



Universidade Federal
do Rio de Janeiro

Escola Politécnica

FUNÇÕES DE IMPEDÂNCIA EM SOLOS ESTRATIFICADOS

Carolina Almeida Novaes dos Santos

Projeto de Graduação apresentado ao Curso de Engenharia Civil da Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro.

Orientadores:
Sergio Hampshire de Carvalho Santos
Silvio de Souza Lima

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2011

FUNÇÕES DE IMPEDÂNCIA EM SOLOS ESTRATIFICADOS

Carolina Almeida Novaes dos Santos

PROJETO DE GRADUAÇÃO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO CURSO DE ENGENHARIA CIVIL DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO CIVIL.

Examinado por:

Sergio Hampshire de Carvalho Santos
Professor Associado, D. Sc., EP/UFRJ

Silvio de Souza Lima
Professor Associado, D. Sc., EP/UFRJ

Ricardo Valeriano Alves
Professor Adjunto, D. Sc., EP/UFRJ

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

FEVEREIRO DE 2011

Santos, Carolina Almeida Novaes dos

Funções de Impedância em Solos Estratificados/ Carolina Almeida Novaes dos Santos. – Rio de Janeiro: UFRJ/ Escola Politécnica, 2011.

XIII, 53p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Sergio Hampshire de Carvalho Santos, Silvio de Souza Lima.

Projeto de Graduação – UFRJ/ Escola Politécnica/ Curso de Engenharia Civil, 2011.

Referencias Bibliográficas: p. 53.

1. Análise Dinâmica. 2. Impedâncias. 3. Solo Estratificado. I. Santos, Sergio Hampshire de Carvalho *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Curso de Engenharia Civil. III. Título.

À minha avó:
Severiana (in memoriam).

AGRADECIMENTOS

A Deus pela sabedoria e paciência concedidas.

A Nossa Senhora pelas Graças alcançadas.

Aos Meus Pais pela dedicação constante.

Ao Meu Irmão pelas palavras de carinho.

Ao Meu Padrinho pelas palavras de incentivo.

À minha Família e Amigos pela presença em minha vida.

Aos meus orientadores Sergio Hampshire e Silvio de Souza Lima pela atenção e apoio.

Resumo do Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica/ UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro Civil.

Funções de Impedância em Solos Estratificados

Carolina Almeida Novaes dos Santos

Fevereiro/2011

Orientadores: Sergio Hampshire de Carvalho Santos, Silvio de Souza Lima.

Curso: Engenharia Civil

A maioria dos estudos em dinâmica das fundações assume o meio como sendo perfeitamente elástico, não-dissipativo, e se restringe ao cálculo das rigidezes estáticas do solo. O amortecimento geométrico é considerado como a única fonte de dissipação de energia.

No entanto, quando o meio representa um solo estratificado devem ser considerados os efeitos de reflexão e refração de ondas. Assim, além de se avaliar a influência da estratificação na rigidez do solo, devem ser também avaliados os efeitos da estratificação no amortecimento de radiação.

O presente projeto, através da análise dos resultados apresentados por Luco (1974), define uma forma de cálculo simplificada adequada das funções de impedância de solos estratificados, de acordo com a razão da espessura da primeira camada e do raio da fundação e com as características elásticas dos estratos.

Palavras-chave: Análise Dinâmica. Impedâncias. Solo Estratificado.

Abstract of Undergraduate Project presented to POLI/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for degree of Engineer.

Impedance Functions on a Layered Medium

Carolina Almeida Novaes dos Santos

February/2011

Advisors: Sergio Hampshire de Carvalho Santos, Silvio de Souza Lima.

Course: Civil Engineering

Most studies in dynamics of foundations assume the medium as being perfectly elastic, non-dissipative, and they are limited to the calculation of the soil static stiffnesses. The geometrical damping is considered as the only source of energy dissipation.

However, when the medium is a layered soil, the effects of reflection and refraction of waves should be considered. Thus, besides to evaluate the influence of the stratification in the stiffness of the soil, the effects of the stratification in the geometrical damping shall be also evaluated.

This study defines an appropriated simplified method for the calculation of impedance functions in a layered medium, according to the ratio of thickness of the first layer and the radius of the foundation and with the elastic characteristics of the strata, by analyzing of the results presented by Luco (1974).

Keywords: Dynamic Analysis. Impedances. Layered Medium.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	x
LISTA DE TABELAS	xiii
1. INTRODUÇÃO	1
2. AMORTECIMENTO.....	2
2.1. DEFINIÇÃO	2
2.2. AMORTECIMENTO GEOMÉTRICO OU POR RADIAÇÃO.....	2
2.3. AMORTECIMENTO DO MATERIAL OU HISTERÉTICO.....	2
2.3.1. Energia de Amortecimento.....	3
2.3.2. Inelasticidade	4
3. PROPAGAÇÃO DE ONDAS.....	8
3.1. TIPOS DE ONDAS SÍSMICAS	8
3.1.1. Ondas de Volume	8
3.1.2. Ondas de Superfície.....	9
3.2. VELOCIDADES DE PROPAGAÇÃO	10
3.3. REFLEXÃO E REFRAÇÃO DE ONDAS EM MEIOS DESIGUAIS	11
4. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	13
4.1. DESCRIÇÃO	13
4.2. VIBRAÇÃO FORÇADA HARMÔNICA	13
4.3. CONDIÇÕES DE CONTORNO	15
4.3.1. Força Harmônica Vertical.....	15
4.3.2. Momento Harmônico.....	15
4.3.3. Força Harmônica Horizontal	16
4.3.4. Condições de Continuidade	16
4.4. CONSIDERAÇÕES DOS TIPOS DE AMORTECIMENTO	17
4.5. FUNÇÕES DE IMPEDÂNCIA	20
5. EXEMPLOS.....	21
5.1. DESCRIÇÃO	21
5.2. OBJETIVO.....	23
5.3. CONCEITOS NECESSÁRIOS	23
5.3.1. Parâmetros do Sistema Dinâmico de Um Grau de Liberdade	23
5.3.2. Amplificação Dinâmica.....	24
5.3.3. Massa do Sistema Dinâmico.....	25

5.4.	DESLOCAMENTOS OBTIDOS COM A UTILIZAÇÃO DOS COEFICIENTES DO LUCO (1974)	25
5.4.1.	Coeficientes de Rigidez e Amortecimento para o Caso 1	26
5.4.2.	Coeficientes de Rigidez e Amortecimento para o Caso 2	27
5.4.3.	Coeficientes de Rigidez e Amortecimento para o Caso 3	28
5.4.4.	Cálculos: Razão $h/a=2,0$ para o Caso 2	29
5.5.	DESLOCAMENTOS PARA A 1ª HIPÓTESE	31
5.6.	DESLOCAMENTOS PARA A 2ª HIPÓTESE	32
5.7.	AMPLIFICAÇÕES DINÂMICAS VS. FREQUÊNCIA ADIMENSIONAL	33
6.	RESULTADOS	34
6.1.	CASO 1	34
6.1.1.	Razão $h/a=0,2$	35
6.1.2.	Razão $h/a=0,5$	36
6.1.3.	Razão $h/a=1,0$	37
6.1.4.	Razão $h/a=3,0$	38
6.1.5.	Razão $h/a=10,0$	39
6.2.	CASO 2	40
6.2.1.	Razão $h/a=0,5$	41
6.2.2.	Razão $h/a=1,0$	42
6.2.3.	Razão $h/a=2,0$	43
6.2.4.	Razão $h/a=10,0$	44
6.3.	GRÁFICOS CASO 3	45
6.3.1.	Razão $h/a=1,0$	46
6.3.2.	Razão $h/a=2,0$	47
6.3.3.	Razão $h/a=10,0$	48
7.	CONCLUSÕES	49
	ANEXOS	50
A.	Modelos Viscoelásticos	50
B.	Módulo de Bulk	52
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	53

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Ciclos histeréticos (LAZAN, 1968).

Figura 2.2: Ciclos histeréticos de materiais dependentes da velocidade de carregamento (LAZAN, 1968).

Figura 2.3: Ciclos histeréticos de materiais não dependentes da velocidade de carregamento (LAZAN, 1968).

Figura 3.1: Onda primária ou P.

Figura 3.2: Onda secundária ou S.

Figura 3.3: Onda de Love.

Figura 3.4: Onda de Rayleigh.

Figura 3.5: Ensaio “cross-hole” (SANTOS, 2010).

Figura 3.6: Reflexão e refração de ondas em meios desiguais (SANTOS, 2010).

Figura 4.1: Descrição do problema (LUCO, 1976).

Figura 4.2: Estado tensional em um ponto através dos vetores tensão que atuam nas facetas paralelas aos planos coordenados (VILLAÇA et al., 2006).

Figura 5.1: Ilustração do exemplo.

Figura 5.2: Sistema de um grau de liberdade (SANTOS, 2010)

Figura 5.3: Coeficientes de rigidez vs. frequência adimensional para o Caso 1 (LUCO, 1974).

Figura 5.4: Coeficientes de amortecimento vs. frequência adimensional para o Caso 1 (LUCO, 1974).

Figura 5.5: Coeficientes de rigidez vs. frequência adimensional para o Caso 2 (LUCO, 1974).

Figura 5.6: Coeficientes de amortecimento vs. frequência adimensional para o Caso 2 (LUCO, 1974).

Figura 5.7: Coeficientes de rigidez vs. frequência adimensional para o Caso 3 (LUCO, 1974).

Figura 5.8: Coeficientes de amortecimento vs. frequência adimensional para o Caso 3 (LUCO, 1974).

Figura 5.9: Curvas de coeficientes de rigidez e amortecimento. À esquerda coeficiente de rigidez k_{VV} (variável y) vs. frequência adimensional a_0 (variável x). À direita coeficiente de amortecimento c_{VV} (variável y) vs. frequência adimensional a_0 (variável x). Ambas as curvas são para a razão $h/a = 2,0$ do Caso 2.

Figura 5.10: Rigidezes estáticas de uma fundação circular (GAZETAS, 1983).

Figura 6.1: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação leve para o Caso 1 com $H/r = 0,2$.

Figura 6.2: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação pesada para o Caso 1 com $H/r = 0,2$.

Figura 6.3: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação leve para o Caso 1 com $H/r = 0,5$.

Figura 6.4: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação pesada para o Caso 1 com $H/r = 0,5$.

Figura 6.5: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação leve para o Caso 1 com $H/r = 1,0$.

Figura 6.6: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação pesada para o Caso 1 com $H/r = 1,0$.

Figura 6.7: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação leve para o Caso 1 com $H/r = 3,0$.

Figura 6.8: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação pesada para o Caso 1 com $H/r = 3,0$.

Figura 6.9: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação leve para o Caso 1 com $H/r = 10,0$.

Figura 6.10: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação pesada para o Caso 1 com $H/r = 10,0$.

Figura 6.11: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação leve para o Caso 2 com $H/r = 0,5$.

Figura 6.12: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação pesada para o Caso 2 com $H/r = 0,5$.

Figura 6.13: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação leve para o Caso 2 com $H/r = 1,0$.

Figura 6.14: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação pesada para o Caso 2 com $H/r = 1,0$.

Figura 6.15: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação leve para o Caso 2 com $H/r = 2,0$.

Figura 6.16: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação pesada para o Caso 2 com $H/r = 2,0$.

Figura 6.17: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação leve para o Caso 2 com $H/r = 10,0$.

Figura 6.18: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação pesada para o Caso 2 com $H/r = 10,0$.

Figura 6.19: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação leve para o Caso 3 com $H/r = 1,0$.

Figura 6.20: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação pesada para o Caso 3 com $H/r = 1,0$.

Figura 6.21: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação leve para o Caso 3 com $H/r = 2,0$.

Figura 6.22: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação pesada para o Caso 3 com $H/r = 2,0$.

Figura 6.23: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação leve para o Caso 3 com $H/r = 10,0$.

Figura 6.24: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação pesada para o Caso 3 com $H/r = 10,0$.

Figura A.1: Modelo sólido de Kelvin. Mola e amortecedor em paralelo (FLÜGGE, 1967).

Figura A.2: Modelo líquido de Maxwell. Mola e amortecedor em série (FLÜGGE, 1967).

Figura B.1: Sólido submetido à pressão uniforme (HALLIDAY et al., 2004).

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Comparação entre os amortecimentos dependente e independente de taxas de variação.

Tabela 5.1: Dados da camada 1.

Tabela 5.2: Dados dos Casos 1, 2 e 3 que representam pequeno, médio e grande contraste entre a camada e o semi-espaço.

Tabela 6.1: Caso 1: Massas, rigidezes e amortecimentos.

Tabela 6.2: Caso 1: Amplificações máximas e erros relativos para a fundação leve.

Tabela 6.3: Caso 1: Amplificações máximas e erros relativos para a fundação pesada.

Tabela 6.4: Caso 2: Massas, rigidezes e amortecimentos.

Tabela 6.5: Caso 2: Amplificações máximas e erros relativos para a fundação leve.

Tabela 6.6: Caso 2: Amplificações máximas e erros relativos para a fundação pesada.

Tabela 6.7: Caso 3: Massas, rigidezes e amortecimentos.

Tabela 6.8: Caso 3: Amplificações máximas e erros relativos para a fundação leve.

Tabela 6.9: Caso 3: Amplificações máximas e erros relativos para a fundação pesada.

1. INTRODUÇÃO

Esse projeto possui como principal objetivo desenvolver uma metodologia simplificada aproximada para se determinar funções de impedância em um solo estratificado, com base nos conceitos apresentados por LUCO (1974).

O Capítulo 2 define amortecimento, bem como faz a distinção entre amortecimento geométrico ou por radiação e amortecimento do material ou hysterético. Também apresenta o conceito de inelasticidade e lista os quatro tipos de comportamento inelástico.

O Capítulo 3, sobre propagação de ondas, apresenta os tipos de ondas sísmicas e os conceitos sobre velocidades de propagação e reflexão de ondas em meios desiguais. Estes conceitos são considerados como de grande relevância para a análise de solos estratificados.

O Capítulo 4 resume a formulação do problema apresentado por LUCO (1974) mostrando as premissas adotadas e os principais resultados obtidos, que são as funções de impedância.

O Capítulo 5 descreve os exemplos estudados, acompanhado dos conceitos necessários para o cálculo das funções de impedância. Um dos casos tem sua resolução desenvolvida passo a passo.

Finalmente, no Capítulo 6 são mostrados os resultados por meio de gráficos e tabelas, que também são analisados durante a Conclusão.

2. AMORTECIMENTO

2.1. DEFINIÇÃO

Um sistema ao ser retirado de sua posição de repouso, pela aplicação de carga dinâmica, entra em vibração que cessa apenas quando a energia introduzida é dissipada. Esse processo no qual o movimento da estrutura ou material perde amplitude é denominado de amortecimento (BHATIA, 2008).

A diminuição na amplitude do movimento no solo é devida principalmente a dois efeitos: amortecimento geométrico ou por radiação e amortecimento do material ou hysterético.

2.2. AMORTECIMENTO GEOMÉTRICO OU POR RADIAÇÃO

O amortecimento geométrico ou por radiação ocorre em meios perfeitamente elásticos, sendo considerado em problemas de dinâmica dos meios contínuos. Esse amortecimento relaciona, em problemas de cargas aplicadas em meios contínuos, o decaimento da amplitude, provocado pela dissipação da densidade de energia elástica ao redor da fonte, com o movimento oscilatório, à medida que a onda se afasta dessa fonte.

2.3. AMORTECIMENTO DO MATERIAL OU HISTERÉTICO

Diferentemente do que é suposto no amortecimento geométrico, os materiais não possuem comportamento perfeitamente elástico mesmo para baixas tensões. A inelasticidade, que está presente nos materiais sob todos os tipos de carregamentos e se manifesta de diferentes formas sob os carregamentos cíclicos, conduz à dissipação de energia.

Assim, a curva de carga cíclica vs. deslocamento ou tensão vs. deformação forma usualmente um ciclo hysterético. Se a energia é absorvida por um sistema material, sob carregamento cíclico, o trecho de descarregamento do ciclo fica situado abaixo do trecho de carregamento, como pode ser verificado na Figura 2.1. Também pode ser verificado que as áreas hachuradas dos ciclos hysteréticos correspondem à energia de amortecimento dissipada.

A energia de amortecimento absorvida internamente pelo sistema material geralmente é dissipada na forma de calor, mas às vezes uma pequena parte dessa energia é absorvida pela estrutura interna de modo a elevar o nível de energia do sistema (LAZAN, 1968).

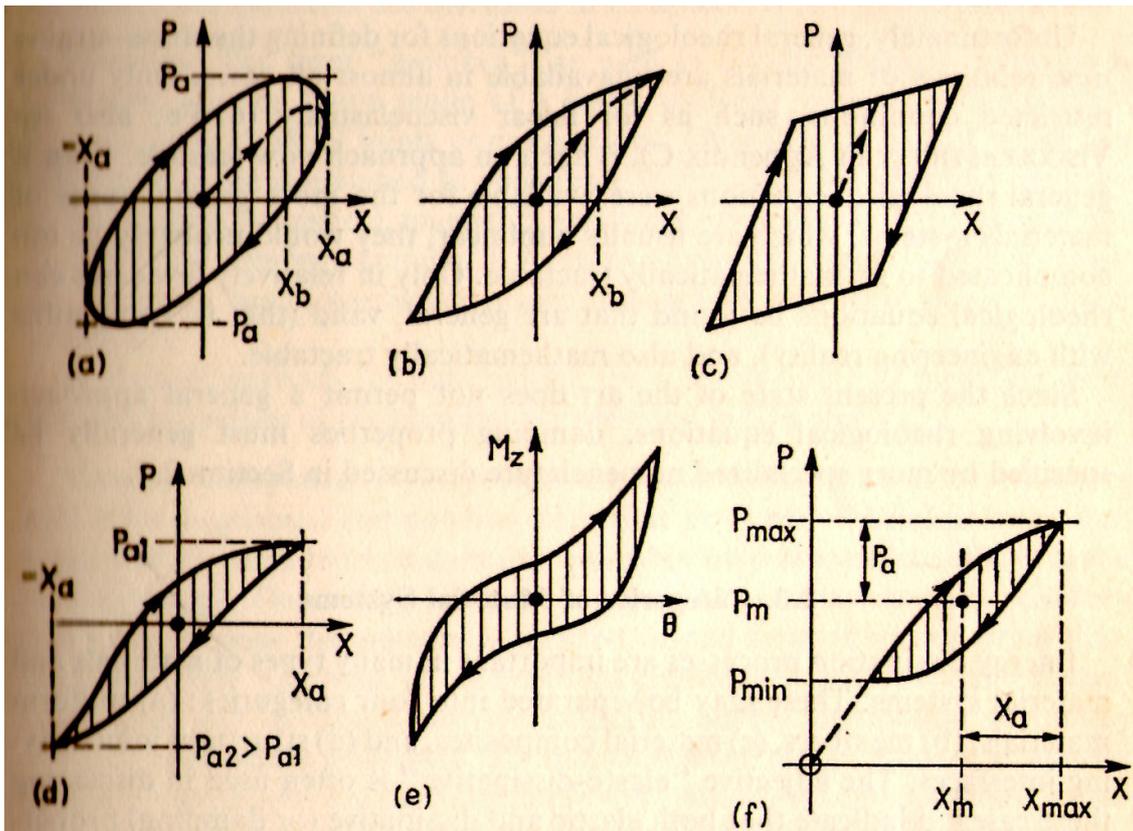


Figura 2.1: Ciclos histeréticos (LAZAN, 1968).

- (a) Ciclo elíptico para materiais lineares; (b) Metais sob altas tensões;
 (c) Estruturas com junções; (d) Ciclos assimétricos (espumas, aglomerados);
 (e) Ciclos para argilas em ensaio de torção; (f) Ciclos sob carregamento unidirecional.

2.3.1. Energia de Amortecimento

As propriedades de amortecimento do material são definidas através da equação constitutiva reológica (LAZAN, 1968):

$$D = \oint \sigma \cdot d\varepsilon \quad (2.1)$$

σ : tensão unitária no material;

ε : deformação unitária no material;

D : energia unitária absorvida no material uniforme.

2.3.2. Inelasticidade

Se o material é “perfeitamente elástico” a curva tensão vs. deformação é perfeitamente linear, de acordo com a Lei de Hooke ($\sigma = E\varepsilon$). Não há dependência de taxas de variação e os efeitos presentes não são dependentes do tempo.

Quando há algum desvio no comportamento “perfeitamente elástico”, seja qual for sua natureza, o material é dito inelástico (LAZAN, 1968). Quatro tipos de comportamento inelástico podem ser identificados, mas para isso deve ser feita a distinção entre os materiais dependentes e independentes de taxas de variação.

- “dependentes de taxas de variação”: a curva tensão vs. deformação do material depende da taxa de carregamento ou da taxa de deformação;
- “independentes de taxas de variação”: materiais cujo ciclo histerético é caracterizado por “cantos vivos” nos pontos extremos.

Os materiais dependentes de taxas de variação, de acordo com a Figura 2.2, podem ter recuperação à tensão nula ou recuperação ao carregamento aplicado. Como a análise do amortecimento em materiais reais não permite um tratamento simples para forças que não sejam harmônicas, a análise é usualmente feita para a força harmônica senoidal.

Se o material está sujeito a um carregamento unidirecional senoidal e depois se impõe que a tensão seja reduzida a zero, a tensão residual não permanecerá necessariamente constante ao longo do tempo. O modelo de Voigt representa um sólido e sua deformação inelástica é completamente recuperável, ou seja, para um tempo suficientemente longo a deformação é reduzida do ponto ‘b’ ao ponto ‘0’. O modelo de Maxwell, por outro lado, representa um líquido e é não recuperável, e mesmo com um longo tempo há a presença de deformação inelástica. Se ambos os modelos estão presentes, a deformação do ponto ‘b’ pode ser parcialmente recuperada ao longo do tempo para a deformação do ponto ‘r’, como pode ser verificado na Figura 2.2. As propriedades dos dois modelos, Voigt e Maxwell, podem ser conferidas no Anexo A.

Se o material está sujeito a uma carga unidirecional senoidal que posteriormente é reduzida e mantida igual a P_1 , como mostrado na Figura 2.2, a recuperação deve ocorrer ao longo da linha ‘e’ – ‘f’. Caso a recuperação seja total, após tempo suficiente, restará apenas a deformação elástica correspondente ao ponto ‘f’.

Na Figura 2.3 são apresentados ciclos histeréticos de materiais independentes de taxas de variação. Ciclos do tipo ‘0’ – ‘c’ – ‘a’ – ‘d’ – ‘0’ podem ser observados em ferros fundidos, particularmente após um histórico de carregamentos cíclicos.

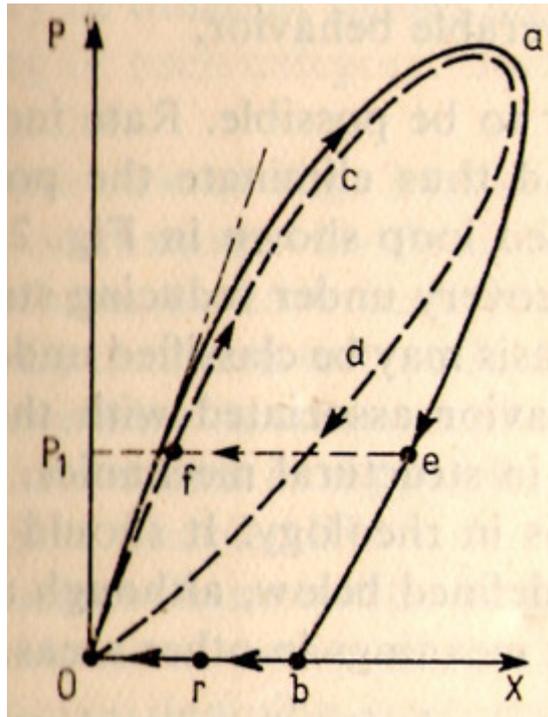


Figura 2.2: Ciclos histeréticos de materiais dependentes da velocidade de carregamento (LAZAN, 1968).

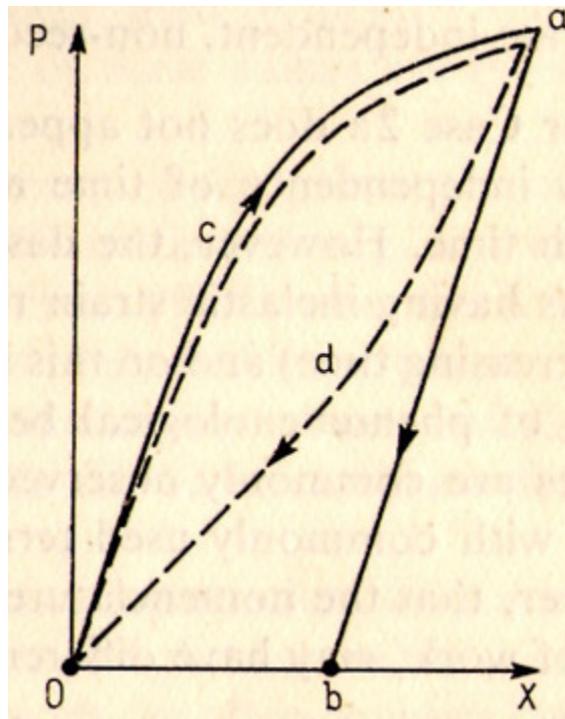


Figura 2.3: Ciclos histeréticos de materiais não dependentes da velocidade de carregamento (LAZAN, 1968).

Os quatro tipos de comportamento inelásticos são definidos abaixo em termos reológicos (LAZAN, 1968):

- I. Anelasticidade: comportamento dependente de taxas de variação e com deformações recuperáveis.

Pode ser definida através de duas restrições. A primeira se refere à linearidade, no sentido de que quando a tensão é, por exemplo, dobrada ocorre o mesmo com a deformação para qualquer intervalo de tempo. A segunda se refere à existência de uma única relação de equilíbrio, na qual se garante que para toda tensão aplicada ao material, esse apresentará um único valor de deformação, desde que tenha sido esperado tempo suficiente.

- II. Viscoelasticidade: comportamento dependente de taxas de variação e com deformações não recuperáveis.

Pode ser composta de componentes recuperáveis (Tipo I) e componentes não recuperáveis (Tipo II). Dessa forma, a anelasticidade é um caso particular da viscoelasticidade.

- III. Comportamento independente de taxas de variação e com deformações recuperáveis.

O fato de não haver dependência da velocidade de carregamento implica na não dependência do tempo. Por sua vez, se não há dependência do tempo, a possibilidade de recuperação com o tempo é eliminada. Assim, esse tipo de comportamento não parece ser possível.

Na Figura 2.3, a recuperação da deformação inelástica do ciclo tracejado pode ser justificada pela redução de tensão, alternativamente ao incremento de tempo.

- IV. Plasticidade: comportamento independente de taxas de variação e com deformações não recuperáveis.

A magnitude da deformação está geralmente associada à deformação plástica, como metais a altas tensões, que usualmente é maior do que aquelas encontradas na anelasticidade ou na viscoelasticidade.

De acordo com os tipos de comportamento inelástico, os amortecimentos podem ser classificados em dois tipos (LAZAN, 1968): dependente (R) ou independente (S) de taxas de variação. Suas propriedades são mostradas na Tabela 2.1.

Tabela 2.1: Comparação entre os amortecimentos dependente e independente de taxas de variação.

Propriedades:	Amortecimento do Tipo:	
	R	S
Energia dissipada depende da amplitude das deformações.	✓	✓
Amortecimento em função da taxa de carregamento e da frequência.	✓	✗
Equações de tensão e deformação envolvendo derivadas no tempo.	✓	✗

3. PROPAGAÇÃO DE ONDAS

3.1. TIPOS DE ONDAS SÍSMICAS

Durante a ocorrência de um evento sísmico, parte da energia potencial acumulada sob a forma de deformação das rochas é liberada através de ondas sísmicas que partem do ponto inicial de ruptura, foco ou hipocentro, e se propagam em todas as direções com velocidades e características que dependem das propriedades do meio por onde passam.

As ondas sísmicas são classificadas em dois grupos: ondas de volume e ondas de superfície.

3.1.1. Ondas de Volume

As ondas de volume se propagam no interior do solo, existindo dois tipos (SANTOS, 2010): ondas P, primárias ou de compressão; e ondas S, secundárias ou de cisalhamento.

A característica fundamental da onda primária, Figura 3.1, é a movimentação das partículas do solo que se desenvolve na mesma linha em que a onda está se propagando, correspondendo a sucessivas compressões e dilatações do meio por onde passam. A característica fundamental da onda secundária, Figura 3.2, é a movimentação das partículas do solo perpendicularmente à linha em que a onda está se propagando.

As ondas primárias possuem velocidade de propagação maior se comparadas às ondas secundárias, porém a amplitude dessas últimas ondas, em um evento sísmico, é consideravelmente superior à das ondas primárias.

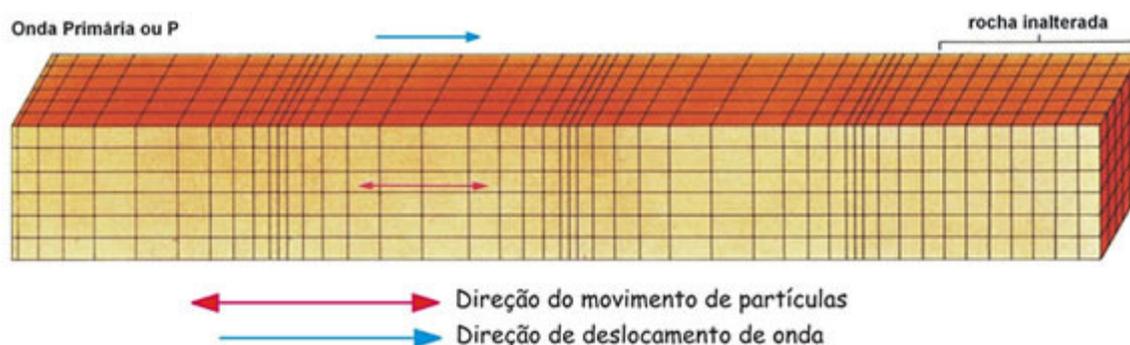


Figura 3.1: Onda primária ou P.

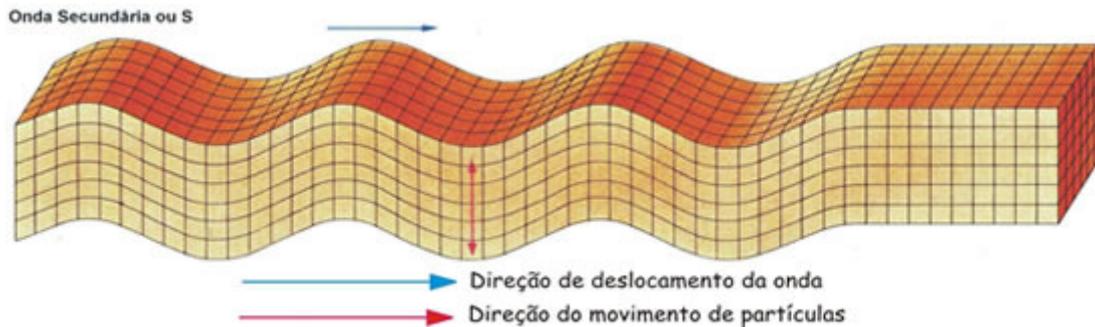


Figura 3.2: Onda secundária ou S.

3.1.2. Ondas de Superfície

As ondas de superfície surgem nos limites entre camadas de solo horizontais chamadas ondas Q – de Love; ou na superfície livre, denominadas ondas R – de Rayleigh (SANTOS, 2010).

As ondas de Love, Figura 3.3, se caracterizam pelo deslocamento das partículas do solo perpendicularmente ao eixo horizontal de propagação, dentro de um plano horizontal. As ondas de Rayleigh, Figura 3.4, se caracterizam pelo deslocamento das partículas do solo em trajetórias elípticas dentro do plano vertical que contém o eixo horizontal de propagação.

As ondas de Love são ondas cisalhantes altamente destrutivas, ligeiramente mais rápidas que as ondas de Rayleigh; estas por sua vez, apresentam como característica a rápida diminuição da amplitude com a profundidade.

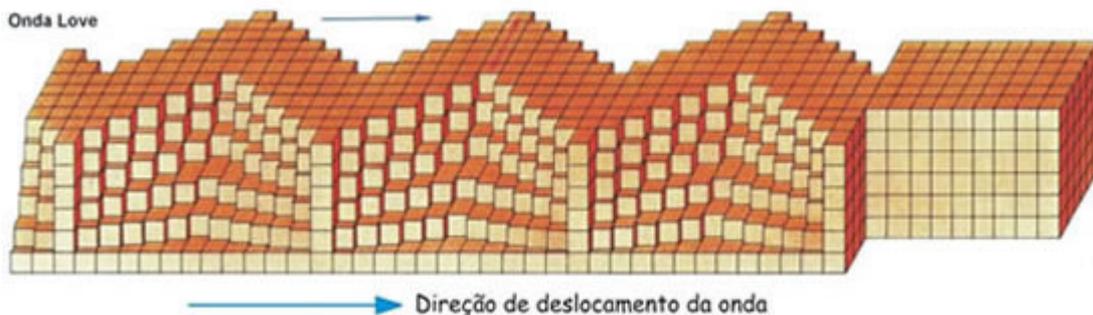


Figura 3.3: Onda de Love.

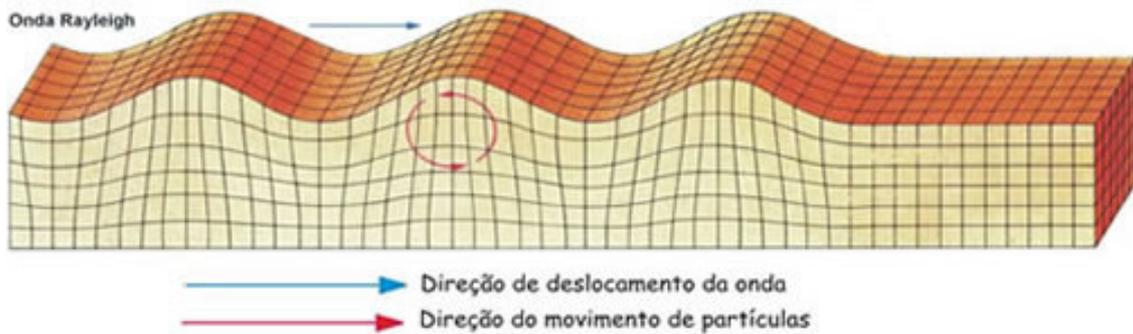


Figura 3.4: Onda de Rayleigh.

3.2. VELOCIDADES DE PROPAGAÇÃO

O módulo de elasticidade transversal considerado para carregamentos cíclicos é superior ao módulo para carregamentos estáticos, porém há uma grande dificuldade para avaliá-lo. Esse parâmetro pode ser avaliado a partir dos ensaios de caracterização do solo ou de resultados de ensaio SPT, porém para fundações de grande responsabilidade, ensaios mais precisos, como o “cross-hole” são necessários (SANTOS, 2010).

O ensaio de “cross-hole” é ilustrado na Figura 3.5. No primeiro furo, um martelo gera ondas sísmicas. Nos outros dois furos, a uma mesma profundidade, geofones registram os tempos de chegada das ondas primária e secundária. Com esses dados e considerando-se a teoria de propagação tridimensional de ondas, as velocidades de propagação da onda primária V_P e secundária V_S são relacionadas como os parâmetros elásticos do solo (SANTOS, 2010):

$$G = \rho V_S^2 \quad (3.1)$$

$$v = \frac{1}{2} \frac{V_P^2 - 2V_S^2}{V_P^2 - V_S^2} \quad (3.2)$$

G : módulo de elasticidade transversal;

ρ : massa específica;

v : coeficiente de Poisson.

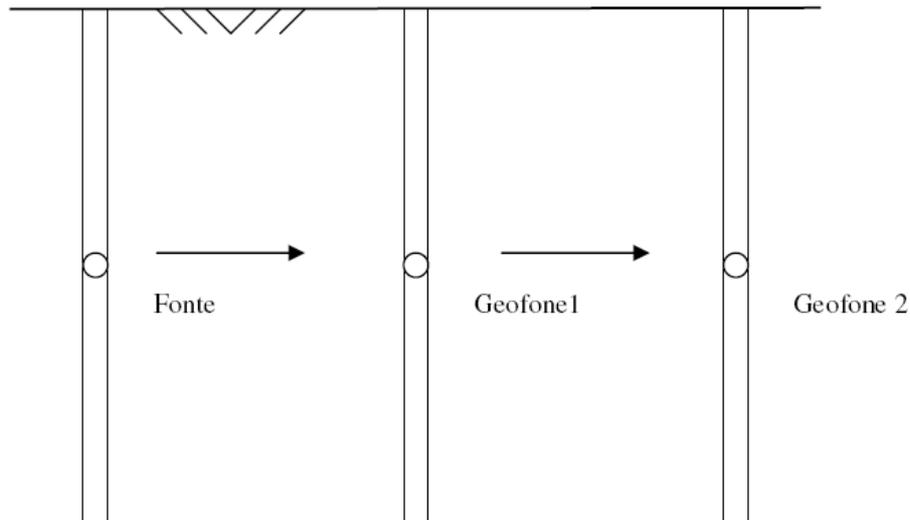


Figura 3.5: Ensaio “cross-hole” (SANTOS, 2010).

3.3. REFLEXÃO E REFRAÇÃO DE ONDAS EM MEIOS DESIGUAIS

A Figura 3.6 ilustra a propagação de uma onda de cisalhamento através de uma haste, de um meio mais fraco em direção a um meio mais resistente. O meio mais fraco possui massa específica ρ_1 e velocidade de propagação de ondas de cisalhamento V_{s1} . O meio mais resistente possui massa específica ρ_2 e velocidade de propagação de ondas de cisalhamento V_{s2} . A grandeza V_s é definida na equação (3.3) (SANTOS, 2010):

$$V_s = \sqrt{\frac{GA}{\bar{m}}} = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad (3.3)$$

G : módulo de elasticidade transversal do meio;

A : área da seção transversal;

\bar{m} : massa por comprimento;

ρ : massa específica.

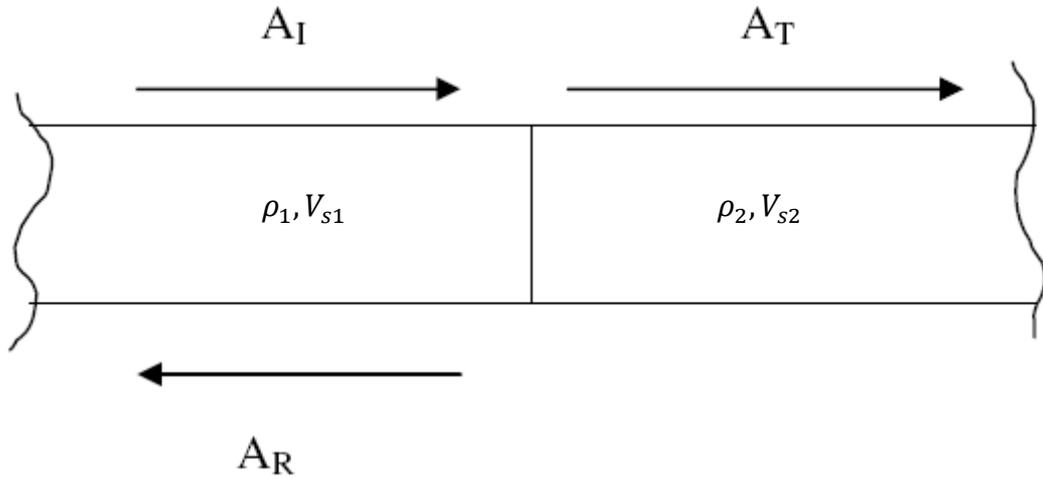


Figura 3.6: Reflexão e refração de ondas em meios desiguais (SANTOS, 2010).

As variáveis A_i presentes na Figura 3.6 são amplitudes das ondas: A_I é a parcela incidente; A_T é a parcela refratada; e A_R é a parcela refletida. As amplitudes de ondas secundárias refratadas e refletidas são dadas pelas equações (3.5) e (3.6) em função da variável α definida na equação (3.4) (SANTOS, 2010):

$$\alpha = \frac{\rho_2 \cdot V_{s2}}{\rho_1 \cdot V_{s1}} = \sqrt{\frac{G_2 \cdot \rho_2}{G_1 \cdot \rho_1}} \quad (3.4)$$

ρ_1, ρ_2 : massas específicas dos meios;

V_{s1}, V_{s2} : velocidades de propagação de ondas de cisalhamento, vide equação (3.3);

G_1, G_2 : módulos de elasticidade transversal dos meios;

$$A_T = \frac{2}{\alpha + 1} \cdot A_I \quad (3.5)$$

$$A_R = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} \cdot A_I \quad (3.6)$$

A_I, A_T, A_R : amplitudes de onda incidente inicial, refratada e refletida, respectivamente;

α : variável definida na equação (3.4).

Outro caso possível é aquele em que a onda se propague antes em um meio mais resistente que em um mais fraco. Nesse caso, a tendência é que toda a onda seja refratada.

4. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

4.1. DESCRIÇÃO

O problema descrito por LUCO (1976) consiste em uma fundação rígida circular de raio a assente na superfície de um meio viscoelástico estratificado e sujeita a uma vibração harmônica forçada.

O meio estratificado é formado por $N-1$ camadas horizontais sobrejacentes a um semi-espço viscoelástico, como é mostrado na Figura 4.1. As camadas e o semi-espço são considerados: homogêneos (as propriedades não variam com a profundidade) e isotrópicos (as propriedades são as mesmas independentemente da direção considerada). Possuem massa específica ρ_i , módulo de cisalhamento G_i e coeficiente de Poisson ν_i ; i variando de 1 a N .

4.2. VIBRAÇÃO FORÇADA HARMÔNICA

Três tipos de excitações harmônicas são analisadas: força vertical, momento e força horizontal. Todas as excitações são expressas em termos das variáveis complexas, sendo que estas apresentam soluções matematicamente equivalentes às soluções em termos trigonométricos (senos e cossenos), sendo aquelas preferidas por serem mais compactas e facilitarem a solução computacional.

Segundo SANTOS (2010), na solução complexa, a amplitude da força possui uma parte real e uma parte imaginária, correspondentes às amplitudes do cosseno e do seno, respectivamente. A função deslocamento possui a mesma frequência da força excitadora.

LUCO (1976) definiu as forças excitadoras, mostradas na Figura 4.1 e apresentadas nas equações (4.1) a (4.3):

$$V(t) = Ve^{i\omega t} \quad (4.1)$$

$$M(t) = Me^{i\omega t} \quad (4.2)$$

$$H(t) = He^{i\omega t} \quad (4.3)$$

$V(t), M(t), H(t)$: força vertical, momento e força horizontal, respectivamente;

V, M, H : amplitudes da força vertical, do momento e da força horizontal, respectivamente;

$$e^{i\omega t} = \cos(\omega t) + i\text{sen}(\omega t) \quad (\text{Fórmula de Euler})$$

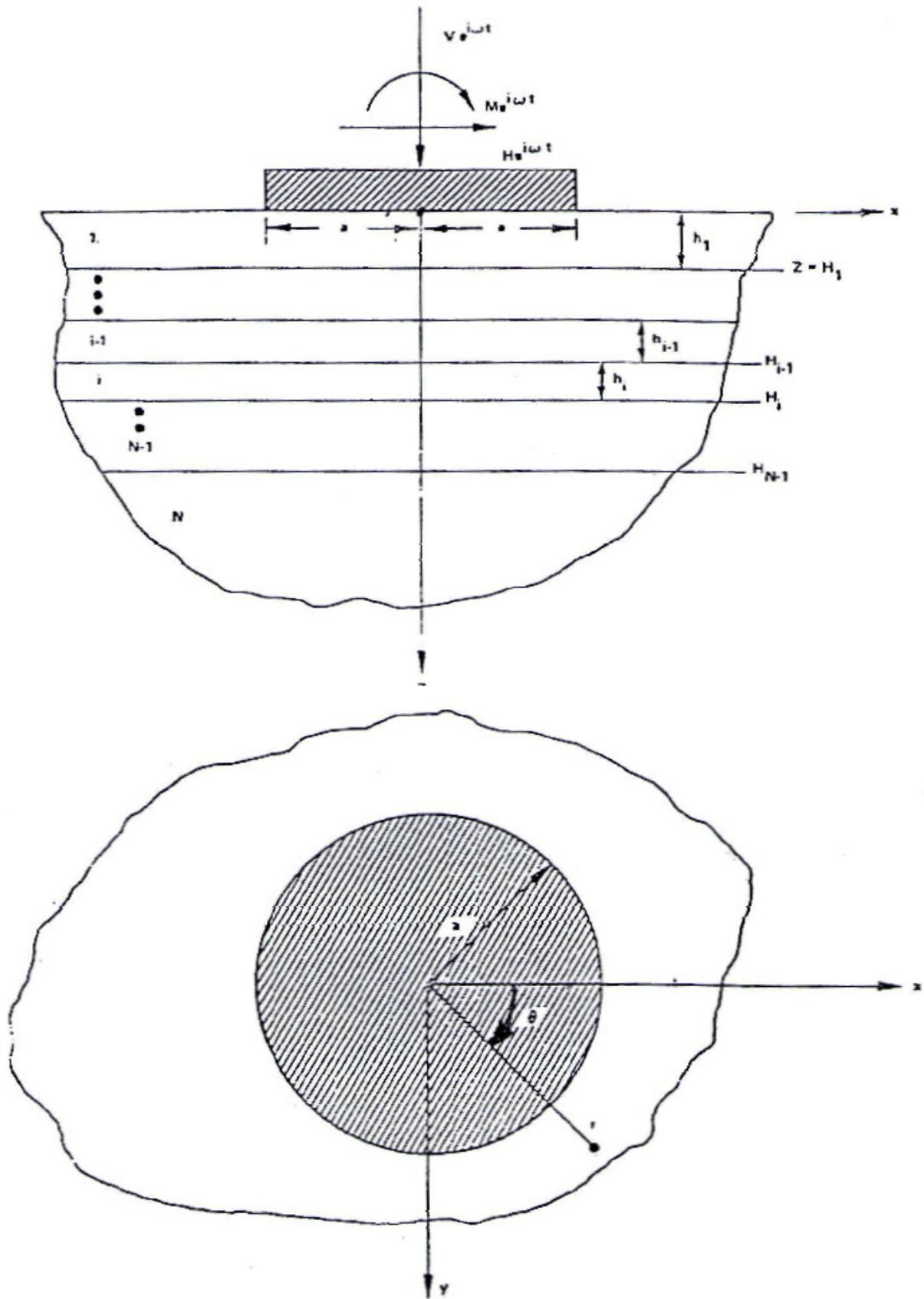


Figura 4.1: Descrição do problema (LUCO, 1976).

4.3. CONDIÇÕES DE CONTORNO

O contato entre a fundação e a superfície da primeira camada é considerado “aliviado”, ou seja, não há atrito para as vibrações devidas à força vertical e ao momento. Para a vibração devida à força horizontal, a tensão normal na face inferior da fundação ($z = 0$) é assumida igual a zero.

O contato é considerado “aliviado” para evitar condições de contorno mais complexas que seriam resultantes de uma ligação perfeita entre a fundação e a superfície da camada. Segundo LUCO (1974) essas aproximações fornecem resultados suficientemente precisos para os efeitos práticos.

As condições de contorno para $z = 0$ são expressas em termos de deslocamentos (u) e tensões (σ e τ) em coordenadas cilíndricas (LUCO, 1976).

4.3.1. Força Harmônica Vertical

$$u_z(r, \theta, 0) = \Delta_V \cdot e^{i\omega t}; \quad 0 \leq r \leq a \quad (4.4)$$

$$\sigma_z(r, \theta, 0) = 0; \quad r > a \quad (4.5)$$

$$\tau_{zr}(r, \theta, 0) = \tau_{z\theta}(r, \theta, 0) = 0; \quad 0 < r < \infty \quad (4.6)$$

ω : frequência excitadora;

Δ_V : amplitude do deslocamento vertical no centro da fundação rígida.

4.3.2. Momento Harmônico

$$u_z(r, \theta, 0) = \alpha \cdot r \cdot \cos\theta \cdot e^{i\omega t}; \quad 0 \leq r \leq a \quad (4.7)$$

$$\sigma_z(r, \theta, 0) = 0; \quad r > a \quad (4.8)$$

$$\tau_{zr}(r, \theta, 0) = \tau_{z\theta}(r, \theta, 0) = 0; \quad 0 < r < \infty \quad (4.9)$$

ω : frequência excitadora;

α : amplitude do ângulo de rotação em relação ao eixo Y ($\theta = \pi/2$).

4.3.3. Força Harmônica Horizontal

$$u_r(r, \theta, 0) = \Delta_H \cdot \cos\theta \cdot e^{i\omega t}; \quad 0 \leq r \leq a \quad (4.10)$$

$$u_\theta(r, \theta, 0) = -\Delta_H \cdot \sin\theta \cdot e^{i\omega t}; \quad 0 \leq r \leq a \quad (4.11)$$

$$\tau_{Zr}(r, \theta, 0) = \tau_{Z\theta}(r, \theta, 0) = 0; \quad r > a \quad (4.12)$$

$$\sigma_z(r, \theta, 0) = 0; \quad 0 < r < \infty \quad (4.13)$$

ω : frequência excitadora;

Δ_V : amplitude do deslocamento horizontal da fundação na direção do eixo X ($\theta = 0$).

4.3.4. Condições de Continuidade

As camadas adjacentes são consideradas “soldadas”, ou seja, perfeitamente ligadas de forma que as tensões e os deslocamentos sejam contínuos ao longo de cada interface. As condições de continuidade na interface $z = H_i$, i variando de 1 a $(N - 1)$, são expressas por (LUCO,1976):

$$u_r^i(r, \theta, H_i) = u_r^{i+1}(r, \theta, H_i) \quad (4.14)$$

$$u_\theta^i(r, \theta, H_i) = u_\theta^{i+1}(r, \theta, H_i) \quad (4.15)$$

$$u_z^i(r, \theta, H_i) = u_z^{i+1}(r, \theta, H_i) \quad (4.16)$$

$$\tau_{Zr}^i(r, \theta, H_i) = \tau_{Zr}^{i+1}(r, \theta, H_i) \quad (4.17)$$

$$\tau_{Z\theta}^i(r, \theta, H_i) = \tau_{Z\theta}^{i+1}(r, \theta, H_i) \quad (4.18)$$

$$\sigma_z^i(r, \theta, H_i) = \sigma_z^{i+1}(r, \theta, H_i) \quad (4.19)$$

Além disso, os deslocamentos e as tensões no semi-espaço devem tender a zero à medida que $(r^2 + z^2)$ tende ao infinito.

4.4. CONSIDERAÇÕES DOS TIPOS DE AMORTECIMENTO

Quando o meio representa um solo estratificado, outros fatores devem ser considerados como a reflexão e a refração de ondas. Nesses casos, bem como nos casos em que há grandes deformações envolvidas, a incorporação do amortecimento do material do solo torna-se necessária. O estudo de LUCO (1976) considera dois tipos de amortecimento do material: amortecimento viscoso de Voigt e amortecimento histerético.

As relações tensão x deformação para vibração harmônica de um sólido com amortecimento viscoso de Voigt estão definidas nas equações (4.20) e (4.21). O estado tensional em um ponto é definido na Figura 4.2 através dos vetores tensão que atuam nas facetas paralelas aos planos coordenados.

$$\sigma_z = (\lambda + i\omega\lambda')(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) + 2(\mu + i\omega\mu')\varepsilon_z \quad (4.20)$$

$$\tau_{zx} = 2(\mu + i\omega\mu')\varepsilon_{xz} \quad (4.21)$$

σ e τ : tensões normal e cisalhante, respectivamente;

ε : deformações;

ω : frequência de excitação;

λ, μ : constantes de Lamé;

λ', μ' : constantes de Lamé viscosas.

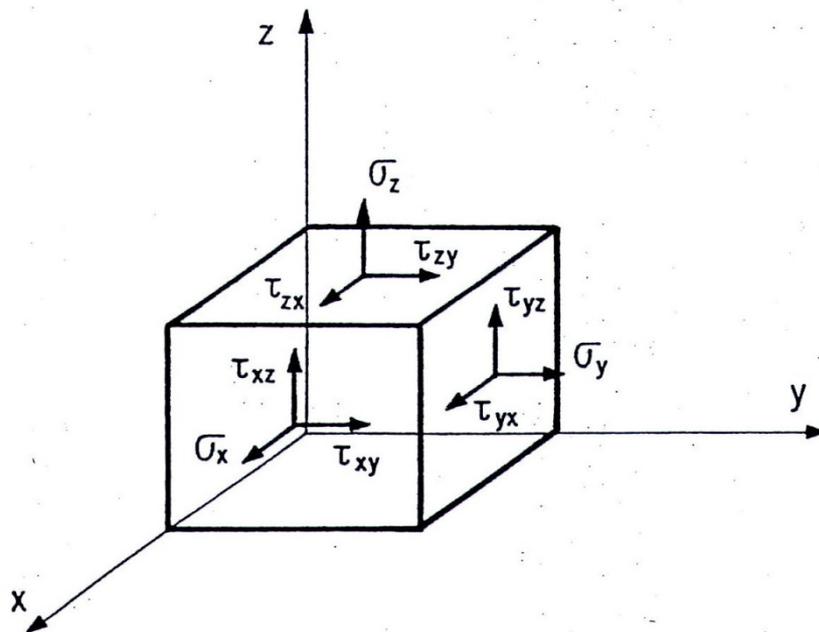


Figura 4.2: Estado tensional em um ponto através dos vetores tensão que atuam nas facetas paralelas aos planos coordenados (VILLAÇA et al., 2006).

O problema viscoelástico pode ser resolvido desde que a solução do problema puramente elástico correspondente seja conhecida, através da substituição das propriedades do material viscoelástico (LUCO, 1976):

$$\lambda^* = \lambda \left(1 + \frac{i\omega\lambda'}{\lambda} \right) \quad (4.22)$$

$$\mu^* = \mu \left(1 + \frac{i\omega\mu'}{\mu} \right) \quad (4.23)$$

ω : frequência de excitação;

λ, μ : constantes de Lamé;

λ', μ' : constantes de Lamé viscosas;

λ^*, μ^* : constantes viscoelásticas.

Os termos que possuem apóstrofo (') são viscosos, os termos que possuem asterisco (*) são viscoelásticos, enquanto os demais termos são elásticos.

Para simplificar o problema, foi assumido que:

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{\mu'}{\mu} \quad (4.24)$$

A utilização da equação (4.24) na definição das demais constantes viscoelásticas proporcionou a vantagem do coeficiente de Poisson do meio viscoelástico ser igual ao do meio elástico. Por outro lado, o módulo de “bulk”, descrito no Anexo B, é complexo.

$$E^* = E \left(1 + \frac{i\omega\mu'}{\mu} \right) \quad (4.25)$$

$$k^* = k \left(1 + \frac{i\omega\mu'}{\mu} \right) \quad (4.26)$$

$$v^* = v \quad (4.27)$$

E : módulo de elasticidade;

k : módulo de “bulk”;

v : coeficiente de Poisson.

A equação (4.21) indica que para a deformação por cisalhamento a relação tensão x deformação pode ser descrita por uma elipse. A energia perdida por ciclo é igual à área dessa elipse, enquanto a “perda específica” é fornecida pela equação (4.28):

$$\frac{\Delta W}{W} = 2\pi \frac{\omega\mu'}{\mu} \quad (4.28)$$

W : energia elástica armazenada quando a deformação é máxima.

A equação (4.28) indica que para o sólido de Voigt, a “perda específica”, ou a energia perdida por ciclo, é proporcional à frequência de excitação. O ciclo tensão x deformação tem forma elíptica que é resultado direto da viscosidade do meio. No entanto, testes de solos em laboratório indicaram que a “perda específica” é independente da frequência de excitação e o ciclo tensão x deformação não possui a forma de uma elipse.

Considerando o resultado dos testes em laboratório, o mecanismo de dissipação de energia não se enquadra no tipo viscoso. O amortecimento viscoso é considerado quando o amortecimento é proporcional à velocidade, como quando há movimentação de um corpo em um meio fluido ou quando há passagem de líquido e gás por um orifício (LIMA et al., 2008). No entanto esse mecanismo é considerado um resultado direto do comportamento anelástico do solo (LUCO, 1976).

Como esse modelo é anelástico, uma aproximação seria tratar o solo como um meio viscoelástico; afinal, a anelasticidade é um caso particular da viscoelasticidade. Esse modelo de amortecimento, que é interno, é denominado de amortecimento do tipo histerético. No entanto, nos casos em que o módulo de cisalhamento complexo μ^* e a “perda específica” $\Delta W/W$ forem dados pelas equações (4.29) e (4.30), o meio não pode ser considerado viscoelástico.

$$\mu^* = \mu(1 + 2i\zeta) \quad (4.29)$$

$$\frac{\Delta W}{W} = 4\pi\zeta \quad (4.30)$$

μ, μ^* : módulos de cisalhamento elástico e viscoelástico, respectivamente;

W : energia elástica armazenada quando a deformação é máxima;

ζ : constante de amortecimento independente da frequência, análoga a uma porcentagem de amortecimento crítico em condições de ressonância ou vibração livre.

Para pequenas deformações os valores de ζ são inferiores a 0,02; enquanto que para grandes deformações ζ alcança valores entre 0,15 e 0,20 (LUCO,1976).

4.5. FUNÇÕES DE IMPEDÂNCIA

No desenvolvimento das equações em termos de coordenadas cilíndricas satisfazendo as condições nas interfaces das camadas, bem como as condições no infinito, LUCO (1974 e 1976) obteve equações integrais de Fredholm. A solução numérica dessas integrais resultou nas equações expressando a força vertical total V , o momento M em torno do eixo y e a força horizontal total H na direção x pelas equações (4.31) a (4.33), respectivamente, as quais possuem a mesma forma das equações (4.1) a (4.3) apresentadas anteriormente.

$$V = \frac{4G_1 a}{1 - \nu_1} [k_{VV}(a_0) + i a_0 c_{VV}(a_0)] \Delta_V e^{i\omega t} \quad (4.31)$$

$$M = \frac{8G_1 a^3}{3(1 - \nu_1)} [k_{MM}(a_0) + i a_0 c_{MM}(a_0)] \alpha e^{i\omega t} \quad (4.32)$$

$$H = \frac{8G_1 a}{2 - \nu_1} [k_{HH}(a_0) + i a_0 c_{HH}(a_0)] \Delta_H e^{i\omega t} \quad (4.33)$$

$$a_0 = \frac{\omega a}{V_{S1}} \quad (4.34)$$

$$V_{S1} = \sqrt{\frac{\rho_1}{G_1}} \quad (4.35)$$

ω : frequência excitadora;

a_0 : frequência excitadora adimensional;

a : raio da fundação;

G_1 : módulo de cisalhamento da 1ª camada;

ν_1 : coeficiente de Poisson da 1ª camada;

ρ_1 : massa específica da 1ª camada;

V_{S1} : velocidade de propagação da onda de cisalhamento.

Nas equações (4.31) a (4.33), os termos dentro dos colchetes são as funções de impedância normalizadas, vertical, rotacional e horizontal, respectivamente. O termo impedância genericamente significa uma medida de impedimento ou oposição ao fluxo de algo. Os fatores fora dos colchetes correspondem aos valores estáticos das funções de impedância, quando $a_0 = 0$ e para um solo homogêneo com as propriedades da primeira camada. As funções $k_{VV}(a_0)$, $k_{MM}(a_0)$ e $k_{HH}(a_0)$ correspondem à parte real das funções de impedância denominadas de coeficientes adimensionais de rigidez. As funções $c_{VV}(a_0)$, $c_{MM}(a_0)$ e $c_{HH}(a_0)$ que são proporcionais à parte imaginária das funções, são denominadas de coeficientes adimensionais de amortecimento.

5. EXEMPLOS

5.1. DESCRIÇÃO

Será feita a análise de uma fundação rígida circular de raio a assente na superfície de um meio estratificado viscoelástico de espessura h . O meio estratificado será formado por apenas uma camada localizada acima do semi-espaço, como é mostrado na Figura 5.1. Será adotada a seguinte convenção: número um (1) para os parâmetros da camada e número dois (2) para os parâmetros do semi-espaço.

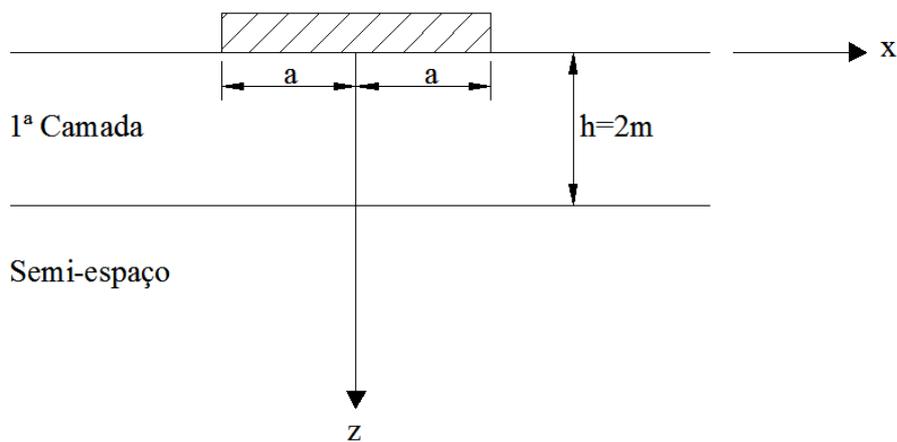


Figura 5.1: Ilustração do exemplo.

Serão avaliadas apenas as funções de impedância para vibração vertical, no presente estudo, por serem consideradas as mais afetadas pela estratificação de acordo com o LUCO (1974). Dessa forma, apenas uma força unitária na frequência ω , utilizada como força vertical excitadora $F(t)$ do sistema estrutural, é suficiente para efetuar as avaliações.

$$F(t) = 1e^{i\omega t} \text{ [kN]} \quad (5.1)$$

Em relação às propriedades do solo, LUCO (1974) definiu os três casos mostrados na Tabela 5.2. Esses três casos foram escolhidos com o intuito de representar três tipos de contrastes entre as propriedades da camada e do semi-espaço, definidos em função de suas velocidades de propagação das ondas cisalhantes V_{S1} e V_{S2} .

- “Caso 1” representando pequeno contraste: $V_{S1}/V_{S2} = 0,8$;
- “Caso2” representando contraste médio: $V_{S1}/V_{S2} = 0,4$;
- “Caso3” representando grande contraste: $V_{S1}/V_{S2} = 0,2$.

Para todos os casos, o módulo de cisalhamento G_1 , a massa específica ρ_1 e a espessura H da camada são fixados, ver Tabela 5.1. Outros dados são fornecidos na Tabela 5.2: razão ρ_1/ρ_2 das massas específicas da camada e do semi-espaço e coeficientes de Poisson ν_1 e ν_2 da camada e do semi-espaço, respectivamente.

Tabela 5.1: Dados da camada 1.

Massa específica ρ_1	$1,7 \text{ t/m}^3$
Módulo de cisalhamento G_1	100000 kN/m^2
Espessura h	2 m

Tabela 5.2: Dados dos Casos 1, 2 e 3 que representam pequeno, médio e grande contraste entre a camada e o semi-espaço.

Casos	1	2	3
Dados			
V_{s1}/V_{s2}	0,8	0,4	0,2
ρ_1/ρ_2	0,85	0,85	0,85
ν_1	0,25	0,30	0,35
ν_2	0,25	0,25	0,25
h/a	0,2	-	-
	0,5	0,5	0,5
	1,0	1,0	1,0
	-	2,0	2,0
	3,0	-	-
	-	5,0	5,0
	∞	∞	∞

LUCO (1974) apresentou uma série de gráficos com os coeficientes de rigidez k_{vv} e amortecimento c_{vv} vs. frequência adimensional a_0 . Esses gráficos possuem diversas curvas para as várias razões (h/a), espessura da camada dividida pelo raio da fundação, definidas também na Tabela 5.2. Os gráficos são mostrados nas Figuras 5.3 a 5.8.

5.2. OBJETIVO

O objetivo principal do projeto em questão é encontrar uma alternativa à solução numérica apresentada por LUCO (1974 e 1976) que considere os efeitos da estratificação na determinação das impedâncias de uma forma simplificada, rápida e eficaz. Para isso, primeiramente serão determinadas curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional com base nos coeficientes de rigidez e amortecimento obtidos nos gráficos de LUCO, Figuras 5.3 a 5.8.

Em seguida, serão determinadas novas curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional para duas hipóteses. A primeira hipótese admite o solo estratificado como sendo um solo homogêneo, porém o módulo de cisalhamento a ser utilizado é o equivalente entre a camada e o semi-espaço.

A primeira hipótese, ao considerar o solo homogêneo, também considera que toda a onda está sendo refratada, fato que não é real porque o meio é estratificado. Para tentar amenizar essa imprecisão, na segunda hipótese será aplicado um coeficiente de redução ao amortecimento obtido na primeira hipótese.

Para todas as hipóteses, as amplificações dinâmicas serão calculadas passo a passo para o a razão $h/a = 2,0$ do Caso 2 até a frequência adimensional $a_0 = 3,0$. Antes disso, serão apresentados conceitos fundamentais para esses cálculos.

5.3. CONCEITOS NECESSÁRIOS

5.3.1. Parâmetros do Sistema Dinâmico de Um Grau de Liberdade

Um bloco rígido com vibração no sentido vertical, eixo z , pode ser esquematizado como na Figura 5.2. Como a posição da massa M pode ser definida em qualquer instante de tempo t por apenas uma coordenada, o sistema possui um grau de liberdade. A equação do movimento, os parâmetros K e C são definidos nas equações (5.2) a (5.4) (SANTOS, 2010). O parâmetro $F(t)$ é a força aplicada no sistema, anteriormente definida na equação (5.1).

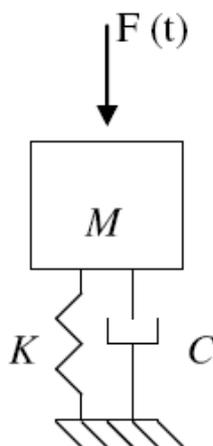


Figura 5.2: Sistema de um grau de liberdade (SANTOS, 2010)

$$M \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + C \frac{du(t)}{dt} + Ku(t) = F(t) \quad (5.2)$$

$$K = \frac{4Ga}{1 - \nu} \quad (5.3)$$

$$C = \frac{3,4a^2}{1 - \nu} \sqrt{\rho G} \quad (5.4)$$

$u(t)$: deslocamento em função do tempo;

K : mola que representa as propriedades elásticas do sistema;

C : amortecedor que representa o mecanismo de dissipação de energia;

G : módulo de elasticidade transversal do solo;

ρ : massa específica do solo;

ν : coeficiente de Poisson do solo;

a : raio da fundação.

5.3.2. Amplificação Dinâmica

O deslocamento $u(t)$ em função do tempo é definido na equação (5.5). Ao se considerar a equação (5.1), obtém-se a (5.6). A equação (5.7) mostra o deslocamento estático $u_{st}(t)$ e a equação (5.8) calcula a amplificação dinâmica D .

$$u(t) = \frac{F_0 e^{i\omega t}}{-\omega^2 M + i\omega C + K} \quad (5.5)$$

$$u(t) = \frac{1 \cdot e^{i\omega t}}{-\omega^2 M + i\omega C + K} \quad (5.6)$$

$$u_{st} = \frac{F_0}{K} = \frac{1}{K} \quad (5.7)$$

$$D = \frac{u(t)_{MAX}}{u_{st}} \quad (5.8)$$

F_0 : amplitude da força excitadora;

ω : frequência excitadora;

M, K, C : massa, rigidez e amortecimento do sistema.

5.3.3. Massa do Sistema Dinâmico

Serão analisados dois tipos de fundações: leve e pesada. Essa diferenciação será feita através dos valores adimensionais definidos por Richart para solo homogêneo, apresentados em SANTOS (2010) e transcritos na equação (5.9).

$$BZ = \frac{(1 - \nu)M}{4\rho a^3} \quad (5.9)$$

BZ : massa adimensionalizada.

- Adotou-se como exemplo $BZ = 1$ (fundação leve) e $BZ = 5$ (fundação pesada);

ν : coeficiente de Poisson do solo;

M : massa da fundação;

ρ : massa específica do solo;

a : raio da fundação.

5.4. DESLOCAMENTOS OBTIDOS COM A UTILIZAÇÃO DOS COEFICIENTES DO LUCO (1974)

Nas Figuras 5.3 a 5.8 são apresentados os coeficientes de rigidez e amortecimento em função da frequência obtidos por LUCO (1974), de acordo com o contraste entre a camada e o semi-espaço e a razão entre a espessura da camada e o raio da fundação circular.

5.4.1. Coeficientes de Rigidez e Amortecimento para o Caso 1

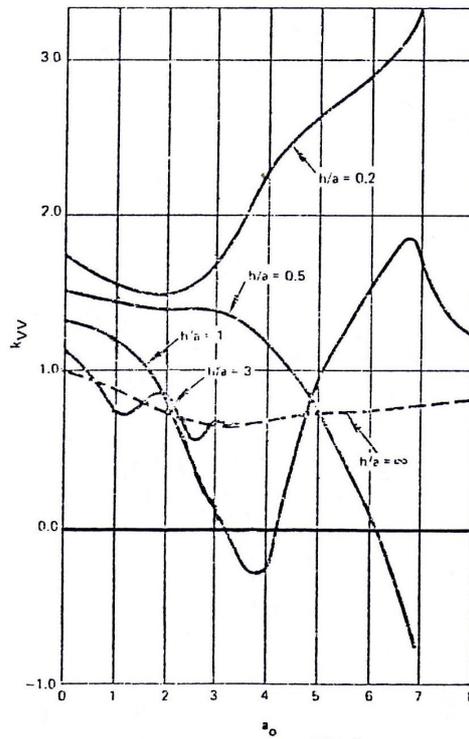


Figura 5.3: Coeficientes de rigidez vs. frequência adimensional para o Caso 1 (LUCO, 1974).

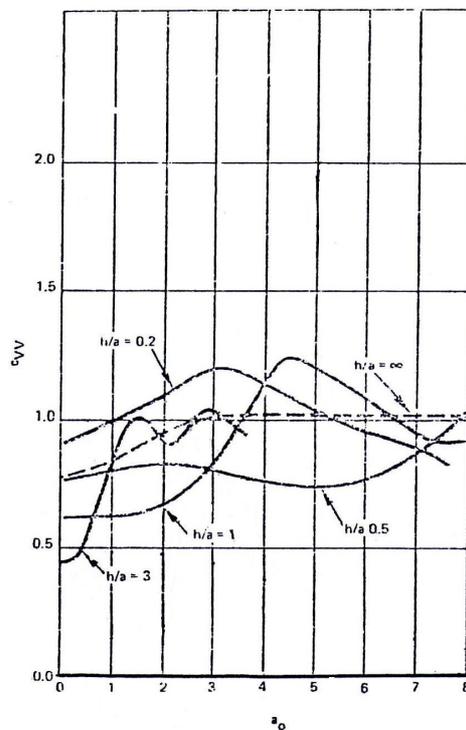


Figura 5.4: Coeficientes de amortecimento vs. frequência adimensional para o Caso 1 (LUCO, 1974).

5.4.2. Coeficientes de Rigidez e Amortecimento para o Caso 2

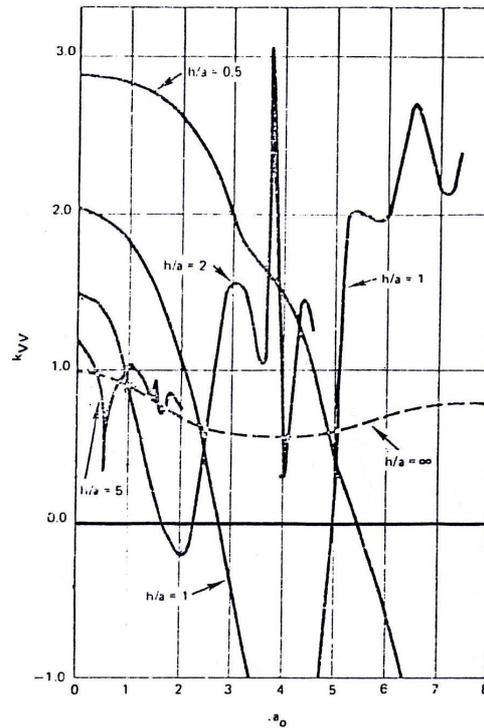


Figura 5.5: Coeficientes de rigidez vs. frequência adimensional para o Caso 2 (LUCO, 1974).

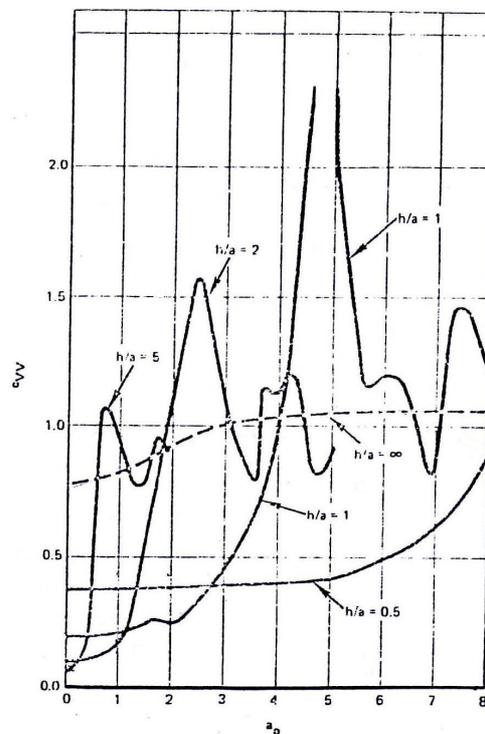


Figura 5.6: Coeficientes de amortecimento vs. frequência adimensional para o Caso 2 (LUCO, 1974).

5.4.3. Coeficientes de Rigidez e Amortecimento para o Caso 3

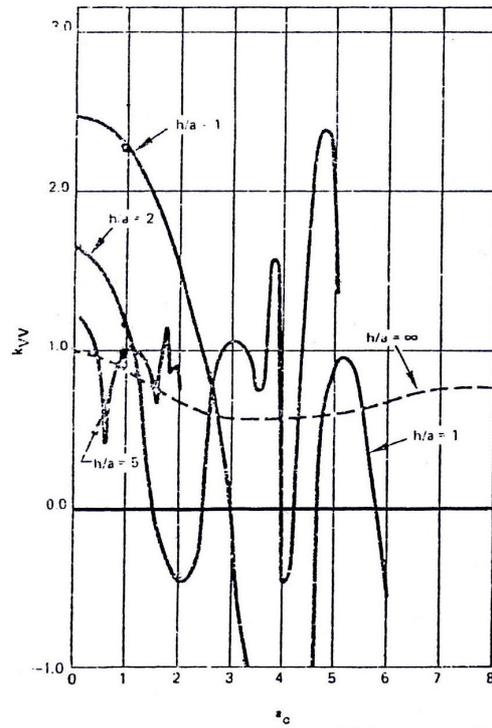


Figura 5.7: Coeficientes de rigidez vs. frequência adimensional para o Caso 3 (LUCO, 1974).

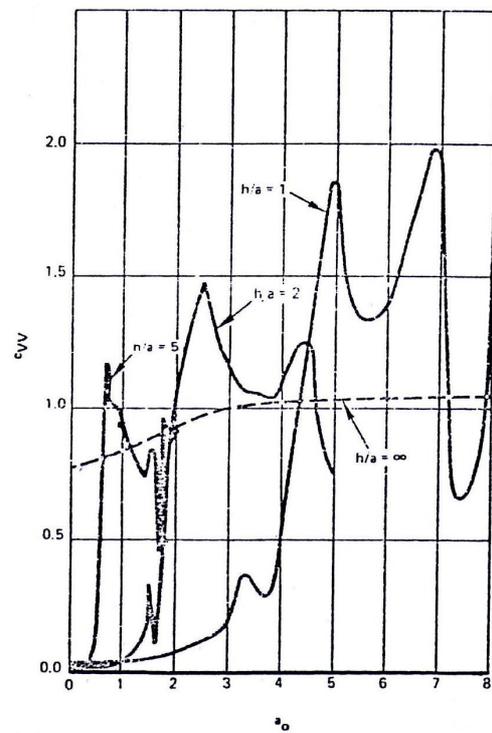


Figura 5.8: Coeficientes de amortecimento vs. frequência adimensional para o Caso 3 (LUCO, 1974).

5.4.4. Cálculos: Razão $h/a=2,0$ para o Caso 2

Primeiramente são calculados os demais dados em função da Tabela 5.2 que também serão os mesmos utilizados para as duas hipóteses apresentadas mais a frente.

- Raio da fundação:

$$\frac{h}{a} = 0,2 \rightarrow a = \frac{2,0}{0,2} = 10,0 \text{ m} \quad (5.10)$$

- Massa específica do semi-espço:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = 0,85 \rightarrow \rho_2 = \frac{1,7}{0,85} = 2,0 \text{ t/m}^3 \quad (5.11)$$

- Módulo de cisalhamento do semi-espço:

$$\frac{V_{s1}}{V_{s2}} = 0,8 \rightarrow \frac{\sqrt{\frac{G_1}{\rho_1}}}{\sqrt{\frac{G_2}{\rho_2}}} = 0,8 \rightarrow G_2 = \frac{G_1 \rho_2}{0,8^2 \rho_1} = 183824 \text{ kN/m}^2 \quad (5.12)$$

- Velocidades de propagação das ondas cisalhantes:

$$V_{s1} = \sqrt{\frac{G_1}{\rho_1}} = \sqrt{\frac{100000}{1,7}} = 243 \text{ m/s} \quad (5.13)$$

$$V_{s2} = \sqrt{\frac{G_2}{\rho_2}} = \sqrt{\frac{183824}{2,0}} = 303 \text{ m/s} \quad (5.14)$$

Alguns pontos das curvas de coeficiente de rigidez e amortecimento do Caso 2 para a razão $h/a = 2,0$ são tomados nos gráficos das Figuras 5.5 e 5.6 para que as equações dessas curvas possam ser determinadas através de interpolação, vide Figura 5.9.

Da equação (4.31) obtém-se a rigidez complexa, equação (5.15), que possui uma parcela elástica e outra viscosa e a partir do seu desenvolvimento são obtidas a rigidez e o amortecimento.

$$K_{complexo} = \frac{4G_1 a}{1 - \nu_1} [k_{VV}(a_0) + ia_0 c_{VV}(a_0)] \quad (5.15)$$

- Rigidez segundo Luco:

$$F_{elastica} = Ku \rightarrow Ku = \left[\frac{4G_1 a}{1 - \nu_1} k_{VV}(a_0) \right] u \rightarrow K = \frac{4G_1 a}{1 - \nu_1} k_{VV}(a_0) \quad (5.16)$$

- Amortecimento segundo Luco:

$$F_{amort} = C \frac{du}{dt} \rightarrow C \omega u = \left[\frac{4G_1 a}{1 - \nu_1} \cdot \frac{\omega a}{V_{s1}} c_{VV}(a_0) \right] u \rightarrow C = \frac{4G_1 a^2}{(1 - \nu_1) V_{s1}} c_{VV}(a_0) \quad (5.17)$$

Substituindo-se as equações polinomiais obtidas, vide Figura 5.9, para os coeficientes k_{VV} e c_{VV} nas equações (5.16) e (5.17), obtêm-se as equações de rigidez e amortecimento do sistema em função da frequência adimensional a_0 . As massas a serem consideradas são obtidas de acordo com a equação (5.9).

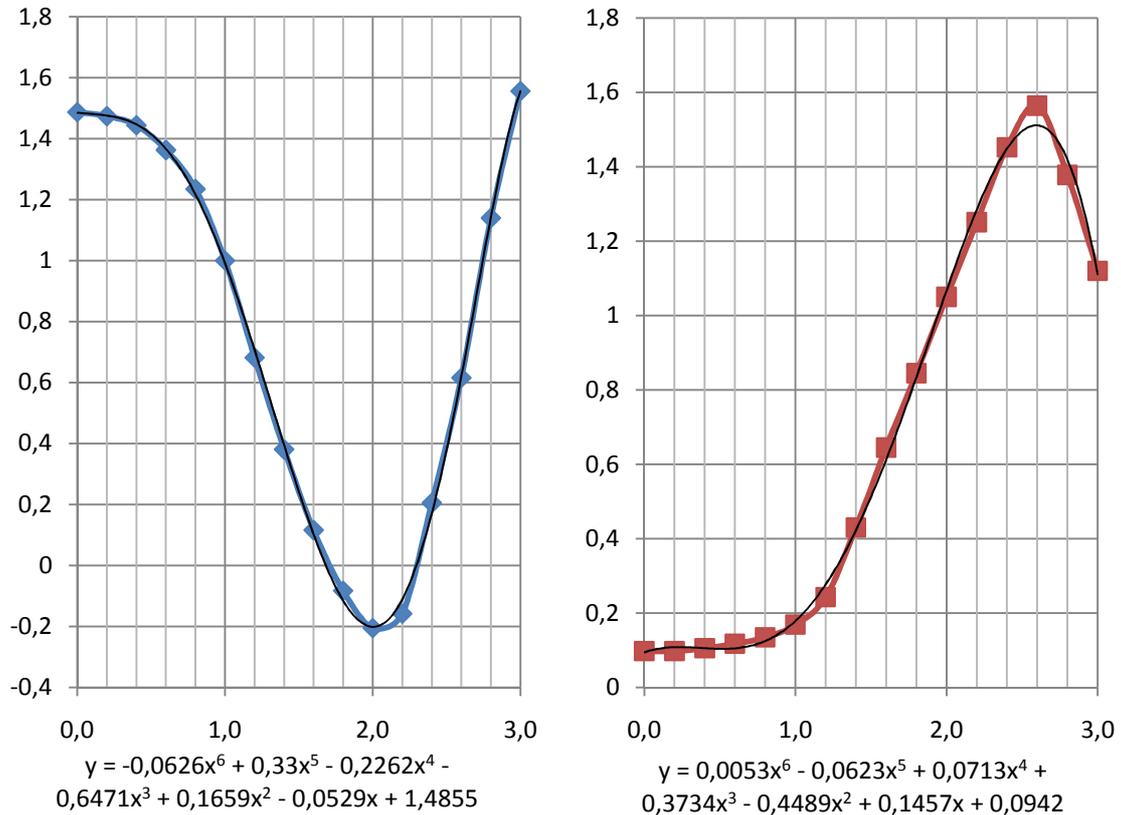


Figura 5.9: Curvas de coeficientes de rigidez e amortecimento.

(À esquerda coeficiente de rigidez k_{VV} (variável y) vs. frequência adimensional a_0 (variável x). À direita coeficiente de amortecimento c_{VV} (variável y) vs. frequência adimensional a_0 (variável x). Ambas as curvas são para a razão $h/a = 2,0$ do Caso 2.)

- Massas da fundação leve e pesada:

$$M_{leve} = BZ \frac{4\rho_1 a^3}{1-\nu_1} = 1 \cdot \frac{4 \times 1,7 \times 10,0^3}{1-0,25} = 9067 t \quad (5.18)$$

$$M_{pesada} = 5 \cdot \frac{4 \times 1,7 \times 10,0^3}{1-0,25} = 45333 t \quad (5.19)$$

Substituindo-se a rigidez (equação (5.16)), o amortecimento (equação (5.17)) e a massa (equação (5.18) ou (5.19)) na equação (5.6) obtêm-se a equação do deslocamento em função da frequência excitadora ω para a análise com os parâmetros do LUCO (1974).

5.5. DESLOCAMENTOS PARA A 1ª HIPÓTESE

Na 1ª hipótese o solo é considerado homogêneo com módulo de cisalhamento equivalente entre a camada única e o semi-espço. As demais propriedades do solo são consideradas iguais às da camada de solo.

A rigidez estática de uma fundação circular assente em uma camada sobre o semi-espço é fornecida na Figura 5.11. A rigidez da mola estática vertical $K_{est,vert}$ é dada pela equação (5.20). Igualando-se essa equação com a da rigidez da mola para um sistema de um grau de liberdade, equação (5.3), obtêm-se o módulo de cisalhamento G_{equiv} equivalente para o solo homogêneo, equação (5.21).

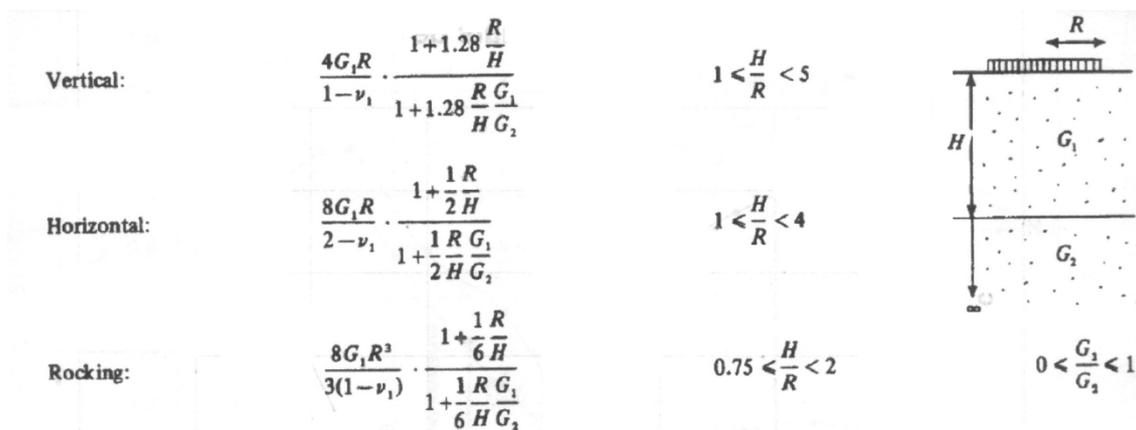


Figura 5.10: Rigidezes estáticas de uma fundação circular (GAZETAS, 1983).

$$K_{est,vert} = \frac{4G_1 a}{1 - \nu_1} \frac{1 + 1,28 \frac{a}{h}}{1 + 1,28 \frac{a}{h} \frac{G_1}{G_2}} \quad (5.20)$$

$$G_{equiv} = \frac{1 + 1,28 \frac{a}{h}}{1 + 1,28 \frac{a}{h} \frac{G_1}{G_2}} G_1 = \frac{1 + 1,28 \frac{10}{2}}{1 + 1,28 \frac{10}{2} \frac{100000}{183824}} 100000 = 165120 \frac{kN}{m^2} \quad (5.21)$$

A partir do módulo de elasticidade transversal equivalente são calculados a rigidez K_{equiv} e o amortecimento C_{equiv} através das equações (5.3) e (5.4).

$$K_{equiv} = \frac{4G_{equiv}a}{1 - \nu_1} = \frac{4 \times 165120 \times 10}{1 - 0,25} = 8806400 \frac{kN}{m} \quad (5.22)$$

$$C_{equiv} = \frac{3,4a^2}{1 - \nu_1} \sqrt{\rho_1 G_{equiv}} = \frac{3,4 \times 10^2}{1 - 0,25} \sqrt{1,7 \times 165120} = 240183 \frac{kN \cdot s}{m} \quad (5.23)$$

Substituindo-se a rigidez equivalente (equação (5.22)), o amortecimento equivalente (equação (5.23)) e a massa (equação (5.18) ou (5.19)) na equação (5.6) obtêm-se a equação do deslocamento em função da frequência excitante ω para a análise da 1ª Hipótese que considera o solo homogêneo.

5.6. DESLOCAMENTOS PARA A 2ª HIPÓTESE

Na propagação de ondas entre dois meios desiguais, parte da onda é refratada enquanto outra parte é refletida, como foi ilustrado na Figura 3.6. Na 1ª Hipótese o solo é considerado homogêneo, ou seja, despreza-se a reflexão da onda e consequentemente considera-se um amortecimento maior do que o real.

Para que seja considerada essa refração, será aplicado um fator de redução F_{red} , equação (5.24), baseado na equação (3.4) que é função das propriedades da camada e do semi-espaço.

$$F_{red} = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{G_1 \cdot \rho_1}{G_2 \cdot \rho_2}} = \sqrt{\frac{100000 \times 1,7}{183824 \times 2,0}} = 0,68 \quad (5.24)$$

A rigidez a ser considerada é a mesma calculada para a 1ª Hipótese. O amortecimento reduzido C_{red} é dado pela equação (5.25).

$$C_{red} = C_{equiv} \times F_{red} = 240183 \times 0,68 = 163324 \frac{kN.s}{m} \quad (5.25)$$

Substituindo-se a rigidez equivalente (equação (5.22)), o amortecimento reduzido (equação (5.25)) e a massa (equação (5.18) ou (5.19)) na equação (5.6) obtêm-se a equação do deslocamento em função da frequência excitante ω para a análise da 2ª Hipótese que considera o solo homogêneo com redução do amortecimento.

5.7. AMPLIFICAÇÕES DINÂMICAS VS. FREQUÊNCIA ADIMENSIONAL

A frequência excitadora deve ser multiplicada pelo raio a e dividida pela velocidade de propagação da onda cisalhante V_{s1} para se obter as frequências adimensionais. O deslocamento estático é calculado substituindo-se a rigidez equivalente calculada na equação (5.22) na expressão (5.7).

$$u_{st} = \frac{F_0}{K} = \frac{1}{8806400} = 1,14 \times 10^{-7} m = 0,114 \mu m \quad (5.26)$$

Dividindo-se os deslocamentos obtidos com os parâmetros do LUCO (1974), bem como os deslocamentos para as duas hipóteses, pelo deslocamento estático obtêm-se as ampliações dinâmicas.

6. RESULTADOS

Para todos os Casos e razões h/a , a legenda das curvas segue a convenção:

- δ_{lLuco} e δ_{pLuco} : ampliações dinâmicas que utilizam os parâmetros do LUCO (1974) para fundação leve e pesada, respectivamente;
- δ_{lequiv} e δ_{pequiv} : ampliações dinâmicas para a 1ª Hipótese (solo homogêneo, sistema dinâmico com rigidez e amortecimento equivalentes entre a camada e o semi-espaço) para fundação leve e pesada, respectivamente;
- δ_{lCred} e δ_{pCred} : ampliações dinâmicas para a 2ª Hipótese (solo homogêneo, sistema dinâmico com rigidez equivalente e amortecimento equivalente reduzido) para fundação leve e pesada respectivamente.

6.1. CASO 1

Na Tabela 6.1 são mostradas para cada razão h/a : massa, rigidez e amortecimento do sistema. As Tabelas 6.2 e 6.3 mostram as ampliações máximas e os erros relativos das Hipóteses quando comparadas com a análise que utiliza os parâmetros do Luco.

Tabela 6.1: Caso 1: Massas, rigidezes e amortecimentos.

h/a	M _{leve} (t)	M _{pesada} (t)	Rigidez (kN/m)		Amortecimento (kN.s/m)		
			Luco	1ª e 2ª Hipót.	Luco	1ª Hipót.	2ª Hipót.
0,2	9.067	45.333	Var.	8.806.379	Var.	240.183	163.324
0,5	580	2.901		3.174.179		36.479	24.806
1,0	73	363		1.433.692		8.668	5.894
3,0	3	13		411.701		894	608
10,0	0,1	0,4		112.487		77	52

Tabela 6.2: Caso 1: Amplificações máximas e erros relativos para a fundação leve.

h/a	Luco	1ª Hipótese		2ª Hipótese		Melhor Hipótese
	Ampl. Máx.	Ampl. Máx.	Erro (%)	Ampl. Máx.	Erro (%)	
0,2	1,447	1,300	10	1,807	25	1ª
0,5	1,638		21		10	2ª
1,0	2,050		37		12	2ª
3,0	2,027		36		11	2ª
10,0	1,512		14		20	1ª

Tabela 6.3: Caso 1: Amplificações máximas e erros relativos para a fundação pesada.

h/a	Luco	1ª Hipótese		2ª Hipótese		Melhor Hipótese
	Ampl. Máx.	Ampl. Máx.	Erro (%)	Ampl. Máx.	Erro (%)	
0,2	3,072	2,679	13	3,901	27	1ª
0,5	3,540		24		10	2ª
1,0	4,298		38		9	2ª
3,0	5,168		48		25	2ª
10,0	3,109		14		25	1ª

6.1.1. Razão $h/a=0,2$

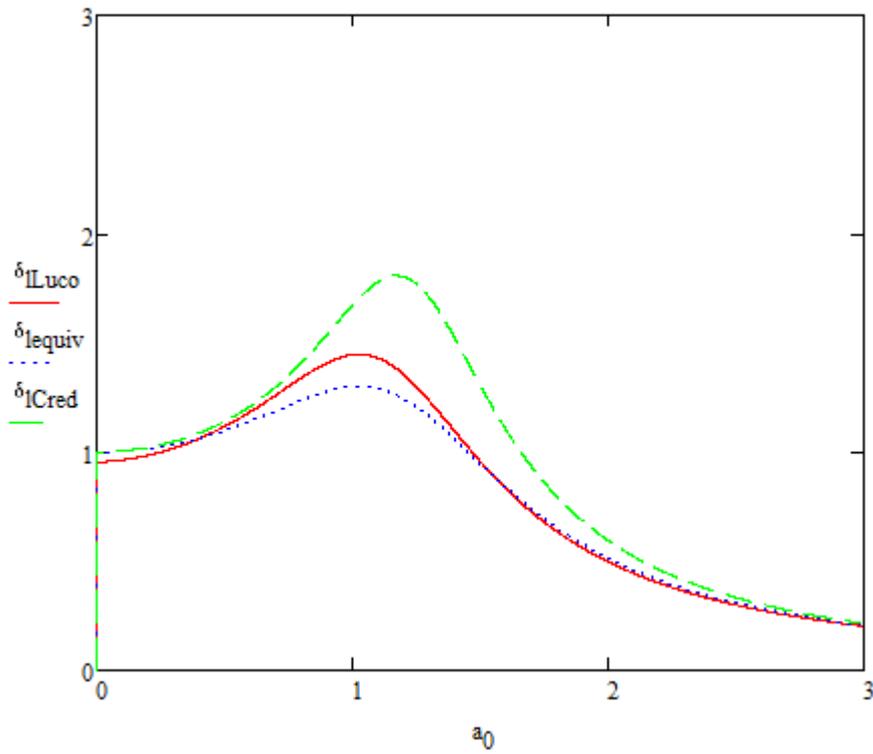


Figura 6.1: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação leve para o Caso 1 com $H/r = 0,2$.

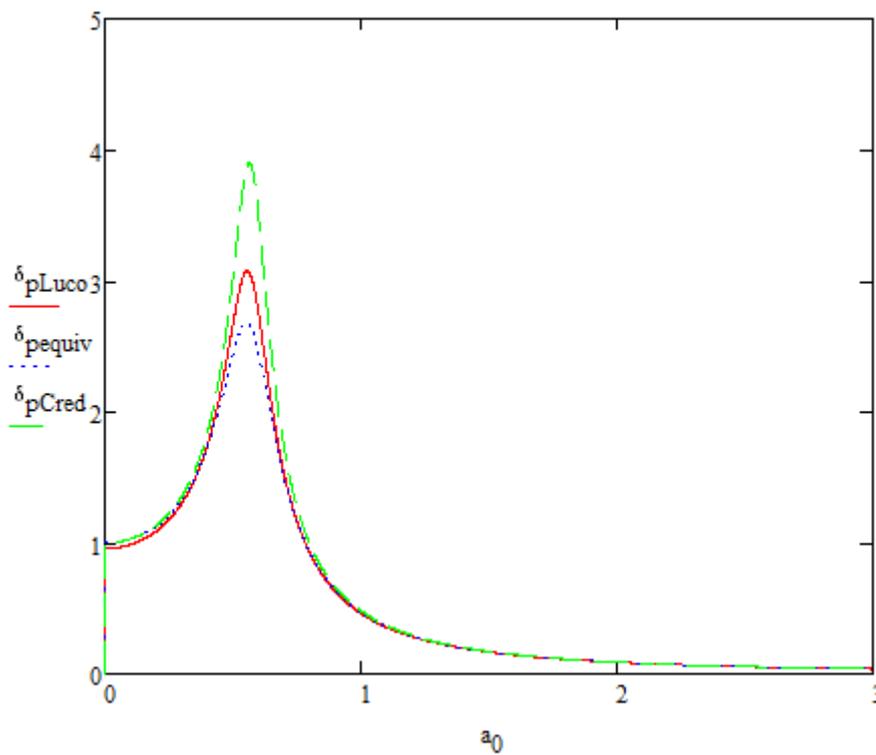


Figura 6.2: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação pesada para o Caso 1 com $H/r = 0,2$.

6.1.2. Razão $h/a=0,5$

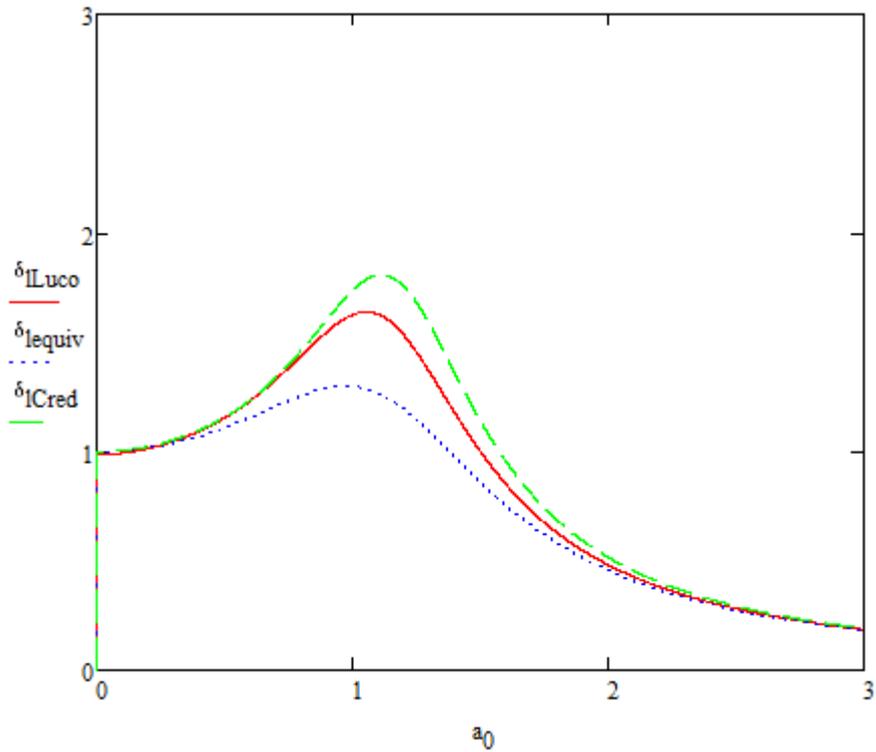


Figura 6.3: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação leve para o Caso 1 com $H/r = 0,5$.

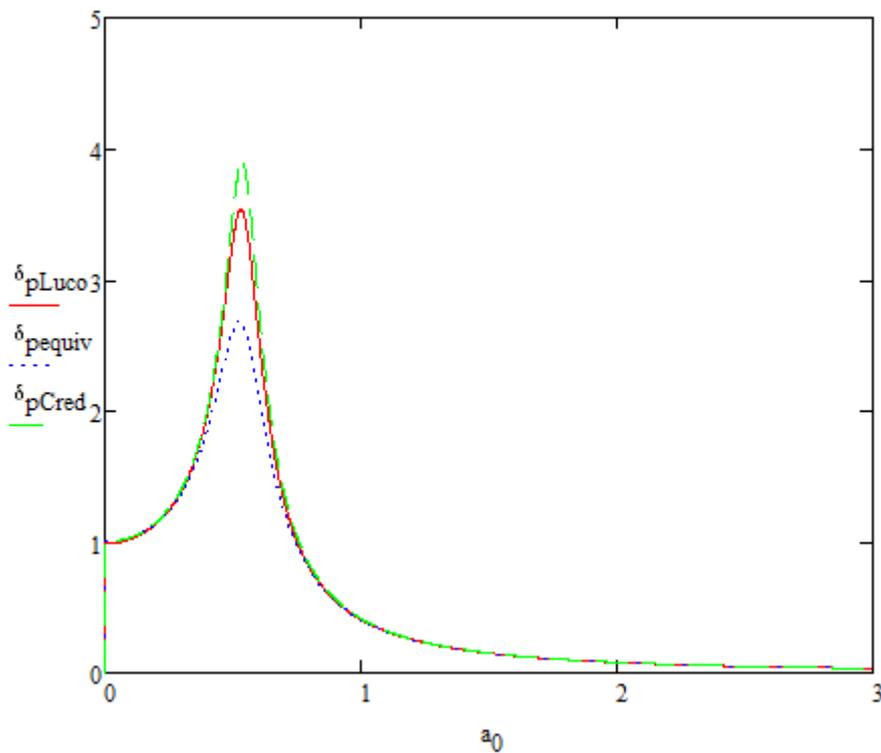


Figura 6.4: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação pesada para o Caso 1 com $H/r = 0,5$.

6.1.3. Razão $h/a=1,0$

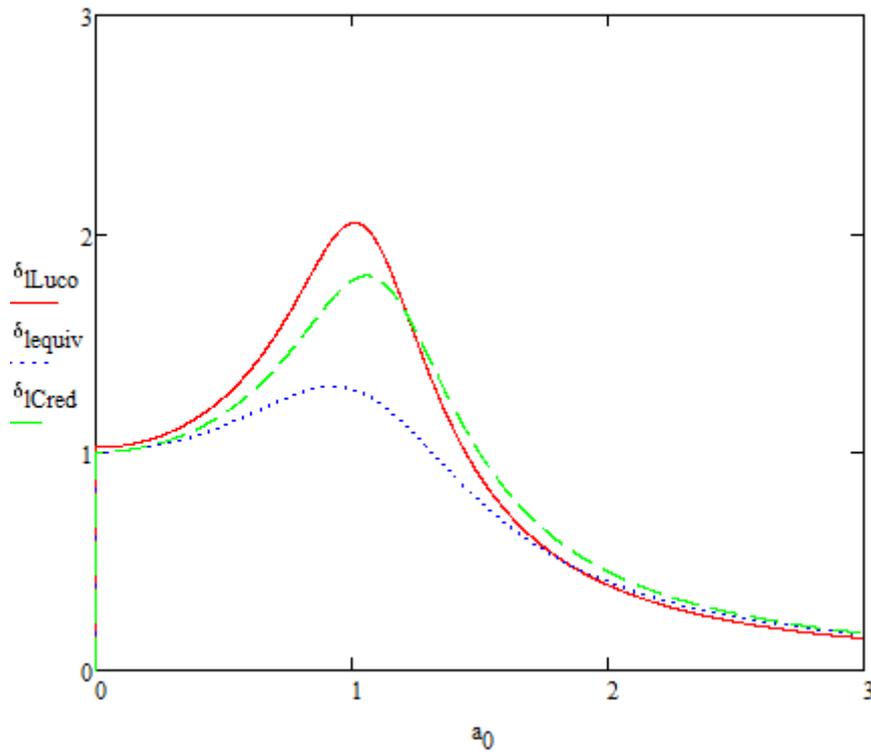


Figura 6.5: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação leve para o Caso 1 com $H/r = 1,0$.

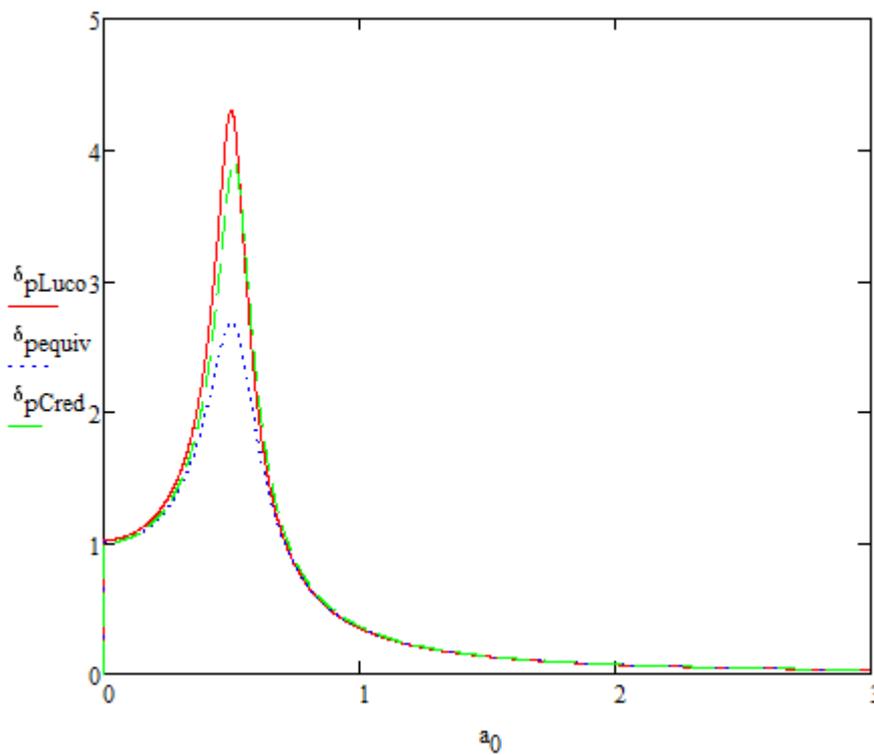


Figura 6.6: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação pesada para o Caso 1 com $H/r = 1,0$.

6.1.4. Razão $h/a=3,0$

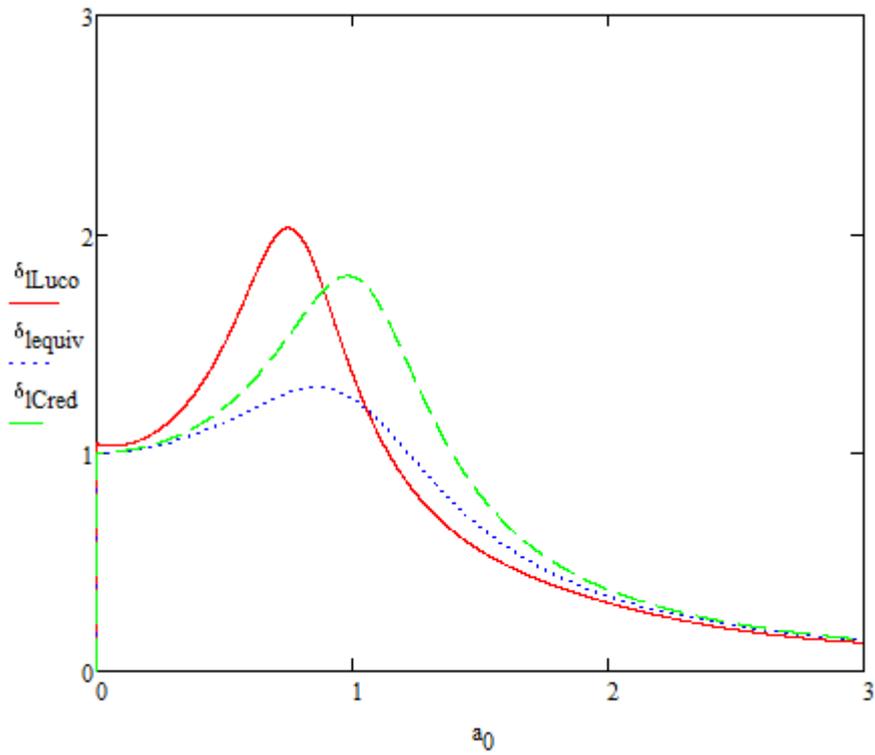


Figura 6.7: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação leve para o Caso 1 com $H/r = 3,0$.

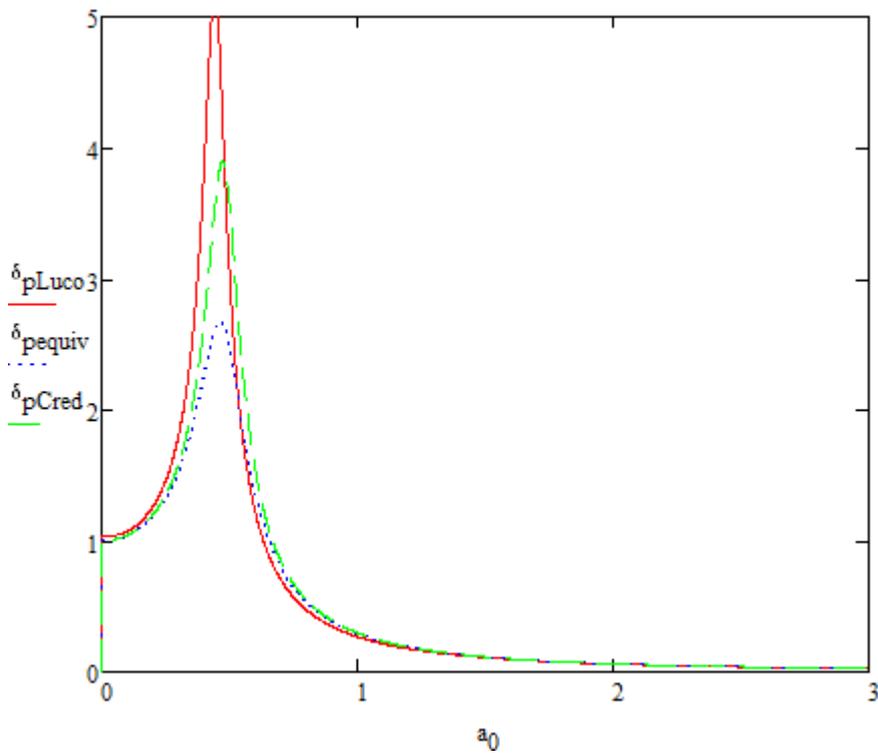


Figura 6.8: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação pesada para o Caso 1 com $H/r = 3,0$.

6.1.5. Razão $h/a=10,0$

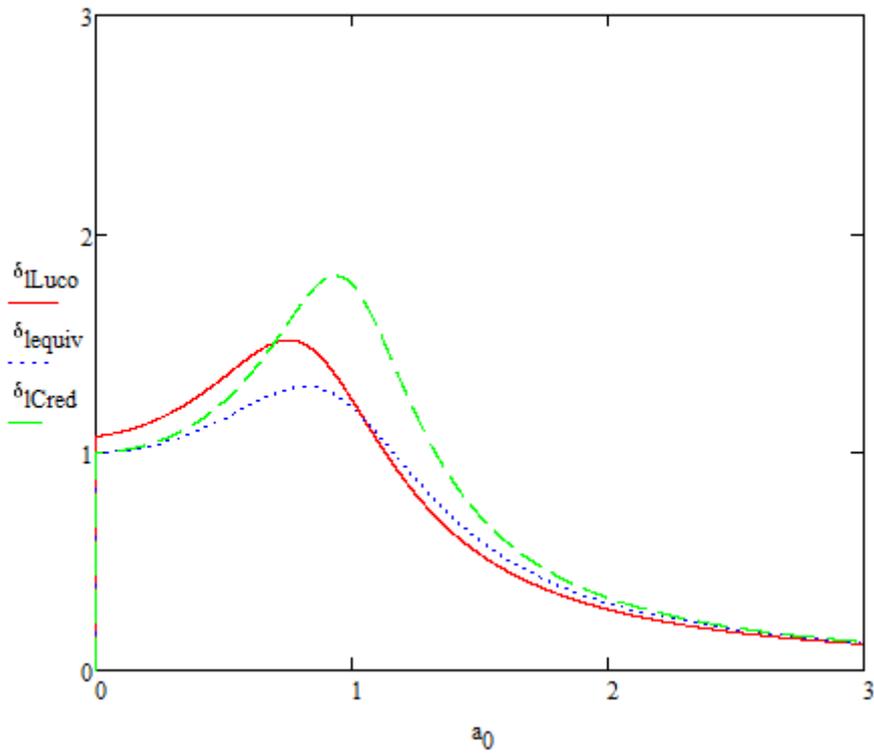


Figura 6.9: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação leve para o Caso 1 com $H/r = 10,0$.

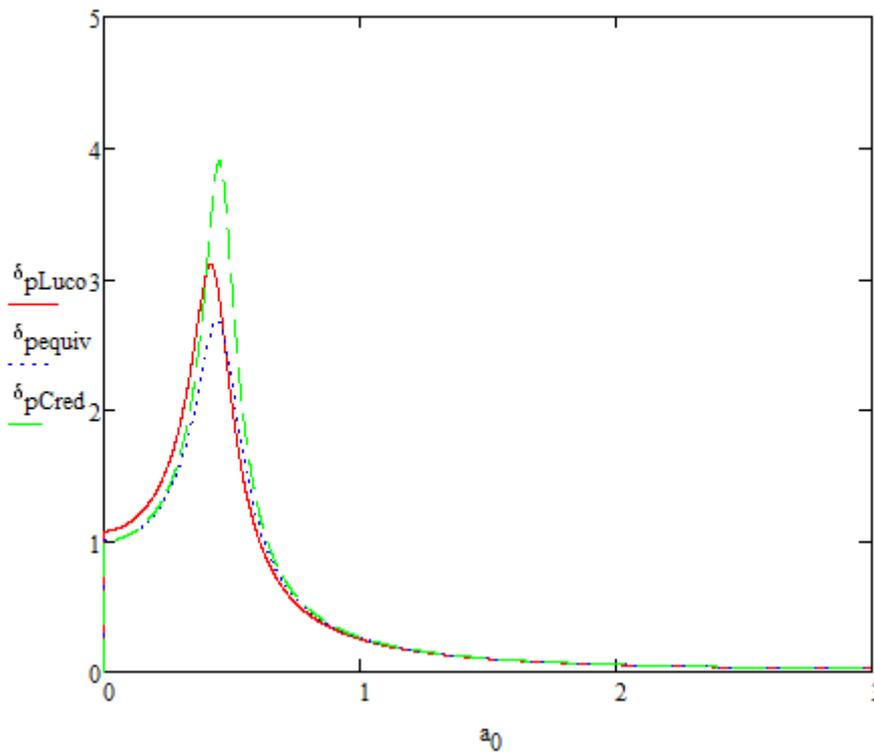


Figura 6.10: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação pesada para o Caso 1 com $H/r = 10,0$.

6.2. CASO 2

Na Tabela 6.4 são mostradas para cada razão h/a, a massa da fundação leve ou pesada, a rigidez e o amortecimento do sistema para as três análises: com os parâmetros do LUCO (1974), 1ª e 2ª Hipóteses. Por sua vez, as Tabelas 6.5 e 6.6 mostram as amplificações máximas e os erros relativos das fundações leve e pesada, respectivamente.

Tabela 6.4: Caso 2: Massas, rigidezes e amortecimentos.

h/a	M _{leve} (t)	M _{pesada} (t)	Rigidez (kN/m)		Amortecimento (kN.s/m)		
			Luco	1ª e 2ª Hipót.	Luco	1ª Hipót.	2ª Hipót.
0,5	622	3.109	Var.	6.035.740	Var.	52.069	17.703
1,0	78	389		2.219.367		11.163	3.795
2,0	10	49		862.105		2.460	836
10,0	0,1	0,1		126.709		84	29

Tabela 6.5: Caso 2: Amplificações máximas e erros relativos para a fundação leve.

h/a	Luco	1ª Hipótese		2ª Hipótese		Melhor Hipótese
	Ampl. Máx.	Ampl. Máx.	Erro (%)	Ampl. Máx.	Erro (%)	
0,5	4,258	1,300	69	3,497	18	2ª
1,0	6,565		80		47	2ª
2,0	8,617		85		59	2ª
10,0	1,590		18		120	1ª

Tabela 6.6: Caso 2: Amplificações máximas e erros relativos para a fundação pesada.

h/a	Luco	1ª Hipótese		2ª Hipótese		Melhor Hipótese
	Ampl. Máx.	Ampl. Máx.	Erro (%)	Ampl. Máx.	Erro (%)	
0,5	9,340	2,679	71	7,753	17	2ª
1,0	16,538		84		53	2ª
2,0	27,353		90		72	2ª
10,0	3,269		18		137	1ª

6.2.1. Razão $h/a=0,5$

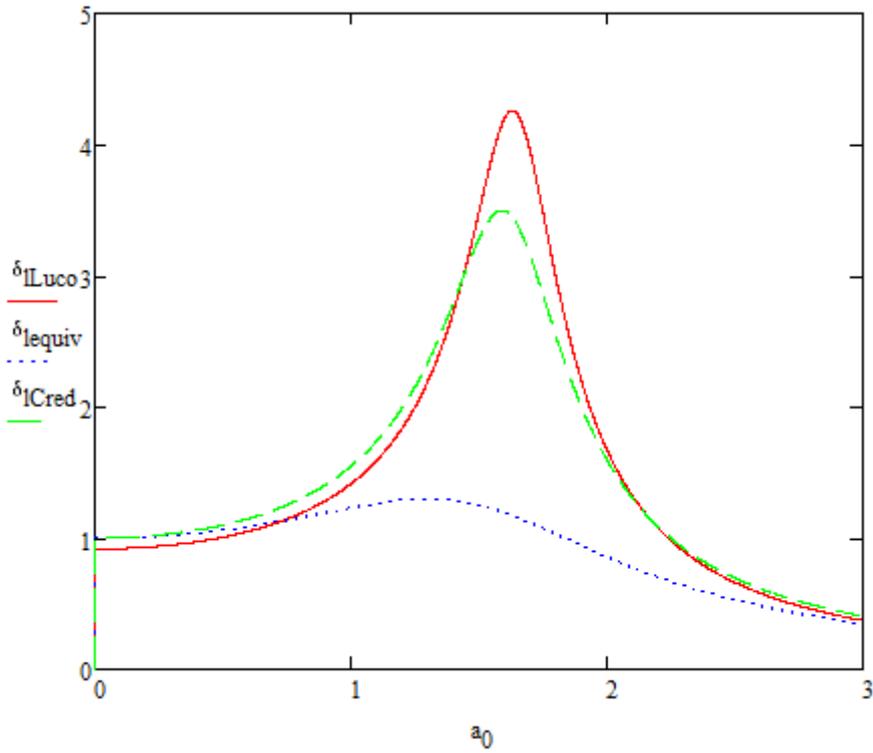


Figura 6.11: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação leve para o Caso 2 com $H/r = 0,5$.

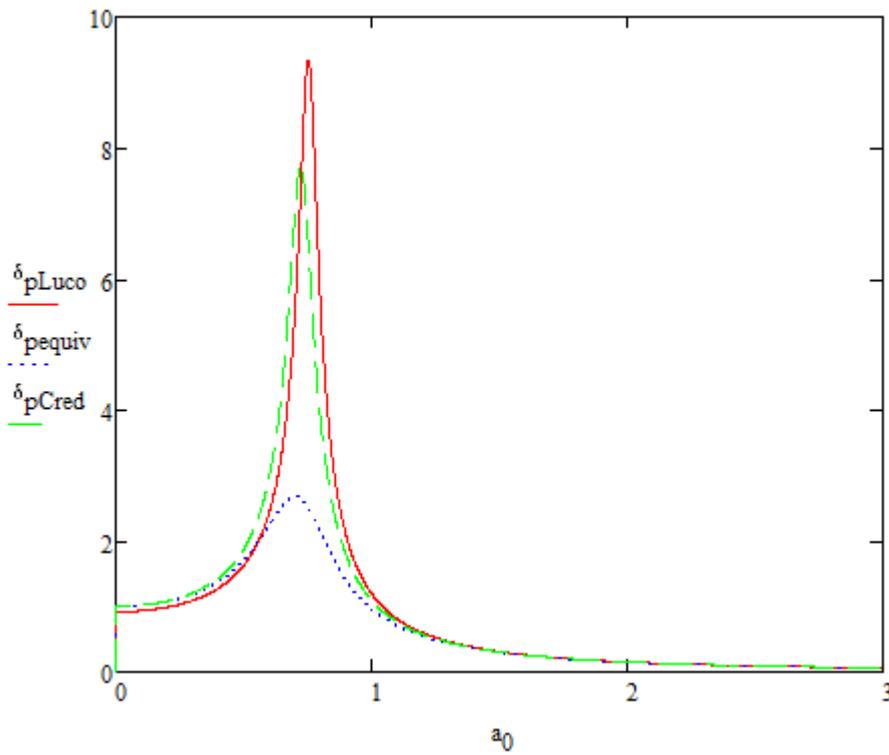


Figura 6.12: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação pesada para o Caso 2 com $H/r = 0,5$.

6.2.2. Razão $h/a=1,0$

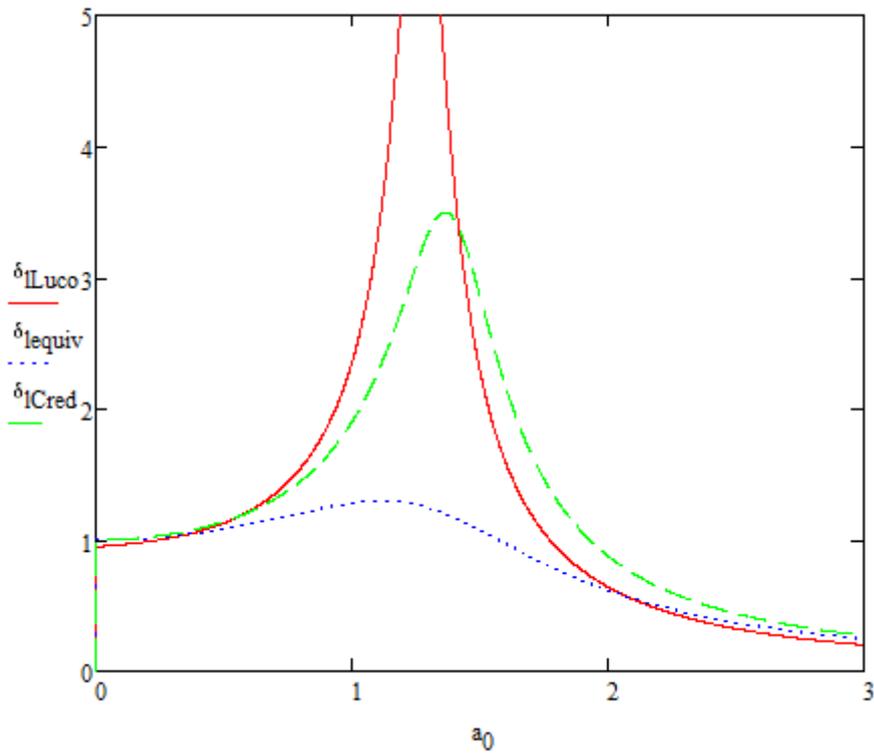


Figura 6.13: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação leve para o Caso 2 com $H/r = 1,0$.

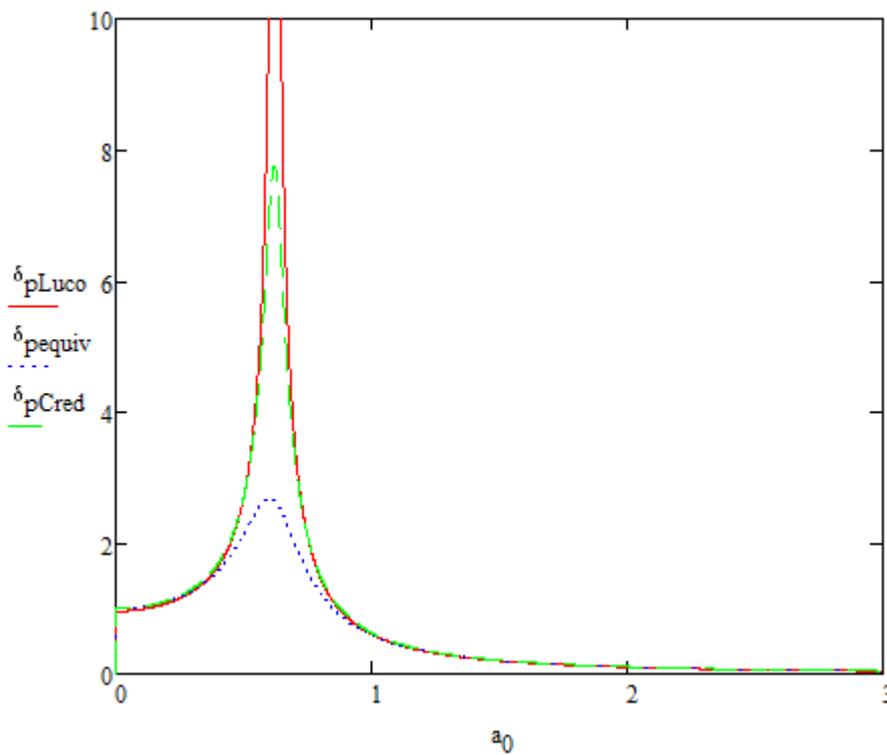


Figura 6.14: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação pesada para o Caso 2 com $H/r = 1,0$.

6.2.3. Razão $h/a=2,0$

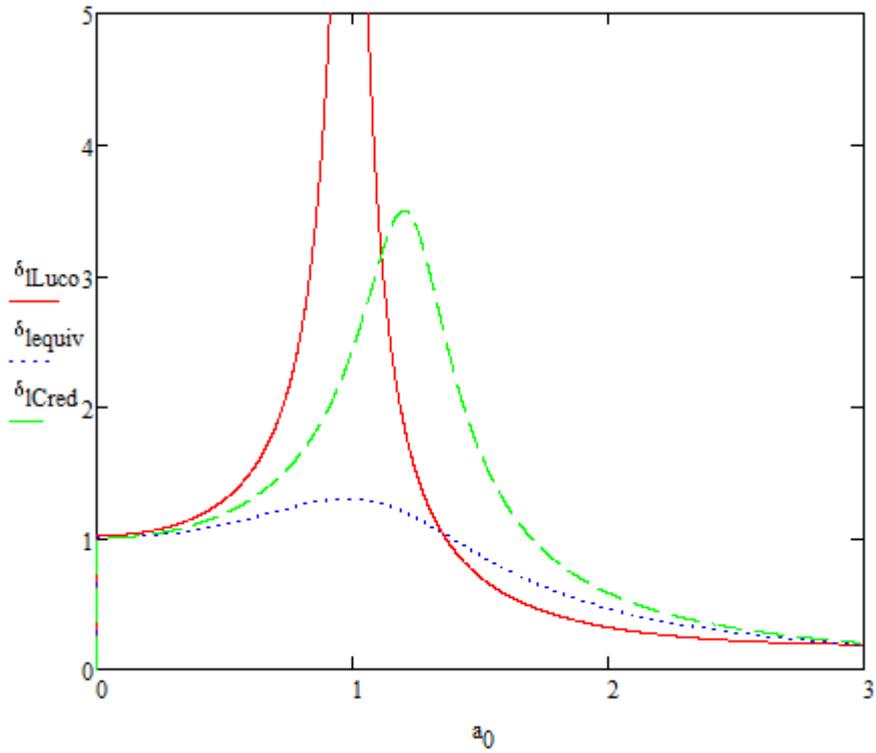


Figura 6.15: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação leve para o Caso 2 com $H/r = 2,0$.

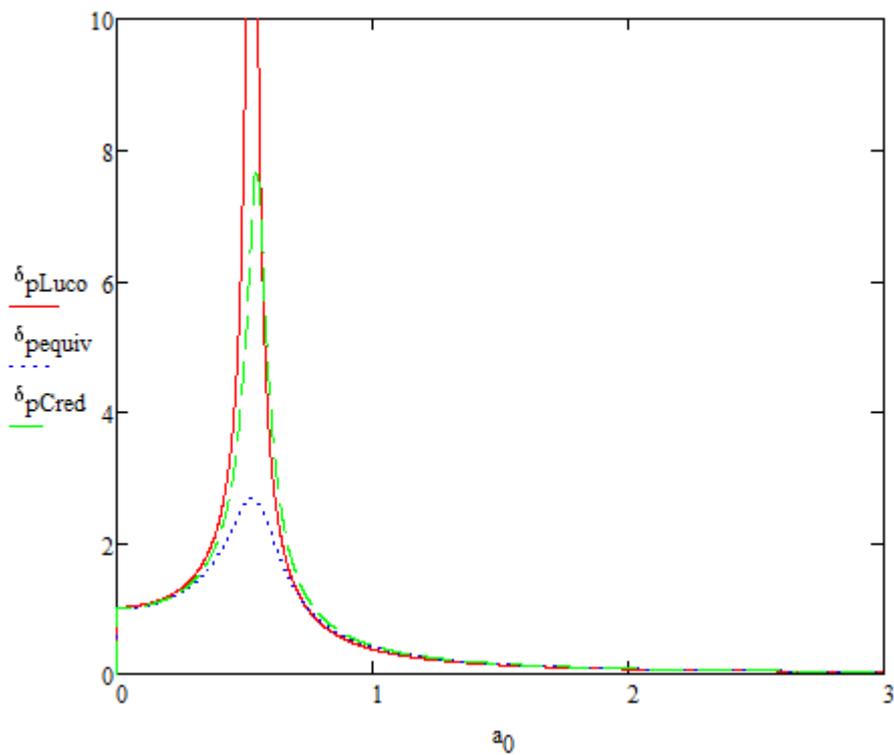


Figura 6.16: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação pesada para o Caso 2 com $H/r = 2,0$.

6.2.4. Razão $h/a=10,0$

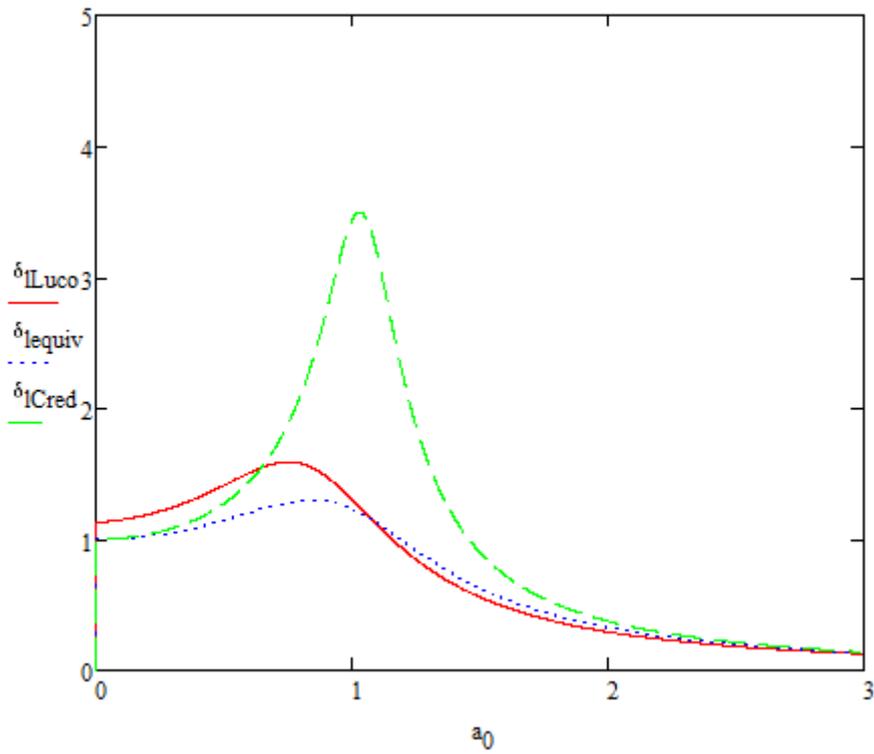


Figura 6.17: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação leve para o Caso 2 com $H/r = 10,0$.

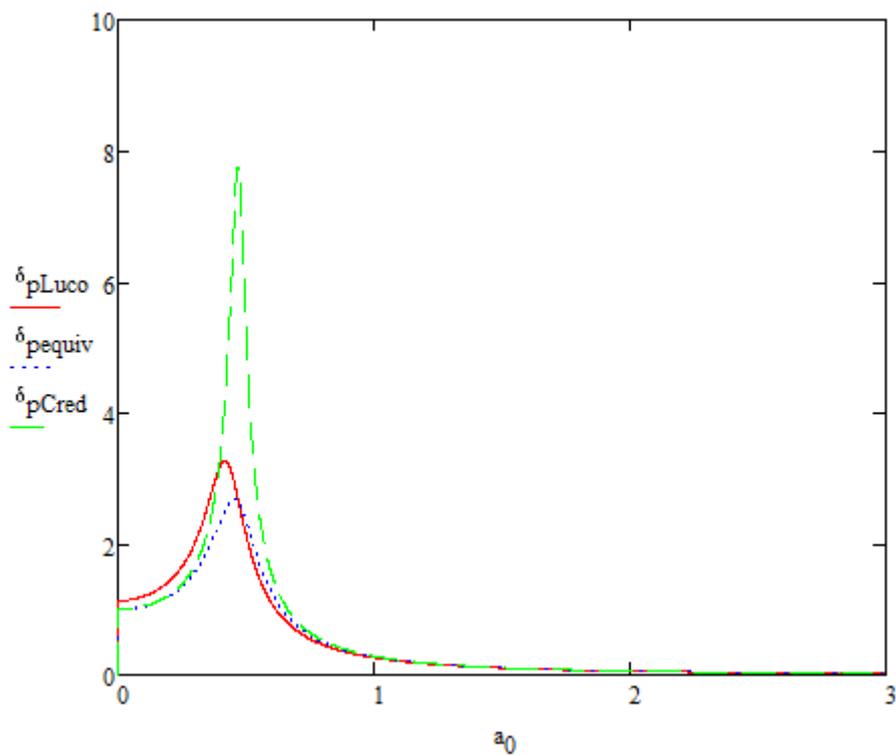


Figura 6.18: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação pesada para o Caso 2 com $H/r = 10,0$.

6.3. GRÁFICOS CASO 3

Na Tabela 6.7 são mostradas para cada razão h/a, a massa da fundação leve ou pesada, a rigidez e o amortecimento do sistema para as três análises: com os parâmetros do LUCO (1974), 1ª e 2ª Hipóteses. As Tabelas 6.8 e 6.9 mostram as amplificações máximas e os erros relativos das fundações leve e pesada, respectivamente.

Tabela 6.7: Caso 3: Massas, rigidezes e amortecimentos.

h/a	M _{leve} (t)	M _{pesada} (t)	Rigidez (kN/m)		Amortecimento (kN.s/m)		
			Luco	1ª e 2ª Hipót.	Luco	1ª Hipót.	2ª Hipót.
1,0	84	418	Var.	2.689.123	Var.	12.752	2.168
2,0	10	52		987.738		2.732	465
10,0	0,1	0,4		138.229		91	16

Tabela 6.8: Caso 3: Amplificações máximas e erros relativos para a fundação leve.

h/a	Luco	1ª Hipótese		2ª Hipótese		Melhor Hipótese
	Ampl. Máx.	Ampl. Máx.	Erro (%)	Ampl. Máx.	Erro (%)	
1,0	26,690	1,300	96	6,939	77	2ª
2,0	106,993		99		94	2ª
10,0	1,932		33		259	1ª

Tabela 6.9: Caso 3: Amplificações máximas e erros relativos para a fundação pesada.

h/a	Luco	1ª Hipótese		2ª Hipótese		Melhor Hipótese
	Ampl. Máx.	Ampl. Máx.	Erro (%)	Ampl. Máx.	Erro (%)	
1,0	80,715	2,679	97	15,48	81	2ª
2,0	48,602		94		68	2ª
10,0	4,354		38		256	1ª

6.3.1. Razão $h/a=1,0$

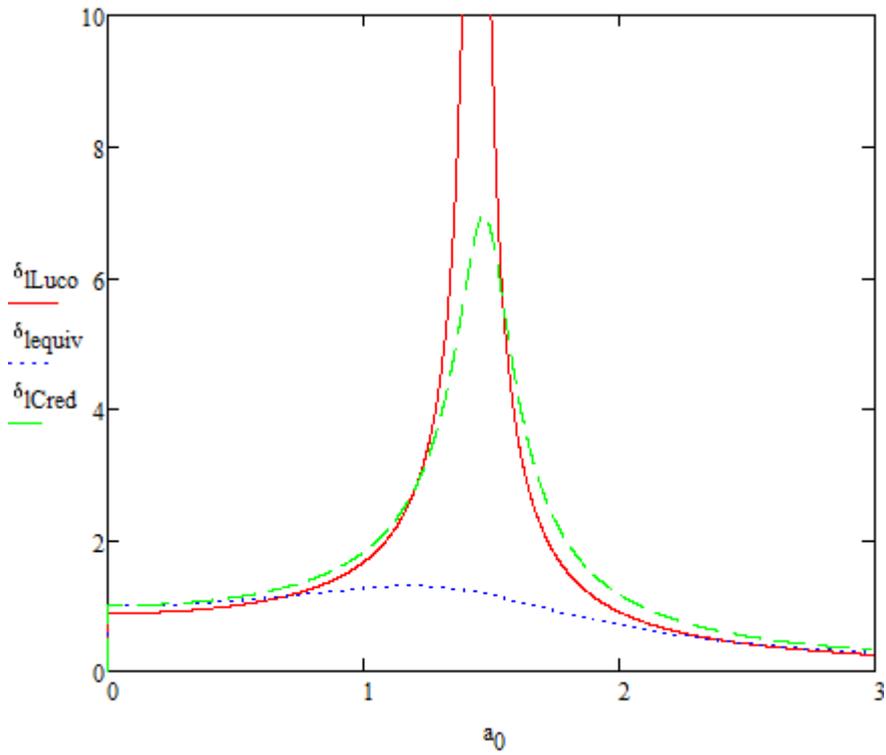


Figura 6.19: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação leve para o Caso 3 com $H/r = 1,0$.

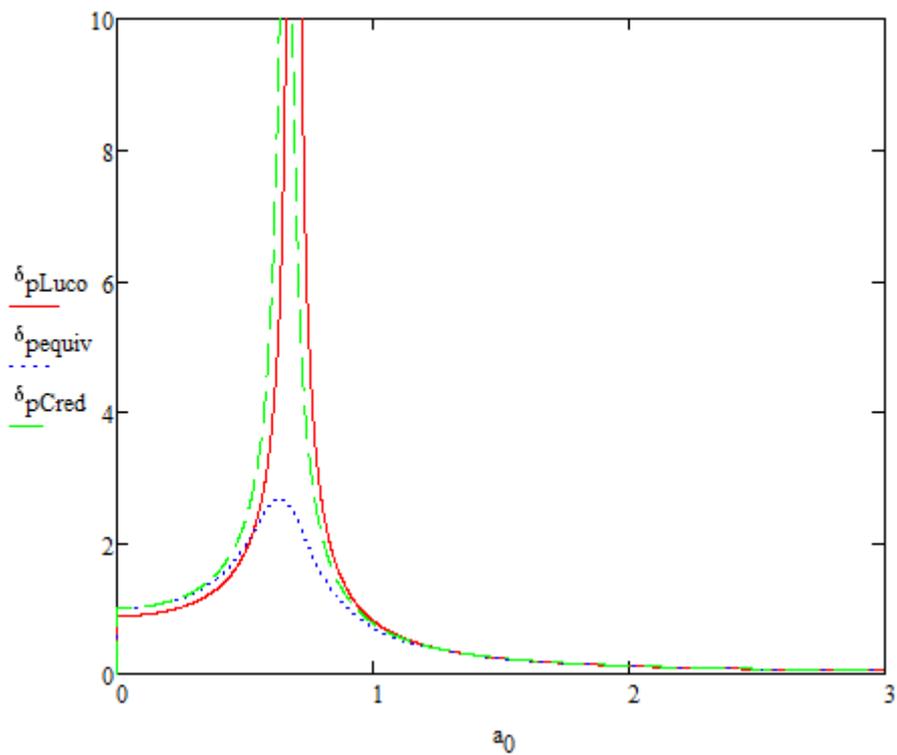


Figura 6.20: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação pesada para o Caso 3 com $H/r = 1,0$.

6.3.2. Razão $h/a=2,0$

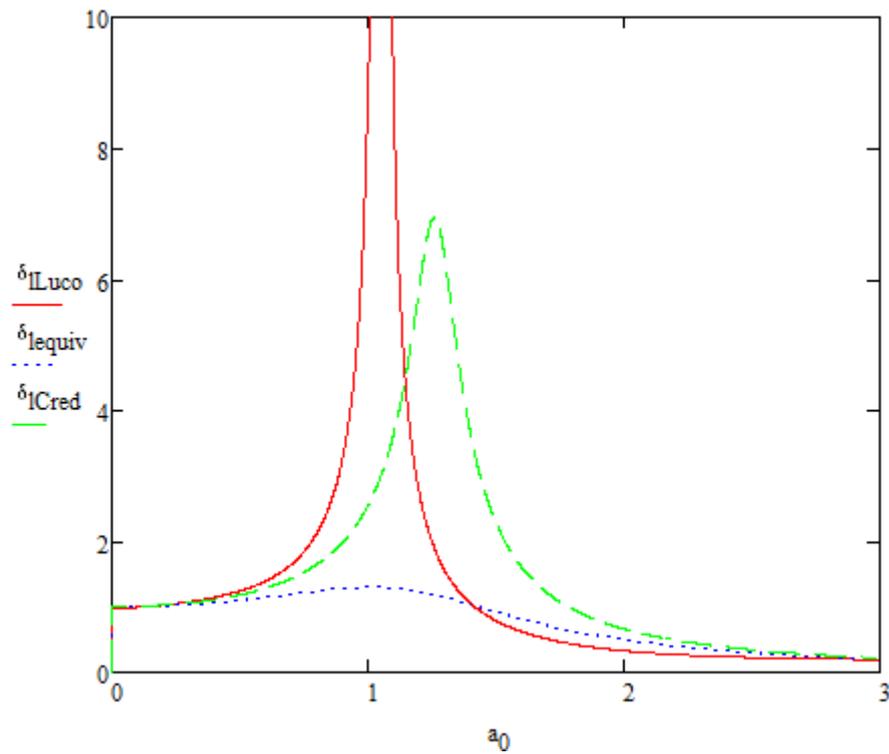


Figura 6.21: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação leve para o Caso 3 com $H/r = 2,0$.

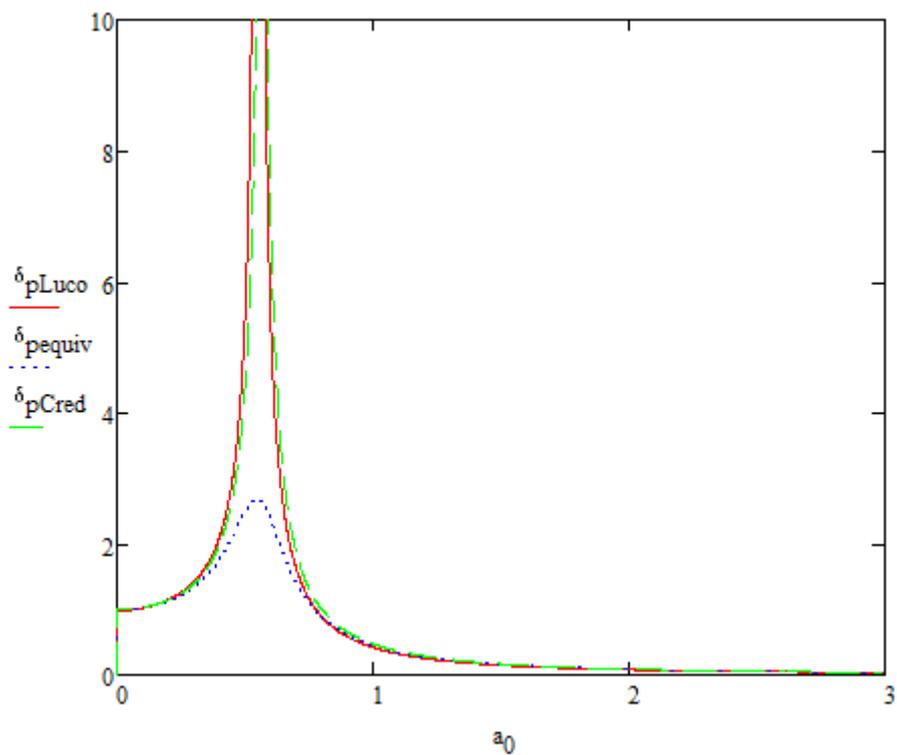


Figura 6.22: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação pesada para o Caso 3 com $H/r = 2,0$.

6.3.3. Razão $h/a=10,0$

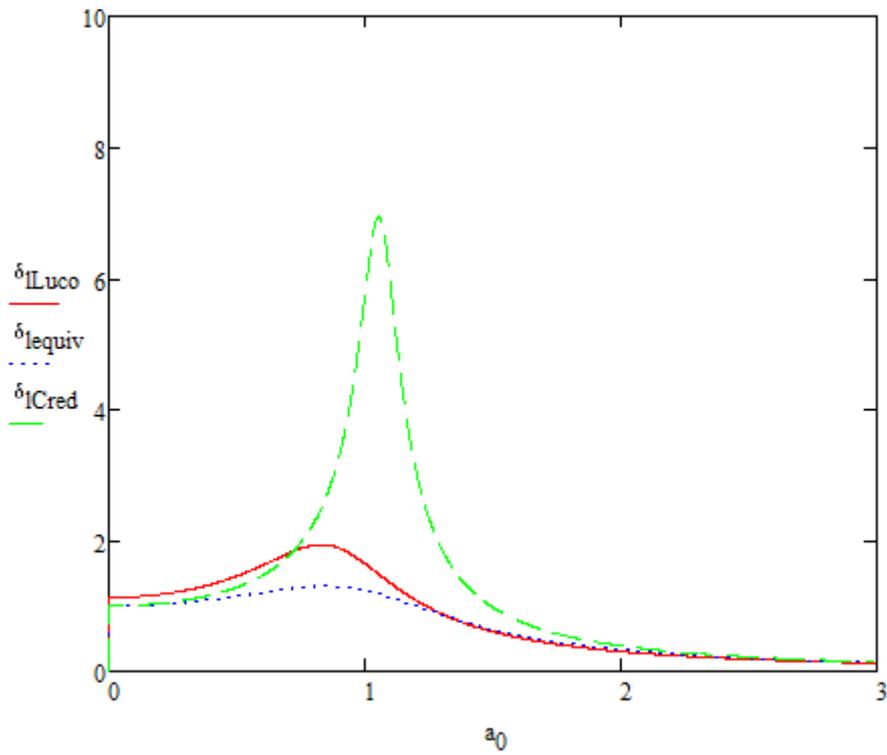


Figura 6.23: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação leve para o Caso 3 com $H/r = 10,0$.

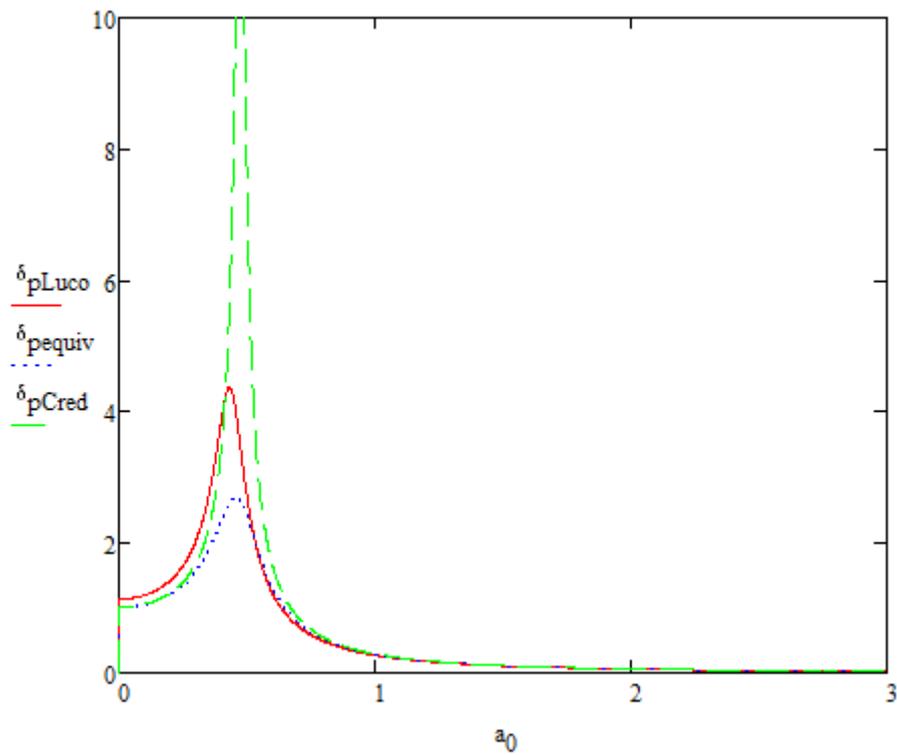


Figura 6.24: Curvas de amplificação dinâmica vs. frequência adimensional de uma fundação pesada para o Caso 3 com $H/r = 10,0$.

7. CONCLUSÕES

Primeiramente, foi observado que há grande diferença nos resultados ao se considerar o solo estratificado ou homogêneo equivalente, principalmente quando há grandes contrastes entre a camada e o semi-espaço. E como esperado, para um mesmo Caso e uma mesma razão h/a , a fundação mais leve possui seu pico de amplificação dinâmica em uma frequência adimensional maior do que aquela observada para uma fundação mais pesada.

A última coluna das Tabelas 6.2, 6.3, 6.5, 6.6, 6.7 e 6.9 mostra qual das duas Hipóteses se aproxima mais da solução do Luco, que considera o solo estratificado e possui a rigidez e o amortecimento dependentes da frequência. Assim, verificou-se que para as razões h/a iguais a 0.2 e 10.0, a 1ª Hipótese que considera o solo homogêneo de módulo de cisalhamento equivalente entre a camada e o semi-espaço é a melhor alternativa. Por outro lado, as razões iguais a 0.5, 1.0, 2.0 e 3.0 são melhores representadas pela 2ª Hipótese, que se diferencia da 1ª Hipótese pela aplicação de um coeficiente de redução ao amortecimento para que os efeitos de refração de ondas pudessem ser considerados.

Apesar de existirem alguns valores elevados de erros relativos entre as amplificações máximas deve-se considerar que sempre há grande imprecisão nos parâmetros do solo. Além disso, outro fato de extrema importância pode ser observado: as frequências das Hipóteses correspondentes a essas amplificações máximas estão satisfatoriamente próximas das respectivas frequências obtidas com a solução que utiliza os parâmetros do LUCO (1974), como pode ser observado nas Figuras 6.1 a 6.24.

Esse resultado é importante, pois se conhecendo a frequência do pico de amplificação, relativo à ressonância, é possível compará-la à frequência da máquina a ser instalada sobre a fundação em análise. Assim, havendo necessidade podem ser feitas alterações no projeto de forma que a estrutura possa ser empregada com segurança do ponto de vista dinâmico.

Como sugestão para trabalhos futuros poderiam ser feitas análises que considerassem força harmônica horizontal e momento harmônico.

ANEXOS

A. Modelos Viscoelásticos

A.1. Modelo de Kelvin ou de Voigt

O modelo sólido de Kelvin é composto por uma mola e um amortecedor em paralelo como é mostrado na Figura A.1 (FLÜGGE, 1967).

Como os dois elementos estão em paralelo, a tensão da mola σ' somada à tensão do amortecedor σ'' resulta na tensão total aplicada ao sistema σ e a deformação ε da mola é igual à do amortecedor.

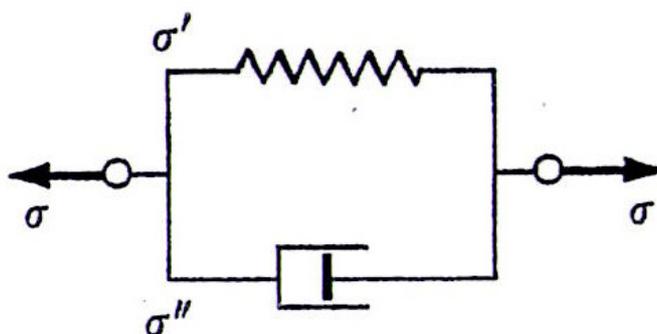


Figura A.1: Modelo sólido de Kelvin. Mola e amortecedor em paralelo (FLÜGGE, 1967).

A equação da mola é determinada pela Lei de Hooke:

$$\sigma' = E\varepsilon \quad (\text{A.1})$$

Ao contrário da mola, o alongamento do amortecedor não é proporcional à sua deformação, e sim à sua taxa de deformação $\frac{d\varepsilon}{dt}$. Assim, a equação do amortecedor é fornecida por:

$$\sigma'' = F \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (\text{A.2})$$

A mola e o amortecedor em paralelo possibilitam a relação entre as tensões:

$$\sigma = \sigma' + \sigma'' \quad (\text{A.3})$$

Substituindo as equações (A.1) e (A.2) na (A.3):

$$\sigma = E\varepsilon + F \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (\text{A.4})$$

A.2. Modelo de Maxwell

O modelo líquido de Kelvin é composto por uma mola e um amortecedor em série como é mostrado na Figura A.2 (FLÜGGE, 1967).

Como os dois elementos estão em série, a deformação da mola ε' somada à deformação do amortecedor ε'' resulta na deformação total aplicada ao sistema ε e a tensão σ da mola é igual à do amortecedor.

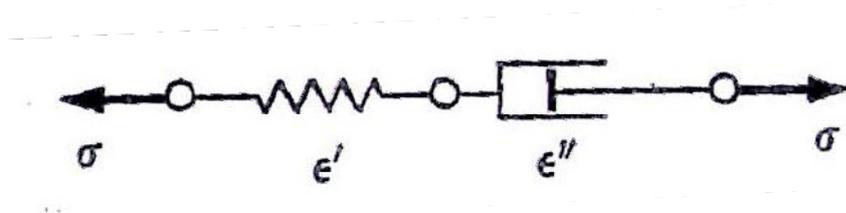


Figura A.2: Modelo líquido de Maxwell. Mola e amortecedor em série (FLÜGGE, 1967).

A mola e o amortecedor em série possibilitam a relação entre as deformações:

$$\varepsilon = \varepsilon' + \varepsilon'' \quad (A.5)$$

Substituindo as equações (A.1) e (A.2) na (A.5):

$$\sigma + \frac{F}{E} \frac{d\sigma}{dt} = F \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (A.6)$$

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BHATIA, K.G., 2008, *Foundations for Industrial Machines - Handbook for Practising Engineers*. 1 ed. New Delhi, D-CAD Publishers.

FLÜGGE, W., 1967, *Viscoelasticity*. United States of America, Blaisdell Publishing Company.

GAZETAS, G., 1983, “Analysis of Machine Foundation Vibrations: State of the Art”, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, v. 2, nº 1, pp. 2-42.

HALLIDAY, D., RESNICK, R., WALKER J., 2004, *Fundamentals of Physics*. 7 ed. United States of America, Wiley.

LAZAN, B. J., 1968, *Damping of Materials and Members in Structural Mechanics*. 1 ed. Britain, Pergamon Press.

LIMA, S. S., SANTOS, S. H. C., 2008, *Análise Dinâmica das Estruturas*. 1 ed. Rio de Janeiro, Ciência Moderna.

LUCO, J. E., 1974, “Impedance Functions for a Rigid Foundation on a Layered Medium”, *Nuclear Engineering and Design*, v. 31 (Jul.), pp. 204-217.

LUCO, J. E., 1976, “Vibration of a Rigid Disc on a Layered Viscoelastic Medium”, *Nuclear Engineering and Design*, v. 36 (Jan.), pp. 325-340.

SANTOS, S. H. C., 2010, *Fundações de Máquinas*. Escola Politécnica da UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.

VILLAÇA, S. F., GARCIA, L. F. T., 2006, *Introdução à Teoria da Elasticidade*. 4 ed. Rio de Janeiro, Escola Politécnica/ UFRJ.