

MEDIÇÃO SINCRONIZADA APLICADA A LINHAS DE TRANSMISSÃO

Marilu dos Santos Silva

PROJETO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO ELETRICISTA.

Aprovada por:

Prof. Antonio Carlos Siqueira de Lima, D.Sc.
(Orientador)

Eng. Gilson Santos Jr., M.Sc.
(Co-orientador)

Prof. Sergio Sami Hazan, Ph.D.
(Examinador)

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
DEZEMBRO DE 2007

Este trabalho é dedicado aos meus pais Nilton e Luzia, ao meu irmão Márcio, e ao meu co-orientador e amigo Gilson, por toda ajuda e força que me deram nesses anos de faculdade.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Nilton e Luzia, e ao meu irmão, Márcio, pela ajuda e dedicação que me deram nesses cinco anos de faculdade.

Ao meu namorado Luiz Felipe, por compreender a minha ausência neste ano de 2007.

Ao meu orientador, Antonio Carlos Siqueira de Lima, pela paciência e ajuda neste trabalho.

Ao meu co-orientador, Gilson Santos Jr, pela paciência, ajuda e apoio para a conclusão deste trabalho e de diversos outros.

Aos meus amigos da UFRJ pelo companheirismo, incentivo e solidariedade.

Resumo do projeto final apresentada à Escola Politécnica da UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro Eletricista.

MEDIÇÃO SINCRONIZADA APLICADA A LINHAS DE TRANSMISSÃO

Marilu dos Santos Silva

Dezembro/ 2007

Orientador: Antonio Carlos Siqueira de Lima, D. Sc.

Co-orientador: Gilson Santos Jr., M.sc.

Curso: Engenharia Elétrica

O objetivo deste trabalho é apresentar duas possíveis aplicações da Medição Fasorial Sincronizada.

Primeiramente é desenvolvido um processo de cálculo dos parâmetros longitudinais e transversais da linha de transmissão a partir das correntes e tensões de fase terminais, que podem ser obtidas utilizando o sistema de medição fasorial sincronizada. O método proposto utiliza as formulações do modelo π -equivalente de uma linha de transmissão e as correntes e tensões que podem ser obtidas pela tecnologia de medição sincronizada. Os valores encontrados são comparados aos valores obtidos pelo método convencional desenvolvido por Agnes Deri.

Ao final, é realizado um estudo sobre a propagação de correntes harmônicas em sistemas de transmissão e sobre a utilização da medição sincronizada para analisar a origem dessas correntes.

ÍNDICE

1 INTRODUÇÃO	1
1.1 ASPECTOS GERAIS.....	1
1.2 OBJETIVO.....	1
1.3 SUMÁRIO	2
2 CÁLCULO DE PARÂMETROS ELÉTRICOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO	4
2.1 INTRODUÇÃO.....	4
2.2 DESCRIÇÃO DOS MÉTODOS CONVENCIONAIS DE CÁLCULOS DE PARÂMETROS ELÉTRICOS	5
3 MEDIÇÃO SINCRONIZADA	15
3.1 INTRODUÇÃO.....	15
3.2 FONTES DE SINCRONISMO	17
3.3 UNIDADE DE MEDIÇÃO SINCRONIZADA	18
4 CÁLCULO DE PARÂMETROS ELÉTRICOS DE LINHA DE TRANSMISSÃO UTILIZANDO MEDIÇÃO SINCRONIZADA.....	27
4.1 INTRODUÇÃO.....	27
4.2 REPRESENTAÇÃO DAS LINHAS.....	27
4.3 ESTUDO COMPARATIVO	36
5 PROPAGAÇÃO DE CORRENTES HARMÔNICAS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA	44
6 CONCLUSÕES.....	48
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	50

1

INTRODUÇÃO

1.1 ASPECTOS GERAIS

A desregulamentação do setor elétrico ocorrida nos últimos anos tem provocado o aumento significativo da complexidade dos procedimentos de operação e controle dos sistemas de energia elétrica [1].

Este novo cenário está exigindo o uso de sofisticados equipamentos de supervisão e controle. Por isso, é necessária uma monitoração mais confiável do sistema elétrico brasileiro. Essa monitoração será possível através do uso da Medição Fasorial Sincronizada.

A medição fasorial sincronizada é uma tecnologia que permite a monitoração do sistema elétrico em tempo real, medindo grandezas como corrente e tensão de forma fasorial.

Atualmente, existem vários projetos de sistemas de medição sincronizada em implementação, experimentação ou operação em diversos países, como Estados Unidos, França, Países Escandinavos e Brasil. O seu uso é ainda restrito, mas será de grande utilidade em um futuro próximo.

No Brasil, essa tecnologia está sendo desenvolvida pelo projeto MedFasee, uma parceria entre o LabPlan/UFSC e a Reason Tecnologia S.A. com o apoio financeiro da Finep. O objetivo desse projeto é a implementação de um protótipo de Sistemas de Medição Fasorial Sincronizada [1].

1.2 OBJETIVO

Um dos objetivos deste trabalho é propor um método de cálculo dos parâmetros longitudinais e transversais de uma linha de transmissão, a partir do modelo π - equivalente de uma linha longa, e das correntes e tensões nas fases da mesma. Esses

parâmetros são calculados e comparados com os resultados obtidos pelo método proposto por Agnes Deri.

Além disso, é feita uma análise de possíveis fontes geradoras de harmônicos em sistemas de transmissão, utilizando-se a Medição Fasorial Sincronizada. Isto torna possível determinar a origem e o destino das correntes harmônicas em um sistema de transmissão, entre equipamentos de uma mesma subestação, ou até mesmo dentro de uma indústria.

1.3 SUMÁRIO

No capítulo 2 é feita uma análise dos modelos de linhas de transmissão adequados ao estudo aqui proposto, no caso os métodos propostos por Carson e por Deri, estabelecendo suas principais características, vantagens e desvantagens. Também é apresentado um histórico resumido do cálculo dos parâmetros elétricos principais das linhas de transmissão: a impedância longitudinal (Z) e a admitância transversal (Y).

O capítulo 3 apresenta as características do Sistema de Medição Fasorial Sincronizada, e mostra como é feita a sincronização para aquisição das medidas. Neste capítulo, também é apresentada a definição de Unidade de Medição Sincronizada e descreve a forma de utilização da Transformada Discreta de Fourier para calcular o módulo e o ângulo de uma grandeza.

No capítulo 4, são apresentadas as equações gerais que relacionam tensão e corrente de linhas de transmissão, longa, média e curta, levando em consideração se os parâmetros elétricos são uniformemente distribuídos ao longo da linha, ou concentrados, e de que forma os parâmetros da linha são calculados a partir dessas equações. Além disso, foi realizado um estudo comparativo entre os resultados dos parâmetros elétricos, obtidos com valores das tensões e correntes terminais, e os do método de Deri.

O capítulo 5 apresenta o uso da medição sincronizada na análise da propagação de correntes harmônicas, e mostra como é possível encontrar a origem dessas correntes no sistema de transmissão, ou dentro de uma única subestação.

No capítulo 6 encontram-se as conclusões deste estudo após as análises teóricas, além de algumas recomendações de tópicos a serem abordados em trabalhos futuros.

CÁLCULO DE PARÂMETROS ELÉTRICOS DE LINHAS DE TRANSMISSÃO

2.1 INTRODUÇÃO

Uma linha de transmissão possui quatro parâmetros elétricos: resistência, indutância, capacitância e condutância. A resistência e indutância constituem a impedância em série da linha (Z), enquanto a capacitância e condutância determinam a admitância em paralelo entre fases ou entre fase e neutro (Y).

É importante ressaltar que a resistência (R), indutância (L), capacitância (C) e a condutância (G) estão, em geral, no domínio do tempo. Já a impedância (Z) e a admitância (Y) no domínio da frequência.

De forma a ajudar na definição do modelo mais indicado aos objetivos desta pesquisa, é necessário apresentar os de maior importância, dentre os vários utilizados para determinar a impedância longitudinal (Z) e a admitância transversal (Y) de uma linha de transmissão.

Os procedimentos formais básicos para obter os parâmetros Z e Y , com aproximações mais simples e aceitáveis, consideram o solo como um condutor perfeito, ou seja, condutividade infinita, tornando possível calcular os parâmetros desejados de forma simplificada [3].

2.2 DESCRIÇÃO DOS MÉTODOS CONVENCIONAIS DE CÁLCULOS DE PARÂMETROS ELÉTRICOS

Na década de 1920, John R. Carson [2] considerou o efeito da propagação das ondas eletromagnéticas no solo em sua formulação para a determinação de Z . Este efeito ocorre nos casos em que o solo não é considerado um condutor ideal, afetando o cálculo do campo elétrico longitudinal na superfície dos condutores.

Para chegar à sua formulação, Carson considerou o solo plano e homogêneo, a condutividade constante ao longo de toda a linha, e os cabos pára-raios com permeabilidade magnética constante. Além disso, considerou os condutores paralelos entre si e ao solo, com seus raios muito inferiores às distâncias envolvidas.

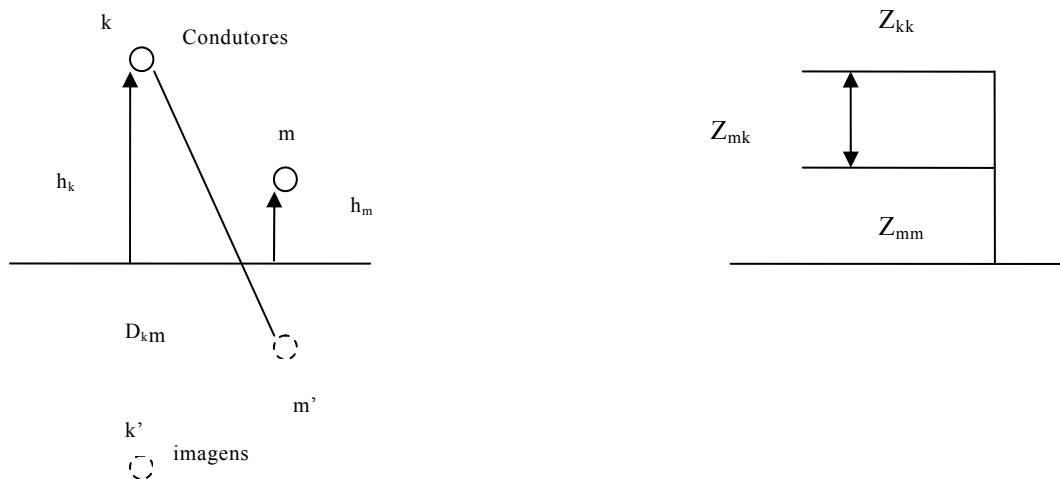


Figura 2.1 Modelo utilizado por Carson

A propagação considerada foi do tipo quasi-transverso-eletromagnéticas (quasi-TEM). Na propagação TEM, os campos elétrico e magnético são perpendiculares entre si e à direção de propagação, obedecendo às seguintes relações: $E_x = 0, E_y = 0, E_z \neq 0$ no solo e $E_x \neq 0, E_y \neq 0, E_z = 0$, no ar, onde z é a direção de propagação. O prefixo “quasi” refere-se ao fato de que estas condições não ocorrem exatamente na prática, correspondendo em geral a boas aproximações.

A constante de propagação é definida pela raiz de ZY , resultando numa equação transcendental, ou seja, gama é igual à raiz de ZY , mas Z e Y são funções de gama.

$$Z(\gamma) \cdot Y(\gamma) = \gamma^2 \quad (2.1)$$

É importante ressaltar que em linhas multifásicas, essa expressão deve ser aplicada a cada um dos modos de propagação. Os modos são obtidos a partir de transformações lineares – como a de Clarke ou de Fortescue, por exemplo – das grandezas de fase. Em geral, os modos mais importantes para as linhas de transmissão são os aéreos (modos não-homopolares) e o modo terra (modo homopolar).

Carson supôs que há no solo apenas uma componente de campo elétrico no sentido da propagação, equivalente a uma corrente superficial imediatamente abaixo do solo. Para a obtenção dos parâmetros de linhas de transmissão aéreas, Carson considera também que a propagação transversal dos campos é instantânea. Desta forma, os modos de propagação de um circuito aéreo podem ser obtidos pela solução de (2.1). Este tipo de modelagem é apropriado para frequências até 1 ou 2 MHz e/ou na presença de um solo essencialmente condutivo [4].

Mesmo aproximada, a impedância longitudinal Z calculada pela formulação de Carson ainda se caracteriza pela solução de integrais infinitas com integrandos complexos dado por:

$$Z_{mk} = j \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \omega \cdot \ln \left(\frac{D_{mk}}{d_{mk}} \right) + \frac{j\omega\mu_0}{\pi} \cdot \int_0^{\infty} \frac{e^{-2(h_m+h_k)\cdot\xi}}{\sqrt{\xi^2 + \alpha + \xi}} \cos(x_{mk} \cdot \xi) \cdot d\xi \quad (2.2)$$

onde : ω é a frequência angular; μ_0 é a permeabilidades do ar e do solo; d_{mk} é distância entre os condutores de índice “ m ” e “ k ” ($d_{mm} = r_m$, onde r_m é o raio do condutor “ m ”); D_{mk} é a distância entre o condutor “ m ” e a imagem do condutor “ k ”; $\alpha = \sqrt{j\omega \cdot \mu_0 \cdot \sigma_g}$; σ_g é a condutividade do solo suposta homogênea; h_m e h_k são as alturas verticais em relação ao solo dos condutores “ m ” e “ k ”, respectivamente; x_{mk} é a distância horizontal entre os condutores “ m ” e “ k ” ($x_{mm} = 0$).

Cabe destacar que, no cálculo da impedância própria Z_{mm} , deve-se ainda acrescentar a (2.2) o termo correspondente à impedância interna dos condutores conhecida desde a década de 1910, formulado por Dwight, que é igual a [4]:

$$Z_{mm} = j \cdot \omega \cdot \mu_{wm} \frac{1}{2\pi \cdot \rho_m} \cdot \frac{I_0[\rho_m] \cdot K_1[\rho_{m0}] + K_0[\rho_m] \cdot I_1[\rho_{m0}]}{I_1[\rho_m] \cdot K_1[\rho_{m0}] - K_1[\rho_m] \cdot I_1[\rho_{m0}]} \quad (2.3)$$

Esse termo corresponde à impedância interna por unidade de comprimento do condutor, onde: μ_{wm} é a permeabilidade do condutor “m”; $\rho_m = r_{1m} \sqrt{j \cdot \omega \cdot \mu_{wm} \cdot \rho_{wm}}$ e $\rho_{m0} = r_{0m} \sqrt{j \cdot \omega \cdot \mu_{wm} \cdot \rho_{wm}}$, onde r_{0m} e r_{1m} são os raios interno e externo do condutor “m” e ρ_{wm} é sua condutividade; I e K são as funções modificadas de Bessel de argumento complexo γ de primeira e segunda espécie, cujas ordens são indicadas pelos índices 0 ou 1.

O modelo para a determinação de Y envolve o cálculo do coeficiente abaixo:

$$A_{mn} = \ln \left(\frac{D_{mk}}{d_{mk}} \right) \quad (2.4)$$

Considerando-se o solo ideal e a permissividade do ar, o coeficiente de potencial de Maxwell será:

$$P = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} A_{mn} \quad (2.5)$$

$$[Y] = j \cdot \omega \cdot [P]^{-1} \quad (2.6)$$

onde: ϵ_0 é a permissividade do ar.

A determinação trabalhosa, a utilização de integral infinita e a suposição inicial feita por Carson para a constante de propagação, somadas a argumentos complexos da equação (2.3) motivaram outros pesquisadores a definirem novos métodos para os cálculos dos parâmetros elétricos de linhas de transmissão.

Em 1981, Deri[6] desenvolveu uma adaptação da teoria das imagens do eletromagnetismo – a introdução do plano complexo de retorno – representa uma boa aproximação para o modelo de Carson, com a vantagem de tornar desnecessário o cálculo das integrais.

O solo foi modelado com condutividade finita, o que equivale a ter uma superfície de solo ideal a uma profundidade complexa igual à profundidade de penetração das ondas eletromagnéticas (D'), abaixo da superfície física da terra [4]:

$$D' = \frac{1}{\sqrt{j \cdot \omega \cdot \mu_0 \cdot \sigma_g}} \quad (2.13)$$

onde: μ_0 é a permeabilidade do solo e σ_g é a condutância do solo.

Essa formulação são aproximações assintóticas das integrais completas de Carson. O erro assintótico em função da frequência das formulações depende da geometria da linha (relação entre a distância horizontal dos condutores e altura desses em relação ao solo).

Assim, a impedância externa total da linha, onde D' , é a distância de retorno equivalente calculada, é dada por:

$$[Z_{ext}]_{km} = j \cdot \frac{\omega \cdot \mu_0}{2\pi} \cdot \ln \frac{D_{km}}{d_{km}} = j \cdot \frac{\omega \cdot \mu_0}{2\pi} \cdot \ln \left(\frac{\sqrt{(h_k + h_m + 2 \cdot D')^2 + d_{km}^2}}{\sqrt{(h_k - h_m)^2 + d_{km}^2}} \right) \quad (2.14)$$

A figura abaixo ilustra o procedimento de implementação do modelo Deri:

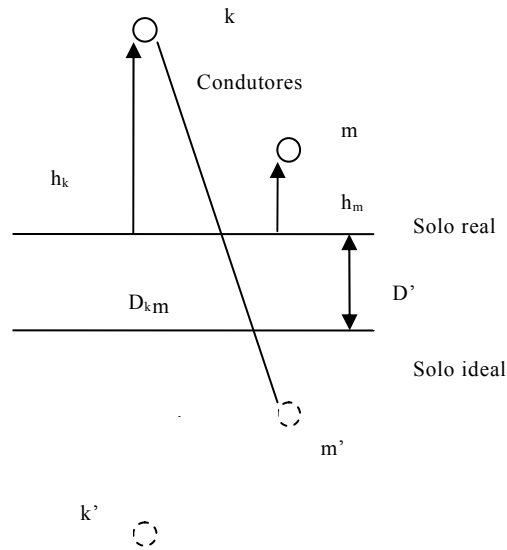


Figura 3.1 – Modelo de solo utilizado por Deri.

Os modelos de Carson e de Deri modelam o solo apenas pela sua condutância à corrente contínua σ_0 .

Uma das tentativas para reduzir alguns erros das formulações anteriores [4] é recalcular Z segundo os modelos de Carson e Deri considerando a representação completa do solo e não apenas pela condutância em corrente contínua σ_0 .

A expressão abaixo considera a representação completa do solo [4]:

$$\sigma_g + j\omega\varepsilon_g = \sigma_0 + \Delta i \cdot \left[\cot\left(\frac{\pi}{2}\alpha + j\right) \right] \cdot \left(\frac{f}{10^6}\right) \quad (2.15)$$

onde: σ_0 é a condutância em corrente contínua, ε_0 é a permissividade do ar.

Para se obter uma comparação entre o cálculo utilizando o método de Deri, considerando apenas a condutividade em corrente contínua e considerando a expressão (2.15), utilizou-se um exemplo de uma linha de transmissão monofásica com retorno pelo solo e sem cabos pára-raios.

O cabo condutor é do tipo ACSR 954 MCM, 45/7, Rail, com raio interno igual a 7,397cm e raio externo igual a 29,59cm. A resistência em corrente contínua encontrada foi igual a $\frac{\rho \cdot l}{A} = 0,05906 \Omega/\text{km}$.

Utilizando-se a expressão (2.15), a resistência encontrada foi 0,06168 Ω/km .

onde: $\sigma_0 = 0,001 \text{ S/m}$, $\Delta_i = 0,01171 \text{ S/m}$, $\alpha = 0,706$ e f é a frequência em Hz. A permeabilidade relativa do solo também foi considerada unitária.

Pôde-se perceber que há uma pequena diferença entre os resultados obtidos, portanto julga-se coerente adotar nesta pesquisa a formulação convencional de Deri, utilizando a expressão (2.15) e frequência de 60Hz.

É importante lembrar que o método do plano complexo de retorno é comumente relacionado à Deri, ainda que tenha sido introduzido inicialmente por Dubanton. Deri, juntamente com Tevan, Semlyen e Castanheira apresentaram uma justificativa científica para a proposta de Dubanton.

Para o cálculo dos parâmetros das linhas pelos métodos de Carson e de Deri muitas simplificações são consideradas, o que pode acarretar alguns erros.

Essas simplificações impossibilitam o cálculo exato dos parâmetros das linhas de transmissão. Algumas delas são relacionadas abaixo [13] [15]:

- a morfologia do terreno influencia o comportamento dos parâmetros das linhas de transmissão e é bastante diversificada em uma linha de transmissão que se estende por centenas de quilômetros, o que torna impossível sua representação exata nos cálculos;
- em geral, o solo é considerado plano e homogêneo, ou seja, com parâmetros elétricos constantes ao longo das três dimensões espaciais. Frequentemente, a permissividade elétrica (ϵ_g) é considerada desprezível, enquanto que a condutividade (σ_g) e a permeabilidade magnética (μ_g) são consideradas invariantes com a frequência, sendo $\mu_g = \mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$;

- os cabos são, em geral, compostos por fios encordoados de alumínio, com alma de aço. Como a representação exata deste tipo de cabo é impraticável, a modelagem é feita por meio de cabos tubulares de seção reta com forma de coroa circular, nos quais a corrente na alma de aço é considerada desprezível;
- de forma semelhante ao que ocorre com o solo, os cabos são considerados homogêneos, com condutividade (σ) e permeabilidade magnética (μ) constantes em relação à frequência e permissividade elétrica (ϵ) desprezível;
- os cabos são esticados sob a forma de catenárias com flechas de valores diversos. Desta forma, a distância dos cabos ao solo é variável, o que também impossibilita a obtenção de um modelo exato. Considera-se que os condutores são paralelos entre si e ao solo, com diâmetros desprezíveis frente às demais distâncias envolvidas;
- os efeitos terminais da linha, bem como os efeitos das estruturas metálicas, são desprezados no cálculo dos campos elétrico e magnético.

Por isso, os valores encontrados para os parâmetros elétricos utilizando os métodos de Carson ou de Deri não são exatos, apesar de serem próximos à realidade.

Com estas equações, uma linha de transmissão com n condutores por fase e k cabos pára – raios pode ser representada pela matriz (2.7).

Sabendo que os índices a, b e c indicam as fases correspondentes e w corresponde aos cabos pára-raios [5]:

$$\begin{bmatrix} V_{a1} \\ V_{b1} \\ V_{c1} \\ V_{w1} \\ \dots \\ V_{wk} \\ V_{a2} \\ V_{b2} \\ V_{c2} \\ \dots \\ V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{a1a1} & Z_{a1b1} & Z_{a1c1} & Z_{a1w1} & \dots & Z_{a1wk} & \dots & Z_{a1an} & Z_{a1bn} & Z_{a1cn} \\ \cdot & & & & & & & & & \\ \cdot & & & & & & & & & \\ \cdot & & & & & & & & & \\ \cdot & & & & & & & & & \\ \cdot & & & & & & & & & \\ \cdot & & & & & & & & & \\ \cdot & & & & & & & & & \\ \cdot & & & & & & & & & \\ \cdot & & & & & & & & & \\ Z_{cna1} & Z_{cnb1} & Z_{cnc1} & Z_{cnw1} & & Z_{cnwk} & & Z_{cnan} & Z_{cnbn} & Z_{cncn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a1} \\ I_{b1} \\ I_{c1} \\ I_{w1} \\ \dots \\ I_{wk} \\ I_{a2} \\ I_{b2} \\ I_{c2} \\ \dots \\ I_{an} \\ I_{bn} \\ I_{cn} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Na maior parte das linhas de transmissão o pára-raio é aterrado e conseqüentemente sua tensão será igual a zero. Por isso, é possível reduzir a matriz anterior:

Sabendo que as tensões nas fases dos sub-condutores são iguais, isto é:

$$\begin{aligned} V_{an} &= \dots\dots\dots = V_{a3} = V_{a2} = V_{a1} = V_a \\ V_{bn} &= \dots\dots\dots = V_{b3} = V_{b2} = V_{b1} = V_b \\ V_{cn} &= \dots\dots\dots = V_{c3} = V_{c2} = V_{c1} = V_c \\ V_{wk} &= \dots\dots\dots = V_{w1} \end{aligned} \quad (2.8)$$

e, conseqüentemente, as correntes em cada fase são dadas pela soma das correntes em cada subcondutor, isto é:

$$\begin{aligned} I_{a1} + I_{a2} + \dots\dots\dots + I_{an} &= I_a \\ I_{b1} + I_{b2} + \dots\dots\dots + I_{bn} &= I_b \\ I_{c1} + I_{c2} + \dots\dots\dots + I_{cn} &= I_c \end{aligned} \quad (2.9)$$

É importante lembrar que as operações com as linhas da matriz de impedâncias acarretam mudanças apenas no vetor das tensões não alterando em nada o sistema matricial. O primeiro passo da redução se processa da maneira abaixo:

- a linha correspondente a V_{a2} é substituída pela diferença entre ela e a linha correspondente a V_{a1} .
- a linha correspondente a V_{b2} é substituída pela diferença entre ela e a linha correspondente a V_{b1} .
- a linha correspondente a V_{c2} é substituída pela diferença entre ela e a linha correspondente a V_{c1} .

Analogamente, deve-se fazer o mesmo para as linhas correspondentes aos subcondutores de 3 a n .

Posteriormente:

- a coluna correspondente a I_{a2} é substituída pela diferença entre ela e a linha correspondente a I_{a1} .
- a coluna correspondente a I_{b2} é substituída pela diferença entre ela e a linha correspondente a I_{b1} .
- a coluna correspondente a I_{c2} é substituída pela diferença entre ela e a linha correspondente a I_{c1} .

Analogamente, deve-se fazer o mesmo para as colunas correspondentes aos subcondutores de 3 a n .

Posteriormente:

- a coluna correspondente a I_{a2} é substituída pela diferença entre ela e a linha correspondente a I_{a1} .

- a coluna correspondente a I_{b2} é substituída pela diferença entre ela e a linha correspondente a I_{b1} .
- a coluna correspondente a I_{c2} é substituída pela diferença entre ela e a linha correspondente a I_{c1} .

Analogamente, deve-se fazer o mesmo para as colunas correspondentes aos subcondutores de 3 a n .

Assim, o sistema matricial fica:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_a \\ V_a \\ \dots \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ \dots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = [Z_{\text{modificada}}] \cdot \begin{bmatrix} I_{a1} + \dots + I_{an} = I_a \\ I_{b1} + \dots + I_{bn} = I_b \\ I_{c1} + \dots + I_{cn} = I_c \\ \dots \\ I_{w1} \\ \dots \\ I_{wk} \\ \dots \\ I_{a2} \\ I_{b2} \\ I_{c2} \\ \dots \\ \dots \\ I_{an} \\ I_{bn} \\ I_{cn} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Por último, é aplicada ao sistema anterior, a redução de Kron, onde os elementos da matriz de impedância modificada são alterados de acordo com a equação abaixo:

$$Z_{ij} = Z_{ij} - \frac{Z_{im} \cdot Z_{mj}}{Z_{mm}} \quad (2.11)$$

onde m é o índice da linha que está sendo eliminada. O sistema final será igual:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = [Z_{\text{modificada}}] \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

MEDIÇÃO SINCRONIZADA

3.1 INTRODUÇÃO

Para entender como é realizada a medição sincronizada é importante compreender primeiramente o conceito de fasor.

Fasor é um vetor bidimensional, que representa uma grandeza no domínio da frequência constituído por uma parte real e uma parte imaginária, que representa uma onda em movimento harmônico simples.

Um fasor é um complexo definido para uma frequência angular, onde o módulo é a intensidade da grandeza medida (tensão ou corrente) e o ângulo representa a defasagem entre as grandezas.

Uma grandeza elétrica da forma: $x(t) = X_M \cdot \cos(\omega t + \phi)$, pode ser representada por um fasor definido por [1]:

$$\hat{x} = x_r + jx_i = \frac{X_M}{\sqrt{2}} \cdot e^{j\phi} \quad (3.1)$$

onde: $\frac{X_M}{\sqrt{2}}$ é o módulo da grandeza elétrica, e ϕ é o ângulo de fase.

Os fasores são representações geométricas de números complexos no diagrama cartesiano, onde o módulo (X_M) é a distancia da representação do ponto definido pelo fasor em relação à origem desse plano e ϕ é o ângulo que o vetor forma com o eixo real.

O módulo é medido facilmente através de transdutores e unidades terminais remotas (RTU) convencionais do sistema de supervisão e controle.

A medição atualmente realizada é escalar, ou seja, apenas uma dimensão do vetor é determinada, neste caso, o módulo. O módulo das grandezas medidas são valores eficazes (rms).

O valor RMS (do inglês root mean square) ou valor eficaz é uma medida estatística da magnitude de uma quantidade variável. Pode ser calculado para uma série de valores discretos ou para uma função variável contínua.

Para uma função variável contínua $f(t)$ definida sobre o intervalo $T_1 \leq t \leq T_2$ o valor eficaz é dado pela expressão:

$$X_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T_2 - T_1} \int_{T_1}^{T_2} [f(t)]^2 dt} \quad (3.2)$$

Desta forma, os valores dos módulos de grandezas, como corrente e tensão, são medidas sem dificuldade em subestações de energia e em unidades remotas.

Para medir fasores é necessário saber além do valor do módulo o valor do ângulo da grandeza.

A medição do ângulo de fase das grandezas é possível através da nova tecnologia de medição fasorial sincronizada, que utiliza sincrofasores para este objetivo.

As dificuldades para se obter a medida angular são a necessidade da determinação de uma referência de medição e a obtenção de medidas no mesmo instante de tempo.

Neste capítulo, serão apresentados os principais componentes do sistema de medição fasorial sincronizada, que possibilitam a obtenção de uma referência de tempo comum e, conseqüentemente, a medição dos fasores em subestações distantes uma das outras.

3.2 FONTES DE SINCRONISMO

Na tentativa de achar um meio eficiente de sincronização das medidas fasoriais tentou-se a utilização de diversos sistemas, como redes de fibra óptica, microondas e sinais AM, mas nenhum destes métodos obteve amostragens em instantes de tempo suficientemente próximos.

O meio que mostrou ser o mais adequado foi o Global Positioning System (GPS) que é um sistema que surgiu na década de 90 para uso militar, com o objetivo de localizar a posição de embarcações. Foi concebido pelo Departamento de Defesa dos EUA sob o nome de 'projeto NAVSTAR'. O sistema foi declarado totalmente operacional apenas em 1995.

Estes satélites transmitem um sinal de pulso por segundo, com precisão de $1\mu s$, recebido por estações distantes entre si com igual precisão. Este sistema permite a qualquer usuário saber a sua localização, velocidade e tempo, 24 horas por dia, sob quaisquer condições atmosféricas e em qualquer ponto do globo terrestre [7]. O GPS possui três componentes: a de controle, a do usuário e a espacial.

A componente de controle é constituída por 5 estações distribuídas ao longo do globo e uma estação de controle principal (MCS- *Master Control Station*). Esta componente rastreia os satélites, atualiza as suas posições orbitais e sincroniza o instante de tempo da aquisição dos dados.

A componente do usuário inclui todos aqueles que usam um receptor GPS para receber e converter o sinal em posição, velocidade e tempo. Inclui ainda todos os elementos necessários neste processo como as antenas e software de processamento.

A componente espacial é composta por:

- 24 satélites em 6 planos orbitais;
- 4 satélites em cada órbita;
- 20.200 km de altitude e 55° de inclinação;

- sinalização de velocidade, posição e tempo.

O GPS torna possível a utilização do pulso de sinal transmitido por ele como fonte de sincronização para medidas fasoriais. A frequência igual a 60 Hz, com uma precisão de $1\mu\text{s}$ provoca um erro na ordem de 0,021 graus, o que garante uma medição fasorial confiável e atende aos requisitos atualmente exigidos.

A figura abaixo mostra um sinal elétrico senoidal variável, medido em dois momentos diferentes. Nos dois casos, foi medido um ciclo completo, mas com um atraso de meio ciclo.

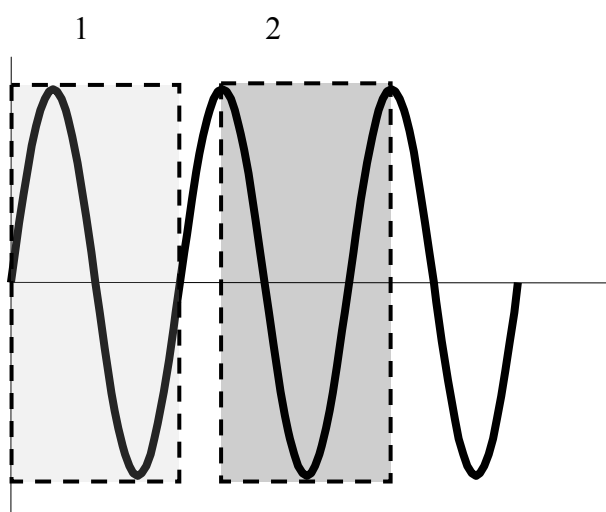


Figura 5.1 - Exemplo de discrepância provocado por falta de sincronismo.

É importante fazer uma correção no tempo de sincronismo para evitar diferenças angulares que possam gerar resultados sem nenhum significado. Essa correção pode ser feita pelo software do sistema, utilizando um sinal qualquer comum a todos os pontos, como por exemplo, a tensão de uma das fases. Estabelece-se um mesmo sentido de referência para a medição das correntes nos diversos equipamentos ou barras, com exceção do equipamento a ser analisado.

Se não existir nenhum atraso nos instantes de aquisição das medidas, a onda de tensão de referência será exatamente igual à onda de tensão das outras barras que estão sendo medidas. Caso contrário, aparecerão diferenças de fases entre as medidas. É importante observar, que remover os atrasos corresponde a remover essas diferenças de fase.

Uma maneira de fazer a aquisição no momento correto é monitorar as passagens da onda pelo zero. Os zeros podem ser detectados multiplicando duas medidas adjacentes, se o resultado for negativo existe um zero entre elas.

Os atrasos nos instantes da medição podem ser reduzidos usando-se uma análise de Fourier: uma diferença de tempo Δt entre duas ondas que correspondem a $(n\omega\Delta t)$ de diferença de fase, sendo n a ordem do harmônico e ω a frequência angular fundamental.

Se a transformada de Fourier for aplicada para determinar a tensão de referência, o atraso entre a primeira medida e as demais pode ser encontrado usando a fórmula:

$$\Delta t = \frac{\Delta\theta_k}{n\omega} \quad (5.2)$$

onde: $k = 2, \dots, p$; e p é o número de equipamentos de medição e $\Delta\theta_k$ é a diferença angular entre a medida do primeiro e do k -ésimo equipamento.

3.3 UNIDADE DE MEDIÇÃO SINCRONIZADA

A Unidade de Medição Sincronizada mede tensões e correntes nas barras das subestações na forma fasorial, e não somente os módulos, utilizando a tecnologia da sincronização via GPS.

Este equipamento recebe o pulso do sinal enviado pelo GPS (1PPS), possibilitando a obtenção da base de tempo comum para aquisição dos dados no mesmo instante de tempo. Além do módulo de aquisição do sinal do GPS, ele possui filtros anti-aliasing, módulo conversor A/D e um microprocessador [8].

A figura mostra a estrutura básica de uma unidade de medição sincronizada [8]:

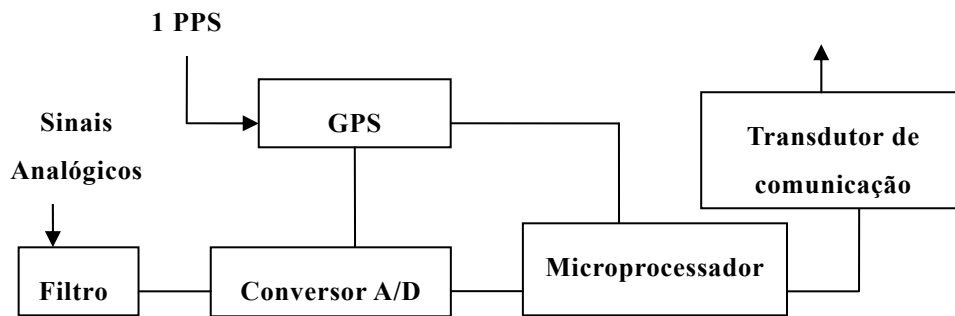


Figura 3.1 – Estrutura básica da Unidade de Medição Sincronizada.

3.3.1 FILTROS ANTI- ALIASING

Os sinais contínuos no tempo são amostrados em tempos discretos, portanto, qualquer variação fora dos instantes da amostragem é desprezada.

Para garantir que as informações relevantes contidas no sinal sejam percebidas pela amostragem, a taxa, na qual o sinal deve ser amostrado, é especificada pelo teorema de Nyquist. Este teorema define que a amostragem do sinal deve ser maior do que o dobro da maior componente de frequência que se deseja medir. Para isso, é necessária a utilização de filtro anti-aliasing [9].

Em aquisição de sinal analógico é comum a ocorrência de sombreamento (aliasing), que é a superposição de raias do sinal analógico. Este fenômeno cria uma falsa frequência, distorcendo o sinal original [9].

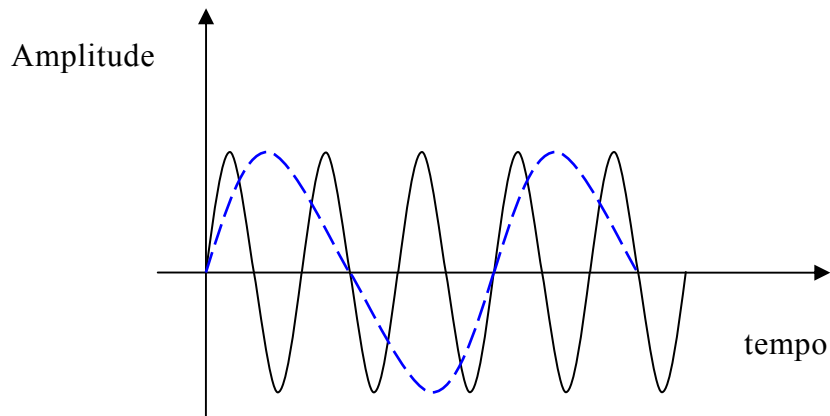


Figura 3.2 – Aliasing no domínio do tempo.

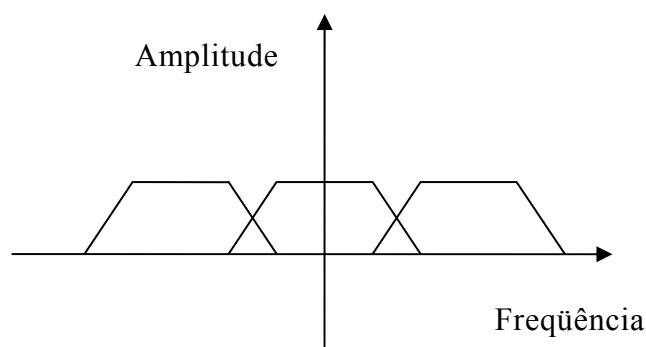


Figura 3.3 – Aliasing no domínio da frequência.

Os filtros anti-aliasing são filtros passa-baixa que removem a parte indesejada do espectro do sinal amostrado. Desta forma, evitam que devido a uma baixa taxa de amostragem, uma falsa frequência seja criada durante a aquisição dos dados [9].

Antes do filtro, através dos secundários dos transformadores de potencial (TPs) e transformadores de corrente (TCs), são obtidos os valores analógicos de tensão e corrente sincronizadas pelo sinal do GPS.

O sinal analógico é convertido para digital através de conversores A/D, ou seja, um sinal contínuo no tempo (analógico) é convertido para um sinal discreto em função do tempo (digital).

Para o correto entendimento de quais informações devem ser mantidas e quais podem ser descartadas, é necessário: selecionar o número de bits, a frequência de amostragem e o tipo de filtragem analógica necessários para uma conversão apropriada.

Após o conversor analógico/digital ocorre o tratamento matemático realizado no microprocessador.

3.3.2 TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER

A ferramenta matemática utilizada no microprocessador é a transformada discreta de Fourier, utilizando o algoritmo da Transformada Rápida de Fourier, conhecido também como FFT. Ela é utilizada nos diferentes pontos de medição, independente da distância em que se encontram, tornando possível saber o estado do sistema num determinado instante [7].

Essa ferramenta é utilizada para transformar um sinal periódico em uma soma de senos e co-senos.

A transformada discreta de Fourier é definida pela seguinte equação:

$$U(s) = \frac{1}{n} \cdot \sum_{r=1}^n u(r) \cdot e^{j \frac{2\pi \cdot b \cdot (r-1) \cdot (s-1)}{n}} \quad (3.3)$$

onde: n é o número de amostras e a e b são constantes para generalização. Essas constantes assumem diferentes valores, dependendo da aplicação. Por exemplo, em processamento de sinais e análises de dados, costumam ser -1 e 1, respectivamente; em matemática, são iguais a 0 e 1.

O exemplo abaixo mostra como, através da Transformada Discreta de Fourier, é possível obter a forma de onda das grandezas medidas. Esse exemplo foi calculado no programa Mathematica 5.2 e encontra-se no apêndice I deste trabalho.

Foi utilizada a função co-seno abaixo:

$$y = 1,5 + 10 \cos(\omega t) + 5 \cos(3\omega t - 90^\circ) + 2 \cos(5\omega t + 30^\circ)$$

onde: $\omega = 2\pi 60 \text{ rad/seg}$.

Foi considerado um ciclo da onda, com frequência fundamental igual a 60 Hz.

O número de amostras por ciclo deste exemplo foi de 128, que é típico em aplicações de Unidade de Medição Sincronizada. Também são comuns outras taxas de amostragem em potências de 2, como 32, 64 ou 256. É importante ressaltar que todos os pontos amostrados devem, preferencialmente, estar totalmente contidos em um número completo de ciclos.

Após calcular a transformada de Fourier, através da equação (3.3) usando os parâmetros típicos de processamento de sinais ($a = 1$, $b = -1$), o vetor de saída, no domínio da frequência possui comprimento igual ao do vetor no domínio do tempo. É importante observar que o vetor é "simétrico" ao redor do ponto $(n_{cicl} \times n_{samp}) + 1$ e que os valores de $Y_I(n_{cicl} \times n_{samp} - k + 2)$ são o complexo conjugado dos valores $Y_I(k)$, para valores de k entre 2 e $\frac{n_{cicl} \times n_{samp}}{2}$; onde: n_{samp} é o número de amostras por ciclo; n_{cicl} é o número de ciclos amostrados.

Com isso, neste exemplo com 128 pontos, o primeiro termo representa a componente CC, os outros 127 são divididos em $63 + 1 + 63$, onde, os 63 primeiros são conjugados dos 63 últimos.

Para montar o espectro de frequências, começa-se por definir o vetor Δf , que pode ser calculado por $\frac{1}{n_{cicl} \times T_{base}}$, onde T_{base} é o período considerado.

Com a configuração considerada ($a = 1$ e $b = -1$), os harmônicos podem ser obtidos pela expressão abaixo:

$$y_h = \frac{y(h+1) + y^*(128-h+1)}{n_{samp} \cdot n_{cicl} \cdot \sqrt{2}} \quad (3.4)$$

lembrando que o primeiro termo corresponde a componente CC.

O resultado obtido foi: o primeiro componente do vetor de módulos foi 1.5, exatamente o valor da componente CC definida; o segundo componente, a fundamental, foi 7.07107, ou seja, o valor eficaz da amplitude definida para componente fundamental; o terceiro componente é nulo, pois, corresponde ao segundo harmônico.

Com relação aos ângulos, o segundo componente (da fundamental) é nulo, enquanto o quarto e o sexto, respectivamente correspondentes ao terceiro e quinto harmônicos, são iguais a θ_3 e θ_5 definidos.

É importante observar que, com $(a = 1, b = -1)$, as funções $\cos(n\omega t)$, isto é, com $\theta = 0^\circ$, levam a ângulos nulos. Se a função definida fosse do tipo $\sin(n\omega t)$, o ângulo resultante dessa forma de Fourier seria -90° .

3.3.3 CONCENTRADOR DE DADOS

Todas as medidas obtidas são enviadas ao concentrador de dados (PDC-Phasor Data Concentrator), que utiliza rotinas computacionais implementadas em seu hardware [8].

O PDC é um elemento único que possui a função de receber todas as medidas enviadas pela Unidade de Medição Fasorial. Os dados são recebidos de forma não sincronizada e são formatados através de etiquetas de tempo, sendo ordenados com o objetivo de reunir os fasores que correspondam ao mesmo instante de tempo.

Quando o processo é feito de forma contínua, é possível representar o estado do sistema em tempo real.

Existe ainda uma forma de reunir diversos concentradores utilizando canais de comunicação entre eles. Esses canais podem ser feitos através do uso de linhas telefônicas, cabos de fibra óptica, pela própria rede de baixa e média tensão ou através de tecnologia sem fio (wireless).

É importante ressaltar que as medidas são formatadas de acordo com a norma IEEE 1344, pois desta maneira haverá uma padronização nas medidas, tornando mais fácil a utilização e o estudo dos resultados adquiridos pelas unidades.

O padrão IEEE 1344 aponta os requisitos necessários para a sincronização de amostragem e conversão de dados para fasores e determina padrões para os dados de etiquetas de tempo.

Além disso, a norma admite apenas três tipos de informações que as Unidades de Medição Sincronizada podem enviar ao concentrador (PDC), que são [8]:

- Frame de Cabeçalho: são transmitidos como texto, contêm os dados da Unidade de Medição Fasorial, transdutores, filtros e algoritmos.
- Frame de Dados: envia ao concentrador medidas fasoriais, o desvio da frequência e a taxa de variação.
- Frame de Configuração: transmitido por arquivo binário.

Para a determinação do ângulo de fase, os fasores calculados através de dados amostrados devem utilizar sinais de tempo padrão e devem possuir uma referência de fase comum para a medida. Definida por [1]:

$$\hat{X} = \frac{X_M}{\sqrt{2}} (\cos \phi + j \sin \phi) \quad (3.6)$$

onde: ϕ será igual a zero no instante em que o valor máximo da grandeza na mudança do segundo UTC (Universal Time Coordinated) a um 1 pps.

3.3.4 PROJETO MEDFASEE

No Brasil existe um projeto, denominado Projeto MEDFASEE (Sistema de Medição Fasorial Sincronizada com Aplicações em Sistemas de Energia Elétrica), que visa à construção de um protótipo de sistema de medição fasorial sincronizada, formada por três Unidades de Medição Fasorial (PMU) conectadas a um concentrador central através de sistema de transmissão, baseado num sistema de Ethernet. O projeto visa, também, aos estudos das aplicações que farão uso dos dados disponíveis no PDC, auxiliando a operação e o planejamento dos Sistemas de Energia Elétrica (SEEs) [8].

O projeto é um convênio entre a Financiadora de Estudos e Projetos (FINEP), Fundação de Ensino e Engenharia de Santa Catarina (FEESC), Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Centro Empresarial para a Laboração de Tecnologias Avançadas (CELTA) e Reason Tecnologia S.A. Iniciado em 2002 o projeto encontra-se em desenvolvimento no Laboratório de

Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica (LabPlan) da UFSC [8].

Atualmente, as Unidades de Medição Fasorial estão prontas e o concentrador em fase de finalização.

O sistema piloto foi instalado em três cidades do Sul do Brasil (Florianópolis, Porto Alegre e Curitiba) com os seguintes desafios [1]:

- O sistema deverá começar pequeno, mas deve possibilitar expandir até a configuração final;
- Não há normas que prevêem a especificação do desempenho dinâmico das Unidades de Medição Fasorial nem método de ensaio;
- Disponibilidade e custo de canais de telecomunicações;
- Elevado volume de dados para armazenar e gerenciar.

Em 2004 este protótipo entrou em operação mandando uma taxa de 60 sincrofases por segundo ao PDC.

A figura abaixo mostra um sincrofaseiro medido por uma das Unidades de Medição Fasorial do Projeto MedFasee instalada na Região Sul do Brasil. A figura foi retirada do site do LabPlan, o qual apresenta os sincrofasesiros em tempo real, obtidos a partir do realinhamento realizado pelo PDC do projeto. A tela é atualizada a cada segundo.

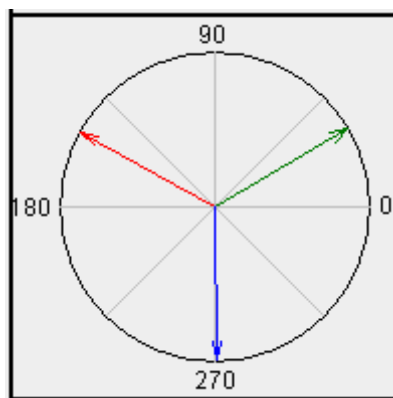


Figura 3.4 - Sincrofaseiro medido no laboratório da UFSC.

Fonte: www.labplan.ufsc.br

CÁLCULO DE PARÂMETROS ELÉTRICOS DE LINHA DE TRANSMISSÃO UTILIZANDO MEDIÇÃO SINCRONIZADA

4.1 INTRODUÇÃO

O capítulo 2 apresentou um histórico resumido do cálculo dos parâmetros elétricos principais das linhas de transmissão: a impedância longitudinal Z e a admitância transversal Y . Com estes dados é possível calcular os valores de tensão e corrente de uma linha de transmissão.

Os parâmetros de uma linha de transmissão podem ser calculados de forma alternativa através das medidas obtidas com a tecnologia de medição fasorial apresentada.

Neste capítulo será feito o cálculo dos parâmetros de uma linha de transmissão usando os valores de corrente e tensão terminais, consolidando uma modelagem adequada para as linhas.

4.2 REPRESENTAÇÃO DAS LINHAS

As equações gerais que relacionam tensão e corrente de uma linha de transmissão levam em consideração que os parâmetros elétricos discutidos no capítulo 2 são uniformemente distribuídos ao longo da linha, ou concentrados.

Em linhas longas a resistência, a indutância e a capacitância estão uniformemente distribuídas. Para linhas de extensão média pode-se considerar metade da capacitância em paralelo como concentrada em cada um dos extremos da linha.

Em linhas curtas a capacitância pode ser desprezada.

Os modelos formulados neste capítulo consideram linhas monofásicas sem cabos pára-raios.

4.2.1 LINHA DE TRANSMISSÃO LONGA

Para se obter um modelo para o caso de uma linha longa deve-se considerar que os parâmetros estão distribuídos ao longo da mesma.

O circuito fase-neutro de uma linha de transmissão trifásica, considerando uma parte infinitesimal da linha, está representado abaixo:

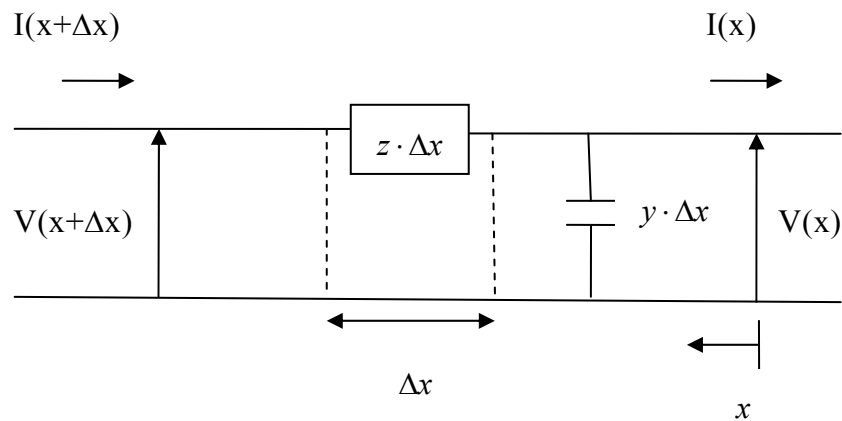


Figura 4.1 – Circuito elétrico de um trecho infinitesimal de uma linha.

Para calcular a solução do circuito apresentado acima, escrevem-se as equações do circuito de comprimento Δx , transformando-as em seguida em equações diferenciais (fazendo $\Delta x \rightarrow 0$).

Assim, considerando Δx o comprimento do elemento da linha; x a distância entre o elemento e a carga; $z \cdot \Delta x$ a impedância série; $y \cdot \Delta x$ a admitância em paralelo, tem-se, inicialmente no domínio do tempo [4]:

$$\begin{aligned} -\frac{dv(x,t)}{dx} &= R \cdot i(x,t) + L \cdot \frac{di(x,t)}{dt} \\ -\frac{di(x,t)}{dx} &= G \cdot v(x,t) + C \cdot \frac{dv(x,t)}{dt} \end{aligned} \quad (4.1)$$

onde: $v(x,t)$ e $i(x,t)$ são a tensão transversal e a corrente longitudinal da linha. As

grandezas R , L , G e C são a resistência e a indutância longitudinais e a condutância e capacitância transversais.

Transformando-se (4.1) para o domínio da frequência:

$$\begin{aligned}\frac{-dV(x)}{dx} &= (R + j \cdot \omega \cdot L) \cdot I(x) \\ \frac{-dI(x)}{dx} &= (G + j \cdot \omega \cdot C) \cdot V(x)\end{aligned}\quad (4.2)$$

Derivando-se as equações anteriores em relação a x :

$$\begin{aligned}\frac{-d^2V(x)}{dx^2} &= (R + j \cdot \omega \cdot L) \cdot \frac{dI(x)}{dx} \\ \frac{-d^2I(x)}{dx^2} &= (G + j \cdot \omega \cdot C) \cdot \frac{dV(x)}{dx}\end{aligned}\quad (4.3)$$

A equação possui uma solução exponencial [10]:

$$V = A_1 \cdot e^{\sqrt{y \cdot z} x} + A_2 e^{-\sqrt{y \cdot z} x} \quad (4.4)$$

Calculando-se a derivada segunda de V em relação a x :

$$\frac{d^2V}{dx^2} = yz (A_1 e^{\sqrt{y \cdot z} x} + A_2 e^{-\sqrt{y \cdot z} x}) \quad (4.5)$$

Substituindo-se o valor de V na equação de I :

$$I = \frac{1}{\sqrt{z/y}} A_1 e^{\sqrt{y \cdot z} x} - \frac{1}{\sqrt{z/y}} A_2 e^{-\sqrt{y \cdot z} x} \quad (4.6)$$

As constantes (A_1 e A_2) podem ser determinadas considerando as condições na extremidade da linha referente à carga, ou seja, $x = 0$, $V = V_R$ e $I = I_R$, onde I_r é a corrente na carga e V_r é a tensão entre a linha e o neutro na carga. Logo:

$$\begin{aligned}V_R &= A_1 + A_2 \\ I_R &= \frac{1}{\sqrt{z/y}} (A_1 - A_2)\end{aligned}\quad (4.7)$$

Considerando que $\sqrt{z/y}$ é a impedância característica da linha (Z_c), então:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{V_R + I_R Z_c}{2} \\ A_2 &= \frac{V_R - I_R Z_c}{2} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Substituindo nas equações (4.4) e (4.6) as constantes encontradas e fazendo $\gamma = \sqrt{yz}$ (constante de propagação):

$$\begin{aligned} V &= \frac{V_R + I_R Z_c}{2} e^{\gamma x} + \frac{V_R - I_R Z_c}{2} e^{-\gamma x} \\ I &= \frac{V_R/Z_c + I_R}{2} e^{\gamma x} - \frac{V_R/Z_c - I_R}{2} e^{-\gamma x} \end{aligned} \quad (4.9)$$

As propriedades de $e^{\alpha x}$ e $e^{j\beta x}$ explicam a variação da tensão e da corrente em qualquer instante, em função da distância ao longo da linha. O termo $e^{\alpha x}$ muda o valor do módulo com a variação de x , enquanto $e^{j\beta x}$ vale sempre 1 e produz uma defasagem de β radianos por unidade de comprimento da linha [3].

As expressões de α e β em função dos parâmetros da linha e da frequência angular são:

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{(R^2 + (\omega \cdot L)^2)} \cdot (\omega \cdot C)^2 - \omega^2 \cdot L \cdot C \right)} \quad (4.10)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{(R^2 + (\omega \cdot L)^2)} \cdot (\omega \cdot C)^2 + \omega^2 \cdot L \cdot C \right)} \quad (4.11)$$

Observa-se, na equação (4.10), que $\alpha = 0$ para $R = 0$, o que indica que a constante de atenuação está relacionada às perdas na linha. Como β está relacionado à fase da onda que se propaga na LT, define-se, partir de seu valor, o comprimento de onda λ na LT e o comprimento elétrico θ da mesma.

Além disso, é importante ressaltar que o comprimento de onda é a distância entre dois pontos de uma onda cujas fases diferem de $2\cdot\pi$ radianos. Sua expressão é [12]:

$$\lambda = \frac{2\cdot\pi}{\beta} \quad (4.12)$$

Já o comprimento elétrico da linha é a medida angular da relação entre o comprimento x da linha de transmissão e o comprimento de onda, sendo igual a $2\cdot\pi$ radianos se esta relação for igual à unidade. Sua expressão é:

$$\theta = \beta \cdot x \quad (4.13)$$

Essas formas de equação, que representam as ondas incidente e refletida da corrente e da tensão, raramente são utilizadas. A forma mais conveniente é obtida pela introdução das funções hiperbólicas que são definidas por:

$$\begin{aligned} \sinh \theta &= \frac{e^{\theta} - e^{-\theta}}{2} \\ \cosh \theta &= \frac{e^{\theta} + e^{-\theta}}{2} \end{aligned} \quad (4.14)$$

substituindo os termos hiperbólicos nas equações (4.9), assim:

$$V = V_R \cosh(\gamma \cdot x) + I_R Z_c \sinh(\gamma \cdot x) \quad (4.15)$$

$$I = I_R \cosh(\gamma \cdot x) + \frac{V_R}{Z_c} \sinh(\gamma \cdot x) \quad (4.16)$$

Se as variáveis x das expressões acima forem substituídas pelo comprimento da linha, as grandezas V e I assumem, respectivamente, o valor de V_S e I_S – a tensão e a corrente no extremo gerador da linha.

As equações acima são as equações fundamentais de uma linha de transmissão. Para linhas trifásicas equilibradas a corrente é de fase e a tensão é fase neutro.

Considerando as equações apresentadas, se a tensão $V(x,t)$ não for senoidal de frequência angular ω , as expressões podem ser utilizadas, usando o teorema de Fourier.

Considerando um circuito π – equivalente e ajustando as equações encontradas anteriormente [10] tem-se:

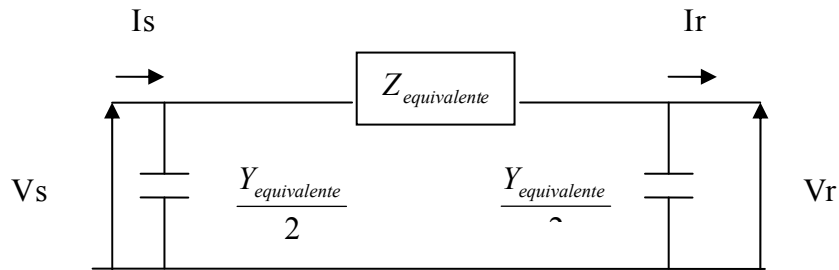


Figura 4.2 – Modelo π – equivalente de uma linha longa.

Os valores dos parâmetros da figura acima são:

$$z_{equivalente} = Z \cdot \frac{\sinh(\gamma \cdot x)}{\gamma \cdot x} \tag{4.17}$$

$$y_{equivalente} = Y \cdot \frac{\tanh(\gamma \cdot x/2)}{\gamma \cdot x/2}$$

$$Z = z \cdot x$$

$$Y = y \cdot x \tag{4.18}$$

onde x é o comprimento da linha.

Assim, a linha de transmissão pode ser representada através do quadripolo abaixo:

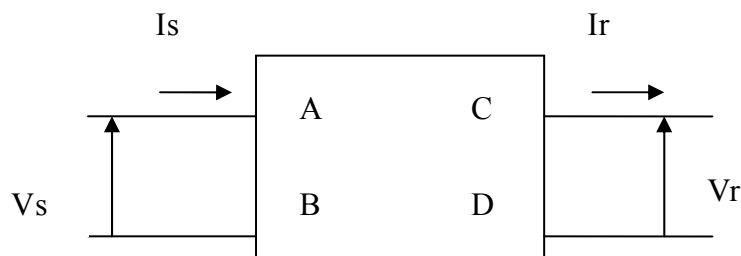


Figura 4.3 – Representação do quadripolo

Para linhas de transmissão longas o quadripolo pode ser representado por:

$$\begin{aligned} V_S &= AV_R + BI_R \\ I_S &= CV_R + DI_R \end{aligned} \quad (4.19)$$

logo:

$$\begin{aligned} A &= D = \cosh(\gamma \cdot x) \\ B &= Z_C \sinh(\gamma \cdot x) \\ C &= \frac{1}{Z_C} \sinh(\gamma \cdot x) \end{aligned} \quad (4.20)$$

O termo B pode ser compreendido como a impedância série do circuito equivalente da linha, C como a admitância total do circuito e o termo A representa a função de transferência entre a tensão de entrada e a tensão de saída, considerando o mesmo estando a vazio [11].

4.2.2 LINHA DE TRANSMISSÃO MÉDIA

Para linhas de transmissão média o modelo mais utilizado é o π – nominal.

A capacitância dessa linha é representada de forma concentrada nas suas extremidades (metade em cada extremidade).

A figura abaixo mostra o modelo de uma linha de transmissão de comprimento médio.

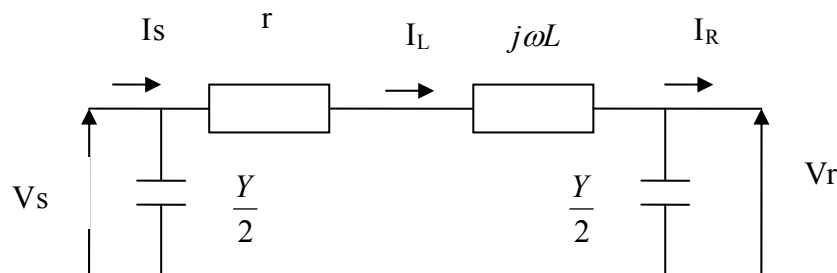


Figura 4.5 – Modelo π de uma linha de transmissão média.

Considerando que a corrente que passa pelos parâmetros longitudinais é chamada de I_L [13]:

$$V_S = V_R + Z \cdot I_L \quad (4.21)$$

$$I_L = I_R + \frac{Y}{2} \cdot V_R \quad (4.22)$$

Substituindo as equações:

$$V_S = \left(1 + \frac{Y}{2} \cdot Z\right) \cdot V_R + Z \cdot I_R \quad (4.23)$$

$$I_S = I_L + \frac{Y}{2} \cdot V_S \quad (4.24)$$

Agrupando os termos tem-se:

$$I_S = I_R + \frac{Y}{2} \cdot V_R + \frac{Y}{2} \cdot \left[\left(1 + Z \cdot \frac{Y}{2}\right) \cdot V_R + Z \cdot I_R \right] \quad (4.25)$$

$$I_S = \left[Z \cdot \left(\frac{Y}{2}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{Y}{2}\right) \right] \cdot V_R + \left(1 + Z \cdot \frac{Y}{2}\right) \cdot I_R \quad (4.26)$$

Assim, o quadripolo da linha média será:

$$\begin{aligned} A &= D = 1 + \frac{ZY}{2}; \\ B &= Z \\ C &= \left(1 + \frac{ZY}{4}\right) Y \end{aligned} \quad (4.27)$$

4.2.3 LINHA DE TRANSMISSÃO CURTA

Para linhas de transmissão curtas a capacitância da linha pode ser desprezada. A linha é representada apenas por seus parâmetros longitudinais, ou seja, resistência e reatância.

A figura 4.5 mostra o circuito equivalente de uma linha curta:

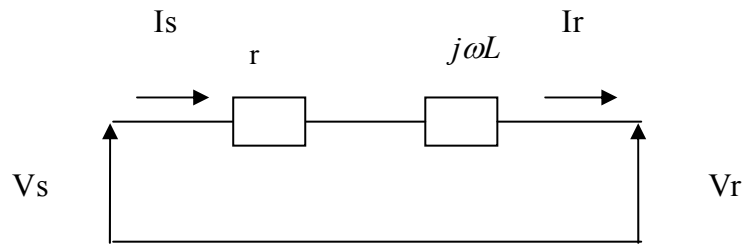


Figura 4.5 - Modelo de linha curta.

Através do modelo acima representado, é possível resolver como um circuito em corrente alternada.

$$I_S = I_R \quad (4.28)$$

e a tensão na fonte será:

$$V_S = V_R + ZI_R \quad (4.29)$$

onde Z é a impedância total da linha.

Como já mencionado, as formulações acima foram apresentadas a partir de uma linha monofásica, sem cabo pára-raios. No caso de linhas trifásicas com cabos pára-raios, em circuito simples ou duplo, a impedância longitudinal Z e a admitância transversal Y são matrizes quadradas de dimensão $(3 \cdot n_a + n_w)$, onde n_a é o número de circuitos e n_w o número total de cabos pára-raios.

Para utilizar a formulação descrita anteriormente, para uma linha trifásica com cabos pára-raio, é necessário [12]:

- determinar as matrizes de impedância longitudinal e admitância transversal em componentes de fase;
- eliminar os cabos pára-raios das matrizes $[Z]$ e $[Y]$, transformando-as em matrizes quadradas de dimensão $(3 \cdot n_a)$, como foi feito no capítulo anterior no caso da redução de Kron para o feixe de condutores.

Se a linha for transposta (com impedâncias mútuas entre as fases idênticas), as Matrizes de Componentes Simétricas podem ser utilizadas, simplificando assim os

cálculos das grandezas elétricas da linha, que passam a ser realizados com os valores de impedância (Z) e admitância (Y) de seqüência.

Sabe-se que na prática, a transposição das linhas é feita em estruturas específicas, por isso, a linha transposta pode ser considerada apenas por seus terminais inicial e final. Os trechos entre as estruturas de transposição podem ser considerados não transpostos e devem ser sempre muito inferiores a $\lambda/4$.

Com tais relações e com os valores de corrente e tensão que podem ser obtidas pela tecnologia de medição fasorial sincronizada é possível encontrar os parâmetros de uma linha de transmissão.

4.3 ESTUDO COMPARATIVO

Para se obter uma forma alternativa de calcular os parâmetros da linha, foram utilizadas as equações formuladas para a linha longa e os valores de corrente e tensão em forma de fasor dos terminais da linha.

Como exemplo, foram calculados os parâmetros elétricos da linha de Itabera-750kV – Tijuco Preto-750kV de Furnas através do método de Deri e através das correntes e tensões terminais. Esta linha possui 305 quilômetros de comprimento.

A figura 4.6 ilustra a geometria da linha em questão:

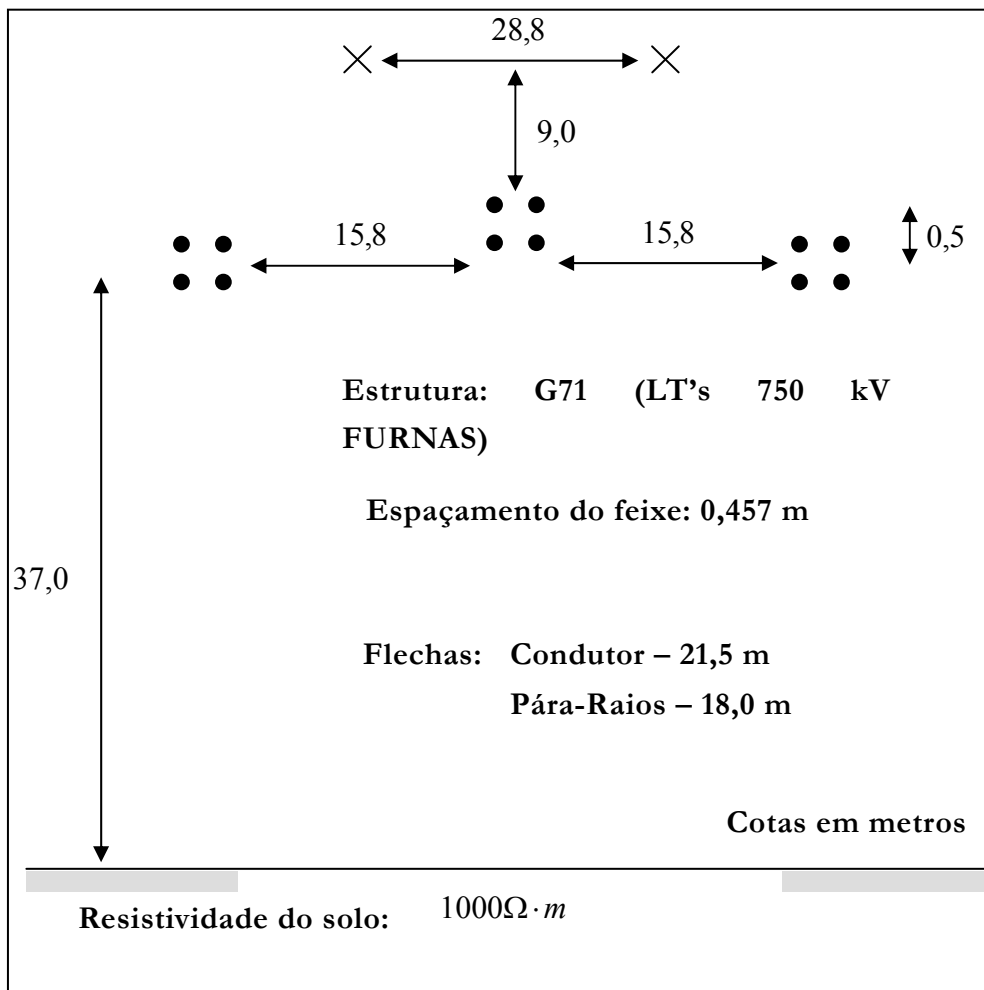


Figura 4.6 – Geometria da linha Itaberá-750kV – Tijuco Preto – 750kV de Furnas.

Com estes dados é possível calcular os parâmetros transversais e longitudinais da linha através do método de Deri.

Será necessário fazer a redução dos subcondutores através das equações matriciais formuladas no capítulo 2, além da utilização da expressão (2.15) que considera a representação completa do solo.

O cálculo utilizando as grandezas terminais da linha está descrito abaixo.

Utilizando a equação dos quadripolos (4.15) para a linha longa obtida no capítulo 4 tem-se:

$$V_S = AV_R + BI_R$$

$$I_S = CV_R + DI_R$$

sabendo que:

$$A = D;$$

$$AD - BC = 1;$$

$$A^2 - BC = 1;$$

então:

$$B = \frac{A^2 - 1}{C}$$

$$V_S = AV_R + \left(\frac{A^2 - 1}{C}\right) \cdot I_R \Rightarrow CV_S = ACV_R + A^2I_R - I_R$$

$$I_S = CV_R + AI_R \Rightarrow C = \frac{I_S - I_R A}{V_R}$$

$$\frac{(I_S - AI_R)}{V_R} \cdot V_S = A \left(\frac{I_S - I_R A}{V_R} \right) \cdot V_R + A^2 I_R - I_R$$

$$\frac{I_S V_S}{V_R} - \frac{AI_R V_S}{V_R} = AI_S - A^2 I_R + A^2 I_R - I_R$$

$$\frac{I_S V_S}{V_R} - \frac{AI_R V_S}{V_R} = AI_S - I_R$$

$$\frac{I_S V_S}{V_R} + I_R = AI_S + \frac{AI_R V_S}{V_R}$$

logo:

$$A = \frac{V_S I_S + V_R I_R}{V_S I_R + V_R I_S} \quad (4.30)$$

Com a equação (4.30) é possível calcular os termos A e D do quadripolo.

Para encontrar os valores de B e C substitui-se o valor encontrado em (4.30) nas equações (4.19). Obtendo-se:

$$\begin{aligned} B &= \frac{V_S - AV_R}{I_R} \\ C &= \frac{I_S - DI_R}{V_R} \end{aligned} \quad (4.31)$$

Para fazer os cálculos dos parâmetros elétricos deve-se utilizar as equações (4.20):

$$\begin{aligned} \gamma \cdot l &= \cosh^{-1}(A) \\ \gamma &= \frac{\cosh^{-1}(A)}{l} \\ \gamma^2 &= \left(\frac{\cosh^{-1}(A)}{l} \right)^2 \end{aligned}$$

Lembrando que $\gamma = \sqrt{zy}$ tem-se:

$$ZY = \left(\frac{\cosh^{-1}(A)}{l} \right)^2 \quad (4.32)$$

Pelas equações (4.19) obtém-se a relação:

$$\frac{B}{C} = \frac{Z}{Y} \quad (4.33)$$

Com a equação (4.31) acima é possível calcular a impedância característica da linha (Z_c) através dos parâmetros B e C .

É importante observar que é possível utilizar as mesmas manipulações matemáticas para caso em que a linha é média ou curta, usando as expressões correspondentes para cada caso.

Ainda não é possível obter os valores da medição sincronizada, por isso, foram utilizados valores típicos de tensão do sistema brasileiro de carga pesada da linha Itaberá - 750kV- Tijuco Preto - 750kV (Furnas).

Para obter os resultados através do método de Deri foi utilizado o programa Mathematica 5.2. Os cálculos estão descritos nos apêndices deste trabalho.

Para determinar os valores das correntes nos terminais da linha, foram utilizados os valores de tensão e a geometria da linha, mostrada anteriormente, no PSCAD 4.2. Através desta simulação, foi possível fazer um estudo de fluxo de potência e obter os valores de potência da linha. Com os valores do fluxo de potência da linha e das tensões, foram calculados os valores das correntes terminais.

Os valores de tensão usados foram:

$$V_S = 0,97 \angle 0^\circ \text{ p.u (Itaberá)}$$

$$V_R = 0,98 \angle -16^\circ \text{ p.u (Tijuco Preto)}$$

Comparando os resultados:

Tabela 4.1 – Comparação dos resultados considerando $\rho = 1000\Omega \cdot \text{m}$

Cálculo dos parâmetros usando Deri	Usando correntes e tensões
$Z = 0,0158339 + j 0,345064 \Omega/\text{km}$	$Z = 0,0161 + j 0,35000 \Omega/\text{km}$
$Y = 4,79069 \mu\text{S}/\text{km}$	$Y = (0,0101 + j 4.73) \mu\text{S}/\text{km}$

Tabela 4.2 – Discrepância considerando $\rho = 1000\Omega \cdot \text{m}$

Discrepância Real (Z)	Discrepância Imaginário (Z)	Discrepância (B)
1,681%	1,460%	1,329%

Tabela 4.3 – Comparação dos resultados considerando $\sigma = 0$ S/km

Cálculo dos parâmetros usando Deri	Usando correntes e tensões
$Z = 0,0158286 + j 0,345065 \Omega/\text{km}$	$Z = 0,0161502 + j 0,34992 \Omega/\text{km}$
$Y = 4,79069 \mu\text{S}/\text{km}$	$Y = (0,001227 + j4,63193) \mu\text{S}/\text{km}$

Tabela 4.4 – Discrepância considerando $\sigma = 0$ S/km

Discrepância Real (Z)	Discrepância Imaginário (Z)	Discrepância (B)
2,032%	1,407%	3,314%

Tabela 4.5 – Comparação dos resultados considerando $\sigma = \infty$ S/km

Cálculo dos parâmetros usando Deri	Usando correntes e tensões
$Z = 0,0156969 + j 0,337344 \Omega/\text{km}$	$Z = 0,0160777 + j 0,342227 \Omega/\text{km}$
$Y = 4,79069 \mu\text{S}/\text{km}$	$Y = (0,0015688 + j4,72741) \mu\text{S}/\text{km}$

Tabela 4.6 – Discrepância considerando $\sigma = \infty$ S/km

Discrepância Real (Z)	Discrepância Imaginário (Z)	Discrepância (B)
2,426%	1,448%	1,321%

Os resultados acima indicam haver uma boa concordância entre o procedimento de cálculo dos parâmetros pelo método de Deri e utilizando tensão e corrente.

Para analisar o comportamento dos parâmetros considerando o 3° e o 5° harmônicos, foi considerado um harmônico de terceira ordem de 5% de seqüência zero e um quinto harmônico de seqüência negativa e 3%.

Os valores encontrados foram:

Tabela 4.7 – Considerando 3° harmônico (180Hz)

Cálculo dos parâmetros usando Deri	Usando correntes e tensões
$Z = 0,725088 + 3,3847\Omega/\text{km}$	$Z = 0,964372 + 3,02733 \Omega/\text{km}$
$Y = 9,711 \mu\text{S}/\text{km}$	$Y = 0,147572 + j 9,71566 \mu\text{S}/\text{km}$

Tabela 4.8 – Discrepância considerando 3° harmônico (180Hz)

Discrepância Real (Z)	Discrepância Imaginário (Z)	Discrepância (B)
33,00%	10,56%	0,048%

Tabela 4.9 – Considerando 5° harmônico (300Hz)

Cálculo dos parâmetros usando Deri	Usando correntes e tensões
$Z = 0,0254699 + j1,71763 \Omega/\text{km}$	$Z = 0,0309557 + j 1,74146\Omega/\text{km}$
$Y = 23,9534 \mu\text{S}/\text{km}$	$Y = 0,061745 + j 23,55859\mu\text{S}/\text{km}$

Tabela 4.10 – Discrepância considerando 5º harmônico (300Hz)

Discrepância Real (Z)	Discrepância Imaginário (Z)	Discrepância (B)
21,53%	1,39%	1,65%

Desta forma, com o uso do método das grandezas terminais é possível determinar – com o auxílio da transformada de Fourier – os parâmetros elétricos unitários de uma linha nas mesmas frequências encontradas no espectro de tensões e correntes nos extremos gerador e receptor.

Através das tabelas apresentadas foi possível perceber que o solo apresenta pouca influência nos valores de seqüência positiva de um circuito de transmissão. Contudo, sua influência é significativa no caso da presença de seqüência zero, o que pode indicar o caminho a seguir na verificação das discrepâncias encontradas no terceiro harmônico.

PROPAGAÇÃO DE CORRENTES HARMÔNICAS EM SISTEMAS DE POTÊNCIA

5.1 INTRODUÇÃO

A propagação de correntes harmônicas, que antes era apenas uma preocupação do sistema de distribuição, recentemente vem afetando o sistema de transmissão. Isso se deve ao fato de haver uma crescente utilização de elementos não lineares no sistema.

Para diminuir os efeitos da distorção harmônica, algumas medidas operativas são adotadas, como abertura de linhas e energização de capacitores, mas essas medidas nem sempre obtêm resultados satisfatórios.

Para se conseguir um maior controle da propagação da corrente harmônica, a tecnologia de medição fasorial sincronizada pode ser utilizada.

5.2 ESTUDO DA ORIGEM DA PROPAGAÇÃO HARMÔNICA

Uma completa análise do problema começa com o estudo da origem das correntes.

A base do estudo é a lei de Kirchhoff, que torna possível expressar a corrente de uma barra m em termos de todas as outras barras conectadas a ela [15]:

$$i_m = -[i_1(t) + i_2(t) + i_3(t) + \dots + i_{m-1}(t)] \quad (5.1)$$

É importante observar que a frequência da fundamental é usada para separar os componentes harmônicos.

Para tornar possível a análise das correntes harmônicas, é necessário que os medidores iniciem suas medições no mesmo instante. Esse sincronismo pode ser obtido através dos sinais emitidos pelo GPS do sistema de medição sincronizada.

Com isso, a análise no domínio da frequência pode ser feita com a mesma referência temporal, eliminando deslocamentos angulares irrealis, que são que são consequência, exclusivamente, dos diferentes instantes de mediação.

Após essa correção de sincronismo, é feita a análise de sinais no domínio da frequência através da transformada de Fourier. Os módulos e os ângulos das componentes harmônicas serão calculados da forma descrita na seção 3.3.2.

Para esse estudo é importante ter concentradores locais, funcionando no modo “*store-and-forward*” para um aumento de confiabilidade, que se conectem a unidades próximas, recebendo os dados coletados e enviando-os ao concentrador central, também “*store-and-forward*”. O computador central é o responsável pelo processamento dos dados medidos em campo e enviados pelos concentradores.

Após todo esse procedimento de aquisição e tratamento dos dados obtidos, é possível fazer um estudo para saber quem está contribuindo mais para os níveis de harmônico. Para isso, é finalmente utilizada a lei de Kirchhoff (5.1), para cada ordem de harmônico:

$$I_{mn} = -[I_{1n} + I_{2n} + \dots + I_{m-1n}] \quad (5.3)$$

onde: n é o n -ésimo harmônico da corrente do m -ésimo equipamento.

Multiplicando-se a equação (5.3) por (-1):

$$I_{mn} = I_{1n} + I_{2n} + \dots + I_{m-1n} \quad (5.4)$$

Com a equação (5.4) fica claro que I_{mn} pode ser decomposto em $(m-1)$ termos.

Esses resultados podem ser apresentados sob a forma de um diagrama unifilar contendo os ramos medidos. Com estes dados, é possível julgar quais ramos contribuem para a sobrecarga de um harmônico específico e, conseqüentemente, identificar medidas adequadas à operação segura dos equipamentos e do sistema.

O diagrama fasorial, que deve ser montado, utiliza a corrente na barra analisada, como referência angular para a montagem de um plano complexo, onde serão representadas todas as correntes, como mostrado na figura abaixo:

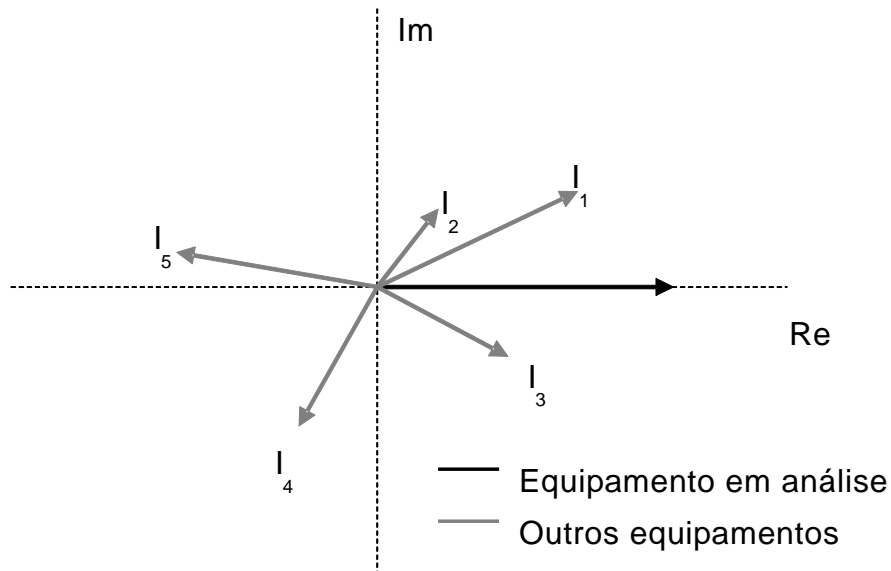


Figura 5.2 – Diagrama fasorial do critério de contribuição.

É possível perceber através do diagrama fasorial da figura 5.2 que as correntes no semiplano complexo da direita (no caso, I_1 , I_2 e I_3) contribuem para aumentar a corrente de referência (por soma vetorial), enquanto correntes no semiplano da esquerda (I_4 e I_5) contribuem para reduzi-la.

Além disso, correntes no semiplano da direita com as maiores projeções no eixo real são as que mais contribuem para a corrente de referência.

Com este procedimento, é possível determinar quais os equipamentos ou as barras que contribuem com maior e com menor intensidade para os níveis de harmônico, e ainda, para onde estas contribuições estão se propagando.

Portanto, o sistema de medição sincronizada é uma ferramenta que pode ser utilizada para análise harmônica, pois, possibilita o acesso às formas de onda, valores eficazes e ângulos de fase individuais dos harmônicos (espectro de Fourier) e, ainda, análise direcional.

É importante lembrar que ao descobrir qual é a maior contribuição para propagação das correntes harmônicas e eliminar tal causa, não significa que o problema será completamente eliminado. Outros procedimentos também deverão ser utilizados conjuntamente.

Através desta pesquisa foi possível perceber que o solo apresenta pouco impacto nos valores encontrados dos parâmetros de seqüência positiva de um circuito de transmissão, pelo menos no que se restringe ao caso estudado. Todavia, isso só é verdade para os parâmetros de seqüência positiva, não sendo válido o mesmo raciocínio para a seqüência zero. Portanto, recomenda-se evitar as simplificações associadas à idealização do comportamento do solo.

O procedimento para se obter os parâmetros de um circuito de transmissão através das medições de tensões e correntes pode servir no futuro, para obtenção dos parâmetros reais, de uma linha de transmissão já construída.

Com o intuito de se verificar a precisão deste procedimento, implementou-se um caso no PSCAD/EMTDC onde através das medições de tensões e correntes foram obtidos os parâmetros do quadripolo e os parâmetros unitários. Os resultados indicam haver uma boa concordância entre o procedimento de calcular os parâmetros através do método de Deri e obtê-los através dos resultados de tensão e corrente.

É importante salientar que nas simulações do programa PSCAD/EMTDC, os dados utilizados foram o da linha Itaberá - Tijuco-Preto -750kV (Furnas). Isso se deve ao fato de ainda não ter sido implementado o sistema de medição fasorial sincronizada no Brasil.

Este trabalho também dedicou-se a detalhar as bases da medição fasorial, no que diz respeito às suas características básicas e ferramentas de aquisição de sinais. Desta forma, é possível encontrar a origem de correntes harmônicas no sistema de transmissão, ou dentro de uma única subestação.

Este trabalho ainda possui uma explicação de como utilizar a Transformada Discreta de Fourier para calcular o módulo e o ângulo de uma grandeza e como calcular o quadripolo de uma linha através das suas

correntes e tensões terminais.

Existem outras aplicações da medição sincronizada que não foram desenvolvidas neste trabalho, mas que podem ser abordadas em estudos futuros, como por exemplo, a localização de defeitos em linhas de transmissão.

Para a localização de defeitos pode ser adotado a característica de modelagem utilizada neste trabalho, como a representação da linha de transmissão por meio de parâmetros distribuídos e o uso do conceito de quadripolos, assim como a simplicidade de implementação. Vários testes já foram efetuados no projeto MEDFASEE com simulações numéricas em uma linha de transmissão de 230 kV modelada através de pacote computacional, os resultados numéricos demonstraram o bom desempenho do sistema de localização de faltas implementada (erro relativo máximo de 2,90%) [16].

Portanto, quando o sistema estiver implementado, permitirá um melhor desempenho nas condições de operação, ganhos para segurança operacional, melhoria na qualidade do processo de estimação de estado, aumento da observabilidade do sistema, dentre outras vantagens.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] MORAES, R. M., *Aplicações de Unidades de Medição Fasorial no Brasil*; ONS, São Paulo, SP, Brasil, 2007.
- [2] CARSON, J. R. *Wave Propagation in Overhead Wires with Ground Return*. BELL SYSTEM TECHNICAL JOURNAL, nº 5, p. 539-554, 1926.
- [3] STEVENSON Jr., W. D., *Elementos de Análise de Sistemas de Potência*, Edição Brasileira, Ed. McGraw-Hill do Brasil Ltda., p. 81-116, 1981.
- [4] SANTOS, G. Jr., *Análise da Extinção do Arco Secundário em Linhas de Transmissão Utilizando Equipamentos FACTS*; Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2006.
- [5] SANTIAGO, N. H. C. *Linhas Aéreas de Transmissão*, p.46-55, 1983.
- [6] DERI, A., TEVAN, G., SEMLYEN, A. et. al. *The Complex Ground Return Path: A Simplified Model for Homogeneous and Multi-Layer Earth Return*. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. 100, nº 8, p. 3686-3693, August, 1981.
- [7] EHRENSPERGER J. G. *Sistemas de Medição Fasorial: Estudo e Análise do Estado da Arte*, Relatório Técnico Interno, Florianópolis, SC, Brasil, 2003.
- [8] AGOSTINI M. N, D.Eng., *Simulador de Sistemas de Medição Fasorial Sincronizada*, Relatório Técnico Interno, Florianópolis, SC, Brasil, 2004.
- [9] PECENIN M. *Desenvolvimentos de um Sistema de Aquisição e Análise de Sinais Elétricos de Tensão em Tempo Real com Suporte de Ferramentas de Software Livre*, Monografia, UNIOESTE, Foz do Iguaçu, 2005.
- [10] GRAINGER J. J., STEVENSON W. D. Jr.; *Power System Analysis Internacional Editions*, Ed. McGraw-Hill, p.193-233, 1994.

- [11] KUROKAWA S. *Parâmetros Longitudinais e Transversais de Linhas de Transmissão Calculados a Partir das Correntes e Tensões de Fase*; Tese de D.Sc., UNICAMP, Campinas, 2003.
- [12] SANTOS, G. Jr., *Análise de uma Linha de Transmissão de Meio Comprimento de Onda Controlada por um Dispositivo FACTS*; Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2003.
- [13] HAZAN, S. S. *Análise de Sistemas de Potência* ; EE-UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, p.5-15, 2005.
- [14] SANTIAGO, N. H. C., *Modelo para Propagação de Surtos em Linhas de Transmissão Incluindo os Efeitos Corona, Pelicular e de Retorno pelo Solo*; Tese de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1982.
- [15] CLOSE C. M.. *Circuitos Lineares*, vol. 1 Ed. Universidade de São Paulo Livros Técnicos e Científicos Editora S.A, p.22-36, 1975.
- [16] BETTIOL, A. L., LIRA R. L., DECKER I. C., ZIMATH S. L. “*Localização de faltas em linhas de transmissão usando medição fasorial sincronizada*”, XVIII SNPTEE – Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica; BC/GPC/15, Curitiba, PR, Brasil, 2005.

APÊNDICE I
DETERMINAÇÃO DAS COMPONENTES
HARMÔNICAS DE UMA FORMA DE ONDA A
PARTIR DE SUA TRANSFORMADA DISCRETA DE
FOURIER

Determinação das Componentes Harmônicas de uma Forma de Onda a Partir de sua Transformada Discreta de Fourier (DFT)

por Marilu Santos Silva e Gilson Santos Jr.

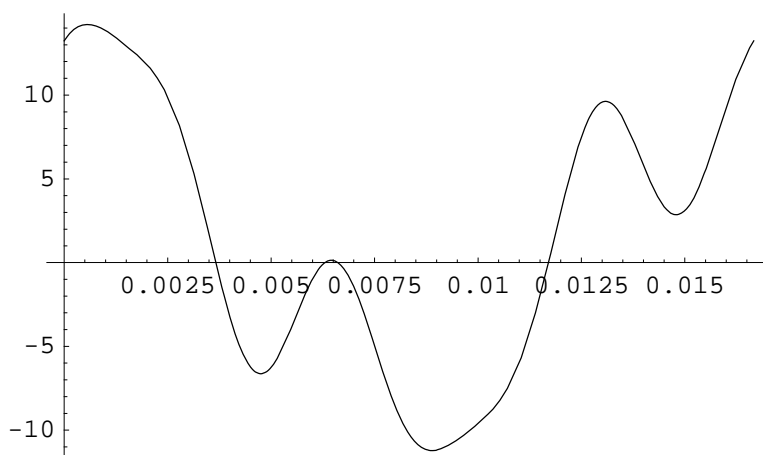
1. Parâmetros da Onda e da Amostragem

Neste exemplo, utiliza-se uma função Cos, com os harmônicos 1, 3 e 5, além da componente CC. As amplitudes são 1 (CC), 10 (fundamental), 5 (3o. harmônico) e 2 (5o.). Os ângulos são 0 (fundamental), -90 (3o.) e $+30$ (5o.). A frequência fundamental é 60 Hz, e considera-se apenas um ciclo da onda.

```

fbase = 60;
Tbase =  $\frac{1}{fbase}$ ;
ncicl = 1;
a0 = 1.5; a1 = 10; a3 = 5; a5 = 2;
 $\theta_1 = 0.$ ;  $\theta_3 = -\frac{\pi}{2}$ ;  $\theta_5 = +\frac{\pi}{6}$ ;
Plot[a0 + a1 * Cos[2 *  $\pi$  * fbase * t +  $\theta_1$ ] + a3 * Cos[2 *  $\pi$  * 3 * fbase * t +  $\theta_3$ ] +
a5 * Cos[2 *  $\pi$  * 5 * fbase * t +  $\theta_5$ ], {t, 0, ncicl * Tbase}]

```



- Graphics -

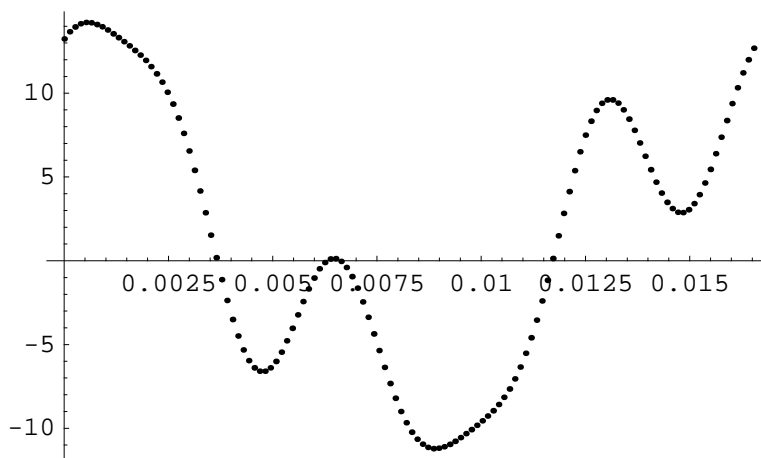
O número de amostras por ciclo deste exemplo é de 128, típico, por exemplo, em aplicações de qualidade de energia. Também são comuns outras taxas de amostragem potências de 2, como 32, 64 ou 256. No gráfico abaixo, são desenhados somente os pontos amostrados.

Todos os pontos amostrados devem, preferencialmente, estar contidos em número completo de ciclos.

```

nsamp = 128.;
t1 = Table[ $\frac{m * Tbase}{nsamp}$ , {m, 0, ncicl * nsamp - 1}];
y1 = Table[a0 + a1 * Cos[2 *  $\pi$  * fbase * t1[[m]] +  $\theta$ 1] +
  a3 * Cos[2 *  $\pi$  * 3 * fbase * t1[[m]] +  $\theta$ 3] +
  a5 * Cos[2 *  $\pi$  * 5 * fbase * t1[[m]] +  $\theta$ 5], {m, 1, Length[t1]};
ListPlot[Transpose[{t1, y1}]]

```



- Graphics -

2. Transformada de Fourier

Cálculo da transformada de Fourier, usando os parâmetros típicos de processamento de sinais ($a = 1$, $b = -1$). Algumas características do vetor de saída, no domínio da frequência, são:

- 1) Comprimento igual ao do vetor no domínio do tempo.
- 2) O vetor é "simétrico" ao redor do ponto $(ncicl * nsamp + 1)$. Os valores $Y1(ncicl * nsamp - k + 2)$ são o complexo conjugado dos valores $Y1(k)$, para valores de k entre 2 e $\frac{ncicl * nsamp}{2}$.

```

Y1 = Fourier[y1, FourierParameters -> {1, -1}]

```

```

{192. + 0. i, 640. - 8.87029  $\times 10^{-14}$  i, 1.26137  $\times 10^{-14}$  + 1.40725  $\times 10^{-14}$  i,
 -1.77816  $\times 10^{-13}$  - 320. i, -5.0901  $\times 10^{-14}$  - 4.97424  $\times 10^{-14}$  i,
 110.851 + 64. i, 1.39863  $\times 10^{-14}$  + 4.43467  $\times 10^{-14}$  i,
 3.73667  $\times 10^{-15}$  - 5.70482  $\times 10^{-16}$  i, 2.64167  $\times 10^{-14}$  - 2.30059  $\times 10^{-14}$  i,

```

$-7.15997 \times 10^{-15} - 1.41398 \times 10^{-14} i, -2.47518 \times 10^{-16} - 9.46058 \times 10^{-15} i,$
 $6.59956 \times 10^{-15} + 2.11374 \times 10^{-14} i, 1.05957 \times 10^{-14} + 2.08437 \times 10^{-14} i,$
 $4.10546 \times 10^{-14} - 1.71057 \times 10^{-14} i, 2.07031 \times 10^{-14} + 5.67674 \times 10^{-15} i,$
 $1.77253 \times 10^{-14} + 1.41886 \times 10^{-14} i, 8.57701 \times 10^{-15} + 7.46249 \times 10^{-15} i,$
 $-1.09018 \times 10^{-14} + 1.15079 \times 10^{-14} i, -2.16654 \times 10^{-14} + 2.03839 \times 10^{-14} i,$
 $-1.84417 \times 10^{-14} - 1.6591 \times 10^{-14} i, 7.0943 \times 10^{-15} + 3.87754 \times 10^{-14} i,$
 $-7.50807 \times 10^{-15} + 7.9978 \times 10^{-15} i, -3.08733 \times 10^{-14} + 2.06109 \times 10^{-14} i,$
 $-9.24194 \times 10^{-15} + 1.87646 \times 10^{-14} i, -3.75028 \times 10^{-14} + 4.3182 \times 10^{-14} i,$
 $-7.72647 \times 10^{-14} - 1.12816 \times 10^{-14} i, -3.9549 \times 10^{-14} - 3.6227 \times 10^{-14} i,$
 $-5.42743 \times 10^{-14} - 4.90927 \times 10^{-14} i, -2.56746 \times 10^{-14} + 4.59604 \times 10^{-14} i,$
 $-4.00791 \times 10^{-14} - 2.88623 \times 10^{-14} i, -2.97251 \times 10^{-14} - 7.21796 \times 10^{-14} i,$
 $-8.26002 \times 10^{-14} + 5.56786 \times 10^{-14} i, -1.42109 \times 10^{-14} - 7.81597 \times 10^{-14} i,$
 $-3.10867 \times 10^{-14} + 2.88372 \times 10^{-14} i, 3.47704 \times 10^{-15} - 7.2095 \times 10^{-14} i,$
 $-2.74503 \times 10^{-14} - 5.7284 \times 10^{-14} i, 3.42252 \times 10^{-14} - 4.96063 \times 10^{-14} i,$
 $3.2958 \times 10^{-14} + 7.75074 \times 10^{-15} i, 2.6619 \times 10^{-14} - 6.14413 \times 10^{-14} i,$
 $7.28883 \times 10^{-15} + 3.9601 \times 10^{-14} i, -4.97389 \times 10^{-14} - 4.55312 \times 10^{-14} i,$
 $2.22077 \times 10^{-14} - 4.64711 \times 10^{-14} i, 2.16969 \times 10^{-14} - 4.03205 \times 10^{-14} i,$
 $3.85726 \times 10^{-14} - 7.23654 \times 10^{-15} i, 4.94036 \times 10^{-15} + 4.54471 \times 10^{-15} i,$
 $-1.93093 \times 10^{-14} + 5.03409 \times 10^{-15} i, -2.49122 \times 10^{-14} - 7.69049 \times 10^{-15} i,$
 $-1.13009 \times 10^{-14} - 3.60166 \times 10^{-14} i, -1.47158 \times 10^{-15} - 7.78026 \times 10^{-14} i,$
 $6.13209 \times 10^{-14} - 3.48486 \times 10^{-14} i, 3.3321 \times 10^{-14} - 1.49554 \times 10^{-14} i,$
 $4.38602 \times 10^{-14} - 2.39024 \times 10^{-14} i, 5.41687 \times 10^{-14} - 2.36544 \times 10^{-15} i,$
 $9.34341 \times 10^{-15} - 1.54132 \times 10^{-14} i, 2.57349 \times 10^{-14} - 2.36144 \times 10^{-14} i,$
 $1.05006 \times 10^{-14} + 2.4347 \times 10^{-14} i, -3.12384 \times 10^{-15} - 5.48758 \times 10^{-14} i,$
 $4.99328 \times 10^{-14} + 1.93091 \times 10^{-14} i, 3.57448 \times 10^{-14} + 1.73171 \times 10^{-14} i,$
 $4.26326 \times 10^{-14} + 1.06581 \times 10^{-14} i, 1.07855 \times 10^{-15} + 2.20319 \times 10^{-14} i,$
 $-1.84089 \times 10^{-14} + 8.52651 \times 10^{-14} i, 2.41299 \times 10^{-14} - 5.54152 \times 10^{-14} i,$
 $5.68434 \times 10^{-14} - 4.75791 \times 10^{-15} i, -2.13163 \times 10^{-14} + 0. i,$
 $5.68434 \times 10^{-14} + 4.75791 \times 10^{-15} i, 2.41299 \times 10^{-14} + 5.54152 \times 10^{-14} i,$
 $-1.84089 \times 10^{-14} - 8.52651 \times 10^{-14} i, 1.07855 \times 10^{-15} - 2.20319 \times 10^{-14} i,$
 $4.26326 \times 10^{-14} - 1.06581 \times 10^{-14} i, 3.57448 \times 10^{-14} - 1.73171 \times 10^{-14} i,$
 $4.99328 \times 10^{-14} - 1.93091 \times 10^{-14} i, -3.12384 \times 10^{-15} + 5.48758 \times 10^{-14} i,$
 $1.05006 \times 10^{-14} - 2.4347 \times 10^{-14} i, 2.57349 \times 10^{-14} + 2.36144 \times 10^{-14} i,$
 $9.34341 \times 10^{-15} + 1.54132 \times 10^{-14} i, 5.41687 \times 10^{-14} + 2.36544 \times 10^{-15} i,$
 $4.38602 \times 10^{-14} + 2.39024 \times 10^{-14} i, 3.3321 \times 10^{-14} + 1.49554 \times 10^{-14} i,$
 $6.13209 \times 10^{-14} + 3.48486 \times 10^{-14} i, -1.47158 \times 10^{-15} + 7.78026 \times 10^{-14} i,$
 $-1.13009 \times 10^{-14} + 3.60166 \times 10^{-14} i, -2.49122 \times 10^{-14} + 7.69049 \times 10^{-15} i,$
 $-1.93093 \times 10^{-14} - 5.03409 \times 10^{-15} i, 4.94036 \times 10^{-15} - 4.54471 \times 10^{-15} i,$
 $3.85726 \times 10^{-14} + 7.23654 \times 10^{-15} i, 2.16969 \times 10^{-14} + 4.03205 \times 10^{-14} i,$
 $2.22077 \times 10^{-14} + 4.64711 \times 10^{-14} i, -4.97389 \times 10^{-14} + 4.55312 \times 10^{-14} i,$
 $7.28883 \times 10^{-15} - 3.9601 \times 10^{-14} i, 2.6619 \times 10^{-14} + 6.14413 \times 10^{-14} i,$
 $3.2958 \times 10^{-14} - 7.75074 \times 10^{-15} i, 3.42252 \times 10^{-14} + 4.96063 \times 10^{-14} i,$
 $-2.74503 \times 10^{-14} + 5.7284 \times 10^{-14} i, 3.47704 \times 10^{-15} + 7.2095 \times 10^{-14} i,$
 $-3.10867 \times 10^{-14} - 2.88372 \times 10^{-14} i, -1.42109 \times 10^{-14} + 7.81597 \times 10^{-14} i,$
 $-8.26002 \times 10^{-14} - 5.56786 \times 10^{-14} i, -2.97251 \times 10^{-14} + 7.21796 \times 10^{-14} i,$
 $-4.00791 \times 10^{-14} + 2.88623 \times 10^{-14} i, -2.56746 \times 10^{-14} - 4.59604 \times 10^{-14} i,$
 $-5.42743 \times 10^{-14} + 4.90927 \times 10^{-14} i, -3.9549 \times 10^{-14} + 3.6227 \times 10^{-14} i,$
 $-7.72647 \times 10^{-14} + 1.12816 \times 10^{-14} i, -3.75028 \times 10^{-14} - 4.3182 \times 10^{-14} i,$
 $-9.24194 \times 10^{-15} - 1.87646 \times 10^{-14} i, -3.08733 \times 10^{-14} - 2.06109 \times 10^{-14} i,$
 $-7.50807 \times 10^{-15} - 7.9978 \times 10^{-15} i, 7.0943 \times 10^{-15} - 3.87754 \times 10^{-14} i,$


```
Abs[Yh1]
```

```
Table[If[Abs[Yh1[[k]]] ≠ 0, Arg[Yh1[[k]]] *  $\frac{180}{\pi}$ , 0],  
{k, 1, Length[Yh1]}]
```

```
{1.5, 7.07107, 0, 3.53553, 0, 1.41421, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,  
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,  
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0}
```

```
{0, 0, 0, -90, 0, 30., 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,  
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0,  
0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0}
```

O primeiro componente do vetor de módulos é 1.5, exatamente o valor de a_0 definido inicialmente. O segundo componente, a fundamental, é 7.07107, que é $\frac{10}{\sqrt{2}}$ - o valor eficaz de $a_1 = 10$. O terceiro componente é nulo pois corresponde ao segundo harmônico.

Com relação aos ângulos, o segundo componente (o da fundamental) é nulo, enquanto o quarto e sexto, respectivamente correspondentes ao terceiro e quinto, são iguais a θ_3 e θ_5 definidos inicialmente.

APÊNDICE II
CÁLCULO DE PARÂMETROS DE LINHA DE
TRANSMISSÃO
(SOLO COM RESISTIVIDADE 1000 Ω .M)

Cálculo de Parâmetros de Linhas de Transmissão.

por Marilu Santos Silva e Gilson Santos Jr.

```
Clear["Global`*"];
<< Graphics`Graphics`;
<< LinearAlgebra`MatrixManipulation`;
Off[General::"spell", General::"spell1"];

SetOptions[{Plot}, Frame → True,
  TextStyle → {FontFamily → Times, FontSize → 12}, ImageSize → 800];
```

1.1 Parâmetros elétricos do vácuo e do solo.

```
 $\mu_0 = 4. * \pi * 10^{-7};$ 
 $\epsilon_0 = 8.854 * 10^{-12};$ 

 $\mu_g = \mu_0;$ 
ParamSolo[ $\omega$ _] := Module[{ $\sigma_0$ ,  $\Delta i$ ,  $\alpha$ ,},
   $\sigma_0 = 1. * 10^{-3}; \Delta i = 11.71 * 10^{-3}; \alpha = 0.706;$ 
   $\sigma_0 + \Delta i * \left( \text{Cot}\left[\frac{\pi}{2} * \alpha\right] + i \right) * \left( \frac{\omega}{2 * \pi * 10^6} \right)^\alpha$ ];
```


1.2 Geometria e características da linha.

```

xc = { -15.8 -  $\frac{0.457}{2}$ , -15.8 -  $\frac{0.457}{2}$ , -15.8 +  $\frac{0.457}{2}$ , -15.8 +  $\frac{0.457}{2}$ ,
      -  $\frac{0.457}{2}$ , -  $\frac{0.457}{2}$ , +  $\frac{0.457}{2}$ , +  $\frac{0.457}{2}$ , +15.8 -  $\frac{0.457}{2}$ , +15.8 -  $\frac{0.457}{2}$ ,
      +15.8 +  $\frac{0.457}{2}$ , +15.8 +  $\frac{0.457}{2}$ , -14.4, +14.4};

yc = { 37. -  $\frac{0.457}{2} - \frac{2}{3} * 21.5$ , 37. +  $\frac{0.457}{2} - \frac{2}{3} * 21.5$ , 37. -  $\frac{0.457}{2} - \frac{2}{3} * 21.5$ ,
      37. +  $\frac{0.457}{2} - \frac{2}{3} * 21.5$ , 37. + 0.5 -  $\frac{0.457}{2} - \frac{2}{3} * 21.5$ ,
      37. + 0.5 +  $\frac{0.457}{2} - \frac{2}{3} * 21.5$ , 37. + 0.5 -  $\frac{0.457}{2} - \frac{2}{3} * 21.5$ ,
      37. + 0.5 +  $\frac{0.457}{2} - \frac{2}{3} * 21.5$ , 37. -  $\frac{0.457}{2} - \frac{2}{3} * 21.5$ , 37. +  $\frac{0.457}{2} - \frac{2}{3} * 21.5$ ,
      37. -  $\frac{0.457}{2} - \frac{2}{3} * 21.5$ , 37. +  $\frac{0.457}{2} - \frac{2}{3} * 21.5$ , 37. + 0.5 + 9.0 -  $\frac{2}{3} * 18.$ ,
      37. + 0.5 + 9.0 -  $\frac{2}{3} * 18.$ }; npr = 2;

ncond = Length[xc]; nsub =  $\frac{ncond - npr}{3}$ ;

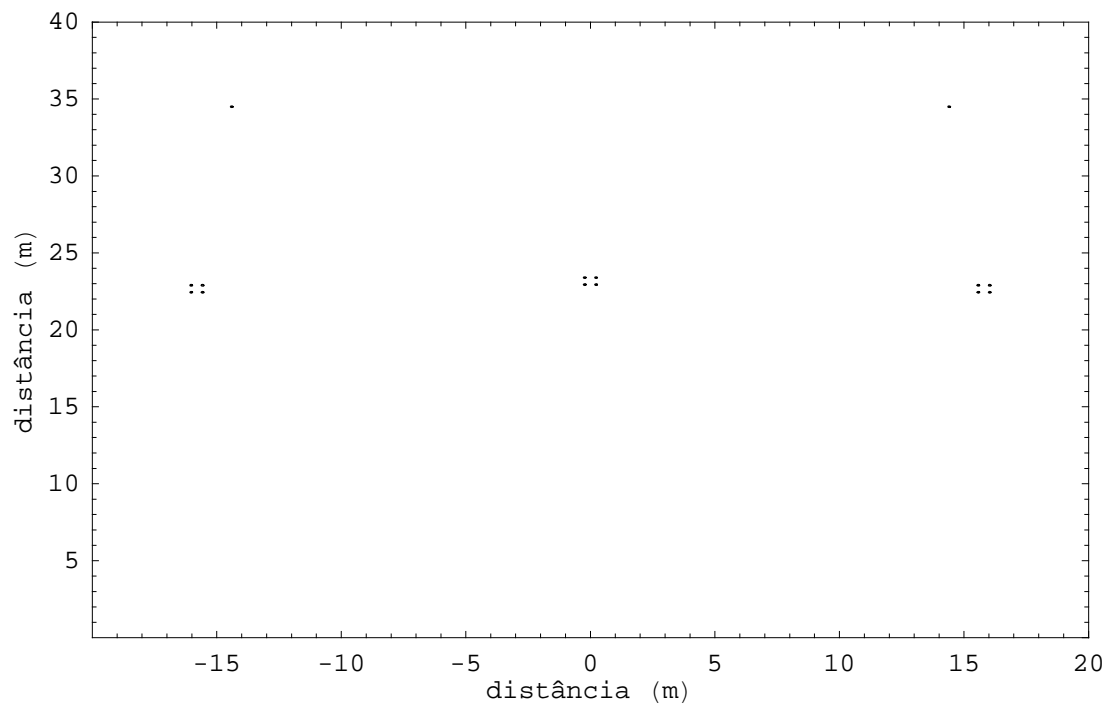
Show[Graphics[Table[{Circle[{xc[[i]], yc[[i]]}, 0.05]},
  {i, 1, ncond}]], Axes -> False, Frame -> Automatic,
  FrameLabel -> {"distância (m)", "distância (m)"},
  PlotRange -> {{-20, 20}, {0, 40}}];

Flatten[Table[m + (k - 1) * nsub, {m, 1, nsub}, {k, 1, 3}]];
Flatten[Insert[%, Table[k, {k, ncond - npr + 1, ncond}], 4]];
xc = xc[[%]];
yc = yc[[%]];
Ltot = 375. * 103;
Lsec =  $\frac{Ltot}{6}$ ;

r0cond =  $\frac{7.99}{2} * 10^{-3}$ ; r1cond =  $\frac{31.96}{2} * 10^{-3}$ ;
Rdccond = 0.0512 *  $\frac{(0.004 * 60 + 0.9)}{0.98} * 10^{-3}$ ;
ρwcond = Rdccond * π * (r1cond2 - r0cond2); μwcond = μ0; εwcond = 0.;

r0pr = 0.; r1pr =  $\frac{9.14}{2} * 10^{-3}$ ; Rdcpr = 3.51;
ρwpr = Rdcpr * 10-3 * π * (r1pr2 - r0pr2); μwpr = 80. * μ0;
εwpr = 0.;

```



1.3 Funções impedância e admitância unitária

```

ZConv[ω_, tr_] := Module[{p, ηwcond, ηwpr, Zintcond, Zintpr, Z, i, j},
  P = 
$$\frac{1}{\text{Sqrt}[i * \omega * \mu g * \text{ParamSolo}[\omega]]}$$
;

  (* IMPEDÂNCIA INTERNA DOS CABOS CONDUTORES. *)

  ηwcond = Sqrt[
$$\frac{i * \omega * \mu wcond}{\rho wcond}$$
];
  If[r0cond == 0,
    Zintcond = 
$$\frac{1}{2. * \pi * r1cond} * \rho wcond * \eta wcond * \frac{\text{Besseli}[0, \eta wcond * r1cond]}{\text{Besseli}[1, \eta wcond * r1cond]}$$
,
    Zintcond = 
$$\frac{1}{2. * \pi * r1cond} * \rho wcond * \eta wcond * \frac{(\text{Besseli}[0, \eta wcond * r1cond] * \text{BesselK}[1, \eta wcond * r0cond] + \text{BesselK}[0, \eta wcond * r1cond] * \text{Besseli}[1, \eta wcond * r0cond])}{(\text{Besseli}[1, \eta wcond * r1cond] * \text{BesselK}[1, \eta wcond * r0cond] - \text{BesselK}[1, \eta wcond * r1cond] * \text{Besseli}[1, \eta wcond * r0cond])}$$
;

  (* IMPEDÂNCIA INTERNA DOS CABOS PÁRA-RAIOS, SE EXISTIREM. *)

  If[npr ≠ 0,
    ηwpr = Sqrt[
$$\frac{i * \omega * \mu wpr}{\rho wpr}$$
];
    If[r0pr == 0,
      Zintpr = 
$$\frac{1}{2. * \pi * r1pr} * \rho wpr * \eta wpr * \frac{\text{Besseli}[0, \eta wpr * r1pr]}{\text{Besseli}[1, \eta wpr * r1pr]}$$
,
      Zintpr = 
$$\frac{1}{2. * \pi * r1pr} * \rho wpr * \eta wpr * \frac{(\text{Besseli}[0, \eta wpr * r1pr] * \text{BesselK}[1, \eta wpr * r0pr] + \text{BesselK}[0, \eta wpr * r1pr] * \text{Besseli}[1, \eta wpr * r0pr])}{(\text{Besseli}[1, \eta wpr * r1pr] * \text{BesselK}[1, \eta wpr * r0pr] - \text{BesselK}[1, \eta wpr * r1pr] * \text{Besseli}[1, \eta wpr * r0pr])}$$
;];

  (* COMPOSIÇÃO DA MATRIZ DE IMPEDÂNCIAS LONGITUDINAIS. *)

  Z =
  Table[If[i ≠ j, 
$$\frac{i * \omega * \mu 0}{4 * \pi} * \text{Log}\left[\frac{(\text{xc}[[i]] - \text{xc}[[j]])^2 + (\text{yc}[[i]] + \text{yc}[[j]] + 2. * p)^2}{(\text{xc}[[i]] - \text{xc}[[j]])^2 + (\text{yc}[[i]] - \text{yc}[[j]])^2}\right]$$
,

```

```

If[i ≥ 4 ∧ i ≤ 4 + npr - 1 ∧ npr ≠ 0,
  Zintpr +  $\frac{i * \omega * \mu 0}{2 * \pi} * \text{Log}\left[\frac{2 * p + 2 * YC_{[i]}}{r1pr}\right]$ ,
  Zintcond +  $\frac{i * \omega * \mu 0}{2 * \pi} * \text{Log}\left[\frac{2 * p + 2 * YC_{[i]}}{r1cond}\right]$ ]]], {i, 1, ncond},
{j, 1, ncond}];

```

(* OPERAÇÕES PARA REDUÇÃO DE SUBCONDUTORES, SE EXISTIREM. *)

```

If[nsub > 1,
  Z[[Table[j, {j, 4 + npr, ncond}]]] =
  Z[[Table[j, {j, 4 + npr, ncond}]]] -
  Z[[Flatten[Table[{1, 2, 3}, {j, 1, nsub - 1}]]]];
  Z = ZT;
  Z[[Table[j, {j, 4 + npr, ncond}]]] =
  Z[[Table[j, {j, 4 + npr, ncond}]]] -
  Z[[Flatten[Table[{1, 2, 3}, {j, 1, nsub - 1}]]]];
  Z = ZT;];

```

(* REDUÇÃO DE KRON, SE NECESSÁRIO. *)

```

If[ncond > 3,
  Sai = Z[[{1, 2, 3}, {1, 2, 3}]] -
  Z[[{1, 2, 3}, Table[j, {j, 4, ncond}]]].
  Inverse[Z[[Table[j, {j, 4, ncond}], Table[j, {j, 4, ncond}]]]].
  Z[[Table[j, {j, 4, ncond}], {1, 2, 3}]], Sai = Z];

```

(* COMPOSIÇÃO DA MATRIZ CONSIDERANDO TRANSPOSIÇÃO, SE NECESSÁRIO. *)

```

If[tr == 1,
  Sai = Table[If[i == j,  $\frac{Sai[[1, 1]] + Sai[[2, 2]] + Sai[[3, 3]]}{3}$ ,
     $\frac{Sai[[1, 2]] + Sai[[2, 3]] + Sai[[1, 3]]}{3}$ ], {i, 1, 3}, {j, 1, 3}]];
  Return[Sai];

```

```

YConv[ω_, tr_] := Module[{A, i, j},

```

(* COMPOSIÇÃO DA MATRIZ DE POTENCIAIS DE MAXWELL. *)

```
A = Table[If[i ≠ j,  $\frac{1}{2.} * \text{Log}\left[\frac{(xc_{[i]} - xc_{[j]})^2 + (yc_{[i]} + yc_{[j]})^2}{(xc_{[i]} - xc_{[j]})^2 + (yc_{[i]} - yc_{[j]})^2}\right]$ ,
    If[i ≥ 4 ∧ i ≤ 4 + npr - 1 ∧ npr ≠ 0,  $\text{Log}\left[\frac{2. * yc_{[i]}}{r1pr}\right]$ ,  $\text{Log}\left[\frac{2. * yc_{[i]}}{r1cond}\right]$ ]],
    {i, 1, ncond}, {j, 1, ncond}];
```

(* OPERAÇÕES PARA REDUÇÃO DE SUBCONDUTORES, SE EXISTIREM. *)

```
If[nsub > 1,
  A[[Table[j, {j, 4 + npr, ncond}]]] =
  A[[Table[j, {j, 4 + npr, ncond}]]] -
  A[[Flatten[Table[{1, 2, 3}, {j, 1, nsub - 1}]]]];
  A = AT;
  A[[Table[j, {j, 4 + npr, ncond}]]] =
  A[[Table[j, {j, 4 + npr, ncond}]]] -
  A[[Flatten[Table[{1, 2, 3}, {j, 1, nsub - 1}]]]];
  A = AT;];
```

(* REDUÇÃO DE KRON, SE NECESSÁRIO. *)

```
If[ncond > 3,
  A = A[[{1, 2, 3}, {1, 2, 3}]] -
  A[[{1, 2, 3}, Table[j, {j, 4, ncond}]]].
  Inverse[A[[Table[j, {j, 4, ncond}], Table[j, {j, 4, ncond}]]]].
  A[[Table[j, {j, 4, ncond}], {1, 2, 3}]]];];
```

(* COMPOSIÇÃO DA MATRIZ CONSIDERANDO TRANSPOSIÇÃO, SE NECESSÁRIO. *)

```
If[tr == 1,
  A = Table[If[i == j,  $\frac{A[[1, 1]] + A[[2, 2]] + A[[3, 3]]}{3}$ ,
     $\frac{A[[1, 2]] + A[[2, 3]] + A[[1, 3]]}{3}$ ], {i, 1, 3}, {j, 1, 3}];];
```

(* COMPOSIÇÃO DA MATRIZ DE ADMITÂNCIAS. *)

```
i * ω * 2. * π * ε0 * Inverse[A];
```

1.4 Cálculo dos parâmetros unitários (por km)

```
Z = ZConv[2 * π * 60, 1];  
Y = YConv[2 * π * 60, 1];
```

```
Zpos = (Z[[1, 1]] - Z[[1, 2]]) * 103  
Ypos = (Y[[1, 1]] - Y[[1, 2]]) * 103
```

```
0.0158339 + 0.345064 i
```

```
4.79069 × 10-6 i
```

APÊNDICE III
CÁLCULO DE PARÂMETROS DE LINHA DE
TRANSMISSÃO UTILIZANDO CORRENTES E
TENSÕES TERMINAIS.
(SOLO COM RESISTIVIDADE 1000 Ω .M)

$$V_s = 0.970 * \frac{750.}{\sqrt{3}} * 10^3 * \text{Exp}\left[i * \left(0 * \frac{\pi}{180}\right)\right]; S_s = \frac{(1421 - i * 303.5)}{3} * 10^6;$$

$$V_r = 0.980 * \frac{750.}{\sqrt{3}} * 10^3 * \text{Exp}\left[i * \left(-16. * \frac{\pi}{180}\right)\right]; S_r = \frac{(-1401 - i * 79.6)}{3} * 10^6;$$

$$I_s = \text{Conjugate}\left[\frac{S_s}{V_s}\right]; I_r = \text{Conjugate}\left[\frac{S_r}{V_r}\right]; I_r = -I_r;$$

$$A1 = \frac{V_s * I_s + V_r * I_r}{V_s * I_r + V_r * I_s}$$

$$\text{Abs}[A1]$$

$$\text{Arg}[A1] * \frac{180}{\pi}$$

0.924019 + 0.00361746 i

0.924026

0.224307

$$B1 = \frac{V_s - A1 * V_r}{I_r}$$

$$\text{Abs}[B1]$$

$$\text{Arg}[B1] * \frac{180}{\pi}$$

4.66557 + 104.071 i

104.176

87.4331

$$C1 = \frac{I_s - A1 * I_r}{V_r}$$

$$\text{Abs}[C1]$$

$$\text{Arg}[C1] * \frac{180}{\pi}$$

$1.25514 \times 10^{-6} + 0.00140488 i$

0.00140488

89.9488

$$D1 = A1;$$

$$Z1 = \sqrt{\frac{B1}{C1}} * \frac{\text{ArcCosh}[A1]}{305 * 10^3};$$

$$Z1 = Z1 * 1000$$

0.0161342 + 0.350111 i

$$Y1 = \frac{C1}{B1} * Z1$$

$1.01318 \times 10^{-8} + 4.72649 \times 10^{-6} i$

APÊNDICE IV
CÁLCULO DE PARÂMETROS DE LINHA DE
TRANSMISSÃO UTILIZANDO O MÉTODO DERI
(SOLO COM CONDUTÂNCIA NULA)

Cálculo de Parâmetros de Linhas de Transmissão.

por Marilu Santos Silva e Gilson Santos Jr.

```
Clear["Global`*"];
<< Graphics`Graphics`;
<< LinearAlgebra`MatrixManipulation`;
<< NumericalMath`NLimit`;
Off[General::"spell", General::"spell1"];

SetOptions[{Plot}, Frame → True,
  TextStyle → {FontFamily → Times, FontSize → 12}, ImageSize → 800];
```

1.1 Parâmetros elétricos do vácuo e do solo.

```
 $\mu_0 = 4. * \pi * 10^{-7};$ 
 $\epsilon_0 = 8.854 * 10^{-12};$ 

 $\mu_g = \mu_0;$ 
ParamSolo[ $\omega$ ] := Module[{ $\sigma_0$ ,  $\Delta i$ ,  $\alpha$ },
   $\sigma_0 = 1. * 10^{-3}; \Delta i = 11.71 * 10^{-3}; \alpha = 0.706;$ 
   $\sigma_0 + \Delta i * \left( \text{Cot} \left[ \frac{\pi}{2} * \alpha \right] + i \right) * \left( \frac{\omega}{2 * \pi * 10^6} \right)^\alpha$ ];
```

1.2 Geometria e características da linha.

```

xc = {-15.8 -  $\frac{0.457}{2}$ , -15.8 -  $\frac{0.457}{2}$ , -15.8 +  $\frac{0.457}{2}$ , -15.8 +  $\frac{0.457}{2}$ ,
      -  $\frac{0.457}{2}$ , -  $\frac{0.457}{2}$ , +  $\frac{0.457}{2}$ , +  $\frac{0.457}{2}$ , +15.8 -  $\frac{0.457}{2}$ , +15.8 -  $\frac{0.457}{2}$ ,
      +15.8 +  $\frac{0.457}{2}$ , +15.8 +  $\frac{0.457}{2}$ , -14.4, +14.4};

yc = {37. -  $\frac{0.457}{2} - \frac{2}{3} * 21.5$ , 37. +  $\frac{0.457}{2} - \frac{2}{3} * 21.5$ , 37. -  $\frac{0.457}{2} - \frac{2}{3} * 21.5$ ,
      37. +  $\frac{0.457}{2} - \frac{2}{3} * 21.5$ , 37. + 0.5 -  $\frac{0.457}{2} - \frac{2}{3} * 21.5$ ,
      37. + 0.5 +  $\frac{0.457}{2} - \frac{2}{3} * 21.5$ , 37. + 0.5 -  $\frac{0.457}{2} - \frac{2}{3} * 21.5$ ,
      37. + 0.5 +  $\frac{0.457}{2} - \frac{2}{3} * 21.5$ , 37. -  $\frac{0.457}{2} - \frac{2}{3} * 21.5$ , 37. +  $\frac{0.457}{2} - \frac{2}{3} * 21.5$ ,
      37. -  $\frac{0.457}{2} - \frac{2}{3} * 21.5$ , 37. +  $\frac{0.457}{2} - \frac{2}{3} * 21.5$ , 37. + 0.5 + 9.0 -  $\frac{2}{3} * 18.$ ,
      37. + 0.5 + 9.0 -  $\frac{2}{3} * 18.$ }; npr = 2;

ncond = Length[xc]; nsub =  $\frac{ncond - npr}{3}$ ;

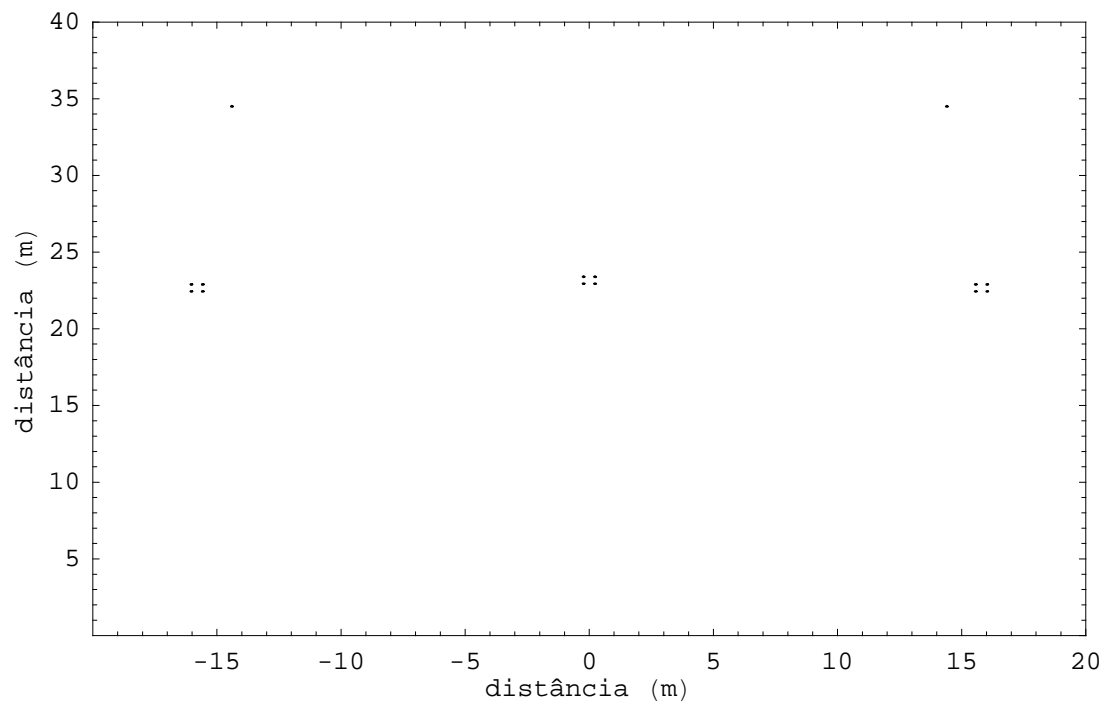
Show[Graphics[Table[{Circle[{xc[[i]], yc[[i]]}, 0.05]},
  {i, 1, ncond}]], Axes -> False, Frame -> Automatic,
  FrameLabel -> {"distância (m)", "distância (m)"},
  PlotRange -> {{-20, 20}, {0, 40}}];

Flatten[Table[m + (k - 1) * nsub, {m, 1, nsub}, {k, 1, 3}]];
Flatten[Insert[%, Table[k, {k, ncond - npr + 1, ncond}], 4]];
xc = xc[[%]];
yc = yc[[%]];
Ltot = 375. * 103;
Lsec =  $\frac{Ltot}{6}$ ;

r0cond =  $\frac{7.99}{2} * 10^{-3}$ ; r1cond =  $\frac{31.96}{2} * 10^{-3}$ ;
Rdccond = 0.0512 *  $\frac{(0.004 * 60 + 0.9)}{0.98} * 10^{-3}$ ;
ρwcond = Rdccond * π * (r1cond2 - r0cond2); μwcond = μ0; εwcond = 0.;

r0pr = 0.; r1pr =  $\frac{9.14}{2} * 10^{-3}$ ; Rdcpr = 3.51;
ρwpr = Rdcpr * 10-3 * π * (r1pr2 - r0pr2); μwpr = 80. * μ0;
εwpr = 0.;

```



1.3 Funções impedância e admitância unitária

```

ZConv[ω_, tr_] := Module[{p, ηwcond, ηwpr, Zintcond, Zintpr, Z, i, j},
  p = 
$$\frac{1}{\text{Sqrt}[i * \omega * \mu g * \text{ParamSolo}[\omega]]}$$
;
  p = 1. * 10100 * (1 - i);

  (* IMPEDÂNCIA INTERNA DOS CABOS CONDUTORES. *)

  ηwcond = Sqrt[
$$\frac{i * \omega * \mu wcond}{\rho wcond}$$
];
  If[r0cond == 0,
    Zintcond = 
$$\frac{1}{2. * \pi * r1cond} * \rho wcond * \eta wcond * \frac{\text{Besseli}[0, \eta wcond * r1cond]}{\text{Besseli}[1, \eta wcond * r1cond]}$$
,
    Zintcond = 
$$\frac{1}{2. * \pi * r1cond} * \rho wcond * \eta wcond * \frac{(\text{Besseli}[0, \eta wcond * r1cond] * \text{BesselK}[1, \eta wcond * r0cond] + \text{BesselK}[0, \eta wcond * r1cond] * \text{Besseli}[1, \eta wcond * r0cond])}{(\text{Besseli}[1, \eta wcond * r1cond] * \text{BesselK}[1, \eta wcond * r0cond] - \text{BesselK}[1, \eta wcond * r1cond] * \text{Besseli}[1, \eta wcond * r0cond])}$$
;

  (* IMPEDÂNCIA INTERNA DOS CABOS PÁRA-RAIOS, SE EXISTIREM. *)

  If[npr ≠ 0,
    ηwpr = Sqrt[
$$\frac{i * \omega * \mu wpr}{\rho wpr}$$
];
    If[r0pr == 0,
      Zintpr = 
$$\frac{1}{2. * \pi * r1pr} * \rho wpr * \eta wpr * \frac{\text{Besseli}[0, \eta wpr * r1pr]}{\text{Besseli}[1, \eta wpr * r1pr]}$$
,
      Zintpr = 
$$\frac{1}{2. * \pi * r1pr} * \rho wpr * \eta wpr * \frac{(\text{Besseli}[0, \eta wpr * r1pr] * \text{BesselK}[1, \eta wpr * r0pr] + \text{BesselK}[0, \eta wpr * r1pr] * \text{Besseli}[1, \eta wpr * r0pr])}{(\text{Besseli}[1, \eta wpr * r1pr] * \text{BesselK}[1, \eta wpr * r0pr] - \text{BesselK}[1, \eta wpr * r1pr] * \text{Besseli}[1, \eta wpr * r0pr])}$$
;];

  (* COMPOSIÇÃO DA MATRIZ DE IMPEDÂNCIAS LONGITUDINAIS. *)

  Z =
  Table[If[i ≠ j, 
$$\frac{i * \omega * \mu 0}{4 * \pi} * \text{Log}\left[\frac{(\text{xc}[[i]] - \text{xc}[[j]])^2 + (\text{yc}[[i]] + \text{yc}[[j]] + 2. * p)^2}{(\text{xc}[[i]] - \text{xc}[[j]])^2 + (\text{yc}[[i]] - \text{yc}[[j]])^2}\right]$$
,

```

```

If[ $i \geq 4 \wedge i \leq 4 + npr - 1 \wedge npr \neq 0$ ,
  Zintpr +  $\frac{i * \omega * \mu 0}{2 * \pi} * \text{Log}\left[\frac{2 * p + 2 * YC[[i]]}{r1pr}\right]$ ,
  Zintcond +  $\frac{i * \omega * \mu 0}{2 * \pi} * \text{Log}\left[\frac{2 * p + 2 * YC[[i]]}{r1cond}\right]$ ]]], {i, 1, ncond},
{j, 1, ncond}];

```

(* OPERAÇÕES PARA REDUÇÃO DE SUBCONDUTORES, SE EXISTIREM. *)

```

If[nsub > 1,
  Z[[Table[j, {j, 4 + npr, ncond}]]] =
  Z[[Table[j, {j, 4 + npr, ncond}]]] -
  Z[[Flatten[Table[{1, 2, 3}, {j, 1, nsub - 1}]]]];
  Z = ZT;
  Z[[Table[j, {j, 4 + npr, ncond}]]] =
  Z[[Table[j, {j, 4 + npr, ncond}]]] -
  Z[[Flatten[Table[{1, 2, 3}, {j, 1, nsub - 1}]]]];
  Z = ZT;];

```

(* REDUÇÃO DE KRON, SE NECESSÁRIO. *)

```

If[ncond > 3,
  Sai = Z[[{1, 2, 3}, {1, 2, 3}]] -
  Z[[{1, 2, 3}, Table[j, {j, 4, ncond}]]].
  Inverse[Z[[Table[j, {j, 4, ncond}], Table[j, {j, 4, ncond}]]]].
  Z[[Table[j, {j, 4, ncond}], {1, 2, 3}]], Sai = Z];

```

(* COMPOSIÇÃO DA MATRIZ CONSIDERANDO TRANSPOSIÇÃO, SE NECESSÁRIO. *)

```

If[tr == 1,
  Sai = Table[If[i == j,  $\frac{Sai[[1, 1]] + Sai[[2, 2]] + Sai[[3, 3]]}{3}$ ,
     $\frac{Sai[[1, 2]] + Sai[[2, 3]] + Sai[[1, 3]]}{3}$ ], {i, 1, 3}, {j, 1, 3}]];
  Return[Sai];

```

```
YConv[ $\omega$ _, tr_] := Module[{A, i, j},
```

(* COMPOSIÇÃO DA MATRIZ DE POTENCIAIS DE MAXWELL. *)

```

A = Table[If[i ≠ j,  $\frac{1}{2.} * \text{Log}\left[\frac{(x_{c[[i]]} - x_{c[[j]])^2 + (y_{c[[i]]} + y_{c[[j]])^2}{(x_{c[[i]]} - x_{c[[j]])^2 + (y_{c[[i]]} - y_{c[[j]])^2}\right]$ ,
  If[i ≥ 4 ∧ i ≤ 4 + npr - 1 ∧ npr ≠ 0,  $\text{Log}\left[\frac{2. * y_{c[[i]]}}{r1pr}\right]$ ,  $\text{Log}\left[\frac{2. * y_{c[[i]]}}{r1cond}\right]$ ]],
  {i, 1, ncond}, {j, 1, ncond}];

```

(* OPERAÇÕES PARA REDUÇÃO DE SUBCONDUTORES, SE EXISTIREM. *)

```

If[nsub > 1,
  A[[Table[j, {j, 4 + npr, ncond}]]] =
  A[[Table[j, {j, 4 + npr, ncond}]]] -
  A[[Flatten[Table[{1, 2, 3}, {j, 1, nsub - 1}]]]];
  A = AT;
  A[[Table[j, {j, 4 + npr, ncond}]]] =
  A[[Table[j, {j, 4 + npr, ncond}]]] -
  A[[Flatten[Table[{1, 2, 3}, {j, 1, nsub - 1}]]]];
  A = AT;];

```

(* REDUÇÃO DE KRON, SE NECESSÁRIO. *)

```

If[ncond > 3,
  A = A[[{1, 2, 3}, {1, 2, 3}]] -
  A[[{1, 2, 3}, Table[j, {j, 4, ncond}]]].
  Inverse[A[[Table[j, {j, 4, ncond}], Table[j, {j, 4, ncond}]]]].
  A[[Table[j, {j, 4, ncond}], {1, 2, 3}]]];];

```

(* COMPOSIÇÃO DA MATRIZ CONSIDERANDO TRANSPOSIÇÃO, SE NECESSÁRIO. *)

```

If[tr == 1,
  A = Table[If[i == j,  $\frac{A[[1, 1]] + A[[2, 2]] + A[[3, 3]]}{3}$ ,
     $\frac{A[[1, 2]] + A[[2, 3]] + A[[1, 3]]}{3}$ ], {i, 1, 3}, {j, 1, 3}];];

```

(* COMPOSIÇÃO DA MATRIZ DE ADMITÂNCIAS. *)

```

i * ω * 2. * π * ε0 * Inverse[A];

```

1.4 Cálculo dos parâmetros unitários (por km)

```
Z = ZConv[2 * π * 60, 1];  
Y = YConv[2 * π * 60, 1];
```

```
Zpos = (Z[[1, 1]] - Z[[1, 2]]) * 103  
Ypos = (Y[[1, 1]] - Y[[1, 2]]) * 103
```

```
0.0158286 + 0.345065 i
```

```
4.79069 × 10-6 i
```


APÊNDICE V
CÁLCULO DE PARÂMETROS DE LINHA DE
TRANSMISSÃO UTILIZANDO CORRENTES E
TENSÕES TERMINAIS.
(SOLO COM CONDUTÂNCIA NULA)

$$V_s = 0.970 * \frac{750.}{\sqrt{3}} * 10^3 * \text{Exp}\left[i * \left(0 * \frac{\pi}{180}\right)\right]; S_s = \frac{(1421 - i * 295.8)}{3} * 10^6;$$

$$V_r = 0.980 * \frac{750.}{\sqrt{3}} * 10^3 * \text{Exp}\left[i * \left(-16. * \frac{\pi}{180}\right)\right]; S_r = \frac{(-1401 - i * 71.47)}{3} * 10^6;$$

$$I_s = \text{Conjugate}\left[\frac{S_s}{V_s}\right]; I_r = \text{Conjugate}\left[\frac{S_r}{V_r}\right]; I_r = -I_r;$$

$$A1 = \frac{V_s * I_s + V_r * I_r}{V_s * I_r + V_r * I_s}$$

Abs[A1]

$$\text{Arg}[A1] * \frac{180}{\pi}$$

$$0.92556 + 0.00355173 i$$

$$0.925567$$

$$0.219865$$

$$B1 = \frac{V_s - A1 * V_r}{I_r}$$

Abs[B1]

$$\text{Arg}[B1] * \frac{180}{\pi}$$

$$4.67534 + 104.07 i$$

$$104.175$$

$$87.4277$$

$$C1 = \frac{I_s - A1 * I_r}{V_r}$$

Abs[C1]

$$\text{Arg}[C1] * \frac{180}{\pi}$$

$$1.29109 \times 10^{-6} + 0.00137751 i$$

$$0.00137751$$

$$89.9463$$

$$D1 = A1;$$

$$Z1 = \sqrt{\frac{B1}{C1}} * \frac{\text{ArcCosh}[A1]}{305 * 10^3};$$

$$Z1 = Z1 * 1000$$

$$0.0161502 + 0.34992 i$$

$$Y1 = \frac{C1}{B1} * Z1$$

$$1.00227 \times 10^{-8} + 4.63193 \times 10^{-6} i$$

APÊNDICE VI
CÁLCULO DE PARÂMETROS DE LINHA DE
TRANSMISSÃO UTILIZANDO O MÉTODO DERI
(SOLO COM CONDUTIVIDADE INFINITA)

Cálculo de Parâmetros de Linhas de Transmissão.

por Marilu Santos Silva e Gilson Santos Jr.

```
Clear["Global`*"];
<< Graphics`Graphics`;
<< LinearAlgebra`MatrixManipulation`;
Off[General::"spell", General::"spell1"];

SetOptions[{Plot}, Frame → True,
  TextStyle → {FontFamily → Times, FontSize → 12}, ImageSize → 800];
```

1.1 Parâmetros elétricos do vácuo e do solo.

```
 $\mu_0 = 4. * \pi * 10^{-7};$ 
 $\epsilon_0 = 8.854 * 10^{-12};$ 

 $\mu_g = \mu_0;$ 
ParamSolo[ $\omega_$ ] := Module[{ $\sigma_0$ ,  $\Delta i$ ,  $\alpha$ },
   $\sigma_0 = 1. * 10^{-3}; \Delta i = 11.71 * 10^{-3}; \alpha = 0.706;$ 
   $\sigma_0 + \Delta i * \left( \text{Cot}\left[\frac{\pi}{2} * \alpha\right] + i \right) * \left( \frac{\omega}{2 * \pi * 10^6} \right)^\alpha$ ];
```

1.2 Geometria e características da linha.

```

xc = {-15.8 -  $\frac{0.457}{2}$ , -15.8 -  $\frac{0.457}{2}$ , -15.8 +  $\frac{0.457}{2}$ , -15.8 +  $\frac{0.457}{2}$ ,
      -  $\frac{0.457}{2}$ , -  $\frac{0.457}{2}$ , +  $\frac{0.457}{2}$ , +  $\frac{0.457}{2}$ , +15.8 -  $\frac{0.457}{2}$ , +15.8 -  $\frac{0.457}{2}$ ,
      +15.8 +  $\frac{0.457}{2}$ , +15.8 +  $\frac{0.457}{2}$ , -14.4, +14.4};

yc = {37. -  $\frac{0.457}{2}$  -  $\frac{2}{3}$  * 21.5, 37. +  $\frac{0.457}{2}$  -  $\frac{2}{3}$  * 21.5, 37. -  $\frac{0.457}{2}$  -  $\frac{2}{3}$  * 21.5,
      37. +  $\frac{0.457}{2}$  -  $\frac{2}{3}$  * 21.5, 37. + 0.5 -  $\frac{0.457}{2}$  -  $\frac{2}{3}$  * 21.5,
      37. + 0.5 +  $\frac{0.457}{2}$  -  $\frac{2}{3}$  * 21.5, 37. + 0.5 -  $\frac{0.457}{2}$  -  $\frac{2}{3}$  * 21.5,
      37. + 0.5 +  $\frac{0.457}{2}$  -  $\frac{2}{3}$  * 21.5, 37. -  $\frac{0.457}{2}$  -  $\frac{2}{3}$  * 21.5, 37. +  $\frac{0.457}{2}$  -  $\frac{2}{3}$  * 21.5,
      37. -  $\frac{0.457}{2}$  -  $\frac{2}{3}$  * 21.5, 37. +  $\frac{0.457}{2}$  -  $\frac{2}{3}$  * 21.5, 37. + 0.5 + 9.0 -  $\frac{2}{3}$  * 18.,
      37. + 0.5 + 9.0 -  $\frac{2}{3}$  * 18.}; npr = 2;

ncond = Length[xc]; nsub =  $\frac{ncond - npr}{3}$ ;

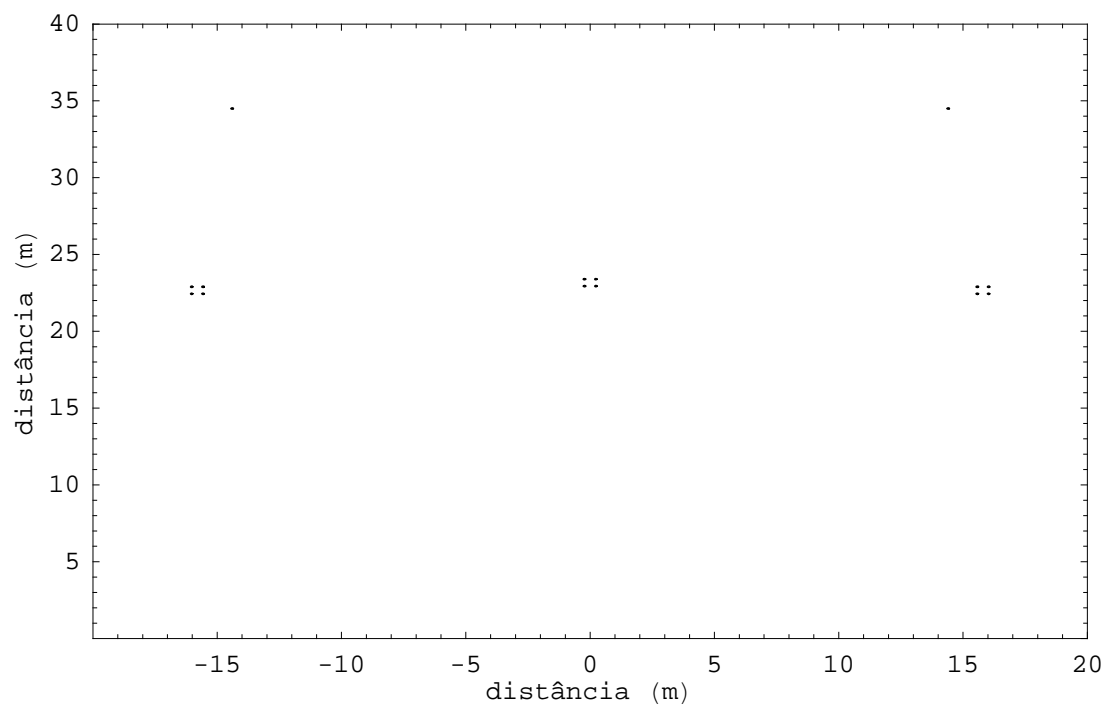
Show[Graphics[Table[{Circle[{xc[[i]], yc[[i]]}, 0.05]},
  {i, 1, ncond}]], Axes -> False, Frame -> Automatic,
  FrameLabel -> {"distância (m)", "distância (m)"},
  PlotRange -> {{-20, 20}, {0, 40}}];

Flatten[Table[m + (k - 1) * nsub, {m, 1, nsub}, {k, 1, 3}]];
Flatten[Insert[%, Table[k, {k, ncond - npr + 1, ncond}], 4]];
xc = xc[[%]];
yc = yc[[%]];
Ltot = 375. * 103;
Lsec =  $\frac{Ltot}{6}$ ;

r0cond =  $\frac{7.99}{2}$  * 10-3; r1cond =  $\frac{31.96}{2}$  * 10-3;
Rdccond = 0.0512 *  $\frac{(0.004 * 60 + 0.9)}{0.98}$  * 10-3;
ρwcond = Rdccond * π * (r1cond2 - r0cond2); μwcond = μ0; εwcond = 0.;

r0pr = 0.; r1pr =  $\frac{9.14}{2}$  * 10-3; Rdcpr = 3.51;
ρwpr = Rdcpr * 10-3 * π * (r1pr2 - r0pr2); μwpr = 80. * μ0;
εwpr = 0.;

```



1.3 Funções impedância e admitância unitária

```

ZConv[ω_, tr_] := Module[{p, ηwcond, ηwpr, Zintcond, Zintpr, Z, i, j},
  P = 
$$\frac{1}{\text{Sqrt}[i * \omega * \mu g * \text{ParamSolo}[\omega]]}$$
;
  p = 0;

  (* IMPEDÂNCIA INTERNA DOS CABOS CONDUTORES. *)

  ηwcond = Sqrt[
$$\frac{i * \omega * \mu w \text{cond}}{\rho w \text{cond}}$$
];
  If[r0cond == 0,
    Zintcond = 
$$\frac{1}{2. * \pi * r1 \text{cond}} * \rho w \text{cond} * \eta w \text{cond} * \frac{\text{Besseli}[0, \eta w \text{cond} * r1 \text{cond}]}{\text{Besseli}[1, \eta w \text{cond} * r1 \text{cond}]}$$
,
    Zintcond = 
$$\frac{1}{2. * \pi * r1 \text{cond}} * \rho w \text{cond} * \eta w \text{cond} * \frac{(\text{Besseli}[0, \eta w \text{cond} * r1 \text{cond}] * \text{BesselK}[1, \eta w \text{cond} * r0 \text{cond}] + \text{BesselK}[0, \eta w \text{cond} * r1 \text{cond}] * \text{Besseli}[1, \eta w \text{cond} * r0 \text{cond}])}{(\text{Besseli}[1, \eta w \text{cond} * r1 \text{cond}] * \text{BesselK}[1, \eta w \text{cond} * r0 \text{cond}] - \text{BesselK}[1, \eta w \text{cond} * r1 \text{cond}] * \text{Besseli}[1, \eta w \text{cond} * r0 \text{cond}])}$$
;

  (* IMPEDÂNCIA INTERNA DOS CABOS PÁRA-RAIOS, SE EXISTIREM. *)

  If[npr ≠ 0,
    ηwpr = Sqrt[
$$\frac{i * \omega * \mu w \text{pr}}{\rho w \text{pr}}$$
];
    If[r0pr == 0,
      Zintpr = 
$$\frac{1}{2. * \pi * r1 \text{pr}} * \rho w \text{pr} * \eta w \text{pr} * \frac{\text{Besseli}[0, \eta w \text{pr} * r1 \text{pr}]}{\text{Besseli}[1, \eta w \text{pr} * r1 \text{pr}]}$$
,
      Zintpr = 
$$\frac{1}{2. * \pi * r1 \text{pr}} * \rho w \text{pr} * \eta w \text{pr} * \frac{(\text{Besseli}[0, \eta w \text{pr} * r1 \text{pr}] * \text{BesselK}[1, \eta w \text{pr} * r0 \text{pr}] + \text{BesselK}[0, \eta w \text{pr} * r1 \text{pr}] * \text{Besseli}[1, \eta w \text{pr} * r0 \text{pr}])}{(\text{Besseli}[1, \eta w \text{pr} * r1 \text{pr}] * \text{BesselK}[1, \eta w \text{pr} * r0 \text{pr}] - \text{BesselK}[1, \eta w \text{pr} * r1 \text{pr}] * \text{Besseli}[1, \eta w \text{pr} * r0 \text{pr}])}$$
;

  (* COMPOSIÇÃO DA MATRIZ DE IMPEDÂNCIAS LONGITUDINAIS. *)

  Z =

```

```
Table[If[i ≠ j,  $\frac{i * \omega * \mu 0}{4 * \pi} * \text{Log}\left[\frac{(xc_{[i]} - xc_{[j]})^2 + (yc_{[i]} + yc_{[j]} + 2. * p)^2}{(xc_{[i]} - xc_{[j]})^2 + (yc_{[i]} - yc_{[j]})^2}\right]$ ,
  If[i ≥ 4 ∧ i ≤ 4 + npr - 1 ∧ npr ≠ 0,
    Zintpr +  $\frac{i * \omega * \mu 0}{2. * \pi} * \text{Log}\left[\frac{2. * p + 2. * yc_{[i]}}{r1pr}\right]$ ,
    Zintcond +  $\frac{i * \omega * \mu 0}{2. * \pi} * \text{Log}\left[\frac{2. * p + 2. * yc_{[i]}}{r1cond}\right]$ ]]], {i, 1, ncond},
{j, 1, ncond}];
```

(* OPERAÇÕES PARA REDUÇÃO DE SUBCONDUTORES, SE EXISTIREM. *)

```
If[nsub > 1,
  Z[[Table[j, {j, 4 + npr, ncond}]]] =
  Z[[Table[j, {j, 4 + npr, ncond}]]] -
  Z[[Flatten[Table[{1, 2, 3}, {j, 1, nsub - 1}]]]];
Z = ZT;
Z[[Table[j, {j, 4 + npr, ncond}]]] =
Z[[Table[j, {j, 4 + npr, ncond}]]] -
Z[[Flatten[Table[{1, 2, 3}, {j, 1, nsub - 1}]]]];
Z = ZT;];
```

(* REDUÇÃO DE KRON, SE NECESSÁRIO. *)

```
If[ncond > 3,
  Sai = Z[[{1, 2, 3}, {1, 2, 3}]] -
  Z[[{1, 2, 3}, Table[j, {j, 4, ncond}]]].
  Inverse[Z[[Table[j, {j, 4, ncond}], Table[j, {j, 4, ncond}]]]].
  Z[[Table[j, {j, 4, ncond}], {1, 2, 3}]], Sai = Z];
```

(* COMPOSIÇÃO DA MATRIZ CONSIDERANDO TRANSPOSIÇÃO, SE NECESSÁRIO. *)

```
If[tr == 1,
  Sai = Table[If[i == j,  $\frac{Sai[[1, 1]] + Sai[[2, 2]] + Sai[[3, 3]]}{3}$ ,
     $\frac{Sai[[1, 2]] + Sai[[2, 3]] + Sai[[1, 3]]}{3}$ ], {i, 1, 3}, {j, 1, 3}];
Return[Sai];
```

```
YConv[ω_, tr_] := Module[{A, i, j},
```


(* COMPOSIÇÃO DA MATRIZ DE POTENCIAIS DE MAXWELL. *)

```
A = Table[If[i ≠ j,  $\frac{1}{2.} * \text{Log}\left[\frac{(x_{c[[i]]} - x_{c[[j]])^2 + (y_{c[[i]]} + y_{c[[j]])^2}{(x_{c[[i]]} - x_{c[[j]])^2 + (y_{c[[i]]} - y_{c[[j]])^2}\right]$ ,
  If[i ≥ 4 ∧ i ≤ 4 + npr - 1 ∧ npr ≠ 0,  $\text{Log}\left[\frac{2. * y_{c[[i]]}}{r1pr}\right]$ ,  $\text{Log}\left[\frac{2. * y_{c[[i]]}}{r1cond}\right]$ ]],
  {i, 1, ncond}, {j, 1, ncond}];
```

(* OPERAÇÕES PARA REDUÇÃO DE SUBCONDUTORES, SE EXISTIREM. *)

```
If[nsub > 1,
  A[[Table[j, {j, 4 + npr, ncond}]]] =
  A[[Table[j, {j, 4 + npr, ncond}]]] -
  A[[Flatten[Table[{1, 2, 3}, {j, 1, nsub - 1}]]]];
  A = AT;
  A[[Table[j, {j, 4 + npr, ncond}]]] =
  A[[Table[j, {j, 4 + npr, ncond}]]] -
  A[[Flatten[Table[{1, 2, 3}, {j, 1, nsub - 1}]]]];
  A = AT;];
```

(* REDUÇÃO DE KRON, SE NECESSÁRIO. *)

```
If[ncond > 3,
  A = A[[{1, 2, 3}, {1, 2, 3}]] -
  A[[{1, 2, 3}, Table[j, {j, 4, ncond}]]].
  Inverse[A[[Table[j, {j, 4, ncond}], Table[j, {j, 4, ncond}]]]].
  A[[Table[j, {j, 4, ncond}], {1, 2, 3}]]];];
```

(* COMPOSIÇÃO DA MATRIZ CONSIDERANDO TRANSPOSIÇÃO,
SE NECESSÁRIO. *)

```
If[tr == 1,
  A = Table[If[i == j,  $\frac{A[[1, 1]] + A[[2, 2]] + A[[3, 3]]}{3}$ ,
   $\frac{A[[1, 2]] + A[[2, 3]] + A[[1, 3]]}{3}$ ], {i, 1, 3}, {j, 1, 3}];
```

(* COMPOSIÇÃO DA MATRIZ DE ADMITÂNCIAS. *)

```
i * ω * 2. * π * ε0 * Inverse[A];
```

1.4 Cálculo dos parâmetros unitários (por km)

```
Z = ZConv[2 * π * 60, 1];  
Y = YConv[2 * π * 60, 1];
```

```
Zpos = (Z[[1, 1]] - Z[[1, 2]]) * 103  
Ypos = (Y[[1, 1]] - Y[[1, 2]]) * 103
```

```
0.0156969 + 0.337344 i
```

```
4.79069 × 10-6 i
```

APÊNDICE VII
CÁLCULO DE PARÂMETROS DE LINHA DE
TRANSMISSÃO UTILIZANDO CORRENTES E
TENSÕES TERMINAIS.
(SOLO COM CONDUTIVIDADE INFINITA)

$$V_s = 0.970 * \frac{750.}{\sqrt{3}} * 10^3 * \text{Exp}\left[i * \left(0 * \frac{\pi}{180}\right)\right]; S_s = \frac{(1453 - i * 302.9)}{3} * 10^6;$$

$$V_r = 0.980 * \frac{750.}{\sqrt{3}} * 10^3 * \text{Exp}\left[i * \left(-16. * \frac{\pi}{180}\right)\right]; S_r = \frac{(-1432 - i * 71.23)}{3} * 10^6;$$

$$I_s = \text{Conjugate}\left[\frac{S_s}{V_s}\right]; I_r = \text{Conjugate}\left[\frac{S_r}{V_r}\right]; I_r = -I_r;$$

$$A1 = \frac{V_s * I_s + V_r * I_r}{V_s * I_r + V_r * I_s}$$

Abs[A1]

$$\text{Arg}[A1] * \frac{180}{\pi}$$

0.925695 + 0.0036268 i

0.925702

0.224479

$$B1 = \frac{V_s - A1 * V_r}{I_r}$$

Abs[B1]

$$\text{Arg}[B1] * \frac{180}{\pi}$$

4.65417 + 101.787 i

101.893

87.382

$$C1 = \frac{I_s - A1 * I_r}{V_r}$$

Abs[C1]

$$\text{Arg}[C1] * \frac{180}{\pi}$$

$1.6798 \times 10^{-6} + 0.00140597 i$

0.00140597

89.9315

D1 = A1;

$$Z1 = \sqrt{\frac{B1}{C1}} * \frac{\text{ArcCosh}[A1]}{305 * 10^3};$$

Z1 = Z1 * 1000

0.0160777 + 0.342227 i

$$Y1 = \frac{C1}{B1} * Z1$$

$1.15688 \times 10^{-8} + 4.72741 \times 10^{-6} i$