



ANÁLISE MODAL OPERACIONAL DE UMA BOMBA CENTRÍFUGA
SUBMERSA UTILIZANDO A DECOMPOSIÇÃO MELHORADA NO DOMÍNIO
DA FREQUÊNCIA

Jairo Alvaro Cotaquispe Huamani

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Oceânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Oceânica.

Orientador: Severino Fonseca da Silva Neto

Rio de Janeiro

Julho de 2017

ANÁLISE MODAL OPERACIONAL DE UMA BOMBA CENTRÍFUGA
SUBMERSA UTILIZANDO A DECOMPOSIÇÃO MELHORADA NO DOMÍNIO
DA FREQUÊNCIA

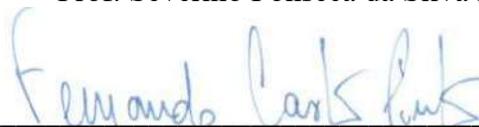
Jairo Alvaro Cotaquispe Huamani

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA
(COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA OCEÂNICA.

Examinada por:



Prof. Severino Fonseca da Silva Neto, D. Sc.



Prof. Fernando Augusto de Noronha Castro Pinto, Dr.-Ing.



Prof. Luiz Antônio Vaz Pinto, D. Sc.



Eng. Ulisses Admar Barbosa Vicente Monteiro, D. Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JULHO DE 2017

Huamani, Jairo Alvaro Cotaquispe

Análise Modal Operacional de uma Bomba Centrífuga Submersa Utilizando a Decomposição Melhorada no Domínio da Frequência / Jairo Alvaro Cotaquispe Huamani – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2017.

XI, 75 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Severino Fonseca da Silva Neto

Dissertação (mestrado) – UFRJ/COPPE/ Programa de Engenharia Oceânica, 2017.

Referências Bibliográficas: p.74-75.

1. Bomba Centrífuga Submersa. 2. Análise Modal. 3. Decomposição Melhorada no Domínio da Frequência. I. Silva Neto, Severino Fonseca da II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Oceânica. III. Título.

AGRADECIMENTOS

À Deus, àquele que sempre guia nossos caminhos.

À minha querida família, pais Eleutério e Esther e irmãs, Susan e Araceli, por o seu infinito apoio e grande motivação, não obstante a distância e que foi crucial para a culminação com sucesso desta maravilhosa etapa.

Aos meus amigos e colegas Júlio, Leonidas, Jorge, Luís Fernando e Sebastian por ter me apoiado no momento mais crítico, acontecido nesta etapa da minha vida.

À meu grande amigo Ulisses, não somente por ter me orientado academicamente, também, por ter sempre confiado no meu trabalho e valorizá-lo.

Aos meus amigos Álamo e Jorge por ter dedicado parte do seu tempo e esforço para me ajudar na conclusão com sucesso deste trabalho, além de me dar um grande suporte emocional.

Aos meus amigos do laboratório LEDAV por ter me recebido cordialmente nas suas instalações, ter me apoiado emocionalmente e academicamente, assim mesmo, criando um ambiente muito confortável e amigável que me permitiu me desempenhar eficientemente.

À pessoal administrativo da UFRJ/COPPE por ter me aceitado para realizar este curso de mestrado, que gerou um grande aporte para o meu desenvolvimento acadêmico.

Aos meus amigos e colegas peruanos: Victor, Angelo, Juan, Júlio Cesar, Jorge e Luís Fernando, também aos meus amigos brasileiros: Saulo, Bruno e Sergio por ter me acompanhado nesta maravilhosa experiência tornando-a inesquecível.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M. Sc.)

ANÁLISE MODAL OPERACIONAL DE UMA BOMBA CENTRÍFUGA
SUBMERSA UTILIZANDO A DECOMPOSIÇÃO MELHORADA NO DOMÍNIO
DA FREQUÊNCIA

Jairo Alvaro Cotaquispe Huamani

Julho / 2017

Orientador: Severino Fonseca da Silva Neto

Programa: Engenharia Oceânica

A identificação de parâmetros modais de bombas centrífugas submersas (BCS) é parte de uma evolução no processo de aumento de confiabilidade deste equipamento, que é instalado em lugares inacessíveis, do ponto de vista de manutenção, para a exploração petrolífera, tais como poços de petróleo offshore e o leito marinho, de forma que qualquer tipo de intervenção é muito custoso, além da perda de produção.

Este trabalho visa identificar os parâmetros modais, isto é, as frequências naturais, as taxas de amortecimento e os modos de vibração de uma BCS instalada num poço falso através de testes operacional e de impacto.

O método de análise modal operacional empregado foi a *Decomposição Melhorada no Domínio da Frequência* (EFDD). O mesmo método foi aplicado na identificação dos parâmetros modais utilizando testes de impacto. Um algoritmo do EFDD foi desenvolvido e testado utilizando-se sinais teóricos e de teste de impacto realizado numa haste metálica.

No estudo de caso, utilizando uma BCS, os parâmetros modais identificados foram comparados com os obtidos utilizando-se um *software* comercial, utilizando uma metodologia no domínio da frequência, e um algoritmo de identificação modal no domínio do tempo conhecido como ERA (*Eigen Realization Algorithm*).

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M. Sc.)

OPERATIONAL MODAL ANALYSIS OF AN ELECTRICAL SUBMERSIBLE
PUMP USING THE ENHANCED FREQUENCY DOMAIN DECOMPOSITION

Jairo Alvaro Cotaquispe Huamani

July / 2017

Advisor: Severino Fonseca da Silva Neto

Department: Ocean Engineering

The identification of modal parameters of electrical submersible pumps (ESP) is part of the process of increasing the reliability of this equipment, which is installed in places that are inaccessible, from a maintenance point of view, for oil exploitation, such as offshore oil wells and seabed, so that any type of intervention is very costly, in addition to production loss.

This work aims to identify the modal parameters, that is, the natural frequencies, damping rates and vibration modes of an ESP installed in a mock well through operational and impact tests.

The operational modal analysis method employed was the Enhanced Frequency Domain Decomposition (EFDD). The same method was used to identify the modal parameters through impact tests. An EFDD algorithm was developed and tested using theoretical signals and impact test performed on a metal bar.

In the case study, using an ESP, the identified modal parameters were compared with those obtained using commercial software and a time domain modal identification algorithm known as Eigen Realization Algorithm (ERA).

SUMÁRIO

1. Introdução.....	1
1.1. Considerações Iniciais	1
1.2. Motivação	4
1.3. Objetivos da Dissertação	7
1.4. Estrutura do Trabalho	7
2. Revisão Bibliográfica	9
3. Fundamentos Teóricos.....	15
3.1. Estimativa das Funções de Densidade Espectral de Potência (PSD)	18
3.2. Método Básico no Domínio de Frequência (BFD).....	19
3.3. Método da Decomposição no Domínio da Frequência (FDD).....	21
3.3.1. Decomposição da Função de Densidade Espectral de Potência Assumindo Uma Excitação por Ruído Branco	22
3.3.2. Decomposição da Função de Densidade Espectral de Potência Considerando Coordenadas Modais não Correlacionadas	24
3.4. Método de Decomposição Melhorada no Domínio da Frequência (EFDD).....	26
3.4.1. Critério de Segurança Modal (MAC).....	26
3.4.2. Função de Autocorrelação.....	27
3.4.3. Decremento Logarítmico.....	28
3.4.4. Zero Crossing	29
4. Desenvolvimento do Algoritmo	30
4.1. Algoritmo	30
4.2. Teste do Algoritmo	37
5. Análise Modal utilizando Testes de Impacto	43
5.1. Teste de Impacto na Haste Vertical do Rotor-Kit.....	43
5.1.1. Instrumentação	43
5.1.2. Procedimento Experimental	44
5.1.3. Análise dos Resultados.....	45

5.2. Teste de Impacto na Bomba Centrífuga Submersa P18-62stg.....	49
5.2.1. Instrumentação	49
5.2.2. Procedimento Experimental	51
5.2.3. Análise de Resultados	52
6. Análise Modal Operacional da Bomba Centrífuga Submersa P18-62stg.....	57
6.1 Procedimento Experimental.....	57
6.2 Análise Utilizando 6 Acelerômetros (direções X e Y)	58
6.3 Análise Utilizando 7 Acelerômetros (direção X)	63
6.4 Análise Utilizando 7 Acelerômetros (direção Y)	64
6.5 Comparação dos Resultados das Análises	66
6.6 Comparação dos Resultados dos Testes de Impacto e Operacional	68
7. Conclusões e Recomendações	72
Referências Bibliográficas.....	74

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Danos causados por eventos naturais.	2
Figura 1.2. Colapso do viaduto de <i>Hanshin</i>	2
Figura 1.3. Ponte <i>I-35W</i> depois do seu colapso estrutural	3
Figura 1.4. Análise modal da estrutura de uma máquina de corte	3
Figura 1.5. Sistemas de produção com BCS: <i>Onshore</i> e <i>Offshore</i>	5
Figura 3.1. Classificação dos métodos de identificação modal.	17
Figura 3.2. Representação de um sinal temporal.....	27
Figura 3.3. Representação de uma <i>Função de Autocorrelação</i>	27
Figura 3.4. Método de <i>decremento logarítmico</i>	28
Figura 3.5. Curva de <i>zero crossing</i> (linha vermelha: ajuste por regressão linear)	29
Figura 4.1. Dados de entrada para o algoritmo	30
Figura 4.2. Rotina para a eliminação da tendência nos sinais de vibração.....	31
Figura 4.3. Rotina de filtragem e reamostragem dos sinais de vibração	31
Figura 4.4. Painel de blocos mostrando o cálculo da matriz de PSD	32
Figura 4.5. <i>Decomposição de Valores Singulares</i> numa frequência " <i>f</i> "	33
Figura 4.6. Representação gráfica dos valores singulares	33
Figura 4.7. Rotina para a <i>Decomposição de Valores Singulares</i> da matriz de PSD	34
Figura 4.8. Rotina de ajuste de curva para o <i>Decremento Logarítmico</i>	35
Figura 4.9. Rotina de ajuste de curva para o <i>Zero Crossing</i>	35
Figura 4.10. Fluxograma da metodologia EFDD implementada em LabVIEW®	36
Figura 4.11. Sinais compostos - 1, 2 e 3.....	38
Figura 4.12. Sinais compostos - 4, 5 e 6.....	38
Figura 4.13. Gráfico dos valores singulares obtidos em função da frequência	39
Figura 4.14. Os dois primeiros modos (próximos).....	40
Figura 5.1. Martelo de impacto da <i>B&K</i>	43
Figura 5.2. Acelerômetro resistivo da <i>Measurement Specialties</i>	44
Figura 5.3. Placa de aquisição de dados da <i>National Instruments</i>	44
Figura 5.4. Haste metálica do rotor-kit.....	44
Figura 5.5. Série temporal de resposta do topo da haste devido aos impactos.....	45
Figura 5.6. PSD da resposta temporal da haste	46
Figura 5.7. Região selecionada ao redor de 26 Hz.	46
Figura 5.8. <i>Função de Autocorrelação</i> da região selecionada em torno de 26 Hz.....	46
Figura 5.9. Função de <i>Decremento Logarítmico</i>	47
Figura 5.10. Função de <i>Zero Crossing</i>	47
Figura 5.11. Representação esquemática da BCS P18-62stg	49
Figura 5.12. Instrumentação utilizada: (a) placa A/D NI® (b) acelerômetro piezoelétrico à prova d'água (c) transdutor de pressão (d) transdutor de vazão.....	50
Figura 5.13. Instalação Conjunto de BCS e acelerômetros.	50

Figura 5.14. Impacto com Martelos na estrutura na cabeça do poço .	51
Figura 5.15. Poço de teste em Mossoró/RN e a distribuição dos acelerômetros.	51
Figura 5.16. Gráfico dos valores singulares correspondente aos 8 acelerômetros paralelos à direção dos impactos	52
Figura 5.17. Gráfico da região selecionada ao redor de 4,73 Hz	53
Figura 5.18. <i>Função de Autocorrelação</i> de um sistema SDOF.	53
Figura 5.19. Curva do <i>Decremento Logarítmico</i> .	54
Figura 5.20. Curva do <i>Zero Crossing</i> .	54
Figura 6.1. Testes operacionais da BCS P18-62stg para várias rotações do motor.	57
Figura 6.2. Acelerômetros selecionados para a análise do teste operacional.	58
Figura 6.3. Gráfico dos valores singulares para o teste operacional	59
Figura 6.4. Componentes harmônicos identificados	60
Figura 6.5. Região selecionada ao redor do 18,1 Hz (escala linear)	60
Figura 6.6. <i>Função de Autocorrelação</i> .	61
Figura 6.7. Curva do <i>Decremento Logarítmico</i> .	61
Figura 6.8. Curva do <i>Zero Crossing</i> .	61
Figura 6.9. Disposição dos sensores utilizados na análise (direção X)	63
Figura 6.10. Disposição dos sensores utilizados na análise (direção Y)	65
Figura 6.11. FFT do acelerômetro 11, na direção X.	70
Figura 6.12. FFT do acelerômetro 15, na direção X.	71

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1. Sinais teóricos gerados.	37
Tabela 4.2. Características dos sinais gerados.....	37
Tabela 4.3. Sinais agrupados simulando uma aquisição com 6 canais.	38
Tabela 4.4. Parâmetros utilizados no Periodograma de Welch.	39
Tabela 4.5. Parâmetros Modais Gerados Analiticamente e Identificados Utilizando o Algoritmo Desenvolvido e o <i>Software</i> Comercial.....	40
Tabela 4.6. Erro (%) na identificação dos parâmetros modais utilizando o algoritmo desenvolvido (em relação aos sinais simulados).....	41
Tabela 4.7. Diferença (%) entre os resultados obtidos utilizando o algoritmo desenvolvido e o <i>software</i> comercial	42
Tabela 5.1. Parâmetros utilizados no Periodograma de Welch.....	45
Tabela 5.2. Parâmetros modais identificados pelos 3 algoritmos.	48
Tabela 5.3. Parâmetros utilizados para estimar a matriz de densidade espectral	52
Tabela 5.4. Parâmetros modais identificados pelos 3 algoritmos.	55
Tabela 5.5. Diferenças (%) entre os parâmetros modais identificados pelo EFDD implementado com o ERA e com o <i>Software</i> Comercial.....	55
Tabela 5.6. Parâmetros utilizados no algoritmo EFDD para a identificação modal	56
Tabela 6.1. Parâmetros utilizados para estimar as densidades espectrais.	59
Tabela 6.2. Parâmetros modais identificados com o teste operacional (3 sensores na direção X e 3 sensores na direção Y)	62
Tabela 6.3. Diferença (%) entre os parâmetros modais identificados pelos 2 algoritmos	62
Tabela 6.4. Modos identificados através do método EFDD, utilizando 7 sensores na direção X.....	64
Tabela 6.5. Modos identificados através do método EFDD, utilizando 7 sensores na direção Y.....	65
Tabela 6.6. Valores do MAC entre os modos identificados nas direções X e Y.....	66
Tabela 6.7. Comparação dos parâmetros modais identificados utilizando o teste operacional com 6 e com 7 acelerômetros.....	66
Tabela 6.8. Comparação dos parâmetros modais identificados utilizando 7 acelerômetros na direção Y	69

1. Introdução

1.1. Considerações Iniciais

O comportamento dinâmico de qualquer sistema mecânico, seja grande ou pequeno, simples ou complexo, fixo ou móvel, é produzido pela presença de forças de excitação que agem sobre ele. Estas forças podem ser externas ou internas, determinísticas ou aleatórias, controladas ou não controladas, ou uma combinação destas, e cuja intensidade, duração e periodicidade em interação com as propriedades e características do sistema, definem esse comportamento.

Porém, na prática, é complicado, ou mesmo impossível controlar as características das forças de excitação. Alguns exemplos de forças de excitação externas são: o vento, furacões, ondas (ou uma combinação destes como se mostra na Figura 1.1), correntes marinhas (como por exemplo, em tubulações submarinas de plataformas de petróleo), abalos sísmicos (Figura 1.2), ruído, etc. No caso de forças excitadoras internas, estas podem ser causadas, por exemplo, por desbalanceamento, desalinhamento, etc., dos componentes de um sistema mecânico (Figura 1.3), de máquinas rotativas instaladas dentro das estruturas civis ou na vizinhança destas; por excitação devido ao tráfego de veículos em pontes (Figura 1.4), de pessoas em prédios, etc.

Frequentemente, estas forças excitadoras levam a um comportamento dinâmico que ocasiona variadas condições indesejáveis dentro dos sistemas, podendo se mencionar algumas, como por exemplo, fadiga, tensões, níveis de vibração elevados, ruído, condições de ressonância, etc., que alteram seu desempenho e, por sua vez, causam problemas operacionais ou danos aos seus componentes. Em casos extremos, podem causar colapso estrutural, afetando significativamente sua operacionalidade.



Figura 1.1. Danos causados por eventos naturais. Superior esquerdo: Plataforma de petróleo *Thunderhorse*, Golfo de México USA. Superior direito: Falha estrutural da plataforma depois da passagem do furacão Dennis (2005). Inferior esquerdo: plataforma de petróleo *Plata Heidrum*, Mar do norte, Noruega. Inferior direito: *Plata Heidrum* depois da passagem do furacão Oseberg (2007).

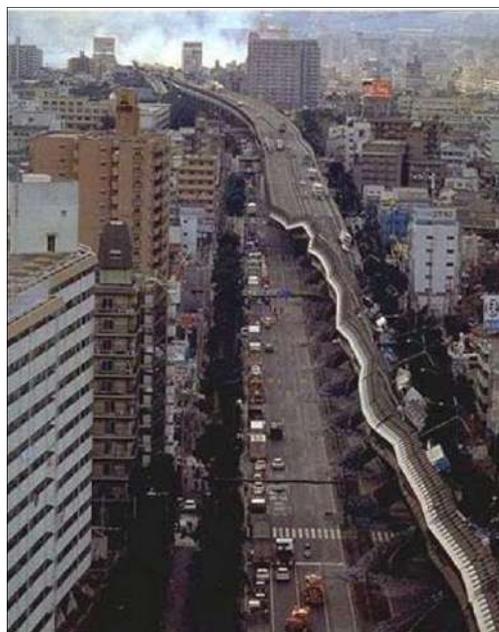


Figura 1.2. Colapso do viaduto de *Hanshin* depois do abalo sísmico de Kobe de magnitude 7.2 na escala de Richter (Japão, 1995).



Figura 1.3. Ponte *I-35W* depois do seu colapso estrutural devido ao tráfego veicular (USA, 2007).



Figura 1.4. Análise modal da estrutura de uma máquina de corte para reduzir os níveis de vibração (2013).

Numerosos estudos foram realizados no campo da análise de vibração. A maior exigência na construção de diversos sistemas mecânicos ou estruturais se traduz no desenvolvimento de sistemas mais sofisticados (maior flexibilidade, resistência, etc.) e, portanto, implica numa análise mais completa e precisa da dinâmica desses sistemas através da utilização de diversas técnicas e procedimentos analíticos, numéricos e experimentais.

O problema de vibração de estruturas e equipamento continua sendo um tema de estudo, cuja análise representa ainda um enorme desafio no campo da engenharia, com a finalidade de reduzir os seus efeitos.

1.2. Motivação

O problema de vibração na área naval e oceânica afeta, direta e indiretamente, o desenvolvimento de estruturas e equipamentos *offshore*, comprometendo componentes internos, gerando oscilações indesejáveis que prejudicam a segurança e o conforto da tripulação, deteriorando o bom desempenho das máquinas e dos sistemas operacionais dentro destas, etc.

A bomba centrífuga submersa (BCS) foi utilizada inicialmente para elevação de água e posteriormente teve sua aplicação estendida para a indústria petrolífera, onde permitiu a exploração de hidrocarbonetos cujos poços que não eram surgentes, ou seja, poços onde a matéria prima não ascende naturalmente de seus reservatórios subterrâneos. Nestes casos, faz-se necessário o uso de métodos de elevação artificial que possibilitam explorar tais campos, sendo o método da BCS um dos mais utilizados [1].

Inicialmente as BCS's tinham aplicações apenas em campos de produção terrestres (*onshore*) e, com o pioneirismo da companhia petrolífera brasileira Petrobras, foram iniciados testes com protótipos com este tipo de tecnologia com sucesso em campos marítimos (*offshore*) em 1994, no poço RJS-221, na bacia de Campos, sendo que o primeiro sistema instalado em águas profundas foi somente em 1998 [1].

A bomba centrífuga submersa (BCS), é de grande interesse para a indústria petrolífera brasileira devido sua capacidade de bombear grandes quantidades de fluidos por grandes distâncias. O sistema é instalado dentro de poços de petróleo ou próximo a ele, de forma que qualquer tipo de manutenção tem custo muito elevado em termos de tempo e recursos financeiros. Sendo assim, intervenções são realizadas somente quando o sistema falha ou nos casos em que a manutenção pode ser feita a distância. Tendo em vista os investimentos que são feitos nesse tipo de equipamento, passando por concepção do projeto, custos de montagens, construção, intervenção e tempo de

produção cessante, é de crucial importância que o sistema se mantenha em funcionamento o máximo de tempo possível.

O método de elevação artificial por uso de BCS consiste na instalação de equipamentos dentro do poço produtor ou próximo à cabeça do poço. Além disso, faz-se necessário a instalação de uma infraestrutura auxiliar para fornecimento de energia elétrica e sistema de controle, conforme pode ser visualizado na Figura 1.5, na condição *onshore* e *offshore* [1].

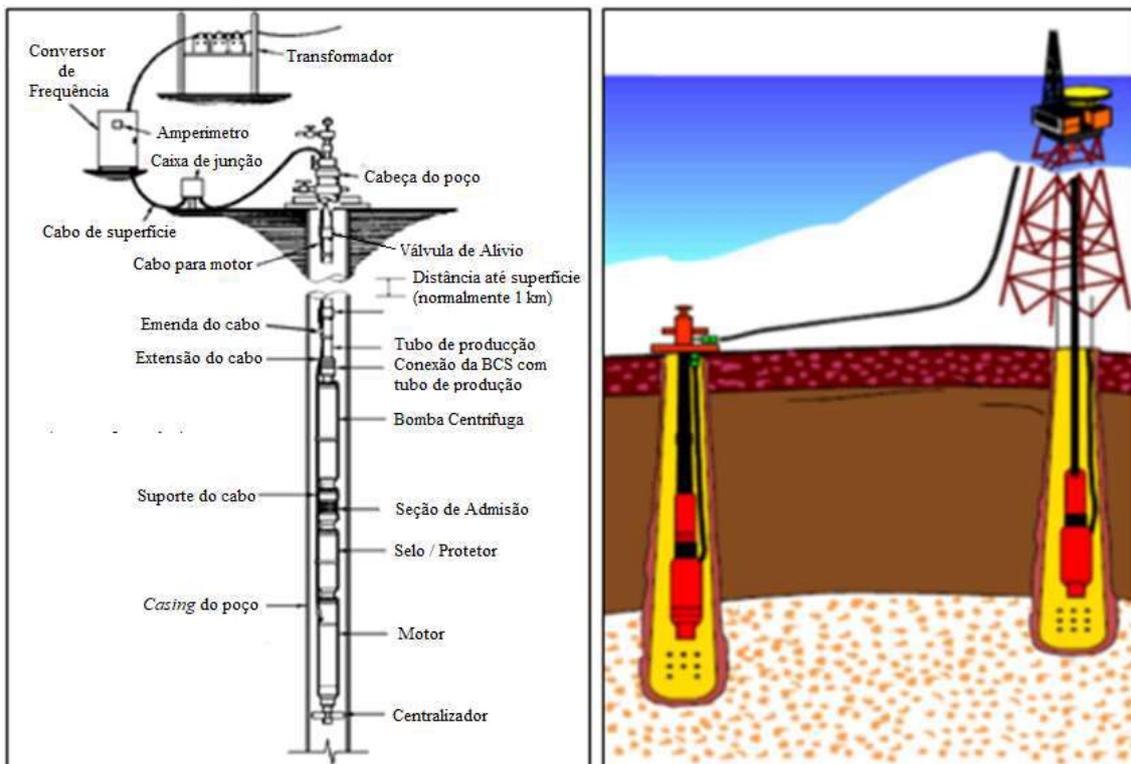


Figura 1.5. Sistemas de produção com BCS: *Onshore* e *Offshore* [1].

A BCS é composta basicamente por 3 componentes principais: a bomba, o selo-protetor e o motor elétrico. Há configurações diferentes que variam de acordo com o tipo de fluido produzido e condições de operação. Os motores têm capacidade de variarem sua rotação de operação entre 40 e 60 Hz através de um conversor de frequência (VSD – Variable Speed Drive) e são refrigerados pelos fluidos produzidos no próprio poço que entram em contato com sua carcaça externa até atingir a região de sucção da bomba [1].

É interessante observar que a bomba centrífuga submersa é uma máquina com peculiaridades ímpares. Um sistema mecânico acionado por um motor elétrico com potências que ultrapassam 1000 hp em uma carcaça de cerca de 5 polegadas de diâmetro, uma estrutura que pode ter mais de 30 metros e ainda é instalada para operar em condições hostis sem acesso para manutenção. Por ser muito esbelto (grande razão entre comprimento e seu diâmetros) combinado com a energia transmitida aos fluidos, tornam a BCS um sistema cuja análise dinâmica é mandatória.

Além dos custos de fabricação de um equipamento complexo como a BCS, os custos que envolvem sua instalação são muito elevados, de forma que é preponderante que sua vida útil seja elevada. O primeiro passo é conhecer o seu comportamento dinâmico numa condição que simule a operação real no poço de petróleo.

A motivação deste trabalho passa pela contribuição para uma melhor compreensão das propriedades dinâmicas das BCS's, através de testes experimentais, realizados em poços de testes que tentam simular as reais condições de operação desse equipamento.

Uma vez identificados experimentalmente, os parâmetros modais podem ser utilizados, por exemplo, para comparar, correlacionar ou validar modelos rotodinâmicos em elementos finitos das BCS's, abrindo caminho para o projeto de equipamentos mais confiáveis.

1.3. Objetivos da Dissertação

O presente trabalho tem como objetivo principal identificar os parâmetros modais de uma bomba centrífuga submersa (BCS), em termos das suas frequências naturais, taxas de amortecimento e modos de vibração dentro da sua faixa operacional.

Esses parâmetros modais foram identificados de duas formas diferentes:

- i) Utilizando testes de impacto com a BCS instalada no poço de teste, mas fora de operação;
- ii) Com a BCS operando na sua rotação de serviço, o que configura um teste operacional.

Outro objetivo foi o desenvolvimento de uma ferramenta computacional, no domínio da frequência, que permite a identificação de parâmetros modais de estruturas e equipamentos, utilizando somente as respostas de vibração, obtidas através de testes de impacto ou operacionais. O algoritmo implementado é baseado no método da *Decomposição Melhorada no Domínio da Frequência* (EFDD).

1.4. Estrutura do Trabalho

Este trabalho foi organizado nos seguintes capítulos:

Capítulo 1: apresenta uma breve introdução ao tema de vibração, seguido por algumas razões que motivaram o desenvolvimento e os principais objetivos da dissertação.

Capítulo 2: apresenta uma revisão bibliográfica mostrando, de forma cronológica, algumas das técnicas de identificação modal no domínio da frequência desenvolvidas especificamente no contexto de *Análise Modal Operacional* (OMA).

Capítulo 3: apresenta uma descrição detalhada sobre as formulações matemáticas que servem de base para o desenvolvimento dos métodos no domínio da frequência, tais como: O *Método Básico no Domínio da Frequência* (BDF), o *Método de Decomposição*

no Domínio da Frequência (FDD) e o Método de Decomposição Melhorada no Domínio da Frequência (EFDD).

Capítulo 4: descreve as etapas do desenvolvimento do algoritmo baseado no método EFDD e que foi implementado em LabVIEW®. Também são apresentados os resultados do teste do *software* utilizando sinais de decaimento. Os resultados foram comparados com os de um *software* comercial que também possui o EFDD implementado.

Capítulo 5: apresenta os resultados da análise modal utilizando testes de impacto. No primeiro caso, foi utilizada as respostas de vibração de uma haste metálica. No segundo caso, foram utilizadas as respostas de vibração na estrutura de uma Bomba Centrífuga Submersa (de 62 estágios) instalada num poço de testes da Petrobras. Os resultados foram comparados com os de um *software* comercial e os de um algoritmo conhecido como ERA (*Eigen Realization Algorithm*), que utiliza um método no domínio do tempo.

Capítulo 6: apresenta os resultados da análise modal operacional utilizando as respostas de vibração na estrutura de uma Bomba Centrífuga Submersa (de 62 estágios) operando num poço de testes da Petrobras. Os resultados foram comparados com os de um *software* comercial.

Capítulo 7: são apresentadas as principais conclusões e recomendações para o desenvolvimento de trabalhos futuros.

2. Revisão Bibliográfica

Existem inúmeros métodos de identificação modal, tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência (existem métodos no domínio tempo-frequência, utilizando, por exemplo, funções de Wavelet, STFT, etc.). Optou-se, à priori, por um método no domínio da frequência. A escolha desse método foi baseada na simplicidade, robustez e na confiabilidade dos parâmetros modais estimados. Durante a pesquisa bibliográfica o EFDD foi identificado como o método que possuía as características citadas acima.

Em 1993, J. Bendat and A. Piersol [2], dentro das diferentes técnicas de identificação de parâmetros modais, descreveram o clássico método denominado *Método Básico no Domínio da Frequência* (BFD). Esta metodologia permite reconhecer de forma simples os parâmetros modais (modos de vibração e frequências modais) de um sistema dinâmico e foi aplicado durante várias décadas. Fornece uma excelente base teórica para o desenvolvimento de técnicas posteriores no domínio da frequência.

Em 1995, U. Kadakal e Ö. Yüzügüllü [3] propuseram uma metodologia de análise modal no domínio do tempo e realizaram um estudo comparativo entre o método de identificação modal já existente, BFD, o clássico método *Least Square* (LS) e o algoritmo proposto, denominado *Variáveis Instrumentais* (VI) com a finalidade de se avaliar a precisão deste último. Estas metodologias foram aplicadas num teste de vibração ambiental para se identificarem as propriedades dinâmicas de um prédio comercial, resultando na melhor precisão dos parâmetros estimados com o método VI, mas confirmando, também, a possibilidade de identificarem, de forma simples e satisfatória, as frequências modais da estrutura com a metodologia BFD e ressaltando a dificuldade de calcularem os parâmetros de amortecimento através do método BFD.

Em 2000, Rune Brincker *et al.* [4] realizaram uma análise modal através de um algoritmo no domínio da frequência, baseado na técnica denominada *Decomposição no Domínio da Frequência* (FDD), criada pelos mesmos autores, que por sua vez está baseado no método BFD, para superar algumas limitações deste, mantendo, em princípio, a sua simplicidade de análise. Utilizaram, também, uma técnica no domínio

do tempo denominada *Técnica de Identificação de Subespaços Estocásticos* (SSI). Os algoritmos foram aplicados na determinação dos parâmetros modais na vibração de uma carroceria de um veículo, causada pelo seu motor em funcionamento. As estimativas modais obtidas através desse algoritmo, baseado no método FDD, foram mais precisas, notando-se uma clara vantagem com respeito ao método SSI. Mas vale a pena mencionar a dificuldade do algoritmo ao estimar as taxas de amortecimento.

Nesse mesmo ano, os mesmos autores aplicaram esse algoritmo de identificação modal, baseado no FDD, em outro caso prático: estimar os parâmetros modais de um motor diesel em operação [5] e os resultados obtidos foram validados através da comparação de resultados obtidos pela técnica clássica no domínio do tempo, SSI, permitindo observar, novamente, uma maior precisão nos parâmetros encontrados. No entanto, confirmaram novamente a dificuldade na estimativa dos parâmetros de amortecimento.

Adicionalmente, nesse mesmo ano, Rune Brincker *et al.* [6] forneceram um indicador harmônico para o reconhecimento dos modos físicos (característicos do sistema) e modos produzidos por forças harmônicas (determinísticas) na excitação de um sistema. Aplicaram o mesmo algoritmo, baseado no FDD, numa chapa metálica excitada artificialmente (comportamento quase-estacionário), e aplicaram um indicador estatístico, baseado em características geométricas distintas entre modos estruturais e harmônicos, resultando num critério bastante adequado de identificação de modos.

Também no ano 2000, Rune Brincker *et al.* [7] aplicaram o mesmo algoritmo numa estrutura simulada de um prédio de 2 andares. Dessa vez, com a finalidade de observar a influência do ruído (contida no sinal temporal) na estimativa. O modelo foi carregado com ruído branco, as respostas foram avaliadas com o algoritmo proposto e três casos foram considerados: sem ruído, com 10% de ruído e com 20% de ruído. Os resultados do trabalho realizado permitiram observar que o algoritmo oferece uma boa estimativa, não sendo afetada pelo ruído presente e, além disso, trabalha adequadamente em caso de modos próximos.

Posteriormente, em 2007, E. Caetano *et al.* [8] realizaram uma comparação entre alguns métodos de identificação estocástica aplicados às respostas naturais do viaduto

Millau, localizado no sul da França. Foram utilizados os métodos de *Identificação de Subespaços Estocásticos Conduzidos por Covariância* (SSI-COV), o *Polireferencial Complexo de Mínimos Quadrados no Domínio da Frequência* (LSCF), comercialmente chamado como PolyMAX, e o método de *Decomposição Melhorada no Domínio da Frequência* (EFDD). Foram utilizados em testes dinâmicos de vibração livre e vibração ambiental e os resultados também foram comparados com os parâmetros modais previamente calculados através de um modelo em elementos finitos, observando-se uma excelente correlação e, portanto, uma boa precisão das técnicas, considerando-se, em particular, níveis extremamente baixos de vibração, condição recomendável para uma adequada análise OMA e ressaltando o bom desempenho do método EFDD no teste ambiental.

Ainda em 2007, Niels - Jørgen Jacobsen *et al.* [9] propõem um método automatizado baseado no já existente método de *Decomposição Melhorada no Domínio da Frequência* (EFDD), com a finalidade de identificar sinais harmônicos, através cálculos de curtose e, assim, poder reduzir a sua influência em intervalos de frequência que podem ser representadas por um SDOF (sistema de um grau de liberdade), mostradas no gráfico dos valores singulares, através de um processo de interpolação linear.. O método de identificação foi aplicado num teste OMA numa chapa de alumínio sob a ação de uma força de excitação de natureza puramente estocástica combinada com componentes harmônicos. A validação dos resultados foi realizada através da comparação com o método clássico EFDD para observar a qualidade dos resultados. Os parâmetros estimados (frequências naturais e taxas de amortecimento) não foram afetados, devido à adequada remoção dos harmônicos, enquanto no caso de método EFDD verificaram-se estimativas díspares. Observou-se, além disso, que não é necessária a informação sobre as componentes harmônicas (em termos de frequência e magnitude), mas vale a pena mencionar o fato de que não foi testado para o caso de frequências variáveis e/ou múltiplas presentes nos intervalos de frequência representáveis por sistemas SDOF.

Em 2008, Filipe Magalhães *et al.* [10] aplicaram diferentes métodos de identificação modal, de apenas respostas, num teste dinâmico de um teto suspenso do Estádio Braga (Portugal), assim como a modelagem por elementos finitos da estrutura para a análise de correlação e validação do mesmo, com foco na identificação dos

parâmetros de amortecimento (devido à necessidade de se analisar a susceptibilidade da estrutura face ao agitação). Testes de vibração forçada, ambiental e livre foram realizados na estrutura, utilizando-se vários métodos de identificação modal, dependendo do tipo do teste. Uma implementação melhorada do método EFDD, o método SSI-COV e o método de *Identificação de Subespaços Estocásticos Controlados por Dados* (SSI-DATA) foram as metodologias utilizadas. Concluiu-se que os métodos levam a estimativas confiáveis (particularmente no que se refere aos parâmetros de amortecimento) e, portanto, constituem uma alternativa interessante aos procedimentos de análise modal baseados em excitação artificial.

Em 2010, Zhang Lingmi *et al.* [11] desenvolveram uma versão variante do algoritmo EFDD, chamada *Decomposição Espacial no Domínio da Frequência* (FSDD). O algoritmo foi aplicado em testes dinâmicos de três estruturas cíveis: análise de vibração ambiental na estrutura do teto suspenso do estádio de corrida de cavalos em Tóquio (HRS), análise modal operacional (excitações de trânsito veicular) na ponte expressa Z24 na Suíça e a ponte Ting Kau em Hong Kong. Resultados favoráveis foram obtidos através desse algoritmo, além de se observar a possibilidade do método de trabalhar em casos de modos próximos ou modos repetidos presentes em estruturas reais complexas.

Em 2013, Le Thien-Phu e Paultre Patrick [12] propuseram um novo algoritmo para testes de vibração ambiental que foi baseado numa combinação dos métodos FDD e CWT e que foi chamado *Decomposição no Domínio do Tempo-Frequência* (TFDD) com a característica de que esta técnica processa diretamente as informações originais. A validação desta técnica foi realizada através da sua aplicação num teste OMA na ponte de pedestres Sherbrooke (Canadá) e numa simulação numérica de um sistema de três graus de liberdade. Os resultados mostraram que houve boa precisão na identificação dos parâmetros dinâmicos (frequências modais e modos de vibração) ao serem comparados com resultados obtidos com o método EFDD e técnicas SSI, incluindo casos de modos próximos ou repetidos, ainda que, em relação às taxas de amortecimento modal tenham havido algumas discrepâncias para modos de baixas frequências.

Em 2014, Reza Tarinejad e Majid Damadipour [13] propuseram uma nova técnica de identificação modal de estruturas dinâmicas. A técnica de *Análise Modal Operacional* (OMA), baseada também numa combinação do método FDD e na *Transformada Contínua de Wavelet* (CWT), foi aplicada com a finalidade de se avaliar a sua efetividade em casos de vibração de elevada intensidade (tremores) e baixa intensidade (ruído), assim como registros de longa e curta duração. Sua aplicação envolveu três casos de simulações numéricas de sistemas com três graus de liberdade: com distribuição regular de massa e rigidez (modos dominantes e separados), com distribuição irregular de massa e rigidez (dois modos próximos e dominantes) e com distribuição regular da massa e irregular de rigidez (modos fracos e próximos), e utilizando como informação de entrada as vibrações produzidas e registradas por um tremor ocorrido na cidade de El Centro, na Califórnia, em 1940, o que permitiu estimar com maior precisão os coeficientes de amortecimento em comparação com os métodos clássicos.

Nesse mesmo ano, Ebrahimi Reza *et al.* [14] realizaram experimentos de vibração controlada numa plataforma de corte, mas utilizando a informação de apenas respostas, com a finalidade de reconhecer e reduzir problemas de vibração. Um modelo de elementos finitos (FEM) foi construído, representando o comportamento dinâmico desta e, através da utilização do método FDD, estimaram-se os parâmetros modais em condições operacionais, utilizando-se o método de mudança de massa para escalar os modos de vibração estimados, permitindo a validação correspondente do modelo FEM. Finalmente, este trabalho permitiu identificar uma condição de ressonância que foi resolvida através do método de modificação estrutural e o problema de vibração foi reduzido, comprovando mais uma vez a utilidade e a eficácia deste método.

Também em 2014, A. Malekjafarian e E.J. O'Brien [15] propuseram um novo procedimento de análise modal operacional que consistia na utilização do método FDD aplicado em vários estágios de curta duração e com o processamento das medições obtidas através de sensores instalados sobre um corpo móvel, ou seja, uma análise realizada indiretamente. O método foi chamado *Decomposição no Domínio da Frequência em Curta Duração* e a sua validação foi realizada numa simulação numérica de uma ponte modelada por elementos finitos, considerando-se a interação com um veículo móvel e permitindo a obtenção com uma boa precisão da estimativa dos modos

de vibração. O procedimento proposto, baseado no método FDD, apresentou um bom desempenho.

Em 2015, Fabio Pioldi *et al.* [16] desenvolveram um algoritmo de identificação dinâmica denominado *Decomposição Refinada no Domínio da Frequência* (rFDD), o qual refina e rejuvenesce o clássico algoritmo EFDD, com a finalidade de ser aplicado na identificação estrutural em casos de entradas de alta intensidade, caso de movimentos sísmicos, bem como, no caso de estruturas com elevado amortecimento. Resultados preliminares satisfatórios foram apresentados para entradas tipo ruído branco atuando em diferentes estruturas modeladas com amortecimento elevado. Dessa forma, os resultados de identificação modal nas condições antes mencionadas, especificamente, em testes de modelos numéricos sob forças sísmicas (El centro, 1940; L'Aquila, 2009; Tohoku, 2011) foram comparados com resultados obtidos através do método EFDD, apresentando maior precisão na estimativa das frequências naturais. Além disso, outros parâmetros foram estimados com erro bem pequeno, confirmando a efetividade do método proposto.

As várias metodologias de análise modal baseadas na decomposição no domínio da frequência têm excelente aplicação dentro do contexto OMA, permitindo estimar convenientemente os parâmetros modais de um sistema dinâmico. Casos de estudo tais como: prédios, pontes, máquinas rotativas, estruturas excitadas por máquinas rotativas, etc., foram adequadamente analisadas por estas técnicas, permitindo uma boa estimativa dos parâmetros modais, mesmo com presença de ruído, excitações com comportamento não-gaussiano (abalos sísmicos) e em estruturas com elevado amortecimento.

Pode-se concluir que o método FDD e as suas variantes representam uma boa alternativa de identificação modal em termos de simplicidade, confiabilidade e baixo custo computacional.

3. Fundamentos Teóricos

A grande limitação da *Análise Modal Experimental* (EMA) é a necessidade de se conhecer os dados de entrada e de saída nos sistemas testados, para, posteriormente, estimarem-se os parâmetros modais dos mesmos. A medição da excitação em grandes estruturas pode ser de difícil obtenção, ou mesmo impossível. Excitar uma estrutura complexa implicaria num custo econômico considerável, podendo causar danos locais na estrutura, mesmo nos casos de modelos testados em laboratório, onde é difícil a reprodução das condições naturais de excitação de forma confiável.

Por essas razões, a *Análise Modal de Apenas Respostas* foi desenvolvida, para superar a limitação existente do método tradicional e, assim, oferecer a possibilidade de obtenção dos parâmetros modais somente com a informação das respostas dinâmicas. Pode-se mencionar, então, que esta análise permite a estimativa desses parâmetros em casos de forças de excitação desconhecida, em termos de magnitude e frequência, mas não da sua natureza (aleatória, determinística, transiente, etc.), aplicados em sistemas lineares e invariantes no tempo.

Deve-se mencionar que, mesmo tendo-se superada a limitação da análise tradicional, esta versão da análise modal apresenta dois inconvenientes dignos de nota. Em primeiro lugar, fornece modos naturais não normalizados pela massa, o que se torna um problema quando o objetivo é a detecção de dano estrutural, devido à necessidade de se obter modos de vibração com magnitudes confiáveis. Em segundo lugar, a ausência de excitação de alguns modos. No entanto, para o primeiro caso, existem metodologias que permitem escalonar os modos. No segundo caso, a ausência de alguns modos excitados depende da resolução espectral, do posicionamento dos sensores numa dada coordenada modal, por ruído elétrico, ligeiras variações nas condições do teste, efeitos ambientais, etc. [17].

Da mesma forma que nos procedimentos EMA são necessárias as *Funções de Resposta em Frequência* (FRF) ou as *Funções de Resposta ao Impulso* (IRF) para a identificação dos parâmetros modais no domínio da frequência e do tempo, respectivamente, na *Análise Modal de Apenas Respostas* fazem-se uso das *Funções de*

Correlação (no domínio do tempo) e *Funções de Densidade Espectral de Potência* (no domínio da frequência) dos sinais obtidos da resposta estrutural do sistema para se estimar os seus parâmetros modais.

Em cada domínio, existem métodos que trabalham utilizando informação de medições obtidas com sensores localizados num único ponto ou em vários pontos da estrutura. Esta característica leva à seguinte classificação das técnicas:

- SISO (*single input, single output*): força de excitação medida num único ponto da estrutura e resposta medida também num único ponto;
- SIMO (*single input multiple output*): força de excitação medida num único ponto da estrutura e resposta medida em vários pontos da estrutura (comumente aplicadas em estruturas de pequeno ou médio porte);
- MIMO (*multiple input multiple output*): força de excitação medida em vários pontos da estrutura e resposta medida também em vários pontos (comumente aplicadas em estruturas complexas e de grande porte, onde uma única excitação falha em fornecer informação necessária e suficiente);
- MISO (*multiple-input single-output*): força de excitação medida em vários pontos da estrutura e a resposta medida num único ponto.

Os métodos classificados nas três primeiras categorias são os mais comumente utilizados [18].

Uma classificação adicional seria de *métodos diretos* e *métodos indiretos*. Os métodos indiretos avaliam as propriedades modais, isto é, as frequências naturais, taxas de amortecimento e modos de vibração, enquanto que os métodos diretos estimam as matrizes de massa, amortecimento e rigidez [19].

A Figura 3.1 abaixo apresenta de forma esquemática as várias classificações dos métodos de identificação modal:

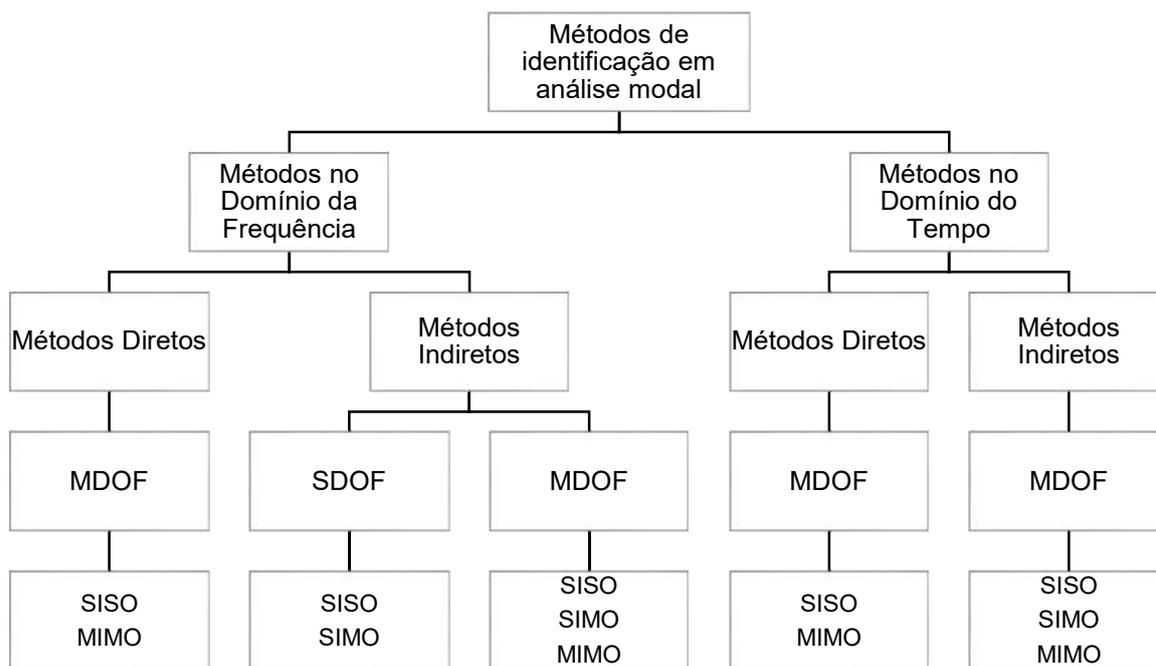


Figura 3.1. Classificação dos métodos de identificação modal.

Em relação à natureza do teste de análise vibracional, na categoria geral de *Análise Modal de Apenas Respostas* pode-se mencionar um tipo de análise mais específico, denominado *Análise Modal Operacional (OMA)* e que consiste na utilização da informação das respostas na condição de operação ou sob excitação ambiental de um sistema.

A qualidade do OMA, de ser aplicado em sistemas em operação, permite a sua utilização sem a paralização do tráfego (pontes, viadutos, etc.) ou interrupções de operação normal (equipamentos, estruturas offshore, etc.). Tal característica permite a sua adequada aplicação para casos de monitoramento da integridade estrutural e controle da vibração. Adicionalmente, OMA é classificado como um processo de categoria MIMO [16] devido ao fato da excitação ser distribuída em vários pontos da estrutura, fornecendo a possibilidade de se identificar modos de vibração próximos, mas pagando o preço do aumento da complexidade em se avaliar uma grande quantidade de dados.

3.1. Estimativa das Funções de Densidade Espectral de Potência (PSD)

As *Funções de Densidade Espectral de Potência* representam a distribuição energética no domínio da frequência de uma dada série temporal. Tais funções contêm informações sobre as características modais presentes nesse sinal.

A variedade de estimadores das PSD's pode ser classificada, principalmente, em duas categorias: *diretos e indiretos*. Na primeira categoria, os estimadores são baseados no método do *Periodograma*, enquanto os da segunda categoria são baseados no método do *Correlograma*. Baseado no método do *Periodograma*, um dos estimadores mais utilizados é o de Welch. Este modifica o método de Bartlett, calculando a média, utilizando o processo de superposição e utilizando janelas para reduzir o efeito dos "lóbulos laterais" e assim reduzir o erro da estimativa, diminuindo levemente a resolução [20].

A formulação matemática do método de Welch é descrita a seguir. Considerem-se dois sinais discretos $x(n), y(n)$ ($x(n)$ é considerado o sinal de referência) com L amostras. Dividimos L em M blocos de N amostras, considerando-se a superposição dos blocos, a PSD cruzada entre esses dois sinais é expressa como:

$$S_{yx}(k) = \frac{2}{MB_e} \sum_{m=1}^M \frac{Y_{w,m}(k)X_{w,m}^*}{C_A N} \quad k = 1, 2, \dots, \frac{N}{2} + 1 \quad (3.1)$$

Onde:

- $X_{w,m}^*$ é a conjugada complexa da *Transformada de Fourier* (com uma dada janela) de um bloco do sinal $x(n)$.
- $C_A = \frac{\sum_{n=0}^{N-1} w(n)}{N}$; é o fator de compensação de janela.
- $B_e = \frac{N \sum_{n=0}^{N-1} w^2(n)}{(\sum_{n=0}^{N-1} w(n))^2} \cdot \frac{f_s}{N}$; é a largura de banda de ruído equivalente para a janela.
- f_s é a frequência de amostragem do sinal.
- $w(n)$ é a janela discreta aplicada ao sinal.

Normalmente, se utiliza a janela temporal de *Hanning* para o tratamento de sinais aleatórios e determinísticos. Portanto, para a estimativa da PSD utiliza-se esta janela para reduzir o efeito do *leakage* (vazamento) [21].

3.2. Método Básico no Domínio de Frequência (BFD)

É o método de identificação modal mais simples dentro das técnicas no domínio da frequência, o qual fornece a base teórica para o desenvolvimento de versões mais robustas baseadas na decomposição no domínio da frequência.

A principal ideia do método é que qualquer modo estrutural ligeiramente amortecido somente influencia a resposta da estrutura (é dominante) num pequeno intervalo de frequência, no entorno da frequência natural (região de ressonância) do modo considerado. Por isso, esta técnica pode ser classificada como um método da categoria SDOF [17].

Para o caso de EMA, inicialmente obtêm-se as informações de entrada e saída e, em seguida, calcula-se a matriz de *Funções de Resposta em Frequência* (FRF), cuja representação gráfica permite estimar os parâmetros modais. Para o caso do OMA, a partir da informação das respostas do sistema avaliado calculam-se as *Funções de Densidade Espectral de Potência*, cuja representação gráfica também permite identificar os modos de vibração e as frequências naturais.

O método é efetivamente usado para casos nos quais se tem presença de modos separados. Esta separação mínima, entre modos dominantes, é dada pela largura de banda, B , do modo considerado, conforme a equação abaixo [17]:

$$B = 2\xi f_0 \quad (3.2)$$

Onde:

- ξ é a taxa de amortecimento do modo considerado.
- f_0 é a frequência natural associada ao modo considerado.

Vale a pena mencionar que o método BFD identifica Modos de Deflexão Operacional (ODS) em vez de modos de vibração livre (os primeiros são uma

combinação de todos os modos de vibração, numa dada frequência de excitação), mas os ODS são uma aproximação para os modos de vibração, se apenas um modo é dominante no intervalo da frequência considerado. No caso de modos próximos, as contribuições serão significativas e as ODS representam a superposição de múltiplos modos [22].

O BFD é aplicado apenas na estimativa de frequências naturais e modos de vibração. Para a estimativa dos fatores de amortecimento, o método da meia potência pode ser utilizado, mas numerosos estudos mostraram que essa estimativa é imprecisa [22].

Considerando-se uma resposta de vibração $\mathbf{y}(t)$ num intervalo de frequências dominado por apenas um modo, a resposta pode ser representada por:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{a}q(t) \quad (3.3)$$

Onde, “ \mathbf{a} ” é o vetor do modo de vibração e $q(t)$ é a respectiva coordenada modal. Então, a função de correlação é dada por:

$$\mathbf{R}(\tau) = E[\mathbf{y}(t)\mathbf{y}(t + \tau)^T] = \mathbf{a}E[q(t)q(t + \tau)]\mathbf{a}^T = R_q(\tau)\mathbf{a}\mathbf{a}^T \quad (3.4)$$

Onde $R_q(\tau)$ é a *Função de Autocorrelação* da coordenada modal. A matriz de densidade espectral, $\mathbf{G}_y(f)$, é obtida aplicando-se a *Transformada de Fourier*, em ambos os membros da Eq. (3.4), e é dada pela seguinte equação:

$$\mathbf{G}_y(f) = G_q(f)\mathbf{a}\mathbf{a}^T \quad (3.5)$$

Sendo $G_q(f)$ a função de densidade auto-espectral da coordenada modal.

A matriz de densidade espectral dada pela Eq. (3.5) tem *rank* 1, e qualquer linha ou coluna dessa matriz será proporcional ao vetor do modo de vibração. Isto significa que, para este caso específico, pode-se tomar qualquer vetor coluna \mathbf{u}_c na matriz de densidade espectral $\mathbf{G}(f) = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots]$ como uma estimativa do modo de vibração.

$$\hat{\mathbf{a}} = \mathbf{u}_c \quad (3.6)$$

3.3. Método da Decomposição no Domínio da Frequência (FDD)

A técnica do FDD expande o método BFD utilizando uma ferramenta de factorização matricial denominada *Decomposição de Valores Singulares* (SVD) que é aplicado à matriz $\mathbf{G}_y(f)$ formada pelas PSD's calculadas para todos os sensores. Este processo permite concentrar todas as informações espectrais num só gráfico, que é o gráfico dos valores singulares da matriz das *Funções de Densidade Espectral de Potência*.

A ideia principal da técnica FDD é mais facilmente introduzida expressando-se a resposta considerada $\mathbf{y}(t)$ como uma combinação de vetores de modos normais e as suas respectivas coordenadas modais, dada por:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{a}_1 q_1(t) + \mathbf{a}_2 q_2(t) + \dots = \mathbf{A}\mathbf{q}(t) \quad (3.7)$$

Onde \mathbf{A} é a matriz dos modos de vibração $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots]$ e $\mathbf{q}(t)$ é o vetor coluna das coordenadas modais $\mathbf{q}^T(t) = \{q_1(t), q_2(t), \dots\}$. Usando-se a definição de funções de correlação, $\mathbf{R}_y(\tau)$, obtemos a seguinte expressão para a matriz:

$$\mathbf{R}_y(\tau) = E[\mathbf{y}(t)\mathbf{y}^T(t + \tau)] \quad (3.8)$$

$$\mathbf{R}_y(\tau) = \mathbf{A}E[\mathbf{q}(t)\mathbf{q}^T(t + \tau)]\mathbf{A}^T \quad (3.9)$$

$$\mathbf{R}_y(\tau) = \mathbf{A}\mathbf{R}_q(\tau)\mathbf{A}^T \quad (3.10)$$

Onde $\mathbf{R}_q(\tau)$ é a matriz que contém as funções de correlação das coordenadas modais. Aplicando a *Transformada de Fourier* em ambos os lados da equação (3.10), obtém-se a matriz de densidade espectral (para uma frequência particular f) dada por:

$$\mathbf{G}_y(f) = \mathbf{A}\mathbf{G}_q(f)\mathbf{A}^T \quad (3.11)$$

Assumindo-se que as coordenadas modais não são correlacionadas, isto é, que os elementos fora da diagonal da matriz das *Funções de Correlação* de coordenadas modais, $\mathbf{R}_q(\tau)$, são zero, então a matriz das *Funções de Densidade Espectral de Potência* das coordenadas modais, $\mathbf{G}_q(f)$, é diagonal e contém somente valores

positivos. Além disso, sabe-se que a matriz espectral de potência é Hermitiana e que se pode esperar alguma complexidade nos modos de vibração, por isso, se utiliza o índice Hermitiano em vez da Transposta, levando a Eq. (3.11) à sua forma final:

$$\mathbf{G}_y(f) = \mathbf{A}[g_n^2(f)]\mathbf{A}^H \quad (3.12)$$

Onde $g_n^2(f)$ são os elementos diagonais da matriz $\mathbf{G}_q(f)$. A decomposição da matriz PSD da equação (3.11) pode ser realizada através do SVD, o qual para uma matriz complexa, hermitiana e positiva, tem a forma:

$$\mathbf{G}_y(f) = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{U}^H \quad (3.13)$$

Ou também:

$$\mathbf{G}_y(f) = \mathbf{U}[\mathbf{s}_n^2]\mathbf{U}^H \quad (3.14)$$

Os valores singulares da matriz diagonal \mathbf{S} são interpretados como as densidades auto-espectrais de $\mathbf{G}_q(f)$, e os vetores singulares, $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots]$, são interpretados como os vetores dos modos de vibração contidos na matriz $\mathbf{A} = [\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots]$.

Deve-se mencionar que o método SVD, mostrado na equação (3.14), não corresponde completamente a decomposição teórica da matriz PSD e, portanto, o método FDD é uma solução aproximada. Essa aproximação é demonstrada através de duas diferentes perspectivas; a primeira é a decomposição da PSD supondo uma excitação de ruído branco e a segunda é a decomposição da PSD sob a suposição de que as coordenadas modais não são correlacionadas, que são descritos a seguir.

3.3.1. Decomposição da Função de Densidade Espectral de Potência

Assumindo Uma Excitação por Ruído Branco

A decomposição geral da matriz de densidade espectral, para uma frequência angular, w , na sua forma reduzida e assumindo uma excitação de tipo ruído branco, é dada pela seguinte expressão:

$$\mathbf{G}_y(w) = \sum_{n=1}^N \left(\frac{\mathbf{a}_n \boldsymbol{\gamma}_n^T}{-iw - \lambda_n} + \frac{\mathbf{a}_n^* \boldsymbol{\gamma}_n^H}{-iw - \lambda_n^*} + \frac{\boldsymbol{\gamma}_n \mathbf{a}_n^T}{iw - \lambda_n} + \frac{\boldsymbol{\gamma}_n^* \mathbf{a}_n^H}{iw - \lambda_n^*} \right) \quad (3.15)$$

Sendo \mathbf{a}_n , o vetor do modo de vibração, $\boldsymbol{\gamma}_n$, o vetor de participação modal e λ_n , o correspondente polo (equação 3.16) de um modo "n".

$$\lambda_n = -\xi w_{0n} + i w_{dn} \quad (3.16)$$

Para o caso onde se tem modos razoavelmente separados e o amortecimento e baixo, o vetor de participação modal é aproximadamente proporcional ao vetor de modo de vibração segundo a seguinte equação:

$$\boldsymbol{\gamma}_n \cong c_n^2 \mathbf{a}_n \quad (3.17)$$

Onde a constante real e positiva, c_n^2 , e dada pela equação (3.12):

$$c_n^2 = \left(\frac{\mathbf{a}_n^H \mathbf{G}_x \mathbf{a}_n}{8w_{dn}^2 |m_n|^2 \xi w_{0n}} \right) \quad (3.18)$$

Sendo w_{0n} , a frequência modal não amortecida, w_{dn} , a frequência modal amortecida e m_n , a massa modal do modo "n".

Além disso, no caso de amortecimento baixo, os dois termos centrais da equação (3.9) são dominantes para frequências positivas. O primeiro desses devido à o denominador $-i\omega - \lambda_n^*$ é igual à $-i\omega + iw_{dn} + \xi w_{0n}$ e converge à uma quantidade pequena ξw_{0n} quando $\omega = w_{dn}$. Similarmente o segundo termo é dominante devido à $i\omega - \lambda_n$ é igual à $i\omega - iw_{dn} + \xi w_{0n}$ e converge à pequenas quantidades ξw_{0n} quando $\omega = w_{dn}$ (os outros dois termos são dominantes para frequências negativas). Portanto, substituindo a equação (3.17) na equação (3.15), a expressão da matriz de densidade espectral é reduzida à sua forma aproximada [17]:

$$\mathbf{G}_y(\omega) \cong \sum_{n=1}^N \left(\frac{c_n^2 \mathbf{a}_n^* \mathbf{a}_n^H}{-i\omega - \lambda_n^*} + \frac{c_n^2 \mathbf{a}_n \mathbf{a}_n^T}{i\omega - \lambda_n} \right) \quad (3.19)$$

3.3.2. Decomposição da Função de Densidade Espectral de Potência Considerando Coordenadas Modais não Correlacionadas

Em vibrações aleatórias, uma aproximação comumente utilizada, é assumir que as coordenadas modais não são correlacionadas. Esta suposição pode ser usada como base para a decomposição de sinais randômicos, o que é aproximadamente valido em casos onde a excitação não pode ser considerada como ruído branco.

Em caso de amortecimento geral e modos de vibração complexos, a decomposição modal no domínio da frequência da matriz de densidade espectral é dada por:

$$\mathbf{G}_y(w) = \mathbf{A}[Q_n(-w)Q_n(w)]\mathbf{A}^T + \mathbf{A}[Q_n(-w)Q_n^*(w)]\mathbf{A}^H + \mathbf{A}^*[Q_n^*(-w)Q_n(w)]\mathbf{A}^T + \mathbf{A}^*[Q_n^*(-w)Q_n^*(w)]\mathbf{A}^H \quad (3.20)$$

onde $Q_n(w)$, são as coordenadas modais no domínio da frequência e \mathbf{A} , a matriz dos modos de vibração. Usando uma aproximação dada pela Eq.(3.21):

$$\frac{g(w)}{(iw - \lambda_n)} \cong \frac{g(w_{dn})}{(iw - \lambda_n)} \quad (3.21)$$

e que os termos diagonais da equação (3.20) podem ser aproximados como:

$$Q_n(-w)Q_n(w) \cong \frac{g_{1n}}{(iw - \lambda_n)} \quad (3.22a)$$

$$Q_n(-w)Q_n^*(w) \cong \frac{g_{2n}}{(-iw - \lambda_n^*)} \quad (3.22b)$$

$$Q_n^*(-w)Q_n(w) \cong \frac{g_{3n}}{(iw - \lambda_n)} \quad (3.22c)$$

$$Q_n^*(-w)Q_n^*(w) \cong \frac{g_{4n}}{(-iw - \lambda_n^*)} \quad (3.22d)$$

substituindo as aproximações da equação (3.22) na equação (3.20) e vendo que cada elemento da matriz poder ser modalmente composto, obtemos a decomposição aproximada da matriz de densidade espectral como:

$$\mathbf{G}_y(w) \cong \sum_{n=1}^N \left(\frac{(g_{1n}\mathbf{a}_n + g_{3n}\mathbf{a}_n^*)\mathbf{a}_n^T}{iw - \lambda_n} + \frac{(g_{2n}\mathbf{a}_n + g_{4n}\mathbf{a}_n^*)\mathbf{a}_n^H}{-iw - \lambda_n^*} \right) \quad (3.23)$$

Para modos reais e baixo amortecimento, os termos $g_{1n}, g_{2n}, g_{3n}, g_{4n}$ são iguais para o mesmo modo, portanto, a equação (3.23) se reduzirá a [17]:

$$\mathbf{G}_y(w) \cong \sum_{n=1}^N 2g_n \left(\frac{\mathbf{a}_n \mathbf{a}_n^T}{i\omega - \lambda_n} + \frac{\mathbf{a}_n \mathbf{a}_n^T}{-i\omega - \lambda_n^*} \right) \quad (3.24)$$

O qual corresponde aos dois termos dominantes da equação (3.15) para a decomposição modal da densidade espectral sob a suposição de excitação por ruído branco.

As equações (3.15) e (3.20) mostram a decomposição total da matriz de densidade espectral no domínio da frequência. No primeiro caso, a equação (3.15) não pode ser expressa na forma da equação (3.14), ainda que se use a equação geral da decomposição SVD:

$$\mathbf{G}_y(f) = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^H \quad (3.25)$$

Mas, utilizando a expressão aproximada da matriz espectral, dada pela equação (3.19), é possível se obter uma decomposição da forma dada pela equação (3.14).

No segundo caso, assumindo-se que o sistema possui coordenadas modais não correlacionadas, a equação (3.24) corresponde aos dois termos dominantes da equação (3.15), com a diferença de que o vetor de participação modal é, neste caso, proporcional ao vetor de modo de vibração, sendo possível também uma decomposição da forma da equação (3.14) [17].

As estimativas de modos próximos podem ser comprometidas, pelo fato do SVD exigir que os vetores singulares sejam ortogonais. Se esses modos de vibração forem ortogonais, então, as estimativas obtidas serão precisas, mas se essa condição não for cumprida, a estimativas não será correta para o modo de vibração mais fraco, enquanto que o modo dominante será estimado corretamente.

O método do FDD estima os modos de vibração e as frequências naturais, mas não fornece uma estimativa da taxa de amortecimento. No entanto, em muitos casos práticos, onde o amortecimento não é uma questão importante, o FDD pode ser uma ferramenta útil.

3.4. Método de Decomposição Melhorada no Domínio da Frequência (EFDD)

Esta técnica de identificação modal é uma versão melhorada do método FDD. A sua principal vantagem, com relação ao FDD, é a possibilidade de se estimar com maior precisão as frequências naturais além das taxas de amortecimento. A seguir, serão revisadas as formulações matemáticas e o processo de identificação utilizado pelo EFDD.

3.4.1. Critério de Segurança Modal (MAC)

É possível quantificar a correlação existente entre dois modos de vibração estruturais, representados vetorialmente, através de um indicador numérico denominado *Critério de Segurança Modal* (MAC). Este critério é descrito detalhadamente em [22].

Tendo-se, no caso geral, dois vetores complexos definidos como $\{\phi_n^1\}$ e $\{\phi_n^2\}$, que representam o n-ésimo modo de vibração e que foram obtidos, por exemplo, a partir de duas técnicas de identificação modal (1 e 2), o MAC é calculado como segue:

$$\text{MAC}(\{\phi_n^1\}, \{\phi_n^2\}) = \frac{|\{\phi_n^1\}^H \{\phi_n^2\}|^2}{(\{\phi_n^1\}^H \{\phi_n^1\})(\{\phi_n^2\}^H \{\phi_n^2\})} \quad (3.26)$$

Se ambos os modos são normais, então, o operador Transposto substitui o Hermitiano e a equação (3.26) pode ser reescrita como segue:

$$\text{MAC}(\{\phi_n^1\}, \{\phi_n^2\}) = \frac{|\{\phi_n^1\}^T \{\phi_n^2\}|^2}{(\{\phi_n^1\}^T \{\phi_n^1\})(\{\phi_n^2\}^T \{\phi_n^2\})} \quad (3.27)$$

O indicador MAC é basicamente um coeficiente de correlação de regressão linear e quadrático que mede a consistência entre dois vetores. Os valores de MAC variam de 0 até 1, indicando inconsistência ou ortogonalidade entre os vetores para o valor de 0 e consistência perfeita (diferem apenas por meio de um fator de escala) para o valor de 1.

3.4.2. Função de Autocorrelação

A *Função de Autocorrelação* verifica o nível de dependência ou correlação de um sinal num dado instante de tempo (t) e num outro instante de tempo ($t + \tau$).

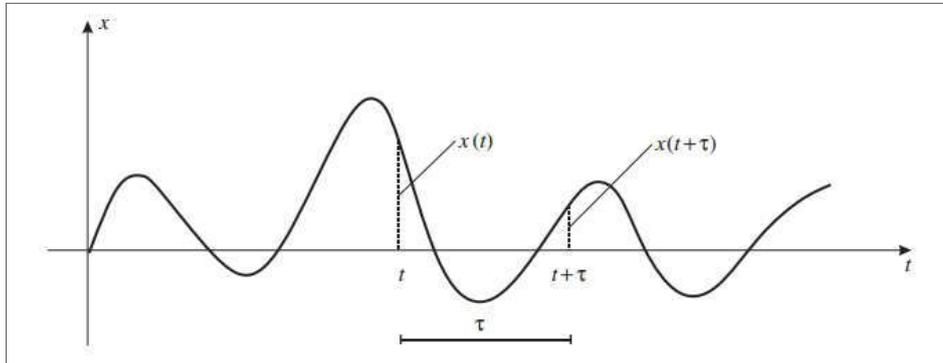


Figura 3.2. Representação de um sinal temporal

A *Função de Autocorrelação* (e correlação cruzada) também contém toda a informação modal presente num sistema dinâmico e que, através de métodos de identificação no domínio do tempo, é possível extraí-la. Ela é definida como:

$$R_{xx}(\tau) = E[x(t)x(t + \tau)] \quad (3.28)$$

Também pode ser expressa de forma prática, pela seguinte equação:

$$R_{xx}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t + \tau)dt \quad (3.29)$$

A Figura 3.3 ilustra uma representação gráfica típica de uma *Função de Autocorrelação* de um sinal temporal.

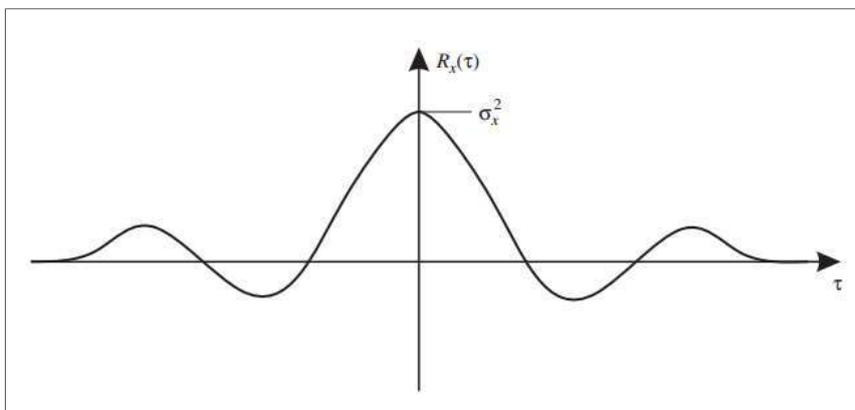


Figura 3.3. Representação de uma *Função de Autocorrelação*.

3.4.3. Decremento Logarítmico

Esta técnica calcula a taxa de amortecimento de um sistema SDOF utilizando os valores dos picos identificados (v_0, v_1, v_2, \dots), no registro de vibração livre no domínio do tempo para este sistema (Figura 3.4), e que no método EFDD é representado pela *Função de Autocorrelação* calculada no item anterior.

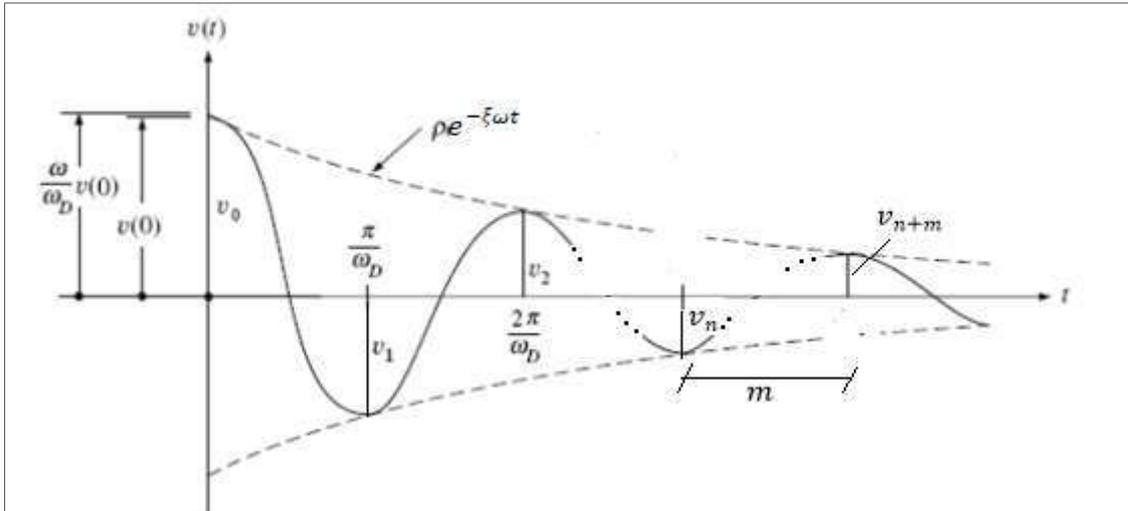


Figura 3.4 Método de *decremento logarítmico*

Primeiro calcula-se o *decremento logarítmico* (δ) através da seguinte expressão:

$$\delta = \ln\left(\frac{v_n}{|v_{n+1}|}\right) = \frac{1}{m} \ln\left(\frac{v_n}{|v_{n+m}|}\right) \quad (3.30)$$

onde v_n e v_{n+m} correspondem a dois valores de picos na *Função de Autocorrelação*, afastados de “m” ciclos. Como a *Função de Autocorrelação* calculada não representa exatamente uma função de decaimento exponencial, será calculada a curva do *decremento logarítmico* (δ) e, assim, é possível estimar o seu valor através de um processo de regressão linear, o que leva ao valor da taxa de amortecimento correspondente, dado pela seguinte expressão [23]:

$$\xi = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}} \quad (3.31)$$

3.4.4. Zero Crossing

A curva de Zero Crossing basicamente é a curva que relaciona o número de cruzamentos a zero da Função de Autocorrelação em função do tempo e permite a estimação da frequência natural amortecida, f_d , através de um processo de regressão linear aplicada nessa curva. A Figura 3.5 mostra um exemplo de a curva obtida através do *zero crossing*.

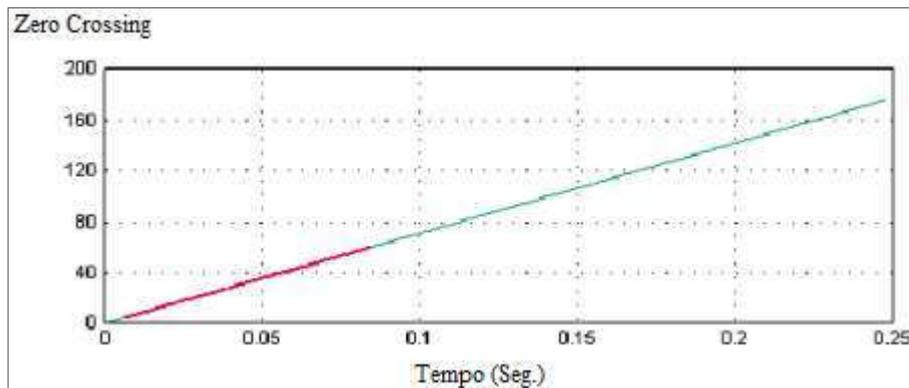


Figura 3.5. Curva de *zero crossing* (linha vermelha: ajuste por regressão linear)

Finalmente a frequência natural não amortecida, f , em função da frequência natural amortecida, é dada por:

$$f = \frac{f_d}{\sqrt{1 - \xi^2}} \quad (3.32)$$

Portanto, obtendo-se o valor da taxa de amortecimento é possível calcular o valor da frequência natural não amortecida da *Função de Autocorrelação*.

4. Desenvolvimento do Algoritmo

No desenvolvimento do algoritmo foi utilizado o LabVIEW® como ferramenta de programação, devido ao seu ambiente gráfico amigável, além de conter rotinas específicas para o processamento de sinais.

4.1. Algoritmo

Os arquivos dos dados de entrada contêm os vetores que representam os deslocamentos, as velocidades ou acelerações medidas ao longo da estrutura testada. Esses arquivos de dados, no formato “.lvm” ainda trazem a informação do intervalo de tempo (dt) entre cada amostra (inverso da taxa de aquisição), a quantidade total de amostras e as unidades das medições (m/s, mm/s, etc.). A Figura 4.1 mostra o arquivo de dados adquiridos do teste operacional do conjunto BCS.

```
LabVIEW Measurement
Writer_Version 2
Reader_Version 2
Separator Tab
Decimal_Separator .
Multi_Headings Yes
X_Columns No
Time_Pref Relative
Operator LEDAV
Date 2016/10/14
Time 12:10:00.4925608634948730459
***End_of_Header***

Channels 16 total de dados
Samples 300000 300000 300000 300000 300
Date 2016/10/14 2016/10/14 201
Time 12:10:00.4925608634948730459 12:
X_Dimension Time Time Time Tim
X0 0.000000000000000E+0 0.00000000
Delta_X 0.000244 dt 0.000244 0.0
***End_of_Header***
X_Value Untitled 1 Untitled 2 Unt
-0.006506 dados -0.008793 0.0
-0.006810 0.004953 0.0
-0.003660 -0.007299 -0.
-0.010288 0.009839 0.0
-0.003558 -0.006331 0.0
-0.010862 0.007176 0.0
-0.007698 -0.006621 -0.
-0.009230 0.002605 0.0
-0.012345 -0.006026 -0.
-0.009944 0.002349 0.0
```

Figura 4.1. Dados de entrada para o algoritmo (formato .lvm)

A estimativa da *Função Densidade Espectral de Potência* pode ser considerado como um item fundamental na implementação do algoritmo, uma vez que a resolução espectral e a faixa dinâmica da PSD tem uma grande influência nos resultados da

identificação modal. Portanto, um bom pré-processamento dos sinais temporais é crucial para uma boa estimativa das PSD's.

Inicialmente, se implementou a rotina que fornece a opção de eliminar a tendência dos dados dos sinais, ajustando-os a uma média zero, isto permite eliminar uma resposta significativa da estrutura (no domínio da frequência) no modo de corpo rígido, uma vez que no contexto do OMA o interesse é a dinâmica do sistema e não o comportamento estático da estrutura [17]. Essa rotina é mostrada na Figura 4.2.

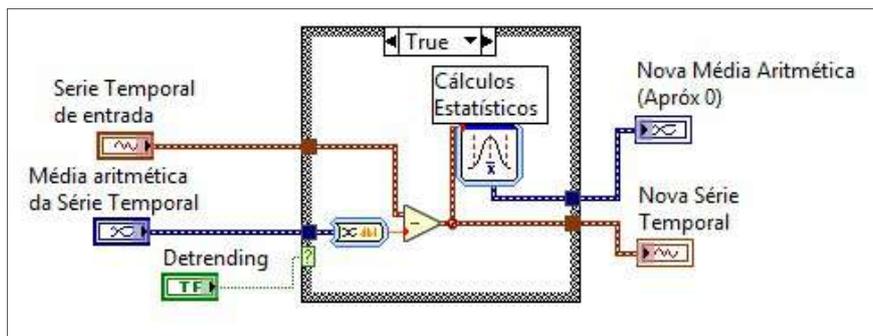


Figura 4.2. Rotina para a eliminação da tendência nos sinais de vibração

Em seguida, foi implementado o processo de reamostragem do sinal que consiste basicamente na redução do número de amostras e na redução da faixa de frequência de interesse, fator importante nesta metodologia devido à necessidade da inspeção visual dos picos no espectro, levando também a uma redução no tempo computacional gasto com os cálculos. Antes da reamostragem, é utilizado um filtro de passa-baixa, *Chebyshev* do tipo 1 e de ordem 8, para garantir que após o processo o sinal não esteja afetado pelo *Aliasing*. Esta rotina é mostrada na Figura 4.3.

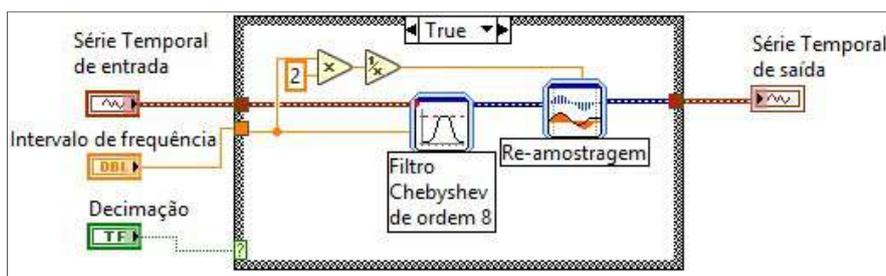


Figura 4.3. Rotina de filtragem e reamostragem dos sinais de vibração

Caso seja necessário remover outros componentes de frequência não desejados, pode ser utilizado um filtro IIR passa-baixa do tipo *Butterworth* de ordem 9. Vale a pena mencionar que os tipos e ordens dos filtros utilizados para o desenvolvimento do

algoritmo foram os mesmos utilizados num *software* comercial (que contém o método EFDD) para se fazer uma comparação utilizando os mesmos parâmetros de pré-processamento dos sinais.

O próximo passo é o cálculo das PSDs das séries temporais através do método de Welch (subcapítulo 3.1), primeiro segmentando uma série temporal em vários blocos, com um comprimento definido (*length*), utilizando sobreposição dos dados (*overlap*) e escolhendo a resolução espectral desejada. Essa estratégia é utilizada tanto no cálculo auto-densidade espectral quanto da densidade espectral cruzada, permitindo ao final, formar a matriz de PSDs. Na Figura 4.4 é mostrado o código para o cálculo de uma PSD.

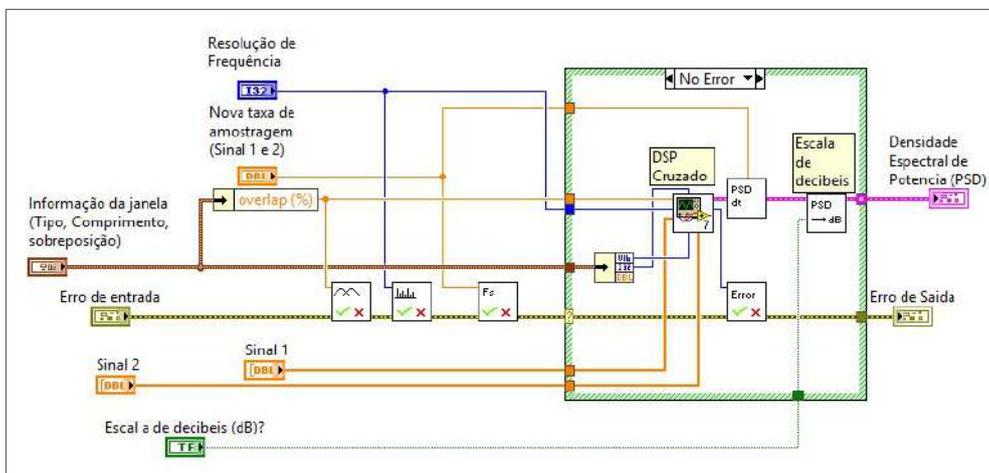


Figura 4.4. Painel de blocos mostrando o cálculo da matriz de PSD de uma série temporal.

Além dos parâmetros para o cálculo da PSD mostrados, é dada a opção de se definir um número de canais de “projeção”, o que permite reduzir a quantidade de espectros de PSD calculados, uma vez que estes serão calculados tomando-se como referência apenas os canais de “projeção” e, assim, reduzir o tempo de cálculo. Por outro lado, o número de canais de “projeção” determina o número de valores singulares calculados numa dada frequência, desconsiderando os demais, e que, em alguns casos, poderiam conter informação útil sobre alguns modos estruturais. Portanto, a escolha dos canais de “projeção” deve ser realizada de forma criteriosa.

Através do processo de *Decomposição de Valores Singulares*, consegue-se obter uma matriz diagonal dos valores singulares (s_n) e uma matriz dos vetores singulares

(u_n) , para uma frequência específica (f), como se observa na Figura 4.5. A primeira, mostra os valores singulares dispostos de forma decrescente, sendo que os primeiros valores singulares contém a resposta dinâmica da estrutura. As linhas de valores singulares em todo o intervalo de frequência de análise são representadas graficamente (Figura 4.6).

$$\begin{bmatrix} g_{11} & \dots & g_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{n1} & \dots & g_{nn} \end{bmatrix}_f = \begin{bmatrix} u_1 & \dots & u_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_n & \dots & u_{nn} \end{bmatrix}_f * \begin{bmatrix} s_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & s_n \end{bmatrix}_f * \begin{bmatrix} u_1 & \dots & u_n \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_n & \dots & u_{nn} \end{bmatrix}_f^T$$

Figura 4.5. Decomposição de Valores Singulares numa frequência " f "

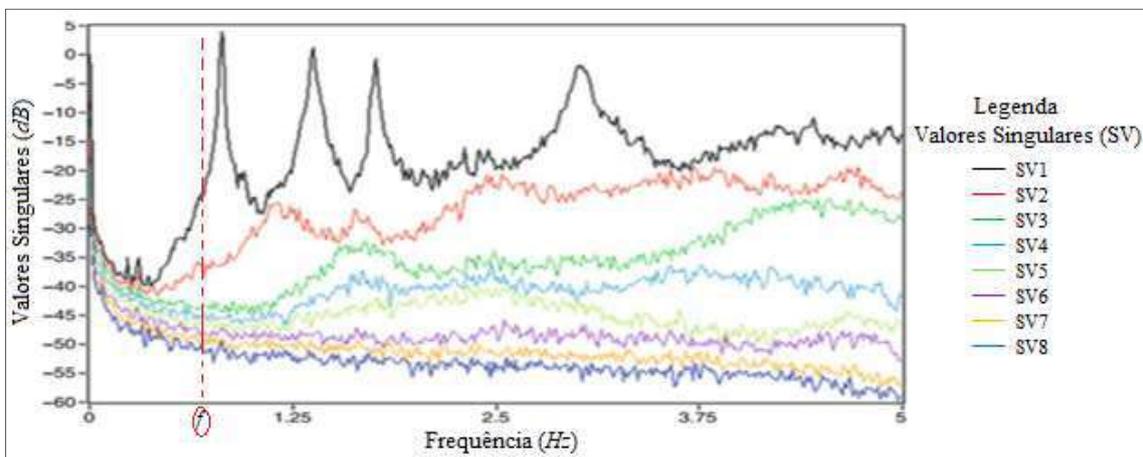


Figura 4.6. Representação gráfica dos valores singulares

Nesta parte da programação, é necessário o critério do usuário para o reconhecimento dos picos presentes no gráfico dos valores singulares, considerando a possibilidade de encontrar harmônicos ou picos com pequeno alcance dinâmico, que podem ser imperceptíveis devido ao ruído presente. O painel de blocos do processo de SVD da matriz de densidade espectral é mostrado na Figura 4.7.

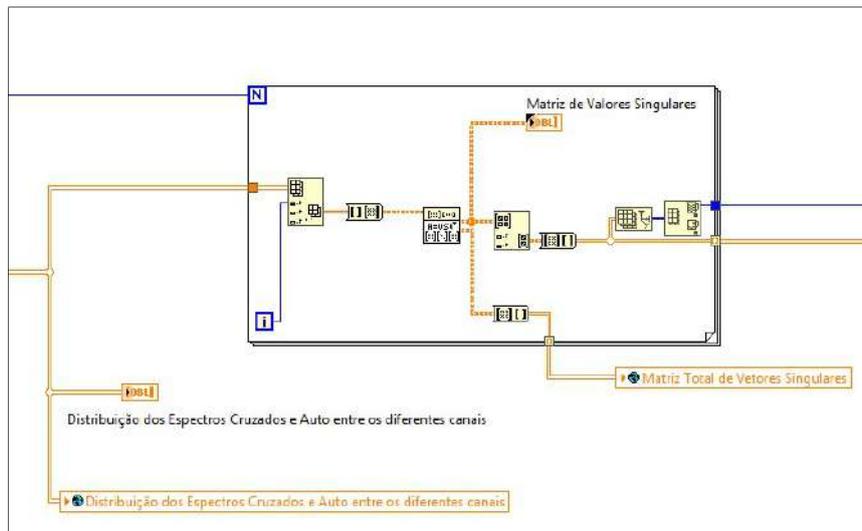


Figura 4.7. Rotina para a *Decomposição de Valores Singulares* da matriz de PSD

O próximo passo foi desenvolver uma rotina que faz a seleção das regiões ao redor dos picos identificados pelo usuário, baseado no indicador MAC (subcapítulo 3.4.1). A utilidade deste indicador no algoritmo desenvolvido consiste em analisar a correlação (similitude) entre o vetor singular associado ao valor singular do pico identificado (visualizado na primeira linha de valores singulares) com os vetores associados aos valores singulares próximos desse pico, sendo que valores maiores do que um valor de MAC mínimo, definido pelo usuário, definirá um nível aceitável de correlação entre os vetores singulares comparados, e já que os vetores singulares no método EFDD são uma representação dos modos de vibração, a região identificada (através deste indicador) fisicamente representa uma parte da densidade espectral de um sistema SDOF, pois representa um só modo de vibração.

O valor do MAC mínimo definido como padrão é 0,8 segundo [22], mas pode ser modificado (valores maiores podem ser requeridos para picos com menor alcance dinâmico, ruído presente nos picos ou picos próximos). Este processo é realizado para todos os picos identificados.

Com a região selecionada através do MAC e tendo-se ajustado os valores singulares fora dessa região a zero, utilizando um ajuste exponencial (no algoritmo o expoente pode ser definido pelo usuário), parte da densidade espectral (no intervalo de frequência da análise) do sistema SDOF correspondente é obtido. Como essa parte

corresponde somente à metade positiva da densidade espectral total desse sistema SDOF, é necessário reconstruir essa densidade espectral total, incluído a parte negativa.

Com isso, a *Função de Autocorrelação* (subcapítulo 3.4.2) correspondente é calculada através da aplicação da *Inversa da Transformada Rápida de Fourier* (IFFT) na densidade espectral do sistema SDOF identificado. Em seguida, aplica-se uma janela temporal triangular para melhorar a estimativa da *Função de Autocorrelação*.

Finalmente, através da técnica de *decremento logarítmico* (δ) é possível calcular a curva de δ e, como já foi explicado no subcapítulo 3.4.3, obtém-se a taxa de amortecimento modal correspondente. Com a curva do *Zero Crossing*, se obtém a frequência natural não amortecida. As Figuras 4.8 e 4.9 mostram as rotinas de ajuste de curvas (só com fins ilustrativos) e a Figura 4.10 mostra o fluxograma do algoritmo desenvolvido.

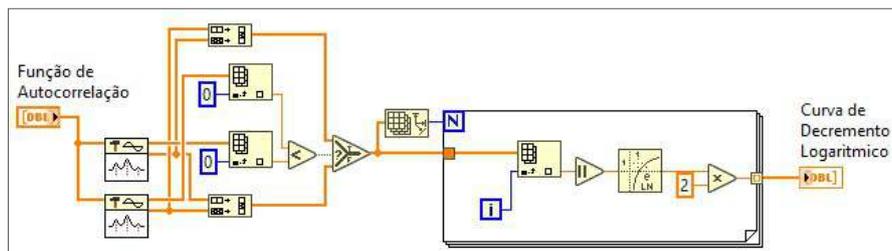


Figura 4.8 Rotina de ajuste de curva para o *Decremento Logarítmico*

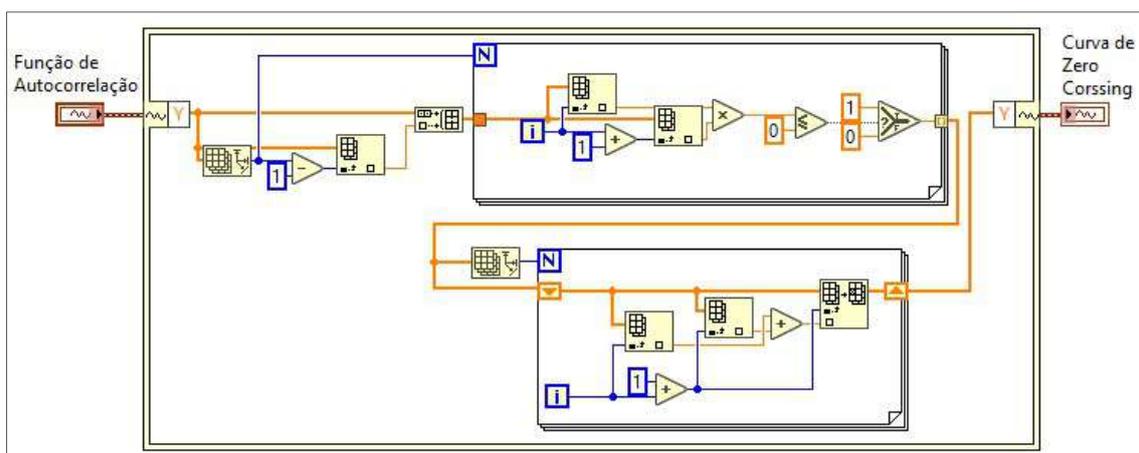


Figura 4.9. Rotina de ajuste de curva para o *Zero Crossing*

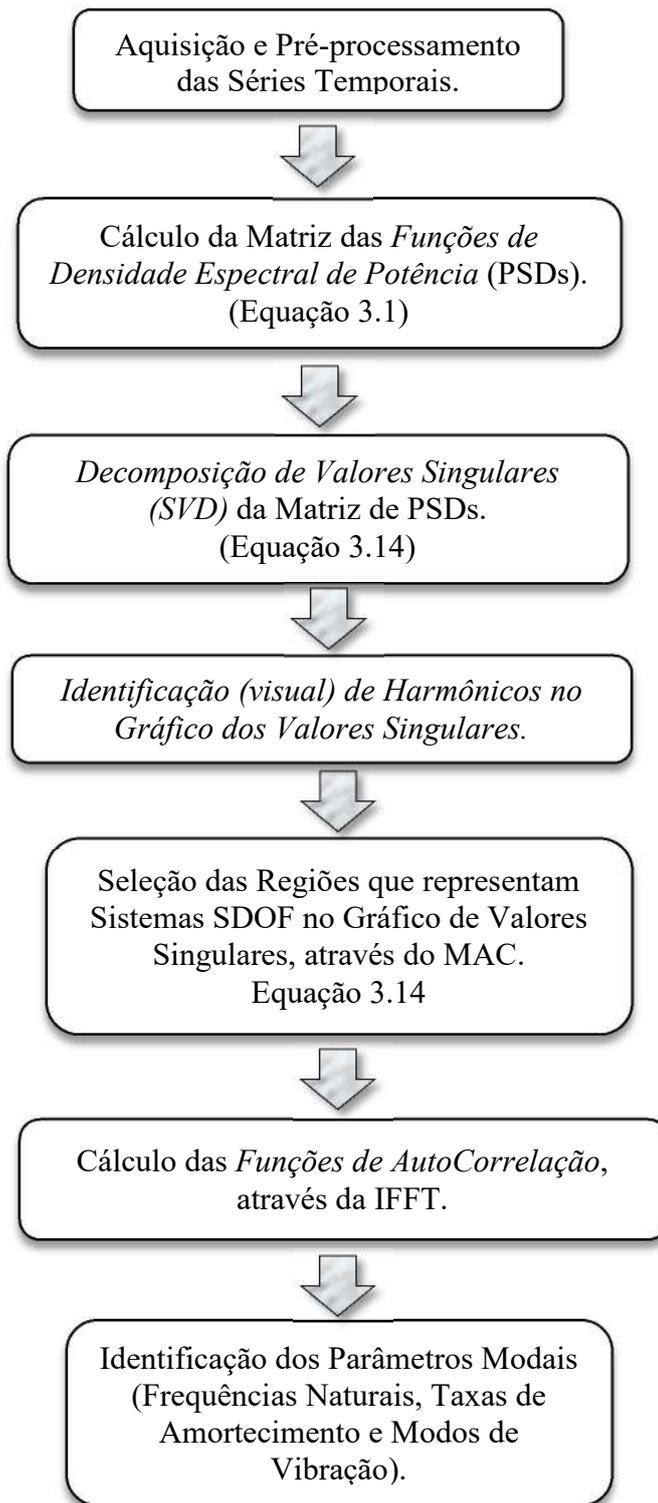


Figura 4.10. Fluxograma da metodologia EFDD implementada em LabVIEW®

4.2. Teste do Algoritmo

O primeiro teste do algoritmo foi utilizando sinais teóricos que simulavam um decaimento exponencial em função de uma frequência natural e de um amortecimento conhecidos. Foram gerados 12 sinais com diferentes características: foram simulados modos próximos com amortecimentos diferentes e modos bem separados com amortecimentos baixos, conforme mostra a Tabela 4.1.

Tabela 4.1. Sinais teóricos gerados.

Sinal Simulado	Parâmetros	
	Frequência Natural [Hz]	Taxa de Amortecimento [%]
1	5,2	0,10
2	5,5	0,60
3	7	0,14
4	10	0,20
5	11	0,13
6	14	0,16
7	20	0,40
8	23	0,26
9	40	0,80
10	57	0,66
11	77	0,47
12	80	1,30

Os sinais foram gerados de acordo com as informações da Tabela 4.2 abaixo.

Tabela 4.2. Características dos sinais gerados.

Item	Dados
Número de amostras	4000
Taxa de aquisição (Hz) / Δt (s)	200 / 0,005
Tempo de amostragem (s)	20

Os sinais foram agrupados de dois em dois, simulando uma aquisição de dados com 6 canais, conforme a Tabela 4.3.

Tabela 4.3. Sinais agrupados simulando uma aquisição com 6 canais.

Sinal Composto	Sinais	Cor
1	Sinal 1 e 2	Preto
2	Sinal 4 e 6	Azul
3	Sinal 5 e 7	Vermelho
4	Sinal 8 e 9	Preto
5	Sinal 12 e 3	Azul
6	Sinal 10 e 11	Vermelho

As figuras 4.11 e 4.12 mostram os gráficos dos sinais compostos.

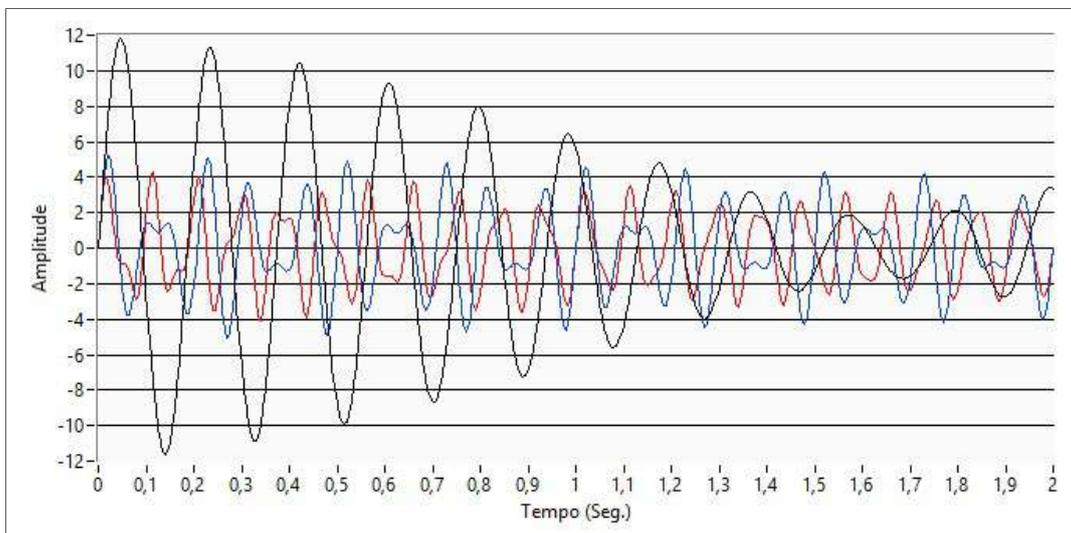


Figura 4.11. Sinais compostos - 1, 2 e 3.

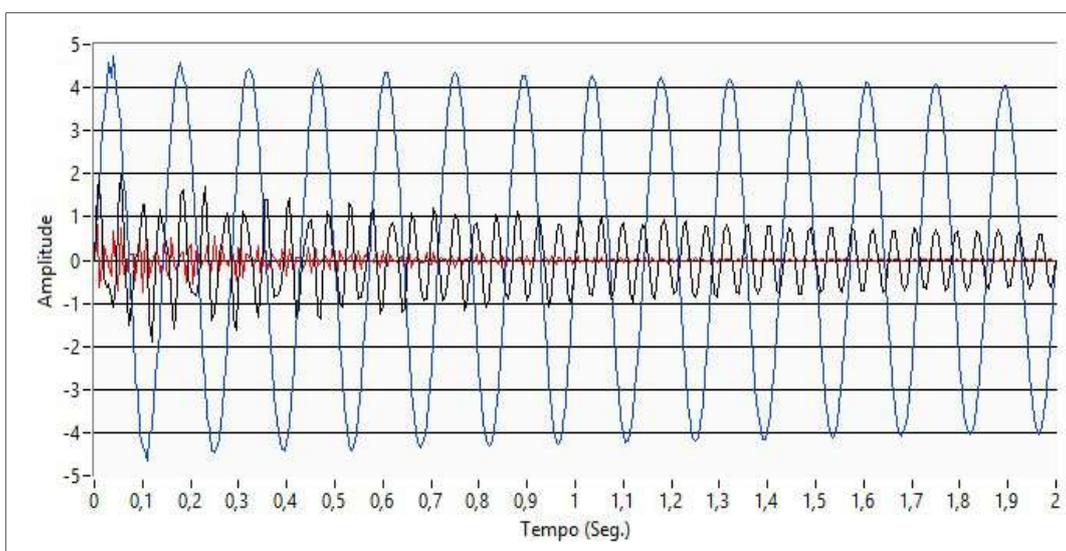


Figura 4.12. Sinais compostos - 4, 5 e 6.

Inicialmente, os sinais foram analisados utilizando-se um *software* comercial de análise modal que possui o EFDD como um dos métodos de identificação. Em seguida, o algoritmo desenvolvido foi utilizado para identificar os dois parâmetros modais simulados: as frequências naturais e as taxas de amortecimentos.

Para facilitar a comparação, os parâmetros de controle que dependem do usuário foram considerados sempre iguais. Assim, para a estimativa da matriz de densidade espectral através do Periodograma de Welch, os parâmetros utilizados estão na Tabela 4.4.

Tabela 4.4. Parâmetros utilizados no Periodograma de Welch.

Parâmetro	Valor
Tipo da janela	Hanning
Comprimento da janela (amostras)	2196
Taxa de sobreposição	66%
Resolução do espectro (linhas)	4092

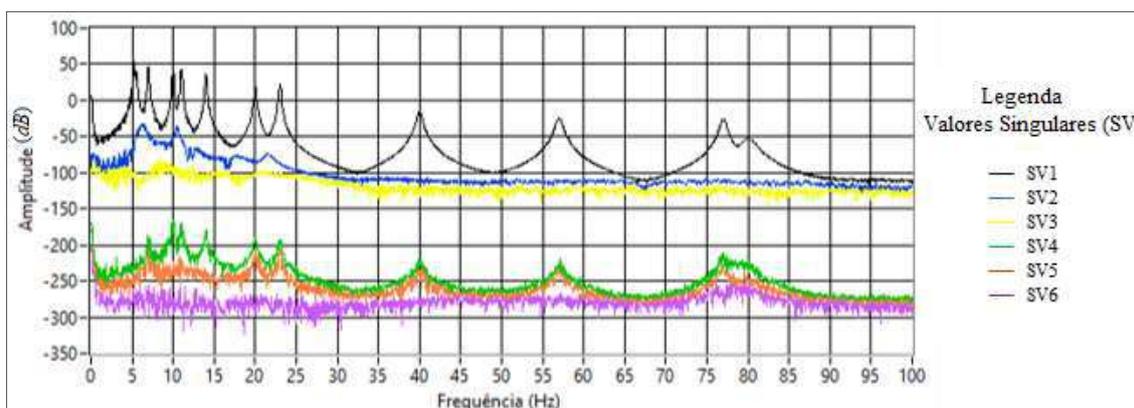


Figura 4.13. Gráfico dos valores singulares obtidos em função da frequência

Na Figura 4.13, onde a ordenada é dada em dB (ref. 1m/s^2), é mostrado o gráfico dos valores singulares (considerando os parâmetros da Tabela 4.4), sendo possível identificar visualmente (na primeira linha de valores singulares) todos os picos que nas linhas de frequências coincidem com as frequências naturais amortecidas dos sinais simulados. Também se pode ter uma ideia, à priori, das taxas de amortecimento dos modos visualizados, sabendo que os modos com as bases mais “finas” possuem taxas menores do que aqueles com as bases mais “largas”. A Figura 4.13 foi obtida a partir do algoritmo desenvolvido.

Na figura 4.13, não se percebe de início que na faixa de 5 Hz existem dois modos próximos, que aparecem quando se dá um “zoom” nessa região, conforme mostra a Figura 4.14.

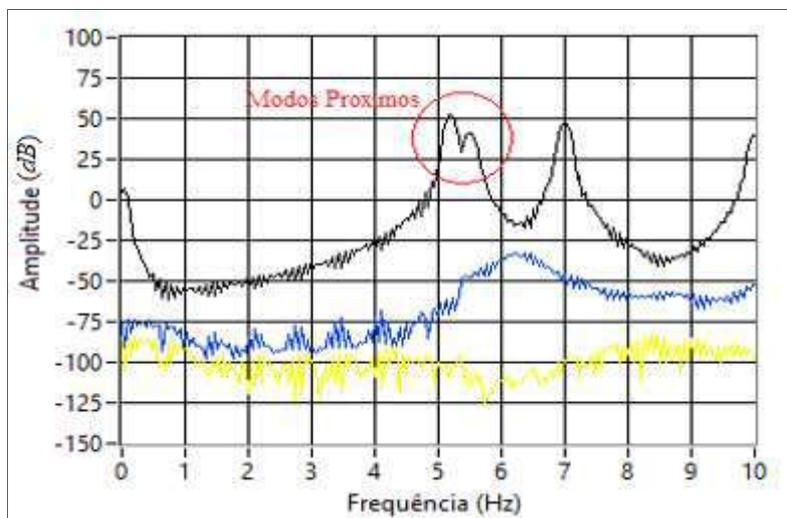


Figura 4.14. Os dois primeiros modos (próximos)

O próximo passo foi selecionar as regiões dos picos no gráfico dos valores singulares e proceder à identificação dos parâmetros modais. A Tabela 4.5 apresenta os resultados obtidos com os dois algoritmos.

Tabela 4.5. Parâmetros Modais Gerados Analiticamente e Identificados Utilizando o Algoritmo Desenvolvido e o *Software* Comercial

Modo	Sinal Simulado		EFDD (Algoritmo Desenvolvido)		EFDD (Software Comercial)	
	Frequência [Hz]	Amortecimento [%]	Frequência [Hz]	Amortecimento [%]	Frequência [Hz]	Amortecimento [%]
1	5,2	0,10	5,22	0,11	-	-
2	5,5	0,60	5,51	0,60	-	-
3	7,0	0,14	7,08	0,15	7,00	0,20
4	10	0,20	10,03	0,21	10,00	0,24
5	11	0,13	10,91	0,13	11,00	0,13
6	14	0,16	14,02	0,16	14,00	0,19
7	20	0,40	20,00	0,35	20,01	0,40
8	23	0,26	23,08	0,26	23,00	0,27
9	40	0,80	40,01	0,59	40,00	0,55
10	57	0,66	56,97	0,44	56,99	0,35
11	77	0,47	76,90	0,38	76,99	0,31
12	80	1,30	79,90	0,90	80,01	1,08

Observa-se na Tabela 4.5 que as frequências naturais identificadas com o algoritmo desenvolvido e o *software* comercial apresentam excelente concordância entre si e com as frequências dos sinais simulados. Os sinais não foram contaminados com ruído.

Nota-se, por outro lado, que os picos próximos (5,2 Hz e 5,5 Hz) não foram reconhecidos pelo *software* comercial mesmo alterando-se os parâmetros de análise. O algoritmo desenvolvido conseguiu reconhecê-los com grande acuidade, porque as regiões desses picos foram separados manualmente visualizando a faixa de frequência na qual eles atuam, opção que não oferecida pelo *software* comercial.

A Tabela 4.6 mostra o erro percentual na identificação dos parâmetros simulados pelo algoritmo implementado em LabVIEW®. As maiores diferenças foram em relação às taxas de amortecimento. Nesses casos, observa-se que estas foram sempre subestimadas em relação aos sinais simulados. O *software* comercial também subestimou as taxas de amortecimento conforme mostrado na Tabela 4.5. Uma explicação para a essa subestimação pode estar no erro cometido ao selecionar o sistema SDOF, no gráfico dos valores singulares, e também no cálculo da *Função de Autocorrelação*, através da IFFT.

Tabela 4.6. Erro (%) na identificação dos parâmetros modais utilizando o algoritmo desenvolvido (em relação aos sinais simulados)

Modo	Erro (%)	
	Frequência	Amortecimento
1	0,38	10,00
2	0,18	0,00
3	1,14	7,14
4	0,27	5,50
5	0,82	0,00
6	0,13	3,13
7	0,00	12,50
8	0,35	1,14
9	0,02	26,25
10	0,05	33,79
11	0,14	18,94
12	0,12	30,40

A Tabela 4.7 mostra as diferenças na identificação dos parâmetros modais pelos dois algoritmos. Verifica-se que em relação às frequências, as concordâncias são muito boas, mas as taxas de amortecimento identificadas pelo algoritmo implementado foram subestimadas em relação aos do *software* comercial, chegando a 24% para o 10º modo.

Tabela 4.7. Diferença (%) entre os resultados obtidos utilizando o algoritmo desenvolvido e o *software* comercial

Modo	Diferença (%) entre Algoritmo Desenvolvido - <i>Software</i> Comercial	
	Frequência	Amortecimento
1	-	-
2	-	-
3	1,14	25,74
4	0,27	10,21
5	0,82	3,17
6	0,13	17,99
7	0,02	13,15
8	0,35	1,51
9	0,02	6,88
10	0,05	23,80
11	0,13	22,90
12	0,13	15,91

Os resultados do teste com os sinais simulados mostraram que o algoritmo implementado identifica corretamente as frequências naturais, mas subestima as taxas de amortecimento, assim como o *software* comercial. Neste teste, não foram levados em consideração o ruído normalmente presente nos sinais reais.

5. Análise Modal utilizando Testes de Impacto

O teste realizado no capítulo 4 mostrou que o algoritmo identificou corretamente os parâmetros modais, mas não se considerou o ruído normalmente presente numa cadeia de medição real.

O objetivo neste capítulo é testar o comportamento do algoritmo utilizando dados de testes de impacto realizados em estruturas reais. Primeiro, o algoritmo foi utilizado na identificação dos parâmetros de uma haste metálica, testada em ambiente de laboratório, e cujos resultados são conhecidos (pelo menos com relação às frequências naturais e modos de vibração). Em seguida, o algoritmo foi utilizado para identificar os parâmetros modais de uma BCS instalada num poço de teste, em Mossoró/RN.

Para comparar os resultados, foi utilizado o mesmo *software* comercial e, ainda outro algoritmo desenvolvido em LabVIEW®, mas que usa uma metodologia no domínio do tempo, denominada *Eigen Realization Algorithm* (ERA), implementada por Albuquerque na sua dissertação [24].

5.1. Teste de Impacto na Haste Vertical do Rotor-Kit

5.1.1. Instrumentação

O teste de impacto foi realizado com um martelo (Figura 5.1) e os sinais de vibração de vibração foram adquiridos utilizando um acelerômetro resistivo (Figura 5.2), um sistema de aquisição de dados (Figura 5.3) e um notebook.



Figura 5.1. Martelo de impacto da B&K modelo 8200



Figura 5.2. Acelerômetro resistivo da *Measurement Specialties* modelo 4810B – 12



Figura 5.3. Placa de aquisição de dados da *National Instruments* modelo NI 9234

5.1.2. Procedimento Experimental

Os testes foram realizados na haste vertical do sistema de controle de um rotor kit, mostrado na Figura 5.4. Impactos foram dados perto da base da haste, na direção paralela ao eixo do rotor, enquanto que o acelerômetro foi posicionado próximo do topo.



Figura 5.4. Haste metálica do rotor-kit (círculo: posição do sensor, flecha: local do impacto)

Para a identificação dos parâmetros modais foi selecionada uma série temporal com quatro impactos, conforme mostra a Figura 5.5.

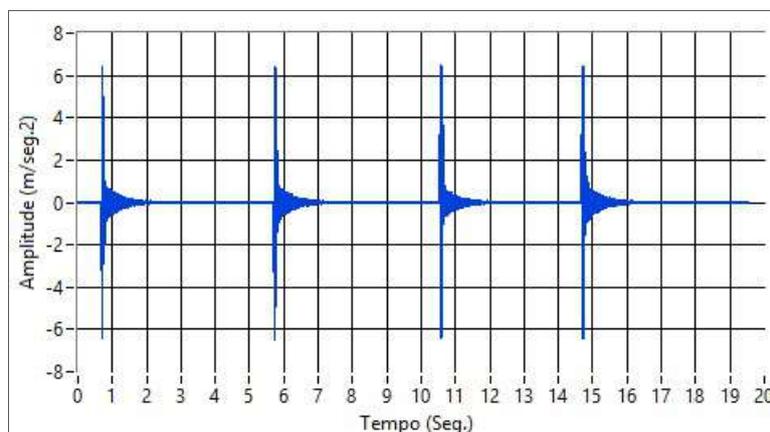


Figura 5.5. Série temporal de resposta do topo da haste devido aos impactos

5.1.3. Análise dos Resultados

Inicialmente, o sinal temporal foi obtido com uma taxa de aquisição de 4 kHz e durante um tempo de 19,5 segundos, com 78125 amostras. Como parte do pré-processamento, primeiro se eliminou a média do sinal, em seguida se reamostrou o sinal com uma taxa de aquisição de 400 Hz.

A *Função de Densidade Espectral de Potência* foi calculada pelo método do Periodograma de Welch utilizando os parâmetros definidos na Tabela 5.1.

Tabela 5.1. Parâmetros utilizados no Periodograma de Welch

Parâmetro	Valor
Tipo da janela	Hanning
Comprimento da janela (amostras)	2196
Taxa de Sobreposição	66%
Resolução do espectro (linhas)	4092

Como se tem apenas 01 acelerômetro, não faz sentido a Decomposição por Valores Singulares (SVD) da matriz de densidades espectrais, por isso, a seleção das regiões de interesse se faz pela análise da função de densidade espectral do dado sensor. Na Figura 5.6 é possível observar a Função de Densidade Espectral de Potência e reconhecer visualmente os picos presentes no intervalo de frequência de interesse.

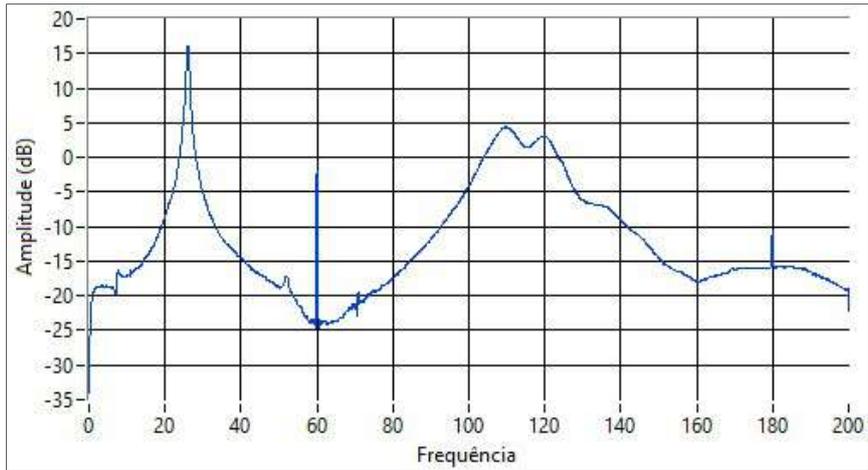


Figura 5.6. PSD da resposta temporal da haste

Como o processo de SVD não foi feito e portanto não se tem vetores singulares, o MAC não pode ser utilizado como critério para selecionar as regiões que contém os picos que representam os modos estruturais, já que ele calcula a correlação entre esses vetores singulares. A Figura 5.7 mostra uma das regiões de interesse selecionadas manualmente.

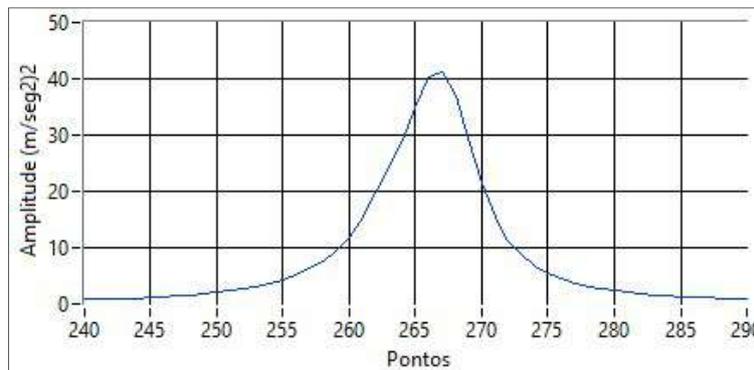


Figura 5.7. Região selecionada ao redor de 26 Hz.

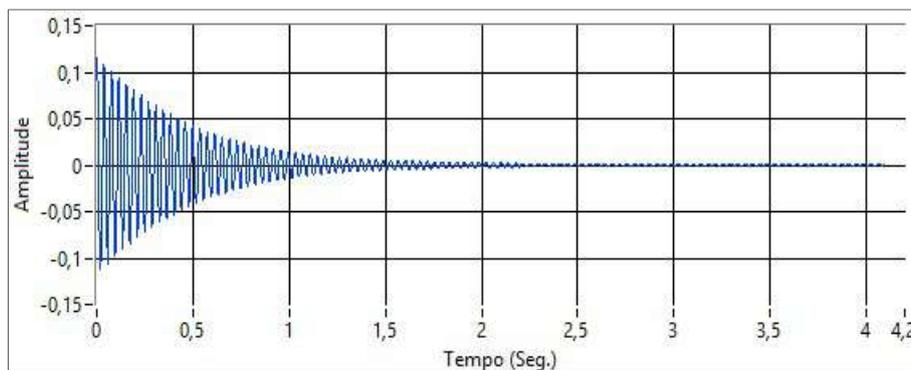


Figura 5.8. Função de autocorrelação da região selecionada em torno de 26 Hz.

A Figura 5.8 mostra a *Função de Autocorrelação* obtida através do IFFT da região ao redor do 26 Hz.

A Figura 5.9 mostra a curva do *decremento logarítmico* obtida a partir da *Função de Autocorrelação*.

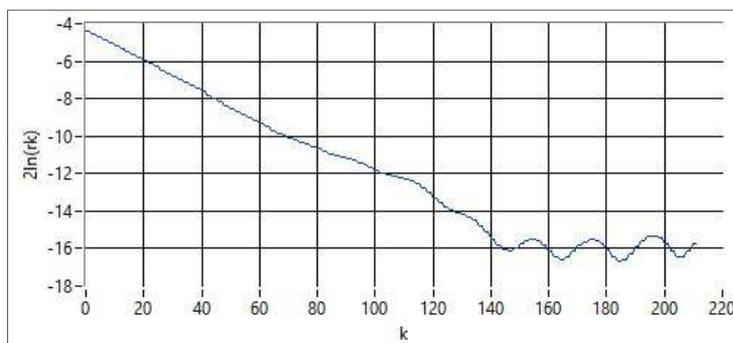


Figura 5.9. Função de *decremento logarítmico*.

A Figura 5.10 mostra a curva de *Zero Crossing* obtida a partir da *Função de Autocorrelação*.

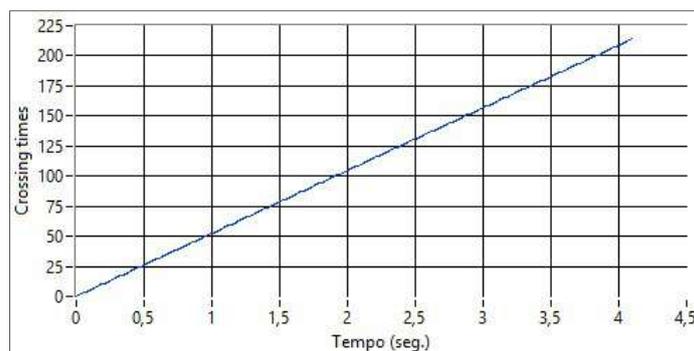


Figura 5.10. Função de *Zero Crossing*.

A Tabela 5.2 mostra os resultados obtidos pelo algoritmo EFDD implementado, pelo *software* comercial e pelo algoritmo ERA, no domínio do tempo, desenvolvido por Albuquerque [24].

Observa-se que os três algoritmos identificaram corretamente os três modos de vibração excitados. O valor da 1ª frequência natural calculada pelos três métodos foi o mesmo, o que não é uma surpresa já que o acelerômetro foi posicionado de forma a identificar o 1º modo vibração.

As diferenças entre as frequências naturais identificadas não passaram de 1,2%, para o 2º modo e de 0,91% para o 3º modo, usando os resultados do ERA como referência.

Tabela 5.2. Parâmetros modais identificados pelos 3 algoritmos.

Modo	ERA (<i>Eigen Realization Algorithm</i>)		EFDD (<i>Software Comercial</i>)		EFDD (<i>Algoritmo Desenvolvido</i>)	
	Frequência [Hz]	Amortecimento [%]	Frequência [Hz]	Amortecimento [%]	Frequência [Hz]	Amortecimento [%]
1	26,15	0,71	26,034	1,34	26,17	1,33
2	111,13	2,00	109,96	-	109,75	1,90
3	121,02	3,00	119,92	-	120,39	3,02

O *software* comercial não conseguiu identificar as taxas de amortecimento do 2º e do 3º modos porque ele não permite que se isolem as regiões dos picos baseada numa faixa de frequência (escolhida pelo usuário).

Do ponto de vista das taxas de amortecimento, os algoritmos de EFDD sobrestimaram o valor do 1º modo em quase duas vezes (com relação ao ERA). Para o 2º modo, a diferença ficou em 5% e, para o 3º modo, as estimativas foram iguais.

Os modos de vibração não foram estimados porque não se tinha uma distribuição espacial dos acelerômetros ao longo da haste. Sem dúvida que essa distribuição permitiria melhorar as estimativas dos parâmetros modais identificados.

Como o método ERA não sofre com os efeitos de uma IFFT em cima de um sinal aproximado da *Função de Autocorrelação*, de um sistema SDOF, foi utilizado como referência nas comparações

5.2. Teste de Impacto na Bomba Centrífuga Submersa P18-62stg

O conjunto BCS testado possui 19,44 metros de comprimento e 62 estágios. A Figura 5.11 mostra um desenho esquemático, com as dimensões e a indicação do local onde os impactos foram dados. Uma descrição técnica mais detalhada pode ser encontrada na dissertação de Minette [1].

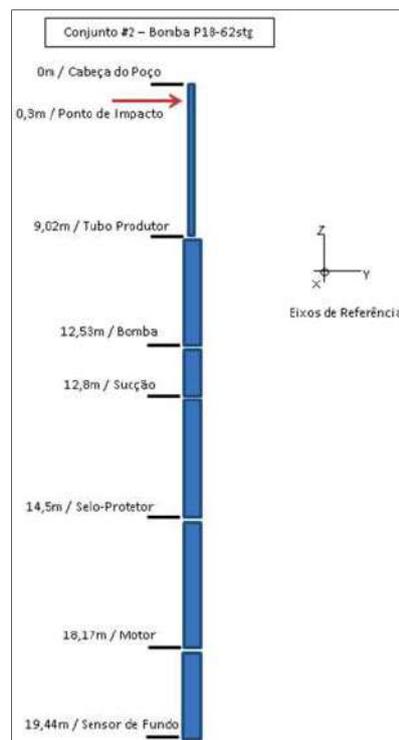


Figura 5.11. Representação esquemática da BCS P18-62stg mostrando o local dos impactos.

5.2.1. Instrumentação

A Figura 5.12 mostra o conjunto de sensores utilizados durante os testes de integração desse conjunto BCS. Maiores detalhes sobre os tipos de testes realizados estão na dissertação do Minette [1].



Figura 5.12. Instrumentação utilizada: (a) placa A/D NI® (b) acelerômetro piezoelétrico à prova d'água (c) transdutor de pressão (d) transdutor de vazão.

Para a análise estrutural, foram instalados 18 acelerômetros ao longo do equipamento, dispostos em pares ortogonais. A Figura 5.13 mostra os acelerômetros sendo instalados.

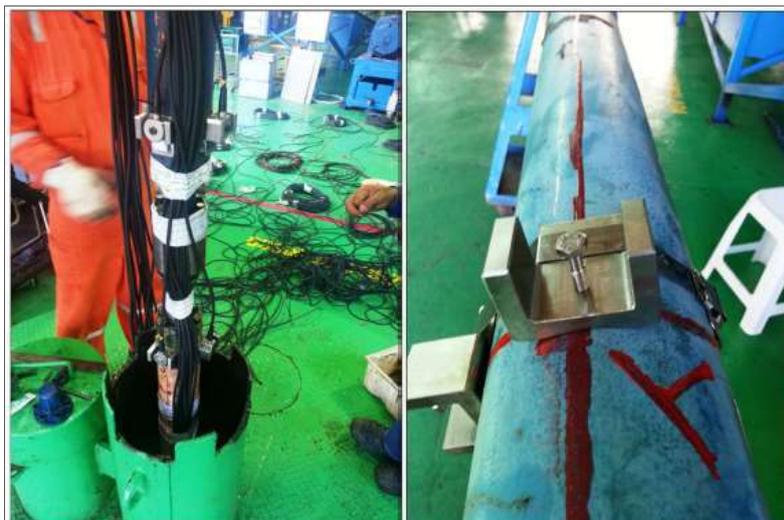


Figura 5.13. Instalação Conjunto de BCS e acelerômetros.

5.2.2. Procedimento Experimental

Todos os experimentos foram realizados por [1]. Os testes de impacto foram realizados no único local disponível para tal, no tubo produtor, perto do local onde a BCS fica suportada. Cerca de 30 impactos (3 segundos de duração entre estes) foram aplicados na estrutura e os sinais de vibração foram adquiridos com uma taxa de aquisição de 25 kHz. A Figura 5.14 mostra os dois tipos de martelo de impacto utilizados. A Figura 5.15 mostra como é o circuito do poço de teste em Mossoró/RN e a localização dos acelerômetros ao longo da BCS.



Figura 5.14. Impacto com Martelos na estrutura na cabeça do poço (esquerda: martelo pequeno, direita: martelo grande).

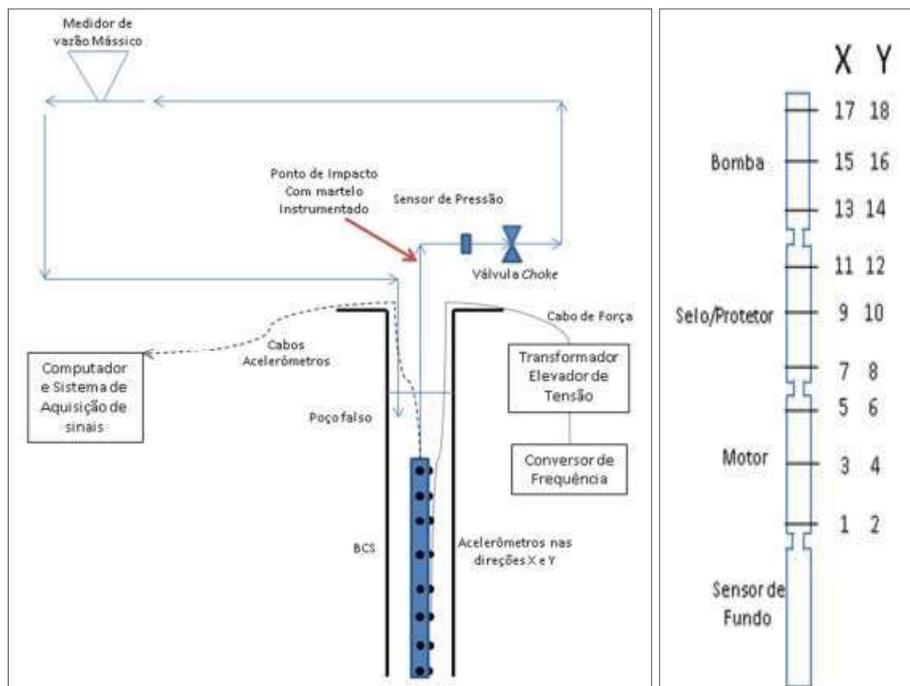


Figura 5.15. Poço de teste em Mossoró/RN e a distribuição dos acelerômetros.

5.2.3. Análise de Resultados

Ao analisarem os sinais de vibração, Minette [1] e Albuquerque [24] selecionaram as melhores combinações, dentre os 18 acelerômetros instalados, para se identificar os parâmetros modais dessa BCS. Uma dessas combinações é utilizar apenas os 8 acelerômetros dispostos na direção Y, que é a mesma direção dos impactos.

Neste trabalho, as estimativas dos parâmetros modais se basearam nas mesmas séries temporais dos 8 acelerômetros utilizados por Albuquerque [24], para que se tenha a base de comparação.

As séries temporais foram filtradas, tiveram as médias removidas e foram reamostradas com uma taxa de aquisição de 250 Hz, já que a faixa de interesse vai até 100 Hz. O gráfico dos valores singulares (Figura 5.16) foi construído a partir da matriz de densidade espectral estimada com os parâmetros dados na Tabela 5.3.

Tabela 5.3. Parâmetros utilizados para estimar a matriz de densidade espectral

Parâmetro	Valor
Tipo da janela	Hanning
Comprimento da janela (amostras)	2196
Taxa de Sobreposição	66%
Resolução do espectro (linhas)	4092

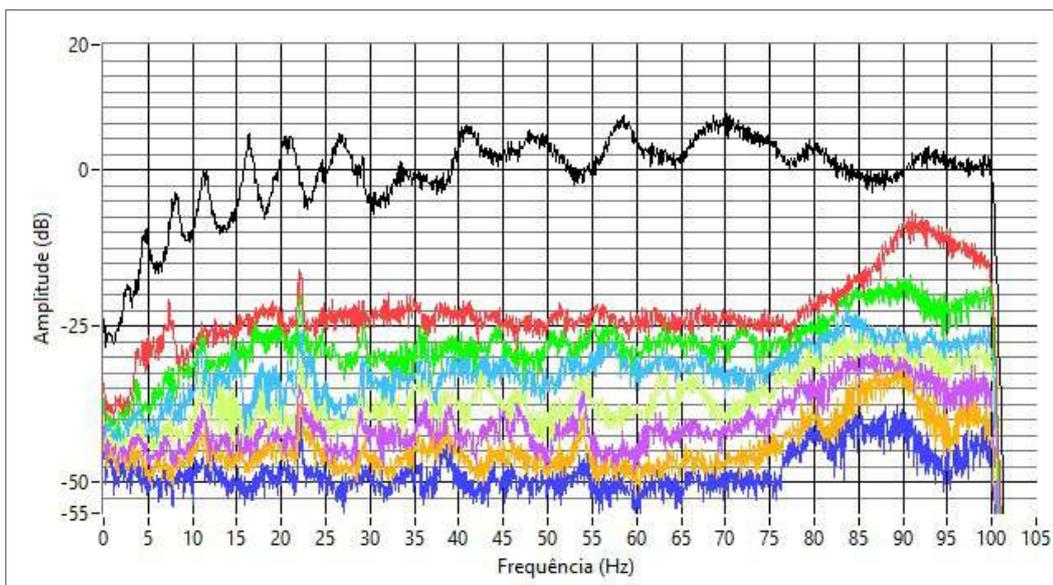


Figura 5.16. Gráfico dos valores singulares correspondente aos 8 acelerômetros paralelos à direção dos impactos

A Figura 5.17 mostra uma das regiões selecionadas no gráfico dos valores singulares. Para a definição do sistema SDOF equivalente, foi considerado um valor de MAC de 0,8.

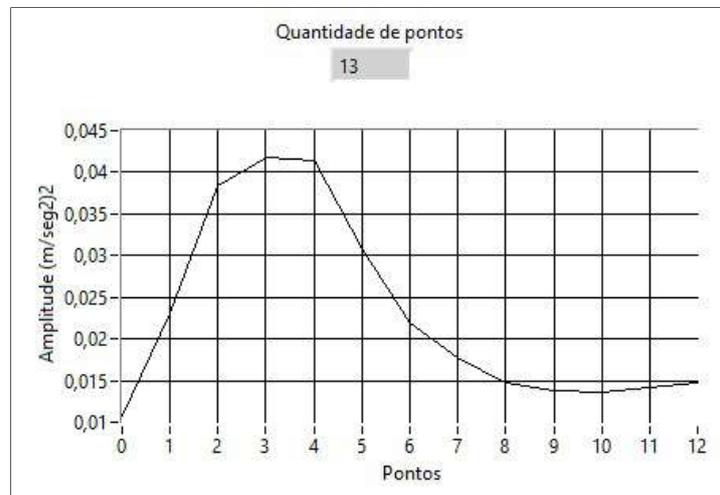


Figura 5.17. Gráfico da região selecionada ao redor de 4,73 Hz

A Figura 5.18 mostra a *Função de Autocorrelação* obtida a partir da região selecionada na Figura 5.17.

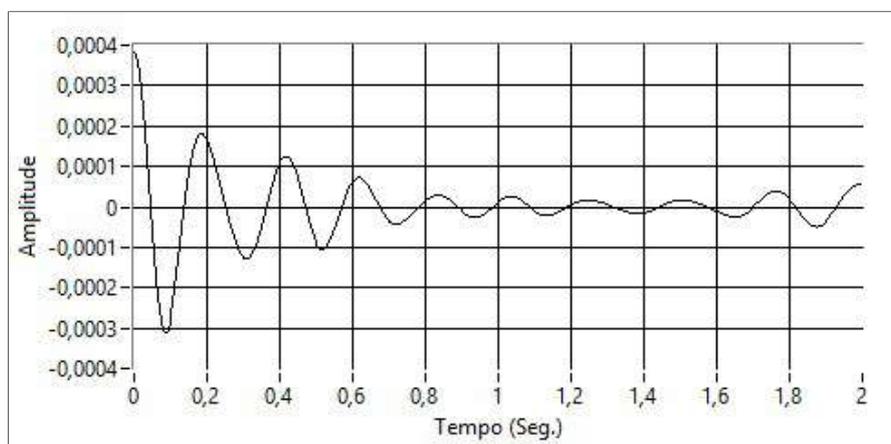


Figura 5.18. *Função de Autocorrelação* de um sistema SDOF

As curvas do *decremento logarítmico* e do *zero crossing*, das Figuras 5.19 e 5.20, respectivamente, foram obtidas utilizando-se o intervalo de tempo de 0 a 0,5 segundos da curva da *Função de Autocorrelação*.

Observa-se a baixa resolução destas duas últimas curvas devido ao pequeno alcance dinâmico do pico analisado, isso diminui a precisão dos parâmetros estimados através dos ajustes lineares realizados, sobretudo a taxa de amortecimento.

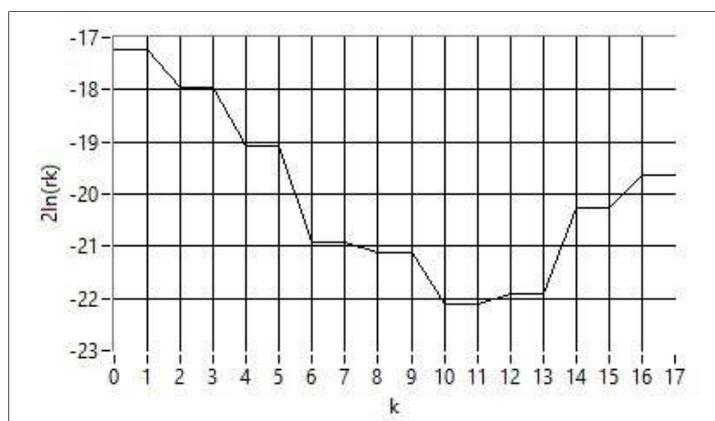


Figura 5.19. Curva do *Decremento Logarítmico*

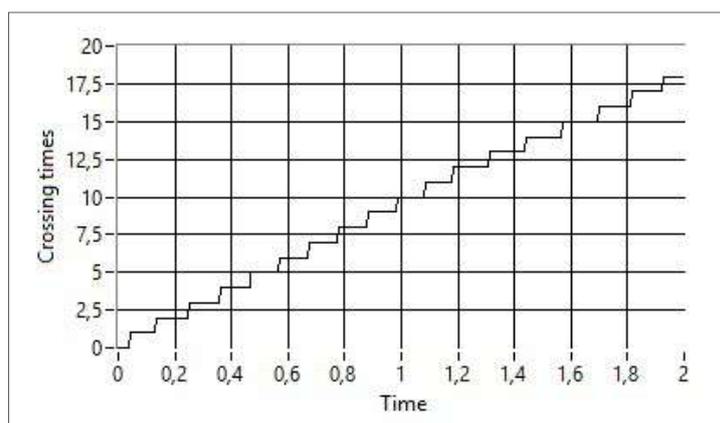


Figura 5.20. Curva do *Zero Crossing*

O mesmo roteiro foi seguido para se identificar os parâmetros estruturais dos outros modos. A Tabela 5.4 mostra os resultados obtidos pelos 3 algoritmos. As diferenças entre as frequências naturais identificadas pelo ERA e pelo EFDD implementado não passaram de 2%. Apenas para o 6º modo é que a diferença ficou em torno de 4%, mostrando uma boa concordância entre os resultados. A Tabela 5.5 mostra essas comparações.

A Tabela 5.5 também apresenta uma comparação entre os parâmetros modais identificados com o algoritmo desenvolvido e com o *software* comercial. Observa-se a boa concordância entre os resultados de frequência natural e taxa de amortecimento

obtidos. No caso da frequência natural, a diferença máxima é de 2% para o 2º modo. Já, para a taxa de amortecimento as diferenças são maiores chegando a 19% para o 9º modo.

Tabela 5.4. Parâmetros modais identificados pelos 3 algoritmos.

Modo	ERA (<i>Eigen Realization Algorithm</i>)		EFDD (<i>Software Comercial</i>)		EFDD (<i>Algoritmo Desenvolvido</i>)	
	Frequência [Hz]	Amortecimento [%]	Frequência [Hz]	Amortecimento [%]	Frequência [Hz]	Amortecimento [%]
1	4,68	4,48	4,69	4,21	4,73	4,66
2	7,98	2,27	8,11	2,45	7,95	2,79
3	11,27	3,32	11,35	3,44	11,46	3,42
4	16,32	2,13	16,36	2,16	16,48	2,15
5	20,56	3,05	20,76	3,03	20,96	3,17
6	27,96	5,12	26,77	5,34	26,88	5,24
7	33,88	5,06	-	-	-	-
8	40,53	1,12	41,32	1,39	41,04	1,43
9	48,37	2,06	48,01	2,77	48,55	3,29
10	57,96	2,51	58,39	2,6	58,01	2,49
11	70,74	3,02	70,04	2,85	70,51	3,13
12	79,85	4,56	79,71	4,25	79,33	4,86
13	91,34	2,58	-	-	-	-

Tabela 5.5. Diferenças (%) entre os parâmetros modais identificados pelo EFDD implementado com o ERA e com o *Software Comercial*.

Modo	Diferença (%) entre o Algoritmo Desenvolvido e o ERA		Diferença (%) entre o Algoritmo Desenvolvido e o <i>Software Comercial</i> (EFDD)	
	Frequência	Amortecimento	Frequência	Amortecimento
1	1,03	4,06	0,79	10,82
2	0,42	22,88	2,02	14,08
3	1,66	2,98	0,93	0,50
4	1,00	0,98	0,74	0,33
5	1,93	4,01	0,97	4,66
6	3,86	2,40	0,40	1,78
7	-	-	-	-
8	1,26	28,03	0,68	3,01
9	0,38	59,62	1,12	18,92
10	0,09	0,96	0,65	4,35
11	0,32	3,63	0,68	10,00
12	0,65	6,64	0,47	14,55
13	-	-	-	-

Da Tabela 5.4 verifica-se que os parâmetros modais do 7º e do 13º modos de vibração (33,88 Hz e 91,34 Hz, respectivamente) não foram identificados por nenhum dos algoritmos baseados no EFDD. O motivo fica claro quando se analisa os valores singulares próximos dessas frequências, no gráfico dos valores singulares da Figura 5.16, como sendo picos com baixa energia e muito ruído. Uma das soluções para “suavizar” a curva dos valores singulares, é minimizar o ruído utilizando outros estimadores de PSDs, como os sugeridos por [17], por exemplo.

Tabela 5.6. Parâmetros utilizados no algoritmo EFDD para a identificação modal

EFDD (Algoritmo Desenvolvido)		Seleção do intervalo de análise na <i>Função de Autocorrelação</i>	MAC
Frequência [Hz]	Amortecimento [%]	Tempo inicial (seg.) / Duração (seg.)	
4,73	4,66	0/0,5	0,80
7,95	2,79	0,1/0,4	0,80
11,46	3,42	0,1/0,6	0,80
16,48	2,15	0,1/0,5	0,90
20,96	3,17	0/0,3	0,80
26,88	5,24	0/0,24	0,80
41,04	1,43	0/0,09	0,95
48,55	3,29	0/0,088	0,95
58,01	2,49	0,01/0,19	0,80
70,51	3,13	0/0,07	0,95
79,33	4,86	0,005/0,09	0,90

6. Análise Modal Operacional da Bomba Centrífuga Submersa P18-62stg

6.1 Procedimento Experimental

Os testes operacionais realizados estão descritos em [1]. Em resumo, pode-se dizer que cada teste é realizado após a estabilização da BCS no ponto de operação, sendo os sinais de vibração dos 18 canais foram medidos a uma taxa de aquisição de 4098 Hz e durante de 330 segundos.

O primeiro teste foi realizado com a BCS operando a 1800 RPM (30 Hz). Em seguida, a cada intervalo de 120 RPM (2 Hz) outra medição era realizada, até a rotação final de 3720 RPM (62 Hz), totalizando 16 conjuntos de dados.

Para a identificação dos parâmetros modais com a BCS em operação, foi escolhido o conjunto #14 cujos sinais possuem as maiores amplitudes de vibração, além de, nessa condição, o conjunto BCS estar operando na rotação de serviço, a 3480 RPM (58 Hz).

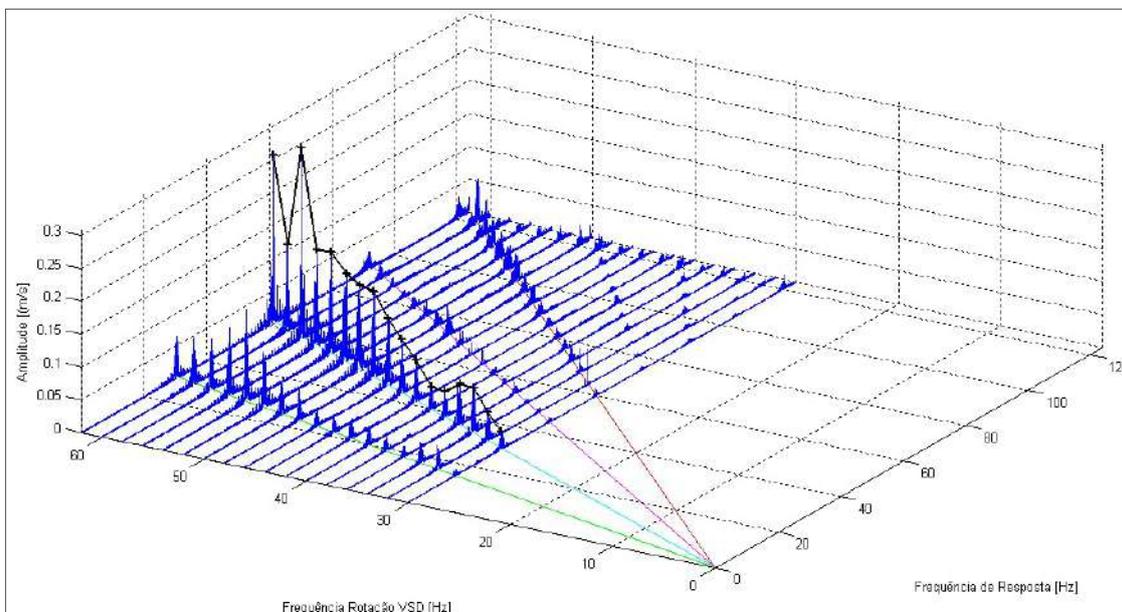


Figura 6.1. Testes operacionais da BCS P18-62stg (sinais do acelerômetro 16) para várias rotações do motor[1].

A Figura 6.1 mostra o gráfico de cascata dos testes operacionais, começando em 30 Hz e terminando em 62 Hz (identificado como “frequência do VSD”), com intervalo de 2 Hz. A outra abcissa (“Frequência de Resposta”) mostra os espectros de vibração do acelerômetro 16, ficando claro que as componentes mais relevantes são as múltiplas da rotação do motor. As retas que acompanham as componentes são: verde (1/2x rotação), azul (1x rotação), magenta (1,5x rotação) e vermelha (2x rotação).

6.2 Análise Utilizando 6 Acelerômetros (direções X e Y)

Conforme comentado no item anterior, o conjunto de dados utilizado na análise é aquele no qual a BCS está operando na rotação de serviço, a 3480 RPM (58 Hz).

A fim de minimizar a influência dos harmônicos na matriz de densidade espectral e, conseqüentemente, no espectro dos valores singulares, foram selecionados os sensores cujos harmônicos apresentavam as menores amplitudes de vibração, ou seja, aqueles que não estavam próximos da seção do motor. A Figura 6.2 mostra os 6 acelerômetros escolhidos e as suas posições ao longo da BCS: 3 na direção X e 3 na direção Y.

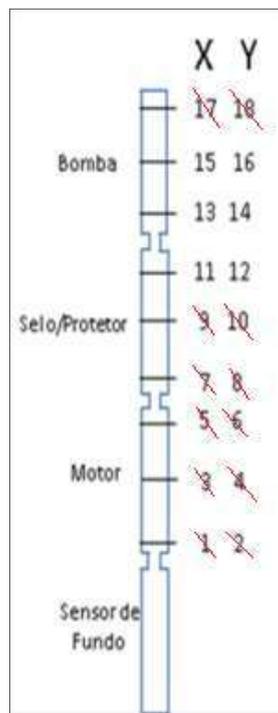


Figura 6.2. Acelerômetros selecionados para a análise do teste operacional.

O processo de identificação é semelhante aos casos anteriores. Os blocos de dados utilizados contavam com 300000 amostras, o equivalente a um tempo de aquisição de 73 segundos (e uma taxa de aquisição de 4096 Hz). Após o pré-processamento dos sinais, definiu-se o intervalo de frequência de interesse (0-102,5 Hz) e a matriz das densidades espectrais foi estimada de acordo com a Tabela 6.1.

Tabela 6.1. Parâmetros utilizados para estimar as densidades espectrais.

Parâmetro	Valor
Tipo da janela	Hanning
Comprimento da janela (amostras)	2196
Taxa de Sobreposição	66%
Resolução do espectro (linhas)	4092

A Figura 6.3 mostra o gráfico dos valores singulares da matriz de densidade espectral.

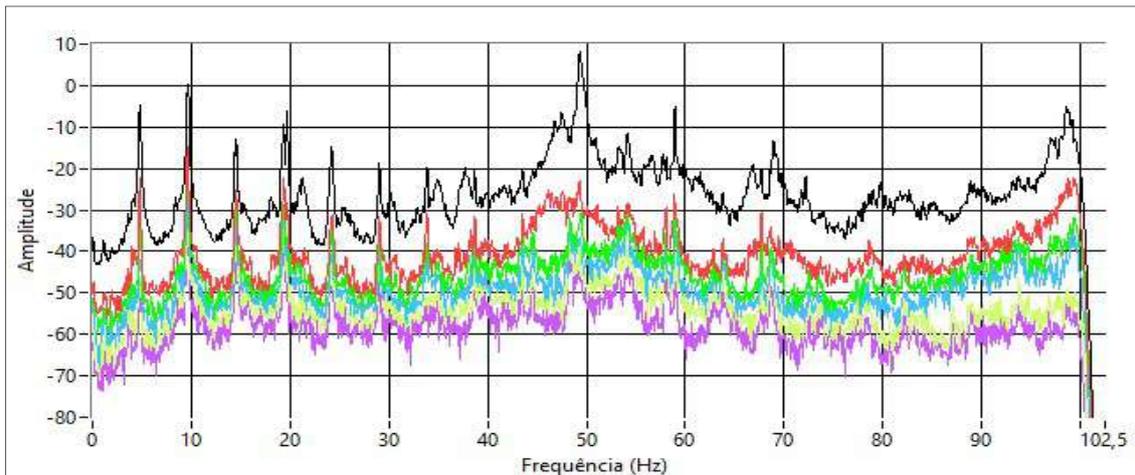


Figura 6.3. Gráfico dos valores singulares para o teste operacional (6 sensores)

Na Figura 6.4 é possível identificar componentes harmônicos, no intervalo de 0 a 30 Hz, presentes no gráfico. Um critério para o reconhecimento destes harmônicos é baseado no fato de que esse componente excita a maioria dos valores singulares na frequência na qual ele atua. Observa-se que os picos que aparecem, não somente excitam o primeiro valor singular (linha preta), como também excitam alguns valores singulares abaixo daquela, na linha de frequência analisada. A presença destes harmônicos foi confirmada também com o *software* comercial, que possui uma opção

de identificação automática de harmônicos e, cabe mencionar, a presença destes harmônicos dificulta, podendo mesmo inviabilizar, a identificação de modos estruturais que estiverem próximos ou coincidem com eles.

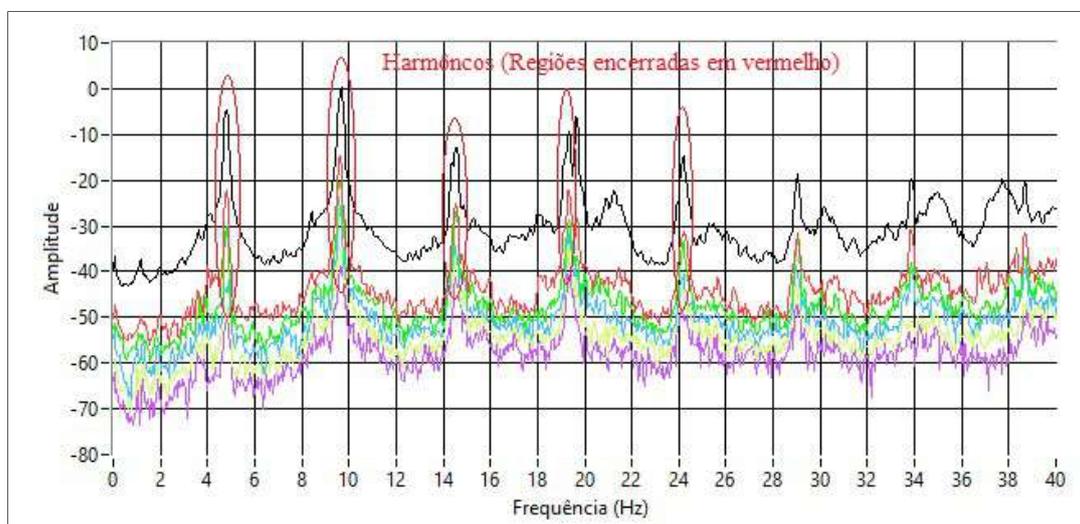


Figura 6.4. Componentes harmônicos identificados visualmente.

Começando pelo primeiro modo identificado visualmente (18 Hz), procede-se à seleção da respectiva região e, notando-se o pequeno alcance dinâmico e sua proximidade com um harmônico, se define um maior valor do MAC (0,9). Na Figura 6.5 se mostra a região selecionada (no algoritmo e no *software* comercial). Em seguida, calculou-se a *Função de Autocorrelação* (Figura 6.6) e se definiu o intervalo de tempo de 0,1 até 1,08 segundos para o ajuste das curvas de *decremento logarítmico* e *Zero Crossing* (Figuras 6.7 e 6.8).

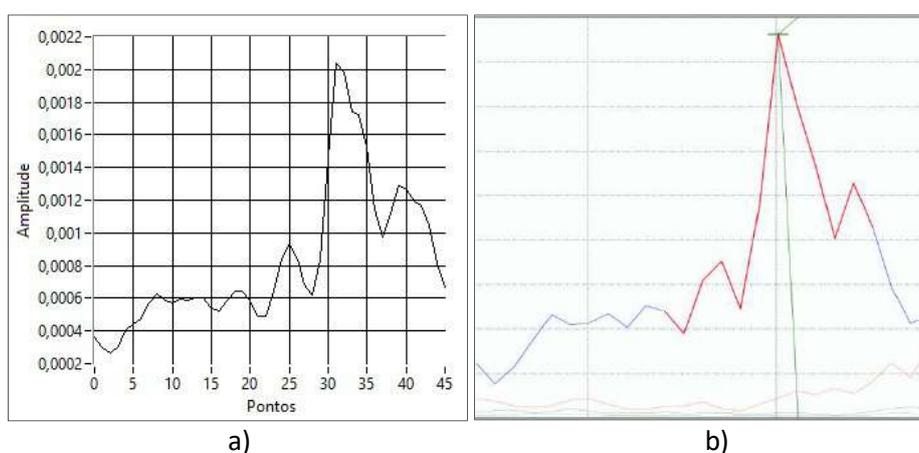


Figura 6.5. Região selecionada ao redor do 18,1 Hz (escala linear)
(a) Algoritmo implementado, (b) *software* comercial.

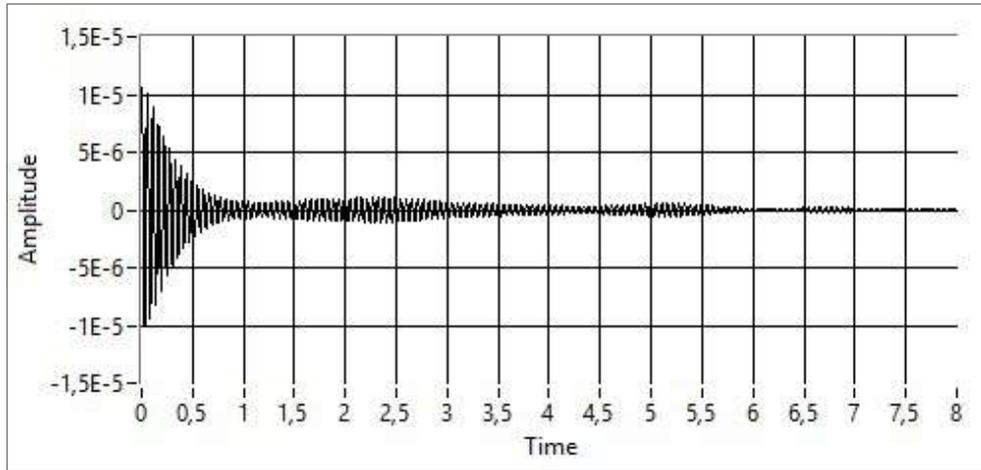


Figura 6.6. Função de Autocorrelação

No gráfico de *decremento logarítmico* se observa um comportamento não-linear, que acaba influenciando no cálculo do amortecimento. Essa característica não é observada na curva de *zero crossing*, que define as frequências naturais, confirmando o processo crítico no cálculo preciso daquele parâmetro no método EFDD.

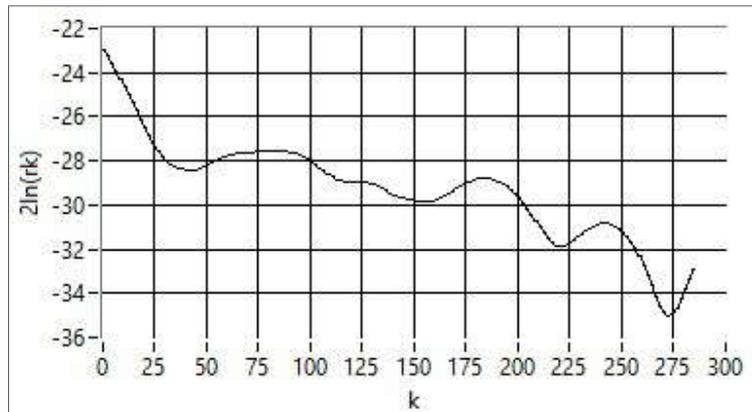


Figura 6.7. Curva do *decremento logarítmico*.

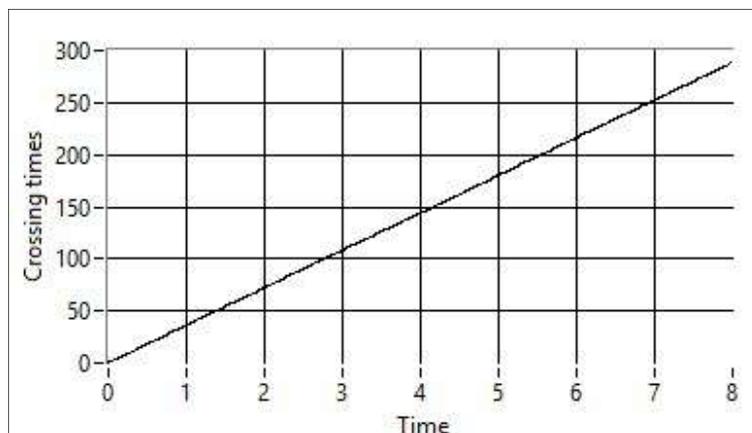


Figura 6.8. Curva do *Zero Crossing*.

A Tabela 6.2 mostra os parâmetros modais identificados com o *software* comercial e com o algoritmo desenvolvido. Os dois algoritmos identificaram 7 modos estruturais.

Tabela 6.2. Parâmetros modais identificados com o teste operacional (3 sensores na direção X e 3 sensores na direção Y)

Modo	EFDD (<i>Software</i> Comercial)		EFDD (Algoritmo Desenvolvido)	
	Frequência [Hz]	Amortecimento [%]	Frequência [Hz]	Amortecimento [%]
1	18,19	2,22	18,15	2,47
2	21,19	1,45	21,27	1,56
3	47,46	0,99	47,67	1,08
4	49,32	0,26	49,56	0,26
5	66,82	0,51	66,73	0,51
6	68,99	0,26	68,97	0,27
7	72,18	0,50	72,18	0,54

A partir da Tabela 6.3, que mostra que os parâmetros modais identificados pelos dois algoritmos apresentam uma boa concordância, conclui-se que o algoritmo implementado apresenta resultados compatíveis com um *software* comercial e, portanto, pode ser utilizado para estimar os parâmetros modais de estruturas em operação.

O amortecimento continua sendo o parâmetro com a maior incerteza na identificação, e isso independe do algoritmo utilizado.

Tabela 6.3. Diferença (%) entre os parâmetros modais identificados pelos 2 algoritmos

Modos	Diferença (%) Algoritmo Desenvolvido - <i>Software</i> Comercial (EFDD)	
	Frequência	Amortecimento
1	0,20	11,57
2	0,38	7,93
3	0,45	8,63
4	0,49	0,32
5	0,13	1,71
6	0,03	5,10
7	0,00	7,26

6.3 Análise Utilizando 7 Acelerômetros (direção X)

Neste item realiza-se uma nova análise operacional do conjunto BCS. Desta vez, foram consideradas apenas 7 sensores dispostos na direção “X”, ao longo da estrutura. A Figura 6.9 mostra os acelerômetros selecionados, sendo que para esta análise não foram considerados a informação dos sensores 1 e 17, uma vez que a informação obtida através do sensor 1 dificulta a identificação da estrutura e os dados coletados pelo sensor 17 estavam contaminados com ruído.

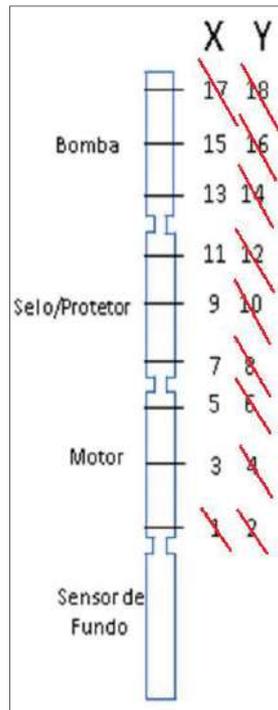


Figura 6.9. Disposição dos sensores utilizados na análise (direção X)

A Tabela 6.4 mostra as estimativas dos modos de vibração do conjunto BCS que são dados pelos vetores singulares associados aos picos identificados no gráfico dos valores singulares. Observa-se que a quantidade de sensores define o número de graus de liberdade (GDL) que, por sua vez, definem a resolução espacial da estrutura.

Tabela 6.4. Modos identificados através do método EFDD, utilizando 7 sensores na direção X.

# Sensor	EFDD - 7 Acel dir X			
	Modo 1 (18,04 Hz)	Modo 3 (47,69 Hz)	Modo 4 (49,39 Hz)	Modo 6 (69,02 Hz)
3	-0,034239	-0,023175	-0,026407	-0,074582
5	-0,523124	-0,181966	-0,306126	-0,333787
7	-0,457999	-0,357104	-0,279555	-0,099049
9	-0,264667	-0,467414	-0,449444	-0,154673
11	-0,358534	-0,447548	-0,337197	-0,550664
13	-0,399608	-0,584902	-0,653917	-0,532288
15	-0,396389	-0,279182	-0,290050	-0,512570

Observa-se ainda na Tabela 6.4 que os modos estruturais 2, 5 e 7 não foram identificados com esse conjunto de sensores. Ao contrário do conjunto de sensores utilizados no item anterior (3 acelerômetros na direção X e 3 na direção Y), o que confirma a influência da configuração dos sensores na identificação modal da estrutura.

6.4 Análise Utilizando 7 Acelerômetros (direção Y)

Neste item, considerou-se a disposição de sensores mostrada na Figura 6.10. Não foram considerados os sensores 2 e 18 pelas mesmas razões comentadas para os sensores 1 e 17 (item 6.3). Os modos de vibração identificados, utilizando-se esta nova disposição de sensores, são mostrados na Tabela 6.5.

Pode-se observar que também neste caso não foi possível identificar os modos 5 e 7, o que leva a concluir que a melhor configuração de sensores foi aquela com 6 sensores distribuídos nas direções X, Y.

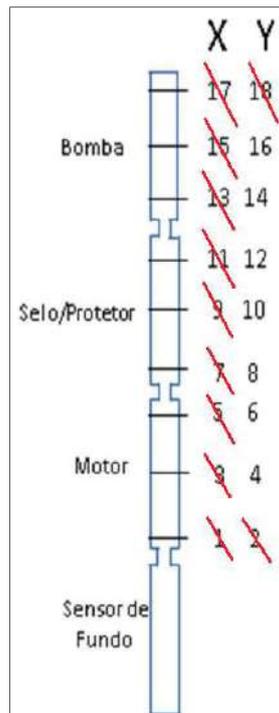


Figura 6.10. Disposição dos sensores utilizados na análise (direção Y)

Cabe comentar que a resolução espacial, ao longo do corpo da BCS, quando se utiliza a disposição dos sensores em X e Y, é menor do que quando se utiliza as configurações somente na direção X ou na direção Y, mostrando que dependendo da análise (identificação apenas das frequências naturais ou a representação os modos de vibração), o número de sensores utilizados é crucial.

Tabela 6.5. Modos identificados através do método EFDD, utilizando 7 sensores na direção Y.

# Sensor	EFDD - 7 Acel_dir Y				
	Modo 1 (18,33 Hz)	Modo 2 (21,25 Hz)	Modo 3 (47,27 Hz)	Modo 4 (49,39 Hz)	Modo 6 (69,04 Hz)
4	-0,189066	-0,315239	-0,110725	-0,016349	-0,156688
6	-0,453872	-0,193136	-0,140629	-0,343616	-0,303239
8	-0,492754	-0,295524	-0,332374	-0,341561	-0,098857
10	-0,360998	-0,301664	-0,418920	-0,443564	-0,213923
12	-0,345840	-0,551598	-0,412023	-0,297002	-0,525984
14	-0,415697	-0,129911	-0,626513	-0,622600	-0,537555
16	-0,304497	-0,603200	-0,345999	-0,303985	-0,512186

6.5 Comparação dos Resultados das Análises

Com os modos de vibração estimados é possível fazer uma comparação entre eles e não apenas entre as frequências naturais. Para isso, se utilizou o MAC, que define o nível de correlação existente entre dois modos quaisquer.

A Tabela 6.6 mostra os resultados da comparação dos modos estruturais identificados nas direções X e Y.

Tabela 6.6. Valores do MAC entre os modos identificados nas direções X e Y.

Modos	MAC
Modo 1 (X) / Modo 1 (Y)	0,95
Modo 3 (X) / Modo 3 (Y)	0,98
Modo 4 (X) / Modo 4 (Y)	0,99
Modo 6 (X) / Modo 6 (Y)	0,98

Observa-se que os modos identificados apresentam um alto valor de MAC, o que indica uma grande correlação entre eles e, portanto, pode-se concluir que representam os mesmos modos de vibração, resultado esperado dada a simetria axial do conjunto BCS.

Tabela 6.7. Comparação dos parâmetros modais identificados utilizando o teste operacional com 6 e com 7 acelerômetros

Modo	EFDD		EFDD	
	3 Acel dir X + 3 Acel dir Y		7 Acel dir Y	
	Frequência [Hz]	Amortecimento [%]	Frequência [Hz]	Amortecimento [%]
1	18,15	2,47	18,33	3,76
2	21,27	1,56	21,25	1,45
3	47,67	1,08	47,27	0,94
4	49,56	0,26	49,39	0,27
5	66,73	0,51	-	-
6	68,97	0,27	69,04	0,57
7	72,18	0,54	-	-

Finalmente, a Tabela 6.7 mostra as frequências naturais e os amortecimentos modais identificados utilizando 6 (X, Y) e 7 (Y) acelerômetros, respectivamente. Essa comparação é possível devido à característica de simetria do conjunto BCS. Observa-se

que 5 (cinco) frequências naturais são iguais, a menos da diferença nos amortecimentos, mas dois modos não foram identificados pelo conjunto de sensores na direção Y: o 5º (66,73 Hz) e o 7º modos (72,18 Hz). Devido ao nível de ruído nos espectros dos valores singulares, essas regiões não foram selecionados como candidatos a um sistema SDOF.

6.6 Comparação dos Resultados dos Testes de Impacto e Operacional

Como a quantidade de modos estruturais identificados pelo teste operacional foi menor do que os modos identificados pelo teste de impacto, isso acabou levantando a questão da influência que os componentes harmônicos teriam na identificação de alguns modos estruturais. Por isso, uma nova análise foi realizada considerando agora outro conjunto de acelerômetros.

Para comparar os resultados dos testes de impacto e operacional foi utilizado o critério do MAC, que permite correlacionar os modos de vibração e não apenas comparar os valores das frequências naturais. Isso exige que os vetores dos modos de vibração a serem comparados tenham o mesmo número de componentes e os mesmos graus de liberdade (ou sensores).

No caso do teste de impacto, foi retirado do vetor dos modos de vibração o grau de liberdade correspondente ao acelerômetro #2, não sendo necessária uma nova estimativa dos parâmetros estruturais.

No caso do teste operacional, uma nova identificação dos parâmetros modais foi feita utilizando o mesmo conjunto de acelerômetros do teste de impacto, isto é, 7 acelerômetros posicionados na direção Y (sensores 4, 6, 8, 10, 12, 14 e 16, ver Figura 6.2). A Tabela 6.8 rerepresenta os modos de vibração identificados com o teste de impacto (parte da Tabela 5.4) e os resultados do teste operacional com os 7 acelerômetros na direção Y.

Tomando como referência os resultados do teste de impacto, verifica-se que os 3 primeiros modos de vibração foram identificados como componentes harmônicos no espectro dos valores singulares. Outros modos considerados como harmônicos também foram incluídos.

Um caso que chama a atenção é o do 9º modo de vibração identificado pelo teste de impacto. Esse modo é excitado pela rotação de serviço da BCS, que corresponde ao teste operacional utilizado na análise. Minette [1] já tinha mostrado essa condição de ressonância ao correlacionar os resultados do teste de impacto com o gráfico de cascata da Figura 6.1.

Os resultados da Tabela 6.8 mostraram que é necessário utilizar os outros conjuntos de testes operacionais da BCS para se identificar os parâmetros modais dentro da faixa operacional, porque com apenas um conjunto, corre-se o risco dos componentes harmônicos excitarem modos estruturais e estes não serão identificados.

Avaliando-se os valores do MAC (mínimo de 0,8) para os modos identificados pelos dois tipos de teste e que apresentam frequências naturais próximas, verifica-se que os modos 5 e 8 mostram um baixo nível de correlação indicando que, provavelmente, não representam os mesmos modos de vibração.

Tabela 6.8. Comparação dos parâmetros modais identificados utilizando 7 acelerômetros na direção Y

Modo	TESTE DE IMPACTO		TESTE OPERACIONAL		MAC
	EFDD		EFDD		
	Frequência [Hz]	Amortecimento [%]	Frequência [Hz]	Amortecimento [%]	
1	4,73	4,66	4,77 (harmônico)	-	-
2	7,95	2,79	9,66 (harmônico)	-	-
3	11,46	3,42	14,57 (harmônico)	-	-
4	16,48	2,15	18,32	3,76	0,82
5	20,96	3,17	21,25	1,45	0,44
6	26,88	5,24	24,19 (harmônico)	-	-
7	41,04	1,43	29,05/33,86 (harmônicos)	-	-
8	48,55	3,29	47,27/49,36	0,94/0,27	0,69/0,65
9	58,01	2,49	58,75 (harmônico)	-	-
10	70,51	3,13	69,04	0,57	0,80
11	79,33	4,86	79,74	0,79	0,83

Os modos 4, 10 e 11 apresentam uma boa correlação, indicando que se trata dos mesmos modos sendo identificados de formas diferentes. No caso de máquinas rotativas em operação, em especial a BCS que é de pequeno diâmetro e muito longo, o efeito rotodinâmico pode alterar os modos estruturais da carcaça, fazendo com que seja função da rotação de serviço. Contudo, estudos numéricos e experimentais sobre o comportamento rotodinâmico das BCS's precisam ser feitos para corroborar essa teoria.

As Figuras 6.10 e 6.11 mostram os espectros de vibração dos acelerômetros 11 e 15, que não fizeram parte da análise. Observa-se que as frequências de alguns harmônicos coincidem com os modos de vibração identificados pelo teste de impacto. Com outros conjuntos de teste operacional, as frequências desses harmônicos deixarão de coincidir com os modos estruturais. Essa verificação é uma recomendação de trabalhos futuros.

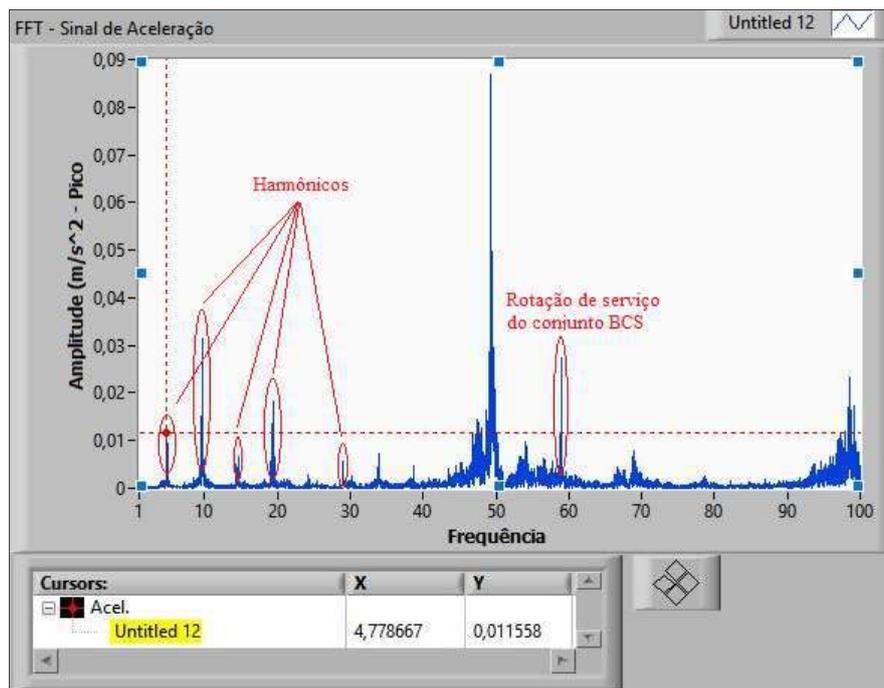


Figura 6.11. FFT do acelerômetro 11, na direção X, mostrando os harmônicos excitando os modos identificados pelo teste de impacto.

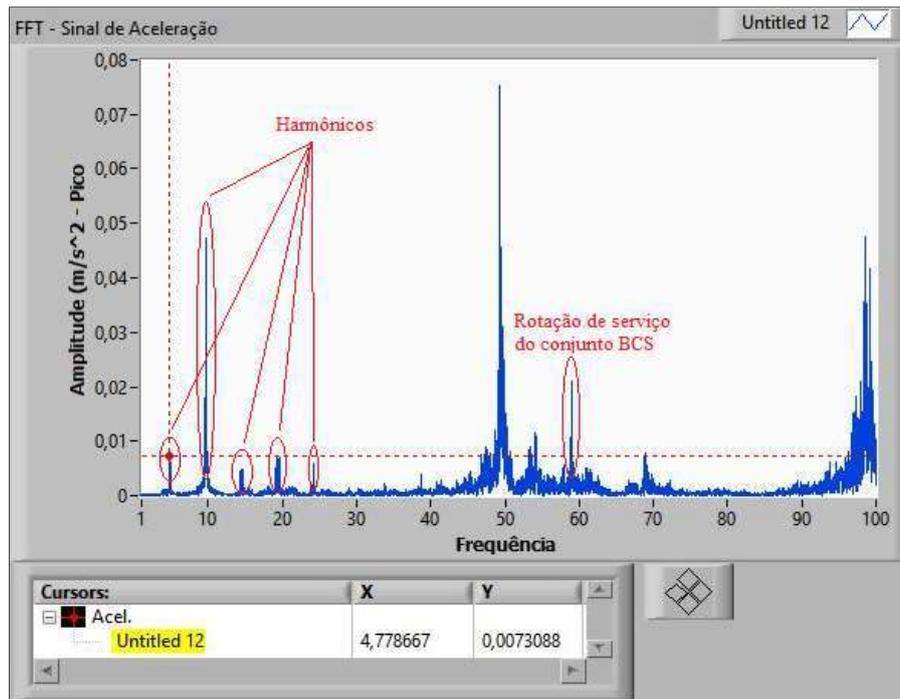


Figura 6.12. FFT do acelerômetro 15, na direção X, mostrando harmônicos excitando os modos identificados pelo teste de impacto.

7. Conclusões e Recomendações

Neste trabalho foi implementado um algoritmo, no programa LabVIEW®, com a finalidade de identificar os parâmetros modais de sistemas mecânicos, baseado na metodologia EFDD. O desempenho desse algoritmo foi comparado com os de um *software* comercial que possui o mesmo algoritmo, e com o algoritmo ERA (*Eigen Realization Algorithm*), que é um método no domínio do tempo, implementado em [24].

Uma das vantagens do método EFDD é a possibilidade de se reconhecer visualmente modos estruturais e componentes harmônicos, ao contrário dos métodos no domínio do tempo, onde modos computacionais e harmônicos podem ser confundidos com modos estruturais. Outra característica do método é que vários espectros de PSD são compilados num único espectro de valores singulares, facilitando a análise.

Essa vantagem do método EFDD diminui quando componentes harmônicos coincidem ou estão próximos de modos estruturais. Neste caso, é importante realizar testes operacionais em outras condições de operação do equipamento.

No estudo bibliográfico realizado, verificou-se que a aplicação do método EFDD é focada na análise modal operacional de estruturas e equipamentos, isto é, sob forças de excitação ambientais ou com comportamento gaussiano. Neste trabalho, mostrou-se que é possível aplicar esse método no caso de teste de impacto, utilizando apenas as respostas estruturais.

A taxa de amortecimento é o parâmetro que coloca mais desafios na sua identificação, haja vista os diferentes resultados obtidos com os 3 algoritmos utilizando as mesmas séries temporais. Esse problema independe do método de identificação utilizado e ainda é tema de pesquisas atuais. Portanto, o uso das taxas de amortecimento estimadas requer cautela. Por outro lado, a identificação das frequências naturais não representa o mesmo desafio do amortecimento, conforme foi mostrado ao longo do trabalho.

Nos casos estudados, o método EFDD teve um bom desempenho, podendo ser considerado como um método viável para a análise modal de estruturas, devendo ser utilizado de forma conjunta com outros métodos no domínio da frequência e/ou no domínio do tempo.

Quando comparado com o *software* comercial utilizado como referência, o algoritmo implementado apresentou bons resultados, mostrando que pode ser utilizado na análise modal operacional. Além disso, foram incluídas opções que melhoraram as estimativas dos modos de vibração e que não estão disponíveis no *software* comercial.

Como trabalhos futuros, recomenda-se implementar uma representação gráfica do movimento da estrutura/equipamento, a partir dos modos de vibração estimados. Essa representação gráfica seria útil para visualizar o movimento da estrutura em cada modo e, assim, permitir uma melhor avaliação do comportamento estrutural, identificando modos críticos que poderiam afetar a integridade sistema.

A presença de sinais harmônicos no teste operacional, prejudica a identificação de parâmetros modais, seja ocultando-os ou gerando erros na sua estimação, portanto, é importante a sua identificação e remoção para a obtenção de estimativas com maior precisão. Portanto, se sugere como trabalho futuro, a implementação no algoritmo de técnicas de identificação e remoção destes componentes harmônicos de forma automática.

Recomenda-se que, a partir do método do EFDD já implementado, modificações nas rotinas de cálculo sejam feitas para transformar este método em outras versões do método do FDD que podem diminuir os efeitos do ruído na estimativa dos parâmetros modais. Como exemplo, pode-se citar o método de decomposição espacial no domínio da frequência (FSDD) e o método refinado do FDD (rFDD), ambos citados resumidamente no capítulo de revisão bibliográfica.

Referências Bibliográficas

- [1] MINETTE, R. S., 2014, *Análise Modal de Bombas Centrífugas Submersas*, Dissertação de M. Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- [2] BENDAT, J. S., PIERSOL, A. G., 1993, *Engineering Applications of Correlation and Spectral Analysis*, 2 ed. John Wiley & Sons.
- [3] KADAKAL U., YÜZÜGÜLLÜ Ö., 1996, “A Comparative Study on the Identification Methods for the Autoregressive Modelling from the Ambient Vibration Records”, *Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 15, n° 1, pp. 45–49.
- [4] BRINCKER, R., ANDERSEN, P., MOLLER, N., 2000, “Output Only Modal Testing of a Car Body Subject to Engine Excitation”, *Proceedings of the 18th International Modal Analysis Conference (IMAC)*, v. 1, pp. 786–792.
- [5] MOLLER, N., BRINCKER, R., ANDERSEN, P., 2000, “Modal Extraction on a Diesel Engine in Operation”, *Proceedings of International Modal Analysis Conference (IMAC)*.
- [6] BRINCKER, R., ANDERSEN, P., MOLLER, N., 2000, “An Indicator for Separation of Structural and Harmonic Modes in Output-only Modal Testing”, *18th International Modal Analysis Conference*, pp. 1649–1654.
- [7] BRINCKER, R., ZHANG, L., ANDERSEN, P., 2000, “Modal Identification from Ambient Responses Using Frequency Domain Decomposition”, *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, v. 4062.
- [8] CAETANO, E., MAGALHÃES, F., CUNHA, Á., FLAMAND, O., GRILLAUD, G., 2007, “Comparison of Stochastic Identification Methods Applied to the Natural Response of Millau Viaduct”, *Journal of Experimental Vibration Analysis for Civil Engineering Structures*, n. 1.
- [9] JACOBSEN, N. J., ANDERSEN, P., BRINCKER, R., 2007, “Using EFDD as a Robust Technique to Deterministic Excitation in Operational Modal Analysis”, *Proceedings of the 2nd International Operational Modal Analysis Conference*, v. 1, pp. 193–200.
- [10] MAGALHÃES, F., CAETANO, E., CUNHA, Á., 2008, “Operational Modal Analysis and Finite Element Model Correlation of the Braga Stadium Suspended Roof”, *Journal of Engineering Structures*, v. 30, n. 6, pp. 1688–1698.
- [11] ZHANG, L., WANG, T., TAMURA, Y., 2010, “A Frequency-Spatial Domain Decomposition (FSDD) Method for Operational Modal Analysis”, *Journal of Mechanical System and Signal Processing*, v. 24, n. 5, pp. 1227–1239.
- [12] THIEN-PHU, L., PAULTRE P., 2013, “Modal Identification Based on the Time – Frequency Domain Decomposition of Unknown-Input Dynamic Tests”, v. 71, pp. 41–50.

- [13] TARINEJAD, R., DAMADIPOUR, M., 2014, “Modal Identification of Structures by a Novel Approach Based on FDD-Wavelet Method”, *Journal of Sound and Vibration*, v. 333, n. 3, pp. 1024–1045.
- [14] EBRAHIMI, R., ESFAHANIAN, M., ZIAEI-RAD, S., 2013, “Vibration Modeling and Modification of Cutting Platform in a Harvest Combine by Means of Operational Modal Analysis (OMA)”, *Journal of Measurement*, v. 46, n. 10, pp. 3959–3967.
- [15] MALEKJAFARIAN A., O'BRIEN, E. J., 2014, “Identification of Bridge Mode Shapes using Short Time Frequency Domain Decomposition of the Responses Measured in a Passing Vehicle”, *Journal of Engineering Structures*, v. 81, pp. 386–397.
- [16] PIOLDI, F., FERRARI, R., RIZZI E., 2016, “Output Only Modal Dynamic Identification of Frames by a Refined FDD Algorithm at Seismic Input and High Damping”, *Journal of Mechanical System and Signal Processing*, v. 68–69, pp. 265–291.
- [17] BRINCKER, R., VENTURA, C. E., 2015, *Introduction to Operational Modal Analysis*, United Kingdom, John Wiley & Sons.
- [18] MAIA, N. M. M., SILVA, J. M. M., 1997, *Theoretical and Experimental Modal Analysis*, 1 ed. Taunton, Research Studies Press.
- [19] MAIA, N. M. M., SILVA J. M. M., 2001, “Modal Analysis Identification Techniques”, *Philosophical Transactions of the Royal Society London A: Mathematical, Physical and Engineering Science*, v. 359, n. 1778, pp. 29–40.
- [20] MARPLE, S. L. J., 1987, *Digital Spectral Analysis with Applications*, Baltimore, Maryland, Prentice-Hall.
- [21] YOUSAF, E., 2007, *Output Only Modal Analysis*, Dissertação de M. Sc., Department of Mechanical Engineering /Blekinge Institute of Technology, Karlskrona, Sweden.
- [22] RAINIERI, C., FABBROCINO G., 2014, *Operational Modal Analysis of Civil Engineering Structures*, 1 ed., Springer, New York.
- [23] DOS SANTOS, A. M. D. S., 2014, *Análise Numérica e Experimental de um Modelo Dinâmico da Ponte Ferroviária de Antuã*, Dissertação de M. Sc., Instituto Superior de Engenharia do Porto/Politecnico do Porto, Porto, Portugal.
- [24] ALBURQUEQUE C., M. A., 2016, *Identificação de Parâmetros Modais Utilizando Apenas as Respostas de Vibração no Dominio do Tempo*, Dissertação de M. Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.