

ANÁLISE DA OPERAÇÃO DE UM MOTOR DE INDUÇÃO COM ENROLAMENTO DAHLANDER

Eduardo Cardoso Telles

PROJETO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO ELETRICISTA.

Aprovada por:

Prof. Antonio Carlos Ferreira, Ph.D.
(Orientador)

Prof. Richard Magdalena Stephan, Dr.-Ing.

Prof. Sebastião Ércules Melo Oliveira, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
SETEMBRO DE 2010

Agradecimentos

Em primeiro lugar agradeço aos meus pais Andiara e Eduardo que sempre me incentivaram e investiram no meu crescimento profissional. Mais do que isso, se dedicaram a me tornar uma pessoa com caráter e honestidade tendo sempre respeito às pessoas que me cercam. Agradeço também aos meus familiares que sempre acreditaram no meu sucesso, mesmo aqueles que me viram começar e hoje infelizmente não estão mais aqui para me ver formado.

Agradeço aos técnicos do departamento Sergio Ferreira dos Santos e Valberg Cardoso de Medeiros que durante todo o meu curso de graduação estiveram dispostos a colaborar com meu aprendizado. Até mesmo neste trabalho no qual acompanharam de perto e deram suas colaborações.

Agradeço ao professor Antonio Carlos Ferreira que se colocou inteiramente a disposição para retirar dúvidas e me orientar em todo o projeto.

Agradeço também aos professores Richard Magdalena Stephan e Sebastião Ércules Melo Oliveira que aceitaram em participar desta banca examinadora contribuindo mais uma vez com meu aprendizado.

Eduardo Cardoso Telles

Resumo

Este trabalho tem como objeto de estudo o motor de indução trifásico com conexão Dahlander. Este é um tipo especial de motor de indução que tem como principal característica a operação em duas velocidades. O princípio de funcionamento do motor em estudo se baseia nos enrolamentos por pólos consecutivos. Sendo assim a relação entre velocidades é de 1 para 2.

Neste trabalho o método de análise através de componentes harmônicos é usado. Este método se baseia no desenvolvimento da série de Fourier para representar a distribuição dos condutores no estator da máquina através de equações matemáticas. A partir dessas equações podem-se utilizar conceitos de teoria eletromagnética e calcular densidades de corrente, densidades de campo magnético, intensidade de campo elétrico, tensões induzidas, impedâncias de acoplamento, entre outras grandezas.

Desenvolvidas todas as equações, um modelo matemático é obtido. A partir deste modelo, vários algoritmos de simulação são desenvolvidos. Todos os programas têm como variáveis de entrada as características de construção e operação da máquina, de forma que para cada programa, variáveis de saída como campo magnético, conjugado, corrente e potência são obtidas.

Os resultados obtidos nos permitem entender o funcionamento desta máquina. Observando o campo magnético produzido no entreferro da máquina e o tipo de ligação usado no estator nos explica como se constituem os pólos.

Curvas de Conjugado em função da velocidade nos mostram o tipo de máquina que devemos utilizar dependendo da carga a ser acionada.

Índice

Lista de Figuras	vi
Capítulo1 Introdução	1
1.1) Objetivo	1
1.2) Organização do trabalho	1
Capítulo2 Motor Assíncrono (Motor de Indução)	3
2.1) Definição	3
2.2) Princípio de Funcionamento do Motor Assíncrono	3
2.3) Aspectos Construtivos do Motor Assíncrono	5
2.4) Tipos de Enrolamentos	5
2.4.1)Enrolamento em Espiral ou Concêntrico	7
2.4.2)Enrolamento Imbricado	7
2.4.2.1)Fator de Distribuição	7
2.4.2.2)Fator de Passo	8
2.4.3)Enrolamento de uma camada ou em dupla camada	11
2.5) Características dos Enrolamentos	12
2.5.1)Constituição dos Pólos	12
2.5.2)Enrolamentos por Pólos	13
2.5.3)Enrolamentos por Pólos Consequentes	13
2.6) Motor Dahlander	14
2.6.1)Mudança do Número de Pólos	16
2.6.2)Posição das Fases no Estator	16
2.6.3)Ligação das Fases na Conexão Dahlander	17
Capítulo3 Método da Análise Harmônica para um Motor de Indução Dahlander	21
3.1) Distribuição de Densidade de Condutores para o Estator	21
3.1.1)Distribuição de Densidade de Condutores para uma Bobina de Fase	22
3.1.2)Distribuição de Densidade de Condutores para um Grupo de Bobinas de Fase	24
3.1.3)Distribuição de Densidade de Condutores para uma Fase	25
3.2) Distribuição de Densidade de Condutores para o Rotor	30
3.3) Densidade de Corrente	30
3.3.1)Enrolamento de Estator	30
3.3.2)Enrolamento de Rotor	32

3.4)	Campos produzidos com as três Fases do Estator conduzindo Corrente	33
3.4.1)	Campo Magnético.....	33
3.4.2)	Campo Elétrico	34
3.5)	FEM induzida pelos Campos de Estator.....	34
3.5.1)	FEM induzida em uma Fase do Estator	34
3.5.2)	Campos produzidos pelo Estator no referencial do Rotor	37
3.5.3)	FEM induzida em um loop do Rotor	38
3.6)	FEM induzida devido ao Campo do Rotor	39
3.6.1)	Campos do Rotor	39
3.6.2)	FEM induzida em uma fase do enrolamento de estator	41
3.7)	Equações de Balanço de Tensão	42
3.8)	Tipo de ligação entre enrolamentos	43
3.9)	Conjugado.....	44
Capítulo4	Aplicação do Modelo Desenvolvido.....	46
4.1)	Distribuição de Densidade de Condutores no Estator	47
4.2)	Distribuição de Densidade de Condutores no Rotor.....	48
4.3)	Campo Magnético devido a um Enrolamento Trifásico de Estator	49
4.4)	Composição dos campos	52
4.5)	Curva de Conjugado X Velocidade	57
4.6)	Corrente e Potência	60
Capítulo5	Conclusões.....	62
Bibliografia		63
Anexos		64
A)	Distribuição de Condutores do Estator	64
B)	Distribuição de Condutores do Rotor	65
C)	Análise do Campo Magnético	66
D)	Curva de Conjugado X Velocidade	67
E)	Ensaio de Rotor Bloqueado	70

Lista de Figuras

Figura 1 - Enrolamento Espiral para uma fase de uma máquina de 2 pólos com 24 ranhuras	7
Figura 2 – Fasores de tensão para um enrolamento distribuído	8
Figura 3 - Fasores de FMM para os lados de uma bobina a passo pleno e passo encurtado	9
Figura 4 - Enrolamento Imbricado para uma fase de uma máquina de 2 pólos com 24 ranhuras	10
Figura 5 - Enrolamento Imbricado com Passo Pleno (12 ranhuras) – 2 pólos	11
Figura 6 - Enrolamento Imbricado Passo Encurtado (10 ranhuras) – 2 pólos	11
Figura 7 - Constituição dos pólos	12
Figura 8 - Enrolamento por pólos	13
Figura 9 - Enrolamento por pólos consecuentes, (a) 4 pólos, (b) 2 pólos	14
Figura 10 - Caixa de terminais para a ligação estrela, dupla estrela	17
Figura 11 - Esquema de ligação dos enrolamentos, (a) ligação estrela série, (b) ligação dupla estrela ..	18
Figura 12 - Caixa de terminais para ligação triângulo, estrela paralelo	18
Figura 13 - Esquema de ligação, (a) ligação triângulo, (b) ligação estrela paralelo	19
Figura 14 - Caixa de terminais para ligação estrela paralelo, triângulo	19
Figura 15 - Esquema de ligação, (a) ligação estrela paralelo, (b) ligação triângulo	20
Figura 16 - Representação linear da máquina	21
Figura 17 - Estator com uma bobina	22
Figura 18 - Distribuição de condutores para uma única bobina	22
Figura 19 – Estator com um grupo de bobinas	24
Figura 20 – Estator com um enrolamento de fase	25
Figura 21 – Rotor em gaiola	30
Figura 22 - Densidade de Campo Magnético no entreferro	33
Figura 23 - Coordenadas do Rotor e do Estator	37
Figura 24 – Primeiro Loop do Rotor ($n=1$)	39
Figura 25 - Estator de um Motor de indução Dahlander 2 ou 4 pólos	47
Figura 26 - Distribuição de condutores para enrolamento 1	47
Figura 27 – Distribuição de condutores para o enrolamento 2	48
Figura 28 - Distribuição de Condutores para o primeiro loop do Rotor	49
Figura 29 - Campos Magnéticos produzido por cada fase e o campo trifásico	50
Figura 30 - Campo Magnético produzido pelo enrolamento 1	50
Figura 31 - Campos Magnéticos para cada componente harmônico	52
Figura 32 – Tensão aplicada aos enrolamentos no mesmo sentido	52
Figura 33 - Tensão aplicada aos enrolamentos em sentidos contrários	53
Figura 34 – Composição dos Campos para a formação dos pólos	54
Figura 35 - Campo Magnético do enrolamento 1 variando o passo das bobinas	54
Figura 36 - Campo magnético para menor e maior velocidade em instantes de tempo diferentes	56
Figura 37 - Curva Conjugado X Velocidade (Δ série/YY)	58
Figura 39 - Curva Conjugado X Velocidade (Y série/YY)	59
Figura 38 - Curva Conjugado X Velocidade (YY/ Δ série)	59
Figura 40 – Corrente e Potência para a menor velocidade	60
Figura 41 – Corrente e Potencias para a maior velocidade	60

Capítulo1 Introdução

O motor em estudo é um motor de indução dahlander, um motor de indução trifásico com características especiais. Este motor possui duas velocidade de operação e precisa ter suas conexões de estator modificadas para trabalhar em cada velocidade.

1.1) Objetivo

Este trabalho tem como objetivo estudar a operação de um motor de indução com enrolamento do tipo Dahlander utilizando o método da análise harmônica da distribuição de condutores.

Através de algoritmos de simulação deseja-se verificar o campo magnético produzido no entreferro da máquina, como este campo varia no tempo. Deseja-se também mostrar como ocorre a formação dos pólos dessa máquina em cada velocidade.

Deseja-se obter com este método a curvas de conjugado em função da velocidade do rotor quando consideradas as conexões típicas para este motor.

1.2) Organização do trabalho

No capítulo 2, apresentamos uma revisão teórica sobre a máquina assíncrona. Neste capítulo temos a descrição do princípio de funcionamento da máquina, a partir do princípio do campo girante, bem como seus conceitos básicos. Em seguida são abordados os aspectos construtivos da máquina, os tipos de enrolamentos utilizados (espiral ou embricado) e as características desses enrolamentos. Por fim, apresenta-se uma descrição do motor tipo Dahlander que será o objeto de estudo deste trabalho.

No capítulo 3, desenvolvemos o método da análise harmônica para motores Dahlander que utilizam o princípio dos pólos consequentes apresentado no capítulo 2. O método consiste em representar uma função de distribuição de densidade dos condutores ao longo do estator. Primeiramente o calculo é formulado para uma bobina, em seguida ele é estendido para um grupo de bobinas e finalmente é estabelecido para uma fase inteira. A formulação de cálculo da distribuição de densidade de condutores é também estabelecida para o enrolamento de rotor.

A etapa seguinte consiste na formulação de cálculo de impedâncias de acoplamento entre enrolamentos de estator e rotor. De uma maneira geral, consiste na determinação da

densidade de corrente, na aplicação da Lei de Ampère, e na obtenção da densidade de fluxo magnético. Calculada a densidade de fluxo magnético e aplicada a Lei de Faraday, encontra-se o campo elétrico. Com o campo elétrico calculado e a densidade de distribuição dos condutores obtemos a expressão da tensão induzida em função da corrente que a originou. Relacionando a tensão induzida com a corrente obtemos as impedâncias de acoplamento.

Calculadas as impedâncias referidas pode-se montar a matriz de impedâncias que relaciona as tensões nos enrolamentos com as correntes. Utilizando a matriz “Z” que representa este sistema e conhecendo as tensões de alimentação podemos calcular as correntes. De posse das correntes calculamos o conjugado desenvolvido pela máquina.

No capítulo 4 serão apresentados e discutidos todos os resultados das simulações executadas. Será mostrada a distribuição de densidade dos condutores, para o estator e para o rotor. O campo magnético de entreferro será analisado, observando a simetria trifásica existente no estator, bem como a forma de onda do campo ao longo do tempo. Ainda neste capítulo será mostrado como são originados os pólos dessa máquina a partir dos campos produzidos pelo estator. Serão obtidas as curvas de conjugado em função da velocidade para cada tipo de ligação dos enrolamentos de estator. Por fim, obteremos as curvas de corrente e de potência em função da velocidade.

No Capítulo 5 estão as conclusões finais do trabalho. Neste capítulo as características relevantes observadas para esta máquina são destacadas.

Capítulo2

Motor Assíncrono (Motor de Indução)

Neste capítulo é feita uma revisão de conceitos básicos de operação e projeto de um motor de indução trifásico, de forma a melhor situar o enrolamento do tipo Dahlander. Toda teoria apresentada neste capítulo é baseada nas referências [1], [2] e [3] da bibliografia deste trabalho.

2.1) Definição

Motor assíncrono ou de indução é aquele que compreende dois circuitos elétricos em movimento relativo de rotação, um dos quais é ligado ao sistema de alimentação, sendo a energia transferida ao outro por indução eletromagnética, daí é derivado o nome motor de indução. No motor assíncrono, seu rotor não gira em sincronismo com o campo magnético do estator e difere do motor síncrono por não ter o seu rotor ligado a qualquer fonte de alimentação. Não existe proporcionalidade constante entre a velocidade média de funcionamento e a frequência de sua força eletromotriz.

O motor assíncrono com rotor do tipo gaiola é relativamente simples e de construção robusta, apresenta simplicidade de operação, adapta-se perfeitamente bem para aplicações de trabalho a velocidade constante (quando especificamente projetado sua velocidade pode ser variada dentro de certos limites); possui estabilidade operacional; apresenta facilidade de montagem, custo de manutenção desprezível (existem apenas dois pontos de desgaste, os dois mancais). O rotor é quase indestrutível. O estator é bastante simples, livre de centelhamento durante o funcionamento da máquina, possibilidade de suportar grandes sobrecargas, etc.

O motor de indução, por sua confiabilidade, versatilidade, fácil automatização e possibilidade de comando a distância, é usado para um número grande de finalidades. Adequadamente instalado e recebendo uma atenção conveniente, pode proporcionar por uma infinidade de anos uma continuidade de funcionamento livre de problemas. O campo de aplicação do motor assíncrono é ilimitado, este é denominado o “burro de carga” ou o “cavalo de força” da indústria moderna.

2.2) Princípio de Funcionamento do Motor Assíncrono

O princípio de funcionamento dos motores assíncronos baseia-se no fato de que o campo magnético provocado pelas correntes de estator induz no enrolamento do rotor uma tensão alternada e esta, por sua vez, produz um campo magnético que reagindo com o campo

girante do estator cria um conjugado que tende a arrastar o rotor na direção da rotação do campo magnético girante de estator.

Nos motores de indução trifásicos, aproveita-se a propriedade das corrente alternadas trifásicas serem defasadas de 120° no tempo e com isto elas são dispostas no estator também defasadas de 120° elétricos, com isto elas são capazes de criar um campo magnético rotativo. Um campo magnético girante se cria não só pela corrente alternada trifásica, mas também por correntes polifásicas (de dois, quatro, seis fases). Também se pode obter um campo rotativo por meio da corrente alternada monofásica, por exemplo: duas bobinas perpendiculares entre si, onde a defasagem de 90° elétricos entre estas bobinas é obtida, artificialmente, por meio de uma impedância ou pelo uso de capacitor. Esta defasagem entre as correntes de 90° elétricos melhora a partida da máquina.

Quando o rotor (cujos condutores formam circuitos fechados) é posto em um campo magnético girante produzido pelos enrolamentos do estator, induzem-se correntes nos condutores do rotor. Estas correntes, por sua vez, produzem seu campo magnético próprio que atua ou reage conjuntamente à ação do campo magnético girante, de tal forma que faz com que o rotor tome uma posição em que a corrente induzida é mínima e desenvolva um conjugado que tende a impulsionar o rotor no mesmo sentido (e próximo da velocidade síncrona) em que se move o campo do estator, conforme já foi explicado. A diferença de velocidade é suficiente para induzir no rotor uma corrente necessária para vencer as perdas elétricas e mecânicas. Se o rotor tivesse de acompanhar passo a passo a velocidade do campo girante, os condutores do rotor não seriam cortados por qualquer fluxo, não haveria corrente induzida neles e, portanto nenhum esforço de rotação. Para que haja corrente induzida no rotor, é necessário que suas espiras cortem as linhas de força do campo, por isto precisa haver sempre uma diferença de velocidade entre o rotor e o campo girante. Esta diferença tem o nome de escorregamento e pode ser calculado pela formula:

$$s = \frac{n_S - n_R}{n_S} \quad (1)$$

O escorregamento dos motores assíncronos no regime de plena carga varia inversamente a potência do motor. Para motores de potência reduzida, o escorregamento é de 3 a 6% e para motores de grande potência de 1 a 3%. Sob o ponto de vista do rendimento da máquina, convém que o deslizamento seja o menor possível, se considerarmos que as perdas

do rotor (P_{OR}) são iguais ao produto do deslizamento pela potência absorvida pelo rotor (potência de entreferro, P_{g1})

$$P_{OR} = sP_{g1} \quad (2)$$

2.3) Aspectos Construtivos do Motor Assíncrono

Embora exista uma grande variedade de motores, eles podem se caracterizar estruturalmente pelos componentes: estator, rotor, carcaça, tampas laterais, eixo e mancais constituído de uma parte ativa e de uma parte não ativa.

A parte ativa é formada por: chapas moldadas em aço magnético isoladas entre si, formando um conjunto ou “pacote” para o estator e outro para o rotor; o enrolamento do estator e do rotor, onde a energia elétrica é convertida em energia mecânica. A parte não ativa é composta por todos os outros componentes como tampas, carcaça, eixo, mancais, etc., que servem para transmitir o conjugado, proteção contra influência externa e fixação do motor.

Estator é a parte estacionária do motor, consiste de três partes: carcaça, núcleo e enrolamentos. A carcaça é a estrutura suporte do estator que protege as partes internas do motor, é provida de pés que servem para a montagem do mesmo. O núcleo é a parte ferromagnética do circuito magnético localizado no estator. O enrolamento consiste em bobinas (de fios condutores isolados) colocadas em ranhuras em torno da periferia interna do núcleo do estator, ligadas de forma que suas forças eletromotrizes se somem. Os enrolamentos e o núcleo formam um eletroímã que produz o campo magnético dentro do qual o rotor gira.

O rotor é o elemento girante da máquina; consiste de três partes principais: núcleo, enrolamento e eixo. O núcleo é a parte ferromagnética do circuito magnético localizada no rotor. O enrolamento é introduzido em ranhuras longitudinais em torno da circunferência do núcleo. Eixo é a parte onde se monta o conjunto formado pelo núcleo e enrolamento, sendo o rotor posto a girar pelo campo magnético formado pelas bobinas do estator.

De acordo com o sistema de construção do rotor, os motores trifásicos de indução subdividem-se em: motores de rotor bobinado ou motores com rotor em curto-circuito (gaiola de esquilo).

Como já foi dito, o rotor do motor síncrono é suprido diretamente por uma fonte de energia, e no motor assíncrono o rotor é isolado, sendo uma unidade auto-suficiente que não precisa de conexões externas.

2.4) Tipos de Enrolamentos

A maneira mais conveniente de associar os vários condutores de um enrolamento é distribuí-los em bobinas, e a distribuição das bobinas deve ser feita de tal modo que formem grupos. As bobinas de cada grupo são ligadas entre si, apresentando cada grupo um princípio e um fim, e colocadas uniformemente nas ranhuras do núcleo do estator para criar o campo magnético.

Um campo magnético no estator de um motor de indução trifásico obtém-se dispondo de um enrolamento trifásico, ou seja, três circuitos idênticos eletricamente independentes uns dos outros, isto é, um enrolamento separado para cada fase da rede de alimentação. Cada fase tem um número determinado de bobinas, que são dispostas no estator e interligadas de tal forma que resulte um sistema de bobinas deslocadas umas em relação às outras de um ângulo de 120° elétricos.

Ao serem alimentados os três enrolamentos por um sistema trifásico simétrico de correntes, cada bobina do estator considerada isoladamente atua como o enrolamento primário de um transformador, produzindo um campo magnético alternado de direção fixa. A composição de todos os fluxos parciais dá origem a um fluxo girante de intensidade constante, de tantos pares de pólos quantos grupos de três bobinas tenham o estator, e este fluxo rotativo produzido de valor constante dependerá do dito número de pólos.

O número de ranhuras por pólo e por fase no rotor é diferente do estator, de preferência primos entre si, porque se fossem iguais, ao coincidir em repouso as ranhuras do rotor com a posição das ranhuras do estator haveria um ponto de mínima relutância e não se conseguiria dar partida na máquina, limitando-se a funcionar como um transformador.

Frequentemente são empregadas no rotor dos motores de indução ranhuras inclinadas com relação a seu eixo geométrico, porque com este arranjo melhora-se o problema da relutância, obtém-se forças eletromotrizes induzidas que se aproximam mais da forma senoidal, reduzem-se alguns harmônicos e ruídos de indução magnética.

As ranhuras podem ser divididas em três classes: ranhuras abertas, ranhuras semi-fechadas e ranhuras fechadas. Nos motores de grande potência usam-se ranhuras abertas porque oferecem a vantagem de permitir a instalação de bobinas pré-fabricadas (e de fios de seção retangular) e previamente isoladas, antes de introduzidas nas ranhuras. As ranhuras semi-fechadas são empregadas em quase em todos os motores de indução porque a área efetiva da face dos dentes é maior e isso reduz a intensidade da corrente de magnetização e a relutância do entreferro. Com isto, a máquina apresenta uma eficiência maior e um fator de potência melhor, os torques de partida diminuem, além disso o motor ganha termicamente certa reserva na potência, podendo ser mais carregado. Nos tipos de ranhuras semi-fechadas, cada condutor deve ser colocado separadamente no seu lugar, um, dois ou vários de cada vez, o que é mais demorado e mais difícil a aplicação do isolamento. As ranhuras fechadas são utilizadas no rotor de motores de indução. O enrolamento rotórico é constituído por uma gaiola de alumínio que é obtida por injeção. Dessa maneira a gaiola é constituída por um material com resistividade muito menor que o material ferromagnético que está envolvido, em geral ferro, por isso os condutores da gaiola não estão envolvidos por qualquer tipo de material isolante.

Os tipos de enrolamentos das máquinas de corrente alternada classificam-se em dois tipos gerais: enrolamento em espiral e enrolamento imbricado.

2.4.1) Enrolamento em Espiral ou Concêntrico

É aquele no qual as bobinas ligam-se de modo a formar um enrolamento em espiral. As bobinas devem ter um passo menor que o passo pleno, no entanto este enrolamento não possui as propriedades de um enrolamento de passo encurtado. Enrolamento pouco usado.

Na figura 1 temos como exemplo um enrolamento em espiral.

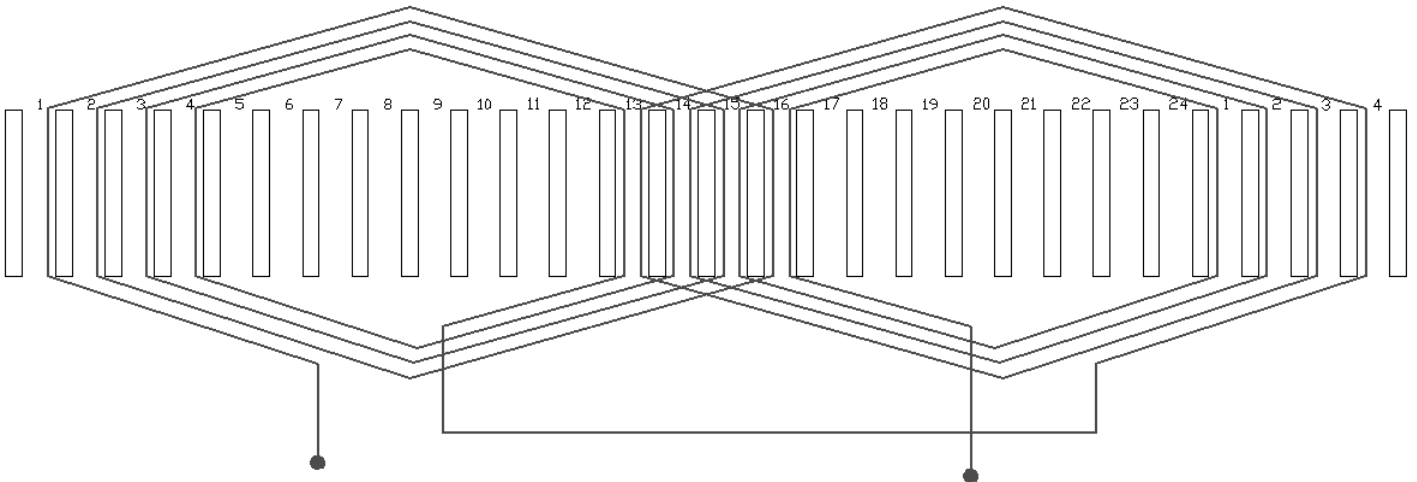


Figura 1 - Enrolamento Espiral para uma fase de uma máquina de 2 pólos com 24 ranhuras

Antes de falarmos do outro tipo de enrolamento, o enrolamento imbricado, cabe falarmos sobre dois fatores importantes: fator de distribuição e fator de passo.

2.4.2) Enrolamento Imbricado

Antes de falarmos do enrolamento imbricado, cabe falarmos sobre dois fatores importantes: fator de distribuição e fator de passo.

2.4.2.1) Fator de Distribuição

Em uma máquina elétrica, as bobinas de uma fase não são agrupadas em uma mesma ranhura. As bobinas de fase são distribuídas em uma determinada quantidade de ranhuras ao longo do estator da máquina. Sendo assim, a tensão induzida é reduzida em relação à tensão induzida resultante de todas as bobinas concentradas em uma mesma ranhura. O Fator que relaciona a tensão induzida das bobinas distribuídas com a tensão induzida das bobinas concentradas é o Fator de Distribuição.

Utilizando bobinas concentradas, a tensão induzida total (E_C^{total}) será a soma fasorial das tensões induzidas em cada bobina $E_{1bobina}$. Neste caso, como as bobinas estão em uma mesma ranhura, as tensões induzidas de todas as bobinas estão em fase, logo a tensão resultante será a soma algébrica de todas as tensões:

$$E_C^{total} = n \times E_{1bobina} \quad (3)$$

Utilizando bobinas distribuídas, a tensão induzida total (E_D^{total}) será a soma fasorial

das tensões induzidas em cada bobina, que neste caso estão defasadas no espaço de um ângulo “x” como mostra a figura 2 e, consequentemente, defasadas no tempo.

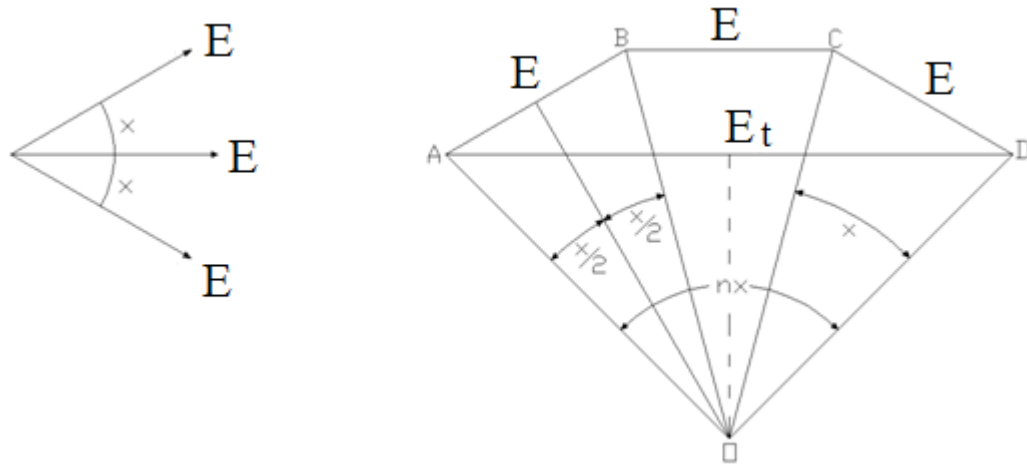


Figura 2 – Fasores de tensão para um enrolamento distribuído

$$E_D^{total} = E_t ; E_{1bobina} = E \quad (4)$$

$$\frac{E_t}{2} = AO \sin\left(\frac{nx}{2}\right) \quad (5)$$

$$\frac{E_t}{2} = \frac{\frac{E}{2}}{\sin\left(\frac{x}{2}\right)} \sin\left(\frac{nx}{2}\right) \quad (6)$$

$$E_t = E \frac{\sin\left(\frac{nx}{2}\right)}{\sin\left(\frac{x}{2}\right)} \quad (7)$$

$$E_D^{total} = \frac{\sin\left(\frac{nx}{2}\right)}{\sin\left(\frac{x}{2}\right)} E_{1bobina} \quad (8)$$

Fazendo a relação das duas forças, obtemos o Fator de distribuição:

$$K_D = \frac{E_D^{total}}{E_C^{total}} \quad (9)$$

$$K_D = \frac{\sin\left(\frac{nx}{2}\right)}{\sin\left(\frac{x}{2}\right)} \quad (10)$$

2.4.2.2) Fator de Passo

Na construção de uma máquina elétrica, a distribuição das bobinas de fase pode ser feita de tal forma que os dois lados da bobina fiquem posicionados em determinadas ranhuras nas quais a tensão induzida está defasada de 180° elétricos, ou seja, a tensão induzida na bobina será o dobro da tensão induzida em um lado da bobina. Para que o fenômeno descrito ocorra, é necessário utilizar passo pleno. O passo pleno, ou passo polar, é o número de ranhuras que compreendem um pólo da máquina. Quando um lado da bobina é atravessado pelo fluxo máximo do pólo, o outro lado é atravessado pelo fluxo mínimo.

Com o passo pleno, a tensão induzida na bobina é o dobro do módulo da tensão induzida em cada lado:

$$E_{\text{passo pleno}} = 2E \quad (11)$$

Com um passo encurtado, a tensão induzida na bobina é a soma fasorial das tensões induzidas em cada lado da bobina, que neste caso estão defasadas no espaço e consequentemente no tempo, como mostra a figura 3:

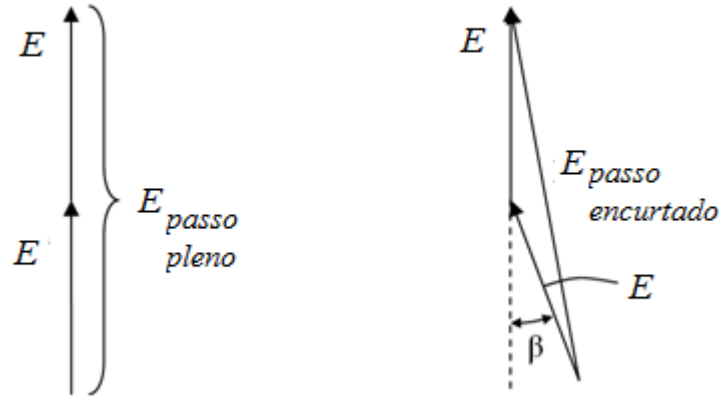


Figura 3 - Fasores de FMM para os lados de uma bobina a passo pleno e passo encurtado

$$E_{\text{passo encurtado}} = 2E_{\text{lado da bobina}} \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) \quad (12)$$

Fazendo a relação das duas tensões induzidas, obtemos o *Fator de Passo*:

$$K_P = \frac{E_{\text{passo encurtado}}}{E_{\text{passo pleno}}} \quad (13)$$

$$K_P = \cos\left(\frac{\beta}{2}\right) \quad (14)$$

O passo polar e o passo da bobina são medidos em número de ranhuras. Definimos o fator λ que é a relação entre o passo da bobina e o passo polar. Com isto podemos escrever o Fator de Passo em função de lambda também:

$$K_P = \cos\left(\lambda \frac{\pi}{2}\right) \quad (15)$$

O enrolamento imbricado, também conhecido como diamante ou coroa, é o que se adota quase exclusivamente e se subdivide em duas classes: enrolamento imbricado a passo pleno e enrolamento a passo fracionário (encurtado).

O enrolamento imbricado de passo pleno ou integral ou longo possui o passo das bobinas igual ao passo polar. Quando um lado de uma bobina está sob o centro de um pólo norte o outro lado dessa bobina está em posição equivalente sob o centro de um pólo sul adjacente. O passo ou vão de cada bobina é de 180° elétricos. Neste tipo de enrolamento, os lados de bobina de qualquer ranhura pertencem à mesma fase e a direção da corrente tem o

mesmo sentido, o que não acontece nos casos de enrolamentos com passo fracionário. Neste tipo de enrolamento o fator de passo é unitário. Estes enrolamentos são pouco usados. Na figura 4 temos como exemplo um enrolamento imbricado para uma fase de uma máquina de 2 pólos com 24 ranhuras.

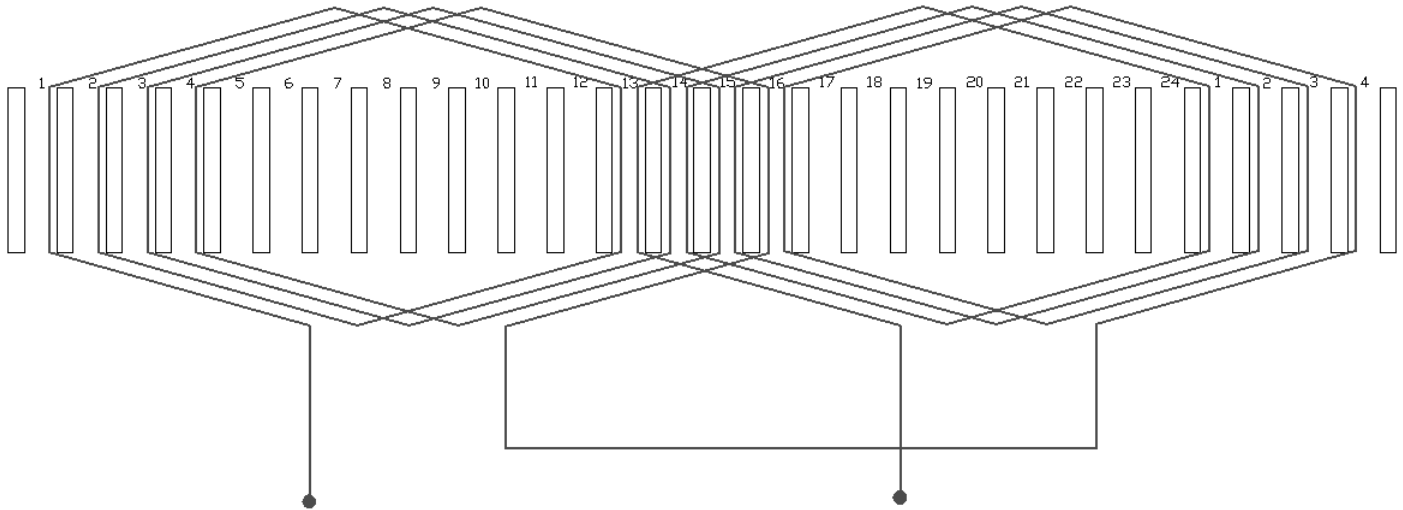


Figura 4 - Enrolamento Imbricado para uma fase de uma máquina de 2 pólos com 24 ranhuras

No enrolamento de passo fracionário a distância entre os dois lados da mesma bobina é menor (ou maior) que um passo pleno (longo) de 180° elétricos. Estes enrolamentos são os mais usados, pois apresentam vantagens: redução de harmônicos; forças eletromotrizes aproximadamente senoidais, com o uso do passo fracionário há uma melhora na forma de onda; possibilita empregar núcleos de armaduras iguais para máquinas de diferentes características; economia de material e redução da indutância da cabeça de bobina devido aos seus menores comprimentos; diminuição da impedância da bobina porque há menor efeito de indução mútua entre condutores contidos em ranhuras onde também existem condutores das outras fases. O passo encurtado tipicamente é de 80% aproximadamente do passo polar, empregando-se passos mais curtos ou mais largos em casos especiais.

Algumas desvantagens são observadas neste tipo de enrolamento: A força eletromotriz requerida é maior que a dos enrolamentos de passo pleno em condições idênticas, pois os dois lados de uma mesma bobina não caem, num dado instante, em posição simétrica sob os pólos, e suas forças eletromotrizes são, assim, um pouco menores do que se tivessem afastadas de 180° elétricos; para a mesma força eletromotriz requerida, um enrolamento de passo curto precisa de um número maior de condutores por fase que um enrolamento de passo pleno, nas mesmas condições, pela razão acima exposta.

A força eletromotriz de uma bobina ou de um enrolamento de passo curto obtém-se multiplicando o fator de passo pela força eletromotriz da bobina ou do enrolamento de passo pleno.

Nas figuras 5 e 6, temos dois enrolamentos imbricados para uma mesma máquina de 2 pólos com 24 ranhuras, na primeira o passo é pleno (12 ranhuras) na segunda é fracionário (10 ranhuras).

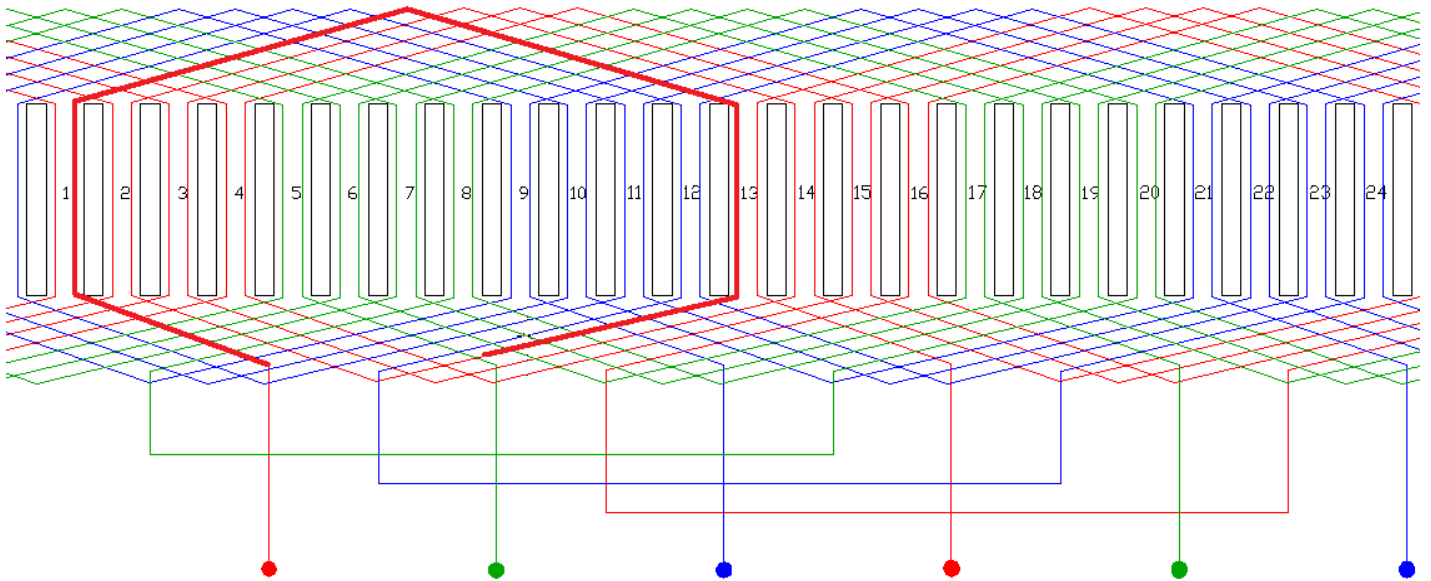


Figura 5 - Enrolamento Imbricado com Passo Pleno (12 ranhuras) – 2 pólos

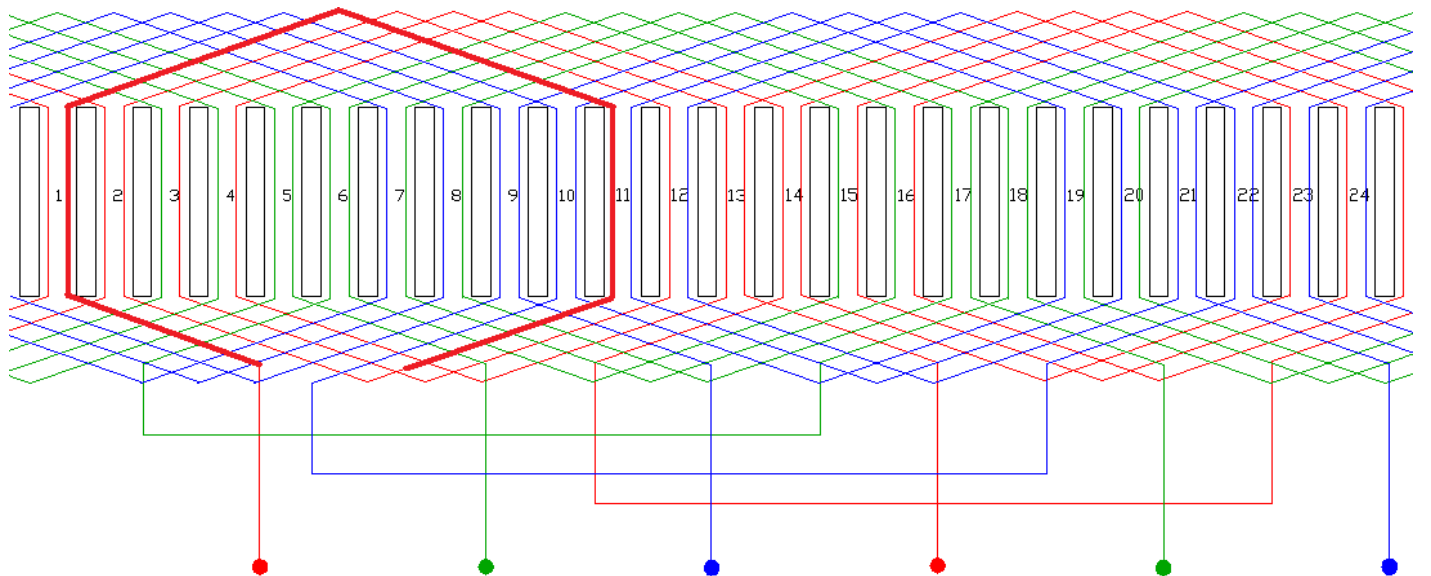


Figura 6 - Enrolamento Imbricado Passo Encurtado (10 ranhuras) – 2 pólos

2.4.3) Enrolamento de uma camada ou em dupla camada

O enrolamento de uma camada possui um único lado de bobina em cada ranhura. O número de ranhuras ocupadas deve ser par e o número das bobinas é igual à metade do número de ranhuras do estator. Todos os condutores situados em uma mesma ranhura fazem parte da mesma bobina.

Os enrolamentos de uma camada são pouco usados, tendo a vantagem de permitir um isolamento melhor entre as fases sem excessivo material isolante, por esta razão são aplicados em máquinas cuja tensão entre fases seja relativamente elevada.

No enrolamento em dupla camada o número de ranhuras ocupadas pode ser par ou ímpar. O número de bobinas é igual ao número de ranhuras e cada ranhura contém dois lados de bobinas.

Os dois lados de bobina são colocados em duas camadas sobrepostas e separadas da seguinte forma: cada bobina possui um lado na parte inferior de uma ranhura e o outro lado da mesma bobina colocado na parte superior de outra ranhura. Em cada ranhura existem dois lados de bobinas diferentes, porém ambos são sempre da mesma fase quando se trata de um enrolamento de passo pleno, o que não ocorre quando o passo é encurtado.

Como neste tipo de enrolamento em uma mesma ranhura se encontram dois lados de bobinas de fases diferentes é preciso isolá-los eficientemente.

2.5) Características dos Enrolamentos

Para a colocação e ligação das bobinas que formam o enrolamento de estator, devem ser conhecidas suas principais características, tais como: Constituição dos pólos, número de pólos, número de ranhuras do estator, número de espiras por bobina, número de bobinas por fase, passo da bobina, passo polar, passo das fases, e escolha dos terminais.

2.5.1) Constituição dos Pólos

Os pólos de uma máquina estão constituídos pelo intervalo compreendido entre dois grupos sucessivos de condutores de mesma fase, percorridas no mesmo instante por uma corrente de sentido contrário como pode ser visto na figura 7.

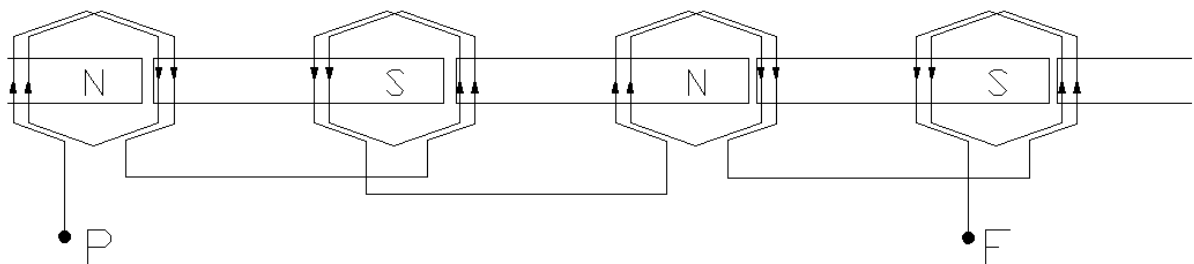


Figura 7 - Constituição dos pólos

Cada bobina, ou grupo de bobinas, que pertencem a uma divisão de pólo, se conectam com a bobina correspondente ao grupo de bobinas seguinte, invertendo as entradas e saídas para formar os pólos opostos.

Cada pólo representa 180° elétricos. Segundo o número de grupos que compõe cada fase, os enrolamentos de corrente alternada classificam-se em “enrolamento por pólo” ou “enrolamento por pólos consequentes”.

2.5.2) Enrolamentos por Pólos

É quando o número de grupos de bobinas por fase é igual ao número de pólos. A FEM induzida em cada grupo de uma mesma fase são alternadamente de sentido contrário. Observe pela figura 8 que se um grupo, considerando o sentido de enrolamento no sentido horário, no grupo seguinte o sentido de enrolamento será no sentido anti-horário. Dessa maneira as FEM's induzidas em cada grupo terão sentidos contrários.

As conexões dos grupos de bobinas estão alternadamente invertidas da seguinte forma: para que suas FEM se somem, o fim de um grupo liga-se ao princípio do grupo seguinte. A saída deste grupo liga-se à entrada do terceiro, que tem sua entrada e saída no mesmo sentido que o primeiro e contrárias ao segundo, e assim sucessivamente.

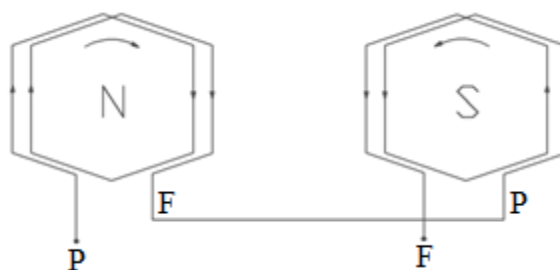


Figura 8 - Enrolamento por pólos

2.5.3) Enrolamentos por Pólos Consequentes

É quando o número de grupos de bobinas por fase é igual ao número de pares de pólos, ou seja, para cada grupo de bobinas correspondem dois pólos. Nos enrolamentos de pólos consequentes, o sentido dos valores instantâneos das correntes é o mesmo para todos os grupos de bobinas da mesma fase.

O final de cada grupo de bobina liga-se com o princípio do grupo seguinte da mesma fase de modo que a corrente circulará em ambos no mesmo sentido como está mostrado na figura 9a, e o número de pólos será o dobro, que se o sentido da corrente fosse oposto em ambos os grupos como acontece na figura 9b. Observe pela figura 9a que a corrente entra por

“P” e sai em “F” originando 4 pólos. Na figura 9b a corrente entra por “M” e sai por “P” e por “F”.

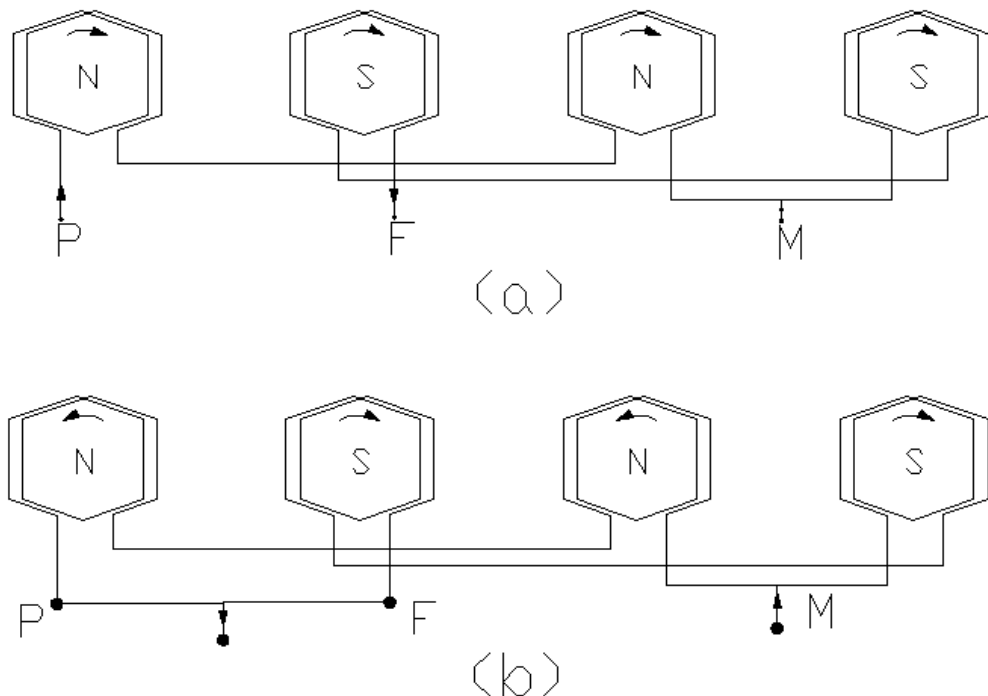


Figura 9 - Enrolamento por pólos consecuentes, (a) 4 pólos, (b) 2 pólos

2.6) Motor Dahlander

Neste tipo de motor é empregado o sistema conhecido como de enrolamento por pólos consecuentes e deve-se notar que uma velocidade é sempre a metade da outra. São empregados estes enrolamentos onde se torna necessário variar, para relações definidas, as rotações por minuto, o que nestes motores é feito pela mudança do número de pólos, mantendo-se a mesma tensão e frequência nominais para ambas as velocidades.

Pela fórmula da velocidade síncrona $N_s = \frac{120 \cdot f}{p}$, vemos que ela depende do número de pólos e da frequência. Para variar a velocidade neste motor será preciso alterar a conexão dos terminais externamente. Sendo o enrolamento do tipo pólos consecuentes, ao trocar a conexão de terminais a corrente em uma parte do enrolamento será invertida e com isso o número de pólos irá reduzir a metade, enquanto que a velocidade duplicará.

No rotor em gaiola o número de pólos se estabelece automaticamente ao mudar-se a conexão de terminais do enrolamento de estator, isto evita a aplicação de dispositivos

complexos para trocar os pólos do enrolamento do rotor como acontece no caso dos motores com rotor bobinado, que é indispensável mudar as conexões tanto do rotor como do estator.

O enrolamento de uma camada não é indicado para este tipo de enrolamento, porque com o menor número de pólos aparecem intensos campos harmônicos superiores que prejudicam o funcionamento de partida. Por isto os enrolamentos tipo Dahlander são construídos com as seguintes características:

- Enrolamento em dupla camada;
- Características de projeto baseadas no menor número de pólos (passo das bobinas, passo polar, número de bobinas por grupo,...);
- Cada uma das três fases espaçadas 120° elétricos em relação às outras duas;
- Passo encurtado de 50%, a fim de melhorar a curva do campo.

Os fluxos magnéticos no entreferro, os conjugados e a potência, variam dentro de uma relação determinada ao se fazer a mudança de um número de pólos para o outro. Por meio das ligações das fases pode-se controlar esta relação e se adaptar o enrolamento a determinados casos de serviço. Os três casos seguintes são os mais comuns:

- 1- O conjugado básico permanece constante, isto é, a potência varia proporcionalmente com o número de rotações, por exemplo, máquinas ferramentas;
- 2- A potência permanece constante, isto é, o conjugado básico varia em relação inversa ao número de rotações, por exemplo, acionamento de trens, laminadores e elevadores;
- 3- O conjugado básico varia aproximadamente com o quadrado do número de rotações e, por conseguinte, a potência com o cubo da velocidade, por exemplo, bombas centrífugas partindo a carga, ventiladores, compressores e exaustores.

Na elaboração deste tipo de enrolamento algumas características devem ser consideradas. Deverá ser um enrolamento imbricado de dupla camada e o passo da bobina será aproximadamente integral com relação ao maior número de pólos, ou será metade do passo pleno correspondente ao menor número de pólos. O número de grupos de bobinas de cada fase terá que ser igual ao menor número de pólos (Enrolamento por pólos consequentes). Estes grupos se distribuem em duas partes exatamente iguais, uma delas estará formada por todos os grupos ímpares desta fase, e a outra parte por todos os grupos pares. Como são

iguais, as duas partes de cada fase poderão ser combinadas entre si, dando como resultado ligações em série ou em paralelo. A cada fase, subdividida em duas metades (meio-enrolamento), liga-se um terminal entre as duas metades, que é levado até uma caixa de conexões. De cada fase usam-se três saídas, correspondendo uma ao início, outra ao final, e a terceira saída à ligação que une as duas metades da fase.

2.6.1) Mudança do Número de Pólos

Num enrolamento construído de acordo com as indicações anteriores, podem ser obtidas duas velocidades com uma relação de 1:2 variando o número de pólos pela simples modificação das conexões do enrolamento, utilizando-se o método de pólos consequentes abordado anteriormente, no qual os seis meio-enrolamentos do estator são utilizados em ambos os valores da velocidade.

Observe a figura 9a. Admitindo que em um determinado momento a corrente na fase entra pelo princípio “P”, e sai pelo final “F”, constitui-se um enrolamento de passo pleno, de meia bobina, produzindo oito pólos, metade dos quais são pólos Sul nesse caso consequentes como mostrado na figura.

Quando a corrente entra pelo condutor ou ligação “M” que une as duas metades da fase e sai pelos extremos “P” e “F” formam-se quatro pólos, dois Norte e dois Sul, como indicado na figura 9b.

Como as características dos enrolamentos deste tipo se baseiam no fato de que cada fase está subdividida em dois circuitos, num destes dois ramais o sentido do campo é o mesmo para as duas polaridades, e no outro circuito, muda quando passa de uma para outra polaridade.

Nos enrolamentos por pólos consequentes, o sentido da corrente em todos os grupos polares de uma fase será o mesmo, logo no interior dos grupos a polaridade será igual enquanto que na região entre dois grupos adjacentes a polaridade será inversa. Isto se explica porque num enrolamento deste tipo há somente a metade de grupos polares em cada fase para o mesmo número total de pólos dos que correspondem a um enrolamento do tipo comum.

2.6.2) Posição das Fases no Estator

O princípio e o fim da segunda fase devem estar deslocados de 120° elétricos com relação à primeira, ou seja, a $1/3$ do número total de ranhuras do estator com relação à fase de

referência. O princípio e o fim da terceira fase defasada de 120° tanto da segunda como da primeira fase correspondentes ao menor número de pólos.

2.6.3) Ligação das Fases na Conexão Dahlander

As três fases de um enrolamento em ligação Dahlander podem ser agrupadas em estrela ou em triângulo, e as duas metades de cada fase por sua vez podem-se unir em série ou em paralelo. Isto mostra que temos 8 ligações possíveis. Porém as combinações mais usadas são: estrela, dupla estrela; triângulo, dupla estrela; isto é, estrela em série, estrela em paralelo, triângulo em série e estrela paralelo.

Ligação Estrela, Dupla Estrela

Agrupam-se internamente unindo-se os fins das três fases num nó único formando uma estrela simples, levam-se até a caixa de ligações seis terminais independentes, três são os princípios das fases e os outros três correspondem às tomadas centrais de cada fase, como

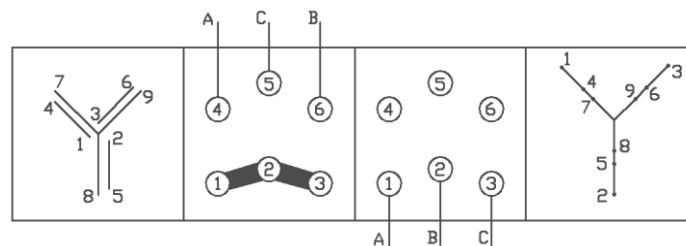


Figura 10 - Caixa de terminais para a ligação estrela, dupla estrela

pode ser visto na figura 10.

O enrolamento poderá ser alimentado de duas formas diferentes:

1 – Deixam-se livre os terminais U4, V4 e W4 das ligações dos meio-enrolamentos e conectam-se às fases os terminais ou princípios das fases U8, V8 e W8, obtendo-se assim o agrupamento das fases em estrela série para o maior número de pólos ou (menor rotação).

2 – Unindo-se os princípios das fases U8, V8 e W8 se forma uma dupla estrela ou estrela paralelo e, ligando-se às fases os terminais U4, V4 e W4, obtém-se o menor número de pólos (maior velocidade).

A figura 11 mostra as ligações estrela série para o maior número de pólos e estrela série para o maior número de pólos para o menor número de pólos.

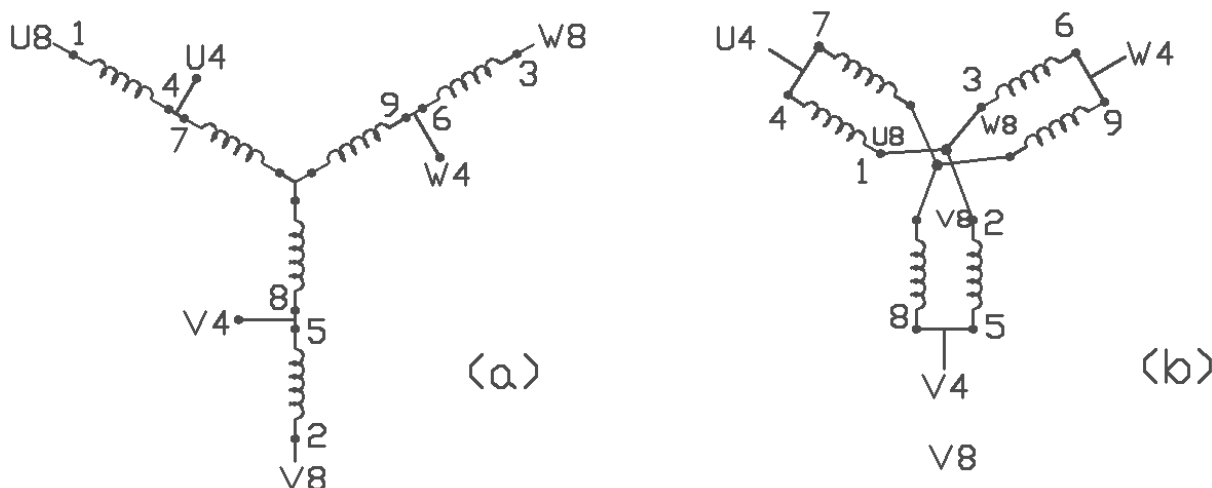


Figura 11 - Esquema de ligação dos enrolamentos, (a) ligação estrela série, (b) ligação dupla estrela

Ligação Triângulo, Estrela Paralelo

Esta conexão é feita, unindo-se internamente em triângulo as três fases do enrolamento. Seis terminais são levados até a caixa de conexões, três correspondentes aos vértices do triângulo U8, V8 e W8 e, outros três as tomadas das metades das fases U4, V4 e W4 como na figura 12.

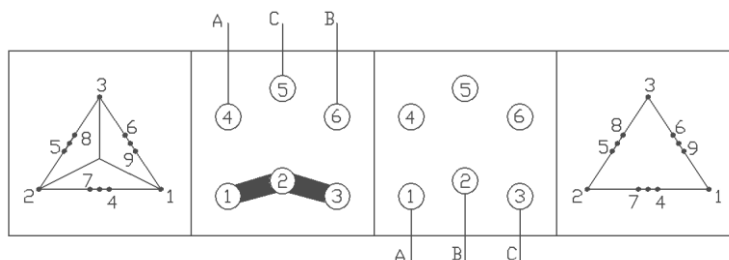


Figura 12 - Caixa de terminais para ligação triângulo, estrela paralelo

O enrolamento pode ser alimentado de duas maneiras:

1 – Deixam-se abertos os terminais U4, V4 e W4 dos meio-enrolamentos, ligam-se as fases da rede nos terminais U8, V8 e W8, isto é, a ligação triângulo série para o maior número de pólos (menor velocidade)

2 – Unem-se os vértices do triângulo U8, V8 e W8 num nó único, o enrolamento ficará formado em estrela paralelo. Ligam-se as fases da rede nos terminais U4, V4 e W4 e, os seis meio-enrolamentos passam a ser alimentados em paralelo. Com isto temos o menor numero de pólos (maior velocidade).

A figura 13 mostra a ligação triângulo serie para o maior número de pólos e a ligação estrela paralelo para o menor número de pólos.

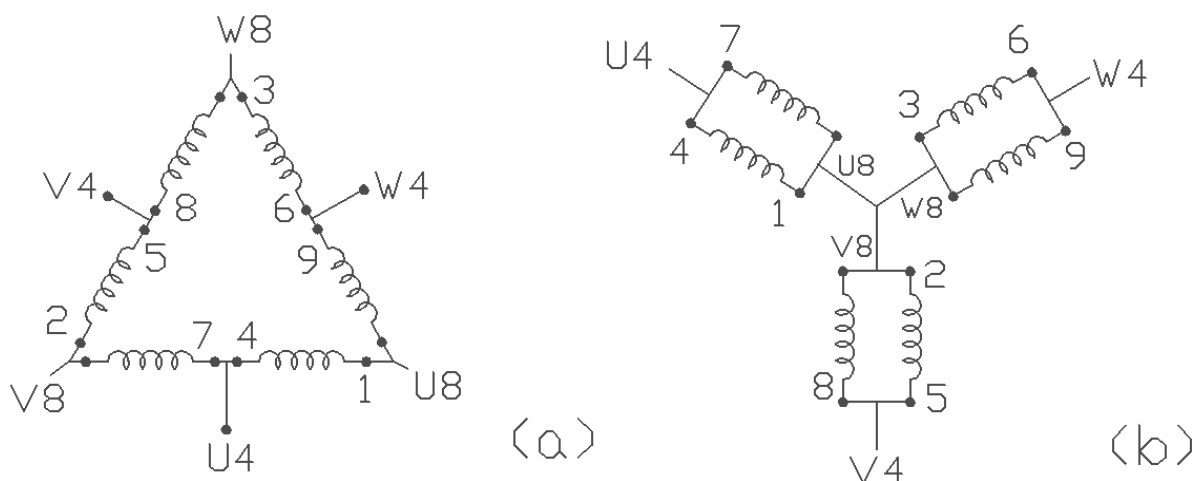


Figura 13 - Esquema de ligação, (a) ligação triângulo, (b) ligação estrela paralelo

Ligação Estrela Paralelo, Triângulo

Esta conexão é feita, unindo-se internamente em triângulo as três fases do enrolamento. Seis terminais são levados até a caixa de conexões, três correspondentes aos vértices do triângulo U8, V8 e W8 e, outros três as tomadas das metades das fases U4, V4 e W4 como na figura 14.

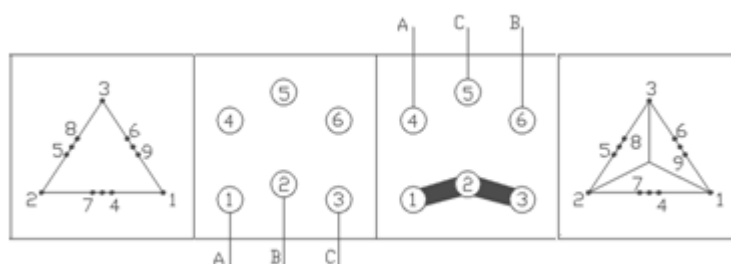


Figura 14 - Caixa de terminais para ligação estrela paralelo, triângulo

O enrolamento pode ser alimentado de duas maneiras:

1 – Unem-se os vértices do triângulo U8, V8 e W8 num nó único, o enrolamento ficará formado em estrela paralelo. Ligam-se as fases da rede nos terminais U4, V4 e W4 e, os seis meio-enrolamentos passam a ser alimentados em paralelo. Com isto temos o maior número de pólos (menor velocidade).

2 – Deixam-se abertos os terminais U4, V4 e W4 dos meio-enrolamentos, ligam-se as fases da rede nos terminais U8, V8 e W8, isto é, a ligação triângulo série para o menor número de pólos (maior velocidade)

A figura 15 mostra a ligação triângulo série para o maior número de pólos e a ligação estrela paralelo para o menor número de pólos.

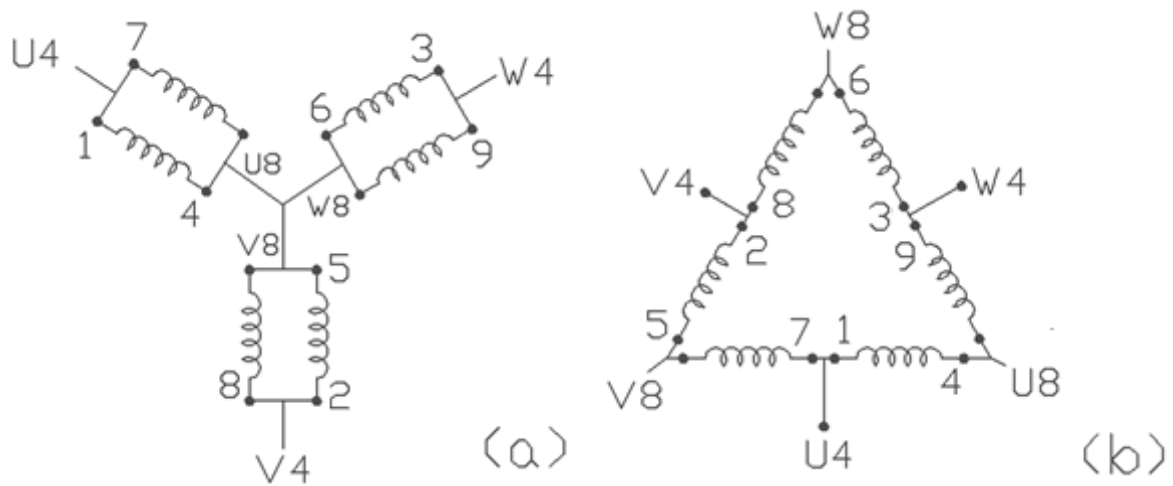


Figura 15 - Esquema de ligação, (a) ligação estrela paralelo, (b) ligação triângulo

Capítulo 3

Método da Análise Harmônica para um Motor de Indução Dahlander

Neste capítulo será apresentado o método da análise harmônica da distribuição de condutores para um motor de indução Dahlander que utiliza o princípio do pólos conseqüentes e está baseado nas referências [4] e [5] da bibliografia deste trabalho.

O método é derivado a partir da distribuição de condutores nas ranhuras do motor, permitindo considerar qualquer número de componentes harmônicos espaciais produzidos pelo campo do estator e rotor. O enrolamento analisado usa o método dos pólos conseqüentes. Desta forma, o motor em análise consistirá de um estator composto por dois enrolamentos trifásicos iguais sendo que o número de pólos da máquina será variado através da mudança de conexão destes dois enrolamentos. E o rotor será do tipo gaiola de esquilo.

3.1) Distribuição de Densidade de Condutores para o Estator

Considerando que os enrolamentos 1 e 2 são balanceados desenvolveremos a distribuição de densidade dos condutores para o enrolamento 1 e em seguida obteremos o do enrolamento 2. O estator da máquina possui N_s ranhuras.

Para estudar a distribuição de condutores ao longo do estator, vamos trabalhar com a representação linear da máquina, como mostra a figura 16, onde d é o diâmetro médio da máquina:

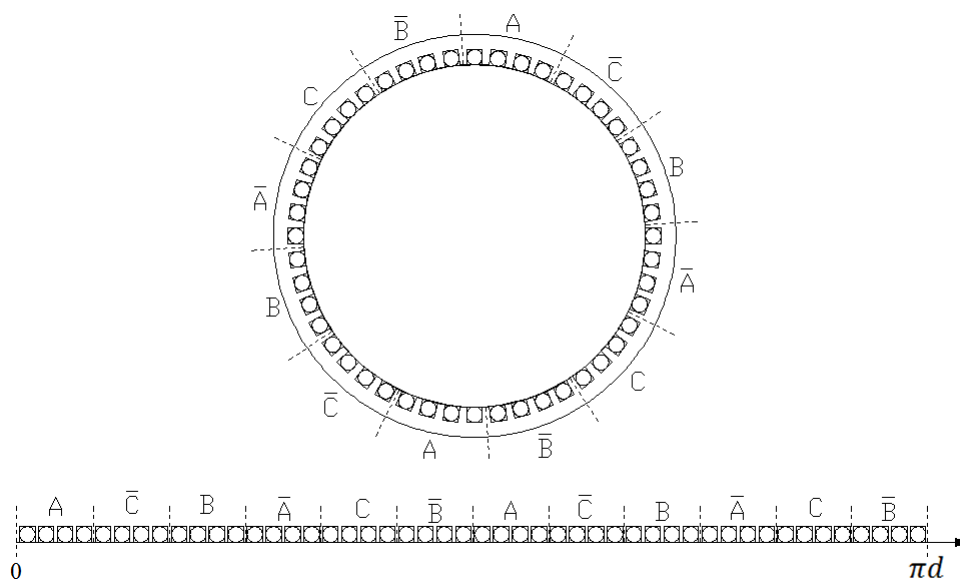


Figura 16 - Representação linear da máquina

3.1.1) Distribuição de Densidade de Condutores para uma Bobina de Fase

Inicialmente, vamos considerar o estator com uma única bobina da fase A formada por N espiras. Na figura 17 temos a representação da bobina nesse estator.



Figura 17 - Estator com uma bobina

A distribuição de densidade de condutores dessa bobina pode ser representada como mostra a figura 18:

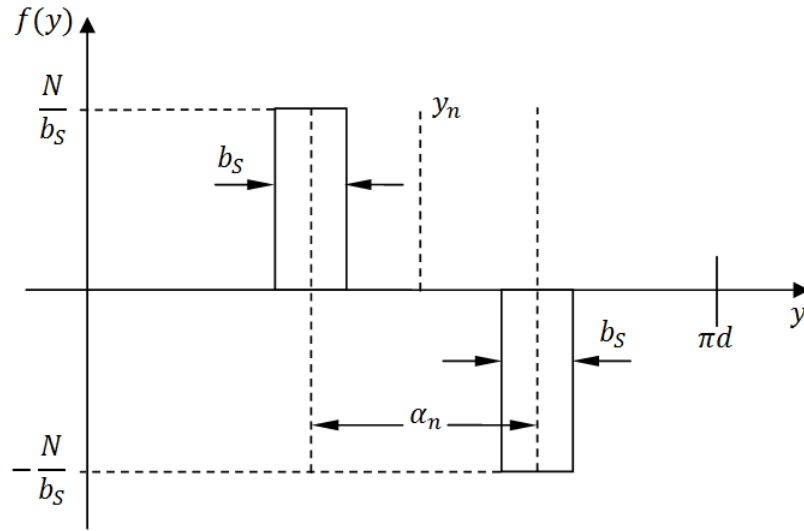


Figura 18 - Distribuição de condutores para uma única bobina

A função distribuição pode ser escrita da seguinte maneira:

$$f(y) = \begin{cases} \frac{N}{b_s} & , se \quad y_n - \frac{\alpha_n}{2} - \frac{b_s}{2} \leq y \leq y_n - \frac{\alpha_n}{2} + \frac{b_s}{2} \\ -\frac{N}{b_s} & , se \quad y_n + \frac{\alpha_n}{2} - \frac{b_s}{2} \leq y \leq y_n + \frac{\alpha_n}{2} + \frac{b_s}{2} \end{cases} \quad (16)$$

Onde:

y_n – Deslocamento linear da bobina

α_n – Abertura linear da bobina

b_s – Abertura linear da ranhura

O número de par de pólos para cada componente harmônico (ν) dependerá do número do harmônico (n) e do número de pólos da máquina (N_p), sendo definido pela relação $\nu = n \cdot \frac{N_p}{2}$.

O número de onda (k) para um componente harmônico é definido em função do número de pólos para este mesmo componente harmônico pela relação $k = \frac{2\nu}{d}$.

A função Distribuição pode ser decomposta em série de Fourier. Sendo assim, podemos escrevê-la como uma série infinita como mostrado abaixo:

$$C(y) = \sum_k \bar{C}^k e^{-jky} \quad (17)$$

Onde

$$\bar{C}^k = \frac{1}{\pi d} \int_0^{\pi d} f(y) e^{jky} dy \quad (18)$$

Calculando $\bar{C}^k$ para esta única bobina temos:

$$\bar{C}^k = \frac{1}{\pi d} \left(\int_{y_n - \frac{\alpha_n}{2} - \frac{b_s}{2}}^{y_n - \frac{\alpha_n}{2} + \frac{b_s}{2}} \frac{N}{b_s} e^{jky} dy - \int_{y_n + \frac{\alpha_n}{2} - \frac{b_s}{2}}^{y_n + \frac{\alpha_n}{2} + \frac{b_s}{2}} \frac{N}{b_s} e^{jky} dy \right) \quad (19)$$

Resolvendo a integral

$$\bar{C}^k = -\frac{jN}{k\pi db_s} e^{jky_n} \cdot 2j \operatorname{sen}\left(k \frac{b_s}{2}\right) \cdot \left(-2j \operatorname{sen}\left(k \frac{\alpha_n}{2}\right)\right) \quad (20)$$

Reescrevendo a expressão:

$$\bar{C}^k = -j \frac{2N}{\pi d} e^{jky_n} \cdot \frac{\operatorname{sen}\left(k \frac{b_s}{2}\right)}{k \frac{b_s}{2}} \cdot \operatorname{sen}\left(k \frac{\alpha_n}{2}\right) \quad (21)$$

Definindo o Fator de Abertura da ranhura (K_{bs}^k):

$$K_{bs}^k = \frac{\operatorname{sen}\left(k \frac{b_s}{2}\right)}{k \frac{b_s}{2}} \quad (22)$$

Substituindo na expressão de $\bar{C}^k$ resulta:

$$\boxed{\bar{C}^k = -j \frac{2}{\pi d} N K_{bs}^k \text{sen} \left(k \frac{\alpha_n}{2} \right) e^{jk y_n}} \quad (23)$$

3.1.2) Distribuição de Densidade de Condutores para um Grupo de Bobinas de Fase

Utilizando agora enrolamento distribuído em vez de enrolamento concentrado. Todas as bobinas de um grupo da fase A serão incluídas no desenvolvimento. Na figura 19 temos representado um grupo de bobinas da fase A. Cada bobina possui N espiras e o estator possui N_s ranhuras

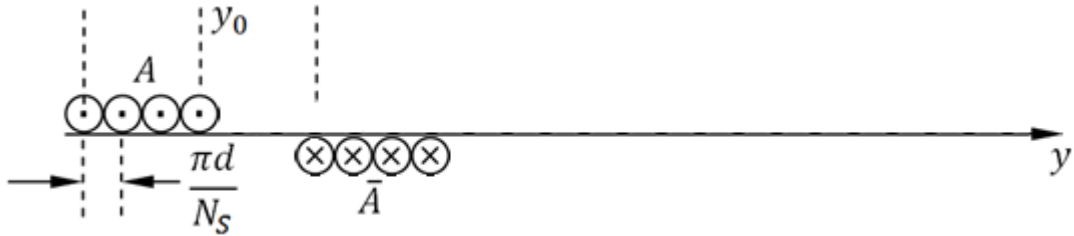


Figura 19 – Estator com um grupo de bobinas

A posição linear da m -ésima bobina de uma fase é dada pela expressão:

$$y_m = (m - 1) \frac{\pi d}{N_s} + y_0 \quad (24)$$

A Função distribuição de densidade de condutores para um grupo de bobinas de uma fase será a soma das distribuições de densidade de condutores de cada bobina:

$$\begin{aligned} \bar{C}^k_{grupo} = & \underbrace{-j \frac{2}{\pi d} N K_{bs}^k \text{sen} \left(k \frac{\alpha_n}{2} \right) e^{jk y_0}}_{1^a \text{ bobina}} - \underbrace{j \frac{2}{\pi d} N K_{bs}^k \text{sen} \left(k \frac{\alpha_n}{2} \right) e^{jk \left(\frac{\pi d}{N_s} + y_0 \right)}}_{2^a \text{ bobina}} \\ & - j \frac{2}{\pi d} N K_{bs}^k \text{sen} \left(k \frac{\alpha_n}{2} \right) e^{jk \left(2 \frac{\pi d}{N_s} + y_0 \right)} - \dots - j \frac{2}{\pi d} N K_{bs}^k \text{sen} \left(k \frac{\alpha_n}{2} \right) e^{jk \left((m-1) \frac{\pi d}{N_s} + y_0 \right)} \\ & \underbrace{\hspace{10em}}_{3^a \text{ bobina}} \hspace{10em} \underbrace{\hspace{10em}}_{m\text{-ésima bobina}} \end{aligned} \quad (25)$$

Escrevendo na forma de somatório:

$$\bar{C}_{grupo}^k = -j \frac{2}{\pi d} N K_{bs}^k \text{sen} \left(k \frac{\alpha_n}{2} \right) \sum_{i=1}^{\frac{N_s}{3N_p}} e^{jk \left((i-1) \frac{\pi d}{N_s} + y_0 \right)} \quad (26)$$

Onde N_p é o número mínimo de pólos da máquina.

Desenvolvendo o somatório e fazendo simplificações:

$$\bar{C}_{grupo}^k = -j \frac{2}{\pi d} N K_{bs}^k \text{sen} \left(k \frac{\alpha_n}{2} \right) \frac{\text{sen} \left(\frac{v\pi}{3N_s} \right)}{\text{sen} \left(\frac{v\pi}{N_s} \right)} \cdot e^{j \left(\frac{v\pi}{3N_p} - \frac{v\pi}{N_s} + k y_0 \right)} \quad (27)$$

3.1.3) Distribuição de Densidade de Condutores para uma Fase

Fazendo agora a extensão da distribuição de densidade de Condutores para toda a fase, ou seja, todos os grupos de bobinas serão incluídos no cálculo da densidade de distribuição de condutores.

Para o motor Dahlander deseja-se obter a função de distribuição de cada enrolamento trifásico (1 e 2). Na figura 20 temos representado a fase A do enrolamento trifásico 1 que deseja-se calcular. Observe que o enrolamento de estator é um enrolamento de passo encurtado.

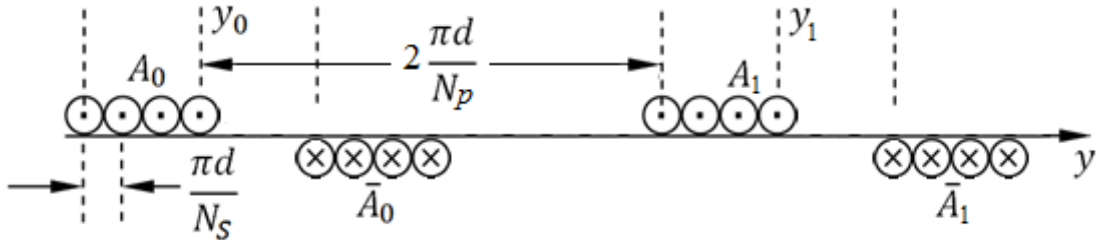


Figura 20 – Estator com um enrolamento de fase

Somando os termos de cada grupo de bobinas temos:

$$\bar{C}_{S1}^k = \bar{C}_{grupo}^k \cdot e^{jk y_0} + \bar{C}_{grupo}^k \cdot e^{jk \left(y_0 + 2 \frac{\pi d}{N_p} \right)} + \bar{C}_{grupo}^k \cdot e^{jk \left(y_0 + 4 \frac{\pi d}{N_p} \right)} + \dots \quad (28)$$

A_0 e $\bar{A}_0$

A_1 e $\bar{A}_1$

A_2 e $\bar{A}_2$

Logo a série pode ser colocada na forma de somatório:

$$\bar{C}_{S1}^k = \bar{C}_{grupo}^k \cdot e^{jky_0} \sum_{i=1}^{\frac{N_p}{2}} e^{jk \left[2(i-1) \frac{\pi d}{N_p} \right]} \quad (29)$$

Desenvolvendo este somatório a expressão de $\bar{C}_{S1}^k$ resulta:

$$\bar{C}_{S1}^k = -j \frac{N_p}{\pi d} N K_{bs}^k \text{sen} \left(k \frac{\alpha_n}{2} \right) \frac{\text{sen} \left(\frac{v\pi}{3N_p} \right)}{\text{sen} \left(\frac{v\pi}{N_s} \right)} e^{j \left(\frac{v\pi}{3N_p} - \frac{v\pi}{N_s} \right)} e^{jky_0} \quad (30)$$

Onde $v = n \frac{N_p}{2} (n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots)$

Usando a definição de Fator de Distribuição (K_D^v):

$$K_D^v \triangleq \frac{\text{sen} \left(\frac{mv\beta}{2} \right)}{m \cdot \text{sen} \left(\frac{v\beta}{2} \right)} \quad (31)$$

Onde

$m \triangleq \frac{N_s}{3N_p}$ - Número de ranhuras por pólo por fase

$\beta \triangleq \frac{2\pi}{N_s}$ - Ângulo entre ranhuras

Substituindo os valores de m e β definidos acima:

$$\frac{\text{sen} \left(\frac{v\pi}{3N_p} \right)}{\text{sen} \left(\frac{v\pi}{N_s} \right)} = \frac{N_s}{3N_p} \cdot K_D^v \quad (32)$$

Substituindo na expressão de $\bar{C}_1^k$:

$$\bar{C}_{S1}^k = -j \frac{1}{\pi d} K_{bs}^k N \frac{N_s}{3} K_D^K \text{sen} \left(k \frac{\alpha_n}{2} \right) e^{j \left(\frac{v\pi}{3N_s} - \frac{v\pi}{N_s} + y_0 \right)} e^{jky_0} \quad (33)$$

Usando a definição de Fator de Passo (K_p^K):

$$K_p^K = \text{sen} \left(k \frac{\alpha_n}{2} \right) \quad \text{ou} \quad K_p^v = \text{sen} \left(\frac{v\alpha_n}{2d} \right) \quad (34)$$

α_n - ângulo polar

Substituindo:

$$\bar{C}_{S1}^k = -j \frac{1}{\pi d} K_{bs}^k N \frac{N_S}{3} K_D^K K_p^K e^{j\left(\frac{v\pi}{3N_S} - \frac{v\pi}{N_S}\right)} e^{jk y_0} \quad (35)$$

Usando a definição de Fator de Enrolamento (K_W^K):

$$K_W^K = K_D^K \cdot K_p^K \quad (36)$$

Substituindo:

$$\bar{C}_{S1}^k = -j \frac{1}{\pi d} N \frac{N_S}{3} K_{bs}^k K_W^K e^{j\left(\frac{v\pi}{3N_S} - \frac{v\pi}{N_S}\right)} e^{jk y_0} \quad (37)$$

Definindo Número de espiras em série por fase (N_{ph}^K):

$$N_{ph} = N \frac{N_S}{3} \quad (38)$$

Substituindo:

$$\boxed{\bar{C}_{S1}^k = -j \frac{1}{\pi d} N_{ph} K_{bs}^v K_W^v e^{j\left(\frac{v\pi}{3N_S} - \frac{v\pi}{N_S}\right)} e^{jk y_0}} \quad (39)$$

onde $v = n \frac{N_p}{2}$ ($n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$)

$$N_{ph} = N \frac{N_S}{3} \rightarrow \text{Número de Espiras em série por fase}$$

$$K_{bs}^v = \frac{\text{sen}\left(\frac{vb_S}{2d}\right)}{\frac{vb_S}{2d}} \rightarrow \text{Fator de Abertura da Ranhura}$$

$$K_D^v = \frac{3N_p}{N_S} \cdot \frac{\text{sen}\left(\frac{v\pi}{3N_p}\right)}{\text{sen}\left(\frac{v\pi}{N_S}\right)} \rightarrow \text{Fator de Distribuição}$$

$$K_p^v = \text{sen}\left(\frac{v\alpha_n}{2d}\right) \rightarrow \text{Fator de Passo}$$

$$K_W^v = K_D^v \cdot K_p^v \rightarrow \text{Fator de Enrolamento}$$

A distribuição de densidade de condutores para o enrolamento 1 de estator pode ser escrita como

$$C_{1A}(y) = \sum_k \bar{C}_{1A}^k e^{-jky} \quad (40)$$

$$C_{1B}(y) = \sum_k \bar{C}_{1B}^k e^{-jky} \quad (41)$$

$$C_{1C}(y) = \sum_k \bar{C}_{1C}^k e^{-jky} \quad (42)$$

Devido o enrolamento de estator trifásico, as fases estão defasadas de $\frac{2}{3}$ do passo polar, logo estão defasadas de $\frac{2}{3} \frac{\pi d}{N_P}$ umas das outras, então

$$C_{1A}(y) = C_{1B}\left(y + \frac{2}{3} \frac{\pi d}{N_P}\right) \quad (43)$$

$$C_{1A}(y) = C_{1C}\left(y - \frac{2}{3} \frac{\pi d}{N_P}\right) \quad (44)$$

Então

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_k \bar{C}_{1A}^k e^{-jky} = \sum_k \bar{C}_{1B}^k e^{-jk(y + \frac{2\pi d}{3N_P})} \\ \bar{C}_{1A}^k = \bar{C}_{1B}^k e^{j\frac{2k\pi d}{3N_P}} \end{array} \right. \quad (45)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_k \bar{C}_{1A}^k e^{-jky} = \sum_k \bar{C}_{1C}^k e^{-jk(y - \frac{2\pi d}{3N_P})} \\ \bar{C}_{1A}^k = \bar{C}_{1C}^k e^{-j\frac{2k\pi d}{3N_P}} \end{array} \right. \quad (46)$$

$$\frac{2k}{3} \frac{\pi d}{N_P} = \frac{4\pi}{3} \frac{v}{N_P} = n \frac{2\pi}{3} \quad (47)$$

Desde que n seja um número inteiro. As equações podem ser reescritas como

$$\bar{C}_{1B}^k = \bar{C}_{1A}^k e^{jn\frac{2\pi}{3}} \quad (48)$$

$$\bar{C}_{1C}^k = \bar{C}_{1A}^k e^{-jn\frac{2\pi}{3}} \quad (49)$$

Desde que a fase A esteja na referência a distribuição de condutores para as fases do estator pode ser escrita como

$$C_{1A}(y) = \sum_k \bar{C}_{S1}^k e^{-jky} \quad (50)$$

$$C_{1B}(y) = \sum_k \bar{C}_{S1}^k e^{-j\left(ky - n\frac{2\pi}{3}\right)} \quad (51)$$

$$C_{1C}(y) = \sum_k \bar{C}_{S1}^k e^{-j\left(ky + n\frac{2\pi}{3}\right)} \quad (52)$$

Para as fases do enrolamento 2 basta calcular as distribuições de densidade de condutores para as fases do enrolamento 1 e defasar na medida do passo polar, já que este enrolamento é a outra metade, sendo assim o enrolamento 2 será defasado de $k\frac{\pi d}{Np}$ resultando em:

$$C_{2A}(y) = \sum_k \bar{C}_{S1}^k e^{-j\left(ky + k\frac{\pi d}{Np}\right)} \quad (53)$$

$$C_{2B}(y) = \sum_k \bar{C}_{S1}^k e^{-j\left(ky - n\frac{2\pi}{3} + k\frac{\pi d}{Np}\right)} \quad (54)$$

$$C_{2C}(y) = \sum_k \bar{C}_{S1}^k e^{-j\left(ky + n\frac{2\pi}{3} + k\frac{\pi d}{Np}\right)} \quad (55)$$

3.2) Distribuição de Densidade de Condutores para o Rotor

O rotor da máquina de indução é do tipo gaiola de esquilo e pode ser descrito como um enrolamento de N_R “fases” ou “loops”, onde N_R é o número de barras da gaiola. Cada “loop” é composto por duas barras adjacentes e suas conexões através dos anéis de curto. Na figura 21 temos o desenho do rotor, em vermelho um “loop” é mostrado.

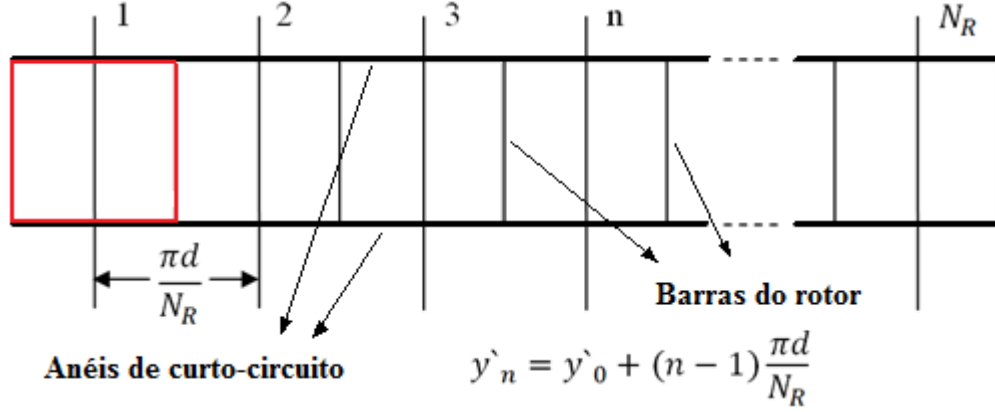


Figura 21 – Rotor em gaiola

Analogamente ao desenvolvimento da expressão para a distribuição dos condutores no estator, pode-se calcular a distribuição de condutores de um loop resultando em:

$$C_{R,n}(y') = \sum_l \bar{C}_R^l e^{jl(n-1)\frac{\pi d}{N_R}} e^{-jly'} \quad (56)$$

Onde

$$\bar{C}_R^l = -j \frac{2}{\pi d} K_{bR}^l \text{sen} \left(l \frac{\gamma_R}{2} \right) e^{-jly'_0} \quad (57)$$

$$l = n \quad (n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots)$$

Definindo o Fator de Abertura da ranhura do rotor (K_{bR}^l):

$$K_{bR}^l = \frac{\text{sen} \left(l \frac{b_R}{2} \right)}{l \frac{b_R}{2}} \quad (58)$$

γ_R - abertura linear de um loop

b_R - abertura linear da ranhura do rotor

3.3) Densidade de Corrente

3.3.1) Enrolamento de Estator

As correntes nas fases do enrolamento 1 de estator podem ser representadas por:

$$i_{1A}(t) = \text{Re}\{\sqrt{2}\bar{I}e^{j\omega t}\} \quad (59)$$

$$i_{1B}(t) = Re\{\sqrt{2}\bar{I}e^{j(\omega t - \frac{2\pi}{3})}\} \quad (60)$$

$$i_{1C}(t) = Re\{\sqrt{2}\bar{I}e^{j(\omega t + \frac{2\pi}{3})}\} \quad (61)$$

O efeito destas correntes é o de produzir uma distribuição de corrente ao redor do estator, a qual é dada por:

$$j_{S1}(y, t) = C_{1A}(y)i_{1A}(t) + C_{1B}(y)i_{1B}(t) + C_{1C}(y)i_{1C}(t) \quad (62)$$

Substituindo as expressões das correntes i_A , i_B e i_C e das distribuições de condutores em cada fase temos:

$$j_{S1}(y, t) = Re\left\{\sum_k \bar{C}_S^k \sqrt{2}\bar{I}e^{j(\omega t - ky)}\left(1 + 2\cos\left(\frac{2\pi}{3} \cdot (n-1)\right)\right)\right\} \quad (63)$$

Podemos mostrar que os termos do somatório somarão zero, a menos que $(n-1)$ seja um múltiplo de 3. Deste modo

$$v_k = (3q + 1)\frac{N_P}{2} \quad q = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (64)$$

e

$$j_{S1}(y, t) = Re\left\{\sum_k 3\bar{C}_S^k \sqrt{2}\bar{I}e^{j(\omega t - ky)}\right\} \quad (65)$$

Essa equação pode ser reescrita de forma simplificada como

$$j_{S1}(y, t) = Re\left\{\sum_k \bar{J}_S^k \sqrt{2}e^{j(\omega t - ky)}\right\} \quad (66)$$

Onde

$$\bar{J}_{S1}^k = 3\bar{C}_{S1}^k \bar{I} \quad (67)$$

O mesmo desenvolvimento pode ser efetuado para o enrolamento 2 e o resultado é o mesmo trocando apenas os índices

3.3.2) Enrolamento de Rotor

O componente harmônico de ordem v_k da corrente no loop do rotor pode ser escrito como

$$i_{R,n}^k(t) = Re \left\{ \sum_k \sqrt{2} \bar{I}_R^k e^{js^k \omega t} e^{-jk(n-1)\frac{\pi d}{N_R}} \right\} \quad (68)$$

A densidade de corrente é dada pela equação

$$j_{R,n}^k(y', t) = C_{R,n}(y') i_{R,n}^k(t) \quad (69)$$

Substituindo nesta equação as expressões de $C_{R,n}(y')$ e $i_{R,n}^k(t)$

$$j_{R,n}^k(y', t) = Re \left\{ -j \frac{2}{\pi d} \sum_l \sqrt{2} \bar{I}_R^k \bar{C}_R^l e^{j(s^k \omega t - ly')} e^{-j \left((k-l)(n-1) \frac{\pi d}{N_R} \right)} \right\} \quad (70)$$

Para todos os loops do rotor, a distribuição da densidade de corrente é dada por

$$j_R^k(y', t) = \sum_{n=1}^{N_R} j_{R,n}^k(y', t) \quad (71)$$

$$j_R^k(y', t) = Re \left\{ -j \frac{2}{\pi d} \sum_l \sqrt{2} \bar{I}_R^k \bar{C}_R^l e^{j(s^k \omega t - ly')} \sum_{n=1}^{N_R} e^{-j \left((k-l)(n-1) \frac{\pi d}{N_R} \right)} \right\} \quad (72)$$

O segundo somatório da equação se torna zero, a menos que $v_k - v_l = qN_R$, neste caso torna-se N_R . Então a equação pode ser reescrita como

$$j_R^k(y', t) = Re \left\{ \sum_l \sqrt{2} \bar{J}_R^k e^{j(s^k \omega t - (v_k - qN_R)y')} \right\} \quad (73)$$

Onde

$$\bar{J}_R^k = -j \frac{2N_R}{\pi d} \bar{I}_R^k \bar{C}_R^{\left(k - \frac{2qN_R}{d}\right)} \quad (74)$$

3.4) Campos produzidos com as três Fases do Estator conduzindo Corrente

3.4.1) Campo Magnético

A densidade de campo magnético no entreferro produzida por correntes no enrolamento 1 do estator pode ser obtida a partir da FMM e aplicando da Lei de Ampère como indicado na figura 22:

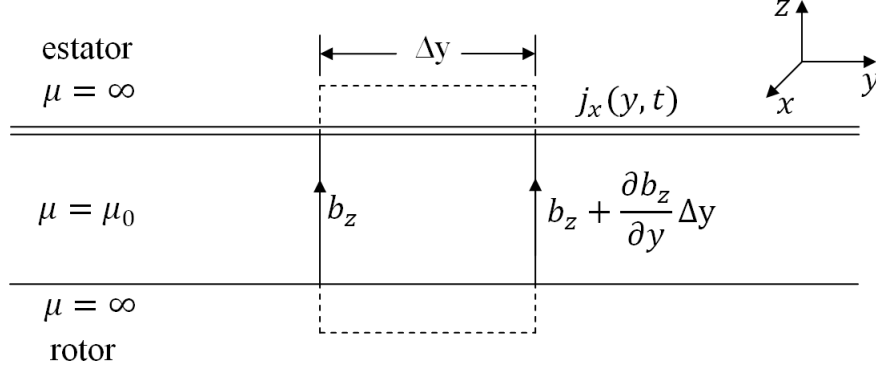


Figura 22 - Densidade de Campo Magnético no entreferro

$$\frac{\partial b_z}{\partial y}(y, t) = \frac{\mu_0}{g} j_s(y, t) \quad (75)$$

Onde a densidade de corrente $j_{s1}(y, t)$ está na direção x . Substituindo a expressão anterior de $j_{s1}(y, t)$ nesta expressão temos:

$$\frac{\partial b_z}{\partial y}(y, t) = \frac{\mu_0}{g} \text{Re} \left\{ \sum_k 3\bar{C}_S^k \sqrt{2} \bar{I} e^{j(\omega t - ky)} \right\} \quad (76)$$

Assumindo-se que $b_z(y, t)$ pode ser escrito como

$$b_z(y, t) = \text{Re} \left\{ \sum_k \bar{B}_z^k \sqrt{2} e^{j(\omega t - ky)} \right\} \quad (77)$$

Então

$$\frac{\partial b_z}{\partial y}(y, t) = \text{Re} \left\{ \sum_k -jk \bar{B}_z^k \sqrt{2} e^{j(\omega t - ky)} \right\} \quad (78)$$

Comparando as duas equações de $\frac{\partial b_z}{\partial y}(y, t)$ anteriores

$$\bar{B}_z^k = j \frac{\mu_0}{gk} 3\bar{C}_S^k \bar{I} = j \frac{\mu_0}{gk} \bar{J}_S^k \quad (79)$$

Com isso pode-se escrever:

$$\bar{B}_{z1}^k = j \frac{\mu_0}{gk} 3\bar{C}_{S1}^k \bar{I}_1 = j \frac{\mu_0}{gk} \bar{J}_{S1}^k \quad (80)$$

$$\bar{B}_{z2}^k = j \frac{\mu_0}{gk} 3\bar{C}_{S2}^k \bar{I}_2 = j \frac{\mu_0}{gk} \bar{J}_{S2}^k \quad (81)$$

3.4.2) Campo Elétrico

A intensidade de campo elétrico devido à densidade de campo magnético pode ser calculada pela Lei de Faraday.

$$\frac{\partial e_x}{\partial y}(y, t) = \frac{\partial b_z}{\partial t}(y, t) \quad (82)$$

Considerando a densidade de campo magnético assumida anteriormente

$$\frac{\partial b_z}{\partial t}(y, t) = Re \left\{ \sum_k j\omega \bar{B}_z^k \sqrt{2} e^{j(\omega t - ky)} \right\} \quad (83)$$

A intensidade de campo elétrico pode ser escrita como

$$e_x(y, t) = Re \left\{ \sum_k \bar{E}_x^k \sqrt{2} e^{j(\omega t - ky)} \right\} \quad (84)$$

Onde

$$\bar{E}_x^k = -\frac{\omega}{k} \bar{B}_z^k \quad (85)$$

Pode-se, então escrever

$$\bar{E}_{x1}^k = -\frac{\omega}{k} \bar{B}_{z1}^k \quad (86)$$

$$\bar{E}_{x2}^k = -\frac{\omega}{k} \bar{B}_{z2}^k \quad (87)$$

3.5) FEM induzida pelos Campos de Estator

3.5.1) FEM induzida em uma Fase do Estator

A FEM induzida na fase A do estator, por correntes no enrolamento do estator pode ser calculada integrando-se o produto da intensidade de campo elétrico pela densidade de distribuição de condutores sobre toda a área do entreferro

$$u_{SS}(t) = \int_{x=0}^W \int_{y=0}^{\pi d} e_x(y, t) C_A(y) dy dx \quad (88)$$

Onde W é o comprimento axial da máquina. Tomando-se as expressões de $e_x(y, t)$ e $C_A(y)$ resulta

$$u_{SS}(t) = W \operatorname{Re} \left\{ \sum_k \sum_l \bar{E}_x^k \sqrt{2} \bar{C}_S^l e^{j\omega t} \int_{y=0}^{\pi d} e^{-j(k+l)y} dy \right\} \quad (89)$$

Pode-se mostrar que a integral será zero quando $k + l \neq 0$ e πd quando $k + l = 0$. Deste modo a equação pode ser reescrita como

$$u_{SS}(t) = \operatorname{Re} \left\{ \sum_k \sqrt{2} \bar{E}_x^k (\bar{C}_S^k)^* e^{j\omega t} W \pi d \right\} \quad (90)$$

Onde, da teoria de Análise Complexa de Fourier

$$\bar{C}_S^{-k} = (\bar{C}_S^k)^* \quad (91)$$

A equação anterior pode ser escrita de forma simplificada como

$$u_{SS}(t) = \operatorname{Re} \{ \sqrt{2} \bar{U}_{SS} e^{j\omega t} \} \quad (92)$$

Onde

$$\bar{U}_{SS} = \sum_k \pi d W \bar{E}_x^k (\bar{C}_S^k)^* \quad (93)$$

Este é o valor eficaz da FEM induzida. Substituindo a expressão de $\bar{E}_x^k$:

$$\bar{U}_{SS} = \sum_k -\pi d W \frac{\omega}{k} (\bar{C}_S^k)^* \quad (94)$$

Substituindo $\bar{B}_Z^k$

$$\bar{U}_{SS} = \sum_k -\pi d W \frac{\omega}{k} j \frac{\mu_0}{gk} \bar{J}_S^k (\bar{C}_S^k)^* \quad (95)$$

Substituindo $\bar{J}_S^k$

$$\bar{U}_{SS} = -\bar{I} \sum_k j \frac{3\pi dW\omega\mu_0}{gk^2} \bar{C}_S^k (\bar{C}_S^k)^* \quad (96)$$

Esta FEM induzida atua no sentido positivo, isto é, ela produz a corrente no enrolamento. Então a equação anterior pode ser escrita como

$$\bar{U}_{SS} = -\bar{I} \bar{Z}_{SS}^k = -\bar{I} \sum_k \bar{Z}_{SS}^k \quad (97)$$

Onde

$$\bar{Z}_{SS}^k = 3j \frac{\pi dW\omega\mu_0}{gk^2} |\bar{C}_S^k|^2 \quad (98)$$

À que pode ser reconhecida como a reatância de magnetização “trifásica” do estator devida ν -ésima componente harmônica do fluxo no entreferro. A impedância completa deve conter as componentes relativas à resistência do enrolamento e as reatâncias de dispersão. Deve-se notar que sendo $|\bar{C}_A^k|^2 = |\bar{C}_B^k|^2 = |\bar{C}_C^k|^2$ a equação de impedância é válida para todas as três fases do estator. Este resultado pode ser estendido para os enrolamentos 1 e 2 como.

$$\boxed{\bar{Z}_{11}^k = 3j \frac{\pi dW\omega\mu_0}{gk^2} |\bar{C}_1^k|^2} \quad (99)$$

$$\boxed{\bar{Z}_{22}^k = 3j \frac{\pi dW\omega\mu_0}{gk^2} |\bar{C}_2^k|^2} \quad (100)$$

$$\boxed{\bar{Z}_{12}^k = 3j \frac{\pi dW\omega\mu_0}{gk^2} \bar{C}_2^k (\bar{C}_1^k)^*} \quad (101)$$

$$\boxed{\bar{Z}_{21}^k = 3j \frac{\pi dW\omega\mu_0}{gk^2} \bar{C}_1^k (\bar{C}_2^k)^*} \quad (102)$$

3.5.2) Campos produzidos pelo Estator no referencial do Rotor

A relação entre as coordenadas do estator e rotor pode ser obtida através da figura 23:

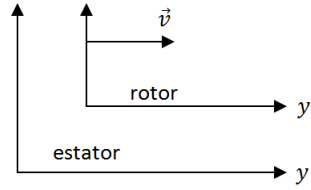


Figura 23 - Coordenadas do Rotor e do Estator

Pela figura vemos que:

$$y = y' + vt \quad (103)$$

Para o ν_k^o harmônico, o escorregamento s^k pode ser escrito como:

$$s^k = \frac{\frac{\omega}{k} - v}{\frac{\omega}{k}} \quad (104)$$

Onde

$$v = (1 - s^k) \frac{\omega}{k} \quad (105)$$

Então

$$y = y' + (1 - s^k) \frac{\omega}{k} t \quad (106)$$

Deste modo, e considerando-se a componente harmônica de ordem ν_k , a equação da densidade de campo magnético pode ser escrita no eixo de referência do rotor como:

$$b_z^k(y', t) = Re \left\{ \sum_k \bar{B}_z^k \sqrt{2} e^{j(s^k \omega t - k y')} \right\} \quad (107)$$

Para a intensidade de campo elétrico tem-se

$$e_x^k(y', t) = Re \left\{ \sum_k \bar{E}_x'^k \sqrt{2} e^{j(s^k \omega t - k y')} \right\} \quad (108)$$

Onde:

$$\bar{E}_x'^k = -\frac{s^k \omega}{k} \bar{B}_z^k \quad (109)$$

3.5.3) FEM induzida em um loop do Rotor

Usando o mesmo procedimento desenvolvido no item (3.5.1) a força eletromotriz induzida no primeiro “loop” do rotor ($n=1$) pelo campo produzido pelo estator pode ser calculada da seguinte maneira

$$u_{RS}(t) = \int_{x=0}^W \int_{y=0}^{\pi d} e_x(y', t) C_{R,n}(y') dy' dx \quad (110)$$

$$u_{RS}(t) = W Re \left\{ \sum_k \sum_l \sqrt{2} \bar{E}'_x^k \bar{C}_R^l e^{js^k \omega t} \int_{y'=0}^{\pi d} e^{-j(k+l)y'} dy' \right\} \quad (111)$$

$$u_{RS}(t) = Re \left\{ \sum_k \sqrt{2} \bar{E}'_x^k (\bar{C}_R^k)^* e^{js^k \omega t} W \pi d \right\} \quad (112)$$

$$u_{RS}(t) = Re \left\{ \sqrt{2} \sum_k \bar{U}_{R,S}^k e^{js^k \omega t} \right\} \quad (113)$$

$$i_{R,n}(t) = Re \left\{ \sum_k \sqrt{2} \bar{I}_R^k e^{js^k \omega t} e^{-jk(n-1)\frac{\pi d}{N_R}} \right\} \quad (114)$$

$$\bar{U}_{RS}^k = -3j \frac{W \omega \mu_0 \pi d}{g k^2} s^k \bar{C}_S^k (\bar{C}_R^k)^* \bar{I} \quad (115)$$

$$\bar{U}_{RS}^k = -\bar{I} \bar{Z}_{RS}^k \quad (116)$$

$$\boxed{\bar{Z}_{RS}^k = 3j \frac{W \omega \mu_0 \pi d}{g k^2} s^k \bar{C}_S^k (\bar{C}_R^k)^*} \quad (117)$$

Para o motor Dahlander podemos escrever

$$\boxed{\bar{Z}_{R1}^k = 3j \frac{W \omega \mu_0 \pi d}{g k^2} s^k \bar{C}_1^k (\bar{C}_R^k)^*} \quad (118)$$

$$\boxed{\bar{Z}_{R2}^k = 3j \frac{W \omega \mu_0 \pi d}{g k^2} s^k \bar{C}_2^k (\bar{C}_R^k)^*} \quad (119)$$

3.6) FEM induzida devido ao Campo do Rotor

3.6.1) Campos do Rotor

A figura 24 apresenta um “loop” típico do rotor com um passo linear γ_R (correspondente a um passo de ranhura), e com corrente i . Aplicando a Lei de Ampère e assumindo que o fluxo total na superfície do rotor é zero, pode-se escrever:

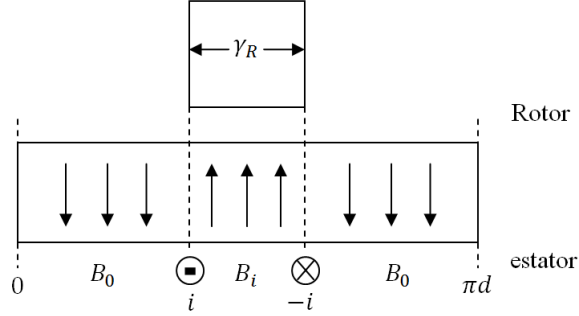


Figura 24 – Primeiro Loop do Rotor ($n=1$)

$$\begin{cases} B_i \gamma_R = B_0 (\pi d - \gamma_R) \\ \frac{B_i g}{\mu_0} + \frac{B_0 g}{\mu_0} = i \end{cases} \quad (120)$$

Obtendo B_0 e B_i são as densidades de fluxo magnético interna e externa ao “loop”:

$$B_0 = \frac{\mu_0 \gamma_R}{\pi d g} i \quad (121)$$

$$B_i = \frac{\mu_0}{g} \left(1 - \frac{\gamma_R}{\pi d} \right) i \quad (122)$$

Assumindo que o “loop” na figura 24 representa o primeiro “loop” do rotor, a ν_k -ésima componente harmônica da corrente pode ser escrita da seguinte maneira:

$$i_R^k(t) = Re \left\{ \sum_k \sqrt{2} \bar{I}_R^k e^{js^k \omega t} \right\} \quad (123)$$

A ν_k -ésima componente harmônica do fluxo magnético que atravessa este loop devido às correntes em todos os loops pode ser expressa como

$$\Phi^k = Re \left\{ \sum_k \sqrt{2} \bar{\Phi}^k e^{js^k \omega t} \right\} \quad (124)$$

Onde

$$\bar{\Phi}^k = \frac{\mu_0}{g} \left(1 - \frac{\gamma_R}{\pi d}\right) \bar{I}_R^k W \gamma_R - \frac{\mu_0 \gamma_R}{\pi d g} \bar{I}_R^k W \gamma_R \sum_{n=1}^{N_R-1} e^{-j \frac{kn\pi d}{N_R}} \quad (125)$$

A equação anterior considera que o loop está concatenado com seu próprio fluxo interno bem como com o fluxo externo de todos os outros loops e pode ser re-escrita como

$$\bar{\Phi}^k = \frac{\mu_0}{g} \bar{I}_R^k W \gamma_R - \frac{\mu_0 \gamma_R}{\pi d g} \bar{I}_R^k W \gamma_R \left[1 + \sum_{n=1}^{N_R-1} e^{-j \frac{kn\pi d}{N_R}} \right] \quad (126)$$

Escrevendo $1 = e^{-jkn\pi d}$ e colocando dentro do somatório:

$$\bar{\Phi}^k = \frac{\mu_0}{g} \bar{I}_R^k W \gamma_R - \frac{\mu_0 \gamma_R}{\pi d g} \bar{I}_R^k W \gamma_R \sum_{n=1}^{N_R} e^{-j \frac{kn\pi d}{N_R}} \quad (127)$$

Podemos mostrar que o somatório é nulo, logo:

$$\bar{\Phi}^k = \frac{\mu_0}{g} \bar{I}_R^k W \gamma_R \quad (128)$$

A FEM induzida por este fluxo pode ser calculada por

$$u_{R,R}^k(t) = -\frac{d\Phi^k}{dt} = \text{Re} \left\{ \sum_k \sqrt{2} \bar{U}_{RR}^k e^{js^k \omega t} \right\} \quad (129)$$

Onde

$$\bar{U}_{RR}^k = -j \frac{\mu_0}{g} W \gamma_R s^k \omega \bar{I}_R^k \quad (130)$$

A equação anterior define a ν_k -ésima componente harmônica da impedância própria do rotor:

$$\bar{Z}_{R,R}^k = j \frac{\mu_0}{g} W \gamma_R s^k \omega \quad (131)$$

Esta impedância é calculada levando-se em consideração apenas o fluxo que atravessa o entreferro. A impedância completa deverá levar também em consideração a resistência das barras e dos anéis de curto bem como os fluxos de dispersão conforme mostrado abaixo.

$$\boxed{\bar{Z}_{R,R}^k = j \frac{\mu_0}{g} W \gamma_R s^k \omega + \frac{\gamma_R \pi d}{N_R} (R_{br}^k + jX_{br}^k) + 2 \cdot (r_b + jx_b) \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{k\pi d}{N_R}\right)\right)} \quad (132)$$

Onde r_b e x_b são a resistência e reatância de dispersão de uma barra do rotor e R_{br}^k e X_{br}^k são a resistência e reatância do anel de curto. Todas essas grandezas devem ser corrigidas para considerar o efeito pelicular.

3.6.2) FEM induzida em uma fase do enrolamento de estator

Usando a mesma análise que para o estator, o campo magnético no entreferro, estabelecido pela densidade de corrente no rotor pode ser escrito como

$$b_R^k(y', t) = Re \left\{ \sum_q \sqrt{2} \bar{B}_R^k e^{j \left(s^k \omega_1 t - \left(k - \frac{2qN_R}{d} \right) y' \right)} \right\} \quad (133)$$

Onde

$$\bar{B}_R^k = j \frac{\mu_0}{\left(k - \frac{2qN_R}{d} \right) g} \bar{J}_R^k \quad (134)$$

Estes campos podem ser escritos no eixo de referência do estator como

$$b_R^k(y, t) = Re \left\{ \sum_q \sqrt{2} \bar{B}_R^k e^{j \left((\omega_1 - qN_R \omega_r) t - \left(k - \frac{2qN_R}{d} \right) y \right)} \right\} \quad (135)$$

Valores de q diferentes de zero correspondem aos harmônicos de ranhura do rotor correspondentes ao v_k -ésimo componente harmônico de campo produzido pelo estator

O campo elétrico pode ser calculado pela aplicação da Lei de Faraday e é dado por

$$e_R^k(y, t) = Re \left\{ \sum_k \sqrt{2} \bar{E}_R^k e^{j \left((\omega_1 - qN_R \omega_r) t - \left(k - \frac{2qN_R}{d} \right) y \right)} \right\} \quad (136)$$

Onde

$$\bar{E}_R^k = - \frac{(\omega - qN_R \omega_r)}{\left(k - \frac{2qN_R}{d} \right)} \bar{B}_R^k \quad (137)$$

A equação de $e_R^k(y, t)$ mostra que FEMs de frequências diferentes da fundamental também poderão ser induzidas no estator. Estas FEMs serão desconsideradas neste trabalho, ou seja, só consideraremos os casos onde $q=0$. A v_k -ésima componente harmônica da fem induzida na fase A do enrolamento 1 é dada por

$$u_{1,R}^k(t) = Re \{ \sqrt{2} \bar{U}_{1,R}^k e^{j\omega t} \} \quad (138)$$

$$\bar{U}_{1,R}^k = -N_R j \frac{W \omega \mu_0 \pi d}{g k^2} (\bar{C}_{S1}^k)^* \bar{C}_R^k \quad (139)$$

A impedância de acoplamento é dada por

$$\boxed{\bar{Z}_{1,R}^k = N_R j \frac{W \omega \mu_0 \pi d}{g k^2} (\bar{C}_S^k)^* \bar{C}_R^k} \quad (140)$$

Esta é a impedância de acoplamento entre a fase A do enrolamento 1 e o rotor e leva em consideração a corrente circulando em todas as barras do rotor.

Por analogia, pode-se escrever para o enrolamento 2

$$u_{2,R}^k(t) = \text{Re}\{\sqrt{2}\bar{U}_{2,R}^k e^{j\omega t}\} \quad (141)$$

$$\bar{U}_{2,R}^k = -N_R j \frac{W\omega\mu_0\pi d}{gk^2} (\bar{C}_{S2}^k)^* \bar{C}_R^k \quad (142)$$

A impedância de acoplamento é dada por

$$\boxed{\bar{Z}_{2,R}^k = N_R j \frac{W\omega\mu_0\pi d}{gk^2} (\bar{C}_{S2}^k)^* \bar{C}_R^k} \quad (143)$$

3.7) Equações de Balanço de Tensão

Uma vez definidas todas as impedâncias de acoplamento, o motor pode ser representado por equações que relacionam a queda de tensão nos diversos circuitos com as tensões terminais dos enrolamentos

$$\begin{cases} \bar{V}_1 = \bar{I}_1 \left(r_1 + jx_{l1} + \sum_k \bar{Z}_{11}^k \right) + \sum_k \bar{Z}_{12}^k \bar{I}_2 + \sum_k \bar{Z}_{1R}^k \bar{I}_R^k \\ \bar{V}_2 = \bar{I}_2 \left(r_2 + jx_{l2} + \sum_k \bar{Z}_{22}^k \right) + \sum_k \bar{Z}_{21}^k \bar{I}_1 + \sum_k \bar{Z}_{2R}^k \bar{I}_R^k \\ 0^k = \bar{I}_1 \bar{Z}_{R1}^k + \bar{I}_2 \bar{Z}_{R2}^k + \bar{I}_R^k \bar{Z}_{RR}^k \end{cases} \quad (144)$$

Substituindo a corrente do rotor nas equações do estator resulta:

$$\begin{cases} \bar{V}_1 = \left(r_1 + jx_{l1} + \sum_k \left(\bar{Z}_{11}^k - \frac{\bar{Z}_{1R}^k \cdot \bar{Z}_{R1}^k}{\bar{Z}_{RR}^k} \right) \right) \bar{I}_1 + \sum_k \left(\bar{Z}_{12}^k - \frac{\bar{Z}_{1R}^k \cdot \bar{Z}_{R2}^k}{\bar{Z}_{RR}^k} \right) \bar{I}_2 \\ \bar{V}_2 = \sum_k \left(\bar{Z}_{21}^k - \frac{\bar{Z}_{2R}^k \cdot \bar{Z}_{R1}^k}{\bar{Z}_{RR}^k} \right) \bar{I}_1 + \left(r_2 + jx_{l2} + \sum_k \left(\bar{Z}_{22}^k - \frac{\bar{Z}_{2R}^k \cdot \bar{Z}_{R2}^k}{\bar{Z}_{RR}^k} \right) \right) \bar{I}_2 \end{cases} \quad (145)$$

Ou

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{Z}_1 & \bar{M}_{12} \\ \bar{M}_{21} & \bar{Z}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{pmatrix} \quad (146)$$

$$(\bar{V})_{12} = (\bar{Z})_{12} (\bar{I})_{12} \quad (147)$$

3.8) Tipo de ligação entre enrolamentos

Neste ponto definimos o tipo de ligação entre os enrolamentos 1 e 2 e conseqüentemente o número de pólos a ser estabelecido no estator da máquina.

Ligação Delta-Série

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{pmatrix} = C \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} (\bar{V}) \quad (148)$$

$$\begin{pmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{pmatrix} = C \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix} (\bar{I}) \cdot e^{-j\frac{\pi}{6}} \quad (149)$$

Ligação Delta-Paralelo

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{pmatrix} = C \cdot (\bar{V}) \quad (150)$$

$$\begin{pmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{pmatrix} = C \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2\sqrt{3} \end{pmatrix} (\bar{I}) \cdot e^{-j\frac{\pi}{6}} \quad (151)$$

Ligação Estrela-Série

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{pmatrix} = C \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2\sqrt{3} \end{pmatrix} (\bar{V}) \cdot e^{j\frac{\pi}{6}} \quad (152)$$

$$\begin{pmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{pmatrix} = C \cdot (\bar{I}) \quad (153)$$

Ligação Estrela-Paralelo

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \end{pmatrix} = C \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix} (\bar{V}) \cdot e^{j\frac{\pi}{6}} \quad (154)$$

$$\begin{pmatrix} \bar{I}_1 \\ \bar{I}_2 \end{pmatrix} = C \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} (\bar{I}) \quad (155)$$

- Maior número de pólos: $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- Menor número de pólos: $C = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

Deste modo, uma vez definida a conexão entre os enrolamentos 1 e 2 pode-se calcular suas correntes por:

$$(\bar{V})_{12} = C \cdot a \cdot (\bar{V}) \text{ e } (\bar{I})_{12} = C \cdot b \cdot (\bar{I}) \quad (156)$$

Substituindo as equações ((156) na equação ((147)

$$(\bar{I}) = [C^T (\bar{Z})_{12} C]^{-1} \cdot (C^T C) \cdot \begin{pmatrix} a/b \end{pmatrix} \cdot (\bar{V}) \quad (157)$$

Os fatores a e b que relacionam as grandezas de fase com as grandezas de linha para cada tipo de ligação entre os enrolamentos 1 e 2 estão resumidos na tabela 1

Tabela 1 - Fatores que relacionam grandezas de linha com grandezas de fase

ligação	Delta-Série	Delta-Paralelo	Estrela-Série	Estrela-Paralelo
a	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2\sqrt{3}} \cdot e^{j\frac{\pi}{6}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot e^{j\frac{\pi}{6}}$
b	$\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot e^{-j\frac{\pi}{6}}$	$\frac{1}{2\sqrt{3}} \cdot e^{-j\frac{\pi}{6}}$	1	$\frac{1}{2}$

3.9) Conjugado

O Conjugado aplicado ao rotor da máquina pode ser calculado por

$$T_r = \frac{d}{2} W \int_0^{\pi d} j_x(y, t) b_z(y, t) dy \quad (158)$$

Onde W é o comprimento axial da máquina

Pode-se mostrar que só há produção de conjugado na interação entre corrente no estator X fluxo produzido pelo rotor ou corrente do rotor X fluxo produzido pelo estator. Trabalhando com o fluxo produzido pelo rotor e a corrente do estator, e usando o eixo de referência do estator, tem-se:

$$j_x(y, t) = j_1(y, t) + j_2(y, t) \quad (159)$$

$$b_z(y, t) = b_R(y, t) \quad (160)$$

Substituindo na equação (158), pode-se escrever

$$T_r = \frac{d}{2} W \int_0^{\pi d} \left[\operatorname{Re} \left\{ \sum_k \bar{J}_1^k \sqrt{2} e^{j(\omega t - ky)} \right\} \operatorname{Re} \left\{ \sum_k \bar{B}_R^l \sqrt{2} e^{j\left((\omega - qN_r\omega_r)t - \left(l - \frac{2}{d}qN_r\right)y\right)} \right\} \right. \\ \left. + \operatorname{Re} \left\{ \sum_k \bar{J}_2^k \sqrt{2} e^{j(\omega t - ky)} \right\} \operatorname{Re} \left\{ \sum_k \bar{B}_R^l \sqrt{2} e^{j\left((\omega - qN_r\omega_r)t - \left(l - \frac{2}{d}qN_r\right)y\right)} \right\} \right] dy \quad (161)$$

Lembrando que

$$\operatorname{Re}[\bar{A}] = \frac{1}{2} [\bar{A} + \bar{A}^*] \quad (162)$$

Pode-se reescrever a equação como:

$$T_r = \frac{d}{2} W \int_0^{\pi d} \left[\begin{aligned} & Re \left\{ \sum_k \sum_l \bar{J}_1^k \bar{B}_R^l e^{j\omega t} e^{j(\omega - qN_r\omega_r)t} e^{-j(k+l-\frac{2}{d}qN_r)y} \right\} & (i) \\ & + Re \left\{ \sum_k \sum_l (\bar{J}_1^k)^* \bar{B}_R^l e^{-j\omega t} e^{j(\omega - qN_r\omega_r)t} e^{j(k-l-\frac{2}{d}qN_r)y} \right\} & (ii) \\ & + Re \left\{ \sum_k \sum_l \bar{J}_2^k \bar{B}_R^l e^{j\omega t} e^{j(\omega - qN_r\omega_r)t} e^{-j(k+l-\frac{2}{d}qN_r)y} \right\} & (iii) \\ & + Re \left\{ \sum_k \sum_l (\bar{J}_2^k)^* \bar{B}_R^l e^{-j\omega t} e^{j(\omega - qN_r\omega_r)t} e^{j(k+l-\frac{2}{d}qN_r)y} \right\} & (iv) \end{aligned} \right] dy \quad (163)$$

Visando simplificar a análise, serão adotadas aqui as seguintes premissas:

- 1 – Serão desprezados os conjugados pulsantes.
- 2 – Serão desprezados os conjugados que só acontecem em velocidades específicas.

Os termos (i) e (iii) só resultarão em uma integral não nula se $k + l - \frac{2}{d}qN_r = 0$.

Neste caso um conjugado contínuo (não pulsante) só acontecerá para a velocidade:

$$\omega_r = \frac{2\omega}{v_k + v_l} \quad (164)$$

Deste modo, de acordo com a premissa 2, este termo será desprezado.

Os termos (ii) e (iv) resultarão em uma integral não nula se $k + l - \frac{2}{d}qN_r = 0$. Além disto, um conjugado não pulsante só será produzido se $q = 0$ ou $\omega_r = 0$. Para o caso em que $q = 0$, a integral resultará:

$$\left[Re \left\{ \sum_k (\bar{J}_1^k)^* \bar{B}_R^k \right\} + Re \left\{ \sum_k (\bar{J}_2^k)^* \bar{B}_R^k \right\} \right] \pi d \quad (165)$$

Resultando na expressão para o conjugado

$$T_r = Re \left\{ \sum_k j \frac{9\pi d^2 W \mu_0}{2gk} ((\bar{C}_1^k)^* \bar{C}_R^k (\bar{I}_1)^* \bar{I}_R^k + (\bar{C}_2^k)^* \bar{C}_R^k (\bar{I}_2)^* \bar{I}_R^k) \right\} \quad (166)$$

Capítulo 4 Aplicação do Modelo Desenvolvido

A máquina sob análise é um motor de indução com conexão Dahlander. Nas tabelas 2, 3 e 4 são apresentadas todas as características construtivas da máquina, bem como alguns parâmetros elétricos.

Tabela 2 - Dados Gerais do Motor

Número de polos	2/4
Conexão	delta série / estrela dupla
Frequência de operação (f)	60Hz
Diâmetro médio do entreferro(d)	55,55 mm

Tabela 3 - Dados do Estator da Máquina

Tensão de fase do estator (Vs)	220 V
Disposição do enrolamento nas ranhuras	em dupla camada
Número de ranhuras(Ns)	24
Passo das bobinas	6 ranhuras
Abertura da ranhura(bs)	2,14 mm
Nºde espiras/nºpólos/nºfases (N)	90
Comprimento radial do entreferro(g)	0,14mm
Comprimento axial da máquina(W)	50 mm
Resistência do enrolamento do estator($r_{S1} = r_{S2}$)	1,761 Ω
Indutância de dispersão do enrolamento do estator($x_{S1} = x_{S2}$)	0,02418 H

Tabela 4 - Dados do Rotor da Máquina

Tipo do rotor	gaiola de esquilo simples
Número de barras(Nr)	18
Abertura da ranhura (br)	0,00000212 mm (fechada)
Resistência do anel de curto (Rbr)	0,000055272 Ω
Resistência da barra (rb)	0,000017953 Ω
Indutância do anel de curto (Xbr)	0.00000115 H
Reatância da barra (xb) ²	0.00000057 H

4.1) Distribuição de Densidade de Condutores no Estator

O estator da máquina está representado na figura 25, cada fase com uma cor diferente.

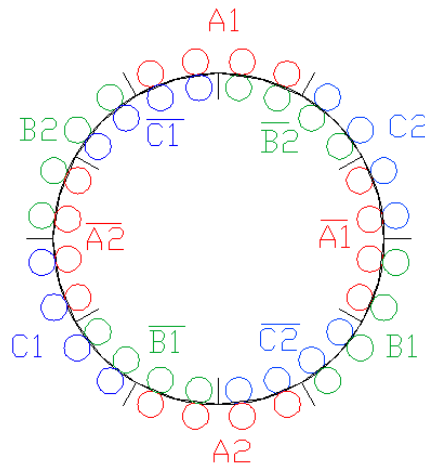


Figura 25 - Estator de um Motor de indução Dahlander 2 ou 4 pólos

A primeira simulação a ser feita é a distribuição de condutores do estator. Nessa simulação estaremos verificando se as fases estão posicionadas corretamente, defasadas igualmente umas das outras, se o passo das bobinas é aquele que está definido no início do programa, bem como o número de condutores em cada ranhura. Podemos então utilizar o algoritmo A do apêndice considerando as características originais da máquina. A fim de facilitar a observação no gráfico será plotado em vez da distribuição de densidade de condutores ($C(y)$), que é um número decimal, o número de condutores por ranhura ($C(y) \times b_s$), já que o mesmo é um número inteiro. Nas figuras 26 e 27 temos o gráfico simulado da distribuição de condutores do estator para os enrolamentos 1 e 2 respectivamente.

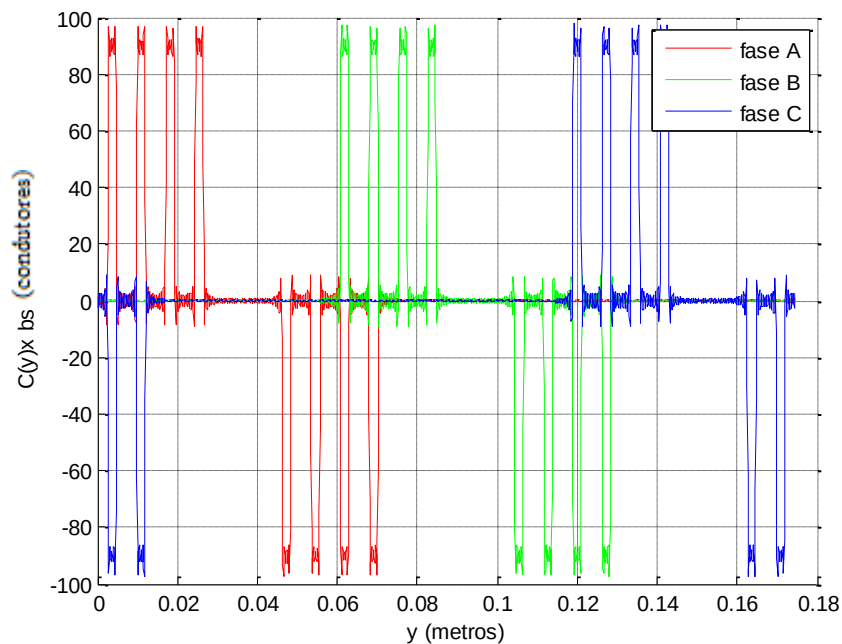


Figura 26 - Distribuição de condutores para enrolamento 1

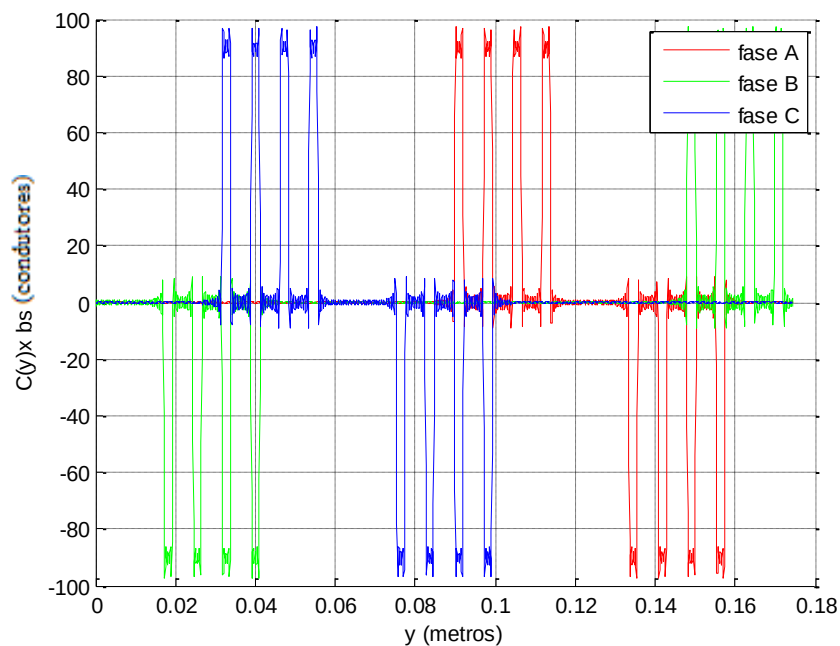


Figura 27 – Distribuição de condutores para o enrolamento 2

Como podemos ver pelas figuras 26 e 27, as bobinas das fases em cada enrolamento trifásico estão defasadas de 120° elétricos. A distância entre os lados de uma mesma bobina é de 6 ranhuras, correspondendo ao passo definido. Observe pelos gráficos acima que o número de condutores por ranhura é obtido corretamente, 90 espiras por ranhura.

4.2) Distribuição de Densidade de Condutores no Rotor

O rotor do motor de indução é semelhante a uma gaiola de esquilo, e no desenvolvimento do capítulo 3 o rotor foi tratado com sendo formado por vários “loops”, sendo assim, a distribuição de densidade de condutores do rotor será obtida para o primeiro loop ($n=1$). Cada um desses loops é formado por duas barras de ranhuras adjacentes interligadas em suas extremidades por dois segmentos dos anéis de curto. Assim como foi feito no estator, no rotor, iremos plotar o número de espiras por ranhura ($C(y) \times b_r$) em vez da distribuição de densidade de condutores ($C(y)$), já que se trata de um número. Na figura 28 temos representado o gráfico da distribuição de condutores para o primeiro loop do rotor .

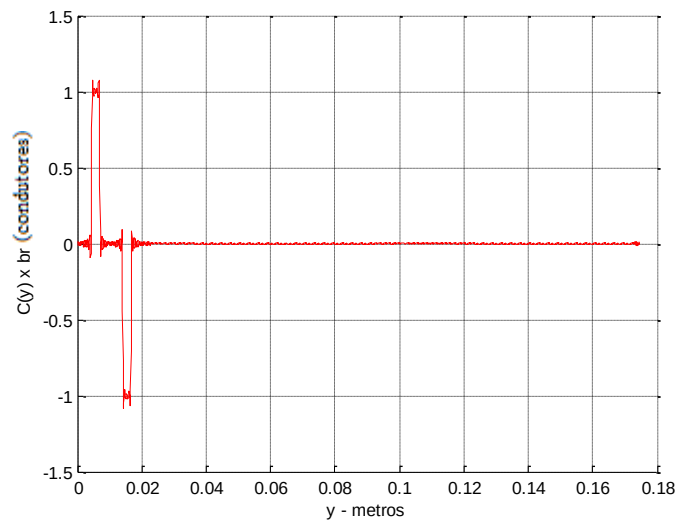
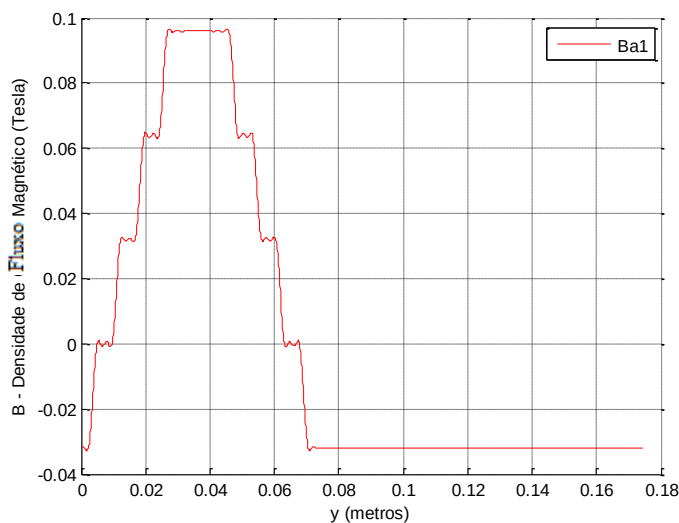


Figura 28 - Distribuição de Condutores para o primeiro loop do Rotor

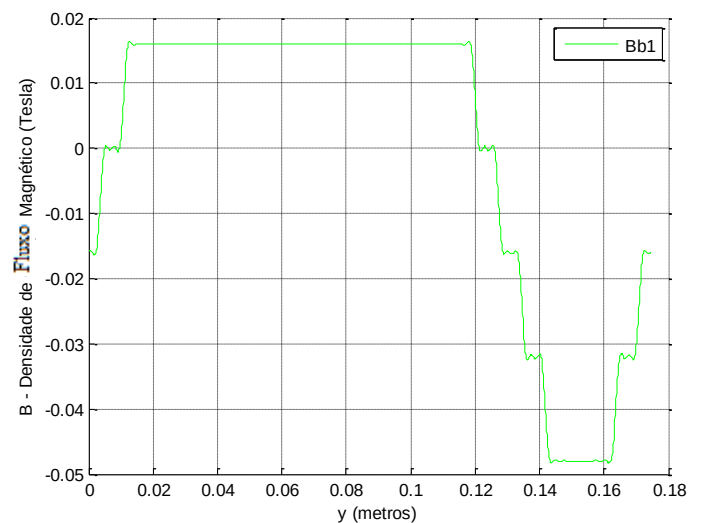
Pelo gráfico da figura 28 vemos que o programa calcula corretamente. Observe pela figura que para um loop existem duas barras adjacentes uma delas está entrando na ranhura e a outra saindo pela ranhura seguinte.

4.3) Campo Magnético devido a um Enrolamento Trifásico de Estator

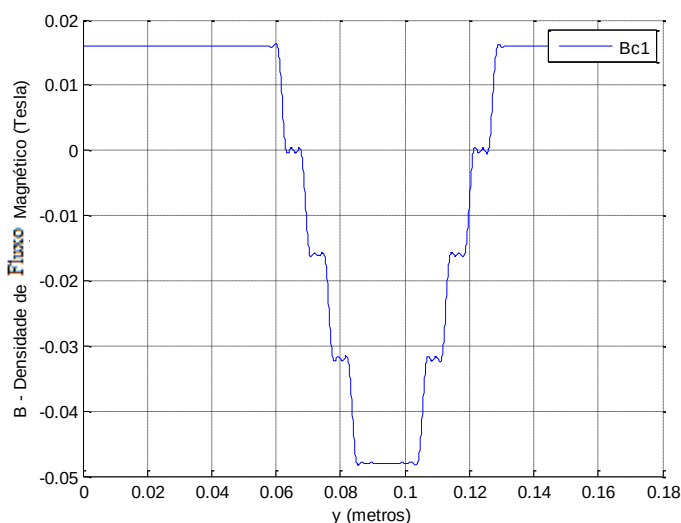
Como foi desenvolvido no capítulo 3, o motor Dahlander é constituído de dois enrolamentos trifásicos, com isto foi mostrado matematicamente que os componentes harmônicos de Campo Magnético múltiplos de 3 se anulam. Podemos mostrar que isso é verdade usando o algoritmo C em anexo. Este programa calcula a soma dos campos produzidos por cada fase considerando todos os harmônicos e calcula também o campo resultante através das equações 77 e 80. Na figura 29 temos os campos produzidos por cada fase e o campo produzido pelo enrolamento trifásico para um instante de tempo ($t = 0$). As correntes foram definidas nas equações 59, 60 e 61, logo $I_A = I_{max}$ e $I_B = I_C = -0,5I_{max}$.



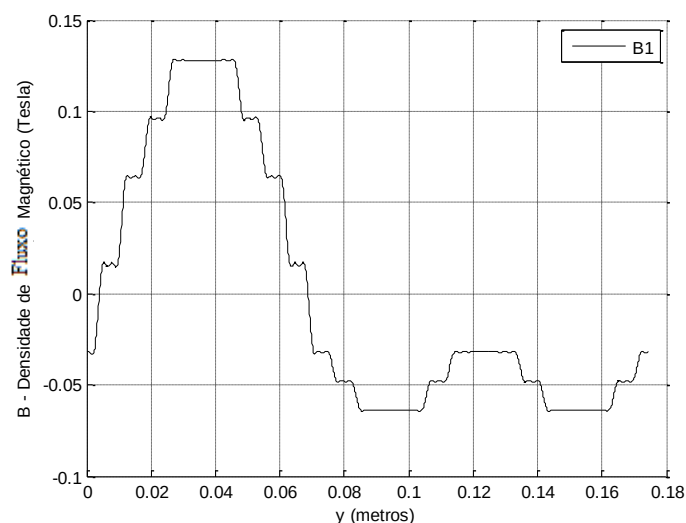
(a) Campo produzido pela fase A



(b) Campo produzido pela fase B



(c) Campo produzido pela fase C

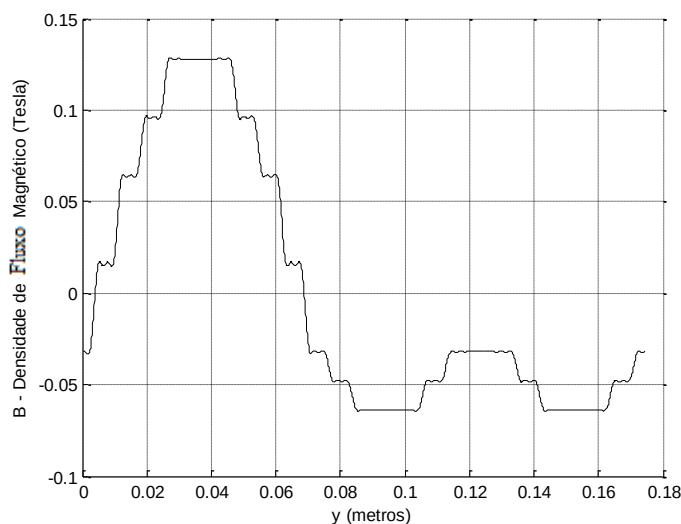


(d) Campo resultante da soma das três fases "B1"

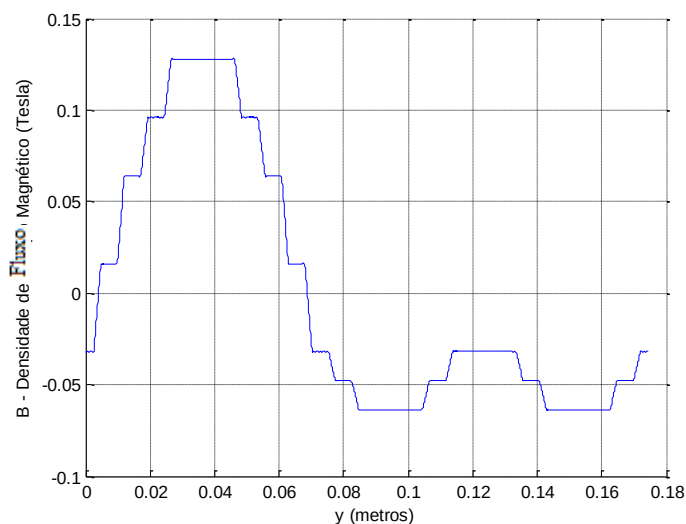
Figura 29 - Campos Magnéticos produzido por cada fase e o campo trifásico

Observe que o campo devido ao enrolamento trifásico está representado na cor preto (B1) é obtido pela soma do campo produzido por cada fase para $t = 0$.

Conforme apresentado na seção (3.3.1), ao somar os campos magnéticos produzidos por cada fase de um dos enrolamentos trifásicos o campo resultante não produzirá harmônicas triplas. De modo a validar este desenvolvimento, a figura 30 apresenta as distribuições de campo magnético no entreferro obtidas através da soma das contribuições de cada fase na cor preto e aquela obtida utilizando as equações 77 e 80 na cor azul.



(a) Campo produzido pela soma

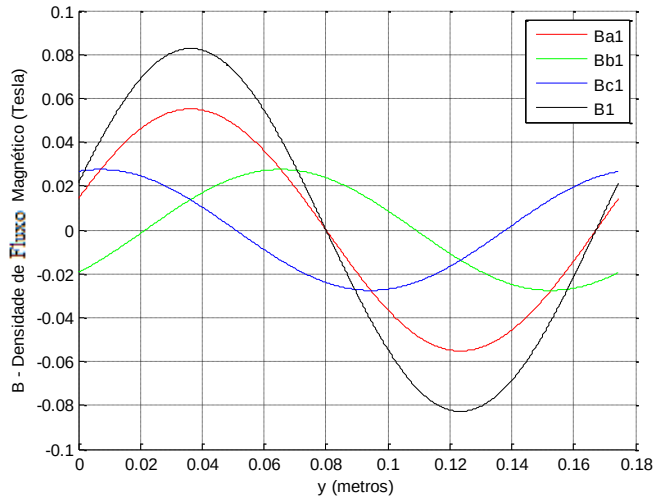


(b) Campo produzido (sem considerar os tripos)

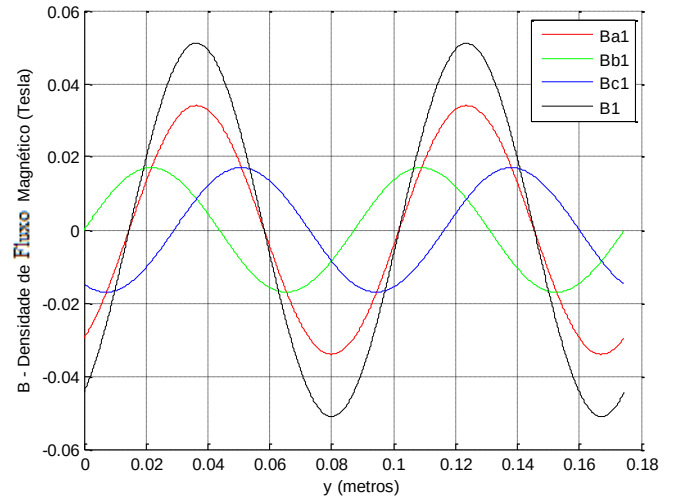
Figura 30 - Campo Magnético produzido pelo enrolamento 1

Pelos gráficos anteriores vemos que harmônicos múltiplos de 3 não precisam ser considerados no cálculo do campo magnético, no entanto para se obter a distribuição de condutores eles não podem ser desprezados.

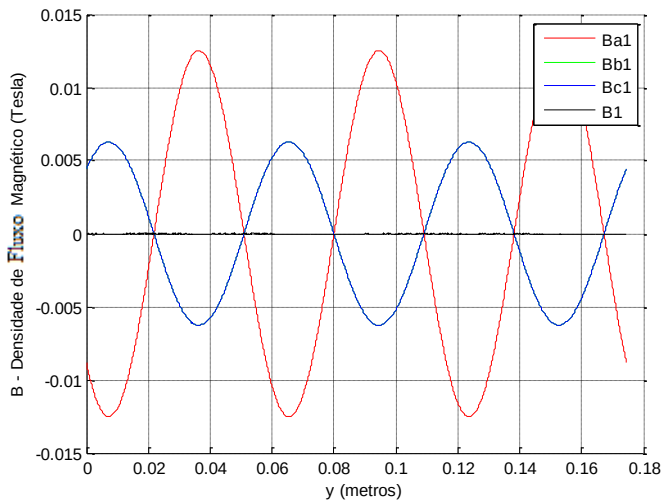
Podemos ainda calcular cada componente harmônica de campo magnético no entreferro e comprovar que os componentes harmônicos de campo múltiplos de 3 se anulam. Na figura 31 temos a simulação para cada componente harmônico de campo no entreferro, para cada fase e devido às três fases para um instante de tempo ($t = 0$).



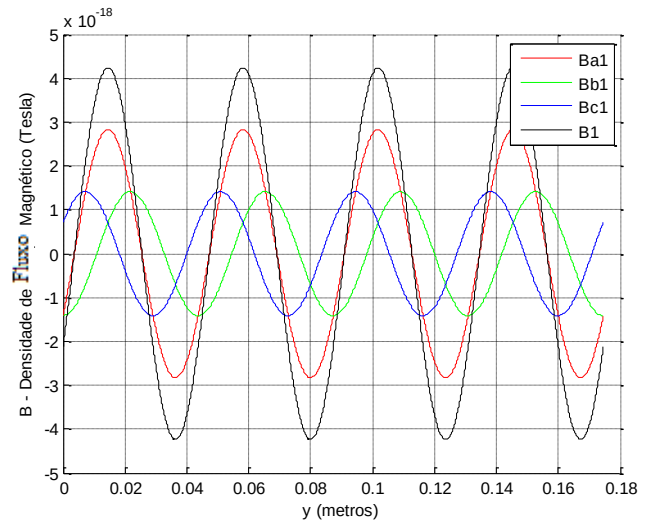
(a) Fundamental



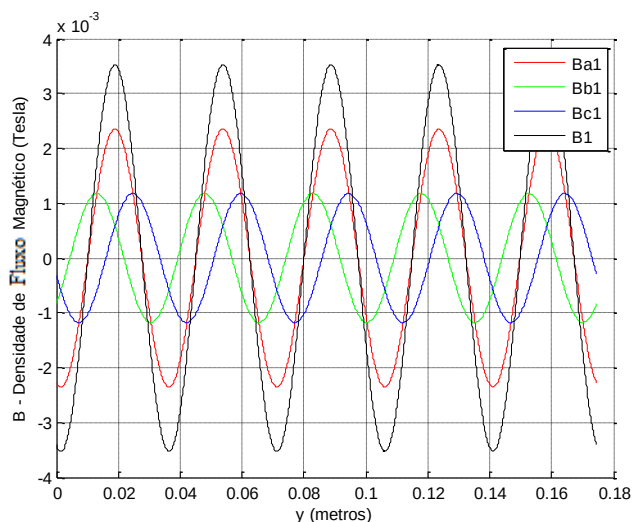
(b) 2º harmônico



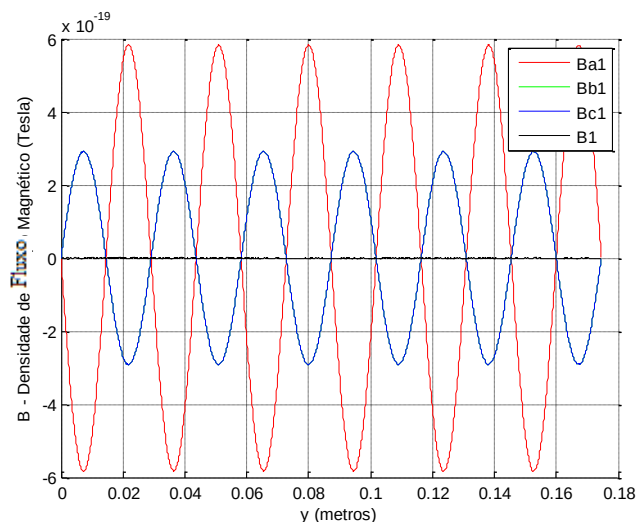
(c) 3º harmônico



(d) 4º harmônico



(e) 5º harmônico



(f) 6º harmônico

Figura 31 - Campos Magnéticos para cada componente harmônico

Observe que o campo resultante é a soma dos campos de cada fase. Para os harmônicos múltiplos de 3 a soma do campo produzido pelas três fases é nulo resultado este que comprova o desenvolvimento matemático feito anteriormente.

4.4) Composição dos campos

No motor Dahlander, a composição dos campos dos enrolamentos trifásicos (1 e 2) se dará de acordo com a alimentação destes enrolamentos.

Observe na figura 32 que se a tensão aplicada em ambos os enrolamentos tem o mesmo sentido, as correntes também terão o mesmo sentido. Ao somar os campos dos dois enrolamentos o campo resultante produz 4 pólos como mostrado na figura.

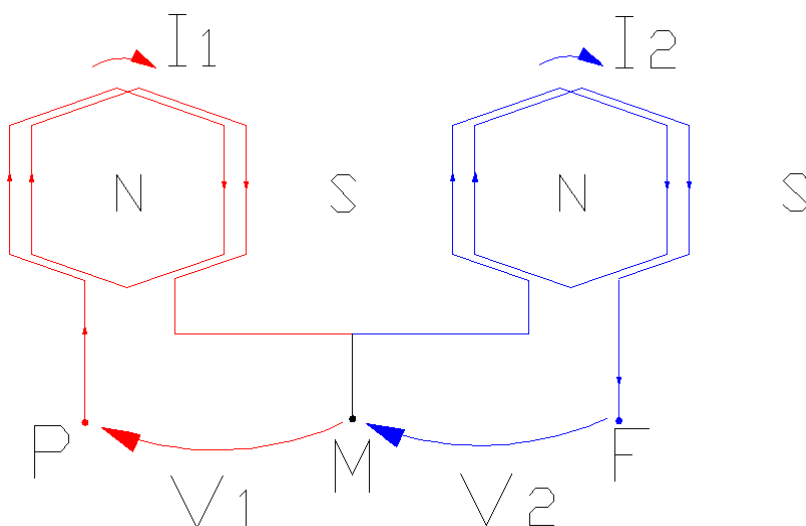


Figura 32 – Tensão aplicada aos enrolamentos no mesmo sentido

Na figura 33 observe que quando as tensões aplicadas aos enrolamentos são de sentidos contrários a corrente em um enrolamento se inverte e com isto o campo devido a este

enrolamento fica defasado de 180° . Ao somar os campos dos dois enrolamentos o campo resultante produz apenas 2 pólos como mostrado na figura.

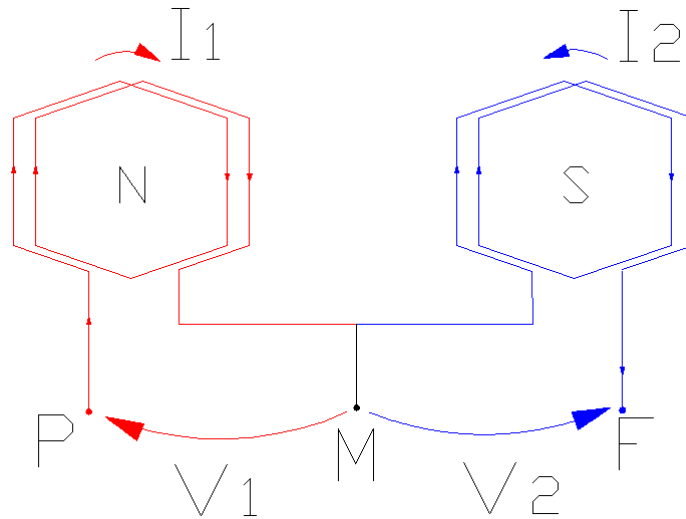
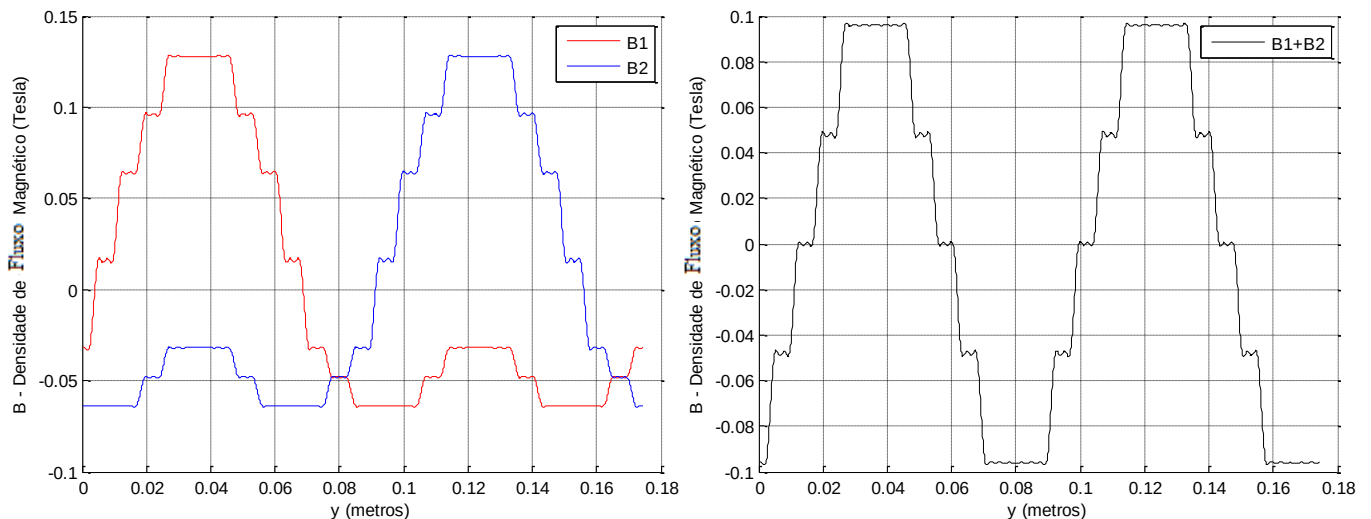


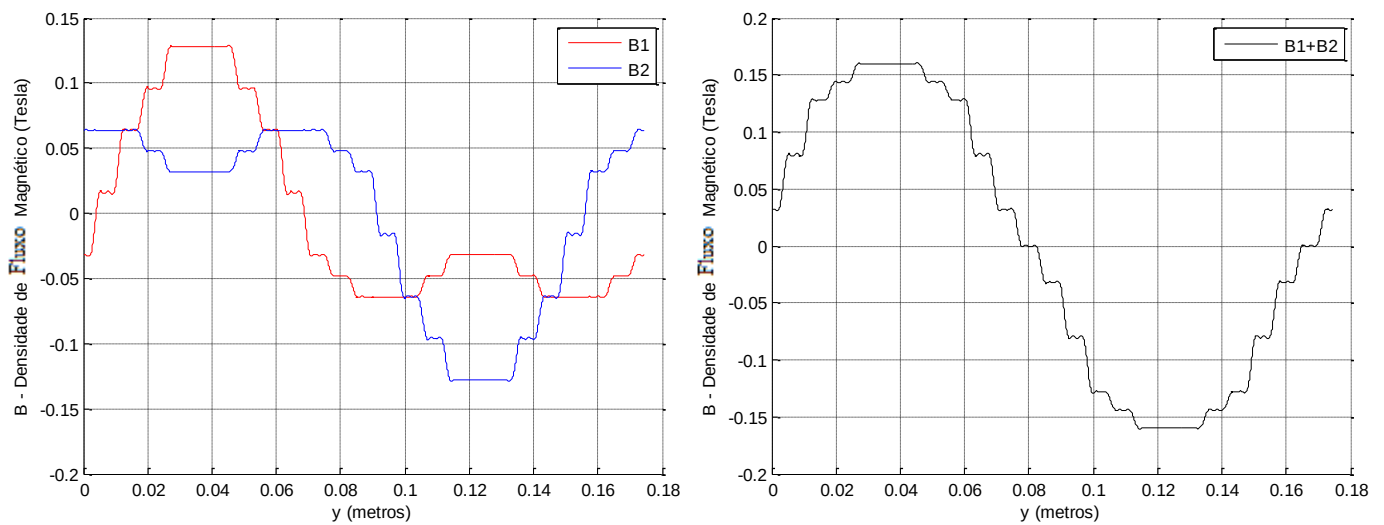
Figura 33 - Tensão aplicada aos enrolamentos em sentidos contrários

Utilizando ainda o algoritmo C em anexo, obtemos o gráfico do campo magnético produzido por cada enrolamento trifásico e obtemos o campo resultante produzido por ambos os enrolamentos de estator, considerando os dois tipos de alimentação citados anteriormente para um instante de tempo $t = 0$.

Na figura 34 temos o resultado dessa simulação descrita.



(a) Tensão aplicada no mesmo sentido em ambos os enrolamentos (4pólos)

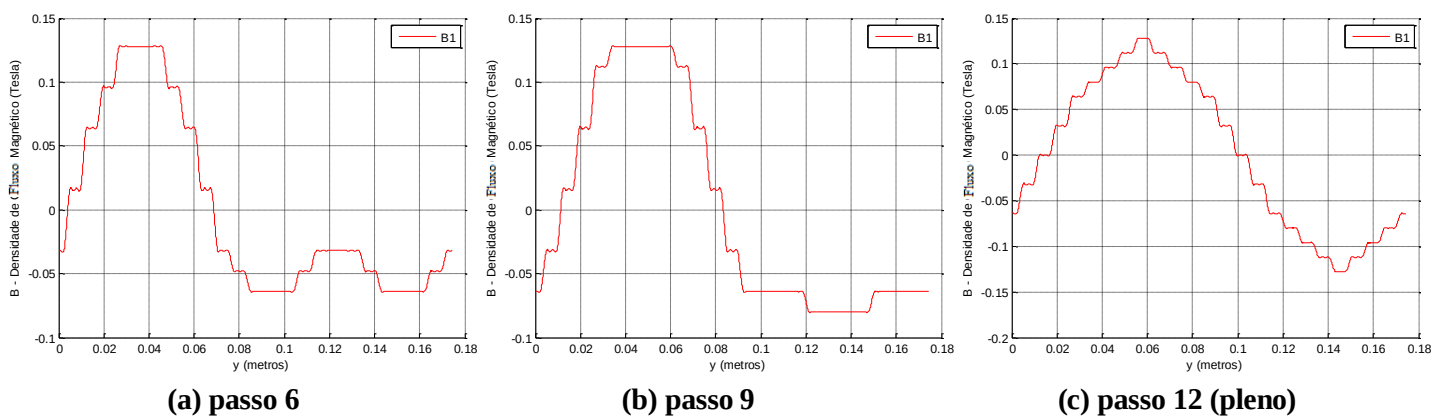


(b) Tensão aplicada em sentido contrário em um dos enrolamentos (2 pólos)

Figura 34 – Composição dos Campos para a formação dos pólos

O campo produzido por um único enrolamento trifásico apresenta uma forma não simétrica em relação à origem. Cada enrolamento trifásico isoladamente é um enrolamento trifásico convencional de passo encurtado. O encurtamento do passo é que faz a curva de campo magnético ser distorcida.

Na figura 35 temos a forma do campo magnético produzido apenas pelo enrolamento trifásico 1, quando este possui passo 6, 9 e 12(pleno). Na medida em que o passo vai sendo encurtado, o campo magnético vai cada vez mais perdendo sua simetria, no entanto o valor de máximo não se altera.



(a) passo 6

(b) passo 9

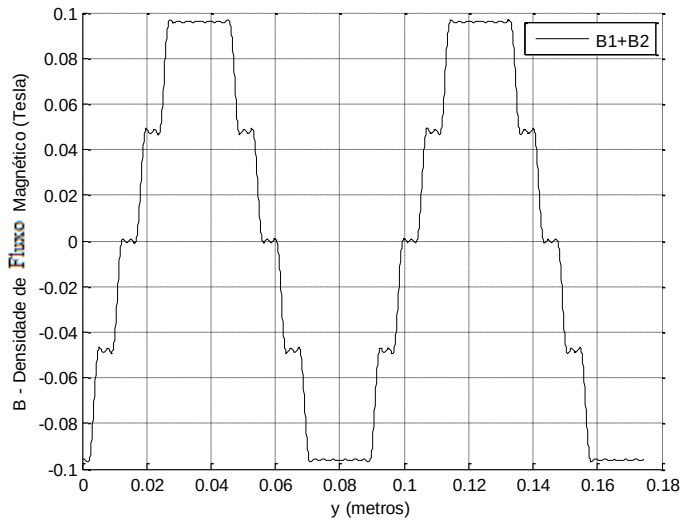
(c) passo 12 (pleno)

Figura 35 - Campo Magnético do enrolamento 1 variando o passo das bobinas

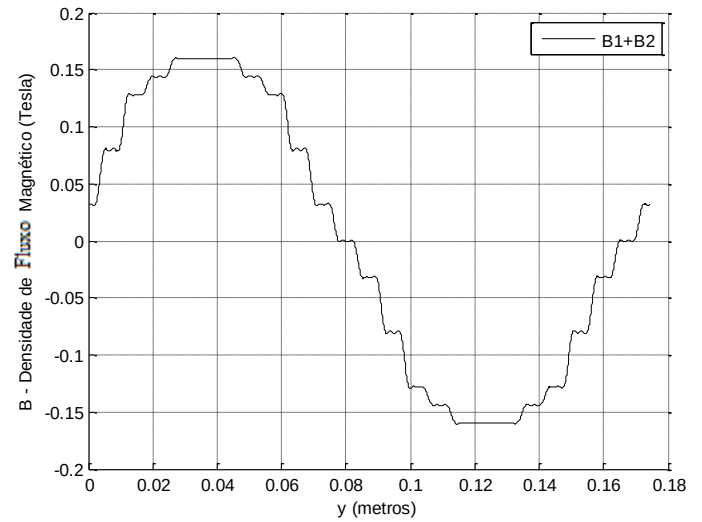
O campo magnético no entreferro desta máquina apresenta grande conteúdo harmônico isto causa uma variação na sua forma de onda ao longo do tempo. A onda de campo se desloca no entreferro variando sua forma.

Utilizando ainda o algoritmo C, obteremos da simulação os campos de entreferro para as duas polaridades da máquina. Na figura 36 temos o resultado desta simulação variando os instantes de tempo para $t = 0; 0,125; 0,250; 0,325$ e $0,500$ (em fração do período T de campo).

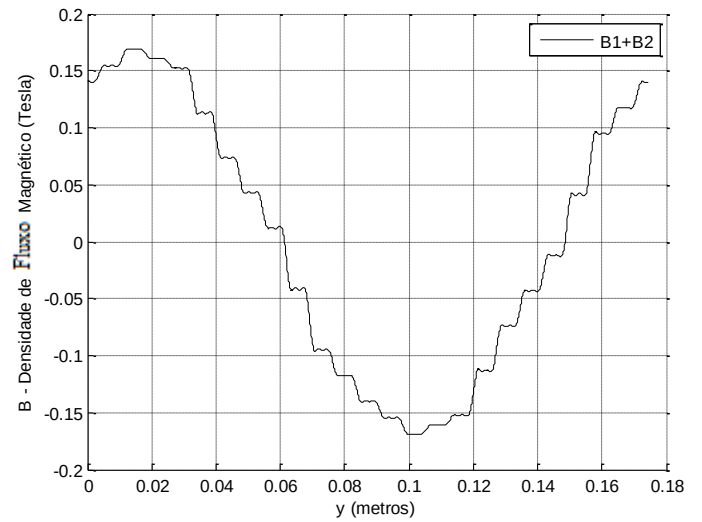
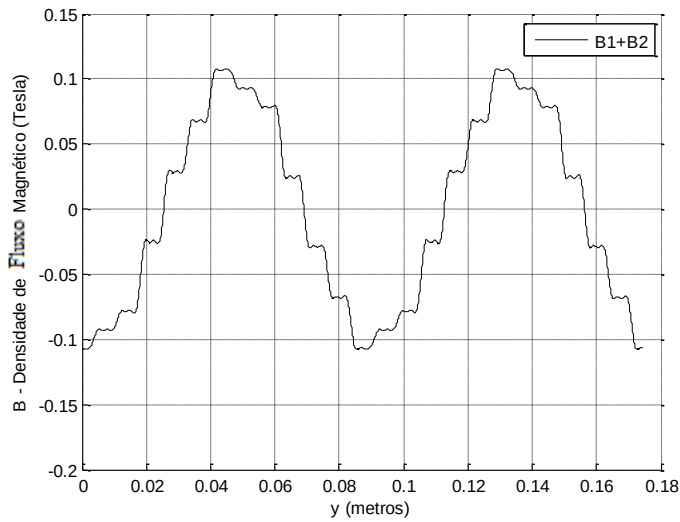
Observe pela figura 36 que embora a forma de onda do campo magnético de entreferro varie ao longo do tempo sempre a composição do campo ocorre da forma descrita anteriormente resultando em 2 ou 4 pólos dependendo da alimentação dos enrolamentos

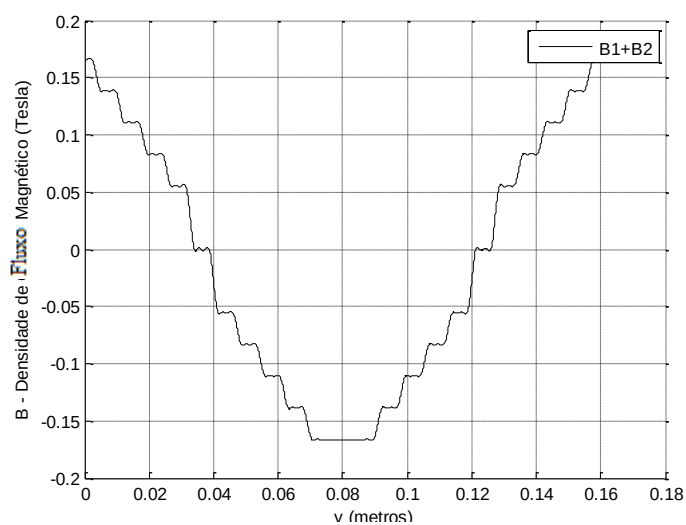
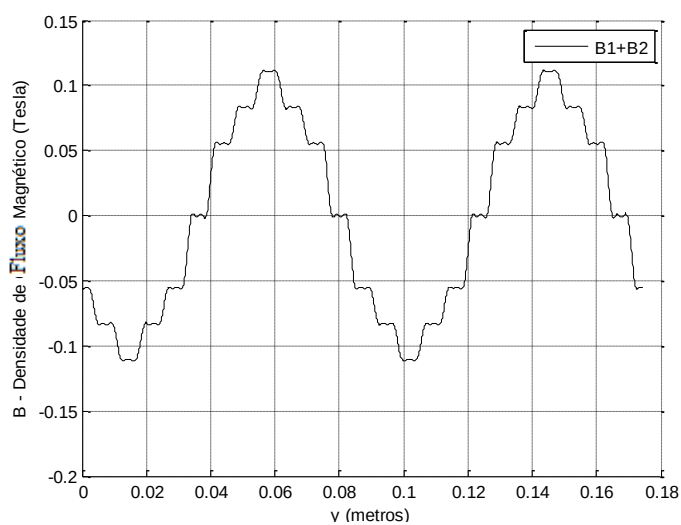


(a) $t = 0$

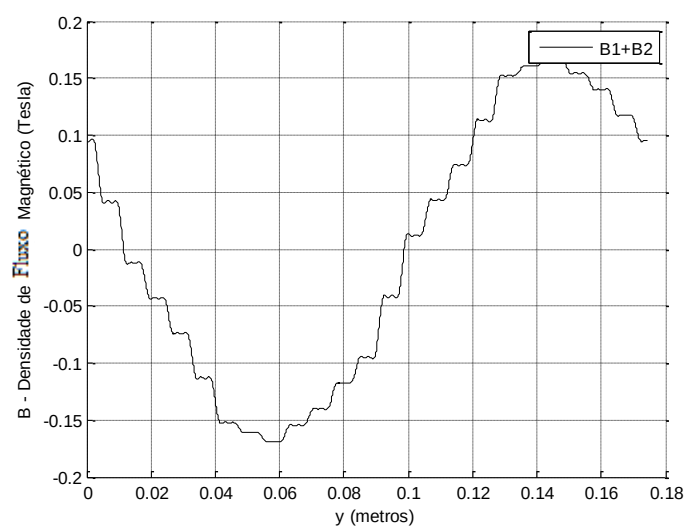
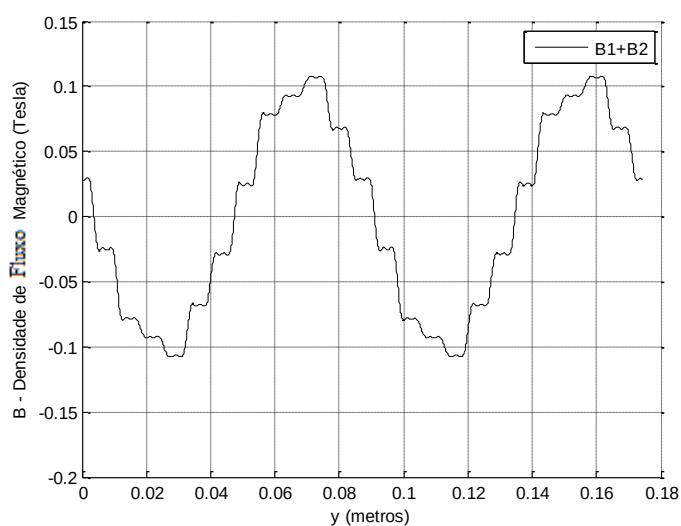


(b) $t = 0,125T$

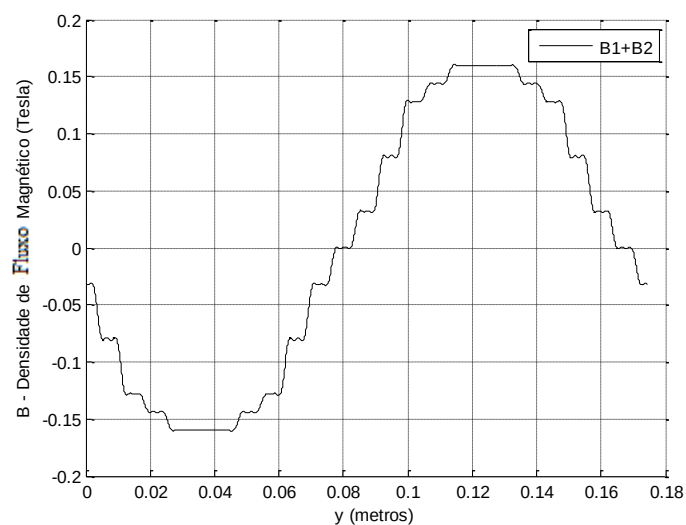
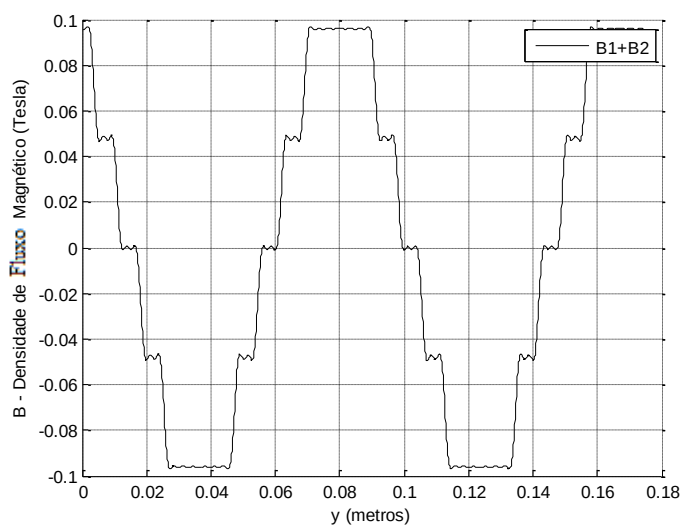




(c) $t = 0,250 \text{ T}$



(d) $t = 0,375 \text{ T}$



(e) $t = 0,500 \text{ T}$

Figura 36 - Campo magnético para menor e maior velocidade em instantes de tempo diferentes

4.5) Curva de Conjugado X Velocidade

O motor em análise trabalha em dois tipos de conexão para seus terminais e em cada conexão a máquina trabalha em uma velocidade. Para a menor velocidade a ligação dos terminais é delta série e na maior velocidade a ligação é estrela dupla.

Para efeito de simulação, os cálculos são feitos baseado em uma máquina balanceada alimentada por uma rede trifásica simétrica balanceada, sendo assim, a ligação estrela dupla é equivalente à ligação estrela paralelo. No algoritmo de torque a ligação estrela paralelo é usada para simular a ligação estrela dupla.

No programa de Conjugado são necessários parâmetros elétricos do motor. Para o motor em análise foi realizado o ensaio de rotor bloqueado e está descrito no anexo F. Os valores mencionados nas tabelas 3 e 4 já são os valores obtidos no ensaio.

Utilizando o algoritmo no anexo D com todas as características da máquina, basta fornecer ao programa o número de pólos e o tipo de ligação que ele irá simular. O tipo de ligação é inserido no programa através de um número que varia de 1 a 4, onde: 1 – delta série, 2 – delta paralelo, 3 – estrela série, 4 – estrela paralelo.

Na figura 37 temos a simulação do conjugado em função da velocidade de operação para a ligação original da máquina em delta série (menor velocidade - N_1) e estrela dupla (maior velocidade - N_2). Pelo gráfico pode-se perceber que a relação entre os conjugados máximos é aproximadamente $\frac{T_1}{T_2} = 0,7$. Esta relação deveria ser mais próxima de 1, no entanto o enrolamento de rotor não é acessível o que dificulta a obtenção de todos os parâmetros, os valores usados para o rotor são valores estimados. Esta curva representa um motor de *Conjugado Constante*.

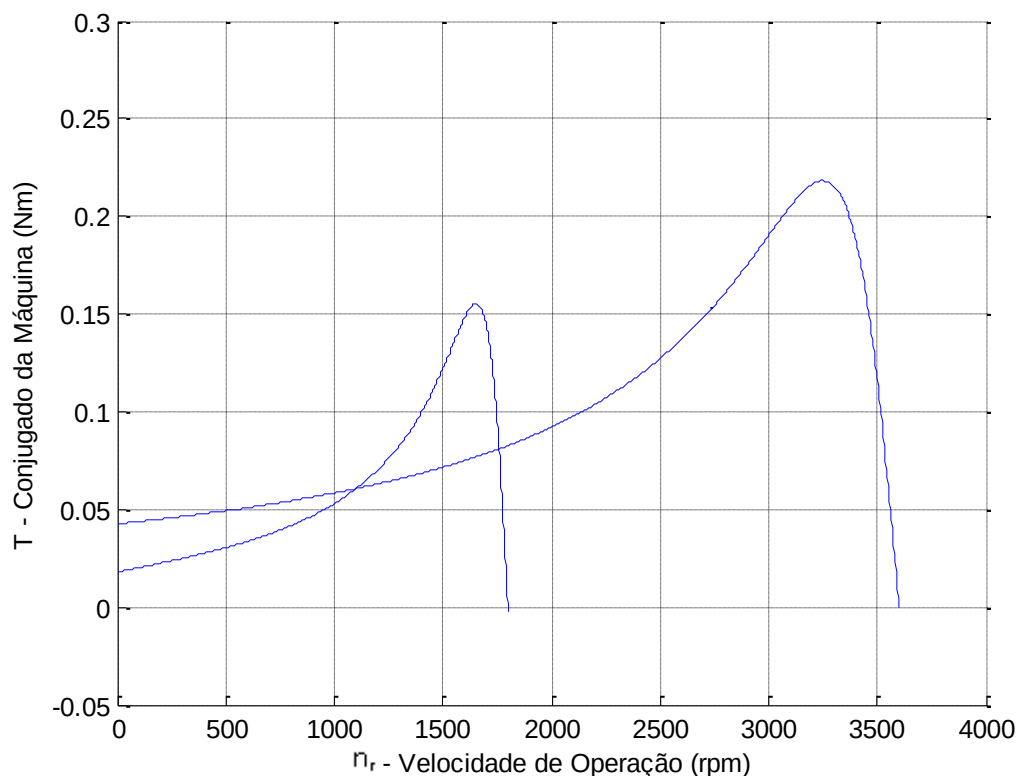


Figura 37 - Curva Conjugado X Velocidade (Δ série/YY)

Podemos testar para este mesmo motor outras ligações típicas de motores Dahlander e verificar o comportamento das suas curvas de conjugado. Por exemplo, para a menor e maior velocidade as respectivas ligações podem ser testadas: estrela dupla/ delta série e estrela série/ estrela dupla.

Na figura 38 temos a simulação para a ligação estrela dupla/ delta série. Observe neste gráfico que quando a velocidade da máquina passa da maior (N_2) para a menor (N_1) o conjugado aumenta, isto significa que há uma relação inversa entre velocidade e conjugado, ou seja, esta curva caracteriza uma máquina de *Potência Constante*. Se considerarmos que a velocidade cai pela metade o conjugado deveria duplicar. A relação entre os conjugados máximos é $\frac{T_1}{T_2} = 1,27$. Podemos considerar que esta curva representa uma máquina de potência constante.

Na figura 39 temos a simulação para a terceira conexão típica de motores Dahlander, a ligação estrela série/ estrela dupla. Pelo gráfico obtido, vemos que quando a velocidade passa da maior (N_2) para a menor (N_1) ela cai pela metade, no entanto a relação entre os conjugados máximos é $\frac{T_1}{T_2} = 0,24$, ou seja, ela cai à quarta parte. Nesta ligação o conjugado aumenta com o quadrado da velocidade, então a potência aumenta com o cubo da velocidade.

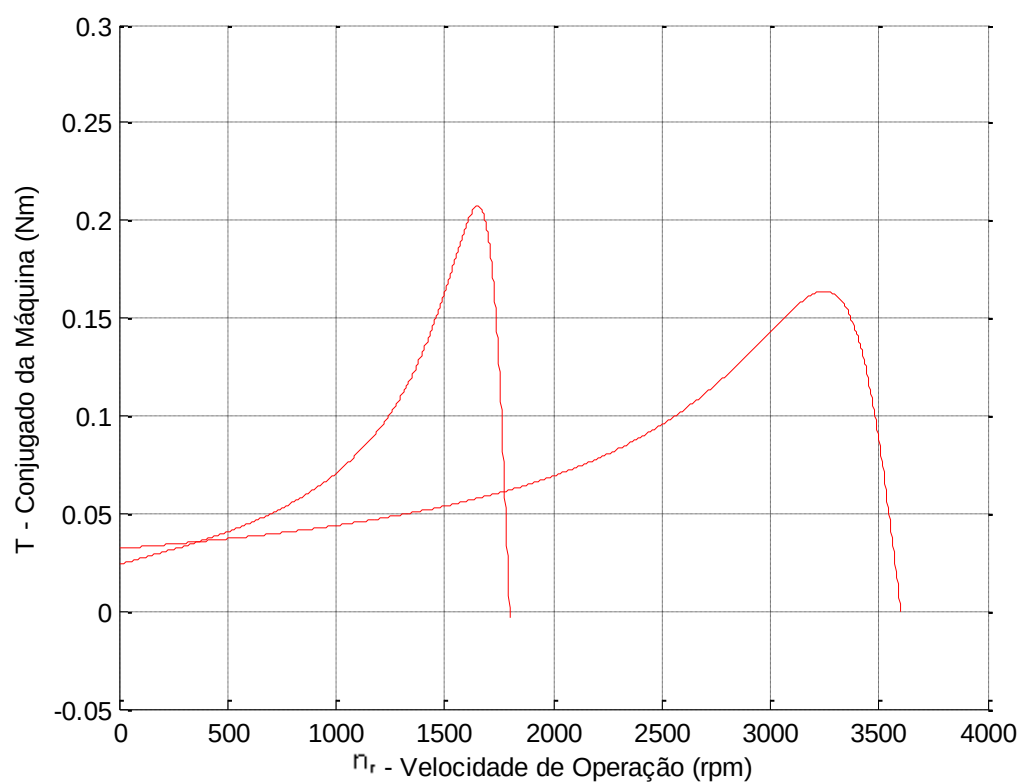


Figura 38 - Curva Conjugado X Velocidade (YY/ Δ série)

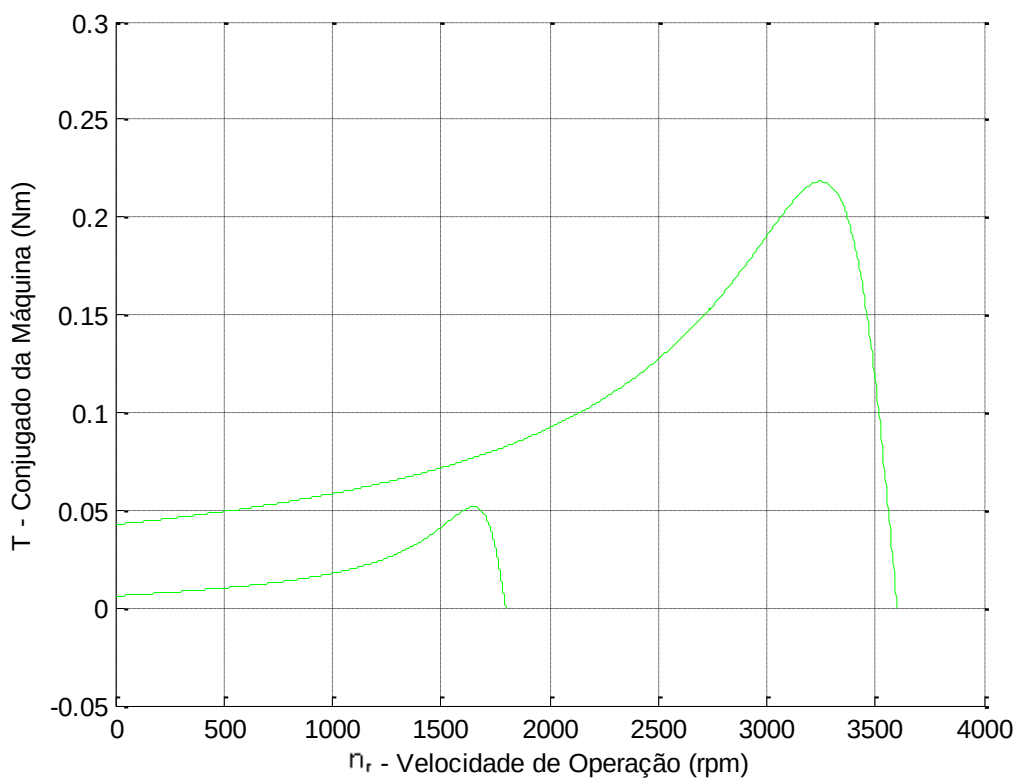
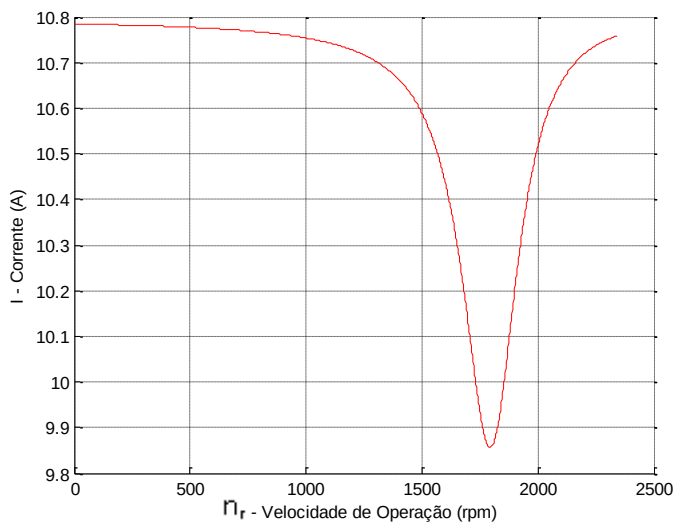


Figura 39 - Curva Conjugado X Velocidade (Y série/YY)

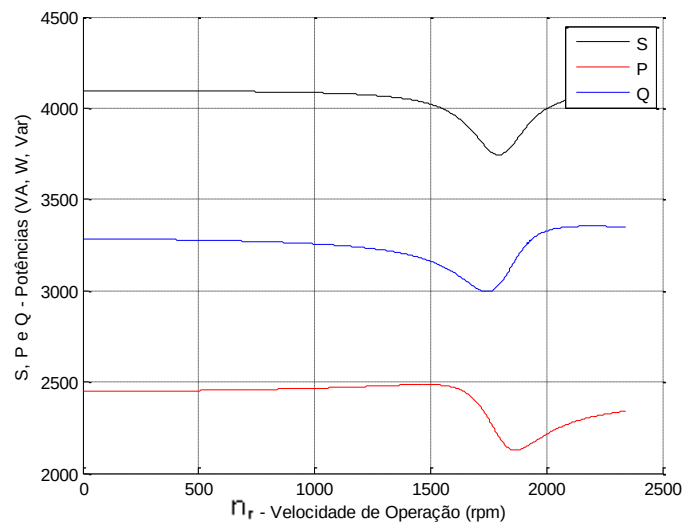
4.6) Corrente e Potência

Para a configuração original da máquina pode-se calcular a corrente de alimentação e as potências aparente, ativa e reativa solicitadas em função da velocidade de operação. Para isto o mesmo algoritmo será utilizado (algoritmo do anexo D).

Nas figuras 40 e 41 estão sendo mostrados os gráficos das correntes em função da velocidade e as potências aparente, ativa e reativa solicitadas pela máquina para a ligação de menor e maior velocidade respectivamente

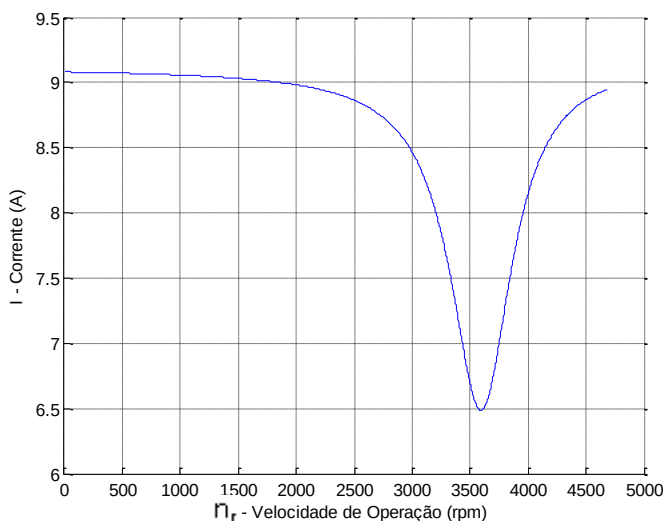


(a) Corrente

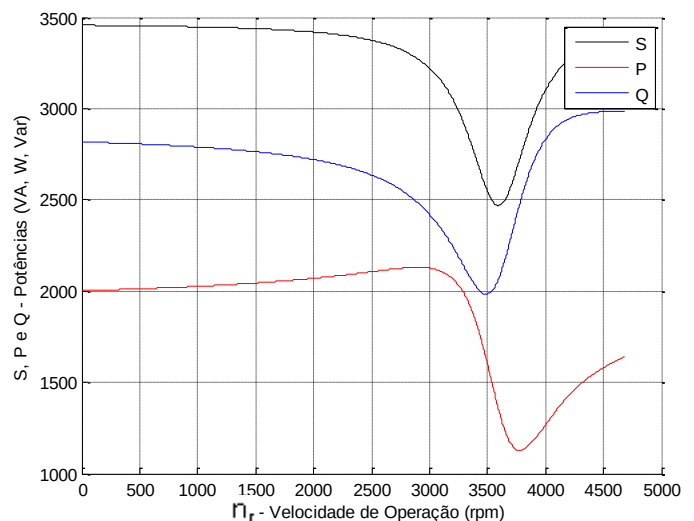


(b) Potências

Figura 40 – Corrente e Potência para a menor velocidade



(a) Corrente



(b) Potências

Figura 41 – Corrente e Potências para a maior velocidade

Observe pelas figuras 40 e 41 que a corrente diminui com o aumento da velocidade e que na partida a corrente é bem superior a corrente para a velocidade nominal (próxima à

velocidade síncrona). Comparando os gráficos de corrente da menor para a maior velocidade nota-se que os valores de corrente diminuem.

A potência solicitada da rede (aparente) é maior para baixa velocidade e vai reduzindo na medida em que a velocidade de operação se aproxima da velocidade síncrona. Para a potência ativa, observe que ela sobe lentamente até atingir seu valor máximo próximo a velocidade nominal da máquina (nesta faixa ela é praticamente constante) e cai rapidamente para velocidades superiores a velocidade nominal.

Capítulo5 Conclusões

Através do estudo desenvolvido pudemos verificar algumas características que este motor apresenta, diferenciando este de uma máquina convencional.

A primeira e principal característica é a existência de duas velocidades síncronas de operação. Para alterar a velocidade da máquina basta alterar o tipo de conexão dos terminais. Esta troca pode ser feita de forma bem simples utilizando-se um acionamento com chaves magnéticas, ou ainda os terminais da máquina podem ser ligados a um sistema automático que efetue a troca da ligação.

O enrolamento do estator deste tipo de motor nada mais é que dois enrolamentos de um motor convencional de passo encurtado

O campo magnético produzido no entreferro é formado pela composição dos campos devido aos dois enrolamentos de estator. Esta composição dos campos dependerá de como os enrolamentos de estator são alimentados. Se a tensão é aplicada a eles no mesmo sentido o maior número de pólos será formado. Se a tensão é aplicada a eles em sentidos contrários o menor número de pólos será formado.

O campo magnético resultante dos dois enrolamentos de estator se comporta como uma onda que se desloca no entreferro mudando a sua forma.

Esta máquina tem aplicação quando a carga acionada necessita alterar a velocidade, no entanto a potência solicitada pela carga pode variar com a velocidade de formas diferentes. Se a potência variar linearmente com a velocidade o motor Dahlander deverá ser do tipo Torque constante. Caso a potência se mantenha com a variação de velocidade, deve ser utilizado um motor do tipo potência constante. Determinadas cargas podem variar a potência mais rapidamente que a velocidade. O motor deverá ser escolhido de acordo com o tipo de aplicação.

Este tipo de motor deve ser utilizado no lugar da máquina convencional, pois quando a velocidade é reduzida diminuem-se as perdas e com isto aumenta o rendimento.

Este trabalho também confirmou que análise harmônica é uma ferramenta poderosa para o estudo de máquinas de indução.

Bibliografia

- [1] MUNOZ, N. T. “*Cálculo de Enrolamentos de Máquinas Elétricas e Sistemas de Alarme*”. 4ª edição. Rio de Janeiro: Biblioteca Técnica Freitas Bastos, 1987
- [2] FITZGERALD, A.E.; KINGSLEY, C.; UMANS, S. D. “*Máquinas Elétricas*”. 6ª edição. São Paulo: Bookman, 2006.
- [3] CHAPMAN, S. J. “Electric Machinery Fundamentals” 4ª edição. Rio de Janeiro: McGraw Hill do Ensino Superior, 2004.
- [4] S.Williamson. “Power-factor improvement in Cage-rotor induction motors”. *IEE Proc. B. Electr. Power Appl.*, 130, (2), pp. 121-129, 1983.
- [5] S.Williamson and E. R. Laithwaite. “Generalised harmonic analysis for the steady-state performance of sinusoidally-excited Cage induction motors”. *IEE Proc. B. Electr. Power Appl.*, 132, (2), pp. 157-163, 1985.

Anexos

A) Distribuição de Condutores do Estator

```
clear

%Dados do Estator
d=0.05555; % Diametro Interno do Estator (metros)
N=90;      % Numero de Espiras por Bobina
Ns=24;     % Numero de Ranhuras no Estator
Npmin=2;   % MENOR Numero de Polos (maior velocidade)
Npmax=4;   % MAIOR Numero de Polos (menor velocidade)
bs=0.00212; % Abertura da Ranhura (milímetros)
nh=303;    % Numero de harmonicos considerados
r=0.0001;  % Passo utilizado para y

%Calculos Elementares
Np=Npmin;
e=6;
passo=(Ns/Np)-e; % Passo da Bobina (em numero de ranhuras)
Pp=Ns/Np; % Passo Polar (passo pleno)
m= Ns/(3*Np); % Numero de Bobinas em serie/Polos/Fase (bobinas distribuidas)
Nph=N*Ns/3; % Numero de Espiras/Fase
L=passo/Pp; % Relação entre o passo da bobina usado e o passo polar (pleno)
y0=pi*d*(L/(2*Np)+1/(2*Ns)); % Posição da primeira bobina (metros)

vn=[-nh:1:-1,1:1:nh];
for q=1:length(vn)
    ni=vn(q)*Np/2;
    k=2*ni/d; % Numero de onda
    Kp=sin(k*(L*pi*d/(2*Np))); % Fator de Passo
    Kd=(sin(ni*pi/(3*Np)))/((m)*sin(ni*pi/Ns)); % Fator de Distribuição
    Kw=Kp*Kd; % Fator de Enrolamento
    Kbs=(sin(k*bs/2))/(k*bs/2); % Fator de Abertura da Ranhura
    C(q)=-j*(1/(pi*d))*Nph*Kbs*Kw*(exp(j*ni*pi*(1/(3*Np))-(1/Ns))))*exp(j*k*y0);
end

y=[0:r:pi*d];

%Distribuição de Condutores para cada meio enrolamento de fase
for i=1:length(y)
    Ca1(i)=0;
    Cb1(i)=0;
    Cc1(i)=0;
    Ca2(i)=0;
    Cb2(i)=0;
    Cc2(i)=0;
    for q=1:length(vn)
        ni=vn(q)*Np/2;
        k=2*ni/d;
        Ca1(i)= C(q)*(exp(-j*k*y(i)))+ Ca1(i);
        Ca2(i)= C(q)*(exp(-j*(k*y(i)+(2*ni*pi/Np))))+ Ca2(i);
        Cb1(i)= C(q)*(exp(-j*(k*y(i)-(2*ni*pi/(3*Np)-(2*ni*pi/Np)))))+ Cb1(i);
        Cb2(i)= C(q)*(exp(-j*(k*y(i)-(2*ni*pi/(3*Np)))))+ Cb2(i);
        Cc1(i)= C(q)*(exp(-j*(k*y(i)-(4*ni*pi/(3*Np)))))+ Cc1(i);
        Cc2(i)= C(q)*(exp(-j*(k*y(i)-(4*ni*pi/(3*Np))-(2*ni*pi/Np))))+ Cc2(i);
    end
end
```

```

hold on
plot(y,bs*Ca1,'r')
plot(y,bs*Ca2,'r')
plot(y,bs*Cb1,'b')
plot(y,bs*Cb2,'b')
plot(y,bs*Cc1,'g')
plot(y,bs*Cc2,'g')
Xlabel('y (metros)')
Ylabel('C(y)x bs (espiras)')
grid
hold off

```

B) Distribuição de Condutores do Rotor

```

clear

%Dados do Rotor
d=0.05555;      % Diametro Interno do Estator (metros)
Nr=18;          % Numero de Ranhuras no ROTOR
Npmin=2;        % MENOR Numero de Polos (maior velocidade)
Npmax=4;        % MAIOR Numero de Polos (menor velocidade)
br=0.00254;     % Abertura da Ranhura de ROTOR(metros)
nh=300;         % Numero de harmonicos considerados
r=0.0001;      % Passo utilizado para y

%Calculos Elementares
Np=Npmax/2;
gamaR=pi*d/Nr;      % Distância entre barras do rotor
yr0=pi*d*(gamaR/2+1/(Nr)); % Posição da primeira bobina (metros)

%Calculo da distribuição de condutores do ROTOR (Cr)
vnr=[-nh:1:-1,1:1:nh];
for q=1:length(vnr)
    ni=vnr(q);
    l=2*ni/d;          % Numero de onda
    Kbr=(sin(l*br/2))/(l*br/2); % Fator de Abertura da Ranhura
    Cr(q)=-j*(2/(pi*d))*Kbr*sin(l*gamaR/2)*exp(j*l*yr0);
end

y=[0:r:pi*d];
n=3;
for i=1:length(y)
    CR(i)=0;
    for q=1:length(vnr)
        ni=vnr(q);
        l=2*ni/d;
        CR(i)=Cr(q)*(exp(-j*l*(y(i)-(n-1)*l*pi*d/Nr)))+CR(i);
    end
end

hold on
plot(y,br*CR,'r')
Xlabel('y - metros')
Ylabel('C(y) x br (espiras)')
grid
hold off

```

C) Análise do Campo Magnético

```
%Dados do estator
d=0.05555;      % Diametro Interno do Estator (metros)
N=90;           % Numero de Espiras por Bobina
Ns=24;          % Numero de Ranhuras no Estator
Npmin=2;        % MENOR Numero de Polos (maior velocidade)
Npmax=4;        % MAIOR Numero de Polos (menor velocidade)
bs=0.00212;     % Abertura da Ranhura (milímetros)
nh=60;          % Numero de harmonicos considerados
r=0.0001;       % Passo utilizado para y

%Calculo do campo magnético
mi0=4*pi*1e-7;
g=0.005;
r2=sqrt(2);
CorA = 1;
CorB = -0.5;
CorC= -0.5;

%Calculos Elementares
Np=Npmin;
e=0;             % calculo do encurtamento no passo da bobina
passo=(Ns/Np)-e; % Passo da Bobina (em numero de ranhuras)
Pp=Ns/Np;        % Passo Polar (passo pleno)
m= Ns/(3*Np);    % Numero de Bobinas em serie/Polos/Fase (bobinas distribuidas)
Nph=N*Ns/3;      % Numero de Espiras/Fase
L=passo/Pp;      % Relação entre o passo da bobina usado e o passo polar (pleno)
y0=pi*d*(L/(2*Np)+1/(2*Ns)); % Posição da primeira bobina (metros)

vn=[-nh:1:-1,1:1:nh];
%vn=[-6,6];
for q=1:length(vn)
    ni=(vn(q))*Np/2;
    k=2*ni/d; % Numero de onda
    Kp=sin(k*(L*pi*d/(2*Np))); % Fator de Passo
    Kd=(sin(ni*pi/(3*Np)))/(m*sin(ni*pi/Ns)); % Fator de Distribuição
    Kw=Kp*Kd; % Fator de Enrolamento
    Kbs=(sin(k*bs/2))/(k*bs/2); % Fator de Abertura da Ranhura
    C(q)=-j*(1/(pi*d))*Nph*Kbs*Kw*(exp(j*ni*pi*(1/(3*Np)-(1/Ns))))
    *exp(j*k*y0);
end

y=[0:r:pi*d];
for i=1:length(y)
    Ba1(i)=0;
    Bb1(i)=0;
    Bc1(i)=0;
    Ba2(i)=0;
    Bb2(i)=0;
    Bc2(i)=0;
    for q=1:length(vn)
        ni=(vn(q))*Np/2;
        k=2*ni/d;
        Ba1(i)=real((j*(r2*mi0/(g*k)))*C(q)*CorA*(exp(-j*k*y(i)))+Ba1(i);
        Bb1(i)=real((j*(r2*mi0/(g*k)))*C(q)*CorB*(exp(-
j*(k*y(i)+(4*ni*pi/(3*Np)))))+Bb1(i);
        Bc1(i)=real((j*(r2*mi0/(g*k)))*C(q)*CorC*(exp(-j*(k*y(i)-
(4*ni*pi/(3*Np)))))+Bc1(i);
```



```

        Ba2(i)=real((j*(r2*mi0/(g*k)))*C(q)*CorA*(exp(-
j*(k*y(i)+(2*ni*pi/Np)))))+Ba2(i);
        Bb2(i)=real((j*(r2*mi0/(g*k)))*C(q)*CorB*(exp(-
j*(k*y(i)+(4*ni*pi/(3*Np))+(2*ni*pi/Np)))))+Bb2(i);
        Bc2(i)=real((j*(r2*mi0/(g*k)))*C(q)*CorC*(exp(-j*(k*y(i)-
(4*ni*pi/(3*Np))+(2*ni*pi/Np)))))+Bc2(i);
    end
end

B1=Ba1+Bb1+Bc1;
B2=Ba2+Bb2+Bc2;

vn=-nh:1:nh;
for q=1:length(vn)
    ni=(3*vn(q)+1)*Np/2;
    k=2*ni/d; % Numero de onda
    Kp=sin(k*(L*pi*d/(2*Np))); % Fator de Passo
    Kd=(sin(ni*pi/(3*Np)))/((m)*sin(ni*pi/Ns)); % Fator de Distribuição
    Kw=Kp*Kd; % Fator de Enrolamento
    Kbs=(sin(k*bs/2))/(k*bs/2); % Fator de Abertura da Ranhura
    C(q)=-j*(1/(pi*d))*Nph*Kbs*Kw*(exp(j*ni*pi*(1/(3*Np))-(
1/Ns))))*exp(j*k*y0);
end

for i=1:length(y)
    BB1(i)=0;
    for q=1:length(vn)
        ni=(3*vn(q)+1)*Np/2;
        k=2*ni/d;
        BB1(i)=real((j*3*(r2*mi0/(g*k)))*C(q)*(exp(-j*k*y(i)))+BB1(i);
    end
end

hold on
%plot(y,Ba1,'r')
%plot(y,Bb1,'g')
%plot(y,Bc1,'b')
plot(y,B1,'r')
%plot(y,Ba2,'b')
%plot(y,B2,'b')
%plot(y,B1-B2,'k')
%plot(y,BB1,'m')
legend('B1','Ba2','Ba1+(-Ba2)')
xlabel('y (metros)')
ylabel('B - Densidade de Campo Magnético (Tesla)')
grid
hold off

```

D) Curva de Conjugado X Velocidade

```

%DADOS PARA O PROGRAMA
nh=15; % Numero de harmonicos considerados
r=0.0001; % Passo utilizado para y
Npolos=2; % Estudo realizado para este numero de polos
%ligação dos grupos de bobinas
% 1 - delta serie
% 2 - delta paralelo
% 3 - estrela serie
% 4 - estrela paralelo

```

```

ligacao=4;

%DADOS DA MAQUINA
Vff=220; % Tensão Fase-Fase (Volts)
f=60; % Frequencia de operação da maquina (Hz)
Npmin=2; % MENOR Numero de Polos (maior velocidade)
Npmax=4; % MAIOR Numero de Polos (menor velocidade)
d=0.05555; % Diametro Interno do Estator (metros)
W=0.050; % Comprimento axial da maquina (metros)
w=2*pi*f; % Velocidade síncrona (rad/s)
ws=4*pi*f/Npolos;
g=0.00014; % Comprimento radial do entreferro (metros)

%ESTATOR
N=90; % Numero de Espiras por Bobina
Ns=24; % Numero de Ranhuras no ESTATOR
bs=0.00212; % Abertura da Ranhura de ESTATOR(metros)
r1=1.761; % Resistência de enrolamento de estator (ohm)
r2=r1;
xl1=2*pi*f*0.02418; % Reatância de dispersão do estator (ohm)
xl2=xl1;

%ROTOR
Nr=18; % Numero de Ranhuras no ROTOR
br=0.00000000212; % Abertura da Ranhura de ROTOR(metros)
gamaR=pi*d/Nr; % Distância entre barras do rotor
Rbr=0.000010522*2; % Resistência do anel de curto (ohm)
Lbr=0.000000018*2; % Indutância do anel de curto (henry)
rb=0.000010522; % Resistência da barra comum (ohm)
Lb=0.000000018; % Indutância da barra comum (henry)

%*****
%Constantes
mi0=4*pi*1e-7; %permeabilidade magnética no vacuo
g=0.005; %comprimento radial do entreferro
r2=sqrt(2); %constante (raiz quadrada de 2)

%Calculos Elementares
Np=Npmin;
e=6; %Dahlander(e=6) % Encurtamento no passo da bobina
passo=(Ns/Np)-e; % Passo da Bobina (em numero de ranhuras)
Pp=Ns/Np; % Passo Polar (passo pleno)
m= Ns/(3*Np); % Numero de Bobinas em serie/Polos/Fase (bobinas distribuidas)
Nph=N*Ns/3; % Numero de Espiras/Fase
L=passo/Pp; % Relação entre o passo da bobina usado e o passo polar (pleno)
y0=0; % Posição da primeira bobina (metros)
yr0=0; % Posição da primeira bobina (metros)

vn=[-nh:1:-1,0,1:1:nh];
%Calculo da distribuição de condutores do ESTATOR (Cs)
for q=1:length(vn)
    ni=(3*vn(q)+1)*Np/2; % Numero do hamônico
    k=2*ni/d; % Numero de onda
    Kp=sin(k*(L*pi*d/(2*Np))); % Fator de Passo
    Kd=(sin(ni*pi/(3*Np)))/((m)*sin(ni*pi/Ns)); % Fator de Distribuição
    Kw=Kp*Kd; % Fator de Enrolamento
    Kbs=(sin(k*bs/2))/(k*bs/2); % Fator de Abertura da Ranhura
    Cs(q)=-j*(1/(pi*d))*Nph*Kbs*Kw*(exp(j*ni*pi*((1/(3*Np))-
(1/Ns))))*exp(j*k*y0);
end

```

```

%Calculo da distribuição de condutores do ROTOR (Cr)
for q=1:length(vn)
    ni=(3*vn(q)+1)*Npolos/2; % Numero do Harmonico
    l=2*ni/d; % Numero de onda
    Kbr=(sin(l*br/2))/(l*br/2); % Fator de Abertura da Ranhura
    Cr(q)=-j*(2/(pi*d))*Kbr*sin(l*gamaR/2)*exp(j*l*yr0);
end

%Maior ou menor numero de pólos
if Npolos==Npmin
    Caux=[1;-1];
else
    Caux=[1;1];
end

%tipo de ligação entre os grupos de bobinas
a_b(1)=(sqrt(3)/2)*exp(-j*pi/6); b(1)=(1/(sqrt(3)))*exp(j*pi/6);
a_b(2)=2*(sqrt(3))*exp(-j*pi/6); b(2)=(1/(2*(sqrt(3))))*exp(j*pi/6);
a_b(3)=(1/(2*(sqrt(3))))*exp(-j*pi/6); b(3)=1;
a_b(4)=(2/(sqrt(3)))*exp(-j*pi/6); b(4)=1/2;

wr=[0:0.001:1]*ws; % Velocidade de operação (rad/s)

for p=1:length(wr)
    Z1(p)=0;
    Z2(p)=0;
    M12(p)=0;
    M21(p)=0;
    somaZrr=0;
    for q=1:length(vn)
        ni=(3*vn(q)+1)*Npolos/2;
        k=2*ni/d;
        s(q)=(w/ni-wr(p))/(w/ni);
        A=j*3*pi*d*W*w*mi0/(g*k^2); %constante
        B=j*Nr*pi*d*W*w*mi0/(g*k^2); %constante
        C=(j*mi0*W*gamaR*s(q)*w/g); %constante

        Cs1(q)=Cs(q);
        Cs2(q)=Cs(q)*(exp(-j*2*ni*pi/Np));

        Z11=A*((abs(Cs1(q)))^2);
        Z1r=B*((conj(Cs1(q)))*Cr(q));
        Zr1(q)=A*s(q)*(Cs1(q)*(conj(Cr(q))));
        Z22=A*((abs(Cs2(q)))^2);
        Z2r=B*((conj(Cs2(q)))*Cr(q));
        Zr2(q)=A*s(q)*(Cs2(q)*(conj(Cr(q))));
        Zrr(q)=C+(Rbr+j*w*Lbr*s(q))-(rb+j*w*Lb*s(q))*2*cos(k*pi*d/Nr);
        Z12=A*((conj(Cs1(q)))*Cs2(q));
        Z21=A*((conj(Cs2(q)))*Cs1(q));

        Z1(p)=(Z11-(Z1r*Zr1(q))/Zrr(q))+Z1(p);
        Z2(p)=(Z22-(Z2r*Zr2(q))/Zrr(q))+Z2(p);
        M12(p)=(Z12-(Z1r*Zr2(q))/Zrr(q))+M12(p);
        M21(p)=(Z21-(Z2r*Zr1(q))/Zrr(q))+M21(p);
    end
    Z_1(p)=r1+j*x11+Z1(p);
    Z_2(p)=r2+j*x12+Z2(p);
    M_12(p)=M12(p);
    M_21(p)=M21(p);
end

```

```

Z=[Z_1(p),M_12(p);M_21(p),Z_2(p)];

%Calculo das Correntes I1 e I2 para a velocidade "wr"
I=(inv((Caux')*Z*Caux))*((Caux')*Caux)*a_b(ligacao)*Vff;
I12=(Caux)*b(ligacao)*I;
I1(p)=I12(1,1);
I2(p)=I12(2,1);

%Calculo da Corrente de Rotor para o componente "k"
for q=1:length(vn)
    Ir(q)=- (I1(p)*Zr1(q)+I2(p)*Zr2(q))/Zrr(q);
end

%Calculo do Torque para a velocidade "wr"
T=0;
for q=1:length(vn)
    ni=(3*vn(q)+1)*Npolos/2;
    k=2*ni/d;
    D=j*9*pi*(d^2)*W*mi0/(2*g*k); %constante
    T=D*((conj(Cs1(q))*Cr(q)*(conj(I1(p))*Ir(q))
        +(conj(Cs2(q))*Cr(q)*conj(I2(p))*Ir(q)))+T;
end
Ts(p)=real(T);
end

hold on
plot(wr*60/(2*pi),Ts,'g');
xlabel('wr - Velocidade de Operação (rpm)')
ylabel('T - Conjugado da Máquina (Nm)')
grid
hold off

```

E) Ensaio de Rotor Bloqueado

O ensaio de Rotor Bloqueado foi feito para as duas ligações, delta série e estrela dupla.

Para a execução deste ensaio foram utilizados:

- O motor de Indução Dahlander
- Um multímetro digital (como voltímetro)
- Um multímetro analisador, o qual fornece informações de tensão, corrente, potência (ativa, reativa, aparente), fator de potência e outros
- Variac

Este ensaio é realizado com muito cuidado, inicialmente antes de energizar qualquer equipamento deve-se travar o eixo da máquina impossibilitando o movimento de rotação. Após travá-lo, o variac deve ser zerado com o auxílio do multímetro digital (tensão zero). A conexão dos terminais deve ser realizada (delta serie ou estrela dupla). O instrumento analisador deve ser colocado em uma das fases (alicate) medindo corrente e seus terminais conectados as duas outras fases medindo tensão. O instrumento analisador deve ser setado para leitura de corrente. Neste momento o disjuntor pode ser ligado energizando a máquina. Com muito cuidado o variac deve ser ajustado lentamente aumentando a tensão até que no

instrumento analisador verifique-se a corrente nominal da máquina para esta ligação executada. Neste instante anota-se o valor da corrente, tensão e potencia ativa.

Ligação Delta série

V_{CA}	I_B	$P_{3\phi}$
40V	1,46A	73W

$$R_{eq} = \frac{\left(\frac{P_{3\phi}}{3}\right)}{\left(\frac{I_B}{\sqrt{3}}\right)^2} = 44,29\Omega$$

$$Z_{eq} = \frac{V_{CA}}{\frac{I_B}{\sqrt{3}}} = 64,90\Omega$$

$$X_{eq} = \sqrt{Z_{eq}^2 - R_{eq}^2} = 47,42\Omega$$

$$Z_{\phi\phi} = (44,29 + j47,42)\Omega$$

$$Z_{\phi} = \frac{1}{2}Z_{\phi\phi}, Z_{\phi} = (22,14 + j23,71)\Omega$$

Ligação Estrela dupla

V_{CA}	I_B	$P_{3\phi}$
63,7V	1,70A	128W

$$R_{eq} = \frac{\left(\frac{P_{3\phi}}{3}\right)}{(I_B)^2} = 11,42\Omega$$

$$Z_{eq} = \frac{\frac{V_{CA}}{\sqrt{3}}}{I_B} = 15,81\Omega$$

$$X_{eq} = \sqrt{Z_{eq}^2 - R_{eq}^2} = 10,93\Omega$$

$$Z_{\phi\phi} = (11,42 + j10,93)\Omega$$

$$Z_{\phi} = 2Z_{\phi\phi}, Z_{\phi} = (22,84 + j21,86)\Omega$$

Fazendo a media, temos a impedância por fase: $Z_{\phi} = (22,49 + j22,79)$

Reatância: motor classe B, logo $x_s = 0,4X_{eq}$ e $x_r' = 0,6X_{eq}$

$$x_s = 9,116\Omega \text{ e } x_r' = 13,674\Omega$$

$$L_s = 24,18\text{mH}$$

Para o rotor o valor utilizado foi um valor típico de $L_b = 0,57 \mu\text{H}$ e $L_{br} = 1,15\mu\text{H}$

Resistência:

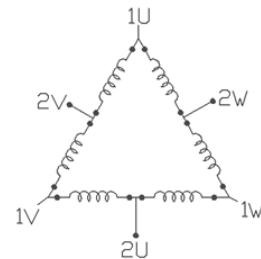
A máquina foi ligada e deixada por um período em funcionamento, a fim de levar em consideração o efeito da temperatura. Após desligar a máquina foram medidas as resistências dos seguintes pares de conexão utilizando-se uma ponte de wheatstone. Para cada conexão, existe uma relação entre a resistência medida entre terminais e a resistência do enrolamento (r_1 e r_2)

Terminais	Resistência entre terminais (r - Ω)	Resistência do enrolamento (r_1, r_2 - Ω)
1U – 2U	2,65 (i)	1,767
1V – 2V	1,47 (ii)	1,764
1W – 2W	1,46 (ii)	1,764
1U – 1V	2,30 (iii)	1,725
1U – 1W	2,30 (iii)	1,725
1V – 1W	2,29 (iii)	1,718
2U – 2V	2,40 (iii)	1,800
2U – 2W	2,39 (iii)	1,793
2V – 2W	2,39 (iii)	1,793

$$(i) \quad r_1 = \frac{2}{3} r$$

$$(ii) \quad r_1 = \frac{5}{6} r$$

$$(iii) \quad r_1 = \frac{4}{3} r$$



$$\text{Média} - R_s = 1,761\Omega$$

Rotor:

As resistências da barra e do anel de curto circuito foram calculadas utilizando medidas aproximadas feitas no rotor:

$$r_b = 1,7953 \times 10^{-5}\Omega \text{ e } R_{br} = 55.272 \times 10^{-6}\Omega$$

Para o Estator:

$$r_1 = r_2 = 1,761\Omega$$

$$L_1 = L_2 = 0,02418\text{H}$$

Para o Rotor:

$$r_b = 1,7953 \times 10^{-5}\Omega$$

$$L_b = 0,00000057 \text{ H}$$

$$R_{br} = 55.272 \times 10^{-6}\Omega$$

$$L_{br} = 0,00000115\text{H}$$