

PLANEJAMENTO DE SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA

ARETHA DE SOUZA VIDAL CAMPOS

PROJETO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO ELETRICISTA.

Aprovada por:

Prof.^ª. Carmen Lucia Tancredo Borges, D.Sc
(Orientador)

Prof. Antonio Carlos Siqueira de Lima, D.Sc

Prof. Sergio Sami Hazan, D.Sc

RIO DE JANEIRO – RJ - BRASIL

DEZEMBRO DE 2007

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho ao meu namorado e amigo Eduardo Jubini de Merícia por ter contribuído para o meu amadurecimento durante a faculdade e por ter sido tudo o que eu precisei sempre que eu precisei.

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus por ter colocado em meu caminho todas as pessoas que serão citadas.

À toda a minha família em especial aos meus pais Sebastião Vidal e Maria José e ao meu irmão Thiago Vidal pela confiança depositada em mim, pela paciência e pelo carinho nos momentos mais difíceis e pelo orgulho que sempre demonstraram durante todo o período da faculdade .

À Professora Carmen Lucia Tancredo Borges pelos conhecimentos divididos durante a graduação bem como durante a elaboração do Projeto.

A todos os professores do Departamento de Engenharia Elétrica por ajudarem na minha formação em especial ao Professor Sergio Sami Hazan pelos conselhos, pelas conversas, pelos sorrisos e por ter acreditado em mim desde o início do curso, ao Professor Antônio Carlos Siqueira de Lima por, contra todas as expectativas, ter se mostrado, além de um educador, um grande amigo e ao Professor Jorge Luiz do Nascimento por ter buscado desde o primeiro período nos fazer pensar e agir como engenheiros.

Aos amigos Fred, Fêfa e Gabi por entenderem o meu afastamento durante o período da faculdade.

A todos os amigos da faculdade em especial Eduardo Jubini, Davi Duque e Renata Ribeiro, que foi a irmã que eu escolhi.

Ao meu primo Brenno por me escolher como um exemplo a seguir e por dizer sempre o que precisei escutar.

Obrigada!

*“A mente que se abre a
uma nova idéia jamais
voltará ao seu tamanho
original”.*

Albert Einstein

RESUMO

A expansão de fontes geradoras implica elevado custo financeiro e social, considerando-se também o custo ambiental provocado pelas usinas termelétricas e hidrelétricas. Daí se conclui ser extremamente necessário o estudo de metodologias de planejamento.

O consumo de eletricidade é crescente, mesmo em época de crise econômica. As relações entre o mercado de energia elétrica, entre o consumo de energia de um modo geral, entre a atividade econômica e a política industrial são complexas, em função do processo de desenvolvimento do país, exigindo que o setor formule metodologias próprias para avaliar a evolução do mercado.

De maneira geral o planejamento do setor elétrico se divide em Planejamento da Expansão e Planejamento da Operação, e o segundo se subdivide ainda em horizontes de planejamento.

Este trabalho apresenta os conceitos dessas duas etapas do Planejamento, bem como as formulações matemáticas relativas aos mesmos.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1:	
INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2:	
PLANEJAMENTO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS	3
2.1. SISTEMAS TÉRMICOS	3
2.2. SISTEMAS HIDRELÉTRICOS	7
2.3. ETAPAS DO PLANEJAMENTO	12
2.3.1. <i>Características do Planejamento da Expansão</i>	13
2.3.1.1. Planejamento Baseado em Critérios Determinísticos	15
2.3.1.2. Planejamento Baseado em Critérios Probabilísticos	16
2.3.2. <i>Características do Planejamento da Operação</i>	17
CAPÍTULO 3:	
PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO	25
3.1. FORMULAÇÃO ESTÁTICA EM UM ESTÁGIO	27
3.1.1. <i>Modelo de Transportes</i>	30
3.1.2. <i>Modelo de Fluxo de Carga CC</i>	34
3.1.3. <i>Modelo Híbrido</i>	37
3.1.4. <i>Modelo de Fluxo de Carga CA</i>	39
3.2. FORMULAÇÃO DINÂMICA EM MÚLTIPLOS ESTÁGIOS	43
3.2.1. <i>Modelo de transportes</i>	46
3.2.2. <i>Modelo de Fluxo de Carga CC</i>	49
3.2.3. <i>Modelo Híbrido</i>	51
3.3. A DECOMPOSIÇÃO DE BENDERS	53
CAPÍTULO 4:	
PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO	63
4.1. PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS TÉRMICOS	63
4.2. PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS	65
4.2.1. <i>O problema de longo prazo e médio prazo</i>	65
4.2.1.1. Programação Dinâmica Estocástica	68
4.2.1.2. Modelo a Sistema Equivalente	72
4.2.1.3. Programação Dinâmica Estocástica Dual	77
4.2.2. <i>O Problema de Curto Prazo</i>	97
4.2.2.1. Fluxo de Potência Ótimo	99
CAPÍTULO 5:	
ESTUDO DE CASO	104
5.1. ESTUDO DE FLUXO DE POTÊNCIA	106
<i>Tabela 5.2 – Dados das Linhas do Sistema</i>	108
5.1.1. <i>Condição de Carga Média</i>	108
5.1.2. <i>Condição de Carga Pesada</i>	108
5.1.3. <i>Condição de Carga Leve</i>	112

5.1.4. <i>Interpretação dos Resultados</i>	115
5.2. ESTUDO DE ESTABILIDADE	115
5.2.1. <i>Condição de Carga Média</i>	115
5.2.2. <i>Condição de Carga Pesada</i>	115
5.2.3. <i>Condição de Carga Leve</i>	117
5.2.4. <i>Interpretação dos Resultados</i>	117
5.3. ESTUDO DE CONFIABILIDADE	117
5.3.1. <i>Condição de Carga Média</i>	117
5.3.2. <i>Condição de Carga Pesada</i>	119
5.3.3. <i>Condição de Carga Leve</i>	121
5.3.4. <i>Interpretação dos Resultados</i>	121
5.4. CONCLUSÕES	121
CAPÍTULO 6:	
CONSIDERAÇÕES FINAIS	122
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	123

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A energia elétrica tornou-se indispensável para a sobrevivência do ser humano, sendo utilizada para fins desde industriais até domésticos. Seu consumo vem aumentando em todo o mundo acompanhado do crescimento do nível sócio econômico da população. Com o crescimento acelerado da demanda deste recurso, existe a necessidade de investimentos massivos que englobem as fontes de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica[1].

A expansão de fontes geradoras implica elevado custo financeiro e social, considerando-se também o custo ambiental provocado pelas usinas termelétricas e hidrelétricas. Daí se conclui ser extremamente necessário o estudo de metodologias de planejamento.

A indústria de geração de energia elétrica brasileira é hidrotérmica, composta por usinas hidrelétricas com grandes reservatórios de regularização plurianual, que representa mais de 90% da capacidade instalada do país, e por usinas termelétricas convencionais e nucleares.

Devido à extensão territorial do Brasil e, conseqüentemente, às restrições de transmissão, o setor elétrico é segmentado em quatro submercados correspondendo às regiões dos sistemas interligados: Sul, Sudeste/Centro-Oeste, Nordeste e Norte[2].

O consumo de eletricidade é crescente, mesmo em época de crise econômica. As relações entre o mercado de energia elétrica, entre o consumo de energia de um modo geral, entre a atividade econômica e a política industrial são complexas, em função do processo de desenvolvimento do país, exigindo que o setor formule metodologias próprias para avaliar a evolução do mercado.

- A Importância do Planejamento Energético

O planejamento do setor elétrico é fundamental para assegurar a continuidade do abastecimento e/ou suprimento de energia ao menor custo, com o menor risco e com os menores impactos sócio-econômicos e ambientais para a sociedade.

Dito de outra forma, a falta do planejamento pode trazer conseqüências negativas, com reflexos em termos de elevação de custos e/ou degradação na qualidade da prestação

do serviço, tais como racionamentos ou excessos de capacidade instalada, produção ineficiente, etc.

Enfim, tanto as características técnicas e econômicas como o escopo e a complexidade dos aspectos envolvidos no funcionamento da indústria de energia explicam a importância do planejamento do setor elétrico.

A necessidade de planejamento também deriva do escopo e da complexidade do sistema energético, incluindo os diferentes atores responsáveis pela evolução do setor, tanto do lado da oferta quanto do lado da demanda. Em especial os formuladores de política e as agências reguladoras são atores com grande poder institucional sobre as variáveis do sistema. Suas decisões trazem impactos para todos os agentes e influenciam sobremaneira o futuro dos sistemas. Essas decisões, na maioria das vezes, são tomadas perante um ambiente de incertezas e necessitam de processos sistemáticos de apoio à decisão, em especial sobre as perspectivas de futuro.

- Objetivo do Trabalho

Este trabalho tem como objetivo a apresentação dos conceitos de Planejamento da Operação e da Expansão de Sistemas Hidrotérmicos juntamente com as formulações matemáticas desenvolvidos para modelá-lo.

CAPÍTULO 2

PLANEJAMENTO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS

Um sistema hidrotérmico (figura 2.1) é constituído de usinas hidrelétricas, usinas térmicas, usinas de outras fontes alternativas e uma rede de transmissão interligando as usinas com os centros de consumo.

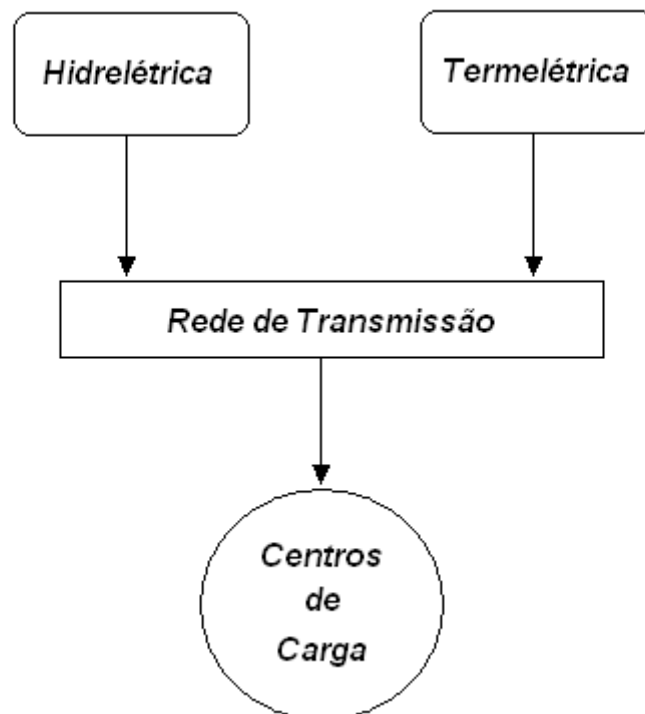


FIGURA 2.1 – Esquema de Sistema Hidrotérmico

2.1. Sistemas térmicos

As usinas termelétricas podem ser divididas em dois grandes grupos:

- As convencionais que usam materiais fósseis como combustível, tais como: o carvão, o óleo combustível e o gás natural;

-As nucleares, as quais utilizam combustíveis físséis como o urânio.

Dentro do grupo de usinas convencionais encontramos as usinas com turbinas a vapor, a gás e usinas com combustão direta.

Apesar dos diversos tipos de combustíveis e características apresentadas pelas usinas térmicas, é possível fazer uma representação esquemática das usinas que usam a queima de matéria-prima para a obtenção de vapor. A fonte de calor pode ser feita a partir da combustão de qualquer um dos combustíveis citados, ou ainda, de alguma outra fonte alternativa. Esta representação pode ser vista na figura 2.2.

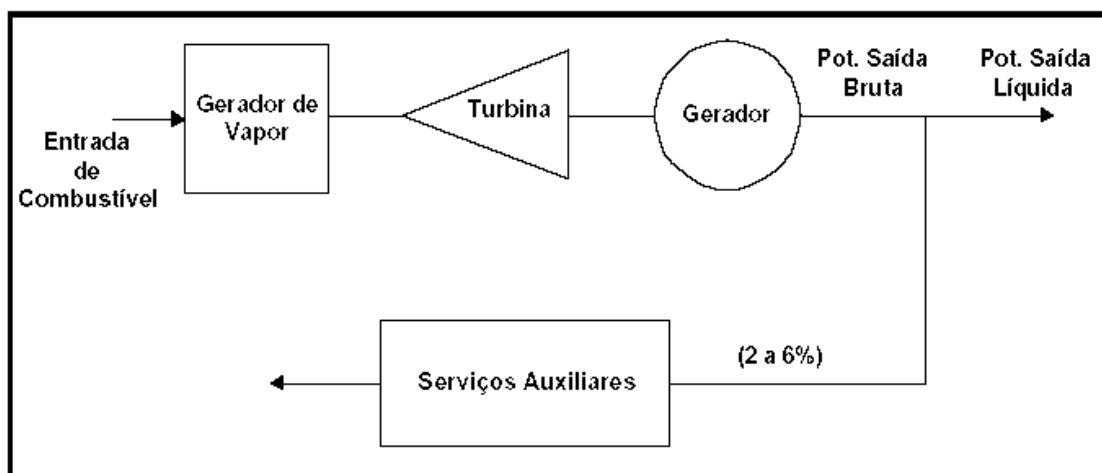


Figura 2.2 – Configuração Esquemática Típica da Geração de Energia com Turbina a Vapor.

Qualquer tipo de usina termelétrica é representada nos estudos de planejamento através das suas características físicas e restrições operativas, tais como: potência máxima, combustível usado, consumo específico, taxa de tomada de carga e nível mínimo operativo.

Um importante parâmetro de caracterização física e operativa de uma termelétrica é a representação gráfica de seu consumo incremental, H , ou custo incremental, F , os quais representam, respectivamente, a taxa de aumento do consumo de combustível e de custo de operação, em função de um incremento no seu nível de geração [3]. Uma curva típica de entrada e saída, que ilustra o custo incremental de operação de uma termelétrica, é apresentada na figura 2.3.

Os níveis mínimos de geração das usinas termelétricas usualmente utilizados em estudos de planejamento energético podem estar relacionados com uma série de fatores, tais como:

- Características físicas das usinas, como manutenção da estabilidade do ciclo termodinâmico ou do consumo de combustível secundário das usinas a carvão;

- Problemas de estabilidade na rede elétrica;

- Usinas térmicas em sua maioria têm um consumo mínimo de combustível contratado com seu fornecedor, para assegurar a continuidade de exploração de minas.

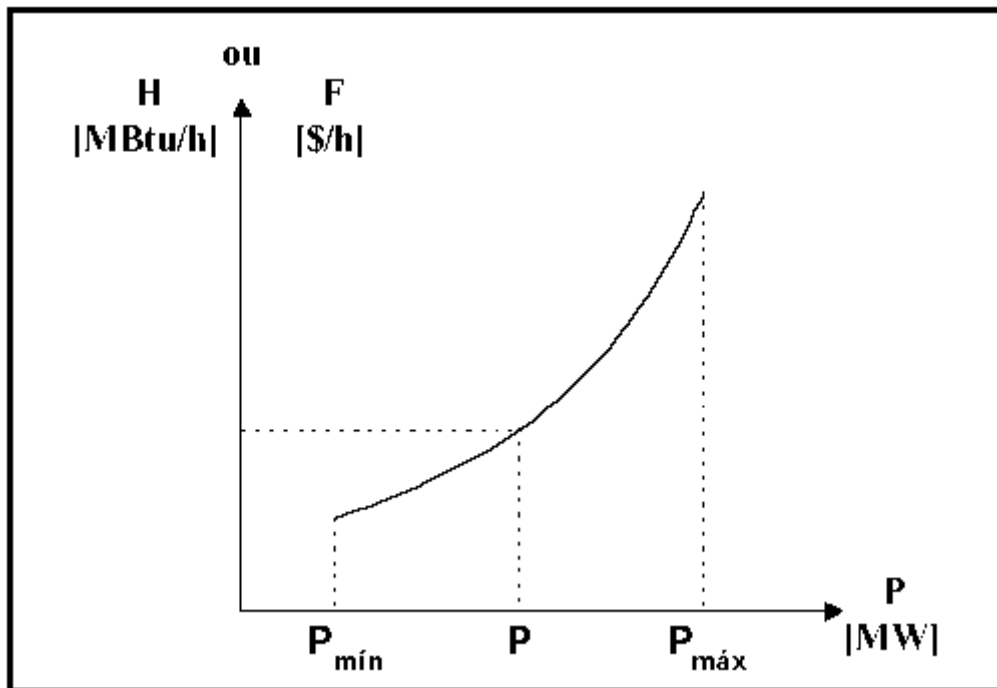


Figura 2.3 – Curva Típica de Entrada e Saída de uma termelétrica.

O custo de produção de um sistema termelétrico, dentro de um horizonte de operação, pode ser definido como uma função dos custos fixos de operação, dos custos variáveis de produção e dos de partida de uma unidade geradora. Matematicamente, isto pode ser representado pela equação 2.1[3].

$$F = \sum_{k \in K} \sum_{i \in I} \{C_v(i) \cdot [P_t(i, k) - P_t(i)] + C_f(i) \cdot y(i, k) + C_s(i) \cdot z(i, k)\} \quad (2.1)$$

Onde:

$C_f(i)$ = Custo fixo;

$C_s(i)$ = Custo de partida da usina;

$C_v(i)$ = Custo variável;

I = Identificador da unidade geradora;

k = Indicador do período de operação (hora);

$P_i(i,k)$ = Produção de energia na usina i durante a hora k ;

$P_i(i)$ = O nível mínimo de energia produzido pela usina i uma vez que ela foi inicializada;

$y(i,k)$ = Sinaliza a operação da usina ($y=1$, usina operando, $y=0$, usina inativa);

$z(i,k)$ = Sinaliza a partida da usina i no começo da hora k ($z=1$, usina inicializada, $z=0$, usina inativa).

Uma vez inicializada, a unidade de geração térmica deve continuar em operação por um certo número de horas antes de desligá-la. E também quando desligada, a unidade deve permanecer um certo número de horas parada. Quando essas unidades são despachadas, outra importante restrição é o cumprimento da geração máxima e geração mínima, tal como ilustrado na figura 2.4.

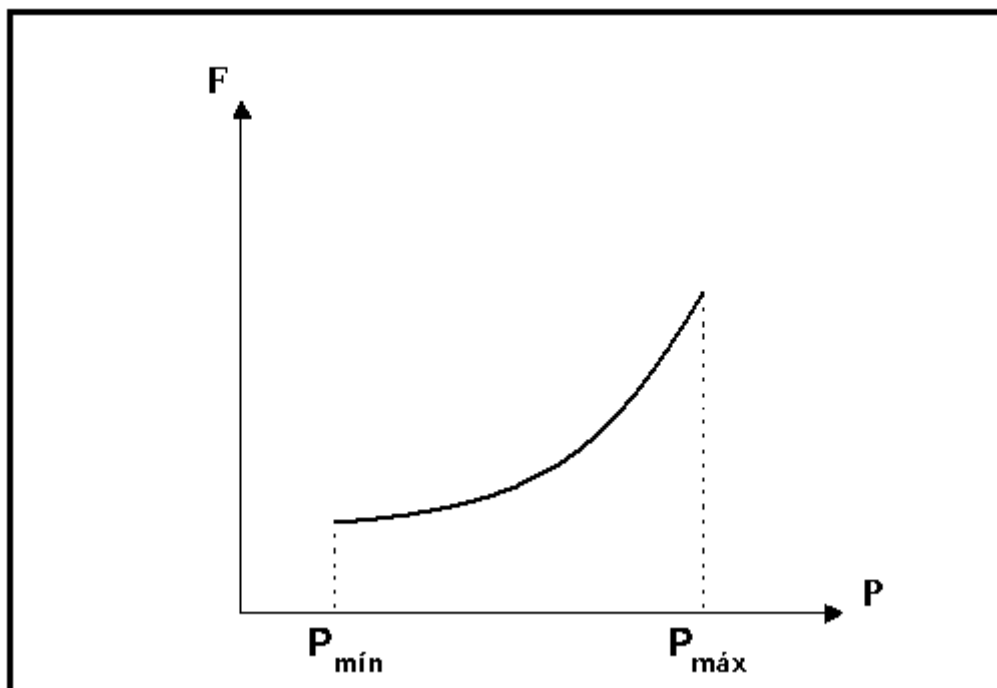


Figura 2.4 – Limites de Geração.

2.2. Sistemas Hidrelétricos

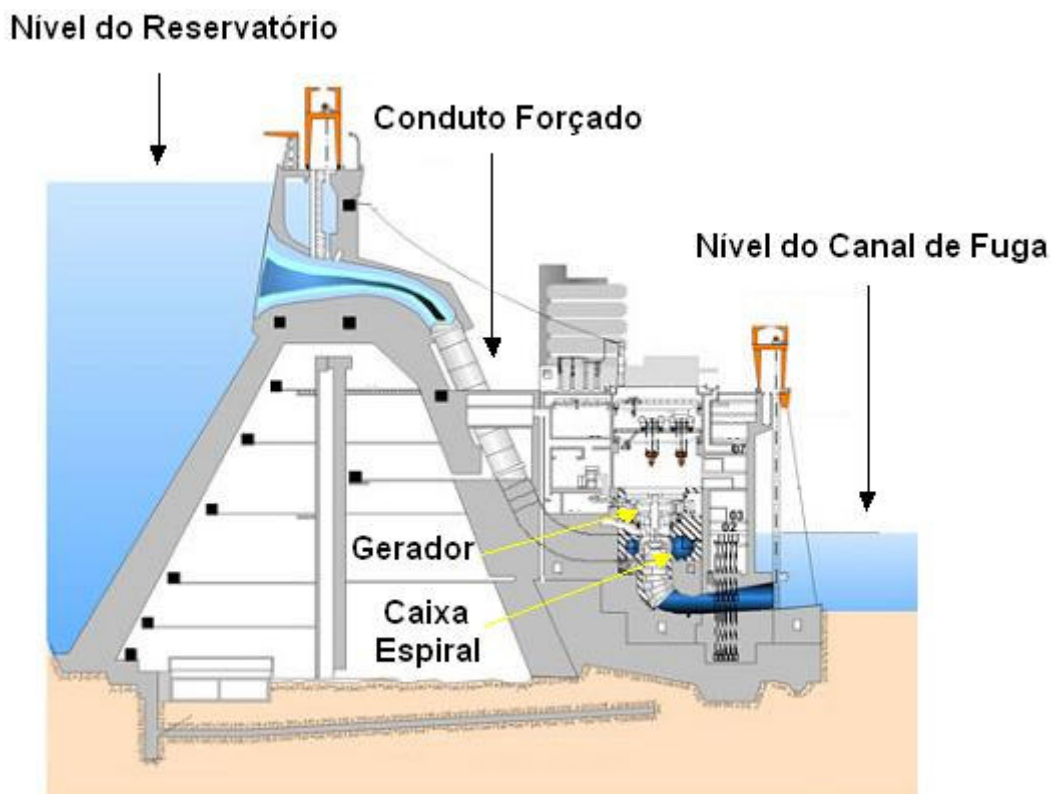
Uma usina hidrelétrica é composta basicamente por uma barragem, responsável pela formação de um reservatório de água, tomadas d'água e condutos forçados que levam a água desde o reservatório até a casa de força, situada num nível mais baixo à jusante da barragem, que aloja os grupos de turbina-gerador e equipamentos auxiliares e o canal de fuga por onde a água é novamente reconduzida ao rio[4].

Outro componente da usina hidrelétrica é o vertedouro, que tem a função de descarregar toda a água não utilizada pra a geração (que excede à capacidade do reservatório). A figura 2.5 mostra os principais componentes de uma usina hidrelétrica.



Figura 2.5 – Principais Componentes de uma Usina Hidrelétrica [23]

A figura 2.6 mostra o corte transversal de uma usina hidrelétrica. Nela podem ser observados o sistema de conduto forçado, a caixa espiral, a turbina e o gerador. Pode-se verificar também o nível do reservatório e do canal de fuga. A diferença entre as cotas dos níveis do reservatório e do canal de fuga define a altura de queda bruta.



Fonte: Itaipu Binacional

Figura 2.6 – Corte Transversal de uma Usina Hidrelétrica.

O nível do reservatório é uma função não linear do volume de água armazenado no reservatório. As unidades normalmente adotadas são o metro sobre o nível do mar (m.s.n.m) e o hectômetro cúbico (hm^3) para o nível do reservatório e volume, respectivamente [4].

O nível do canal de fuga é uma função não linear da vazão defluente. A defluência é composta pela vazão de água que passa através das turbinas mais a vazão sendo descarregada pelo vertedouro, num dado instante.

A influência da vazão vertida no nível de canal de fuga depende das características de projeto da usina, no que diz respeito à localização do vertedouro, pois quando o vertimento se dá em um ponto distante das descargas das unidades geradoras a influência pode ser mínima, não afetando a altura de queda[4].

A produção da energia elétrica é o resultado de um processo de transformação. A energia potencial da água armazenada no reservatório é transformada pela turbina em energia mecânica que através de um eixo é transmitida ao gerador. No gerador, a energia mecânica é transformada em energia elétrica, que após passar por uma subestação

elevadora de tensão é injetada no sistema de transmissão para a sua entrega aos centros de consumo.

A dedução da expressão matemática que representa a função de geração de uma unidade geradora hidrelétrica começa a partir da energia potencial armazenada no reservatório. Define-se a variação desta energia potencial em relação à variação da massa d'água no reservatório como [5]:

$$de_p = dm \times g \times h \quad (2.2)$$

Onde:

de_p é a variação incremental na energia potencial (em *Joules*);

dm é uma variação incremental da massa de água armazenada no reservatório (em Kg);

g é a aceleração da gravidade (em m/s^2) e;

h é a altura de queda (em m), definida como a diferença entre os níveis do reservatório e do canal de fuga.

A variação da massa d'água é convertida em variação de volume (v , em m^3) levando em conta o peso específico d'água (ρ , em kg/m^3) na seguinte relação:

$$\rho = \frac{m}{v} \quad (2.3)$$

Da equação (2.3) pode-se obter:

$$dm = \rho \times dv \quad (2.4)$$

Substituindo-se (2.4) em (2.2) tem-se:

$$de_p = \rho \times dv \times g \times h \quad (2.5)$$

Se for considerada a energia potencial d'água variando num intervalo de tempo infinitesimal, tem-se num lado da equação (2.5) a expressão de potência e no outro lado a variação do volume num intervalo de tempo infinitesimal, que resulta em vazão:

$$\frac{de_p}{dt} = \rho \times \frac{dv}{dt} \times g \times h \quad (2.6)$$

$$q = \frac{dv}{dt} \quad \text{e} \quad p_b = \frac{de_p}{dt} \quad (2.7)$$

Substituindo-se (2.7) em (2.6) tem-se:

$$p_b = \rho \times q \times g \times h \quad (2.8)$$

A equação (2.8) expressa a potência bruta (p_b) associada com uma determinada vazão d'água turbinada q desde uma altura de queda h . A condução d'água até a turbina é feita através de túneis ou sistema de dutos. Devido à fricção d'água no sistema de adução verificam-se perdas expressas em termos de altura de queda.

A altura de queda líquida é definida como sendo a diferença entre a altura de queda bruta e a perda hidráulica e é representada pela seguinte equação:

$$h_l = h - h_p \quad (2.9)$$

onde,

h_l é altura de queda líquida (em m);

h_p é a perda hidráulica (em m);

h é a altura de queda bruta (em m), definida como sendo a diferença entre as cotas do nível do reservatório e do nível do canal de fuga.

A perda hidráulica refere-se então, à redução da energia potencial pelo atrito da água ao escoar no interior do conduto forçado e caixa espiral. Esta perda é calculada levando-se em conta dados referentes ao comprimento, diâmetro, curvas, a rugosidade das paredes internas do conduto forçado e da caixa espiral. Normalmente é representado como uma função quadrática do tipo [5]:

$$h_p = k \times q^2 \quad (2.10)$$

onde:

k é a constante característica do sistema de adução (em s^2/m^5);

q é a vazão turbinada (em m^3/s).

A transformação da potência hidráulica em potência mecânica é realizada pela turbina e essa transformação depende da vazão turbinada q , da altura de queda líquida h_l , e da eficiência η_t dessa transformação. Assim pode-se obter a expressão matemática para a potência mecânica desenvolvida pela turbina como sendo:

$$p_m = \rho \times g \times q \times h_l \times \eta_t \quad (2.11)$$

Ao eixo da turbina está acoplado o gerador elétrico, que transforma a potência mecânica em potência elétrica. Essa transformação depende da eficiência do gerador, isto é:

$$p = \eta_g \times p_m \quad (2.12)$$

onde:

η_g é o rendimento do gerador.

Substituindo-se a equação (2.11) na equação (2.12) obtemos a expressão matemática da potência produzida por uma unidade geradora hidrelétrica:

$$p = \rho \times g \times q \times h_l \times \eta_t \times \eta_g \quad (2.13)$$

onde:

p é a potência elétrica gerada (em MW);

η_t é o rendimento da turbina (em %);

η_g é o rendimento do gerador (em %);

h_l é a altura de queda líquida (em m);

q é a vazão turbinada (em m^3/s).

Foi visto anteriormente que um sistema termelétrico apresenta uma capacidade mínima e máxima de operação, que é um fator importante em estudos de planejamento energético, pois esses valores de potência definem a sua faixa operativa. Em usinas hidrelétricas, no entanto, a relação entre o despacho e o custo de geração da usina não é direta como nas usinas termelétricas. Neste caso, um critério de desempenho conveniente é a eficiência na produção. O aumento da eficiência em uma usina hidrelétrica consiste basicamente em conseguir produzir uma quantidade maior de energia para o mesmo volume de água turbinada [5].

2.3. Etapas do Planejamento

De maneira geral, o planejamento do setor elétrico tem as seguintes fases:

- **Planejamento da Expansão:** Etapa na qual procura-se analisar as diferentes estratégias da expansão do sistema elétrico em relação à geração e transmissão, estabelecendo-se um programa de construção e instalação de novas unidades de geração, transmissão e controle do sistema e de inventário das bacias hidrográficas; são definidas as diretrizes que constituem a base dos estudos de médio e curto prazos, tais como reserva de potência, capacidade de geração de ponta.

- **Planejamento de Operação:** Com horizontes de até cinco anos, o objetivo é estabelecer o comportamento do sistema para um horizonte de operação de até alguns anos à frente. Nesta etapa deve-se promover o aproveitamento racional dos recursos, garantindo-se a qualidade e segurança no atendimento à demanda e respeito às restrições operativas do sistema hidrotérmico.

2.3.1. Características do Planejamento da Expansão

A expansão de sistemas de geração termoelétricos baseia-se principalmente no estabelecimento de um nível de confiabilidade para o atendimento da demanda máxima futura. Os acréscimos de capacidade instalada são dimensionados e escalonados no tempo de modo a assegurar o atendimento à demanda máxima prevista e aos requisitos de reserva de potência, dentro de padrões pré-estabelecidos de qualidade de suprimento.

A reserva de potência representa uma folga de capacidade de geração, necessária para permitir que se mantenha a qualidade de suprimento na ocorrência de manutenções programadas e falhas nas unidades geradoras, erros de previsão de carga e necessidades de regulação da frequência do sistema.

A capacidade de geração de ponta de sistemas termoelétricos é em geral suficiente para o atendimento aos requisitos de energia, pois as usinas termoelétricas não têm, usualmente, limitações de combustíveis.

O processo de planejamento pode ser definido como uma análise sistemática e ordenada de informações face a objetivos desejados, como o objetivo de subsidiar a tomada de decisões.

No caso do planejamento da expansão de sistemas de geração de energia elétrica, as principais informações a serem tratadas são as características físico-operativas e econômicas das fontes de geração e as previsões de consumo do mercado. As decisões a serem tomadas envolvem a alocação temporal e espacial das capacidades de geração necessárias para atender ao crescimento da demanda ao longo do horizonte de planejamento. A função objetivo é assegurar o atendimento do mercado de energia elétrica, dentro de padrões pré-estabelecidos de qualidade, geralmente a mínimo custo [5].

Pode-se, então, caracterizar duas atividades distintas que se desenvolvem nos estudos de planejamento da expansão do sistema gerador: o dimensionamento das fontes de geração e a determinação do programa de expansão do sistema.

O conhecimento, a avaliação e o dimensionamento dos recursos energéticos disponíveis para a geração de energia elétrica envolvem estudos que devem ser executados

com até trinta anos de antecedência pois as usinas geradoras têm períodos de construção bastante longos, como a análise de novas tecnologias de geração ou transmissão de energia, ou o estabelecimento de programas de capacitação tecnológica e industrial do país. Como as informações sobre o parque gerador futuro só se tornam mais detalhadas à medida que se reduz o horizonte de análise, os estudos de planejamento da expansão são usualmente divididos em três etapas seqüenciais : longo prazo, médio prazo e curto prazo.

- Estudos de longo prazo - Analisam um horizonte de aproximadamente trinta anos e permitem identificar as linhas mestras de desenvolvimento do sistema, fixando, em função da composição esperada do parque gerador, das capacidades estimadas dos troncos de transmissão e do desenvolvimento de processos tecnológicos e industriais, as metas para o programa de expansão de médio prazo.
- Estudos de médio prazo - Analisam o atendimento ao mercado nos próximos dez anos e estabelecem o programa de expansão do sistema elétrico, de forma a atender os requisitos a custo mínimo, mantendo a qualidade de suprimento em níveis pré-determinados.
- Estudos de curto prazo - Representam o ajuste do programa de expansão do sistema frente a variações conjunturais, como mudanças das previsões do mercado, atrasos nos cronogramas de obras e restrições dos recursos financeiros.

Um exemplo de Planejamento da expansão é o Plano Decenal de Expansão de Energia – PDE, formulado anualmente pela Empresa de Pesquisa Energética – EPE, que proporciona sinalizações para orientar as ações e decisões relacionadas ao equacionamento do equilíbrio entre as projeções de crescimento econômico do país, seus reflexos nos requisitos de energia e da necessária expansão da oferta, em bases técnica, econômica e ambientalmente sustentável. Neste sentido, o PDE apresenta as alternativas cabíveis para compor o plano de oferta, contemplando o programa de obras para a expansão das infra-estruturas de oferta e de transporte dos energéticos contemplados nesse horizonte de planejamento. O exemplo mais recente é o Plano Decenal de Expansão 2007-2016.

Esses estudos de planejamento abrangem o horizonte de 10 anos, devendo ser objeto de revisões anuais. Essas atualizações anuais irão considerar, entre outras, as mudanças nas previsões de crescimento do consumo de energia e reavaliações da economicidade e viabilidade dos projetos de oferta de energia em função de um maior detalhamento dos seus estudos técnicos de engenharia e de meio ambiente, além da incorporação de novos projetos cujos estudos tenham sido finalizados.

O planejamento decenal é um instrumento que tem o papel de orientar futuras ações governamentais e de fornecer uma correta sinalização a todos os agentes do setor energético brasileiro, de modo a induzir uma alocação eficiente dos investimentos, base para a modicidade tarifária futura[6].

2.3.1.1. Planejamento Baseado em Critérios Determinísticos

A produção energética de um sistema hidrelétrico depende da série cronológica de vazões afluentes às diversas bacias que compõem o sistema. Na impossibilidade de conhecer as vazões futuras para fins de planejamento da expansão do parque gerador, o Setor Elétrico utilizava, como dado de entrada nos modelos de simulação e/ou otimização, o registro de vazões observadas no passado (50 anos), denominada “série histórica”, ou seja, supunha a repetição das afluências observadas no passado.

Definia-se como “energia firme” de um sistema gerador o maior valor de energia capaz de ser produzido continuamente pelo sistema, com as mesmas características do mercado, sem a ocorrência de déficits, no caso de repetição das afluências do registro histórico.

Assim sendo, o critério de garantia de suprimento ou critério de energia firme, que representa no processo de planejamento a forma de atender os requisitos de demanda com qualidade e a um custo mínimo, era definido com base na não ocorrência de déficit de energia, mas na hipótese de repetição do histórico de vazões. Portanto, a expansão do sistema era tratada de forma determinística. Mas, na realidade, o critério da energia firme pode ser entendido como mais conservador, tendo uma postura de minimizar o arrependimento [5].

2.3.1.2. Planejamento Baseado em Critérios Probabilísticos

Apesar do critério da energia firme apresentar as vantagens acima mencionadas, além de prover um maior grau de visibilidade aos fenômenos hídricos, mais recentemente o Setor Elétrico passou a utilizar séries sintéticas de vazões obtidas a partir do histórico das vazões naturais com as mesmas características estatísticas, através do uso de modelos matemáticos. Perdeu-se a sensibilidade em relação aos fenômenos reais, além de introduzir dúvidas quanto à conveniência em usar tais modelos. As 2.000 séries de vazões utilizadas permitem extrair a informação dos registros históricos e dos respectivos riscos inerentes à operação do Sistema Interligado Nacional (SIN). A produção das séries sintéticas é baseada em modelos estocásticos.

O planejamento da expansão do sistema de geração hidrotérmico visa o atendimento dos requisitos de energia e potência futuros em níveis adequados de qualidade a um custo mínimo.

Os benefícios associados à produção de energia nas usinas hidrelétricas são medidos em termos de economia de custos de combustíveis provocada pelo deslocamento de geração termelétrica.

Os critérios de garantia de suprimento (ponta e energia) representam a forma de se estabelecer a qualidade do atendimento e baseiam-se na aferição dos parâmetros operativos do sistema.

Os critérios ditos probabilísticos, atualmente utilizados, são aqueles que levam em conta a natureza aleatória dos diversos parâmetros que interferem na qualidade do suprimento de energia (seqüência hidrológica desfavorável) e de potência (defeitos nos sistemas de transmissão/distribuição e/ou geração, neste último incluindo deplecionamento dos reservatórios). Tais critérios possuem as seguintes premissas básicas[5]:

- Incorporam a expansão do sistema gerador e dos principais troncos de transmissão ao longo do horizonte de planejamento;
- Consideram as regras de operação ótima do sistema hidrotérmico;
- Representam as características hidrológicas distintas das afluições aos aproveitamentos do sistema;
- Mantém as mesmas características estatísticas da amostra histórica (médias, desvios padrão, coeficientes de correlação espaciais e temporais, etc.);

- Permitem a quantificação dos riscos de suprimento.

2.3.2. Características do Planejamento da Operação

O principal objetivo do planejamento da operação é a definição de quais unidades geradoras e que montantes de energia cada um desses geradores deve produzir, de modo a suprir a demanda ao menor custo total possível. O custo de operação de cada unidade geradora é função do combustível por ela utilizado para a produção de energia. Em um sistema hidrotérmico, as usinas hidrelétricas utilizam a água como combustível para produção de energia. Em princípio, poderíamos pensar então que o custo de operação de usinas hidrelétricas é nulo, pois não há nenhum desembolso para “comprar” a água que está armazenada nos reservatórios das usinas hidrelétricas.

Na verdade, na operação energética de um sistema hidrotérmico existe uma relação entre a decisão tomada em um estágio qualquer e sua consequência futura. Se no presente for gasto água em excesso e se não chover o suficiente para repor a água dos reservatórios, no futuro o custo de operação do sistema pode vir a ser altíssimo, pois o atendimento a carga terá de ser feito através do uso de geração térmica cara, ou porque pode até ser necessário realizar um racionamento de energia. Por outro lado, utilizando geração térmica em excesso no presente de modo a economizar a água dos reservatórios, se um período de muita chuva vier a ocorrer, pode ser necessário verter água dos reservatórios no futuro, resultando em um desperdício de energia. A figura 2.7 apresenta as consequências do processo de decisão de operação de um sistema hidrotérmico, ilustrando o acoplamento temporal entre as decisões.

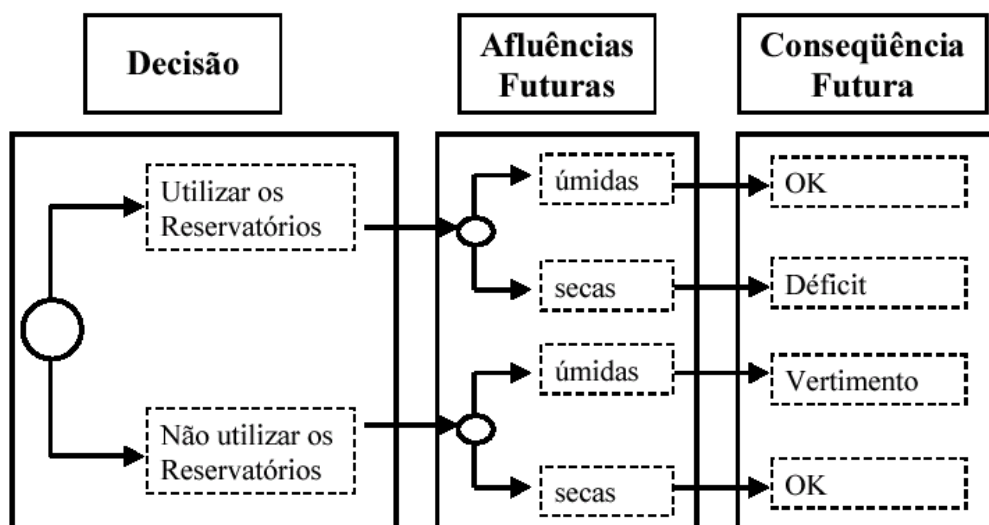


Figura 2.7 – Processo de Decisão para Sistemas Hidrotérmicos.

Além de acoplado no tempo, um problema de operação energética de um sistema hidrotérmico é também estocástico, já que não existe certeza a respeito das afluências futuras no momento em que a decisão operativa é tomada.

Na tomada de decisão da operação de um sistema hidrotérmico deve-se comparar o benefício imediato do uso da água e o benefício futuro do armazenamento da mesma. O benefício do uso imediato da água pode ser representado através de uma função chamada Função de Custo Imediato (FCI), enquanto que o benefício de armazená-la no presente para o seu uso futuro pode ser representado através de uma Função de Custo Futuro (FCF). A palavra futuro aqui não significa apenas “um estágio depois”, e sim todos os estágios futuros até o horizonte de planejamento. Estas duas funções estão ilustradas na Figura 2.8.

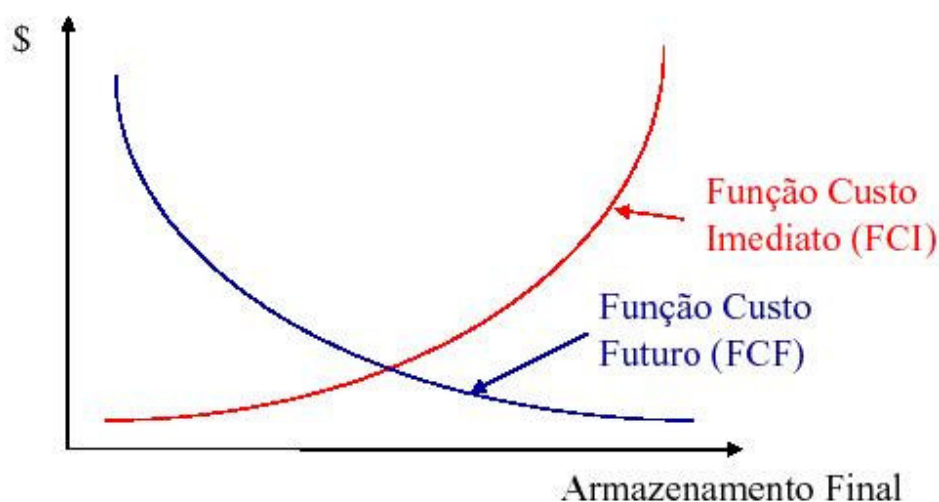


Figura 2.8 – Função de Custo Imediato e Função de Custo Futuro

O eixo x do gráfico apresentado na figura 2.8 representa o volume final armazenado no reservatório de uma usina hidráulica, e o eixo y representa o valor da função de custo futuro ou custo imediato expresso em unidades monetárias.

Como é de se esperar, a função de custo imediato aumenta com o volume final armazenado nos reservatórios. Isto ocorre porque a decisão de economizar água no presente está relacionada a um maior gasto com geração térmica no atendimento a carga. Deste modo, a função de custo imediato está associada ao gasto com geração térmica no estágio atual. Por outro lado, a função de custo futuro diminui com o volume final armazenado nos reservatórios, porque a decisão de economizar água no presente está relacionada a um menor uso de geração térmica no futuro. Logo, a função de custo futuro

está associada ao valor esperado do gasto com geração térmica no final do estágio t (início de $t+1$) até o final do período de estudo. Em termos conceituais, a curva de FCF seria calculada pelas simulações operativas do sistema para cada nível de armazenamento no final da etapa t . Como ilustrado na figura 2.8, as simulações são realizadas de maneira probabilística, isto é, usando grande número de cenários hidrológicos.

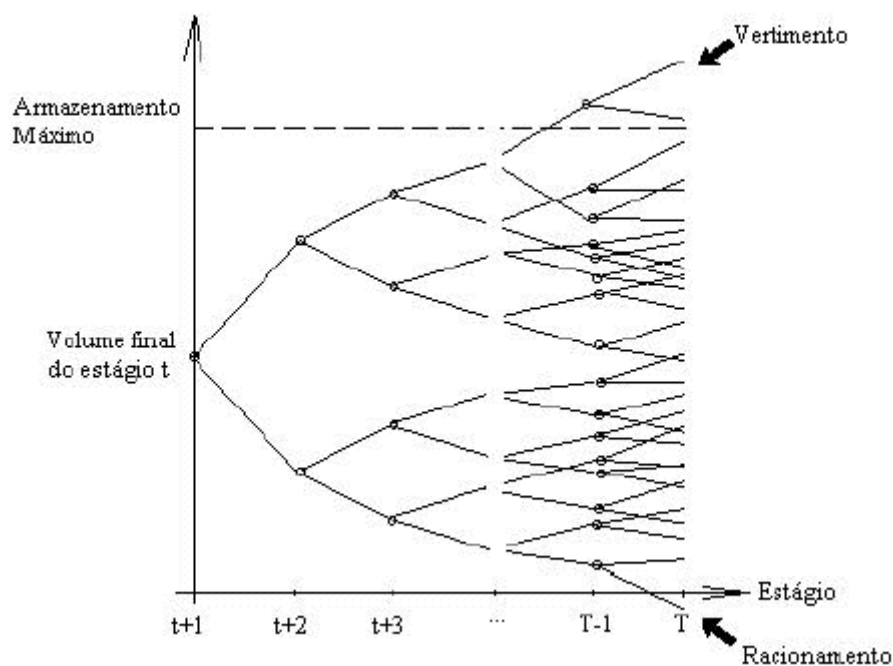


Figura 2.9 – Cálculo da Função de Custo Futuro

O uso ótimo da água armazenada nos reservatórios é aquele que minimiza a soma do custo de geração térmica no presente com o valor esperado do custo de geração térmica até o fim do horizonte de planejamento. Note que este é o ponto de mínimo da curva formada pela soma da função de custo imediato com a função de custo futuro, conforme apresentado na figura 2.10.

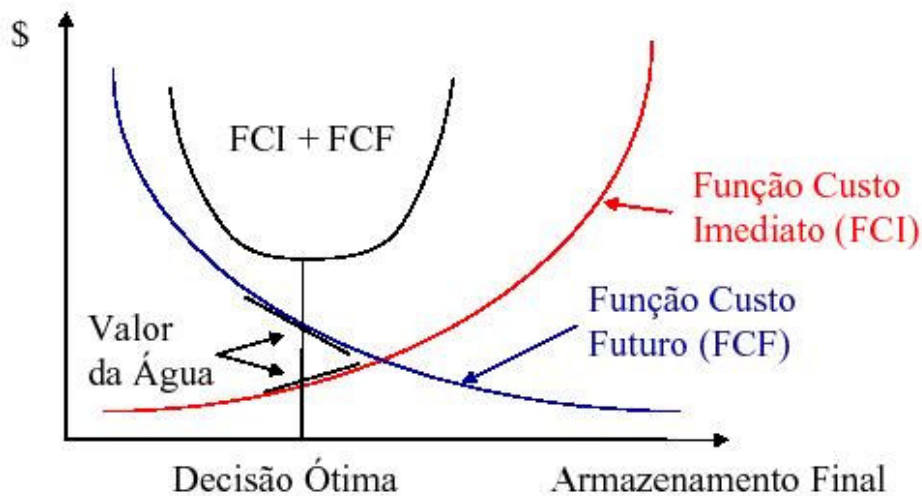


Figura 2.10 – Decisão Ótima para o uso da água

Observe também que este ponto é aquele onde as derivadas da função de custo futuro e da função de custo imediato, em relação ao volume final armazenado nos reservatórios, se igualam em módulo. Matematicamente:

$$\frac{\partial(FCI + FCF)}{\partial V} = \frac{\partial FCI}{\partial V} + \frac{\partial FCF}{\partial V} = 0 \Rightarrow \frac{\partial FCI}{\partial V} = -\frac{\partial FCF}{\partial V}$$

As derivadas $(\partial FCI/\partial V)$ e $(-\partial FCF/\partial V)$ são conhecidos como valores da água. Logo, ao contrário do exposto no início desta seção, a água armazenada nos reservatórios não tem custo nulo, e sim possui um valor relacionado ao custo de oportunidade de economizarmos água hoje para a usarmos no futuro.

Devido às impossibilidade de se ter um conhecimento perfeito das futuras afluências aos aproveitamentos e, em certa medida, da curva de carga do sistema, sua operação torna-se um problema probabilístico.

A existência de várias bacias interligadas e a necessidade de avaliação das conseqüências do uso das reservas nos anos futuros levam ao emprego de um período longo de estudo, caracterizando o planejamento da operação como um problema de grande porte. Além disso, há não linearidades devido às funções de custos térmicos e de produção das usinas hidráulicas (vazão x altura da queda). Como os benefícios da geração de uma

usina hidráulica não podem ser medidos diretamente como função da usina somente, mas sim em termos da economia de combustíveis do sistema, tem-se que as variáveis envolvidas são não-separáveis.

Finalmente, o planejamento da operação de um sistema hidrotérmico deve levar em conta um amplo espectro de atividades, abrangendo desde a otimização plurianual dos reservatórios até o despacho das usinas, levando em conta as restrições operativas.

Os diferentes horizontes de estudo correspondem a diferentes tipos de análise do desempenho do sistema, tais como efeitos de longo prazo (possibilidade de déficits futuros, valor esperado de gerações térmicas no futuro, etc), efeitos de médio prazo (contratos anuais para suprimento de energia e demanda entre empresas do sistema, programa de manutenções, etc) e efeitos de curto prazo (controle de cheias, restrições de segurança, etc).

Devido às complexidades apresentadas é impossível se dispor de um modelo matemático único para o tratamento do problema. Assim, o problema é subdividido em problemas menores, e coordenados entre si.

A figura 2.11 mostra, de forma simplificada, as diversas etapas que compõem esses processos, os quais devem ser integrados com o planejamento da expansão do sistema. Nesta figura podemos notar que os resultados obtidos em cada fase servem como dados de entrada para a próxima fase temporal na cadeia. Além disso, os resultados de cada uma delas servem como realimentação para a fase precedente no ciclo de planejamento seguinte.

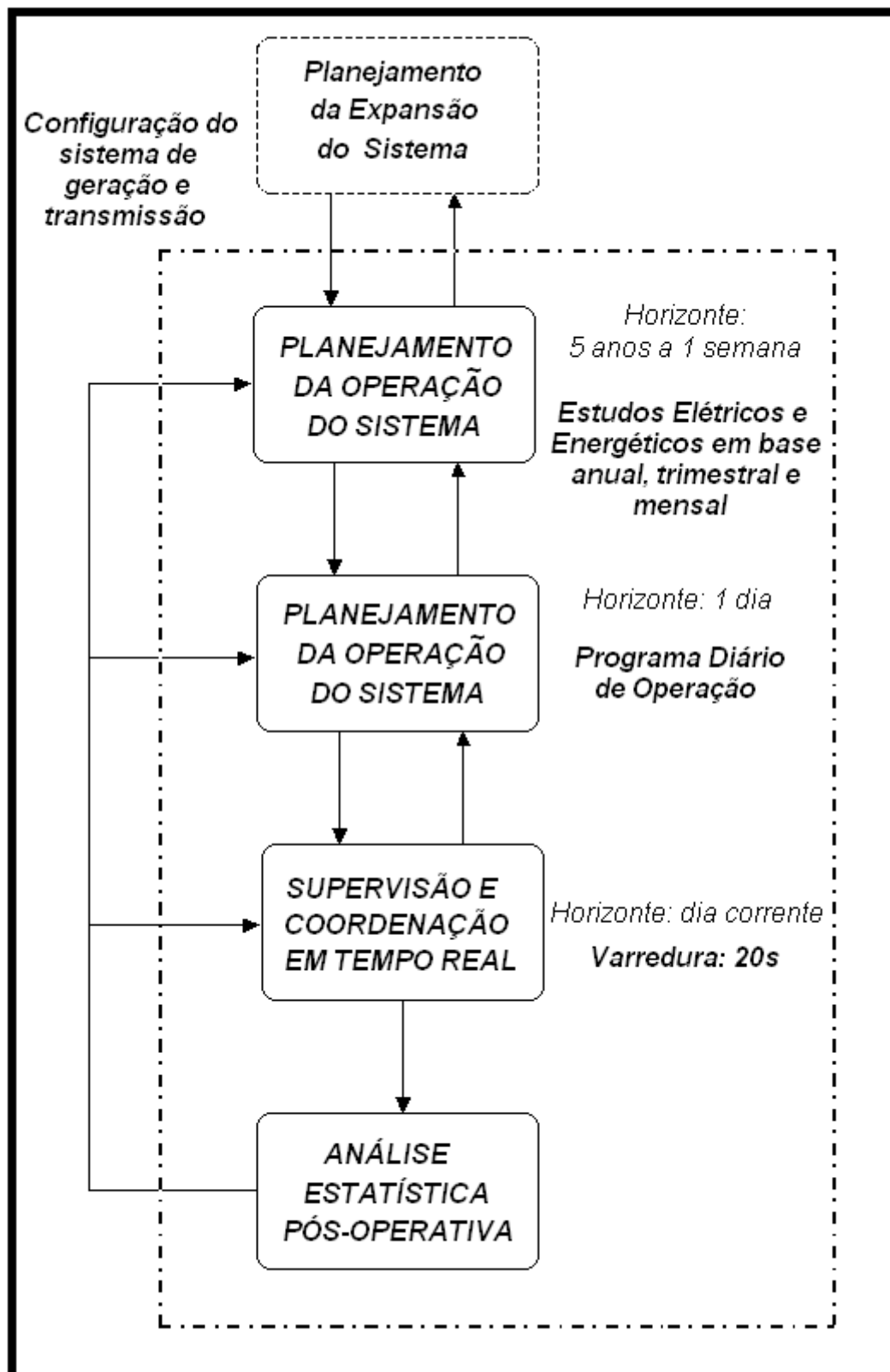


Figura 2.11 – Representação das Etapas de Planejamento do Sistema Elétrico Brasileiro.

A etapa de planejamento da operação subdivide-se ainda em estudos energéticos e elétricos.

Os estudos elétricos têm por objetivo viabilizar as metas calculadas pelo planejamento da operação energética, assegurando uma operação confiável para o sistema. Os principais resultados do planejamento da operação elétrica são as adaptações das metas energéticas à capacidade real do sistema de transmissão.

Os estudos elétricos e energéticos são decompostos em cadeias, as quais utilizam diferentes horizontes de planejamento e graus de detalhamento na representação do sistema. A figura 2.12 mostra como o problema de planejamento da operação energética é subdividido em um conjunto de subproblemas. Pode-se observar que o grau de detalhe cresce na medida em que se reduz o horizonte de influência das decisões.

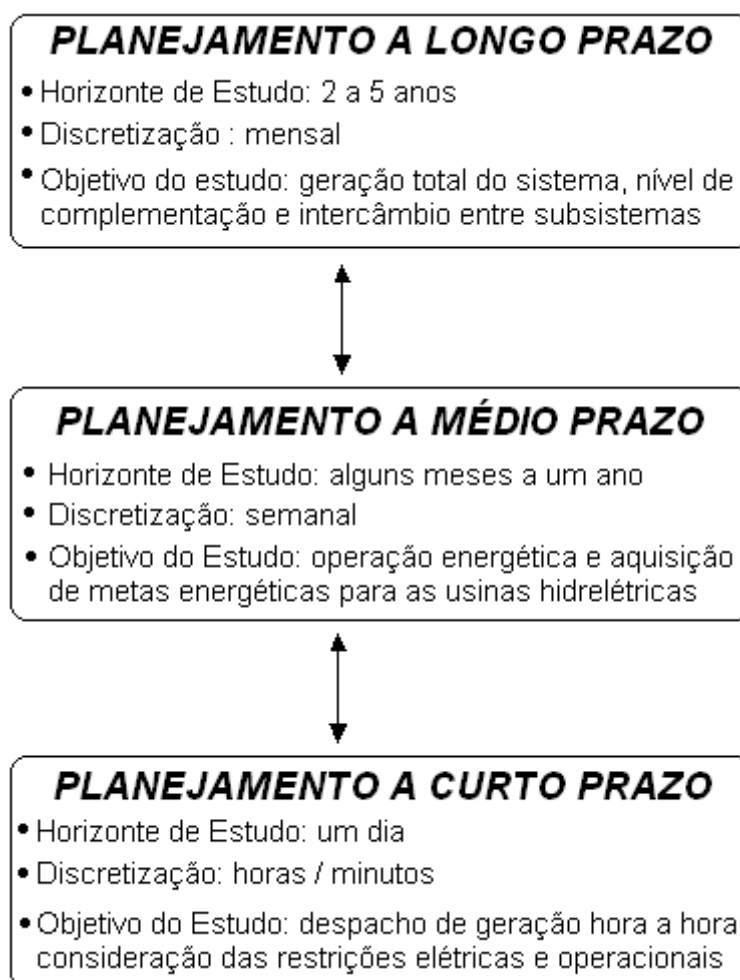


Figura 2.12 – Diferentes Etapas do Planejamento Energético da Operação.

No planejamento de longo prazo determinam-se os totais de geração térmica e a política de operação do sistema traduzida por funções de custo futuro, isto é, que traduzem o custo esperado de operação de um período qualquer até o final do horizonte, quantificando assim os riscos no atendimento energético, e ainda os intercâmbios entre os subsistemas.

O planejamento de médio prazo tem as funções do planejamento de longo prazo porém os resultados são explicitados a nível semanal. Outros resultados deste horizonte são a determinação dos custos de geração e a definição dos montantes dos contratos de suprimento.

A partir das metas de geração fixadas pelos estudos de longo e médio prazo, o planejamento de curto prazo (pré-despacho) determina o valor da água, o custo marginal de curto prazo, a avaliação e a programação de intercâmbios.

Ainda de acordo com a figura 2.11, depois do planejamento da operação segue-se a programação diária e horária da operação, culminando o processo com a supervisão e coordenação da operação do sistema elétrico em tempo real.

O processo é então encerrado com as atividades de análise pós operativa.

CAPÍTULO 3:

PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO

O planejamento da expansão das capacidades de geração e de transmissão dos sistemas de energia elétrica constitui um problema de otimização de grande complexidade em função de diversos fatores, entre os quais se destacam[7,8]:

- É necessário considerar uma visão de longo prazo para que os empreendedores possam se beneficiar da economia de escala que é usual para os equipamentos de transmissão e pode estar presente, também, em alguns empreendimentos de geração, tais como as centrais hidrelétricas. Além disto, o tempo necessário para a construção dos empreendimentos de maior porte, como por exemplo, uma grande central hidrelétrica, faz com que seja necessário decidir pela sua construção muito antes desse empreendimento tornar-se necessário para o sistema.
- Os empreendimentos de geração e de transmissão apresentam dependências temporais e espaciais e precisam ser analisados de forma conjunta no espaço e no tempo. Assim, é necessário analisar, simultaneamente, todo o sistema ao longo de um horizonte de tempo de longo prazo.
- Precisam ser avaliadas, simultaneamente, as características técnicas, econômicas e ambientais dos empreendimentos.
- Existem incertezas associadas aos valores previstos para o comportamento do consumo, dos recursos hídricos (responsáveis, atualmente, por 95% da produção nacional de energia elétrica) e do custo e disponibilidade das outras fontes primárias de energia (gás natural, carvão, derivados do petróleo, nuclear e fontes alternativas) ao longo do horizonte de planejamento.

Resulta daí um problema de otimização de difícil solução em função do elevado número de variáveis (contínuas e inteiras) e de restrições (lineares e não lineares) que têm sido, usualmente, simplificado através do desacoplamento entre o planejamento da transmissão e

o da geração, sendo o segundo realizado antes sem a consideração do primeiro ou com uma representação grosseira dos investimentos da transmissão. Outra simplificação, bastante comum no planejamento da expansão do sistema de transmissão, é o emprego de modelos estáticos que analisam apenas um período do horizonte de planejamento e consideram que todos os investimentos são realizados de uma só vez.

O problema do planejamento da expansão das capacidades de geração e de transmissão dos sistemas de energia elétrica pode ser representado pelo seguinte problema de otimização:

$$\text{Min } z = c(x) + d(y)$$

Sujeito a: (3.1)

$$A(x) \geq b$$

$$E(x) + F(y) \geq h$$

onde:

z é a função objetivo;

x representa as variáveis de investimento (decisões a respeito das capacidades de geração e de transmissão);

$c(x)$ representa o custo associado às decisões de investimento;

$A(x) \geq b$ representa as restrições associadas às decisões de investimento (restrições financeiras, cronograma de construções, limites físicos de instalação, etc.);

y representa as variáveis de operação do sistema (decisões a respeito do nível de geração nas barras, corte de carga, fluxo nas linhas, etc.);

$d(y)$ representa o custo associado às decisões de operação;

$E(x) + F(y) \geq h$ representa as restrições associadas às decisões de operação (que dependem das decisões de investimento realizadas).

Através da formulação do problema dado em (3.1) e utilizando-se definições adequadas da função objetivo $z = c(x) + d(y)$ e das restrições $A(x) \geq b$ e $E(x) + F(y) \geq h$, é possível representar uma variada gama de problemas de expansão da capacidade — desde o problema do planejamento estático da transmissão até o planejamento dinâmico integrado do sistema elétrico.

Neste Capítulo, empregando-se a expressão (3.1), é formulado o problema dinâmico do planejamento da expansão dos sistemas de geração e transmissão de energia elétrica que tem por objetivo definir não somente a localização e o tipo, mas também, o momento mais adequado para que os investimentos sejam levados a termo, de modo que o contínuo crescimento da demanda seja sempre assimilado de forma otimizada pelo sistema. Partindo-se de um modelo estático em um estágio, formula-se o problema dinâmico em múltiplos estágios fazendo uso dos três modelos clássicos de representação da rede de transmissão: modelo de transportes, modelo do fluxo de carga CC e modelo híbrido transportes-CC.

3.1. Formulação estática em um estágio

O problema estático do planejamento da expansão dos sistemas de geração e transmissão de energia elétrica é uma simplificação do problema dinâmico na qual se considera apenas um ano no horizonte de planejamento. Neste caso, determina-se a localização e o tipo de investimento de modo que o valor presente do custo total de operação e investimento seja minimizado no período considerado. Na função objetivo deste problema de otimização distinguem-se duas parcelas diferentes: uma relacionada com o investimento, representada por $c(x)$, que depende do custo de aquisição dos novos equipamentos, e outra relacionada com a operação, representada por $d(y)$, que depende do uso dos equipamentos instalados. Na Figura 3.1, tem-se uma representação no tempo dos custos envolvidos na expansão da capacidade e na operação do sistema. O ano t_0 foi escolhido para servir de base para o cálculo dos valores presentes dos custos de investimento e de operação e o ano t_1 corresponde ao instante no qual os equipamentos já deverão estar disponíveis para operação. Por simplicidade, no período compreendido entre os anos t_1 e t_2 , os dados do sistema foram considerados constantes e, portanto, as parcelas anuais, referentes à operação do sistema, são todas iguais a $d_1(y)$.

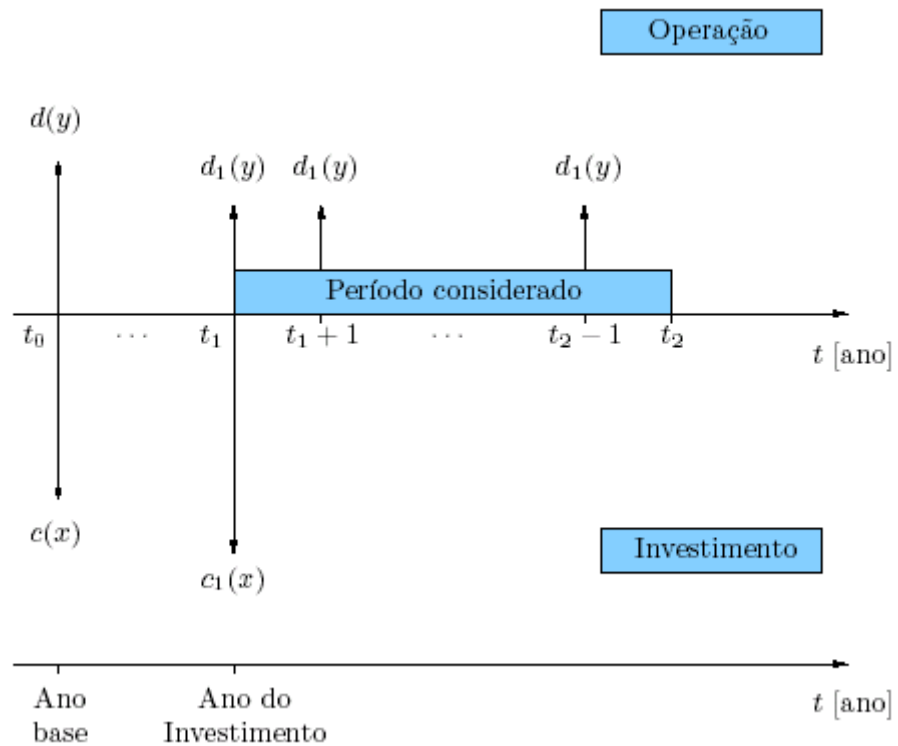


Figura 3.1 – Determinação do valor presente – problema estático.

A parte da função objetivo, z , relacionada com o investimento corresponde ao valor total necessário para a construção das unidades geradoras, linhas de transmissão e transformadores e pode ser considerada apenas uma vez, geralmente, no instante em que o respectivo equipamento for instalado — parcela $c_1(x)$ da figura 3.1. O valor presente do custo de investimento, $c(x)$, depende do valor do investimento, $c_1(x)$, e do momento em que ele será realizado, t_1 . Por outro lado, a parte de z relacionada com o uso corresponde ao custo total de operação do sistema e pode ser transformada em parcelas anuais, em função da quantidade gerada e do custo previsto para cada gerador durante o período considerado — parcelas $d_1(y)$ da figura 3.1. O valor presente do custo de operação, $d(y)$, depende, também do tempo em anos que o sistema será operado desta forma — na figura 3.1, corresponde ao somatório dos valores presentes das parcelas anuais do período entre os anos t_1 e t_2 .

Considerando a taxa de desconto anual I , os valores presentes dos custos de investimento e operação, no ano base t_0 , são dados por:

$$c(x) = (1 - I)^{t_1 - t_0} c_1(x) \quad (3.2)$$

$$d(y) = (1-I)^{t_1-t_0} d_1(y) + (1-I)^{(t_1+1)-t_0} d_1(y) + \dots + (1-I)^{(t_2-1)-t_0} d_1(y)$$

$$d(y) = \sum_{t=t_1}^{t_2-1} (1-I)^{t-t_0} d_1(y) \quad (3.3)$$

Para simplificar a notação, o fator de desconto utilizado para converter em valor presente o custo de investimento da expressão (3.2) será notado por δ_{inv} e o fator utilizado para converter em valor presente o custo de operação da expressão (3.3) será notado por δ_{oper} . Define-se, assim:

$$c(x) = \delta_{inv} c_1(x) \quad (3.4)$$

$$d(y) = \delta_{oper} d_1(y) \quad (3.5)$$

onde:

$$\delta_{inv} = (1-I)^{t_1-t_0} \quad (3.6)$$

$$\delta_{oper} = \sum_{t=t_1}^{t_2-1} (1-I)^{t-t_0} \quad (3.7)$$

Na expressão (3.6) considera-se que o desembolso do investimento será realizado no momento em que o equipamento estiver disponível para o sistema, ou seja, no início do primeiro ano de sua operação. Da mesma forma, em (3.7), as parcelas anuais referentes à operação do sistema são iguais e computadas como se fossem pagas no início de cada ano.

O problema estático de planejamento da expansão em um estágio pode ser formulado de forma mais geral, considerando-se as variações nas condições de operação do sistema ao longo do horizonte considerado. Assim, é possível representar, por exemplo, o crescimento da demanda, as alterações sazonais e as variações horárias (ponta e fora da ponta). A representação da variação da demanda no período implica em que as parcelas anuais $d_t(y)$ sejam diferentes e invalida a simplificação considerada na expressão (3.3). Nesse caso, os problemas de operação de todos os estágios precisam ser representados individualmente. As alterações sazonais podem ser modeladas através da representação dos períodos que descrevem as variações anuais existentes no sistema, por exemplo, estações seca e úmida dos sistemas hidrológicos. Também, nesse caso, os problemas de

operação relativos a cada período precisam ser representados individualmente e, ao invés de uma parcela anual única de custo, existem diversas parcelas diferentes, uma para cada período considerado. O custo total de operação passa, então, a ser representado pelo somatório do custo de cada período, ponderado pela sua duração proporcional. As variações horárias são representadas de forma análoga às variações sazonais.

Neste trabalho, a fim de facilitar o entendimento e simplificar a notação (principalmente na formulação do problema multi-estágio), foi considerado que os dados do sistema permanecem constantes no período entre os anos t_1 e t_2 —vide figura 3.1. No entanto, é conveniente salientar que a extensão para considerar as variações nas condições de operação que ocorrem no período pode ser realizada de modo relativamente direto. Na formulação estática apresentada, o momento em que os investimentos serão realizados é fixo e corresponde ao ano t_1 . A definição do instante mais adequado para que tais investimentos sejam realizados, de modo que o custo de operação e expansão sejam minimizados, é realizada através da solução do problema dinâmico de expansão, que será formulado a seguir. Neste caso, além de definir a localização e o tipo de investimento, determina-se quando esse deve ser realizado.

Dependendo do modelo de rede empregado para representar o sistema de transmissão, ou seja, da definição adotada para as restrições $A(x) \geq b$ e $E(x) + F(y) \geq h$ da equação (3.1), o problema do planejamento integrado da expansão dos sistemas de geração e transmissão pode ser formulado de diversas maneiras, como mostrado a seguir.

3.1.1. Modelo de Transportes

Quando a rede de transmissão existente e as linhas e transformadores candidatos são representados pelo modelo de transportes, o problema do planejamento da expansão assume a seguinte forma:

$$\text{Min } v = \delta_{inv} (\sum_{ij} c_{ij} n_{ij} + \sum_i C_i N_i) + \delta_{oper} (\sum_i OC_i G_i + \sum_j oc_j g_j + \alpha \sum_k r_k)$$

sujeito a:

$$Sf + G + g + r = d$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij}$$

$$N_i \underline{G}_i \leq G_i \leq N_i \overline{G}_i$$

$$\underline{g}_j \leq g_j \leq \overline{g}_j \quad (3.8)$$

$$0 \leq r \leq d$$

$$\underline{n}_{ij} \leq n_{ij} \leq \overline{n}_{ij}$$

$$\underline{N}_i \leq N_i \leq \overline{N}_i$$

n_{ij} e N_i inteiros

f_{ij} irrestrito

onde:

v é valor presente do custo total de expansão e operação do sistema ao longo de todos os anos que constituem o horizonte de planejamento [\$];

δ_{inv}^t é o fator de desconto para determinar o valor presente do investimento realizado no estágio t ;

c_{ij} é o custo de instalação de uma linha no corredor ij [\$];

n_{ij} é o número de linhas adicionadas ao corredor ij ;

C_i é o custo de instalação do gerador candidato i [\$];

N_i é o número de geradores candidatos i adicionados;

δ_{oper} é o fator de desconto alterado para considerar também a duração em anos do estágio considerado [ano];

- OC_i é o custo de operação do gerador candidato i [\$/ano];
- G_i é a injeção de potência ativa do gerador candidato i [pu];
- oc_j é o custo de operação do gerador já instalado j [\$/ano];
- g_j é a injeção de potência ativa do gerador já instalado j [pu];
- α é o fator para compatibilizar a unidade de custo com corte de carga [\$/ano];
- r_k é o corte de carga na barra k [pu];
- S é a matriz incidência nó-ramo da rede inicial e dos ramos candidatos;
- f é o vetor dos fluxos de potência ativa nos ramos [pu];
- G é o vetor das injeções de potência ativa dos geradores candidatos [pu];
- g é o vetor das injeções de potência ativa dos geradores já instalados [pu];
- r é o vetor dos cortes de carga nas barras [pu];
- d é o vetor das demandas de potência ativa [pu];
- f_{ij} é o fluxo de potência ativa no ramo ij [pu];
- n_{ij}^0 é o número de linhas/transformadores existentes no ramo ij na rede inicial;
- \overline{f}_{ij} é o fluxo máximo de potência ativa no ramo ij [pu];
- \underline{G}_i é a geração mínima do gerador candidato i [pu];

\overline{G}_i é a geração máxima do gerador candidato i [pu];

\underline{g}_j é a geração mínima do gerador já instalado j [pu];

\overline{g}_j é a geração máxima do gerador já instalado j [pu];

\underline{n}_{ij} é o número mínimo de linhas que precisam ser adicionadas no corredor ij ;

\overline{n}_{ij} é o número máximo de linhas que podem ser adicionadas no corredor ij ;

\underline{N}_i é o número mínimo de geradores candidatos i que precisam ser adicionados;

\overline{N}_i é o número máximo de geradores candidatos i que podem ser adicionadas;

Em (3.8) as variáveis de investimento da equação (3.1) são representadas pelo número de equipamentos de geração, N_i , e de transmissão, n_{ij} a serem adicionados. As variáveis de operação são representadas pelas injeções dos geradores candidatos adicionados, G_i , e existentes, g_j , e pelos fluxos de potencia ativa nos ramos, f_{ij} . Além disto, uma injeção fictícia adicional, r_k , é acrescentada às barras de carga visando quantificar o custo de não atender parcial ou totalmente a demanda.

Os limites mínimos \underline{n}_{ij} e \underline{N}_i são empregados para contemplar as decisões prévias em investimentos que podem não ser ótimos para (3.8) mas que já estão em curso de realização e precisam ser respeitados. Assim, quando já é conhecida a definição de que algum investimento será realizado, seu respectivo limite inferior assumira valor maior que zero. Por outro lado, os limites máximos \overline{n}_{ij} e \overline{N}_i representam restrições relacionadas com a viabilidade da construção no tempo ou representam limites naturais sobre a capacidade física.

Como pôde ser observado, a grande vantagem em utilizar este modelo de rede de transmissão é que em (3.8) a função objetivo e todas as restrições são lineares. Assim, o planejamento da expansão da capacidade torna-se um problema convexo de programação linear inteira mista (PLIM). Além disto, é possível realizar o planejamento da expansão mesmo que o sistema elétrico não seja conexo, fato que é bastante freqüente nas configurações iniciais dos sistemas elétricos reais. Outra consideração importante é que,

embora o resultado obtido através da formulação (3.8) geralmente não satisfaça a Segunda Lei de Kirchhoff (que não é considerada), sempre pode ser utilizado como um limitante inferior para outros modelos menos relaxados, como os descritos a seguir.

3.1.2. Modelo de Fluxo de Carga CC

Quando a rede de transmissão existente e as linhas e transformadores candidatos são representados pelo modelo de rede do fluxo de carga CC, o problema do planejamento da expansão assume a seguinte forma:

$$\text{Min } v = \delta_{inv} (\sum_{ij} c_{ij} n_{ij} + \sum_i C_i N_i) + \delta_{oper} (\sum_i OC_i G_i + \sum_j oc_j g_j + \alpha \sum_k r_k)]$$

sujeito a:

$$Sf + G + g + r = d$$

$$f_{ij} - \frac{n_{ij} + n_{ij}^0}{x_{ij}} (\theta_i - \theta_j) = 0$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij}$$

$$N_i \underline{G}_i \leq G_i \leq N_i \bar{G}_i$$

$$\underline{g}_j \leq g_j \leq \bar{g}_j \tag{3.9}$$

$$0 \leq r \leq d$$

$$\underline{n}_{ij} \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}$$

$$\underline{N}_i \leq N_i \leq \bar{N}_i$$

n_{ij} e N_i inteiros

f_{ij} e θ_i irrestritos

onde:

x_{ij} é a reatância do ramo ij [pu];

θ_i é o ângulo de fase do fasor tensão nodal da barra i [radianos].

Como no modelo de rede de transportes, as variáveis de investimento são representadas pelo número de equipamentos de geração, N_i , e de transmissão, n_{ij} , a serem adicionados. As variáveis de operação são representadas pelas injeções dos geradores candidatos adicionados, G_i , e existentes, g_j , pelos fluxos de potência ativa nos ramos, f_{ij} e pelos ângulos de fase dos fasores tensão nodal, θ_i . Novamente, uma injeção fictícia adicional, r_k , é acrescentada às barras de carga visando quantificar o custo de não atender parcialmente ou totalmente o valor previsto para sua demanda.

Após algumas manipulações algébricas, a partir de (3.9), chega-se à seguinte expressão equivalente:

$$\text{Min } v = \delta_{inv} (\sum_{ij} c_{ij} n_{ij} + \sum_i C_i N_i) + \delta_{oper} (\sum_i OC_i G_i + \sum_j oc_j g_j + \alpha \sum_k r_k)$$

sujeito a:

$$B\theta + G + g + r = d$$

$$(n_{ij} + n_{ij}^0) |\theta_i - \theta_j| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{\phi}_{ij}$$

$$N_i \underline{G}_i \leq G_i \leq N_i \bar{G}_i$$

$$\underline{g}_j \leq g_j \leq \bar{g}_j \tag{3.10}$$

$$0 \leq r \leq d$$

$$\underline{n}_{ij} \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}$$

$$\underline{N}_i \leq N_i \leq \overline{N}_i$$

n_{ij} e N_i inteiros

θ_i irrestrito

onde:

B é a matriz susceptância da rede inicial e dos ramos candidatos

$$B = \begin{cases} B_{ij} = -\gamma_{ij} & \text{se } ij \in \Omega \\ B_{ij} = 0 & \text{se } ij \notin \Omega \\ B_{ii} = \sum_{j \in \Omega_i} \gamma_{ij} \end{cases} \quad (3.11)$$

γ_{ij} é a susceptância no ramo ij : $\gamma_{ij} = -\frac{n_{ij} + n_{ij}^0}{x_{ij}}, \forall ij \in \Omega$ [pu];

Ω é o conjunto dos ramos definidos pela rede inicial e pelos ramos candidatos;

Ω_i é o conjunto das barras que se ligam à barra i ;

θ é o vetor dos ângulos de fase do fasor tensão nodal [radianos];

$\overline{\phi}_{ij}$ é a abertura angular máxima permitida no ramo ij : $\overline{\phi}_{ij} = x_{ij} \overline{f}_{ij}$ [radianos].

Na formulação (3.10), observar que as restrições do tipo:

$$(n_{ij} + n_{ij}^0) |\theta_i - \theta_j| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \overline{\phi}_{ij} \quad (3.12)$$

só fazem sentido para ij tal que $n_{ij} + n_{ij}^0 > 0$. Caso $n_{ij} + n_{ij}^0 = 0$, estas restrições não existem.

O problema representado pelas equações (3.9) e (3.10) é mais próximo do problema real do sistema elétrico (porque considera as duas Leis de Kirchhoff) mas apresenta os

mesmos inconvenientes já observados no planejamento da expansão do sistema de transmissão:

1. Parte das restrições são não-lineares. Em (3.9), n_{ij} aparece multiplicado por $\theta_i - \theta_j$; em (3.10) além disto, B é função da variável de investimento n_{ij} e aparece multiplicado pela variável de operação θ ;
2. A região factível pode ser não convexa.

Neste caso, mesmo que a função objetivo seja linear, existem restrições não lineares tanto em (3.9) quanto em (3.10) e, assim, o planejamento de expansão da capacidade torna-se um problema de programação não linear inteira mista (PNLIM).

3.1.3. Modelo Híbrido

Combinando-se as duas representações de rede descritas anteriormente, pode-se obter um modelo híbrido, intermediário. Este modelo é formulado representando-se a rede de transmissão existente através das equações do fluxo de carga CC e as linhas e transformadores candidatos pelo modelo de transportes, conforme descrito pela equação (3.13):

$$\text{Min } v = \delta_{inv}^t (\sum_{ij} c_{ij} n_{ij} + \sum_i C_i N_i) + \delta_{oper}^t (\sum_i OC_i G_i + \sum_j oc_j g_j + \alpha \sum_k r_k)]$$

sujeito a:

$$B^0 \theta + S_1 f + G + g + r = d$$

$$|\theta_i - \theta_j| \leq \bar{\phi}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_0$$

$$|f_{ij}| \leq n_{ij} f_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_1$$

$$N_i \underline{G}_i \leq G_i \leq N_i \bar{G}_i$$

$$\underline{g}_j \leq g_j \leq \bar{g}_j \quad (3.13)$$

$$0 \leq r \leq d$$

$$\underline{n}_{ij} \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}$$

$$\underline{N}_i \leq N_i \leq \bar{N}_i$$

n_{ij} e N_i inteiros

θ_i e f_{ij} irrestritos

onde:

B^0 é a matriz susceptância da rede inicial

$$B^0 = \begin{cases} B_{ij}^0 = -\gamma_{ij}^0 & \text{se } ij \in \Omega_0 \\ B_{ij}^0 = 0 & \text{se } ij \notin \Omega_0 \\ B_{ii}^0 = \sum_{j \in \Omega_1} \gamma_{ij}^0 & \end{cases} \quad (3.11)$$

γ_{ij}^0 é a susceptância inicial no ramo ij : $\gamma_{ij}^0 = -\frac{n_{ij}^0}{x_{ij}}$, $\forall ij \in \Omega_0$ [pu];

Ω_0 é o conjunto dos ramos que fazem parte da rede inicial;

θ é o vetor dos ângulos de fase do fasor tensão nodal das barras da rede inicial [radianos];

S_1 é a matriz incidência nó-ramo dos ramos candidatos;

f é o vetor dos fluxos de potencia ativa nos ramos candidatos (pu);

θ_i é o angulo de fase do fasor tensão nodal da barra i da rede inicial [radianos];

f_{ij} é o fluxo de potencia ativa no ramo candidato ij [pu];

Ω_1 é o conjunto dos ramos candidatos.

As variáveis de investimento continuam sendo o número de equipamentos de geração, N_i , e de transmissão, n_{ij} , a serem adicionados. As variáveis de operação são representadas pelas injeções dos geradores candidatos adicionados, G_i , e existentes, g_j , pelos ângulos de fase dos fasores tensão nodal das barras que fazem parte da rede inicial, θ_i , e pelos fluxos de potência ativa nos ramos da rede candidata, f_{ij} . Observar que os ângulos de fase das tensões nodais só são definidos para as barras que fazem parte da rede inicial, $\forall ij \in \Omega_0$. Por outro lado, as variáveis relacionadas com o fluxo de potencia ativa nos ramos só são definidas para os ramos candidatos, $\forall ij \in \Omega_1$.

Formulado desse modo, o modelo híbrido mantém as características desejáveis do modelo de transportes, ou seja, a linearidade de todas as restrições e função objetivo, sendo também um problema de programação linear inteira mista (PLIM).

3.1.4. Modelo de Fluxo de Carga CA

O modelo matemático para o planejamento da expansão de redes de transmissão usando o modelo CA pode ser definido como uma extensão do modelo CC e pode ser escrito da seguinte forma:

$$\text{Min } v = c_n^T n \quad (3.14)$$

sujeito a:

$$P(V, \theta, n) - P_G + P_D = 0 \quad (3.15)$$

$$Q(V, \theta, n) - Q_G + Q_D = 0 \quad (3.16)$$

$$(N + N^0)S^{de} \leq (N + N^0)\bar{S} \quad (3.17)$$

$$(N + N^0)S^{para} \leq (N + N^0)\bar{S} \quad (3.18)$$

$$\underline{P}_G \leq P_G \leq \bar{P}_G \quad (3.19)$$

$$\underline{Q}_G \leq Q_G \leq \bar{Q}_G \quad (3.20)$$

$$\underline{V} \leq V \leq \bar{V} \quad (3.21)$$

$$0 \leq n \leq \bar{n} \quad (3.22)$$

onde:

P_G é o vetor de geração de potência ativa;

Q_G é o vetor de geração de potência reativa;

P_D é o vetor de demanda de potência ativa;

Q_D é o vetor de demanda de potência reativa;

V é o vetor das magnitudes de tensão;

\bar{P}_G é o vetor de limite máximo de geração de potência ativa;

\bar{Q}_G é o vetor de limite máximo de geração de potência reativa;

\bar{V} é o vetor de limite máximo das magnitudes de tensões;

\underline{P}_G é o vetor de limite mínimo de geração de potência ativa;

\underline{Q}_G é o vetor de limite mínimo o de geração de potência reativa;

\underline{V} é o vetor de limite mínimo das magnitudes de tensões.

No caso dos limites máximo e mínimo das tensões é usado 105% e 95% do valor nominal, respectivamente; S^{de} , S^{para} e \bar{S} são os vetores de fluxos de potência aparente (MVA) nos ramos em ambos terminais e o seu limite.

Os limites de potência ativa e reativa nos geradores são representados por (3.19) e (3.20), respectivamente; e os das magnitudes de tensão por (3.21). Os limites (MVA) nos fluxos por (3.17) e (3.18). A restrição nas capacidades dos circuitos adicionados por (3.22).

As equações (3.15) e (3.16) representam as equações convencionais de fluxo de potência CA, considerando-se n , o número de circuitos (linhas e transformadores), como variáveis. Os elementos dos vetores $P(V, \theta, n)$ e $Q(V, \theta, n)$ são calculados por (3.23) e (3.24), respectivamente.

$$P_i(V, \theta, n) = V_i \sum_{j \in N} V_j [G_{ij}(n) \cos \theta_{ij} + B_{ij}(n) \text{sen} \theta_{ij}] \quad (3.23)$$

$$Q_i(V, \theta, n) = V_i \sum_{j \in N} V_j [G_{ij}(n) \text{sen} \theta_{ij} - B_{ij}(n) \cos \theta_{ij}] \quad (3.24)$$

onde:

$i, j \in n$ representam barras e N é o conjunto de todas as barras;

ij representa o circuito entre as barras i e j ;

$\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$ representa a diferença de ângulo de fase entre as barras i e j .

Os elementos da matriz admitância (G e B) são dados em (3.25):

$$G = \begin{cases} G_{ij}(n) = -(n_{ij}g_{ij} + n_{ij}^0g_{ij}^0) \\ G_{ii}(n) = \sum_{j \in \Omega_i} (n_{ij}g_{ij} + n_{ij}^0g_{ij}^0) \end{cases} \quad (3.25)$$

$$B = \begin{cases} B_{ij}(n) = -(n_{ij}b_{ij} + n_{ij}^0b_{ij}^0) \\ B_{ii}(n) = b_i^{sh} \sum_{j \in \Omega_i} [n_{ij}(b_{ij} + b_{ij}^{sh}) + n_{ij}^0(b_{ij}^0 + (b_{ij}^{sh})^0)] \end{cases}$$

onde:

Ω_i é o conjunto das barras vizinhas à barra i ;

g_{ij} é a condutância da linha no ramo ij ;

b_{ij} é a susceptância da linha no ramo ij

b_{ij}^{sh} é a susceptância shunt da linha no ramo ij (se ij é um transformador $b_i^{sh} = 0$)

b_i^{sh} é a susceptância shunt na barra i .

Pode-se observar em (3.25) que existe a possibilidade de se adicionar uma linha ou um transformador em paralelo ao existente (no caso base), embora os parâmetros do circuito equivalente possam ser diferentes. Deve-se notar também que os taps fora do nominal dos transformadores não foram considerados e, neste caso as linhas de transmissão e os transformadores têm um mesmo circuito equivalente. As variáveis de decisão são as magnitudes e ângulos das tensões, o número de circuitos adicionados e as potências ativa e reativa geradas nas barras de geração.

O problema formulado nas Equações (3.14) a (3.22) é um problema não-linear inteiro misto (PNLIM) com um número grande de alternativas a serem analisadas.

3.2. Formulação dinâmica em múltiplos estágios

No planejamento dinâmico integrado da expansão da capacidade do sistema de energia elétrica, as decisões sobre os investimentos na geração e na transmissão são realizadas simultaneamente, ao longo dos anos que constituem o horizonte de planejamento. A partir das informações referentes aos valores de demanda previstos para cada ano, juntamente com as capacidades instaladas e candidatas de geração e de transmissão (com seus respectivos custos de operação e instalação), determina-se onde e quando devem ser realizados investimentos de modo que o valor presente do custo total de operação e expansão do sistema elétrico seja minimizado.

Na formulação do problema de otimização correspondente, o contínuo crescimento da demanda e da geração ao longo do tempo, que é delimitado pelo horizonte considerado, é aproximado por crescimentos discretos que ocorrem em anos específicos que vão definir os diversos estágios representados. Após cada um dos estágios, considera-se que o sistema permanece inalterado até o estágio seguinte, como mostra a figura 3.2.

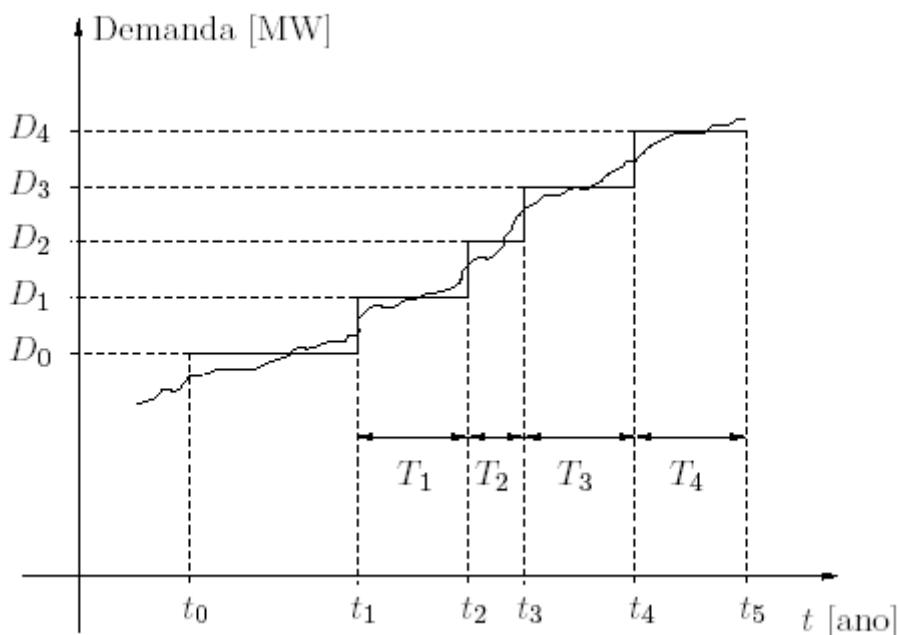


Figura 3.2 – Duração dos Estágios

Como na formulação estática, a função objetivo deste problema de otimização apresenta uma parcela relacionada com o investimento, representada por $c(x)$ e outra relacionada com a operação, representada por $d(y)$. Na figura 3.3 tem-se uma

representação no tempo dos custos envolvidos na expansão da capacidade e na operação do sistema. O ano t_0 serve de base para o cálculo dos valores presentes dos custos de investimento e de operação e os anos t_1 e t_T delimitam o período de tempo considerado. Vale observar que os equipamentos relacionados aos investimentos do estágio t devem estar disponíveis para operação a partir do instante t_t .

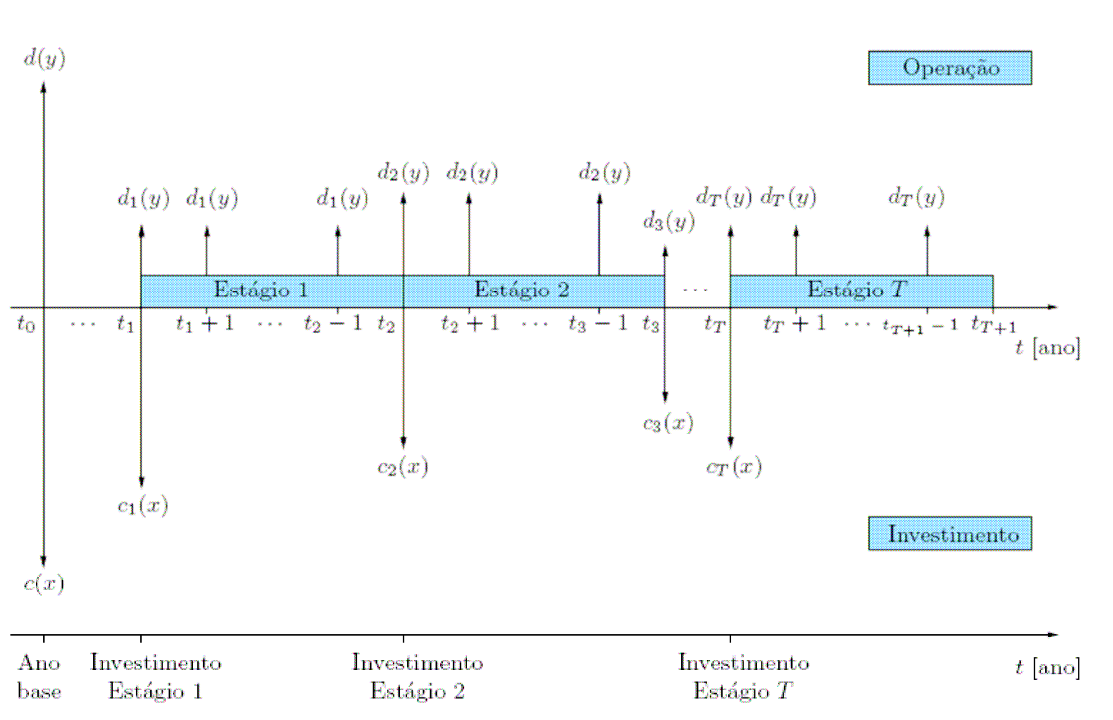


Figura 3.3 – Determinação do valor presente – problema dinâmico.

Para o problema dinâmico, a parte da função objetivo, z , relacionada com o investimento, corresponde ao somatório do valor presente dos recursos necessários para a construção das unidades geradoras, linhas de transmissão e transformadores nos diversos estágios considerados: parcelas $c_1(x)$, $c_2(x)$, \dots , $c_T(x)$ da figura 3.3. A parte de z relacionada com o uso corresponde ao somatório do valor presente dos custos anuais de operação do sistema ao longo de todo o horizonte considerado: parcelas $d_1(y)$, $d_2(y)$, ..., $d_T(y)$ da figura 3.3.

Considerando-se a taxa de desconto anual I , os valores presentes dos custos de investimento e operação no ano base t_0 são dados por:

$$c(x) = (1-I)^{t_1-t_0} c_1(x) + (1-I)^{t_2-t_0} c_2(x) + \dots + (1-I)^{t_T-t_0} c_T(x) \quad (3.26)$$

$$d(y) = \sum_{t=t_1}^{t_2-1} (1-I)^{t-t_0} d_1(y) + \sum_{t=t_2}^{t_3-1} (1-I)^{t-t_0} d_2(y) + \dots + \sum_{t=t_T}^{t_{T+1}-1} (1-I)^{t-t_0} d_T(y) \quad (3.27)$$

Para simplificar a notação, o fator de desconto utilizado para converter em valor presente o custo de investimento do estágio t da expressão (3.26) será representado por δ_{inv}^t e o fator utilizado para converter em valor presente o custo de operação do estágio t da expressão (3.27) será representado δ_{oper}^t . Define-se, assim:

$$c(x) = \delta_{inv}^1 c_1(x) + \delta_{inv}^2 c_2(x) + \dots + \delta_{inv}^T c_T(x) \quad (3.28)$$

$$d(y) = \delta_{oper}^1 d_1(y) + \delta_{oper}^2 d_2(y) + \dots + \delta_{oper}^T d_T(y) \quad (3.29)$$

onde:

$$\delta_{inv}^t = (1-I)^{t-t_0} \quad (3.30)$$

$$\delta_{oper}^t = \sum_{p=t-t_0}^{t_{t+1}-1-t_0} (1-I)^p \quad (3.31)$$

De forma análoga às expressões estáticas, na expressão (3.30), considera-se que o desembolso do investimento será realizado no momento em que o equipamento estiver disponível para o sistema, ou seja, no início do primeiro ano de sua operação. Da mesma forma, em (3.31), as parcelas anuais referentes à operação do sistema são iguais e computadas como se fossem pagas no início de cada ano.

De acordo com o modelo de rede utilizado para representar o sistema de transmissão, o problema do planejamento dinâmico integrado da expansão dos sistemas de geração e de transmissão pode ser formulado de diversas maneiras, como mostrado a seguir.

3.2.1. Modelo de transportes

Quando a rede de transmissão existente e as linhas e transformadores candidatos são representados pelo modelo de transportes, o problema dinâmico do planejamento da expansão assume a seguinte forma:

$$\text{Min } v = \sum_{t=1}^T [\delta_{inv}^t (\sum_{ij} c_{ij} n_{ij}^t + \sum_i C_i N_i^t) + \delta_{oper}^t (\sum_i OC_i^t G_i^t + \sum_j oc_j^t g_j^t + \alpha \sum_k r_k^t)]$$

sujeito a:

$$Sf^t + G^t + g^t + r^t = d^t$$

$$|f_{ij}^t| \leq (\sum_{m=1}^t n_{ij}^m + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij}$$

$$\sum_{m=1}^t N_i^m \underline{G}_i \leq G_i^t \leq \sum_{m=1}^t N_i^m \bar{G}_i$$

$$\underline{g}_j^t \leq g_j^t \leq \bar{g}_j^t$$

$$0 \leq r^t \leq d^t \tag{3.32}$$

$$\underline{n}_{ij}^t \leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}^t$$

$$\underline{N}_i^t \leq N_i^t \leq \bar{N}_i^t$$

$$\sum_{t=1}^T n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}$$

$$\sum_{t=1}^T N_i^t \leq \bar{N}_i$$

n_{ij}^t e N_i^t inteiros

f_{ij}^t irrestrito

$t = 1, 2, \dots, T$

onde:

v é valor presente do custo total de expansão e operação do sistema ao longo de todos os anos que constituem o horizonte de planejamento [\$];

δ_{inv}^t é o fator de desconto para determinar o valor presente do investimento realizado no estágio t - ver Equação 3.30;

n_{ij}^t é o número de linhas adicionadas ao corredor ij no estágio t ;

N_i^t é o número de geradores candidatos i adicionados no estágio t ;

δ_{oper}^t é o fator de desconto alterado para considerar também a duração em anos do estágio t - ver Equação 3.31 [ano];

OC_i^t é o custo de operação do gerador candidato i no estágio t [\$/ano];

G_i^t é a injeção de potência ativa do gerador candidato i no estágio t [pu];

oc_j^t é o custo de operação do gerador já instalado j no estágio t [\$/ano];

g_j^t é a injeção de potência ativa do gerador já instalado j no estágio t [pu];

α é o fator para compatibilizar a unidade de custo com corte de carga [\$/ano];

r_k^t é o corte de carga na barra k no estágio t [pu];

S é a matriz incidência nó-ramo da rede inicial e dos ramos candidatos;

- f^t é o vetor dos fluxos de potência ativa nos ramos no estágio t [pu];
- G^t é o vetor das injeções de potência ativa dos geradores candidatos no estágio t [pu];
- g^t é o vetor das injeções de potência ativa dos geradores já instalados no estágio t [pu];
- r^t é o vetor dos cortes de carga nas barras no estágio t [pu];
- d^t é o vetor das demandas de potência ativa no estágio t [pu];
- f_{ij}^t é o fluxo de potência ativa no ramo ij no estágio t [pu];
- n_{ij}^0 é o número de linhas/transformadores existentes no ramo ij na rede inicial;
- \overline{f}_{ij} é o fluxo máximo de potência ativa no ramo ij [pu];
- \underline{G}_i é a geração mínima do gerador candidato i [pu];
- \overline{G}_i é a geração máxima do gerador candidato i [pu];
- \underline{g}_j^t é a geração mínima do gerador já instalado j no estágio t [pu];
- \overline{g}_j^t é a geração máxima do gerador já instalado j no estágio t [pu];
- \underline{n}_{ij}^t é o número mínimo de linhas que precisam ser adicionadas no corredor ij no estágio t ;
- \overline{n}_{ij}^t é o número máximo de linhas que podem ser adicionadas no corredor ij no estágio t ;
- \underline{N}_i^t é o número mínimo de geradores candidatos i que precisam ser adicionados no estágio t ;

\overline{N}_i^t é o número máximo de geradores candidatos i que podem ser adicionadas no estágio t ,

\overline{n}_{ij} é o número total máximo de linhas que podem ser adicionadas no corredor ij ;

\overline{N}_i é o número total máximo de geradores candidatos i que podem ser adicionados;

T é o número de estágios considerados.

As variáveis de investimento são representadas pelo número de equipamentos de geração, N_i^t , e de transmissão, n_{ij}^t , a serem adicionados nos diversos estágios $t = 1, 2, \dots, T$. As variáveis de operação, relativas ao estágio $t = 1, 2, \dots, T$, são representadas pelas injeções dos geradores candidatos adicionados, G_i^t , e existentes, g_j^t , e pelos fluxos de potência ativa nos ramos, f_{ij}^t . Além disto, uma injeção fictícia adicional, r_k^t , é utilizada para quantificar o custo de não atender parcialmente ou totalmente o valor previsto para sua demanda.

Os limites mínimos \underline{n}_{ij}^t e \underline{N}_i^t são empregados para contemplar as decisões prévias em investimentos que podem não ser ótimos para (3.32) mas que já estão em curso de realização e precisam ser respeitados. Os limites máximos \overline{n}_{ij}^t e \overline{N}_i^t representam restrições relacionadas com a viabilidade da construção no tempo e os limites \overline{n}_{ij} e \overline{N}_i representam os limites naturais sobre a capacidade física.

Do mesmo modo como foi observado em formulações anteriores, o problema assim formulado trata-se de um problema convexo de programação linear inteira mista (PLIM).

3.2.2. Modelo de Fluxo de Carga CC

Quando a rede de transmissão existente e as linhas e transformadores candidatos são representados pelo modelo de rede do fluxo de carga CC, o problema do planejamento dinâmico da expansão assume a seguinte forma:

$$\text{Min } v = \sum_{t=1}^T [\delta_{inv}^t (\sum_{ij} c_{ij} n_{ij}^t + \sum_i C_i N_i^t) + \delta_{oper}^t (\sum_i OC_i^t G_i^t + \sum_j oc_j^t g_j^t + \alpha \sum_k r_k^t)]$$

sujeito a:

$$B^t \theta^t + G^t + g^t + r^t = d^t$$

$$\left(\sum_{m=1}^t n_{ij}^m + n_{ij}^0 \right) |\theta_i^t - \theta_j^t| \leq \left(\sum_{m=1}^t n_{ij}^m + n_{ij}^0 \right) \bar{\phi}_{ij}$$

$$\sum_{m=1}^t N_i^m \underline{G}_i + \leq G_i^t \leq \sum_{m=1}^t N_i^m \bar{G}_i$$

$$\underline{g}_j^t \leq g_j^t \leq \bar{g}_j^t$$

$$0 \leq r^t \leq d^t \tag{3.33}$$

$$\underline{n}_{ij}^t \leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}^t$$

$$\underline{N}_i^t \leq N_i^t \leq \bar{N}_i^t$$

$$\sum_{t=1}^T n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}$$

$$\sum_{t=1}^T N_i^t \leq \bar{N}_i$$

n_{ij}^t e N_i^t inteiros

θ_{ij}^t irrestrito

$t = 1, 2, \dots, T$

onde:

B^t é a matriz de susceptância da rede inicial e dos ramos candidatos no estágio t [pu]:

θ^t é o vetor dos ângulos de fase do fasor tensão nodal no estágio t [radianos];

θ_i^t é o vetor dos ângulos de fase do fasor tensão nodal da barra i no estágio t [radianos].

As variáveis de investimento são representadas pelo número de equipamentos de geração, N_i^t , e de transmissão, n_{ij}^t , a serem adicionados nos diversos estágios $t = 1, 2, \dots, T$. As variáveis de operação, relativas ao estágio $t = 1, 2, \dots, T$, são representadas pelas injeções dos geradores candidatos adicionados, G_i^t , e existentes, g_j^t , e pelos ângulos de fase dos fasores tensão nodal, θ_i^t . A injeção fictícia adicional, r_k^t , é adicionada às barras de carga para quantificar o custo de não atender parcialmente ou totalmente o valor previsto para sua demanda.

Conforme observado para o problema estático, o problema assim formulado é de um problema de programação não-linear inteira mista (PNLIM).

3.2.3. Modelo Híbrido

Quando a rede de transmissão existente é representada através das equações do fluxo de carga CC e as linhas e transformadores candidatos pelo modelo de transportes, o problema do planejamento dinâmico da expansão assume a seguinte forma:

$$\text{Min } v = \sum_{t=1}^T [\delta_{inv}^t (\sum_{ij} c_{ij} n_{ij}^t + \sum_i C_i N_i^t) + \delta_{oper}^t (\sum_i OC_i^t G_i^t + \sum_j oc_j^t g_j^t + \alpha \sum_k r_k^t)]$$

sujeito a:

$$B^0 \theta^t + S_1 f^t + G^t + g^t + r^t = d^t$$

$$|\theta_i^t - \theta_j^t| \leq \bar{\phi}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_0$$

$$|f_{ij}^t| \leq \sum_{m=1}^t n_{ij}^m \bar{f}_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_1$$

$$\sum_{m=1}^t N_i^m \underline{G}_i + \leq G_i^t \leq \sum_{m=1}^t N_i^m \bar{G}_i$$

$$\underline{g}_j^t \leq g_j^t \leq \bar{g}_j^t$$

$$0 \leq r^t \leq d^t \tag{3.34}$$

$$\underline{n}_{ij}^t \leq n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}^t$$

$$\underline{N}_i^t \leq N_i^t \leq \bar{N}_i^t$$

$$\sum_{t=1}^T n_{ij}^t \leq \bar{n}_{ij}$$

$$\sum_{t=1}^T N_i^t \leq \bar{N}_i$$

n_{ij}^t e N_i^t inteiros

θ_{ij}^t e f_{ij}^t irrestritos

$t = 1, 2, \dots, T$

onde:

θ^t é o vetor dos ângulos de fase do fasor tensão nodal no estágio t [radianos];

f^t é o vetor dos fluxos de potência ativa nos ramos candidatos no estágio t [pu];

θ_i^t é o vetor dos ângulos de fase do fasor tensão nodal da barra i no estágio t [radianos].

f_{ij}^t é o fluxo de potência ativa no ramo candidato ij no estágio t [pu].

As variáveis de investimento continuam sendo o número de equipamentos de geração, N_i^t , e de transmissão, n_{ij}^t , a serem adicionados nos diversos estágios $t = 1, 2, \dots, T$. As variáveis de operação, relativas ao estágio $t = 1, 2, \dots, T$, são representadas pelas injeções dos geradores candidatos adicionados, G_i^t , e existentes, g_j^t , pelos ângulos de fase dos fasores tensão nodal das barras que fazem parte da rede inicial, θ_i^t , e pelos fluxos de potência ativa nos ramos da rede candidada, f_{ij}^t . Observar que os ângulos de fase das tensões nodais só são definidos para as barras que fazem parte da rede inicial, $\forall ij \in \Omega_0$. Por outro lado, as variáveis relacionadas com o fluxo de potência ativa nos ramos só são definidas para os ramos candidatos, $\forall ij \in \Omega_1$.

Analogamente ao problema estático, o modelo híbrido assim formulado mantém as características desejáveis do modelo de transportes e constitui um problema de programação linear inteira mista (PLIM).

3.3. A Decomposição de Benders

Como foi apresentado no início deste capítulo, o problema de expansão das capacidades de geração e de transmissão dos sistemas de energia elétrica pode ser representado pelo seguinte problema de Otimização:

$$\text{Min } z = c(x) + d(y)$$

$$\text{Sujeito a:} \tag{3.35}$$

$$A(x) \geq b$$

$$E(x) + F(y) \geq h$$

Neste problema, as variáveis x representam as decisões a respeito das capacidades de geração e de transmissão e as variáveis y representam as decisões a respeito do modo de operação do sistema. $A(x) \geq b$ são as restrições associadas às decisões de investimento e $E(x) + F(y) \geq h$ são as restrições associadas às decisões de operação.

Considerando-se a decomposição natural entre as decisões de investimento e de operação, o problema do planejamento da expansão pode ser representado por um processo de decisão em duas etapas:

- Etapa 1 (Subproblema de Investimento) – Determina-se uma decisão de investimento factível x^* , ou seja, tal que $A(x^*) \geq b$.

- Etapa 2 (Subproblema de Operação) – Utilizando a decisão de investimento x^* , o sistema é operado da forma mais eficiente possível, isto é, minimizando o custo de operação $d(y)$:

$$\text{Min } d(y)$$

Sujeito a: (3.36)

$$F(y) \geq h - E(x^*)$$

Observar que na restrição do problema (3.36) o termo $E(x^*)$ passa para o lado direito, pois é conhecido.

Neste processo de decisão, o objetivo é minimizar a soma dos custos de operação e de investimento, conforme ilustra a Figura 3.4.

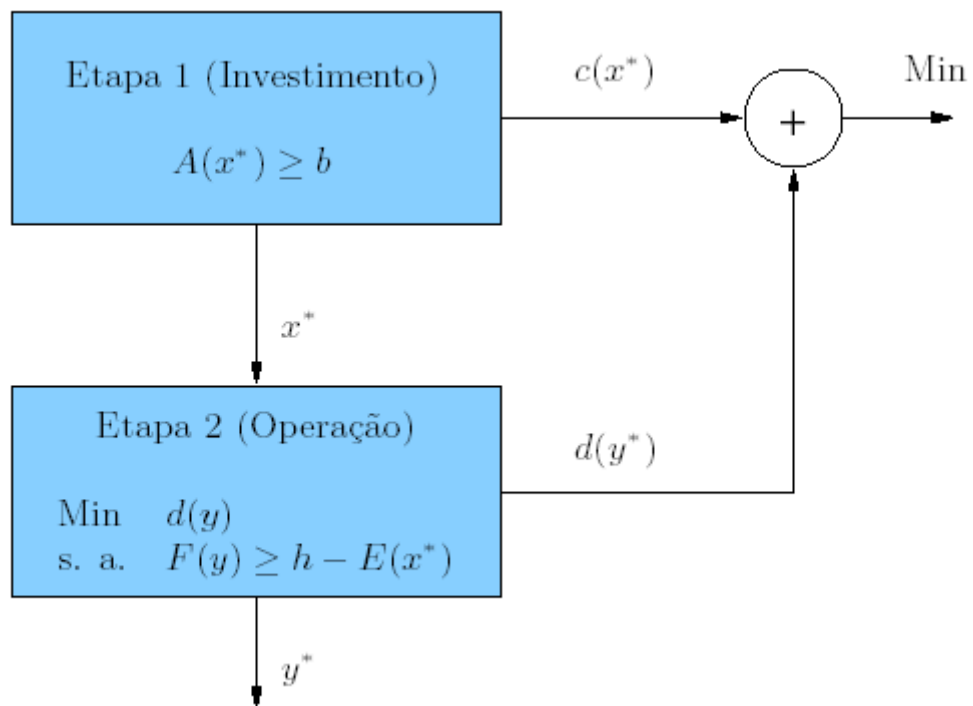


Figura 3.4: Processo de decisão em duas etapas.

A metodologia de decomposição é baseada nas seguintes observações:

- Os custos de operação $d(y^*)$, onde y^* é a solução ótima do problema (3.36), pode ser visto como uma função $\alpha(x)$ da decisão de investimento x , tal que:

$$\alpha(x) = \text{Min } d(y)$$

Sujeito a: (3.37)

$$F(y) \geq h - E(x)$$

- O problema da expansão da capacidade do sistema da equação (3.35), pode ser reescrito em termos das variáveis x da seguinte maneira:

$$\text{Min } z = c(x) + \alpha(x)$$

Sujeito a: (3.38)

$$A(x) \geq b$$

onde a função $\alpha(x)$ é a solução do problema (3.37) para um dado x .

A função $\alpha(x)$ fornece informação sobre as conseqüências das decisões de investimento x em termos de custos de operação. Em outras palavras, o problema da Etapa 2 é mapeado no problema da Etapa 1 através de $\alpha(x)$. Se esta função estivesse disponível, o problema da expansão da capacidade poderia ser resolvido sem uma representação explícita do subproblema de operação. Como isto geralmente não ocorre, a função $\alpha(x)$ precisa ser determinada e o método da decomposição de Benders é utilizado para construí-la, com a precisão requerida, a partir da solução do subproblema de operação, como é mostrado na figura 3.5.

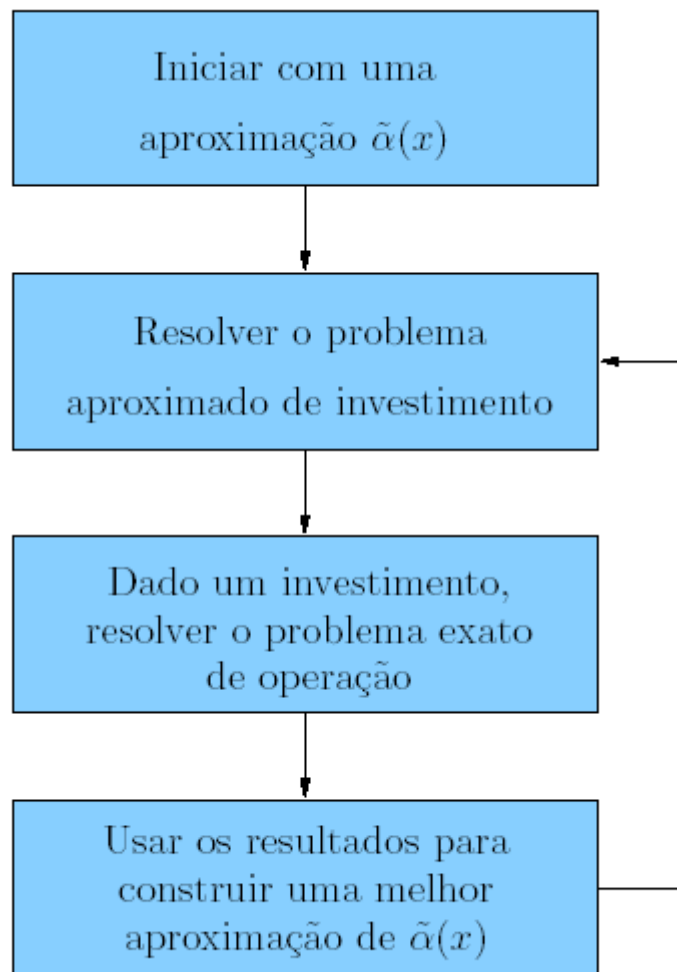


Figura 3.5 – Decomposição de Benders.

No método da decomposição de Benders, os problemas das Etapas 1 e 2 são resolvidos iterativamente da seguinte forma:

1. Iniciar com uma aproximação $\tilde{\alpha}(x)$ que é um limite inferior para $\alpha(x)$.

2. **Etapa 1 – Subproblema de Investimento:** Resolver uma aproximação do problema de expansão da capacidade (3.38):

$$\text{Min } z = c(x) + \tilde{\alpha}(x)$$

Sujeito a:

(3.39)

$$A(x) \geq b$$

3. A solução ótima do problema (3.39) é um limite inferior para o problema geral da expansão da capacidade (3.35):

$$\underline{z} = c(x^*) + \tilde{\alpha}(x^*) \quad (3.40)$$

4. Etapa 2 – Subproblema de Operação: Resolver o problema de operação:

$$\begin{aligned} & \text{Min } d(y) \\ & \text{Sujeito a:} \end{aligned} \quad (3.41)$$

$$F(y) \geq h - E(x^*)$$

onde x^* é a solução do problema (3.39). Observar que o problema (3.41) é escrito somente em termos das variáveis y porque x^* é conhecido.

5. Seja y^* a solução do problema (3.41), então o par (x^*, y^*) é uma solução factível do problema geral de expansão da capacidade (3.35) mas não necessariamente a solução ótima. O valor correspondente da função objetivo :

$$\bar{z} = c(x^*) + d(y^*) \quad (3.42)$$

é, portanto, um limite superior do valor da solução ótima do problema geral de expansão da capacidade (3.35).

6. Se $\bar{z} - \underline{z}$ é menor do que uma dada tolerância, o processo termina e o par (x^*, y^*) é a solução ótima do problema (3.35). Caso contrário, gerar uma nova aproximação $\tilde{\alpha}(x)$ a partir da solução do problema (3.41) — esta aproximação continua sendo um limite inferior para $\alpha(x)$. Retornar para o Passo 2.

Os Passos 1–6 descrevem as linhas gerais do esquema da decomposição de Benders. Deve-se observar que as etapas de investimento (problema (3.39) do Passo 2) e

de operação (problema (3.41) do Passo 4) são resolvidos separadamente, explorando, matematicamente, a decomposição natural entre as decisões de investimento e operação.

Outra característica importante do método da decomposição de Benders é a disponibilidade dos limites inferior e superior da solução ótima a cada iteração. Esses limites podem ser utilizados para um critério efetivo de convergência, como mostrado no Passo 6.

A atualização da aproximação $\tilde{\alpha}(x)$ é realizada a partir dos multiplicadores de Lagrange da solução do problema (4.7). Tais multiplicadores avaliam as mudanças no custo de operação do sistema causadas por variações marginais no plano de investimentos em teste e nas capacidades das linhas e podem ser empregados para produzir uma restrição linear, escrita em termos das variáveis de investimento x . Essas restrições, conhecidas como Cortes de Benders, são incorporadas ao subproblema de investimento, que é modificado e novamente resolvido para determinar um novo plano de investimento para ser testado.

A seguir veremos a aplicação da Decomposição de Benders a um dos modelos apresentados anteriormente.

- Modelo de Transportes em um estágio

Como já apresentado na Seção 3.1.1, quando a rede de transmissão é representada pelo modelo de transportes, o problema do planejamento integrado da expansão é dado pela seguinte expressão:

$$\text{Min } v = \delta_{inv} (\sum_{ij} c_{ij} n_{ij} + \sum_i C_i N_i) + \delta_{oper} (\sum_i OC_i G_i + \sum_j oc_j g_j + \alpha \sum_k r_k)$$

sujeito a:

$$Sf + G + g + r = d$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij} + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij}$$

$$N_i \underline{G}_i \leq G_i \leq N_i \bar{G}_i$$

$$\underline{g}_j \leq g_j \leq \bar{g}_j \tag{3.43}$$

$$0 \leq r \leq d$$

$$\underline{n}_{ij} \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}$$

$$\underline{N}_i \leq N_i \leq \bar{N}_i$$

n_{ij} e N_i inteiros

f_{ij} irrestrito

Nesta formulação, as variáveis de investimento (número de equipamentos de geração, N_i , e de transmissão, n_{ij}) e de operação (fluxos de potência ativa nos ramos, f_{ij} , e injeções dos geradores candidatos adicionados, G_i , e existentes, g_j) são linearmente separáveis e, assim, o planejamento da expansão constitui um problema convexo para o qual a solução ótima pode ser obtida através do emprego da decomposição de Benders.

O processo de decomposição conduz aos seguintes subproblemas:

- Subproblema de operação:

$$\text{Min } w = \delta_{oper} (\sum_i OC_i G_i + \sum_i oc_j g_j + \alpha \sum_k r_k)$$

Sujeito a:

$$Sf + G + g + r = d$$

$$|f_{ij}| \leq (n_{ij}^v + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij} \quad \pi_{ij} \quad (3.44)$$

$$N_i^v \underline{G}_i \leq G_i \leq N_i^v \bar{G}_i \quad \Pi_i$$

$$\underline{g}_j \leq g_j \leq \bar{g}_j$$

$$0 \leq r \leq d$$

f_{ij} irrestrito

- Subproblema de Investimento:

$$\text{Min } v = \delta_{inv} (\sum_{ij} c_{ij} n_{ij} \sum_i C_i N_i) + \beta$$

sujeito a:

$$\sum_{ij} \{ \pi_{ij}^v |f_{ij} (n_{ij} - n_{ij}^v) \} + \sum_i \{ \Pi_i^v \bar{G}_i (N_i - N_i^v) \} + \beta \geq \omega^v$$

$$\beta \geq \underline{w}$$

$$\underline{n}_{ij} \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}$$

$$\underline{N}_i \leq N_i \leq \bar{N}_i$$

n_{ij} e N_i inteiros

onde

β surge como consequência da decomposição;

π_{ij}^v são os multiplicadores de Lagrange das restrições $|f_{ij}| \leq (n_{ij}^v + n_{ij}^0) \bar{f}_{ij}$;

Π_i^v são os multiplicadores de Lagrange das restrições $N_i^v \underline{G}_i \leq G_i \leq N_i^v \bar{G}_i$;

\bar{G}_i e \underline{G}_i são os limites dos geradores candidatos que foram impostos,

$$\bar{G}_i^v = \begin{cases} \bar{G}_i, & \text{se } \Pi_i^v < 0 \\ \underline{G}_i, & \text{se } \Pi_i^v > 0 \end{cases} \quad (3.45)$$

obtidos após a solução do subproblema de operação (3.43), na iteração v do processo. O subproblema de operação da equação (3.43) fornece, para o subproblema de investimento da equação (3.44), as informações necessárias para a definição do novo corte de Benders a ser acrescentado, ou seja, ω^v , π_{ij}^v , Π_i^v . Este subproblema será, posteriormente, informado das decisões de investimento realizadas, ou seja, n_{ij}^v e N_i^v , conforme mostra a figura 3. Na expressão (3.44) a variável $\underline{\omega}$ representa um limitante inferior para ω que pode ser determinado, por exemplo, a partir da solução do subproblema de operação desconsiderando-se o sistema de transmissão de energia e realizando o despacho para um sistema fictício formado por apenas um nó no qual todas as cargas e todos os geradores (existentes e candidatos) estão conectados.

A convergência do processo ocorre quando o valor ω^v ótimo, obtido na solução do subproblema de operação, coincide com o valor β^v , obtido na solução do subproblema de investimento anterior. Neste caso, não será produzido um novo corte de Benders e a solução obtida corresponderá à solução ótima do problema (3.42).

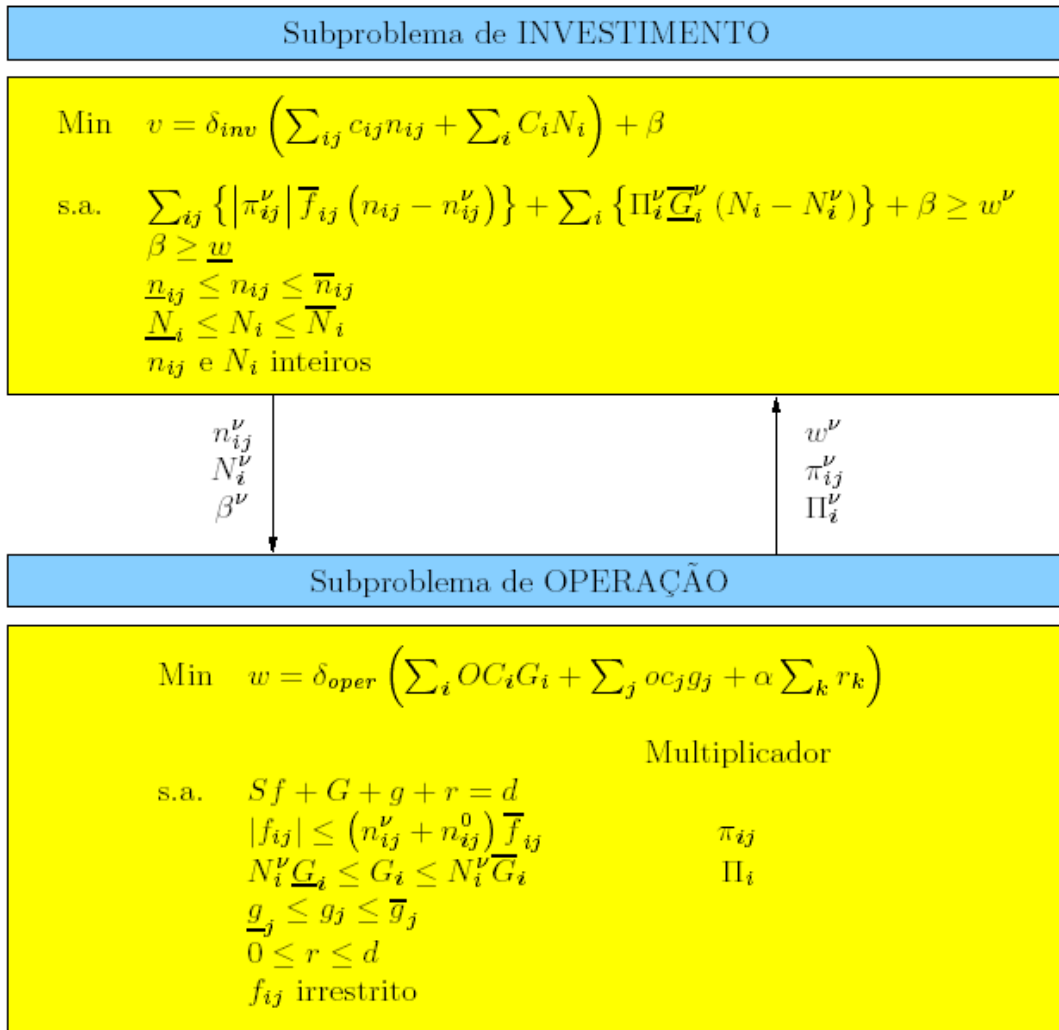


Figura 3.6 – Decomposição de Benders – modelo de transportes em um estágio.

CAPÍTULO 4:

PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO

4.1. Planejamento da Operação de Sistemas térmicos

O modelo apresentado em [3] e representado a seguir, apresenta um modelo de despacho ótimo de um sistema de geração composto somente por usinas termelétricas, onde o objetivo é minimizar os custos de geração.

$$\text{Min } Z = \sum_{j=1}^{NUT} C_j GT_j$$

sujeito a:

$$\sum_{j=1}^{NUT} GT_j = D_t \quad (4.1)$$

$$\underline{GT}_j \leq GT_j \leq \overline{GT}_j$$

$$j = 1, \dots, NUT$$

onde:

π_D é o custo marginal associado à variação do mercado;

π_{GT} é o custo marginal associado à variação da capacidade de geração.

Neste problema, o recurso utilizado para a produção de energia é a capacidade de geração térmica. E pode-se resolvê-lo facilmente despachando as usinas por custo crescente de operação até atender à demanda. Se j^* for o último gerador a ser carregado, o custo marginal associado à variação da demanda é dado por:

$$\pi_D = C_{j^*} \cdot GT_{j^*} \quad (4.2)$$

que indica que a variação marginal da demanda será atendida pelo gerador j^* , cujo custo unitário é $C_{j^*} \cdot GT_{j^*}$. Assim, um usina j produz energia a um custo unitário $C_j \cdot GT_j$ e a vende no mercado *spot* ao preço π_D , que, como foi visto, é igual a $C_{j^*} \cdot GT_{j^*}$.

Pode-se calcular o lucro das usinas a partir do ganho líquido:

$$\pi_{GT} = C_j \cdot GT_j - C_{j^*} \cdot GT_{j^*} \quad \text{para } j = 1, \dots, j^* \quad (4.3)$$

$$\pi_{GT} = 0 \quad \text{para } j = j^* + 1, \dots, NUT$$

Através das equações 4.3 podemos chegar às seguintes conclusões:

- Se houver um aumento na capacidade de um gerador j carregado no despacho econômico (cujo custo $C_j \cdot GT_j$ é menor que $C_{j^*} \cdot GT_{j^*}$), esta capacidade adicional será utilizada para substituir parte da geração j^* . O ganho líquido é, portanto, a diferença entre os custos unitários de geração de ambas unidades.
- Um incremento na capacidade de uma unidade não carregada (custo unitário superior a $C_{j^*} \cdot GT_{j^*}$) não afeta o despacho e, portanto, o custo de operação. Assim, o lucro total de cada térmica será dado por $\pi_{GT} \overline{GT}_j$ para $j = 1, \dots, NUT$.
- No caso da entrada em operação de uma nova usina no sistema que possa substituir toda a geração j^* e que tenha um custo unitário menor que $C_{j^*} \cdot GT_{j^*}$, então o preço da energia π_D pode ser reduzido para $C_{j^*-1} \cdot GT_{j^*-1}$.

4.2. Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos

4.2.1. O problema de longo prazo e médio prazo

O Planejamento da operação energética de médio e longo prazo possui uma natureza essencialmente estocástica, uma vez que não se conhece precisamente as afluições que irão ocorrer a cada estágio.

Em termos matemáticos, resolver o problema de planejamento a longo e médio prazos, significa decidir, ao início de cada estágio, a quantidade de água a ser turbinada que minimize o custo de operação ao longo de todo o período de planejamento. No entanto ocorre que o problema de planejamento é estocástico, sem que se tenha o conhecimento prévio das afluições que ocorrerão no sistema. Sendo assim, uma informação disponível é a distribuição de probabilidades das afluições condicionada às afluições dos estágios anteriores. A partir destas considerações a solução ótima do problema pode ser obtida por Programação Dinâmica Estocástica (PDE). Uma vez utilizado um algoritmo baseado na PDE, este problema pode ser formulado ainda de duas maneiras:

- acaso-decisão, pois dada uma variável aleatória (acaso), por exemplo a afluição, passa-se à definição da melhor operação (decisão); ou seja, supõe-se conhecida a afluição no início do mês e toma-se a decisão para esta afluição, e;
- decisão-acaso, decidindo-se apenas em função da distribuição de probabilidades da afluição do estágio em que se encontra o problema.

A Figura 4.1 ilustra como funciona o algoritmo de recursão da PDE, referente ao modelo de acaso-decisão, relatado anteriormente.

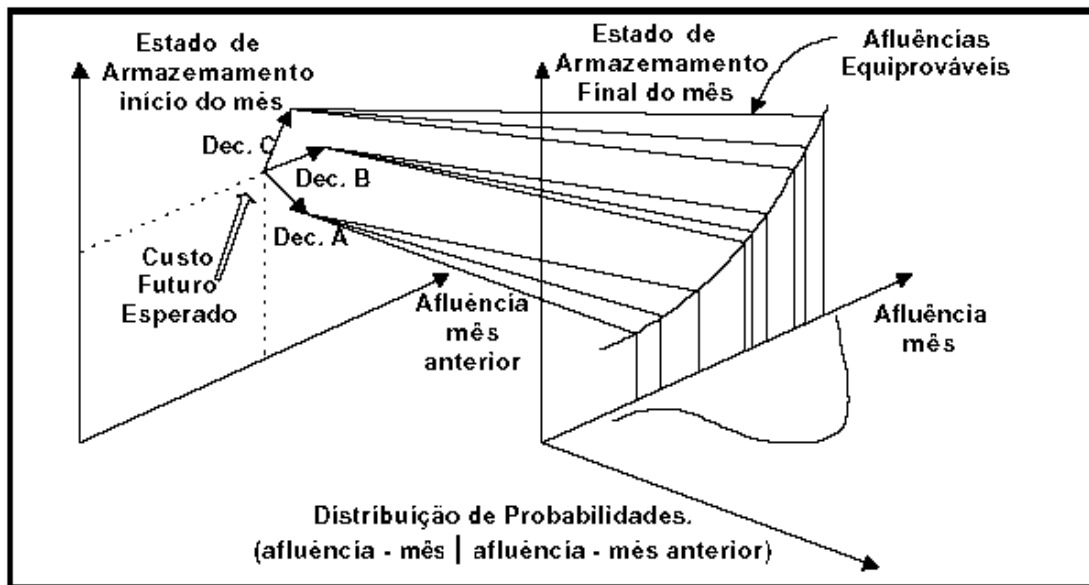


Figura 4.1- Programação Dinâmica Estocástica – Formulação “Acaso – Decisão”.

Pode-se notar que, para um dado estado do sistema no estágio t , composto por $\{x_t, y_{t-1}\}$, cada afluência é estudada separadamente, acarretando a obtenção de diferentes custos de operação para o mesmo estado. O custo a ser atribuído é o valor esperado dos custos relacionados a cada uma dessas decisões. A decisão selecionada, para cada estado, é aquela de menor custo esperado.

Para a formulação do tipo decisão-acaso, cada decisão térmica é testada pela PDE. O cálculo da transição de estados é repetido para diferentes valores de afluência e o valor esperado para o custo de operação é guardado. A decisão térmica que resultar em um mínimo custo será a decisão ótima para o estado. Este procedimento, testado para todos os estados em cada estágio do estudo, é mostrado pela Figura 4.2.

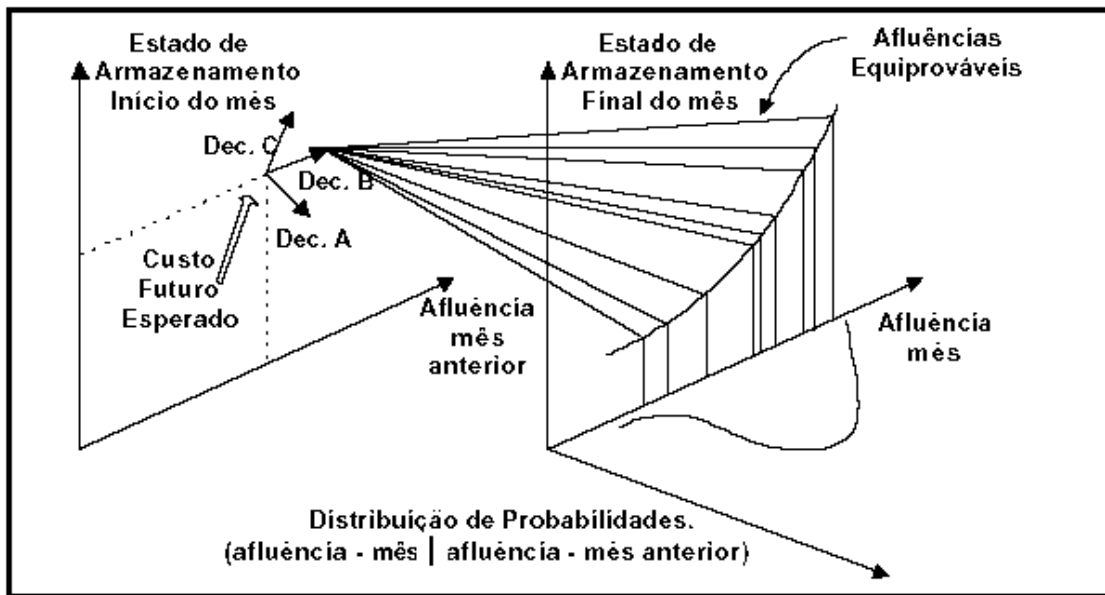


Figura 4.2- Programação Dinâmica Estocástica – Formulação “Decisão – Acaso”.

A formulação referente ao modelo do tipo acaso-decisão, que é utilizada nos estudos de longo prazo do sistema elétrico brasileiro, está apresentada a seguir.

$$\alpha_t(X_t) = E_{y_t|X_t} \left(\text{Min} \left[C_t(U_t) + \frac{1}{\beta} \alpha_{t+1}^*(X_{t+1}) \right] \right) \quad (4.4)$$

sujeito a:

$$X_{t+1} = f_t(X_t, y_t, U_t) \quad (4.5)$$

$$g_{t+1}(X_{t+1}) \geq 0 \quad (4.6)$$

$$h_t(U_t) \geq 0 \quad (4.7)$$

$\forall t = T, T-1, \dots, 1$ e $\forall X_t$

onde:

t é o índice que define o estágio onde se encontra o problema;

X_t é o vetor de variáveis que definem o estado dos sistema em um determinado estágio t ;

y_t é o vetor de afluências incrementais ao sistema durante o estágio t ;

$E_{y_t|X_t}$ é o valor esperado sobre todo o conjunto de valores possíveis de afluências no estágio t , condicionadas pelo estado X , conhecido no início do estágio t ;

U_t é o vetor que engloba as decisões em um determinado estágio t . Para o problema de planejamento, a decisão quantifica os níveis de geração hidráulica e térmica para o estágio t e determina o estado que o sistema se encontrará ao final do mesmo;

T é o total de estágios do horizonte de planejamento;

$C_t(U_t)$ é o custo operativo relacionado com a decisão U_t ;

$\alpha_t(X_t)$ é o valor do custo esperado de operação do estágio t até o final do horizonte do período de planejamento;

$f_t(X_t, y_t, U_t)$ é a equação de transição de estados. Esta equação relaciona X_t com X_{t+1} . Para a operação energética esta equação é a que representa a conservação de água nos reservatórios do sistema, sendo descrita adiante;

β é o valor do fator de atualização monetária;

$g_{t+1}(X_{t+1})$ é o conjunto de restrições relativas ao vetor de estados X_t ;

$h_t(U_t)$ é o conjunto de restrições relativas ao vetor de decisão U_t ;

A função objetivo, representada pela equação (4.4), mostra que o mínimo custo de operação do estágio t é composto pelo menor valor possível da soma dos custos diretos ocorridos no mesmo, $C_t(U_t)$, mais o valor do custo futuro a partir do estágio seguinte, $\alpha_{t+1}^*(X_{t+1})$. O vetor de decisões U_t engloba o turbinamento, u_t , e o vertimento, s_t , das usinas hidrelétricas.

4.2.1.1. Programação Dinâmica Estocástica

A Programação Dinâmica (PD) surgiu em meados da década de cinquenta através dos trabalhos de Bellman, os quais visavam solucionar uma gama de problemas de controle e otimização dinâmica.

A teoria matemática utilizada pela PD, baseada em cálculo de variações, apesar de ser complexa, encontra uma certa facilidade de aplicação, desde que seja possível expressar um problema particular de otimização em termos apropriados, o que nem sempre é uma tarefa trivial.

A PD tem sido aplicada em problemas relacionados à área de sistemas de energia elétrica, tais como:

- despacho econômico de unidades térmicas;
- “unit commitment”;
- planejamento de sistemas hidrotérmicos.

O problema de planejamento da operação energética, conforme mostrado anteriormente, é caracterizado por tomadas de decisões seqüenciais em que a otimalidade de uma decisão atual depende de um conjunto de acontecimentos futuros. Assim, a decisão de manter um reservatório com um determinado armazenamento, através de um volume deplecionado qualquer, poderá ter sido acertada ou não dependendo da seqüência de aflúências que chegará ao reservatório e da estratégia que se utilize para a sua operação.

Um algoritmo adequado para a resolução de um problema deste tipo pode ser obtido da PD. Baseado na PD, o período de estudo é dividido em intervalos, denominados de estágios e através de cálculos recursivos encontra-se, para cada possível situação do sistema (estado), a melhor decisão de acordo com objetivos pré-fixados.

A otimalidade em cada decisão é baseada no “Princípio da Otimalidade de Bellman”, a qual diz que uma política ótima deve ser tal que, independentemente da trajetória descrita para se chegar a um determinado estado, as decisões remanescentes devem constituir uma trajetória ótima para sair daquele estado. Isto, intuitivamente, faz com que o problema deva ser resolvido em sentido contrário, ou seja, que a recursão deve ser realizada no sentido inverso do tempo, abrangendo assim as possíveis seqüências de aflúências em decisões futuras.

No problema de planejamento da operação energética, as decisões se referem ao nível de geração térmica. Supondo que o período de planejamento seja dividido em intervalos mensais e que, para um determinado mês t , o mercado de energia, a configuração do sistema e o volume inicial dos reservatórios, $x_{t,i}$, sejam conhecidos, o

volume ao final do mês (início do próximo mês), $x_{t+1,i}$, e o eventual déficit, D_t , ficam determinados a partir de duas formas:

- admitindo-se a afluência do mês, y_t , conhecida ao início do estágio, e então tomando uma decisão para essa afluência;

- tomando uma decisão térmica ao início do mês, U_t ; sem considerar a afluência do mês;

Observa-se entretanto que esse problema é estocástico, sendo então necessário utilizar um algoritmo que considere esta característica inerente ao problema da operação energética de longo prazo. Para tanto deve-se recorrer à técnica de Programação Dinâmica Estocástica (PDE).

A utilização da PDE na solução do problema de planejamento da operação energética permite que o problema seja formulado de duas maneiras, relacionadas com o tratamento estocástico das afluências.

Na primeira, denominada formulação “acaso-decisão”, para um dado estado ao início do estágio t , admite-se como conhecida, no início do mês, a afluência que irá acontecer. Então o acaso (afluência), ocorre antes que se tome a decisão. Assim, cada afluência é estudada individualmente, resultando em diversas soluções ótimas, com diversos custos de operação para um mesmo estado.

Na segunda, definida como formulação “decisão-acaso”, uma vez que não se admite que a afluência seja conhecida ao início do mês, supondo apenas conhecida a sua distribuição de probabilidades, a decisão térmica é tomada sem o conhecimento prévio da afluência. Assim, para cada estado do problema, em cada estágio, é tomada a decisão térmica que em média seja menos onerosa, considerando as diversas possibilidades de afluências da distribuição.

A grande diferença entre estas duas formulações, no tocante ao algoritmo da PDE, relaciona-se com a aproximação calculada para cada estágio, dos pontos da função de custo futuro, representada pela Equação (4.4).

Na abordagem “acaso-decisão” o custo aproximado a ser atribuído ao estágio é o valor esperado total e atualizado dos custos relacionados com cada uma das afluências. Já no modelo “decisão-acaso”, para cada decisão térmica escolhida, tem-se um valor de custo imediato para cada conjunto de afluências testadas. Estes valores são somados aos respectivos valores de custos futuros esperados, previamente calculados no estágio anterior, calculando assim o custo total atualizado e esperado no início do estágio t associados a cada estado. O custo ótimo a ser atribuído ao estágio, cujo valor constitui um

ponto da função de custo futuro $\alpha_t(X_t)$, é o que se relaciona com a decisão térmica que minimiza o custo futuro total esperado.

Tanto na formulação “acaso-decisão”, quanto na “decisão acaso”, a PDE constrói a função de custo futuro, discretizando o espaço de estados X_t em um conjunto de valores. O processo de obtenção da política ótima pode ser esquematizado, para a formulação “acaso-decisão”, através dos seguintes passos:

- i. *Inicialização de α_{T+1} ;*
- ii. *Repita de $t= T, T-1, \dots, 1$;*
 - Repita para cada estado do sistema;*
 - Repita para cada aluência y_t ;*
 - Faz o balanço de energia;*
 - Calcula o custo de operação associado;*
 - Calcula o valor esperado do custo de operação;*
 - Determina um ponto da função de custo futuro;*

Este algoritmo possui características interessantes: é aplicável a problemas multiestágios, a problemas estocásticos, e permite representar as não-linearidades, etc. A grande desvantagem do algoritmo da PDE é, no entanto, a necessidade da discretização do espaço de estados X_t . Como a estratégia de operação deve ser calculada para todas as combinações possíveis dos níveis dos reservatórios e aflúncias do estágio anterior, o esforço computacional cresce de forma exponencial com o número de variáveis de estado.

Supondo que cada um dos NR níveis dos reservatórios do sistema, $x_{t,i}$ sejam discretizados em ND parcelas, com NR aflúncias do estágio anterior, $y_{t-1,j}$, tem-se ND^{2NR} estados discretizados.

A principal consequência disto é que um algoritmo baseado na PDE torna-se inviável computacionalmente, mesmo para sistemas com poucas usinas hidrelétricas. Por exemplo, arbitrando-se $ND = 20$ discretizações tem-se:

1 reservatório	→	$20^2 = 400$ estados
2 reservatórios	→	$20^4 = 160.000$ estados
3 reservatórios	→	$20^6 = 64.000.000$ estados
4 reservatórios	→	$20^8 = 25.000.000.000$ estados
5 reservatórios	→	$20^{10} = 10.000.000.000.000$ estados

Esta é a chamada maldição da dimensionalidade da PDE. De modo a evitar esta explosão combinatória foram desenvolvidas algumas metodologias a fim de resolver o

problema de planejamento da operação energética com um esforço computacional menor do que o exigido pelo algoritmo da PDE.

A simplificação mais adotada para o planejamento energético de médio e longo prazo é a eliminação da característica de grande porte do problema, agregando-se os vários reservatórios do sistema em um único reservatório equivalente, viabilizando assim o uso da PDE.

Contudo a agregação do sistema em um único reservatório é inadequado face a diversidade hidrológica apresentada entre as regiões em que se encontram os reservatórios. Nesses casos, uma prática comum consiste em adotar uma representação com múltiplos reservatórios equivalentes, cada um representando um subsistema específico. Essa adoção, então torna inviável o uso da PDE como técnica de resolução, pois conforme mostrado anteriormente, sua aplicação é limitada para um único reservatório.

De outra maneira, uma metodologia baseada na PDE, chamada Programação Dinâmica Estocástica Dual (PDED), tornou-se uma alternativa para a solução do problema de planejamento.

A seguir os conceitos de agregação de reservatórios e da PDED são apresentados.

4.2.1.2. Modelo a Sistema Equivalente

Um reservatório equivalente armazena, turbina e lança energia em vez de água. A razão para que seja feita a transformação de água em energia é devida ao fato que uma usina hidrelétrica aproveita a diferença de energia potencial entre dois níveis a fim de produzir eletricidade. Assim, não é suficiente apenas o conhecimento dos volumes de água no reservatório equivalente, uma vez que somente essa informação não define as reais possibilidades de geração do sistema como um todo. Faz-se essencialmente necessário conhecer, por exemplo, a posição relativa das usinas na cascata para calcular a quantidade de água de cada reservatório que pode ser utilizada. A energia armazenada pelo reservatório equivalente a cada estágio representa aproximadamente o armazenamento de energia do sistema hidráulico inteiro.

Seja p_i a potência em MW, gerada pela i -ésima usina hidrelétrica:

$$p_i = c \eta_i q_i h_i \quad (4.8)$$

onde:

h_i é a altura da queda no i -ésimo reservatório, expresso em metros;

η_i é o rendimento total do conjunto turbina/gerador da i -ésima usina;

q_i é a vazão turbinada do i -ésimo reservatório dada em m^3/s ;

c é uma constante de valor $9,81 \times 10^{-5}$, em m/s^2 .

sendo:

$$q_i = -\frac{dx_i}{dt} \quad (4.9)$$

onde:

x_i é o volume do reservatório i . O sinal negativo representa que a variação do estado de x_i (sob afluência nula) é decrescente em relação a vazão turbinada, q_i .

Como potência é a derivada da energia no tempo, $\left(p_i = \frac{dE_i}{dt}\right)$, podemos combinar as equações (4.13) e (4.14) da seguinte forma:

$$dE_i = p_i dt = -c\eta_i h_i dx_i \quad (4.10)$$

Por definição, a energia armazenada no i -ésimo reservatório é a energia gerada ao deplecioná-lo totalmente, sob a hipótese de afluência nula. Com isso temos que a energia armazenada é o resultado da evolução do reservatório de um armazenamento $x_i = x_i^{(0)}$ para o armazenamento final de $x_i = 0$.

Se o reservatório é completamente deplecionado, iniciando de sua armazenagem inicial, $x_i^{(0)}$, a energia produzida pela i -ésima usina pode ser estimada por:

$$E(x_i^{(0)}) = c * \eta_i * h_i^m(x_i^{(0)}) * x_i^{(0)} \quad (4.11)$$

onde:

$h_i^m(x_i^{(0)})$ é a altura de queda média durante o deplecionamento, dado por:

$$h_i^m(x_i^{(0)}) = \frac{1}{x_i^{(0)}} \int_0^{x_i^{(0)}} h_i(\zeta) d\zeta \quad (4.12)$$

Em uma cascata com vários reservatórios, a energia armazenada depende tanto do estado de cada reservatório quanto de sua política de operação realizada para deplecioná-los.

Seja λ um parâmetro global que representa o processo de deplecionamento, de modo que, para $\lambda = 1$ os reservatórios estão com seu nível de armazenamento inicial $x_i^{(0)}$ e para $\lambda = 0$ os reservatórios encontram-se totalmente deplecionados. A política de operação pode ser uma função genérica, $x(\lambda)$, que fornece o nível de armazenamento para um dado momento do reservatório durante o processo de deplecionamento.

Uma vez tendo estabelecida a função $x(\lambda)$, a energia produzida durante o deplecionamento é calculada por:

$$EARM(x^{(0)}) = \sum_{i=1}^{NUH_r} \left\{ \sum_{j \in \Omega_i} c\eta_i \int_0^1 h_j(x_j(\lambda)) \frac{dx_i(\lambda)}{d\lambda} d\lambda \right\} \quad (4.13)$$

onde:

$EARM(x^{(0)})$ é a energia total produzida com o total deplecionamento do sistema considerando o vetor de armazenamento inicial $x^{(0)}$;

NUH_r é o número de usinas do sistema com reservatório;

Ω_i é o conjunto de todas as usinas a jusante do i -ésimo reservatório.

A regra de operação adotada no sistema brasileiro é a operação uniforme. Esta política, para um dado estado inicial de armazenamento, representado pelo vetor $x^{(0)} = [x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_{NUH_r}]$, considera que os reservatórios sejam deplecionados em paralelo. Com isso, os reservatórios mantêm o mesmo percentual de volume armazenado em relação aos seus respectivos volumes iniciais.

Exemplificando, se em um dado instante de tempo o volume armazenado no reservatório 1 for igual a 30% de x_1 , então todos os demais reservatórios estarão com o armazenamento a 30% de seus volumes iniciais.

Considerando esta hipótese, a regra de operação é determinada pela seguinte função linear:

$$x_i(\lambda) = \lambda x_i^{(0)} \quad (4.14)$$

e ainda, como $dx_i(\lambda) = x_i^{(0)} d\lambda$, a energia armazenada no sistema é calculada por:

$$EARM(x^{(0)}) = \sum_{i=1}^{NUH_r} x_i^{(0)} \left\{ \sum_{j \in \Omega_i} c \eta_j h_j^m(x_j^{(0)}) \right\} \quad (4.15)$$

A energia afluyente ao reservatório equivalente representa o valor total em energia das descargas afluentes aos vários reservatórios. O seu cálculo depende, como no caso da energia armazenada, da operação futura dos reservatórios. De forma simplificada, admite-se um conjunto de hipóteses, as quais não estão no escopo deste trabalho. Vale ressaltar apenas que as energias associadas às aflúências com as usinas que possuem reservatório são diferenciadas das usinas sem reservatório, ou fio d'água, visto que nessas a água não pode ser estocada.

O princípio do modelo a reservatório equivalente é baseado no fato que o custo da geração térmica no problema de longo prazo é uma função da geração hidráulica total do sistema, ao invés das gerações individuais de cada usina.

Neste caso, se existir apenas um reservatório equivalente, a minimização do custo esperado de operação pode ser obtida pela recursão da PDE, uma vez que o número de variáveis de estado é reduzido.

A técnica de reservatório equivalente tem razoável eficiência se as usinas com reservatório possuem grande capacidade de regularização e se a região que as mesmas pertencem for hidrologicamente homogênea. A região precisa também ser eletricamente interligada, de modo que a carga possa ser suprida pela geração de qualquer usina hidrelétrica, sem haver congestionamento.

Pode-se identificar alguns aspectos que limitam o uso do reservatório equivalente. A agregação não permite que se representem as características operativas individuais das usinas e o acoplamento hidráulico entre elas. Isto é fundamental para a representação correta dos turbinamentos máximos, perdas por altura de queda, altura do canal de fuga e a

diversidade hidrológica entre as subbacias. Todas estas simplificações fazem com que o sistema fique subestimado quanto a sua capacidade de geração hidráulica.

Atualmente, no sistema brasileiro, o modelo a sistema equivalente é utilizado para o planejamento energético de longo prazo, permitindo assim uso de técnicas fundamentadas em PDE. A EPE (Empresa de Pesquisa Energética) tem utilizado o modelo NEWAVE, que faz uso dos conceitos de reservatório equivalente e Programação Dinâmica Estocástica Dual (PDED).

Para o caso de um único reservatório equivalente o problema é formulado, de acordo com o modelo “acaso-decisão” descrito anteriormente, por:

$$\alpha_t(X_t) = \text{Min} \left[\left\{ \sum_{j=1}^{NUT} CT_j * GT_{t,j} + CD * D_t \right\} + \frac{1}{\beta} \alpha_{t+1}^*(X_{t+1}) \right] \quad (4.16)$$

sujeito a:

$$EARM_{t+1} + GH_t + V_t = EARM_t + EC_t - EVMIN_t - EVP_t \quad (4.17)$$

$$GH_t + \sum_{j=1}^{NUT} GT_{t,j} + D_t = M_t - EFIO_t - EVMIN_t \quad (4.18)$$

$$EARM_{t+1} \leq \overline{EARM}_{t+1} \quad (4.19)$$

$$GH_t + EFIO_t + EVMIN_t \leq \overline{GH}_t \quad (4.20)$$

$$GT_{t,j} \leq \overline{GT}_{t,j} \quad (4.21)$$

onde:

$EARM_{t+1}$ é a energia armazenada pelo reservatório equivalente no final do estágio t . Representa a capacidade máxima de armazenamento do conjunto de reservatórios do sistema e é estimada pela energia produzida pelo esvaziamento completo dos reservatórios do sistema;

EC_t é a energia controlável do sistema. É obtida no estágio t a partir da afluência natural a cada reservatório multiplicada pela sua produtividade média equivalente somada às produtibilidades das usinas fio d'água a jusante até o próximo reservatório, exclusive;

$EFIO_t$ é a energia, durante o estágio t , correspondente às afluências incrementais às usinas a fio d'água e conseqüentemente não passíveis de armazenamento. A determinação da afluência incremental é feita em cada usina a partir de sua afluência natural, da qual são descontadas as afluências naturais às usinas de reservatório imediatamente a montante. A energia é calculada respeitando-se o limite da capacidade de turbinamento de cada usina;

GH_t é o total de energia produzida pelo reservatório equivalente durante o estágio t ;

V_t é a energia vertida pelo reservatório equivalente durante o estágio t ;

$EVMIN_t$ é a energia de vazão mínima do reservatório equivalente durante o estágio t . Esta energia corresponde ao desentoque de água dos reservatórios necessário para atender a restrição de vazão mínima;

EVP_t é a energia perdida pela evaporação das águas nos reservatórios. Seu cálculo é feito com base na área correspondente à altura de queda média, devendo ser corrigido para outras alturas.

As demais variáveis não definidas são idênticas àquelas apresentadas na formulação do problema de longo prazo, descrita anteriormente neste mesmo capítulo.

Em determinadas situações a agregação em um único reservatório não é suficiente, pois existe a necessidade de se representar os vários subsistemas e intercâmbios que compõem um determinado sistema. Nesses casos, a aplicação da PDE fica inviável, uma vez que existe o problema da maldição da dimensionalidade. Para contornar este problema faz-se o uso da Programação Dinâmica Estocástica Dual (PDED), pois esta torna possível a otimização estocástica de múltiplos reservatórios, tratando a PDE de forma analítica. Essa técnica é descrita a seguir.

4.2.1.3. Programação Dinâmica Estocástica Dual

Com o objetivo principal de evitar a explosão combinatória promovido por um algoritmo baseado em PDE, foram desenvolvidas várias metodologias capazes de aproximar a solução do problema. A PDED é uma destas e se baseia na construção

analítica da função de custo futuro utilizando para isto o “Princípio de Decomposição de Benders”. Inicialmente é apresentada a versão determinística da PDED: a Programação Dinâmica Dual Determinística (PDDD). Em seguida é feita a extensão para o caso estocástico.

- **Programação Dinâmica Dual Determinística**

A teoria de PDDD pode ser apresentada sob a forma de um problema de programação linear de dois estágios aplicado ao problema de planejamento da operação energética. Considerando conhecida a afluência em um estágio qualquer, este problema fica com a seguinte estrutura:

$$f = \text{Min } c_1 z_1 + c_2 z_2$$

sujeito a:

$$A_1 z_1 \geq b_1 \tag{4.22}$$

$$E_1 z_1 + A_2 z_2 \geq b_2$$

O problema (4.22) pode ser interpretado como um processo de tomada de decisão seqüencial de dois estágios:

1º Estágio → Escolhe-se uma decisão viável z_1^* , tal que $A_1 z_1^* \geq b_1$;

2º Estágio → Dado z_1^* , resolve-se o problema de otimização do segundo estágio:

$$\text{Min } c_2 z_2$$

Sujeito a: (4.23)

$$A_2 z_2 \geq b_2 - E_1 z_1^*$$

onde:

z_1^* por ser conhecido, passa para o lado direito do conjunto de restrições do Problema (4.23).

Os vetores z_1 e z_2 representam os volumes finais dos reservatórios, as vazões turbinadas, os vertimentos, as gerações termelétricas, etc., para o primeiro e segundo estágios respectivamente. O objetivo do problema é minimizar o custo total de operação composto por $c_1z_1 + c_2z_2$.

Assim conhecida a solução do segundo estágio, o Problema (4.23) pode ser reescrito, com o problema do primeiro estágio sendo definido por:

$$\text{Min } c_1z_1 + \alpha_2(z_1)$$

sujeito a: (4.24)

$$A_1z_1 \geq b_1$$

O valor de x_1z_1 é o custo imediato associado ao primeiro estágio. A função $\alpha_2(z_1)$ representa o custo futuro da decisão z_1 qualquer, sendo definida por:

$$\alpha_2(z_1) = \text{Min } c_2x_2$$

sujeito a: (4.25)

$$A_2z_2 \geq b_2 - E_1z_1$$

O “Princípio da Decomposição de Benders” é uma técnica que permite construir, iterativamente, aproximações para a função $\alpha_2(z_1)$, baseada na solução do problema do segundo estágio. A função $\alpha_2(z_1)$ pode ser caracterizada a partir do problema dual do 2º estágio. Considerando que há um problema dual associado a qualquer problema de programação linear, tem-se que o dual do Problema (4.25) pode ser representado da seguinte maneira:

$$\alpha_2(z_1) = \text{Max } \pi_2 (b_2 - E_1z_1)$$

sujeito a: (4.26)

$$\pi_2 A_2 \leq c_2$$

onde:

π_2 representa o vetor com as variáveis duais associadas ao problema do 2º estágio.

O conjunto de restrições do Problema (4.26) define uma região viável, que por sua vez é independente da decisão tomada no 1º estágio, z_1 . Esta região é um poliedro convexo formado pelos pontos extremos $\pi_2 = [\pi_2^1, \pi_2^2, \dots, \pi_2^p]$. Estes pontos representam as soluções básicas viáveis para o problema, o qual pode ser resolvido por enumeração:

$$\text{Max } \pi_2^i (b_2 - E_1 z_1) \tag{4.27}$$

$$\pi_2^i \in \pi_2$$

O problema (4.27) pode ser reescrito da seguinte maneira:

$$\alpha_2(z_1) = \text{Min } \alpha_2$$

sujeito a:

$$\alpha_2 \geq \pi_2^1 (b_2 - E_1 z_1)$$

$$\alpha_2 \geq \pi_2^2 (b_2 - E_1 z_1)$$

. . .

(4.28)

. . .

. . .

$$\alpha_2 \geq \pi_2^p (b_2 - E_1 z_1)$$

sendo α_2 uma variável escalar.

Como α_2 é maior ou igual a cada $\pi_2^i(b_2 - E_1 z_1)$, $i=1, \dots, p$, e sendo um problema de minimização, tem-se que pelo menos uma restrição estará ativa na solução ótima do problema (4.28). Portanto, este problema possui solução ótima idêntica ao do problema (4.27), e conseqüentemente, igual à solução ótima do problema (4.26).

Com isso, conclui-se que as restrições $\alpha_2 \geq \pi_2^i(b_2 - E_1 z_1)$ do problema (4.28) definem a função custo futuro, $\alpha_2(z_1)$, originária do problema (4.25). Este problema pode então ser reescrito como:

$$\overline{\alpha}_1 = \text{Min } c_1 z_1 + \alpha_2(z_1)$$

Sujeito a:

$$A_1 z_1 \geq b_1$$

$$\alpha_2(z_1) \geq \pi_2^1(b_2 - E_1 z_1)$$

$$\alpha_2(z_1) \geq \pi_2^2(b_2 - E_1 z_1)$$

· · ·

(4.29)

· · ·

· · ·

$$\alpha_2(z_1) \geq \pi_2^p(b_2 - E_1 z_1)$$

Pode-se observar que $\alpha_2(z_1)$ corresponde ao valor de uma função convexa definida pelas restrições lineares $\pi_2^i(b_2 - E_1 z_1)$, e $\pi_2 = [\pi_2^1, \pi_2^2, \dots, \pi_2^p]$ é o conjunto que define os coeficientes dos hiperplanos suporte, conforme mostra a figura 4.3.

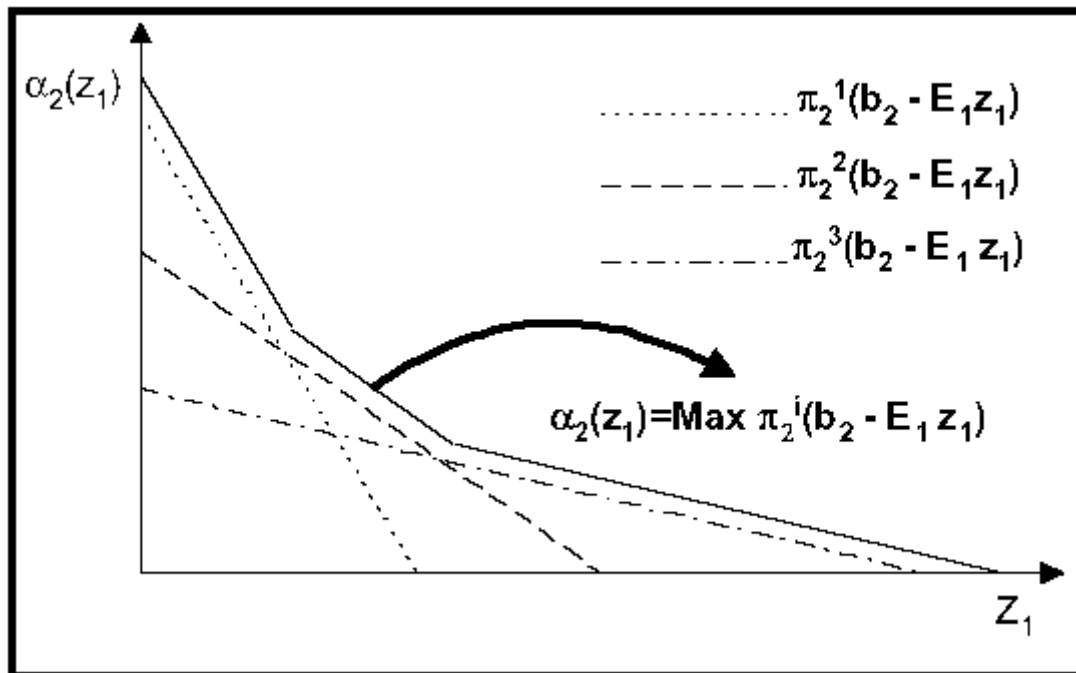


Figura 4.3 – Interpretação Geométrica da Função de custo futuro.

Logo, o Problema (4.27) poder ser escrito somente em função das variáveis do problema de 1º estágio e mais a variável escalar $\alpha_2(z_1)$, conforme mostrado na Equação (4.19).

Embora o conjunto de restrições $\pi_2^i(b_2 - E_1 z_1) - \alpha_2(z_1)$, $i = 1, \dots, p$ seja de grande dimensão, apenas algumas delas estarão ativas na solução ótima do problema. Para manusear esta consideração, podem ser aplicadas técnicas de relaxação, com base no algoritmo de “Decomposição de Benders”. Com isso, é possível construir a função $\alpha_2(z_1)$, iterativamente, com o grau de precisão desejado.

Deve-se observar, ainda, que existe uma diferença entre a programação dinâmica convencional e a sua versão dual no tocante à construção da função de custo futuro, mostrada pela Figura 4.3. Na programação dinâmica convencional, o eixo representado pela variável z_1 , seria discretizado em p pontos, para os quais seriam calculados p custos futuros $[\alpha_2(z_1^1), \alpha_2(z_1^2), \dots, \alpha_2(z_1^p)]$, os quais são passados para o estágio anterior como informação.

Para a programação dinâmica dual, ao invés disto, resolve-se o Problema (4.26) para um dado z_1^* , obtendo-se como a solução ótima $\alpha_2(z_1^*) = \omega_2$, juntamente com o vetor de multiplicadores simplex associados, π_2^* . Assim, escolhem-se tantos valores de z_1 quanto for a precisão desejada para a construção da curva de custo futuro.

O vetor π_2^* é um vértice da região viável destas restrições, podendo ser usado para formar uma nova restrição do tipo $\pi_2^*(b_2 - E_1 z_1) - \alpha_2(z_1) \leq 0$, denominada de “Corte de Benders”. Essa restrição é adicionada, como informação, ao estágio anterior.

Devido à convexidade do problema, a solução do problema primal é a mesma que a do problema dual. Com isso pode-se considerar a seguinte relação:

$$\omega_2^* = \pi_2^*(b_2 - E_1 z_1^*) \quad (4.30)$$

Colocando $(\pi_2^* b_2)$ em evidência, obtém-se:

$$\pi_2^* b_2 = \omega_2^* + \pi_2^* E_1 z_1^* \quad (4.31)$$

Substituindo na expressão $\pi_2^*(b_2 - E_1 z_1) - \alpha_2(z_1) \leq 0$, de forma a ficar independente de b_2 , cria-se uma restrição resultante, que a seguir é transferida ao problema do primeiro estágio:

$$\alpha_2(z_1) + \pi_2^* E_1 z_1 \geq \omega_2^* + \pi_2^* E_1 z_1^* \quad (4.32)$$

A grande vantagem deste processo é que não há necessidade da discretização do espaço de estados. A cada iteração, uma nova aproximação da função de custo futuro é gerada em torno do ponto obtido a partir da solução do problema do 1º estágio z_1^* .

Quanto à escolha dos z_1^* , tem-se um processo baseado em iterações que consistem na seleção de uma série de recursões diretas, denominada *forward*, e inversas, *backward*, para todo o período de estudo como será visto a seguir.

A programação dinâmica dual é facilmente aplicada à problemas multi-estágios. Considerando que um problema possua T estágios, e sendo k o contador de iterações, inicialmente resolve-se uma seqüência de problemas, percorrendo desde o estágio 1 até o estágio $T-1$. De cada problema, armazena-se o valor ótimo das variáveis, z_1^{*k} , e o custo imediato associado de cada estágio, $c_1 z_1^{*k}$. Esta etapa do algoritmo é denominada de processo *forward*.

Ao chegar no último estágio, começa-se a recursão inversa, denominada processo *backward*, do estágio T até o estágio 2. Para cada estágio t , obtém-se da formulação dual

os valores de ω_t^{*k} e π_t^{*k} , que em conjunção com o vetor z_{t-1}^{*k} , calculados no processo *forward*, montam a seguinte restrição:

$$\alpha_t(z_{t-1}) + \pi_t^{*k} E_{t-1} z_{t-1} \geq \omega_t^{*k} + \pi_t^{*k} E_{t-1} z_{t-1}^{*k} \quad (4.33)$$

Esta restrição (“Corte de Benders”) é então passada para o estágio anterior.

Para cada nova iteração, uma nova restrição adicional é acrescentada para o estágio anterior. Pode-se notar que, o processo iterativo termina quando, a cada estágio t , o custo previsto no estágio $t-1$ para o estágio t , iguala-se ao custo efetivo do estágio t , ω_t^{*k} .

Com isso tem-se que o custo total do primeiro estágio, ω_1^* iguala-se ao valor da soma composta por $c_1 z_1^* + c_2 z_2^* + \dots + c_T z_T^*$. Ou seja, a soma dos custos efetivos de todos os estágios em uma iteração define o limite superior do problema, sendo que o limite inferior é obtido no primeiro estágio, ω_1^* . O processo converge rapidamente, à medida que em cada iteração cada estágio t utiliza um novo valor z_{t-1}^{*k} mais próximo da trajetória ótima.

A seguir é apresentado o algoritmo de solução da PDDD aplicada a problemas multi-estágios.

- 1º Faça: $K = 0$; limite superior $z_upper = +\infty$; limite inferior $z_lower = 0$; aproximação inicial da função de custo futuro $\alpha_{t+1}(z_t) = 0 \quad \forall t$; valor do estado inicial do problema igual a z_0^* ;
- 2º Repita para $t = 1, 2, \dots, T$

Resolva o seguinte problema de otimização:

$$\omega_t = \text{Min } c_t z_t + \alpha_{t+1}(z_t)$$

sujeito a:

$$A_t z_t \geq b_t - E_{t-1} z_{t-1}^*$$

Armazene os valores de z_t^* e ω_t^* ;

- 3º Sendo ω_1^* definido como o limite inferior do problema e

$Min \{z_upper^K ; c_1 z_1^* + c_2 z_2^* + \dots + c_T z_T^*\}$ o limite superior, faça o seguinte teste de convergência:

Se o limite inferior é aproximadamente igual ao limite superior, então pare;

Caso não se verifique a convergência, ir para o 4º passo;

4º Repita para $t = T, T-1, \dots, 2$

Usando o ponto z_{t-1}^* obtido na recursão direta (2º passo), resolva:

$$\omega_t = Min c_t z_t + \alpha_{t+1}(z_t)$$

sujeito a:

$$A_t z_t \geq b_t - E_{t-1} z_{t-1}^*$$

$$\alpha_{t+1}(z_t) + \pi_{t+1}^{*k} E_t z_t \geq \omega_{t+1}^{*k} + \pi_{t+1}^{*k} E_t z_t^* \quad k = 1, \dots, K$$

onde:

π_t^{*k} representa a derivada do custo futuro do estágio t , em função de z_{t-1} , no ponto z_{t-1}^* durante a k -ésima iteração.

5º Vá para (2º), acrescentando as restrições obtidas na recursão inversa (4º), fazendo para isto $K = K+1$.

O algoritmo da programação dinâmica dual apresentado, encontra-se em sua forma determinística. Acontece que no problema do planejamento da operação energética, as afluências futuras não podem ser previamente determinadas, causando a necessidade de aplicação da programação dinâmica dual na sua versão estocástica.

Esta tarefa é facilitada, pois uma característica importante do algoritmo de Programação Dinâmica Dual é a capacidade de representar problemas de otimização com natureza estocástica.

- **Caso Estocástico Com Eventos Independentes**

A PDED é uma extensão do algoritmo da Programação Dinâmica Dual para problemas de otimização estocástica. Isso pode ser visto, de forma introdutória, a partir de um problema de programação linear de dois estágios, em que o vetor b do Problema (4.22) possa assumir os m valores, b_1, b_2, \dots, b_m , com respectivas probabilidades, p_1, p_2, \dots, p_m e ($p_1 + p_2 + \dots + p_m = 1$).

Assumiremos ainda a hipótese de que, as afluências em um estágio qualquer não dependem das afluências dos estágios anteriores. Com isto, os vetores $\{b_t ; t = 1, 2, \dots, T\}$ são variáveis aleatórias independentes, tornando assim o espaço de estados do sistema composto apenas pelos níveis de armazenamento dos reservatórios do sistema.

Feito isso, o problema consiste em determinar a estratégia que minimiza o valor esperado para os dois estágios:

$$f = \text{Min } c_1 z_1 + p_1 c_2 z_{22} + \dots + p_m c_2 z_{2m}$$

sujeito a:

$$A_1 z_1 \geq b_1$$

$$E_1 z_1 + A_2 z_{21} \geq b_{21}$$

$$E_1 z_1 + A_2 z_{22} \geq b_{22} \tag{4.34}$$

· · ·

· · ·

· · ·

$$E_1 z_1 + A_2 z_{2m} \geq b_{2m}$$

O problema (4.34) corresponde ao seguinte processo de decisão:

1º Estágio: Determinar uma solução viável z_1^* , tal que $A_1 z_1^* \geq b_1$;

2º Estágio: Encontrar um vetor $(z_{21}^*, z_{22}^*, \dots, z_{2m}^*)$, que é solução do problema :

$$\text{Min } p_1 c_2 z_{21} + p_2 c_2 z_{22} + \dots + p_m c_2 z_{2m}$$

Sujeito a:

$$A_2 z_{21} \geq b_{21} - E_1 z_1^*$$

$$A_2 z_{22} \geq b_{22} - E_1 z_1^* \tag{4.35}$$

$$\begin{matrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix}$$

O problema (4.35) pode também ser decomposto em m subproblemas de otimização independentes:

$$\text{Min } p_1 c_2 z_{21}$$

sujeito a: (4.36)

$$A_2 z_{21} \geq b_{21} - E_1 z_1^*$$

$$\text{Min } p_2 c_2 z_{22}$$

sujeito a: (4.37)

$$A_2 z_{22} \geq b_{22} - E_1 z_1^*$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\text{Min } p_m c_2 z_{2m}$$

sujeito a: (4.38)

$$A_2 z_{2m} \geq b_{2m} - E_1 z_1^*$$

Onde as soluções dos problemas (4.36) a (4.38) são ponderadas pelas respectivas probabilidades p_1, p_2, \dots, p_m .

Cada problema do segundo estágio é função da decisão z_1 do problema do primeiro estágio. Portanto, o problema (4.36) pode ser reescrito como:

$$\text{Min } c_1 z_1 + \bar{\alpha}_2(z_1)$$

Sujeito a: (4.39)

$$A_1 z_1 \geq b_1$$

Aqui tem-se que $c_1 z_1$ representa o custo imediato e $\bar{\alpha}_2(z_1)$ representa o valor esperado do custo futuro e das soluções dos subproblemas representados pelas equações (4.31) a (4.33).

A função $\bar{\alpha}_2(z_1)$ é um poliedro convexo que pode ser construído a partir do valor esperado dos multiplicadores simplex associados a cada subproblema.

Considerando $[\pi_2^1, \pi_2^2, \dots, \pi_2^p]$ os vetores de multiplicadores simplex associados às restrições dos problemas (4.36) a (4.38), e $[\omega_2^1, \omega_2^2, \dots, \omega_2^p]$ os valores das soluções ótimas correspondentes, o corte de Benders associado ao problema (4.39) é:

$$\rho_1 \pi_2^1 (b_{21} - E_1 z_1) + \dots + \rho_m \pi_2^m (b_{2m} - E_1 z_1) \leq \bar{\alpha}_2(z_1) \quad (4.40)$$

Ou alternativamente, eliminando-se o vetor b :

$$\rho_1 (\omega_2^1 + \pi_2^1 E_1(z_1^* - z_1)) + \dots + \rho_m (\omega_2^m + \pi_2^m E_1(z_1^* - z_1)) \leq \bar{\alpha}_2(z_1) \quad (4.41)$$

Agrupando tem-se:

$$\bar{\omega}_2^* + \bar{\pi}_2^* E_1(z_1^* - z_1) \leq \bar{\alpha}_2(z_1) \quad (4.42)$$

$$\bar{\omega}_2^* = \rho_1 \omega_2^1 + \rho_2 \omega_2^2 + \dots + \rho_m \omega_2^m \quad (4.43)$$

$$\bar{\pi}_2^* = \rho_1 \pi_2^1 + \rho_2 \pi_2^2 + \dots + \rho_m \pi_2^m \quad (4.44)$$

Trabalhando a Equação (4.42), a fim de colocar as variáveis para o lado esquerdo da equação, tem-se a expressão definitiva do “Corte de Benders” que é remetido como informação ao primeiro estágio:

$$\bar{\alpha}_2(z_1) + \bar{\pi}_2^* E_1 z_1 \geq \bar{\omega}_2^* + \bar{\pi}_2^* E_1 z_1 \quad (4.45)$$

A aplicação do algoritmo da PDED para problemas multi-estágios é imediata, sendo que todos os passos obtidos para o caso determinístico são válidos também para o caso estocástico. Entretanto, algumas considerações devem ser feitas para este último caso.

É fácil notar que para o caso em que cada estágio t há m possíveis cenários de aflúências, a evolução do sistema de reservatórios apresenta um estrutura em “árvore”, conforme ilustrado na Figura 4.4.

Nota-se então que existe uma explosão no número de estados apresentado pelo problema da operação energética, composto por todo o horizonte de estudo.

Considerando um problema com T estágios e possuindo m possibilidades de aflúências, de acordo com a formulação apresentada para a PDED anteriormente, que podem vir a ocorrer na transição de t para $t+1$, tem-se um espaço amostral composto por

m^T estados possíveis a serem calculados. Supondo um horizonte de planejamento de 5 anos com discretização mensal ($T=60$), e ainda “apenas” 10 possibilidades de afluência em cada estágio, tem-se 10^{60} estados a serem calculados, cada um, representando um problema de otimização. Felizmente, não é necessário simular todo esse espaço amostral, bastando utilizar uma amostra suficientemente grande de seqüências, a fim de estimar a solução ótima com precisão aceitável e razoável esforço computacional. Através disto evita-se a explosão combinatória mostrada pela Figura 4.4.

Essa estimativa é feita simulando-se no processo *forward* uma amostra de cenários $\{b_{t,s}\}; s = 1, \dots, S$, a fim de calcular os pontos $\{z_{t,s}^*\}; s = 1, \dots, S$, para os quais será feita a aproximação para a função de custo futuro, $\bar{\alpha}_{t+1}(zt)$, na etapa inversa. A cada estágio t e para um cenário hidrológico s resolve-se um subproblema de operação que minimiza os custos de operação desse estágio mais o valor aproximado para o custo de operação do estágio $t+1$ até o final do horizonte de planejamento. Os pontos $\{z_{t,s}^*\}; s = 1, \dots, S$ representam os volumes finais das usinas hidrelétricas no estágio t e seqüência s .

No processo *backward*, a cada estágio t , é feito o cálculo dos valores esperados do custos futuros e custos marginais $\{\omega_t^* e \pi_t^*. t = T, T-1, \dots, 2\}$, para m realizações (afluências) prováveis, calculados em torno do ponto $\{z_{t-1,s}^*\}; s = 1, \dots, S$ definidos na recursão direta. Observe-se que, em cada estágio monta-se uma restrição conforme a Equação (4.50) que, equivalentemente à sua versão determinística, torna o problema mais restrito. Vale salientar neste ponto que, apesar de cada restrição ser construída a partir de uma determinada seqüência durante o estágio t , ela é aplicável a qualquer seqüência do estágio $t-1$. Isso faz com que, grande quantidade de informação seja transferida a cada problema de otimização, acelerando assim seu processo de convergência.

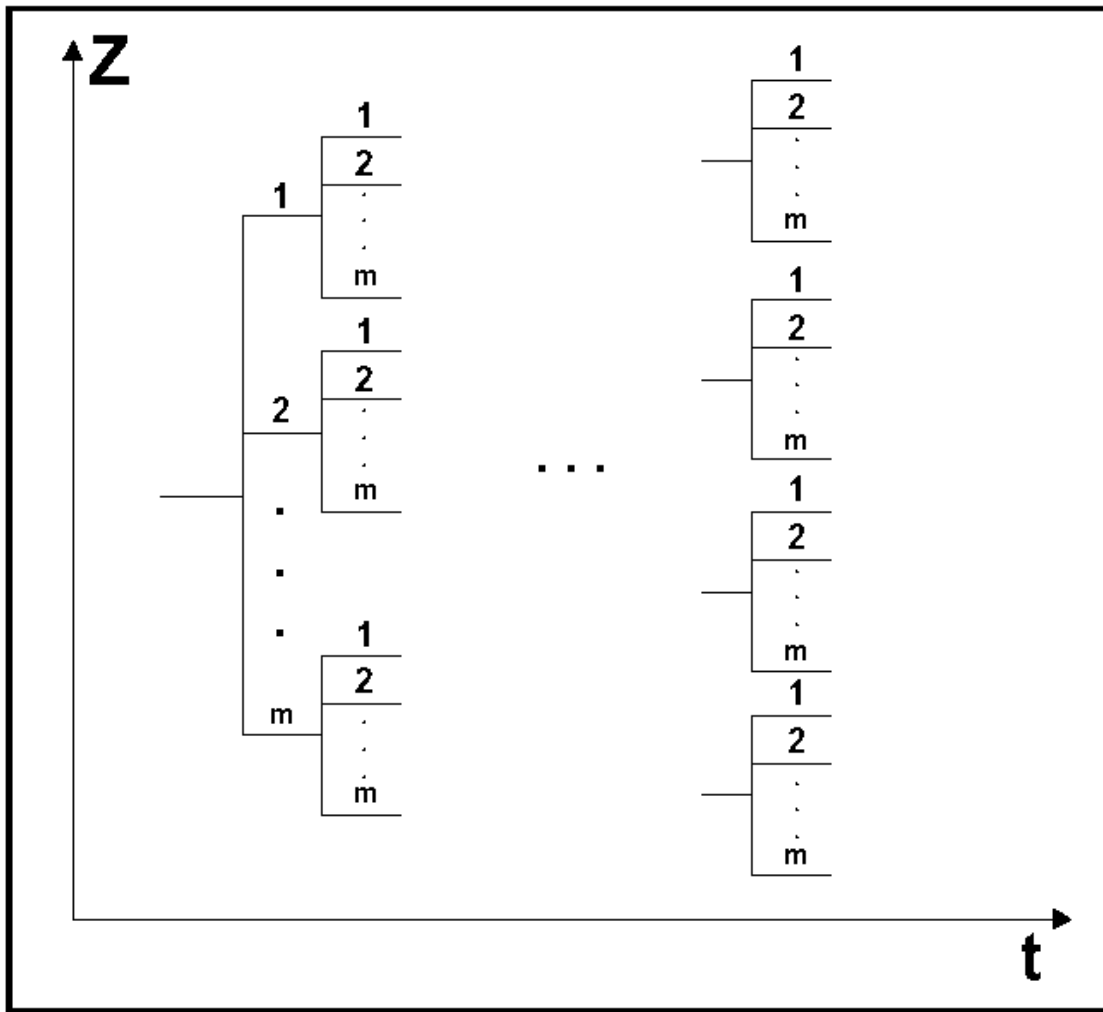


Figura 4.4 – Estrutura da “árvore” do Problema de Planejamento da Operação Energética.

A Figura 4.5 ilustra de forma esquemática os processos de simulação *forward* e *backward*, utilizados pela PDED.

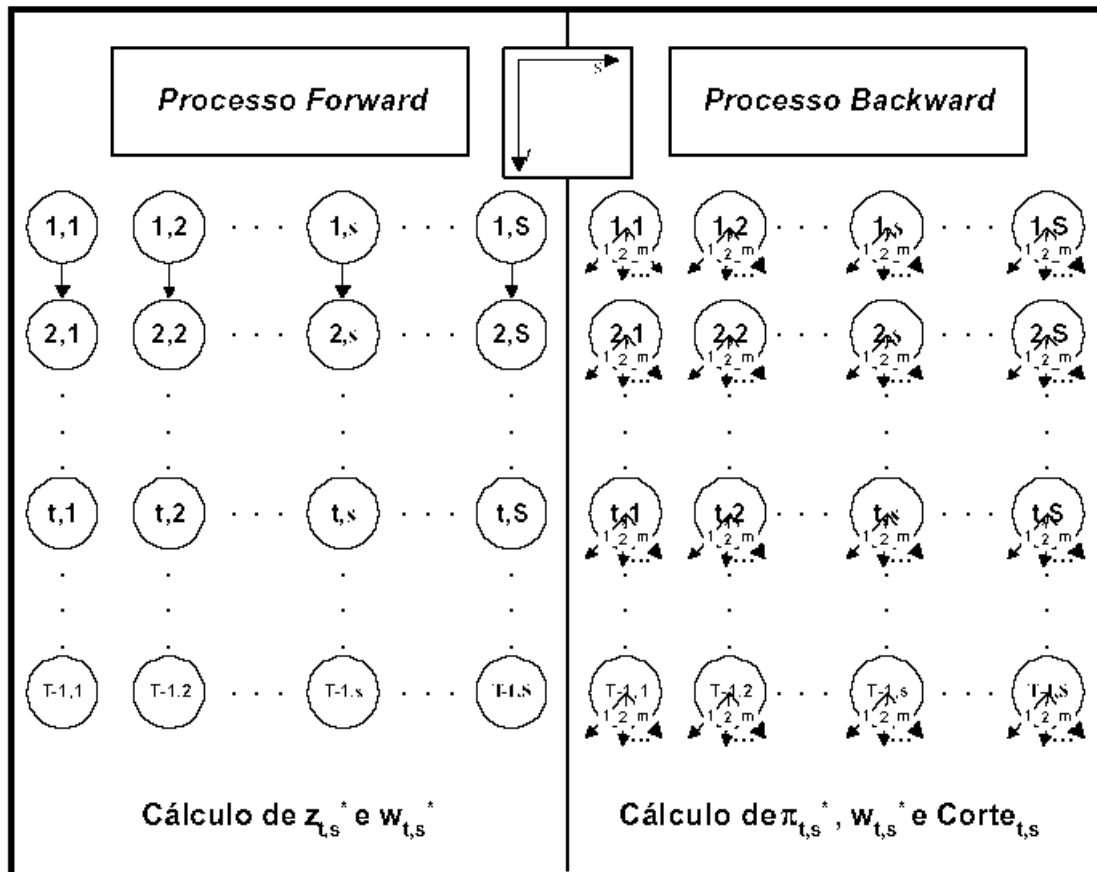


Figura 4.5 – Diagrama Esquemático das simulações Usadas na Implementação da PDED.

Deve-se notar que, na Figura 4.5, um corte médio é gerado para as m realizações (afluências) de cada estado simulado no *forward*. Já na Figura 4.4, cada estado do problema gera um corte para o respectivo estado no estágio anterior.

O processo de convergência do algoritmo estocástico é feito com base no fato que o limite superior do problema provém da soma de um grande número de seqüências, e então, pode ser representado por uma variável aleatória com distribuição normal e média igual ao valor esperado do custo de operação ao longo de todo o período de estudo.

A partir dessas informações é possível construir um intervalo de confiança para o valor do limite superior, usando-se como critério de convergência do algoritmo o valor máximo admitido para a incerteza deste valor.

Este intervalo é construído com base nas seguintes expressões:

$$\overline{z_upper} = \sum_{t=1}^T \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S c_t z_{t,s}^* \quad (4.46)$$

$$\overline{z_lower} = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \omega_{1,s} * \quad (4.47)$$

$$\sigma^2_{z_upper} = \frac{1}{S^2} \sum_{s=1}^S (z_upper_s - \overline{z_upper})^2 \quad (4.48)$$

onde:

S é o número total de seqüências amostradas para a recursão direta (*forward*);

$\overline{z_upper}$ é o valor médio dos custos de operação ao longo de todos os estágios;

$\overline{z_lower}$ é o valor médio dos custos futuros esperados de operação para o primeiro estágio;

$\sigma^2_{z_upper}$ é a variância relacionada ao valor esperado do limite superior do problema;

z_upper_s é o custo imediato associado a cada seqüência definida na recursão direta, sendo definido por:

$$z_upper_s = \sum_{t=1}^T c_t z_{t,s} * \quad (4.49)$$

e ainda, com base na seguinte relação:

$$\sigma_s = \sqrt{\sigma^2_{z_upper}} \quad (4.50)$$

onde:

σ_s é a variância do limite superior do problema;

Podemos construir um intervalo de 95% de confiança, definido por:

$$IC_{95\%} = [\overline{z_upper} - 1.96 * \sigma_s; \overline{z_upper} + 1.96 * \sigma_s] \quad (4.51)$$

Este intervalo, mostrado na figura 4.6, mede a incerteza gerada pelo valor de $\overline{z_upper}$, e portanto, pode ser utilizado como critério de convergência do algoritmo da PDED. Para isso, basta verificar se o valor esperado da função de custo futuro para o primeiro estágio $\overline{z_lower}$, encontra-se dentro do intervalo de confiança do limite superior definido pela equação (4.51). Em caso afirmativo o algoritmo pára.

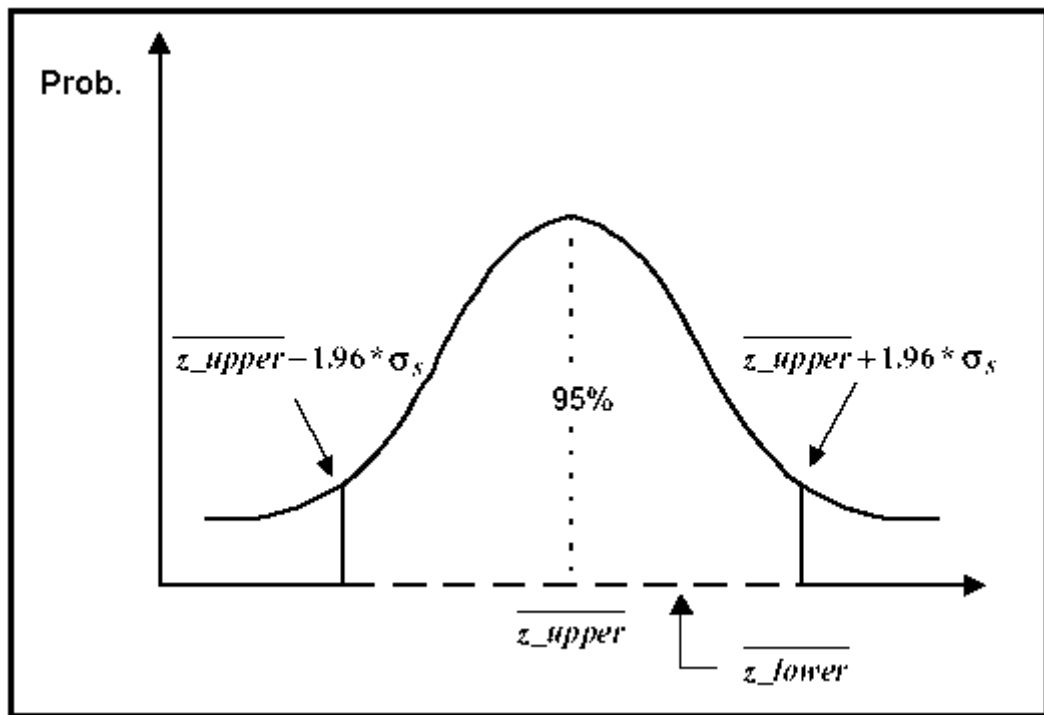


Figura 4.6 – Intervalo de Confiança do Valor do Limite Superior do PDED.

Deve ser notado que, como se trata de um intervalo construído a partir do valor esperado do limite superior, o valor do limite inferior do problema pode estar localizado tanto a direita, quanto a esquerda do valor de $\overline{z_upper}$ calculado.

O fluxograma completo para o algoritmo da PDED é apresentado na Figura 4.7

- Eventos Aleatórios Linearmente Independentes

Conforme relatado no item anterior, as afluições neste trabalho foram consideradas como variáveis aleatórias independentes ou seja, as afluições de um determinado mês não dependem das respectivas afluições dos meses anteriores. Esta hipótese acarreta em estratégias de operação bastante otimistas, uma vez que despreza a correlação existente entre as afluições de estágios distintos, responsável pela ocorrência de períodos secos.

Séries hidrológicas de intervalo menor que o ano, tais como séries mensais, têm como característica o comportamento periódico das suas propriedades probabilísticas, como por exemplo a média, a variância e a estrutura de auto-correlação. A modelagem deste processo pode ser feita por formulações auto-regressivas cujos parâmetros apresentam um comportamento periódico. A esta classe de modelos denomina-se modelos auto-regressivo periódicos, $PAR(p)$, onde p é um vetor, $p = (p_1, p_2, \dots, p_s)$, que indica a ordem ou número de termos auto-regressivos do modelo cada período.

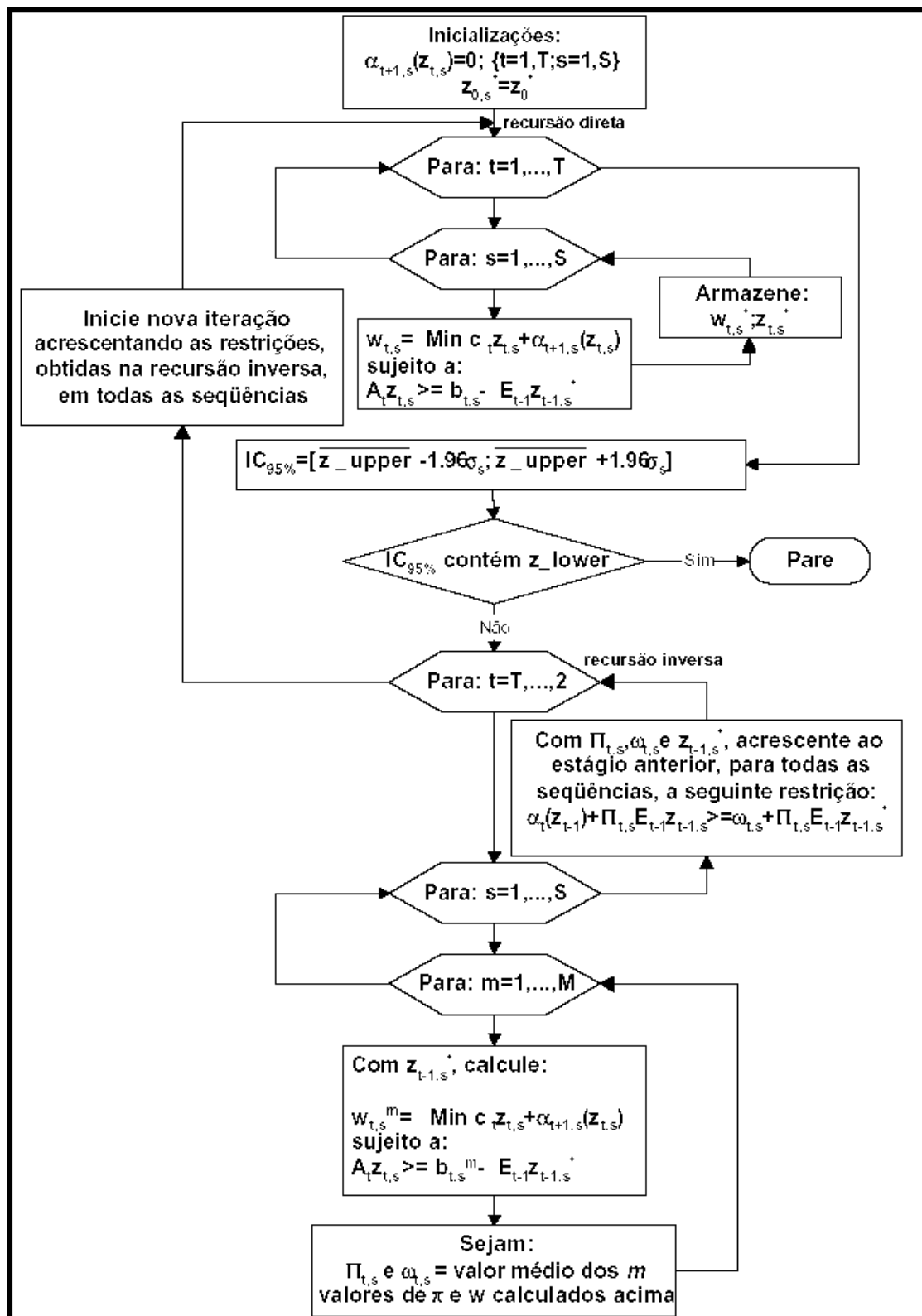


Figura 4.7 – Fluxograma da Programação Dinâmica Estocástica Dual.

4.2.2. O Problema de Curto Prazo

O objetivo principal do planejamento da operação energética de curto prazo é a desagregação das metas calculadas pelo planejamento de longo e médio prazo (basicamente expressas na forma de volume ao final do período de curto prazo ou ainda através da função de custo futuro obtida do problema de longo prazo). Esta desagregação deve servir como base para a execução de uma programação semanal para as usinas, que possa atender as restrições hidráulicas do sistema hidrotérmico. O horizonte de planejamento utilizado no sistema brasileiro para o problema de curto prazo é de um mês.

Em contraste com as etapas de longo e médio prazo, quando as incertezas dos parâmetros são elevadas, o planejamento de curto prazo pode ser considerado como de natureza determinística, aceitando-se as previsões das afluências ao longo do horizonte de estudo como conhecidas. A formulação do problema de planejamento da operação energética de curto prazo, para um único sistema, é descrita a seguir.

Matematicamente, tem-se para o problema de curto prazo:

$$\text{Min } F = \sum_{T=1}^t \left[\sum_{J=1}^{nut} \{ \Phi_j(GT_{t,j}) \} + CD * D_t \right] \quad (4.52)$$

sujeito a:

$$\underline{GT}_{t,j} \leq GT_{t,j} \leq \overline{GT}_{t,j} \quad (4.53)$$

$$GH_{t,i} = \Psi(x_{t,i}, d_{t,i}) \quad (4.54)$$

$$x_{t+1,i} = x_{t,i} + y_{t,i} - (u_{t,i} + s_{t,i}) + \sum_{k \in M_i} (u_{t,k} + s_{t,k}) \quad (4.55)$$

$$\underline{x}_{t+1,i} \leq x_{t+1,i} \leq \overline{x}_{t+1,i} \quad (4.56)$$

$$\underline{u}_{t,i} \leq u_{t,i} \leq \overline{u}_{t,i} \quad (4.57)$$

$$\underline{L}_{t,i} \leq u_{t,i} + s_{t,i} \leq \overline{L}_{t,i} \quad (4.58)$$

$$GH_{t,i} + GT_{t,j} + D_t = M_t \quad (4.59)$$

$$x_{T+1,i} = x^{*i} \quad (4.60)$$

$$i = 1, \dots, \text{NUH} \quad j = 1, \dots, \text{NUT} \quad t = 1, \dots, T$$

onde:

$\Phi_j(GT_{t,j})$ é a função que representa o custo de geração térmica da j-ésima usina hidrelétrica, durante o estágio t ;

δ é o tempo de viagem da água defluida do reservatório k até o reservatório a jusante;

$GH_{t,i}$ é o total gerado pela i-ésima usina hidrelétrica durante o estágio t .

x^{*i} é o volume meta, calculado no médio prazo, a ser atingido pela i-ésima usina hidrelétrica do sistema no estágio T .

As demais variáveis não relacionadas são as mesmas apresentadas na formulação do problema de longo e médio prazo.

O problema de curto prazo, por ser determinístico, tem por solução uma trajetória ótima para os volumes dos reservatórios do sistema. Esta trajetória corresponde à evolução ótima para uma seqüência de afluências preestabelecidas.

Com isto, o problema resultante é usualmente formulado como um problema de otimização não-linear, e tem sido resolvido com algoritmos específicos que exploram as particularidades do problema em conjunção com técnicas de programação não-linear. A principal razão da não-linearidade do problema advém das equações (4.52) e (4.59), conforme mostrado anteriormente. Outra característica apresentada pelo problema de curto prazo é o fato de que as restrições (4.55) até (4.58) representam características de um problema de otimização de fluxo em redes. A grande motivação para o aproveitamento da estrutura de redes é a redução do esforço computacional obtido quando se resolve o problema com algoritmos específicos.

4.2.2.1. Fluxo de Potência Ótimo

O Fluxo de Potência Ótimo é uma ferramenta que tem por finalidade fornecer a melhor condição de operação de um sistema elétrico sob um determinado objetivo. Nesse trabalho, o objetivo é a minimização do custo de operação [9].

O Fluxo de Potência Ótimo é geralmente formulado como um problema de Programação Não-Linear, de acordo com o seguinte formato padrão [9]:

$$\text{Min } f(z) \quad (4.61)$$

Sujeito a:

$$g(z) = 0 \quad (4.62)$$

$$h(z) \leq 0 \quad (4.63)$$

onde:

$f(\cdot)$ é a função objetivo;

$g(\cdot)$ são as restrições de igualdade;

$h(\cdot)$ são as restrições de desigualdade;

z é o vetor de variáveis do problema.

- **Variáveis do Fluxo de Potência Ótimo**

As variáveis a serem otimizadas no Fluxo de Potência Ótimo são divididas em variáveis dependentes ou de estado e variáveis independentes ou de controle. Entende-se por variáveis de estado o conjunto mínimo de variáveis capaz de caracterizar unicamente o estado de operação da rede elétrica. Normalmente as variáveis de estado são módulo e ângulo das tensões de fase em cada barra do sistema elétrico. As variáveis independentes, ou de controle, são as que, durante o processo de solução, serão alteradas com a finalidade de se encontrar o ponto ótimo de operação. Na prática, estas variáveis podem ser:

- Potência ativa gerada em cada máquina;
 - Módulo da tensão nas barras de geração;
 - Potência reativa gerada;
 - Posição de tap de transformador;
 - Susceptância shunt de bancos de capacitores e reatores;
 - Potência transmitida entre links DC;
 - Fluxo de intercâmbio entre áreas;
 - Reatância de capacitor série.
- **Restrições de Igualdade**

No FPO, o conjunto de restrições de igualdade é na verdade o fechamento do balanço de carga e geração da rede elétrica. As restrições são as equações da rede, tal como no Fluxo de Potência convencional. Pode-se ainda incluir às restrições de igualdade características particulares de operação da rede elétrica, como a fixação de determinadas variáveis ou combinação de variáveis do sistema.

- **Restrições de Desigualdade**

As restrições de desigualdade são inequações representando limites físicos relacionados com a capacidade térmica de transmissão de potência dos componentes da rede ou limites operacionais relacionados com aspectos de segurança da operação do sistema. No problema de FPO é comum haver limites para as seguintes variáveis:

- Módulo da Tensão
- Tap do Transformador
- Ângulo de defasamento
- Potência ativa gerada
- Potência reativa gerada
- Potência reativa capacitiva alocada
- Potência reativa indutiva alocada
- Potência ativa alocada
- Carregamento nos circuitos
- Rejeição de carga
- Intercâmbio entre áreas

- **Função Objetivo**

Para nosso estudo de Planejamento da Operação, a Função Objetivo a ser estudada segue abaixo:

Mínimo custo de geração de potência ativa – Visa representar o despacho econômico da rede. O custo de geração de potência ativa é normalmente representado como uma função linear em relação à potência ativa gerada em cada máquina.

$$f = \frac{1}{2} \sum_{i \in I_G} c_{pi} PG_i \quad (4.64)$$

Onde:

I_G é o conjunto de geradores de potência ativa controláveis;

c_{pi} é o custo de geração de potência ativa no gerador i ;

PG_i é a geração de potência ativa no gerador i .

- **Métodos de solução do Fluxo de Potência Ótimo**

- Métodos Baseados em Programação Linear

O Fluxo de Potência Ótimo pode ser representado como um Problema de Programação Linear. Um problema de Programação Linear é na verdade um caso particular de um Problema de Programação Não Linear.

No caso de um Problema de Programação Linear, tanto a função objetivo, quanto as restrições são lineares. O Fluxo de Potência Ótimo é um problema não-linear, que pode ser aproximado através de linearizações sucessivas. As equações originais do problema (4.61 a 4.63) são resolvidas com uma sucessão de aproximações lineares da forma:

$$\text{Min } f'(z^0 + \Delta z) = 0 \quad (4.65)$$

Sujeito a:

$$g'(z^0 + \Delta z) = 0 \quad (4.66)$$

$$h'(z^0 + \Delta z) \leq 0 \quad (4.67)$$

onde:

z^0 é o valor inicial de z ;

Δz é a variação em relação ao ponto inicial;

f' , g' e h' são aproximações lineares das funções não-lineares originais.

Cada linearização calcula a direção do ponto ótimo Dz através da linearização da função objetivo e das restrições. Entretanto, a solução iterativa do problema linear, equações (4.65 a 4.67), não garante a solução do problema não-linear original, equações (4.61 a 4.63). Portanto, deve-se executar um fluxo de potência convencional entre cada linearização.

As metodologias de solução do FPO baseadas em Programação Linear têm como vantagem a eficiente detecção de casos sem solução real, a facilidade na resolução de problemas de FPO com análise de segurança e tempos relativamente reduzidos de resolução.

Os métodos de Programação Linear mais comuns utilizados na solução do FPO são o método Simplex, o método baseado no Vetor Gradiente e o Método de Pontos Interiores para Programação Linear.

- Métodos Baseados em Programação Não Linear

As equações representativas do FPO são não lineares e em alguns casos, difíceis de serem aproximadas por funções lineares. Por conta disto, têm-se optado por resolver diretamente o problema não linear de FPO através de técnicas de Programação Não Linear. Neste caso, tem-se a característica de modelar mais precisamente o problema. No entanto, há uma perda em termos computacionais nesses métodos, pois a solução é mais lenta.

Alguns dos métodos de Programação Não Linear utilizados na solução do FPO são o de Programação Quadrática Seqüencial, Método do Gradiente Reduzido e Método de Newton. Estes métodos têm sua importância dentro do contexto histórico de desenvolvimento do

FPO com formulação não linear. No entanto, o Método dos Pontos Interiores trouxe ganho significativo de desempenho, principalmente em se tratando de problemas de grande porte. Em especial, o algoritmo primal-dual tem apresentado excelentes resultados tanto em aplicações computacionais, quanto em desenvolvimento teórico.

CAPÍTULO 5:

ESTUDO DE CASO

Apesar de terem sido apresentados alguns métodos de planejamento, o estudo de caso será feito de uma forma diferente, em função de indisponibilidade das ferramentas computacionais próprias, mas buscando ao máximo uma aproximação dos conceitos apresentados anteriormente.

Será feito um estudo de Planejamento da operação com o sistema de 16 barras [10] mostrado na figura 5.1 em 3 condições distintas:

- Condição de Carga Média - Configuração Inicial do Sistema.
- Condição de Carga Pesada - Aumento de 50% na carga do Sistema.
- Condição de Carga Leve - Redução de 30% na carga do Sistema.

Serão feitos 3 estudos para cada Condição, a fim de planejar a operação do sistema para o respectivo patamar de carga:

- Fluxo de Potência.
- Estabilidade.
- Confiabilidade.

Para cada condição de carga, será feita a análise com a rede íntegra e com a rede em contingência, a fim de analisar a segurança do sistema.

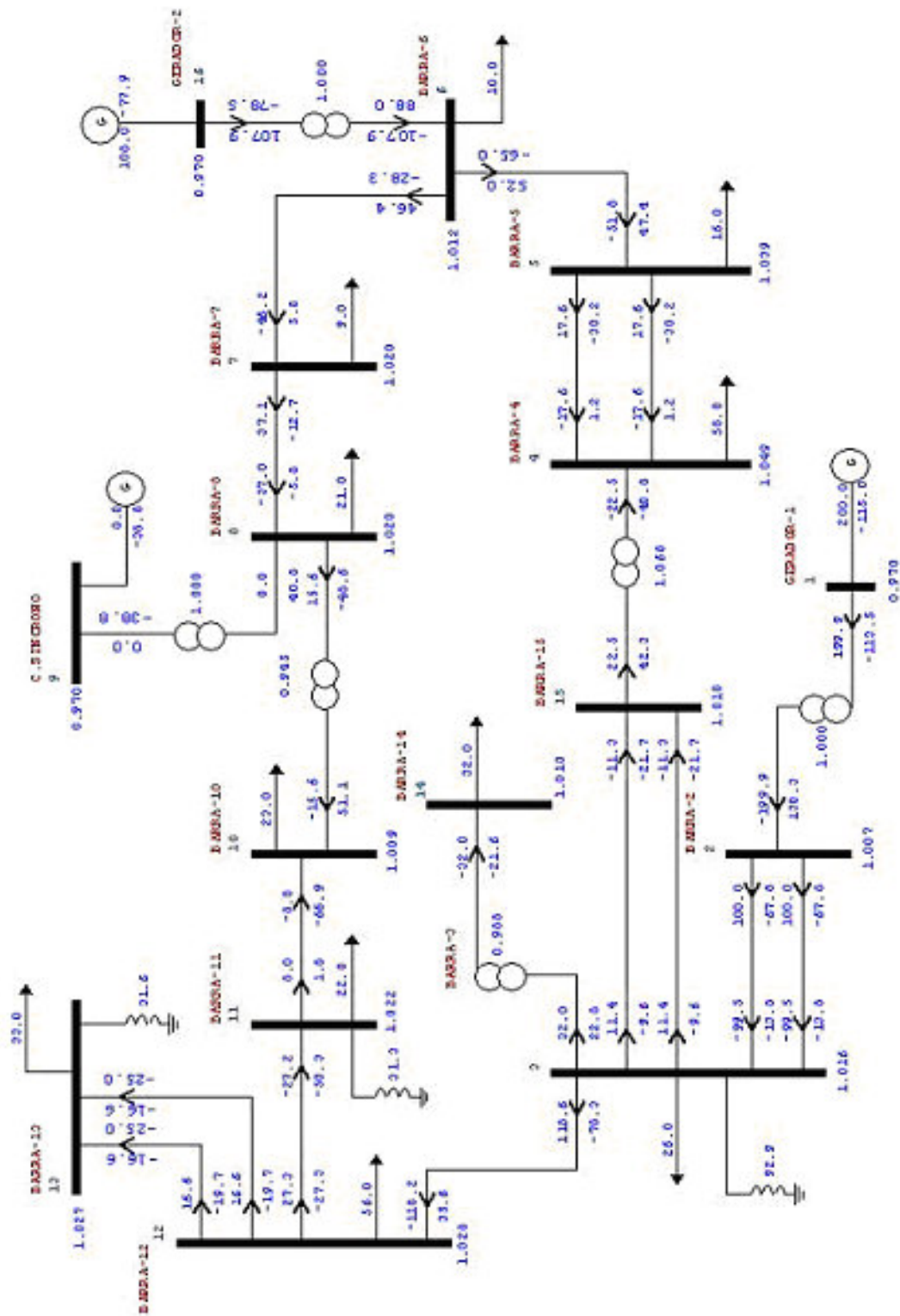


Figura 5.1 – Diagrama Unifilar de Sistema a 16 Barras

5.1. Estudo de Fluxo de Potência

Para este estudo será utilizado o programa Anarede[11], desenvolvido pelo CEPEL, que tem como função analisar o fluxo de potência do sistema, simulando a operação da rede e calculando os dados da barra através da resolução do fluxo de potência pelo método de Newton Raphson.

Após a realização da simulação e a obtenção da convergência, o programa aponta as barras que estão operando fora dos seus limites. Assim é possível verificar, através do Anarede, o que ocorreria com o sistema se a carga fosse alterada e, caso haja alguma violação, existe a possibilidade de tentar retirá-las através de alterações nas condições de operação do sistema. Os dados das Barras (em condição de carga média) e das linhas estão presentes nas Tabelas 5.1 e 5.2 respectivamente.

Tabela 5.1 – Dados das Barras em Condição de Carga Média.

Número	Tipo	Nome da Barra	Limite Tensão(pu)	Geração Reativa Mínima(Mvar)	Geração Reativa Máxima(Mvar)	Geração Ativa Mínima(MW)	Geração Ativa Máxima(MW)	Carga Ativa(MW)	Carga Reativa(Mvar)	Shunt(Mvar)
1	1	GERADOR-1	0.950-1.050	-180.	180.	0.	99999			
2	0	BARRA-2	0.950-1.080							
3	0	BARRA-3	0.950-1.080					26.	16.	-90.
4	0	BARRA-4	0.950-1.070					58.	39.	
5	0	BARRA-5	0.950-1.070					16.	11.	
6	0	BARRA-6	0.950-1.070					10.	7.	
7	0	BARRA-7	0.950-1.070					9.	8.	
8	0	BARRA-8	0.950-1.070					21.	13.	
9	1	C.SINCRONO	0.950-1.050	-50.	70.					
10	0	BARRA-10	0.950-1.080					23.	16.	
11	0	BARRA-11	0.950-1.080					22.	15.	-30.
12	0	BARRA-12	0.950-1.080					56.	31.	
13	0	BARRA-13	0.950-1.080					33.	19.	-30.
14	0	BARRA-14	0.950-1.050					32.	21.	
15	0	BARRA-15	0.950-1.080							
16	2	GERADOR-2	0.950-1.050	-180.	180.	0.	99999			

Tabela 5.2 – Dados das Linhas do Sistema

Barra De	Barra Para	Circuito	Reatância(pu)	Susceptância(Mvar)	Capacidade(MVA)
2	3	2	4.96	84.8	300
2	3	1	4.96	84.8	300
3	15	2	8.38	30.63	200
3	15	1	8.38	30.63	200
3	12	1	2.64	45.05	300
4	5	1	7.37	26.95	200
4	5	2	7.37	26.95	200
5	6	1	5.36	19.6	200
6	7	1	6.37	23.28	200
7	8	1	5.03	18.38	200
10	11	1	3.72	63.6	300
11	12	1	4.34	74.2	300
12	13	1	2.48	42.4	300
12	13	2	2.48	42.4	300

5.1.1. Condição de Carga Média

O sistema em condição de Carga média é o da Figura 5.1. Após rodar o programa, o sistema convergiu e não houve qualquer violação.

5.1.2. Condição de Carga Pesada

Para esta condição, a carga foi aumentada em 50%. Após rodar o programa, ocorreram algumas violações que estão representadas na figura 5.2 onde as hachuras em vermelho representam valores acima do limite e as hachuras em azul representam valores abaixo do limite.

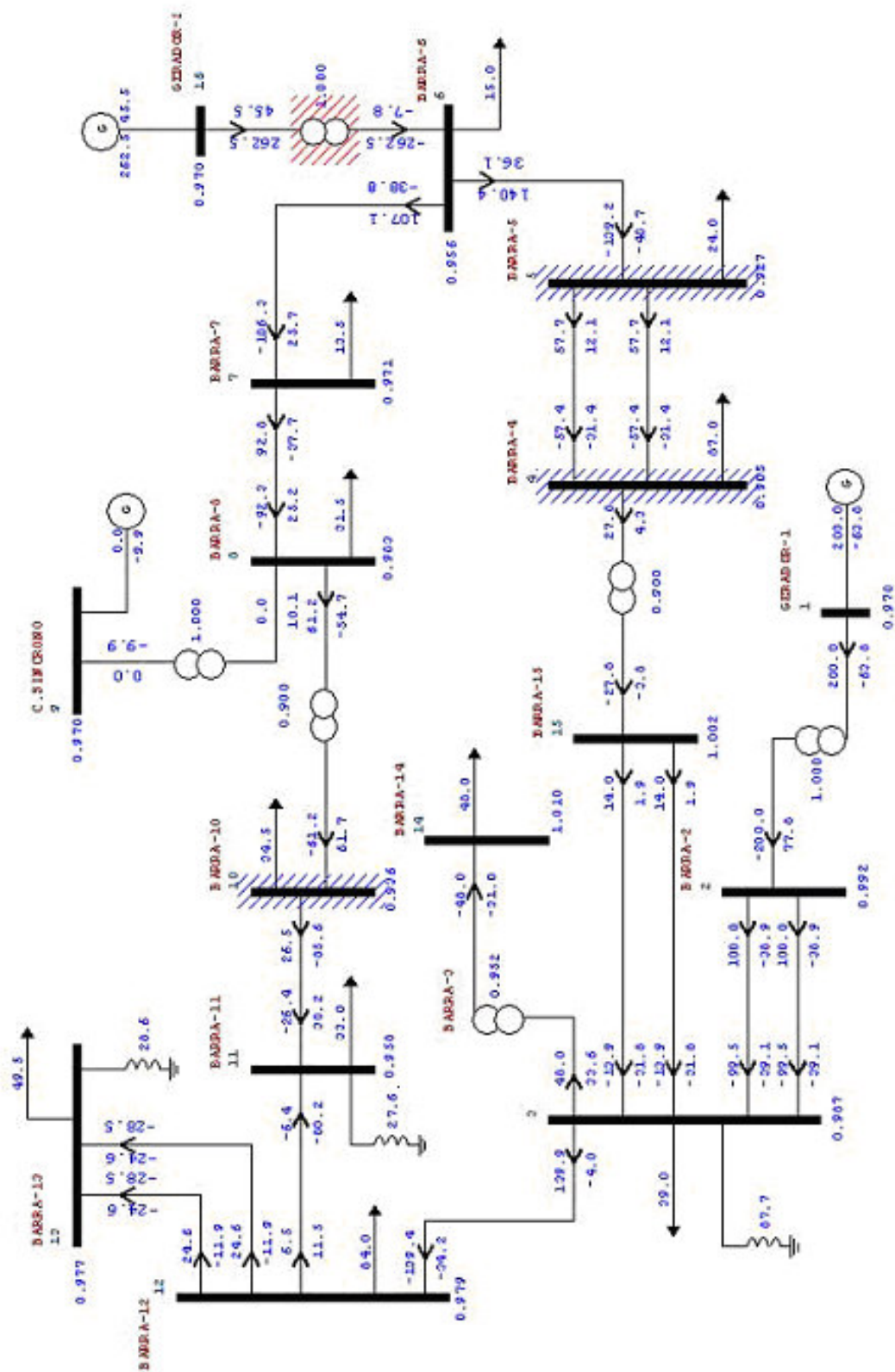


Figura 5.2 – Diagrama em Condição de Carga Pesada com as Violações Encontradas.

Para retirar as violações encontradas foram feitas as seguintes alterações:

- Aumento da Tensão do Gerador 1 para 1 pu.
- Aumento da Tensão do Gerador 2 para 1 pu.
- Aumento da Tensão do Compensador Síncrono para 1 pu.
- Aumento da Potência Ativa do Gerador 1 para 295 MW.

Com essas alterações o sistema convergiu sem nenhuma violação conforme mostrado na Figura 5.3.

5.1.3. Condição de Carga Leve

Para esta condição, a carga foi reduzida em 30% (com relação à condição de carga média). O sistema em condição de carga leve com as violações encontradas depois de rodar o programa está mostrado na Figura 5.4.

Para retirar as violações encontradas foram feitas as seguintes alterações:

- Redução da Tensão do Gerador 1 para 0.955pu.
- Redução da Tensão do Gerador 2 para 0.955pu.
- Redução da Tensão do Compensador Síncrono para 0.955pu.
- Redução da Potência Ativa do Gerador 1 para 15 MW.

Após feitas essas alterações o sistema convergiu sem nenhuma violação conforme mostrado na Figura 5.5.

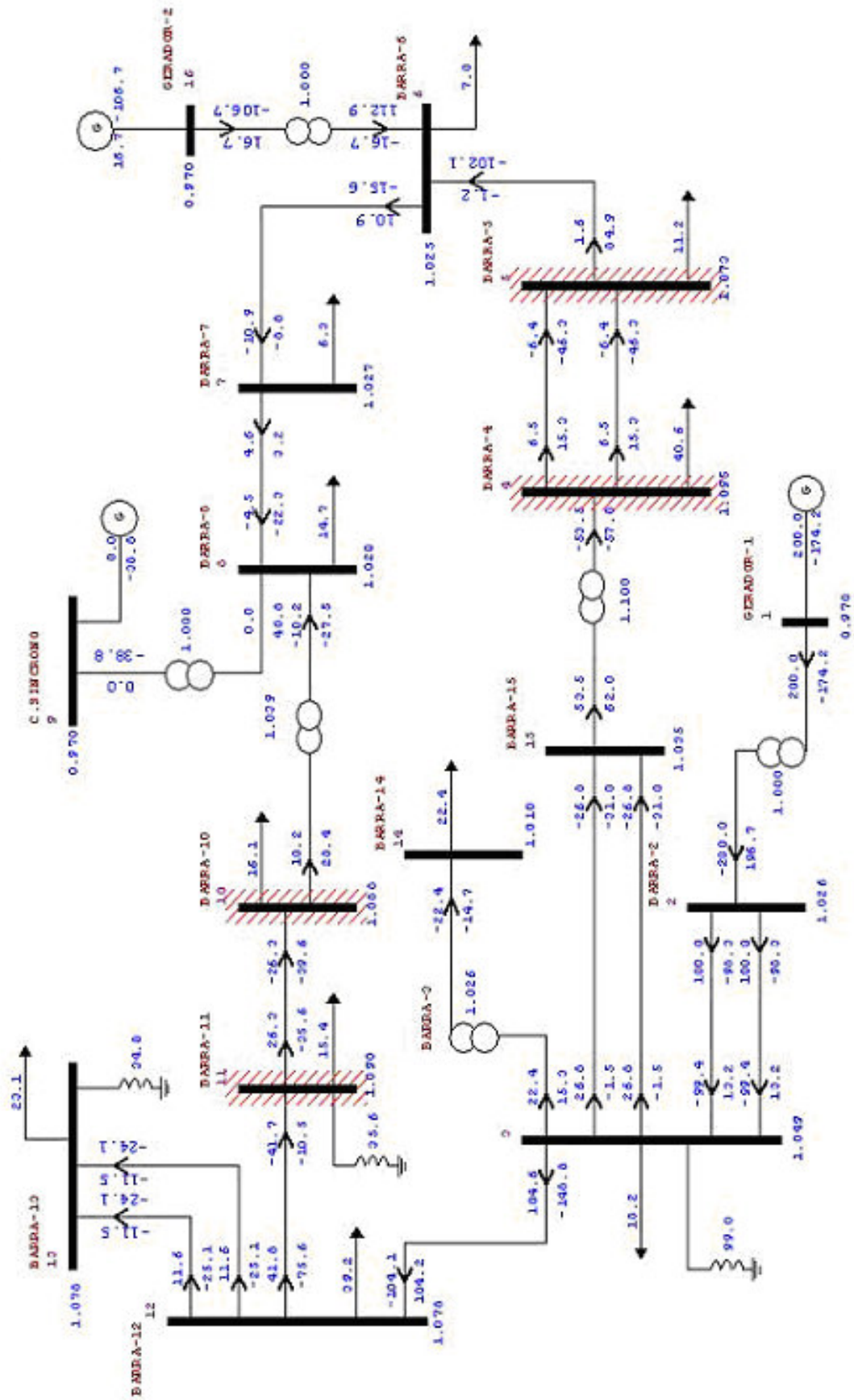


Figura 5.4 – Diagrama em Condição de Carga Leve com as Violações Encontradas.

5.1.4. Interpretação dos Resultados

O sistema atendeu aos critérios de operação no estudo de fluxo de potência. A Condição de carga leve foi a mais problemática e os valores ficaram muito próximos de seus limites. Essa situação trará conseqüências que serão vistas posteriormente.

5.2. Estudo de Estabilidade

Este estudo será feito com o auxílio do software ANATEM do CEPEL[12]. O ANATEM faz a simulação de estabilidade eletromecânica de sistemas multimáquinas de grande porte, usando o esquema de solução alternado implícito com método trapezoidal de integração.

Nesta etapa vamos analisar o comportamento do ângulo de carga dos geradores quando o sistema for submetido a alguma perturbação, e iremos determinar se o sistema é estável ou não.

Iremos analisar os sistemas sem violações encontrados no estudo de Fluxo de Potência e aplicaremos as seguintes perturbações:

- Curto circuito trifásico nas barras sem perda de linha;
- Curto circuito trifásico nas barras com perda da linha para eliminação do curto.

As perturbações acima foram aplicadas em todas as barram com a finalidade de analisar a segurança dinâmica do sistema. Os resultados obtidos são mostrados a seguir.

5.2.1. Condição de Carga Média

Esta foi a condição em que o sistema respondeu da melhor forma. Em algumas barras o tempo crítico de eliminação de falta pode ser considerado muito alto (acima de 20 segundos) e, de uma forma geral, o sistema permaneceu estável para todas as perturbações aplicadas para um tempo de eliminação de falta de aproximadamente 20 ciclos.

5.2.2. Condição de Carga Pesada

Essa condição também obteve resultados bastante satisfatórios. Alguns curtos resultaram em tempos críticos muito altos e quase todos os tempos críticos ficaram acima

de 20 ciclos, exceto para o curto circuito na barra 2 com perda de linha entra as barras 2 e 3 que teve um tempo critico de aproximadamente 13 ciclos (ver Figuras 5.6 e 5.7).

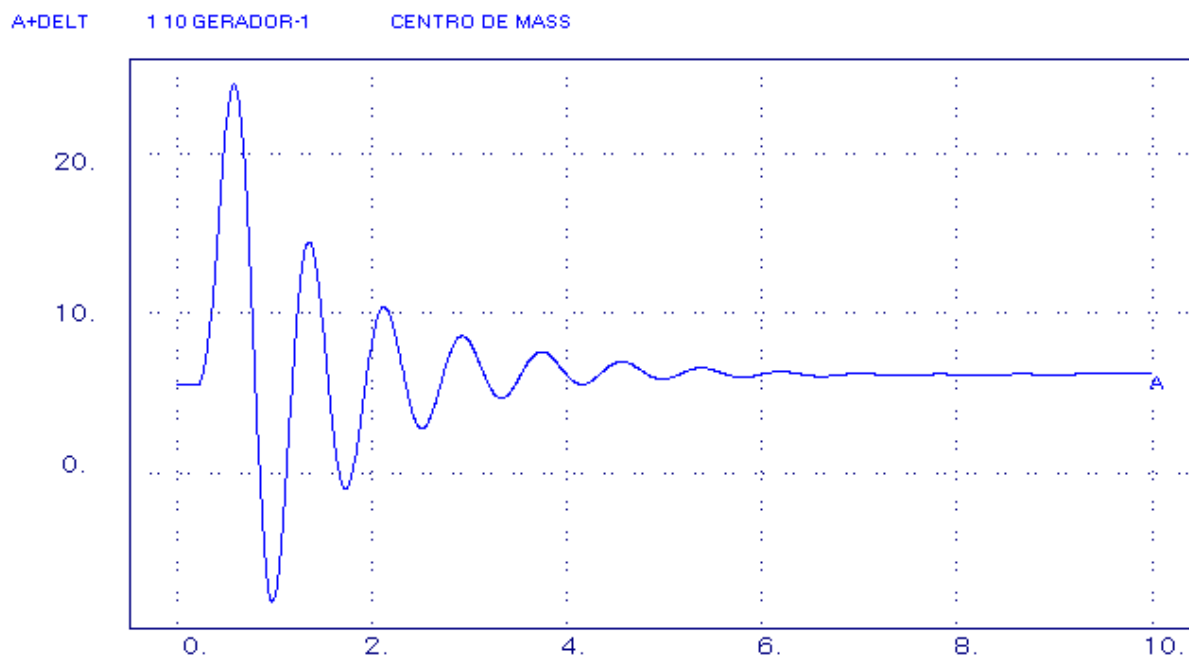


Figura 5.6 – Ângulo de carga dos Gerador 1 para curto circuito na barra 2 com perda de linha entra as barras 2 e 3 e $t_{ef} = 0,21s$.

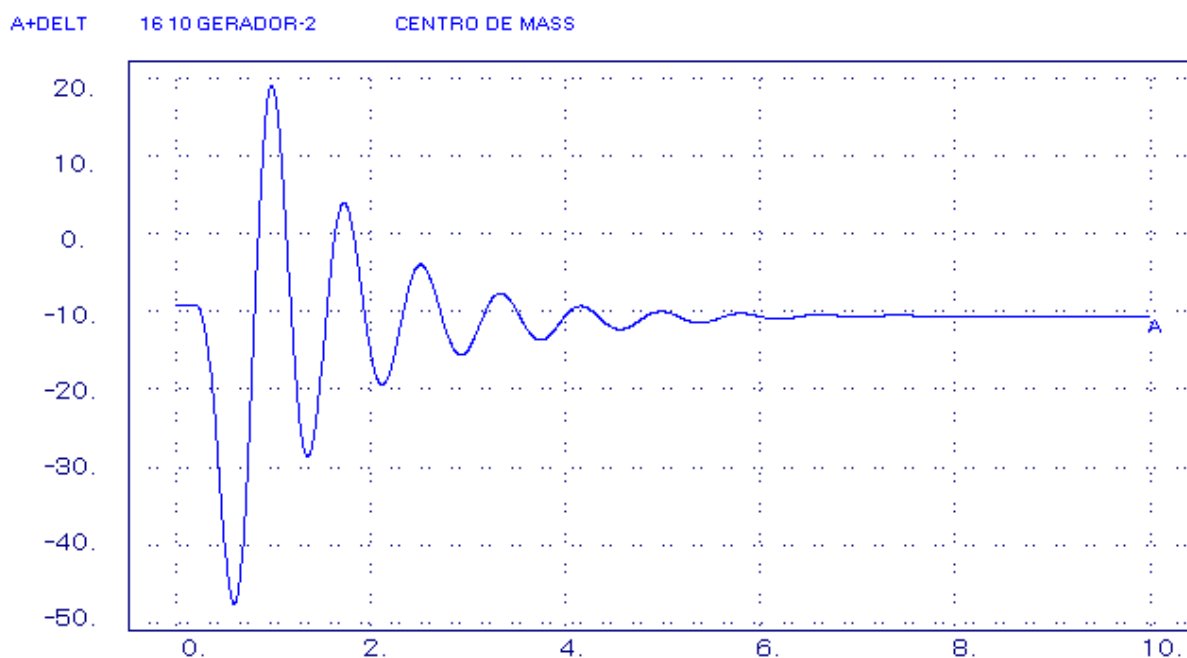


Figura 5.7 – Ângulo de carga dos Gerador 2 para curto circuito na barra 2 com perda de linha entra as barras 2 e 3 e $t_{ef} = 0,21s$.

5.2.3. Condição de Carga Leve

Como já era esperado, essa condição apresentou o pior resultado. No entanto o sistema permaneceu estável para todas as aplicações de curto para um tempo de eliminação de falta de aproximadamente 8 ciclos (ver figura 5.7).

5.2.4. Interpretação dos Resultados

Os resultados obtidos para o estudo de estabilidade mostraram que o sistema consegue manter sua estabilidade frente às contingências aplicadas, uma vez que ocorre um amortecimento das oscilações do mesmo (sistema) após a eliminação do defeito.

5.3. Estudo de Confiabilidade

Esse estudo será feito utilizando o critério “ $N - 1$ ” que consiste em retirar as linhas do sistema (uma por vez) e observar se é possível que o mesmo funcione nessa condição.

Para este estudo, foi utilizado o software ANAREDE e após a retirada de cada linha foram feitas modificações (sempre que necessário) na tentativa de retirar as violações que por ventura tenham aparecido.

Os resultados obtidos nesta etapa estão apresentados a seguir:

5.3.1. Condição de Carga Média

Nesta condição, as perdas de linhas, em sua maioria, não ocasionaram problemas no restante do sistema, o único caso em que não é possível retirar as violações é a retirada da linha entre as barras 3 e 12. Esta condição pode ser vista na figura 5.8.

Neste caso, com a retirada da linha entre as barras 3 e 12, o sistema torna-se radial e a tensão se torna muito alta devido o fato das linhas serem terem suas capacitância shunt muito altas e por esta razão estarem injetando muito reativo no sistema. Nessa condição, as violações de tensão não conseguem ser retiradas de forma alguma.

5.3.2. Condição de Carga Pesada

Nesta condição, o problema também ocorreu na retirada da linha entre as barras 3 e 12, mas desta vez por uma razão diferente. Com a retirada da linha entre as barras 3 e 12, toda a região indicada no sistema passa a ser alimentada pela linha entre as barras 6 e 7. No entanto, o somatório das cargas ali concentradas é maior que a capacidade da linha. Para que o sistema continuasse em operação, seria necessário um corte de carga nesta região.

A figura 5.9 ilustra melhor o problema ocorrido.

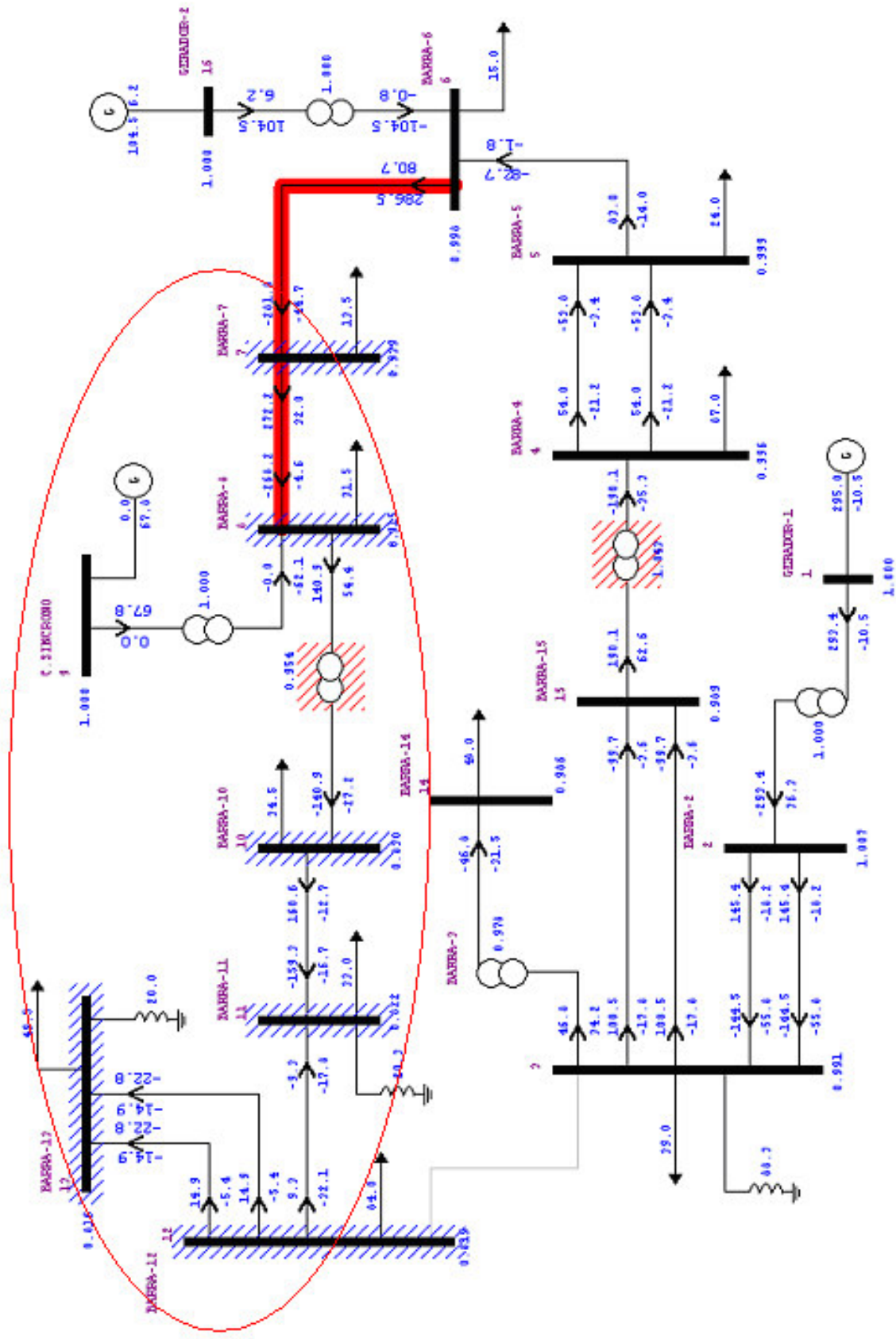


Figura 6.9 – Condição de Carga Pesada com a retirada da linha 3-12

5.3.3. Condição de Carga Leve

Como foi citado anteriormente, a consequência das tensões muito próximas de seu limite fez com que o sistema não respondesse de forma satisfatória, tanto para a retirada da linha entre a barra 3 e a barra 12 como para a retirada da linha entre a barra 5 e a barra 6 e a linha entre a barra 8 e a barra 10. Todas pela mesma razão, análoga a situação apresentada na condição de carga média, onde não se conseguia retirar as violações de tensão nas barras, ainda que reduzisse muito o valor da tensão nas barras de tensão controlada.

5.3.4. Interpretação dos Resultados

O sistema não respondeu tão bem ao estudo de confiabilidade quanto aos de fluxo de potência e estabilidade. Nota-se que algumas linhas são “indispensáveis” para o funcionamento do sistema. A fim de melhorar esta condição, seria necessária uma expansão na transmissão com a construção de novas linhas de forma a melhorar a confiabilidade do sistema.

5.4. Conclusões

A partir dos estudos realizados, foi possível perceber que a retirada de determinadas linhas acarretam em condições de operação inadequadas, uma vez que o sistema infringiu os limites de operação, o que poderia acarretar em um desligamento em cascata levando a um possível colapso do sistema. Com isso, a segurança operativa seria afetada pois não seria possível manter a integridade do mesmo.

CAPÍTULO 6:

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho apresentou os conceitos e as formulações matemáticas referentes ao planejamento da operação e da expansão, a fim de se obter uma visão integrada sobre o assunto.

Podem ser observado o fato do planejamento da expansão ter características estocásticas o que torna necessário o uso de critérios probabilísticos. Além disso foram apresentadas algumas formas de se modelar o problema do planejamento integrado da expansão dos sistemas de geração e transmissão.

Foi visto que o planejamento da operação divide-se em horizontes de estudo e foram apresentados os métodos de solução utilizados para cada etapa do problema.

Por fim foi feito um estudo de caso onde verificou-se a não adequação de um sistema à operação com a execução de estudos feitos separadamente.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Pastor Humpiri, Carolina Janet. Estratégias evolutivas no planejamento energético da operação de sistemas hidrotérmicos de potência, UNICAMP, 2005.
- [2] Pereira Jr., Amaro Olimpio. Modelagem da Operação Ótima da Indústria de Energia Elétrica no Brasil, COPPE/UFRJ, 2000.
- [3] Da Silva, Edson Luiz. Curso de Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos, CEPEL, 1999.
- [4] Arce Encina, Anastacio Sebastián. Despacho ótimo de unidades geradoras em sistemas hidrelétricos via heurística baseada em relaxação lagrangeana e programação dinâmica, UNICAMP, 2006.
- [5] Fortunato, Luiz Alberto Machado et al. Introdução ao Planejamento da Expansão e Operação de Sistemas de Produção de Energia Elétrica, Universitária da UFF, 1990.
- [6] EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA – EPE <http://www.epe.gov.br>.
- [7] Haffner, Sérgio Luis. O Planejamento da Expansão dos Sistemas Elétricos no Contexto de um Ambiente Competitivo, UNICAMP, 2000.
- [8] Rider Flores, Marcos Julio. Planejamento da expansão de sistemas de transmissão usando os modelos CC – CA e técnicas de programação não – linear, UNICAMP, 2006.
- [9] Alves, Juliana Maria Timbó. Fluxo de Potência Ótimo com Restrições de Segurança Aplicado à Operação em Tempo Real Utilizando Processamento Distribuído, COPPE/UFRJ, 2005.
- [10] Alves, Waschington Fernandes. Proposição de Sistemas-Teste para Análise Computacional de Sistemas de Potência, UFF, 2007.
- [11] Programa de Análise de Redes - ANAREDE, Manual do Usuário, CEPEL, 1999.

[12] Programa ANATEM, Análise de Transitórios Eletromecânicos, Manual do Usuário, CEPEL, 2001.

[13] Pereira Jr., Amaro Olimpio. Operação Independente por Subsistemas: Comportamento Estratégico para a Geração no Sistema Elétrico Brasileiro, COPPE/UFRJ, 2005.

[14] Silva Junior, Irínio de Jesus. Planejamento da expansão de sistemas de transmissão considerando segurança e planos de programação da geração, UNICAMP, 2005.

[15] Amendola, Alexandre Ferreira. Meta-heurísticas de Otimização Aplicadas à Coordenação Hidrotérmica, COPPE/UFRJ, 2007.

[16] Affonso, Carolina de Mattos. Planejamento De Curto Prazo Da Operação Incluindo Critérios De Estabilidade De Tensão, UNICAMP, 2004.

[17] Marreco, Juliana De Moraes. Planejamento de Longo Prazo da Expansão da Oferta de Energia Elétrica no Brasil sob uma Perspectiva da Teoria das Opções Reais, COPPE/UFRJ, 2007

[18] Cima, Fernando Monteiro. Utilização de Indicadores Energéticos no Planejamento Energético Integrado, COPPE/UFRJ, 2006.

[19] Fracaro, Alcides Vitor. Planejamento Da Operação De Curto Prazo De Sistemas Hidrotérmicos Com Restrições De Segurança, UNICAMP, 1994.

[20] Kazay, Heloisa Firmo. O Planejamento da Expansão da Geração do Setor Elétrico Brasileiro Utilizando os Algoritmos Genéticos, COPPE/UFRJ, 2001.

[21] Lopes, João Eduardo Gonçalves. Modelo de Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos de Produção de Energia Elétrica, USP, 2007.

[22] Ohishi, Takaaki. Planejamento da Operação de Curto Prazo de Sistemas Hidrotérmicos Predominantemente Hidráulicos, UNICAMP, 1990.

[22] Prefeitura Municipal de Foz do Iguaçu <http://www.fozdoiguacu.pr.gov.br>.