

**MODELAGEM DE LINHAS DE TRANSMISSÃO PARA ESTUDOS DE
TRANSITÓRIOS ELETROMECCÂNICOS**

João Ricardo Ferreira Lemos

PROJETO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO ELETRICISTA.

Aprovada por:

Prof. Alessandro Manzoni
(Orientador)

Prof. Antonio Carlos Siqueira de Lima
(Co-orientador)

Prof. Glauco Nery Taranto

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
SETEMBRO DE 2008

Agradecimentos

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer a Deus, por causa Dele não preciso me preocupar com tudo o que não consigo entender, só tento fazer a minha parte, me esforçar para aprender o que está ao meu alcance.

Também agradecer a minha família, por todo o apoio, estrutura e liberdade que me deram. Ao carinho e dedicação que sempre tiveram em todos os momentos que precisei de ajuda. E não só pelos instantes importantes, mas pelo simples convívio em todos esses anos.

Aos meus amigos por entenderem, ou pelo menos tentarem entender, os motivos de todas as vezes que não pude estar presente, por ter que estudar. E nas vezes em que pude desfrutar da companhia deles, agradeço por me fazerem esquecer os estudos. Aos colegas de faculdade, que me acompanharam e motivaram durante todo este percurso.

A todos os professores que me ensinaram gradativamente os valores do conhecimento. Agradeço a todos os professores do DEE, pela insistência e vontade de transformar os alunos da UFRJ em bons profissionais. Dentre esses professores, agradeço principalmente aos professores Antônio Carlos Siqueira de Lima, pelos esclarecimentos, e Alessandro Manzoni, pela orientação e atenção, os dois me ajudaram e aturaram durante o desenvolvimento deste trabalho.

Muito obrigado!

“Não ser nada além de você mesmo em um mundo que faz o seu melhor,
noite e dia, para fazer você igual a todos os outros, significa lutar a batalha mais difícil que
qualquer ser humano pode lutar; e nunca parar de lutá-la”

E. E. Cummings

Resumo

Em estudos de transitórios eletromecânicos, usualmente utiliza-se o modelo pi para representar linhas de transmissão, no entanto este modelo pode não ser adequado sempre, então, a proposta do trabalho é estudar outros modelos que podem ser utilizados para representar linhas de transmissão nesse tipo de estudo.

São estudados dois modelos, além do modelo pi, o modelo estático a parâmetros distribuídos que representa melhor as relações de tensões e correntes em uma linha de transmissão, e o modelo dinâmico a parâmetros distribuídos, baseado no cálculo da resposta de linhas de transmissão para transitórios eletromagnéticos.

O trabalho mostra a resposta dos três modelos a uma variação de tensão, o comportamento dos modelos para diferentes comprimentos de linhas (considerando o modelo dinâmico em regime permanente), e mais resultados foram obtidos após a implementação dos modelos em um programa de estabilidade transitória para se averiguar o comportamento do modelo em um estudo de transitórios eletromecânicos.

Índice

1 - Introdução	1
1.1 Motivação	3
1.2 Objetivos	3
1.3 Visão Geral do Texto	4
2 - Estabilidade dinâmica de sistemas de potência	5
2.1 Conceitos básicos	5
2.2 Formulação do problema	7
2.2.1 Gerador síncrono	8
2.2.2 Rede elétrica	10
3 - Modelos de linhas de transmissão	12
3.1 Modelo PI	13
3.2 Modelo com parâmetros distribuídos	16
3.3 Modelo dinâmico	20
4 - Métodos numéricos	24
4.1 Convolução	25
4.2 Equações de estados	27
5 - Resultados Obtidos	33
6 - Conclusão	56
6.1 Trabalhos Futuros	57
Referências bibliográficas	58
Anexo A - Equação de oscilação de uma máquina síncrona	60
Anexo B - Convolução	64

Capítulo 1

Introdução

Em um sistema elétrico ocorrem diariamente inúmeras perturbações que podem por em risco a qualidade e continuidade deste sistema. A maioria destas perturbações é de pequeno impacto e não causa grandes distúrbios na rede, porém, existem perturbações que podem causar grandes excursões das tensões e frequência do sistema e devem ser estudadas com maior cuidado. Após a ocorrência de uma perturbação o sistema pode ou não encontrar um novo ponto de equilíbrio (estável ou instável), sendo que o período correspondente ao intervalo necessário para a resposta de um sistema encontrar o ponto de equilíbrio, após uma perturbação, é denominado de período transitório. A resposta de um sistema durante esse período assume uma grande importância, porque dependendo das características do sistema e da perturbação, esta pode se tornar instável levando muitas vezes o sistema ao colapso..

Devido a grande diversidade de elementos em um sistema de potência, a dinâmica associada a uma perturbação pode atuar em diferentes faixas de tempo, sendo necessário dividir o fenômeno em diferentes janelas de tempo, garantindo assim que todo o espectro de fenômenos possa ser estudado. Portanto, existem diferentes tipos de estudos de transitórios em sistemas de potência (a relação de alguns desses estudos com a faixa de tempo em que ocorrem pode ser vista na figura 1.1), dentre os principais, podem ser destacados os transitórios eletromagnéticos e os eletromecânicos.

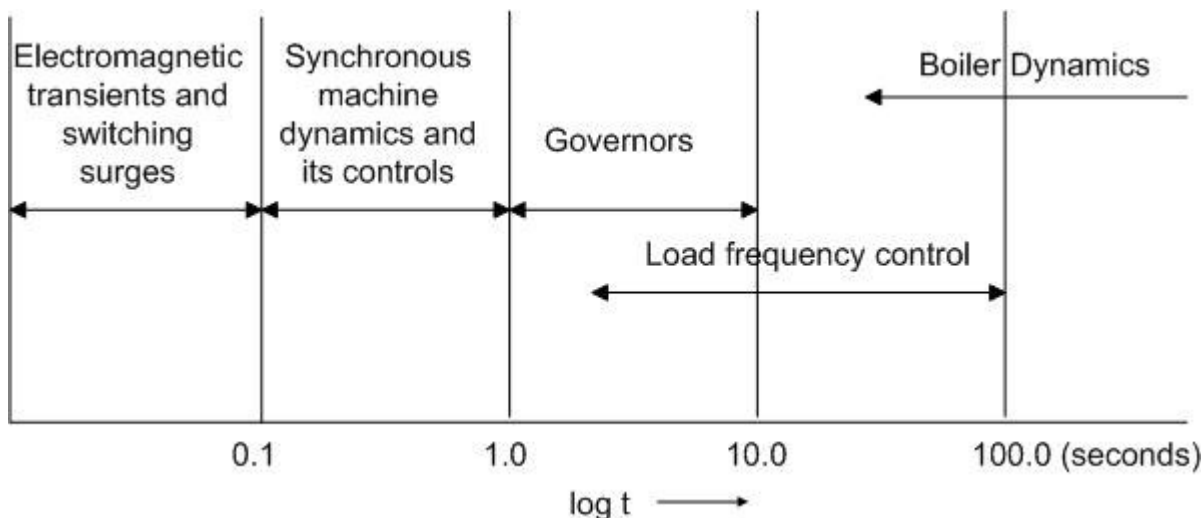


Figura 1.1 – Espectro de fenômenos transitórios em sistemas de potência visto em [1].

Os transitórios eletromagnéticos ocorrem da faixa de nano ou microssegundos, como em operações de desligamentos em subestações isoladas a gás, até a faixa de alguns milissegundos, como no caso de sobre-tensões de manobra em linhas de transmissão. O propósito geral de tais estudos é identificar os níveis e a forma de onda da tensão e demais grandezas nos equipamentos a fim de evitar falhas, devido a surtos nos equipamentos.

Os transitórios eletromecânicos, por sua vez, dizem respeito a oscilações eletromecânicas em geradores síncronos, podem ser causadas por faltas, falhas de equipamentos ou desligamentos de carga. Qualquer desequilíbrio entre geração e carga dá origem a uma oscilação do ângulo de torque da máquina devido a torques de aceleração ou desaceleração no rotor. Se o torque líquido for suficientemente grande, poderá perda de estabilidade. Então, o estudo desses transitórios tem a intenção de determinar se os geradores continuarão a sustentar o sistema após uma perturbação no mesmo.

As ferramentas adotadas o estudo são programas que determinam a resposta do sistema no tempo, sendo válidas para ambos tipos de estudos (transitórios eletromagnéticos e eletromecânicos). A

motivação deste trabalho consiste em estudar um elemento específico do sistema, as linhas de transmissão, buscando analisar qual o modelo de linhas que representa melhor o comportamento da mesma nesse tipo de estudos.

1.1 Motivação

A motivação do trabalho é analisar a viabilidade de modelos mais elaborados para linhas de transmissão em estudos de estabilidade eletromecânica.

A representação mais usual para essa classe de estudos é o modelo pi, usado com parâmetros concentrados, porém, essa representação não é indicada para representar uma linha de transmissão de grande extensão, pois não representa fielmente as relações de tensões e correntes da linha nestas condições. O modelo com parâmetros distribuídos é adequado para qualquer distância.

Os dois tipos de modelos estáticos citados são descritos no trabalho, o trabalho traz também um modelo dinâmico, implementado a partir do modelo com parâmetros distribuídos para calcular a resposta completa da LT.

1.2 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é analisar o comportamento de alguns modelos de linhas de transmissão em estudos de estabilidade eletromecânica. Esta análise será feita visando observar o comportamento dos modelos em diferentes situações e a viabilidade de seu uso.

Outro objetivo é formular a resposta dinâmica da linha para essa classe de estudos, para que seja observado que a resposta dinâmica da linha é relevante para a faixa de tempo desses estudos.

1.3 Visão Geral do Texto

O capítulo 2 inicia com uma breve apresentação sobre estabilidade dinâmica de sistemas de potência, aborda o equacionamento do problema, buscando situar o modelo de linhas de transmissão no estudo.

Já no capítulo 3, são apresentados os modelos estáticos π e a parâmetros distribuídos e o modelo dinâmico a parâmetros distribuídos.

O capítulo 4 sintetiza conceitos básicos sobre métodos numéricos para cálculos de sistemas dinâmicos da resposta de linhas de transmissão no tempo.

O capítulo 5 mostra estudos feitos com os modelos isoladamente, e também resultados de simulações com o modelo em uma rede, considerando a dinâmica de mais elementos.

No capítulo 6, são feitas as últimas considerações, as conclusões e propostas para trabalhos futuros

Capítulo 2

Estabilidade dinâmica de sistemas de potência

2.1 Conceitos básicos de estabilidade dinâmica

A operação bem sucedida de um sistema de potência depende do suprimento contínuo e confiável de energia [2]. Numa condição ideal as cargas do sistema devem ser sempre supridas com tensão e frequência constantes, na prática, é necessário que ambas, tensão e frequência, sejam mantidas dentro de limites toleráveis.

Um requisito importante para a confiabilidade do sistema, é manter geradores síncronos operando em paralelo e com capacidade adequada de atender a demanda do sistema. Se em algum momento um gerador perde o sincronismo, oscilações de tensão e corrente podem ocorrer, levando o sistema de proteção a desligar elementos importantes do sistema.

É conveniente pensar que um sistema é estável a uma perturbação, caso esteja em equilíbrio quando calculado em dois momentos diferentes, antes e depois da perturbação, porém, isso despreza a dinâmica de transição de estados, despreza a evolução no tempo do sistema até atingir um novo estado, e nessa transição, pode haver perda de sincronismo de geradores.

A estabilidade eletromecânica do sistema está voltada para o comportamento das máquinas síncronas depois de uma perturbação. Se a perturbação não envolve nenhuma mudança na configuração do sistema, as máquinas deverão retornar ao seu estado original antes da

perturbação. Se o desequilíbrio entre carga e geração é criado por uma mudança na configuração da rede, um novo estado será alcançado. Mesmo assim, se um sistema é estável todas as máquinas síncronas deverão manter-se em sincronismo, ou seja, continuar operando paralelamente e à mesma velocidade.

A estabilidade pode ser classificada de acordo com a perturbação, por exemplo, a perda de estabilidade a grandes perturbações acontece quando o sistema é submetido a uma grande perturbação, como, um curto-circuito no sistema de transmissão, perda de uma unidade geradora, etc. Se a instabilidade se verificar na primeira oscilação do ângulo de torque da máquina, o qual depende muito do ponto de operação do sistema e do tempo de duração da perturbação, tem-se um caso típico de instabilidade transitória (figura 2.1).

A perda de estabilidade a pequenas perturbações ocorre quando o sistema é submetido a pequenas perturbações, como, uma suave mudança no carregamento do sistema, uma pequena variação na tensão das máquinas, etc. Essa estabilidade é geralmente provocada pela existência de um modo de oscilação instável associado a algum elemento de controle (figura 2.1).

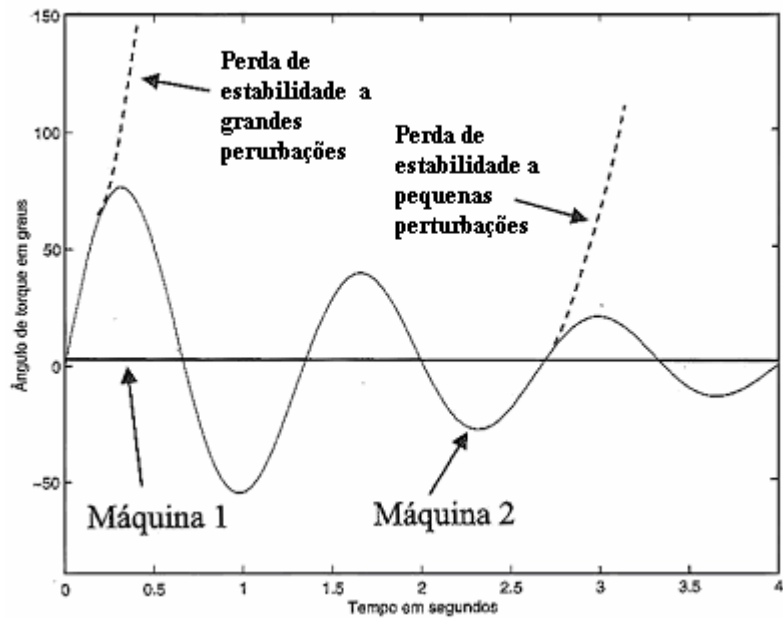


Figura 2.1 – Resposta angular de um sistema com duas máquinas durante um transiente.

2.2 Formulação do problema

O modelo completo do sistema de potência inclui um sistema de equações diferenciais de primeira ordem

$$\dot{y} = f(y, x) \quad (2.1)$$

e um sistema de equações algébricas

$$0 = g(y, x) \quad (2.2)$$

O primeiro sistema compreende as equações diferenciais de todas as máquinas. Já que cada máquina é acoplada as outras apenas pela rede elétrica, esse primeiro sistema é composto por equações desacopladas. O segundo sistema é referente às equações do estator de cada máquina, acoplados as cargas pelas equações da rede.

2.2.1 Gerador síncrono

A análise da estabilidade do sistema depende da resposta angular dos geradores, então, é necessário calcular a resposta no tempo deste deslocamento angular. O desenvolvimento da equação de oscilação de uma máquina síncrona é facilmente encontrada na literatura da área [6] e encontra-se no anexo A.

A seguir é apresentado o modelo mais simples para representar uma máquina em estudos de estabilidade, através de uma fonte de tensão atrás da reatância transitória. Essa tensão é constante em módulo, porém, varia sua posição angular.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\delta}{dt} = \omega(t) - \omega_0 \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{\omega_0}{2H} [P_m - P_e(t)] \\ P_e = R_e (E' * I) \end{array} \right. \quad (2.3)$$

$$E' = V_t + r_a I_t + jx'_d I_t \quad (2.4)$$

onde,

δ – ângulo de carga da máquina;

ω_0 – velocidade angular relacionada à frequência da rede;

$\omega(t)$ – velocidade angular do rotor da máquina;

P_m – potência mecânica proveniente da turbina;

P_e – potência elétrica fornecida pelo gerador.

E' – tensão atrás da reatância transitória;

V_t – tensão terminal da máquina;

r_a – resistência da armadura;

x'_d – reatância transitória no eixo direto.

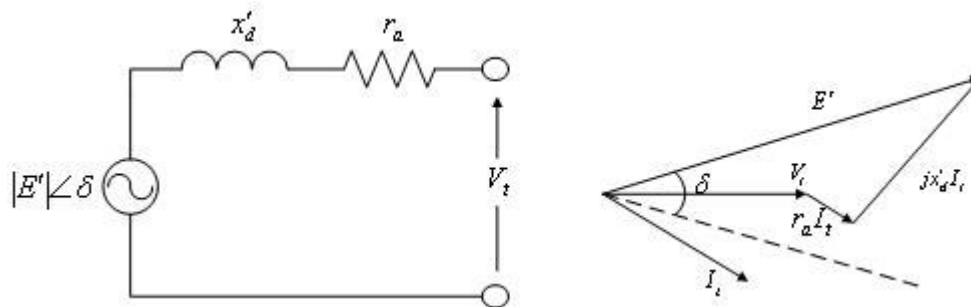


Figura 2.2 – Circuito equivalente e diagrama fasorial em que δ é o ângulo de torque.

Considerando V_t constante e desprezando a resistência da armadura a potência elétrica será dada por:

$$P_e = R_e(E' * I) = \frac{|E'| |V_t|}{x'_d} \text{sen} \delta = P_M \text{sen} \delta \quad (2.5)$$

Nesse modelo, os efeitos subtransitórios do gerador, da turbina e do regulador de velocidade não são levados em conta. É conveniente destacar que em estudos usuais de estabilidade transitória modelos mais elaborados que o apresentado são utilizados, nestes modelos não é mais possível sustentar a hipótese de uma tensão constante E' e os efeitos transitórios e subtransitórios devem ser considerados.

2.2.2 Rede elétrica

A rede elétrica (linhas de transmissão e transformadores) é representada normalmente através de uma equação matricial que relaciona as correntes injetadas nos nós com as tensões dos mesmos, através da matriz admitância de barra, Y_{barra} .

$$\begin{bmatrix} \bar{I}_t \\ \bar{I}_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Y}_t & \bar{Y}_{tL} \\ \bar{Y}_{Lt} & \bar{Y}_L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{E}' \\ \bar{V}_L \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Em um estudo de estabilidade clássico, várias máquinas são interconectadas através da rede elétrica. Considerando as cargas como impedâncias conectadas as barras do sistema, a rede elétrica tem, então, a configuração simplificada mostrada na figura 2.3.

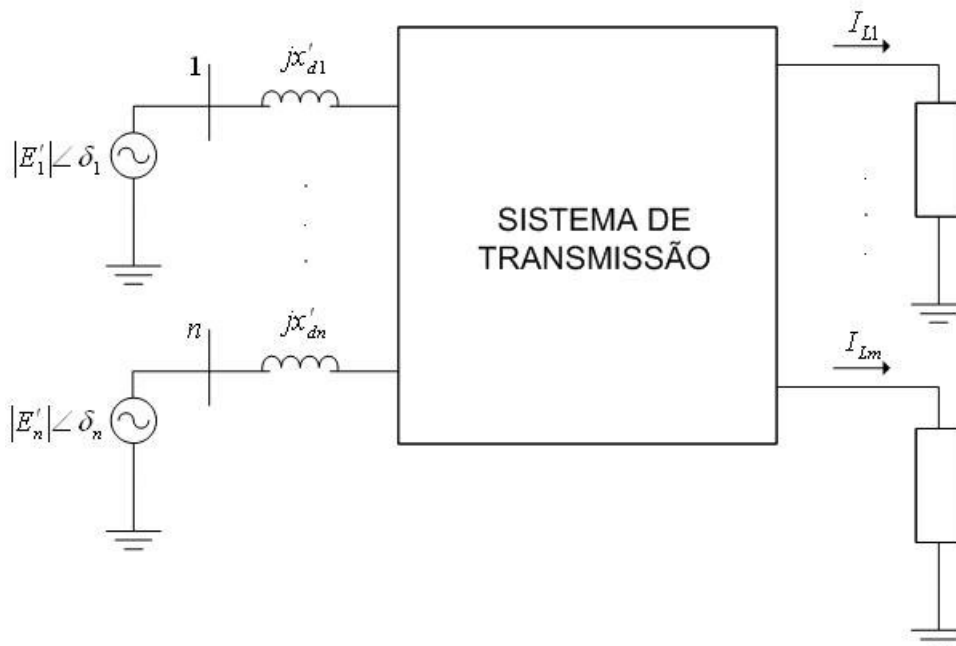


Figura 2.3 – Representação do sistema com n geradores e m barras de carga para estudo de estabilidade transitória.

Assim, a solução do conjunto de equações dos geradores (equações 2.3), interconectados pelo sistema de transmissão (equação 2.6) permite calcular as respostas angulares do sistema no tempo. Qualquer alteração no ponto de operação do sistema, como, por exemplo, curto-circuito, entrada/saída de linha, carga, geração, etc., pode ser simulada por modificações da matriz \bar{Y}_{barra} ao longo do processo de integração numérica. Alguns processos de integração numérica para obter a solução dinâmica do problema serão abordados no capítulo 4.

Capítulo 3

Modelos de linhas de transmissão

O cálculo de transitórios eletromecânicos foi resumido no capítulo anterior e conduzido até o ponto onde o problema relaciona as injeções de correntes com as tensões nas barras através da matriz Y_{barra} . Neste capítulo será apresentada a formação dessa matriz para diferentes modelos de linhas de transmissão.

No estudo de sistemas de grande porte, torna-se conveniente à adoção de modelos que representem o comportamento real do sistema, por exemplo, à representação de linhas por elementos de circuitos ideais. Os modelos são integrados aos mais diversos estudos, e um motivo para se aprimorar um modelo é melhorar a integração do mesmo ao sistema estudado, por exemplo, se o sistema apresenta uma perturbação, é interessante estudar a resposta do modelo a essa perturbação, entender se há ou não uma dinâmica no modelo significativa ao estudo, ou se a dinâmica do modelo é rápida demais para ser incluída no estudo.

Normalmente, os modelos mais indicados para linhas de transmissão dependem de sua extensão, linhas com até 80 km são chamadas de linhas curtas, e em alguns estudos, despreza-se a capacitância dessas linhas por ser muito pequena, logo, representa-se a linha apenas por uma resistência e indutância. Linhas com extensão entre 80 km e 240 km são consideradas médias e são comumente representadas pelo modelo π , enquanto que linhas maiores que 240 km , são consideradas longas e representadas por mais de um modelo π ou pelo modelo a parâmetros distribuídos.

As linhas de transmissão da rede elétrica são trifásicas, porém, uma vez que o sistema é considerado equilibrado, ou seja, as linhas de transmissão perfeitamente transpostas, o estudo de transitórios eletromecânicos considera apenas os parâmetros de seqüência positiva, os modelos a seguir também consideram o cálculo apenas para uma seqüência.

3.1 Modelo PI

O cálculo dos parâmetros de linhas por unidade de comprimento é conhecido e bem consolidado na área [7]. Assim sendo, a primeira ponderação a se fazer é sob quais condições pode-se representar os comportamentos resistivo, indutivo e capacitivo distribuídos por toda a linha, concentrados em um ponto. Essa conclusão depende das características do sistema, principalmente do comprimento do sistema e do comprimento de onda do sinal aplicado.

O comprimento de onda (λ) é definido em (3.1), onde v é a velocidade de propagação do sinal e f a freqüência do mesmo, e representa o quanto um ciclo se estende no espaço, por exemplo, um sinal de 60 Hz tem um comprimento de onda de $\lambda = 3 \cdot 10^8 / 60 = 5 \cdot 10^6\text{ m}$. A seguir, há uma comparação da extensão de um ciclo da tensão com a extensão de duas linhas de transmissão, a primeira linha (LT1) se estende por 100 km a segunda (LT2) tem um comprimento de 500 km e se inicia no ponto em que a primeira termina.

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad (3.1)$$

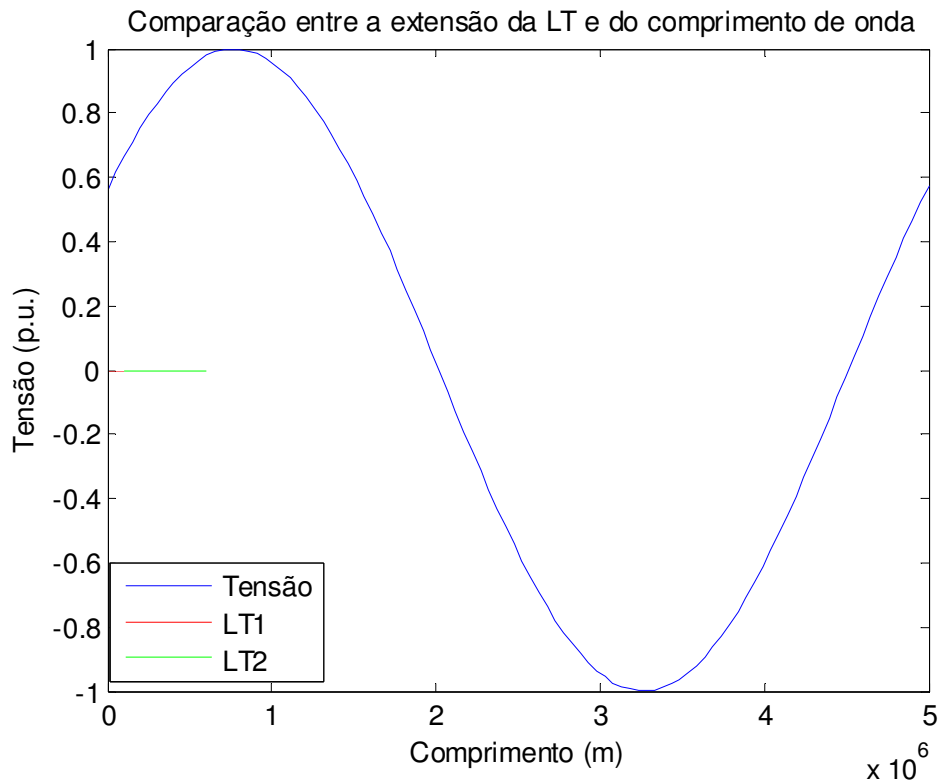


Figura 3.1 – Compara o entre a extensão da LT e o comprimento de onda.

Como a varia o de tensão em LT1   muito pequena, então pode-se considerar que a linha toda está com a mesma tensão a cada instante de tempo, e isso viabiliza o uso dos parâmetros concentrados, o que não pode-se dizer sobre LT2, onde a varia o de tensão   muito maior. Ou seja, quando o comprimento da linha   muito menor que o comprimento de onda, pode-se usar parâmetros concentrados.

No modelo π , extensivamente utilizado, os comportamentos indutivo e resistivo estão concentrados em Z , a impedância total longitudinal da linha, e o comportamento capacitivo está concentrado em Y , a admitância total transversal da linha, esses parâmetros concentrados são o resultado da multiplica o dos parâmetros por unidade de comprimento pela extensão da linha.

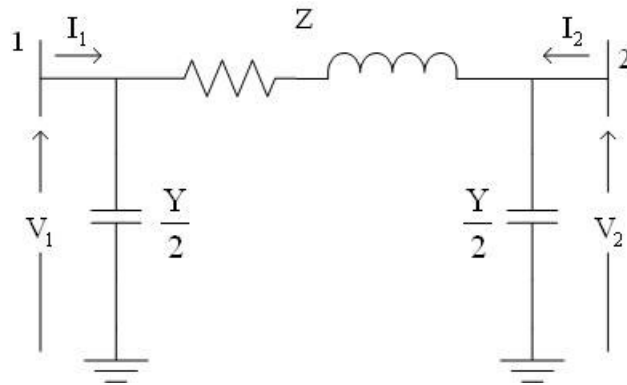


Figura 3.2 – Modelo pi.

$$Z = (r + j\omega l)d \quad (3.2)$$

$$Y = j\omega cd \quad (3.3)$$

$$\omega = 2\pi f \quad (3.4)$$

Onde f é a frequência do sinal aplicado em Hz e os parâmetros da linha são:

r – resistência por unidade de comprimento (Ω / km);

l – indutância por unidade de comprimento (H / km);

c – capacitância por unidade de comprimento (F / km);

d – comprimento (km).

Lembrando que o referencial de corrente é positivo quando a mesma está saindo da barra (como na figura 3.1), as relações entre correntes e tensões do modelo da figura 3.2 são:

$$I_1 = \frac{V_1 - V_2}{Z} + V_1 \frac{Y}{2} \quad (3.5)$$

$$I_2 = \frac{V_2 - V_1}{Z} + V_2 \frac{Y}{2} \quad (3.6)$$

Matricialmente:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y}{2} + \frac{1}{Z} & -\frac{1}{Z} \\ -\frac{1}{Z} & \frac{Y}{2} + \frac{1}{Z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Com o uso de parâmetros concentrados, os comportamentos resistivo, indutivo e capacitivo da linha não ocorrem distribuídos ao longo da linha, sendo essa a principal limitação desse modelo. Como esses comportamentos ocorrem distribuídos, a alteração da corrente devido a capacitância é contínua no decorrer da linha, e a tensão sofre a influência desse efeito na corrente, portanto o fato de se concentrar os elementos ideais acrescenta um erro no modelo, sendo esse erro considerável em linhas longas (linhas maiores que 240 km), criando assim a necessidade de buscar um modelo que incorpore a distribuição dos parâmetros ao longo da linha ou usar mais de um modelo pi para representar a linha, por exemplo, uma linha longa de 300 km , poderia ser dividida em duas linhas médias de 150 km usando dois modelos pi.

3.2 Modelo com parâmetros distribuídos

Para conseguir uma melhor representação para linhas de transmissão e obter resultados com um bom grau de precisão é necessário considerar os parâmetros distribuídos ao longo da linha [14].

A figura 3.3 mostra um trecho elementar (Δx) de uma linha monofásica (figura 3.2).

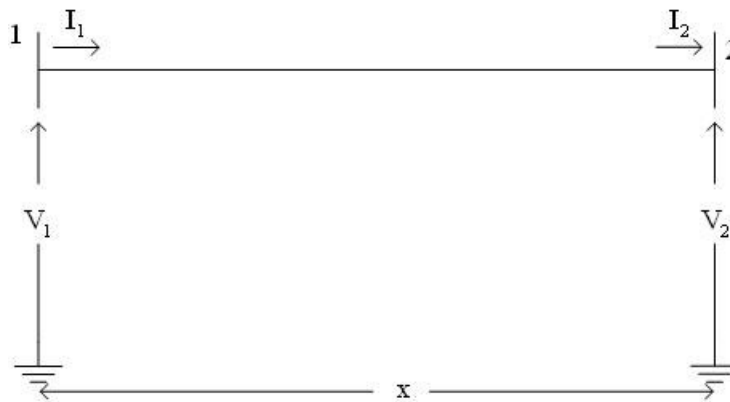


Figura 3.3 – Linha monofásica.

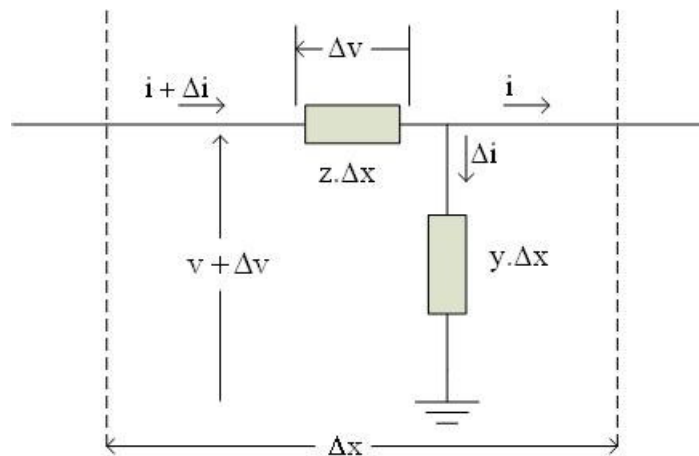


Figura 3.4 – Representação de um comprimento Δx de uma linha monofásica.

Na figura 3.4 z e y representam respectivamente a impedância e a admitância por unidade de comprimento e obedecem as seguintes relações:

$$z = r + j\omega l \quad (3.8)$$

$$y = j\omega c \quad (3.9)$$

Para esse elemento representado na figura 3.3:

$$\Delta v = z\Delta x.(i + \Delta i) \quad (3.10)$$

$$\Delta i = y\Delta x.v \quad (3.11)$$

No limite em que Δx tende a zero, as equações acima assumem as formas diferenciais:

$$\frac{dv}{dx} = z.i \quad (3.12)$$

$$\frac{di}{dx} = y.v \quad (3.13)$$

Derivando novamente em relação à x :

$$\frac{d^2v}{dx^2} = z \frac{di}{dx} = y.z.v \quad (3.14)$$

$$\frac{d^2i}{dx^2} = y \frac{dv}{dx} = y.z.i \quad (3.15)$$

Essas são as equações características que definem a propagação da corrente e da tensão ao longo da linha. A primeira condição das soluções dessas equações, é que suas segundas derivadas em relação a x sejam iguais as funções originais multiplicadas pela constante yz , o que sugere uma solução do tipo exponencial. Supondo:

$$v = A_1 e^{\sqrt{yz}x} + A_2 e^{-\sqrt{yz}x} \quad (3.16)$$

Derivando duas vezes em relação a x :

$$\frac{d^2v}{dx^2} = yz(A_1 e^{\sqrt{yz}x} + A_2 e^{-\sqrt{yz}x}) \quad (3.17)$$

Logo, essa resposta satisfaz a primeira condição. Substituindo a equação (3.16) em (3.12) encontra-se a relação para a corrente.

$$i = \frac{1}{\sqrt{z/y}} A_1 e^{\sqrt{yz}x} - \frac{1}{\sqrt{z/y}} A_2 e^{-\sqrt{yz}x} \quad (3.18)$$

As constantes podem ser determinadas, lembrando que quando $x = 0$ a tensão e a corrente na fonte são iguais aos seus valores na carga.

$$\begin{cases} v_2 = A_1 + A_2 \\ i_2 = \frac{1}{\sqrt{z/y}}(A_1 - A_2) \end{cases} \quad (3.19)$$

Fazendo $Z_c = \sqrt{z/y}$ e $\gamma = \sqrt{yz}$, os valores das constantes A_1 e A_2 ficam:

$$A_1 = \frac{v_2 + i_2 Z_c}{2} \quad (3.20)$$

$$A_2 = v_2 - i_2 Z_c \quad (3.21)$$

Substituindo esses valores nas equações (3.16) e (3.18):

$$v_1 = \frac{v_2 + i_2 Z_c}{2} e^{\gamma x} + \frac{v_2 - i_2 Z_c}{2} e^{-\gamma x} \quad (3.22)$$

$$i_1 = \frac{v_2 / Z_c + i_2}{2} e^{\gamma x} - \frac{v_2 / Z_c - i_2}{2} A_2 e^{-\gamma x} \quad (3.23)$$

Como:

$$\operatorname{senh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad (3.24)$$

$$\operatorname{cosh} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad (3.25)$$

As equações (3.22) e (3.23) podem ser reescritas da seguinte forma:

$$v_1 = v_2 \cosh \gamma x + Z_c i_2 \operatorname{senh} \gamma x \quad (3.26)$$

$$i_1 = \frac{v_2}{Z_c} \operatorname{senh} \gamma x + i_2 \cosh \gamma x \quad (3.27)$$

Essa resposta será facilmente incluída no estudo de transitórios eletromecânicos se ela adotar a forma matricial da Y_{barra} . Adotando $Y_c = Z_c^{-1}$:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_c}{\tanh \gamma l} & \frac{-Y_c}{\sinh \gamma l} \\ \frac{-Y_c}{\sinh \gamma l} & \frac{Y_c}{\tanh \gamma l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Este modelo representa a linha adequadamente para qualquer distância, porém, considerando que algumas LTs possuem resposta dinâmica que pode entrar na faixa de tempo das respostas dos controles dos geradores, é interessante discutir um modelo que possa estudar a resposta das linhas de transmissão nessa faixa de tempo.

3.3 Modelo dinâmico

A resposta de um sistema à excitação e às condições iniciais é chamada de resposta completa, e ela inclui o comportamento do sistema durante o regime transitório e permanente.

O comportamento da dinâmica de um sistema elétrico é descrito por equações diferenciais. Devido ao alto grau de complexidade destes sistemas, torna-se praticamente impossível uma solução analítica para essas equações, então, é interessante passar o sistema do domínio do tempo para o domínio da frequência, onde é mais prático manipular as equações tornando-as mais simples de serem resolvidas [10] e [11].

Colocando-se o sistema no domínio da frequência ($s = j\omega$):

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_c}{\tanh \gamma l} & \frac{-Y_c}{\sinh \gamma l} \\ \frac{-Y_c}{\sinh \gamma l} & \frac{Y_c}{\tanh \gamma l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

$$\gamma = \sqrt{(r + sl)(sc)} \quad (3.30)$$

$$Y_c = \sqrt{\frac{sc}{r + sl}} \quad (3.31)$$

Os pólos de um sistema por definição são os valores de frequência para os quais a função de transferência tende a infinito, matematicamente:

$$\lim_{s \rightarrow p} F(s) = \infty \quad (3.32)$$

Logo, quando $s = p$

$$F(s)^{-1} = 0 \quad (3.33)$$

O sistema tem duas funções de transferência diferentes $\frac{Y_c}{\tanh \gamma l}$ e $\frac{-Y_c}{\sinh \gamma l}$ que relacionam cada saída com duas entradas, e pela equação acima percebe-se que compartilham o mesmo conjunto de pólos, pois invertendo as funções de transferência e igualando-as a zero tem-se:

$$\sqrt{r + sl} \cdot \sinh \gamma l = 0 \quad (3.34)$$

O primeiro pólo do sistema é facilmente encontrado e é igual a $-r/l$. Para encontrar os demais pólos de maneira simples, é interessante reescrever a equação acima, lembrando que:

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin \theta \quad (3.35)$$

Portanto,

$$\operatorname{senhj}\theta = \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2} = \frac{\cos\theta + j\operatorname{sen}\theta - \cos\theta + j\operatorname{sen}\theta}{2} = j\operatorname{sen}\theta \quad (3.36)$$

Reescrevendo γ :

$$\gamma = j\sqrt{-(r+sl)(sc)} \quad (3.37)$$

Como os pólos são os valores onde a inversa da função é igual a zero, e a inversa do função foi reescrita na forma de seno na equação (3.36), então, os pólos serão encontrados quando o seno for igual a zero, logo, quando $\theta = k\pi$, sendo $k = 1,2,3,\dots$, o que mostra que esse sistema tem infinitos pólos. Associando esse raciocínio com as duas equações acima:

$$\sqrt{-(r+sl)(sc)}d = k\pi \quad (3.38)$$

Desenvolvendo essa última expressão:

$$s = \frac{-cr \pm \sqrt{(cr)^2 - 4lc\left(\frac{k\pi}{d}\right)^2}}{2lc} \quad (3.39)$$

Uma função de transferência racional pode ser escrita da seguinte forma:

$$F(s) = C \frac{\prod(s - z_i)}{\prod(s - p_i)} \quad (3.40)$$

Onde C é uma constante, z_i e p_i representam respectivamente os zeros e os pólos do sistema. A função de transferência acima pode ser reescrita na forma de frações parciais, onde a equação 3.41 mostra um sistema com n pólos, em que r_j são os resíduos respectivos a cada pólo em sua fração parcial.

$$F(s) = \sum_{j=1}^n \frac{r_j}{s - p_j} \quad (3.42)$$

Os resíduos podem ser calculados multiplicando a função de transferência do sistema pela parcela referente a um pólo e fazendo o limite em que s tende ao mesmo pólo.

$$r_j = \lim_{s \rightarrow p_j} \{F(s)(s - p_j)\} \quad (3.43)$$

Então, as funções de transferência podem ser reescritas, e o sistema passa a ser:

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{r'_j}{s - p_j} & \sum_{j=1}^{\infty} \frac{r''_j}{s - p_j} \\ \sum_{j=1}^{\infty} \frac{r''_j}{s - p_j} & \sum_{j=1}^{\infty} \frac{r'_j}{s - p_j} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Esse sistema incorpora a dinâmica da linha, ou seja, a resposta da linha considerando os seus estados iniciais, encontrando assim a resposta da linha para qualquer sinal de entrada.

Capítulo 4

Métodos numéricos

Considerando a vasta quantidade de componentes ligados em um sistema de potência e a complexidade das funções que descrevem suas dinâmicas, torna-se importante a necessidade de estudar métodos numéricos eficientes, que solucionem essas equações dinâmicas e possam ser implementados por algoritmos computacionais.

Em [9] é mostrado que o comportamento de qualquer componente de um sistema de potência pode ser descrito matematicamente de duas formas diferentes:

- Convoluções (relações diretas que usam matrizes de resposta ao impulso unitário)

$$i(t) = \int_0^{\infty} h(\tau)v(t-\tau)d\tau \quad (4.1)$$

- Equações de estados

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bv \\ i = Cx + Dv \end{cases} \quad (4.2)$$

Nos dois casos, são conhecidos $h(\tau)$, A , B , C e D que dependem dos pólos e resíduos do sistema, e o vetor v , que é o sinal de entrada do sistema. Existe uma diferença básica entre essas duas representações, para calcular um novo estado usando a representação por equações de estados é necessário saber o comportamento das entradas e de todos os estados (os vetores v e x respectivamente), mas só para o último instante de tempo, ou seja, como a saída é o vetor i , para calculá-lo em um novo intervalo de tempo, é necessário conhecer o vetor x deste intervalo de

tempo e para isso é preciso integrar \dot{x} , que, por sua vez, depende dos estados e das entradas do intervalo de tempo anterior. No caso da convolução, é necessário saber apenas os valores das variáveis de entrada ($v(t - \tau)$), porém, em toda a faixa de tempo passada pelo processo, porque como a convolução é uma integral, para saber a área resultante, é necessário conhecer todos os pontos da curva que está sendo integrada..

Foram estudados métodos para a solução numérica, a convolução recursiva linear e a integração trapezoidal.

5.1 Convolução

Um sistema de equações dinâmicas pode ser resolvido através de convoluções [12] e [6], portanto, o sistema de equações (3.44) pode ser resolvido desta forma. A seguir um sistema similar é desenvolvido para exemplificar o método, nesse sistema, $H(s)$ pode representar qualquer fração parcial, mesmo as funções de transferência da matriz Y_{barra} da linha de transmissão.

Considerando:

$$I(s) = H(s).V(s) \quad (4.3)$$

Onde,

$$H(s) = \frac{b}{s + a} \quad (4.4)$$

A saída pode ser calculada através da integral de convolução:

$$i(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(u).v(t-u)du \quad (4.5)$$

Substituindo (4.4) em (4.3):

$$I(s) = \frac{b}{s+a}.V(s) \quad (4.6)$$

Consequentemente,

$$sI(s) + aI(s) = bV(s) \quad (4.7)$$

Voltando ao domínio do tempo, tem-se

$$\frac{di(t)}{dt} + ai(t) = bv(t) \quad (4.8)$$

A equação acima é similar as equações do sistema (2.1) e podem ser resolvidas do mesmo jeito.

O desenvolvimento da equação acima é encontrado em [6] e [12] e está no anexo B, resultando em:

$$i(t) = e^{-a\Delta t}i(t-\Delta t) + b \int_0^{\Delta t} e^{-au}v(t-u)du \quad (4.9)$$

A integral dessa equação pode ser resolvida numericamente, substituindo-se $x(t-u)$ por uma função linear em u .

$$v(t-u) = v(t) - \frac{v(t) - v(t-\Delta t)}{\Delta t}.u \quad (4.10)$$

Usando (4.10) em (4.9), habilita a reformulação de (4.5) para:

$$i(t) = \alpha.i(t-\Delta t) + \lambda.v(t) + \mu.v(t-\Delta t) \quad (4.11)$$

Em que,

$$\alpha = e^{-a\Delta t} \quad (4.12)$$

$$\lambda = \frac{b}{a} \left(1 - \frac{1 - \alpha}{a\Delta t} \right) \quad (4.13)$$

$$\mu = \frac{b}{a} \left(\frac{1 - \alpha}{a\Delta t} - \alpha \right) \quad (4.14)$$

Portanto, pode ser encontrada a resposta no domínio do tempo para o sistema usando as equações acima para os n pólos e resíduos calculados.

4.2 Equações de estados

O modelo de espaço de estados para a linha de transmissão é introduzido no modelo do sistema elétrico para estudos de transitórios como está representado na figura 4.2, onde as tensões são dados de entrada para o modelo, e após interagirem com os estados, resultam nas correntes injetadas em cada barra.

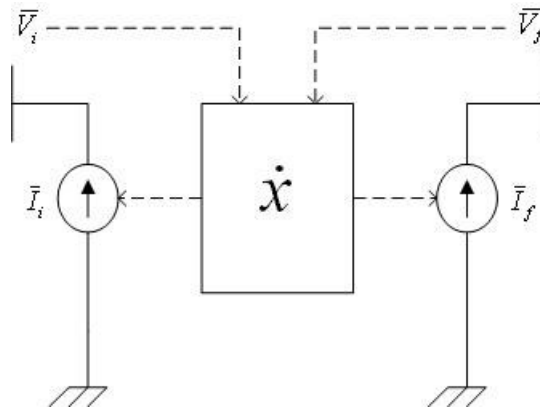


Figura 4.1 – Representação da linha por espaço de estados.

A solução de um sistema dinâmico quando na forma de espaços de estados é bem conhecida [15], sendo resolvida através de algum método de integração, usualmente a regra trapezoidal. Logo, para resolver o sistema (3.44), escrito na forma de frações parciais, é preciso colocá-lo na forma de espaço de estados.

Sendo o sistema:

$$I(s) = \sum_{j=1}^n \frac{r_j}{s - p_j} V(s) \quad (4.15)$$

Este sistema pode ser reescrito matricialmente,

$$I(s) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{r_1}{s - p_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{r_2}{s - p_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{r_n}{s - p_n} \end{bmatrix} V(s) \quad (4.16)$$

Adotando,

$$c = [1 \quad 1 \quad \dots \quad 1] \quad (4.17)$$

E definindo $X(s)$, para escrever de modo mais simples o sistema.

$$X(s) = \begin{bmatrix} \frac{r_1}{s-p_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{r_2}{s-p_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{r_n}{s-p_n} \end{bmatrix} \cdot V(s) \quad (4.18)$$

Após essas definições, o sistema pode ser escrito assim:

$$I(s) = c \cdot X(s) \quad (4.19)$$

Algebricamente o sistema pode ser colocado da seguinte forma,

$$\begin{bmatrix} s-p_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & s-p_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s-p_n \end{bmatrix} \cdot X(s) = [r_1 \quad r_2 \quad \dots \quad r_n] V(s) \quad (4.20)$$

Ou ainda,

$$sI(s) - \begin{bmatrix} p_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_n \end{bmatrix} \cdot X(s) = [r_1 \quad r_2 \quad \dots \quad r_n] V(s) \quad (4.21)$$

Concluindo no domínio de Laplace,

$$sX(s) = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_n \end{bmatrix} X(s) + [r_1 \ r_2 \ \cdots \ r_n] V(s) \quad (4.22)$$

Nomeando a matriz A e o vetor b como:

$$A = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p_n \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

$$b = [r_1 \ r_2 \ \cdots \ r_n] \quad (4.24)$$

Ao retornar ao domínio do tempo o sistema já estará na forma de espaço de estados, ou seja, com estados em função de suas primeiras derivadas e das entradas, como também se encontra o sistema (2.1)

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + bv \\ i = cx \end{cases} \quad (4.25)$$

Os estados representam o menor conjunto de variáveis, tal que o conhecimento destas variáveis em $t = t_0$ juntamente com a entrada para $t \geq t_0$, determina completamente o comportamento do sistema para qualquer instante $t \geq t_0$.

Para representar um sistema por um diagrama de blocos é necessário reescrever a equação separando cada componente em suas parcelas reais e imaginárias.

$$\dot{x} = (A_r + jA_i)(x_r + jx_i) + (b_r + jb_i)(v_r + jv_i) \quad (4.26)$$

A resposta da equação, também pode ser separada:

$$\text{Real}(\dot{x}) = A_r x_r - A_i x_i + b_r v_r - b_i v_i \quad (4.27)$$

$$\text{Imag}(\dot{x}) = A_r x_i + x_r A_i + b_r v_i + b_i v_r \quad (4.28)$$

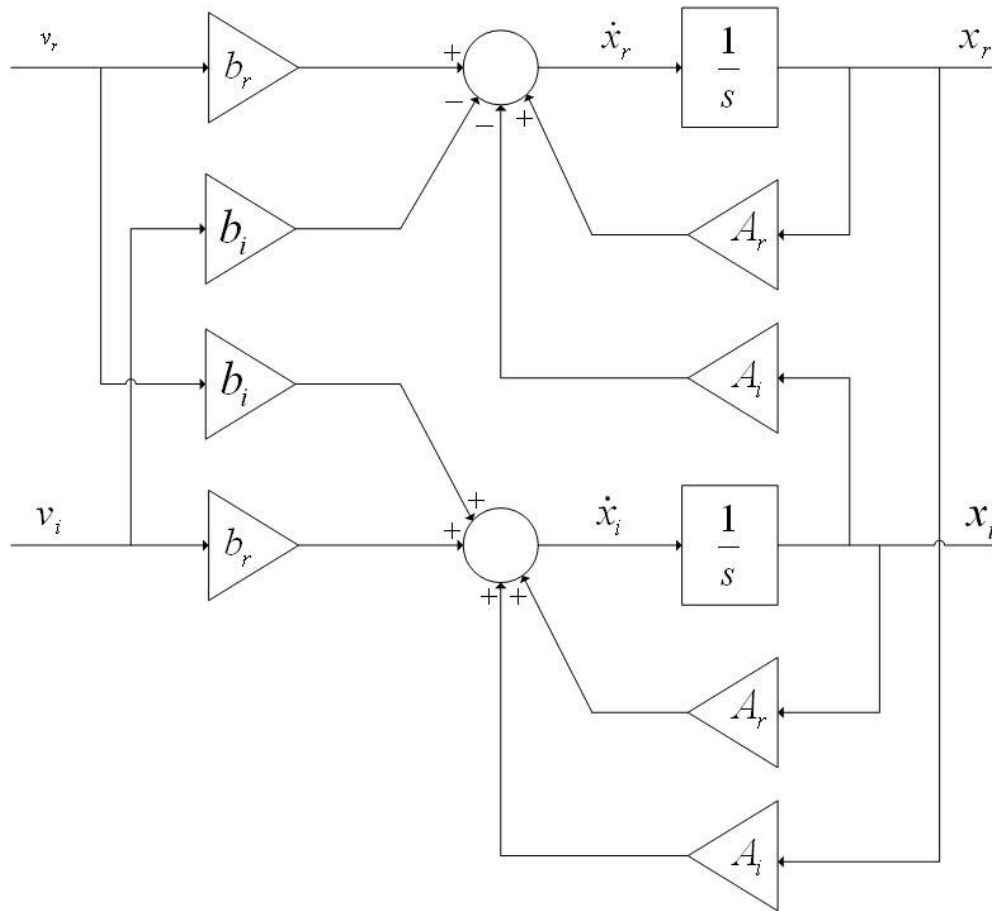


Figura 4.2 – Diagrama de blocos de equações de estados com entradas, saídas, estados, pólos e resíduos complexos.

A integração trapezoidal se resume a aproximar a área da integral pela área de trapézios, que são encontrados aproximando a curva entre dois pontos por uma reta. Portanto, calcula-se a área de um trapézio no intervalo de tempo Δt de um passo e soma-se com o resultado da integral do

passo anterior, e assim sucessivamente. Usando a integração por trapézios no sistema de equações (4.25) e reescrevendo-a considerando o comportamento a cada passo de tempo Δt :

$$\begin{cases} x(t) = x(t - \Delta t) + A \frac{[x(t) + x(t - \Delta t)]}{2} \Delta t + b \frac{[v(t) + v(t - \Delta t)]}{2} \Delta t \\ i = cx \end{cases} \quad (4.29)$$

Analisando o comportamento para apenas um pólo e um resíduo, tem-se:

$$x(t) = \alpha x(t - \Delta t) + \lambda [v(t) + v(t - \Delta t)] \quad (4.30)$$

Onde,

$$\alpha = \frac{1 + p\Delta t/2}{1 - p\Delta t/2} \quad (4.31)$$

$$\lambda = \frac{r\Delta t/2}{1 - p\Delta t/2} \quad (4.32)$$

Assim, conclui-se o desenvolvimento analítico do estudo da implementação de modelos de linhas de transmissão em um trabalho de cálculo de transitórios eletromecânicos, foram abordados a sistemática do cálculo, os modelos e como resolvê-los numericamente, no capítulo posterior serão analisadas redes onde foram implementados esses modelos e seus resultados.

Capítulo 5

Resultados Obtidos

Considerando uma linha que tenha os parâmetros abaixo (sendo os parâmetros elétricos referentes a seqüência positiva):

Parâmetros da linha	
Resistência	0,0929617 Ω /km
Indutância	2,19561mH/km
Capacitância	7,61442 nF/km
Comprimento	25 km

Tabela 5.1 – Parâmetros da linha de transmissão estudada.

Como foi visto no capítulo 3, para montar o sistema na forma de frações parciais é necessário calcular os pólos e os resíduos, e como as funções de transferência da matriz Y_{barra} em (3.44) têm infinitos pólos, a função na forma de frações parciais será uma aproximação por conter apenas alguns pólos.

Na figura 5.1, está a comparação gráfica e o desvio entre a resposta na frequência das funções de

transferência $Y' = \frac{Y_c}{\tanh \gamma d}$ e $Y'' = \frac{-Y_c}{\sinh \gamma d}$, e as suas aproximações por frações parciais, para a

aproximação foram usados os 7 primeiros pólos das funções.

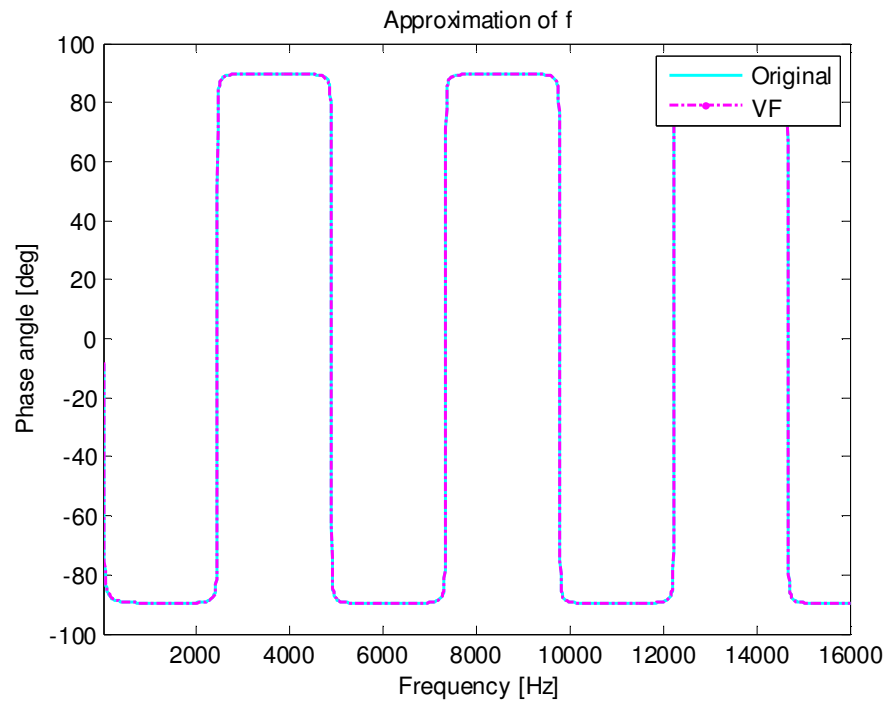
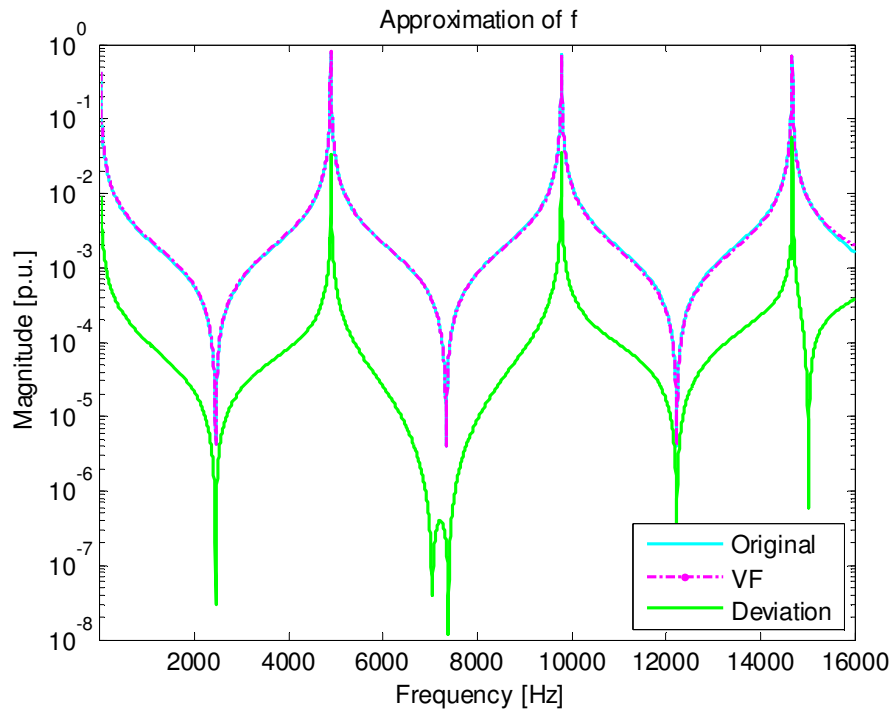


Figura 5.1 – Perfil da função de transferência $Y' = \frac{Y_c}{\tanh \gamma l}$ e de sua aproximação no domínio da frequência.

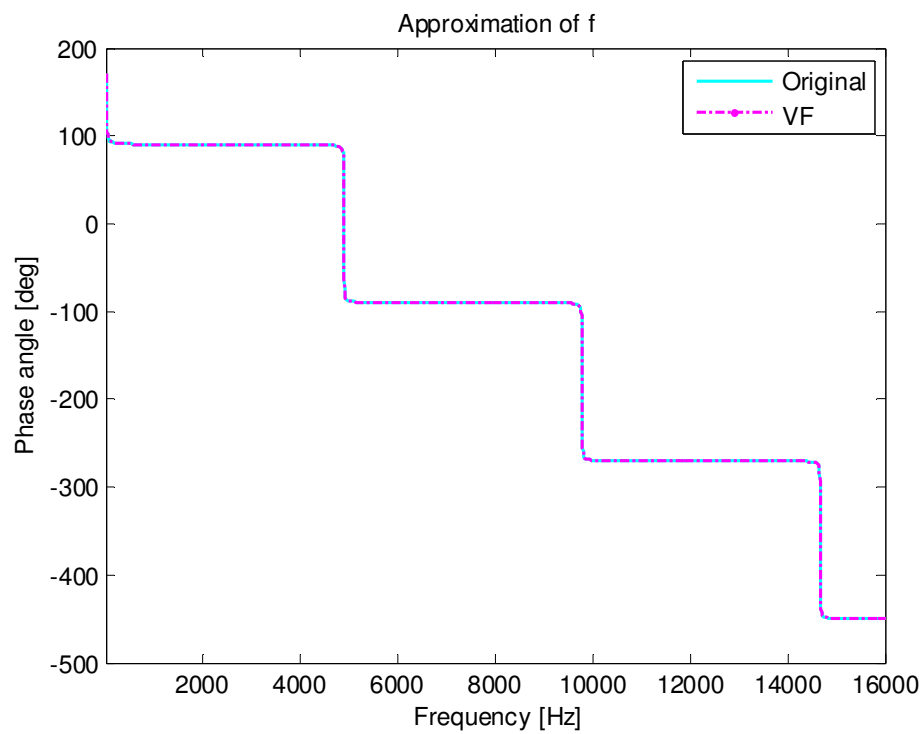
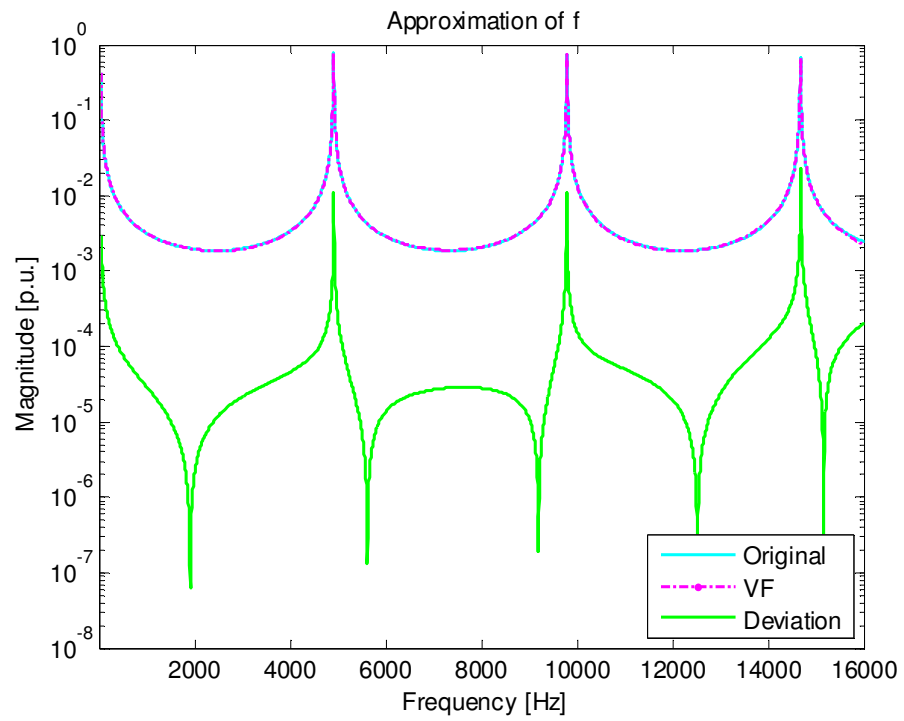


Figura 5.2 – Perfil da função de transferência $Y'' = \frac{-Y_c}{\sinh \gamma l}$ e de sua aproximação no domínio da frequência.

No capítulo 3 foi mostrado o modo de se calcular os pólos e seus resíduos analiticamente, ou seja, conseguidos através da fórmula da função, calculados dessa maneira podem carregar erros numéricos (um exemplo de erro que pode ser cometido dessa forma é a não localização de pólos escondidos).

Existem outras formas de cálculo de pólos e resíduos baseadas no vetor da resposta em frequência da função de transferência [17], esses métodos, através de processos iterativos, procuram os pólos e resíduos buscando diminuir o erro entre a resposta da função aproximada pelas frações parciais e a função original. Esse método foi usado para calcular os pólos e os seus respectivos resíduos, as figuras 5.1 e 5.2 também foram feitas através do resultado desse método.

Para testar o modelo, primeiramente, serão feitas simulações para $V_1 = 0$ (caso 01), porque assim consegue-se dividir o sistema acoplado em dois desacoplados e pode-se observar o resultado das duas funções de transferência separadamente, então as equações (3.44) passam a ser:

$$I_1 = Y'' \cdot V_2 \quad (5.1)$$

$$I_2 = Y' \cdot V_2 \quad (5.2)$$

A figura 5.3 mostra o primeiro caso estudado, onde $V_1 = 0 pu$ e inicialmente $V_2 = 0 pu$, porém no instante $t = 0s$ o estado de V_2 muda para $V_2 = 1 + j0 pu$ e o valor de tensão em V_1 permanece inalterado.

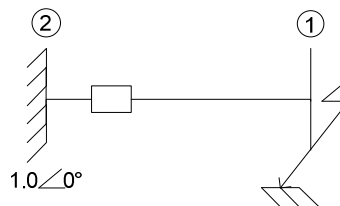


Figura 5.3 – Diagrama representando o primeiro caso estudado.

Pela resposta da corrente (figuras 5.4 e 5.5) dessa simulação pode-se notar que a aproximação por frações parciais com sete pólos da função de transferência da linha de transmissão, em regime permanente consegue valores aproximadamente iguais aos outros modelos.

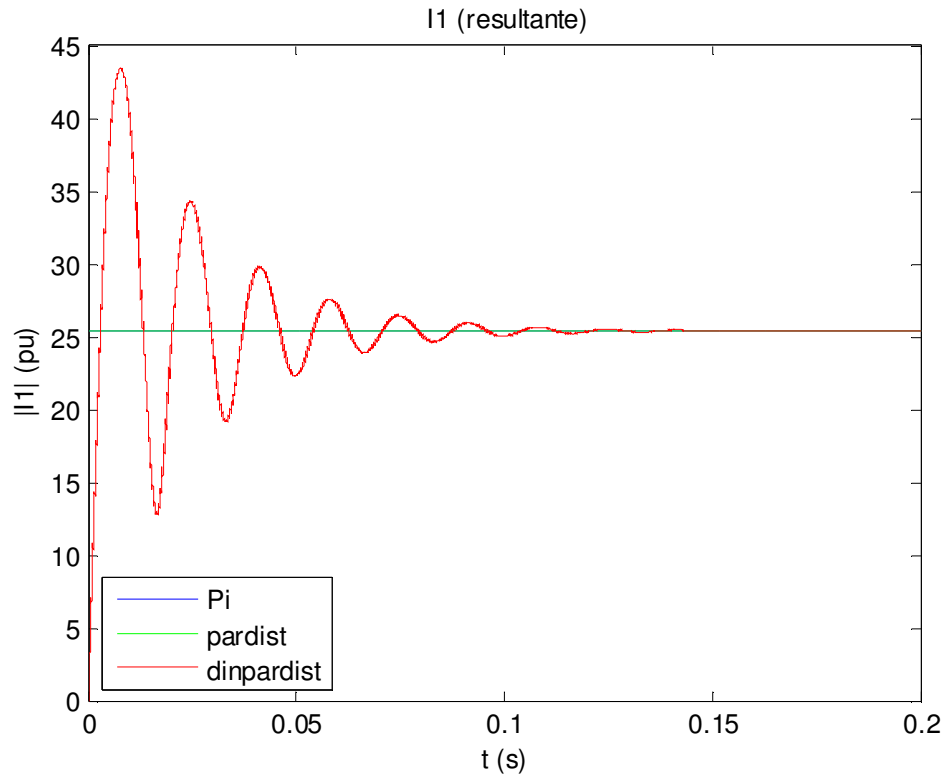


Figura 5.4 – Módulo da corrente I_1 .

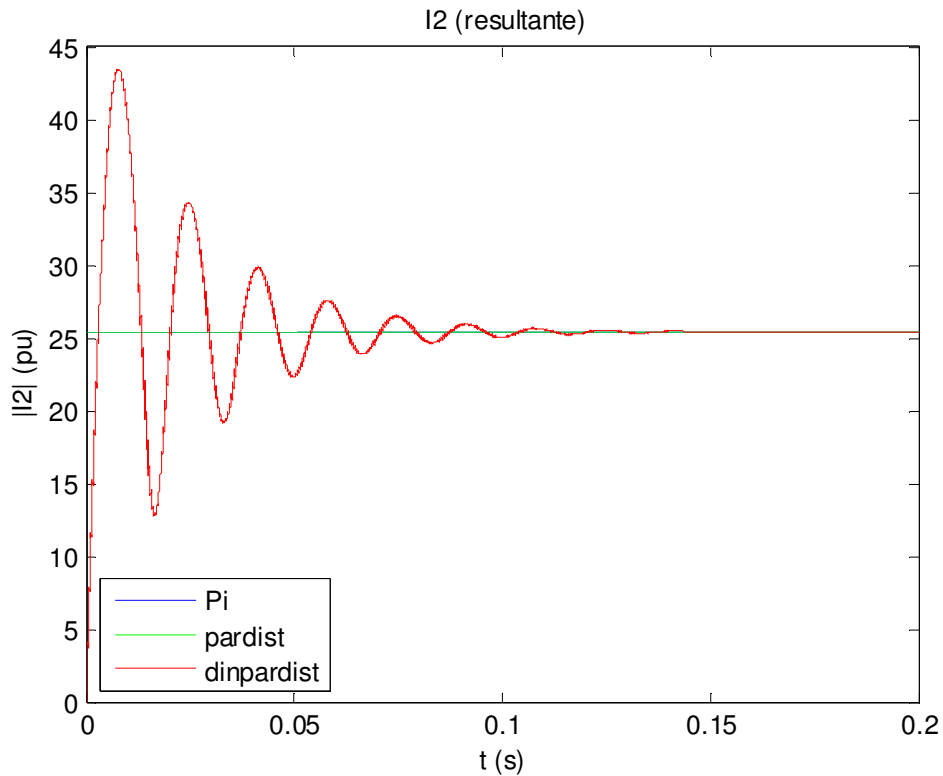


Figura 5.5 – Módulo da corrente I_2 .

O segundo estudo (caso 02) se concentra em analisar as diferenças entre as respostas dos modelos para uma mesma LT, variando a sua extensão, ou seja, considerando a linha com os mesmos parâmetros elétricos da tabela 5.1, porém, com comprimento variável. São calculadas as correntes para os diferentes modelos variando a extensão da LT de 10 em 10 *km* na faixa de 150 a 500 *km*. A rede é a mesma da figura 5.3, barra 1 com um 1 *pu* e barra 2 em curto-circuito, porém nesse caso foram coletados apenas os valores de regime permanente.

Observando a figura 5.7, percebe-se ao aumentar o comprimento da linha, que o modelo pi acompanha de perto a resposta dos modelos a parâmetros distribuídos até por volta de 200, 240 *km*, porém, a partir daí, a curva com a sua resposta começa a se distanciar mais da resposta

com os modelos que fazem as considerações mais reais, o fato dos parâmetros estarem distribuídos ao longo de toda a linha.

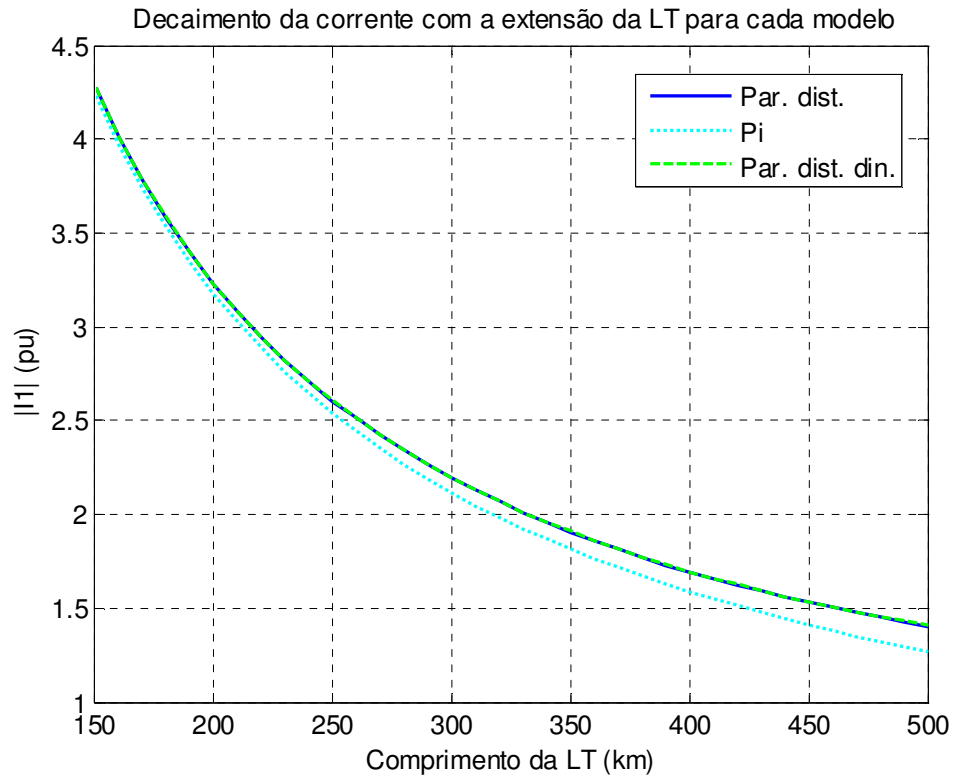


Figura 5.6 – Variação do módulo da corrente I_1 com a extensão da LT.

Os cálculos acima foram feitos em ambiente Matlab, o modelo a partir daí foi implementado em um programa de estabilidade transitória para estudar a resposta da linha com modelos de geradores, mas como primeiro teste, para verificar se o modelo implementado nesse programa corresponde ao modelo estudado até aqui, foi repetido o primeiro caso (figura 5.3), aplicando um degrau unitário ($1 + j0pu$) na barra 1 em $0s$ e deixando a barra 2 em curto-circuito, para esta simulação foi usado um passo de integração de $1\mu s$, considerando o modelo do gerador como barra infinita.

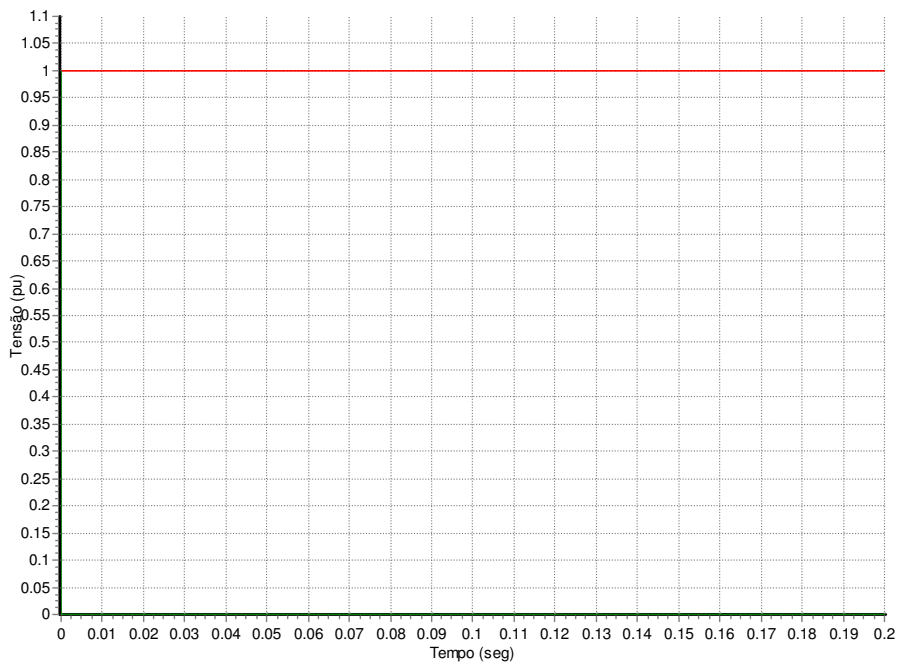


Figura 5.7 – Tensão nas barras (em 0s a tensão na barra 1 vai para 1 pu – 230kV).

Como se pode notar pelas figuras 5.8 e 5.9, o modelo corresponde ao modelo simulado em Matlab, com valores de regime permanente, tempo de amortecimento e a forma da onda similares. Nessas figuras, foram ampliadas as variações de correntes em instantes de tempo muito curtos, variações dessa forma são comuns em transitórios eletromagnéticos de linhas de transmissão. É interessante ressaltar a ordem de tempo do amortecimento da onda, por volta de 120ms , um período de tempo dessa ordem já interfere na resposta de transitórios eletromecânicos, ou seja, o transitório eletromagnético dessa linha por ter duração dessa ordem pode influenciar nos estudos de transitórios eletromecânicos.

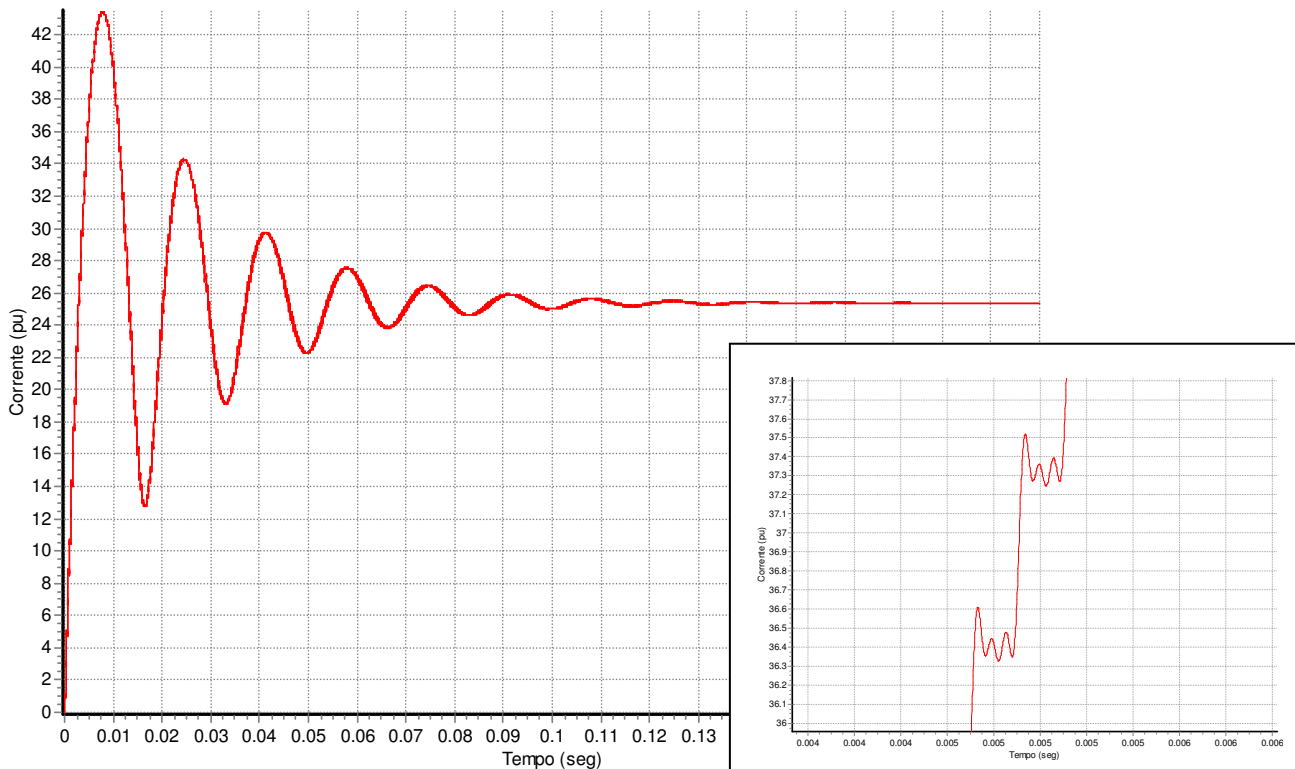


Figura 5.8 – Corrente em pu na barra 1.

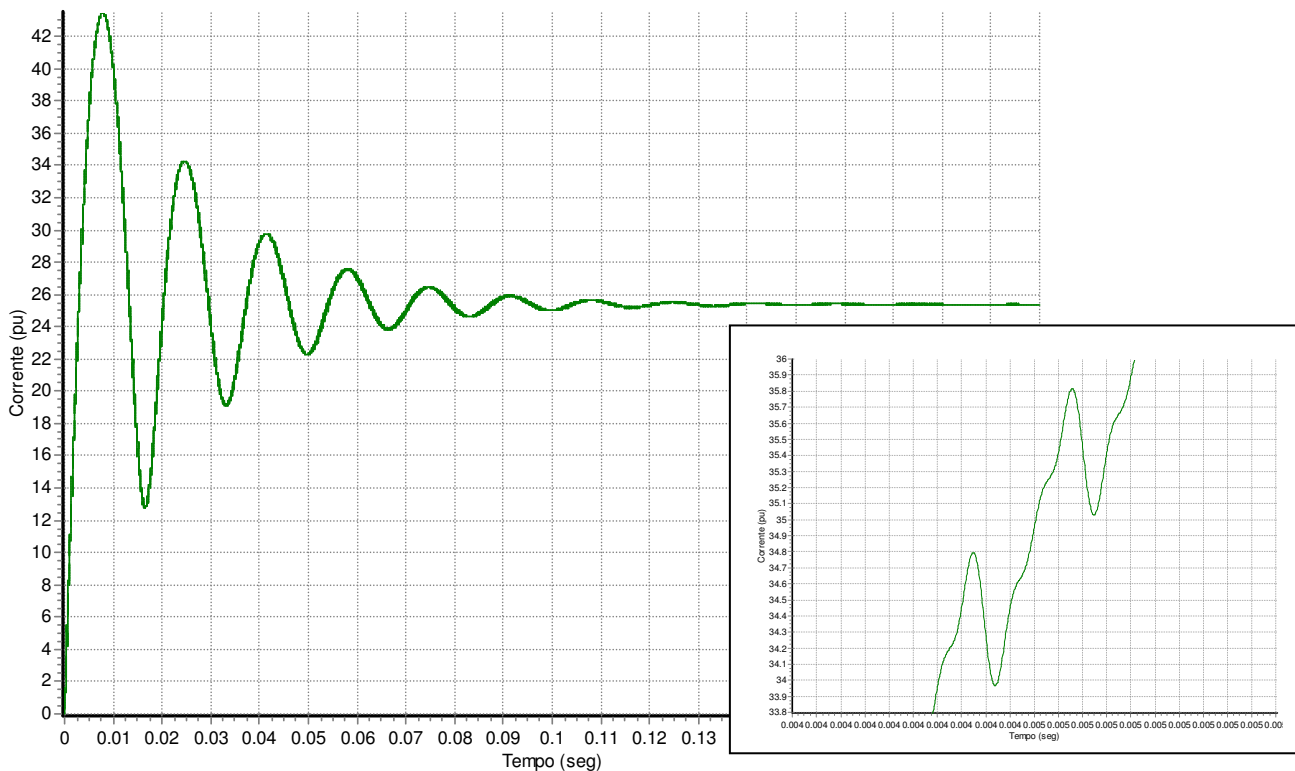


Figura 5.9 – Corrente em pu na barra 2.

Outro caso foi estudado (caso 03), ainda com o modelo do gerador como barra infinita, isto é, um gerador que não tem a sua tensão interna alterada em módulo ou ângulo, independente da perturbação aplicada. Neste novo caso, a linha é energizada em $t = 0s$ por uma barra infinita, e há uma carga conectada ao outro terminal da linha, o passo de integração para esta simulação foi de $10\mu s$.

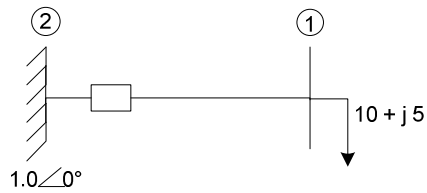


Figura 5.10 – Diagrama para o terceiro caso estudado, energização com carga.

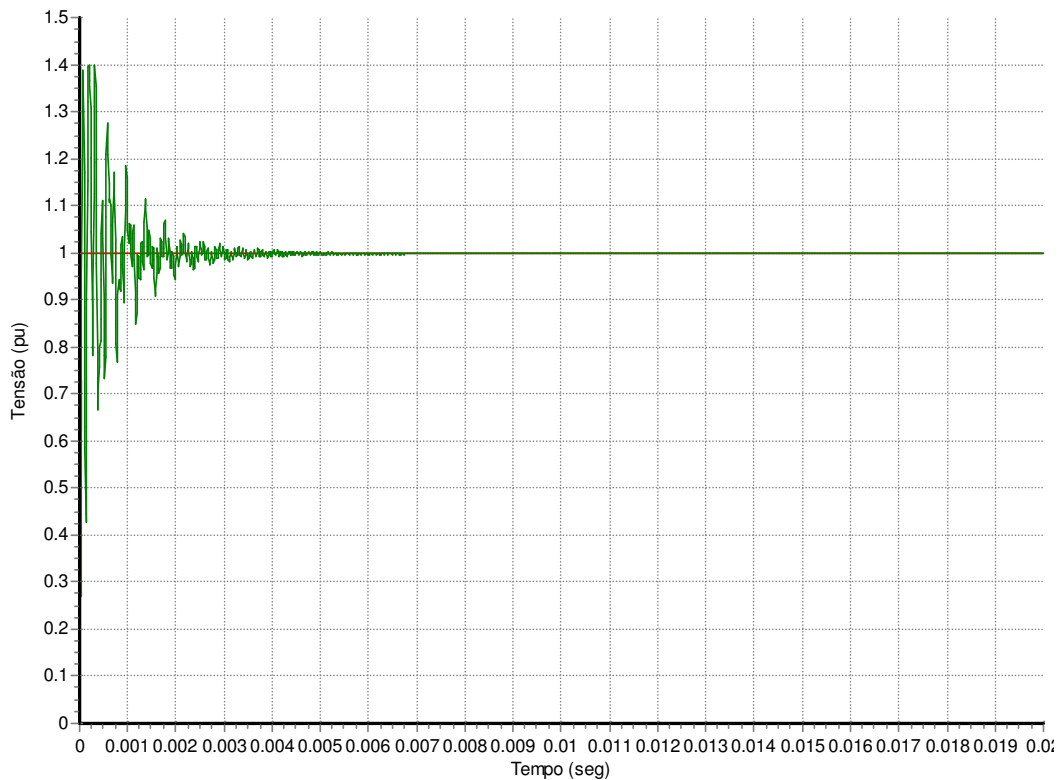


Figura 5.11 – Tensão nas duas barras (barra 1 em vermelho e barra 2 em verde).

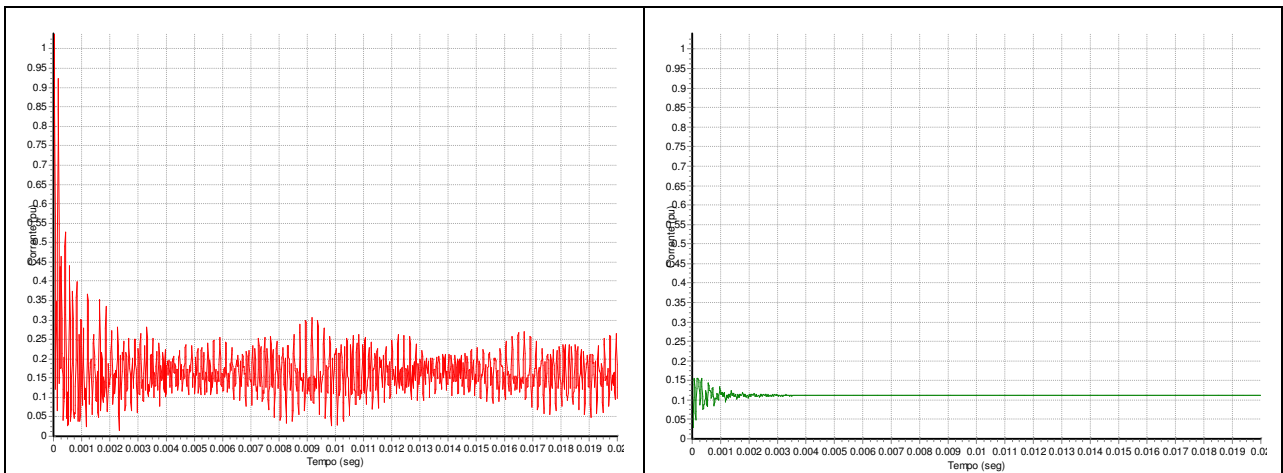


Figura 5.12 – Corrente em pu nas barras 1 e 2.

Nesse caso, a oscilação de corrente é muito rápida não entrando na janela de tempo dos transitórios eletromecânicos, mostrando que o tempo de amortecimento do transitório eletromagnético é influenciado pela rede, ou seja, com o terminal em curto o tempo de amortecimento do período transitório estava em uma escala de tempo (centenas de milisegundos), e quando se coloca uma carga ao invés do curto no terminal da linha, o período transitório fica na escala de tempo de dezenas de milisegundos.

No próximo caso a ser estudado (caso 04), o modelo de gerador deixa de ser um modelo para representar uma barra infinita, para ser um modelo real, isto é, a sua tensão interna pode se alterar com a perturbação aplicada.

O sistema deste caso tem duas barras com geradores (SE#1 e SE#2), e duas barras com carga (SE#9 e SE#3). Sendo que o evento estudado é o corte de uma das cargas da subestação SE#3 em 0.5s, abaixo estão as respostas deste caso para duas situações diferente a primeira (letra a), com todos as linhas de transmissão sendo representadas por modelos estáticos a parâmetros distribuídos. E na segunda situação (letra b), a linha de transmissão entre SE#1 e SE#9 é

representada pelo modelo dinâmico, as outras linhas continuam representadas por modelos estáticos, e o passo de integração é de $10\mu s$.

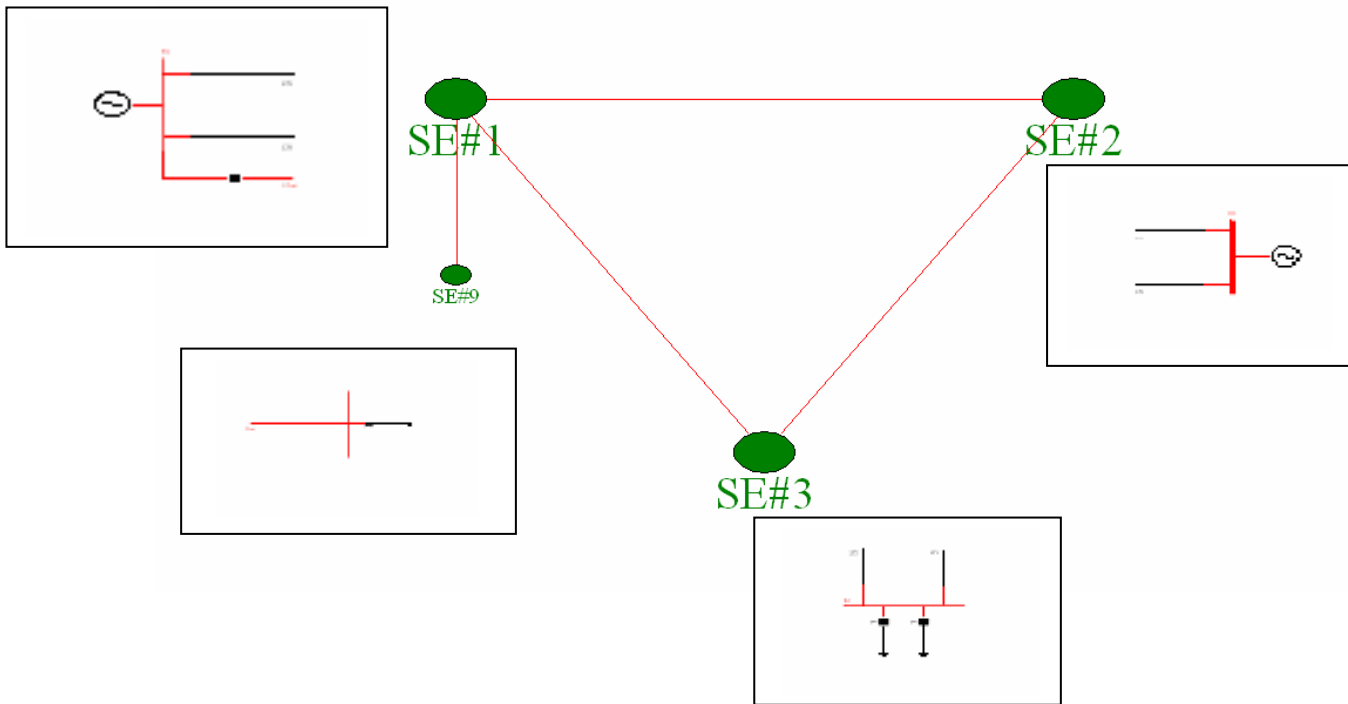


Figura 5.13 – Diagrama do sistema dos casos 04 e 05.

a) LT com modelo estático

Esta primeira parte da simulação não acrescenta nada novo ao estudo, usando modelos bem conhecidos [6], porém, o objetivo é usá-la como base para estudar a resposta do sistema acrescentando o modelo dinâmico da linha de transmissão.

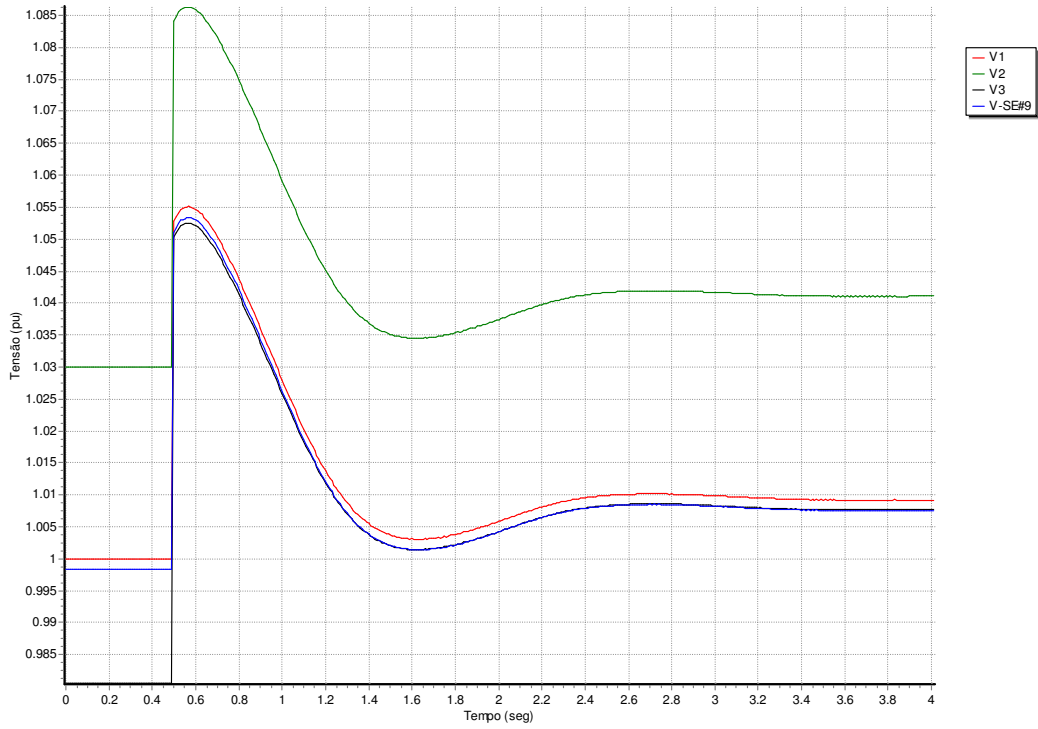


Figura 5.14 – Tensões no sistema (caso 04a).

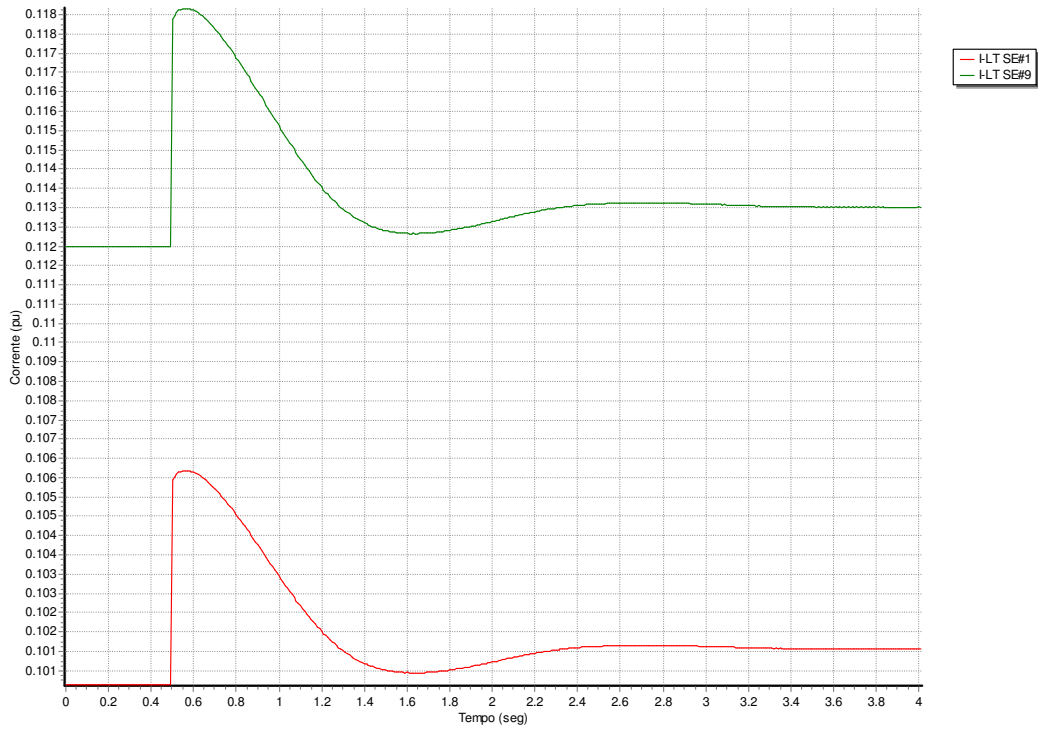


Figura 5.15 – Corrente nos terminais da LT (caso 04a).

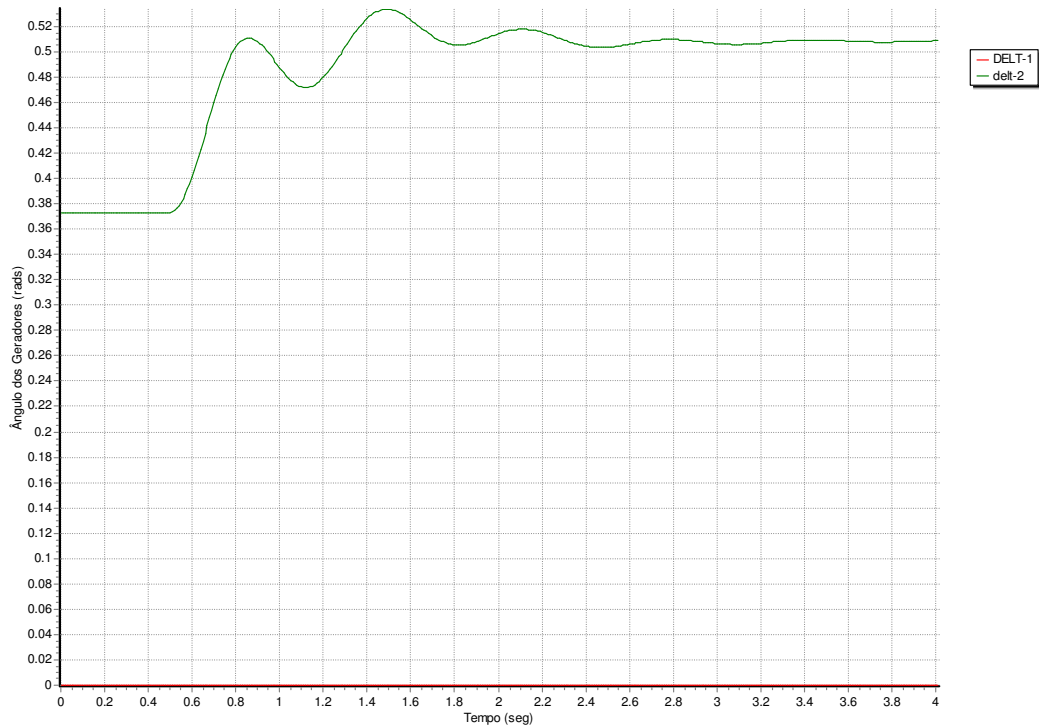


Figura 5.16 – Ângulo dos geradores (DELT-1 tomado como referência, caso 04a).

Como se pode notar pela simulação, após o corte de carga, o ângulo de carga dos geradores aumenta, porque a potência elétrica demandada pelo sistema diminui (sistema 2.3), o que faz a tensão e corrente da rede se elevarem, mas ao longo do tempo o ângulo do gerador vai se estabilizando, levando a tensão e a corrente do sistema a se estabilizarem também.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\delta}{dt} = \omega(t) - \omega_0 \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{\omega_0}{2H} [P_m - P_e(t)] \\ P_e = R_e (E' * I) \end{array} \right. \quad (2.3)$$

b) LT com modelo dinâmico

Ao inserir o modelo dinâmico é esperado uma variação diferente do usual em transitórios eletromecânicos, porque o uso de modelos dinâmicos da linha não são comuns neste tipo de estudos, porém, o interessante é observar o comportamento do ângulo de carga da máquina, para saber se o modelo dinâmico chegará a interferir na sua evolução ao longo do tempo.

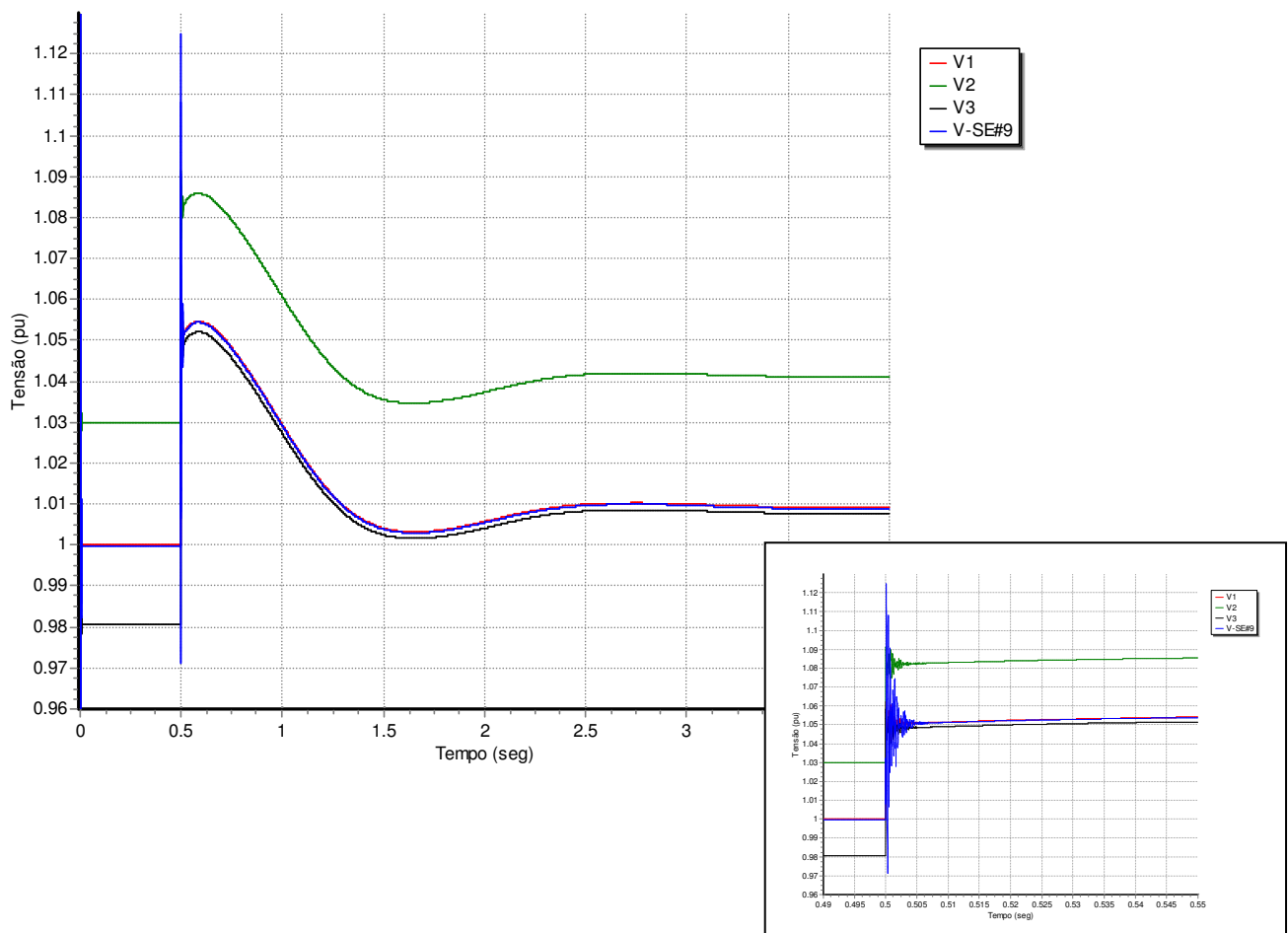


Figura 5.17 – Tensões no sistema (caso 04b).

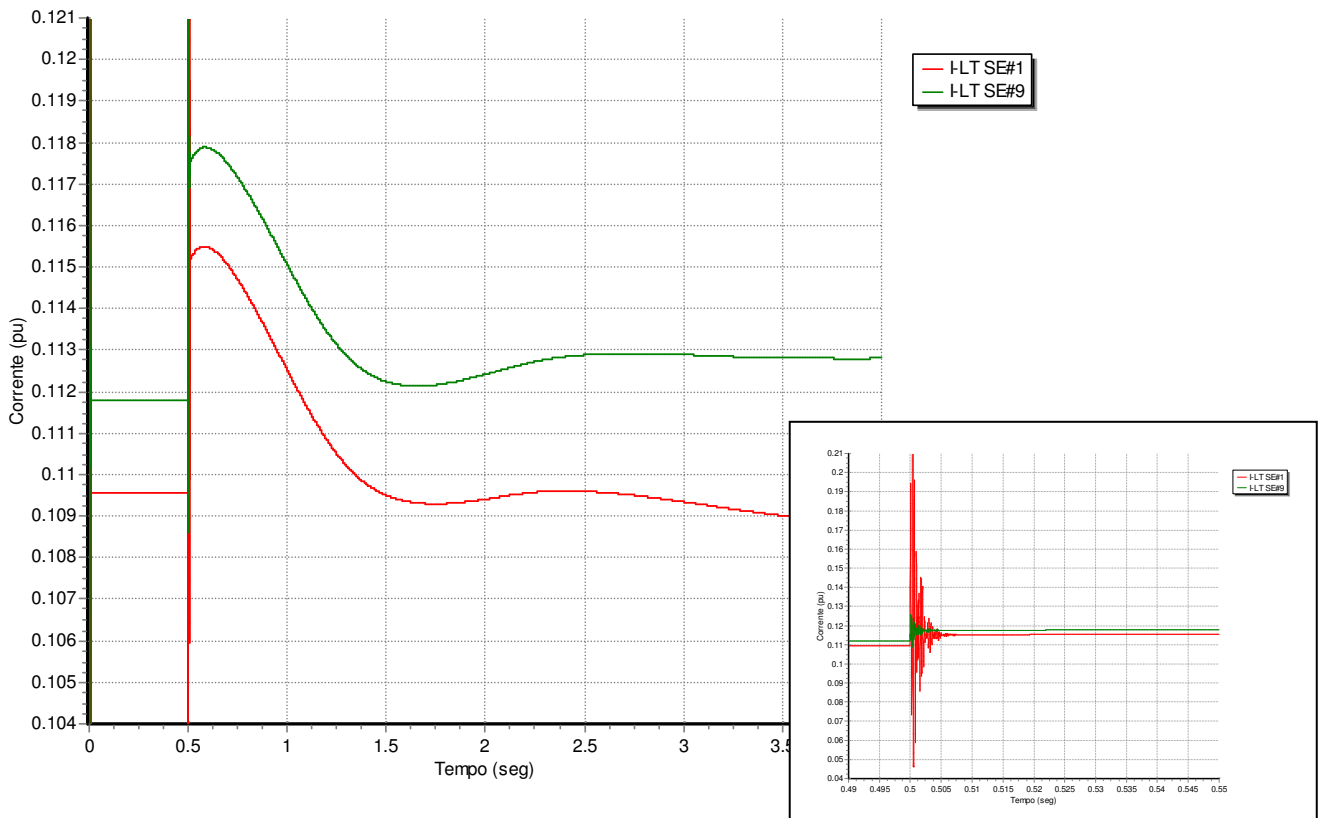


Figura 5.18 – Correntes nos terminais da LT (caso 04b).

Tanto nas correntes quanto nas tensões do sistema são observadas variações bruscas de amplitude, porém, amortecidas muito rapidamente, o período para a forma de onda se estabilizar devido ao transitório eletromagnético da linha nesse caso é da ordem de milisegundos, enquanto que o período para o amortecimento das oscilações eletromecânicas são da ordem de segundos.

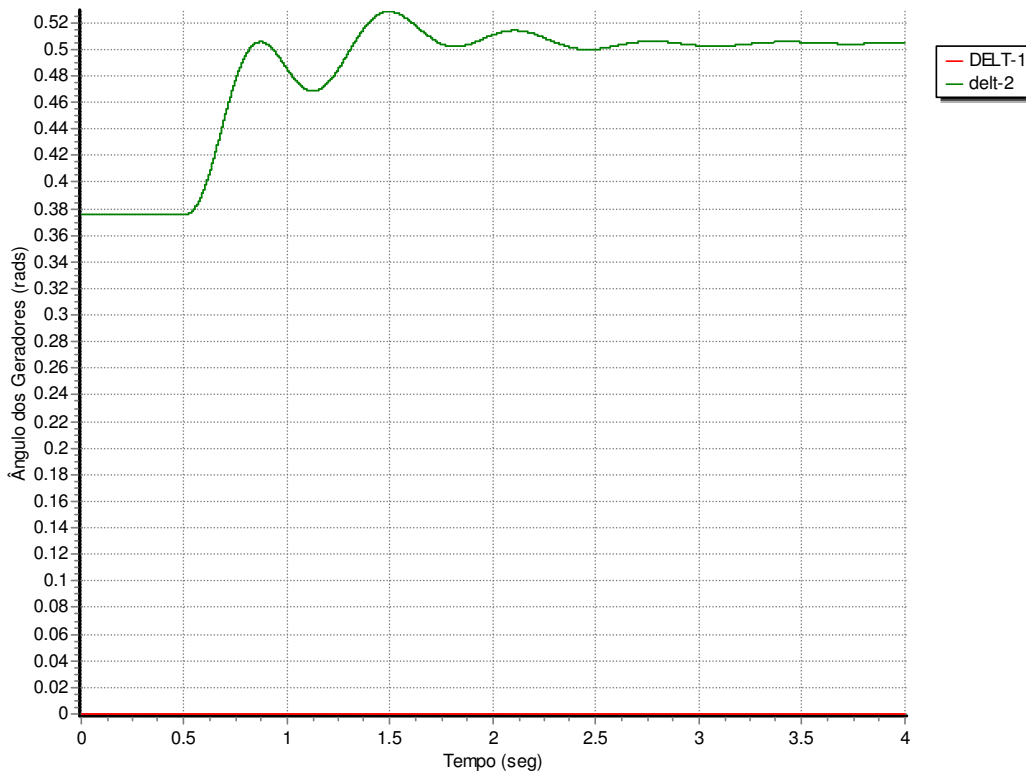


Figura 5.19 – Ângulo dos geradores (DEL T-1 tomado como referência, caso 04b).

Pelo gráfico acima, é observado que a oscilação no ângulo de carga dos geradores não é afetada pelos transitórios eletromagnéticos da linha nesse caso. A figura 5.19 é similar a figura 5.16, ou seja, o uso de um modelo dinâmico ao invés de um modelo estático nesse caso não influenciou a dinâmica do gerador, porque os transitórios eletromagnéticos foram rápidos demais para alterarem a dinâmica do oscilação dos ângulos de carga.

O último caso simulado foi um Curto-circuito de $100ms$ na subestação 3, novamente sendo simulado para duas situações diferentes, na primeira simulação todas as linhas são representadas por modelos estáticos e na simulação seguinte a linha entre as subestações SE#1 e SE#9 é representada pelo modelo dinâmico, todas as outras linhas são representadas por modelos estáticos, e o passo de integração utilizado é de $10\mu s$.

a) LT com modelo estático

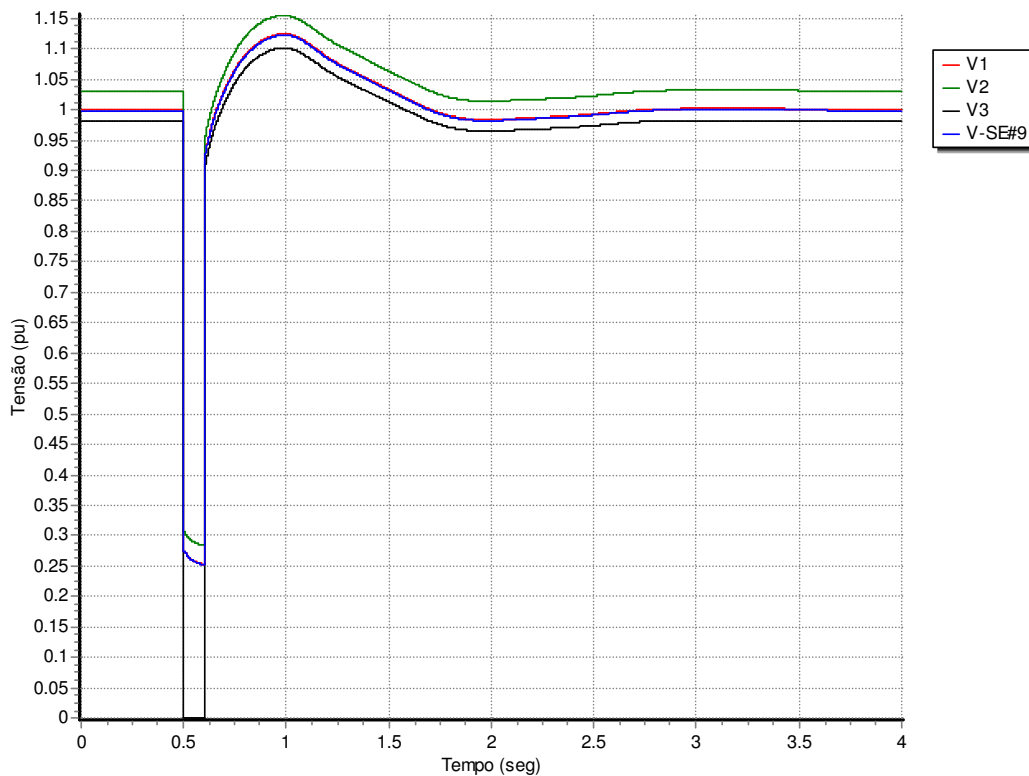


Figura 5.20 – Tensões no sistema (caso 05a).

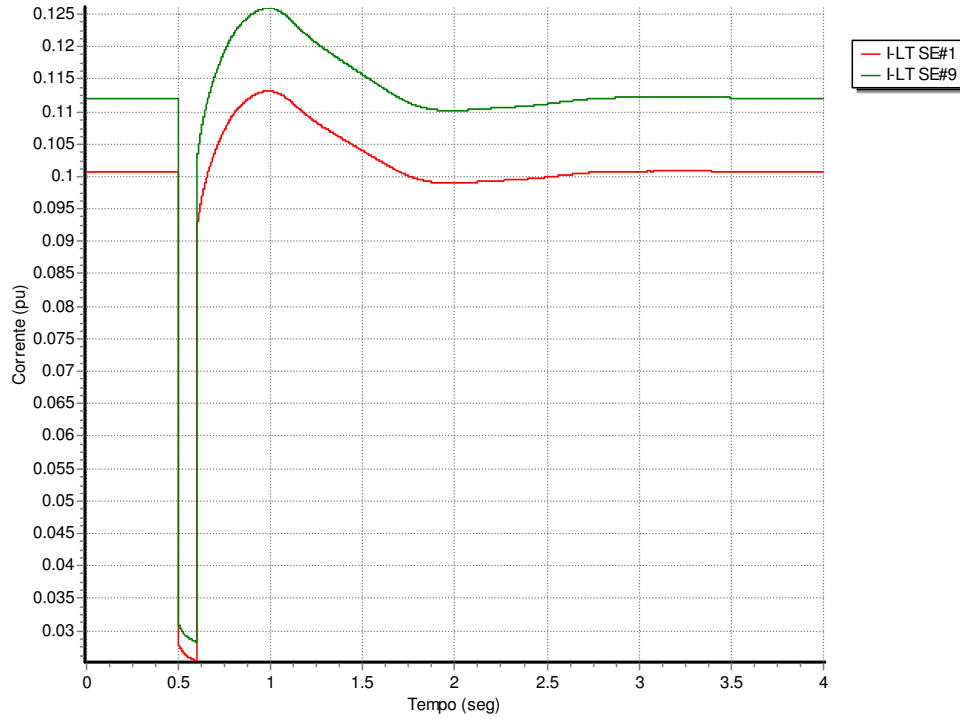


Figura 5.21 – Correntes nos terminais da LT (caso 05a).

Da figura 5.22, nota-se que o ângulo de carga da máquina delt-2 oscila até encontrar o equilíbrio aproximadamente no ponto em que estava antes da perturbação, o que é esperado, já que a configuração da rede não mudou.

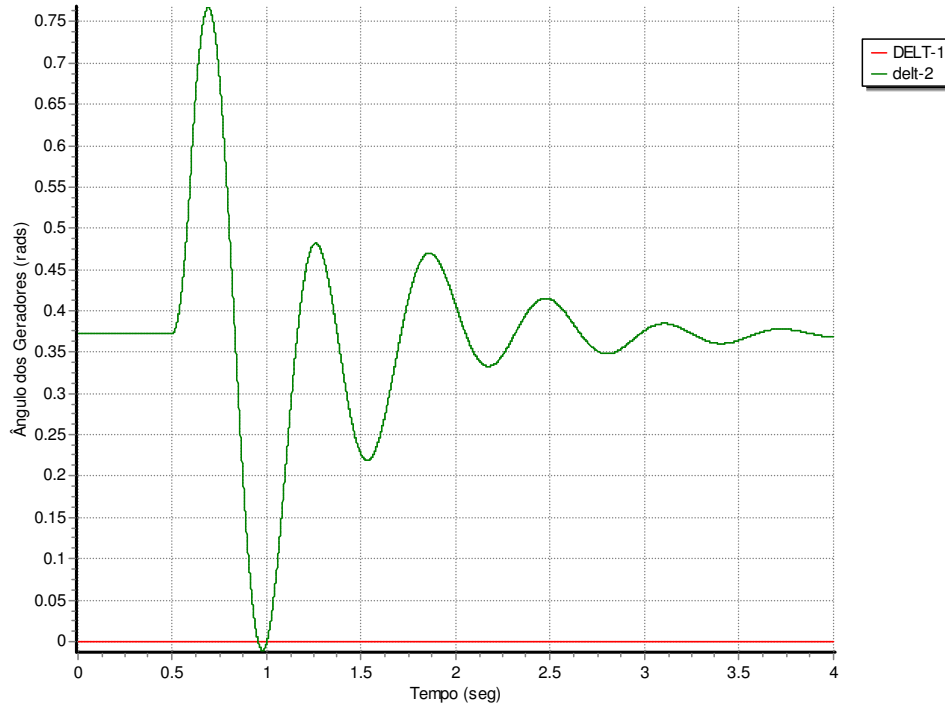


Figura 5.22 – Ângulo dos geradores (DELTA-1 tomado como referência, caso 05a).

b) LT com modelo dinâmico

Para todas as simulações com esse modelo dinâmico foram necessários passos de integração muito pequenos (da ordem de μs) se comparados com os passos de integração normalmente usados em transitórios eletromecânicos (na ordem de ms), o que tornou todas as simulações mais lentas, porém, foi necessário porque com passos de integração maiores não consegue-se uma forma de onda que represente bem os transitórios eletromagnéticos da linha..

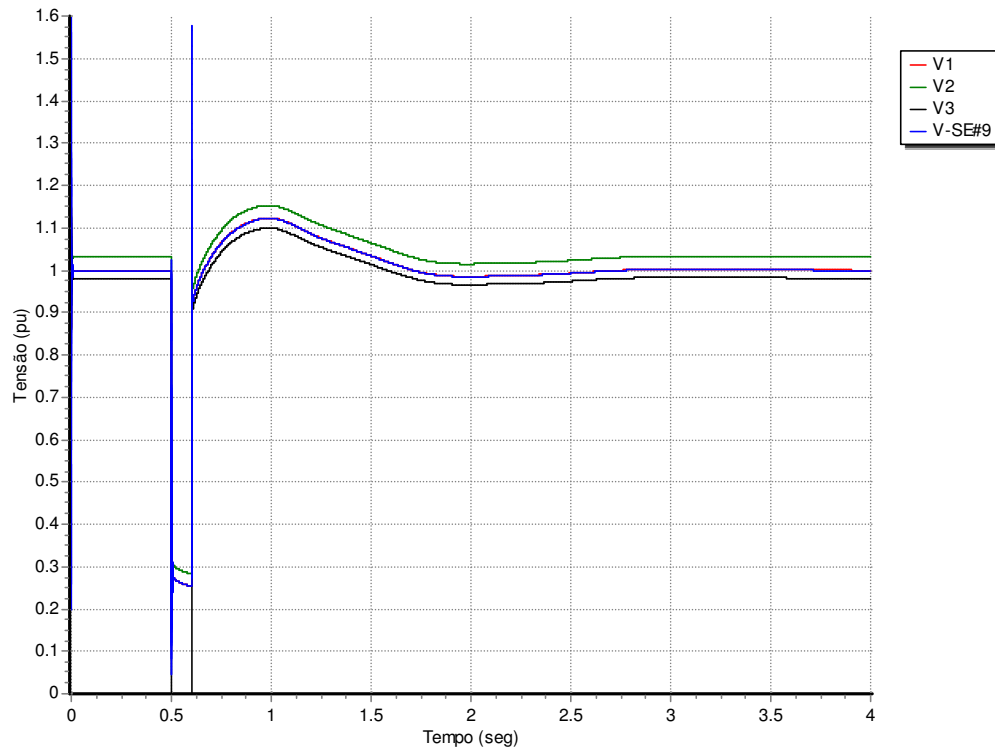


Figura 5.23 – Tensões no sistema (caso 05b).

Novamente as tensões (figura 5.23) e correntes (figura 5.24) do sistema sofrem grandes variações, no instante em que o sistema é restabelecido, porém, essas oscilações de amplitudes maiores, causadas pelos transitórios eletromagnéticos da linha, cessam rapidamente, e as formas de onda ficam praticamente apenas oscilando devido aos transitórios eletromecânicos das máquinas.

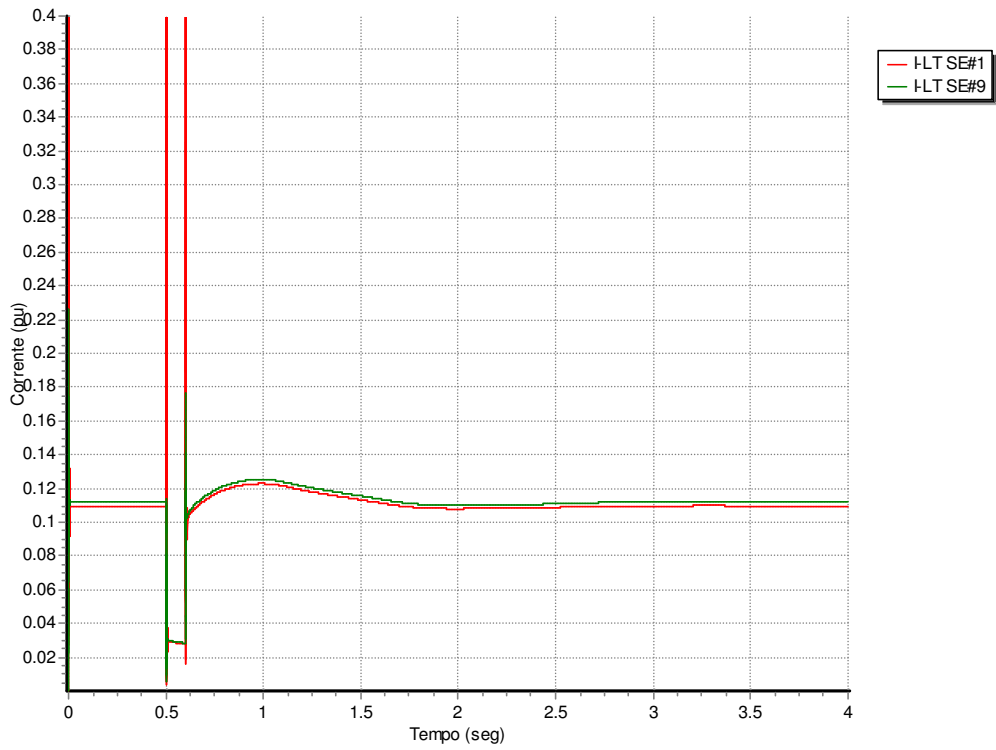


Figura 5.24 – Corrente nos terminais da LT (caso 05b).

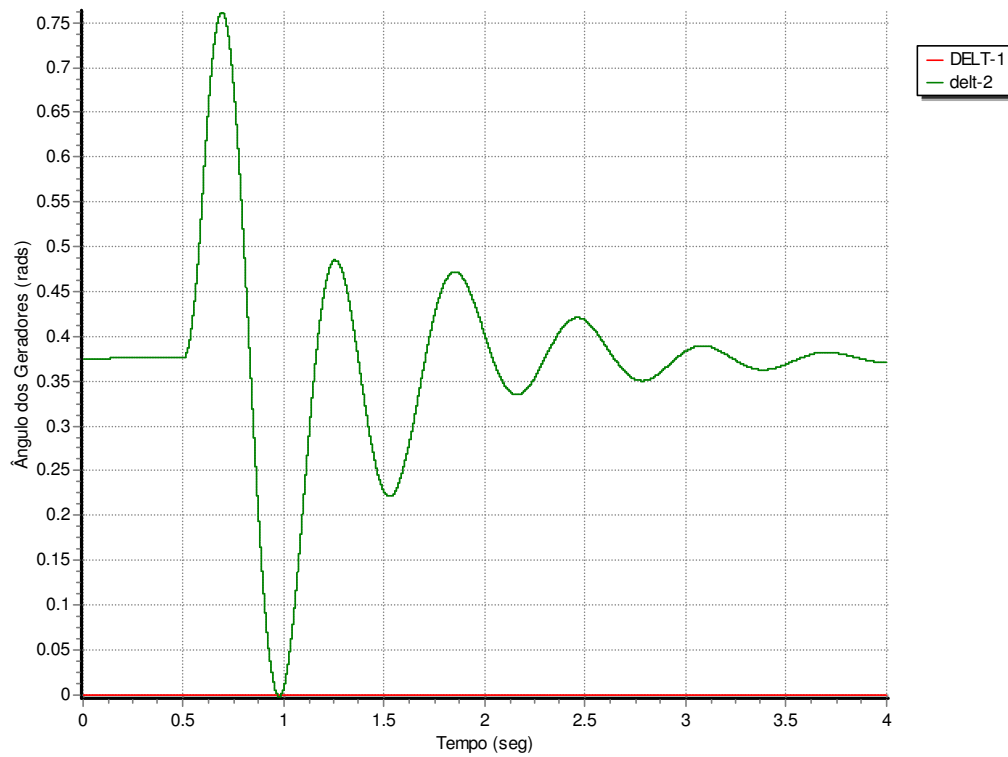


Figura 5.25 – Ângulo dos geradores (DELT-1 tomado como referência, caso 05b).

Novamente, as bruscas oscilações nas correntes e tensões do sistema não chegam a interferir na resposta da dinâmica do ângulo de carga dos geradores. Percebe-se pelo gráfico que o transitório do ângulo dos geradores tem uma acomodação inicial, anterior a perturbação. É interessante notar que o mesmo modelo dinâmico de linhas ao ser ligado a uma barra infinita, traz oscilações com períodos transitórios maiores (figuras 5.8 e 5.9), essa diferença deve ser causada pela variação de tensão ocorrida em um gerador real após um curto. Mesmo assim, seria interessante como um trabalho posterior estudar vários tipos de linhas integradas a alguns tipos de geradores, para se determinar quando o transitório eletromagnético afeta o resultado de estudos de transitórios eletromecânicos.

Capítulo 6

Conclusão

O modelo dinâmico foi apresentado, conseguindo resultados interessantes, como a oscilação da corrente durar até 120ms no caso estudado com barra infinita, oscilações nessa faixa de tempo já interferem no resultado de estudos de transitórios eletromecânicos.

Em regime permanente, variando-se o comprimento da linha, o modelo dinâmico, apesar de ser uma aproximação, conseguiu acompanhar a variação da corrente do modelo estático a parâmetros distribuídos, devido ao fato dos pólos terem sido encontrados através do método citado [17], que é extremamente preciso. O resultado para o modelo pi nessa simulação já era esperado, por ser conhecido na literatura [14].

Mas uma consideração importante é o fato do modelo dinâmico exigir que a simulação seja feita com intervalos de tempo muito pequenos, da ordem de microsegundos, para que a dinâmica da linha possa ser bem mapeada. Uma vantagem do modelo pi sobre os outros, é o fato de conseguir resultados com uma pequena margem de erro (dentro das limitações de distância) com pequeno esforço computacional. O modelo estático a parâmetros distribuídos consegue respostas mais precisas que o modelo pi para qualquer distância, sendo que exige mais cálculos para ser simulado, porém, ainda fica bem distante da quantidade de cálculos necessária para a resposta do modelo dinâmico.

A conclusão mais importante do trabalho é que o transitório eletromagnético da linha pode interferir na resposta de estudos de transitórios eletromecânicos, sendo que pode haver linhas com dinâmicas que se estendem no tempo, entrando na janela de tempo dos estudos citados.

6.1 Trabalhos Futuros

Um trabalho que pode ser feito a partir deste é um estudo quantitativo sobre a interação da dinâmica de linhas e geradores em transitórios eletromecânicos, ou seja, determinar uma quantidade de linhas de transmissão, com diferentes características, e analisar a estabilidade transitória dos geradores interligados por essas diferentes linhas representadas por modelos dinâmicos.

Referências Bibliográficas

- [1] Soman, S. A.; Khaparde, S. A.; Pandit, Shubha, - COMPUTATIONAL METHODS FOR LARGE SPARSE SYSTEMS ANALYSIS An object oriented Approach, Kluwer Academic Publishers – 2002.
- [2] Anderson, P. M.; Fouad, A. A. – Power system control and stability, The Iowa State University Press, 1977.
- [3] De Araújo, Antônio E. A.; Neves, Washington L. A. – Cálculo de transitórios eletromagnéticos em sistemas de energia, Editora UFMG, 2005.
- [4] Stott, Brian – “Power system dynamic response calculations”, Proceedings of the IEEE, vol. 57, no. 2, 1979.
- [5] Manzoni, Alessandro – “Desenvolvimento de um modelo dinâmico para simuladores de ensino e treinamento em sistemas de energia elétrica usando programação orientada a objetos”, Tese de Mestrado, Florianópolis, Junho de 1996.
- [6] Mota, Wellington Santos – Simulação de transitórios eletromecânicos em sistemas de potência, EPGRAF, 2006.
- [7] Hesse, M. H. – “Electromagnetic and Electrostatic Transmission-Line Parameters by digital computer”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. 82, issue 66, June 1963.
- [8] Gustavsen, B.; Mo, O. – “Interfacing convolution based linear models to an electromagnetic transients program”, Proc. Int. Conf. Power System Transients, 2007.
- [9] Semlyen, A.; Dabuleanu, A. – “A system approach to accurate switching transient calculations based on state variable component modelling”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-94, no. 2, March/April 1975.
- [10] Semlyen, A.; Abdel-Rahman, M. H. – “Transmission line modelling by rational transfer functions”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-101, no. 9, September 1982.
- [11] Semlyen, A.; Abdel-Rahman, M. H. – “A state variable approach for the calculation of switching transients on a power transmission line”, IEEE Transactions on circuits and systems, vol. CAS-29, no. 9, September 1982.

- [12] Semlyen, A.; Dabuleanu, A. – “Fast and accurate transient calculations on transmission lines with ground return using recursive convolutions”, IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-94, no. 2, March/April 1975.
- [13] EPRI - Transmission line reference book: 345 kv and above, EPRI, 2nd Edition, 1982.
- [14] Stevenson Jr., William D. – Elementos de análise de sistemas de potência, Editora McGraw-Hill do Brasil Ltda., 1974.
- [15] Watson, Neville; Arrillaga, Jos – Power systems electromagnetic transients simulation, IEE, 2003.
- [16] Desoer, Charles A.; Kuh, Ernest S. – Teoria básica de circuitos, Editora Guanabara Dois, 1979.
- [17] Gustavsen, B.; Semlyen, A. – “Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting”, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 14, no. 3, July 1999.

Anexo A

Equação de oscilação de uma máquina síncrona

O torque líquido que atua no rotor, pela lei da mecânica relacionada com massas girantes é:

$$T_l = \alpha I \quad (\text{A.1})$$

Onde,

T_l – soma algébrica de todos os torques ($N.m$);

α – aceleração angular mecânica (rad / s^2);

I – momento de inércia ($kg.m^2$);

A idéia é encontrar uma equação que relacione a posição angular com o comportamento do sistema elétrico e a equação acima agrega essa relação, primeiramente porque tem informação da posição angular mecânica (θ_m), que para um referencial fixo é relacionada com o ângulo elétrico (θ_e) em:

$$\theta_e = \frac{p}{2} \theta_m \quad (\text{A.2})$$

Sendo p o número de pólos da máquina, a frequência nominal da máquina em *Hertz* é encontrada em:

$$f = \frac{p}{2} \left(\frac{rpm}{60} \right) \quad (\text{A.3})$$

Das duas últimas equações:

$$\theta_e = \frac{60f}{rpm} \theta_m \quad (\text{A.4})$$

Como o ângulo elétrico está aumentando no tempo, e a intenção de todo o processo é calcular o defasamento no tempo dos ângulos elétricos de duas máquinas, é mais conveniente adotar uma referência rotativa:

$$\delta = \theta_e - \omega_0 t \quad (\text{A.5})$$

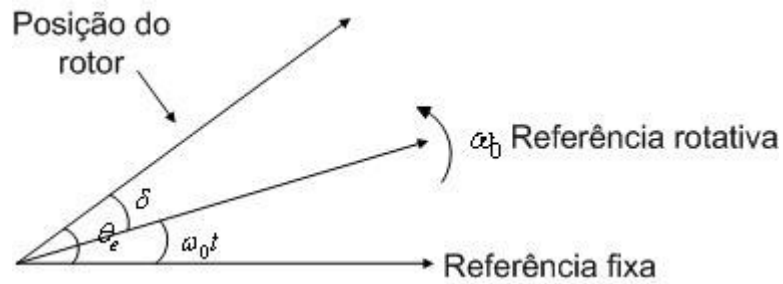


Figura A.1 - Sistema de referência para posição do rotor.

Portanto, a velocidade e a aceleração angulares nesse referencial são respectivamente:

$$\delta = \frac{d\theta_e}{dt} - \omega_0 \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{d^2\theta_e}{dt^2} \quad (\text{A.7})$$

Combinado a última equação com a equação (A.4) e (A.1) tem-se:

$$T_l = I \frac{rpm}{60f} \frac{d^2\delta}{dt^2} \quad (\text{A.8})$$

Antes de desenvolver a relação dessa equação com o comportamento do sistema é melhor adequá-la ao modo como é mais comumente usada. Em sistemas de potência, é usual a representação em p.u. (por unidade), e lembrando que o torque base é definido como o torque necessário para produzir a potência nominal da máquina na velocidade nominal (mecânica) w , isto é:

$$T_{BASE} = \frac{P_{BASE}}{w} \quad (A.9)$$

E como:

$$w = 2\pi \frac{rpm}{60} \quad (A.10)$$

Reescrevendo o torque em p.u.:

$$T_l(p.u.) = \frac{T_l}{T_{BASE}} = \frac{2\pi \cdot I (rpm)^2}{f P_{BASE} (60)^2} \frac{d^2 \delta}{dt^2} \quad (A.11)$$

Para simplificar a formulação é usada a constante de inércia H que é definida como sendo a energia cinética, à velocidade nominal, armazenada nas partes girantes, por potência nominal da máquina (MVA). Sendo a energia cinética::

$$E = \frac{1}{2} I w^2 = \frac{1}{2} I \left(\frac{2\pi rpm}{60} \right)^2 \quad (A.12)$$

Logo:

$$H = \frac{\frac{1}{2} I \left(\frac{2\pi rpm}{60} \right)^2}{P_{BASE}} \quad (A.13)$$

Acrescentando esse conceito na formulação do torque, resulta em:

$$T_l = \frac{H}{\pi f} \frac{d^2 \delta}{dt^2} \quad (\text{A.14})$$

O torque líquido atuante no rotor é dado pela diferença entre o torque mecânico proveniente da turbina e o torque elétrico fornecido pelo gerador.

$$T_l = T_m - T_e \quad (\text{A.15})$$

Falta agora descrever o termo, na equação acima, que informa a situação do sistema elétrico para a máquina. Sabendo que em p.u., torque e potência são iguais, e para pequenas variações na velocidade angular, a equação de oscilação da máquina síncrona pode ser escrita em função da potência:

$$\frac{d^2 \delta}{dt^2} = \frac{\pi f}{H} (T_m - T_e) = \frac{\omega_0}{2H} (P_m - P_e) \quad (\text{A.16})$$

Anexo B

Convolução

Partindo da equação (4.8):

$$\frac{di(t)}{dt} + ai(t) = bv(t) \quad (\text{B.1})$$

Então, multiplicam-se ambos os membros da equação acima por uma função $h(t)$.

$$h(t) \frac{di(t)}{dt} + ah(t)i(t) = bh(t)v(t) \quad (\text{B.2})$$

Lembrando que:

$$\frac{d[h(t)i(t)]}{dt} = h(t) \frac{di(t)}{dt} + \frac{dh(t)}{dt} i(t) \quad (\text{B.3})$$

Da comparação de (B.3) com o primeiro termo de (B.2), surge:

$$\frac{dh(t)}{dt} = ah(t) \quad (\text{B.4})$$

Então, pode-se supor que:

$$h(t) = e^{at} \quad (\text{B.5})$$

Indo além, colocando a equação (B.2) na forma:

$$\frac{d[h(t)i(t)]}{dt} = bh(t)v(t) \quad (\text{B.6})$$

Ou,

$$\frac{d[e^{at}i(t)]}{dt} = be^{at}v(t) \quad (\text{B.7})$$

Da integração da equação acima membro a membro:

$$e^{at}i(t) - i(0) = b \int_0^t e^{au}v(u)du \quad (\text{B.8})$$

$$i(t) = e^{-at}i(0) + be^{-at} \int_0^t e^{au}v(u)du \quad (\text{B.9})$$

Em programas computacionais as variáveis são calculadas a cada intervalo de tempo (Δt).

$$i(t) = e^{-a\Delta t}i(t - \Delta t) + b \int_0^{\Delta t} e^{-a(t-u)}v(u)du \quad (\text{B.10})$$

Ou ainda,

$$i(t) = e^{-a\Delta t}i(t - \Delta t) + b \int_0^{\Delta t} e^{-au}v(t - u)du \quad (\text{B.11})$$