

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
ESCOLA POLITÉCNICA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA METALÚRGICA E DE MATERIAIS
CURSO DE ENGENHARIA METALÚRGICA
PROJETO FINAL

Autor: Clarissa Hadad de Melo

MODELAGEM DA CLASSIFICAÇÃO DE MINÉRIO DE FERRO EM HIDROCICLONES

Aprovado por:

Prof. Luís Marcelo Marques Tavares, Ph.D.

Prof. Achilles Junqueira Bourdot Dutra, D. Sc.

Eng. Rodrigo Magalhães de Carvalho, M.Sc.

Rio de Janeiro

Setembro 2010

MELO, CLARISSA HADAD DE

Modelagem da Classificação de Minério
de Ferro em Hidrociclones [Rio de Janeiro]
2010

Engenharia Metalúrgica

Projeto de Fim de Curso

Universidade Federal do Rio de Janeiro,
DEMM

1. Modelagem Matemática

2. Hidrociclone

3. Classificação

4. Minério de Ferro

I. DEMM/POLI/UFRJ

Aos meus pais, Fernando Portal de Melo, Maria da Glória Hadad de Melo e a minha irmã Fernanda Hadad de Melo por estarem sempre com muito carinho presentes em minhas conquistas.

AGRADECIMENTOS

À Deus que contribuiu para a conquista de uma grande etapa da minha vida.

Ao meu orientador e professor Luís Marcelo Marques Tavares, pela dedicação, paciência e incentivo na realização deste trabalho.

Ao Eng. Rodrigo Magalhães de Carvalho pelo apoio nas análises dos ensaios.

À mestre em Engenharia Metalúrgica Yanneth Yrenne Canaza Machaca pelo auxílio no presente trabalho.

Aos técnicos e amigos do Laboratório de Tecnologia Mineral (LTM), sem os quais não seria possível a realização dos ensaios.

Ao Laboratório de Estruturas e Materiais (LABEST) do programa de Engenharia Civil (COPPE/UFRJ) pelas análises realizadas.

À Vale pelo provimento da amostra de minério para os estudos.

Aos meus familiares, em especial a minha vó Arlete Hadad, que estão sempre me apoiando nos momentos difíceis e compartilhando alegria nesta longa etapa.

A todos os meus amigos que de alguma forma, estiveram presentes e contribuíram para a conquista desta jornada.

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS	viii
LISTA DE FIGURAS	x
LISTA DE SÍMBOLOS	xiii
RESUMO	xvi
CAPÍTULO 1 - Introdução e objetivo	1
1.1. Introdução	1
1.2. Objetivo	3
CAPÍTULO 2 - Revisão da literatura	4
2.1. Minério de ferro	4
2.1.1. Caracterização	4
2.1.2. Panorama econômico	5
2.2. Classificação	8
2.3. Hidrociclones	9
2.3.1. Descrição dos hidrociclones	10
2.3.2. Princípio de funcionamento dos hidrociclones	11
2.3.3. Medida de eficiência de classificação em hidrociclones	17
2.4. Modelos de separação de partículas em hidrociclones	22
2.4.1. Tempo de Residência	22
2.4.2. Órbita de Equilíbrio.....	23
2.4.3. Modelo Populacional.....	24
2.5. Modelagem Matemática	24

2.5.1. Modelos Empíricos e Semi-Empíricos	25
2.5.1.1. Modelo de Lynch e Rao	26
2.5.1.2. Modelo de Plitt	28
2.5.1.3. Modelo de Nageswararao	30
2.5.1.4. Modelo de Tavares	32
2.6. Efeito da geometria e de variáveis operacionais no desempenho de hidrociclones	34
2.6.1. Geometria	34
2.6.2. Variáveis operacionais	38
CAPÍTULO 3 - Materiais e Métodos	42
3.1. Caracterização da amostra de minério de ferro	42
3.1.1. Análise Química	42
3.1.2. Caracterização Mineralógica	43
3.1.3. Análise Granulométrica	43
3.2. Ensaio de Hidrociclonação	44
3.2.1. Método do Ensaio	45
3.2.2. Balanço de Massa	48
3.2.3. Medida de eficiência dos hidrociclones	50
3.2.4. Modelagem matemática	51

CAPÍTULO 4 - Resultados e Discussões	52
4.1.1. Caracterização da amostra	52
4.1.1. Análise química	52
4.1.2. Caracterização mineralógica	53
4.1.3. Análise granulométrica	53
4.2. Ensaio de Hidrociclonação	55
4.2.1. Medida da eficiência de classificação em hidrociclones	58
4.2.2. Modelagem do d_{50c}	67
4.2.3. Modelagem da vazão	69
CAPÍTULO 5 – Conclusões	71
CAPÍTULO 6 – Sugestões para trabalhos futuros	72
CAPÍTULO 7 – Referências bibliográficas	73

LISTA DE TABELAS

Capítulo 2

Tabela 2.1 – Principais minerais de ferro e suas classes (TAKEHARA, 2004).

Tabela 2.2 – Panorama Mineral Brasileiro (em milhões de toneladas) (IBRAM 2008).

Tabela 2.3 - Reservas de minério no Brasil em bilhões de toneladas (IBRAM 2008).

Tabela 2.4 – Variáveis do modelo de Plitt.

Tabela 2.5 - Efeito da descarga do underflow em função da razão dos diâmetros das saídas do hidrociclone.

Tabela 2.6 - Guia para evitar o problema do “*Bypass*”.

Capítulo 3

Tabela 3.1 - Dimensões dos hidrociclones utilizados nos ensaios.

Capítulo 4

Tabela 4.1 – Composição dos principais óxidos equivalentes presentes na amostra de minério de ferro itabirítico (%).

Tabela 4.2 - Análise granulométrica da amostra utilizada na alimentação dos ensaios de hidrociclonagem.

Tabela 4.3 - Característica das polpas de minério de ferro nos ensaios de hidrociclonagem.

Tabela 4.4 – Condições variadas de operação do ensaio de classificação.

Tabela 4.5 – Resultados obtidos utilizando o hidrociclone $D_c = 7,5$ cm.

Tabela 4.6 – Resultados obtidos utilizando o hidrociclone $D_c = 3,8$ cm.

Tabela 4.7 – Resultados obtidos em relação ao efeito de descarga no *underflow*.

Tabela 4.8 - Resultado estatístico do parâmetro K_I .

Tabela 4.9 – Resultados utilizados para o ajuste do modelo de Plitt.

Tabela 4.10 – Resultado estatístico do parâmetro K_I obtido pelo modelo de Nageswararao.

LISTA DE FIGURAS

Capítulo 2

Figura 2.1 – Representação geral do mecanismo de funcionamento de um classificador.

Figura 2.2 – Esquema típico de um hidrociclone e suas dimensões de projeto (TAVARES, 2005).

Figura 2.3 – Esquema do escoamento interno de um hidrociclone (TAVARES, 2005).

Figura 2.4 – Perfil de velocidade Tangencial no interior do hidrociclone (TAVARES, 2005).

Figura 2.5 – Perfil de velocidade Radial no interior do hidrociclone (TAVARES, 2005).

Figura 2.6 – Perfil de velocidade Vertical ou Axial no interior do hidrociclone (TAVARES, 2005).

Figura 2.7 – Local de velocidade vertical zero (LZVV).

Figura 2.8 – Curvas de partição típicas de hidrociclones (TAVARES, 2005).

Figura 2.9 – Curvas de partição que descrevem a qualidade de separação.

Figura 2.10 – Curva de partição onde se observa o efeito “*fish hook*” (NAGESWARARO, 2000).

Figura 2.11 - Ilustração da Órbita de equilíbrio de uma partícula dentro do hidrociclone (a) vista do topo, (b) vista lateral (KAWATRA, 1996).

Figura 2.12 – Esquema das três formas de descarga do underflow no hidrociclone (SAMPAIO et al. 2007).

Figura 2.13 - (a) Efeitos de cordão, (b) efeito guarda chuva e (c) duplo estágio de deslamagem; (II) curvas de partição obtidas a partir dos efeitos mostrados em (I) (TAVARES, 2005).

Figura 2.14 - Efeitos da concentração de sólidos na eficiência da separação (BRAUN e BOHNET, 1990).

Capítulo 3

Figura 3.1 – (a) Vista geral e (b) esquema experimental do equipamento.

Figura 3.2 – Quarteador de polpas para coletar as amostras do *overflow*.

Figura 3.3 – Peneiramento híbrido (a) a úmido , (b) a seco no RO-TAP® e (c) técnica de espalhamento de luz no *Mattersizer 2000* da *Malvern*.

Figura 3.4 - Balanço de massas resultante da operação de classificação.

Capítulo 4

Figura 4.1 – Distribuição granulométrica da amostra global.

Figura 4.2 – Distribuição granulométrica das alimentações nos ensaios com hidrociclone $D_c = 7,5$ cm.

Figura 4.3 - Distribuição granulométrica das alimentações nos ensaios com hidrociclone $D_c = 3,8$ cm.

Figura 4.4 – Curva de partição real e corrigida pela equação de Whiten e o parâmetro α do ensaio 1 realizado com hidrociclone $D_c = 7,5$ cm e $D_u = 1,2$ cm.

Figura 4.5 – Curva de partição real e corrigida pela equação de Whiten e o parâmetro α do ensaio 11 realizado com hidrociclone $D_c = 7,5$ cm e $D_u = 1,2$ cm.

Figura 4.6 – Curva de partição real e corrigida pela equação de Whiten e o parâmetro α do ensaio 2 realizado com hidrociclone $D_c = 7,5$ cm e $D_u = 1,0$ cm.

Figura 4.7 – Curva de partição real e corrigida pela equação de Whiten e o parâmetro α do ensaio 7 realizado com hidrociclone $D_c = 7,5$ cm e $D_u = 1,0$ cm.

Figura 4.8 – Curva de partição real e corrigida pela equação de Whiten e o parâmetro α do ensaio 6 realizado com hidrociclone $D_c = 7,5$ cm e $D_u = 1,0$ cm.

Figura 4.9 – Curva de partição real e corrigida pela equação de Whiten e o parâmetro α do ensaio 3 realizado com hidrociclone $D_c = 7,5$ cm e $D_u = 0,8$ cm.

Figura 4.10 – Curva de partição real e corrigida pela equação de Whiten e o parâmetro α do ensaio 13 realizado com hidrociclone $D_c = 7,5$ cm e $D_u = 0,8$ cm.

Figura 4.11 – Curvas de partições reais e corrigidas pela equação de Whiten e o parâmetro α do ensaio 9 realizado com hidrociclone $D_c = 3,8$ cm e $D_u = 0,8$ cm.

Figura 4.12 – Curvas de partições reais e corrigidas pela equação de Whiten e o parâmetro α do ensaio 4 realizado com hidrociclone $D_c = 3,8$ cm e $D_u = 0,8$ cm.

Figura 4.13 – Resultados ajustados pela equação de Whiten e pelo modelo de Plitt.

Figura 4.14 – Resultados de todos os ensaios ajustados pelo modelo de plitt.

Figura 4.15 – Resultados ajustados pelo modelo de Nageswararao.

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos latinos

A	área projetada da partícula
A_c	ângulo do ciclone em relação à posição vertical
C	fração da alimentação que é sujeita à classificação
C_d	coeficiente de resistência ou arraste
C_{vA}	concentração volumétrica da alimentação
C_{pA}	concentração da polpa de alimentação
C_v^p	percentagem de sólidos em volume
C_w	percentagem de sólidos em massa
C_{vu}	percentagem em volume no <i>underflow</i>
d_p	tamanho de partícula
d_{50}	tamanho ou diâmetro mediano da partição real
d_{50C}	tamanho ou diâmetro mediano da partição corrigida
D_c	diâmetro do ciclone
D_i	diâmetro do <i>inlet</i>
D_o	diâmetro do <i>vortex finder</i>
D_u	diâmetro do <i>apex</i>
E	fração de alimentação que reporta ao <i>underflow</i>
$E_1...E_n$	parâmetros do ajuste do modelo de Tavares
F	força requerida por unidade de área
F_c	força centrífuga
F_d	força de resistência ou arraste
f_i	fração em massa da alimentação para uma classe de tamanho i
g	aceleração da gravidade
h	altura livre do ciclone
I	imperfeição da curva de classificação
$k_0...k_n$	parâmetros típicos para o sistema minério/ciclone
L	comprimento total do ciclone
L_c	comprimento da seção cilíndrica do ciclone
m	parâmetro de qualidade da separação de Plitt
n	índice do comportamento reológico do fluido
N	constante da equação da velocidade tangencial

a_o	fração de água no <i>overflow</i>
o_i	fração de massa retida do <i>overflow</i> para uma classe de tamanhos i
P	pressão da alimentação do ciclone
ΔP	queda de pressão na alimentação
Q_v	vazão volumétrica da alimentação da polpa
Q_a	vazão de água na alimentação
Q_{au}	vazão de água no produto <i>underflow</i>
r	distancia radial a partir do eixo de simetria
rc	raio do ciclone
$r*50$	raio adimensional, distancia radial correspondente ao envelope de velocidade zero
R	partição dos fluxos = vazão do underflow/vazão da alimentação
R_f	recuperação de água para o underflow
R_v	partição da polpa para o underflow
Re	número de Reynolds
u_a	fração de água no underflow
v_i	velocidade do <i>inlet</i>
v_p	velocidade da polpa
v_θ	velocidade tangencial
v_s	velocidade terminal de sedimentação
v_t	velocidade periférica
V	velocidade relativa partícula/fluido
V_s^*	termo de correção da sedimentação em queda impedida da partícula
Y_i	partição reduzida para a fração granulométrica i
Z	parâmetro de redução da velocidade da alimentação da polpa a velocidade tangencial

Símbolos gregos

α	parâmetro de eficiência de classificação
β	recuperação dos sólidos para o <i>underflow</i>
γ	taxa de cisalhamento
η	viscosidade do líquido
ω	parâmetro relacionado ao <i>fish hook</i>

μ	viscosidade absoluta
μ_a	viscosidade da água
μ_{ap}	viscosidade aparente
μ_p	viscosidade da polpa
θ	ângulo da seção cônica do ciclone
ρ	peso específico do material
ρ_L	densidade do líquido
ρ_s	densidade do sólido
ρ_p	densidade da polpa

Resumo do Projeto de Fim de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Metalúrgica da Escola Politécnica, Departamento de Engenharia Metalúrgica e de Materiais da Universidade Federal do Rio de Janeiro como um dos requisitos necessários para a obtenção de grau de Engenheiro Metalúrgico.

MODELAGEM DA CLASSIFICAÇÃO DE MINÉRIO DE FERRO EM HIDROCICLONES

Clarissa Hadad de Melo

Setembro/2010

Orientador: Luís Marcelo Marques Tavares.

RESUMO

Os hidrociclones são equipamentos amplamente utilizados pela indústria minero-metalúrgica por apresentar vantagens em relação a outros equipamentos de classificação ou separação por tamanhos, como, por exemplo, grande versatilidade e capacidade de classificar minérios em uma ampla faixa de tamanhos, incluindo-se a separação de partículas ultrafinas. O presente trabalho teve o objetivo de avaliar e caracterizar o desempenho dos hidrociclones na classificação de polpas de minérios de ferro contendo 35 % de sólidos em peso com o auxílio da curva de partição, bem como da partição de água nos hidrociclones. A maioria dos ensaios apresentaram efeito *roping* e conseqüentemente uma classificação ineficiente, conseqüência do diâmetro insuficiente do *apex* em vários dos testes, resultando em curtos-circuitos tanto para o *overflow* quanto para o *underflow*. O Modelo de Plitt foi utilizado na calibração de curvas de partição de ensaios selecionados, para os quais o efeito *roping* não foi observado, mostrando um bom ajuste. O modelo de Nageswararao, por outro lado, não foi capaz de prever de forma satisfatória a vazão volumétrica das alimentações de alguns ensaios porque não prevê tamanha variabilidade apresentada pelas vazões de alimentação.

Palavras chave: Modelagem Matemática, Hidrociclone, Classificação, Minério de Ferro.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO E OBJETIVO

1.1. INTRODUÇÃO

O conjunto de operações realizadas no beneficiamento de minérios inclui, dentre outras, a separação sólido/líquido, isto é a adequação da percentagem de sólidos e/ou recuperação de água em polpas minerais, e a separação sólido-sólido em faixas de tamanhos distintas, ou seja, a classificação.

O equipamento mais utilizado nos processos de classificação na indústria mineral é o hidrociclone, por apresentar vantagens em relação a outros equipamentos, como, por exemplo, grande versatilidade e capacidade de classificar minérios em uma ampla faixa de tamanhos, incluindo-se a separação de partículas ultrafinas. Está presente em diversas áreas além da indústria minero-metalúrgica, como por exemplo, as indústrias de petróleo, química, alimentícia e cerâmica.

Em relação a sua vasta aplicação na área de processamento mineral pode-se citar seu uso nos circuitos fechados de moagem, na remoção de partículas menores que 10 μm , na operação de desaguamento e na deslamagem de minérios para a flotação.

No tratamento de polpas de minérios de ferro é comum a presença de lamas que caracterizam-se por partículas sólidas com vasta quantidade de finos e componentes líquidos, anteriormente ao processo de flotação, que, dentre outros problemas, pode diminuir sua seletividade. Um dos recursos utilizados para minimizar tal efeito é o processo de classificação, que tem por objetivo obter produtos com a especificação desejada de tamanho de partículas.

O processo de classificação, por exemplo, torna-se importante e fundamental antes da flotação de minérios de ferro, para evitar que as lamas recubram as partículas liberadas e flotáveis prejudicando a sua flotabilidade. Esse fenômeno é denominado “*slime coating*” e ocorre devido à atração eletrostática entre as partículas da lama e a partícula

a ser flotada. Pode também ocorrer, se não houver repulsão entre essas partículas, apenas por efeito das forças de Van Der Waals (BALTAR, 2002).

Os hidrociclones são equipamentos simples e de fácil construção, sendo basicamente constituídos de uma região cilíndrica acoplada a uma região cônica. As dimensões geométricas de cada parte são importantes no processo de separação, pois estão relacionadas com a capacidade e o poder de classificação destes equipamentos. A parte cilíndrica possui uma entrada tangencial por onde a polpa é alimentada. Há dois dutos através dos quais são coletados o produto grosseiro, denominado *underflow*, e o produto fino, denominado *overflow*.

Dentro desse contexto, a avaliação e caracterização do desempenho dos hidrociclones são feitos com o auxílio da curva de partição, bem como da partição de água nos hidrociclones. Por meio da modelagem dessas a partir de modelos empíricos e semi-empíricos, se torna possível a previsão de resultados de classificação em hidrociclones.

Os modelos empíricos estão baseados exclusivamente em dados experimentais do processo, porém, apresentam algumas limitações. Dentre os modelos empíricos, pode-se citar os modelos de LYNCH e RAO (1975), PLITT (1976) levemente modificado na versão de FLINTOFF *et al.* (1987) e NAGESWARARAO (1995). Já os modelos semi-empíricos estão baseados em equações que descrevem alguns princípios básicos do processo, mas demandando ajuste de vários parâmetros empíricos.

Assim, a modelagem da classificação de minério de ferro em hidrociclones torna-se fator principal para o presente estudo.

1. 2. OBJETIVO

O presente trabalho tem por objetivo investigar a classificação de um minério de ferro itabirítico em hidrociclones. A partir dos dados experimentais coletados é, então, modelado empiricamente o desempenho (curva de partição e curto-circuito) e a partição de água nos hidrociclones utilizando-se modelos empíricos.

CAPÍTULO 2

REVISÃO DA LITERATURA

2.1. MINÉRIO DE FERRO

O minério de ferro tem grande importância histórica e um bom exemplo foi o uso deste mineral como suporte para a Revolução Industrial, iniciada em meados do século XVIII. Desde a sua origem e aperfeiçoamento, o minério de ferro extraído da natureza precisa passar por várias etapas de um processo de tratamento intensivo, até que esteja pronto para ser transformado no aço, material que serve de base para incontáveis estruturas e equipamentos, essenciais em nosso dia-a-dia.

Em todos os setores da vida moderna encontram-se produtos e ferramentas de uso contínuo que têm no ferro e no aço as matérias-primas principais de sua confecção. Outros produtos, mesmo que não dependam diretamente do aço, são construídos com o apoio desses materiais em sua estrutura ou em seu esqueleto. Desde um simples prego ou parafuso, até grandes edificações ou sofisticados automóveis, quase tudo sofre a influência dos avanços tecnológicos obtidos pela indústria minero-metalúrgica.

A hematita (Fe_2O_3) é atualmente o mineral de ferro de maior emprego na siderurgia, sendo o Brasil um dos grandes produtores mundiais.

Generalizando, pode-se resumir o processo de transformação do minério em aço em quatro grandes estágios: preparação ou tratamento do minério e do carvão; redução do minério de ferro; refino e tratamento mecânico (MOURÃO et. al, 2007).

No presente trabalho é analisada a etapa de tratamento do minério.

2.1.1 CARACTERIZAÇÃO

Os minérios de ferro podem ser classificados de acordo com a sua composição química. Os teores de ferro são determinados tanto pela quantidade de ferro presente nos

minerais como pela concentração desses minerais nas rochas. Os principais minerais de ferro são listados na Tabela 2.1.

As classes minerais são representadas por um ou mais minerais, sendo que destes, apenas os minerais de ferro da classe óxido são explorados economicamente, nas condições atuais.

Tabela 2.1 – Principais minerais de ferro e suas classes (TAKEHARA, 2004).

Classes	Minerais	Composição química do Mineral Puro	Teor Fe (%)	Designação Comum
ÓXIDOS	Magnetita	Fe ₃ O ₄	72,4	Óxido ferroso-férrico
	Hematita	Fe ₂ O ₃	69,9	Óxido férrico
	Goethita	HFeO ₂	62,8	Hidróxido de ferro
	Lepidocrocita	FeO(OH)	62,85	
CARBONATO	Siderita	FeCO ₃	48,2	Carbonato de ferro
SULFETOS	Pirita	FeS ₂	46,5	
	Pirrotita	FeS	63,6	
SILICATOS	Fayalita	Fe ²⁺ ₂ (SiO ₄)	54,81	Grupo da Olivina
	Laihunita	Fe ²⁺ Fe ³⁺ ₂ (SiO ₄) ₂	47,64	Grupo da Olivina
	Greenalita	Fe ²⁺ ₂₋₃ Fe ³⁺ _{0,5} Si _{2-2,5} O ₅ (OH) _{3,3}	44,14	Grupo da Serpentina
	Grunerita	Fe ²⁺ ₇ (Si ₈ O ₂₂) (OH) ₂	39,03	Grupo dos Anfibólios
	Antofilita	Fe ²⁺ ₇ (Si ₈ O ₂₂) (OH) ₂	39,03	Grupo dos Anfibólios

Os minerais mais encontrados no mundo são os hematíticos (Fe₂O₃), magnetíticos (Fe₃O₄), ilmeníticos (FeTiO₃), limoníticos (óxido de ferro hidratado), entre outros, porém os de maior importância são os hematíticos e os magnetíticos. Os minérios brasileiros são na maioria hematíticos, com altos teores de ferro (até 70 %) e pouca ganga. Os mesmos são considerados, em qualidade, entre os melhores do mundo. As grandes jazidas de minério de ferro no mundo (Brasil, África do Sul, Austrália, China, Índia, etc.) permitem a sua exploração sem receios de exaustão (TAKEHARA, 2004; MOURÃO et.al, 2007).

2.1.2. PANORAMA ECONÔMICO

O ferro é um dos elementos mais abundantes da crosta terrestre e matéria-prima fundamental para a indústria. Uma vez que o ferro e o aço estão presentes em uma

grande variedade de produtos, o consumo de minério de ferro ainda é um dos índices considerados na medida de industrialização de um país (GROSS, 1993).

O Brasil é o um dos maiores produtores de minério de ferro do mundo. Em 2008, o país produziu 370 milhões de toneladas, o que corresponde a 17 % da produção mundial como apresentado na Tabela 2.2 (IBRAM, 2008).

Tabela 2.2 – Panorama Mineral Brasileiro (em milhões de toneladas) (IBRAM, 2008).

Ano	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Produção brasileira	237	214	264	262	278	317	350	370
Produção Mundial	1.060	1.080	1.160	1.340	1.540	1.712	1.900	2.200
% Brasil	22,0	19,8	22,7	19,5	18,0	18,5	18,4	17,0
Colocação do Brasil	2°	2°	2°	2°	2°	2°	2°	2°

As reservas brasileiras de minério de ferro destacam-se não apenas pelo seu volume, mas também pelos teores médios, que são superiores a 62 % de ferro, contra os 51,6 % verificados pela média mundial. As reservas medidas e indicadas de minério de ferro no Brasil ultrapassam 26 bilhões de toneladas, situando o país em quinto lugar em relação às reservas mundiais, de 370 bilhões de toneladas. Além disso, as jazidas brasileiras são de fácil extração, pois as mesmas se encontram a céu aberto, o que possibilita a produção de grandes volumes a custos baixos (TAKEHARA, 2004).

A região conhecida como Quadrilátero Ferrífero, localizado na região sudeste do Brasil, no estado de Minas Gerais, juntamente com a Serra dos Carajás, localizada na região norte do Brasil, no estado do Pará, formam as duas principais províncias minerais do país, ambas apresentando depósitos de ferro de notável importância econômica para o país (CPRM, 2007).

Tabela 2.3 - Reservas de minério de ferro no Brasil em bilhões de toneladas (IBRAM, 2008).

Ano	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Reservas Medidas	15,1	14,8	15,6	15,5	15,8	15,8	22,5
Reservas Indicadas	9,7	10,3	11,3	10,9	10,7	10,7	10,7

Os maiores depósitos de minério de ferro existentes no Brasil são compostos de itabiritos, sobretudo localizados em solo mineiro. Esse material possui um teor médio de ferro de 50 %, segundo o Instituto Brasileiro de Mineração (IBRAM, 2008). Já os minérios hematíticos que apresentam em média 60 % de ferro, estão mais presentes no Pará.

Ao longo dos últimos anos houveram poucas mudanças na participação dos Estados de Minas Gerais e Pará na produção brasileira de minério de ferro. Atualmente avanços nas pesquisas revelam a descoberta de minérios de ferro na Bahia, Piauí e outros estados brasileiros, mas Minas Gerais e Pará devem manter a hegemonia ao longo prazo. Dados do IBRAM (2008) mostram que em 2007, Minas Gerais produziu 71 % do total de 350 milhões de toneladas, Pará 27 % e Mato Grosso do Sul, 1 %. Assim, conclui-se que Minas e Pará produzem 98 % do total.

A maior empresa produtora de minério de ferro no Brasil é a Vale, responsável por 66 % da produção nacional, atuando hoje nos 5 continentes.

2.2. CLASSIFICAÇÃO

A classificação tem por objetivo separar um material em duas ou mais frações, com partículas de tamanhos distintos. Essa separação é realizada tomando-se como base a velocidade que as partículas atravessam o meio fluido. No processamento mineral, o meio fluido mais utilizado é a água. Normalmente, a classificação a úmido é aplicada para populações de partículas de granulometria muito fina, onde o peneiramento não representa uma forma eficiente de classificação.

Os classificadores são constituídos basicamente de uma coluna de separação, onde o fluido, seja líquido ou gasoso, está ascendendo a uma velocidade uniforme. As partículas introduzidas na coluna de separação têm sua trajetória determinada por suas velocidades terminais, podendo ser ascendente ou descendente. Desta coluna são obtidos dois produtos: o *overflow* contendo partículas com velocidade terminal menor que a velocidade do fluido e o *underflow* com partículas de velocidade terminal maior que a do fluido, conforme observado na Figura 2.1.

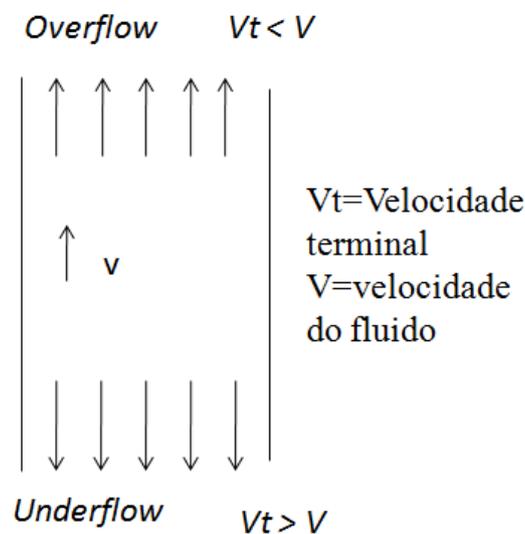


Figura 2.1 – Representação geral do mecanismo de funcionamento de um classificador (SAMPAIO et al., 2007).

Os classificadores podem ser divididos em vários grupos dependendo de seu mecanismo, fluido utilizado, etc. Os mecanismos de funcionamento podem ser: mecânico, não-mecânico, gravitacional e centrífugo.

No presente trabalho é utilizado o hidrociclone, o qual possui como princípio básico a separação centrífuga.

2.3. HIDROCICLONES

Os hidrociclones, também conhecidos como ciclone hidráulico, ciclone de líquido, cones de separação e separadores centrífugos, constituem uma classe importante de equipamentos destinados principalmente à separação de suspensões sólido-líquido (SILVA, 1989; CASTILHO e MEDRONHO, 2000; SOUZA *et al.*, 2000). Todavia, eles também têm sido usados para a separação de sólido-sólido (KLIMA e KIM, 1998), líquido-líquido (SMYTH e THEW, 1996) e gás-líquido (MARTI, 1996).

Estudos realizados por SILVA (1989) destacam que o primeiro hidrociclone foi patenteado em 1891. Entretanto, sua utilização industrial só teve início após a 2ª Guerra Mundial, nas indústrias de extração e processamento de minérios. Desde então, vêm sendo usados de maneira diversificada nas indústrias química, metalúrgica, têxtil, petroquímica, alimento, bioengenharia, dentre outras (SILVA, 1989; DAI *et al.*, 1999; CHU *et al.*, 2002).

Os hidrociclones são classificados em famílias, isto é, grupos de relações geométricas entre as principais dimensões de um hidrociclone, cada qual sendo caracterizados por um conjunto de separadores que mantêm entre si uma proporção constante e exclusiva de suas principais dimensões geométricas como o diâmetro da parte cilíndrica.

As proporções existentes entre as dimensões geométricas estão diretamente relacionadas com o desempenho do hidrociclone. O emprego de uma determinada família de hidrociclones geralmente é restrito à necessidade de equipamentos com um alto poder classificador (baseado no tamanho das partículas coletadas no *underflow*) ou com um grande poder concentrador. Além disso, podem ser extremamente eficientes na separação de partículas com tamanho situado entre 5 a 400 μm (SVAROVSKY, 1990).

Dentre as famílias clássicas podem ser citadas como exemplo a de Bradley, Rietema, Krebs, CBV/Demco, Hi-Klone, Mosley, RW, Warman e AKW. É em função dessa versatilidade que os hidrociclones apresentam, que é possível a sua aplicação nos mais variados processos de separação sólido-líquido, tais como: a classificação seletiva, a deslamagem, o espessamento, o fracionamento, a pré-concentração, a recuperação de líquidos, etc. Devido a essas aplicações, os hidrociclones tornaram-se, atualmente, equipamentos bastante utilizados tanto na separação sólido-líquido quanto na separação líquido-líquido, podendo ser encontrados em diversos setores industriais.

Os hidrociclones são equipamentos simples e de fácil construção, sendo basicamente dotados de um parte cilíndrica acoplada a uma região cônica. As dimensões de cada parte são importantes no processo de separação, pois estão diretamente relacionadas com a capacidade e o poder de classificação destes equipamentos.

2.3.1. DESCRIÇÃO DOS HIDROCICLONES

O hidrociclone consiste numa câmara cilíndrica, com um determinado diâmetro (D_c), interno ao revestimento, acoplada a um cone invertido, equipado com uma entrada tangencial de alimentação, denominada *inlet*, com um determinado diâmetro D_i e duas saídas, uma localizada no centro e no topo da parte cilíndrica, que é chamado *vortex finder*, de diâmetro D_o ; e outra no fundo do cone, denominado *apex* e com diâmetro D_u . A distância compreendida entre as extremidades inferior do *vortex finder* e superior do *apex* caracteriza outra dimensão denominada altura livre h . O comprimento da seção cilíndrica é L_c e o comprimento total do ciclone, L (RAJAMANI e DEVULAPALLI, 1994).

A Figura 2.2 apresenta um esquema típico de um hidrociclone e suas dimensões de projeto.

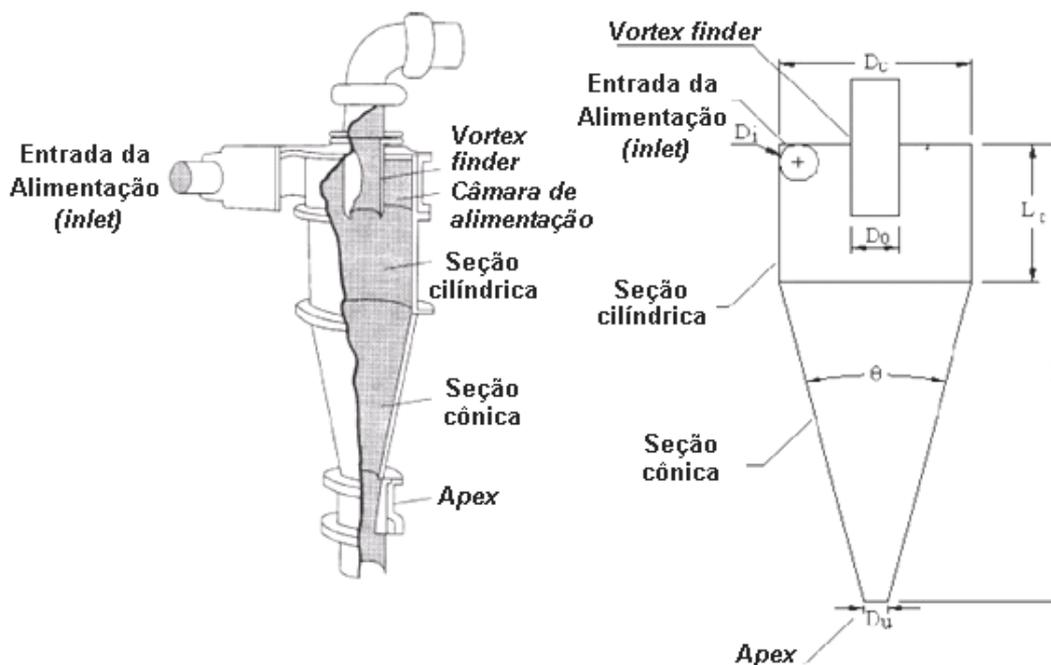


Figura 2.2 – Esquema típico de um hidrociclone e suas dimensões de projeto (TAVARES, 2005).

Segundo SVAROVSKY (2000), os hidrociclones apresentam normalmente diâmetros da parte cilíndrica variando de 1 a 250 cm, operando com vazões de alimentação que variam de 0,1 a 7.200 m³/h e queda de pressão de 30 a 600 kPa.

2.3.2. PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO DOS HIDROCIKLONES

O hidrociclone é um separador baseado na diferença de densidades dos fluidos envolvidos e utiliza a sedimentação centrífuga como princípio de separação, em que as partículas em suspensão são submetidas a um campo centrífugo que provoca sua separação.

A operação consiste essencialmente em alimentar a polpa, sob pressão, tangencialmente à câmara cilíndrica. Cria-se então um escoamento espiralado no interior do hidrociclone, com fluido descendo por sua parede externa (vórtice externo) e subindo ao longo do seu eixo de simetria (vórtice interno) (SVAROVSKY, 1990).

Diferentemente das centrífugas, hidrociclones não têm partes móveis e o vórtice necessário é produzido pelo bombeamento do fluido tangencialmente ao corpo cilíndrico estacionário. Se partículas entram no hidrociclone com o escoamento e, sendo sua densidade diferente daquela do líquido, elas serão separadas devido à ação centrífuga gerada pelo fluido em rotação.

Pela intensidade dos campos centrífugos, há a formação de um núcleo de ar no eixo central no corpo do equipamento, que se estende desde o *vortex finder* até o *apex*. Para que ocorra a formação desse núcleo, o campo centrífugo deve ser muitas vezes mais intenso do que o campo gravitacional.

A força centrífuga gerada pelo vórtice externo atua nas partículas de maior tamanho e densidade, transportando-as de encontro à parede do hidrociclone, num movimento em espiral descendente adentrando na seção cônica. Nesta seção, as partículas maiores e mais densas permanecem em seu caminho espiral descendente, saindo pelo orifício inferior (*underflow*). As partículas de menor tamanho e densidade são carregadas para o centro, num escoamento em espiral ascendente, abandonando o equipamento pelo orifício superior (*overflow*) como ilustrado na Figura 2.3 (NEZHATI et al., 1987).

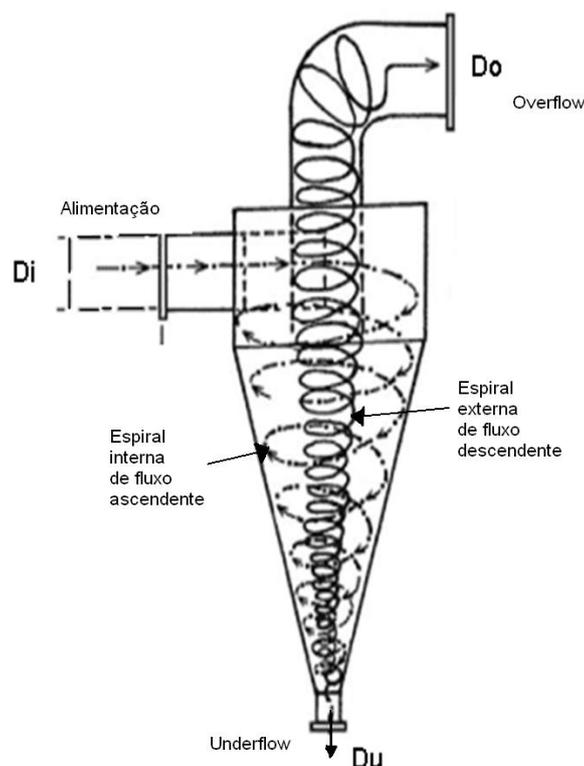


Figura 2.3 – Esquema do escoamento interno de um hidrociclone (MACHACA, 2010).

Os perfis de velocidade são bastante agudos no escoamento, causando fortes tensões cisalhantes que tendem a quebrar quaisquer flocos, aglomerados ou gotículas presentes. A descarga das partículas separadas no orifício de *underflow* se dão devido ao próprio escoamento, que dirige a camada de partículas para baixo rumo ao *apex*.

Os perfis de velocidade podem ser divididos em três componentes principais:

- Tangencial
- Radial
- Vertical ou Axial

A componente tangencial é responsável pela origem da força centrífuga, e o balanço de forças para a classificação e à força de arraste gerada pela velocidade radial. Ela é a componente mais importante dentro do hidrociclone, conferindo movimento de rotação à polpa, onde é mínima no centro do hidrociclone e aumenta proporcionalmente com o raio (BERGSTRÖM e VOMHOFF, 2006; KELSALL *et al.*, 1952).

Segundo KELSALL *et al.*, (1952), foi identificado que a velocidade tangencial tem dois comportamentos diferentes, um na porção mais interna e outro na parte mais próxima à parede do hidrociclone. O interior envolve o *vortex finder*, que, tendo alcançado o máximo, a velocidade tangencial diminui em direção às paredes do *vortex finder* e às paredes do hidrociclone conforme a Figura 2.4.

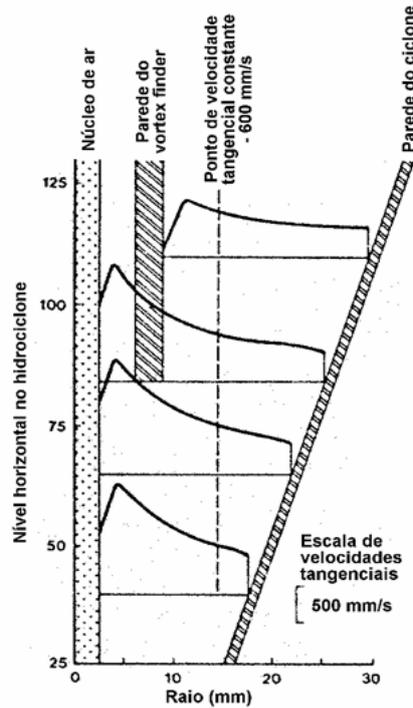


Figura 2.4 – Perfil de velocidade Tangencial no interior do hidrociclone (TAVARES, 2005).

A componente radial é gerada pela parte do fluido que não pode ser descarregada pelo *apex*, formando um fluxo interno na direção do *vortex finder* para seu descarregamento. Ela é responsável pela força de arraste, a qual se contrapõe à força centrífuga.

De acordo com KELSALL (1952), a velocidade nas paredes alcança o máximo, decrescendo no sentido do centro do hidrociclone como observado na Figura 2.5.

O balanço de forças de classificação se apresenta entre as forças centrífugas e as radiais geradas pelo fluido, sendo que nas paredes do hidrociclone e próximo ao *inlet* a velocidade radial é grande e a velocidade tangencial é moderada. Como consequência, as partículas mais grosserias são direcionadas às paredes do hidrociclone, enquanto que as partículas finas são sujeitas às forças centrífugas de baixa magnitude, sendo direcionadas ao centro do hidrociclone (KELLY *et al.*, 1982).

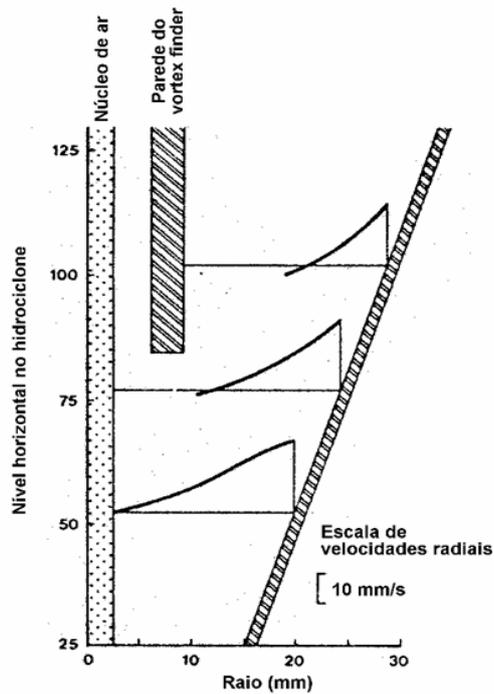


Figura 2.5 – Perfil de velocidade Radial no interior do hidrociclone (TAVARES, 2005).

A componente vertical ou axial é a responsável pela descarga das partículas no hidrociclone. Esta velocidade não influencia diretamente o balanço das forças da classificação.

A velocidade vertical diminui no sentido das paredes do hidrociclone e aumenta em direção ao centro de acordo com a Figura 2.6. Todas as partículas localizadas próximo às paredes tendem a direcionar-se para o *apex*, formando uma camada limite, cuja espessura depende da concentração de sólidos da alimentação (BLOOR *et al.*, 1980; LAVERACK, 1980).

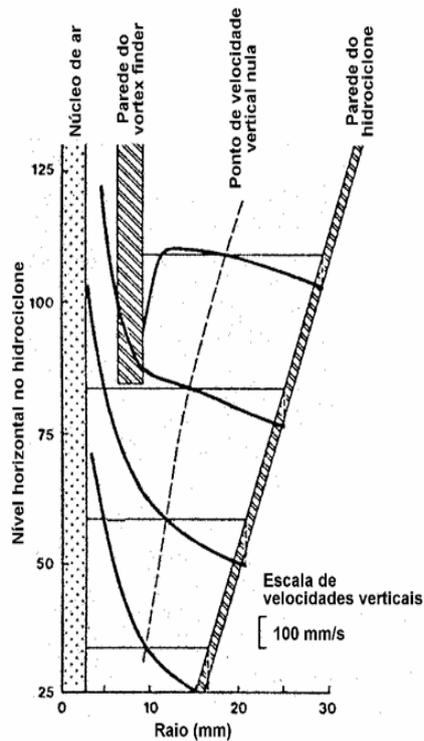


Figura 2.6 – Perfil de velocidade Vertical ou Axial no interior do hidrociclone (TAVARES, 2005).

No interior do hidrociclone observa-se o movimento descendente do líquido junto à parede do separador e um fluxo ascendente junto ao eixo de simetria do equipamento. Dessa forma, presume-se que exista uma região de interface, desconsiderando os efeitos de turbulência, onde a velocidade vertical do líquido é nula (LZVV). Esse plano é chamado de local de velocidade vertical zero (LZVV) conforme a Figura 2.7.

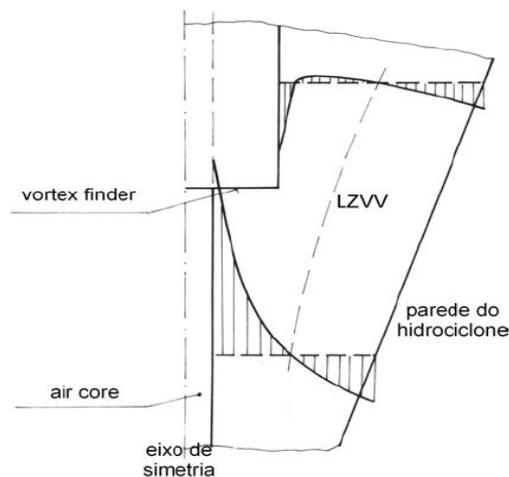


Figura 2.7 – Local de velocidade vertical zero (LZVV).

O diâmetro das partículas, para as quais o raio de equilíbrio é coincidente com LZVV e que têm a mesma chance de ser coletada no *overflow* ou no *underflow*, é chamado de tamanho de corte ou d_{50} (SVAROVSKY, 1984).

Um fator importante que deve ser levado em consideração no escoamento interno dos hidrociclones é a formação de um núcleo central gasoso (*air core*). O movimento de rotação do líquido cria uma zona central de baixa pressão, que normalmente resulta na formação de uma superfície livre de líquido, ao redor do eixo do hidrociclone. Se uma das saídas, ou ambas, encontram-se abertas para atmosfera, o núcleo gasoso central será formado por ar, caso contrário, o núcleo gasoso pode ainda existir, formado por vapor ou gases dissolvidos no líquido. Este núcleo gasoso central pode ser suprimido evitando-se a comunicação direta das correntes de saída com a atmosfera e por meio do controle da pressão nas tubulações que levam ao orifício do *vortex finder*, *overflow* e ao orifício do *apex*, *underflow*. Geralmente, a ausência do núcleo central gasoso produz um aumento na queda de pressão, para uma mesma vazão de alimentação, assim como uma queda na eficiência de separação (FLINTOFF *et al.*, 1987; RIETEMA, 1961B; SILVA, 1989).

Estudos realizados por SILVA (1989), mostram que os hidrociclones com diâmetros entre 1 e 250 cm têm diâmetro de corte, para a maioria dos sólidos, variando de 2 a 250 μm . A vazão de alimentação varia entre 0,1 a 7200 $\text{m}^3 \text{h}^{-1}$, a queda de pressão varia de 34 a 600 kPa.

2.3.3. Medida da eficiência de classificação em hidrociclones

A eficiência de separação de partículas em um hidrociclone depende da geometria do mesmo, das propriedades físicas do sólido e do fluido e das condições de operação (SILVA e MEDRONHO, 1988).

As curvas de partição são a melhor maneira de descrever o desempenho dos classificadores em termos de separação de tamanhos ou recuperação dos sólidos. Elas permitem determinar a percentagem de massa da alimentação, contida em cada classe de tamanhos, que é direcionada para um dos produtos (*underflow* ou *overflow*). Uma curva de distribuição típica é mostrada na Figura 2.8, sendo também denominada curva

de distribuição, de desempenho, de seletividade, de eficiência ou, ainda, curva de Tromp.

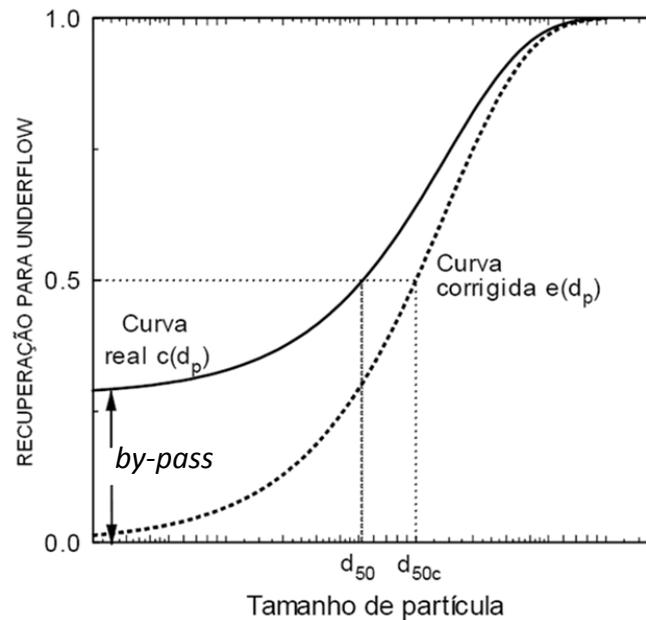


Figura 2.8. Curvas de partição típicas de hidrociclones (TAVARES, 2005).

No caso de uma separação ideal as duas populações obtidas da classificação deveriam ser uma fina e outra grossa, mas na prática, isso não ocorre, sendo partículas finas encontradas no *underflow* e partículas grossas no *overflow*, deduzindo-se que a classificação não é perfeita.

Uma característica presente em quase todos os classificadores é o curto-circuito, também comumente chamado de *by-pass*, o qual corresponde à fração de partículas da alimentação que não sofrem classificação e dirigem-se diretamente ao *underflow* (FRACHON E CILLIERS, 1999). Em geral, somente o curto-circuito das partículas finas para o produto grosseiro que é significativo.

O processo de classificação é representado pela curva de partição real e corrigida, essa última obtida desprezando o efeito de curto-circuito ou *by-pass*. Os parâmetros que caracterizam a operação de separação de tamanhos são o d_{50} e o d_{50c} , os quais são o tamanho de partícula no qual o classificador corta a população de partículas com a mesma probabilidade, sendo chamado de diâmetros medianos de partição real e de partição corrigida, respectivamente. No caso da curva de partição corrigida o d_{50c} é o tamanho para qual $e(d_p)$ é 0,5, denominado diâmetro de partição corrigida.

A classificação do equipamento é descrita pela função de classificação corrigida e o curto-circuito pela seguinte equação:

$$C(d_p) = \alpha + (1 - \alpha)e(dp) \quad \text{Equação 2.1}$$

onde $C(dp)$ é chamada a função real de classificação e $e(dp)$ a função corrigida de classificação.

Porém, somente os valores de d_{50} e d_{50c} não descrevem adequadamente a qualidade de separação, uma vez que diferentes tipos de separações podem apresentar o mesmo valor de d_{50} e d_{50c} como pode ser observado na Figura 2.9. Estudos, como o trabalho de (TERRA, 1938 e CHAVES, 1996), sugeriram que a eficiência de classificação pode ser estimada pela seguinte relação:

$$I = \frac{d_{75} - d_{25}}{2d_{50}} \quad \text{Equação 2.2}$$

na qual I é proporcional ao coeficiente angular da reta que liga os pontos do tamanho de partícula que tem a mesma chance de 25 e 75 %, respectivamente, de se dirigirem para o underflow, definidos por d_{25} e d_{75} . Quanto mais próximo de zero o valor de I , melhor a eficiência do processo.

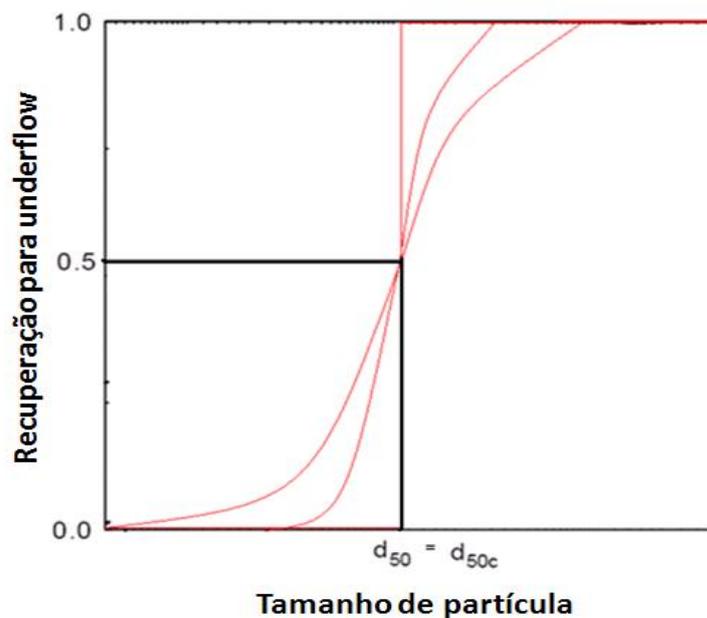


Figura 2.9 – Curvas de partição que descrevem a qualidade de separação.

Observa-se ainda na realidade de qualquer que seja o processo de classificação, a curva de partição não passa pela origem, apresentando o efeito de *by-pass*. Logo, KELSALL (1953) sugeriu que o *bypass*, ou seja, a proporção de partículas que não sofre classificação, é diretamente proporcional à fração de água alimentada que reporta ao produto underflow (R_f), sendo dada por:

$$R_f = \frac{Q_{au}}{Q_{aa}} \quad \text{Equação 2.3}$$

sendo,

Q_{aa} = vazão de água na alimentação (m^3/h), e

Q_{au} = vazão de água no produto *underflow* (m^3/h).

Num mesmo trabalho, foi proposta uma equação para o cálculo da curva de partição corrigida, considerando R_f sendo dada por (KELSALL, 1953):

$$e(dp) = \frac{e(dp)_{obs.} - R_f}{1 - R_f} \quad \text{Equação 2.4}$$

De acordo com a literatura, o modelo mais utilizado para o ajuste da curva foi proposto por PLITT (1971), sendo descrito por uma função do tipo Rosin-Rammler, dada por:

$$e(dp) = 1 - \exp\left(-0,693\left(\frac{d}{d_{50c}}\right)^m\right) \quad \text{Equação 2.5}$$

sendo m o parâmetro que caracteriza a qualidade ou precisão de separação, variando normalmente de 1,5 a 3,5. Quanto maior o valor de m , maior será a precisão da separação.

Normalmente as curvas de partição apresentam a configuração apresentada na Figura 2.8, mas podem ser observados casos em que um efeito, denominado *anzol*, ou *fish hook*, aparece na região das partículas finas como observado na figura 2.10. Graças aos avanços tecnológicos na última década é agora possível a determinação da distribuição de tamanhos de partículas ultrafinas menores que $10 \mu\text{m}$, sobretudo com o auxílio de equipamentos modernos de difração a laser, como o *MasterSizer* da MALVERN e o MICROTRAC. A partir desses dados, obtidos com a desaglomeração completa das

partículas, tem-se evidenciado esse efeito na curva de partição (NAPIER-MUNN *et al.*, 1996).

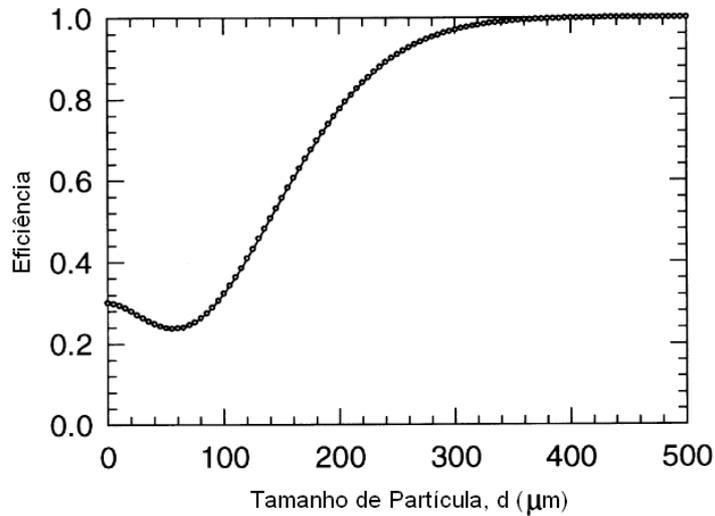


Figura 2.10 - Curva de partição onde se observa o efeito “*Fish Hook*” (NAGESWARARAO, 2000).

Segundo NAPIER-NUNN *et al.* (1996), o melhor modelo, ainda que empírico, aplicado para explicar este efeito foi proposto por Whiten, que é representado pela seguinte equação:

$$e = 1 - C \left\{ \frac{\left[1 + \omega \omega^* \left(\frac{d_p}{d_{50c}} \right) \right] [\exp(\alpha) - a]}{\exp\left(\omega \omega^* \frac{d_p}{d_{50c}} \right) + \exp(\alpha) - 2} \right\} \quad \text{Equação 2.6}$$

onde e é a fração da alimentação que reporta ao *underflow*, C é a fração da alimentação que é sujeita à classificação, ou seja, 1- fração de *bypass*, α é o parâmetro de nitidez de separação da curva, ω é o parâmetro do anzol e ω^* é o parâmetro que mantém a definição $d = d_{50c}$ quando $e = 1 - 0,5C$. A equação trabalha com o tamanho de partícula reduzido dp/ d_{50c} , onde dp é o tamanho de partícula. Quando a curva de partição não apresenta o efeito de anzol, o parâmetro ω se torna igual a zero e o parâmetro $\omega^* = 1$, obtendo a equação:

$$e = 1 - C \left\{ \frac{[\exp(\alpha) - 1]}{\exp\left(\alpha \times \frac{d_p}{d_{50c}}\right) + \exp(\alpha) - 2} \right\} \quad \text{Equação 2.7}$$

Em estudos realizados por HSIEH et al. (1991) constatou-se que o parâmetro α decrescia com o aumento da viscosidade da polpa. Além disso, mais tarde ASOMAH et al. (1997) concluiriam que α variava com as condições operacionais e as dimensões do hidrociclone.

2.4. Modelos de separação de partículas em hidrociclones

Os modelos de separação em hidrociclones tentam, através de considerações teóricas, descrever a forma como uma determinada partícula é classificada. De acordo com as hipóteses adotadas, os principais modelos existentes atualmente são os seguintes: Tempo de Residência, Órbita de Equilíbrio e Modelo Populacional (POSSA, 2000).

2.4.1. Tempo de Residência

Esta teoria parte do princípio de que todas as partículas se encontram homogeneamente distribuídas pela seção transversal ao eixo do ciclone e que o tempo de residência das partículas dentro do ciclone varia de acordo com suas próprias características. COHEN *et al.* (1966) observaram que o maior tempo de residência está associado a partículas que apresentam tamanhos próximos ao de corte do hidrociclone.

A distribuição do tempo de residência de partículas contidas em uma dada classe de tamanhos de partículas é aleatória e pode ser atribuída à turbulência na polpa da alimentação. Sendo que os tempos de permanência das partículas muito grossas dependem muito do atrito com as paredes, das características do mesmo e ao nível de interação entre as partículas próximas ao orifício do *apex* (HEISKANEN, 1993).

Um fator que influenciará no aumento do tempo de residência é a geometria do hidrociclone, onde um maior comprimento da seção cilíndrica e maior ângulo induzem

a um maior tempo de residência das partículas dentro do ciclone, provocando uma classificação mais fina (SAMPAIO *et al.*, 2007).

2.4.2. Órbita de Equilíbrio

Este modelo parte da premissa de que partículas de um mesmo tamanho possuem uma órbita radial de equilíbrio no hidrociclone, de tal forma que as velocidades terminais de sedimentação no campo centrífugo dessas partículas sejam exatamente iguais à velocidade radial do líquido no sentido do eixo do equipamento (DRIESSEM, 1951; CHEN *et al.*, 2000).

Este equilíbrio é obtido quando as forças centrífugas e de arraste atuantes sobre a partícula são iguais, como se pode observar na Figura 2.11. Assim, assumindo que as partículas estejam em regime laminar, a força centrífuga, é dada por:

$$F_c = \pi \frac{d_i^3}{6} (\rho_s - \rho_L) \frac{v_t^2}{r} \quad \text{Equação 2.8}$$

Na qual,

F_c = força centrífuga;

d_p = diâmetro da partícula;

v_t = velocidade periférica; e

r = raio da trajetória.

Com base na Lei de Stokes a força de arraste sobre uma partícula é expressa como:

$$F_d = 3\pi d \mu v_r \quad \text{Equação 2.9}$$

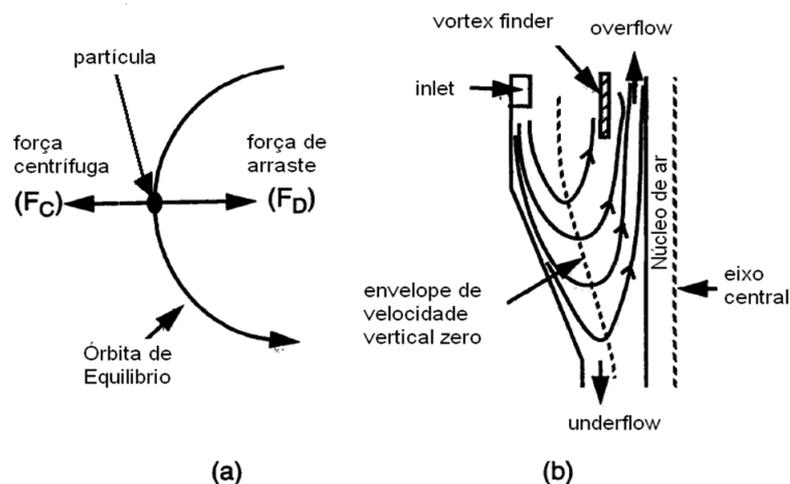


Figura 2.11 - Ilustração da Órbita de equilíbrio de uma partícula dentro do hidrociclone (a) vista do topo, (b) vista lateral (KAWATRA, 1996).

2.4.3. Modelo Populacional

Este modelo foi sugerido inicialmente por FAHLSTROM (1960), que propôs que o diâmetro de corte é, em princípio, uma função de dimensão do diâmetro do orifício do *apex* e da distribuição granulométrica da alimentação. Esse autor afirmou que o efeito populacional de corte poderia ser estimado a partir da recuperação de massa no *underflow*. As informações estabelecidas através desta teoria não produziram, até o momento, resultados quantitativos, servindo entretanto para explicar diversas observações qualitativas de operação com hidrociclones, com a presença de sólidos grossos na corrente de *overflow*.

2.5. MODELAGEM MATEMÁTICA

A modelagem matemática se insere num conjunto de procedimentos que tem por objetivo a obtenção de um modelo. Define-se um modelo como uma equação ou conjunto de equações que transforma dados de entrada em dados de saída (resultados). O modelo é uma descrição matemática simplificada de um processo que expressa mecanismos envolvidos, a partir de conhecimentos já adquiridos (POSSA, 2000).

Os modelos podem ter grande complexidade ou não, dependendo do conhecimento existente e de quanto se deseja que a simulação se aproxime da situação real.

Os modelos podem ser classificados em teóricos (fundamentais), fenomenológicos, empíricos ou semi-empíricos.

No presente trabalho serão apresentados os modelos empíricos e semi-empíricos de maior importância no desempenho de hidrociclones.

2.5.1. Modelos Empíricos e Semi-Empíricos

Os **modelos empíricos** estão baseados exclusivamente em dados experimentais do processo. Os dados obtidos freqüentemente utilizam números adimensionais de similaridade (KRAIPECH *et al.*, 2006). Esses vem a ser correlacionados por meio de técnicas de regressões lineares e não-lineares, correlacionando variáveis operacionais, geometria dos equipamentos e parâmetros de desempenho do processo.

Este tipo de modelo é bastante restrito, não podendo ser extrapolado para condições sob as quais as variações não foram estudadas. Os modelos empíricos são de fácil construção e freqüentemente auxiliam no desenvolvimento de modelos fenomenológicos.

Os **modelos semi-empíricos** se diferenciam dos anteriores porque estes estão baseados em equações que descrevem alguns princípios básicos do processo, mas demandando ajuste de vários parâmetros empíricos.

Os modelos empíricos são os mais utilizados para prever o desempenho de hidrociclones devido a sua fácil adequação em simuladores de processos, chegando a representar a base principal de simulações de processos a nível industrial.

No Tratamento de Minérios os modelos mais utilizados são os fenomenológicos e os empíricos, ou ainda, a combinação destes, face a complexidade dos mecanismos envolvidos nos processos. Deve-se ressaltar, no entanto, que os fundamentos dos modelos teóricos devem sempre estar presentes para que não ocorra a aceitação de

modelos fisicamente irreais. São muito utilizados em equipamentos como classificadores e em circuitos fechados de moagem da indústria de mineral.

Uma característica comum dos modelos especificamente em hidrociclones é que eles determinam a:

- Relação entre pressão e vazão da alimentação;
- O tamanho de corte corrigido (d_{50c});
- A distribuição de água nos produtos em geral, como a recuperação de água no underflow, mais algumas vezes preveem a relação entre os fluxos para os produtos, S.

A seguir são apresentados os seguintes modelos:

- Lynch e Rao (LYNCH e RAO, 1975)
- Plitt (PLITT, 1976)
- Nageswararao (NAGESWARARO, 1978 E 1995)

Adicionalmente, a literatura apresenta modelos semi-empíricos como o modelo de Tavares (TAVARES *et al.* 2002), o qual segue o mesmo formato na predição do desempenho de hidrociclones de Nageswararao, mais incorporando uma nova variável, que é a viscosidade da polpa na posição do ciclone correspondente à LVVZ, local de velocidade vertical zero.

2.5.1.1. Modelo de Lynch e Rao

Caracteriza-se pela forte correlação entre a abordagem dos fatores de desempenho d_{50} e geometria do ciclone, os sólidos provenientes da alimentação e as taxas de fluxo. A eficiência da curva para *underflow* foi representada por (WHITEN, 1977). A equação geral para d_{50} é da forma:

$$\log_{10} d_{50c} = K_1 D_o - K_2 D_u + K_3 D_i + K_4 C_w - K_5 Q_f + K_6 \quad \text{Equação 2.10}$$

sendo,

$$Q_f = K_7 D_o^{0,73} D_i^{0,86} P^{0,42} \quad \text{Equação 2.11}$$

$$R_f = K_8 \frac{D_u}{Q_f} - \frac{K_9}{Q_f} + K_{10} \quad \text{Equação 2.12}$$

$$Y_i = \frac{\exp[\alpha(dp/d_{50c})] - 1}{\exp[\alpha(dp/d_{50c})] + \exp(\alpha) - 2} \quad \text{Equação 2.13}$$

Na qual,

d_p = tamanho médio de partícula (mm);

d_{50c} = tamanho mediano de partição corrigida (mm);

$K_1...K_n$ = parâmetro típicos para o sistema minério/ciclone;

D_o = diâmetro do *vortex finder* (cm);

D_u = diâmetro do *apex* (cm);

D_i = diâmetro do *inlet* (cm);

Q_v = vazão volumétrica de polpa na alimentação (L/min);

C_w = percentagem de sólidos em massa da alimentação (%);

P = pressão de alimentação (kPa);

Q_f = vazão de água na alimentação (t/h);

R_f = partição da água para o *underflow*;

Y_i = partição reduzida; e

α = parâmetro de nitidez de separação.

Todos os testes usados no desenvolvimento do modelo foram realizados em hidrociclones Krebs, por isso a aplicação deste modelo em hidrociclones com geometrias diferentes não é muito aconselhável.

O modelo tem limitações quando se usa com uma série de ciclones de pequenos diâmetros (POSSA, 2000). Outra limitação do modelo é o fato de não ter explícito o termo da viscosidade, justificando indiretamente este efeito por um termo que depende da concentração de sólidos na polpa. No entanto, sabe-se que a concentração de sólidos não é o único parâmetro que afeta a reologia da polpa.

De forma similar, os valores das constantes foram derivados para materiais como o quartzo e o calcário com uma determinada distribuição de tamanhos de partícula. Isto faz que o modelo não possa ser facilmente utilizado para outros tipos de materiais. Em particular, é necessária uma correção para a densidade:

$$\frac{(d_{50c})_a}{(d_{50c})_b} = \left[\frac{(\rho_s)_b - \rho_L}{(\rho_s)_a - \rho_L} \right]^{0,5} \quad \text{Equação 2.14}$$

Sendo $(\rho_s)_a$ e $(\rho_s)_b$ a denominação da densidade dos minerais a e b respectivamente.

2.5.1.2. Modelo de Plitt

Este modelo é baseado em dados experimentais obtidos por Lynch e Rao (PLITT, 1976) e define as variáveis listadas na Tabela 2.4.

Tabela 2.4 – Variáveis do modelo de Plitt.

Dependentes	Independentes
Rendimento do hidrociclone, Q	Diâmetro do hidrociclone, D_c
Tamanho de corte, d_{50c}	Diâmetro do <i>vortex finder</i> , D_o
Razão entre as vazões volumétricas da polpa no <i>underflow</i> e no <i>overflow</i> , S	Diâmetro do <i>apex</i> , D_u
Parâmetro de desenho e classificação, m	Diâmetro do <i>inlet</i> , D_i e correlações entre eles ($D_u^2 + D_o^2$) e (D_u / D_o)
	Altura livre do <i>vortex</i> , h

Na referência original PLITT (1976) oferece duas formas da equação para a d_{50c} . uma das equações inclui o efeito do tamanho de alimentação e na outra não (NAGESWARARAO et al., 2004).

As equações para o desempenho do hidrociclone são:

$$d_{50c} = K_1 \frac{39,7 D_c^{0,46} D_i^{0,6} D_o^{1,21} \eta^{0,5} e^{0,063 C_v^P}}{D_u^{0,71} h^{0,38} Q_v^{0,45} \left(\frac{\rho_s - 1}{1,6} \right)^n} \quad \text{Equação 2.15}$$

$$P = K_2 \frac{1,88 Q_v^{1,8} e^{0,0055 C_v^P}}{D_c^{0,37} D_i^{0,94} h^{0,28} (D_u^2 + D_o^2)^{0,87}} \quad \text{Equação 2.16}$$

$$S = K_3 \frac{18,62 \rho_p^{0,24} (D_u/D_o)^{3,31} h^{0,54} (D_u^2 + D_o^2)^{0,36} e^{0,0054 C_v^P}}{D_c^{1,11} P^{0,24}} \quad \text{Equação 2.17}$$

$$m = K_4 1,94 \left(\frac{D_c^2 h}{Q_v} \right)^{0,15} e^{\left(\frac{-1,58 S}{1-S} \right)} \quad \text{Equação 2.18}$$

Sendo,

D_c = diâmetro do hidrociclone (cm);

η = viscosidade do líquido (cP);

C_v^P = percentagem de sólidos por volume na alimentação (%);

h = altura livre do hidrociclone (cm);

n = expoente hidrodinâmico, a ser estimado a partir dos dados (valores padrões para os regimes laminar = 0,5 e turbulento = 1);

ρ_s = densidade do minério (g/cm³);

ρ_p = densidade da polpa (g/cm³);

S = razão entre as vazões volumétricas da polpa no *underflow* e no *overflow*; e

m = parâmetro de nitidez da separação.

O modelo é amplamente utilizado porque oferece uma completa predição de processos em termo da geometria e variáveis operacionais.

Segundo KING (2001) a principal fonte de incerteza no modelo de Plitt está relacionada ao calculo do S . Na estimativa da recuperação de água no *underflow*, R_f (o parâmetro para os cálculos adicionais) de S , por um processo indireto a propagação do erro do calculo S torna-se inevitável (HINDE, 1977; PLITT *et al.*, 1990; KING, 2001).

2.5.1.3. Modelo de Nageswararao

Este modelo é baseado em dados obtidos experimentalmente por (LYNCH E MORREL, 1992, NAGESWARARAO, 1995 e NAPIER-MUNN *et al.*, 1996); utilizando hidrociclone Krebs. Ele considera como fatores relevantes na descrição do desempenho do hidrociclone o tamanho de corte adimensional, d_{50c}/D_c , Q_v , R_f , e R_v . Embora este último parâmetro seja considerado como um fator redundante, este dado foi desenvolvido de forma que possa fazer uma comparação direta com outras equações disponíveis para a água.

O modelo leva em consideração parâmetros geométricos e operacionais como o ângulo da seção cônica do ciclone (θ), a razão entre as velocidades terminais da partícula (λ), fator que foi incluído para representar de certa forma os efeitos da viscosidade da polpa, devido a mudanças do teor de sólidos da alimentação. Ele também leva em consideração os efeitos da força centrífuga no termo ($P/\rho_p g D_c$).

Uma vez obtido o d_{50c} previsto pelo modelo, este é inserido na equação de Whiten, para a determinação da curva de partição. O parâmetro α é determinado a partir dos ensaios de laboratório. Esse é o principal modelo utilizado em JkSimMet[®]. Ele apresenta as seguintes equações:

$$\frac{d_{50c}}{D_c} = K_1 (D_c)^{-0,65} \left(\frac{D_o}{D_c} \right)^{0,52} \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{-0,47} (\lambda)^{0,93} \left(\frac{P}{\rho_p g D_c} \right)^{-0,22} \left(\frac{D_i}{D_c} \right)^{-0,5} \left(\frac{L_c}{D_c} \right)^{0,2} \theta^{0,15} \quad \text{Equação 2.19}$$

$$Q_v = K_2 D_c^2 \left(\frac{P}{\rho_p} \right)^{0,5} \left(\frac{D_o}{D_c} \right)^{0,68} \left(\frac{D_i}{D_c} \right)^{0,45} \left(\frac{L_c}{D_c} \right)^{0,2} \theta^{-0,1} \quad \text{Equação 2.20}$$

$$R_f = K_3 \left(\frac{D_o}{D_c} \right)^{-1,19} \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{2,40} \left(\frac{P}{\rho_p g D_c} \right)^{-0,53} (\lambda)^{0,27} \left(\frac{D_i}{D_c} \right)^{-0,5} \left(\frac{L_c}{D_c} \right)^{0,22} \theta^{-0,24} \quad \text{Equação 2.21}$$

$$R_v = K_4 \left(\frac{D_o}{D_c} \right)^{-0,94} \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{1,83} \left(\frac{P}{\rho_p g D_c} \right)^{-0,31} \left(\frac{D_i}{D_c} \right)^{-0,25} \left(\frac{L_c}{D_c} \right)^{0,22} \theta^{-0,24} \quad \text{Equação 2.22}$$

sendo,

D_c = diâmetro do hidrociclone (m);

D_o = diâmetro do *vortex finder* (m);

D_u = diâmetro do *apex* (m);

D_i = diâmetro equivalente a área de entrada do *inlet* (m);

ρ_p = densidade da polpa (t/m^3);

L_c = comprimento da seção cilíndrica (m);

Q_v = vazão volumétrica de polpa na alimentação (m^3/h);

R_v = partição de polpa em volume para o underflow (%);

R_f = partição de água para o underflow (%);

θ = ângulo da seção cônica do ciclone (graus); e.

λ = termo de correção da sedimentação em queda impedida da

$$\text{partícula} = 10^{1,82C_v} / [8,05(1-C_v)^2].$$

De acordo com NAGESWARARAO *et al.* (2004), a precisão das variáveis do modelo depende inteiramente da base de dados de LYNCH e RAO (1975) e NAGESWARARAO (1978). Outro fator importante é que o modelo ignora algumas variáveis de projeto como a rugosidade do revestimento interno do equipamento e também o tipo de entrada da alimentação (tais como tangencial e envoluto, forma de curva envolvente), que, se forem significativas, introduzem erro no modelo. Por outro lado, a construção do modelo foi realizada mantendo fixas as propriedades do meio líquido, limitando sua aplicação em processos em que o meio líquido for diferente da água.

Segundo KING (2001) a principal fonte de incerteza deste modelo está na previsão da divisão de fluxo, S , devido à influência na estimativa de R_f (parâmetro realmente necessário para cálculos adicionais), a propagação de erro resultante é inevitável.

2.5.1.4. Modelo Tavares

Este foi o primeiro modelo semi-empírico desenvolvido para hidrociclones de pequeno diâmetro de 2,5 - 5 cm. A característica primordial do modelo é que a modelagem centra-se no estudo da reologia de polpas. O modelo baseia-se nas seguintes equações:

$$Q_v = K_1 D_c^2 \left(\frac{\Delta P}{\rho_p} \right)^{0.5} \left(\frac{D_i}{D_c} \right)^{0.45} \left(\frac{D_0}{D_c} \right)^{0.68} \left(\frac{L_c}{D_c} \right)^{0.20} \theta^{-0.10} \quad \text{Equação 2.23}$$

$$R_f = K_2 D_c^{E_1} g(C_v)^{E_2} \left(\frac{P}{\rho_p g D_c} \right)^{E_3} \left(\frac{D_i}{D_c} \right)^{-0.50} \left(\frac{D_0}{D_c} \right)^{-1.19} \left(\frac{D_u}{D_c} \right)^{2.40} \left(\frac{L_c}{D_c} \right)^{0.22} \theta^{-0.24} \quad \text{Equação 2.24}$$

$$d_{50c} = K_3 \left[D_c^{4-b} Q_v^{b-2} \left(\frac{ab}{\rho_s - \rho_L} \right) \left(\frac{8\pi Z}{\pi D_i^2 r_{*50}^{N+1}} \right)^{b-1} \right]^{1/2} \quad \text{Equação 2.25}$$

Sendo,

ρ_p = densidade da polpa (kg/m^3);

ΔP = queda da pressão na alimentação (Pa);

L_c = comprimento da seção cilíndrica (m);

g = aceleração da gravidade (m/s^2);

$E_1 \dots E_3$ = parâmetros de ajuste do modelo;

N = constante da equação de velocidade tangencial ($n = 0,38$; representa o ponto da velocidade nula de acordo com BRADLEY *et al.*, 1965);

Z = fator de redução da velocidade de entrada (Equação 3-15);

a, b = constantes do modelo reológico de Ostwald e Waele; e

r_{*50} = raio adimensional ($r_{*50} = 2r/D_c$, onde r é o raio do ciclone).

Os dados, obtidos a partir do ponto de velocidade vertical nula dentro do hidrociclone, foram utilizados com sucesso para descrever a reologia da polpa e para modelar o ponto de corte para polpas de fosfato. No entanto, a validade desta abordagem é limitada em

polpas com elevadas proporções de finos, o que pode não ser exata a afirmação da existência de um estado estacionário no ponto onde a velocidade vertical é zero no hidrociclone (MACHACA *et al.*, 2009).

2.6. EFEITO DA GEOMETRIA E DE VARIÁVEIS OPERACIONAIS NO DESEMPENHO DE HIDROCICLONES

A operação de hidrociclones pode ser influenciada por inúmeras variáveis, como a geometria do equipamento e até mesmo variáveis que podem ser controladas em operação. Em operações industriais pouco se constata alterações desses parâmetros, pois as variações podem implicar em mudanças no projeto do equipamento. Entretanto os hidrociclones utilizados em escala piloto permitem modificações de alguns parâmetros (SAMPAIO *et al.* 2007).

2.6.1. Geometria

Os parâmetros relacionados com sua geometria considerados importantes são os seguintes:

- Diâmetro do hidrociclone;
- Área do *inlet*;
- Comprimento da seção cilíndrica e ângulo de cone;
- Diâmetro do *vortex finder*;
- Diâmetro do *apex*.

O diâmetro de corte é, na prática, determinado predominantemente pelas dimensões do hidrociclone. Essas variáveis exercem maior influência no diâmetro de corte da classificação, e o **diâmetro interno da seção cilíndrica** determina a capacidade do equipamento. A classificação em granulometrias finas requer a utilização de hidrociclones com pequenos diâmetros. Assim, quanto maior o diâmetro do hidrociclone, maior será o corte granulométrico da classificação, porque esses

equipamentos proporcionam menor aceleração às partículas, isto é, a força de aceleração é inversamente proporcional ao diâmetro do hidrociclone.

A **área do Inlet (AI)** determina a velocidade de entrada e, conseqüentemente, a velocidade tangencial, que também varia com o raio da seção cilíndrica. No dimensionamento do hidrociclone é comum usar, para cálculo da área do *inlet* (AI) de um hidrociclone com diâmetro D , a seguinte equação:

$$(AI) = 0,05D^2 \quad \text{Equação 2.26}$$

De modo análogo, a velocidade tangencial V_t é, aproximadamente, igual à velocidade de entrada (V_e) na seção cilíndrica do equipamento (MULAR, 1980).

Variações na área de entrada implicarão em variações na capacidade (kg/h) do hidrociclone e na redução da pressão.

O **comprimento da seção cilíndrica e ângulo de cone** são os parâmetros que afetam o tempo de residência da polpa no hidrociclone. É comum, o uso do comprimento da seção cilíndrica L_c igual ao seu diâmetro D_c . O aumento de L_c eleva o tempo de residência e, em conseqüência, se obtém uma classificação mais fina.

Para um hidrociclone com seção cilíndrica de diâmetro fixo, a diminuição do ângulo da seção cônica aumenta o comprimento da seção cilíndrica, induzindo um aumento do tempo de residência. Nesse caso, a classificação também será mais fina.

O **diâmetro do vortex finder** situa-se entre 35 e 40 % do diâmetro interno do hidrociclone, entretanto não se trata de uma regra absoluta. As dimensões deste parâmetro exercem uma influência significativa sobre a:

- eficiência da classificação e capacidade (kg/h) do hidrociclone;
- pressão, cujo valor pode reduzir ou aumentar.

Para um mesmo hidrociclone, acréscimos no diâmetro do *vortex finder* provocam também acréscimos no diâmetro de corte de classificação e na percentagem de sólidos no *overflow*.

O comprimento do *vortex finder* deve ser suficiente para que sua base seja horizontalmente posicionada abaixo do injetor. Desse modo, evita-se curto-circuito de

partículas, isto é, passagem direta das partículas ao *overflow*, sem sofrer classificação. Frequentemente, os hidrociclones pequenos, com diâmetros menores que 250 mm, usados nos estudos em escala piloto, possuem o ângulo do cone da ordem de 12° , enquanto os maiores possuem um ângulo de, aproximadamente, 20° . É aconselhável que o *apex*, ponto de maior desgaste do equipamento, possua um diâmetro menor que um quarto do diâmetro do *vortex finder*.

O aumento do **diâmetro do *apex*** diminui o diâmetro de classificação. A relação inversa é mais limitada, pois as partículas maiores só podem ser descarregadas pelo *apex*. Se o diâmetro do *apex* for muito pequeno, deverá ocorrer um acúmulo de material grosso no cone, aguardando a sua descarga. Conseqüentemente, partículas que já foram rejeitadas pelo *vortex finder* podem retornar e serão descarregadas, o que aumentará o diâmetro da classificação granulométrica.

Quando a operação resulta na descarga do *underflow*, segundo o formato de cordão (*roping*), denota uma sobrecarga do *apex* com partículas grossas ou, de modo inadvertido, seu estrangulamento. Nesta situação, essas partículas são forçadas a sair pelo *overflow*, prejudicando, de forma expressiva, a eficiência da classificação. Por outro lado, a descarga em forma de guarda-chuva é característica de um *apex* muito aberto. Finalmente, o operador percebe a operação eficiente do hidrociclone, quando o *underflow* descarrega na forma de um cone de ângulo pequeno, ou chuveiro, que é a posição adequada à classificação perfeita. As três situações podem ser observadas na figura 2.12.

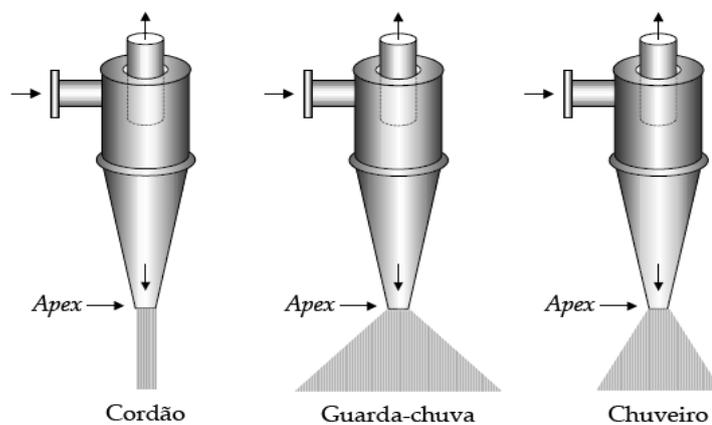


Figura 2.12 – Esquema das três formas de descarga do underflow no hidrociclone (SAMPAIO *et al.* 2007).

A descarga do *underflow* segundo o formato de cordão (*roping*) ou guarda - chuva influencia de forma negativa a eficiência de corte em hidrociclones e principalmente o curto-circuito ou *bypass*. A descarga em forma de cordão é observada quando a densidade do *underflow* é elevada. Já a descarga de guarda-chuva é encontrada em polpas excessivamente diluídas. Através de estudo realizados por (PLITT *et. al.*, 1987), é possível identificar esses problemas como pode-se observar na seguinte equação:

$$C_{vu} > 62,3 \left[1 - \exp\left(-\frac{x_{50}}{60}\right) \right] \quad \text{Equação 2.27}$$

Sendo d_{50} o tamanho médio da partícula para o *underflow* (μm) e C_{vu} percentagem em volume dos sólidos no *underflow*. Porém, existem alternativas para evitar a descarga de guarda-chuva, como a proposta por CONCHA e BARRIENTOS (1994) na Tabela 2.5.

Tabela 2.5 - Efeito da descarga do *underflow* em função da razão dos diâmetros das saídas do hidrociclone.

Razão das saídas	Efeito de descarga do Underflow
$D_u / D_o < 0,45$	Descarga de cordão
$0,45 < D_u / D_o < 0,5$	Guarda-chuva ou cordão dependendo da pressão
$0,56 < D_u / D_o < 0,90$	Guarda-chuva

A figura 2.13 ilustra exemplos desses efeitos, sugerindo que o seu uso pode trazer benefícios na separação em duplo estágio de hidrociclonagem.

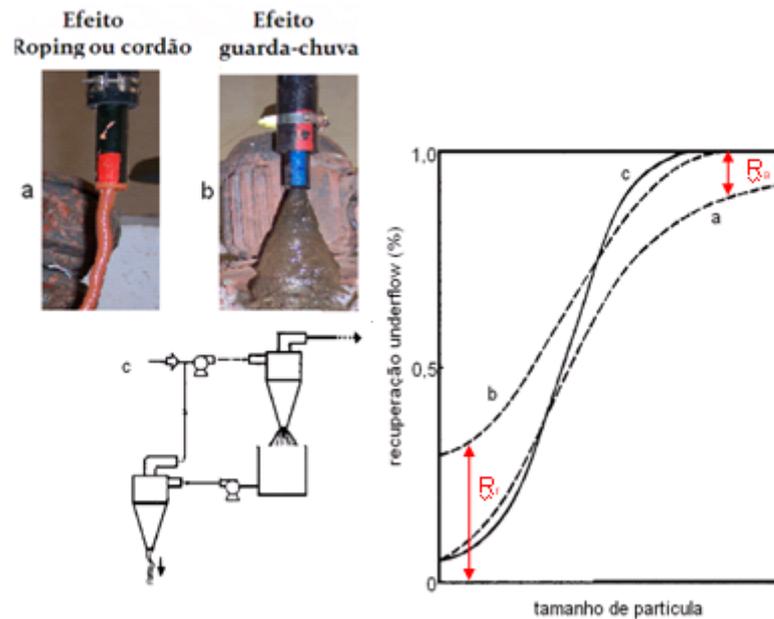


Figura 2.13 - (a)Efeitos de cordão, (b) efeito guarda chuva e (c) duplo estágio de deslamagem; (II) curvas de partição obtidas a partir dos efeitos mostrados em (I) (MACHACA, 2010).

A Figura 2.11 mostra que no efeito *roping* ou cordão representado pela curva a, é significativo o curto-circuito do produto grosso, para o *overflow* denominado R_f e no caso da curva b pode ser observado o efeito guarda-chuva, onde se tem o curto-circuito do produto fino para o *underflow*. Uma alternativa de evitar ambos os efeitos muito utilizada pelas indústrias é o duplo estágio de deslamagem como representado em c.

2.6.2. Variáveis operacionais

As variáveis operacionais são aquelas que podem ser manipuladas, alterando-as por razões diversas. Aquelas mais importantes para operação de hidrociclones são as seguintes:

- Percentagem de sólido na alimentação;
- Distribuição granulométrica do minério;
- Formas das partículas na alimentação;
- Pressão de alimentação;

- Viscosidade e densidade da polpa;
- Separação dos fluidos e densidades dos produtos
- Capacidade do hidrociclone

O aumento da percentagem de sólidos na alimentação tende a aumentar o diâmetro de corte. Logo, quanto maior o valor desta variável, as partículas mais grossas enfrentarão mais obstáculos para atravessar a zona de partículas mais finas e decantam na zona de centrifugação.

A distribuição granulométrica do minério determina a relação entre a fração retida e a passante na malha de classificação, ou seja, os sólidos residuais no *overflow*, que influenciarão no diâmetro de classificação. Quanto maior for a quantidade de lamas na alimentação, mais viscosa será a polpa e, conseqüentemente maior será o diâmetro de classificação.

A pressão da alimentação é uma variável que deve-se reservar um certo cuidado com o aumento da pressão na alimentação do hidrociclone, por diversas razões. Na prática, aumenta-se a pressão quando a velocidade de rotação (rpm) da bomba é elevada. O aumento da pressão provoca um acréscimo na capacidade (kg/h) do hidrociclone, que implica no aumento da velocidade tangencial e, que por consequência, estende o mesmo efeito à velocidade angular. O resultado é um campo centrífugo com maior intensidade. Portanto, prover maior valor à pressão de alimentação significa oferecer maior chance de decantação centrífuga às partículas menores, diminuindo o diâmetro de corte (SAMPAIO *et al.* 2007).

A separação de água e sólidos está fortemente relacionada com a classificação de sólidos, e ambos determinaram as densidades dos produtos, as quais são muito importantes em cargas circulantes de circuitos de moagem. Infelizmente, esse é, geralmente, o ponto fraco nos cálculos de desempenho do ciclone, devido às condições de escoamento do *apex* e o teor de sólidos, como é mostrado na figura 2.14, na qual BROUN e BOHNET (1990) mostraram o efeito negativo na eficiência de separação com incremento do teor de sólidos e engrossamento do tamanho do corte.

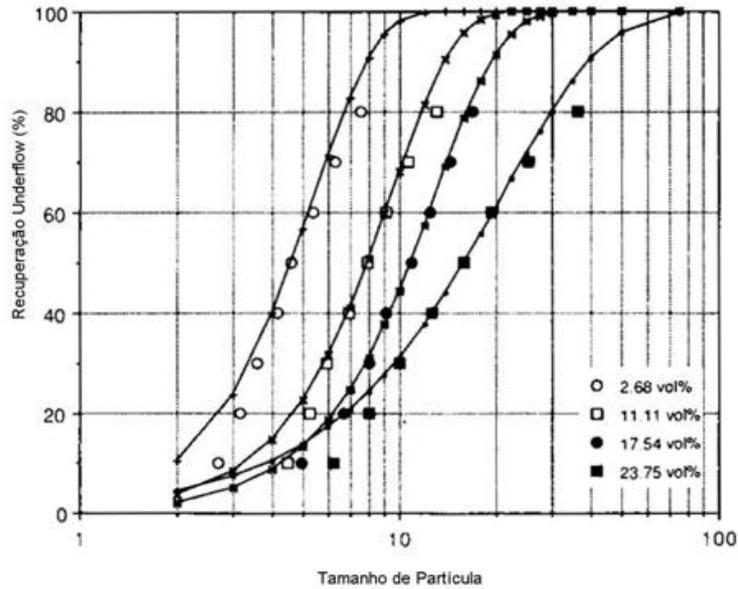


Figura 2.14 - Efeitos da concentração de sólidos na eficiência da separação (BROUN e BOHNET, 1990).

Por causa do efeito de *by-pass* discutido no item 2.3.3, geralmente é desejável limitar a proporção de água que reporta ao *underflow* a menos de 40 %, aproximadamente. A Tabela 2.6 apresenta a eficiência do equipamento com relação à percentagem de sólidos reportados no *underflow*, podendo ser usada como um guia geral para evitar o problema do curto-circuito (NAPIER-MUNN *et al.*, 1996).

Tabela 2.6 - Guia para evitar o problema do “*Bypass*” (NAPIER-MUNN, 1996).

% de água no <i>Underflow</i>	Eficiência
>50%	muito pobre
40-50%	Pobre
30-40%	Razoável
20-30%	Bom
10-20%	Submetido pela densidade do <i>underflow</i> e efeito de <i>roping</i> ;
<10%	Realizável somente com a válvula do <i>underflow</i> para produzir o produto para transportar ou armazenar

De acordo com ASOMAH e NAPIER-MUNN (1996), o R_f pode ser minimizado pela redução do *apex*, aumento do *vortex finder*, aumento das pressões, aumento do diâmetro

do ciclone ou mudança de inclinação do ciclone. Altas viscosidades na alimentação ou as altas concentrações de sólidos tendem a aumentar a proporção de polpa reportada para o *underflow* (NAPIER-MUNN *et al.*, 1996).

A capacidade da alimentação do hidrociclone é uma das variáveis mais importantes, junto com os limites de separação. De acordo com NAPIER- MUNN *et al.* (1996) esta pode ser expressa em termos de queda de pressão e do diâmetro do ciclone, obtendo a seguinte relação:

$$Q_v \approx 9,5 * 10^{-3} \sqrt{P} D_c^2 \quad \text{Equação 2.28}$$

Sendo,

Q_v = vazão da alimentação (m³/h),

P = Pressão (kPa), e

D_c = Diâmetro do ciclone (cm).

Essa equação é baseada no trabalho realizado por LYNCH (1979) com diferentes tamanhos de hidrociclones industriais. HEISKANEN (1993) sugere as seguintes relações das variáveis com a capacidade do hidrociclone:

- A capacidade aumenta em função da raiz quadrada da pressão.
- A capacidade aumenta não-linearmente com o aumento do diâmetro do *vortex finder*.
- A capacidade aumenta linearmente com pequenos aumentos do diâmetro do *apex*.

CAPÍTULO 3

MATERIAIS E MÉTODOS

A amostra utilizada no presente trabalho provém da Usina de Concentração da unidade Mina de Fábrica (Vale), situada em Congonhas, Minas Gerais, tendo sido oriunda de ensaios de moagem em usina piloto localizada no Centro de Pesquisas Tecnológicas (CPT), também da Vale, localizada em Mariana.

Esta amostra é representativa da alimentação da deslamagem no circuito de moagem e possui tamanhos de partículas menores que 0,212 mm, como utilizada nos ensaios de hidrociclonagem.

3.1. Caracterização da amostra de minério de ferro

Para a caracterização do minério de ferro utilizado nos ensaios de hidrociclonagem, realizaram-se as seguintes análises e ensaios:

3.1.1. Análise química

Na determinação da composição química de minério de ferro foi utilizado um espectrômetro de fluorescência de raios X, modelo EDX-700/800 da Shimadzu, no qual a composição química das amostras é obtida através de uma análise semi-quantitativa.

A fim de realizar uma análise mais completa, determinou-se através da perda ao fogo a quantidade de material orgânico presente no minério. Este ensaio consiste principalmente na queima da amostra, durante 15 minutos, a uma temperatura de 950 ± 50 °C, sendo que a taxa de aquecimento, a partir da temperatura ambiente, é de 10 °C/min. Este procedimento foi repetido até conseguir uma massa final constante, corroborando assim para a eliminação da umidade e dos materiais voláteis presente, restando apenas a matéria inorgânica (cinza).

3.1.2. Caracterização Mineralógica

A técnica empregada na análise mineralógica do minério foi a difratografia de raios X (DRX), a qual permite a caracterização microestrutural de materiais cristalinos presentes na amostra. Na realização da análise mineralógica foi empregada uma amostra representativa da alimentação dos ensaios de hidrociclonagem. O ensaio foi realizado em um equipamento Bruker-AXS D5005 equipado com espelho de Goebel para feixe paralelo de raios X, nas seguintes condições de operação: radiação Co K α (40 kV/40 mA); velocidade do goniômetro de 0,02o 2 θ por passo com tempo de contagem de 1,0 segundo por passo e coletados de 4 a 80° 2 θ . A interpretação qualitativa de espectro foi efetuada por comparação dos padrões contidos no banco de dados PDF02 (ICDD, 1996) em software Bruker Diffrac^{Plus}.

3.1.3. Análise granulométrica

A análise granulométrica tem por objetivo a determinação da distribuição de tamanho das partículas. Foi realizada com uma amostra representativa previamente preparada para os ensaios.

Elas foram determinadas através da combinação de duas técnicas, o peneiramento híbrido (úmido/seco) e a técnica de espalhamento de luz. No peneiramento a seco foi utilizado um conjunto de peneiras da série Tyler $\sqrt{2}$ com aberturas entre 0,590 mm e 0,038 mm no peneirador RO-TAP[®].

As medidas de tamanho de partículas pela técnica de espalhamento de luz foram realizadas em um analisador de partículas laser do tipo *Martensizer 2000* da *Malvern* com a fração do material abaixo de 0,038 mm. O princípio de operação do equipamento consiste na medição dos ângulos de raio laser, produzidos pelo espalhamento da luz ao passar através das partículas da polpa, os quais são relacionados ao diâmetro das partículas contidas na amostra. Uma vantagem do equipamento é que ele permite a reprodutibilidade dos resultados dando como resultado uma média de três medidas individuais (FRANÇA *et al.*, 2004).

Para a medição foi preenchido um béquer com água deionizada utilizada como meio dispersante, a quantidade da amostra em solução foi determinada de forma que a obscuração, medida pelo equipamento, ficasse numa faixa de 12 % a 13 %. A dispersão foi mantida sob agitação constante de 1500 rpm por um lapso de 10 minutos, dos quais no último minuto e meio o ultra-som foi ligado para melhorar a dispersão da amostra, sendo, em seguida iniciada a medida. As análises foram realizadas no Laboratório de Estruturas e Materiais (LABEST) do programa de Engenharia Civil (COPPE/UFRJ).

3.2. Ensaios de Hidrociclonagem

Para realização dos ensaios de hidrociclonagem foi utilizada uma bancada de ensaio, em circuito fechado, com o objetivo de permitir a realização de ensaios de classificação com hidrociclones de dois diâmetros. Os ensaios foram realizados no Laboratório de Tecnologia Mineral do Departamento de Engenharia Metalúrgica e de Materiais da UFRJ. A Figura 3.1 mostra uma vista geral e o esquema experimental do equipamento (MACHACA, 2010).

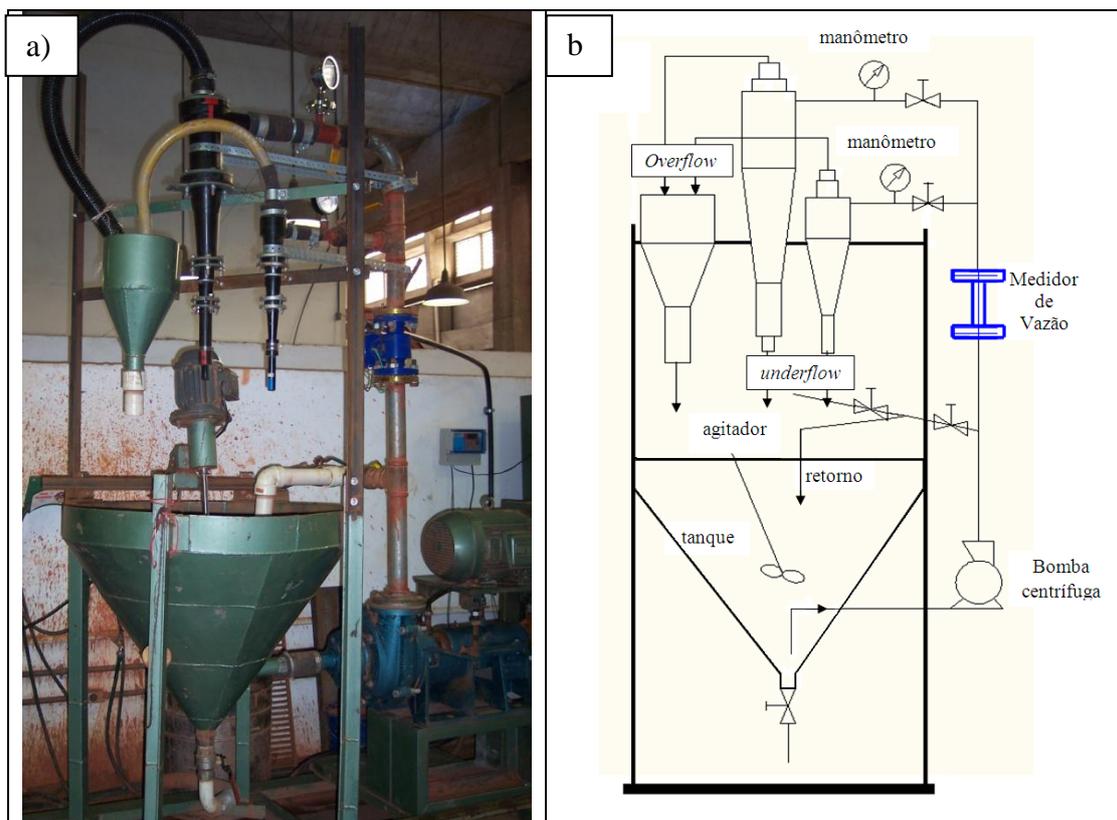


Figura 3.1 – (a) Vista geral e (b) esquema experimental do equipamento.

O esquema experimental do equipamento representado na Figura 3.1 (b) é composto por:

- Um tanque homogeneizador de 150 litros;
- Uma bomba horizontal centrífuga (multiestágios, modelo 2 ½ x 2x 7 ½, 15 cv, marca Baker Hughes) conectada a uma tubulação de 2 polegadas tanto para o retorno como para bombeamento da polpa.
- Dois hidrociclones de poliuretano adquiridos da empresa da NetzschAKW.
- Dois manômetros, sendo um deles com escala de 0 a 100 psi para o hidrociclone menor acoplado a uma tubulação de 38 mm (1 ½) polegadas e de 0 – 30 psi para o hidrociclone maior acoplados a uma tubulação de 2 polegadas. As pressões foram controladas por meio de registros que permitiam o desvio da polpa através do retorno.

Os hidrociclones utilizados nos ensaios possuem dimensões conforme lista a Tabela 3.1:

Tabela 3.1 - Dimensões dos hidrociclones utilizados nos ensaios.

Diâm. hidrociclone (mm)	Diâm. <i>Inlet</i> (mm)	Diâm. <i>Vortex</i> (mm)	Diâm. <i>Apex</i> (mm)	Ângulo (graus)
40	7,8	10 e 16	6 e 8	9
75	21,4	20 e 30	8, 10 e 12	8

3.2.1. Método do Ensaio

Primeiramente, na preparação da polpa de minério, alimenta-se o tanque com água até a marca de 100 L e minério até a percentagem de sólidos desejada. A polpa é devidamente homogeneizada com o auxílio de um agitador mecânico.

Após a polpa estar devidamente homogeneizada e com os parâmetros do ensaio ajustados, iniciou-se a coleta simultânea das amostras dos produtos *underflow* e

overflow, e posteriormente da alimentação. Assim, o procedimento, em geral, incluindo as trocas dos *apex*, foi planejado de forma a obter o menor gasto possível de tempo para evitar que a polpa sofresse aquecimento excessivo. Após a coleta de cada um dos produtos as temperaturas foram determinadas utilizando um termômetro infravermelho ($\pm 0,01$ °C).

O tempo de amostragem foi determinado pela quantidade de amostra requerida para as análises e suas respectivas duplicatas caso fossem necessárias.

Uma vez amostrado tanto os produtos quanto a alimentação, estas foram pesadas para a obtenção de dados necessários para o balanço de massas. As amostras do *underflow* e da alimentação foram secas e posteriormente quarteadas para obtenção de amostras representativas para as análises de distribuição de tamanho. Ao contrário do *underflow*, as amostras do *overflow*, ainda em polpa, foram devidamente homogeneizadas. Na homogeneização utilizou-se um quarteador de polpa, que consiste de um tanque com agitação constante com uma capacidade para 12 litros, ilustrados na Figura 3.2 o que possibilitava a obtenção de alíquotas representativas da mesma.



Figura 3.2 – Quarteador de polpas para coletar as amostras do *overflow*.

Em seguida, as amostras foram secas na estufa, quarteadas para a obtenção das alíquotas representativas para a análise granulométrica.

Com alíquotas obtidas de cada um dos fluxos foram realizadas as análises granulométricas e a medição da porcentagem de sólidos, parâmetros necessários para o balanço de massas.

As amostras representativas dos fluxos do *overflow*, *underflow* e alimentação dos ensaios de hidrociclonação foram analisadas por meio de peneiramento híbrido (úmido/seco) e a técnica de espalhamento da luz como é ilustrado na Figura 3.3. No peneiramento, foi utilizado um conjunto de peneiras da série Tyler com aberturas entre 0,590 mm e 0,038 mm no peneirador RO-TAP®.



Figura 3.3 – Peneiramento híbrido (a) a úmido , (b) a seco no RO-TAP® e (c) técnica de espalhamento de luz no *Mastersizer 2000* da *Malvern*.

Para o material menor que 0,038 mm a análise foi realizada pela técnica de espalhamento de luz no *Mastersizer 2000* da *Malvern* como detalhado no item 3.1.3.

De posse de ambas as análises, foi feita a combinação das mesmas utilizando as diferentes técnicas através de uma rotina do programa Matlab[®], na qual, se encontra implementado o método de inter-conversão desenvolvido por AUSTIN e SHAH (1983), para converter a distribuição do peneiramento para os dados equivalentes à distribuição de tamanhos obtidos pela técnica de espalhamento de luz laser, obtendo assim análises coerentes das amostras.

3.2.2. Balanço de massa

A partir dos resultados das análises granulométricas da alimentação e dos produtos *overflow* e *underflow* e dos dados coletados durante o ensaio foi determinado o balanço de massas. Na Figura 3.4 é ilustrado o balanço de massas.

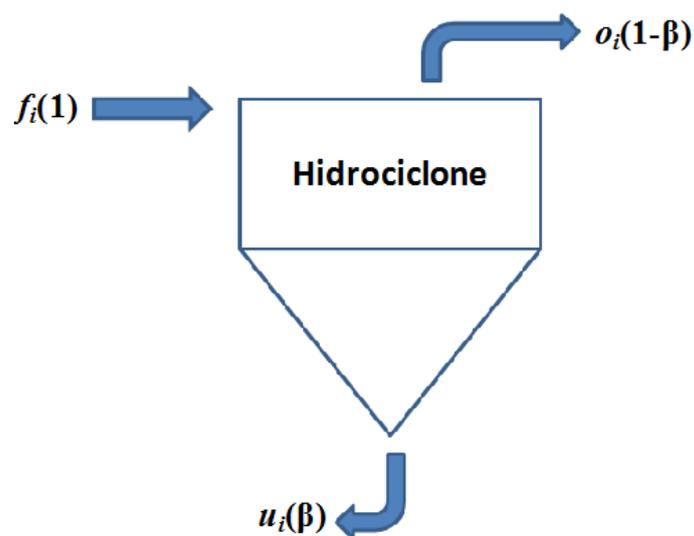


Figura 3.4 - Balanço de massas resultante da operação de classificação.

Na figura o_i , u_i , e f_i é a fração do material retido em cada classe de tamanho analisada para o *overflow*, *underflow* e alimentação.

Assim, para o cálculo do balanço de massas foram utilizadas as análises granulométricas da alimentação e dos produtos *overflow* e *underflow*. Segundo KING

(2001), a recuperação de sólidos no *underflow* pode ser estimada pelo método de multiplicadores de Lagrange dado por:

$$\beta = -\frac{\sum_i (o_i - u_i)(f_i - o_i)}{\sum_i (o_i - u_i)^2} \quad \text{Equação 3.1}$$

A partir das porcentagens de sólidos dos produtos e da recuperação de sólidos no *underflow* (β), calculou-se a recuperação de água do *underflow* segundo as equações:

$$u_a = \beta \left(\frac{100}{\%sól_u} - 1 \right) \quad \text{Equação 3.2}$$

$$o_a = \frac{100(1 - \beta)}{\%sól_o} + \beta - 1 \quad \text{Equação 3.3}$$

sendo a recuperação de água dada pela seguinte equação:

$$R_f = \frac{u_a}{u_a + o_a} \quad \text{Equação 3.4}$$

onde,

o_a = fração de água no *overflow*,

u_a = fração de água no *underflow*, e

R_f = recuperação de água do *underflow*.

3.2.3. Medida de eficiência dos hidrociclones

A partir os dados obtidos do balanço de massas foi obtida a eficiência dos hidrociclones com o auxílio de curvas de partição. Em seguida foram traçadas as curvas de partição real e corrigida para cada um dos ensaios a partir da equação:

$$c = 100 \frac{\beta u_i}{\beta u_i + (1 - \beta) o_i} \quad \text{Equação 3.5}$$

sendo que u_i e o_i são a fração do material retido em cada classe de tamanhos i e c a fração da alimentação que é sujeita a classificação. Esses resultados foram lançados em gráfico, em função do tamanho médio de partícula de cada classe de tamanhos.

Em seguida, foram estimadas curvas de partição propostas por KELSALL e WHITEN, sendo modificadas pelo termo R_g , isto é, recuperação de sólidos para o *overflow* obtidas pela equação:

$$e = R_f + (1 - R_f) \left[\frac{\exp \left[\alpha \left(\frac{dp}{d_{50c}} \right) \right] - 1}{\exp \left[\alpha \left(\frac{dp}{d_{50c}} \right) \right] + \exp(\alpha) - 2} \right] \quad \text{Equação 3.6}$$

sendo,

R_f = recuperação de sólidos para o *underflow*,

R_g = recuperação de sólidos para o *overflow*,

α = Nitidez de separação

A metodologia empregada na estimação dos parâmetros R_f , α e d_{50c} , foi a regressão multivariada, utilizando o método numérico de otimização Quase-Newton, programado no *software* STATISTICA®.

3.2.4. Modelagem matemática

A modelagem matemática foi baseada na avaliação da aplicabilidade do modelo matemático empírico de PLITT (1976), para modelagem do d_{50c} e o modelo de NAGESWARAO (1978) para estimar o desempenho do hidrociclone.

Na modelagem do d_{50c} a partir do modelo de Plitt foi aplicada a Equação 2.15 e para modelagem da vazão foi utilizado o modelo de Nageswararo aplicando a Equação 2.20.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados e discutidos os resultados dos estudos realizados. Primeiramente são apresentados os resultados das análises químicas, mineralógicas e granulométrica da amostra global. Em seguida são discutidos os resultados ensaios de hidrociclonagem e a modelagem matemática do desempenho do equipamento.

4.1. Caracterização da amostra

4.1.1. Análises químicas

Na Tabela 4.1 são apresentados os resultados da análise química do minério de ferro utilizado neste trabalho, determinado por fluorescência de raios X, destacando-se os principais óxidos equivalentes presentes na amostra. As análises mostram que os óxidos predominantes são o de ferro e a sílica, ainda que com teores apreciáveis de alumina. O teor estimado de ferro da amostra é de 42 %, o que é característico de minérios de ferro itabiríticos.

Tabela 4.1 – Composição dos principais óxidos equivalentes presentes na amostra de minério de ferro itabirítico (%).

Fe_2O_3	SiO_2	Al_2O_3	MnO	P.F.*
60,75	30,67	7,32	0,24	3,08

*P.F.: Perda ao Fogo

4.1.3. Caracterização mineralógica

Na análise da composição mineralógica semiquantitativa da amostra representativa da alimentação do circuito de deslamagem (alimentação dos ensaios de hidrociclonação), realizada por difratometria de raios X, foi identificada a presença de quartzo, hematita, e goethita, predominantemente.

4.1.4. Análise granulométrica

Os resultados obtidos para a distribuição de tamanhos da amostra representativa da alimentação do circuito de deslamagem, que corresponde à amostra alimentada aos ensaios de hidrociclonação, é apresentado na Tabela 4.2 e na Figura 4.1. A granulometria aparentemente grosseira do material, que foi produto do circuito de moagem em operação em escala piloto, se deve ao fato que a mesma foi calculada transformando-se os dados de peneiramento e espalhamento a laser para a mesma base, que foi o da técnica de espalhamento a laser.

Tabela 4.2 - Análise granulométrica da amostra utilizada na alimentação dos ensaios de hidrociclonagem.

Abertura de Peneiras (μm)	Passante acumulado (%)
2380	100
1682,91	99,98
1190	99,81
841,46	98,61
595	93,02
420,73	83,64
297,5	72,77
210,36	58,76
148,75	44,46
105,18	32,2
74,38	21,07
52,59	13,58
37,19	10,08
26,3	7,54
18,59	5,56
13,15	4,24
9,3	3,36
6,57	2,61
4,65	1,89
3,29	1,28
2,32	0,83
1,64	0,53
1,16	0,34
0,82	0,21
0,58	0,11
0,41	0,04

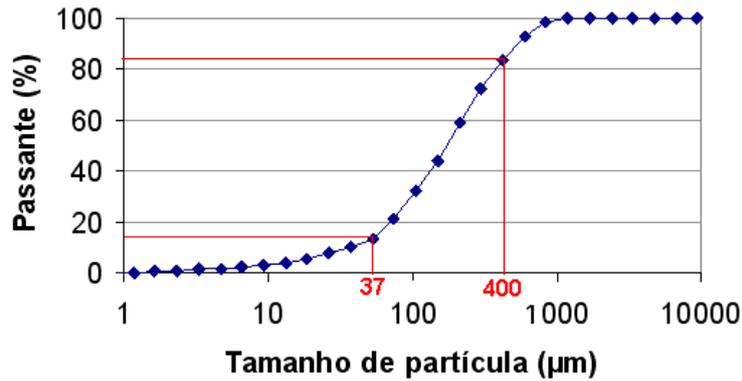


Figura 4.1 – Distribuição granulométrica da amostra global.

Observa-se que 80 % do material é passante na peneira de 400 µm e a amostra apresenta menos de 10 % de massa de partículas abaixo de 37 µm, o que o caracteriza um material de maior quantidade de partículas grosseiras, contendo menos que 4 % de lamas (<10 µm).

4.2. Ensaios de hidrociclonação

Os ensaios de hidrociclonação foram realizados a partir de polpas de minério de ferro com as características demonstradas na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 - Características das polpas de minério de ferro nos ensaios de hidrociclonação.

% sólidos da polpa de alimentação (m/m)	35
% sólidos da polpa de alimentação (v/v)	13,24
Densidade da polpa (g/cm³)	1,33
Densidade do minério (g/cm³)	3,53
Volume de água (L)	100
Massa de sólidos (kg)	53,85

Na Tabela 4.4 são apresentadas as condições de operação empregadas nos ensaios de classificação.

Tabela 4.4 – Condições variadas adotadas nos ensaios de classificação.

Ensaio	Diâmetro Ciclone (Dc) (cm)	Diâmetro Vortex (Do) (cm)	Diâmetro Apex (Du) (cm)	Pressão (kPa)	Temperatura (°C)
1	7,5	2	1,2	42,5	28,0
2	7,5	3	1,2	19,6	24,8
3	7,5	2	1,2	39,2	25,3
6	7,5	2	1,0	68,7	29,1
7	7,5	3	1,0	39,2	24,8
8	7,5	2	0,8	39,2	28,2
11	7,5	2	0,8	43,2	28,3
12	7,5	3	0,8	39,2	26,5
13	7,5	2	0,8	39,2	26,7
4	3,8	2	0,8	43,2	30,0
5	3,8	1	0,7	43,2	33,7
9	3,8	1	0,8	43,2	27,3
10	3,8	1	0,7	43,2	30,0
14	3,8	2	0,8	39,2	26,5
15	3,8	1	0,8	39,2	27,3

Foi realizado um total de 15 ensaios, divididos em três bateladas com 5 ensaios cada uma. A primeira batelada correspondeu aos ensaios 1 a 5, a segunda aos ensaios 6 a 10 e, por fim, a terceira aos ensaios 11 ao 15, todas nas condições apresentadas na Tabela 5.3.

A partir dos resultados apresentados na Tabela 4.4, pode-se observar que tanto nos hidrociclones de 7,5 cm quanto nos 3,8 cm, as pressões variaram entre, aproximadamente, 20 e 70 kPa. As temperaturas variaram entre 25 e 30°C, demonstrando que a polpa não sofreu um aquecimento significativo durante os ensaios.

Nas Figuras 4.2 e 4.3 são apresentadas as distribuições granulométricas das alimentações amostrados dos ensaios com hidrociclone de diâmetros (Dc) de 7,5 cm e 3,8 cm, respectivamente.

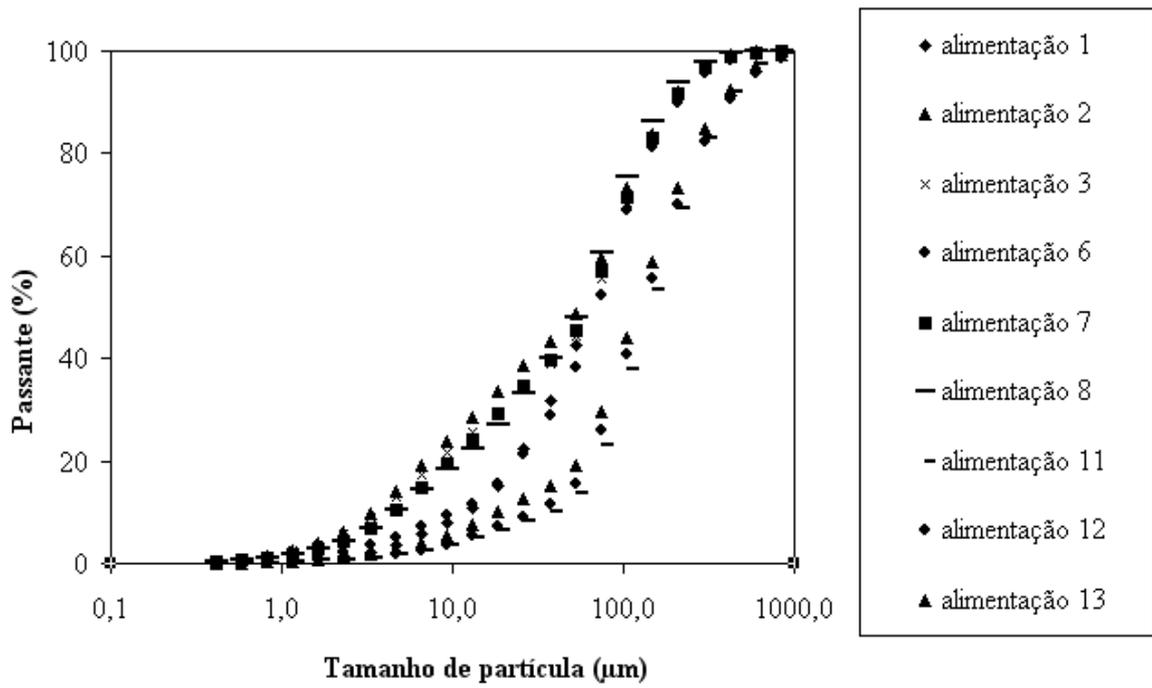


Figura 4.2 – Distribuição granulométrica das alimentações nos ensaios com hidrociclone Dc= 7,5 cm.

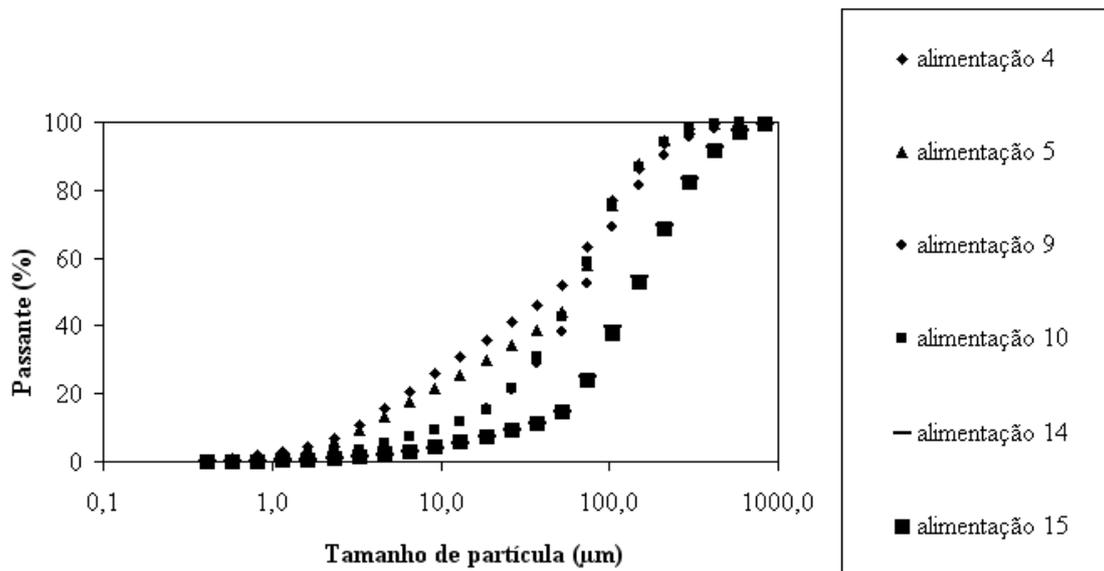


Figura 4.3 - Distribuição granulométrica das alimentações nos ensaios com hidrociclone Dc= 3,8 cm.

Nos resultados apresentados na Figura 4.2 constata-se que, no decorrer das amostragens, as alimentações dos ensaios tornaram-se mais finas. Em alguns casos apresentando variações significativas como na primeira batelada de ensaios alimentações 1, 2 e 3, o que se deve a sedimentação da polpa no decorrer dos ensaios, pois só nos primeiros foi possível manter a agitação mecânica constante pois o volume de polpa no tanque era insuficiente para fazer com que a hélice do agitador atingisse o interior da suspensão. Deve-se considerar também que a recirculação da polpa em tempos prolongados provavelmente foi responsável pela degradação do minério e, conseqüentemente, a geração de finos. Já as alimentações 6, 7, 8, 11, 12 e 13 tornaram-se grossas não sendo observadas variações significativas da distribuição das alimentações porque a pressão com o agitador em funcionamento não foi suficiente para manter a homogeneização da polpa, tendo o mesmo sido desligado.

Na Figura 4.3, a partir dos ensaios 4, 5, 9 e 10 observa-se o comportamento oposto, gerando alimentações mais grossas no decorrer do tempo, mostrando que a polpa não foi devidamente homogeneizada. Por fim, os ensaios 14 e 15 apresentaram distribuições granulométricas semelhantes, mostrando que a operação de substituição do *apex* com diâmetros 0,8 cm e 0,7 cm, a qual demandou tempo, não introduziu variação nas distribuições granulométricas.

4.2.1. Medida da eficiência de classificação

Nas Figuras 4.4 a 4.11 são apresentados os resultados de curvas de partições reais e corrigidas pela equação de Whiten demonstrada no item 3.2.3 e os parâmetros α de ensaios selecionados. A partir dessas curvas de partição observa-se que a equação de Whiten, modificada com o parâmetro que caracteriza o curto-circuito para os finos, se ajustou muito bem aos valores observados nos ensaios, apresentando uma dispersão muito pequena, com valores de R^2 superiores a 0,97.

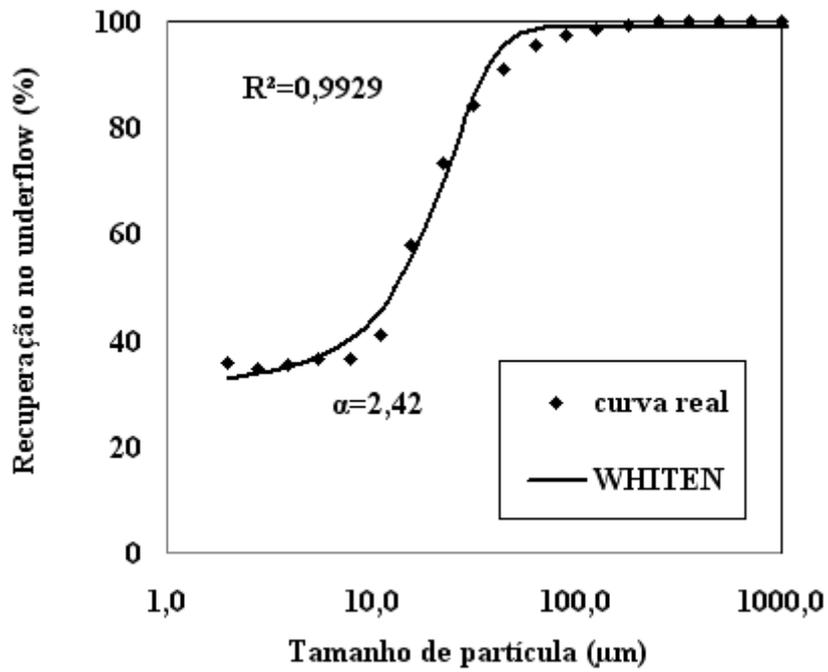


Figura 4.4 – Curva de partição real e corrigida pela equação de Whiten e o parâmetro α do ensaio 1 realizado com hidrociclone $D_c= 7,5$ cm e $D_u= 1,2$ cm.

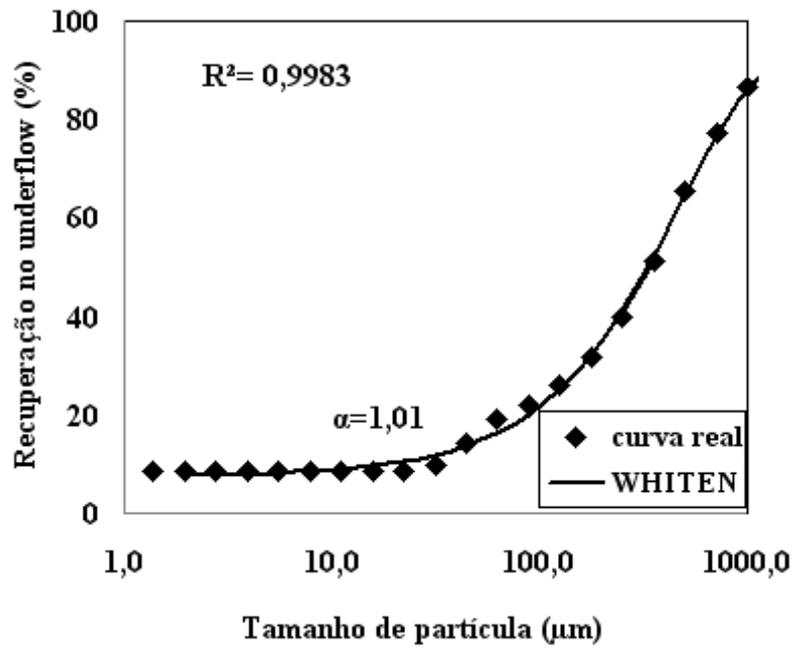


Figura 4.5 – Curva de partição real e corrigida pela equação de Whiten e o parâmetro α do ensaio 11 realizado com hidrociclone $D_c= 7,5$ cm e $D_u= 1,2$ cm.

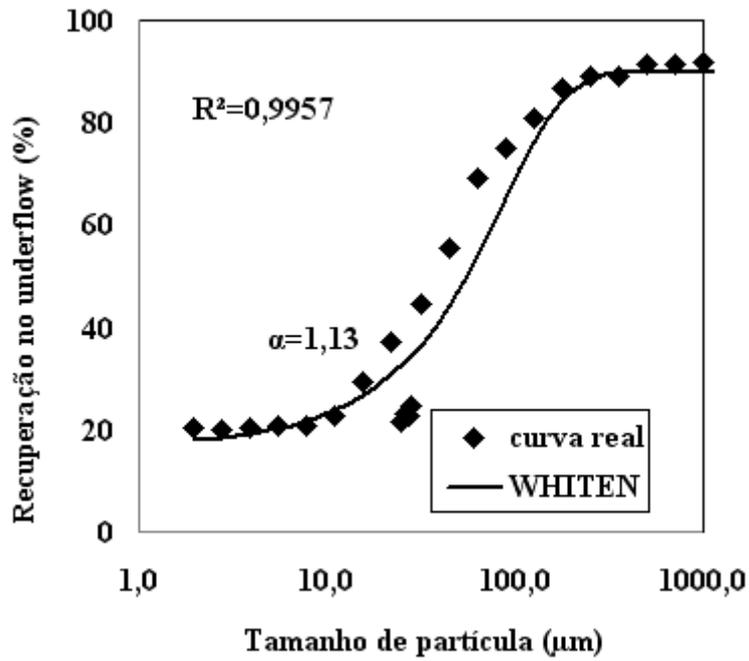


Figura 4.6 – Curva de partição real e corrigida pela equação de Whiten e o parâmetro α do ensaio 2 realizado com hidrociclone $D_c= 7,5$ cm e $D_u= 1,0$ cm.

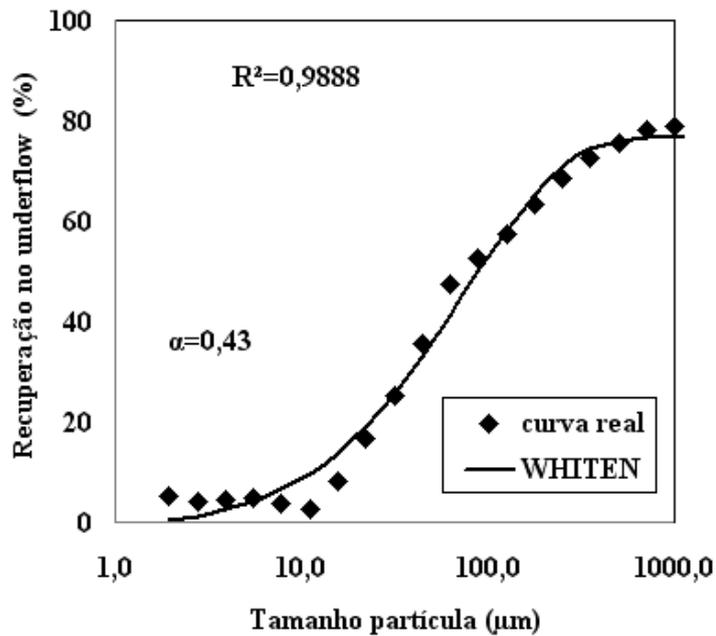


Figura 4.7 – Curva de partição real e corrigida pela equação de Whiten e o parâmetro α do ensaio 7 realizado com hidrociclone $D_c= 7,5$ cm e $D_u= 1,0$ cm.

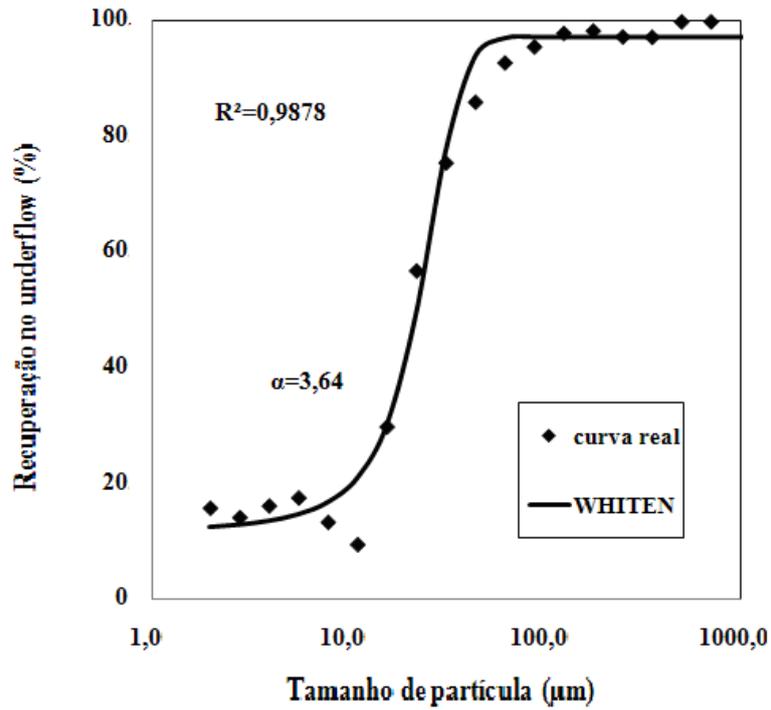


Figura 4.8 – Curva de partição real e corrigida pela equação de Whiten e o parâmetro α do ensaio 6 realizado com hidrociclone $D_c= 7,5$ cm e $D_u = 1,0$ cm.

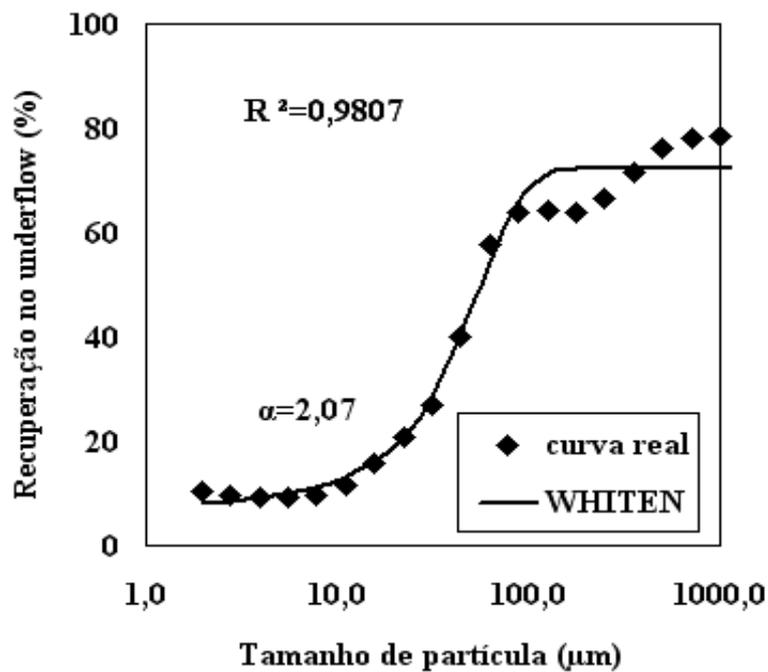


Figura 4.9 – Curva de partição real e corrigida pela equação de Whiten e o parâmetro α do ensaio 3 realizado com hidrociclone $D_c= 7,5$ cm e $D_u= 0,8$ cm.

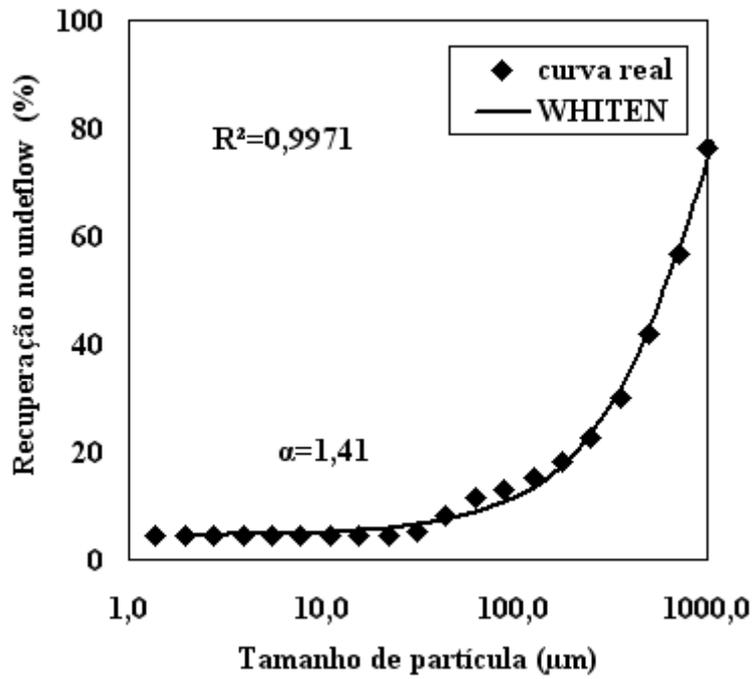


Figura 4.10 – Curva de partição real e corrigida pela equação de Whiten e o parâmetro α do ensaio 13 realizado com hidrociclone $D_c= 7,5$ cm e $D_u= 0,8$ cm.

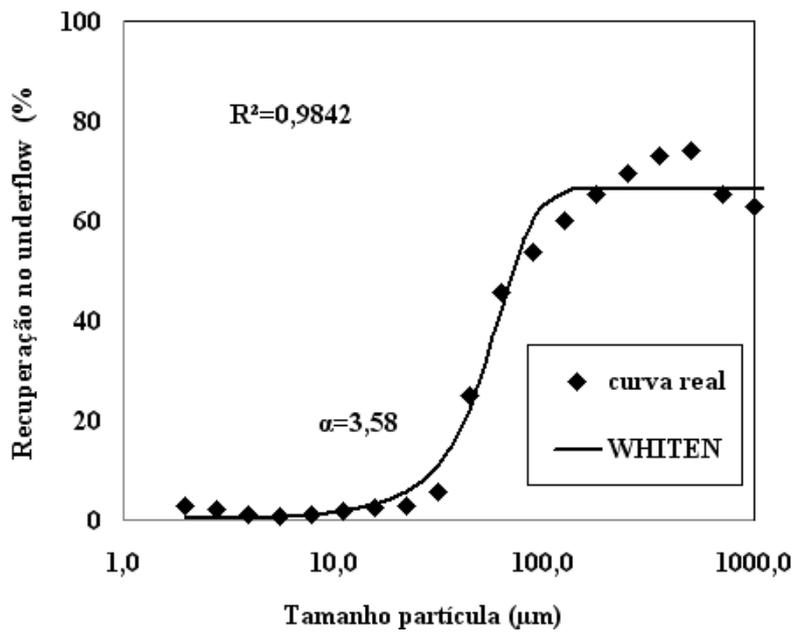


Figura 4.11 – Curvas de partições reais e corrigidas pela equação de Whiten e o parâmetro α do ensaio 9 realizado com hidrociclone $D_c= 3,8$ cm e $D_u= 0,8$ cm.

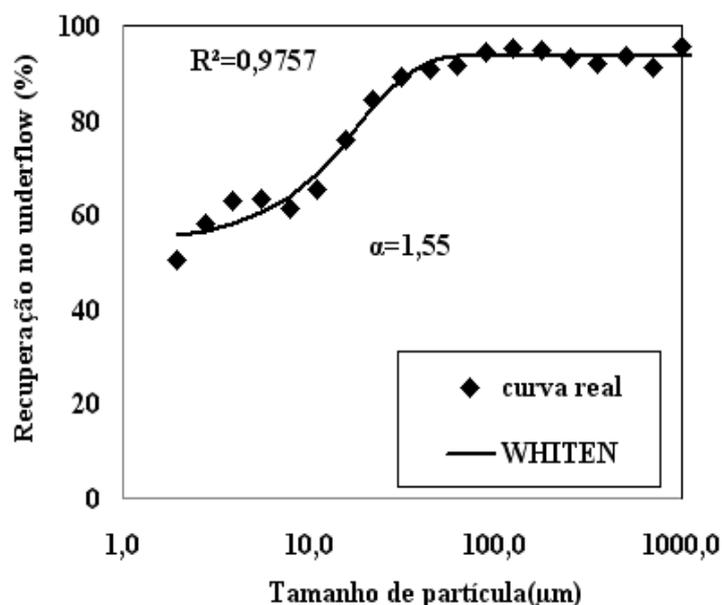


Figura 4.12 – Curvas de partições reais e corrigidas pela equação de Whiten e o parâmetro α do ensaio 4 realizado com hidrociclone $D_c= 3,8$ cm e $D_u= 0,8$ cm.

A partir dos resultados encontrados para os valores de α , pode-se concluir que, os valores ajustados indicaram boas classificações, apresentando uma média de 1,9, o que é coerente com os valores apresentados por LYNCH e RAO (1975) para boas classificações, que se situam na faixa de 1,5 até 3,5.

Nas Figuras 4.4, 4.6 e 4.12 observa-se que o curto-circuito, é uma característica significativa nestes ensaios. Isso se deve a partículas da alimentação que não sofrem classificação e dirigem-se diretamente para o *underflow* caracterizando o curto-circuito de partículas finas para o produto grosso. Esse é o tipo de curto-circuito mais comum em hidrociclones.

Entretanto, tem-se em alguns ensaios o curto-circuito de partículas grossas para o produto fino, isto é, curto-circuito para o *overflow* representado na Tabela 4.5 por R_g . Isso se torna evidente nas Figuras 4.5, 4.7, 4.9 e 4.12, provavelmente porque nestes ensaios o diâmetro do *apex* era muito pequeno. Assim, conclui-se que, nestes testes, uma fração maior de partículas da alimentação não sofreu classificação e se dirigiu diretamente para o *overflow*. Esse efeito é muito mais prejudicial em circuitos de moagem, pois faz com que partículas excessivamente grossas sejam enviadas à etapa de concentração, normalmente realizada por flotação. Como esse processo tem grandes limitações na recuperação de partículas grossas, o teor de ferro no produto é prejudicado.

Em alguns ensaios como observado na Tabela 4.5 e 4.6, os valores de R_f observados são menores que aqueles previstos pela equação de Whiten, de maneira que pode-se concluir que a função *by-pass* não é proporcional à fração de água recuperada no *underflow*, conforme sugerido por KELSALL (1953). Entretanto, em alguns ensaios tem-se que os valores de R_f observados são maiores que os previstos, mostrando que a função *by-pass* é proporcional à fração de água recuperada no *underflow*.

Tabela 4.5 – Resultados obtidos utilizando o hidrociclone $D_c=7,5$ cm.

Ensaio	P (kPa)	Diâm. <i>apex</i> (cm)	Diâm. <i>vortex</i> (cm)	Vazão (m ³ /h)	R_f (obs.)	d_{50c} (prev.) (μ m)	α (prev.)	β (prev.)	R_f (prev.)	R_g (prev.)
1	42,1	1,2	2	4,54	0,22	19,99	2,42	0,83	0,31	0,013
2	68,7	1,0	2	4,05	0,11	61,15	1,13	0,58	0,17	0,100
3	43,2	0,8	2	5,03	0,09	44,26	2,07	0,43	0,07	0,270
6	19,6	1,2	3	3,66	0,19	23,53	3,64	0,79	0,12	0,027
7	39,2	1,0	3	4,25	0,06	54,46	0,43	0,40	0,02	0,230
8	39,2	0,8	3	5,49	0,02	142,39	0,00	0,13	0,02	0,240
11	39,2	1,2	2	5,89	0,05	334,99	1,01	0,29	0,07	0,070
12	39,2	1,0	2	4,40	0,05	229,1	0,70	0,39	0,09	0,080
13	39,2	0,8	2	5,69	0,02	611,56	1,41	0,17	0,04	0,020

Tabela 4.6 – Resultados obtidos utilizando o hidrociclone $D_c=3,8$ cm.

Ensaio	P (kPa)	Diâm. <i>apex</i> (cm)	Diâm. <i>vortex</i> (cm)	Vazão (m ³ /h)	R_f (obs.)	d_{50c} (prev.) (μ m)	α (prev.)	β (prev.)	R_f (prev.)	R_g (prev.)
4	43,1	0,8	1	0,90	0,28	14,36	1,55	0,82	0,53	0,06
5	43,1	0,7	1	0,90	-	-	-	-	-	-
9	43,1	0,8	1	3,25	3,58	54,45	3,58	0,40	-0,0002	0,40
10	43,1	0,7	1	2,91	5,27	53,25	5,27	0,36	0,01	0,36
14	46,0	0,8	1	4,50	-	-	-	-	-	-
15	41,2	0,7	1	4,42	-	-	-	-	-	-

A partir das Tabelas 4.5 e 4.6 pode-se concluir que a geometria do equipamento e as variáveis operacionais também exerceram influência nos valores de tamanho de corte

corrigido (d_{50c}). Em alguns ensaios os valores de d_{50c} aumentaram com a diminuição do diâmetro do *apex*. Em outros casos observou-se a diminuição do d_{50c} com a diminuição do diâmetro do *apex*.

Uma rápida análise dos resultados ainda permite concluir que os valores de d_{50c} diminuíram com o aumento da pressão de alimentação.

Na Tabela 4.7, encontram-se os resultados de avaliação do modo de descarga do *underflow* proposto por CONCHA e BARRIENTOS (1994) que tem por finalidade prever uma operação eficiente de classificação baseando-se no efeito de descarga no *underflow* em função da razão dos diâmetros das saídas do hidrociclone. A tabela também apresenta o efeito de operação obtido experimentalmente e o efeito de operação em relação ao *by-pass* para o produto fino da curva de partição. Os resultados do efeito da operação em relação ao *by-pass* foram obtidos em relação à recuperação de água R_f para o *underflow* em (%). Este efeito traduz a eficiência do processo, levando em consideração diversas situações como apresentadas na Tabela 2.6.

Tabela 4.7 – Resultados obtidos em relação ao efeito de descarga no *underflow*.

Ensaio	Du/Do	Efeito de descarga (CONCHA e BARRIENTOS)	Inspeção visual da descarga do ensaio	Efeito da operação em relação à curva de partição
1	0,60	Guarda-chuva	<i>Roping</i>	Guarda-chuva
2	0,50	<i>Roping</i>	<i>Roping</i>	<i>Roping</i>
3	0,40	Guarda-chuva	<i>Roping</i>	<i>Roping</i>
4	0,40	<i>Roping</i>	<i>Roping</i>	Guarda-chuva
5	0,33	<i>Roping</i>	<i>Roping</i>	-
6	0,27	<i>Roping</i>	<i>Roping</i>	Guarda-chuva
7	0,60	Guarda-chuva	<i>Roping</i>	<i>Roping</i>
8	0,50	<i>Roping</i>	<i>Roping</i>	<i>Roping</i>
9	0,40	<i>Roping</i>	<i>Roping</i>	<i>Roping</i>
10	0,78	Guarda-chuva	<i>Roping</i>	<i>Roping</i>
11	0,70	Guarda-chuva	<i>Roping</i>	<i>Roping</i>
12	0,80	Guarda-chuva	<i>Roping</i>	<i>Roping</i>
13	0,70	Guarda-chuva	<i>Roping</i>	<i>Roping</i>
14	0,80	Guarda-chuva	<i>Roping</i>	-
15	0,70	Guarda-chuva	<i>Roping</i>	-

Não foi possível determinar o efeito da operação em relação a curva de partição nos ensaios 5, 14 e 15 por problemas experimentais como, quantidade insuficiente de amostra para fazer análise no *Malvern*, que resultaram em dados insuficientes para o cálculo do balanço de massa e das demais variáveis. A partir da Tabela 4.7 conclui-se que nos ensaios com efeito *roping* houve uma sobrecarga do *apex* com partículas grossas, ou de modo invertido, seu estrangulamento. Portanto, nesta situação, essas partículas foram forçadas a sair pelo *overflow*, prejudicando a eficiência de classificação. Portanto, como o diâmetro do *apex* era muito pequeno, ocorreu um acúmulo de material grosso no cone, aguardando sua descarga. Consequentemente algumas partículas que foram rejeitadas pelo *overflow* poderiam retornar e ser descarregadas nesta saída, o que aumentaria significativamente o diâmetro de corte como no ensaio 8 observado na Tabela 4.5.

Por outro lado, a descarga em forma de guarda-chuva encontrada em alguns ensaios é característica de um *apex* muito aberto. Em nenhum dos ensaios apresentados foi observado o modo de descarga cone de ângulo pequeno, ou chuveiro, que caracteriza a posição adequada para classificação perfeita, isto é eficiente devido à densidade do produto do *underflow* ser elevada no caso de descargas com efeito *roping*. Já em ensaios com efeito guarda-chuva, a polpa estava excessivamente diluída, pois normalmente nessas bateladas o volume de polpa no reservatório era insuficiente para manter o agitador mecânico em funcionamento.

Entretanto, a maioria dos ensaios apresentados na Tabela 4.8 tiveram o efeito de operação experimental diferente do previsto por CONCHA e BARRIENTOS (1994) como por exemplo os ensaios 1, 3 e 7, ambos realizados no hidrociclone de $D_c = 7,5$ cm. Isso se deve a limitações para regular a pressão nesse hidrociclone, como por exemplo, manter a agitação para homogeneização da polpa.

4.2.2. Modelamento do d_{50c}

A modelagem do d_{50c} baseou-se no Modelo de Plitt descrito no item 2.5.1.2. Foi utilizada a equação:

$$d_{50c} = K_1 \frac{39,7 D_c^{0,46} D_i^{0,6} D_o^{1,21} \eta^{0,5} e^{0,063 C_V^p}}{D_u^{0,71} h^{0,38} Q_v^{0,45} \left(\frac{\rho_s - 1}{1,6} \right)^n} \quad \text{Equação 4.1}$$

Esta equação tem como característica significativa, a influência da geometria do equipamento (D_c , D_i , D_o , D_u e h) além das demais variáveis.

Na Figura 4.13 estão apresentados os resultados obtidos, para ensaios selecionados, calculados pela equação de Whiten e os calculados pelo modelo de Plitt, enquanto a Tabela 4.8 apresenta o resumo estatístico da regressão.

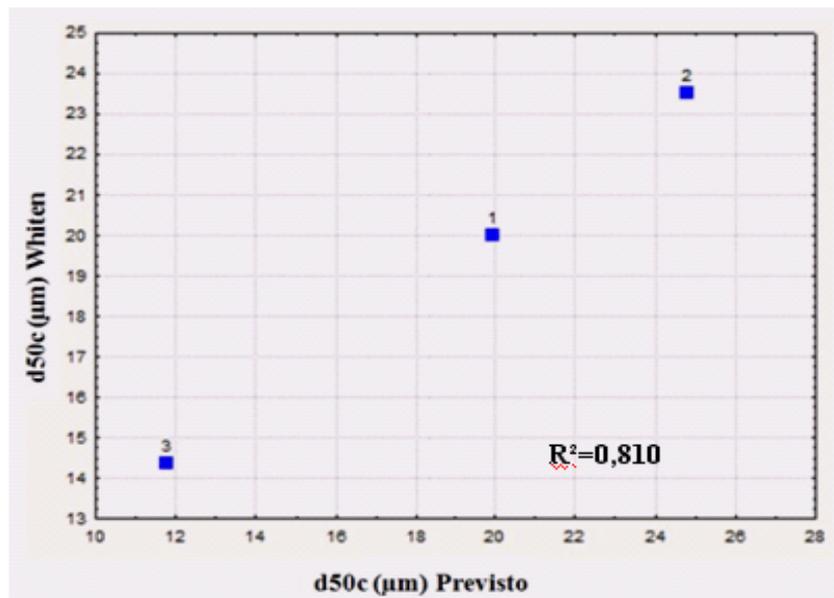


Figura 4.13 – Resultados ajustados pela equação de Whiten e pelo modelo de Plitt.

Tabela 4.8 - Resultado estatístico do parâmetro K_I .

Parâmetro	Valor estimado	Erro padrão (%)	Valor P
K_I	0,859	0,0517	0,0036

Tabela 4.9 – Ensaios previstos pelo Modelo de Plitt.

Ensaio	Dc (cm)	Di (cm)	Do (cm)	Du (cm)	h (cm)	P (kPa)	d50c (µm) Whiten	% sól (v/v)	Qv (L/min)
1	7,5	5,08	2	1,2	66,4	42,14	19,99	14,45	75,67
6	7,5	5,08	3	1,2	66,4	19,61	23,53	8,56	61,00
4	3,8	3,91	1	0,8	23,4	43,15	14,36	13,58	54,17

Apenas os resultados apresentados na Tabela 4.9 foram ajustados de forma satisfatória pelo Modelo de Plitt apresentando $R^2 = 0,805$, pois como pode ser observado na Figura 14 não foi possível aplicar o modelo para todos os resultados. Também é importante ressaltar que nas Tabelas 4.5 e 4.6 observa-se que os valores de α e R_f são razoáveis para esses ensaios. Infelizmente os demais resultados apresentaram valores de α , *by-pass*, e R_f tal que o Modelo de Plitt não se mostrou capaz de descrever.

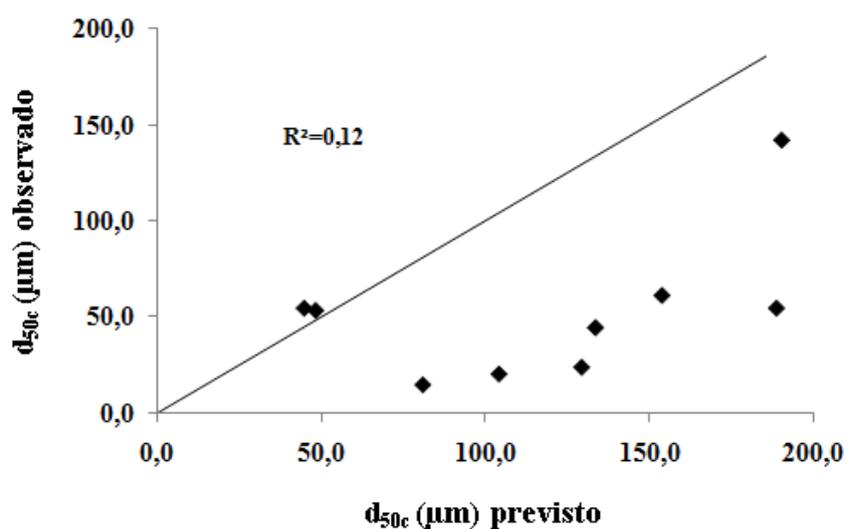


Figura 4.14 – Resultados de todos os ensaios ajustados pelo modelo de plitt.

4.2.3. Modelagem da vazão

A modelagem da vazão volumétrica das alimentações do hidrociclone baseou-se no modelo de Nageswararao descrito no item 2.5.1.3. Foi utilizada a equação:

$$Q_v = K_2 D_c^2 \left(\frac{P}{\rho_p} \right)^{0,5} \left(\frac{D_o}{D_c} \right)^{0,68} \left(\frac{D_i}{D_c} \right)^{0,45} \left(\frac{L_c}{D_c} \right)^{0,2} \theta^{-0,1} \quad \text{Equação 4.2}$$

Pode-se concluir que ao estimar K_1 o modelo leva em consideração o efeito da pressão atmosférica que se antepõe à pressão na qual é injetada a polpa de alimentação, como também às características do material e da geometria do ciclone, como é observado na equação.

Na Figura 4.15 são apresentados os resultados obtidos nos ensaios, em m^3/s para Q_v calculadas pela equação proposta por NAPIER- MUNN *et al.* (1996) no item 2.6.2 e os ajustados pelo modelo. A Tabela 4.10 apresenta o resumo estatístico do parâmetro ajustado.

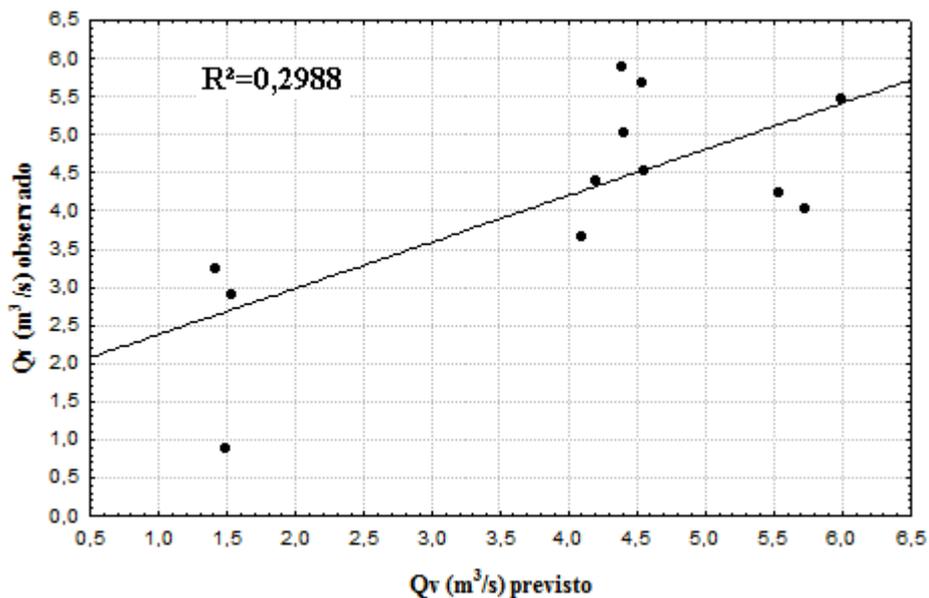


Figura 4.15 – Resultados ajustados pelo modelo de Nageswararao.

Tabela 4.10 - Resultado estatístico do parâmetro K_1 .

Parâmetro	Valor estimado	Erro padrão (%)	Valor P
K_1	411,95	32,27	0,00

Os resultados apresentados na Figura 4.15 mostraram que os resultados não foram ajustados de forma satisfatória pelo Modelo de Nageswararao, apresentando $R^2=0,3$. A partir das Tabelas 4.5 e 4.6 conclui-se que a vazão das alimentações variaram de 0,9 a 6 m^3/s o que mostra ser relevante para não garantir uma boa previsão do modelo.

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES

A realização do presente trabalho permitiu concluir que, para as condições estudadas:

- O efeito de descarga do *underflow* par a maioria dos ensaios previsto tanto por Concha e Barrientos quanto pelo efeito *by-pass* foram de guarda-chuva e *roping*, e conseqüentemente não foi obtida uma classificação eficiente.
- A partir da distribuição granulométrica das alimentações dos ensaios conclui-se não foi possível realizar ajustes para minimizar os efeitos causados pelas oscilações na alimentação.
- A maioria dos ensaios tem efeito *roping* pois o diâmetro do *apex* era insuficiente mostrando que houve curto-circuito tanto para o *overflow* quanto para o *underflow*.
- O Modelo de Plitt não foi capaz de prever seus respectivos parâmetros a partir de resultados que apresentaram valores significativos de α , *by-pass*, R_f , R_g e β .
- O modelo de Nageswararao não foi capaz de prever de forma satisfatória a vazão volumétrica das alimentações de alguns ensaios porque não prevê tamanha variabilidade apresentada pelas vazões de alimentação.

CAPÍTULO 6

SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A partir dos do presente estudo sugiro para trabalhos futuros:

- estudar a influência do comportamento reológico de polpas de minério de ferro no desempenho de hidrociclones e estimar os parâmetros propostos pelo modelo de Tavares.
- estudar outras condições operacionais, e estimar os parâmetros propostos pelo modelo de Tavares, Plitt, Lynch e Rao e Nageswararao.
- avaliar o desempenho de hidrociclones para outras polpas minerais em condições operacionais diversas.
- realizar ajustes no equipamento para minimizar dificuldades encontradas no presente trabalho.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICAS

CAPÍTULO 7

ASOMAH, A.K., NAPIER-MUNN, T.J., 1997, “An empirical model of cyclone inclination”, *Minerals Engineering*, v. 10, n. 3, pp. 339-347.

AUSTIN, L. G., SHAH, I., 1983, “A method for Inter-Conversion of Microtac and Sieve Size Distributions”, *Powder Technology*, v. 35, pp. 271-278.

BALTAR, C. A. M., 2002, “Princípios da flotação”. In. BALTAR, C.A.M. *Flotação no Tratamento de Minério*. 1ed. Recife, PE, Brasil.

BERGSTRÖM, J., VOMHOFF, H., 2006, “Experimental hydrocyclone flow field studies”, *Separation and Purification Technology*, v 53, pp. 8-20.

BLOOR, M.I.G., INGHAM, D.B., LAVERACK, S.D., 1980, “An analysis of boundary layer effects in a hydrocyclone”, *Proc. Ist. Int. Conf. Hydrocyclones, Caambridge, British Hydromechanics Research Association, Cranfield*, Paper 5, pp. 49-62.

BROUN, T., BOHNET, M., 1990, “Eifluiss der Feststoff-konzentration auf das Trennverhalten un den Druckverlust von Hydrozyklonen”, *Chemical Engineering Technology*, v. 62, pp. 344-345.

CASTILHO, L.R., MEDRONHO, R.A., 2000, “A simple procedure for design and performance prediction of Bradley and Rietema hydrocyclones”, *Minerals Engineering*, v. 13, n. 2, pp. 183-191.

CONCHA, F., BARRIENTOS, A., 1992, “Avances en la modelacion de hidrociclones”. *In: V Simposium Chileno de Aplicación de la computación en la industria Minera – EXPOMIN’92, Chile*.

COHEN, E., MIZRAHI, J., BEAVEN, C.H.J., FERN, N., 1966, “The residence time of mineral particles in hydrocyclones”, *Transaction of the Institution of Mineral Metallurgical, Sect. C*, 75, C129-C138.

- CHAVES, A. P., 2001, “Classificação”. In: CHAVES, A. P. Teoria e prática do tratamento de minérios, 3ª ed. São Paulo: Signus, V. 1, cap. 3. p.151-232.
- CHEM W., ZYDEK, N., PARMA, F., 2000, “Evaluation of hydrocyclone models for practical applications”, Chemical Engineering Journal, v. 80, pp. 295-303.
- DRIESSEN, M. G., 1951, “Theory of flow in a cyclone”, Revue de L’ Industrie Minerale/num. Special Saint Etienne, pp. 449-461.
- FAHLSTROM, P.H., 1963, “Studies of hydrocyclone as a classifier”, In: 6th *International Mineral Processing Congress, France*, pp. 87-114.
- FLINTOFF. B.C., PLITT, L.R., TURAK, A.A., 1987, “Cyclone modeling: A review of present Technology”, CIM Bull., pp. 39-50.
- FRACHON, M., CILLIERS, J.J., 1999, “A general model for hydrocyclone partition curves”, Chemical Engineering Journal, v. 73, pp. 53–59.
- HEISKANEN, K.G.H., 1993, “Particle Classification“, Powder Technology Series, Brian Scarlet ed., 321 p.
- HSIEH, K.T., RAJAMANI, K., 1991, “Mathematical model of hydrocyclone based on physics of fluid flow”, American Institute of Chemical Engineers Journal, v. 37, no 5, p. 735-746.
- KAWATRA, S.K.; BAKSHI, A.K.; RUSESKEY, M.T., 1996, “The effect of viscosity on the cut (d50) size of hydrocyclone classifiers”, Minerals Engineering, v. 9, pp. 881-891.
- KELSALL, D.F., 1952, “A study of the in motion of solid particles a hydraulic cyclone”. Transaction of the Institution of Chemical Engineers.
- KELSALL, D.F., 1953, “A further study of the hydraulic cyclone”, Chemical Engineering Science, v. 2, pp. 254-272.
- KING, R.P., 2001, “Modelling and Simulation of Mineral Processing Systems”, Butterworth-Heinemann, Oxford.

KRAIPECH, W., WASKOWSKI, A., DYAKOWSKI, T., SUKSANGPANOMRUNG, A., 2005, "A investigation of the particle-fluid and particle-particle interactions on the flow within a hydrocyclone", *Chemical Engineers Japan*, v. 111, pp. 189-197.

KELSALL, D.F., 1952, "A study of the motion of solid particles in a hydraulic cyclone", *Transaction of the Institution of chemical Engineers*, v. 30, n. 2, pp. 87-108.

KELSALL, D. F., 1953, "A further study of the hydraulic cyclone". *Chemical Engineering Science*, v. 2, p. 254-272.

KELLY, E. SPOTTISWOOD, D. J., 1982, "Introduction to mineral processing". New York: Wiley.

LYNCH, A. J.; RAO, T. C., 1975, "Modeling and scale-up of hydrocyclone classifiers". In: *INTERNATIONAL MINERAL PROCESSING CONGRESS, 11.*, Cagliari. Proceeding Cagliari: Istituto di Arte Mineraria, 1975. p. 245-269.

MACHACA, Y. Y. C., TAVARES, L. M. E ALVES, V. K., 2009, "Análise comparativa de modelos matemáticos de classificação em hidrociclones", In: *XXIII Encontro Nacional de Tratamento de Minérios e Metalurgia Extrativa*, Gramado, Rio Grande do Sul, Brasil, v. 2, pp. 291-299.

MACHACA, Y.Y.C., 2010, "Modelagem matemática da classificação de polpas de fosfato e bauxita em hidrociclones", *Dissertação de mestrado*, PEMM-COPPE, UFRJ.

MOURÃO, M. B.; GENTILE, E. F., 2007, "Visão geral do processo siderúrgico". In: *MOURÃO, M. B. Introdução à Siderurgia*. São Paulo: ABM, Cap. 1, p. 1-20.

MULAR, A. L., BHAPPU, R. B., 1980, "Mineral processing plant design", 2nd, *Society of Mining Engineers, American Institute of Mining*. Ed. New York, 190. p. 340-360.

NAPIER-NUNN, T. J., 1996, "Mineral comminution circuits: their operation and optimisation. Indooroopilly": *Julius Kruttschnitt Mineral Research Centre*, 413p.

NAGESWARARAO, K., 1978, "Further developments in the modelling and scale-up of industrial hydrocyclones", *Ph.D. Thesis*, University of Queensland (JKMRC), Brisbane, Australia.

- NAGESWARARAO, K., 1995, “A generalised model for hydrocyclone classifiers”, Proceedings of Australasian Institute of Mining and Metallurgy, v. 300, n.2, pp. 21.
- NAGESWARARAO, K., 2000, “A critical analysis of fish-hook effect in hydrocyclone classifiers”, Chemical Engineering Journal, v. 80 n. 1–3, pp.251–256.
- NAGESWARARAO, K., WISEMAN, D.M., NAPIER-MUNN, T.J., 2004, “Two empirical hydrocyclone models revisited”, Minerals Engineering, v. 17, pp. 671-687.
- PLITT, I. R., 1976, “A mathematical model of the hydrocyclone classifier”. CIM Bulletin, v. 69, n. 776, p. 114-123.
- PLITT, L.R., CONIL, P., BROUSSAUD, P., 1990, “An improved method of calculating the water spilt in hydrocyclones”, Minerals Engineering, v. 3, pp. 533–535.
- POSSA, M.V., 2000, “Efeitos da viscosidade no processo de deslamagem com microciclones em polpa não-Newtoniana de rocha fosfática”, Tese de Doutorado, EPUSP, São Paulo, 154 p.
- RAJAMANI, R.K., DEVULAPALLI, B., 1994, “Hydrodynamic modeling of swirling flow and particle classification in large-scale hydrocyclones”, KONA Powder and Particle, v.12, pp. 95-104.
- RIETEMA, K., 1961, “Performance and design of hydrocyclones”, Parts I to IV. Chemical Engineering Science, v. 15, pp. 298-325.
- SAMPAIO J. A., OLIVEIRA G. P., SILVA A. O., 2007, “Ensaio de classificação em hidrociclone”, CETEM, Rio de Janeiro.
- SVAROVSKY, L., 1990, “Solid-Liquid Separation” - 3rd Ed. – Butterworths – London.
- SVAROVSKY, L., 1984, “Hydrocyclones Holt”, Reinhardt and Wiston, London, p. 198.
- SILVA, M. A. P., 1989, “Hidrociclones de Bradley: dimensionamento e análise de desempenho”. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) – Universidade Federal do Rio de Janeiro.

SILVA, M.A.P., MEDRONHO, R. A., 1988, “Modelos que prevêm o desempenho de hidrociclones: uma avaliação crítica”. In: ENCONTRO SOBRE ESCOAMENTO EM MEIOS POROSOS, 16., Petrópolis, p. 351-61.

TAKEHARA, L., 2004, “Caracterização geometalúrgica dos principais minérios de ferro brasileiros – fração sinter feed”, 419f. Tese (Doutorado em Geociências) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

TAVARES, L.M., SOUZA, L.L.G., LIMA, J.R.B., POSSA, M.V., 2002, “Modeling classification in small diameter hydrocyclones under variable rheological conditions”, *Minerals Engineering*, v.15, pp. 613–622.

TERRA, A., 1938, “Essay d’une théorie de la lavage”. *Révue de l’industrie Minerale*, v. 18, pp. 383-403.

WHITEN, W.J., 1972, “The simulation of crushing plants with models developed using multiple splines regression”. In: 10th Int. Symp. on the Application of Comp. Met. Min. Ind., Johannesburg, p. 317-323.

Disponível em: <http://www.ibram.org.br> Acesso em 04/06/2010.

