

**IMPLEMENTAÇÃO DE LIMITES DE CORRENTE EM UM PROGRAMA DE FLUXO DE
POTÊNCIA ÓTIMO ATRAVÉS DO MÉTODO DE PONTOS INTERIORES**

BEATRIZ NOGUEIRA LEVY

PROJETO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA DA
ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO ELETRICISTA.

APROVADO POR:

Prof.^a Carmen Lucia Tancredo Borges, D.Sc.
(Orientador)

Prof. João Alberto Passos Filho, D.Sc.

Prof. Djalma Mosqueira Falcão, Ph.D.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MARÇO DE 2010

A todos que sempre
me disseram que
eu ia conseguir.

Agradecimentos

Ao Departamento de Redes Elétricas do CEPEL, por ter me proporcionado grandes oportunidades.

Ao Eng. João Alberto Passos Filhos, ex-pesquisador do CEPEL, pela orientação nesses últimos dois anos e pela ajuda na concretização deste trabalho.

À professora Carmen Lúcia Tancredo Borges, pela orientação deste trabalho.

Aos meus pais, Alain e Marise, por sempre me proporcionarem grandes momentos.

Às minhas irmãs, Liana e Gisele, pelas lembranças passadas e pelas que ainda virão.

Aos meus avós, por sempre acreditarem em mim e saberem que esse dia chegaria. Em especial à minha avó. Sei que continua comigo, torcendo.

Aos meus queridos amigos, que me forneceram palavras de estímulo nos momentos difíceis e de parabenização naqueles de triunfos. Eles acreditaram em mim quando eu mesma me achava perdida.

A todos aqueles que foram responsáveis por momentos inesquecíveis, que permanecerão comigo em lembranças.

Resumo do projeto submetido ao corpo docente do departamento de engenharia elétrica da Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de engenheiro eletricista.

IMPLEMENTAÇÃO DE LIMITES DE CORRENTE EM UM PROGRAMA DE FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO ATRAVÉS DO MÉTODO DE PONTOS INTERIORES

BEATRIZ NOGUEIRA LEVY
Dezembro / 2009

Orientador: Carmen Lucia Tancredo Borges, D.Sc.

Em uma rede elétrica é necessário definir um ponto de operação que seja adequado ao seu funcionamento. Um parâmetro importante a se analisar é a corrente que circula em seus circuitos, visto que um aumento elevado poderia interferir na transmissão de energia na linha.

Este trabalho consiste na implementação de uma nova metodologia para a restrição de corrente nos circuitos do sistema na lógica de FPO, implementada no programa FLUPOT, de propriedade do CEPEL (Centro de Pesquisas de Energia Elétrica). Essa função permite que a corrente seja restringida a uma faixa de valores especificados pelo analista. Dessa forma, a otimização será adicionada de uma equação referente a essa restrição.

Na simulação de diferentes casos é analisada a validade da nova ferramenta implementada, otimizando o mesmo sistema para diferentes restrições. É observado que o programa restringiu a corrente no exato limite que foi especificado.

É ainda realizada uma análise comparativa entre os casos de fluxo anteriormente existentes no algoritmo e aqueles envolvendo a nova implementação.

Sumário

| | |
|--|------|
| Lista de Figuras | viii |
| Lista de Tabelas | ix |
| Lista de Símbolos | xi |
| Capítulo I Introdução..... | 1 |
| I.1 Considerações Iniciais | 1 |
| I.2 Motivações e Objetivos | 3 |
| I.3 Estrutura do Trabalho | 4 |
| Capítulo II Fluxo de Potência Ótimo | 5 |
| II.1 Formulação do Problema | 5 |
| II.2 Métodos de Solução do FPO..... | 6 |
| II.3 Solução do FPO..... | 7 |
| II.4 Atualização dos Parâmetros | 12 |
| II.5 Inclusão das Restrições Funcionais..... | 13 |
| Capítulo III Adição de Restrição Funcional Para Corrente..... | 15 |
| III.1 Considerações Iniciais | 15 |
| III.2 Criação e Inicialização..... | 16 |
| III.3 Termos da Matriz de Solução..... | 17 |
| III.3.1 Linhas de Transmissão..... | 19 |
| III.3.2 Transformadores..... | 24 |

| | | |
|-------------|---|----|
| III. 3.3 | Transformadores Defasadores Controláveis | 33 |
| III. 3.4 | Capacitores em Série | 36 |
| III. 3.5 | Compensação Série..... | 40 |
| III.4 | Análise da Solução | 42 |
| Capítulo IV | Resultados Numéricos | 45 |
| IV.1 | Considerações | 45 |
| IV.2 | Sistema de 2 barras – Caso A..... | 45 |
| IV. 2.1 | Restrição em MVA | 46 |
| IV.2.2 | Restrição em MW | 47 |
| IV.2.3 | Restrição em kA | 48 |
| IV.3 | Sistema de 2 barras – Caso B..... | 49 |
| IV.4 | Sistema de 2 barras – Análise Comparativa | 50 |
| IV.3 | Sistema de 14 barras – Caso A..... | 51 |
| IV. 3.1 | Restrição em MVA | 53 |
| IV. 3.2 | Restrição em MW | 54 |
| IV. 3.3 | Restrição em kA | 55 |
| IV. 3.4 | Análise Comparativa..... | 56 |
| IV.4 | Sistema de 14 barras – Caso B..... | 58 |
| IV. 4.1 | Restrição em MVA | 59 |
| IV. 4.2 | Restrição em MW | 60 |
| IV. 4.3 | Restrição em kA | 61 |

| | | |
|----------------------------|--|----|
| IV. 4.4 | Análise Comparativa..... | 62 |
| IV.5 | Sistema de 14 barras – Caso C..... | 63 |
| Capítulo V | Conclusões | 66 |
| V.1 | Considerações Gerais | 66 |
| Apêndice A | | 68 |
| A.1 | Desvio de Potência Ativa..... | 68 |
| A.2 | Máximo Carregamento | 68 |
| A.3 | Custo de Instalação de Shunt Reativo | 69 |
| Referências Bibliográficas | | 70 |

Lista de Figuras

| | |
|--|----|
| FIGURA 1: ALGORITMO DE SOLUÇÃO DO FPO..... | 10 |
| FIGURA 2: ALGORITMO DE SOLUÇÃO DO FPO PARA SE EXISTIREM VIOLAÇÕES..... | 14 |
| FIGURA 3: MODELO DE UMA LINHA DE TRANSMISSÃO. | 20 |
| FIGURA 4: ALGORITMO PARA A INCLUSÃO DO LTC. | 29 |
| FIGURA 5: DIAGRAMA ESQUEMÁTICO DE UM TRANSFORMADOR COM TAP. | 29 |
| FIGURA 6: MODELO DE UM TRANSFORMADOR COM TAP..... | 30 |
| FIGURA 7: REPRESENTAÇÃO DE UM TRANSFORMADOR DEFASADOR. | 33 |
| FIGURA 8: SISTEMA DE 2 BARRAS..... | 45 |
| FIGURA 9: SISTEMA DE 2 BARRAS SUJEITO A MÁXIMO CARREGAMENTO. | 46 |
| FIGURA 10: SISTEMA DE 2 BARRAS COM LIMITE DE CORRENTE EM 100KA..... | 49 |
| FIGURA 11: SISTEMA DE 2 BARRAS COM LIMITE DE CORRENTE EM 115 KA..... | 50 |
| FIGURA 12: SISTEMA DE 14 BARRAS..... | 51 |
| FIGURA 13: SISTEMA COM VIOLAÇÃO DE CIRCUITO..... | 52 |

Lista de Tabelas

| | |
|---|----|
| TABELA 1: MATRIZ DE SOLUÇÃO EXPANDIDA DO PROBLEMA..... | 13 |
| TABELA 2: CONTRIBUIÇÕES NA MATRIZ W E NO GRADIENTE. | 20 |
| TABELA 3: CONTRIBUIÇÃO DE LTCs NO PROBLEMA. | 30 |
| TABELA 4: CONTRIBUIÇÃO NO PROBLEMA POR TDCs..... | 33 |
| TABELA 5: CONTRIBUIÇÕES NO PROBLEMA PARA CAPACITORES EM SÉRIE..... | 36 |
| TABELA 6: GRANDEZAS NO SISTEMA DE 2 BARRAS. | 46 |
| TABELA 7: VALOR DAS GRANDEZAS APÓS A OTIMIZAÇÃO (MVA)..... | 47 |
| TABELA 8: CONTROLES ALTERADOS DURANTE A OTIMIZAÇÃO (MVA)..... | 47 |
| TABELA 9: VALOR DAS GRANDEZAS APÓS A OTIMIZAÇÃO (MW)..... | 47 |
| TABELA 10: CONTROLES ALTERADOS DURANTE A OTIMIZAÇÃO (MW)..... | 48 |
| TABELA 11: VALOR DAS GRANDEZAS APÓS A OTIMIZAÇÃO (100 kA). | 48 |
| TABELA 12: CONTROLES ALTERADOS DURANTE A OTIMIZAÇÃO (100 kA)..... | 48 |
| TABELA 13: VALOR DAS GRANDEZAS APÓS A OTIMIZAÇÃO (115 kA). | 49 |
| TABELA 14: CONTROLES ALTERADOS DURANTE A OTIMIZAÇÃO (115 kA)..... | 50 |
| TABELA 15: VARIAÇÃO DE CONTROLES PARA O SISTEMA DE 2 BARRAS. | 50 |
| TABELA 16: VALORES LIMITES DE POTÊNCIA (MVA). | 52 |
| TABELA 17: GRANDEZAS NO LIMITE PARA RESTRIÇÃO DE FLUXO EM MVA..... | 53 |
| TABELA 18: GRANDEZAS DO SISTEMA DE 14 BARRAS (RESTRIÇÃO EM MVA)..... | 54 |
| TABELA 19: GRANDEZAS DO SISTEMA DE 14 BARRAS (RESTRIÇÃO EM MW)..... | 55 |
| TABELA 20: VALORES LIMITES DE CORRENTE (kA). | 56 |
| TABELA 21:GRANDEZAS DO SISTEMA DE 14 BARRAS (RESTRIÇÃO EM kA). | 56 |
| TABELA 22: VARIAÇÃO DE CONTROLES PARA O SISTEMA DE 14 BARRAS (CASO A). | 57 |
| TABELA 23: POTÊNCIA APARENTE, EM MVA, NOS CIRCUITOS COM VIOLAÇÃO (CASO A)..... | 57 |
| TABELA 24: GRANDEZAS NO LIMITE PARA RESTRIÇÃO DE FLUXO EM MVA..... | 59 |
| TABELA 25: GRANDEZAS DO SISTEMA DE 14 BARRAS (RESTRIÇÃO EM MVA)..... | 60 |
| TABELA 26: GRANDEZAS NO LIMITE PARA RESTRIÇÃO DE FLUXO EM MW..... | 60 |
| TABELA 27: GRANDEZAS DO SISTEMA DE 14 BARRAS (RESTRIÇÃO EM MW)..... | 61 |
| TABELA 28: GRANDEZAS NO LIMITE PARA RESTRIÇÃO DE CORRENTE (kA)..... | 61 |
| TABELA 29: GRANDEZAS DO SISTEMA DE 14 BARRAS (RESTRIÇÃO EM kA)..... | 62 |
| TABELA 30: VARIAÇÃO DE CONTROLES PARA O SISTEMA DE 14 BARRAS (CASO B). | 62 |
| TABELA 31: POTÊNCIA APARENTE, EM MVA, NOS CIRCUITOS COM VIOLAÇÃO (CASO B). | 63 |
| TABELA 32: GRANDEZAS DOS CIRCUITOS VIOLADOS (RESTRIÇÃO EM MVA)..... | 64 |
| TABELA 33: GRANDEZAS DOS CIRCUITOS VIOLADOS (RESTRIÇÃO EM MW)..... | 64 |
| TABELA 34: GRANDEZAS DOS CIRCUITOS VIOLADOS (RESTRIÇÃO EM kA)..... | 64 |

| | |
|---|----|
| TABELA 35: VARIAÇÃO DE CONTROLES PARA O SISTEMA DE 14 BARRAS (CASO C) | 65 |
| TABELA 36: POTÊNCIA APARENTE, EM MVA, NOS CIRCUITOS COM VIOLAÇÃO (CASO C) | 65 |

Lista de Símbolos

V_i : Módulo da tensão na barra i

V_j : Módulo da tensão na barra j

θ_i : Ângulo da tensão na barra i

θ_j : Ângulo da tensão na barra j

g_{ij} : Condutância série do ramo $i - j$

b_{ij} : Susceptância série do ramo $i - j$

TP: Tap do transformador

P_{ij} : Potência ativa no ramo $i - j$

Q_{ij} : Potência reativa no ramo $i - j$

P_{ji} : Potência ativa no ramo $j - i$

Q_{ji} : Potência reativa no ramo $j - i$

$S_{ij} = P_{ij} + jQ_{ij}$: Potência complexa no ramo $i - j$

$S_{ji} = P_{ji} + jQ_{ji}$: Potência complexa no ramo $j - i$

I_{ij} : Corrente no ramo $i - j$

I_{ji} : Corrente no ramo $j - i$

L^* : Função Lagrangeana da nova restrição funcional

GD: Derivada primeira da condutância em relação à reatância

GDD: Derivada segunda da condutância em relação à reatância

BD: Derivada primeira da susceptância em relação à reatância

BDD: Derivada segunda da susceptância em relação à reatância

CAP : Capacidade de carregamento da linha de transmissão

$\Delta P = P_{ij} - CAP$: Diferença entre a potência da linha e a sua capacidade

b_{shunt} : Susceptância *shunt* do ramo $i - j$

b_{shuntF} : Susceptância *shunt* ligada à barra i

b_{shuntT} : Susceptância *shunt* ligada à barra j

XLS : Multiplicador de Lagrange associado às restrições de igualdade.

Capítulo I

Introdução

1.1 Considerações Iniciais

Um dos principais objetivos da operação do sistema elétrico é prover permanentemente os consumidores com uma energia nos níveis próprios de tensão e frequência. A complexidade dos sistemas elétricos tanto em sua interconexão quanto nos equipamentos instalados, é crescente. Além disso, tem-se o permanente aumento da demanda, escassos investimentos e a implantação de um ambiente de mercado, que estimula a busca por maior eficiência de operação. Estes fatores conduzem o sistema a operar com elevado carregamento, próximo de seus limites de geração e transmissão, ou seja, com pequenas margens de segurança. Desse modo, a operação segura do sistema elétrico é considerada um grande desafio atual e futuro e torna essencial o desenvolvimento de metodologias e ferramentas de auxílio na operação e planejamento de sistemas elétricos de potência.

Nesse sentido, o problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO) tem como objetivo a otimização do desempenho de um sistema de energia elétrica. A otimização pode ser definida como o processo para o encontro das soluções mais adequadas de certos problemas que são formulados matematicamente. Para a solução desse problema, deve-se ter em mente os critérios que serão utilizados para a solução do problema, a escolha de um método algorítmico de solução e simulações computacionais para problemas teste e, depois, para problemas reais [8].

Problemas de otimização ocorrem com frequência em todas as áreas de ciência e de engenharia, surgindo sempre que há uma necessidade de minimizar ou maximizar um determinado critério (função objetivo) sujeito a algumas restrições (equações e inequações). Um exemplo seria a minimização das perdas ativas no sistema de transmissão, sujeita a limites operacionais nos módulos das tensões e fluxos de potência nas linhas.

O problema de Fluxo de Potência Ótimo foi proposto inicialmente no início dos anos 60. Em geral, o problema de FPO é um problema matemático não-linear estático, e sua solução determina um ponto ótimo de operação para um sistema de potência respeitando restrições, tanto físicas quanto operacionais, escolhidas de acordo com o objetivo. Nos últimos 30 anos, o desenvolvimento do FPO tem acompanhado o progresso de técnicas de otimização numéricas e avanços em tecnologia computacional, e atualmente, os programas construídos com o objetivo de resolver problemas de FPO apresentam um tempo relativamente curto de solução, mesmo que o sistema analisado seja de grande porte [1].

De acordo com o objetivo que se deseja, um sistema pode ser sujeito a diferentes problemas de otimização, alterando a função objetivo, as restrições a serem consideradas, etc. [10]. O FPO tem uma faixa ampla de aplicações, tais como [4]:

- “Despacho econômico e seguro (operação em tempo-real, simulação do despacho em estudos de planejamento da operação e expansão);
- Redespacho preventivo e corretivo (operação em tempo-real);
- Minimização de perdas;
- Alocação de fontes de potencia reativa (planejamento da expansão do suporte de reativos);
- Avaliação da confiabilidade composta de sistemas de geração e transmissão;
- Tarificação de serviços de transmissão;
- Determinação de preços nodais de energia.”

Vários métodos de solução de FPO foram desenvolvidos ao longo dos anos, uns envolvendo Programação Linear e outros, Programação Não Linear (PNL). Métodos à parte, a solução do problema deve sempre atender quatro requisitos: confiabilidade, velocidade, flexibilidade e manutenção. A solução do FPO via método de Newton de otimização [4] representou um avanço significativo na área da otimização não-linear aplicada. A modelagem das restrições de desigualdade através de conjuntos ativos e inativos e alguns problemas na convergência dificultaram a aplicabilidade do método. A versão Primal-Dual do Método de Pontos Interiores para PNL forneceu um impulso importante ao FPO [4]. Métodos deste tipo

combinam a facilidade conceitual no tratamento das restrições de desigualdade a um desempenho computacional satisfatório. Estas características favoreceram a difusão da metodologia, resultando em variadas aplicações práticas e diversas pesquisas teóricas.

1.2 Motivações e Objetivos

A energia elétrica tornou-se indispensável para a sobrevivência do ser humano, sendo utilizada para fins desde industriais até domésticos. Seu consumo vem aumentando com o crescimento econômico e populacional. Com esse crescimento elevado da demanda por energia, existe a necessidade que o sistema seja confiável e consiga atender a todos os consumidores em níveis aceitáveis de qualidade de suprimento.

Dentro deste contexto, um fator importante a se considerar é a limitação de corrente em circuitos, que deve ser mantida em níveis confiáveis para a operação normal do sistema ou mesmo quando da ocorrência de contingências. Se a corrente de um circuito aumenta, a temperatura do mesmo segue esse crescimento, o que pode reduzir a capacidade de transmissão de uma linha de transmissão e comprometer a vida útil de equipamentos. Logo, é conveniente manter a corrente em níveis aceitáveis de acordo com a capacidade dos diversos equipamentos do sistema.

Além disso, a consideração do limite de corrente é importante para a representação dos casos de carga leve e pesada. Para carga leve, ou seja, quando a tensão está elevada, a potência aparente no circuito aumenta para uma restrição de corrente, e o oposto acontece para o caso de carga pesada (tensão baixa).

Dessa forma, este trabalho trata da limitação de corrente em circuitos em uma lógica de Fluxo de Potência Ótimo, implementado no programa FLUPOT (Programa de Fluxo de Potência Ótimo desenvolvido pelo CEPEL). Este programa tem como função calcular um ponto ótimo de uma rede elétrica em regime permanente, maximizando ou minimizando uma função objetivo escolhida de acordo com o objetivo do estudo, satisfazendo certas restrições físicas e operacionais tanto no caso base como para as contingências [5]. O monitoramento do sistema elétrico é uma das funções que visa aumentar a segurança do sistema elétrico. No entanto, a

complexidade inerente da operação de um grande sistema elétrico de grande porte torna necessária a utilização de funções sofisticadas de diagnóstico, análise e aconselhamento.

O principal objetivo deste trabalho consiste em desenvolver e implementar em um modelo de FPO uma opção para a consideração dos limites de correntes em circuitos durante o processo de otimização pelo método de pontos interiores primal-dual. As implementações e desenvolvimentos realizados são validados através do estudo de sistemas de pequeno e médio porte.

1.3 Estrutura do Trabalho

O trabalho está dividido em cinco capítulos, que serão sucintamente descritos a seguir.

No Capítulo II é descrito o método de otimização que foi considerado na elaboração das implementações realizadas. É apresentado como as restrições de circuitos são inseridas na resolução do problema de FPO.

O Capítulo III apresenta o que foi modificado no programa, mostrando onde foram necessárias alterações para a nova implementação.

No Capítulo IV são apresentados dois estudos de caso mediante as modificações realizadas. O primeiro caso é de caráter didático, apenas para uma primeira validação dos resultados obtidos. O segundo é um caso padrão de 14 barras do IEEE.

O Capítulo V apresenta as principais conclusões e considerações gerais a respeito dos desenvolvimentos deste trabalho.

Capítulo II

Fluxo de Potência Ótimo

II.1 Formulação do Problema

O problema de Fluxo de Potência Ótimo (FPO) é construído pela determinação de uma função objetivo, a ser escolhida de acordo com a otimização que se deseja aplicar à rede elétrica e escrita em função das variáveis do problema, e de um conjunto de restrições físicas e operacionais. Este problema pode ser formulado como representado abaixo.

$$\begin{aligned} \min \quad & FOB(x) \\ \text{s.a.} \quad & h(x) = 0 \\ & g(x) \leq 0 \\ & l \leq x \leq u \end{aligned} \tag{2.1}$$

A função objetivo ($FOB(x)$) é, desse modo, sujeita a restrições de igualdade ($h(x) = 0$), correspondentes às equações de balanço de potência ativa e reativa, a restrições de desigualdade ($g(x) \leq 0$), correspondentes às restrições funcionais, e a restrições de canalização ($l \leq x \leq u$), correspondentes aos limites físicos e operacionais (limitações superiores e inferiores de uma variável da rede). O vetor x é formado pelas variáveis de otimização do problema (variáveis primais).

O problema de otimização envolve dois tipos de variáveis: (i) variáveis de estado ou dependentes, que caracterizam um ponto de operação da rede, e (ii) variáveis de controle ou independentes, que são alteradas para se encontrar o ponto ótimo de operação.

Como o objetivo desse trabalho é, basicamente, a limitação de corrente em circuitos, deve-se analisar como as restrições funcionais são inseridas no problema quando da violação desse tipo de restrição.

As restrições funcionais são aquelas inseridas no problema quando se deseja limitar uma função envolvendo uma ou mais variáveis do sistema. A inserção dessas restrições no FPO é realizada através da inserção de uma variável de folga complementar ao problema [7]. A Equação 2.2 mostra o modelo utilizado para manter a corrente em um circuito menor que um valor especificado.

$$h_{ij} = Y_{ij} - I_{ij} = 0 \quad (2.2)$$

Onde Y_{ij} é a variável de folga de corrente no circuito i-j. Ela é limitada segundo o valor de corrente (\bar{I}_{ij}) na linha, como a seguir:

$$-I_{ij} \leq Y_{ij} \leq \bar{I}_{ij} \quad (2.3)$$

II.2 Métodos de Solução do FPO

O problema de FPO é não-linear, tornando mais difícil a sua resolução. Vários métodos foram desenvolvidos para facilitar o processo de solução e tornar o problema mais rápido.

O problema em questão pode ser transformado em um problema de Programação Linear, aproximando o FPO através de linearizações sucessivas. Entretanto, a solução do problema linear não é necessariamente a solução do problema não-linear, devendo-se executar o fluxo de potência convencional a cada iteração.

Uma vantagem desse tipo de método é a facilidade de se saber quando o problema não tem uma solução real, além da rapidez com que ele é resolvido e a facilidade na resolução de problemas de difícil solução.

O método Simplex encontra-se nesse quadro, tendo sido desenvolvido inicialmente por George Dantzig nos anos 40. Entretanto, esse método apresenta complexidade exponencial no pior caso, não se apresentando muito eficiente nesse aspecto.

Outros métodos são o dos Pontos Interiores de Programação Linear e o método baseado no Vetor Gradiente.

Apesar de métodos baseados em programação linear facilitarem a resolução do problema, aqueles de programação não-linear geram resultados mais próximos do desejado. Um exemplo seria o método de Dommel e Tinney (1968).

Esse método surgiu como um dos primeiros a serem propostos para a solução do problema de otimização, tendo atualmente apenas um valor didático por apresentarem desenvolvimento inferior a outros métodos existentes, além de apresentar grande simplicidade [4].

Existem vários outros métodos, como o de Programação Quadrática Seqüencial, Método do Gradiente Reduzido, o Método de Newton e o de Pontos Interiores.

Esse último teve suas origens em 1984, por Karmakar [12], época em que foi publicado um algoritmo com complexidade polinomial (ou seja, a solução do sistema é limitada por um polinômio do tamanho do problema) e bom desempenho quando considerados problemas práticos. A vantagem do método de pontos interiores é o algoritmo caminhar pelo interior da região viável de solução do problema, diferentemente do método Simplex, que caminha pelos vértices [12].

Além disso, em praticamente todos os algoritmos de pontos interiores é utilizada como ferramenta a direção percorrida pelo algoritmo afim-escala em cada iteração. Tal algoritmo teve suas origens em 1967, por Dikin, mas apenas recentemente obteve reconhecimento após reaparecer como uma simplificação do algoritmo de Karmakar [12].

O método de pontos interiores é o utilizado pelo programa que será utilizado ao longo do trabalho, sendo, então, o de interesse para a elaboração desse projeto. Logo, deve-se inicialmente entender como ele é formulado, o que será mostrado nas próximas sessões.

II.3 Solução do FPO

A solução do problema de otimização é realizada através da função Lagrangeana. Tal função (Equação 2.4) é formada pela diferença entre a função objetivo e o somatório das restrições multiplicadas por coeficientes chamados de coeficientes de Lagrange ou de variáveis duais do problema.

$$L(\mathbf{z}) = L(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) \equiv FOB(\mathbf{x}) - \sum_{i=1}^m \lambda_i h_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (2.4)$$

Em que \mathbf{x} e $\boldsymbol{\lambda}$ são o conjunto das variáveis primais e duais, respectivamente, \mathbf{z} é o conjunto das variáveis primais e duais, m é o número de restrições de igualdade e n é o número de variáveis primais.

Desse modo, para se encontrar o ponto ótimo de solução do problema, deve-se minimizar essa função Lagrangeana.

$$\nabla \mathbf{L}|_{\mathbf{z}^*} = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \nabla \mathbf{L}|_{\mathbf{x}^*} = 0 \\ \nabla \mathbf{L}|_{\boldsymbol{\lambda}^*} = 0 \end{array} \right. \quad (2.5)$$

Em que \mathbf{x}^* e $\boldsymbol{\lambda}^*$ são os pontos ótimos para as variáveis primais e duais, respectivamente, e $\nabla \mathbf{L}|_{\mathbf{x}^*}$ e $\nabla \mathbf{L}|_{\boldsymbol{\lambda}^*}$ são os gradientes da função Lagrangeana em relação a essas variáveis, respectivamente.

Para a resolução do problema, lineariza-se a função Lagrangeana em torno de um ponto inicial \mathbf{z}_k utilizando-se a série de Taylor, e considera-se \mathbf{z}_{k+1}^* como o ponto ótimo ($\nabla \mathbf{L}|_{\mathbf{z}_{k+1}^*} = 0$), além de desprezar-se termos de ordem maior a 1 [7]. Ou seja:

$$\nabla \mathbf{L}|_{\mathbf{z}_{k+1}^*} = \nabla \mathbf{L}|_{\mathbf{z}_k} + \mathbf{H}_L|_{\mathbf{z}_k} \cdot (\mathbf{z}_{k+1} - \mathbf{z}_k) + \dots \quad (2.6)$$

$$0 = \nabla \mathbf{L}|_{\mathbf{z}_k} + \mathbf{H}_L|_{\mathbf{z}_k} \cdot \Delta \mathbf{z} \quad (2.7)$$

$$\mathbf{H}_L|_{\mathbf{z}_k} \cdot \Delta \mathbf{z} = -\nabla \mathbf{L}|_{\mathbf{z}_k} \quad (2.8)$$

A matriz \mathbf{H}_L é chamada de matriz Hessiana, sendo formada pela derivada segunda da função Lagrangeana em relação às variáveis primais e duais do problema.

A Equação 2.7 apresenta a matriz Hessiana em função das variáveis existentes.

$$\mathbf{H}_L = \begin{bmatrix} \frac{\partial_L^2}{\partial z_1 \partial z_1} & \frac{\partial_L^2}{\partial z_1 \partial z_2} & \cdots & \frac{\partial_L^2}{\partial z_1 \partial z_n} \\ \frac{\partial_L^2}{\partial z_2 \partial z_1} & \frac{\partial_L^2}{\partial z_2 \partial z_2} & \cdots & \frac{\partial_L^2}{\partial z_2 \partial z_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial_L^2}{\partial z_n \partial z_1} & \frac{\partial_L^2}{\partial z_n \partial z_2} & \cdots & \frac{\partial_L^2}{\partial z_n \partial z_n} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Essa matriz pode ser dividida em quatro sub-matrizes em função das variáveis primais e duais, originando o seguinte sistema:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} & -\mathbf{J}^T \\ -\mathbf{J} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\nabla \mathbf{L}|_{\mathbf{x}} \\ -\nabla \mathbf{L}|_{\boldsymbol{\lambda}} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

No sistema acima, \mathbf{H} é a Hessiana da função Lagrangeana em relação às variáveis primais, \mathbf{J} é a Hessiana em relação às variáveis primais e duais, e $\Delta \mathbf{x}$ e $\Delta \boldsymbol{\lambda}$ são os incrementos das variáveis primais e duais, respectivamente.

Desse modo, deve-se resolver o sistema representado em 2.10 para se resolver o problema de FPO. O algoritmo de solução está mostrado abaixo na Figura 1.

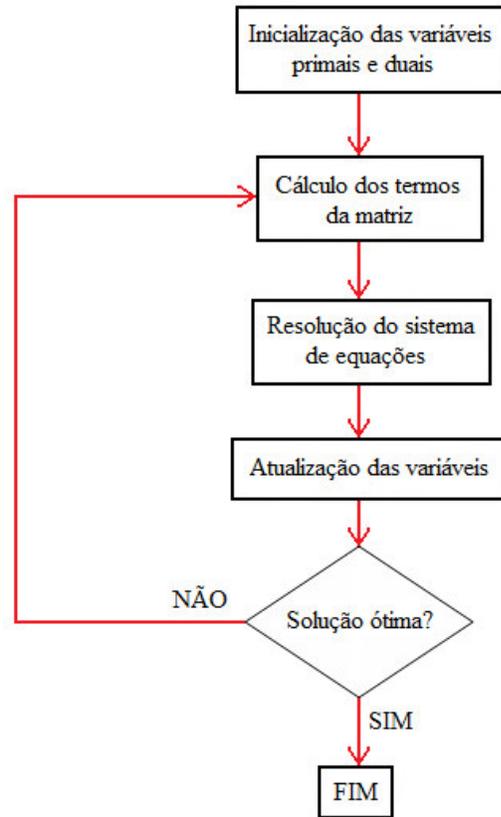


Figura 1: Algoritmo de solução do FPO.

O sistema acima não tem incluídas as contribuições para o caso da existência de violações na rede. Para essa inclusão, a Equação 2.10 deve ser reescrita como mostrado abaixo.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} + \mathbf{M}_{Hi} & -\mathbf{J}^T \\ -\mathbf{J} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\nabla \mathbf{L}|_x + \mathbf{M}_{gi} \\ \mathbf{h}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Em que:

$$\mathbf{M}_{Hi} = \begin{pmatrix} \frac{\pi_{li}}{S_{li}} - \frac{\pi_{ui}}{S_{ui}} \\ \frac{\pi_{li}}{S_{li}} - \frac{\pi_{ui}}{S_{ui}} \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

$$\mathbf{M}_{gi} = \begin{pmatrix} \frac{\mu}{S_{li}} - \frac{\mu}{S_{ui}} \\ \frac{\mu}{S_{li}} - \frac{\mu}{S_{ui}} \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

Definindo-se:

$S_{li} = x_i - x_{i\min}$ Variável de folga associada ao limite inferior da variável x_i .

$S_{ui} = x_{i\max} - x_i$ Variável de folga associada ao limite superior da variável x_i .

E:

$\pi_{li} = \frac{\mu}{S_{li}}$ Coeficiente de Lagrange associado ao limite inferior da variável x_i .

$\pi_{ui} = -\frac{\mu}{S_{ui}}$ Coeficiente de Lagrange associado ao limite superior da variável x_i .

μ Parâmetro barreira.

No processo de solução de um sistema, quando se aplica o método de Pontos Interiores, a matriz montada apresenta duas regiões: (i) *Light-Border*, que é reservada ao tratamento das variáveis de controle, e (ii) *Heavy-Border*, que é reservada ao tratamento das variáveis primais e duais. Essa última região é organizada em blocos (2x2) para facilitar sua representação [7].

Dessa forma, a *Heavy-Border* (HB) contém os blocos (2x2) que apresentam as derivadas de segunda ordem em relação a θ , λ_p , V e λ_q , enquanto que a *Light-Border* (LB) contém os restantes elementos da matriz de solução do problema [6].

O primeiro passo para a solução do sistema linear se resume em eliminar os elementos da *Light-Border* que estão localizados na parte inferior da matriz, obtendo-se uma nova matriz de solução e um novo vetor gradiente depois de realizada a Eliminação de Gauss [7]. A solução do sistema pode, então, ser encontrada pelo seguinte sistema.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H} & \mathbf{LB} \\ 0 & \mathbf{W} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{U} \\ \Delta \mathbf{Z}' \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla \mathbf{L}|_{\mathbf{U}} \\ \nabla \mathbf{L}|_{\mathbf{Z}'} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Em que \mathbf{H} é a matriz diagonal que armazena a contribuição das variáveis de controle ao problema; \mathbf{W} e \mathbf{LB} são a HB e a parte superior da LB, respectivamente; $\Delta \mathbf{U}$ e $\Delta \mathbf{Z}'$ são os

incrementos das variáveis de controle e das variáveis de estado e multiplicadores de Lagrange, respectivamente; $\nabla \mathbf{L}|_U$ e $\nabla \mathbf{L}|_Z$, são o gradiente da função Lagrangeana em relação às variáveis de controle e das variáveis de estado e multiplicadores de Lagrange, respectivamente.

A matriz \mathbf{W} tem a vantagem de ser simétrica em valor e estrutura e de ser esparsa, tornando as técnicas de ordenação e fatoração vantajosas por levarem a economizar espaço de memória e a diminuir o tempo computacional de solução do problema [7].

II.4 Atualização dos Parâmetros

As variáveis do problema de FPO contêm variáveis primais (x) e duais (λ). Ao resolver o sistema de equações (2.8) ou (2.9), obtemos apenas o incremento de tais variáveis. Dessa forma, é necessária sua atualização.

Define-se:

$$\alpha_p = \min \left[\min_{\Delta S < 0} \frac{S_{li}}{|\Delta S_{li}|}, \min_{\Delta S < 0} \frac{S_{ui}}{|\Delta S_{ui}|}, 1 \right] \quad (2.15)$$

$$\alpha_D = \min \left[\min_{\Delta \pi < 0} \frac{\pi_{li}}{|\Delta \pi_{li}|}, \min_{\Delta \pi < 0} \frac{\pi_{ui}}{|\Delta \pi_{ui}|}, 1 \right] \quad (2.16)$$

Esses passos são definidos como passo primal (α_p) e passo dual (α_D). Tendo conhecimento de ambos esses passos, pode-se calcular o novo ponto de operação. O parâmetro σ é um redutor de passo para evitar problemas de singularidade e possui valor de 0,9995.

$$x = x + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta x \quad (2.17)$$

$$S_{li} = S_{li} + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta S_{li} \quad (2.18)$$

$$S_{ui} = S_{ui} + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta S_{ui} \quad (2.19)$$

$$\lambda = \lambda + \sigma \cdot \alpha_D \cdot \Delta \lambda \quad (2.20)$$

$$\pi_{li} = \pi_{li} + \sigma \cdot \alpha_D \cdot \Delta \pi_{li} \quad (2.21)$$

$$\pi_{ui} = \pi_{ui} + \sigma \cdot \alpha_D \cdot \Delta \pi_{ui} \quad (2.22)$$

II.5 Inclusão das Restrições Funcionais

O objetivo inicial desse trabalho é saber como o programa trata das restrições funcionais quando uma variável ultrapassa um de seus limites para a posterior implementação de limitação de corrente em circuitos.

Como já foi dito acima, as restrições funcionais são adicionadas ao problema de FPO através da inclusão de uma variável de folga e de um novo multiplicador de Lagrange. Tais variáveis serão adicionadas à matriz de solução em duas novas linhas e colunas, como mostrado na Tabela 1.

Tabela 1: Matriz de solução expandida do problema.

| | θ_i | λp_i | V_i | λq_i | θ_j | λp_j | V_j | λq_j | Y_v | λ_v |
|---------------|------------|---------------|-------|---------------|------------|---------------|-------|---------------|-------|-------------|
| θ_i | H | J | H | J1 | H | J1 | H | J1 | H | J1 |
| λp_i | J | 0 | J2 | 0 | J2 | 0 | J2 | 0 | J2 | 0 |
| V_i | H | J2 | H | J | H | J1 | H | J1 | H | J1 |
| λq_i | J1 | 0 | J | 0 | J2 | 0 | J2 | 0 | J2 | 0 |
| θ_j | H | J2 | H | J2 | H | J | H | J1 | H | J1 |
| λp_j | J1 | 0 | J1 | 0 | J | 0 | J2 | 0 | J2 | 0 |
| V_j | H | J2 | H | J2 | H | J2 | H | J | H | J1 |
| λq_j | J1 | 0 | J1 | 0 | J1 | 0 | J | 0 | J2 | 0 |
| Y_v | H | J2 | H | J2 | H | J2 | H | J2 | H | -1 |
| λ_v | J1 | 0 | J1 | 0 | J1 | 0 | J1 | 0 | -1 | 0 |

Desse modo, sempre que houver uma violação nos limites de uma variável, a matriz de solução do problema será expandida, e o método de solução segue a mesma lógica à mostrada na Figura 1, mas com uma pequena alteração para a inclusão de violações (Figura 2).

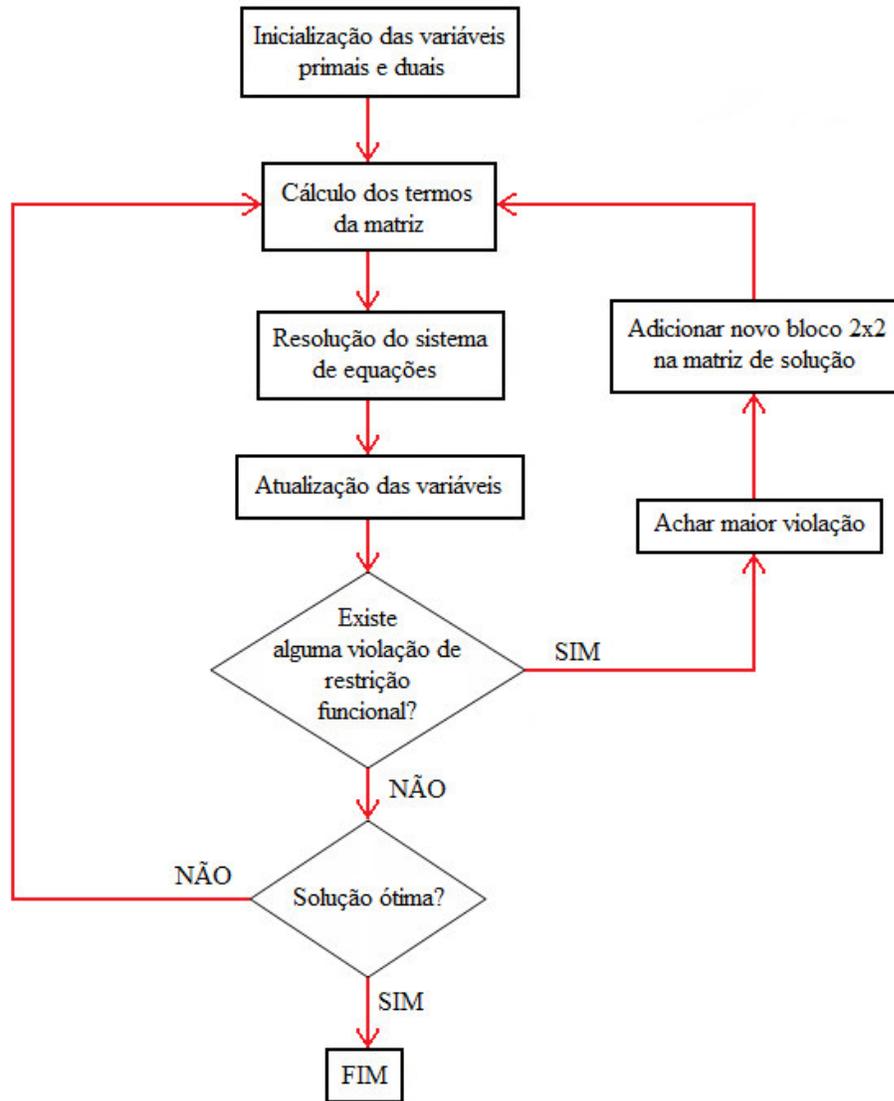


Figura 2: Algoritmo de solução do FPO para se existirem violações.

Cabe ressaltar que não serão todas as violações a serem inseridas no problema de solução, porque o número de variáveis iria crescer de tal forma que tornaria o problema muito lento. Logo, o método escolhe a pior violação dentre todas as que existirem, e trabalha apenas com ela. Se após a iteração essa variável não apresentar mais nenhuma violação, ela é retirada do conjunto ativo (conjunto de variáveis que participam da resolução do problema).

Capítulo III

Adição de Restrição Funcional Para Corrente

III.1 Considerações Iniciais

Para a análise de um sistema com o auxílio da ferramenta para resolução de problemas de otimização, o analista deve especificar, além dos dados da rede elétrica, a função objetivo, relação de controles disponíveis, lista de contingências e restrições a serem consideradas na otimização [5].

Existe um número fixo disponível para essas especificações, o analista tendo que optar por umas ou mais das opções existentes, sem incompatibilizar duas opções de idéias opostas. Essa escolha deverá ser feita criteriosamente, dependendo do estudo que se quer realizar sobre uma determinada rede elétrica.

Um adicional que pode ser escolhido são restrições de caráter físico e/ou operacionais a serem consideradas na otimização. Elas podem ser do tipo limitação no excursionamento das variáveis ou restrições funcionais. A respeito destas últimas, existem cinco opções a serem consideradas:

- i. Limite de carregamento de circuitos em potência aparente (MVA).
- ii. Limite de carregamento de circuitos em potência ativa (MW).
- iii. Limitação de fator de potência.
- iv. Restrições Especiais
- v. Consideração do relaxamento do limite dos circuitos.

É perceptível que as opções (i) e (ii) não podem ser especificadas simultaneamente.

Esse trabalho tem como objetivo a adição de mais uma restrição funcional como opção para o analista. Essa nova restrição considera a limitação de corrente de circuitos. Essa consideração é importante porque elevados valores de corrente podem provocar sérios danos, como a queima de equipamentos e elementos da rede. Isso se deve ao fato do crescimento da corrente ser acompanhado por um aumento da temperatura no circuito, o condutor tendo sua isolação danificada.

Para a implementação dessa nova ferramenta, foi estudado o código do programa. As alterações a serem realizadas foram feitas com base na lógica já existente para os limites de carregamento de circuitos em potência aparente (MVA) e em potência ativa (MW), já que o algoritmo para a inclusão da restrição funcional na solução do problema é o mesmo. Portanto, foi verificado em que pontos do programa esses dois problemas são tratados, porque foram nesses mesmos pontos que as modificações tiveram que ser implementadas.

Dessa forma, o objetivo principal deste capítulo é a apresentação das modificações que foram realizadas para o desenvolvimento da nova metodologia.

A implementação foi realizada em linguagem FORTRAN e é descrita nos próximos itens.

III.2 Criação e Inicialização

Para o desenvolvimento do trabalho proposto, é adicionada a definição para a nova restrição funcional ao código do programa para sua futura detecção da nova implementação.

Um primeiro passo importante no problema de otimização é a inicialização das variáveis do problema.

É natural pensar que partir de um ponto inicial viável para as restrições de igualdade leva o algoritmo a convergir mais rapidamente. Entretanto, isso não é verdade visto a não linearidade e as dimensões dos problemas de FPO, não sendo conveniente computacionalmente partir de um ponto viável. O método pode ser definido como “método de pontos interiores inviáveis”, já que a viabilidade com relação às restrições definidas no problema será atingida unicamente na solução ótima [6].

Com relação às restrições de canalização, as variáveis são iniciadas com valores que estejam dentro da região de seus limites inferior ou superior. Esses valores podem ser ajustados de acordo com a rede elétrica ou escolhidos como o “ponto central” na região viável definida pelas restrições de canalização, ponto esse que recebe o nome de “*Flat Start*”, definido como $\theta = 0, V = 1$ [6].

Para as variáveis duais ou multiplicadores de Lagrange, é adotado o seguinte critério: λ é considerado igual a 1 enquanto que π_{li} e π_{ui} são calculados como mostrado na seção II. 3 deste trabalho.

No método, o vetor que guarda as restrições ativas do Caso Base do problema é inicializado nesse mesmo código, sem, entretanto, nenhuma restrição especificada. Como esse vetor possui caracteres lógicos, inicializa com o valor FALSE.

Outro vetor que tem sua definição antes do início da solução do problema é o vetor de tolerâncias para especificar se as restrições funcionais estão próximas de seus limites.

Além disso, o número de restrições de fluxo em circuitos que estão sendo consideradas na iteração corrente do algoritmo de pontos interiores é considerado igual a zero.

Para o desenvolvimento da restrição funcional de limite de corrente de circuitos, as variáveis utilizadas no problema são definidas como as mesmas que aquelas utilizadas nos problemas de limite de carregamento de circuitos em potência aparente e em potência ativa. Assim sendo, o programa já exhibe a inicialização dessas variáveis, e a única alteração a ser feita nesse sentido é a respeito do vetor de tolerância, ao qual é adicionada uma nova linha com tolerância de 0,01 (igual à tolerância para as limitações de potência).

III. 3 Termos da Matriz de Solução

Em seguida à inicialização das variáveis, é necessário que os termos do sistema de solução sejam calculados, ou seja, é necessário atribuir valores para os termos da matriz W e do gradiente do sistema de equações (2.8) e (2.9).

O sistema a ser construído engloba as variáveis de estado (*Heavy-Border*) e de controle (*Light-Border*). Havendo alguma violação de restrição durante a resolução do problema, é adicionada ao problema uma nova linha e uma nova coluna para a variável a ter ultrapassado um de seus limites. É importante perceber que na matriz de solução só é incluída uma restrição por vez, sendo escolhida aquela que apresenta a maior violação. Dessa forma, é denominado conjunto ativo o conjunto de variáveis a estarem incluídas na resolução do sistema da Equação 2.8, e conjunto inativo aquele contendo o restante das variáveis.

Para a ferramenta a ser desenvolvida, o cálculo e, em seguida, a montagem da matriz e do gradiente seguem a mesma lógica que para os limites de potência. Ou seja, há a monitoração das linhas e dos transformadores de transmissão e de intercâmbio, como mostrado a seguir.

Inicialmente, são definidas as equações para as potências ativa e reativa para cada caso:

i. Linhas de Transmissão e de Intercâmbio

Limite em MVA:

| | |
|-----------------------------|---|
| Sentido i-j: | $P_{ij} = V_i^2 \cdot g_{ij} - V_i \cdot V_j \cdot (g_{ij} \cdot \cos \theta_{ij} + b_{ij} \cdot \text{sen} \theta_{ij})$ (3.1) |
| $S^2 = P_{ij}^2 + Q_{ij}^2$ | $Q_{ij} = -V_i^2 \cdot b_{ij} - V_i \cdot V_j \cdot (g_{ij} \cdot \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cdot \cos \theta_{ij}) - V_i^2 \cdot b_{shuntF}$ (3.2) |
| Sentido j-i: | $P_{ji} = V_j^2 \cdot g_{ij} - V_i \cdot V_j \cdot (g_{ij} \cdot \cos \theta_{ij} - b_{ij} \cdot \text{sen} \theta_{ij})$ (3.3) |
| $S^2 = P_{ji}^2 + Q_{ji}^2$ | $Q_{ji} = -V_j^2 \cdot b_{ij} + V_i \cdot V_j \cdot (g_{ij} \cdot \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cdot \cos \theta_{ij}) - V_j^2 \cdot b_{shuntT}$ (3.4) |

ii. Transformadores de Transmissão e de Intercâmbio

| | |
|-----------------------------|--|
| Sentido i-j: | $P_{ij} = (V_i TP)^2 \cdot g_{ij} - V_i \cdot V_j TP \cdot (g_{ij} \cdot \cos \theta_{ij} + b_{ij} \cdot \text{sen} \theta_{ij})$ (3.5) |
| $S^2 = P_{ij}^2 + Q_{ij}^2$ | $Q_{ij} = -(V_i TP)^2 \cdot b_{ij} - V_i \cdot V_j TP \cdot (g_{ij} \cdot \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cdot \cos \theta_{ij}) - V_i^2 \cdot b_{shunt}$ (3.6) |

| | |
|-----------------------------|---|
| Sentido j-i: | $P_{ji} = V_j^2 \cdot g_{ij} - V_i \cdot V_j TP \cdot (g_{ij} \cdot \cos \theta_{ij} - b_{ij} \cdot \text{sen} \theta_{ij})$ (3.7) |
| $S^2 = P_{ji}^2 + Q_{ji}^2$ | $Q_{ji} = -V_j^2 \cdot b_{ij} + V_i \cdot V_j TP \cdot (g_{ij} \cdot \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cdot \cos \theta_{ij}) - V_j^2 \cdot b_{shunt}$ (3.8) |

As equações para o fluxo em MW não são mostradas acima porque elas são diretas. Além disso, para os cálculos posteriores de corrente, a potência é considerada em MVA.

Para limite de corrente, sendo P_{ij} , Q_{ij} , P_{ji} e Q_{ji} definidos como acima, podemos calcular:

| | |
|-------------|---|
| Sentido i-j | $I_{ij}^2 = \frac{P_{ij}^2 + Q_{ij}^2}{V_i^2}$ (3.9) |
| Sentido j-i | $I_{ji}^2 = \frac{P_{ji}^2 + Q_{ji}^2}{V_j^2}$ (3.10) |

Essas definições tendo sido feitas, segue o cálculo dos termos da matriz em relação às tensões e aos ângulos das mesmas. Esses cálculos envolvem a derivação primeira (gradiente) ou segunda (matriz W) da função a ser otimizada.

Quando da ocorrência de alguma violação de circuitos, devem ser adicionadas algumas contribuições ao sistema. Elas foram deduzidas para a aplicação de limite de corrente e são vistas a seguir.

III. 3.1 Linhas de Transmissão

As linhas de transmissão são representadas pelo seguinte modelo.

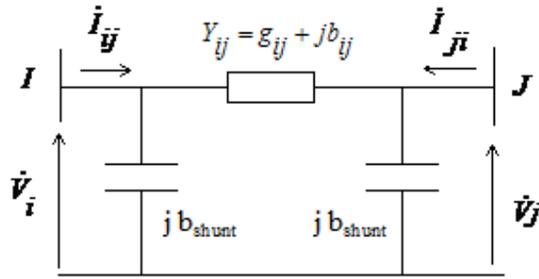


Figura 3: Modelo de uma linha de transmissão.

A matriz de solução pode ser dividida em blocos 2x2, como dito anteriormente no Capítulo II. Representando esses blocos apenas pelas variáveis primais, temos o seguinte modelo para a matriz W e o gradiente.

Tabela 2: Contribuições na matriz W e no gradiente.

| | θ_i | V_i | θ_j | V_j | GRAD |
|------------|------------|-------|------------|-------|------|
| θ_i | A8 | A12 | - A8 | - A13 | A5 |
| V_i | A12 | A9 | - A12 | A11 | A6 |
| θ_j | - A8 | - A12 | A8 | A13 | |
| V_j | - A13 | A11 | A13 | A10 | A7 |

Os termos mostrados na Tabela 2 estão representando apenas as contribuições da linha de transmissão na matriz W e no gradiente. Esses termos foram calculados para corrente.

i. Sentido i-j.

$$A5 = \frac{\partial L^*}{\partial \theta_i} = XLS \cdot \frac{2}{V_i^2} \begin{bmatrix} .P_{ij} \cdot V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \text{cos} \theta_{ij}) \\ - Q_{ij} \cdot V_i V_j (g_{ij} \text{cos} \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$A5 = XLS \cdot \frac{2}{V_i^2} AUX1 \quad (3.12)$$

$$A6 = \frac{\partial L^*}{\partial V_i} = XLS \cdot \frac{1}{V_i^4} \left[\begin{array}{l} 2V_i^2 \left(\begin{array}{l} P_{ij} \cdot \{2 \cdot V_i \cdot g_{ij} - V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})\} \\ - Q_{ij} \cdot \{2V_i b_{ij} + V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) + 2V_i b_{shunt}\} \end{array} \right) \\ - (P_{ij}^2 + Q_{ij}^2) 2V_i \end{array} \right] \quad (3.13)$$

$$A6 = XLS \cdot \frac{1}{V_i^4} \cdot AUX2 \quad (3.14)$$

$$A7 = \frac{\partial L^*}{\partial V_j} = XLS \cdot \frac{(-2)}{V_i^2} \left[P_{ij} V_i (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) + Q_{ij} V_i (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \right] \quad (3.15)$$

$$A7 = \frac{\partial L^*}{\partial V_j} = XLS \cdot \frac{(-2)}{V_i^2} \cdot AUX3 \quad (3.16)$$

$$A8 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial \theta_{ij}^2} = XLS \cdot \frac{2}{V_i^2} \cdot \left[\begin{array}{l} [V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij})]^2 \\ + P_{ij} V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ + [V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})]^2 \\ + Q_{ij} V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \end{array} \right] \quad (3.17)$$

$$A9 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial V_i^2} = XLS \cdot \frac{1}{V_i^8} \cdot \left(\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} (2 \cdot V_i \cdot g_{ij} - V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}))^2 \\ + P_{ij} \cdot 2g_{ij} \\ + (2V_i b_{ij} + V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) + 2V_i b_{shunt})^2 \\ - Q_{ij} (2b_{ij} + 2b_{shunt}) \end{array} \right] \\ - 2(P_{ij}^2 + Q_{ij}^2) \\ - AUX2 \cdot 4 \cdot V_i^3 \end{array} \right) \quad (3.18)$$

$$A10 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial V_j^2} = XLS \cdot \frac{2}{V_i^2} \left\{ [V_i (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})]^2 + [V_i (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij})]^2 \right\} \quad (3.19)$$

$$A11 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial V_j \partial V_i} = -XLS \cdot \frac{2}{V_i^4} \times \left(\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} [2V_i \cdot g_{ij} - V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \cdot V_i \cdot (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ + P_{ij} (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ - [2V_i b_{ij} + V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) + 2V_i b_{shunt}] V_i (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ + Q_{ij} (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \end{array} \right\} \\ -2 \cdot AUX3 \cdot V_i \end{array} \right) \quad (3.20)$$

$$A12 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial V_i \partial \theta_i} = XLS \cdot \frac{1}{V_i^4} \times \left(\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \cdot [2V_i g_{ij} - V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \\ + P_{ij} V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ + V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \cdot [2V_i b_{ij} + V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) + 2V_i b_{shunt}] \\ - Q_{ij} V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \end{array} \right\} \\ -4AUX1 \cdot V_i \end{array} \right) \quad (3.21)$$

$$A13 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial V_j \partial V \theta_j} = XLS \cdot \frac{2}{V_i^2} \times \left(\begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} V_i (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ - P_{ij} V_i (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ - V_i (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \cdot V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ + Q_{ij} V_i (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \end{array} \right\} \end{array} \right) \quad (3.22)$$

ii. Sentido j-i

$$A5 = \frac{\partial L^*}{\partial \theta_i} = XLS \cdot \frac{2}{V_j^2} [P_{ji} \cdot V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) + Q_{ji} \cdot V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \quad (3.23)$$

$$A5 = \frac{\partial L^*}{\partial \theta_i} = XLS \cdot \frac{2}{V_j^2} \cdot AUX1 \quad (3.24)$$

$$A6 = \frac{\partial L^*}{\partial V_i} = XLS \cdot \frac{(-2)}{V_j^2} [P_{ji} V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) - Q_{ji} V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij})] \quad (3.25)$$

$$A6 = \frac{\partial L^*}{\partial V_i} = XLS \cdot \frac{(-2)}{V_j^2} \cdot AUX2 \quad (3.26)$$

$$A7 = \frac{\partial L^*}{\partial V_j} = XLS \cdot \frac{1}{V_j^4} \left[\begin{array}{l} 2V_j^2 \left(P_{ji} \cdot \{2V_j \cdot g_{ij} - V_i (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})\} \right. \\ \left. - Q_{ji} \cdot \{2V_j b_{ij} - V_i (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) + 2V_j b_{shunt}\} \right) \\ \left. - (P_{ji}^2 + Q_{ji}^2) 2V_j \right] \quad (3.27)$$

$$A7 = \frac{\partial L^*}{\partial V_j} = XLS \cdot \frac{1}{V_j^4} \cdot AUX3 \quad (3.28)$$

$$A8 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial \theta_{ij}^2} = XLS \cdot \frac{2}{V_j^2} \left[\begin{array}{l} [V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij})]^2 + P_{ji} V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ + [V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})]^2 - Q_{ji} V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \end{array} \right] \quad (3.29)$$

$$A9 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial V_i^2} = XLS \cdot \frac{2}{V_j^2} \left\{ [V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})]^2 + [V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij})]^2 \right\} \quad (3.30)$$

$$A10 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial V_j^2} = XLS \cdot \frac{1}{V_j^8} \times \left(\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} (2V_j \cdot g_{ij} - V_i (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}))^2 \\ + P_{ji} \cdot 2g_{ij} \\ + (2V_j b_{ij} - V_i (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) + 2V_j b_{shunt})^2 \\ - Q_{ji} (2b_{ij} + 2b_{shunt}) \end{array} \right] - 2(P_{ji}^2 + Q_{ji}^2) \end{array} \right] \\ - AUX3 \cdot 4V_j^3 \end{array} \right) \quad (3.31)$$

$$A11 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial V_j \partial V_i} = -XLS \cdot \frac{2}{V_j^4} \times \left(\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} [2V_j \cdot g_{ij} - V_i (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] V_j \cdot (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ + P_{ji} (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ - [2V_j b_{ij} - V_i (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) + 2V_j b_{shunt}] V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ - Q_{ji} (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \end{array} \right] \\ - 2 \cdot AUX2 \cdot V_j \end{array} \right) \quad (3.32)$$

$$A12 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial V_i \partial V_\theta} = -XLS \cdot \frac{2}{V_j^2} \times \left. \begin{array}{l} V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ - P_{ji} V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ - V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ - Q_{ji} V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \end{array} \right\} \quad (3.33)$$

$$A13 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial V_j \partial V_\theta} = -XLS \cdot \frac{1}{V_j^4} \times \left. \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) [2V_j g_{ij} - V_i (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \\ + P_{ji} V_i (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) [2V_j b_{ij} - V_i (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) + 2V_j b_{shunt}] \\ + Q_{ji} V_i (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \end{array} \right] \\ - 4AUX1 V_j \end{array} \right\} \quad (3.34)$$

III. 3.2 Transformadores

Transformadores são equipamentos destinados a transmitir energia ou potência elétrica de um circuito a outro, transformando tensões e correntes de acordo com sua relação de espiras.

Quando inseridos em um circuito, esses dispositivos afetam os termos relacionados aos ângulos da tensão (θ_i e θ_j), bem como aqueles referentes à própria tensão nas barras i e j (V_i e V_j). Dessa forma, a tabela que representa os termos da matriz W e do gradiente a serem modificados é igual à Tabela 2.

As equações deduzidas para esses termos são mostradas abaixo.

i. Sentido i-j.

$$A5 = \frac{\partial L^*}{\partial \theta_i} = XLS \cdot \frac{2}{V_i^2} \left[\begin{array}{l} .P_{ij} \cdot V_i V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ - Q_{ij} \cdot V_i V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \end{array} \right] \quad (3.35)$$

$$A5 = XLS \cdot \frac{2}{V_i^2} AUX1 \quad (3.36)$$

$$A6 = \frac{\partial L^*}{\partial V_i} = XLS \cdot \frac{1}{V_i^4} \left[\begin{array}{l} 2V_i^2 \left(\begin{array}{l} P_{ij} \cdot \{2V_i TP^2 \cdot g_{ij} - V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})\} \\ - Q_{ij} \cdot \{2V_i TP^2 b_{ij} + V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) + 2V_i b_{shunt}\} \end{array} \right) \\ - (P_{ij}^2 + Q_{ij}^2) 2V_i \end{array} \right] \quad (3.37)$$

$$A6 = XLS \cdot \frac{1}{V_i^4} \cdot AUX 2 \quad (3.38)$$

$$A7 = \frac{\partial L^*}{\partial V_j} = XLS \cdot \frac{(-2)}{V_i^2} \left[P_{ij} V_i TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) + Q_{ij} V_i TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \right] \quad (3.39)$$

$$A7 = \frac{\partial L^*}{\partial V_j} = XLS \cdot \frac{(-2)}{V_i^2} \cdot AUX 3 \quad (3.40)$$

$$A8 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial \theta_{ij}^2} = XLS \cdot \frac{2}{V_i^2} \left[\begin{array}{l} [V_i V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij})]^2 \\ + P_{ij} V_i V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ + [V_i V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})]^2 \\ + Q_{ij} V_i V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \end{array} \right] \quad (3.41)$$

$$A9 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial V_i^2} = XLS \cdot \frac{1}{V_i^8} \times \left(\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} (2V_i \cdot TP^2 g_{ij} - V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}))^2 \\ + P_{ij} \cdot 2TP^2 g_{ij} \\ + (2V_i TP^2 b_{ij} + V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) + 2V_i b_{shunt})^2 \\ - Q_{ij} (2TP^2 b_{ij} + 2b_{shunt}) \end{array} \right] - 2(P_{ij}^2 + Q_{ij}^2) \end{array} \right) \quad (3.42)$$

$$A10 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial V_j^2} = XLS \cdot \frac{2}{V_i^2} \left\{ [V_i TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})]^2 + [V_i TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij})]^2 \right\} \quad (3.43)$$

$$A11 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial V_j \partial V_i} = -XLS \cdot \frac{2}{V_i^4} \times \left(\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} [2V_i TP^2 \cdot g_{ij} - V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \times \\ \times V_i TP \cdot (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ + P_{ij} TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ - [2V_i TP^2 b_{ij} + V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) + 2V_i b_{shunt}] \times \\ \times V_i TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ + Q_{ij} TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \end{array} \right] \times \\ -2.AUX3.V_i \end{array} \right) \quad (3.44)$$

$$A12 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial V_i \partial V_{\theta}} = XLS \cdot \frac{1}{V_i^4} \times \left(\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} V_i V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \times \\ \times [2V_i TP^2 g_{ij} - V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \\ + P_{ij} V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ + V_i V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \times \\ \times [2V_i TP^2 b_{ij} + V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) + 2V_i b_{shunt}] \\ - Q_{ij} V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \end{array} \right] \\ -4AUX1.V_i \end{array} \right) \quad (3.45)$$

$$A13 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial V_j \partial V_{\theta}} = XLS \cdot \frac{2}{V_i^2} \times \left(\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} V_i TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) V_i V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ - P_{ij} V_i TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ - V_i TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \cdot V_i V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ + Q_{ij} V_i TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \end{array} \right] \end{array} \right) \quad (3.46)$$

ii. Sentido j-i.

$$A5 = \frac{\partial L^*}{\partial \theta_i} = XLS \cdot \frac{2}{V_j^2} \left[\begin{array}{l} .P_{ji} \cdot V_i V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ + Q_{ji} \cdot V_i V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \end{array} \right] \quad (3.47)$$

$$A5 = \frac{\partial L^*}{\partial \theta_i} = XLS \cdot \frac{2}{V_j^2} \cdot AUX1 \quad (3.48)$$

$$A6 = \frac{\partial L^*}{\partial V_i} = XLS \cdot \frac{(-2)}{V_j^2} \left[P_{ji} V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) - Q_{ji} V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \right] \quad (3.49)$$

$$A6 = \frac{\partial L^*}{\partial V_i} = XLS \cdot \frac{(-2)}{V_j^2} \cdot AUX2 \quad (3.50)$$

$$A7 = \frac{\partial L^*}{\partial V_j} = XLS \cdot \frac{1}{V_j^4} \left[\begin{array}{l} 2V_j^2 \left(P_{ji} \cdot \{2V_j \cdot g_{ij} - V_i TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})\} \right. \\ \left. - Q_{ji} \cdot \{2V_j b_{ij} - V_i TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) + 2V_j b_{shunt}\} \right) \\ \left. - (P_{ji}^2 + Q_{ji}^2) 2V_j \right] \quad (3.51)$$

$$A7 = \frac{\partial L^*}{\partial V_j} = XLS \cdot \frac{1}{V_j^4} \cdot AUX3 \quad (3.52)$$

$$A8 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial \theta_{ij}^2} = XLS \cdot \frac{2}{V_j^2} \cdot \left[\begin{array}{l} [V_i V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij})]^2 \\ + P_{ji} V_i V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ + [V_i V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})]^2 \\ - Q_{ji} V_i V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \end{array} \right] \quad (3.53)$$

$$A9 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial V_i^2} = XLS \cdot \frac{2}{V_j^2} \left\{ [V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})]^2 + [V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij})]^2 \right\} \quad (3.54)$$

$$A10 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial V_j^2} = XLS \cdot \frac{1}{V_j^8} \times \left(\begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} (2V_j \cdot g_{ij} - V_i TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}))^2 \\ + P_{ji} \cdot 2g_{ij} \\ + (2V_j b_{ij} - V_i TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) + 2V_j b_{shunt})^2 \\ - Q_{ji} (2b_{ij} + 2b_{shunt}) \end{array} \right] - 2(P_{ji}^2 + Q_{ji}^2) \end{array} \right) \\ - AUX3 \cdot 4V_j^3 \end{array} \right) \quad (3.55)$$

$$\begin{aligned}
A11 &= \frac{\partial^2 L^*}{\partial V_j \partial V_i} = -XLS \cdot \frac{2}{V_j^4} \times \\
&\times \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} [2V_j g_{ij} - V_i TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ + P_{ji} TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ - [2V_j b_{ij} - V_i TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) + 2V_j b_{shunt}] V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ - Q_{ji} TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \end{array} \right] \\ - 2.AUX2.V_j \end{array} \right\} \quad (3.56)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A12 &= \frac{\partial^2 L^*}{\partial V_i \partial V_{\theta}} = -XLS \cdot \frac{2}{V_j^2} \times \\
&\times \left\{ \begin{array}{l} V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) V_i V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ - P_{ji} V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ - V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \cdot V_i V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ - Q_{ji} V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \end{array} \right\} \quad (3.57)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A13 &= \frac{\partial^2 L^*}{\partial V_j \partial V_{\theta}} = -XLS \cdot \frac{1}{V_j^4} \times \\
&\times \left\{ \begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} V_i V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \times \\ \times [2V_j g_{ij} - V_i TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \\ + P_{ji} V_i TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ - V_i V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \times \\ \times [2V_j b_{ij} - V_i TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) + 2V_j b_{shunt}] \\ + Q_{ji} V_i TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \end{array} \right] \\ - 4AUX1.V_j \end{array} \right\} \quad (3.58)
\end{aligned}$$

Dentro da lógica de transformadores, existe a possibilidade da existência de LTCs – *Load Tap Change* (Transformadores com Comutação Automática de Tap). Para esses transformadores, o tap passa a ser uma variável do modelo. Assume-se que o valor da admitância não varia com a posição do tap. O programa trata desses equipamentos segundo a lógica a seguir.

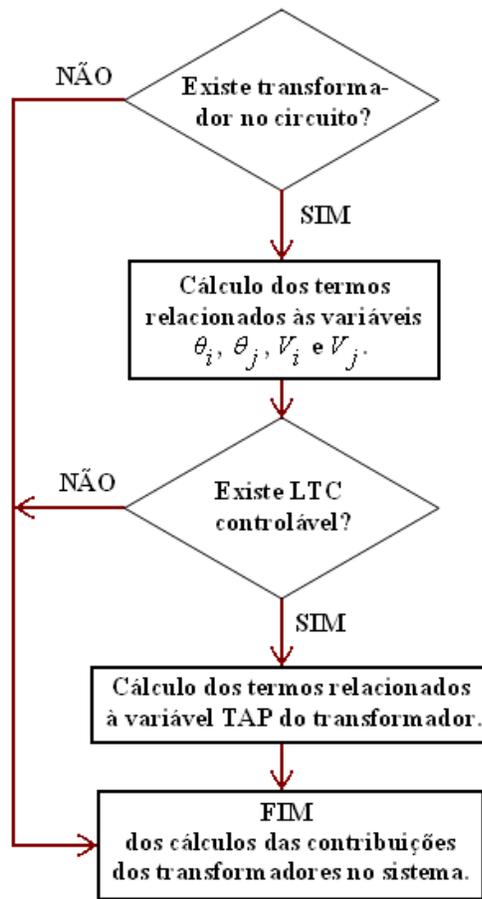


Figura 4: Algoritmo para a inclusão do LTC.

A Figura 5 representa um LTC com relação de transformação $1:t$, enquanto que a Figura 6 indica o modelo π para esse transformador.

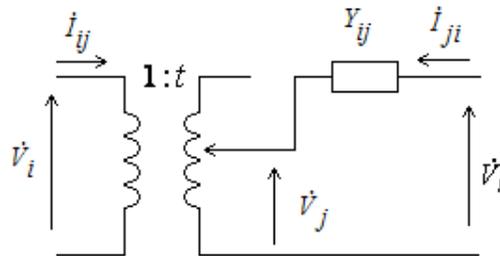


Figura 5: Diagrama esquemático de um transformador com tap.

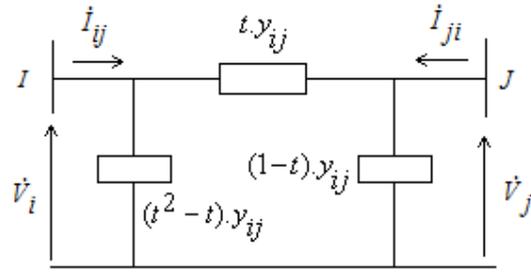


Figura 6: Modelo de um transformador com tap.

Dessa forma, os LTCs, quando incluídos no problema da otimização, adicionam o tap como uma variável de controle, apresentando contribuição na *Light-Border* quando da violação do circuito em que se encontra. A Tabela 3 mostra onde são feitas as modificações na matriz e no gradiente. A seguir estão apresentados os termos contribuintes à LB.

Tabela 3: Contribuição de LTCs no problema.

| | TP | θ_i | V_i | θ_j | V_j | GRAD |
|------------|-------|------------|-------|------------|-------|------|
| TP | A18 | A14 | A15 | - A14 | A17 | A19 |
| θ_i | A14 | | | | | |
| V_i | A15 | | | | | |
| θ_j | - A14 | | | | | |
| V_j | A17 | | | | | |

i. Sentido i-j

$$A14 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial \theta_i \partial TP} = XLS \frac{2}{V_i^2} \times \left\{ \begin{aligned} & \left[2V_i^2 TP g_{ij} - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \right] \times V_i V_j TP (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ & + P_{ij} V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ & + \left[2V_i^2 TP b_{ij} + V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \right] \times V_i V_j TP (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ & - Q_{ij} V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \end{aligned} \right\} \quad (3.59)$$

$$\begin{aligned}
A15 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial V_i \partial TP} = XLS \frac{1}{V_i^4} \times & \\
& \left(\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} [2V_i^2 TP g_{ij} - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \times \\ \times [2V_i TP^2 g_{ij} - V_j TP (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \\ + P_{ij} [4V_i TP g_{ij} - V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \\ + [2V_i^2 TP b_{ij} + V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij})] \times \\ \times [2V_i TP^2 b_{ij} + V_j TP (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) + 2V_i b_{shunt}] \\ - Q_{ij} [4V_i TP b_{ij} + V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij})] \end{array} \right] \\ -4V_i \cdot \left[\begin{array}{l} P_{ij} \cdot [2V_i^2 TP \cdot g_{ij} - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \\ - Q_{ij} \cdot [2V_i^2 TP \cdot b_{ij} + V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij})] \end{array} \right] \end{array} \right) \quad (3.60)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A17 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial V_j \partial TP} = XLS \frac{(-2)}{V_i^2} \times & \\
& \left(\begin{array}{l} [2V_i^2 TP g_{ij} - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \times V_i TP (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ + P_{ij} V_i (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ - [2V_i^2 TP b_{ij} + V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij})] \times V_i TP (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ + Q_{ij} V_i (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \end{array} \right) \quad (3.61)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A18 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial TP^2} = XLS \frac{2}{V_i^2} \times & \\
& \left(\begin{array}{l} [2V_i^2 TP g_{ij} - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})]^2 \\ + P_{ij} \cdot 2V_i^2 g_{ij} \\ + [2V_i^2 TP b_{ij} + V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij})]^2 \\ - Q_{ij} \cdot 2V_i^2 b_{ij} \end{array} \right) \quad (3.62)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A19 = \frac{\partial L^*}{\partial TP} = XLS \frac{2}{V_i^2} \left(\begin{array}{l} P_{ij} \cdot [2V_i^2 TP \cdot g_{ij} - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \\ - Q_{ij} \cdot [2V_i^2 TP \cdot b_{ij} + V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij})] \end{array} \right) \quad (3.63)
\end{aligned}$$

ii. Sentido j-i

$$A14 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial \theta_{ij} \partial TP} = XLS \frac{(-2)}{V_j^2} \times \left\{ \begin{array}{l} V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \times V_i V_j TP (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ - P_{ji} V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ - V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \times V_i V_j TP (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ - Q_{ji} V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \end{array} \right\} \quad (3.64)$$

$$A15 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial V_i \partial TP} = XLS \frac{2}{V_j^2} \times \left\{ \begin{array}{l} V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \times V_j TP (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ - P_{ji} V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ + V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \times V_j TP (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ + Q_{ji} V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \end{array} \right\} \quad (3.65)$$

$$A17 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial V_j \partial TP} = XLS \frac{1}{V_j^4} \times \left(\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} -V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \times \\ \times [2V_j g_{ij} - V_i TP (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \\ - P_{ji} \cdot V_i (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ - V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \times \\ \times [2V_j b_{ij} - V_i TP (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) + 2V_j b_{shunt}] \\ + Q_{ji} \cdot V_i (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \end{array} \right] \\ + 4V_j \cdot \left[\begin{array}{l} P_{ji} \cdot V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ - Q_{ji} \cdot V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \end{array} \right] \end{array} \right) \quad (3.66)$$

$$A18 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial TP^2} = XLS \frac{2}{V_j^2} \times \left\{ \begin{array}{l} [V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})]^2 \\ + [V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij})]^2 \end{array} \right\} \quad (3.67)$$

$$A19 = \frac{\partial L^*}{\partial TP} = -XLS \frac{2}{V_j^2} \left\{ \begin{array}{l} P_{ji} \cdot V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ - Q_{ji} \cdot V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \end{array} \right\} \quad (3.68)$$

III. 3.3 Transformadores Defasadores Controláveis

Esses tipos de transformadores não possuem um modelo π . Seu modelo é representado abaixo.

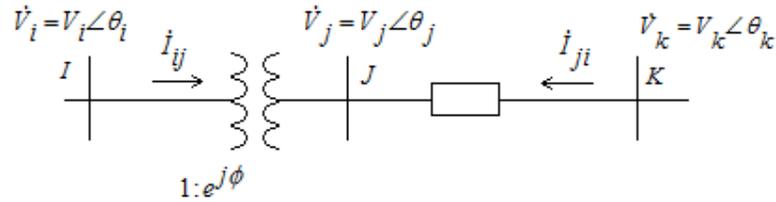


Figura 7: Representação de um transformador defasador.

Os transformadores defasadores controláveis podem ser utilizados para regular o fluxo de potência ativa nos ramos onde são inseridos, sendo capazes de controlar, dentro de determinadas limitações, a relação de fase entre os fasores tensões do primário e do secundário. Dessa forma, os únicos termos da matriz de solução e do gradiente a serem afetados serão aqueles relacionados aos ângulos θ_i e θ_j .

Tabela 4: Contribuição no problema por TDCs.

| | TP | θ_i | V_i | θ_j | V_j | GRAD |
|------------|-----|------------|-------|------------|-------|------|
| TP | | A10 | | | | |
| θ_i | A10 | A6 | A7 | - A6 | A8 | A5 |
| V_i | | A7 | | | | |
| θ_j | | - A6 | | | | A9 |
| V_j | | A8 | | | | |

A seguir são mostrados os cálculos referentes às contribuições de um transformador desse tipo no cálculo da otimização.

- i. Sentido i-j

$$A5 = \frac{\partial L^*}{\partial \theta_i} = XLS \frac{2}{V_i^2} \begin{bmatrix} P_{ij} V_i V_j TP (g_{ij} \sin \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ - Q_{ij} V_i V_j TP (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \sin \theta_{ij}) \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

$$A5 = XLS \frac{2}{V_i^2} AUX1 \quad (3.70)$$

$$A6 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial \theta_i^2} = XLS \frac{2}{V_i^2} \left\{ \begin{array}{l} P_{ij} V_i V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ + [V_i V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij})]^2 \\ + Q_{ij} V_i V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ + [V_i V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})]^2 \end{array} \right\} \quad (3.71)$$

$$A7 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial \theta_i \partial V_i} = XLS \frac{2}{V_i^4} \times \left(\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} P_{ij} V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ + V_i V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \times \\ \times [2V_i TP^2 g_{ij} - V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \\ - Q_{ij} V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ + V_i V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \times \\ \times [2V_i TP^2 b_{ij} + 2V_i b_{shunt} + V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) + 2V_i b_{shuntF}] \end{array} \right] \\ - 2V_i AUX1 \end{array} \right) \quad (3.72)$$

$$A8 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial \theta_i \partial V_j} = XLS \frac{2}{V_i^2} \left\{ \begin{array}{l} P_{ij} V_i TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ - [V_i V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij})] \times \\ \times [V_i TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \\ - Q_{ij} V_i TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ + [V_i V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \times \\ \times [V_i TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij})] \end{array} \right\} \quad (3.73)$$

$$A9 = \frac{\partial L^*}{\partial \theta_j} = -XLS \frac{2}{V_i^2} \left[\begin{array}{l} P_{ij} V_i V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ - Q_{ij} V_i V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \end{array} \right] \quad (3.74)$$

$$A10 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial \theta_i \partial TP} = \frac{2}{V_i^2} \left[\begin{array}{l} P_{ij} V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ + V_i V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \times \\ \times [2V_i^2 TP g_{ij} - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \\ - Q_{ij} V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ + V_i V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \times \\ \times [2V_i^2 TP b_{ij} + V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \end{array} \right] \quad (3.75)$$

ii. Sentido j-i

$$A5 = \frac{\partial L^*}{\partial \theta_i} = XLS \frac{2}{V_j^2} \left[\begin{array}{l} P_{ji} V_i V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ + Q_{ji} V_i V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \end{array} \right] \quad (3.76)$$

$$A5 = XLS \frac{2}{V_j^2} AUX1 \quad (3.77)$$

$$A6 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial \theta_i^2} = XLS \frac{2}{V_j^2} \left\{ \begin{array}{l} P_{ji} V_i V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ + [V_i V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij})]^2 \\ - Q_{ji} V_i V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ + [V_i V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})]^2 \end{array} \right\} \quad (3.78)$$

$$A7 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial \theta_i \partial V_i} = XLS \frac{2}{V_j^2} \left\{ \begin{array}{l} P_{ji} V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ - [V_i V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij})] \times \\ \times [V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \\ + Q_{ji} V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ + [V_i V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \times \\ \times [V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij})] \end{array} \right\} \quad (3.79)$$

$$A8 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial \theta_i \partial V_j} = XLS \frac{2}{V_j^4} \times \left(\begin{array}{l} P_{ji} V_i TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ + V_i V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \times \\ \times [2V_j g_{ij} - V_i TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \\ + Q_{ji} V_i TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ - V_i V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \times \\ \times [2V_j b_{ij} + 2V_j b_{shunt} - V_i TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) + 2V_j b_{shuntF}] \\ - 2V_j AUX1 \end{array} \right) \quad (3.80)$$

$$A9 = \frac{\partial L^*}{\partial \theta_j} = -XLS \frac{2}{V_j^2} \left[\begin{array}{l} P_{ji} V_i V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ + Q_{ji} V_i V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \end{array} \right] \quad (3.81)$$

$$A_{10} = \frac{2}{V_j^2} \begin{bmatrix} P_{ji} V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \\ -V_i V_j TP (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \times V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ + Q_{ji} V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \\ + V_i V_j TP (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \times V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \end{bmatrix} \quad (3.82)$$

III. 3.4 Capacitores em Série

O efeito de ligar capacitores em série serve para reduzir a impedância série da linha de transmissão porque essa impedância é a principal causa da queda de tensão e o mais importante fator a determinar a máxima potência que a linha pode transmitir.

Para o aumento da capacidade de transmissão existem várias opções, uma delas sendo a construção de uma nova linha em paralelo à existente. Entretanto, essa alternativa custa caro e pode gerar impactos ambientais. Outra opção seria a elevação da tensão nominal da linha, mas essa alternativa é limitada devido aos limites operacionais dos equipamentos. Dessa forma, a melhor solução seria a adição de um capacitor em série, que apresenta custo menor e um impacto ambiental quase inexistente [9].

No problema de otimização de que trata esse trabalho, quando é especificado o controle de reatância de capacitor série, é inserido na *light-border* termos relacionados a esses capacitores.

Para esse caso, a reatância da linha será uma variável de controle, e a Tabela 5 apresenta suas contribuições na matriz de solução do problema.

Tabela 5: Contribuições no problema para capacitores em série.

| | TP | X | θ_i | V_i | θ_j | V_j | GRAD |
|------------|----|------|------------|-------|------------|-------|------|
| TP | | A7 | | | | | |
| X | A7 | A6 | A8 | A9 | - A8 | A10 | A5 |
| θ_i | | A8 | | | | | |
| V_i | | A9 | | | | | |
| θ_j | | - A8 | | | | | |
| V_j | | A10 | | | | | |

i. Sentido i-j

$$A5 = \frac{\partial L^*}{\partial X} = XLS \frac{2}{V_i^2} \left\{ \begin{array}{l} P_{ij} \cdot [(V_i TP)^2 \cdot GD - V_i V_j TP (GD \cos \theta_{ij} + BD \text{sen} \theta_{ij})] \\ + Q_{ij} \cdot [-(V_i TP)^2 \cdot BD - V_i V_j TP (GD \text{sen} \theta_{ij} - BD \cos \theta_{ij})] \end{array} \right\} \quad (3.83)$$

$$A5 = \frac{\partial L^*}{\partial X} = XLS \frac{2}{V_i^2} AUX1 \quad (3.84)$$

$$A6 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial X^2} = XLS \frac{2}{V_i^2} \left\{ \begin{array}{l} [(V_i TP)^2 \cdot GD - V_i V_j TP (GD \cos \theta_{ij} + BD \text{sen} \theta_{ij})]^2 \\ + P_{ij} \cdot [(V_i TP)^2 \cdot GDD - V_i V_j TP (GDD \cos \theta_{ij} + BDD \text{sen} \theta_{ij})] \\ + [-(V_i TP)^2 \cdot BD - V_i V_j TP (GD \text{sen} \theta_{ij} - BD \cos \theta_{ij})]^2 \\ + Q_{ij} \cdot [-(V_i TP)^2 \cdot BDD - V_i V_j TP (GDD \text{sen} \theta_{ij} - BDD \cos \theta_{ij})] \end{array} \right\} \quad (3.85)$$

$$A8 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial X \partial \theta_i} = XLS \frac{2}{V_i^2} \times \left\{ \begin{array}{l} P_{ij} V_i V_j TP (GD \text{sen} \theta_{ij} - BD \cos \theta_{ij}) \\ + V_i V_j TP (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \cdot [(V_i TP)^2 \cdot GD - V_i V_j TP (GD \cos \theta_{ij} + BD \text{sen} \theta_{ij})] \\ - Q_{ij} V_i V_j TP (GD \cos \theta_{ij} + BD \text{sen} \theta_{ij}) \\ - V_i V_j TP (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \cdot [-(V_i TP)^2 \cdot BD - V_i V_j TP (GD \text{sen} \theta_{ij} - BD \cos \theta_{ij})] \end{array} \right\} \quad (3.86)$$

$$A9 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial X \partial V_i} = XLS \frac{2}{V_i^4} \times \left\{ \begin{array}{l} P_{ij} [2V_i TP^2 GD - V_j TP (GD \cos \theta_{ij} + BD \text{sen} \theta_{ij})] \\ + [2V_i TP^2 g_{ij} - V_j TP (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \times \\ \times [(V_i TP)^2 GD - V_i V_j TP (GD \cos \theta_{ij} + BD \text{sen} \theta_{ij})] \\ - Q_{ij} [2V_i TP^2 BD + V_j TP (GD \text{sen} \theta_{ij} - BD \cos \theta_{ij})] \\ - [2V_i TP^2 b_{ij} + 2V_i (b_{shunt} + b_{shuntF}) + V_j TP (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij})] \times \\ \times [-(V_i TP)^2 BD - V_i V_j TP (GD \text{sen} \theta_{ij} - BD \cos \theta_{ij})] \\ - 2V_i AUX1 \end{array} \right\} \quad (3.87)$$

$$A10 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial X \partial V_j} = XLS \frac{2}{V_i^2} \times \left\{ \begin{array}{l} -P_{ij} V_i TP (GD \cos \theta_{ij} + BD \text{sen} \theta_{ij}) \\ -V_i TP (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \cdot [(V_i TP)^2 GD - V_i V_j TP (GD \cos \theta_{ij} + BD \text{sen} \theta_{ij})] \\ -Q_{ij} V_i TP (GD \text{sen} \theta_{ij} - BD \cos \theta_{ij}) \\ -V_i TP (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij}) \cdot [-(V_i TP)^2 BD - V_i V_j TP (GD \text{sen} \theta_{ij} - BD \cos \theta_{ij})] \end{array} \right\} \quad (3.88)$$

$$A11 = \frac{\partial L^*}{\partial X} = \frac{2}{V_i^2} \times \left\{ \begin{array}{l} P_{ij} \cdot [(V_i TP)^2 \cdot GD - V_i V_j TP (GD \cos \theta_{ij} + BD \text{sen} \theta_{ij})] \\ + Q_{ij} \cdot [-(V_i TP)^2 \cdot BD - V_i V_j TP (GD \text{sen} \theta_{ij} - BD \cos \theta_{ij})] \end{array} \right\} \quad (3.89)$$

$$A7 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial X \partial TP} = XLS \frac{2}{V_i^2} \times \left\{ \begin{array}{l} P_{ij} [2V_i^2 TP \cdot GD - V_i V_j (GD \cos \theta_{ij} + BD \text{sen} \theta_{ij})] \\ + [2V_i^2 TP \cdot g_{ij} - V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \times \\ \times [(V_i TP)^2 GD - V_i V_j TP (GD \cos \theta_{ij} + BD \text{sen} \theta_{ij})] \\ - Q_{ij} [2V_i^2 TP \cdot BD + V_i V_j (GD \text{sen} \theta_{ij} - BD \cos \theta_{ij})] \\ - [2V_i^2 TP \cdot b_{ij} + V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} - b_{ij} \cos \theta_{ij})] \times \\ \times [-(V_i TP)^2 BD - V_i V_j TP (GD \text{sen} \theta_{ij} - BD \text{cps} \theta_{ij})] \end{array} \right\} \quad (3.90)$$

ii. Sentido j-i

$$A5 = \frac{\partial L^*}{\partial X} = XLS \frac{2}{V_j^2} \left\{ \begin{array}{l} P_{ji} \cdot [V_j^2 \cdot GD - V_i V_j TP (GD \cos \theta_{ij} - BD \text{sen} \theta_{ij})] \\ + Q_{ji} \cdot [-V_j^2 \cdot BD + V_i V_j TP (GD \text{sen} \theta_{ij} + BD \cos \theta_{ij})] \end{array} \right\} \quad (3.91)$$

$$A5 = \frac{\partial L^*}{\partial X} = XLS \frac{2}{V_j^2} AUX1 \quad (3.92)$$

$$A6 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial X^2} = XLS \frac{2}{V_j^2} \left\{ \begin{array}{l} [V_j^2 \cdot GD - V_i V_j TP (GD \cos \theta_{ij} - BD \text{sen} \theta_{ij})]^2 \\ + P_{ji} \cdot [V_j^2 \cdot GDD - V_i V_j TP (GDD \cos \theta_{ij} - BDD \text{sen} \theta_{ij})] \\ + [-V_j^2 \cdot BDD + V_i V_j TP (GDD \text{sen} \theta_{ij} + BDD \cos \theta_{ij})]^2 \\ + Q_{ji} \cdot [-V_j^2 \cdot BDD + V_i V_j TP (GDD \text{sen} \theta_{ij} + BDD \cos \theta_{ij})] \end{array} \right\} \quad (3.93)$$

$$A8 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial X \partial \theta_i} = XLS \frac{2}{V_j^2} \times \left\{ \begin{array}{l} P_{ji} V_i V_j TP(GD \text{sen} \theta_{ij} + BD \cos \theta_{ij}) \\ + V_i V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \cdot [V_j^2 \cdot GD - V_i V_j TP(GD \cos \theta_{ij} - BD \text{sen} \theta_{ij})] \\ + Q_{ji} V_i V_j TP(GD \cos \theta_{ij} - BD \text{sen} \theta_{ij}) \\ + V_i V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \cdot [-V_j^2 \cdot BD + V_i V_j TP(GD \text{sen} \theta_{ij} + BD \cos \theta_{ij})] \end{array} \right\} \quad (3.94)$$

$$A9 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial X \partial V_i} = -XLS \frac{2}{V_j^2} \times \left\{ \begin{array}{l} P_{ji} V_j TP(GD \cos \theta_{ij} - BD \text{sen} \theta_{ij}) \\ + V_j TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \cdot [V_j^2 \cdot GD - V_i V_j TP(GD \cos \theta_{ij} - BD \text{sen} \theta_{ij})] \\ - Q_{ji} V_j TP(GD \text{sen} \theta_{ij} + BD \cos \theta_{ij}) \\ - V_j TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \cdot [-V_j^2 \cdot BD + V_i V_j TP(GD \text{sen} \theta_{ij} + BD \cos \theta_{ij})] \end{array} \right\} \quad (3.95)$$

$$A10 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial X \partial V_j} = XLS \frac{2}{V_j^4} \times \left\{ \begin{array}{l} P_{ji} [2V_j \cdot GD - V_i TP(GD \cos \theta_{ij} - BD \text{sen} \theta_{ij})] \\ + [2V_j g_{ij} - V_i TP(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \times \\ \times [V_j^2 \cdot GD - V_i V_j TP(GD \cos \theta_{ij} - BD \text{sen} \theta_{ij})] \\ + Q_{ji} [-2V_j \cdot BD + V_i TP(GD \text{sen} \theta_{ij} + BD \cos \theta_{ij})] \\ + [-2V_j \cdot b_{ij} - 2V_j \cdot (b_{shunt} + b_{shuntF}) + V_i TP(g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij})] \times \\ \times [-V_j^2 \cdot BD + V_i V_j TP(GD \text{sen} \theta_{ij} + BD \cos \theta_{ij})] \\ - 2V_j \cdot AUX1 \end{array} \right\} \quad (3.96)$$

$$A11 = \frac{\partial L^*}{\partial X} = \frac{2}{V_j^2} \times \left\{ \begin{array}{l} P_{ji} \cdot [V_j^2 \cdot GD - V_i V_j TP(GD \cos \theta_{ij} - BD \text{sen} \theta_{ij})] \\ + Q_{ji} \cdot [-V_j^2 \cdot BD + V_i V_j TP(GD \text{sen} \theta_{ij} + BD \cos \theta_{ij})] \end{array} \right\} \quad (3.97)$$

$$A7 = \frac{\partial^2 L^*}{\partial X \partial TP} = XLS \frac{2}{V_j^2} \times \left\{ \begin{array}{l} -V_i V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \cdot [V_j^2 GD - V_i V_j TP (GD \cos \theta_{ij} - BD \text{sen} \theta_{ij})] \\ -P_{ji} V_i V_j (GD \cos \theta_{ij} - BD \text{sen} \theta_{ij}) \\ +V_i V_j (g_{ij} \text{sen} \theta_{ij} + b_{ij} \cos \theta_{ij}) \cdot [-V_j^2 BD + V_i V_j TP (GD \text{sen} \theta_{ij} + BD \cos \theta_{ij})] \\ +Q_{ji} V_i V_j (GD \text{sen} \theta_{ij} + BD \cos \theta_{ij}) \end{array} \right\} \quad (3.98)$$

III. 3.5 Compensação Série

A compensação série é um meio eficiente de se reduzir a quantidade de linhas de transmissão necessárias para a obtenção de certa capacidade de transmissão de potência, por conta do aumento considerável da capacidade de transmissão das linhas já construídas, com um custo econômico relativamente baixo [9].

Para a compensação série, é adicionada uma nova restrição funcional ao problema de otimização. Os termos resultantes dessa restrição são adicionados à *Light-Border* e à *Heavy-Border*, sendo a reatância da linha uma variável de controle. As contribuições desses novos termos em ambas essas matrizes são mostradas a seguir.

III.3.5.1 *Light-Border*

i. Sentido i-j

$$GRDXC = \frac{\partial L^*}{\partial X} = XLS \frac{2}{V_i^2} \left\{ \Delta P \cdot [V_i^2 GD - V_i V_j (GD \cos \theta_{ij} + BD \text{sen} \theta_{ij})] \right\} \quad (3.99)$$

$$HXCXC = \frac{\partial^2 L^*}{\partial X \partial X} = XLS \frac{2}{V_i^2} \left\{ \begin{array}{l} [V_i^2 GD - V_i V_j (GD \cos \theta_{ij} + BD \text{sen} \theta_{ij})]^2 \\ + \Delta P \cdot [V_i^2 GDD - V_i V_j (GDD \cos \theta_{ij} + BDD \text{sen} \theta_{ij})] \end{array} \right\} \quad (3.100)$$

$$HXCVI = \frac{\partial^2 L^*}{\partial X \partial V_i} = XLS \frac{2}{V_i^4} \times \left(\begin{array}{l} [2V_i g_{ij} - V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \times \\ V_i^2 \cdot \left\{ \begin{array}{l} [V_i^2 GD - V_i V_j (GD \cos \theta_{ij} + BD \text{sen} \theta_{ij})] \\ + \Delta P \cdot [2V_i GD - V_j (GD \cos \theta_{ij} + BD \text{sen} \theta_{ij})] \end{array} \right\} \\ - \Delta P \cdot [V_i^2 GD - V_i V_j (GD \cos \theta_{ij} + BD \text{sen} \theta_{ij})] \cdot 2V_i \end{array} \right) \quad (3.101)$$

$$\begin{aligned}
HXC\dot{V}J &= \frac{\partial^2 L^*}{\partial X \partial V_j} = XLS \frac{2}{V_i^2} \times \\
&\times \left\{ \begin{aligned} &[-V_i(g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})][V_i^2 GD - V_i V_j (GD \cos \theta_{ij} + BD \text{sen} \theta_{ij})] \\ &+ \Delta P.[-V_i (GD \cos \theta_{ij} + BD \text{sen} \theta_{ij})] \end{aligned} \right\} \quad (3.102)
\end{aligned}$$

ii. Sentido j-i

$$GRDXC = \frac{\partial L^*}{\partial X} = XLS \frac{2}{V_j^2} \{ \Delta P. [V_j^2 GD - V_i V_j (GD \cos \theta_{ij} - BD \text{sen} \theta_{ij})] \} \quad (3.103)$$

$$HXCXC = \frac{\partial^2 L^*}{\partial X \partial X} = XLS \frac{2}{V_j^2} \left\{ \begin{aligned} &[V_j^2 GD - V_i V_j (GD \cos \theta_{ij} - BD \text{sen} \theta_{ij})]^2 \\ &+ \Delta P. [V_j^2 GDD - V_i V_j (GDD \cos \theta_{ij} - BDD \text{sen} \theta_{ij})] \end{aligned} \right\} \quad (3.104)$$

$$\begin{aligned}
HXC\dot{V}I &= \frac{\partial^2 L^*}{\partial X \partial V_j} = XLS \frac{2}{V_j^2} \times \\
&\times \left\{ \begin{aligned} &[-V_j(g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})][V_j^2 GD - V_i V_j (GD \cos \theta_{ij} - BD \text{sen} \theta_{ij})] \\ &+ \Delta P. [-V_j (GD \cos \theta_{ij} - BD \text{sen} \theta_{ij})] \end{aligned} \right\} \quad (3.105)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
HXC\dot{V}J &= \frac{\partial^2 L^*}{\partial X \partial V_i} = XLS \frac{2}{V_j^4} \times \left(\begin{aligned} &\left[\begin{aligned} &[2V_j g_{ij} - V_i (g_{ij} \cos \theta_{ij} - b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \times \\ &V_j^2 \cdot \left\{ \begin{aligned} &[V_j^2 GD - V_i V_j (GD \cos \theta_{ij} - BD \text{sen} \theta_{ij})] \\ &+ \Delta P. [2V_j GD - V_i (GD \cos \theta_{ij} - BD \text{sen} \theta_{ij})] \end{aligned} \right\} \\ &- \Delta P. [V_j^2 GD - V_i V_j (GD \cos \theta_{ij} - BD \text{sen} \theta_{ij})] 2V_j \end{aligned} \right) \end{aligned} \right) \quad (3.106)
\end{aligned}$$

III. 3.5.2 Heavy-Border

i. Sentido i-j

$$GRDVI = \frac{\partial L^*}{\partial V_i} = XLS \cdot \frac{1}{V_i^4} (V_i^2 \cdot \{ 2 \cdot \Delta P. [2V_i g_{ij} - V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] - \Delta P. 2V_i \}) \quad (3.107)$$

$$GRDVI = \frac{\partial L^*}{\partial V_i} = XLS \cdot \frac{1}{V_i^4} AUX1 \quad (3.108)$$

$$GRDVJ = \frac{\partial L^*}{\partial V_j} = XLS \cdot \frac{1}{V_i^2} 2 \cdot \Delta P \cdot [-V_i (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \quad (3.109)$$

$$HVJVJ = \frac{\partial^2 L^*}{\partial V_j^2} = XLS \cdot \frac{2}{V_i^2} \left\{ -V_i (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \right\} \quad (3.110)$$

$$HVIVJ = \frac{\partial^2 L^*}{\partial V_j \partial V_i} = XLS \cdot \frac{2}{V_i^2} \cdot \left(\begin{array}{l} \left[2V_i g_{ij} - V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij}) \right] \times \\ V_i^2 \left\{ \begin{array}{l} \times [-V_i (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \\ + \Delta P \cdot [- (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] \end{array} \right\} \\ - \Delta P \cdot [-V_i (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})] 2V_i \end{array} \right) \quad (3.111)$$

$$HVIVI = \frac{\partial L^*}{\partial V_i \partial V_i} = XLS \cdot \frac{1}{V_i^8} \cdot \left(\begin{array}{l} V_i^4 \cdot \left\{ \begin{array}{l} 2V_i^2 \left([2V_i g_{ij} - V_j (g_{ij} \cos \theta_{ij} + b_{ij} \text{sen} \theta_{ij})]^2 + \Delta P \cdot 2g_{ij} \right) \\ - 2\Delta P^2 \end{array} \right\} \\ - 4V_i^3 \cdot AUX1 \end{array} \right) \quad (3.112)$$

III.4 Análise da Solução

Os cálculos dos termos da matriz de solução do problema são o segundo passo do algoritmo de otimização. São encontrados os elementos das matrizes *Heavy-Border* e *Light-Border*.

Esse processo tendo sido realizado, o próximo passo de continuação do problema, seguindo a lógica do algoritmo, é a eliminação dos elementos da *Light-Border* localizados na parte inferior da matriz. Isso pode ser alcançado com o auxílio da Eliminação de Gauss, o que leva à obtenção do sistema representado pela Equação 2.10. A matriz *Heavy-Border* é, então, chamada de matriz de solução do sistema já que a *Light-Border* é incorporada à mesma [7].

Uma característica importante desse método é a ordem do sistema linear a ser resolvido não ser aumentada de acordo com o número das variáveis de controle.

Dessa forma, o próximo passo para a resolução do sistema é a fatoração da matriz W, eliminando seus elementos da seção triangular inferior, que é realizado para o cálculo dos

incrementos das variáveis primais e duais. Tendo esses incrementos tendo sido encontrados, é realizada a atualização das variáveis segundo o descrito na Seção II.4.

Entretanto, apenas encontrar esses incrementos não é garantia que a otimização foi alcançada. Então, é necessária a definição de certos parâmetros para uma análise posterior da solução encontrada.

O *gap* de dualidade é definido como sendo a diferença entre a solução do problema primal e do problema dual correspondente. O *gap* de dualidade tende ao valor zero na solução ótima [7]. Ele pode ser escrito como:

$$gap = \mathbf{s}_i^T \boldsymbol{\pi}_i - \mathbf{s}_u^T \boldsymbol{\pi}_u \quad (3.113)$$

Pelo valor do *gap* pode-se saber se o problema é inviável ou mal condicionado. Se o *gap* atinge valores elevados, como 1.0×10^4 , isso pode ser verdade e o processo iterativo deve ser interrompido [7].

O parâmetro *gap* é ainda utilizado para atualizar o parâmetro barreira μ , como segue a equação abaixo, em que n é o número de variáveis que apresentam restrições de canalização e β é o parâmetro utilizado para acelerar a convergência do processo, geralmente apresentando o valor típico de 0,1 [7].

$$\mu = \beta \cdot \frac{gap}{2n} \quad (3.114)$$

Depois da solução do problema e da definição dos parâmetros mencionados acima, é necessário que a convergência da solução encontrada seja avaliada. No problema de FPO existe o compromisso de se atingir a viabilidade ao mesmo tempo em que a otimalidade [6]. Um ponto será considerado ótimo quando o *gap* de dualidade e o parâmetro barreira tenham atingido uma tolerância especificada e quando, ao mesmo tempo, as restrições lineares sejam satisfeitas. Os *mismatches* ativo e reativo podem ser considerados iguais a 1MW e 1MVar, respectivamente.

Para a implementação realizada, não foi necessária nenhuma modificação no cálculo dos *mismatches*, já que ele é realizado sempre do mesmo modo:

$$\Delta I = I^{\text{especificado}} - I^{\text{calculado}} \quad (3.115)$$

Durante o processo de otimização, o método pode achar dificuldades em atingir uma condição ótima e viável. Para esses casos, existe a possibilidade do processo incluir um relaxamento do limite dos circuitos, se o analista assim especificar. No caso tratado, a corrente poderia vir a ser aumentada de seus limites especificados. Para essa condição, deve ser adicionada uma contribuição referente ao *mismatch*:

$$I^{\text{especificado}} = CAP + I^{\text{relaxamento}} \quad (3.116)$$

Em que $I^{\text{relaxamento}}$ é o aumento da capacidade do circuito devido ao relaxamento.

Outro fator que alteraria o cálculo do *mismatch* seria quando da compensação série. Havendo tal opção sido especificada pelo analista, o *mismatch* seguiria a equação a seguir.

$$I^{\text{especificado}} = CAP + I^{\text{relaxamento}} + I^{\text{comp. série}} \quad (3.117)$$

Capítulo IV

Resultados Numéricos

IV.1 Considerações

Neste capítulo serão mostrados alguns resultados numéricos para a validação das alterações realizadas no trabalho, mostrando o estado do sistema obtido quando utilizando as novas modificações.

Serão analisados dois sistemas. O primeiro é um pequeno caso de duas barras, testado para a função objetivo de máximo carregamento. O segundo é um caso de 14 barras em que foi realizada uma otimização para a eliminação das violações de tensão. Em seguida, foi testado para a função objetivo de mínimo desvio de intercâmbio.

IV.2 Sistema de 2 barras – Caso A

O sistema de 2 barras utilizado é composto por um gerador, uma carga, um capacitor e apenas um circuito ligando as duas barras. Sua representação pode ser vista na Figura 8.

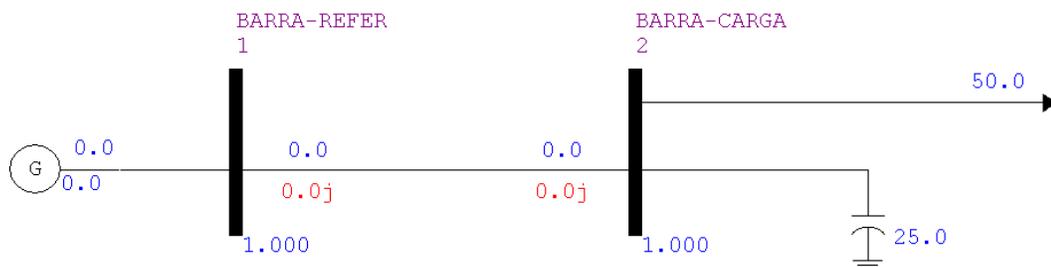


Figura 8: Sistema de 2 barras.

Quando esse sistema não é sujeito a nenhum controle, otimizando-o para um máximo carregamento, chegamos ao sistema da Figura 9.

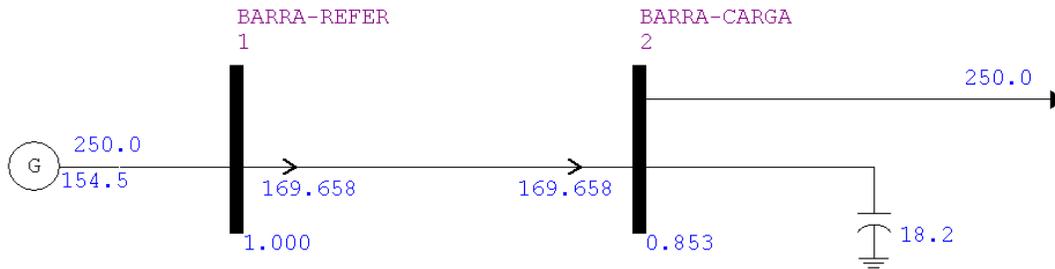


Figura 9: Sistema de 2 barras sujeito a máximo carregamento.

Os valores que se encontram abaixo da linha que liga as duas barras são referentes à corrente (em kA) que circula nesse circuito. Os dados desse ponto de operação são mostrados na Tabela 6.

Tabela 6: Grandezas no sistema de 2 barras.

| Circuito | P (MW) | S (MVA) | I (kA) |
|----------|--------|---------|---------|
| 1 2 | 250,0 | 293,9 | 169,658 |
| 2 1 | -250,0 | 250,6 | 169,658 |

IV. 2.1 Restrição em MVA

O sistema de 2 barras apresentado é, primeiramente, otimizado considerando restrição na potência aparente (MVA). É utilizada a função objetivo de máximo carregamento, e o limite da grandeza em questão é definido como 200,0 MVA. Os controles utilizados foram de potência ativa gerada e de potência reativa gerada.

O caso converge em 15 iterações, apresentando violação de potência na sétima iteração.

Ao final do processo, a única variável que atingiu seu valor limite foi o fluxo entre as barras, no valor especificado de 200,0 MVA. Para a função objetivo especificada, ocorre um aumento em 283,60% no carregamento.

Tabela 7: Valor das grandezas após a otimização (MVA).

| Circuito | P (MW) | S (MVA) | I (kA) |
|----------|--------|--------------|---------|
| 1 2 | 191,8 | 200,0 | 115,466 |
| 2 1 | -191,8 | 193,2 | 115,466 |

Tabela 8: Controles alterados durante a otimização (MVA).

| Tipo do Controle | Barra | Variação | | |
|--------------------------------|-------|----------|--------|-------|
| | | Inicial | Desvio | Final |
| Geração de Potência Ativa (MW) | 1 | 50,0 | 141,8 | 191,8 |

IV.2.2 Restrição em MW

O sistema de 2 barras é otimizado para a função objetivo de máximo carregamento. É considerado existir restrição na potência ativa, que assume valor limite de 200,0 MW, e os controles adotados ao de potência ativa e reativa geradas e tensão em barra PV.

O sistema atinge sua otimização após 15 iterações, apresentando violação em circuito na sétima iteração, assim como acontece quando é escolhida restrição de potência aparente.

Ao final da otimização, a grandeza a atingir seu valor limite foi o fluxo entre as 2 barras do sistema, assumindo o valor de 200,0 MW, valor especificado para seu limite superior. Para esse caso, ocorre um aumento de 299,99% no valor do carregamento.

Tabela 9: Valor das grandezas após a otimização (MW).

| Circuito | P (MW) | S (MVA) | I (kA) |
|----------|--------------|---------|---------|
| 1 2 | 200,0 | 210,5 | 121,556 |
| 2 1 | 200,0 | 201,3 | 121,556 |

Tabela 10: Controles alterados durante a otimização (MW).

| Tipo do Controle | Barra | Variação | | |
|--------------------------------|-------|----------|--------|-------|
| | | Inicial | Desvio | Final |
| Geração de Potência Ativa (MW) | 1 | 50,0 | 150,0 | 200,0 |

IV.2.3 Restrição em kA

Para a otimização desse caso envolvendo a nova ferramenta, é utilizada a função objetivo de máximo carregamento, ou seja, é optado que a carga ligada à barra 2 seja maximizada, como para os dois casos otimizados anteriormente. Os controles utilizados são os mesmos que aqueles especificados para restrição de fluxo.

É indicado nos arquivos de saída que houve restrição de corrente no limite. Ela atingiu seu valor máximo especificado de 100,0 kA. Sua convergência foi atingida em 15 iterações, assim como para o caso sem nenhum limite especificado, havendo um aumento de 239,02% no carregamento. O circuito entre as barras 1 e 2 foi violado na sexta iteração, a matriz de solução tendo sido adicionada de uma linha e uma coluna.

Tabela 11: Valor das grandezas após a otimização (100 kA).

| Circuito | P (MW) | S (MVA) | I (kA) |
|----------|--------|---------|---------------|
| 1 2 | 169,5 | 173,2 | 99,997 |
| 2 1 | 169,5 | 171,3 | 99,997 |

Tabela 12: Controles alterados durante a otimização (100 kA).

| Tipo do Controle | Barra | Variação | | |
|--------------------------------|-------|----------|--------|-------|
| | | Inicial | Desvio | Final |
| Geração de Potência Ativa (MW) | 1 | 50,0 | 119,5 | 169,5 |

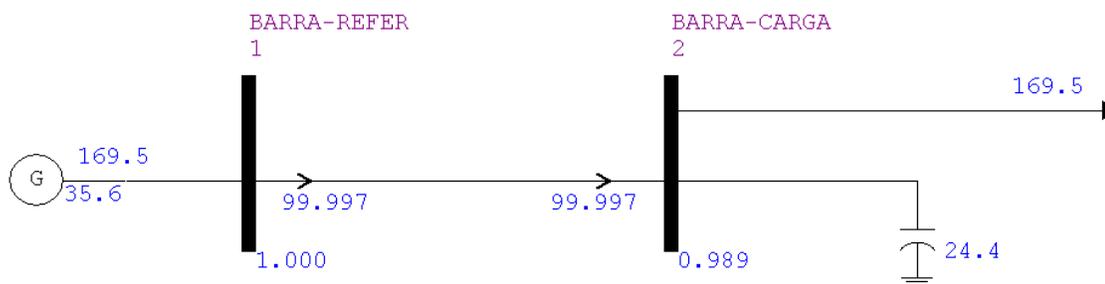


Figura 10: Sistema de 2 barras com limite de corrente em 100 kA.

IV.3 Sistema de 2 barras – Caso B

O caso anterior aplicado ao sistema de 2 barras apresenta uma corrente escolhida para teste da validade da implementação. Agora, para a restrição em kA, é adotada uma corrente limite de 115,0 kA. Esse valor foi calculado a partir do valor de potência especificado para o caso de restrição em MVA segundo a Equação 4.1.

$$LIMITE(KA) = \frac{LIMITE(MVA)}{\sqrt{3} \times V_{BASE}(KV)} \quad (4.1)$$

A função objetivo escolhida permanece sendo de máximo carregamento e os controles continuam sendo de potência ativa gerada e potência reativa gerada.

É observado nos arquivos de saída, após a aplicação da otimização, que a convergência foi atingida em 15 iterações, assim como para o caso anterior quando a corrente é limitada em 100,0 kA. Na sétima iteração ocorreu a violação. Como resultado, houve um aumento do carregamento em 282,30%, e a corrente entre as barras 1 e 2 foi limitada em 115,0 kA, como especificado (Figura 11).

Tabela 13: Valor das grandezas após a otimização (115 kA).

| Circuito | P (MW) | S (MVA) | I (kA) |
|----------|--------|---------|----------------|
| 1 2 | 191,2 | 199,2 | 114,996 |
| 2 1 | 191,2 | 192,6 | 114,996 |

Tabela 14: Controles alterados durante a otimização (115 kA).

| Tipo do Controle | Barra | Variação | | |
|--------------------------------|-------|----------|--------|-------|
| | | Inicial | Desvio | Final |
| Geração de Potência Ativa (MW) | 1 | 50,0 | 141,2 | 191,2 |

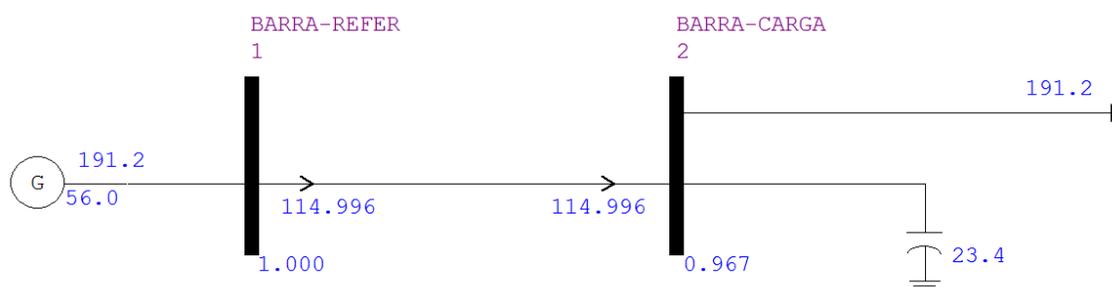


Figura 11: Sistema de 2 barras com limite de corrente em 115 kA.

IV.4 Sistema de 2 barras – Análise Comparativa

Como visto nas seções anteriores, o algoritmo conseguiu limitar potência aparente, potência ativa e corrente quando especificado cada uma dessas restrições.

A Tabela 15 apresenta um resumo da variação dos controles para as diferentes restrições aplicadas ao sistema de 2 barras. A restrição de corrente apresentada é baseada no Caso B.

Tabela 15: Variação de controles para o sistema de 2 barras.

| Tipo do controle | Barra | Restrição em MVA | | | Restrição em MW | | | Restrição em kA | | |
|--------------------------------|-------|------------------|--------|-------|-----------------|--------|-------|-----------------|--------|-------|
| | | Variação | | | Variação | | | Variação | | |
| | | Inicial | Desvio | Final | Inicial | Desvio | Final | Inicial | Desvio | Final |
| Geração de Potência Ativa (MW) | 1 | 50,0 | 141,8 | 191,8 | 50,0 | 150,0 | 200,0 | 50,0 | 141,2 | 191,2 |

IV.3 Sistema de 14 barras – Caso A

O sistema a ser analisado nesta seção é um sistema composto por 14 barras e 20 circuitos, assim como mostrado na Figura 12.

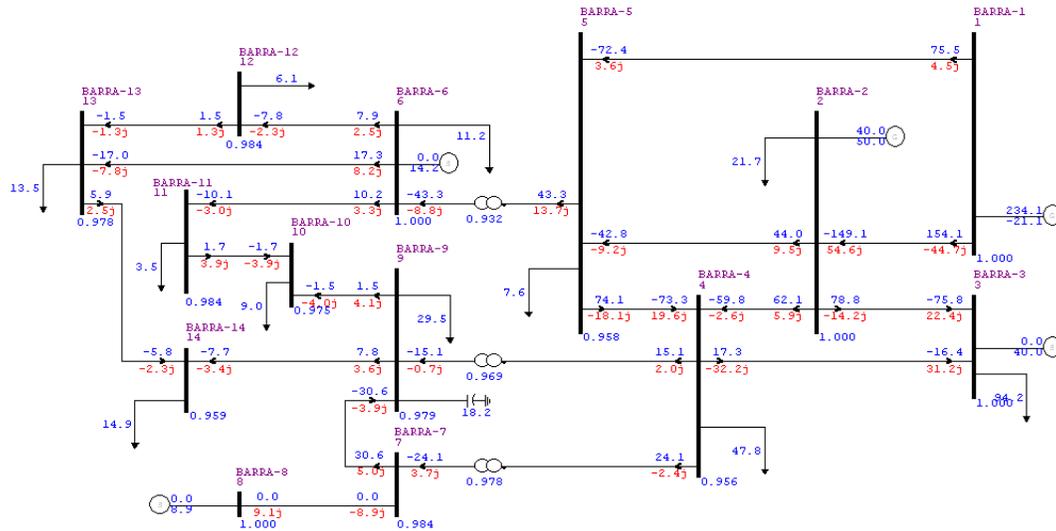


Figura 12: Sistema de 14 barras.

Para esse sistema, a carga é aumentada em 30% para a obtenção de uma violação de circuito. Como pode ser visto pela Figura 13, ocorreram tanto violações de tensão (limite inferior) quanto de circuito (limite superior). Desse modo, as violações em relação à tensão são retiradas em primeiro do sistema para a otimização não considerar os limites de tensão já que, dessa forma, o problema avalia as violações de circuitos, que são as de importância para este trabalho.

Para a retirada das violações de tensão, é aplicada a função objetivo de mínimo custo de instalação de *shunt* reativo, sem considerar nenhuma restrição, com possibilidade de injeção de potência em qualquer barra do circuito. Dessa forma, restam apenas violações de circuito, como é o desejado para a análise em questão.

Essas violações ocorrem nos circuitos entre as barras 1 e 2 e as barras 1 e 5. Os valores limites de potência em MVA e MW para os circuitos do sistema estão na Tabela 16.

Para a otimização, será aplicada a função objetivo de mínimo desvio de potência ativa. Serão geradas três soluções: a primeira considerando limite de potência em MVA, a segunda considerando limite de potência em MW e a terceira considerando a nova ferramenta, ou seja, a restrição de corrente em kA.

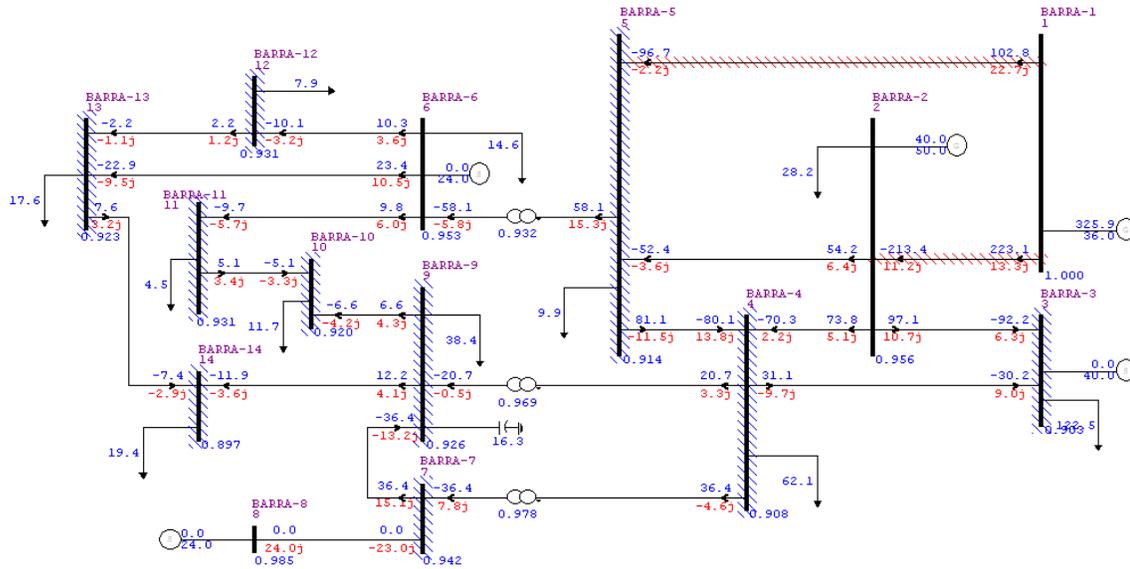


Figura 13: Sistema com violação de circuito.

Para todos os casos, são utilizados os mesmos controles: geração de potência ativa, geração de potência reativa e tensão em barra PV.

Tabela 16: Valores limites de potência (MVA).

| Circuito | Limite (MVA) | Circuito | Limite (MVA) |
|----------|--------------|----------|--------------|
| 1 2 | 210 | 6 11 | 25 |
| 1 5 | 100 | 6 12 | 50 |
| 2 3 | 100 | 6 13 | 55 |
| 2 4 | 100 | 7 8 | 50 |
| 2 5 | 100 | 7 9 | 100 |
| 3 4 | 100 | 9 10 | 100 |
| 4 5 | 250 | 9 14 | 100 |
| 4 7 | 50 | 10 11 | 150 |
| 4 9 | 100 | 12 13 | 60 |
| 5 6 | 100 | 13 14 | 50 |

IV. 3.1 Restrição em MVA

Considerando a opção para restrição de fluxo em MVA, o sistema atingiu sua otimização em 14 iterações, tendo surgido violação dessa restrição na quinta iteração, aumentando a matriz de solução em uma linha e uma coluna. As grandezas que atingiram seus limites constam na Tabela 17.

Tabela 17: Grandezas no limite para restrição de fluxo em MVA.

| Localização | Grandeza | Valor Limite |
|--------------|--------------------------|------------------|
| Barra 1 | Tensão em barra PV | 1,05 (superior) |
| Barra 8 | Tensão em barra PV | 1,05 (superior) |
| Barra 6 | Potência reativa gerada | 24,0 (superior) |
| Circuito 1-2 | Fluxo em circuitos (MVA) | 210,0 (superior) |
| Circuito 1-5 | Fluxo em circuitos (MVA) | 100,0 (superior) |

Como era esperado, os fluxos nos circuitos das barras 1 e 2 e das barras 1 e 5 ficaram limitados em seus limites superiores de 210 MVA e 100 MVA, respectivamente, assim como foi especificado pelo analista (Tabela 16).

Em relação ao desvio de potência, que é a função objetivo especificada, a barra 1 sofreu uma redução de 4,49% de potência ativa gerada enquanto que a barra 2 apresentou um aumento de 11,65%.

Para esse caso, tem-se o seguinte ponto de operação para o sistema:

Tabela 18: Grandezas do sistema de 14 barras (restrição em MVA).

| Circuito | P (MW) | S (MVA) | I (kA) | Circuito | P (MW) | S (MVA) | I (kA) |
|----------|--------|---------------|--------|----------|--------|---------|--------|
| 1 2 | 210,00 | 210,00 | 200,0 | 6 11 | 10,15 | 11,95 | 11,6 |
| 1 5 | 98,10 | 99,26 | 94,5 | 6 12 | 10,30 | 10,90 | 10,6 |
| 2 3 | 95,39 | 95,62 | 94,1 | 6 13 | 23,54 | 25,77 | 25,0 |
| 2 4 | 71,13 | 71,14 | 70,0 | 7 8 | -4,03 | 20,73 | 20,4 |
| 2 5 | 52,17 | 52,27 | 51,4 | 7 9 | 36,94 | 38,80 | 38,2 |
| 3 4 | -31,25 | 32,35 | 33,3 | 9 10 | 6,28 | 7,43 | 7,4 |
| 4 5 | -78,38 | 79,80 | 81,7 | 9 14 | 11,90 | 12,51 | 12,5 |
| 4 7 | 32,92 | 33,48 | 34,3 | 10 11 | -5,44 | 6,53 | 6,5 |
| 4 9 | 19,58 | 19,70 | 20,2 | 12 13 | 2,23 | 2,53 | 2,5 |
| 5 6 | 54,73 | 56,34 | 57,4 | 13 14 | 7,79 | 8,47 | 8,5 |

IV. 3.2 Restrição em MW

Quando é utilizada a opção de restrição de fluxo em MW, o sistema atinge seu ponto ótimo de operação em 10 iterações, a violação da restrição aparecendo na quinta iteração, assim como para o caso anterior de limite em MVA.

Nessa situação, as grandezas no limite se apresentam iguais àquelas para o caso de restrição de fluxo em MVA, com a exceção que a potência no circuito entre as barras 1 e 5 não se encontra no limite para esta otimização.

A diferença desse caso em MW para o caso em MVA é o valor do desvio de potência ativa gerada, além do ponto ótimo de operação. Nesse caso, houve uma redução de 4,42% na barra 1, um aumento de 11,63% na barra 2.

A Tabela 19 mostra o valor final das grandezas dos circuitos do sistema.

Tabela 19: Grandezas do sistema de 14 barras (restrição em MW).

| Circuito | P (MW) | S (MVA) | I (kA) | Circuito | P (MW) | S (MVA) | I (kA) |
|----------|---------------|---------|--------|----------|--------|---------|--------|
| 1 2 | 210,00 | 210,28 | 200,3 | 6 11 | 10,12 | 11,86 | 11,6 |
| 1 5 | 98,32 | 99,77 | 95,0 | 6 12 | 10,30 | 10,89 | 10,6 |
| 2 3 | 95,36 | 95,58 | 94,6 | 6 13 | 23,52 | 25,73 | 25,1 |
| 2 4 | 71,13 | 71,13 | 70,4 | 7 8 | -4,02 | 22,15 | 21,9 |
| 2 5 | 52,17 | 52,21 | 51,7 | 7 9 | 36,99 | 39,03 | 38,6 |
| 3 4 | -31,32 | 32,30 | 33,4 | 9 10 | 6,31 | 7,52 | 7,5 |
| 4 5 | -78,56 | 79,87 | 82,1 | 9 14 | 11,92 | 12,56 | 12,6 |
| 4 7 | 32,98 | 33,70 | 34,6 | 10 11 | -5,41 | 6,44 | 6,5 |
| 4 9 | 19,59 | 19,69 | 20,2 | 12 13 | 2,23 | 2,52 | 2,5 |
| 5 6 | 54,69 | 56,26 | 57,5 | 13 14 | 7,77 | 8,41 | 8,4 |

IV. 3.3 Restrição em kA

Por último, é considerada uma restrição funcional de corrente para a aplicação da implementação realizada.

Para a otimização em questão, é utilizada a função de máximo carregamento, como para os casos anteriores, e são especificados os limites para os valores das correntes nos circuitos. Esses limites foram calculados da seguinte maneira:

$$LIMITE(KA) = \frac{LIMITE(MVA)}{\sqrt{3} \times V_{BASE}(KV)} \quad (4.2)$$

A Tabela 20 mostra os valores resultantes para o limite das correntes ao ser utilizada a equação acima.

Quando otimização é aplicada, o ponto ótimo de operação é atingido após 9 iterações. Em relação à função objetivo, na barra 6 ocorreu um aumento de 10,54% no desvio de potência ativa gerada, enquanto que na barra 8 houve um aumento de 10,35%. As grandezas referentes a esse ponto de operação estão na Tabela 21.

Tabela 20: Valores limites de corrente (kA).

| Circuito | Limite (kA) | Circuito | Limite (kA) |
|----------|-------------|----------|-------------|
| 1 2 | 121,2 | 6 11 | 14,4 |
| 1 5 | 57,7 | 6 12 | 28,9 |
| 2 3 | 57,7 | 6 13 | 31,8 |
| 2 4 | 57,7 | 7 8 | 29,0 |
| 2 5 | 57,7 | 7 9 | 57,7 |
| 3 4 | 57,7 | 9 10 | 57,7 |
| 4 5 | 144,3 | 9 14 | 57,7 |
| 4 7 | 28,9 | 10 11 | 86,8 |
| 4 9 | 57,7 | 12 13 | 34,6 |
| 5 6 | 57,7 | 13 14 | 28,9 |

Tabela 21:Grandezas do sistema de 14 barras (restrição em kA).

| Circuito | P (MW) | S (MVA) | I (kA) | Circuito | P (MW) | S (MVA) | I (kA) |
|----------|--------|---------|---------------|----------|--------|---------|--------|
| 1 2 | 220,36 | 220,59 | 121,54 | 6 11 | 9,82 | 11,50 | 6,57 |
| 1 5 | 101,99 | 103,90 | 57,25 | 6 12 | 10,26 | 10,85 | 6,19 |
| 2 3 | 96,43 | 96,87 | 55,53 | 6 13 | 23,37 | 25,56 | 14,59 |
| 2 4 | 73,28 | 73,36 | 42,05 | 7 8 | -0,10 | 20,37 | 11,78 |
| 2 5 | 53,84 | 54,07 | 31,00 | 7 9 | 36,37 | 38,53 | 22,27 |
| 3 4 | -30,40 | 31,41 | 18,94 | 9 10 | 6,60 | 7,87 | 4,61 |
| 4 5 | -80,08 | 81,27 | 48,68 | 9 14 | 12,13 | 12,79 | 7,50 |
| 4 7 | 36,27 | 36,58 | 21,91 | 10 11 | -5,12 | 6,10 | 3,59 |
| 4 9 | 20,71 | 20,91 | 12,53 | 12 13 | 2,18 | 2,46 | 1,44 |
| 5 6 | 57,91 | 60,05 | 35,76 | 13 14 | 7,57 | 8,19 | 4,81 |

IV. 3.4 Análise Comparativa

A Tabela 22 a seguir mostra como os três casos rodados para o sistema de 14 barras diferem em relação à variação de controles, ou seja, mostra o valor inicial, a variação e o valor final dos controles que foram alterados durante a otimização.

Tabela 22: Variação de controles para o sistema de 14 barras (Caso A).

| Tipo do controle | Barra | Restrição em MVA | | | Restrição em MW | | | Restrição em kA | | |
|--------------------------------|-------|------------------|--------|-------|-----------------|--------|-------|-----------------|--------|-------|
| | | Variação | | | Variação | | | Variação | | |
| | | Inicial | Desvio | Final | Inicial | Desvio | Final | Inicial | Desvio | Final |
| Geração de Potência Ativa (MW) | 1 | 322,6 | -14,5 | 308,1 | 322,6 | -14,3 | 308,3 | 322,6 | -0,2 | 322,4 |
| | 2 | 40,0 | 4,7 | 44,7 | 40,0 | 4,7 | 44,7 | 40,0 | 0,0 | 40,0 |
| | 6 | 0,0 | 3,8 | 3,8 | 0,0 | 3,8 | 3,8 | 0,0 | 0,1 | 0,1 |
| | 8 | 0,0 | 4,0 | 4,0 | 0,0 | 4,0 | 4,0 | 0,0 | 0,1 | 0,1 |
| Tensão em Barra PV (pu) | 1 | 1,048 | 0,002 | 1,050 | 1,048 | 0,002 | 1,050 | 1,048 | 0,0 | 1,048 |
| | 2 | 1,007 | 0,009 | 1,016 | 1,007 | 0,003 | 1,010 | 1,007 | 0,0 | 1,007 |
| | 3 | 0,958 | 0,014 | 0,971 | 0,958 | 0,009 | 0,966 | 0,958 | 0,0 | 0,958 |
| | 6 | 1,012 | 0,018 | 1,030 | 1,012 | 0,015 | 1,026 | 1,012 | 0,0 | 1,012 |
| | 8 | 1,035 | 0,015 | 1,050 | 1,035 | 0,015 | 1,050 | 1,035 | 0,0 | 1,035 |

Houve pouca variação para o caso de limite de corrente, apenas a geração nas barras 1, 6 e 8 sendo afetadas. Comparando os casos de restrição de potência aparente e de corrente, observa-se que este último quase não sofreu alterações enquanto o primeiro apresenta variações muito mais significativas nas mesmas barras mencionadas e na barra 2, além de apresentar alterações no valor da tensão das barras indicadas na tabela.

A Tabela 23 mostra como ficou a potência aparente para os três casos.

Tabela 23: Potência aparente, em MVA, nos circuitos com violação (Caso A).

| Circuito | Restrição em MVA | Restrição em MW | Restrição em kA |
|----------|------------------|-----------------|-----------------|
| 1 - 2 | 210,0 | 210,3 | 220,6 |
| 1 - 5 | 99,3 | 99,8 | 103,9 |

Quando a restrição é em MVA, o circuito 1-2 tem seu valor de potência no valor limite especificado de 210,0 MVA. Já quando a restrição é em kA, o valor da potência aparente obtida é 5% maior. No caso em questão, a tensão na barra 1 é maior que a tensão nominal de valor 1 pu, e, dessa forma, a potência aparente dos circuitos 1-2 e 1-5 aumenta para quando da

restrição de corrente em relação à restrição de potência aparente, assim como a geração de potência ativa se apresenta maior para essa primeira restrição em relação à essa última.

IV.4 Sistema de 14 barras – Caso B

O caso anterior apresenta a potência reativa nas cargas do sistema bem baixa em relação ao valor das potências ativas. Dessa forma, quando é aplicada a restrição em relação à potência aparente ou à potência ativa, seus valores são próximos, como pode ser visto comparando a Tabela 18 com a Tabela 19.

Logo, esta Seção visa a análise desse mesmo caso de 14 barras, mas considerando a diferença entre a potência ativa e a aparente mais significativa.

Para a geração desse caso, a carga é aumentada em 30% em relação ao caso base para a obtenção de uma violação de circuito. Isso gera violação nos mesmos circuitos do caso da seção anterior, circuitos 1-2 e 1-5.

As violações de tensão existentes são retiradas do sistema pela aplicação da função objetivo de mínimo custo de instalação de *shunt* reativo, sem nenhuma restrição, com possibilidade de injeção de potência em qualquer barra do circuito. O caso resultante apresenta violação de circuito nas linhas 1-2 e 1-5 apenas.

Com o objetivo de alterar o ponto de operação e tornar mais evidente as diferenças entre a utilização de limites de circuitos de potência aparente para corrente, foram introduzidos bancos de capacitores nas barras 2 e 5 de forma a alterar o comportamento do fluxo de potência reativa na região em torno dos circuitos analisados. Além disso, a tensão na barra 1 foi ajustada em 1,050 pu.

A esse caso é imposta a função objetivo de mínimo desvio de potência ativa e são consideradas as mesmas restrições mostradas anteriormente: limite de potência aparente, limite de potência ativa e limite de corrente.

Os controles utilizados também são os mesmos: potência ativa e reativa geradas e tensão em barra PV.

IV. 4.1 Restrição em MVA

Os limites adotados de potência aparente são os mesmos que aqueles mostrados na Tabela 16.

O sistema convergiu em 20 iterações, apresentando violação na segunda. A Tabela 24 mostra as variáveis que atingiram seus valores limites.

Tabela 24: Grandezas no limite para restrição de fluxo em MVA.

| Localização | Grandeza | Valor Limite |
|--------------|--------------------------|------------------|
| Barra 14 | Tensão em barra de carga | 0.95 (inferior) |
| Barra 2 | Potência reativa gerada | 040.0 (inferior) |
| Barra 3 | Potência reativa gerada | 0.0 (inferior) |
| Barra 6 | Potência reativa gerada | 06.0 (inferior) |
| Barra 8 | Potência reativa gerada | 06.0 (inferior) |
| Circuito 1-2 | Fluxo em circuitos (MVA) | 210.0 (superior) |

Como pode ser visto, os circuitos 1-2 e 1-5 ficaram limitados em seus valores limites superiores, como foi especificado (Tabela 16).

Em relação à função objetivo escolhida, a barra 1 sofreu uma redução de 5,41% no valor da potência ativa gerada, enquanto que a barra 2 sofreu um aumento de 15,43%.

Os valores finais encontrado para as grandezas em análise são mostrados na Tabela 25.

Tabela 25: Grandezas do sistema de 14 barras (restrição em MVA).

| Circuito | P (MW) | S (MVA) | I (kA) | Circuito | P (MW) | S (MVA) | I (kA) |
|----------|--------|---------------|--------|----------|--------|---------|--------|
| 1 2 | 206,08 | 210,00 | 115,80 | 6 11 | 9,59 | 10,83 | 6,25 |
| 1 5 | 98,59 | 98,65 | 54,40 | 6 12 | 10,20 | 10,76 | 6,21 |
| 2 3 | 92,84 | 96,73 | 53,80 | 6 13 | 23,24 | 25,25 | 14,58 |
| 2 4 | 70,94 | 71,04 | 39,51 | 7 8 | -5,03 | 7,90 | 4,63 |
| 2 5 | 52,52 | 52,83 | 29,38 | 7 9 | 37,55 | 38,30 | 22,43 |
| 3 4 | -33,76 | 35,40 | 21,45 | 9 10 | 6,82 | 8,58 | 5,06 |
| 4 5 | -81,07 | 87,00 | 50,48 | 9 14 | 12,33 | 13,19 | 7,78 |
| 4 7 | 32,52 | 36,38 | 21,11 | 10 11 | -4,90 | 5,46 | 3,24 |
| 4 9 | 19,95 | 22,32 | 12,95 | 12 13 | 2,13 | 2,37 | 1,40 |
| 5 6 | 52,89 | 68,80 | 38,98 | 13 14 | 7,38 | 7,80 | 4,63 |

IV. 4.2 Restrição em MW

Os limites para a potência ativa são os mesmos adotados anteriormente para quando adotamos limite de potência ativa para o caso de 14 barras A.

O problema convergiu em 8 iterações, apresentando violação de circuito na segunda. As grandezas a atingirem seus valores limites são mostradas na Tabela 26. Esse caso resultou em uma redução na potência ativa gerada de 3,76% para a barra 1 e a um aumento de 8,80% na barra 2.

Tabela 26: Grandezas no limite para restrição de fluxo em MW.

| Localização | Grandeza | Valor Limite |
|--------------|-------------------------|------------------|
| Barra 1 | Tensão em barra PV | 1,05 (superior) |
| Barra 2 | Tensão em barra PV | 1,05 (superior) |
| Circuito 1-2 | Fluxo em circuitos (MW) | 210,0 (superior) |
| Circuito 1-5 | Fluxo em circuitos (MW) | 100,0 (superior) |

Os valores de potência aparente, de potência ativa e de corrente são mostrados na Tabela 27.

Tabela 27: Grandezas do sistema de 14 barras (restrição em MW).

| Circuito | P (MW) | S (MVA) | I (kA) | Circuito | P (MW) | S (MVA) | I (kA) |
|----------|---------------|---------|--------|----------|--------|---------|--------|
| 1 2 | 210,00 | 217,77 | 119,74 | 6 11 | 9,52 | 10,68 | 6,04 |
| 1 5 | 100,00 | 100,46 | 55,24 | 6 12 | 10,18 | 10,72 | 6,06 |
| 2 3 | 93,52 | 95,20 | 52,35 | 6 13 | 23,18 | 25,14 | 14,22 |
| 2 4 | 71,00 | 71,00 | 39,04 | 7 8 | -3,62 | 6,35 | 3,64 |
| 2 5 | 52,51 | 53,15 | 29,22 | 7 9 | 37,29 | 37,99 | 21,76 |
| 3 4 | -32,85 | 33,22 | 19,49 | 9 10 | 6,88 | 8,73 | 5,04 |
| 4 5 | -81,39 | 85,74 | 48,82 | 9 14 | 12,37 | 13,26 | 7,65 |
| 4 7 | 33,68 | 36,91 | 21,02 | 10 11 | -4,84 | 5,33 | 3,09 |
| 4 9 | 20,31 | 22,45 | 12,78 | 12 13 | 2,11 | 2,34 | 1,35 |
| 5 6 | 53,91 | 69,01 | 38,46 | 13 14 | 7,32 | 7,71 | 4,48 |

IV. 4.3 Restrição em kA

Os valores limites de corrente são calculados com base nos valores limites de potência utilizados e são os mesmos que aqueles indicados na Tabela 20.

Para essa restrição, o caso convergiu em 10 iterações, apresentando violação na segunda delas. Houve aumento de 2,31% de potência ativa gerada na barra 2.

A Tabela 28 mostra as variáveis que atingiram seus limites e a Tabela 29 apresenta as grandezas em estudo para o caso em questão.

Tabela 28: Grandezas no limite para restrição de corrente (kA).

| Localização | Grandeza | Valor Limite |
|--------------|----------------------------|------------------|
| Barra 1 | Tensão em barra PV | 1,05 (superior) |
| Barra 14 | Tensão em barra de carga | 0,95 (inferior) |
| Barra 2 | Potência reativa gerada | -40,0 (inferior) |
| Barra 3 | Potência reativa gerada | 0,0 (inferior) |
| Circuito 1-2 | Corrente em circuitos (kA) | 121,0 (superior) |

Tabela 29: Grandezas do sistema de 14 barras (restrição em kA).

| Circuito | P (MW) | S (MVA) | I (kA) | Circuito | P (MW) | S (MVA) | I (kA) |
|----------|--------|---------|---------------|----------|--------|---------|--------|
| 1 2 | 216,82 | 220,04 | 120,99 | 6 11 | 9,43 | 10,85 | 6,26 |
| 1 5 | 102,84 | 102,85 | 56,55 | 6 12 | 10,19 | 10,76 | 6,21 |
| 2 3 | 93,85 | 97,77 | 54,41 | 6 13 | 23,16 | 25,25 | 14,56 |
| 2 4 | 73,00 | 73,11 | 40,69 | 7 8 | -0,78 | 5,81 | 3,40 |
| 2 5 | 54,20 | 54,49 | 30,33 | 7 9 | 36,70 | 37,41 | 21,92 |
| 3 4 | -32,88 | 34,58 | 20,96 | 9 10 | 6,98 | 8,51 | 5,02 |
| 4 5 | -82,75 | 88,55 | 51,45 | 9 14 | 12,42 | 13,20 | 7,79 |
| 4 7 | 35,92 | 39,38 | 22,89 | 10 11 | -4,74 | 5,47 | 3,25 |
| 4 9 | 21,05 | 23,27 | 13,52 | 12 13 | 2,12 | 2,38 | 1,40 |
| 5 6 | 56,61 | 71,41 | 40,48 | 13 14 | 7,29 | 7,79 | 4,63 |

IV. 4.4 Análise Comparativa

A Tabela 30 a seguir mostra como os três casos rodados para o sistema de 14 barras diferem em relação à variação de controles, ou seja, mostra o valor inicial, a variação e o valor final dos controles que foram alterados durante a otimização.

Tabela 30: Variação de controles para o sistema de 14 barras (Caso B).

| Tipo do controle | Barra | Restrição em MVA | | | Restrição em MW | | | Restrição em kA | | |
|--------------------------------|-------|------------------|--------|-------|-----------------|--------|-------|-----------------|--------|-------|
| | | Variação | | | Variação | | | Variação | | |
| | | Inicial | Desvio | Final | Inicial | Desvio | Final | Inicial | Desvio | Final |
| Geração de Potência Ativa (MW) | 1 | 322,1 | -17,4 | 304,7 | 322,1 | -12,1 | 310,0 | 322,1 | -2,5 | 319,7 |
| | 2 | 40,0 | 6,2 | 46,2 | 40,0 | 3,5 | 43,5 | 40,0 | 0,9 | 40,9 |
| | 6 | 0,0 | 4,7 | 4,7 | 0,0 | 3,5 | 3,5 | 0,0 | 0,7 | 0,7 |
| | 8 | 0,0 | 5,0 | 5,0 | 0,0 | 3,6 | 3,6 | 0,0 | 0,8 | 0,8 |
| Tensão em Barra PV (pu) | 1 | 1,050 | -0,003 | 1,047 | 1,050 | 0,0 | 1,050 | 1,050 | 0,0 | 1,050 |
| | 2 | 1,007 | 0,030 | 1,037 | 1,007 | 0,043 | 1,050 | 1,007 | 0,030 | 1,037 |
| | 3 | 0,958 | -0,004 | 0,953 | 0,958 | 0,026 | 0,984 | 0,958 | -0,005 | 0,953 |
| | 6 | 1,012 | -0,012 | 1,000 | 1,012 | 0,009 | 1,021 | 1,012 | -0,011 | 1,001 |
| | 8 | 1,035 | -0,060 | 0,975 | 1,035 | -0,036 | 0,999 | 1,035 | -0,060 | 0,975 |

Comparando os resultados para restrição em MVA e restrição em kA, observa-se que os desvios de tensão pouco diferiram, apresentando uma diferença muito pequena nas tensões das barras 1, 3 e 6. Além disso, tem-se que a geração de potência ativa na barra 1 é maior quando do limite de corrente.

Em relação às barras 2, 6 e 8, a variação da geração de potência ativa foi maior para o limite em MVA, e para o limite em kA quase não houve alteração no valor inicial.

É importante notar que a geração de potência ativa se mostrou maior para a restrição de corrente em relação à restrição de potência aparente. Segundo a Tabela 31, percebe-se que a potência aparente do circuito 1-2 para a restrição em MVA é de 210,0 MVA, enquanto que para a restrição em kA esse valor aumentou em 4,8%. Esse resultado segue a mesma lógica que aquela apresentada para o Caso A: a tensão nominal na barra 1 está acima do valor nominal. A corrente estando no limite, quando a tensão nessa barra foi maior que 1 pu, a potência aparente vai aumentar, que é o que acontece neste caso.

Tabela 31: Potência aparente, em MVA, nos circuitos com violação (Caso B).

| Circuito | Restrição em MVA | Restrição em MW | Restrição em kA |
|----------|------------------|-----------------|-----------------|
| 1-2 | 210,0 | 217,8 | 220,0 |
| 1-5 | 98,6 | 100,5 | 102,8 |

IV.5 Sistema de 14 barras – Caso C

Este caso é construído de forma similar ao Caso B, com a colocação de bancos de capacitores nas barras 2 e 5 para o aumento da potência reativa do sistema, como foi realizado para a construção do sistema referente ao Caso B. Entretanto, para o Caso C, a tensão na barra 1 é alterada para 0,950 pu.

A função objetivo escolhida é a mesma que a utilizada para os casos anteriores, mínimo desvio de potência ativa, e os controles utilizados são geração de potência ativa e reativa. É retirado o controle de tensão em barra PV porque ele leva a um ponto de operação idêntico ao encontrado para o Caso B.

Os valores limites para a restrição de potência aparente e de potência ativa são os mesmos que aqueles mostrados na Tabela 16, e os limites para a restrição de corrente são os mesmos que aqueles da Tabela 20. Os resultados para a utilização dessas restrições são resumidos a seguir.

Tabela 32: Grandezas dos circuitos violados (restrição em MVA).

| Circuito | P (MW) | S (MVA) | I (kA) |
|----------|--------|--------------|---------|
| 1-2 | 137,6 | 199,9 | 121,461 |
| 1-5 | 70,1 | 89,3 | 48,175 |

Tabela 33: Grandezas dos circuitos violados (restrição em MW).

| Circuito | P (MW) | S (MVA) | I (kA) |
|----------|--------------|---------|---------|
| 1-2 | 210,0 | 250,6 | 152,280 |
| 1-5 | 98,9 | 103,5 | 62,905 |

Tabela 34: Grandezas dos circuitos violados (restrição em kA).

| Circuito | P (MW) | S (MVA) | I (kA) |
|----------|--------|---------|----------------|
| 1 - 2 | 149,5 | 199,1 | 121,000 |
| 1 - 5 | 75,7 | 83,3 | 50,604 |

É possível observar que as grandezas, para cada restrição, não ultrapassaram no valor limite especificado. Consta-se que a corrente no circuito 1-5 não atingiu seu valor limite, o que não é um problema porque o ponto de operação encontrado para a função objetivo não precisa estabelecer os valores de corrente como sendo os do limite, mas apenas certificar que a corrente não ultrapasse o máximo valor especificado.

A Tabela 35 apresenta a variação de controle para cada uma dessas restrições.

Tabela 35: Variação de controles para o sistema de 14 barras (Caso C).

| Tipo do controle | Barra | Restrição em MVA | | | Restrição em MW | | | Restrição em kA | | |
|--------------------------------|-------|------------------|--------|-------|-----------------|--------|-------|-----------------|--------|-------|
| | | Variação | | | Variação | | | Variação | | |
| | | Inicial | Desvio | Final | Inicial | Desvio | Final | Inicial | Desvio | Final |
| Geração de Potência Ativa (MW) | 1 | 330,1 | -0,2 | 329,9 | 330,1 | -21,3 | 308,9 | 330,1 | -105,0 | 225,2 |
| | 2 | 40,0 | 0,0 | 40,0 | 40,0 | 7,0 | 47,0 | 40,0 | 35,2 | 75,2 |
| | 6 | 0,0 | 0,1 | 0,1 | 0,0 | 5,7 | 5,7 | 0,0 | 28,2 | 28,2 |
| | 8 | 0,0 | 0,1 | 0,1 | 0,0 | 6,1 | 6,1 | 0,0 | 30,1 | 30,1 |
| Tensão em Barra PV (pu) | 2 | 1,007 | -0,007 | 1,000 | 1,007 | -0,004 | 1,003 | 1,007 | 0,0 | 1,007 |

É possível observar que, para a restrição de corrente, a geração de potência ativa se apresentou maior que aquela resultante da restrição de potência aparente.

Como pode ser visto na Tabela 36, a potência aparente do circuito 1-2 diminui de 6,8% do caso para restrição em MVA para o caso de restrição em kA. Tendo-se em vista o sistema analisado, tem-se que a tensão na barra 1 do sistema está em 0,950 pu, ou seja, abaixo de seu valor nominal. Dessa forma, a potência aparente realmente diminui para a restrição de corrente em relação à restrição de potência aparente já que a potência aparente segue a diminuição da tensão quando a corrente se mantém limitada em um determinado valor.

Tabela 36: Potência aparente, em MVA, nos circuitos com violação (Caso C).

| Circuito | Restrição em MVA | Restrição em MW | Restrição em kA |
|----------|------------------|-----------------|-----------------|
| 1 - 2 | 199,9 | 250,6 | 199,1 |
| 1 - 5 | 89,3 | 103,5 | 83,3 |

Capítulo V

Conclusões

V.1 Considerações Gerais

Este trabalho propõe a inclusão, como restrição funcional, dos limites de corrente nos circuitos no problema de Fluxo de Potência Ótimo. Este recurso é bastante importante tendo em vista que o aumento da corrente em uma linha de transmissão acarreta um aumento da temperatura no circuito, o que pode vir a danificar o condutor e, conseqüentemente, sua capacidade de transmissão de energia elétrica.

Os desenvolvimentos foram realizados em um programa comercial utilizado na análise de sistemas de potência de grande porte – o programa FLUPOT.

Para cada um dos elementos do sistema com violação (linhas de transmissão, transformadores, capacitores série, etc.) foram adicionadas as equações para a representação da restrição de corrente no circuito quando essa opção é utilizada. Essas alterações foram feitas para a matriz de solução do sistema (*Heavy-Border*) ou para a matriz que trata das variáveis de controle (*Light-Border*). Dependendo do circuito, pode haver contribuição em ambas as matrizes ou em apenas uma delas. Além da montagem dessas matrizes, também são consideradas as equações pertinentes ao vetor gradiente.

Os desenvolvimentos realizados foram validados em sistemas de pequeno e médio porte. Os resultados apresentados mostraram que não houve aumento do número de iterações necessárias para a obtenção da solução do problema. Também se pode verificar a partir dos resultados que as soluções encontradas pelo programa foram compatíveis com o esperado a partir da análise dos sistemas utilizados.

Com base nos resultados obtidos para o caso analisado de 14 barras, comparando-se os valores de potência aparente para a consideração do limite da mesma e do limite de corrente, observa-

se a diminuição da potência aparente dos circuitos analisados quando da diminuição da tensão da barra ligada a eles, e também seu aumento quando do aumento dessa mesma tensão.

Este trabalho, portanto, permite ao sistema apresentar uma maior segurança quanto ao nível de corrente que circula nos circuitos, o que é de suma importância visto que o sistema de energia elétrica no país está em constante crescimento, o que pode causar danos na rede elétrica se ele não apresentar um bom planejamento da operação. A implementação feita permite um maior controle da transmissão, garantindo uma maior vida útil aos condutores quando da análise e limitação de sua temperatura, diretamente relacionada ao nível de corrente nos circuitos.

Apêndice A

Neste apêndice serão apresentadas as formulações das funções objetivo que foram utilizadas para a validação da ferramenta desenvolvida.

A.1 Desvio de Potência Ativa

Novos valores de geração de potência ativa são calculados de tal forma a minimizar o somatório dos quadrados dos desvios em relação aos valores de geração de potência ativa fornecidos nos dados da rede elétrica [5].

$$f = \frac{1}{2} \sum_{i \in I_G} \rho \cdot (PG_i - PG_i^0)^2$$

Em que:

I_G é o conjunto de geradores de potência ativa controláveis;

ρ é o peso associado ao desvio de potência ativa;

PG_i é a geração de potência ativa no gerador i ;

PG_i^0 é o valor base de geração de potência ativa no gerador i , obtido do arquivo de entrada.

A.2 Máximo Carregamento

Maximiza a carga, mantendo o mesmo fator de potência, de um conjunto de barras da rede a ser especificado pelo analista. Essa função objetivo pode ser utilizada na determinação do máximo capacidade de atendimento de carga de um sistema de potência [5].

$$f = \sum_{i \in \Omega} PL_i$$

Em que:

Ω é o conjunto de barras que devem ter suas cargas maximizadas;

PL_i é a carga na barra i .

A.3 Custo de Instalação de Shunt Reativo

Opção que pode ser usada em contexto de planejamento, em redes com deficiência de reativo. Com a especificação desta função objetivo o programa define automaticamente variáveis que representam capacidade instalada em indutores/capacitores [5].

$$f = \sum_{i \in I_Q} (c_{qc_i} \cdot QC_i + c_{qi} \cdot QI_i)$$

Em que:

I_Q é o conjunto de barras candidatas à instalação *shunt* de potência reativa;

c_{qc_i} é o custo de instalação *shunt* de potência reativa capacitiva;

c_{qi} é o custo de instalação *shunt* de potência reativa indutiva;

QC_i é a capacidade do *shunt* de potência reativa capacitiva, em Mvar à tensão nominal;

QI_i é a capacidade do *shunt* de potência reativa indutiva, em Mvar à tensão nominal.

Referências Bibliográficas

- [1] IEEE, Código: 96 TP 111-0, **Optimal Power Flow: Solution Techniques, Requirements, and Challenges**. Tutorial Course.
- [2] A. MOMOH, James; **Electric Power System Applications of Optimization**. Washington: Marcel Dekker, 2005, 486f.
- [3] TANCREDO BORGES, Carmen Lucia; **Análise de Redes de Potência**. Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2005.
- [4] FALCÃO, D. M., **Análise de Redes Elétricas**, Notas de Aula, COPPE, Universidade do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- [5] CEPEL, Programa de Fluxo de Potência Ótimo / FLUPOT – Manual do usuário Versão 07.03.00. Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2009.
- [6] DE LUJÁN LATORRE, Maria; **Aplicação do Método de Pontos Interiores Primal-Dual para a Resolução do Problema de Fluxo de Potência Ótimo**. Rio de Janeiro, 1995. 75 f. Tese (Mestrado) – COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- [7] DE OLIVEIRA, Edimar José; WILLER DE OLIVEIRA, Leonardo; MATEUS, Roberta; **Documentação da estrutura do Flupot e da Estrutura da Matriz de Solução**. Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2007.
- [8] LEITE TORRES, Geraldo. **Métodos Práticos de Otimização**. Notas de aula, UFPE, 2000. 163f. Pernambuco, Brasil, 2000.
- [9] NOGUEIRA LEVY, Liana; **Implementação de Modelo de Proteção de Capacitor Série do Tipo GAP Centelhador em um Programa de Simulação de Curto-Circuitos**. Rio de Janeiro: UFRJ, 2008. 93f. Trabalho de final de curso – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2008.

[10] CASTRONUOVO, Edgardo Daniel. **Aplicação de Métodos de Pontos Interiores no Fluxo de Potência Ótimo Não-Linear Com Utilização de Processamento de Alto Desempenho**. Santa Catarina: UFSC, 2001. 174f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, 2001.

[11] CORDEIRO PEREIRA, Luis Antonio. **Implementação de um Programa de Fluxo de Potência Ótimo Utilizando Programação Quadrática Seqüencial**. Rio de Janeiro: UFRJ, 1991.187f. Tese (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação de Engenharia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1991.

[12] Notas de aula, Curso de Programação Linear, COPPE/UFRJ, 2003, Prof. Márcia Fampa.