significativa maior, os grupos de resposta amplificada do roll aconteceram mais frequentemente e próximos entre si.

6.2.2 Sobre o estudo estocástico do roll

- Os modelos MDQ e DSSTAB capturaram a não ergodicidade do processo estocástico do roll com duração de 1500 segundos sob condições de ressonância paramétrica, nas condições de mar dadas pelos espectros Jonswap com período de encontro $T_p = 10.53s$ e alturas significativas $H_s = 7m$ e $H_s = 10m$. Isto foi mensurado empregando a variância ao longo do tempo em várias realizações. Sendo que a variância de todas as realizações do roll, não convergiram a um único valor. No caso dos processos de heave e pitch, a variância de todas as realizações convergiram a um único valor.
- Para processos estocásticos do roll com duração de três horas, usando o modelo MDQ a não ergodicidade ficou mais fraca na condição de mar com a altura significativa maior $H_s = 10m$, sendo que as funções de distribuição de probabilidade de várias realizações do roll ficaram muito próximas entre si. No entanto, a variância ao longo do tempo de todas as realizações ficaram mais próximas entre si, porém não convergiram a um único valor.
- No modelo MDQ para os dois estados de mar estudados, a média e o desvio padrão das variáveis aleatórias obtidas fixando-se o tempo no processo estocástico do roll convergiram, com um grau de aleatoriedade, depois de um tempo determinado. No entanto, o coeficiente de correlacionamento entre essas

variáveis aleatórias ficou dependente unicamente do tempo τ de separação. Finalmente, a função de distribuição dessas variáveis aleatórias também convergiram a uma única distribuição de probabilidades. Desses resultados pode-se concluir que o processo estocástico do roll sob condições de ressonância paramétrica obtido com o modelo MDQ pode ser considerado como estacionário de segunda ordem.

- No modelo MDQ, para o estado de mar com a altura significativa maior $H_s = 10m$, as realizações que desenvolveram emborcamento tiveram que ser descartadas na análise estocástica.
- Devido ao grande tempo requerido para avaliar a estacionariedade do roll no modelo DSSTAB, não pode ser garantido que o processo estocástico do roll gerado com esse modelo possa ser considerado como estacionário. Porém, os resultados obtidos com realizações com 1500 segundos de duração são similares aos resultados obtidos com o modelo MDQ.
- Gerar 50 realizações no modelo DSSTAB demorou aproximadamente 50 horas. No entanto, gerar esse número de realizações no modelo MDQ demorou menos de 5 minutos.

6.2.3 Sobre o ajuste das distribuições de probabilidades

- Usando os modelos MDQ e DSSTAB, a Distribuição Generalizada de Valores Extremos foi ajustada empregando as respostas extremas do roll sob condições de ressonância paramétrica nas condições de mar dadas pelos espectros de Jonswap com período de encontro $T_p = 10.53s$ e alturas significativas $H_s = 7m$ e $H_s = 10m$. As distribuições obtidas com os dois modelos para a condição de mar com altura significativa $H_s = 7m$ ficaram próximas entre nas regiões inferiores e superiores. No entanto, para a condição com altura significativa $H_s = 10m$, as distribuições obtidas com os dois modelos ficaram visivelmente diferentes. Porém essa diferença foi diminuída descartando as realizações no modelo MDQ onde os movimentos de heave e pitch apresentaram picos fora do padrão. Uma metodologia foi implementada empregando os valores máximos esperados do heave e pitch obtidos de ajustando-se a Distribuição Generalizada

de Valores Extremos em uma realização dos processos de heave e pitch no modelo DSSTAB, para o descarte de realizações no modelo MDQ.

- Foi possível extrapolar a Distribuição Generalizada de Valores Extremos do roll obtida com realizações de 1500 segundos a uma distribuição obtida com realizações de 3 horas de duração para a condição de mar com altura significativa $H_s = 7m$. Porém a extrapolação feita na condição de mar com altura significativa $H_s = 10m$ deu resultados pouco satisfatórios. Assim, as distribuições de extremos do roll calculadas extrapolando-se distribuições obtidas com tempos de realizações menores, devem ser consideradas como valores conservadores.
- Usando os modelos MDQ e DSSTAB, a Distribuição Generalizada de Pareto foi ajustada empregando as respostas extremas do roll acima de um limite u estabelecido sob condições de ressonância paramétrica nas condições das duas condições de mar mencionadas anteriormente. Garantir as independências entre excedências é fundamental para o ajuste da Distribuição Generalizada de Pareto. Neste trabalho foi empregado um algoritmo desaglutinador que considera o tempo de separação entre excedências igual ao tempo que demora em decair a função média de auto-correlação do processo estocástico. Na condição de mar com altura significativa $H_s = 7m$, as distribuições obtidas com os modelos MDQ e DSSTAB ficaram aproximadamente equivalentes entre si, para os valores do limite u admissíveis dados pelo *mean excess plot*. Para a condição de mar com altura significativa $H_s = 10m$ só foi possível ajustar satisfatoriamente a Distribuição Generalizada de Pareto para os valores do limite u mais elevados dados pelo *mean excess plot*, sendo que as distribuições obtidas também ficaram próximas entre si. Isto é explicado devido a que na condição de mar com maior intensidade, o roll paramétrico acontece mais frequentemente, portanto os grupos onde acontece a ressonância paramétrica ficam mais correlacionados entre si. Esta característica não é registrada pelo coeficiente de correlacionamento, devido a que ele só avalia o correlacionamento entre duas variáveis aleatórias. Isto só poderia ser avaliado estudando-se as distribuições conjuntas multidimensionais das variáveis aleatórias obtidas fixando-se o tempo no processo do roll.

- Da Distribuição Generalizada de Valores Extremos do roll ajustada em uma condição de mar, foi possível calcular o período de retorno do roll e o tempo entre eventos do roll nessa condição de mar. Assim, esses valores poderiam servir para gerar recomendações operacionais ou regulamentos de segurança em condições de ressonância paramétrica em roll. Valores obtidos com distribuições levantadas com um tempo maior de simulação podem ser considerados como mais conservadores. Porém, em um estudo completo da estabilidade intata de sistemas flutuantes, diversas condições de mar devem ser consideradas. Portanto, modelos rápidos de simulações de movimentos são indispensáveis. No entanto, modelos mais sofisticados podem ser utilizados para avaliar a qualidade dos modelos menos acurados.

6.3 Trabalhos futuros

Com base nas experiências aprendidas no desenvolvimento deste trabalho, recomenda-se a realização dos seguintes trabalhos futuros:

- Estudar distintos tipos de navios com o modelo MDQ. A natureza da bifurcação da resposta de roll em função da amplitude da onda incidente é distinta em diferentes tipos de navios.
- Continuar o desenvolvimento do modelo MDQ. Inclusão dos termos intermodulares nas ações devido a onda incidente podem representar mudanças nas respostas do roll. Por outro lado, pode-se explorar a possibilidade de modelar as ações restaurativas hidrostáticas empregando a superfície instantânea da onda.
- Validar experimentalmente os resultados obtidos com o portacontentor NTU.
- Fazer o mesmo estudo para vários navios tipo portacontentores. Assim se poderá garantir a estacionaridade do processo estocástico do roll para navios tipo portacontentor.
- Implementar uma metodologia de cálculo da probabilidade de ocorrência de roll paramétrico com base na probabilidade de ocorrência de grupos de onda favoráveis para a ressonância paramétrica.
- Implementar uma metodologia para avaliar a dependência dos grupos da resposta de roll onde acontece ressonância paramétrica.

- Estudar a estacionaridade e ergodicidade nos diversos tipos de navios susceptíveis a ressonância paramétrica com os modelos MDQ e DSSTAB.
- Fazer um estudo completo da probabilidade de emborcamento de um navio devido a ressonância paramétrica. Para fazer o estudo deve se conhecer todas as condições de operação do navio assim como sua trajetória ideal.
- Investigar a influência no roll de efeitos de cargas externas, como as cargas devido ao ingresso de água no convés. Assim como também a influência de cargas internas com o movimento de fluido em tanques (sloshing). Essas forças podem ser modeladas por metodologias de CFD e serem introduzidas nos modelos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABKOWITZ, M. A., 1969, *Stability and Motion Control of Ocean Vehicles*. Massachusetts, The United States of America, The M. I. T. Press.

ABS, 2004, *Guide for the Assessment of Parametric Roll Resonance in the Design of Container Carriers*. Houston, The United States of America, American Bureau of Shipping.

BELENKY, V.L., DEGTYAREV, A.B., BOUKHANOVSKY, A.V., 1998. Probabilistic qualities of nonlinear stochastic rolling. *Ocean Engineering* 25 (1), 1–25.

BELENKY, V., SUZUKI, S., YAMAKOSHI, Y., 2001. Preliminary results of experimental validation of practical nonergodicity of large amplitude rolling motion. *Proceeding of the 5th International Workshop on Ship Stability and Operational Safety*, Trieste, pp. 4.1.1–4.1.8.

BELENKY, V. L., SEVASTIANOV, N. B., 2007, *Stability and Safety of Ships: Risk of Capsizing*. SNAME, Jersey City, ISBN 0-939773-61-9.

BELENKY, V., WEEMS, K., 2011, “On the distribution of parametric roll”. In *Proceedings of the 12th International Ship Stability Workshop*, pp. 205-212.

BELENKY, V., CAMPBELL, B., 2012, “Statistical Extrapolation for Direct Stability Assessment”. *Proceedings, 11th International Conference on the Stability of Ships and Ocean Vehicles*, STAB, Athens, Greece.

BILLINGS, S.A., 2013, *Nonlinear System Identification: NARMAX Methods in the Time, Frequency, and Spatio-Temporal Domains*, John Wiley & Sons, UK.

BLOCKI, W., 1980, “Ship Safety in Connection with Parametric Resonance of the Roll”. *International Shipbuilding Progress*, vol. 27, no. 306, pp. 36-53.

Brodtkorb, P.A., Johannesson, P., Lindgren, G., Rychlik, I., Rydén, J. and Sjö, E, (2000), "WAFO - a Matlab toolbox for analysis of random waves and loads". *Proceedings of the 10th International Offshore and Polar Engineering conference (ISOPE)*, Seattle, Vol III, pp. 343-350.

BULIAN, G., FRANCESCUTTO, A., LUGNI, C., 2006. Theoretical, numerical and experimental study on the problem of ergodicity and ‘practical ergodicity’ with an application to parametric roll in longitudinal long crested irregular sea. *Ocean Engineering* 33, 1007–1043.

CAMPELL, B., BELENKY, V., 2010, Statistical Extrapolation for Evaluation of Probability of Large Roll. *11th International Symposium on Practical Design of Ships and Other Floating Structures*, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

CASTILLO, E., HADI, A., BALAKRISHNAN, N., SARABIA, J., 2005, *Extreme Value and Related Models with Applications in Engineering and Science*, Wiley-Interscience.

CHAKRABARTI, S., 2005, *Handbook of Offshore Engineering*, Volume I, Elsevier, Oxford, UK.

DAVISON, A., SMITH, R., 1990, “Models for Exceedances over High Thresholds”, *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, Vol. 52, No. 3, pp. 393-442.

FALTINSEN, O., 2005, *Hydrodynamics of High-Speed Marine Vehicles*, Cambridge University Press.

FRANCESCUTTO, A., 2004, Intact Ship Stability-The Way Ahead, *Marine Tech.*, 41, 31-37.

FRANCESCUTTO, A., 2007, Intact Ship Stability-Recent Developments and Trends, Proc. PRADS '07, Houston, TX.

FRANCESCUTTO, A., PAPANIKOLAOU A. D., 2011, Buoyancy, stability, and subdivision: from Archimedes to SOLAS 2009 and the way ahead, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part M: Journal of Engineering for the Maritime Environment*. Vol 225, Issue 1. pp. 1–16.

FROUDE, W., 1863, “Remarks on Mr. Scott-Russell’s Paper on Rolling”, *INA*.

GALEAZZI, R., PETTERSEN, K., 2012, Controlling Parametric Resonance: Introduction and Stabilization of Unstable Motions, *Parametric Resonance in Dynamical Systems*. ed. / T.I. Fossen; H Nijmeijer. Vol. 4 Springer. p. 305-327.

GODA, Y., 2000, *Random Seas and Design of Marine structures*, Advance Series on Ocean Engineering, Volume 15, World Scientific, Washington D.C., U.S.A.

GRAFF, W., HECKSCHER. E., 1941, Widerstands und Stabilitats-Versuche mit drei Fischdampfermodellen, *Werft-Reederei-Hafen*, 22, 115-120.

GRECO, M., C. LUGNI, AND O. M. FALTINSEN (2014). Can the water on deck influence the parametric roll of a FPSO? A numerical and experimental investigation. submitted to *Procedia Computer Science*.

GRIMSHAW, S., 1993, "Computing Maximum Likelihood Estimates for the Generalized Pareto Distribution", *Technometrics*, Vol. 35, No. 2, pp. 185-191.

GUMBEL, E. J. (1958) *Statistics of Extremes*. Columbia University Press, New York.

HASHIMOTO, H., UMEDA, N., MATSUDA, A., 2006, "Experimental and Numerical Studies on Parametric Roll of a Post-Panamax Container Ship in Irregular Waves", *Proceedings, 9th International Conference on the Stability of Ships and Ocean Vehicles*, STAB, Rio de Janeiro, Brazil.

HIMENO, Y., 1981, Prediction of Ship Roll Damping – State of the Art. Dept. Naval Architecture and Marine Engineering, The University of Michigan, Report no. 239.

HOOFT, J. P., 1982, *Advanced Dynamics of Marine Structures*. New York, The United States of America, John Wiley & Sons, Inc.

HUA, J., 1992, "A Study of the Parametrically Excited Roll Motion of a Ro-Ro-Ship in Following and Heading Waves", *International Shipbuilding Progress*, vol. 39, no. 420 (Dec), pp. 345-366.

Institute of London Underwriters. *Hull casualty statistics*. IUMI Conference Hong Kong. The institute of London Underwriters, 2014.

JOURNÉE, J.M.J., MASSIE, W.W., 2001, *Offshore Hydromechanics*. Delft University of Technology, Delft.

KEMPF, G., 1938, Die Stabilitätsbeanspruchung der Schiffe durch Wellen und Schwingungen, *Werft-Reederei-Hafen*, 1-, 200-202.

KERWIN, J. E., 1955, "Notes on Rolling in Longitudinal Waves", *International Shipbuilding Progress*, vol. 2, no. 16, pp. 597-614.

KIM, D., 2012, *Design Loads Generator: Estimation of Extreme Environmental Loadings for Ship and Offshore Applications*. Ph. D. thesis, The University of Michigan.

KIM, D., TROESCH, A., 2013, "Statistical Estimation of Extreme Roll in Short Crested Irregular Head Seas." *Transactions, Society of Naval Architects and Marine Engineers (SNAME)*.

KIM, D., BELENKY, V., CAMPBELL, B., TROESCH, A., 2014, “*Statistical Estimation of Extreme Roll in Head Seas*”, Proceedings, 33rd International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, OMAE, San Francisco, USA.

KIMURA, A., 1980, “Statistical properties of random wave groups.” Proceedings, 17th International Conference on Coastal Engineering, Sydney, Australia, 2955 – 2973.

KRAMER, H. and LEADBETTER, M.R. (1967). *Stationary and related stochastic processes*, John Wiley, New York.

LEADBETTER, M.R., 1971, “Extreme Value Theory for continuous Parameter Stationary Processes, University of North Carolina.

LEADBETTER, M.R., LINDGREN, G., ROOTZÉN, H., 1983, *Extremes and Related Properties of Random Sequences and Processes*, Springer, New York.

LEADBETTER, M.R., 1991, “On a basis on peak-over-threshold modeling”, *Statistics & Probability and Letters*, 12, pp. 357-362.

LIAW, C. Y., BISHOP, S. R., THOMPSON, J. M. T., 1993, “Heave-Excited Rolling Motion of a Rectangular Vessel in Head Seas”, *International Journal of Offshore and Polar Engineering*, vol. 3, no. 1 (Mar), The International Society of Offshore and Polar Engineers (ISOPE), pp. 26-31.

LINDEMANN, K., SKOMEDAL N., 1983, “Modern Hullforms and Parametric Excitation of the Roll Motion”, *Norwegian Maritime Research*, vol. 11, no. 2, pp. 2-20.

LIU, Y., 2003, “*On Second-Order Roll Motions of Ships*”, Proceedings, 22nd International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering, OMAE, Cancun, Mexico.

MCTAGGART, K., DE KAT, J., 1993, Capsize risk of intact frigates in irregular seas, *Transactions of SNAME* 108.

Neal, E., (1974). Second order hydrodynamic forces due to stochastic excitation. In *Proceedings 10th ONR Symposium*. Cambridge, Mass.

NEVES, M. A. S., RODRIGUEZ, C. A., 2006a, “On Unstable Ship Motions Resulting from Strong Non-Linear Coupling”. *Ocean Engineering*, vol. 33, no. 14 (Oct), pp. 1853-1883.

OCHI, M., 1998, *Ocean Waves: The Stochastic Approach*, Cambridge University Press, Cambridge, England, ISBN 052156378X.

PAULLING, J. R., 1961, "The Transverse Stability of a Ship in a Longitudinal Seaway". *Journal of Ship Research*, vol. 4, no. 4 (Mar.), pp. 37-49.

PAULLING, J. R., ROSENBERG, R. M., 1959, "On Unstable Ship Motions Resulting From Non-Linear Coupling", *Journal of Ship Research*, vol. 3, no. 1 (Jun.), pp. 36-46.

PETERS, W., BELENKY, V., BASSLER, C., SPYROU., K., UMEDA, N., BULIAN, G., ALMAYER, B., 2012, "The Second Generation of Intact Stability Criteria: An Overview of Development", *Transactions, Society of Naval Architects and Marine Engineers (SNAME)*.

PICKANDS, J., 1975, "Statistical inference using extreme order statistics", *The Annals of Statistics*, 1, PP. 191-131.

POLO, J., 2012, *Validação de um algoritmo não linear para simulações numéricas no domínio do tempo de movimentos de corpos em presença de ondas*. Tese de M.Sc., COPPE - Eng. Oceânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

POLO, J., RODRÍGUEZ, C. A., NEVES, M. A. S., 2013, "Experimental and Numerical Investigation on the Stability in Waves of a Mono-column Platform." *Proceedings, 13th International Ship Stability Workshops*, ISSW, Brest, France.

RAHOLA, J., 1939, *The Judging of Stability of Ships and the Determination of the Minimum Amount of Stability Especially Considering the Vessel Navigating Finnish Waters*, PhD Thesis, Technical University of Finland, Helsinki, viii+232 p.

REED, A., 2011, 26th ITTC parametric roll benchmark study. In 12th International Ship Stability Workshop, Washington DC, USA.

ROBERTS, J., 1977, "Stationary Response of Oscillators with Non-Linear to Random Excitation." *Journal of Sound and Vibration*, 50(1), 145–156.

ROBERTS, J., 1982a, "Effect of Parametric Excitation on Ship Rolling Motion in Random Waves." *Journal of Ship Research*, Vol 26, No. 4, 246–253.

ROBERTS, J., 1982b, "A Stochastic Theory for Nonlinear Ship Rolling in Irregular Seas." *Journal of Ship Research*, Vol 26, No. 4, 229–245.

ROBERTS, J., 1986a, "First Passage Probabilities for Randomly Excited Systems: Diffusion Methods." *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol 1, No 2, 66–81.

ROBERTS, J., VASTA, M., 2000, "Markov Modeling and Stochastic Identification for Nonlinear Ship Rolling in Random Waves." *Transactions, Royal Society A*, 358, 1917-1941, London, UK.

RODRIGUEZ, C.A., 2004, *Estabilidade Dinâmica do Navio: Um Modelo Não-Linear de Terceira Ordem*. Tese de M.Sc., COPPE - Eng. Oceânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

RODRIGUEZ, C.A., HOLDEN, C., PEREZ, T., DRUMMEN, I., NEVES, M. A. S., FOSSEN, T., 2007, “Validation of a Container Ship Model for Parametric Rolling”, Proceedings, 9th *International Ship Stability Workshops*, ISSW, Hamburg, Germany.

RODRIGUEZ, C.A., 2010, *Sobre a Dinâmica Não Linear do Balanço Paramétrico*. Tese de D.Sc., COPPE - Eng. Oceânica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

RODRIGUEZ C.A., Polo, J., NEVES M.A.S., 2016. A Time-Efficient Approach for Nonlinear Hydrostatic and Froude-Krylov Forces for Parametric Roll Assessment in Irregular Seas. *Ocean Engineering*, Volume 120, 1 July 2016, Pages 246–255.

RUGH, W.J., 1981, *Nonlinear System Theory*, Web version (2002), ISBN 0-8018-2549-0, Baltimore, USA.

SKOMEDAL, N., 1982, “Parametric Excitation of Roll Motion and its Influence on Stability”, In: Proceedings of the 2nd International Conference on Stability of Ships and Ocean Vehicles (STAB’82), Tokyo, Japan, pp. 113-125.

SMITH, R. L., 1985, “Threshold methods for sample extremes”, In *Statistical Extremes and Applications*, J. T. de Oliveira, ed. NATO ASI Series (Reidel, Dordrecht).

SPANOS, D., PAPANIKOLAOU, A., 2009b, SAFEDOR International Benchmark Study on Numerical Simulation Methods for the Prediction of Parametric Rolling of Ships in Waves, NTUA-SDL Report, rev 1.0. SPYROU, K. J., 2000, “Designing Against Parametric Instability in Following Seas”, *Ocean Engineering*, vol. 27, no. 6 (Jun), pp. 625-653.

SPYROU, K. J., 2005. “Design criteria for parametric rolling”, *Oceanic Engineering International*, Vol. 9, No. 1, pp. 11-27.

THEMELISN, N., SPYROU, K. J., 2007, “Probabilistic Assessment of Ship Stability”, *Transactions, Society of Naval Architects and Marine Engineers (SNAME)*, 115.

THEMELISN, N., 2008, “*Probabilistic Assessment of Ship Dynamic Stability in Waves*”, PhD. Thesis, National Technical University of Athens, Athens, Greece.

TSANG, K.M., BILLINGS, S.A., 1992, “Reconstruction of Linear and Non-Linear Continuous Time Models from Discrete Time Sampled-Data Systems”, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 6(1), 69-84.

WATANABE, Y., 1934, On the Dynamic Properties of Transverse Instability of a Ship due to Pitching, J. Society of Naval Arch. Japan, 53, 51-70.

WEEMS, K., BELENKY, V., 2015, "Rapid Ship Motion Simulations for Investigating Rare Stability Failures in Irregular Seas", Proceedings, 12th International Conference on the Stability of Ships and Ocean Vehicles , STAB, Glasgow, Scotland.

YOUSSEF, K. S., RAGAB, S. A., NAYFEH, A. H., and MOOK, D.T., 2002, "Design of Passive Anti-Roll Tanks for Roll Stabilization in the Nonlinear Range," Ocean Engineering, Vol. 29, pp. 177-192.

APÊNDICE 1

CÔMPUTO DAS AÇÕES DE RESTAURAÇÃO

A1.1 Introdução

As expressões para computar as ações externas na superfície molhada de corpos flutuantes foram dadas pelas Equações 2.12 e 2.13 no Capítulo 2. No intuito de dar uma solução acurada a essas expressões é preciso representar o navio numericamente, isso é feito mediante discretização em painéis. Os painéis podem ser quadriláteros ou triângulos com vértices ou nós, que devem cumprir certa orientação (aqui será empregada a orientação em sentido anti-horário, ver Figura A1.1). Assim, as ações externas poderão ser computadas numericamente como:

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{N_{nodes}} p_i \cdot \vec{n}_i S_i \quad (A1.1)$$

$$\vec{M} = \sum_{i=1}^{N_{nodes}} p_i \cdot (\vec{r}_i \times \vec{n}_i) S_i \quad (A1.2)$$

onde p_i , \vec{r}_i , \vec{n}_i e S_i são a pressão (hidrostática ou de onda), posição, vetor normal e área de cada painel. Geralmente a discretização é feita em painéis de quatro nós mas superfícies com grande curvatura são melhor representadas por painéis de três nós. A Figura A1.1 mostra um esquema de discretização a partir das balizas de um navio, onde as coordenadas dos nós dos painéis devem ser definidas. Neste trabalho serão empregados os softwares Rhinoceros e MeshGenerator para auxiliar na discretização de navios, sendo que a geração de painéis com três nós será feita por um código em Fortran elaborado pelo autor.

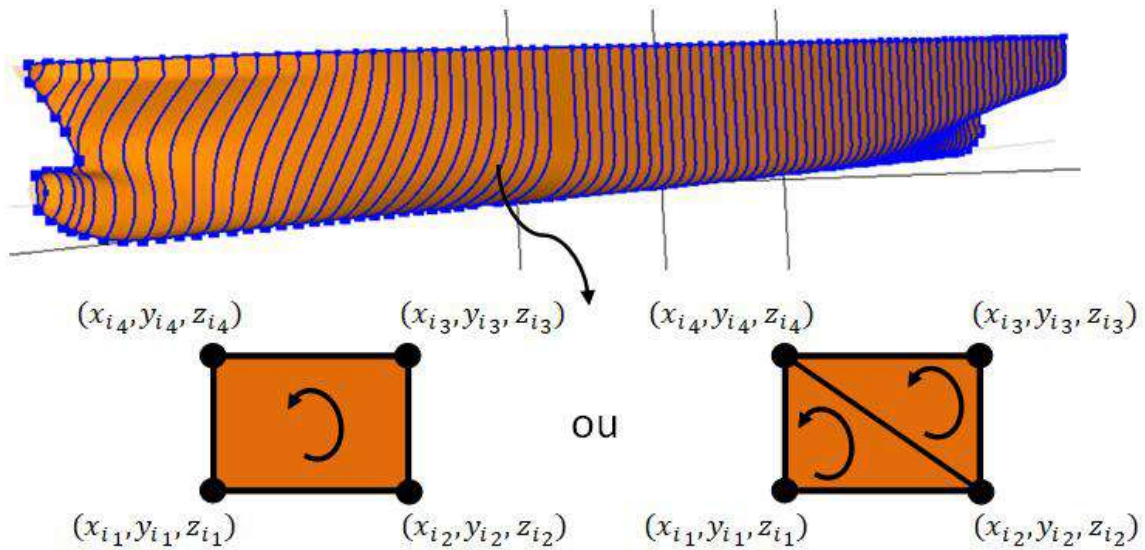


Fig. A1.1 Esquema de discretização em painéis de um navio.

A1.2 Interseção entre o corpo e a onda

No propósito de computar as forças devido às pressões externas no corpo flutuante, é preciso achar a superfície molhada. Isso é feito interceptando-se o perfil da onda incidente com a geometria do corpo. O perfil de onda pode ser considerado como plano, ou seja, como mar calmo; ou pode ser considerando como definido pela onda incidente instantânea, seja regular (senoidal) ou irregular.

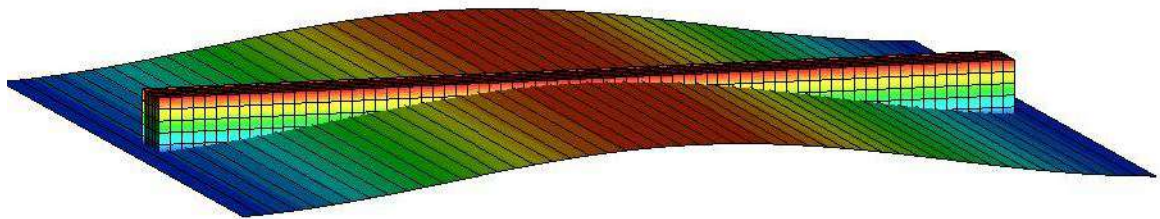


Fig. A1.2 Intercepção entre uma onda e um corpo retangular.

Alem de discretizar o corpo flutuante, é preciso discretizar a onda a ser empregada. O que pode ser feito da mesma forma que para o caso do corpo, aqui serão sempre usados painéis de quatro nós para discretizar as ondas incidentes. Na Figura A1.3 mostra-se um

zoom de um conjunto de painéis do corpo e da onda da Figura A1.2 com suas respectivas coordenadas. Como exemplo será descrito o caso para o panel assinalado como “i” na Figura A1.3. Pode-se notar que para esse painel do corpo existem dois painéis da onda incidente que o interceptam, os painéis assinalados como “j” e “j+1”. Dado que os dois painéis interceptam na parte interior ao painel “i” do corpo, será feita uma aproximação que considera o painel “j” como o painel formado pelas coordenadas $wx_{j_1}, wx_{j+1_2}, wx_{j+1_3}$, etc (Ver Figura A1.4) . No caso que o painel “j” seja o único que intercepte o corpo, esse painel será o único a ser empregado. Finalmente os pontos P e Q são os pontos de interceptação entre o painel da onda “j” e o painel “i” do corpo.

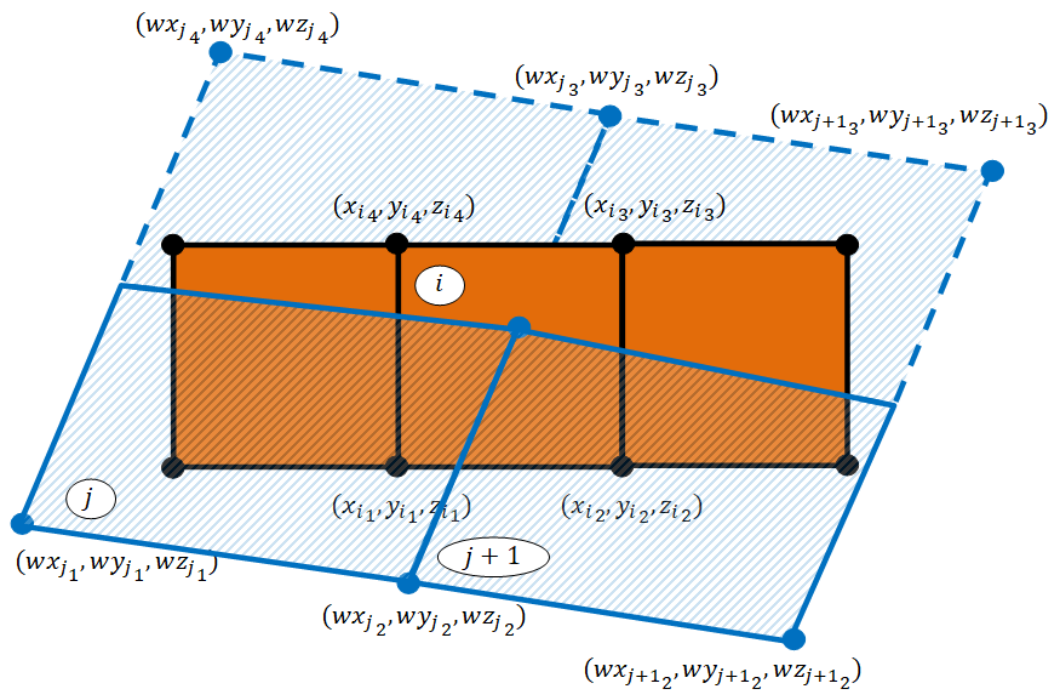


Fig. A1.3 Zoom de um conjunto de painéis da Figura A1.2.

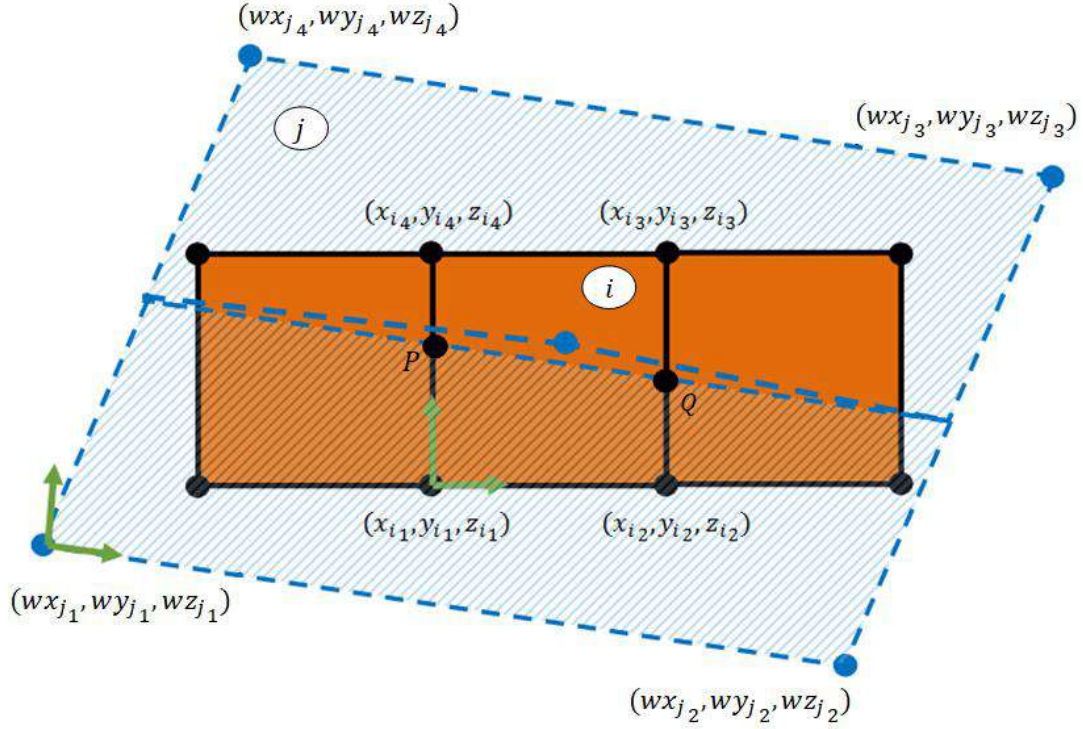


Fig. A1.4 Aproximação do painel da onda da Figura A1.3.

Os vetores normais dos painéis da onda “j” e do corpo “i” podem ser achados pelas seguintes expressões, respectivamente:

$$\begin{aligned} \vec{n}_1 &= \frac{(\overrightarrow{w_{j_1}w_{j_2}} \times \overrightarrow{w_{j_1}w_{j_4}})}{|\overrightarrow{w_{j_1}w_{j_2}} \times \overrightarrow{w_{j_1}w_{j_4}}|} \\ &= \frac{(wx_{j_2} - wx_{j_1}, wy_{j_2} - wy_{j_1}, wz_{j_2} - wz_{j_1}) \times (wx_{j_4} - wx_{j_1}, wy_{j_4} - wy_{j_1}, wz_{j_4} - wz_{j_1})}{|(wx_{j_2} - wx_{j_1}, wy_{j_2} - wy_{j_1}, wz_{j_2} - wz_{j_1}) \times (wx_{j_4} - wx_{j_1}, wy_{j_4} - wy_{j_1}, wz_{j_4} - wz_{j_1})|} \end{aligned} \quad (A1.3)$$

$$\vec{n}_2 = \frac{(\vec{v}_1 \times \vec{v}_2)}{|\vec{v}_1 \times \vec{v}_2|} = \frac{(x_{i_2} - x_{i_1}, y_{i_2} - y_{i_1}, z_{i_2} - z_{i_1}) \times (x_{i_4} - x_{i_1}, y_{i_4} - y_{i_1}, z_{i_4} - z_{i_1})}{|(x_{i_2} - x_{i_1}, y_{i_2} - y_{i_1}, z_{i_2} - z_{i_1}) \times (x_{i_4} - x_{i_1}, y_{i_4} - y_{i_1}, z_{i_4} - z_{i_1})|} \quad (A1.4)$$

Da vista de planta do painel da onda “j” dá para perceber que o vetor normal desse painel deve ser paralelo ao o vetor resultante do produto vetorial entre dois vetores com pontos no painel da onda “j” e com um ponto de intercepção (P ou Q) em comum, vide Figura A1.5. Isto pode-se expressar como:

$$\begin{aligned} &\overrightarrow{w_1P} \times \overrightarrow{Pw_4} \parallel \vec{n}_1 \text{ ou} \\ &(\overrightarrow{w_1P} \times \overrightarrow{Pw_4}) \times (\overrightarrow{w_1} \times \overrightarrow{w_4}) = 0 \end{aligned} \quad (A1.5)$$

sendo

$$w_1 = (wx_1, wy_1, wz_1)$$

$$w_4 = (wx_4, wy_4, wz_4)$$

$$P = (x_p, y_p, z_p)$$

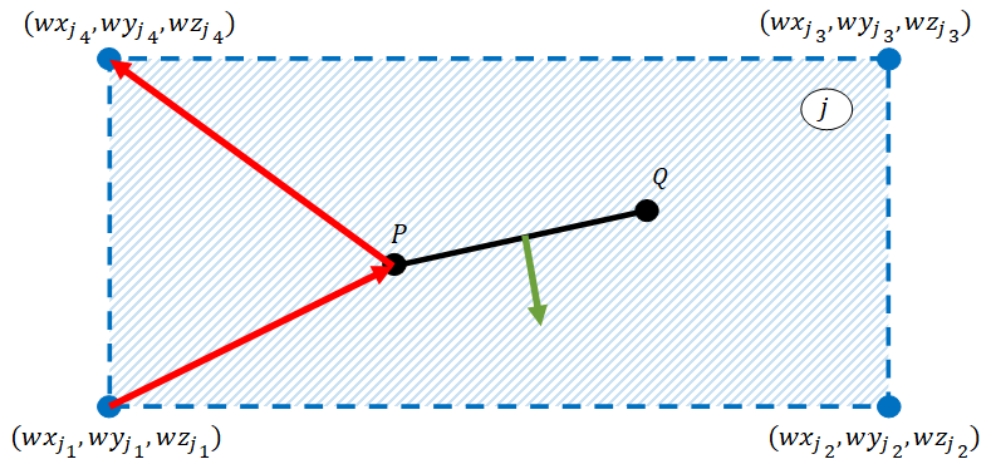


Fig. A1.5 Vista de planta do painel da onda da Figura A1.4.

Desenvolvendo a expressão A1.5, pode se chegar a:

$$\frac{y_p - wy_1}{(wy_4 - y_p)} = \frac{x_p - wx_1}{(wx_4 - x_p)} = \frac{z_p - wz_1}{(wz_4 - z_p)} = cte \quad (A1.6)$$

Adicionalmente, lembrando a equação do plano (onde \vec{N} é o vetor normal e P_0 é um ponto conhecido), ver Figura A1.6:

$$\vec{N} \cdot \overrightarrow{P_0P} = 0 \quad (A1.7)$$

e considerando os vetores do painel de onda “j” e o painel do corpo “i” como:

$$\vec{n}_1 = (a_1, b_1, c_1)$$

$$\vec{n}_2 = (a_2, b_2, c_2)$$

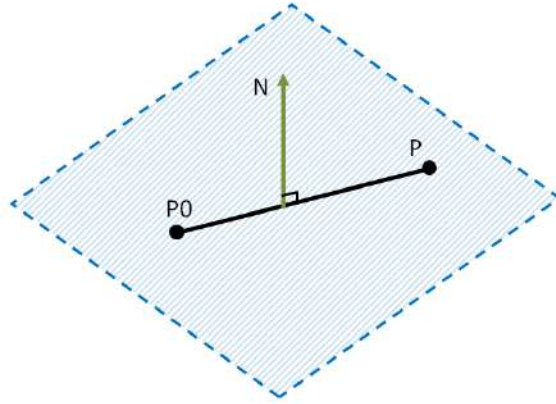


Fig. A1.6 Um plano no espaço representado por seu vetor normal e uma reta dentro do plano.

Podemos formar um sistema de três equações com as equações A1.6 e A1.7, usando os vetores \vec{n}_1 e \vec{n}_2 e o ponto P .

$$\frac{y_p - wy_1}{(wy_4 - y_p)} = \frac{x_p - wx_1}{(wx_4 - x_p)} = \frac{z_p - wz_1}{(wz_4 - z_p)} = cte \quad (A1.8)$$

$$a_1x_p + b_1y_p + c_1z_p = a_1wx_1 + c_1wz_1 \quad (A1.9)$$

$$a_2x_p + b_2y_p + c_2z_p = a_2x_1 + b_2y_1 + c_2z_1 \quad (A1.10)$$

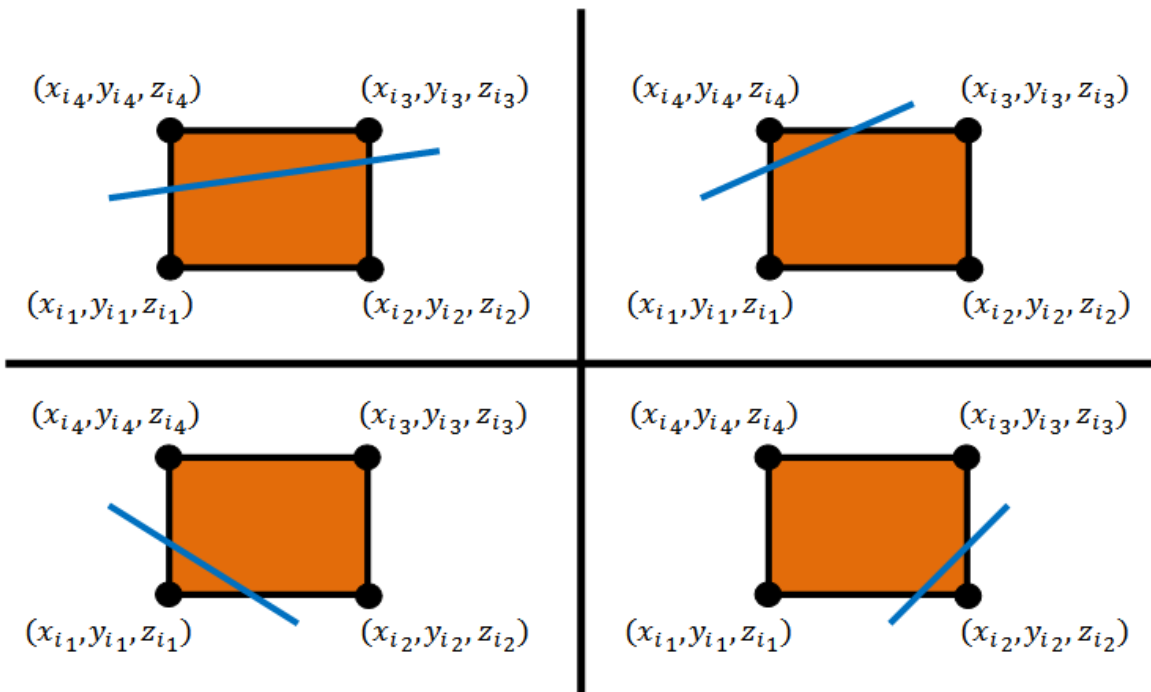


Fig. A1.7 Tipos de interseção entre um painel da onda e um painel do corpo.

Resolvendo esse sistema de equações, os pontos P e Q serão achados. Esse procedimento descrito deverá ser empregado para cada painel do corpo que intercepte o perfil de onda em cada instante do tempo. O exemplo mostrado na Figura A1.3 é só um dos casos possíveis de interceptação entre painéis. Na Figura A1.7 mostram-se outros casos muito frequentes na interceptação do perfil de onda e o corpo. Note-se que o painel do perfil de onda só pode interceptar em dois pontos (P e Q) o painel do corpo. Além disso, o polígono resultante pode ser de três, quatro e até cinco nós.

A1.3 Reconstrução do painel

Apos serem determinados os pontos de interceptação P e Q segundo o procedimento descrito na seção anterior, deve-se reconstruir o painel para o cômputo das pressões nele. A reconstrução é feita pensando que o vetor normal do painel deve apontar na direção saindo do corpo e considerando vértices orientados no sentido anti-horário. Assim os nós a serem selecionados e sua respectiva posição são determinados com respeito ao ângulo que eles formam com o nó na posição vertical mais inferior, ver Figura A1.8.

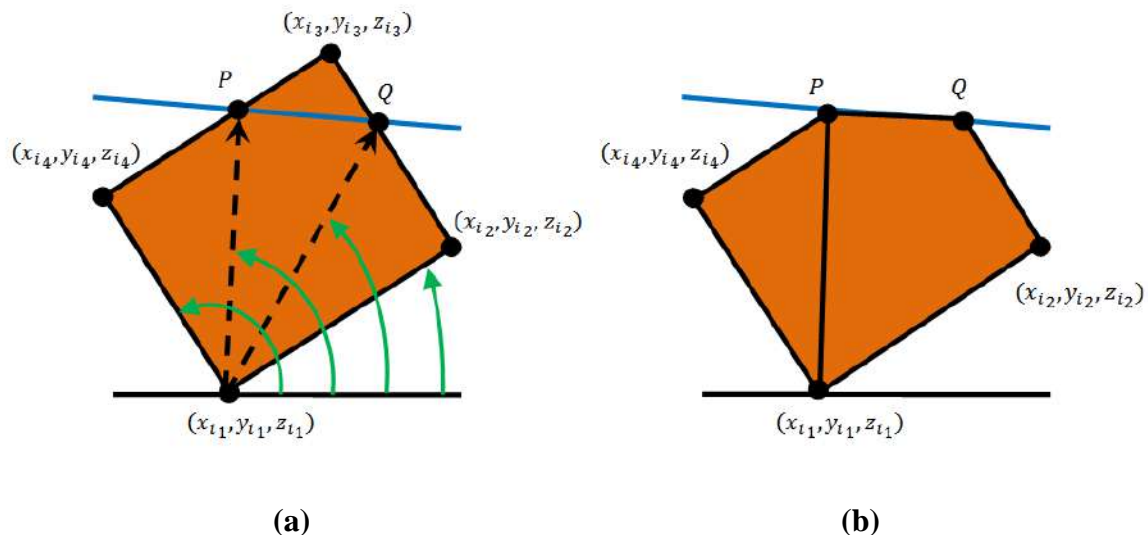


Fig. A1.8 (a) Esquema da determinação dos nós de um painel reconstruído
(b) Painel reconstruído.

A1.4 Cômputo da pressão

Finalmente com o novo painel obtido da reconstrução, ver Figura A1.8b, as pressões hidrostáticas e hidrodinâmicas devem ser computadas no centróide do novo painel segundo as expressões descritas no Capítulo 2. Assim, lembrando a Figura A1.7, pode-se obter distintos tipos de polígonos. A metodologia adotada neste trabalho é subdividir o painel em triângulos e quadriláteros, ver Figura A1.9. No caso de triângulos, o centróide pode ser determinado usando suas três coordenadas cartesianas, segundo:

$$centroide_{triângulo} = \frac{(x_1 + x_2 + x_3, y_1 + y_2 + y_3, z_1 + z_2 + z_3)}{3} \quad (A1.11)$$

Já a área do triângulo pode ser obtida da seguinte expressão vetorial:

$$área = \frac{1}{2} |\overrightarrow{P_1P_3} \times \overrightarrow{P_1P_2}| = \frac{1}{2} |\overrightarrow{P_2P_3} \times \overrightarrow{P_2P_1}| = \frac{1}{2} |\overrightarrow{P_3P_1} \times \overrightarrow{P_3P_2}| \quad (A1.12)$$

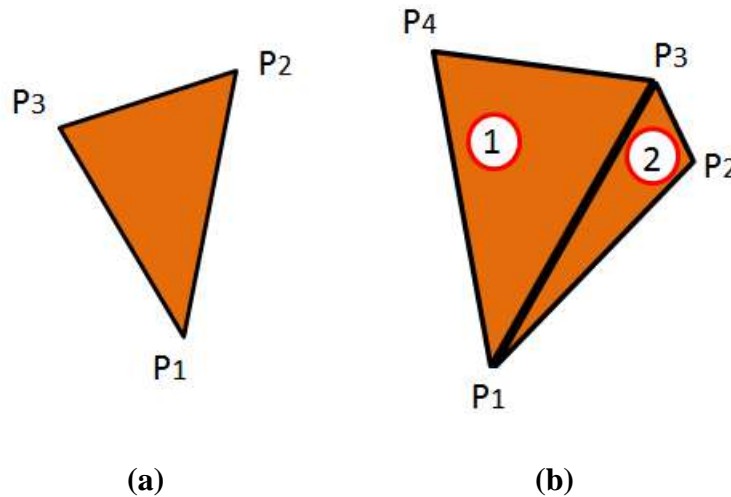


Fig. A1.9 (a) Painel tipo triângulo. (b) Painel tipo quadrilátero formado por dois painéis triangulares.

No caso de quadriláteros a área é subdividida em dois triângulos, ver Figura A1.9b, portanto:

$$área = área_1 + área_2$$

Finalmente, o centróide do quadrilátero é obtido como:

$$centroide_{quadrilatero} = \frac{area_1 \cdot centroide_1 + area_2 \cdot centroide_2}{area_1 + area_2} \quad (A1.13)$$

Deve-se mencionar que todo o procedimento descrito neste anexo deve ser feito em todos os painéis do corpo que interceptam o perfil da onda em cada passo do tempo e levando em consideração possíveis deslocamentos do corpo. Na Figura A1.10 se mostra o resultado de aplicar a metodologia descrita no caso da Figura A1.2. No entanto, na Figura A1.11 mostra-se um zoom da meia nau do corpo da Figura A1.10

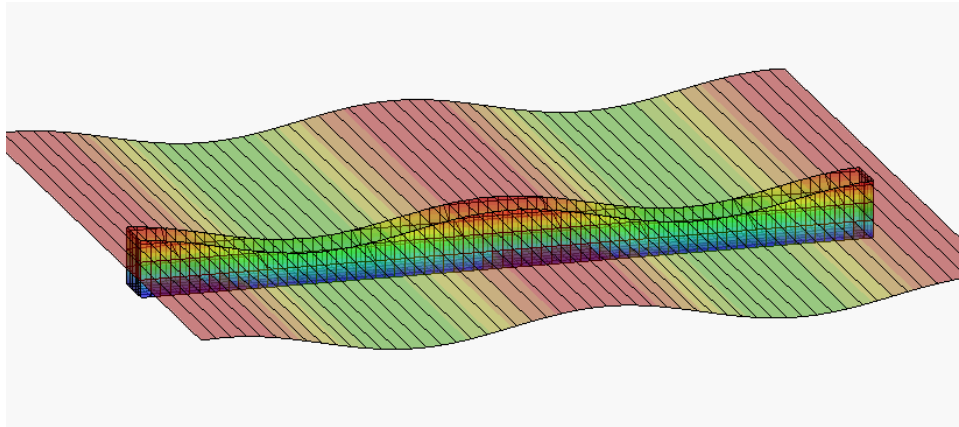


Fig. A1.10 Superfície submersa exata do corpo da Figura A1.2.

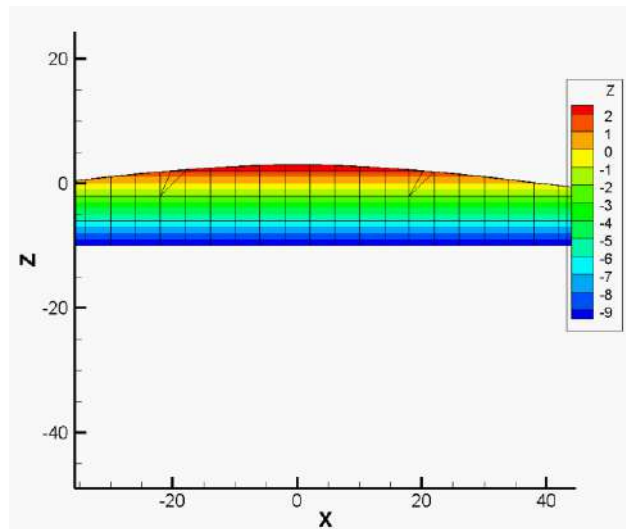


Fig. A1.11 Zoom na vista lateral da Figura A1.10.

APÊNDICE 2

CÔMPUTO DOS COEFICIENTES DE RESTAURAÇÃO

A2.1 Introdução

Os coeficientes de restauração hidrostática e de onda incidente são calculados com ajuda de um código computacional desenvolvido pelo autor em FORTRAM. A principal característica do algoritmo é a capacidade de reproduzir realisticamente a variação da geometria instantaneamente submersa de corpos flutuantes devido a deslocamentos ou presença de ondas incidentes longitudinais. Isto é feito seguindo a metodologia do ANEXO I.

Como exemplo ilustrativo para o levantamento das derivadas, na Figura A2.1 se mostra a geometria discretizada em painéis do portacontentor NTU em repouso e em águas calmas (condição na qual serão calculados os coeficientes de restauração hidrostática e de onda incidente no modelo MDL). Também se encontram especificados os deslocamentos que devem ser considerados para o levantamento dos coeficientes (heave, roll e pitch).

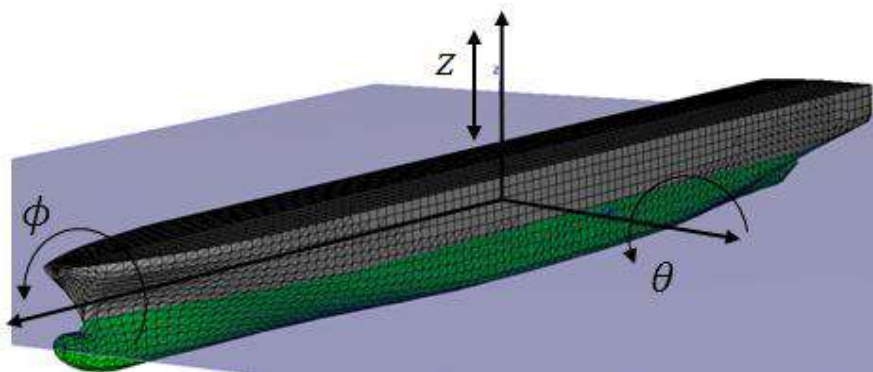


Figura A2.1 Discretização do corpo para o cálculo das forças de restauração.

A2.2 Coeficientes de restauração hidrostática

O seguinte procedimento deve ser efetuado para o cálculo dos coeficientes de restauração hidrostática:

- a) Discretização em painéis da superfície do casco do navio, ver Figura A2.1
- b) Seleção de uma matriz de posições do navio para heave, roll e pitch. A matriz deve considerar deslocamentos puros nesses graus de liberdade, assim como deslocamentos acoplados entre os graus de liberdade. Além disso, a faixa de deslocamentos não deve mudar fortemente o calado do navio.
- c) Cálculo da força e momentos de restauração hidrostáticos de heave, roll e pitch para cada elemento da matriz de posições. Isso é feito avaliando-se a pressão hidrostática em cada painel considerando sua posição e deslocamento segundo a matriz de posições empregando as equações 2.34, 2.36 e 2.37.
- d) Finalmente, as respostas do código são levadas ao software MATLAB para ajustar a força e os momentos computados através de polinômios multivariáveis dependentes das posições de heave, roll e pitch. Os coeficientes dos polinômios serão os coeficientes de restauração hidrostática.

Na Figura A2.2 mostra-se o cálculo do coeficiente K_ϕ para o exemplo da Figura A2.1. Os pontos azuis representam o momento computado em cada elemento da matriz de posições, neste caso o momento de restauração hidrostática calculado para diversas posições em roll. A linha vermelha é o polinômio ajustado, no caso do coeficiente K_ϕ , o polinômio será de terceira ordem. O coeficiente de primeira ordem deste polinômio fornece o valor da derivada K_ϕ .

Adicionalmente, na Figura A2.3 mostra-se a superfície da força de heave dependente dos movimentos de heave e roll. Desta superfície é obtido o coeficiente $Z_{\phi\phi z}$ fazendo o ajuste correspondente. Considerando unicamente os movimentos de roll na origem da superfície da Figura A2.3 tem-se a curva da Figura A2.4. Fazendo o ajuste desta curva o coeficiente $Z_{\phi z}$ é obtido.

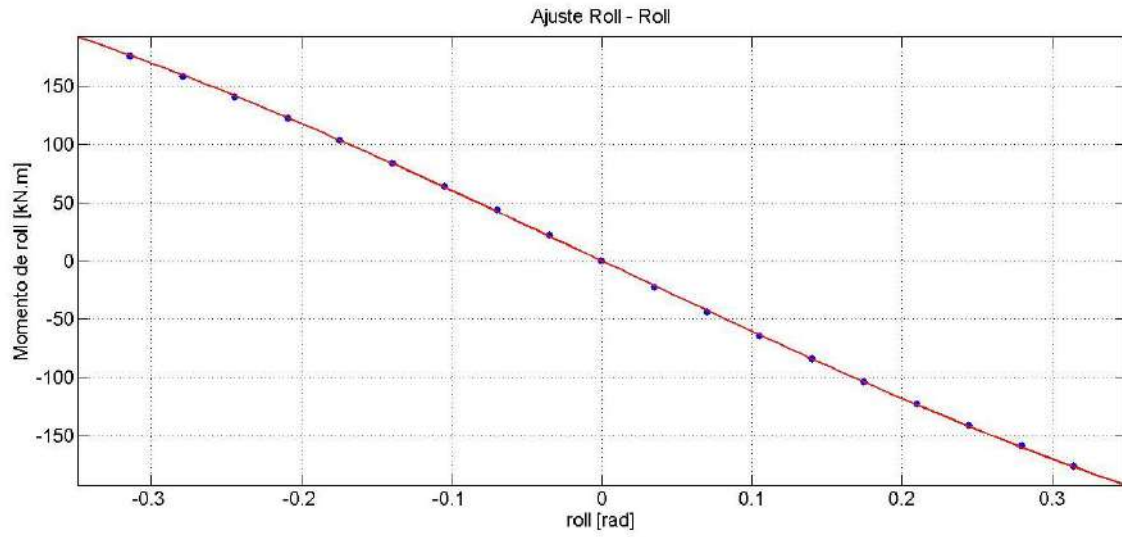


Figura A2.2 Ajuste polinomial para o coeficiente K_ϕ .

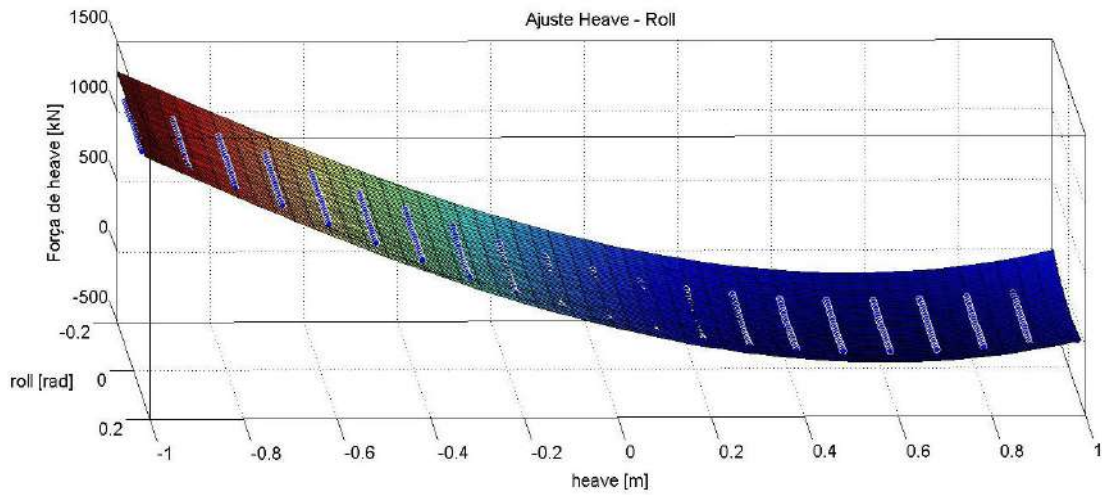


Figura A2.3 Ajuste polinomial para o coeficiente K_ϕ .

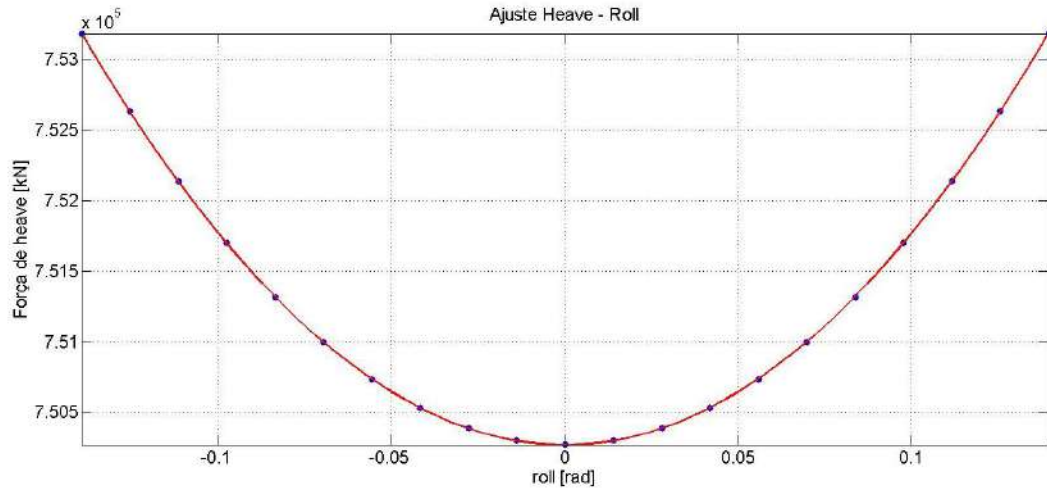


Figura A2.4 Ajuste polinomial para o coeficiente K_ϕ .

A2.3 Coeficientes de restauração de onda

Para o cálculo dos coeficientes de restauração de onda, é assumido que uma onda se encontra incidindo no casco. Essa onda gera pressões dinâmicas em toda a superfície molhada do casco. Porém, no caso dos coeficientes devido a onda incidente no modelo MDL (em concordância com a teoria linear), o cálculo das pressões dinâmicas são feitas até a superfície livre média, ou seja, é considerada a superfície livre equivalente ao estado em águas calmas. Ainda assim as forças e momentos de onda incidente são funções temporais, devido à sua dependência do potencial de onda incidente. O procedimento para o cálculo dos coeficientes de restauração de onda é o seguinte:

- Discretização em painéis da superfície do casco do navio, ver Figura A2.1.
- Especificação das características da onda incidente: amplitude, frequência, profundidade, ângulo de incidência entre outros. Deve ser lembrado que a integração das pressões não será feita considerando a amplitude da onda.
- Seleção de uma matriz de posições do navio para heave, roll e pitch. A matriz deve considerar deslocamentos puros nesses graus de liberdade, assim como deslocamentos acoplados entre os graus de liberdade. Além disso, a faixa de deslocamentos não deve mudar fortemente o calado do navio.

- d) Cálculo da força e momentos de restauração de onda em heave, roll e pitch para cada elemento da matriz de posições. Isso é feito avaliando-se as pressões dinâmicas em cada painel considerando sua posição e deslocamento segundo a matriz de posições. Partindo-se do potencial de onda incidente:

$$\Phi_I = \frac{A_w g}{\omega_e} e^{kz} [\cos(kx - \omega_e t) - i \cdot \sin(kx - \omega_e t)] \quad (2.21)$$

pode-se decompor o cálculo de forças em parcelas de cosseno e seno e uma parcela constante F_{I2} (correspondente à denominada FK2):

$$F_I = - \int_A \rho \left(\frac{\partial \phi_I}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla \phi_I|^2 \right) = F_{Icos} \cos(\omega_e t) + F_{Isen} \sin(\omega_e t) + F_{I2} \quad (2.43)$$

- e) Finalmente, as respostas do código são levadas ao software MATLAB para ajustar a força e os momentos computados através de polinômios multivariáveis dependentes das posições de heave, roll e pitch e do tempo. Os coeficientes dos polinômios serão os coeficientes de restauração de onda. Note-se que agora os coeficientes gerados serão obtidos em pares de cosseno e seno para as forças de onda de primeira ordem (FK1); já para o caso das forças de segunda ordem só poderá ser obtido um coeficiente não dependente do tempo (FK2).

Nas Figuras A2.5 e A2.6 mostram-se os cálculos dos coeficientes $K_{z\phi_c}$ e $K_{z\phi_s}$ para uma frequência da onda incidente. Adicionalmente na Figura A2.7 mostra-se o cálculo do coeficiente $K_{z\phi}$. O procedimento para o cálculo desses coeficientes é similar ao cálculo do coeficiente K_ϕ discutido anteriormente.

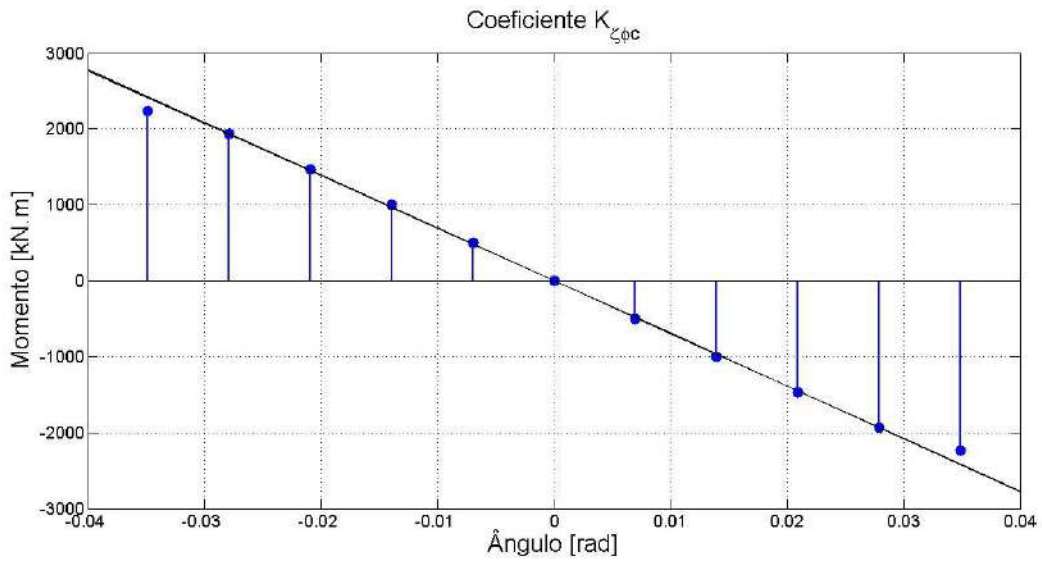


Figura A2.5 Ajuste polinomial para o coeficiente $K_{\zeta\phi c}$.

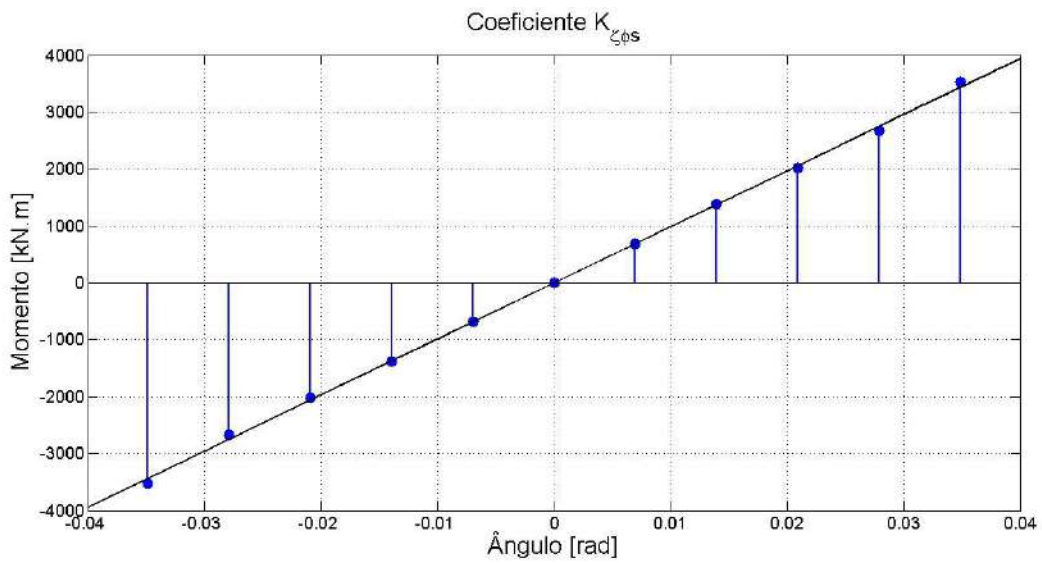


Figura A2.6 Ajuste polinomial para o coeficiente $K_{\zeta\phi s}$.

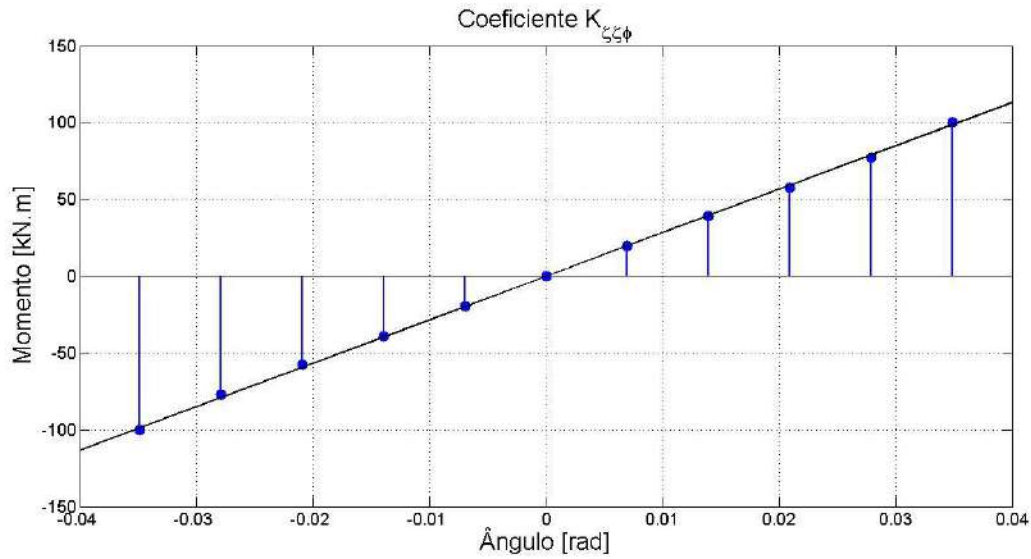


Figura A2.7 Ajuste polinomial para o coeficiente $K_{z\zeta\theta}$.

O procedimento descrito acima deverá ser feito para uma faixa adequada de frequências. A seguir descrevem-se os passos para levantar os coeficientes de onda para uma condição de mar:

- a) Deve ser escolhida uma faixa de frequências a serem empregadas, determinando-se as frequências inicial e final com base no espectro de onda incidente.
- b) Com base no tempo de simulação deve-se determinar o número de componentes de frequência a serem utilizadas. Em seguida deve-se gerar os coeficientes para toda a faixa de frequências escolhidas. Nas Figuras 2.16 e 2.17 mostram-se os coeficientes $K_{z\phi c}(\omega)$ e $K_{z\phi s}(\omega)$ computados numericamente.

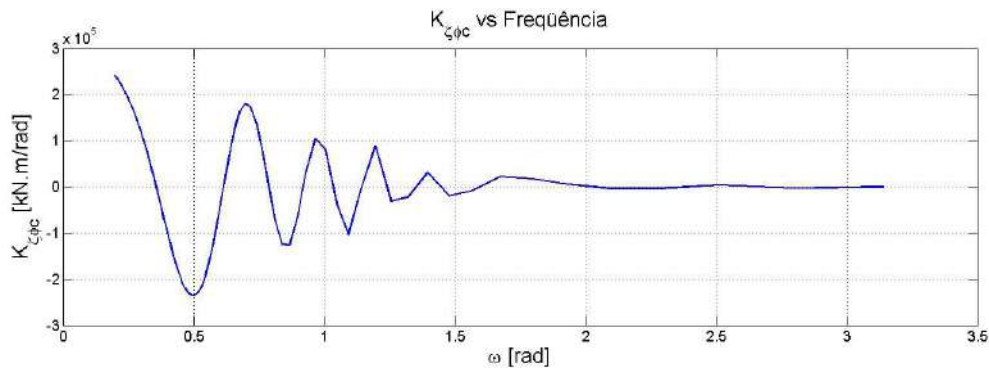


Figura A2.8 Coeficiente $K_{z\phi c}(\omega)$ obtido para várias frequências.

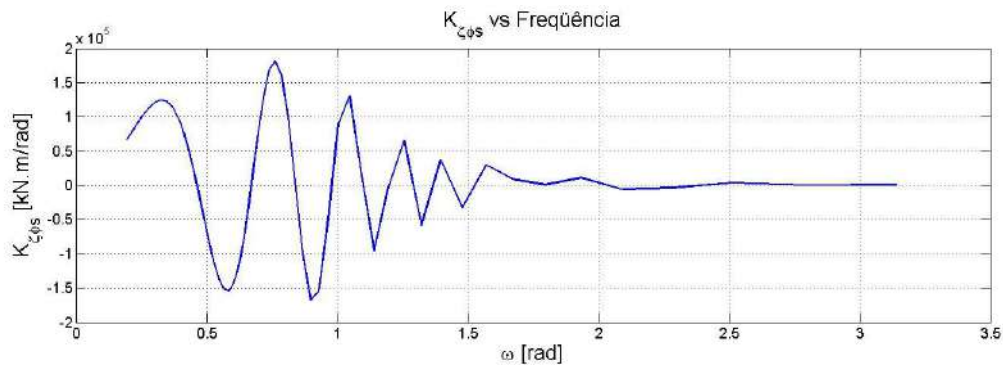


Figura A2.9 Coeficiente $K_{z\phi_s}(\omega)$ obtido para várias frequências.

- c) No caso dos coeficientes com termos em cosseno e seno, devem ser levantados os “RAO’s”. Na Figura 2.18 mostra-se o “RAO” do coeficiente $K_{z\phi}(\omega)$.

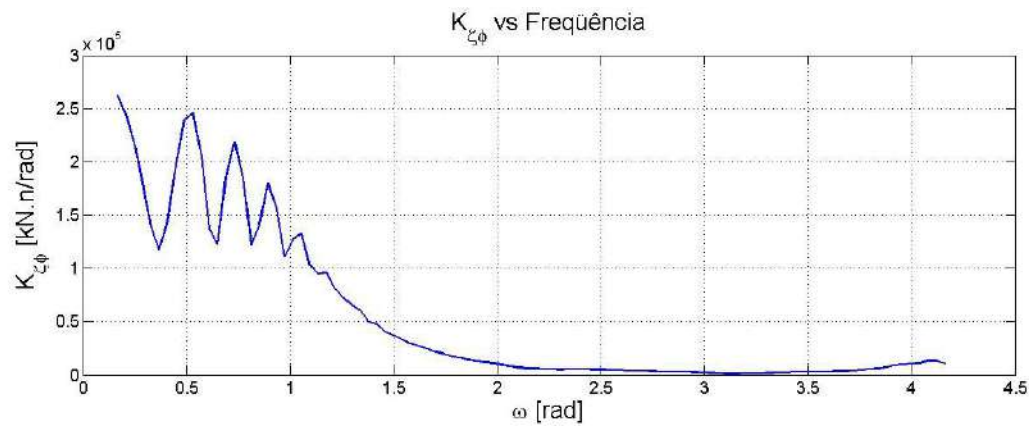


Figura A2.10 RAO do coeficiente $K_{z\phi}(\omega)$.

- d) Os RAO’s dos coeficientes devem ser interpolados e transformados à frequência de encontro. Na Figura 2.11 mostra-se o RAO do coeficiente $K_{z\phi}(\omega)$ transformado para a frequência de encontro.

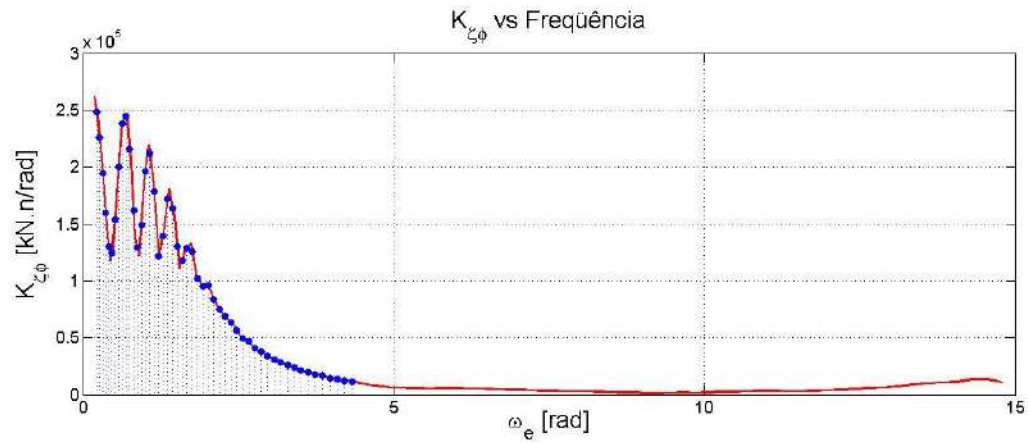


Figura A2.11 Interpolação e transformação para a frequência de encontro do RAO do coeficiente $K_{\zeta\phi}(\omega)$.

No caso dos coeficientes de onda no modelo MDQ, os cálculos das pressões dinâmicas são feitas até a superfície livre instantânea, ou seja, é considerado o perfil da onda incidente em cada instante de tempo. Além disso, a onda pode ser representada por um sinal harmônico (ω_1) ou um sinal bi-harmônico (ω_1 e ω_2). Assim o procedimento é similar ao caso dos coeficientes de onda do modelo MDL. Porém, as séries temporais das forças e momentos são decompostas mediante análise de Fourier para obter termos constantes, na frequência da onda, na frequência dupla da onda ou nas frequências intermodulares ($\omega_1 + \omega_2$ e $\omega_1 - \omega_2$). Logo, em cada um desses termos é empregada a metodologia descrita para os coeficientes de onda no modelo MDL. Na Figura A2.12 mostra-se o coeficiente independente do tempo $\tilde{K}_{\zeta\phi 0}$ para várias frequências. No entanto, as Figuras A2.13 e A2.14 mostram os termos cosseno e seno do termo com frequência dupla do momento em roll devido a onda incidente. Finalmente a Figura A2.15 mostra o “RAO” $\tilde{K}_{\zeta\zeta\phi}$ obtido com os termos cosseno e seno para várias frequências.

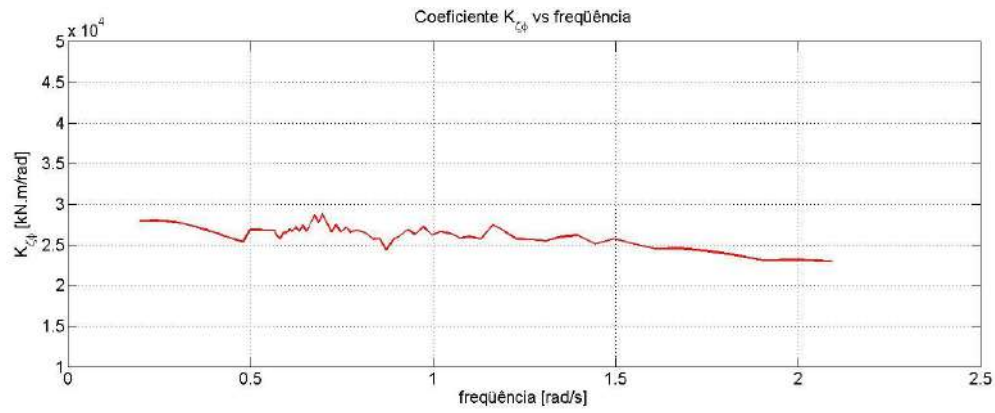


Figura A2.12 Coeficiente $\tilde{K}_{\zeta\phi_0}(\omega)$ obtido para várias frequências.

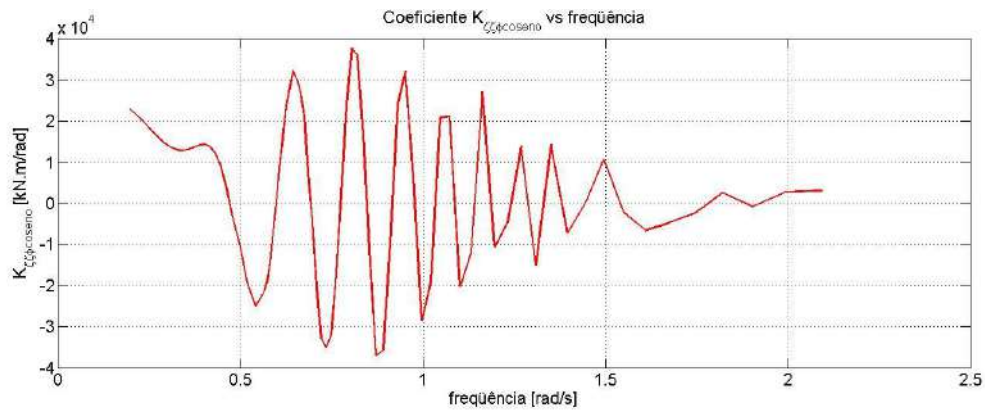


Figura A2.13 Coeficiente $\tilde{K}_{\zeta\zeta\phi_c}(\omega)$ obtido para várias frequências.

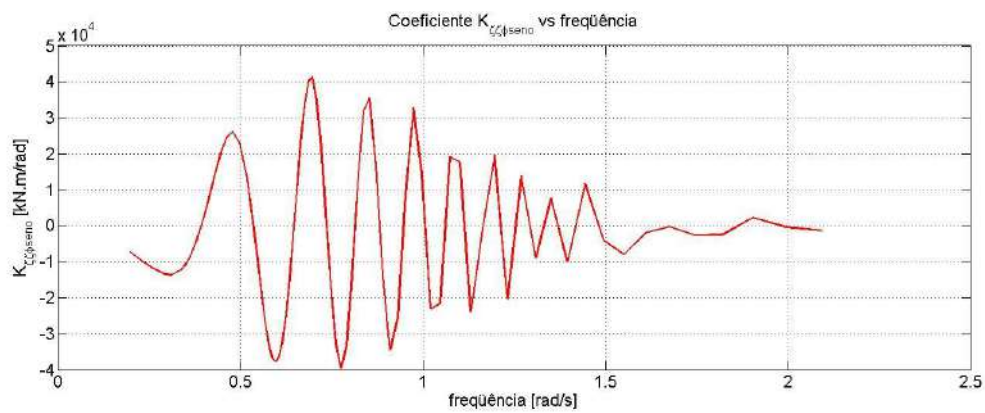


Figura A2.14 Coeficiente $\tilde{K}_{\zeta\zeta\phi_c}(\omega)$ obtido para várias frequências.

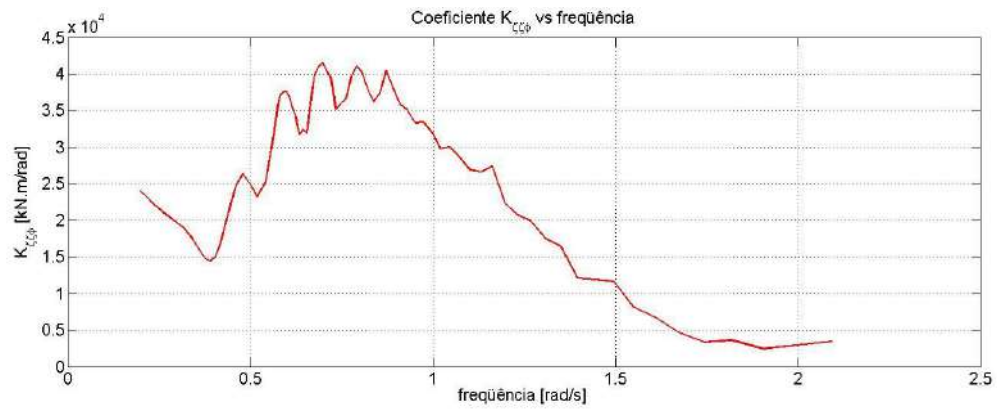


Figura A2.15 Coeficiente $\tilde{K}_{\zeta\phi}(\omega)$ obtido para várias frequências.

APÊNDICE 3

FORÇAS DE SEGUNDA ORDEM NO DOMÍNIO DO TEMPO

A3.1 Introdução

Sabe-se que para reproduzir comportamentos não usuais em sistemas mecânicos é preciso ir além da teoria linear, no que é comumente denominado teoria não linear. Existem diversas metodologias que procuram introduzir não linearidades em um sistema dinâmico. Uma das metodologias mais empregada é o método das perturbações, onde as contribuições são subdivididas em diversos termos, cada termo representando uma ordem de grandeza distinta. Por exemplo, na Equação A3.1, os termos $y^{(0)}$, $y^{(1)}$ e $y^{(2)}$ são os termos estático, linear e quadrático de y , respectivamente.

$$y = y^{(0)} + \varepsilon y^{(1)} + \varepsilon^2 y^{(2)} + \dots \quad (\text{A3.1})$$

No processo de projeto de sistemas dinâmicos é importante que sejam feitas análises nas respostas. Considerando unicamente o termo linear, a resposta permanente de qualquer sistema excitado por uma excitação oscilatória simples da forma:

$$x(t) = X_0 e^{j\omega t} + X_0 e^{-j\omega t} = 2X_0 \cos(\omega t)$$

pode ser expressada como:

$$y^{(1)} = 2X_0 |H(j\omega)| \cos(\omega t + \varphi) \quad (\text{A3.2})$$

sendo

$$H(j\omega) = |H(j\omega)| e^{j\varphi} \quad (\text{A3.3})$$

onde $H(j\omega)$ é o operador de resposta que é uma variável complexa, $2X_0$ e ω são a amplitude e a frequência de oscilação da excitação respectivamente. Além disso, tem-se que a relação entrada-saída do sistema será:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t - \tau)d\tau \quad (\text{A3.4})$$

onde $h(\tau)$ é a função resposta impulsiva ou *kernel* do sistema. Da Equação A3.4, pode-se observar que a resposta $y(t)$ em qualquer tempo t é a superposição de cada resposta impulsiva prévia. A resposta do sistema no domínio da frequência pode ser obtida empregando a transformada de Fourier, então a relação ficará como:

$$Y(j\omega) = H(j\omega)X(j\omega) \quad (\text{A3.5})$$

o que significa que a relação entre $H(j\omega)$ e $h(\tau)$ é dada por:

$$H(j\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} h(t)e^{-j\omega t} dt \quad (\text{A3.6})$$

Se a excitação fosse uma função aleatória estacionária, empregando-se os teoremas de Parseval e Khinchin (vide Capítulo 3), a relação entre as densidades espectrais da resposta e a excitação pode ser escrita como:

$$S_Y = |H(j\omega)|^2 S_X \quad (\text{A3.7})$$

No caso especial em que a excitação seja Gaussiana, a excitação poderá ser representada como:

$$x(t) = \sum_{i=1}^R X_i \cos(\omega_i t + \epsilon_i) \quad (\text{A3.8})$$

onde

$$X_i = \sqrt{2S_X(\omega_i)\Delta\omega}$$

e ϵ_i é uma fase aleatória com distribuição uniforme, geralmente gerada entre $[0, 2\pi]$. A resposta $y(t)$, da excitação aleatória da Equação A3.8, pode ser obtida usando o princípio da superposição na Equação A3.2

$$\begin{aligned} y \left(\sum_{i=1}^R X_i \cos(\omega_i t + \epsilon_i) \right) \\ = X_1 |H(j\omega_1)| \cos(\omega_1 t + \delta_1) + \dots + X_R |H(j\omega_R)| \cos(\omega_R t + \delta_R) \\ = \sum_{i=1}^R |H(j\omega_i)| \sqrt{2S_X(\omega_i) \Delta\omega} \cos(\omega_i t + \delta_i) \end{aligned}$$

onde

$$\delta_i = \epsilon_i + \varphi_i$$

O resultado mostrado acima é a abordagem clássica da teoria linear. Diversos critérios de projeto podem ser gerados com base nas propriedades estatísticas que podem ser obtidas da resposta. Deve-se mencionar que as decisões de projeto com esta abordagem levam em conta unicamente as respostas lineares do sistema. Assim, algumas características do sistema podem estar sendo completamente ignoradas.

Agora, assumindo que a resposta $y(t)$ tem comportamento de segunda ordem e pode ser representada da forma mais simples, sem fase φ (ao contrário da Equação A3.2), então:

$$\begin{aligned} y^{(1)} &= k_1 x(t) \\ y^{(2)} &= k_2 x^2(t) \end{aligned} \tag{A3.9}$$

onde k_1 e k_2 são constantes. Portanto, a resposta a uma excitação oscilatória harmônica será:

$$y(t) = k_1 x(t) + k_2 x^2(t) = k_1 \cos(\omega t) + k_2 \cos^2(\omega t) \tag{A3.10}$$

ou

$$y(t) = \frac{k_2}{2} + k_1 \cos(\omega t) + k_2 \cos(2\omega t)$$

Semelhantemente, considerando o caso mais simples de excitação aleatória como a somatória de R funções harmônicas com distintas frequências mas com igual amplitude:

$$x(t) = a \sum_{i=1}^R \cos(\omega_i t)$$

a resposta será:

$$y(t) = k_1 \left[\sum_{i=1}^R a \cos(\omega_i t) \right] + k_2 \left[\sum_{i=1}^R a \cos(\omega_i t) \right]^2 \quad (\text{A3.11})$$

ou

$$\begin{aligned} y(t) = & a^2 k_2 \frac{R}{2} + a k_1 \sum_{i=1}^R \cos(\omega_i t) \\ & + a^2 k_2 \left[\frac{1}{2} \sum_{i=1}^R \cos(2\omega_i t) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^R \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^R \cos[(\omega_i + \omega_j)t] \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^R \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^R \cos[(\omega_i - \omega_j)t] \right] \end{aligned}$$

A resposta deste sistema tem componentes nas frequências fundamentais ($\omega_1, \omega_2, \dots$), tem componentes nas frequências superharmônicas ($2\omega_1, 2\omega_2, \dots$), tem componentes nas frequências somadas ($\omega_i + \omega_j$) e nas frequências diminuídas ($\omega_i - \omega_j$) que são os termos de intermodulação. Neste caso o princípio de superposição não pode ser aplicado aos termos quadráticos. Fica evidente que a teoria clássica linear não pode ser empregada no estudo estocástico das respostas de sistemas com comportamentos não lineares, sem perder uma parcela (possivelmente significativa) da resposta.

A modelação da resposta de um sistema não linear sob ação determinística é um trabalho complexo mas pode ser feito mediante diversas técnicas, como mencionado anteriormente. Mas a modelação das respostas de um sistema não linear sob ação de uma excitação estocástica é um processo que ainda não é suficientemente dominado. A falta de uma metodologia consolidada é uma clara evidência. Nos anos recentes as metodologias no

domínio do tempo tem sido amplamente favorecidas por ser menos complexas, e além disso podem ser aplicadas diretamente ao estudo das respostas estocásticas de sistemas não lineares. Porém, limitações computacionais fazem com que a aplicação de metodologias no domínio do tempo sejam pouco práticas. As análises no domínio da frequência são uma alternativa analítica que pode ser difícil de implementar em sistemas não lineares, mas sendo implementada satisfatoriamente sua aplicação é muito mais rápida e simples.

A3.2 Análisis no domínio do tempo e da frequência em sistemas não lineares

A análise no domínio da frequência em sistemas não lineares é uma extensão do conceito de integral de convolução. Sendo que o conceito de integral de convolução tem um significado físico, mas a análise no domínio da frequência em sistemas não lineares é um conceito abstrato. Nesse contexto, a metodologia pode ser vista como uma analogia ao método das perturbações no caso de processos estocásticos. A relação de entrada-saída de um sistema linear no domínio do tempo é representada pela integral de convolução, descrita na seção anterior. Então, no caso de sistemas não lineares, é assumido que a resposta pode ser representada por uma série de Volterra (uma série de integrais de convolução de ordens superiores) com suficientes termos de ordem superior:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_1(\tau_1)x(t - \tau_1)d\tau_1 + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_2(\tau_1, \tau_2)x(t - \tau_1)x(t - \tau_2)d\tau_1 d\tau_2 + \dots \quad (\text{A3.12})$$

ou

$$y(t) = \sum_{n=1}^N \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{i=1}^n x(t - \tau_i) d\tau_i$$

Assim a série de Volterra de n-ésima ordem pode ser escrita como:

$$y(t) = \sum_{n=1}^N y_n(t) \quad (\text{A3.13})$$

onde

$$y_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{i=1}^n x(t - \tau_i) d\tau_i \quad (\text{A3.14})$$

e $h_n(\tau_1, \dots, \tau_n)$ é uma função real de τ_1, \dots, τ_n conhecida como o n-ésimo kernel de Volterra, ou como a função impulsiva multidimensional. A função de resposta generalizada na frequência (GFRF, do inglês generalized frequency response function) de um sistema não linear é definida como a transformada multivariável de Fourier de h_n

$$\begin{aligned} H_n(j\omega_1, \dots, j\omega_n) &= \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \exp[-j(\omega_1\tau_1 + \dots \\ &\quad + \omega_n\tau_n)] d\tau_1 \dots d\tau_n \end{aligned} \quad (\text{A3.15})$$

Para $n=1$, temos a clássica função de resposta linear na frequência. Empregando a transformada inversa de Fourier na GFRF, a Equação A3.14 será:

$$\begin{aligned} y_n(t) &= \frac{1}{(2\pi)^n} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} H_n(j\omega_1, \dots, j\omega_n) \prod_{i=1}^n X(j\omega_i) e^{j(\omega_1 + \dots + \omega_n)t} d\omega_1 \dots d\omega_n \end{aligned} \quad (\text{A3.16})$$

onde $X(j\omega_i)$ é a transformada de Fourier da excitação $x(t)$. Usando a última expressão e tomando a transformada de Fourier em cada y_n , é possível obter uma n-ésima densidade espectral generalizada da saída:

$$Y(j\omega) = \sum_{n=1}^N Y_n(j\omega) = Y_1(j\omega) + Y_2(j\omega) + \dots$$

e

$$y(t) = \sum_{n=1}^N y_n(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^N Y_n(j\omega) e^{j\omega} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y(j\omega) e^{j\omega} d\omega \quad (\text{A3.17})$$

Cada componente Y_n representa a n-ésima densidade espectral da resposta. Para o caso especial onde $x(t)$ é Gaussiano e pode ser representado pela Equação A3.8, a n-ésima densidade espectral pode ser expressada por:

$$Y_n(j\omega) = \frac{1}{2^n} \sum_{\omega=\omega_1+\dots+\omega_n}^N H_n(j\omega_{i_1}, \dots, j\omega_{i_n}) \prod_{k=1}^n X(\omega_{i_k}), i_k = \{\pm 1, \dots, \pm R\} \quad (\text{A3.18})$$

Onde a função $X(\cdot)$ é definida como:

$$X(\omega) = \begin{cases} X_i, & \text{if } \omega \in \pm 1, \dots, \pm R \\ 0, & \text{no contrario} \end{cases}$$

Assim, a resposta unicamente de segunda ordem será (ver Neal 1974):

$$\begin{aligned} y_2(t) &= \frac{1}{2} \Re \left\{ \sum_{m=1}^R \sum_{n=1}^R H_2(\omega_n, \omega_m) e^{j(\omega_n+\omega_m)t-j(\epsilon(\omega_n)+\epsilon(\omega_m))} \sqrt{2S_X(\omega_n)2S_X(\omega_m)\Delta\omega_n\Delta\omega_m} \right\} \\ &+ \frac{1}{2} \Re \left\{ \sum_{m=1}^R \sum_{n=1}^R H_2(\omega_n, -\omega_m) e^{j(\omega_n-\omega_m)t-j(\epsilon(\omega_n)-\epsilon(\omega_m))} \sqrt{2S_X(\omega_n)2S_X(\omega_m)\Delta\omega_n\Delta\omega_m} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A3.19})$$

onde a função de transferência de segunda ordem é

$$H_2(\omega_1, \omega_2) = |H_2(\omega_1, \omega_2)| e^{j\varphi(\omega_1, \omega_2)} \quad (\text{A3.20})$$

Deve-se mencionar que considerando a resposta de segunda ordem conjuntamente com a resposta de primeira ordem não se captura completamente todo o comportamento não linear de um sistema. Respostas em outras frequências intermodulares poderiam estar presentes.

O seguinte passo é calcular qualquer um entre os kernels de Volterra, a função de transferência de resposta generalizada e a n-ésima densidade espectral. Existem diversas técnicas, analíticas e experimentais, de cômputo dessas propriedades. A técnica do sondagem (do inglês, *probing method*) é uma metodologia para obter as funções de transferência de resposta generalizada.

A3.3 Método de sondagem

Em Rugh (1981) foi demonstrado que a resposta permanente não linear de um sistema de Volterra com excitação de n-esimos exponenciais complexos ou “sondas” definidas como:

$$x(t) = \sum_{i=1}^R (X_i e^{j\omega_i t} + X_i e^{-j\omega_i t}) = \sum_{i=1}^R (2X_i \cos(\omega_i t)) \quad (\text{A3.21})$$

pode ser definida aproximadamente por uma sequência de combinações de funções de transferência de resposta generalizada (GFRF). Os detalhes se encontram na referência. Portanto, a resposta permanente de segunda ordem com $R = 2$ pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} y_2(t) = & X_1^2 H(\omega_1, -\omega_1) + X_2^2 H(\omega_2, -\omega_2) \\ & + 4X_1 X_2 |H(-\omega_1, \omega_2)| \cos[(\omega_2 - \omega_1)t + \varphi_{-1,2}] \\ & + 4X_1 X_2 |H(\omega_1, \omega_2)| \cos[(\omega_1 + \omega_2)t + \varphi_{1,2}] \\ & + 2X_1^2 |H(\omega_1, \omega_1)| \cos[(2\omega_1)t + \varphi_{1,1}] \\ & + 2X_2^2 |H(\omega_2, \omega_2)| \cos[(2\omega_2)t + \varphi_{2,2}] \end{aligned} \quad (\text{A3.22})$$

Assim, se é possível modelar a resposta de um sistema não linear as funções de transferência de segunda ordem poderão ser achadas mediante comparação com a equação A3.22. O procedimento, que é chamado de método do sondagem (do inglês, Probing Method), devido a que o sistema é analisado com vários conjuntos de excitações (neste caso $R = 2$) com o propósito de obter as funções de transferências generalizadas (aqui $H(\omega_1, \omega_2)$). Neste trabalho a modelação da resposta será feita numericamente mediante integração de pressões na superfície molhada de uma geometria. Assim, a função de transferência de segunda ordem $H(\omega_1, \omega_2)$ poderá ser obtida mediante uma análise de Fourier.

APÊNDICE 4

CARACTERÍSTICAS DO PORTACONTENTOR NTU

O navio NTU, é um portacontentor de grande porte, caracterizado principalmente por ter uma grande variação de sua geometria em torno da proa (ângulos de *flare* de proa pronunciados) e popa. O corpo foi objeto de estudo em Rodríguez et al. (2007) e Rodríguez (2010), onde foi estudado o fenômeno de ressonância paramétrica em mar regular. As características principais do navio são mostradas na Tabela A4.1 e uma representação tridimensional do corpo é mostrada na Figura A4.1.

Tabela A4.1 Características do Portacontentor NTU

<i>Propriedade</i>	<i>Símbolo</i>	<i>Valor (Unidade)</i>
Comprimento	<i>L</i>	293.51 (m)
Pontal	<i>D</i>	24.51 (m)
Calado	<i>T</i>	11.71 (m)
Deslocamento	<i>m</i>	76332.29 (ton)
Altura metacentrica transversal	<i>GM_T</i>	1.84 (m)
Período natural do roll	<i>T₄₄</i>	21.0 (s)
Momento de inércia em roll	<i>I₄₄</i>	1.77x10⁷ (ton×m²)
Momento de inércia empitch	<i>I₅₅</i>	4.47x10⁸ (ton×m²)

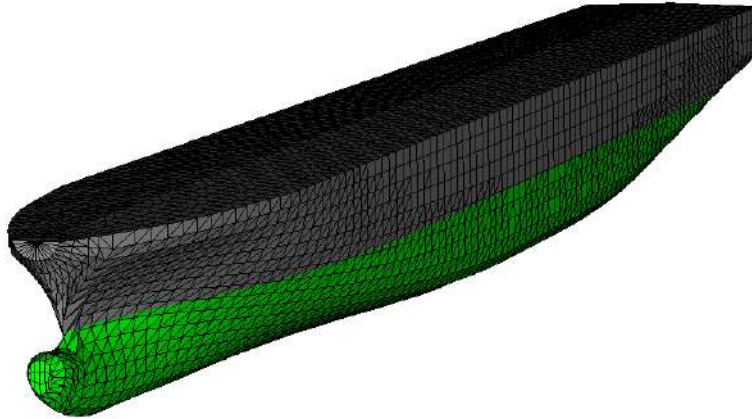


Fig. A4.1 Representação tridimensional do Portacontentor NTU

Nas Figuras A4.2 e A4.3 são mostrados os operadores de resposta linear do portacontentor NTU em heave e pitch. No entanto, nas Figuras A4.4-A4.30 mostram-se as derivadas (ou coeficientes) oriundas das forças e momentos de onda incidente para os modelos MDL (superfície média) e MDQ (superfície instantânea) computadas com a amplitude da onda incidente igual a um metro.

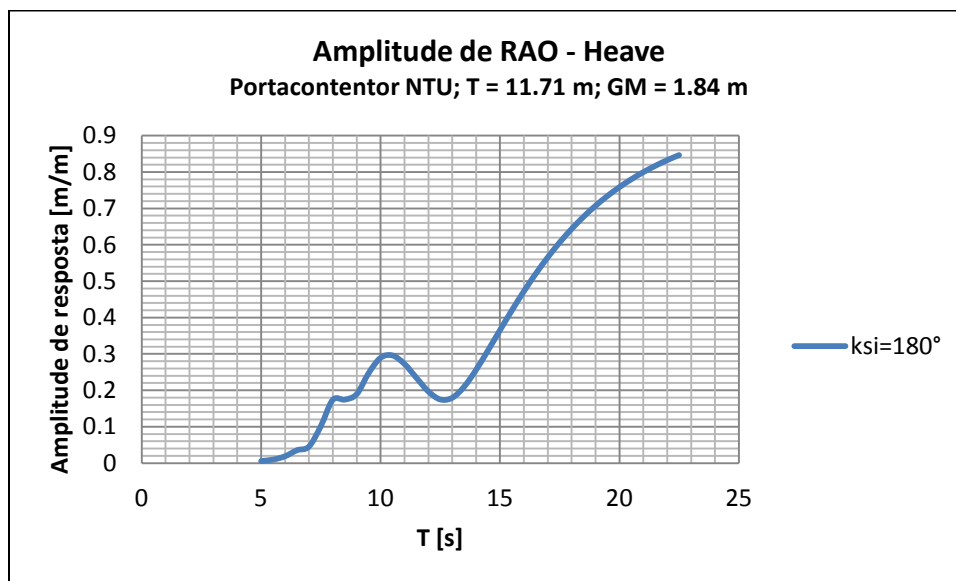


Fig. A4.2 RAO de heave do portacontentor NTU

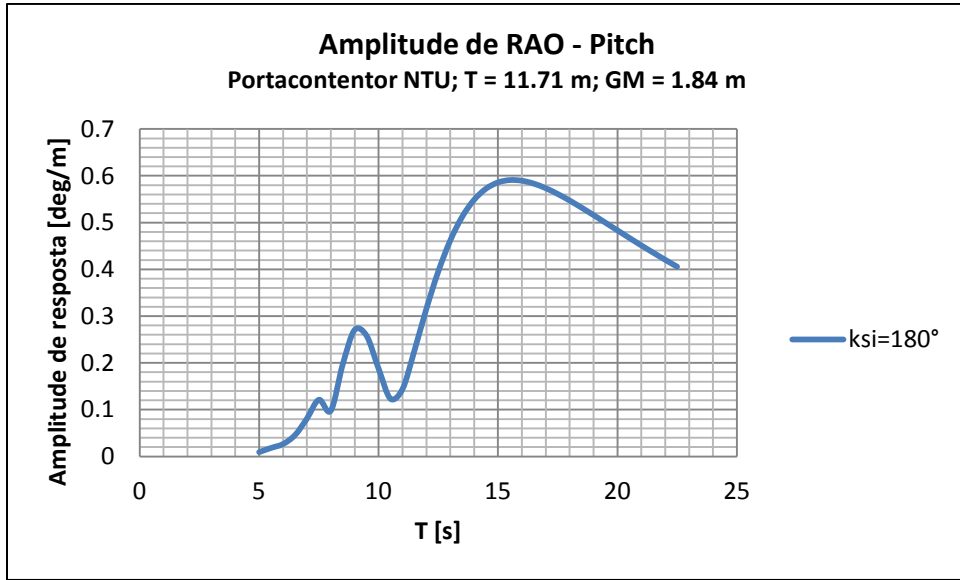


Fig. A4.3 RAO de pitch do portacontentor NTU

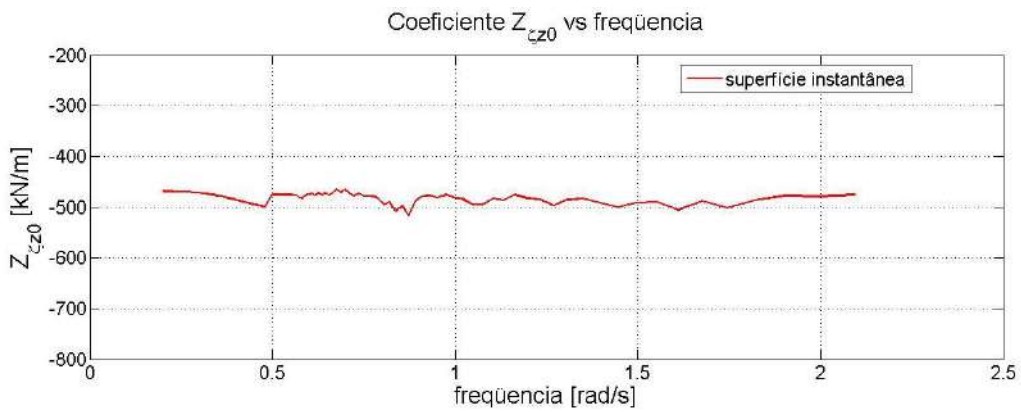


Fig. A4.4 Derivada $\tilde{Z}_{\zeta z_0}$ vs frequência.

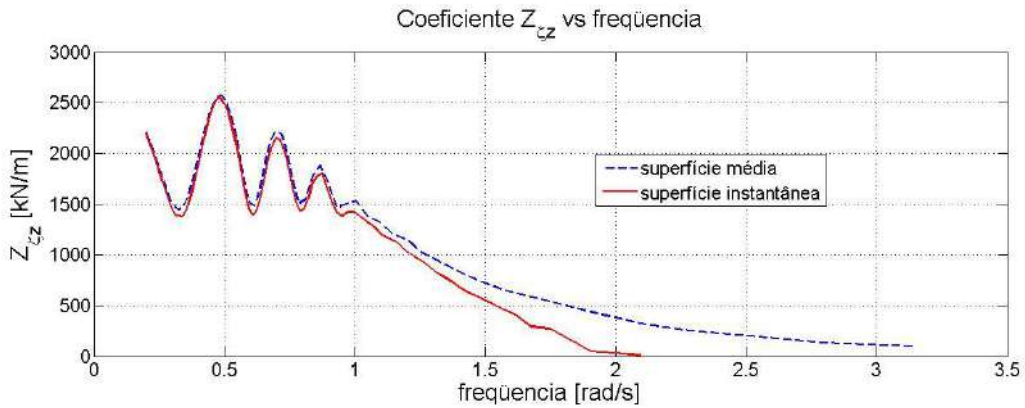


Fig. A4.5 Derivadas $Z_{\zeta z}$ e $\tilde{Z}_{\zeta z}$ vs frequência.

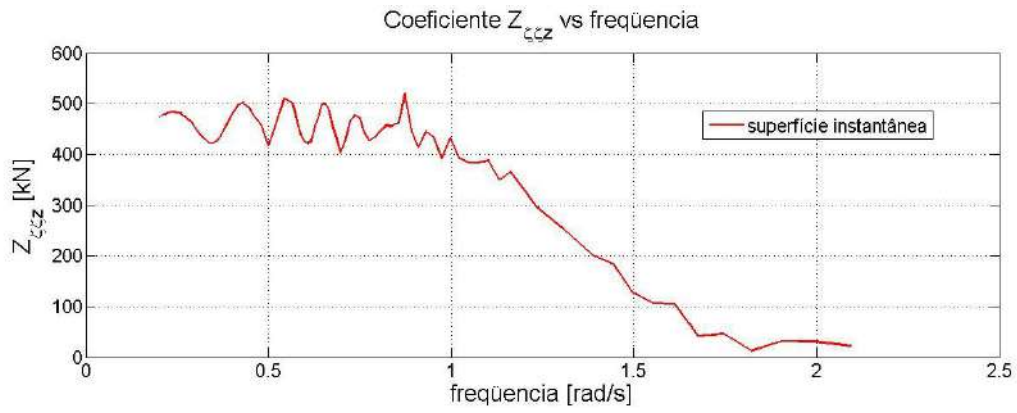


Fig. A4.6 Derivada $\tilde{Z}_{\zeta\zeta z}$ vs frequência.

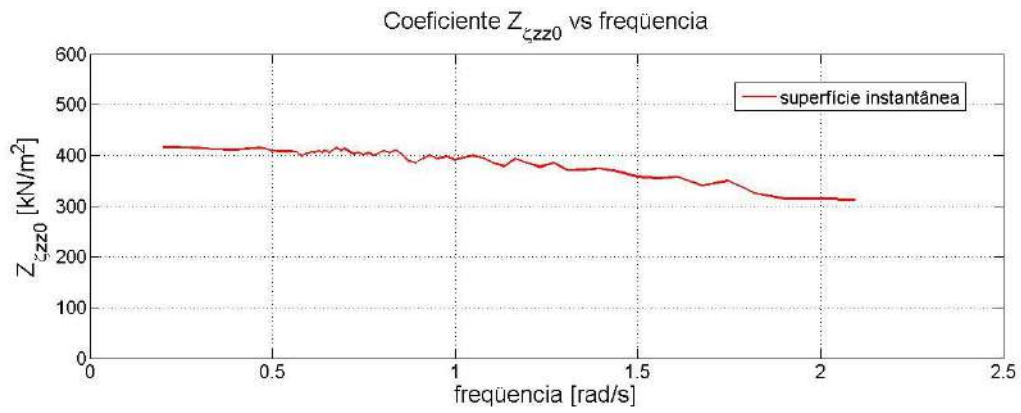


Fig. A4.7 Derivada $\tilde{Z}_{\zeta\zeta z0}$ vs frequência.

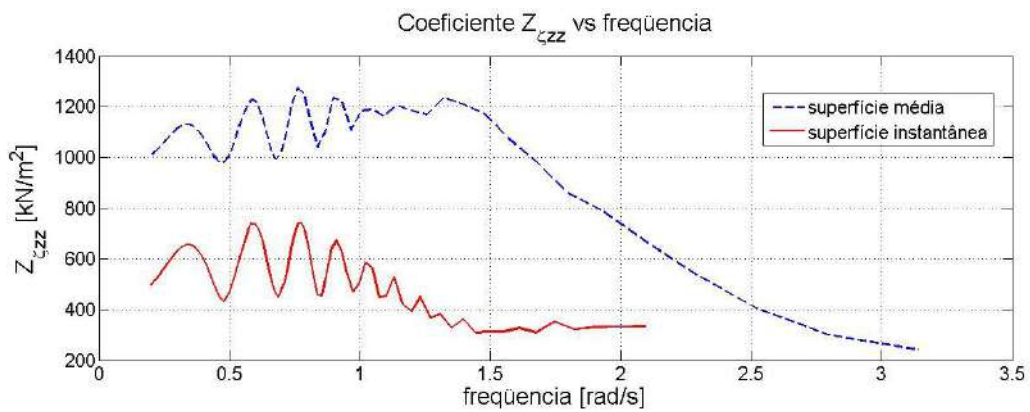


Fig. A4.8 Derivadas $Z_{\zeta\zeta z}$ e $\tilde{Z}_{\zeta\zeta z}$ vs frequência.

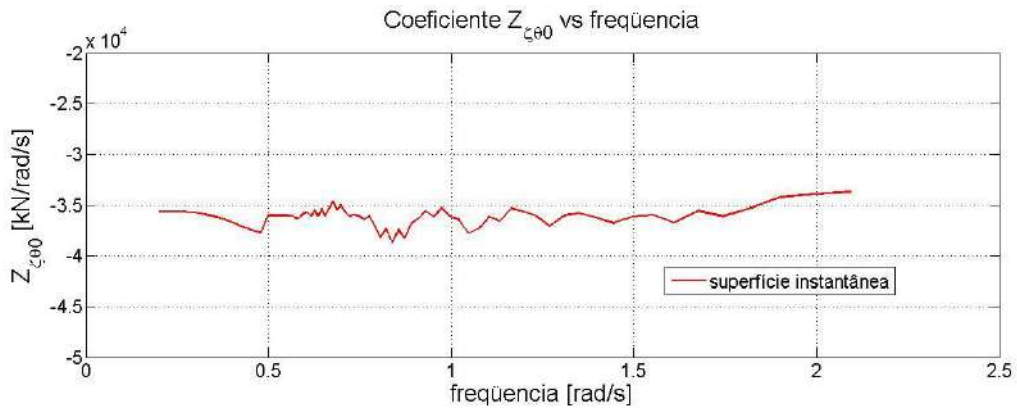


Fig. A4.9 Derivada $\tilde{Z}_{\zeta\theta}$ vs frequência.

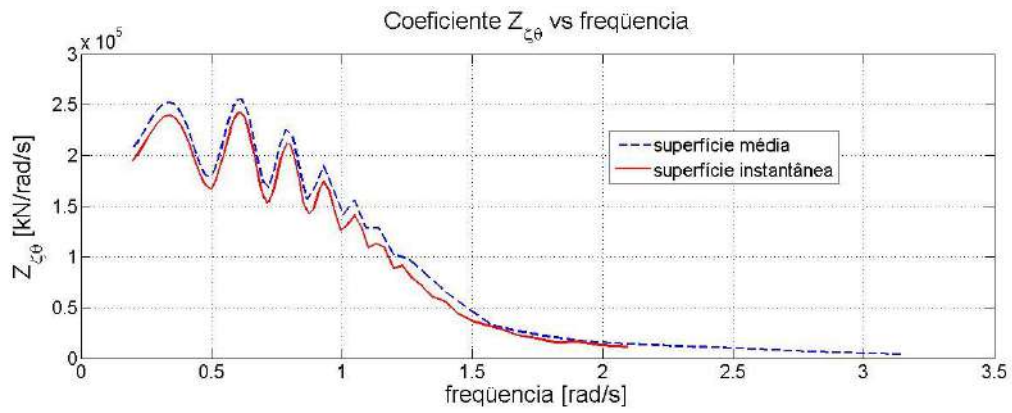


Fig. A4.10 Derivadas $Z_{\zeta\theta}$ e $\tilde{Z}_{\zeta\theta}$ vs frequência.

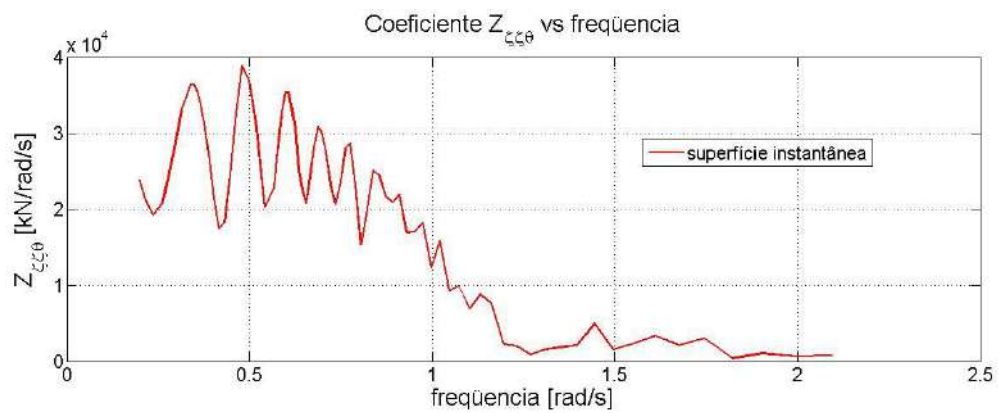


Fig. A4.11 Derivada $\tilde{Z}_{\zeta\zeta\theta}$ vs frequência.

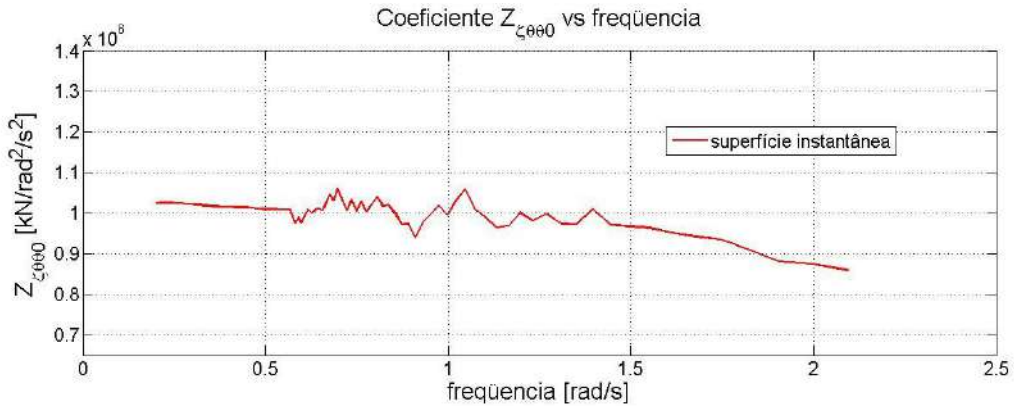


Fig. A4.12 Derivada $\tilde{Z}_{\zeta\theta\theta}$ vs frequência.

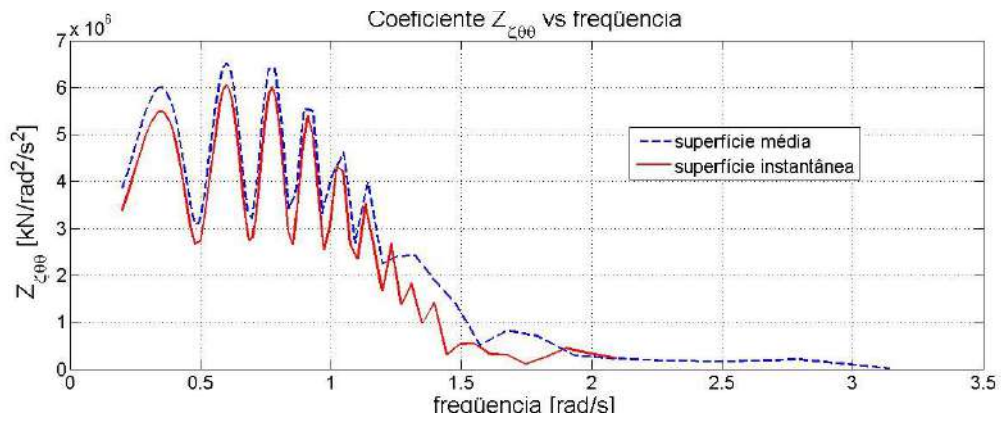


Fig. A4.13 Derivadas $Z_{\zeta\theta\theta}$ e $\tilde{Z}_{\zeta\theta\theta}$ vs frequência.

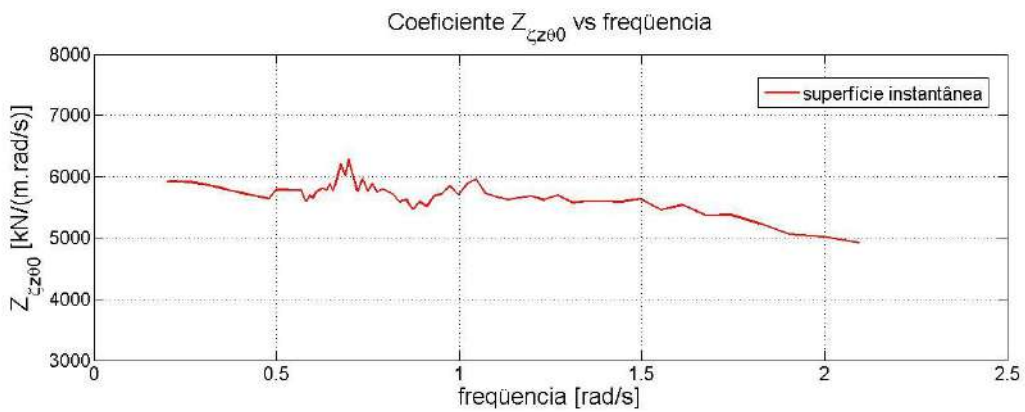


Fig. A4.14 Derivada $\tilde{Z}_{\zeta z\theta\theta}$ vs frequência.

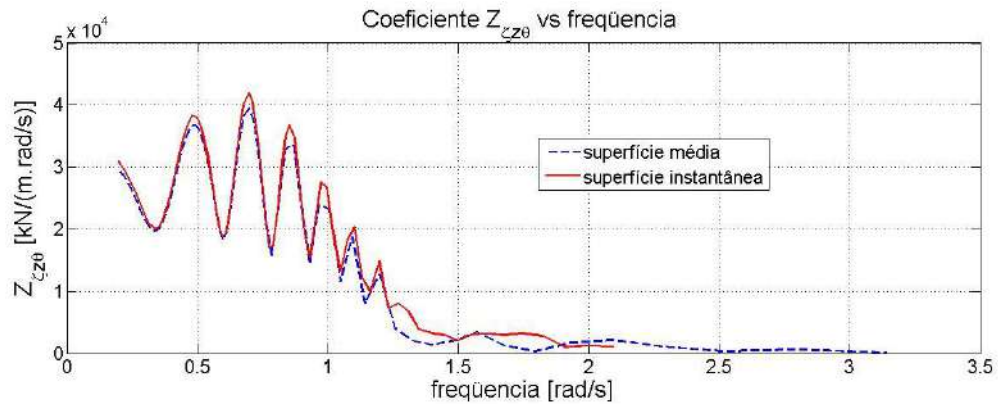


Fig. A4.15 Derivadas $Z_{\zeta z \theta}$ e $\tilde{Z}_{\zeta z \theta}$ vs frequência.

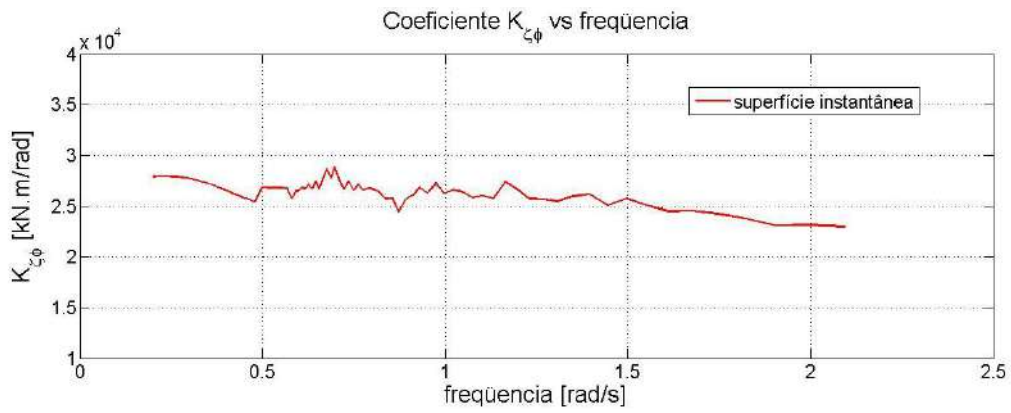


Fig. A4.16 Derivada $\tilde{K}_{\zeta \phi 0}$ vs frequência.

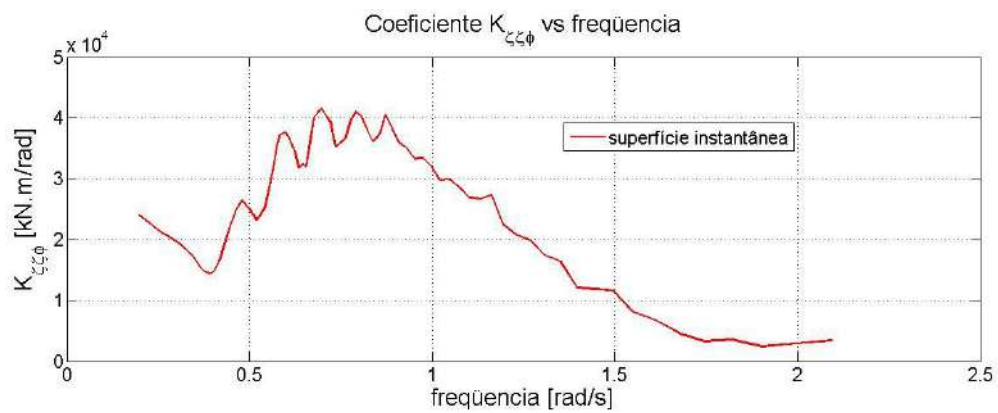


Fig. A4.17 Derivada $\tilde{K}_{\zeta \zeta \phi}$ vs frequência.

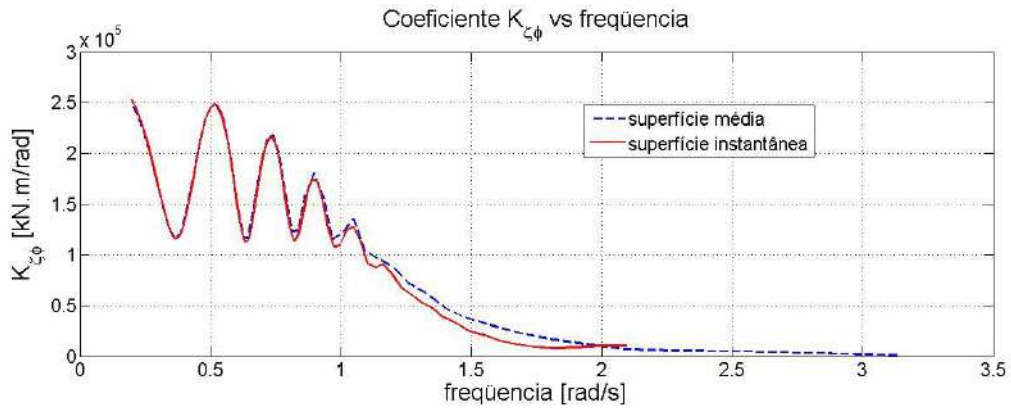


Fig. A4.18 Derivadas $K_{z\phi}$ e $\tilde{K}_{z\phi}$ vs frequência.

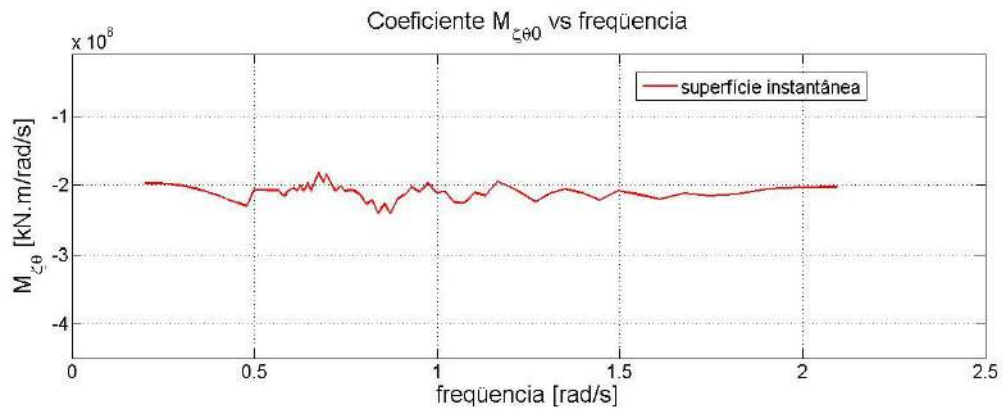


Fig. A4.19 Derivada $\tilde{M}_{z\theta}$ vs frequência.

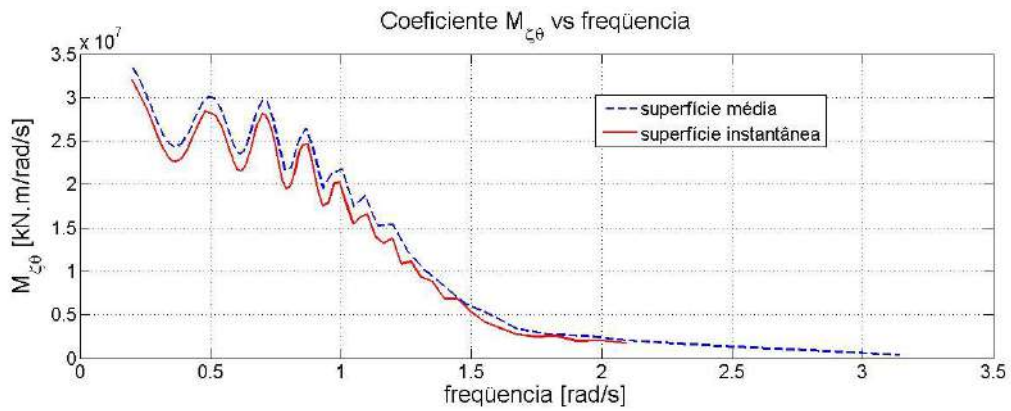


Fig. A4.20 Derivadas $M_{z\theta}$ e $\tilde{M}_{z\theta}$ vs frequência.

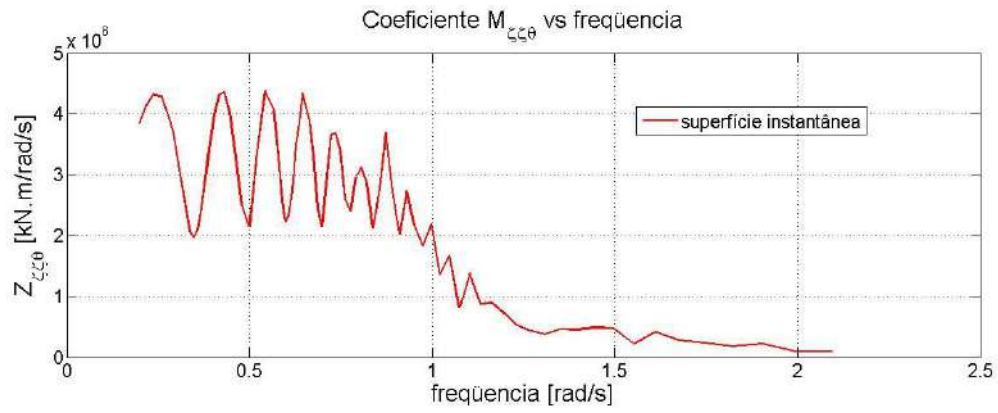


Fig. A4.21 Derivada $\tilde{M}_{\zeta\zeta\theta}$ vs frequência.

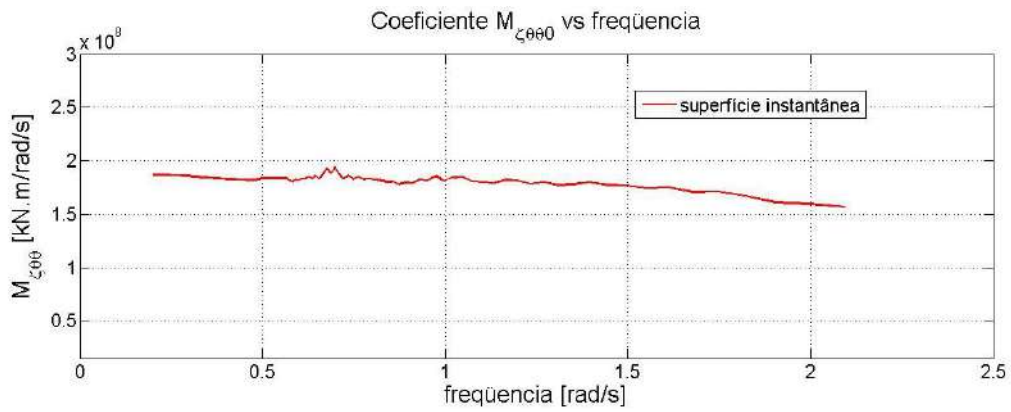


Fig. A4.22 Derivada $\tilde{M}_{\zeta\theta\theta}$ vs frequência.

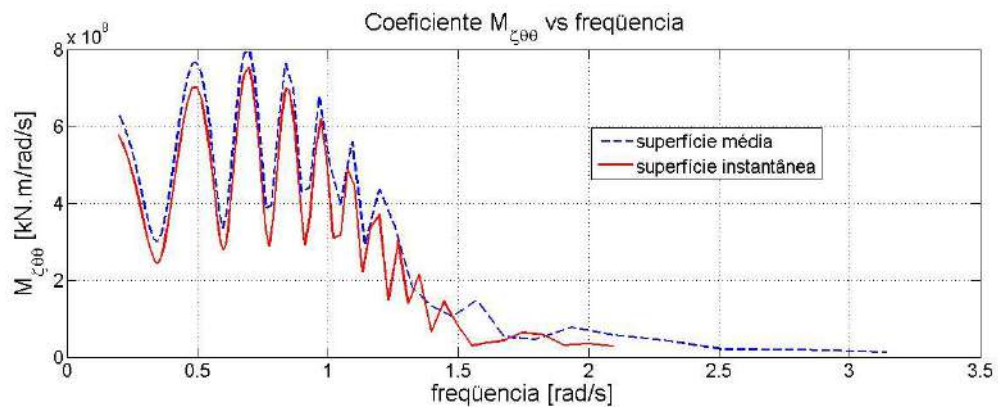


Fig. A4.23 Derivadas $M_{\zeta\theta\theta}$ e $\tilde{M}_{\zeta\theta\theta}$ vs frequência.

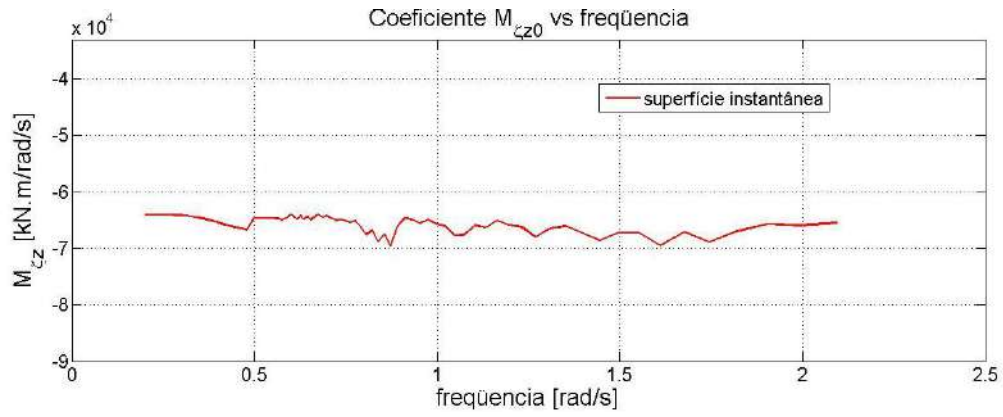


Fig. A4.24 Derivada $\tilde{M}_{\zeta z \theta 0}$ vs frequência.

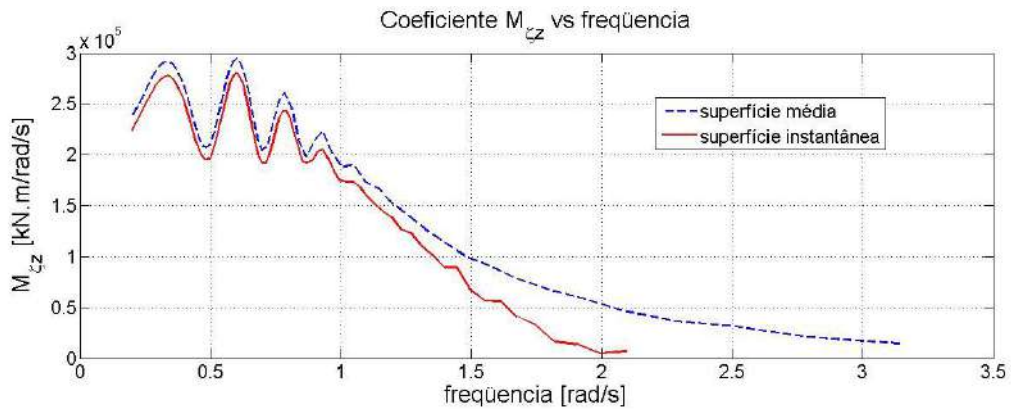


Fig. A4.25 Derivadas $M_{\zeta z}$ e $\tilde{M}_{\zeta z}$ vs frequência.

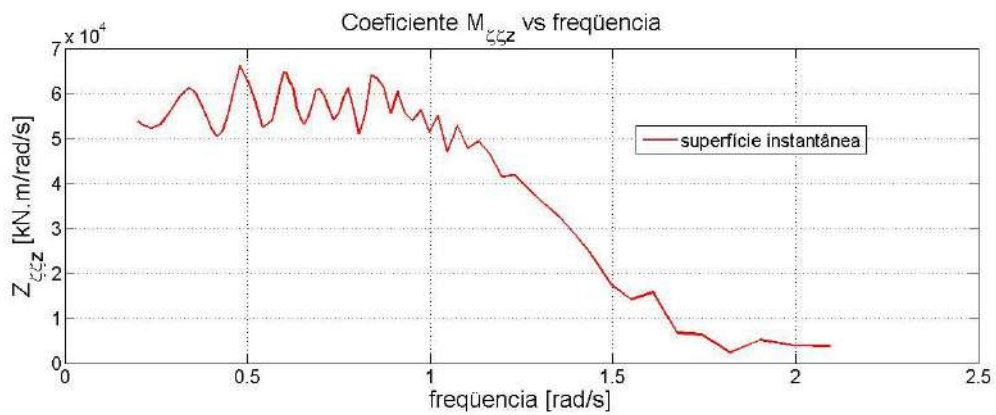


Fig. A4.26 Derivada $\tilde{K}_{\zeta \phi}$ vs frequência.

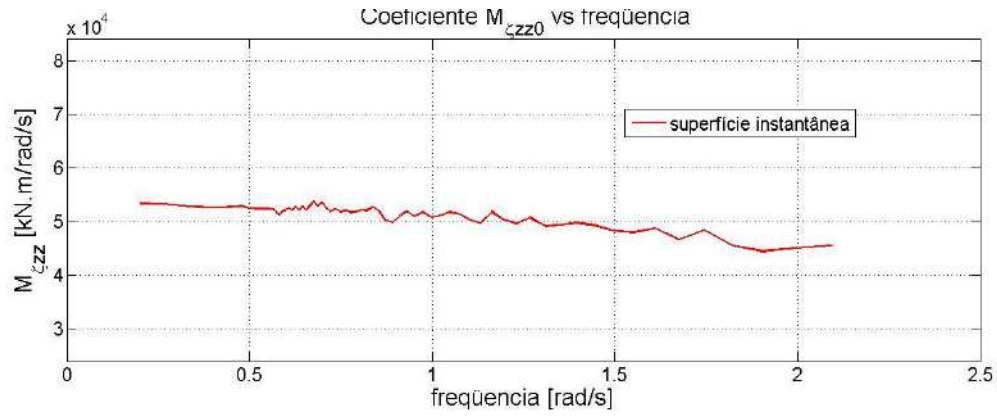


Fig. A4.27 Derivada $\tilde{Z}_{\zeta_{zz0}}$ vs frequência.

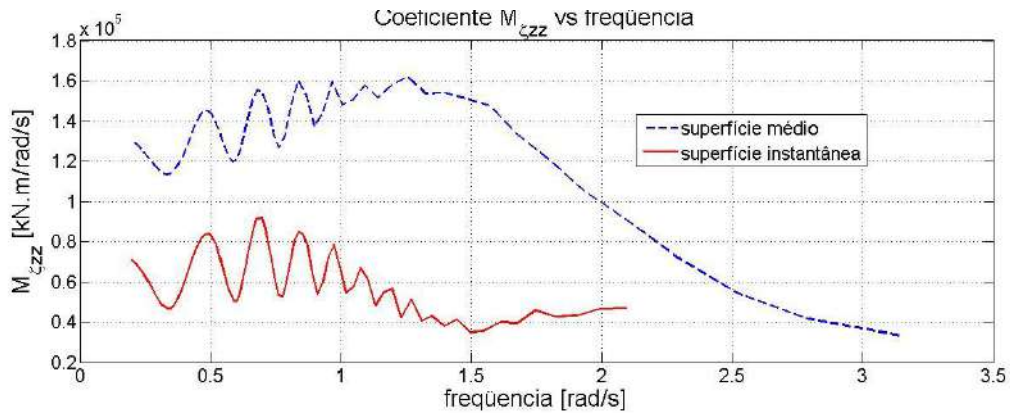


Fig. A4.28 Derivadas $M_{\zeta_{zz}}$ e $\tilde{M}_{\zeta_{zz}}$ vs frequência.

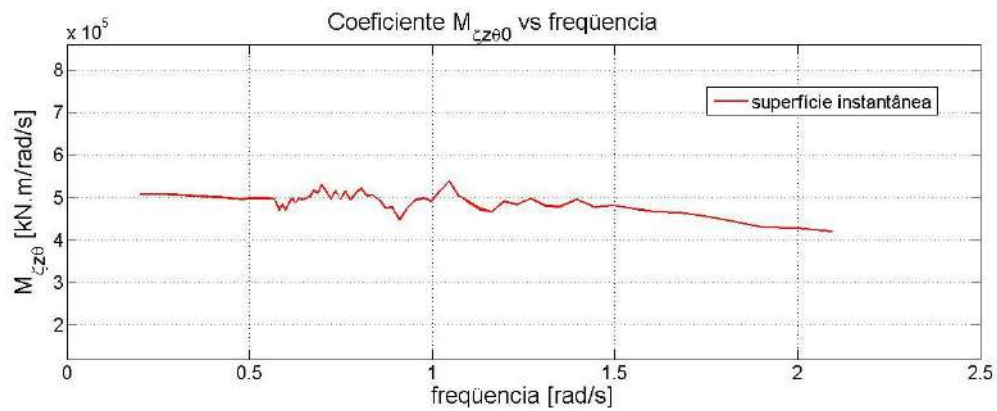


Fig. A4.29 Derivada $\tilde{Z}_{\zeta_{z\theta0}}$ vs frequência.

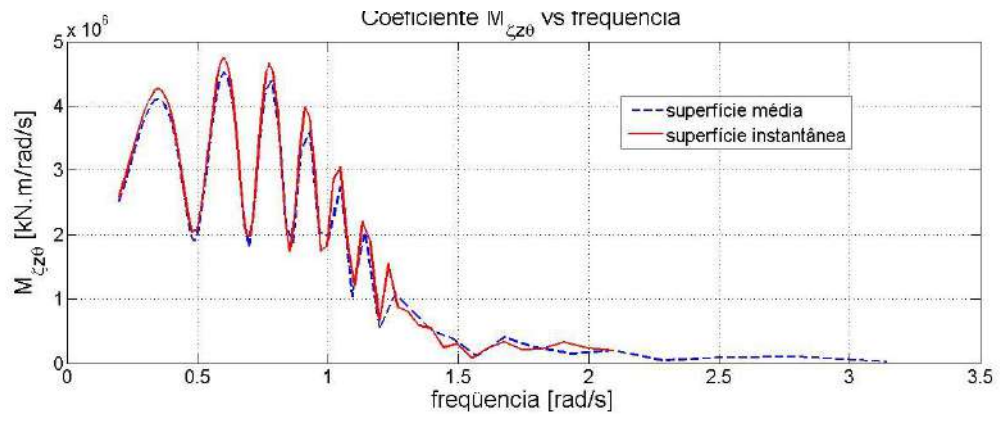


Fig. A4.30 Derivadas $M_{\zeta z\theta}$ e $\tilde{M}_{\zeta z\theta}$ vs frequência.