



Universidade Federal
do Rio de Janeiro
Escola Politécnica

**COMPARAÇÃO DA PREVISÃO DO COMPORTAMENTO DE
RESERVATÓRIOS DE ÓLEO PRODUZINDO SOB MECANISMO
DE GÁS EM SOLUÇÃO OU INFLUXO DE ÁGUA UTILIZANDO A
EQUAÇÃO DO BALANÇO DE MATERIAIS E SIMULAÇÃO
NUMÉRICA**

Cassiano Junger da Silva Barbosa

Tatiana Machado Millan

Projeto de Graduação apresentado ao Curso de Engenharia de Petróleo da Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Couto.

**RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
FEVEREIRO, 2012.**

Junger da Silva Barbosa, Cassiano; Machado Millan, Tatiana
Comparação da Previsão do Comportamento de Reservatórios
de Óleo Produzindo sob Mecanismo de Gás em Solução ou
Influxo de Água Utilizando a Equação do Balanço de
Materiais e Simulação Numérica / Cassiano Junger da Silva
Barbosa e Tatiana Machado Millan. – Rio de Janeiro: UFRJ/
Escola Politécnica, 2012.

xvi, 64 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Paulo Couto

Projeto de Graduação – UFRJ/ Escola Politécnica/ Curso
de Engenharia do Petróleo, 2012.

Referências Bibliográficas: p. 63.

1. Modelagem de Reservatórios. 2. Reservatório com Gás
em Solução ou Influxo de Água. 3. Comparação com
Modelagem Computacional. I. Couto, Paulo. II. Universidade
Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Curso de
Engenharia do Petróleo. III. Título.

Dedicatória

Dedico este trabalho à minha mãe, que sonhou com a minha formatura, lutou para que eu estudasse, e venceu.

Cassiano Junger da Silva Barbosa

Dedico este trabalho à minha mãe, uma das maiores responsáveis por eu conseguir chegar à minha formatura, sonho que ela sempre compartilhou.

Tatiana Machado Millan

Agradecimentos

À minha mãe, que esteve presente em todos os momentos difíceis, sempre me apoiando e me ensinando sobre a vida, que se dedicou e se esforçou incansavelmente para que eu caminhasse até aqui.

Ao meu irmão, pelas inúmeras vezes em que esteve presente me ensinando sobre família e me mostrando que a aplicação de “*Eu te ergo, você me ergue e nos erguemos juntos.*” é imensa.

À Tatiana, por estar presente em minha vida nos últimos cinco anos, sempre sendo paciente, amiga de todas as horas, e por ser uma das pessoas que mais contribuíram para que eu chegasse até aqui.

Ao professor e orientador Paulo Couto pelos ensinamentos e por estar à inteira disposição sempre que necessário.

Ao Heitor, que esteve sempre disponível esclarecendo as dúvidas que fizeram a conclusão deste trabalho possível.

À Schlumberger, pelo suporte dado a este trabalho através da cessão da suíte de softwares de simulação de reservatórios.

À ANP pelo apoio financeiro e ao projeto PRH, em especial o PRH-02, que possibilita a criação de novos e o aperfeiçoamento de experientes profissionais na Indústria do Petróleo todos os dias.

Aos meus colegas de turma, pelo trabalho em equipe, pela união, pelas conversas e por me motivarem a sempre continuar estudando. Em especial à Vanessa Paiva, quem conheci no primeiro ano de faculdade, mudou seu percurso e, ainda assim, esteve presente em muitos momentos bons e ruins nestes cinco anos.

Cassiano Junger da Silva Barbosa

Aos meus pais, pelo suporte que me deram ao longo da vida, inclusive na área acadêmica, dedicando todo o tempo e esforço que podiam, pela compreensão, pelo apoio e por nunca perderem a confiança em mim.

Às minhas irmãs, por estarem sempre presentes e dispostas a prestarem toda a ajuda que lhes fosse possível. À Andrea, em especial, pelas palavras tranquilizadoras e por mostrar que estará ao meu lado sempre. À Daniela, em especial, pela segurança que representa e pelos conselhos sábios.

Ao Cassiano, por fazer parte da minha vida durante os cinco anos de faculdade de forma intensa, sendo companheiro e amigo de todas as horas, e por todos os momentos que dividiu comigo, imprescindíveis para que eu chegasse até aqui.

Ao professor e orientador Paulo Couto, por estar sempre à disposição e por todo o auxílio prestado durante as fases de amadurecimento e conclusão deste trabalho.

À Schlumberger, pelo suporte dado a este trabalho através da cessão da suíte de softwares de simulação de reservatórios.

À ANP, pelo auxílio financeiro ao longo dos dois anos de desenvolvimento deste projeto.

À todos os meus colegas de turma, os que chegaram até o fim do curso e os que seguiram outros rumos no decorrer dos cinco anos de faculdade, por terem tornado os momentos inesquecíveis, pelos estudos, pelos ensinamentos, pelas conversas. À Vanessa Paiva, em especial, por se revelar uma amiga para todas as horas, pelas experiências que partilhamos e pelo apoio dado para que esse trabalho pudesse ser concluído.

Tatiana Machado Millan

Resumo do Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica/ UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro do Petróleo.

Comparação da Previsão do Comportamento de Reservatórios de Óleo Produzindo sob Mecanismo de Gás em Solução ou Influxo de Água Utilizando a Equação do Balanço de Materiais e Simulação Numérica

Cassiano Junger da Silva Barbosa
Tatiana Machado Millan

Fevereiro/2012.

Orientador: Paulo Couto

Curso: Engenharia de Petróleo

Este trabalho apresenta a comparação de resultados gerados durante a simulação de reservatórios por duas frentes distintas objetivando-se sua validação. Na primeira, utiliza-se o balanço de materiais e os modelos simplificados de Muskat e Tarner para reservatórios de gás em solução e Carter-Tracy para reservatórios com influxo de água. Na segunda, a simulação é feita por um software comercial de complexidade superior, o ECLIPSE (Schlumberger), gerando dados sintéticos de produção. Assim, concluiu-se que há boa correspondência entre os modelos simplificados e a simulação numérica nos casos testados.

Palavras-chave: simulação de reservatórios, Muskat, Tarner, Carter-Tracy, Black-Oil.

Abstract of Undergraduate Project presented to POLI/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Petroleum Engineer.

Comparison of Production Forecast of an Oil Reservoir Producing by Solution Gas Drive or Water Drive Using Material Balance Equation and Numerical Simulation

Cassiano Junger da Silva Barbosa

Tatiana Machado Millan

February/2012.

Advisor: Paulo Couto

Course: Petroleum Engineering

This study presents a comparison of results generated during the reservoir simulation by two different fronts aiming to validate it. At first, we use the material balance and simplified models for solution gas drive reservoirs (Muskat and Tarner) and water drive reservoirs (Carter-Tracy). In the second, the simulation is done by a commercial software, more complex, the ECLIPSE (Schlumberger), generating synthetic data production. Thus, it was concluded that there is good correspondence between simplified models and numerical simulation in the tested cases.

Keywords: reservoir simulation, Muskat, Tarner, Carter-Tracy, Black-Oil.

Sumário

Lista de Figuras	xi
Lista de Tabelas	xii
Nomenclatura.....	xiii
1. Introdução.....	1
1.1. Motivação	2
1.2. Objetivos.....	2
1.3. Metodologia.....	3
1.4. Estrutura.....	3
2. Revisão da Bibliografia.....	5
2.1. Balanço de Materiais	5
2.2. Método de Turner.....	13
2.3. Método de Muskat	16
2.4. Modelo de van Everdingen & Hurst.....	20
2.4.1. Equação da Difusividade Hidráulica	20
2.4.2. Comportamento do Influxo de Água	24
2.4.3. Superposição de Efeitos.....	27
2.5. Modelo de Carter-Tracy.....	29
2.6. Modelo Matemático (Black-Oil)	32
3. Metodologia de Análise.....	36
3.1. Simulação Numérica.....	36
3.1.1. Modelo Físico 1	37
3.1.2. Modelo Físico 2	42
3.2. Modelos Simplificados	46
3.2.1. Comentários sobre a implementação no software Mathematica	46
3.2.2. Dados de Entrada.....	49
4. Discussão dos Resultados.....	53
4.1. Modelo Físico 1	53
4.1.1. Simulação sem Aquífero	53
4.1.2. Simulação com Aquífero	55
4.2. Modelo Físico 2	57
4.2.1. Simulação sem Aquífero	57

4.2.2. Simulação com Aquífero	59
5. Conclusões.....	61
6. Referências Bibliográficas	63
ANEXOS	65

Lista de Figuras

Figura 1. Distribuição de fluidos durante a produção de um reservatório.	6
Figura 2. Gráfico mostrando $p_D (r_D, t_D)$ para $r_{eD} = 10$	24
Figura 3. Modelo de aquífero radial.	24
Figura 4. Gráfico de WD por tD (Leitão, 2010).	27
Figura 5. Discretização da pressão no contato (Rosa et al., 2006).	28
Figura 6. Comparação entre os modelos de Everdingen & Hurst e Carter-Tracy para $\Delta t_D = 21,91$	30
Figura 7. Comparação entre os modelos de Everdingen & Hurst e Carter-Tracy para $\Delta t_D = 0,4382$	30
Figura 8. Vista 2-D do modelo 1.	38
Figura 9. Vista 3-D do modelo 1 sem aquífero.	39
Figura 10. Contato entre aquífero e reservatório do modelo 1.	39
Figura 11. Distribuição de permeabilidade no Modelo 2.	43
Figura 12. Distribuição de porosidade no Modelo 2.	44
Figura 13. Comparação das curvas de K_{ro} e K_{rg} em função de S_g do simulador comercial e do Mathematica.	48
Figura 14. Volume de óleo acumulado ao longo do tempo para Modelo 1 sem aquífero.	54
Figura 15. Pressão no reservatório ao longo do tempo para Modelo1 sem aquífero. ...	54
Figura 16. Volume de óleo acumulado ao longo do tempo para Modelo 1 com aquífero.	55
Figura 17. Pressão no reservatório ao longo do tempo para Modelo1 com aquífero. ...	56
Figura 18. Volume de óleo acumulado ao longo do tempo para Modelo 2 sem aquífero.	57
Figura 19. Pressão no reservatório ao longo do tempo para Modelo 2 sem aquífero. ...	58
Figura 20. Volume de óleo acumulado ao longo do tempo para Modelo 2 com aquífero.	59
Figura 21. Pressão no reservatório ao longo do tempo para Modelo 2 com aquífero. ...	60

Lista de Tabelas

Tabela 1. Dados PVT das propriedades do óleo do Modelo 1.	41
Tabela 2. Dados PVT das propriedades do gás do Modelo 1.	42
Tabela 3. Dados PVT das propriedades do óleo do Modelo 1.	45
Tabela 4. Dados PVT das propriedades do gás do Modelo 1.	46
Tabela 5. Dados de entrada para comparação de resultados do Modelo 1.	50
Tabela 6. S_L versus k_{ro} para comparação com Modelo 1.	51
Tabela 7. Dados de entrada para comparação de resultados com Modelo 2.	52
Tabela 8. S_L versus k_{ro} para comparação com Modelo 2.	52

Nomenclatura

c_o	Compressibilidade do óleo[(kgf/cm ²) ⁻¹]
$d_{20,20}$	Densidade de um fluido gasoso em relação ao ar, com ambas as massas específicas medidas a 20°C.....[kg/m ³]
Z_l	Elevação do gridblock (ou do gridpoint) l[m]
Z_n	Elevação do gridblock (ou do gridpoint) n[m]
l,n	Entre os gridblocks (ou gridpoints) l e n[m]
B_w	Fator volume-formação da água[-]
B_{winj}	Fator volume-formação da água injetada[-]
B_{ginj}	Fator volume-formação do gás injetado[-]
B_{gi}	Fator volume-formação do gás nas condições iniciais[-]
B_{gc}	Fator volume-formação do gás procedente da capa[-]
B_g	Fator volume-formação do gás procedente da zona de óleo (volume nas condições de reservatório por volume nas condições-padrão)[-]
B_o	Fator volume-formação do óleo[-]
B_{oi}	Fator volume-formação do óleo nas condições iniciais[-]
B_{ob}	Fator volume-formação do óleo no ponto de bolha[-]
B_t	Fator volume-formação total da água[-]
Y_w	Gravidade da água[(kgf/cm ²)/m]
Y_g	Gravidade da fase-gás[(kgf/cm ²)/m]
Y_o	Gravidade da fase-óleo nas condições do reservatório[(kgf/cm ²)/m]
IP	Índice de produtividade do poço.....[m ³ /(dia.kgf/cm ²)]
l	Índice para a vizinhança do gridblock, do gridpoint ou do ponto[-]

n	Índice para o gridblock (ou gridpoint) para o qual a equação de fluxo é escrita	[-]
k_g	Permeabilidade efetiva ao gás	[mD]
k_o	Permeabilidade efetiva ao óleo	[mD]
k_{ro}	Permeabilidade relativa ao óleo	[mD]
p_w	Pressão da água	[kgf/cm ²]
p_g	Pressão da fase-gás	[kgf/cm ²]
P_{sat}	Pressão de saturação	[kgf/cm ²]
p_{ol}^{n+1}	Pressão do gridblock (ou do gridpoint) l no nível de tempo $n + 1$	[Kgf/cm ²]
p_{on}^{n+1}	Pressão do gridblock (ou do gridpoint) n no nível de tempo $n + 1$	[Kgf/cm ²]
p_o	Pressão do óleo	[kgf/cm ²]
p	Pressão média do reservatório	[kgf/cm ²]
$p_{wf,min}$	Pressão mínima no fundo do poço	[kgf/cm ²]
m	Quociente entre o volume original de gás na capa (condições de reservatório) e o volume original de óleo (condições de reservatório)	[-]
C	Razão de ciclagem de gás	[-]
R_{si}	Razão de solubilidade do gás no óleo nas condições iniciais	[m ³ /m ³]
R_{sb}	Razão de solubilidade do gás no óleo no ponto de bolha	[m ³ /m ³]
R_{sw}	Razão de solubilidade gás/água ou razão gás/água de solução	[m ³ /m ³]
R_s	Razão de solubilidade gás/óleo ou razão gás/óleo de solução (volume de gás nas condições-padrão por volume de óleo nas condições-padrão)	[m ³ /m ³]
R_p	Razão gás/óleo acumulada	[m ³ /m ³]

R	Razão gás/óleo de produção instantânea	$[m^3/m^3]$
S_w	Saturação da água	$[-]$
S_{wig}	Saturação de água conata ou inicial na capa de gás	$[-]$
S_{wio}	Saturação de água conata ou inicial na zona de óleo	$[-]$
S_{wb}	Saturação de água no ponto de bolha	$[-]$
S_{gc}	Saturação de gás na capa de gás	$[-]$
S_g	Saturação de gás na zona de óleo	$[-]$
S_L	Saturação de líquido	$[-]$
S_o	Saturação de óleo.....	$[-]$
q_{wsc}	Taxa de produção da fase-água (condições-padrão)	$[m^3/dia]$
q_{osc}	Taxa de produção da fase-óleo (condições-padrão)	$[m^3/dia]$
q_{fgsc}	Taxa de produção do componente gás livre (condições-padrão)	$[m^3/dia]$
T_w	Transmissibilidade da água	$[m^3/(dia.(kgf/cm^2))]$
T_g	Transmissibilidade fase-gás	$[m^3/(dia.(kgf/cm^2))]$
T_o	Transmissibilidade fase-óleo	$[m^3/(dia.(kgf/cm^2))]$
S_{wi}	Valor médio da saturação intersticial da água na capa de gás e na zona de óleo	$[-]$
Q_o	Vazão de óleo	$[m^3/dia]$
$Q_{o,max}$	Vazão máxima de óleo	$[m^3/dia]$
$Q_{max,}$ operação	Vazão máxima de operação (óleo)	$[m^3/dia]$
W_{inj}	Volume acumulado de água injetada (condições-padrão)	$[m^3]$

G_{pb}	Volume acumulado de gás produzido até a pressão de bolha (condições-padrão)[m ³]
G_p	Volume acumulado de gás produzido (condições-padrão)[m ³]
N_p	Volume acumulado de óleo produzido (condições-padrão)[m ³]
N_{ps}	Volume acumulado de óleo produzido a partir da pressão de bolha (condições-padrão)[m ³]
N_{pb}	Volume acumulado de óleo produzido até a pressão de bolha (condições-padrão)[m ³]
G_{inj}	Volume de gás injetado acumulado (condições-padrão)[m ³]
G_{ps}	Volume de gás produzido acumulado a partir da pressão de bolha (condições-padrão)[m ³]
G_{pd}	Volume de gás produzido disponível, medido em condições-padrão[m ³]
N_b	Volume de óleo existente no reservatório no ponto de bolha (condições-padrão)[m ³]
V_{bn}	Volume do bloco n[m ³]
G	Volume original de gás na capa (condições-padrão)[m ³]
N	Volume original de óleo (condições-padrão)[m ³]
V_{pg}	Volume poroso da capa de gás[m ³]
V_{po}	Volume poroso da zona de óleo[m ³]
V_p	Volume poroso total[m ³]
G_{ti}	Volume total de gás inicial no reservatório (condições-padrão)[m ³]

Símbolos Gregos:

ψ_n	A seção dos gridblocks (ou gridpoints) existentes que são vizinhos do gridblock n[-]
Δt	Espaço de tempo[dia]

α_c	Fator de volume de conversão	[-]
ρ_{ar}	Massa específica do ar	[kg/m ³]
φ	Porosidade	[-]
ξ_n	Seção de todas as fronteiras do reservatório compartilhadas com o gridblock n	[-]
μ_g	Viscosidade do gás	[cP]
μ_o	Viscosidade do óleo	[cP]

Subscritos:

$()_D$	Adimensional
$()_e$	Aquífero
$()_i$	Condições iniciais
$()_L$	Fase líquida
$()_w$	Fase-água
$()_f$	Fase-formação
$()_g$	Fase-gás
$()_{inj}$	Injetado
$()_b$	Ponto de bolha
$()_p$	Produzido
$()_t$	Total
$()_j$	Um instante qualquer
$()_{j+1}$	Um instante seguinte

1. Introdução

A indústria petrolífera atende de maneira essencial à demanda de energia do mundo atual, através da obtenção de combustíveis fósseis. Naturalmente, pois, há uma busca constante pela otimização da produção de óleo e gás por parte das empresas atuantes neste mercado. Nesse sentido, utilizam-se amplamente modelos matemáticos os quais permitem a simulação de fenômenos característicos do reservatório, possibilitando, em certa medida, previsões acerca de seu comportamento.

Dessa forma, à medida que a pressão do reservatório se reduz no decorrer da produção, esses modelos podem ser utilizados para simular a evolução de determinadas propriedades, tais como a compressibilidade dos fluidos na formação, a saturação de óleo e de gás e a permeabilidade, entre outras. Entretanto, é importante ressaltar o caráter simplificado de tais modelos, em virtude da dificuldade de obtenção de determinados dados referentes ao poço.

Assim, para a análise do desempenho dos parâmetros da formação conforme o avanço da produção, existe uma grande diversidade de modelos matemáticos, os quais diferem de acordo com sua abrangência ou especificidade. Por essa razão, a escolha do modelo adequado para a simulação de um reservatório revela-se crucial, devendo a mesma basear-se na consideração das características da formação previamente estudadas, atentando para a validade de seu equacionamento e verificando sua aplicabilidade.

O trabalho ora apresentado compreende uma comparação entre quatro modelos de simulação de reservatórios: a saber, três modelos simplificados, os quais correspondem a estimativas acerca da massa e das propriedades de fluidos para a produção de óleo e gás em função da pressão média da formação; e um software comercial de complexidade muito superior, o Petrel/Eclipse (Schlumberger). Dessa maneira, pretende-se verificar a medida da aplicabilidade destes modelos simplificados para a análise da evolução da produção do reservatório em função da pressão, o que se espera que possa representar uma contribuição para o conhecimento acerca do desenvolvimento de campos petrolíferos.

1.1. Motivação

Uma das frentes de atuação das empresas de petróleo de caráter fundamental consiste no gerenciamento de reservatórios. Nesse sentido, justifica-se plenamente a relevância do tema tratado, uma vez que tal controle passa necessariamente pelas técnicas de previsão do comportamento da formação. Mais que isso: a simulação da evolução das características do reservatório é de tal importância que se deve realizar ao longo de todo o ciclo de vida do mesmo, auxiliando o aperfeiçoamento do desenvolvimento de novos campos, bem como dos métodos de recuperação para a revitalização de campos maduros.

Cabe acrescentar, ainda, a vantagem representada pela utilização de modelos simplificados de simulação em relação a softwares mais complexos, a qual corresponde à redução do tempo utilizado para a modelagem computacional, bem como ao menor número de dados necessários para a execução do modelo, uma vez que as hipóteses iniciais são, também, simplificadas.

Trata-se, pois, de uma inegável demanda da indústria petrolífera, propiciando o acúmulo de informações e a produção de conhecimento fundamentais para um maior aproveitamento dos poços, bem como fornecendo bases mais sólidas para as ações e decisões acerca das circunstâncias e métodos de produção e recuperação de reservatórios.

1.2. Objetivos

Em um primeiro momento, o objetivo do estudo é provar que os modelos simplificados geram resultados consistentes com os aqueles obtidos através dos simuladores comerciais. Sendo esses últimos a principal fonte de previsão da indústria atualmente, essa consistência, se demonstrada, prova que os modelos simplificados são satisfatórios para a previsão de comportamento de reservatórios de petróleo.

O segundo objetivo do presente trabalho é analisar os resultados obtidos através dos modelos simplificados na previsão do comportamento de reservatórios de diferentes graus de complexidade. Espera-se, com isso, verificar em que tipo de reservatório a previsão garante resultados mais ajustados.

Para que se busque alcançar ambos os objetivos, o estudo irá englobar estimativas de queda de pressão no reservatório e produção acumulada de óleo.

1.3. Metodologia

A primeira etapa do trabalho consiste na construção de um modelo simples de reservatório no simulador comercial escolhido para a realização do estudo. Prossegue-se com a geração de dados de produção desse reservatório fictício gerados quando o modelo é rodado no próprio simulador.

Na sequência, os mesmos dados de entrada do simulador são inseridos nos modelos simplificados implementados no *Mathematica 7.0*, bem como a tabela de dados PVT, também retirada do simulador comercial. Esses modelos são, então, executados.

O próximo passo é a comparação dos resultados obtidos no simulador comercial com aqueles obtidos através dos modelos simplificados.

Todo o procedimento é repetido tantas vezes quanto forem os campos fictícios criados. Assim, pretende-se alcançar o primeiro objetivo proposto.

Finalmente, para se atender ao segundo objetivo, é feita uma comparação geral dos resultados obtidos para todos os reservatórios.

1.4. Estrutura

O presente trabalho divide-se em capítulos, seções e subseções, a serem detalhados abaixo.

O Capítulo 2 apresenta e explica todos os modelos e equações que serão utilizados para os cálculos a serem realizados. O mesmo divide-se em seis seções, sendo quatro delas referentes aos quatro modelos simplificados abordados neste projeto. As outras duas seções, por sua vez, apresentam as bases teóricas acerca do Balanço de Materiais e do modelo Black-Oil, também de grande importância para a presente proposta.

O Capítulo 3, ao abordar a metodologia adotada para alcançar os objetivos acima descritos, estrutura-se em duas seções. A primeira refere-se ao uso de um simulador

comercial e detalha os modelos físicos implementados. Já a segunda aborda a execução dos modelos simplificados.

No Capítulo 4, realiza-se uma comparação entre os resultados obtidos através do simulador comercial e dos modelos simplificados. É, também, neste capítulo, que as justificativas para as eventuais discrepâncias são apresentadas.

Por fim, o Capítulo 5 trata das conclusões encontradas ao longo do trabalho, encerrando a discussão proposta acerca do presente tema.

2. Revisão da Bibliografia

Para melhor entendimento do trabalho aqui desenvolvido, buscou-se a literatura existente sobre a Engenharia de Reservatórios. Essa parte do projeto inicia-se com uma explicação geral sobre a utilização do balanço de materiais no acompanhamento do desenvolvimento de um campo, explicitando, inclusive, a EBM (Equação do Balanço de Materiais).

Posteriormente, faz-se um estudo detalhado de cada um dos modelos teóricos implementados, que são derivados da EBM, mostrando-se e explicando-se cada uma das equações a serem utilizadas. Os dois primeiros modelos (métodos de Tarner e Muskat) são abordados em um contexto de reservatórios em que atua o mecanismo de gás em solução. Já os dois últimos métodos (van Everdingen & Hurst e Carter-Tracy) se aplicam a reservatórios sob influxo de água. Sobre esses dois últimos modelos faz-se, ainda, uma comparação entre eles, que se mostra necessária para que se dê continuidade ao trabalho.

Ao fim deste Capítulo, o modelo matemático utilizado em todos os campos a serem simulados (Black-Oil) é desenvolvido de forma teórica. As características básicas dos reservatórios que se enquadram nesse tipo de modelagem matemática também são explicitadas, para que se possa visualizar, no decorrer do projeto, que os reservatórios aqui simulados se encaixam na classificação.

2.1. Balanço de Materiais

Inúmeros métodos foram propostos para estimar o volume de hidrocarbonetos em um reservatório, de modo que se tornou prático o uso de métodos envolvendo o balanço de materiais. Em termos bem simples, podemos escrever a equação de balanço de materiais como: *volume inicial = volume remanescente + volume removido* (Walsh e Lake, 2003).

Tratando inicialmente da equação de balanço de materiais (EBM) generalizada, tem-se, na figura a seguir, um esquema de distribuição de fluidos ao longo da produção de um reservatório de hidrocarbonetos.

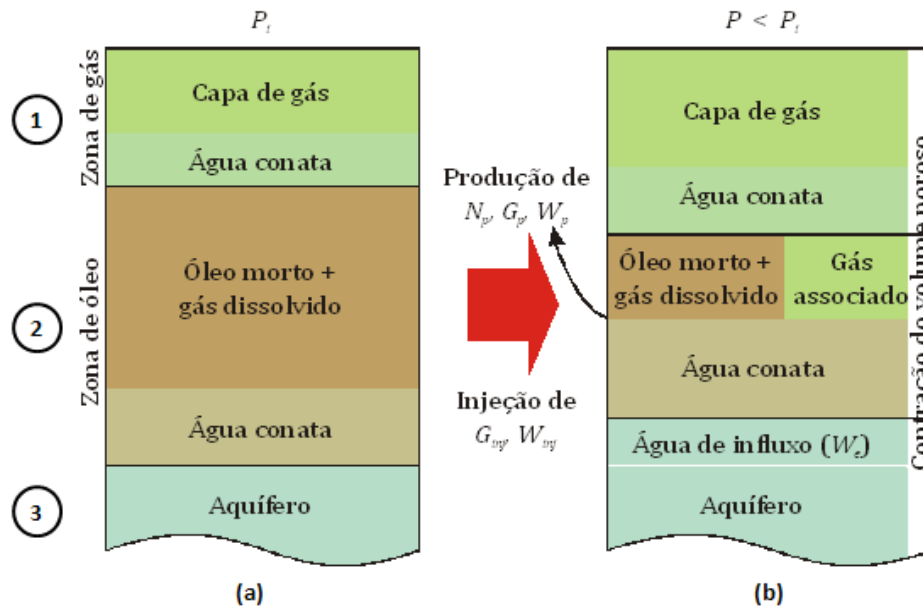


Figura 1. Distribuição de fluidos durante a produção de um reservatório.

Em (1), tem-se a capa de gás, composta de gás e água conata; em (2), observa-se a zona de óleo, contendo óleo e água conata; em (3), pode-se visualizar o aquífero contíguo à zona de óleo (observável somente em (b)).

Em (a), observam-se as condições iniciais; em (b), por sua vez, verificam-se as condições após a produção de volumes N_p de óleo, G_p de gás e W_p de água.

Considera-se, pois, a seguinte situação: produzidos os volumes N_p de óleo, G_p de gás e W_p de água, injetam-se os volumes G_{inj} de gás e W_{inj} de água, objetivando-se retardar a redução de pressão no reservatório. Além disso, considera-se a ocorrência de um influxo acumulado de água oriundo do aquífero igual a W_e , bem como o declínio da pressão média do reservatório de p_i para p . Em virtude desta queda de pressão e da compressibilidade da rocha, pode-se, ainda, considerar a redução do volume de poros (Rosa et al, 2006).

Uma vez estabelecidas tais condições, deve-se considerar um pressuposto inicial para a EBM: a expansão total dos fluidos da formação, somada à contração do volume poroso, corresponde à produção total de fluidos. Assim, em condições de reservatório, tal princípio pode ser expresso da seguinte maneira:

Varição do volume de óleo original e do gás associado

+

Varição do volume de gás na capa

+

Varição do volume de água conata na zona de óleo

+

Varição do volume de água conata na capa de gás

+

Contração do volume de poros

+

Injeção acumulada de água + Injeção acumulada de gás

+

Influxo acumulado de água

=

Produção total de fluidos (óleo, gás e água) medida nas condições atuais (p,T) do reservatório

É importante ressaltar, ainda, que as variações de volumes de fluidos expostas na igualdade acima compreendem as diferenças entre os volumes de tais fluidos na pressão atual p e na pressão inicial p_i , de modo que se trata de valores positivos. Da mesma forma, a contração do volume de poros também deve ser considerada como um número positivo, correspondente ao módulo da variação de volume poroso dada entre p_i e p .

Dessa forma, substituindo cada termo da igualdade acima por expressões matemáticas representativas, tem-se:

$$\begin{aligned}
N(B_t - B_{ti}) + \frac{mNB_{ti}}{B_{gic}}(B_{gc} - B_{gic}) + \frac{NB_{ti}S_{wio}}{1 - S_{wio}}\left(\frac{B_{tw} - B_{twi}}{B_{twi}}\right) \\
+ \frac{mNB_{ti}S_{wig}}{1 - S_{wig}}\left(\frac{B_{tw} - B_{twi}}{B_{twi}}\right) \\
+ \left(\frac{NB_{ti}}{1 - S_{wio}} + \frac{mNB_{ti}}{1 - S_{wig}}\right)c_f\Delta p + W_{inj}B_{winj} + W_e \\
= N_p[B_t - (R_{si} - R_s)B_g] + N_p(R_p - R_s)B_g + W_pB_w
\end{aligned} \tag{2.1}$$

Em que $\Delta p = p_i - p$. após a explicitação do volume inicial de óleo, a equação se expressa da seguinte maneira:

$$N = \frac{N_p[B_t + (R_p - R_{si})B_g] + W_pB_w - W_e - W_{inj}B_{winj} - G_{inj}B_{ginj}}{\tau \Delta p}. \tag{2.2}$$

onde,

$$\begin{aligned}
\tau = B_t - B_{ti} + \frac{mB_{ti}}{B_{gic}}(B_{gc} - B_{gic}) + \left(\frac{B_{ti}S_{wio}}{1 - S_{wio}} + \frac{mB_{ti}S_{wig}}{1 - S_{wig}}\right)\left(\frac{B_{tw} - B_{twi}}{B_{twi}}\right) \\
+ \left(\frac{B_{ti}}{1 - S_{wio}} + \frac{mB_{ti}}{1 - S_{wig}}\right)
\end{aligned}$$

A igualdade acima possibilita a estimativa do volume de óleo original N quando da disponibilidade de dados de produção, geológicos e de laboratório. Nesse sentido, são necessários dados geológicos ou de perfilagem para estimar os tamanhos relativos da capa de gás e da zona de óleo, a fim de se obter o valor estimado de m . Além disso, são necessários dados de produção e de injeção de fluidos, tais como produções acumuladas de óleo, gás e água e injeções acumuladas de gás e água, bem como um registro da evolução da pressão no decorrer do tempo (Rosa et al, 2006).

Também há a necessidade de informações acerca das saturações iniciais dos fluidos no reservatório, além das propriedades físicas dos fluidos e da rocha, dentre os quais se destacam a compressibilidade da formação, o fator volume-formação e a razão

gás-óleo de solução. Por outro lado, não é necessariamente fundamental que se conheça o valor do influxo acumulado W_e , uma vez que é possível a determinação simultânea de dois parâmetros da EBM, tais como N e m ou N e W_e , caso o valor de W_e seja conhecido (Rosa et al, 2006).

Uma versão simplificada da equação exposta acima costuma ser utilizada em situações práticas. Considerando-se que $B_{gc} = B_g$, $B_{tw} = B_w$ e $S_{wio} = S_{wig} = S_{wi}$, e sabendo que

$$c_w = \frac{B_w - B_{wi}}{B_{wi}\Delta p} \quad (2.3)$$

a equação é reduzida à seguinte forma:

$$N = \frac{N_p[B_t + (R_p - R_{si})B_g] + W_p B_w - W_e - W_{inj} B_{winj} - G_{inj} B_{ginj}}{B_t - B_{ti} + m B_{ti} \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right) + (1 + m) B_{ti} \left(\frac{c_w S_{wi} + c_f}{1 - S_{wi}} \right) \Delta p} \quad (2.4)$$

Escrevendo-se a equação em termos do fator volume-formação do óleo B_o , tem-se:

$$N = \frac{N_p[B_o + (R_p - R_s)B_g] + W_p B_w - W_e - W_{inj} B_{winj} - G_{inj} B_{ginj}}{B_o - B_{oi} + (R_{si} - R_s)B_g + m B_{oi} \left(\frac{B_g}{B_{gi}} - 1 \right) + (1 + m) B_{oi} \left(\frac{c_w S_{wi} + c_f}{1 - S_{wi}} \right) \Delta p} \quad (2.5)$$

Conforme o exposto, é possível observar que a EBM possui uma significativa relação de dependência com os parâmetros PVT. Nesse sentido, muitas vezes, ao se trabalhar com a equação em questão, surgem divisões por números muito pequenos, os quais podem facilmente conduzir a erros consideráveis nos cálculos de balanço de

materiais, caso haja erros significativos nos dados de parâmetros PVT, fato para o qual deve ser dada a devida atenção. Além disso, por vezes, as amostragens dos fluidos do reservatório são realizadas em condições inadequadas, produzindo valores incorretos para propriedades como a pressão de bolha e a razão de solubilidade. Em virtude destas dificuldades, demonstra-se essencial a aplicação de um teste de consistência para os dados PVT em utilização em uma análise de balanço de materiais.

Passando, pois, à linearização da equação de balanço de materiais, percebe-se ser esta uma forma adequada para a estimativa simultânea dos parâmetros desconhecidos da equação (Rosa et al, 2006). Assim, podem-se agrupar alguns termos da equação, tendo por finalidade a sua simplificação e a produção e a injeção de fluidos no reservatório pode se expressar da seguinte forma:

$$F = N_p[B_t + (R_p - R_{si})B_g] + W_p B_w - W_{inj} B_{winj} - G_{inj} B_{ginj} \quad (2.6)$$

Além disso, podem-se representar as expansões do óleo e do gás inicialmente em solução da seguinte maneira:

$$E_o = B_t - B_{ti} \quad (2.7)$$

Por sua vez, o termo representativo da expansão do gás da capa pode ser assim definido:

$$E_g = \frac{B_{ti}}{B_{gic}} (B_{gc} - B_{gic}) \quad (2.8)$$

Podem ser agrupados, ainda, os efeitos decorrentes da expansão da água conata e da redução do volume poroso:

$$E_{f,w} = \left(\frac{B_{ti}S_{wio}}{1 - S_{wio}} + \frac{mB_{ti}S_{wig}}{1 - S_{wig}} \right) \left(\frac{B_{tw} - B_{twi}}{B_{twi}} \right) + \left(\frac{B_{ti}}{1 - S_{wio}} + \frac{mB_{ti}}{1 - S_{wig}} \right) c_f \Delta p \quad (2.9)$$

Utilizando as equações anteriores, a EBM pode ser escrita da seguinte forma:

$$F = N(E_o + mE_g + E_{f,w}) + W_e \quad (2.10)$$

Assim, observa-se que, em muitos casos, a equação acima exposta é transformada em uma função linear. Como exemplo, pode-se considerar um reservatório sem capa de gás inicial, ou seja, $m = 0$; sem influxo de água, o que corresponde a $W_e = 0$; e apresentando como desprezíveis as compressibilidades da água conata e da rocha, isto é, $E_{f,w} \cong 0$. Dessa forma, a equação será novamente reduzida:

$$F = NE_o \quad (2.11)$$

Desse modo, pode-se calcular F a partir de dados de produção e de injeção de fluidos, bem como, calcular E_o através das análises dos fluidos em célula PVT (Rosa et al, 2006). Logo, as variáveis F e E_o podem ser registradas em um gráfico de coordenadas cartesianas, o que resultará em uma linha reta de coeficiente angular de valor N . Se uma linha reta não for obtida no gráfico em questão, trata-se da indicação de um mecanismo de produção diverso.

Além disso, ainda que houvesse influxo de água significativo no interior do reservatório, poder-se-ia expressar a EBM como uma função linear:

$$\frac{F}{E_o} = N + \frac{W_e}{E_o} \quad (2.12)$$

De modo que um gráfico de F/E_o contra W_e/E_o também teria como resultado uma linha reta de coeficiente angular N .

Em reservatórios sob influxo de água, para que seja possível a determinação do volume de óleo inicial N , bem como do influxo acumulado W_e , devem-se verificar os valores de F e de E_o em diversos instantes do ciclo de vida do reservatório. De fato, determinar o influxo acumulado equivale a estabelecer o modelo representativo do comportamento do sistema reservatório-aquífero, possibilitando futuras previsões.

Considere-se agora que não haja poços com injeção significativa ($W_{inj}=0$ e $G_{inj}=0$), e que o gás em solução seja irrelevante em relação ao influxo, mantendo-se constante ao longo de toda a produção ($R_{si} = R_s = R_p$). Além disso, lembre-se que o fator volume-formação total pode ser expresso da seguinte maneira:

$$B_t = B_o + (R_{si} - R_s)B_g, \quad (2.13)$$

em que B_o equivale ao fator de volume-formação do óleo. Dessa forma, tem-se que:

$$B_t = B_o \quad (2.14)$$

Sendo assim, o sistema de fluidos do reservatório pode ser definido do seguinte modo:

$$F = N_p B_o + W_p B_w \quad (2.15)$$

O que resulta na seguinte expressão:

$$\frac{N_p B_o + W_p B_w}{E_o} = N + \frac{W_e}{E_o} \quad (2.16)$$

Assim, a equação do balanço de materiais apresenta diversas aplicações, dentre as mesmas, podem-se destacar: a estimativa de óleo e gás originais *in place*; a estimativa do tamanho da capa de gás; a estimativa do influxo de água; a estimativa dos parâmetros modelares do influxo de água; a confirmação dos mecanismos de produção; e, por fim, a estimativa da razão entre as taxas de injeção e produção (Walsh e Lake, 2003).

2.2. Método de Tarner

O modelo de Tarner é um dos métodos analíticos mais utilizados para o estudo do comportamento de reservatórios de gás em solução saturados. Esses reservatórios têm como característica uma pressão menor que a pressão de bolha, havendo, conseqüentemente, a presença de gás livre em seu interior, que se encontra em solução no óleo. Com o início da produção e a queda da pressão do reservatório, há uma expansão desse gás e uma contração do volume poroso, garantindo a continuidade da produção. Esse é o mecanismo de produção primária de gás em solução, presente nos chamados reservatórios volumétricos (Rosa et al, 2006).

Para a implementação do método de Tarner, deve-se, inicialmente, desprezar os efeitos de compressibilidade da água originalmente presente no reservatório (água conata) e da rocha, obtendo-se, para um reservatório volumétrico saturado, a seguinte expressão:

$$\frac{G_{ps}}{N_b} = \left(\frac{B_o}{B_g} - R_s \right) \left(1 - \frac{N_{ps}}{N_b} \right) - \left(\frac{B_{ob}}{B_g} - R_{sb} \right) \quad (2.17)$$

Na expressão acima, $R_{sb} = R_{si}$, já que ela é aplicada a partir do ponto de bolha. Para um intervalo de tempo de produção desde t_b (momento em que o ponto de bolha é atingido) até t_j , obtém-se:

$$\frac{G_{psj}}{N_b} = \left(\frac{B_{oj}}{B_{gj}} - R_{sj} \right) \left(1 - \frac{N_{psj}}{N_b} \right) - \left(\frac{B_{ob}}{B_{gj}} - R_{sb} \right) \quad (2.18)$$

Utilizando-se equação análoga para um intervalo de tempo entre t_j e t_{j+1} e fazendo-se a subtração entre as duas expressões encontradas, chega-se ao seguinte resultado:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\Delta G_{ps}}{N_b}\right)_{EBM} = & B_{ob} \left(\frac{1}{B_{g j}} - \frac{1}{B_{g j+1}}\right) + \left(\frac{B_{o j+1}}{B_{g j+1}} - R_{s j+1}\right) \left(1 - \frac{N_{ps j+1}}{N_b}\right) \\ & - \left(\frac{B_{o j}}{B_{g j}} - R_{s j}\right) \left(1 - \frac{N_{ps j}}{N_b}\right) \end{aligned} \quad (2.19)$$

onde $(\Delta G_{ps}/N_b)_{EBM}$ representa o valor da variável $(\Delta G_{ps}/N_b)$ calculada através da equação de balanço de materiais.

Para a expressão acima, $j = 0,1,2,3, \dots$ representa os vários tempos de produção, sendo que t_b seria o tempo correspondente a $j = 0$, momento a partir do qual se aplica o método de Turner.

Por outro lado, tem-se a seguinte expressão para a razão gás/óleo instantânea, ao se desprezar a variação de pressão capilar com a trajetória:

$$R = \left(\frac{k_g}{k_o}\right) \left(\frac{\mu_o}{\mu_g}\right) \left(\frac{B_o}{B_g}\right) + R_s \quad (2.20)$$

Partindo-se da expressão acima aplicada aos instantes t_j e t_{j+1} e considerando-se um pequeno decréscimo de pressão, de p_j até p_{j+1} , calcula-se o valor médio da razão gás/óleo através da seguinte expressão:

$$\bar{R} = \frac{1}{2}(R_j + R_{j+1}) \quad (2.21)$$

Utilizando-se o resultado acima obtido, pode-se determinar $(\Delta G_{ps}/N_b)$ como sendo:

$$\left(\frac{\Delta G_{ps}}{N_b}\right)_{RGO} = \frac{G_{ps\ j+1} - G_{ps\ j}}{N_b} = \bar{R} \left(\frac{\Delta N_{ps}}{N_b}\right) = \left(\frac{R_j + R_{j+1}}{2}\right) \left(\frac{N_{ps\ j+1}}{N_b} - \frac{N_{ps\ j}}{N_b}\right) \quad (2.22)$$

onde $(\Delta G_{ps}/N_b)_{RGO}$ representa o valor da variável $(\Delta G_{ps}/N_b)$ calculada através da expressão da razão gás/óleo.

A variável R tem relação com a razão k_g/k_o (razão de permeabilidades efetivas) que é dependente da saturação total de líquidos. Para o cálculo de R , portanto, deve-se definir S_L , e um determinado tempo t_j como sendo:

$$S_{L\ j} = \left(1 - \frac{N_{ps\ j}}{N_b}\right) \left(\frac{B_{o\ j}}{B_{ob}}\right) (1 - S_{wb}) + S_{wb} \quad (2.23)$$

O cálculo envolvido no modelo de Turner é baseado na igualdade que deve existir entre $(\Delta G_{ps}/N_b)_{EBM}$ e $(\Delta G_{ps}/N_b)_{RGO}$, ambos dependentes da produção acumulada de óleo em uma determinada pressão p . Um método de tentativa e erro ou um processo iterativo deve ser utilizado para que se encontre solução para a igualdade (Rosa et al, 2006).

Tal procedimento envolve a escolha de um valor de pressão $p_{j+1} < p_j$, seguida da determinação das propriedades dos fluidos, a saber, μ_o , μ_g , B_o , B_g e R_s , para a pressão p_{j+1} . Em seguida, deve-se estimar um valor de fração recuperada N_{psj+1}/N_b , calculando o incremento da produção de gás pela EBM representada pela equação (2.19). Posteriormente, calcula-se a saturação de líquidos pela equação (2.23). Feito isto, deve-se determinar o valor de $(k_g/k_o)_{j+1}$ na curva de razão de permeabilidades efetivas. Por fim, calcula-se a razão gás/óleo instantânea R_{j+1} , por meio da equação (2.20).

Curvas de pressão e de razão gás/óleo como função da fração recuperada de óleo (N_p/N) devem ser obtidas durante a realização do estudo de previsão do comportamento do reservatório. Sendo N_{pb} a produção acumulada até o ponto de bolha e N_{ps} a produção acumulada a partir do ponto de bolha, define-se:

$$N_p = N_{pb} + N_{ps} \quad (2.24)$$

onde:

$$N_{pb} = \frac{NB_{oi}c_{eo}(p_i - p_b)}{B_{ob}} \quad (2.25)$$

De forma análoga, para a produção acumulada de gás:

$$G_p = G_{pb} + G_{ps} \quad (2.26)$$

onde:

$$G_{pb} = N_{pb}R_{si} \quad (2.27)$$

Para a já citada realização do estudo de previsão do comportamento do reservatório, decrementos de pressão devem ser utilizados ($p_b - p_1$, $p_1 - p_2$, ... , $p_{n-1} - p_n$). A precisão dos resultados depende diretamente dos decrementos escolhidos da seguinte forma: quanto menores forem os intervalos de pressão utilizados, maior será a precisão obtida (Rosa et al, 2006).

2.3. Método de Muskat

O modelo de Muskat (1949) descreve um dos métodos analíticos que existem para que se realizem estudos de previsão do comportamento de reservatórios de óleo com capa de gás. Nesse tipo de reservatório, onde se verifica a expansão da capa de gás como o principal mecanismo de produção, algumas hipóteses são consideradas para estudo:

- i) A capa de gás não contém óleo em nenhum momento;
- ii) A capa de gás e o óleo se encontram inicialmente em equilíbrio, resultando no fato de que a pressão inicial e a pressão de bolha do sistema são iguais;
- iii) Tanto na capa de gás como na região que contém o óleo a saturação intersticial da água, de valor médio S_{wi} , é irreduzível;

- iv) Parte do gás produzido é reinjetado no reservatório, surgindo, assim, um termo referente à razão de ciclagem nas equações do modelo.

Apesar de ser um método desenvolvido para ser empregado nos casos de existência de uma capa de gás, o método de Muskat também pode ser usado para que se estude o comportamento de reservatórios de óleo em cujo mecanismo primário de produção predominante é o gás em solução. Para tanto, basta que se faça as simplificações decorrentes da ausência de uma capa de gás, como tornar o termo relativo ao tamanho da capa de gás, que será explicitado mais adiante, igual a zero (Rosa et al, 2006).

Na sua forma tradicional, o método utiliza a definição do tamanho da capa de gás (m), que seria uma relação entre volumes totais da capa de gás e da zona de óleo. Desprezando-se, entretanto, os efeitos de compressibilidade da rocha, a equação poderia ser escrita da seguinte forma:

$$m = \frac{GB_{gi}}{NB_{oi}} = \frac{V_{pg}}{V_{po}} \quad (2.28)$$

O volume de óleo que existe, em qualquer instante, no reservatório pode ser calculado da seguinte forma, sendo $V_p = V_{po} + V_{pg}$ o volume poroso total:

$$N - N_p = \frac{V_{po}S_o}{B_o} = \frac{V_{po}S_o}{B_o} \frac{V_p}{V_p} = \frac{V_p}{\frac{V_{po} + V_{pg}}{V_{po}}} \frac{S_o}{B_o} = \frac{1}{1 + m} V_p \frac{S_o}{B_o} \quad (2.29)$$

O volume de gás existente no reservatório em um determinado instante, medido nas condições-padrão, admitindo-se desprezível a quantidade de gás dissolvido na água intersticial, pode ser dado pela seguinte equação:

$$G_{restante} = G_{ti} - G_{pd} = (G + NR_{si}) - (G_p - G_{inj}) \quad (2.30)$$

Por outro lado, sabe-se que o volume de gás restante no reservatório é equivalente à soma dos volumes de gás na capa, gás em solução no óleo e gás livre na zona de óleo. Dessa forma:

$$G_{ti} - G_{pd} = \frac{V_p}{1+m} \left[\frac{m(1-S_{wi})}{B_g} + \frac{S_o R_s}{B_o} + \frac{(1-S_o-S_{wi})}{B_g} \right] \quad (2.31)$$

Diferenciando-se G_{pd} em relação a N_p , encontra-se:

$$\frac{dG_{pd}}{dN_p} = \frac{dG_p}{dN_p} - \frac{dG_{inj}}{dN_p} = \frac{dG_p}{dN_p} \left(1 - \frac{dG_{inj}}{dG_p} \right) = R(1-C) \quad (2.32)$$

A variável referente à pressão no reservatório (p) é independente, enquanto G_p , N_p e R são funções de p . Reescrevendo-se a equação em função de p obtém-se:

$$\frac{dG_{pd}}{dp} = R(1-C) \frac{dN_p}{dp} \quad (2.33)$$

Com o intuito de se obter dG_{pd}/dp e dN_p/dp , deve-se derivar, respectivamente, as equações (2.31) e (2.29). De posse desses resultados e substituindo-os na equação acima, chega-se ao seguinte resultado:

$$\begin{aligned} & R(1-C) \left[\left(\frac{1}{1+m} \right) \left(\frac{1}{B_o} \frac{dS_o}{dp} - \frac{S_o}{B_o^2} \frac{dB_o}{dp} \right) \right] \\ &= \left(\frac{1}{1+m} \right) \left[m(1-S_{wi}) \frac{d}{dp} \left(\frac{1}{B_g} \right) + \frac{S_o}{B_o} \frac{dR_s}{dp} + \frac{R_s}{B_o} \frac{dS_o}{dp} - \frac{S_o R_s}{B_o^2} \frac{dB_o}{dp} \right. \\ & \left. - \frac{1}{B_g} \frac{dS_o}{dp} + (1-S_o-S_{wi}) \frac{d}{dp} \left(\frac{1}{B_g} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.34)$$

Para permitir uma escritura mais simples da equação acima, são definidas as seguintes variáveis:

$$\eta = \frac{1}{B_o} \left(\frac{\mu_o}{\mu_g} \right) \frac{dB_o}{dp} \quad (2.35)$$

$$\alpha = \left(\frac{B_o}{B_g} \right) \left(\frac{\mu_o}{\mu_g} \right) \quad (2.36)$$

$$\lambda = \left(\frac{B_g}{B_o} \right) \frac{dR_s}{dp} \quad (2.37)$$

$$\psi = \frac{k_g}{k_o} \quad (2.38)$$

$$\xi = B_g \frac{d}{dp} \left(\frac{1}{B_g} \right) \quad (2.39)$$

Lembra-se, ainda, que a variável R, que representa a razão gás óleo, é dada pela seguinte expressão:

$$R = \left(\frac{k_g}{k_o} \right) \left(\frac{\mu_o}{\mu_g} \right) \left(\frac{B_o}{B_g} \right) + R_s \quad (2.40)$$

Dessa forma, a equação (2.34) pode ser apresentada de forma mais compacta, como mostrado a seguir:

$$\frac{dS_o}{dp} = \frac{S_o\lambda + (1 - S_o - S_{wi})\xi + S_o\eta\left(\psi - \frac{CR}{\alpha}\right) + m(1 - S_{wi})\xi}{1 + \left(\frac{\mu_o}{\mu_g}\right)\left(\psi - \frac{CR}{\alpha}\right)} \quad (2.41)$$

Essa equação, chamada de equação de Muskat, que relaciona a variação da saturação de óleo com a variação da pressão, é do tipo diferencial ordinária de primeira ordem. As variáveis S_o e p não podem ser separadas, o que faz com que a solução dessa equação tenha que ser obtida numericamente (Rosa et al, 2006).

2.4. Modelo de van Everdingen & Hurst

2.4.1. Equação da Difusividade Hidráulica

Muitas vezes, reservatórios de petróleo apresentam em sua adjacência consideráveis volumes de água, chamamos estes volumes de aquífero. Este pode ser substancialmente maior que os reservatórios de óleo ou gás a ponto de ser considerado infinito, ou pequeno o suficiente para não induzir nenhum efeito significativo na fase de produção do reservatório.

À medida que fluidos são produzidos e há um declínio na pressão do reservatório, um diferencial de pressão é gerado da região adjacente (aquífero) para o interior do reservatório. Desta forma, seguindo a lei de fluxos em meios porosos, há um deslocamento do contato reservatório-aquífero. Ou seja, há uma expansão da água do aquífero e conseqüente influxo de água para o reservatório. E a análise desta migração de volumes torna-se indispensável para uma previsão eficaz do comportamento do reservatório.

Normalmente a modelagem utilizada para prever o comportamento dos fluidos no interior de um reservatório considera que o poço está produzindo a vazão constante, entretanto, em um aquífero não se tem controle da vazão no contato entre o mesmo e o reservatório. Assim, torna-se necessário a utilização de equações que considerem a pressão no contato aquífero-reservatório mantendo-se constante.

Quando um poço retorna à produção, à vazão constante, após um período fechamento, o comportamento da pressão é essencialmente controlado por um estado de fluxo transiente. Este estado de fluxo é definido como o período de tempo em que a região de fronteira não tem efeito no comportamento das pressões. A forma adimensional da equação da difusividade hidráulica (Matthews & Russel, 1967) é basicamente a equação geral matemática utilizada para modelar este regime transiente em reservatórios ou aquíferos, ou seja, ela rege o fluxo no meio poroso. Em termos adimensionais a equação da difusividade hidráulica é uma equação diferencial parcial (E.D.P.) e tem a forma:

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D} \quad (2.42)$$

Onde:

- Pressão adimensional: $p_D = \frac{p_i - p}{p_i - p_0} = \frac{p_i - p}{\Delta p_0}$ (2.43)

- Tempo adimensional: $t_D = \frac{kt}{\varphi \mu c_t r_0^2}$ (2.44)

- Raio adimensional: $r_D = \frac{r}{r_0}$ (2.45)

Nas relações acima:

- p_i : pressão inicial do reservatório;
- p : pressão no contato óleo-água;
- Δp_0 : queda de pressão no contato;
- r_0 : raio do reservatório;
- r : variável na direção radial;
- k : permeabilidade;
- t : variável de tempo;
- φ : porosidade da formação;
- μ : viscosidade do óleo;
- c_t : compressibilidade total ($c_t = c_f + c_w$, soma da compressibilidade da formação com a compressibilidade da água)

O modelo de van Everdingen e Hurst (1949) é considerado o mais preciso para o cálculo dos parâmetros envolvidos de influxo de água e os autores consideraram duas geometrias diferentes para os regimes de influxo: radial e linear. Considerando-se a geometria radial, teremos três modelos de análise: aquífero infinito, aquífero com manutenção da pressão no limite externo e aquífero selado no limite externo (Rosa et al, 2006).

Desta forma, a equação da difusividade hidráulica (E.D.P.) desenvolvida para estudarmos o fluxo no aquífero terá como condições de contorno:

Condição Inicial (C.I.): $p_D(r_D; t_D = 0) = 0$, ou seja, inicialmente as pressões em qualquer ponto do aquífero estão em equilíbrio e são iguais a p_i .

Condição de Contorno Interna (C.C.I.): $p_D(r_D = 1; t_D) = 1$, ou seja, no contato aquífero -reservatório ocorre a queda de pressão constante $\Delta p_0 = p_i - p_0$.

Condição de Contorno Externa (C.C.E.), que diferencia-se para cada modelo de aquífero radial analisado.

- I. Aquífero infinito: neste modelo a C.C.E. é $p_D(r_D \rightarrow \infty; t_D) = 0$.
- II. Aquífero finito selado: neste caso o fluxo no limite externo é nulo, logo a C.C.E. se torna $\left(\frac{\partial p_D}{\partial r_D}\right)_{r_{eD}=r_e/r_0} = 0$.
- III. Aquífero finito com pressão constante no limite externo: temos variação nula da pressão no limite externo, logo, a C.C.E. será $p_D(r_D = r_e/r_0; t_D) = 0$.

Para resolver a E.D.P aplicamos os conceitos de Transformadas de Laplace e, como as soluções obtidas desta forma são apenas para o campo de Laplace, utilizamos o algoritmo de Stehfest (1970) para inversão numérica. Assim, aplicando Laplace para o caso de aquífero finito selado , a E.D.P. adquire a forma:

$$\frac{\partial^2 p_{SD}}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_{SD}}{\partial r_D} = s \cdot p_{SD} \quad (2.46)$$

Onde p_{SD} é a pressão adimensional transformada e s é a variável de Laplace.

Após análise, vê-se que a equação (2.46) é a Equação Modificada de Bessel. E sua solução é dada por (Ozisik, 1968):

$$p_{s_D}(r_D, s) = Bessell(0, r_D\sqrt{s}).C_1 + BesselK(0, r_D\sqrt{s}).C_2 \quad (2.47)$$

Onde C_1 e C_2 são constantes resultantes da aplicação das condições de contorno.

Seguindo a metodologia, faremos a inversão numérica utilizando o algoritmo de Stehfest, assim:

$$p_D(r_D, t_D) = \frac{\ln(2)}{t_D} \cdot \sum_{i=1}^{Ni} V(i, Ni) \cdot p_{s_D}\left(r_D, \frac{\ln(2)}{t_D} \cdot i\right) \quad (2.48)$$

Onde,

$$V(i, Ni) = (-1)^{i+\frac{Ni}{2}} \cdot \sum_{k=\text{int}\left(\frac{i+1}{2}\right)}^{\text{Min}\left(i, \frac{Ni}{2}\right)} \frac{k^{1+\frac{Ni}{2}} \cdot (2k!)}{\left(\frac{Ni}{2-k}\right)! \cdot (k!)^2 \cdot (i-k)! \cdot (2k-i)!} \quad (2.49)$$

k e i são inteiros e Ni é uma constante que varia de 8 a 16 (neste caso foi utilizado $Ni = 8$).

Conseqüentemente, podemos construir o gráfico de soluções para análise do comportamento do algoritmo. Este gráfico mostra a pressão adimensional em função do raio e tempo adimensionais. O mesmo é diferente para cada $r_{eD} = r_e/r_0$ (raio adimensional do aquífero), que representa o tamanho do aquífero em relação ao reservatório. A seguir está o gráfico para $r_{eD} = 10$.

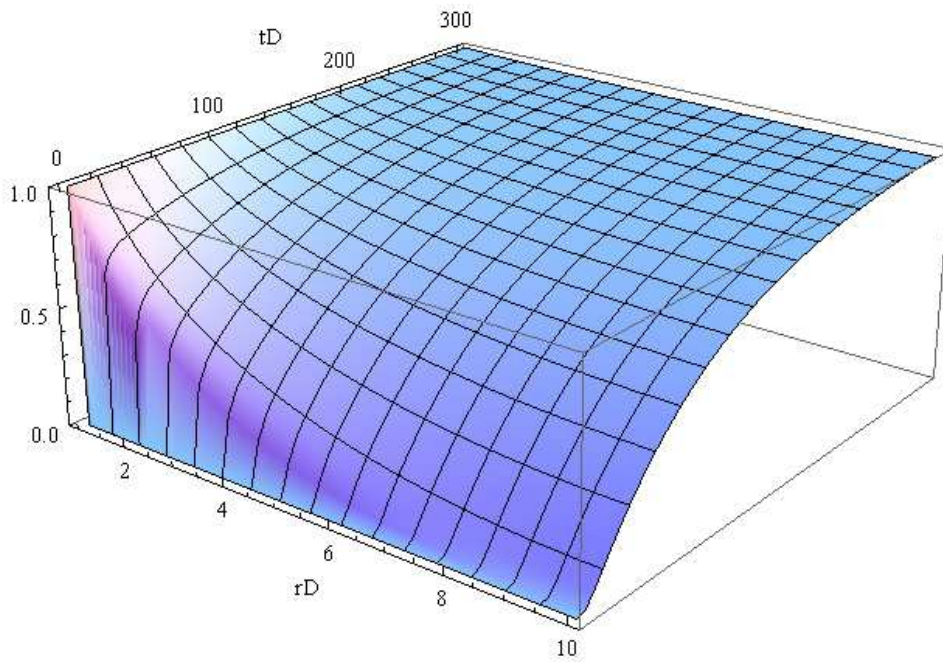


Figura 2. Gráfico mostrando $p_D(r_D, t_D)$ para $r_{eD} = 10$.

2.4.2. Comportamento do Influxo de Água

Denotaremos o volume de influxo de água acumulado por W_e e o mesmo se refere à integral da vazão do aquífero em função do tempo (Equação 2.4.1).

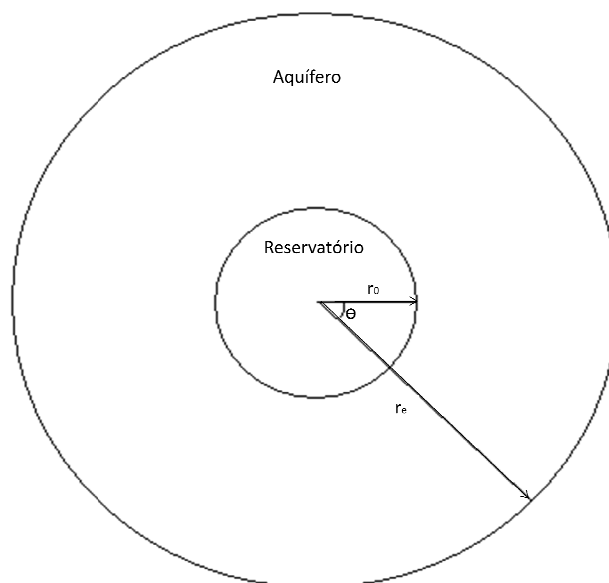


Figura 3. Modelo de aquífero radial.

A vazão fornecida pelo aquífero no ponto $r = r_0$ é dada pela Lei de Darcy: (Walsh e Lake, 2003):

$$q = \frac{2\pi fkh}{\mu} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right)_{r_0}, \text{ onde } f = \theta/2\pi \quad (2.50)$$

Utilizando as variáveis adimensionais temos:

$$- \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = \frac{q\mu}{2\pi fkh\Delta p_0} = q_D(t_D) \quad (2.51)$$

$$\frac{dt}{dt_D} = \frac{\varphi\mu c_t r_0^2}{k} \quad (2.52)$$

Onde $q_D(t_D)$ é a vazão adimensional no ponto de contato reservatório-aquífero.

Realizando as substituições dos termos adimensionais, o influxo acumulado de água será:

$$W_e = 2\pi f h \varphi c_t r_0^2 \Delta p_0 \int_0^{t_D} q_D dt_D \quad (2.53)$$

Assim:

$$W_e = U \Delta p_0 W_D(t_D) \quad (2.54)$$

Onde,

$$U = 2\pi f h \varphi c_t r_0^2 \quad (2.55)$$

E denotamos:

- U : constante de influxo de água do aquífero.
- W_D : influxo adimensional acumulado.

Em qualquer modelo de influxo é possível calcular:

$$W_D = - \int_0^{t_D} \left(r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} dt_D \quad (2.56)$$

E utilizando as Transformadas de Laplace teremos a transformada do influxo (W_{SD}):

$$W_{SD}(r_D, s) = - \frac{\left(\frac{\partial p_{SD}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1}}{s} \quad (2.57)$$

De forma análoga ao que foi feito para o cálculo da pressão, segundo (Rosa et al, 2006), utilizaremos o método de Stehfest para realizar a inversão numérica e obter o influxo adimensional acumulado.

$$W_D(r_D, t_D) = \frac{\ln(2)}{t_D} \cdot \sum_{i=1}^{Ni} V(i, Ni) \cdot W_{SD}\left(r_D, \frac{\ln(2)}{t_D} \cdot i\right) \quad (2.58)$$

Onde:

$$V(i, Ni) = (-1)^{i+\frac{Ni}{2}} \cdot \sum_{k=\text{int}\left(\frac{i+1}{2}\right)}^{\text{Min}\left(i, \frac{Ni}{2}\right)} \frac{k^{1+\frac{Ni}{2}} \cdot (2k!)}{\left(\frac{Ni}{2-k}\right)! \cdot (k!)^2 \cdot (i-k)! \cdot (2k-i)!} \quad (2.59)$$

Na Figura 4 podemos ver o comportamento do influxo adimensional W_D para o aquífero radial em função do tempo adimensional (t_D) e do tamanho do aquífero (r_{eD}).

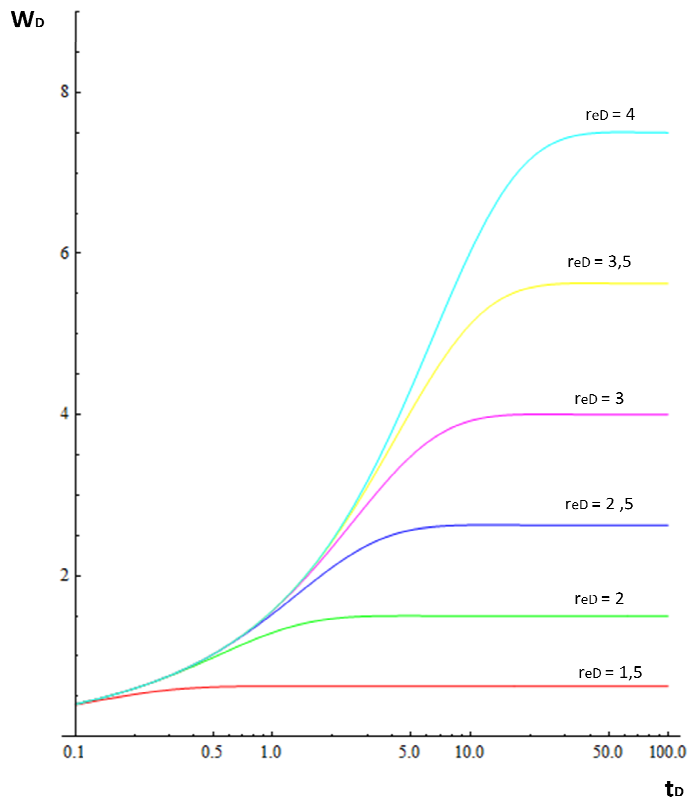


Figura 4. Gráfico de W_D por t_D (Leitão, 2010).

2.4.3. Superposição de Efeitos

Quando implementamos estes modelos consideramos que a queda de pressão no contato aquífero-reservatório é constante, entretanto, devido à depleção do reservatório, isso não acontece na prática. Utilizamos o método da superposição de efeitos para considerar a variação da pressão no contato. Este princípio também é conhecido como Princípio de Duhamel e estabelece que: (Rosa et al, 2006)

$$\text{---} \quad (2.60)$$

Onde,

representa a variação de pressão no contato e é uma variável muda de integração. Também podemos escrever:

$$W_e = U \int_0^{t_D} W'_D(t_D - \tau_D) \Delta p(\tau_D) d\tau_D \quad (2.61)$$

W'_D é a derivada do influxo adimensional em relação a t_D (tempo adimensional).

Discretizando a equação da superposição teremos uma solução aproximada do problema. Assim, iremos discretizar a pressão no contato $p(t)$ (condição de contorno interna) e dividir a curva contínua de pressão em função do tempo em uma série de intervalos de pressão constante.

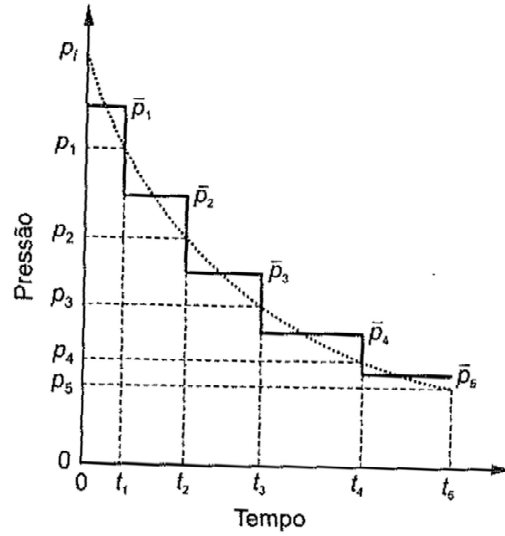


Figura 5. Discretização da pressão no contato (Rosa et al., 2006).

Dessa forma, obteremos:

$$W_e(t_{Dn}) = U \sum_{j=0}^{n-1} \Delta p_j W_D(t_{Dn} - t_{Dj}) \quad (2.62)$$

Onde:

$$\Delta p_j = \bar{p}_j - \bar{p}_{j+1} = \frac{p_{j-1} - p_{j+1}}{2} \text{ e } \{ \Delta p_0 = p_i - p_1/2 ; \Delta p_1 = p_i - p_2/2 \} \quad (2.63)$$

2.5. Modelo de Carter-Tracy

O modelo de van Everdingen & Hurst é o que fornece a melhor aproximação para o cálculo do influxo de água, entretanto, devido à necessidade da aplicação dos efeitos de superposição, seu uso torna-se trabalhoso e complexo. Para minimizar esta dificuldade, Carter e Tracy (1960) propuseram uma técnica que já considera a superposição de efeitos nos cálculos de influxo.

A diferença primária entre a técnica empregada por Carter-Tracy e van Everdingen & Hurst é que a primeira assume taxas de influxo de água constante por um intervalo de tempo finito, portanto, o influxo acumulado de água em qualquer tempo t_n pode ser calculado diretamente a partir volume obtido no período anterior t_{n-1} . Além disso, a técnica de Carter-Tracy contempla diferentes tipos de aquíferos já que a mesma é aplicável a qualquer geometria de fluxo, sendo necessário apenas o conhecimento da pressão adimensional (solução da Equação da Difusividade Hidráulica) em função do tempo. (Rosa et al, 2006)

Neste modelo, o influxo de água é calculado da forma:

$$W_e(t_{Dj}) = W_e(t_{Dj-1}) + \frac{U\Delta p(t_{Dj}) - W_e(t_{Dj-1})p'_D(t_{Dj})}{p_D(t_{Dj}) - t_{Dj-1}p'_D(t_{Dj})} (t_{Dj} - t_{Dj-1}) \quad (2.64)$$

A acurácia dos resultados deste modelo é controlada pelo *time step* (Δt_D) utilizado. Quanto menor for o *time step*, mais precisos serão os resultados encontrados (Ahmed, T. et al., 2006). A comparação entre os resultados para diferentes *time steps*, também foi mostrada por (Leitão, 2010). Neste, um reservatório ($r_e = 6096m$; $r_o = 762m$; $h = 18,3m$; $\varphi = 0,22$; $k = 100md$; $\mu = 0,30cp$, $c_t = 99,6 \cdot 10^{-6} (kgf / cm^2)^{-1}$) foi estudado e os resultados obtidos pelos métodos de Carter- Tracy e van Everdingen & Hurst comparados graficamente.

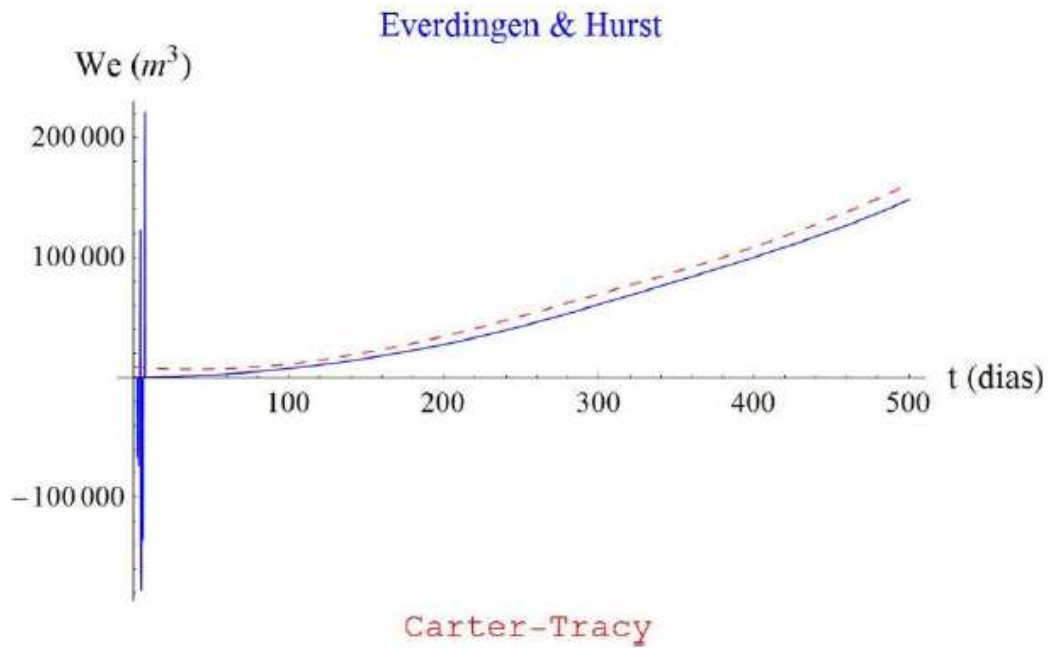


Figura 6. Comparação entre os modelos de Everdingen & Hurst e Carter-Tracy para $\Delta t_D = 21,91$.

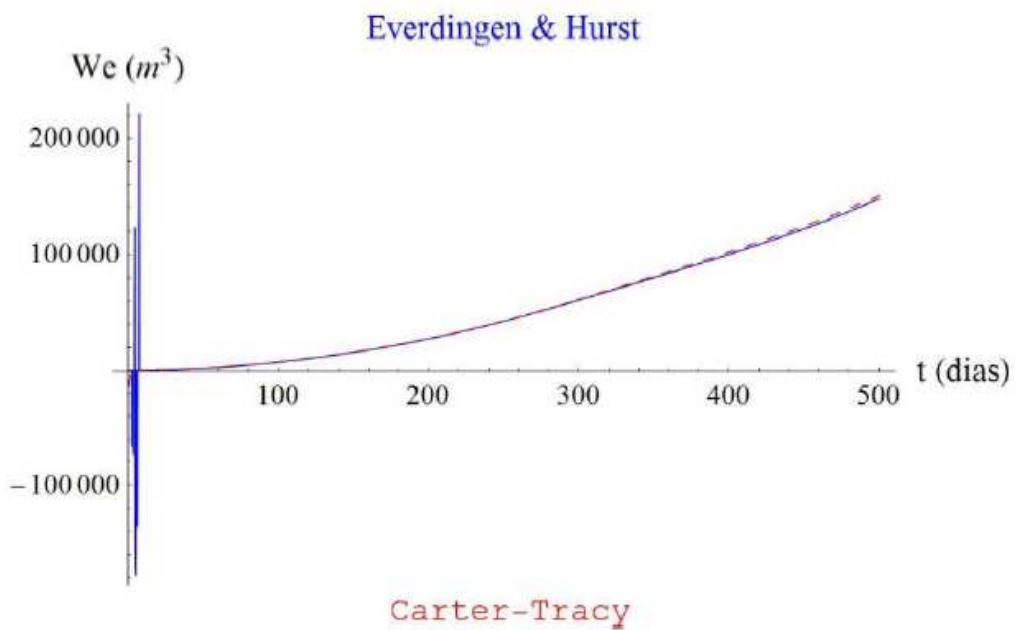


Figura 7. Comparação entre os modelos de Everdingen & Hurst e Carter-Tracy para $\Delta t_D = 0,4382$.

Como método de Carter-Tracy não é influenciado pela geometria do reservatório, já considera efeitos de superposição e foi evidenciado que o mesmo apresenta boas aproximações para *time steps* pequenos, este trabalho utilizará apenas este método na comparação entre os resultados gerados pela simulação numérica e a EBM.

Com o modelo de Carter-Tracy também podemos prever a diferença de pressão no contato reservatório-aquífero (Δp_0) em função do tempo, que permite que se obtenha o influxo (W_e) e a pressão (p) tendo-se como *input* a produção acumulada de óleo (Rosa *et al.*, 2006).

$$\Delta p(t_{Dj}) = \frac{N_p(t_{Dj})B_{oi} + W_p(t_{Dj}) - W_e(t_{Dj-1}) \left[\frac{p_D(t_{Dj}) - t_{Dj}p'_D(t_{Dj})}{p_D(t_{Dj}) - t_{Dj-1}p'_D(t_{Dj})} \right]}{B_{oi}[Nc_{eo} - N_p(t_{Dj})c_0] + U \left[\frac{t_{Dj} - t_{Dj-1}}{p_D(t_{Dj}) - t_{Dj-1}p'_D(t_{Dj})} \right]} \quad (2.65)$$

Onde:

- B_{oi} : fator volume formação inicial do óleo.
- c_{eo} : compressibilidade efetiva do óleo.

$$c_{eo} = \frac{c_o S_0 + c_w S_w + c_f}{1 - S_w} \quad (2.66)$$

Onde:

- S_0 : saturação de óleo.
- S_w : saturação de água.
- c_o : compressibilidade do óleo.
- c_w : compressibilidade da água.
- c_f : compressibilidade da formação.

2.6. Modelo Matemático (Black-Oil)

TRANGENTEIN e BELL (1989) indicam que a modelagem *black-oil* é utilizada para prever os efeitos de compressibilidade e transferência de massa entre as fases necessárias para modelar a recuperação primária (depleção por queda de pressão) e secundária (injeção de água). Tal importância do modelo *black-oil* para estudos em engenharia de reservatórios faz com que o mesmo seja indispensável no desenvolvimento de novos métodos na formulação e solução de equações para fluxo multifásico em meios porosos.

No modelo *black-oil* admitimos que três fases (água, óleo e gás) estão presentes e em equilíbrio no reservatório sob condições isotérmicas. No reservatório:

$$S_w + S_o + S_g = 1 \quad (2.67)$$

A principal característica deste modelo é que praticamente não apresenta variações na sua composição em um envelope de duas fases, podendo também ser expresso como um modelo de composição constante. Esse modelo tem capacidade de simular todos os mecanismos de produção, incluindo gás em solução, capa de gás e influxo de água, com ou sem injeção de água ou gás.

Segundo ABOU-KASSEM et AL. (2006), este modelo de fluxo isotérmico de óleo/água/gás nomeado *black-oil* estabelece que na temperatura do reservatório e em qualquer pressão do mesmo, pode-se assumir que as fases óleo e água são imiscíveis e nenhum componente destas fases se dissolve na fase gás, além disso, a miscibilidade dos componentes gasosos pode ser grande na fase óleo mas é desprezível na fase água.

Assim, a modelagem matemática do sistema *black-oil* pode ser representada pelas equações a seguir.

Para o componente óleo:

$$\begin{aligned} \sum_{l \in \psi_n} T_{ol,n}^{n+1} [(p_{ol}^{n+1} - p_{on}^{n+1}) - \gamma_{ol,n}^n (Z_l - Z_n)] \\ + \sum_{l \in \xi_n} q_{oscl,n}^{n+1} + q_{osc_n}^{n+1} = \frac{V_{bn}}{\alpha_c \Delta t} \left[\left(\frac{\varphi S_o}{B_o} \right)_n^{n+1} - \left(\frac{\varphi S_o}{B_o} \right)_n^n \right] \end{aligned} \quad (2.68)$$

Para o componente gás:

$$\begin{aligned}
& \sum_{l \in \psi_n} \{ T_{gl,n}^{n+1} [(p_{gl}^{n+1} - p_{g_n}^{n+1}) - \gamma_{gl,n}^n (Z_l - Z_n)] \\
& \quad + (T_o R_s)_{1,n}^{n+1} [(p_{ol}^{n+1} - p_{o_n}^{n+1}) - \gamma_{ol,n}^n (Z_l - Z_n)] \} \\
& \quad + \sum_{l \in \xi_n} [q_{fgsc,l,n}^{n+1} + (R_s q_{osc})_{l,n}^{n+1}] + q_{fgsc,n}^{n+1} + (R_s q_{osc})_n^{n+1} \\
& = \frac{V_{bn}}{\alpha_c \Delta t} \left\{ \left[\left(\frac{\varphi S_g}{B_g} \right)_n^{n+1} - \left(\frac{\varphi S_g}{B_g} \right)_n^n \right] \right. \\
& \quad \left. + \left[\left(\frac{\varphi R_s S_o}{B_o} \right)_n^{n+1} - \left(\frac{\varphi R_s S_o}{B_o} \right)_n^n \right] \right\}
\end{aligned} \tag{2.69}$$

Para o componente água temos:

$$\begin{aligned}
& \sum_{l \in \psi_n} T_{wl,n}^{n+1} [(p_{wl}^{n+1} - p_{w_n}^{n+1}) - \gamma_{wl,n}^n (Z_l - Z_n)] \\
& \quad + \sum_{l \in \xi_n} q_{wsc,l,n}^{n+1} + q_{wsc,n}^{n+1} = \frac{V_{bn}}{\alpha_c \Delta t} \left[\left(\frac{\varphi S_w}{B_w} \right)_n^{n+1} - \left(\frac{\varphi S_w}{B_w} \right)_n^n \right]
\end{aligned} \tag{2.70}$$

Onde:

l = índice para a vizinhança do *gridblock*, do *gridpoint* ou do ponto;

n = índice para o *gridblock* (ou *gridpoint*) para o qual a equação de fluxo é escrita;

ψ_n = a seção dos *gridblocks* (ou *gridpoints*) existentes que são vizinhos do *gridblock* (ou *gridpoint*) n ;

T_o = transmissibilidade fase-óleo;

p_o = pressão do óleo;

p_{ol}^{n+1} = pressão do *gridblock* (ou do *gridpoint*) l no nível de tempo $n + 1$;

Y_o = gravidade da fase-óleo nas condições do reservatório;

Z_l = elevação do *gridblock* (ou do *gridpoint*) l ;

Z_n = elevação do *gridblock* (ou do *gridpoint*) n ;

ξ_n = seção de todas as fronteiras do reservatório compartilhadas com o *gridblock* (ou *gridpoint*) n ;

q_{osc} = taxa de produção da fase-óleo nas condições-padrão;

V_{bn} = volume do bloco n ;

α_c = fator de volume de conversão;

Δt = espaço de tempo, dia;

φ = porosidade;

S_o = saturação de óleo;

B_o = fator volume-formação do óleo;

T_g = transmissibilidade fase-gás;

p_g = pressão da fase-gás;

Y_g = gravidade da fase-gás;

R_s = razão de solubilidade do gás no óleo;

q_{fgsc} = taxa de produção do componente de gás livre nas condições-padrão;

q_{osc} = taxa de produção da fase-óleo nas condições-padrão;

S_g = saturação do gás;

B_g = fator volume-formação do gás;

T_w = transmissibilidade da água;

p_w = pressão da água;

Y_w = gravidade da água;

q_{wsc} = taxa de produção da fase-água nas condições-padrão;

Segundo WALSH E LAKE (2003), reservatórios de petróleo em concordância com o modelo *black-oil* (*black-oil reservoirs*) formam duas fases de hidrocarbonetos nas condições de reservatório e produção desprezível de condensado.

E as seguintes propriedades caracterizam *black-oil reservoirs*:

- Peso molecular inicial do fluido: maior que 80;

- Fator volume formação inicial: $1,7 \text{ sm}^3/\text{m}^3$;
- Razão gás óleo inicial (RGO): menor que $213,73 \text{ sm}^3/\text{m}^3$;
- Densidade: menor que 45°API ;
- Pressão de bolha: $21,09$ a $351,53 \text{ Kgf/ cm}^2$;
- Temperatura do reservatório: $37,8 - 121,11 \text{ }^\circ\text{C}$;

A recuperação primária de *black-oil reservoirs* vai de 10% a 80% do óleo original *in place* (OOIP).

3. Metodologia de Análise

3.1. Simulação Numérica

A simulação numérica objetivou permitir a validação dos modelos teóricos programados no *Mathematica 7.0*. O software comercial utilizado na simulação numérica foi o ECLIPSE da Schlumberger.

Existem três tipos de informações referentes à simulação numérica utilizadas na análise dos modelos teóricos que merecem destaque. A primeira categoria se refere aos valores que foram usados como dados de entrada nos modelos teóricos e na simulação numérica: viscosidade inicial do óleo, pressão inicial do reservatório, pressão de bolha, porosidade, permeabilidade, entre outros. A segunda categoria engloba os dados obtidos através do simulador, dados estes utilizados como entrada para os modelos simplificados, como é o caso da tabela PVT. Há ainda uma terceira categoria que são os valores que representam dados de saída tanto do simulador quanto dos modelos, ou seja, são as variáveis a serem comparadas para a validação dos métodos teóricos, como, por exemplo, a produção acumulada de óleo ao longo do tempo.

Os modelos de reservatórios desenvolvidos no simulador comercial resultam de uma seqüência bem definida de procedimentos que podem ser encontrados de forma detalhada no manual do PETREL, disponibilizado pela Schlumberger. É no PETREL que os modelos são construídos, mas este não é o simulador em si. Os procedimentos básicos serão explicados a seguir, considerando-se as possibilidades do simulador.

É importante que se inicie o modelo escolhendo-se o sistema de unidades a ser utilizado, que para este trabalho foi o sistema métrico. O passo seguinte é a construção do grid (especificando comprimento, largura e espessura) e a definição de como se dará a sua divisão em células. Na seqüência, faz-se a divisão em layers, o que facilitará o desenvolvimento do modelo.

A próxima etapa é a criação das propriedades petrofísicas: porosidade e permeabilidade (horizontal – eixos x,y – e, quando for o caso, vertical – eixo z). Prossegue-se com a construção dos poços, definindo-se o tipo de cada poço no início da produção do campo (produtor ou injetor). A seguir, as propriedades do fluido do reservatório são escolhidas juntamente com o modelo matemático a ser utilizado (Black Oil ou Composicional).

Continuando a construção do modelo, as propriedades da rocha são definidas, tais como tipo de rocha, saturação e compactação. É importante ressaltar que nesse passo, assim como em outros anteriores e posteriores, pode-se optar por utilizar configurações padrão (*Default*) do simulador.

Os últimos passos fundamentais para preparar o modelo para a simulação são a criação das estratégias de desenvolvimento, onde defini-se, por exemplo, vazão constante desejada ou limitação da pressão de fundo de poço, e a definição dos casos de simulação. A partir desse ponto, o modelo criado deve ser rodado. Cabe ressaltar que as condições de pressão mínima de fundo de poço foi estabelecida como condição de controle e a produção máxima por poço estabelecida condição limite em todos os modelos físicos criados.

Cabe o comentário de que outros tipos de características podem ser adicionadas ao reservatório criado, como a presença de aquífero adjacente e de falhas. Essas configurações adicionais podem ser inseridas durante a construção do modelo básico ou posteriormente.

Ao terminar a descrição dos passos para a criação de um modelo no simulador comercial utilizado no desenvolvimento deste trabalho, é necessário que se faça uma distinção clara entre o modelo matemático utilizado e o modelo físico, bases para o reservatório fictício criado. O modelo matemático utilizado em todos os campos desse trabalho foi o Black-Oil, já descrito na Seção 2.6. A partir deste ponto, portanto, prossegue-se com a descrição dos modelos físicos, possibilitando que alguns dos dados que serão a base para a avaliação comparativa, objetivo deste trabalho, sejam expostos.

Para todos os modelos físicos apresentados, os dados relativos ao aquífero adjacente são utilizados somente na comparação dos resultados da simulação com o modelos de *Carter-Tracy*. O influxo de água é desconsiderado na simulação que gera os resultados que serão comparados com aqueles obtidos através dos modelos de *Muskat* e *Tarner*.

3.1.1. Modelo Físico 1

O primeiro reservatório simulado no ECLIPSE foi o mais simples deste trabalho, possuindo a forma de um paralelepípedo e apenas um poço produtor no centro. É o campo que apresenta as menores dimensões. Não foram utilizados poços injetores, uma

vez que modelos como de *Muskat* e de *Turner* não aceitam esse tipo de parâmetro de acordo com ROSA et AL. (2006).

A Figura 8 mostra a vista superior 2-D, com o poço produtor no centro, bem como a divisão do reservatório em células e a permeabilidade horizontal uniforme.

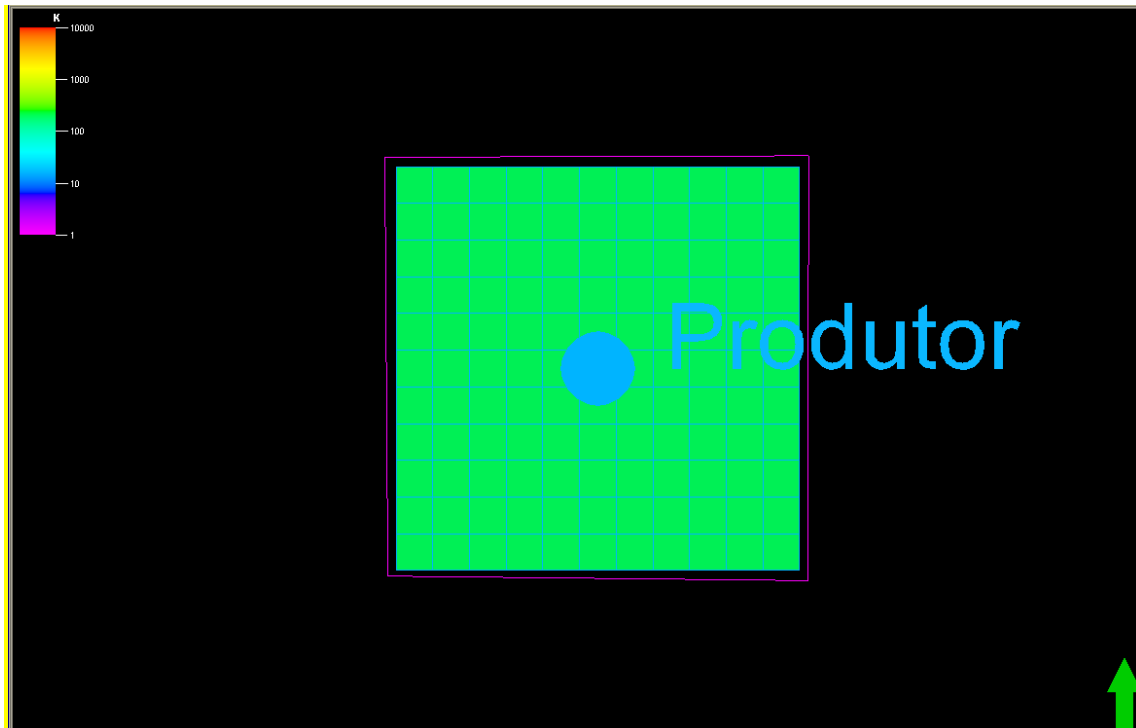


Figura 8. Vista 2-D do modelo 1.

A Figura 9 representa os horizontes do reservatório (base e topo) e pode-se observar o poço produtor já citado. Também observa-se a divisão em layers (6) e a sua profundidade (de 1524 metros a 1578 metros).

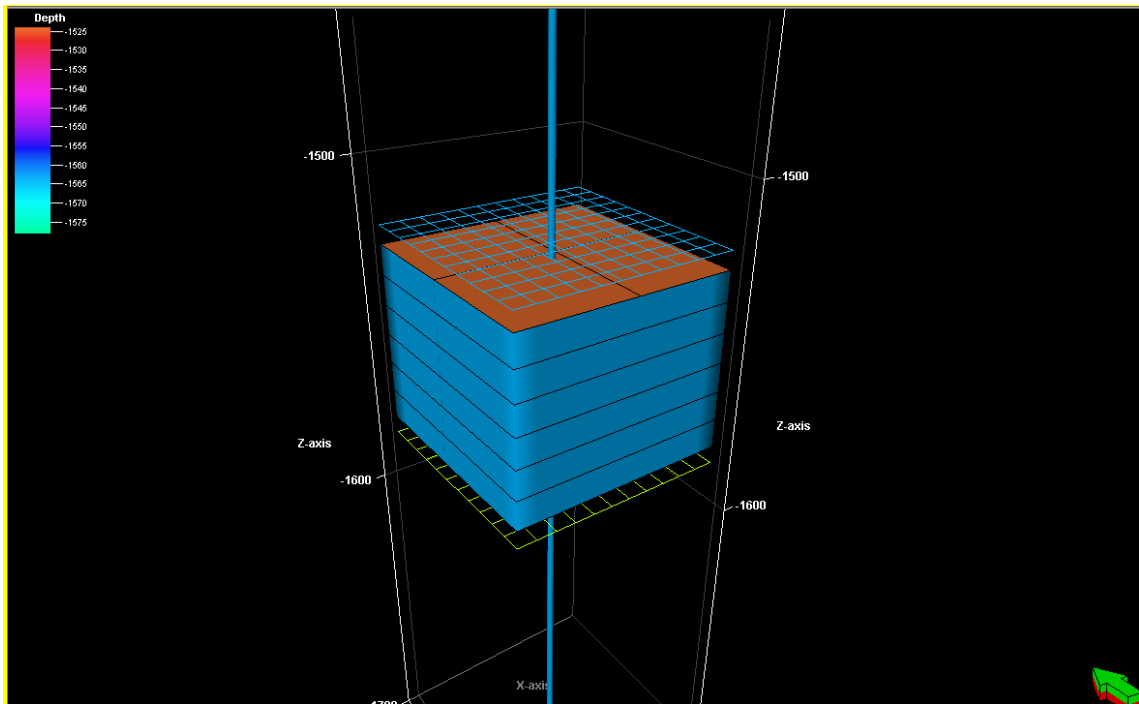


Figura 9. Vista 3-D do modelo 1 sem aquífero.

O aquífero, considerado nos modelos simplificados referentes ao mecanismo de influxo de água, tem sua interseção com o reservatório representada na Figura 10.

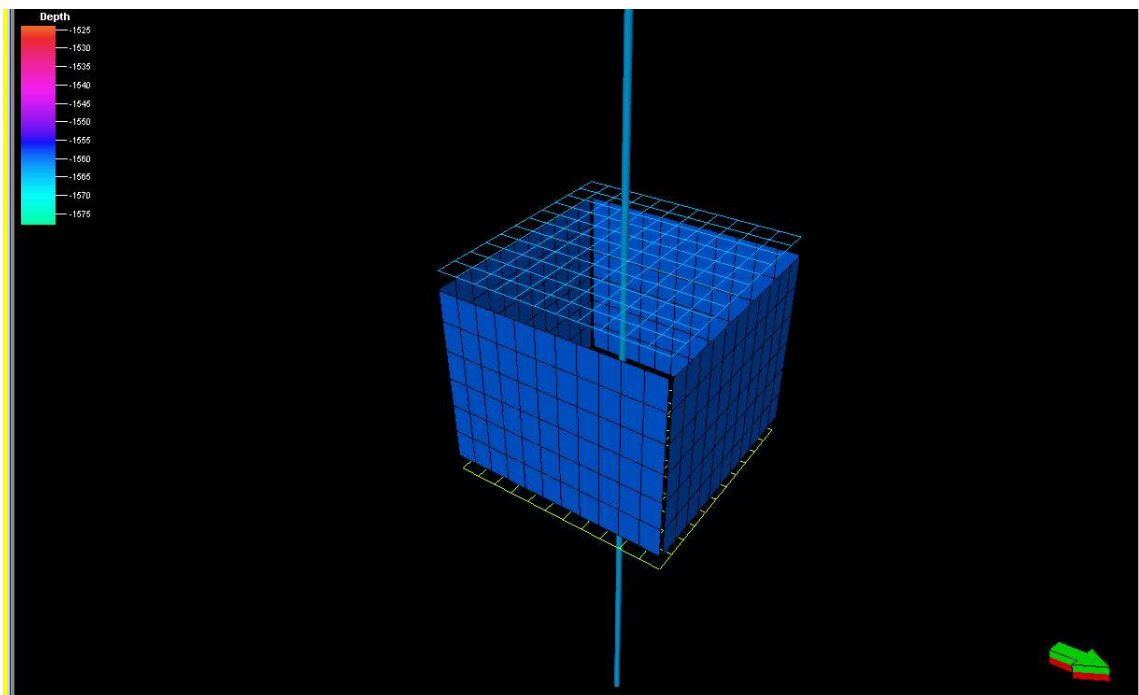


Figura 10. Contato entre aquífero e reservatório do modelo 1.

As características médias do reservatório são as listadas a seguir:

- Fluido: Óleo Pesado (~26 °API); Gás natural ($d_{20,20} = 0,812$; $\rho_{ar} = 1,00$)
- Viscosidade Inicial do Óleo: 2,43 cP
- Profundidade do contato Óleo-Água: 1554 m
- Pressão Inicial: 316,2 kgf/cm²
- Pressão de Saturação: 305,9 kgf/cm²
- Fator Volume de Formação do Óleo na P_{sat} : 1,10958 m³/m³
- Porosidade: 20%
- Saturação Inicial de Água: 20%
- Permeabilidade horizontal (eixos x,y) do reservatório: 200 mD
- Permeabilidade vertical (eixo z) do reservatório: 20mD

Os dados das análises PVT disponíveis para este campo a serem utilizados como *input* nos modelos simplificados implementados no *Mathematica 7.0* são os apresentados nas Tabelas 1 e 2.

Tabela 1. Dados PVT das propriedades do óleo do Modelo 1.

Pressão [bar]	R_s [m³/m³]	B_o [m³/m³]	μ_o [cP]
84	30,2815	1,1110	2,4342
97,5	36,2331	1,1250	2,1886
111	42,3558	1,1391	1,9861
124,5	48,6327	1,1533	1,8167
138	55,0502	1,1676	1,6733
151,5	61,5973	1,1821	1,5505
165	68,2645	1,1966	1,4444
178,5	75,0442	1,2113	1,3519
192	81,9293	1,2261	1,2706
205,5	88,9140	1,2410	1,1986
219	95,9929	1,2561	1,1344
232,5	103,1615	1,2713	1,0769
246	110,4156	1,2865	1,0251
259,5	117,7514	1,3019	0,9782
273	125,1654	1,3175	0,9356
286,5	132,6547	1,3331	0,8966
300	140,2163	1,3488	0,8609
313,5	140,2163	1,3460	0,8754
327	140,2163	1,3433	0,8906
340,5	140,2163	1,3409	0,9063

Tabela 2. Dados PVT das propriedades do gás do Modelo 1.

Pressão [bar]	B_g [m³/m³]	μ_g [cP]
80	0,0140	0,0145
93,5	0,0118	0,0149
107	0,0102	0,0154
120,5	0,0090	0,0160
134	0,0081	0,0166
147,5	0,0073	0,0172
161	0,0067	0,0179
174,5	0,0062	0,0185
188	0,0057	0,0192
201,5	0,0054	0,0200
215	0,0051	0,0207
228,5	0,0048	0,0214
242	0,0046	0,0221
255,5	0,0044	0,0229
269	0,0042	0,0236
282,5	0,0041	0,0243
296	0,0039	0,0250
309,5	0,0038	0,0257
323	0,0037	0,0264
336,5	0,0036	0,0271

3.1.2. Modelo Físico 2

O segundo reservatório simulado no ECLIPSE possui a forma típica de uma dobra anticlinal e apenas um poço produtor no centro. Suas dimensões são consideravelmente maiores que aquelas do Modelo 1. Novamente não foram utilizados poços injetores, uma vez que modelos como de *Muskat* e de *Turner* não aceitam esse tipo de parâmetro de acordo com ROSA et AL. (2006).

A Figura 11 representa a visão em 3-D do campo, no qual pode-se observar o poço produtor já citado. Também observa-se a distribuição de permeabilidade.

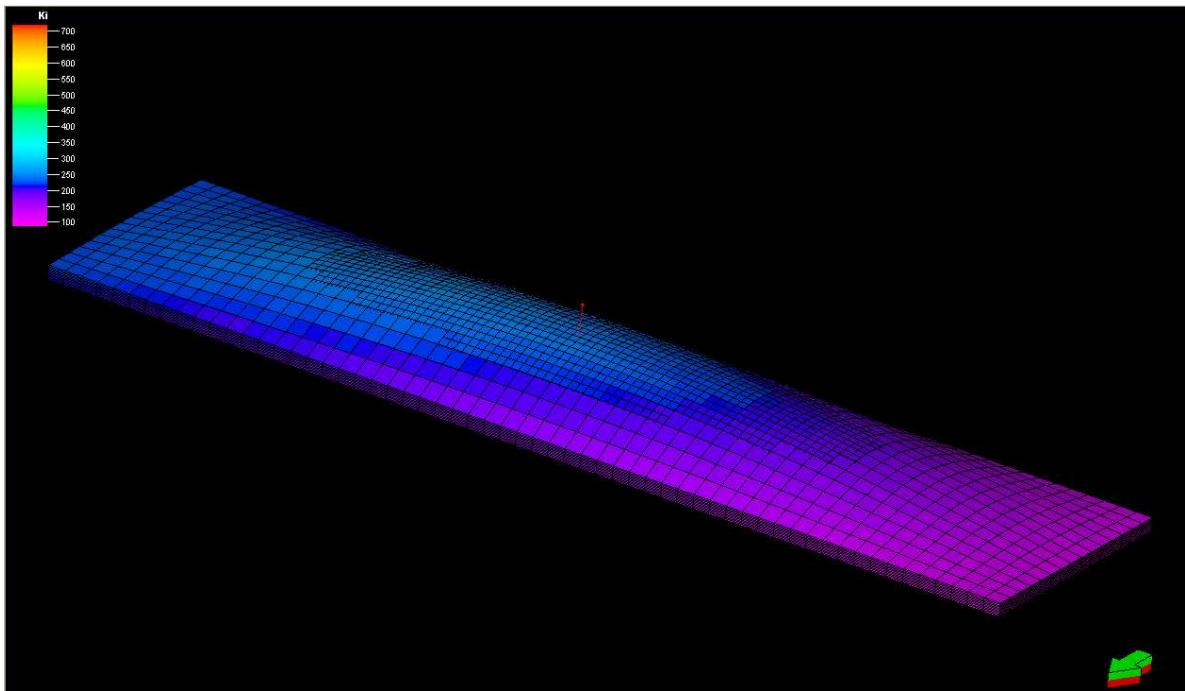


Figura 11. Distribuição de permeabilidade no Modelo 2.

A Figura 12 mostra outra vista 3-D, com o poço no centro, bem como a porosidade do reservatório.

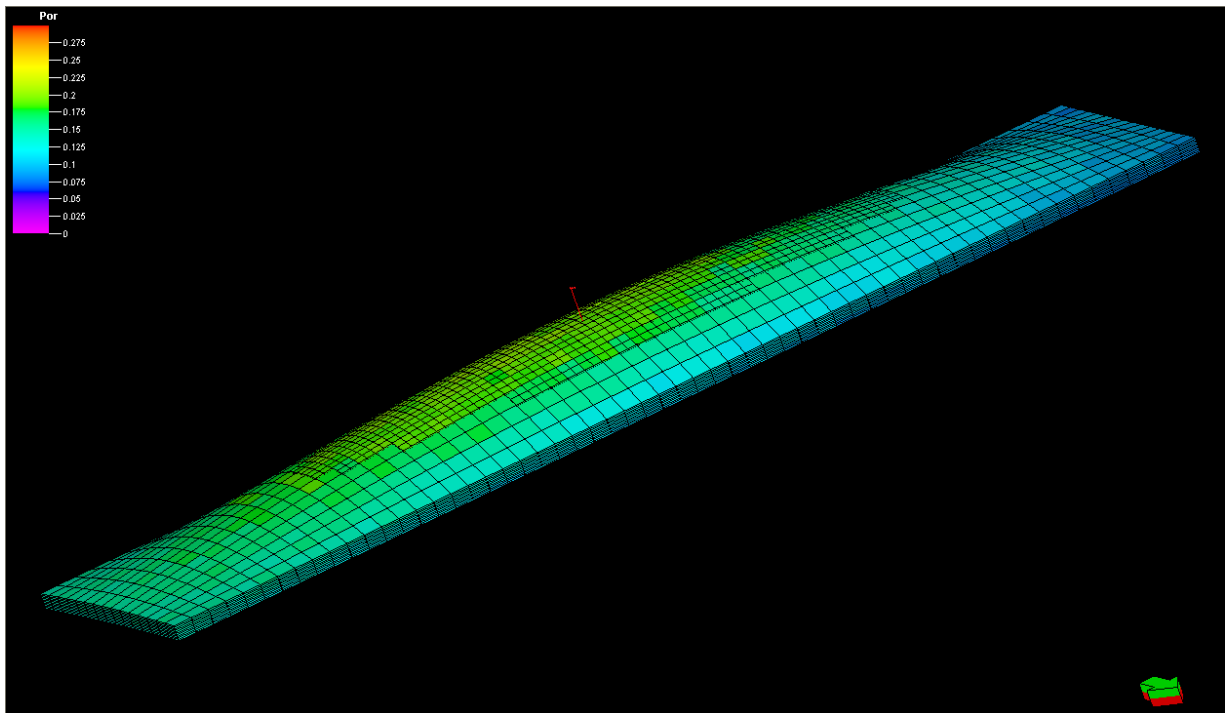


Figura 12. Distribuição de porosidade no Modelo 2.

As características médias do reservatório são as listadas a seguir:

- Fluido: Óleo Pesado ($\sim 25^\circ$ API); Gás natural ($d_{20,20} = 0,812$; $\rho_{ar} = 1,00$)
- Viscosidade Inicial do Óleo: 2,43 cP
- Profundidade do contato Óleo-Água: 3048 m
- Pressão Inicial: 342,54 kgf/cm²
- Pressão de Saturação: 210,92 kgf/cm²
- Fator Volume de Formação do Óleo na P_{sat} : 1,1658 m³/m³
- Porosidade: 15%
- Saturação Inicial de Água: 40%
- Permeabilidade horizontal (eixos x,y) do reservatório: 200 mD
- Permeabilidade vertical (eixo z) do reservatório: 6 mD

Os dados das análises PVT referentes a este reservatório são apresentados nas Tabelas 3 e 4.

Tabela 3. Dados PVT das propriedades do óleo do Modelo 1.

Pressão [bar]	R_s [m³/m³]	B_o [m³/m³]	μ_o [cP]
87,0253	30,8653	1,112406	2,407516
100,7915	36,8349	1,1264	2,166753
114,5577	42,9737	1,140498	1,967879
128,3239	49,2651	1,15471	1,801359
142,0900	55,6960	1,169041	1,660221
155,8562	62,2554	1,183494	1,53929
169,6224	68,9342	1,198069	1,434658
183,3886	75,7246	1,212767	1,343338
197,1547	82,6200	1,227588	1,26301
210,9209	89,6143	1,24253	1,19185
224,6871	89,6143	1,239835	1,213346
238,4533	89,6143	1,237456	1,236256
252,2194	89,6143	1,23534	1,260502
265,9856	89,6143	1,233446	1,286014
279,7518	89,6143	1,231742	1,312726
293,5180	89,6143	1,230199	1,340578
307,2841	89,6143	1,228796	1,369513
321,0503	89,6143	1,227515	1,399477
334,8165	89,6143	1,22634	1,430417
348,5827	89,6143	1,22526	1,462283

Tabela 4. Dados PVT das propriedades do gás do Modelo 1.

P [bar]	Bg [m ³ /m ³]	mg [cP]
81,57718	0,013974	0,01446
95,34335	0,01182	0,014928
109,1095	0,010227	0,015439
122,8757	0,00901	0,015991
136,6419	0,008054	0,016581
150,408	0,007288	0,017205
164,1742	0,006666	0,01786
177,9404	0,006153	0,01854
191,7066	0,005725	0,01924
205,4727	0,005366	0,019954
219,2389	0,00506	0,020678
233,0051	0,004799	0,021408
246,7713	0,004573	0,022139
260,5374	0,004377	0,022869
274,3036	0,004206	0,023594
288,0698	0,004055	0,024313
301,836	0,003921	0,025024
315,6021	0,003801	0,025727
329,3683	0,003694	0,026419
343,1345	0,003598	0,027101

3.2. Modelos Simplificados

3.2.1. Comentários sobre a implementação no software Mathematica

Os modelos simplificados referentes ao mecanismo de gás em solução (Tarner e Muskat) foram implementados de acordo com o que foi apresentado por VILA (2010). Algumas modificações foram realizadas com o objetivo de adequar o desenvolvimento

proposto ao presente trabalho. Essas modificações, entretanto, não alteraram as bases teóricas dos modelos envolvidos, que já foram previamente discutidas nas Seções 2.2 e 2.3.

Uma observação importante se refere à forma como foi realizado o cálculo da razão entre as permeabilidades do gás e do óleo (k_g/k_o) em função da saturação de gás (S_g). Segundo AHMED (2006), essa é a razão geralmente usada nas equações de fluxo, tendo sido justamente uma das relações usadas no presente trabalho.

Uma tabela com os valores de K_{ro} e K_{rg} em função de S_g pode ser obtida através do simulador comercial, sendo um dos dados de entrada do mesmo. Através desses valores, montou-se uma tabela de K_g/K_o , já que sabe-se que:

$$\frac{k_{rg}}{k_{ro}} = \frac{k_g/k}{k_o/k} = \frac{k_g}{k_o} \quad (3.1)$$

Esses valores foram importados pelo software *Mathematica 7.0* e interpolados através da utilização de uma função exponencial, que seria o tipo de função adequada para esse ajuste (Calhoun, 1955). A função encontrada foi ratificada através da comparação das curvas geradas pelos valores de K_{ro} e K_{rg} obtidos através dela e daqueles retirados do simulador comercial, todos plotados no Excel. A Figura 13 apresenta o gráfico gerado. Como foi encontrado um ajuste considerado bom, a função obtida no *Mathematica 7.0* foi utilizada para que os resultados finais fossem gerados.

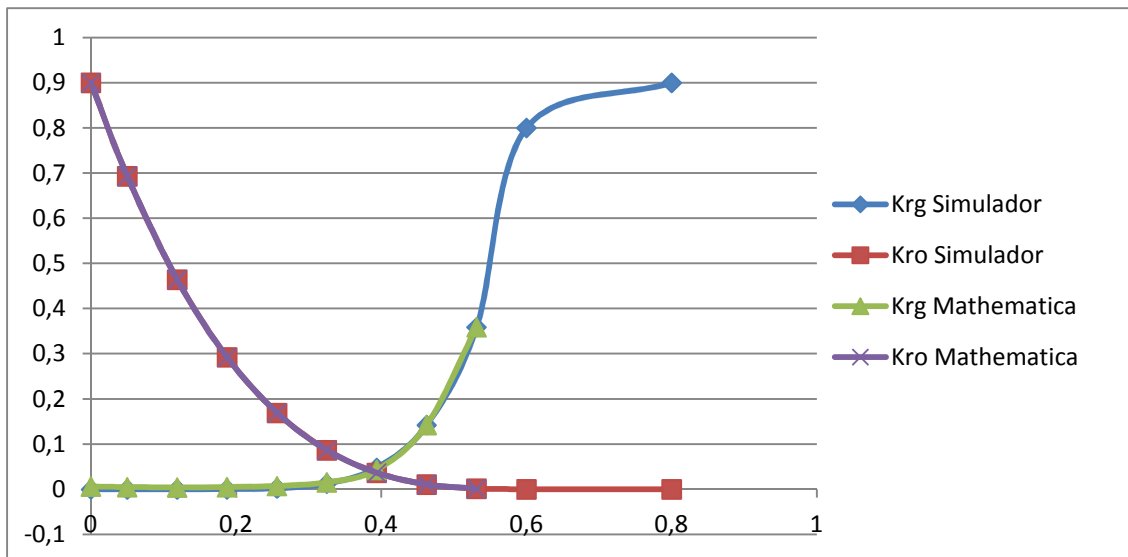


Figura 13. Comparação das curvas de K_{ro} e K_{rg} em função de S_g do simulador comercial e do Mathematica.

Quanto ao modelo de Carter-Tracy, este foi implementado tomando como base o que foi desenvolvido por LEITÃO (2010). Da mesma forma que os modelos anteriores, algumas modificações foram realizadas, mas sem comprometer a base teórica apresentada na Seção 2.5.

O resultado da implementação dos três modelos simplificados no software *Mathematica 7.0* pode ser encontrado nos Anexos I, II e III. Esses Anexos são referentes, respectivamente, aos métodos de Turner, Muskat e Carter-Tracy.

É importante que dois comentários sejam feitos quanto a esses modelos no que se refere à coerência dos mesmos com os Modelos Físicos apresentados, já que estes últimos foram carregados com duas condições: pressão mínima de fundo de poço e vazão máxima de produção.

Para garantir que a implementação dos modelos simplificados estivesse de acordo com a pressão mínima de fundo escolhida para os Modelos Físicos, esta foi utilizada como dado de entrada e foi definida como o fator que levaria à consideração de fim da produção.

No caso da vazão máxima de produção ($Q_{max, operação}$), que representaria um limite de operação para os equipamentos de superfície, esta também teve que ser considerada. Para tanto, foi utilizada a seguinte formulação para a variação da vazão de óleo com o tempo (Rosa *et al.*, 2006):

$$IP[t] = IP_i * \left\{ \frac{\frac{k_{ro}}{B_o \mu_o}}{\left[\frac{k_{ro}}{B_o \mu_o} \right]_i} \right\} \quad (3.2)$$

$$Q_{o,max}[t] = (p[t] - p_{wf,min}) * IP[t] \quad (3.3)$$

$$Q_o[t] = \begin{cases} Q_{max,operação}, & se Q_{o,max}[t] \geq Q_{max,operação} \\ Q_{o,max}[t], & se Q_{o,max}[t] < Q_{max,operação} \end{cases} \quad (3.4)$$

Dessa forma, garante-se que a vazão de óleo em qualquer tempo da produção nunca vá superar a vazão máxima permitida de operação, sendo limitada por esta. Ao mesmo tempo, quando essa limitação não mais existir, a vazão que o modelo considera corresponderá à máxima vazão possível de óleo.

Por fim, cabe a observação de que, em todos os casos, a saturação de água (S_{wi}) foi considerada constante.

3.2.2. Dados de Entrada

Os modelos simplificados implementados no *Mathematica 7.0* precisam dos dados de entrada coincidentes com aqueles utilizados no simulador comercial para que a comparação de resultados possa ser feita de forma coerente.

Os dados necessários para que os quatro modelos simplificados sejam rodados, gerando resultados referentes ao Modelo Físico 1 de reservatório fictício apresentado nesse trabalho (Subseção 3.1.1), podem ser encontrados na Tabela 5 abaixo. Quanto aos dados de PVT para esse mesmo caso, estes já foram apresentados anteriormente, quando da explicitação das características do referido modelo físico (Subseção 3.1.1).

Tabela 5. Dados de entrada para comparação de resultados do Modelo 1.

P_i	336,6 Kgf/cm ²
P_b	305,9 kgf/cm ²
°API	26
T	76,85 °C
ϕ	20%
S_{wi}	50%
K	200 mD
c_w	0,00003901 (kgf/cm ²) ⁻¹
c_f	0,00001395 (kgf/cm ²) ⁻¹
C	0
$Q_{op,lim}$	50 m ³ /dia
Q_{ab}	1 m ³ /dia
$P_{wf,min}$	153 kgf/cm ²
N	339489 m ³
h	12 m
r_0	150 m
μ_w	0,3985 cP
ρ_o	897,53 kg/m ³
ρ_w	1020,35 kg/m ³
d_g	0,812
B_w	1,01318 m ³ /m ³
$IP_{inicial}$	$\approx 57,55 \text{ m}^3/(\text{d.}(\text{kgf/cm}^2))$

Uma outra tabela de dados deve ser apresentada, uma vez que é utilizada como *input* para o Método de Muskat implementado no *Mathematica 7.0*. A Tabela 5 apresenta os dados de permeabilidade relativa ao óleo (k_{ro}) em relação à saturação de líquidos (S_L).

Tabela 6. S_L versus k_{ro} para comparação com Modelo 1.

S_L	K_{ro}
0,9500	0,9320
0,8812	0.46440
0,8125	0.29250
0,7437	0.16920
0,6750	0.08670
0,6063	0.03660
0,5375	0.01080
0,4688	0.00140
0,4000	0.00000
0,2000	0.00000

Para que sejam gerados resultados referentes ao Modelo Físico 2, segundo reservatório fictício apresentado nesse trabalho (Subseção 3.1.2), os quatro modelos simplificados necessitam dos dados de entrada encontrados nas Tabelas 7 e 8. Quanto aos dados de PVT para esse mesmo caso, estes já foram apresentados anteriormente, durante a abordagem do respectivo modelo físico (Subseção 3.1.2).

Tabela 7. Dados de entrada para comparação de resultados com Modelo 2.

P_i	342,54 Kgf/cm ²
P_b	210,921 kgf/cm ²
°API	15
T	76,85 °C
ϕ	15%
S_{wi}	40%
K	200 mD
c_w	0,00003901 (kgf/cm ²) ⁻¹
c_f	0,00007111 (kgf/cm ²) ⁻¹
C	0
$Q_{op,lim}$	953,92 m ³ /dia
Q_{ab}	1 m ³ /dia
$P_{wf,min}$	153 kgf/cm ²
N	147740849,38 m ³
h	5 m
r_0	2000 m
μ_w	0,3985 cP
ρ_o	964,92 kg/m ³
ρ_w	1020,35 kg/m ³
d_g	0,812
B_w	1,01318 m ³ /m ³
$IP_{inicial}$	$\approx 100 \text{ m}^3 / (d. (\text{kgf/cm}^2))$

Tabela 8. SL versus kro para comparação com Modelo 2.

SL	K_{ro}
1,0000	0,9
0,9500	0,6932
0,8812	0,4644
0,8125	0,2925
0,7437	0,1692
0,6750	0,0867
0,6063	0,0366
0,5375	0,0108
0,4688	0,0014
0,4000	0

4. Discussão dos Resultados

Os dados foram gerados de duas formas distintas. A primeira é um simulador comercial já consagrado na indústria. Neste simulador, foi feito o *input* de dados e, utilizando-se o modelo Black-Oil, foi feita a previsão do comportamento dos reservatórios estudados.

Em outra via, dados foram produzidos utilizando-se a análise do balanço de materiais nos reservatórios estudados. Neste momento, coletaram-se dados utilizando-se os métodos de Turner, Muskat e Carter-Tracy.

A seguir, é apresentada a comparação entre os métodos em termos do volume total de óleo produzido e das pressões encontradas no reservatório. O Modelo Físico 1 foi simulado para 1 ano por tratar-se de um reservatório de grande simplicidade e o Modelo Físico 2 foi simulado para a produção durante 30 anos. Estes períodos foram escolhidos por atenderem ao escopo do trabalho.

As tabelas com os resultados discretos para os modelos estão no Anexo IV.

4.1. Modelo Físico 1

4.1.1. Simulação sem Aquífero

A comparação dos resultados obtidos através das simulações numéricas realizadas para o Modelo Físico 1 sem a presença de aquífero pode ser visualizada através dos gráficos apresentados nas Figuras 14 e 15.

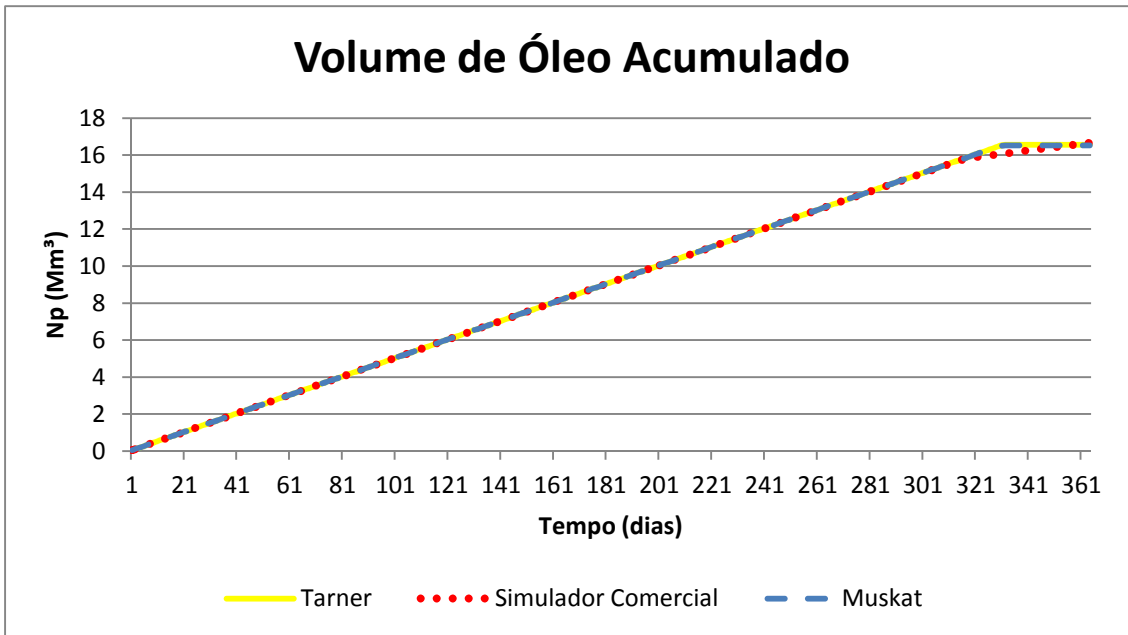


Figura 14. Volume de óleo acumulado ao longo do tempo para Modelo 1 sem aquífero.

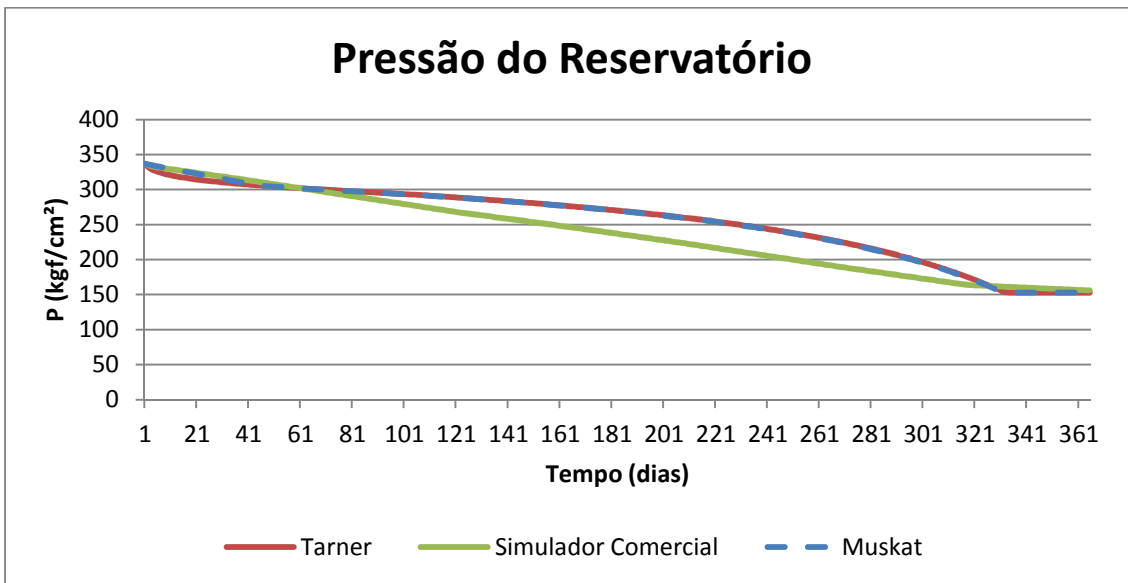


Figura 15. Pressão no reservatório ao longo do tempo para Modelo1 sem aquífero.

Verifica-se que o volume de óleo produzido apresenta uma pequena diferença apenas no final do período estudado, fato que comprova ótima previsão utilizando o balanço de materiais, independente do método escolhido, já que a aplicação de Tarner ou Muskat gera resultados bem próximos dos encontrados pela simulação numérica.

No estudo da queda de pressão no reservatório, os métodos de Turner e de Muskat também apresentam resultados próximos, entretanto os mesmos se diferenciam um pouco do resultado via simulação numérica. Cabe ressaltar, todavia, que os resultados de pressão dos modelos simplificados apresentam a mesma tendência daqueles oriundos do simulador comercial e atingem o patamar da pressão mínima estabelecida em momentos muito próximos fornecendo, portanto, uma previsão do tempo de depleção deste reservatório.

As pequenas diferenças encontradas em ambos os gráficos apresentados podem ser justificadas pela diferença no nível de complexidade das simulações e por aproximações feitas em equações utilizadas.

4.1.2. Simulação com Aquífero

A comparação dos resultados obtidos através das simulações numéricas realizadas para o Modelo Físico 1 com a presença de aquífero pode ser visualizada através dos gráficos apresentados nas Figuras 16 e 17.

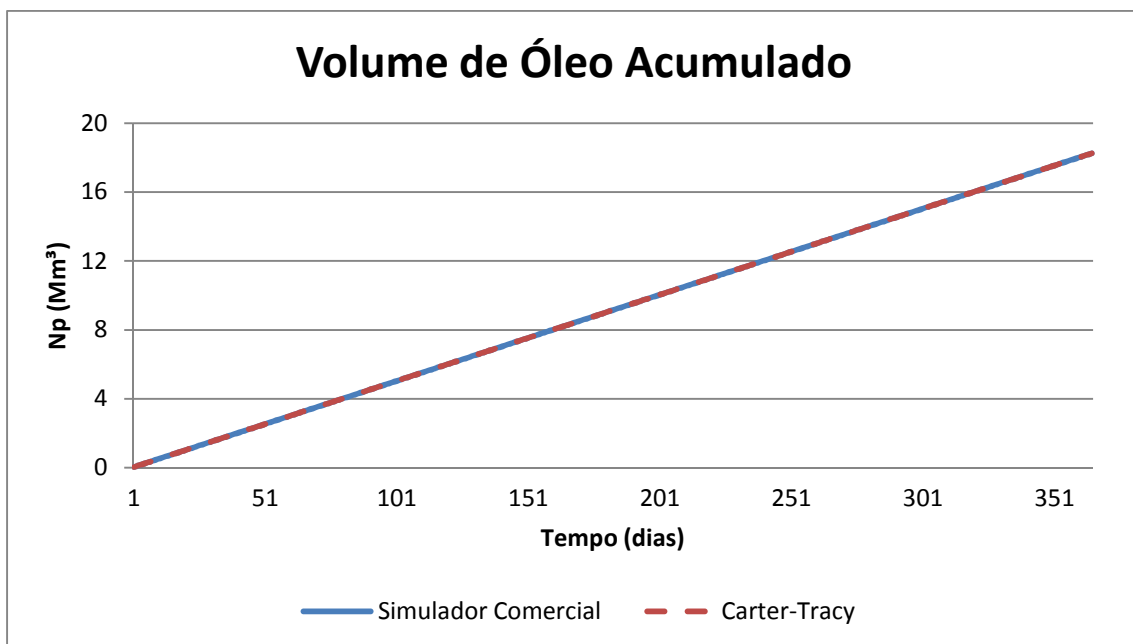


Figura 16. Volume de óleo acumulado ao longo do tempo para Modelo 1 com aquífero.

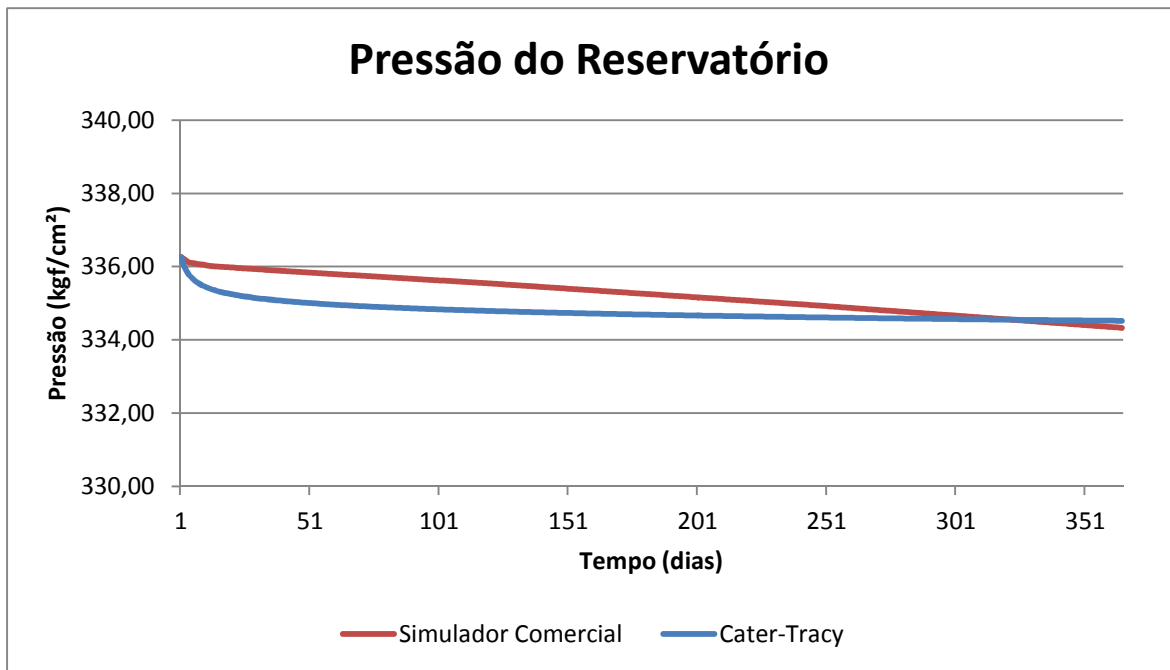


Figura 17. Pressão no reservatório ao longo do tempo para Modelo1 com aquífero.

Neste caso, a previsão dos volumes acumulados é perfeita. Tal fato deve-se, principalmente, ao tempo de simulação ser de apenas um ano, à simplicidade do reservatório e ao suporte de pressão fornecido pelo aquífero. Com isso, a vazão do poço permanece constante e igual ao limite operacional ao longo do período e os métodos apresentam correspondência.

Também pode-se dizer que a utilização do método de balanço de materiais com algoritmo de Carter-Tracy gerou uma variação de pressão total ao fim do tempo de análise muito próxima àquela encontrada por meio do software de simulação. As curvas, entretanto, apesar de apresentarem tendência de queda similar, não se sobrepõem. O uso do balanço de materiais fornece uma queda de pressão acentuada logo no início da produção para posteriormente apresentar variação muito pequena deste parâmetro. Já para o simulador comercial, a queda de pressão é bem distribuída ao longo do tempo.

O intervalo de tempo de análise para esta simulação foi escolhido como sendo de um ano, já que este foi o período utilizado para simulação anterior e corresponde aproximadamente ao tempo decorrido desde o início da produção até a depleção do reservatório quando não há a atuação de aquífero adjacente. Assim sendo, é possível

que se verifique a grande diferença em termos do valor da pressão do reservatório ao longo do tempo quando da existência, ou não, de influxo de água.

4.2. Modelo Físico 2

4.2.1. Simulação sem Aquífero

A comparação dos resultados obtidos através das simulações numéricas realizadas para o Modelo Físico 2 sem a presença de aquífero pode ser visualizada através dos gráficos apresentados nas Figuras 18 e 19.

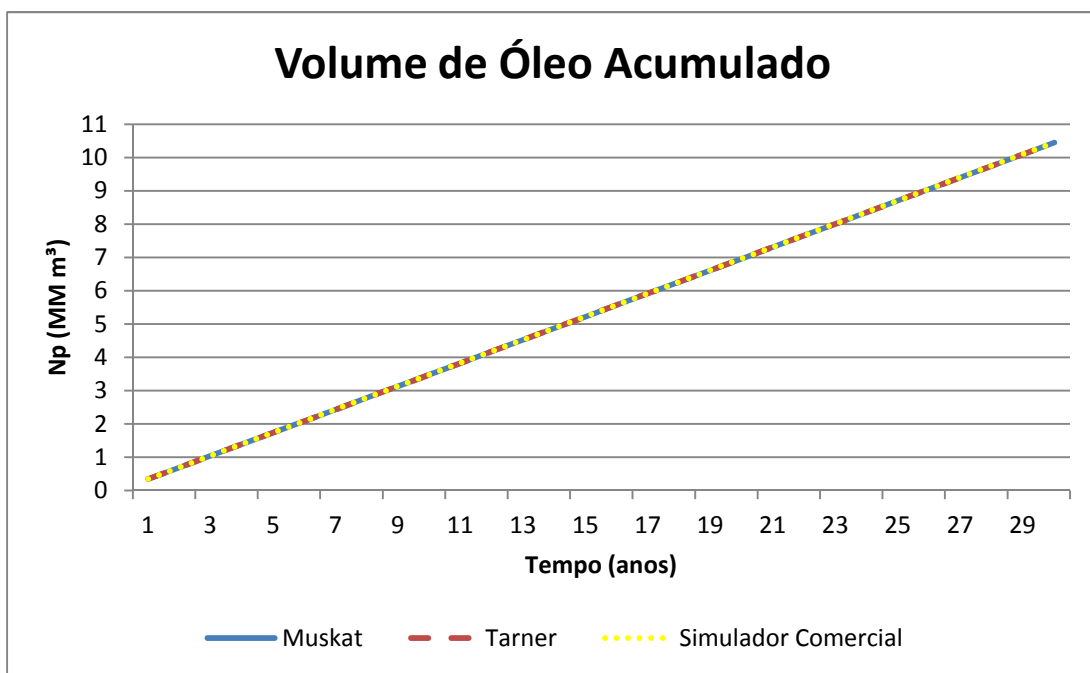


Figura 18. Volume de óleo acumulado ao longo do tempo para Modelo 2 sem aquífero.

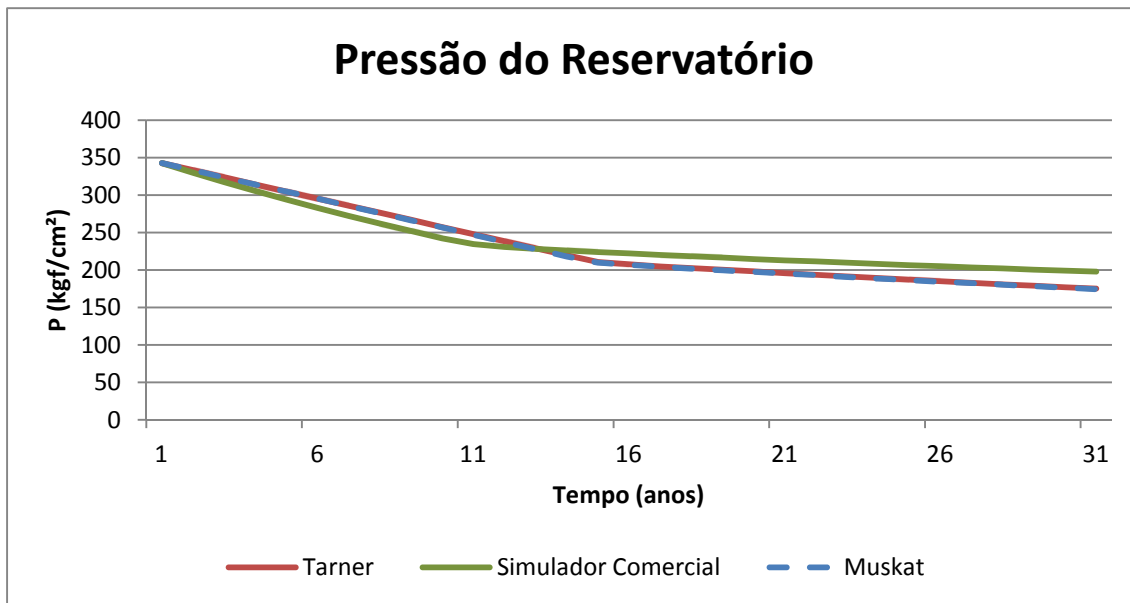


Figura 19. Pressão no reservatório ao longo do tempo para Modelo 2 sem aquífero.

O Modelo Físico 2 apresenta maior complexidade, tamanho e volume de óleo *in place* se comparado ao Modelo 1. Assim, entendeu-se que uma análise feita para um tempo muito pequeno (um ano) não seria suficiente para indicar similaridades ou diferenças dos resultados obtidos com os simuladores utilizados neste trabalho, já que as curvas não evidenciariam de forma satisfatória o comportamento do reservatório. Nesse sentido, optou-se por uma análise mais extensa, englobando os trinta primeiros anos de produção do campo estudado.

Apesar de um tempo de análise maior, a vazão manteve-se no limite operacional estabelecido para os três métodos de obtenção de resultados, a saber: Tarner, Muskat e simulador comercial. Por essa razão, as curvas que representam os volumes de óleo produzido ao longo do tempo se sobrepõem perfeitamente no gráfico referente a essa variável.

No gráfico relativo ao comportamento das pressões no reservatório com o tempo, primeiramente observam-se curvas idênticas geradas a partir dos resultados de ambos os modelos simplificados. Em termos da comparação destas curvas com aquela obtida pelo simulador comercial, há um bom ajuste no que se refere à tendência das mesmas, apresentando o mesmo tipo de forma com diferença apenas no momento em que a inclinação das curvas é alterada. No final do período de análise, mostram discrepância de aproximadamente 10%.

Além da evidente diferença de complexidade nos tipos de simulação realizados, a similaridade no formato das curvas leva a crer que possivelmente um outro ajuste de equações, especialmente da razão de permeabilidades de gás e óleo em função da saturação de gás, poderia gerar resultados dos modelos simplificados mais próximos daqueles do simulador comercial.

4.2.2. Simulação com Aquífero

A comparação dos resultados obtidos através das simulações numéricas realizadas para o Modelo Físico 2 com a presença de aquífero pode ser visualizada através dos gráficos apresentados nas Figuras 20 e 21.

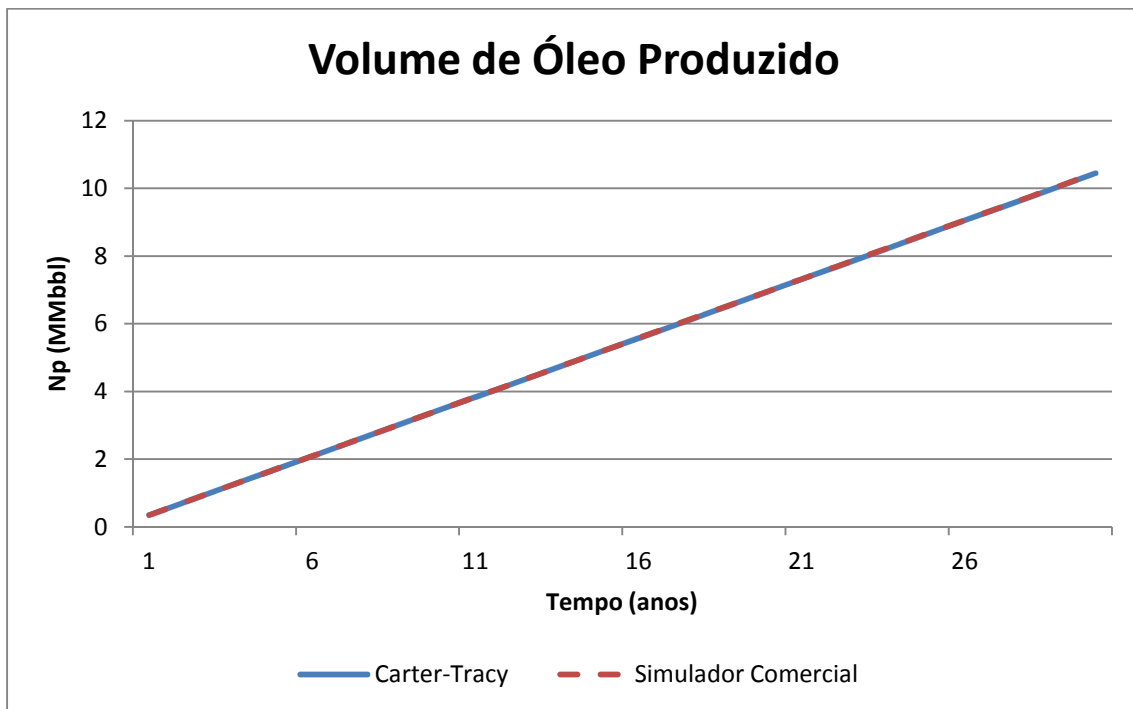


Figura 20. Volume de óleo acumulado ao longo do tempo para Modelo 2 com aquífero.

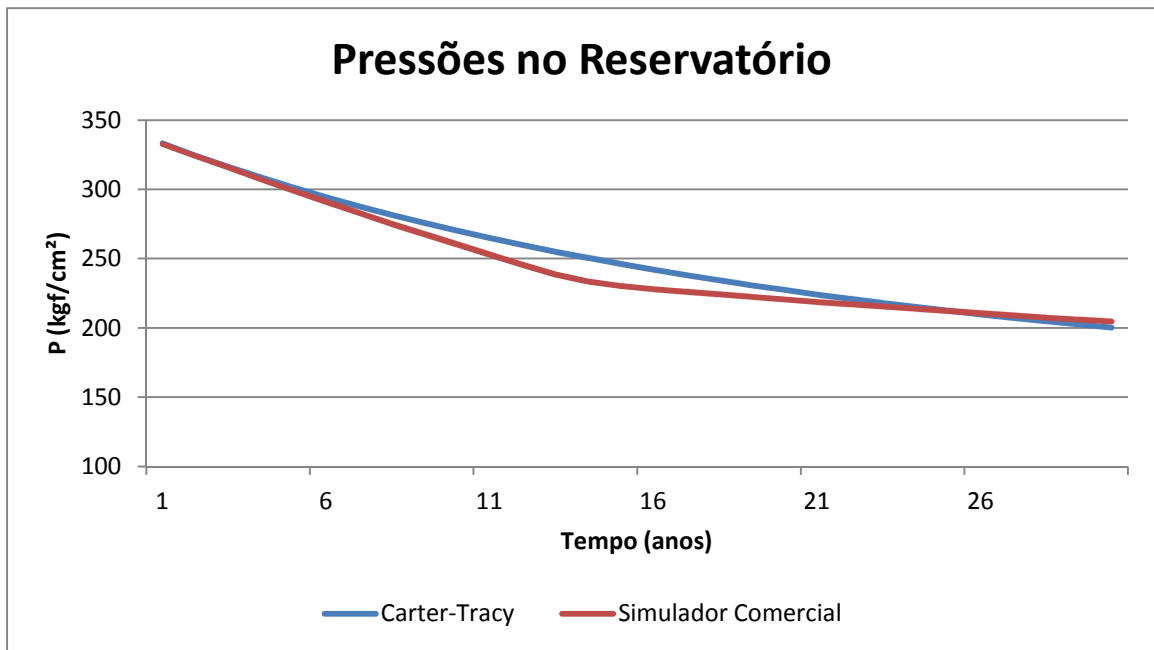


Figura 21. Pressão no reservatório ao longo do tempo para Modelo 2 com aquífero.

Tal como no caso em que há influxo de água no Modelo 1, o Modelo 2 apresenta para o tempo de análise de trinta anos uma vazão constante igual ao limite de operação para os dois grupos de resultados obtidos, gerando curvas análogas de volume de óleo acumulado ao longo do tempo. Este resultado já era esperado uma vez que, para o mesmo modelo sem a atuação de aquífero, era de se esperar que com o influxo de água não houvesse queda nesses valores.

As pressões no reservatório também revelaram mesma tendência de declínio e, além disso, apresentam bastante similaridade nos primeiros anos de produção e atingem patamares próximos no final do tempo de análise.

5. Conclusões

O presente trabalho mostrou que a aplicação do balanço de materiais na previsão do comportamento de reservatórios, sujeitos ao influxo de água ou não, apresenta resultados de equivalência apropriada quando comparado à mesma previsão gerada pelo simulador comercial. Assim, torna-se viável e interessante o uso dos métodos apresentados neste trabalho (Tarner, Muskat e Carter-Tracy), em um primeiro momento que se deseja fazer uma estimativa inicial mais rápida, econômica e com resultados satisfatórios, ainda que um pouco grosseiros, na análise do reservatório.

Devido à ausência de dados reais, não foi possível checar o simulador. Entretanto, seus resultados atuaram de forma esperada conferindo credibilidade ao mesmo. Além disso, foi visto que o maior número de dados de entrada aumenta o número de parâmetros sendo calculados e avaliados, o que, por sua vez, leva a resultados mais precisos.

No simulador comercial, há a possibilidade de caracterização da geometria do reservatório, variação de permeabilidade e porosidade em *grids* locais e globais, posicionamento e geometria do poço, criação de *layers* com características diferentes e outras formas de *input* na modelagem do reservatório. Assim, as diferenças encontradas entre os resultados obtidos com a aplicação do simulador comercial e os demais métodos eram esperadas, já que as equações que representam o balanço de materiais não consideram tais características e são mais limitadas.

Nesse trabalho a proposta era implementar os modelos de Muskat, Tarner e Carter-Tracy no software *Mathematica 7.0*, rodar uma simulação no software comercial (Petrel/Eclipse, da Schlumberger) para dois campos, o primeiro simples e o segundo mais complexo, alimentar os modelos simplificados anteriormente citados com os dados desses campos para finalmente comparar os resultados e validar os modelos simplificados. Os resultados obtidos foram similares tanto para o Modelo Físico 1 quanto para o Modelo Físico 2, o que revelou boa aplicação para os diferentes níveis de complexidade. Assim, o sucesso foi alcançado uma vez que todas as etapas descritas acima foram cumpridas e de fato confirmou-se que os resultados dos modelos simplificados foram coerentes com os resultados do software comercial Eclipse, o

suficiente para que esses possam ser utilizados no lugar de um simulador comercial que demanda muito mais tempo, esforço computacional e capital.

Como sugestões futuras, poder-se-ia implementar novos modelos de reservatório no simulador comercial e utilizar os valores de saída obtidos pelo software comercial (Eclipse, da Schlumberger) como dados de entrada nos modelos simplificados para se realizar uma estimativa dos parâmetros de reservatório, a partir de ajustes não-lineares entre os valores obtidos pelo simulador comercial e pelo *Mathematica 7.0*. Em uma próxima etapa esses resultados seriam então utilizados para análise de curvas de declínio de produção, um método simplificado e comumente usado na indústria para realização de ajustes de histórico e/ou previsão do comportamento de reservatórios frente à produção de um ou mais poços, sendo o ajuste feito quando não há informação suficiente para utilização de um método analítico.

Outra sugestão seria realizar uma divisão do reservatório analisado em módulos menores, em seguida aplicar o balanço de materiais em cada módulo separadamente e comparar os resultados obtidos por este método com os mesmos no presente trabalho. De posse dos resultados, poderiam ser feitas inclusões de novos parâmetros de reservatórios, variáveis de contorno ou análise das variáveis de transmissibilidade entre módulos, de forma a conseguirmos resultados ainda mais precisos. Tal estudo possibilitaria uma análise de viabilidade da aplicação do balanço de materiais com a obtenção resultados satisfatórios também para reservatórios de maior complexidade, assim, os métodos provenientes do balanço de matérias conseguiriam adquirir uma aplicação de caráter ainda mais abrangente, eficaz e econômico.

6. Referências Bibliográficas

ABOU-KASSEM, J. H., FAROUQ ALI, S. M., RAFIQ ISLAM, M. **Reservoir Simulation. A Basic Approach.** Gulf Publishing Company, 2006.

AHMED, T. **Reservoir Engineering Handbook.** Elsevier, 2006.

CALHOUN, J. C., Jr. **Fundamentals of Reservoir Engineering.** Norman University of Oklahoma Press, 1955.

CARTER, R. D. & TRACY, G. W. **An Improved Method for Calculating Water Influx.** J.Pet. Tech., 1960.

LEITÃO, I. L. F., Jr. **Comparação da Previsão do Comportamento de Reservatórios de Óleo Produzindo sob Influxo de Água Utilizando a Equação do Balanço de Materiais e Simulação Numérica.** Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2010 (Projeto de Graduação).

MATTHEWS, C. S. & RUSSEL, D. G. **Pressure Buildup and Flow Tests in Wells.** SPE of AIME, 1967. (Henry I. Doherty Series, Monograph Volume I.)

OZISIK, N. M. **Boundary Value Problems oh Heat Conduction.** Dover Phoenix Editions, International Textbook Co., 1968.

ROSA, A. J., CARVALHO, R. S., XAVIER, J.A.D. **Engenharia de Reservatórios de Petróleo.** Interciência, 2006.

STEHFEST, H. **Algorithm 386, Numerical Inversion of Laplace Transforms – D5.** Communications of the ACM, 1970.

TRANGENSTEIN, J.A., BELL, J. B. **Mathematical Structure of the Black Oil Model for Petroleum Reservoir Simulation.** SIAM J. APPL. Math. Vol. 49, N° 3, pp 249-283, junho 1989.

VAN EVERDINGEN, A. F. & HURST, W. **The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs.** Trans. AIME,1949.

VILA, P. S. P. **Comparação do Uso de Modelos Black Oil Simplificados e Simulação Computacional para a Previsão do Comportamento de Reservatórios sob Mecanismo de Gás em Solução.** Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2010 (Projeto de Graduação).

WALSH, M. P., LAKE, L.W. **A Generalized Approach to Primary Hydrocarbon Recovery.** Elsevier, 2003.

ANEXOS

Anexo I

Método de Tarner

```
In[1]:= Off[General::spell]
        Off[General::spell1]

In[3]:= SetDirectory["C:\\Documents and Settings\\TATIANA\\Desktop\\Projeto_de_Graduação"]

Out[3]= C:\\Documents and Settings\\TATIANA\\Desktop\\Projeto_de_Graduação

In[4]:= Dados = {
    Pi → 342.54,
    Pb → 210.921,
    °API → 26.,
    N → 147 740 849.377159,
    T → 76.85,
    φ → 0.15,
    Swi → 0.40,
    k → 200,
    cw → 0.00003901,
    cf → 0.00007111,
    C → 0.,
    Qop,lim → 953.92,
    Qab → 1,
    Pwf,min → 153,
    nw → 1,
    IPi → 98
}

Out[4]= {Pi → 342.54, Pb → 210.921, °API → 26., N → 1.47741 × 108,
    T → 76.85, φ → 0.15, Swi → 0.4, k → 200, cw → 0.00003901, cf → 0.00007111,
    C → 0., Qop,lim → 953.92, Qab → 1, Pwf,min → 153, nw → 1, IPi → 98}

In[5]:= TabIn1 := Flatten[Import["tab1_mod2.xls"], 1]
        TabIn2 := Flatten[Import["tab2_mod2.xls"], 1]
```

```
In[7]:= TableForm[TabIn1]
TableForm[TabIn2]
```

```
Out[7]//TableForm=
```

P	Rs	Bo	mo
87.0253	30.8653	1.11241	2.40752
100.792	36.8349	1.1264	2.16675
114.558	42.9737	1.1405	1.96788
128.324	49.2651	1.15471	1.80136
142.09	55.696	1.16904	1.66022
155.856	62.2554	1.18349	1.53929
169.622	68.9342	1.19807	1.43466
183.389	75.7246	1.21277	1.34334
197.155	82.62	1.22759	1.26301
210.921	89.6143	1.24253	1.19185
224.687	89.6143	1.23983	1.21335
238.453	89.6143	1.23746	1.23626
252.219	89.6143	1.23534	1.2605
265.986	89.6143	1.23345	1.28601
279.752	89.6143	1.23174	1.31273
293.518	89.6143	1.2302	1.34058
307.284	89.6143	1.2288	1.36951
321.05	89.6143	1.22752	1.39948
334.816	89.6143	1.22634	1.43042
348.583	89.6143	1.22526	1.46228

```
Out[8]//TableForm=
```

P	Bg	mg
81.5772	0.0139737	0.0144596
95.3434	0.0118196	0.0149278
109.11	0.0102275	0.0154389
122.876	0.00900954	0.0159908
136.642	0.00805364	0.0165809
150.408	0.00728832	0.0172055
164.174	0.0066658	0.0178602
177.94	0.00615278	0.01854
191.707	0.00572528	0.0192397
205.473	0.00536554	0.0199541
219.239	0.00506013	0.0206783
233.005	0.00479871	0.021408
246.771	0.00457319	0.0221392
260.537	0.00437723	0.0228687
274.304	0.00420576	0.023594
288.07	0.00405472	0.024313
301.836	0.00392084	0.0250242
315.602	0.00380147	0.0257265
329.368	0.00369444	0.0264191
343.134	0.00359796	0.0271014

```
In[9]:= Length[TabIn1];
Length[TabIn2];
```

```
In[11]:= Num1 = Length[TabIn1] - 1;
Num6 = Length[TabIn2] - 1;
```

```
In[13]:= Do[Press1[i] = TabIn1[[i + 1, 1]], {i, 1, Num1}]
Do[Press2[i] = TabIn2[[i + 1, 1]], {i, 1, Num6}]
Do[BO[i] = TabIn1[[i + 1, 3]], {i, 1, Num1}]
Do[RS[i] = TabIn1[[i + 1, 2]], {i, 1, Num1}]
Do[BG[i] = TabIn2[[i + 1, 2]], {i, 1, Num6}]
Do[mo[i] = TabIn1[[i + 1, 4]], {i, 1, Num1}]
Do[mg[i] = TabIn2[[i + 1, 3]], {i, 1, Num6}]
```

```

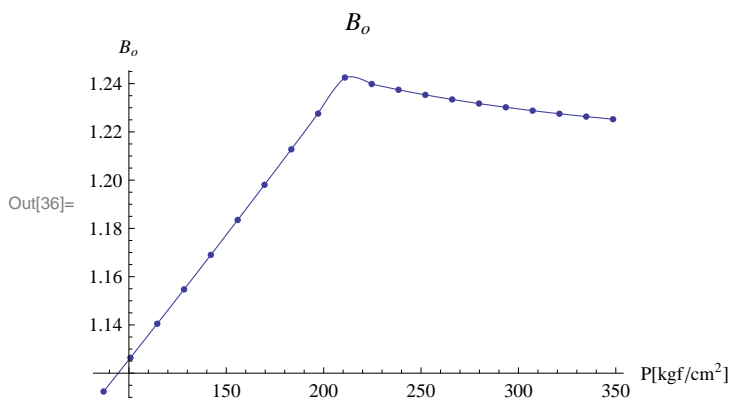
In[20]:= P1final = Press1[1];
         P2final = Press2[1];

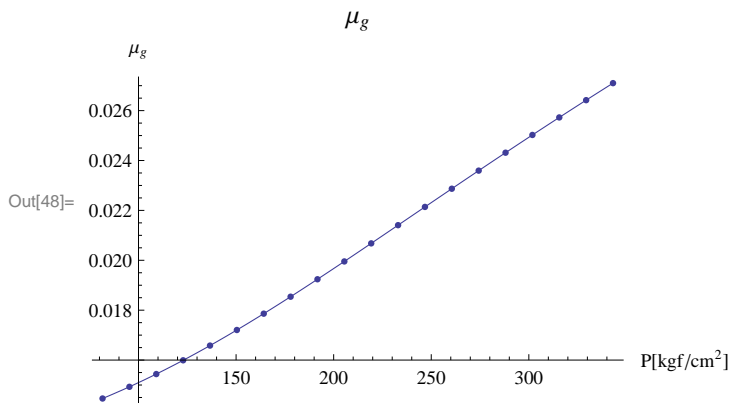
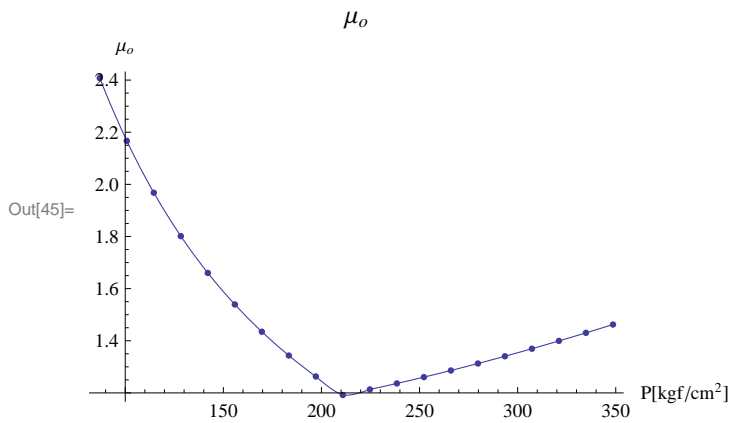
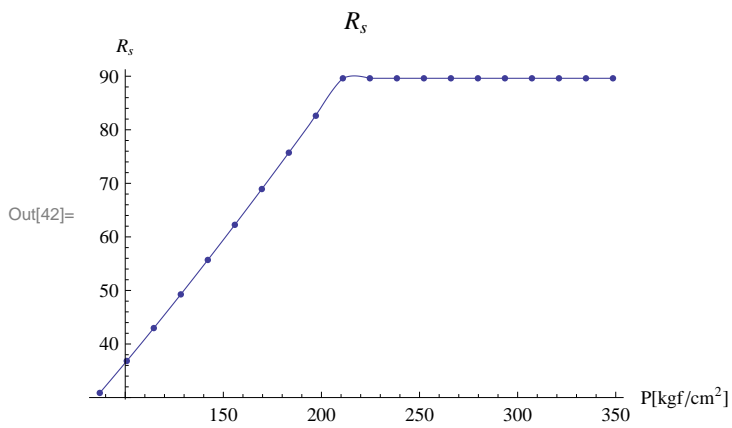
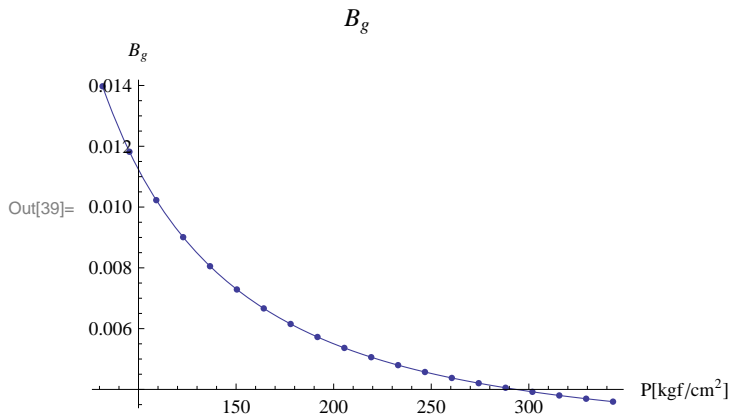
In[22]:= P1ini = Press1[Num1];
         P2ini = Press2[Num6];

In[24]:= TabPxBo = Table[{Press1[i], BO[i]}, {i, 1, Num1}];
         TabPxRS = Table[{Press1[i], RS[i]}, {i, 1, Num1}];
         TabPxBg = Table[{Press2[i], BG[i]}, {i, 1, Num6}];
         TabPxmo = Table[{Press1[i], mo[i]}, {i, 1, Num1}];
         TabPxmg = Table[{Press2[i], mg[i]}, {i, 1, Num6}];

In[29]:= Bo = Interpolation[TabPxBo];
         Rs = Interpolation[TabPxRS];
         Bg = Interpolation[TabPxBg];
         muo = Interpolation[TabPxmo];
         mug = Interpolation[TabPxmg];

In[34]:= P1A = Plot[Bo[P], {P, Press1[1], Press1[Num1]},
         PlotLabel -> "Bo", AxesLabel -> {"P[kgf/cm²]", "Bo"}];
         P1B = ListPlot[TabPxBo];
         Show[P1A, P1B]
         P2A =
         Plot[Bg[P], {P, Press2[1], P2ini}, PlotLabel -> "Bg", AxesLabel -> {"P[kgf/cm²]", "Bg"}];
         P2B = ListPlot[TabPxBg];
         Show[P2A, P2B]
         P3A = Plot[Rs[P], {P, Press1[1], Press1[Num1]},
         PlotLabel -> "Rs", AxesLabel -> {"P[kgf/cm²]", "Rs"}];
         P3B = ListPlot[TabPxRS];
         Show[P3A, P3B]
         P4A = Plot[muo[P], {P, Press1[1], Press1[Num1]},
         PlotLabel -> "muo", AxesLabel -> {"P[kgf/cm²]", "muo"}];
         P4B = ListPlot[TabPxmo];
         Show[P4A, P4B]
         P5A =
         Plot[mug[P], {P, Press2[1], P2ini}, PlotLabel -> "mug", AxesLabel -> {"P[kgf/cm²]", "mug"}];
         P5B = ListPlot[TabPxmg];
         Show[P5A, P5B]
    
```





```
In[49]:= TabIn = Flatten[Import["tabela2_tarner2.xls"], 1];
```

In[50]:= **TableForm**[TabIn]

Out[50]//TableForm=

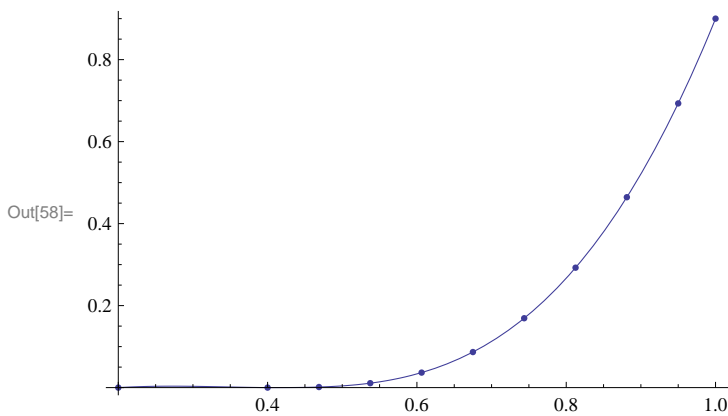
SL	Kro
1.	0.9
0.95	0.6932
0.8812	0.4644
0.8125	0.2925
0.7437	0.1692
0.675	0.0867
0.6063	0.0366
0.5375	0.0108
0.4688	0.0014
0.4	0.
0.2	0.

In[51]:= **Num2 = Length**[TabIn] - 1;

In[52]:= **Do**[SL[i] = TabIn[[i + 1, 1]], {i, 1, Num2}]
Do[KRO[i] = TabIn[[i + 1, 2]], {i, 1, Num2}]
TabSLxKRO = Table[{SL[i], KRO[i]}, {i, 1, Num2}];

In[55]:= **kro = Interpolation**[{{1., 0.9}, {0.95, 0.6932}, {0.8812, 0.4644}, {0.8125, 0.2925},
{0.7437, 0.1692}, {0.675, 0.0867}, {0.6063000000000001, 0.0366},
{0.5375, 0.0108}, {0.4688, 0.0014}, {0.4, 0.}, {0.19999999999999996, 0.}}];

In[56]:= **P6A = Plot**[kro[S], {S, .2, 1}];
P6B = ListPlot[{{1., 0.9}, {0.95, 0.6932}, {0.8812, 0.4644}, {0.8125, 0.2925},
{0.7437, 0.1692}, {0.675, 0.0867}, {0.6063000000000001, 0.0366},
{0.5375, 0.0108}, {0.4688, 0.0014}, {0.4, 0.}, {0.19999999999999996, 0.}}];
Show[
P6A,
P6B]



In[59]:= **B_{oi} = B_o[P_i] /. Dados;**
B_{ob} = B_o[P_b] /. Dados;
S_{oi} = 1 - S_{wi} /. Dados;
S_{wb} = S_{wi} /. Dados;
R_{si} = R_s[P_i] /. Dados;

In[64]:= **c_o = $\frac{B_{ob} - B_{oi}}{B_{oi} * (P_i - P_b)}$ /. Dados;**

In[65]:= **c_{eo} = $\frac{c_o * S_{oi} + c_w * S_{wi} + c_f}{(1 - S_{wi})}$ /. Dados;**

In[66]:= **N_{pb} = N * B_{oi} * c_{eo} * (P_i - P_b) / B_{ob} /. Dados;**

```
In[67]:= Nb = N - Npb /. Dados;
```

```
In[68]:= Tabdados := Flatten[Import["dadosgrafico.xls"], 1]
```

```
In[69]:= TableForm[Tabdados]
```

```
Out[69]//TableForm=
```

kg/ko	Sg
0.	0.
0.	0.05
0.	0.1188
0.000683761	0.1875
0.0130024	0.2563
0.144175	0.325
1.30328	0.3937
13.1852	0.4625
256.429	0.5312

```
In[70]:= Length[Tabdados];
```

```
In[71]:= Num = Length[Tabdados] - 1;
```

```
In[72]:= Do[Sg[i] = Tabdados[[i + 1, 2]], {i, 1, Num}];
```

```
In[73]:= Do[kgko[i] = Tabdados[[i + 1, 1]], {i, 1, Num}];
```

```
In[74]:= TabSgk = Table[{Sg[i], kgko[i]}, {i, 1, Num}];
```

```
In[75]:= v = 2.4;
```

```
In[76]:= res = FindFit[TabSgk, a * Exp[b * x^v], {a, b}, x]
```

```
Out[76]= {a -> 0.00713268, b -> 47.8798}
```

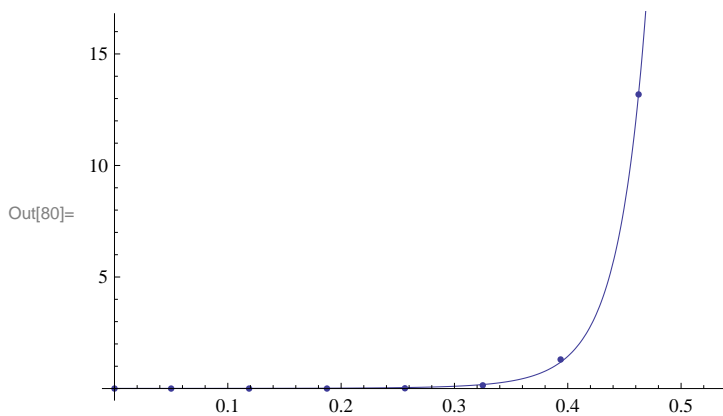
```
In[77]:= Razao[x_] = a * e^{b*x^v} /. res
```

```
Out[77]= 0.00713268 e^{47.8798 x^{2.4}}
```

```
In[78]:= D1 = ListPlot[TabSgk];
```

```
D2 = Plot[Razao[sg], {sg, 0, .6}];
```

```
In[80]:= Show[D1, D2]
```



```
In[81]:= Nps_0 = 0;
```

```
P_0 = P_b + 1 /. Dados;
```

```
In[83]:= ΔP = 1;
```

```
In[84]:= Gps[0] = 0;
```

```
In[85]:= Num = Floor[(P_b - P_wf,min) / ΔP] /. Dados;
```

```

In[86]:= Monitor[Do[{
    EqEBM =  $\left(\frac{\Delta G_{ps}}{N_b}\right) ==$ 
    Bob *  $\left(\frac{1}{B_g[P_0]} - \frac{1}{B_g[P]}\right) + \left(\frac{B_o[P]}{B_g[P]} - R_s[P]\right) * \left(1 - \frac{Nps}{N_b}\right) - \left(\frac{B_o[P_0]}{B_g[P_0]} - R_s[P_0]\right) * \left(1 - \frac{Nps_0}{N_b}\right),$ 
    EqRGO =  $\left(\frac{\Delta G_p}{N_b}\right) == \left(\frac{R[P, Nps] + R[P_0, Nps_0]}{2}\right) * \left(\frac{Nps}{N_b} - \frac{Nps_0}{N_b}\right),$ 
    R[P_, NP_] =  $\begin{cases} R_{si} & P \geq P_b /. \text{Dados} \\ \left(\frac{k_g[P, NP]}{k_o}\right) * \left(\frac{\mu_o[P]}{\mu_g[P]}\right) * \left(\frac{B_o[P]}{B_g[P]}\right) + R_s[P] & P < P_b /. \text{Dados}' \end{cases}$ 
    kg[P_, NP_] =  $a * e^{b*(1-S_{wi}-S_o[P, NP])^v} * k_o /. \text{res},$ 
    ko = 1,
    S1[P_, NP_] =  $\begin{cases} 1 & P \geq P_b /. \text{Dados} \\ \left(1 - \frac{NP}{N_b}\right) * \left(\frac{B_o[P]}{B_{ob}}\right) * (1 - S_{wb}) + S_{wb} & P < P_b /. \text{Dados}' \end{cases}$ 
    So[P_, NP_] =  $\begin{cases} (1 - S_{wi}) /. \text{Dados} & P \geq P_b /. \text{Dados} \\ \left(1 - \frac{NP}{N_b}\right) * \left(\frac{B_o[P]}{B_{ob}}\right) * (1 - S_{wb}) & P < P_b /. \text{Dados}' \end{cases}$ 
    Sg[P_, NP_] =  $1 - S_1[P, NP],$ 
    EqP = EqEBM[[2]] == EqRGO[[2]] /. Dados,
    P1 = P0 - ΔP,
    Sol1 =
        FindRoot[EqP /. P → P1, {Nps, Nps0}, AccuracyGoal → 15, MaxIterations → 1 000 000],
    Sol2 = Solve[EqEBM /. Sol1 /. P → P1, ΔGps],
    Press[i] = P1,
    Nps[i] = Nps /. Sol1,
    ΔGps[i] = ΔGps /. Sol2[[1]],
    Gps[i] = Gps[i - 1] + ΔGps[i],
    RGO[i] = R[Press[i], Nps[i]] /. Dados,
    So[i] = So[Press[i], Nps[i]] * 100 /. Dados,
    Sg[i] = Sg[Press[i], Nps[i]] * 100 /. Dados,
    S1[i] = S1[Press[i], Nps[i]] * 100 /. Dados,
    FR[i] =  $100 * (Nps[i] + N_{pb}) / N /. \text{Dados},$ 
    Nps0 = Nps /. Sol1,
    P0 = P1
    }, {i, 1, Num}], Nps[i]]

In[87]:= Press[0] = P_i /. Dados;
Nps[0] = -Npb;
RGO[0] = Rsi;
FR[0] = 0;
Sg[0] = 0;
So[0] = (1 - Swi) * 100 /. Dados;
S1[0] = 100 /. Dados;

In[94]:= Np[i_] = Nps[i] + Npb;

In[95]:= out5 := Table[{Press[i], Np[i]/106, FR[i], Sg[i], So[i], S1[i], Gps[i]/106}, {i, 0, Num}]

In[96]:= TableForm[out5, TableHeadings → {None,
    {"P[kgf/cm2]", "Np[MMm3std]", "FR[%]", "Sg[%]", "So[%]", "S1[%]", "Gps[MMm3std]"}]}]

```


Anexo II

Método de Muskat

```
In[1]:= Off[General::spell]
Off[General::spell1]

In[3]:= SetDirectory["C:\\Documents and Settings\\TATIANA\\Desktop\\Projeto_de_Graduação"]
Out[3]= C:\\Documents and Settings\\TATIANA\\Desktop\\Projeto_de_Graduação

In[4]:= EqnDiff =

$$\partial_P S_o[P] = \left( S_o[P] * \lambda + (1 - S_o[P] - S_{wi}) * \xi + S_o[P] * \eta * \left( \psi - \frac{C * RGO[P]}{\alpha} \right) + m * (1 - S_{wi}) * \xi \right) /$$


$$\left( 1 + \left( \frac{\mu_o[P]}{\mu_g[P]} \right) \left( \psi - \frac{C * RGO[P]}{\alpha} \right) \right);$$


In[5]:=  $\eta = \frac{1}{B_o[P]} * \left( \frac{\mu_o[P]}{\mu_g[P]} \right) * \partial_P B_o[P];$ 

In[6]:=  $\alpha = \left( \frac{B_o[P]}{B_g[P]} \right) * \left( \frac{\mu_o[P]}{\mu_g[P]} \right);$ 

In[7]:=  $\lambda = \left( \frac{B_g[P]}{B_o[P]} \right) * (\partial_P R_s[P]);$ 

In[8]:=  $\psi = \frac{k_g[P]}{k_o};$ 

In[9]:=  $\xi = B_g[P] * \partial_P (1 / B_g[P]);$ 

In[10]:=  $m = \frac{G * B_{gi}}{N * B_{oi}};$ 
 $G = N * R_{si};$ 
 $m = 0;$ 

In[13]:=  $RGO[P_] = \left( \frac{k_g[P]}{k_o} \right) * \left( \frac{\mu_o[P]}{\mu_g[P]} \right) * \left( \frac{B_o[P]}{B_g[P]} \right) + R_s[P];$ 

In[14]:= Tabl := Flatten[Import["dadosgrafico.xls"], 1]

In[15]:= TableForm[Tabl]
Out[15]//TableForm=


|             |        |
|-------------|--------|
| kg/ko       | Sg     |
| 0.          | 0.     |
| 0.          | 0.05   |
| 0.          | 0.1188 |
| 0.000683761 | 0.1875 |
| 0.0130024   | 0.2563 |
| 0.144175    | 0.325  |
| 1.30328     | 0.3937 |
| 13.1852     | 0.4625 |
| 256.429     | 0.5312 |


```

```

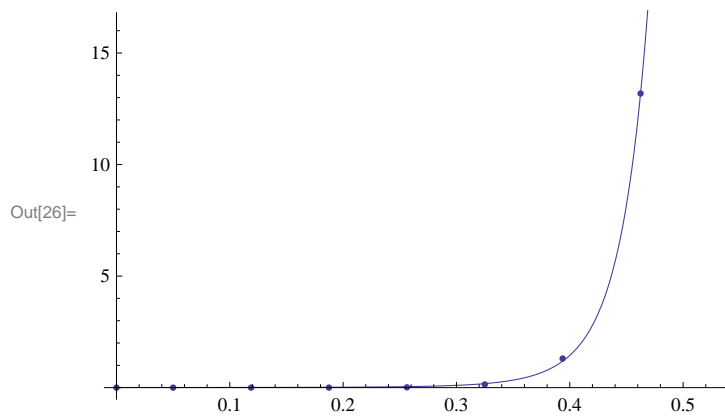
In[16]:= Length[Tab1];
In[17]:= Num = Length[Tab1] - 1;
In[18]:= Do[Sg[i] = Tab1[[i + 1, 2]], {i, 1, Num}];
In[19]:= Do[kgko[i] = Tab1[[i + 1, 1]], {i, 1, Num}];
In[20]:= TabSgk = Table[{Sg[i], kgko[i]}, {i, 1, Num}];
In[21]:= v = 2.4;
In[22]:= res = FindFit[TabSgk, a * Exp[b * x^v], {a, b}, x]
Out[22]= {a -> 0.00713268, b -> 47.8798}

In[23]:= Razao[x_] = a * e^{b*x^v} / . res
Out[23]= 0.00713268 e^{47.8798 x^{2.4}}

In[24]:= A1 = ListPlot[TabSgk];
          A2 = Plot[Razao[sg], {sg, 0, .6}];

In[26]:= Show[A1, A2]

```



```

In[27]:= kg[P_] = a * e^{b*(1-s_{wi}-s_o[P])^v} * k_o / . res;
          k_o = 1;

```

```
In[29]:= Dados = {
  Pi → 342.54,
  Pb → 210.921,
  °API → 26.,
  N → 147 740 849.377159,
  T → 76.85,
  φ → 0.15,
  Swi → 0.40,
  k → 200,
  cw → 0.00003901,
  cf → 0.00007111,
  C → 0.,
  Qop,lim → 953.92,
  Qab → 1,
  Pwf,min → 153,
  nw → 1,
  IPi → 98
}
```

```
Out[29]= {Pi → 342.54, Pb → 210.921, °API → 26., N → 1.47741 × 108,
  T → 76.85, φ → 0.15, Swi → 0.4, k → 200, cw → 0.00003901, cf → 0.00007111,
  C → 0., Qop,lim → 953.92, Qab → 1, Pwf,min → 153, nw → 1, IPi → 98}
```

```
In[30]:= EqnDiff /. Dados;
```

```
In[31]:= TabIn1 := Flatten[Import["tab1_mod2.xls"], 1]
TabIn2 := Flatten[Import["tab2_mod2.xls"], 1]
```

```
In[33]:= TableForm[TabIn1]  
TableForm[TabIn2]
```

```
Out[33]//TableForm=  
P      Rs      Bo      mo  
87.0253 30.8653 1.11241 2.40752  
100.792 36.8349 1.1264 2.16675  
114.558 42.9737 1.1405 1.96788  
128.324 49.2651 1.15471 1.80136  
142.09 55.696 1.16904 1.66022  
155.856 62.2554 1.18349 1.53929  
169.622 68.9342 1.19807 1.43466  
183.389 75.7246 1.21277 1.34334  
197.155 82.62 1.22759 1.26301  
210.921 89.6143 1.24253 1.19185  
224.687 89.6143 1.23983 1.21335  
238.453 89.6143 1.23746 1.23626  
252.219 89.6143 1.23534 1.2605  
265.986 89.6143 1.23345 1.28601  
279.752 89.6143 1.23174 1.31273  
293.518 89.6143 1.2302 1.34058  
307.284 89.6143 1.2288 1.36951  
321.05 89.6143 1.22752 1.39948  
334.816 89.6143 1.22634 1.43042  
348.583 89.6143 1.22526 1.46228
```

```
Out[34]//TableForm=  
P      Bg      mg  
81.5772 0.0139737 0.0144596  
95.3434 0.0118196 0.0149278  
109.11 0.0102275 0.0154389  
122.876 0.00900954 0.0159908  
136.642 0.00805364 0.0165809  
150.408 0.00728832 0.0172055  
164.174 0.0066658 0.0178602  
177.94 0.00615278 0.01854  
191.707 0.00572528 0.0192397  
205.473 0.00536554 0.0199541  
219.239 0.00506013 0.0206783  
233.005 0.00479871 0.021408  
246.771 0.00457319 0.0221392  
260.537 0.00437723 0.0228687  
274.304 0.00420576 0.023594  
288.07 0.00405472 0.024313  
301.836 0.00392084 0.0250242  
315.602 0.00380147 0.0257265  
329.368 0.00369444 0.0264191  
343.134 0.00359796 0.0271014
```

```
In[35]:= Length[TabIn1];  
Length[TabIn2];
```

```
In[37]:= Num1 = Length[TabIn1] - 1;  
Num6 = Length[TabIn2] - 1;
```

```
In[39]:= Do[Press1[i] = TabIn1[[i + 1, 1]], {i, 1, Num1}]  
Do[Press2[i] = TabIn2[[i + 1, 1]], {i, 1, Num6}]  
Do[BO[i] = TabIn1[[i + 1, 3]], {i, 1, Num1}]  
Do[RS[i] = TabIn1[[i + 1, 2]], {i, 1, Num1}]  
Do[BG[i] = TabIn2[[i + 1, 2]], {i, 1, Num6}]  
Do[mo[i] = TabIn1[[i + 1, 4]], {i, 1, Num1}]  
Do[mg[i] = TabIn2[[i + 1, 3]], {i, 1, Num6}]
```

```

In[46]:= P1final = Press1[1];
          P2final = Press2[1];

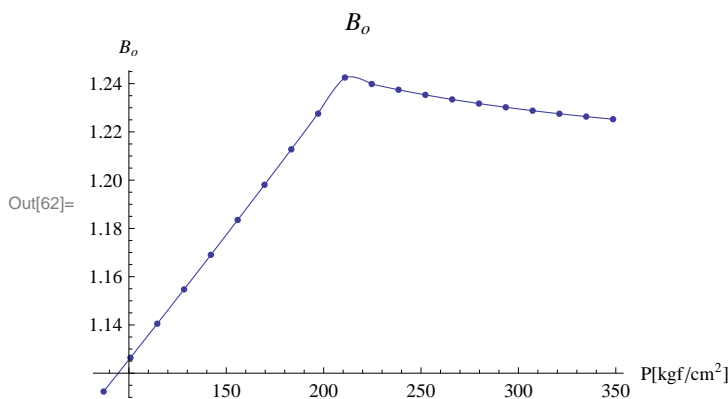
In[48]:= P1ini = Press1[Num1];
          P2ini = Press2[Num6];

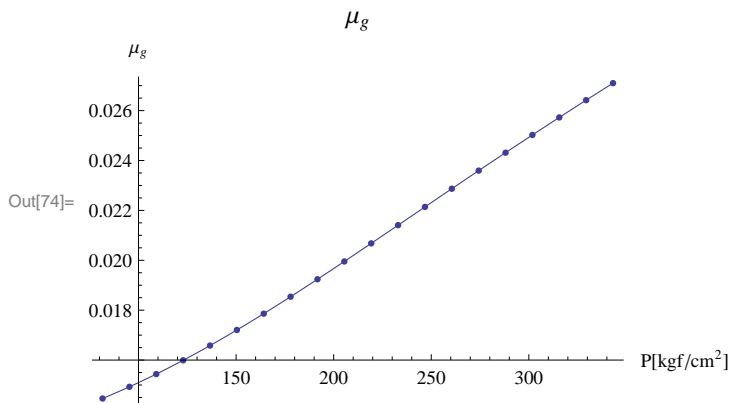
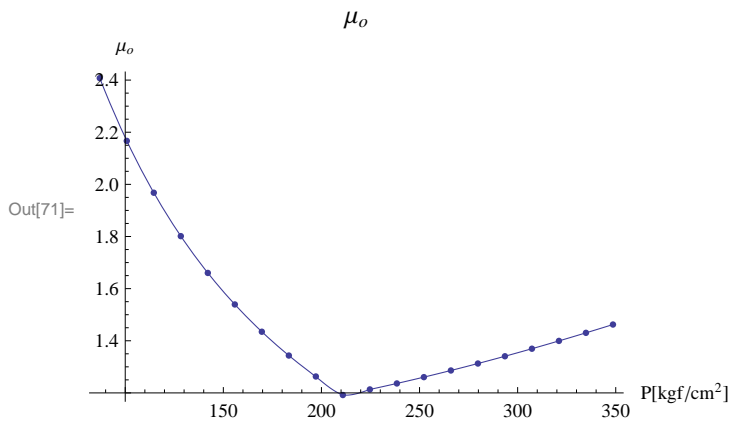
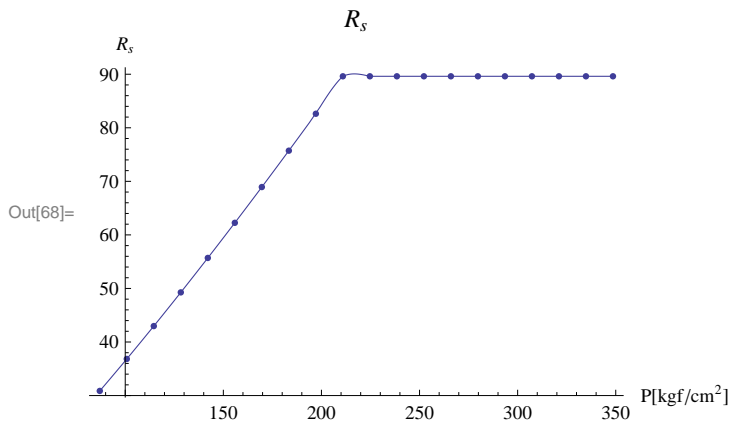
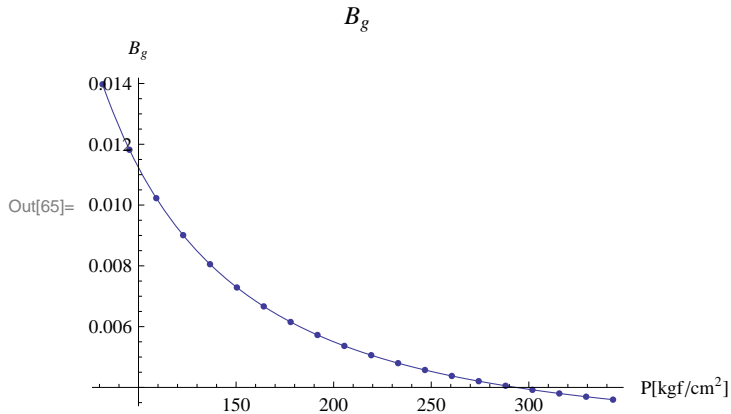
In[50]:= TabPxBo = Table[{Press1[i], BO[i]}, {i, 1, Num1}];
          TabPxRS = Table[{Press1[i], RS[i]}, {i, 1, Num1}];
          TabPxBg = Table[{Press2[i], BG[i]}, {i, 1, Num6}];
          TabPxmo = Table[{Press1[i], mo[i]}, {i, 1, Num1}];
          TabPxmg = Table[{Press2[i], mg[i]}, {i, 1, Num6}];

In[55]:= Bo = Interpolation[TabPxBo];
          Rs = Interpolation[TabPxRS];
          Bg = Interpolation[TabPxBg];
          μo = Interpolation[TabPxmo];
          μg = Interpolation[TabPxmg];

In[60]:= P1A = Plot[Bo[P], {P, Press1[1], Press1[Num1]},
          PlotLabel -> "Bo", AxesLabel -> {"P[kgf/cm2]", "Bo"}];
          P1B = ListPlot[TabPxBo];
          Show[P1A, P1B]
          P2A =
          Plot[Bg[P], {P, Press2[1], P2ini}, PlotLabel -> "Bg", AxesLabel -> {"P[kgf/cm2]", "Bg"}];
          P2B = ListPlot[TabPxBg];
          Show[P2A, P2B]
          P3A = Plot[Rs[P], {P, Press1[1], Press1[Num1]},
          PlotLabel -> "Rs", AxesLabel -> {"P[kgf/cm2]", "Rs"}];
          P3B = ListPlot[TabPxRS];
          Show[P3A, P3B]
          P4A = Plot[μo[P], {P, Press1[1], Press1[Num1]},
          PlotLabel -> "μo", AxesLabel -> {"P[kgf/cm2]", "μo"}];
          P4B = ListPlot[TabPxmo];
          Show[P4A, P4B]
          P5A =
          Plot[μg[P], {P, Press2[1], P2ini}, PlotLabel -> "μg", AxesLabel -> {"P[kgf/cm2]", "μg"}];
          P5B = ListPlot[TabPxmg];
          Show[P5A, P5B]

```





```
In[75]:= TabIn := Flatten[Import["tabela2_muskat2.xls"], 1]
```

In[76]:= **TableForm**[TabIn]

Out[76]//TableForm=

SL	Kro
1.	0.9
0.95	0.6932
0.8812	0.4644
0.8125	0.2925
0.7437	0.1692
0.675	0.0867
0.6063	0.0366
0.5375	0.0108
0.4688	0.0014
0.4	0.
0.2	0.

In[77]:= **Num2 = Length**[TabIn] - 1;

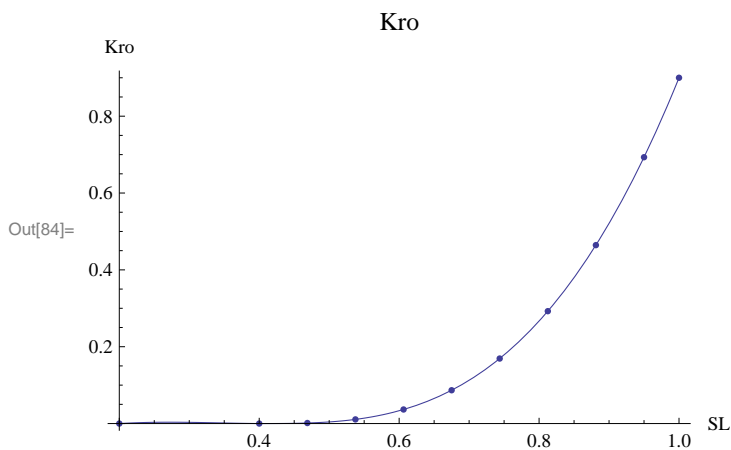
In[78]:= **Do**[SL[i] = TabIn[[i + 1, 1]], {i, 1, Num2}]
Do[KRO[i] = TabIn[[i + 1, 2]], {i, 1, Num2}]
TabS = Table[{SL[i], KRO[i]}, {i, 1, Num2}]

Out[80]= {{1., 0.9}, {0.95, 0.6932}, {0.8812, 0.4644},
{0.8125, 0.2925}, {0.7437, 0.1692}, {0.675, 0.0867}, {0.6063, 0.0366},
{0.5375, 0.0108}, {0.4688, 0.0014}, {0.4, 0.}, {0.2, 0.}}

In[81]:= **kro = Interpolation**[[{1., 0.9}, {0.95, 0.6932}, {0.8812, 0.4644}, {0.8125, 0.2925},
{0.7437, 0.1692}, {0.675, 0.0867}, {0.6063000000000001, 0.0366},
{0.5375, 0.0108}, {0.4688, 0.0014}, {0.4, 0.}, {0.19999999999999996, 0.}]]

Out[81]= **InterpolatingFunction**[[{0.2, 1.}], <>]

In[82]:= **P6A = Plot**[kro[S], {S, .2, 1}, **PlotLabel** → "Kro", **AxesLabel** → {"SL", "Kro"}];
P6B = ListPlot[[{1., 0.9}, {0.95, 0.6932}, {0.8812, 0.4644}, {0.8125, 0.2925},
{0.7437, 0.1692}, {0.675, 0.0867}, {0.6063000000000001, 0.0366},
{0.5375, 0.0108}, {0.4688, 0.0014}, {0.4, 0.}, {0.19999999999999996, 0.}]];
Show[P6A, P6B]



In[85]:= **B_{oi} = B_o[P_i] / . Datos;**
B_{ob} = B_o[P_b] / . Datos;
S_{oi} = 1 - S_{wi} / . Datos;
S_{wb} = S_{wi} / . Datos;
R_{si} = R_s[P_i] / . Datos;

In[90]:= **c_o = $\frac{B_{ob} - B_{oi}}{B_{oi} * (P_i - P_b)}$ / . Datos;**

$$\text{In[91]:= } c_{eo} = \frac{C_o * S_{oi} + C_w * S_{wi} + C_f}{(1 - S_{wi})} /. \text{Datos};$$

$$\text{In[92]:= } N_{pb} = N * B_{oi} * c_{eo} * (P_i - P_b) / B_{ob} /. \text{Datos}$$

$$\text{Out[92]= } 4.77067 \times 10^6$$

$$\text{In[93]:= } N_b = N - N_{pb} /. \text{Datos}$$

$$\text{Out[93]= } 1.4297 \times 10^8$$

$$\text{In[94]:= } RGO[P_] = \begin{cases} \left(\frac{k_g[P]}{k_o} \right) * \left(\frac{\mu_o[P]}{\mu_g[P]} \right) * \left(\frac{B_o[P]}{B_g[P]} \right) + R_s[P] & / . \text{Datos } P < P_b / . \text{Datos} \\ R_{si} & P \geq P_b / . \text{Datos} \end{cases};$$

$$\text{In[95]:= } CI = S_o[P_b] == 1 - S_{wi} /. \text{Datos};$$

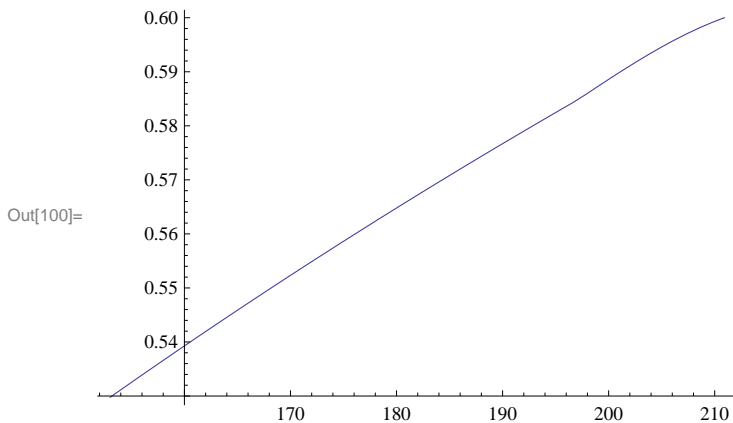
$$\text{In[96]:= } \text{Sol} = \text{NDSolve}[\{\text{EqnDiff}, CI\} /. \text{Datos}, S_o, \{P, P_{wf,min} /. \text{Datos}, P_b /. \text{Datos}\}];$$

$$\text{In[97]:= } S_{ob} = S_o /. \text{Sol}[[1]];$$

$$\text{In[98]:= } S_o[P_] = \begin{cases} (1 - S_{wi}) /. \text{Datos} & P \geq P_b / . \text{Datos} \\ S_{ob}[P] /. \text{Datos} & P < P_b / . \text{Datos} \end{cases};$$

$$\text{In[99]:= } S_g[P_] = 1 - S_o[P] - S_{wi} /. \text{Datos};$$

$$\text{In[100]:= } \text{Plot}[S_o[P], \{P, P_{wf,min} /. \text{Datos}, P_b /. \text{Datos}\}]$$



$$\text{In[101]:= } P_0 = P_b /. \text{Datos};$$

$$P_f = P_{wf,min} /. \text{Datos};$$

$$\Delta P = 1;$$

$$\text{Num3} = \text{Round}[(P_0 - P_f) / \Delta P] + 1;$$

$$\text{In[105]:= } N_p[P_] = \begin{cases} N_b * \left(1 - \left(\frac{S_o[P]}{(1 - S_{wb})} * \frac{B_{ob}}{B_o[P]} \right) \right) + N_{pb} & / . \text{Datos } P < P_b / . \text{Datos} \\ N * B_{oi} * c_{eo} * (P_i - P) / B_o[P] & / . \text{Datos } P \geq P_b / . \text{Datos} \end{cases};$$

$$\text{In[106]:= } N_p[P_{wf,min} /. \text{Datos}];$$

$$\text{In[107]:= } FR[P_] = N_p[P] / N /. \text{Datos};$$

$$\text{In[108]:=}$$

$$\text{In[109]:= } G_p[P_] = \begin{cases} 0 & P \geq P_b / . \text{Datos} \\ N * \left(\left(\frac{B_o[P]}{B_g[P]} - R_s[P] \right) \left(1 - \frac{N_p[P] - N_{pb}}{N} \right) - \left(\frac{B_{oi}}{B_g[P]} - R_{si} \right) \right) & / . \text{Datos } P < P_b / . \text{Datos} \end{cases};$$

$$\text{In[110]:= } Pr[0] = P_i /. \text{Datos};$$

Do[{

$$Pr[i] = P_0 - (i - 1) * \Delta P$$

}, {i, 1, Num3}]

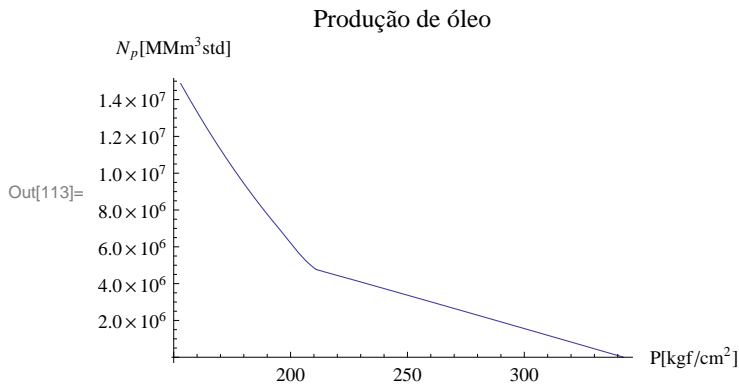

```
In[112]:= OutMuskat =
TableForm[Table[{Pr[i], Np[Pr[i]]/10^6, So[Pr[i]]*100, Gp[Pr[i]]/10^6}, {i, 0, Num3}],
TableHeadings -> {None, {"P[kgf/cm^2]", "Np[MMm^3std]", "So[%]", "Gp[MMm^3std]",}}]
```

```
Out[112]/TableForm=
```

P[kgf/cm ²]	N _p [MMm ³ std]	S _o [%]	G _p [MMm ³ std]
342.54	0.	60.	0
210.921	4.77067	60.	0
209.921	4.86597	59.926	491.013
208.921	4.96995	59.8442	509.748
207.921	5.08214	59.7552	530.073
206.921	5.20207	59.6595	551.889
205.921	5.32926	59.5578	575.091
204.921	5.46321	59.4504	599.577
203.921	5.60339	59.338	625.236
202.921	5.74928	59.2212	651.96
201.921	5.90033	59.1005	679.636
200.921	6.05597	58.9765	708.149
199.921	6.21565	58.8497	737.383
198.921	6.37877	58.7208	767.219
197.921	6.54472	58.5902	797.537
196.921	6.70805	58.4632	827.266
195.921	6.85712	58.3499	854.148
194.921	7.00771	58.2362	881.26
193.921	7.15983	58.122	908.605
192.921	7.31349	58.0074	936.186
191.921	7.46872	57.8922	964.006
190.921	7.6255	57.7765	992.064
189.921	7.78385	57.6603	1020.37
188.921	7.9438	57.5436	1048.91
187.921	8.10537	57.4263	1077.71
186.921	8.26858	57.3086	1106.75
185.921	8.43344	57.1903	1136.06
184.921	8.59997	57.0715	1165.61
183.921	8.76817	56.9522	1195.43
182.921	8.93808	56.8323	1225.51
181.921	9.1097	56.7118	1255.85
180.921	9.28304	56.5908	1286.47
179.921	9.45813	56.4693	1317.35
178.921	9.63497	56.3472	1348.51
177.921	9.81358	56.2245	1379.95
176.921	9.99392	56.1013	1411.65
175.921	10.176	55.9775	1443.64
174.921	10.3599	55.8532	1475.91
173.921	10.5457	55.7282	1508.47
172.921	10.7333	55.6027	1541.33
171.921	10.9227	55.4766	1574.48
170.921	11.114	55.35	1607.92

169.921	11.3071	55.2227	1641.67
168.921	11.5022	55.0948	1675.73
167.921	11.6992	54.9663	1710.09
166.921	11.898	54.8373	1744.77
165.921	12.0988	54.7076	1779.76
164.921	12.3016	54.5773	1815.06
163.921	12.5062	54.4464	1850.69
162.921	12.7127	54.315	1886.62
161.921	12.9211	54.1829	1922.88
160.921	13.1316	54.0503	1959.47
159.921	13.3439	53.917	1996.4
158.921	13.5583	53.7831	2033.67
157.921	13.7747	53.6486	2071.28
156.921	13.9931	53.5135	2109.23
155.921	14.2135	53.3777	2147.54
154.921	14.4359	53.2414	2186.2
153.921	14.6603	53.1044	2225.22
152.921	14.8868	52.9668	2264.6

```
In[113]:= Plot[Np[P], {P, Pwf,min /. Dados, Pi /. Dados},
  PlotLabel -> "Produção de óleo", AxesLabel -> {"P[kgf/cm²]", "Np[MMm³std]"}]
```



```
In[114]:= Export["OutMuskat1_Modelo2.xls", OutMuskat]
```

```
Out[114]= OutMuskat1_Modelo2.xls
```

```
In[115]:= μoi = μo[Pi] /. Dados;
Boi = Bo[Pi] /. Dados;
kroi = kro[1] /. Dados;
Rsi = Rs[Pb] /. Dados;
```

```
In[119]:= IP[t_] = IPi * ( (kro[So[Px[t]] + Swi] / (Bo[Px[t]] * μo[Px[t]])) ) / (kroi / (Boi * μoi)) /. Dados;
```

```
In[120]:= Qo,max[t_] = IP[t] * (Px[t] - Pwf,min) /. Dados;
```

```
In[121]:= Qo[t_] = { Qop,lim /. Dados (Qo,max[t] ≥ Qop,lim /. Dados)
  Qo,max[t] (Qo,max[t] < Qop,lim /. Dados) };
```

```
In[122]:= Qtotal[t_] = nw * Qo[t];
```

```
In[123]:= EqnPxt = Qtotal[t] == ∂t Np[Px[t]] /. Dados;
```

```
In[124]:= CIP = Px[0] == Pi /. Dados;
```

```
In[125]:= Sol2 = NDSolve[{EqnPxt, CIP}, Px, {t, 0, 50 * 365}, MaxSteps -> 1 000 000];
```

```
In[126]:= Px = Px /. Sol2[[1]];
```

```
In[127]:= Δt = 365;
```

```
In[128]:= OutMuskat1 = TableForm[Table[{
  (i - 1),
  Px[(i - 1) * Δt],
  Np[Px[(i - 1) * Δt]] / 106,
  FR[Px[(i - 1) * Δt]] * 100,
  Sg[Px[(i - 1) * Δt]] * 100,
  (So[Px[(i - 1) * Δt]] + Swi) * 100 /. Dados,
  kro[So[Px[(i - 1) * Δt]] + Swi] /. Dados,
  Q̄o[(i - 1) * Δt]}, {i, 1, 31}],
  TableHeadings → {None, {"t", "P", "Np", "FR", "Sg", "SL", "kro", "Q̄o"}}]
```

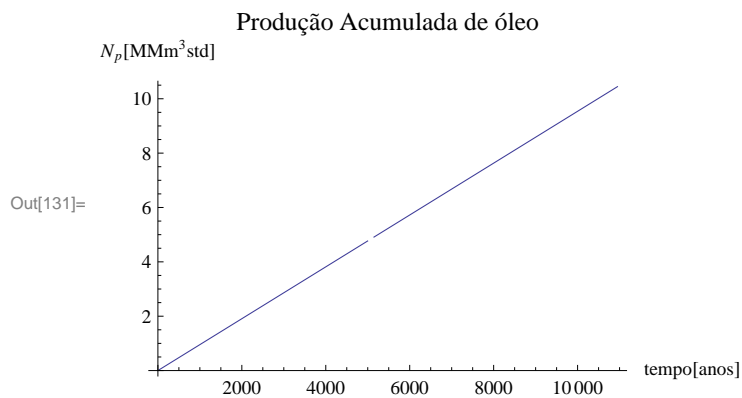
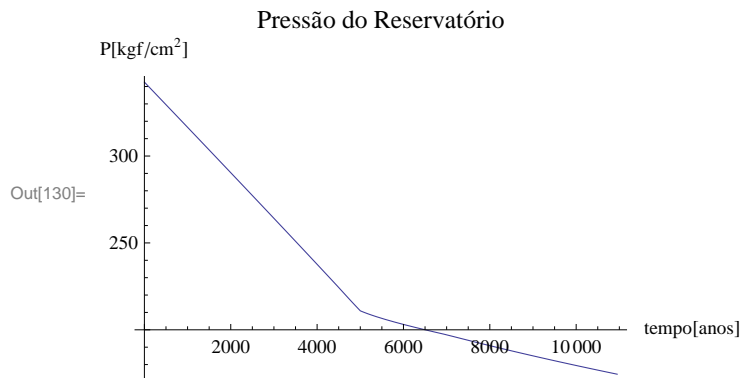
```
Out[128]/TableForm=
```

t	P	N _p	FR	S _g	S _L	k _{ro}	Q̄ _o
0	342.54	0.	0.	0.	100.	0.9	953.92
1	333.058	0.348181	0.23567	0.	100.	0.9	953.92
2	323.564	0.696362	0.47134	0.	100.	0.9	953.92
3	314.055	1.04454	0.70701	0.	100.	0.9	953.92
4	304.532	1.39272	0.94268	0.	100.	0.9	953.92
5	294.993	1.7409	1.17835	0.	100.	0.9	953.92
6	285.435	2.08909	1.41402	0.	100.	0.9	953.92
7	275.856	2.43727	1.64969	0.	100.	0.9	953.92
8	266.256	2.78545	1.88536	0.	100.	0.9	953.92
9	256.63	3.13363	2.12103	0.	100.	0.9	953.92
10	246.975	3.48181	2.3567	0.	100.	0.9	953.92
11	237.289	3.82999	2.59237	0.	100.	0.9	953.92
12	227.566	4.17817	2.82804	0.	100.	0.9	953.92
13	217.685	4.52635	3.06371	0.	100.	0.9	953.92
14	209.835	4.87453	3.29938	0.0807241	99.9193	0.89637	953.92
15	206.755	5.22271	3.53505	0.356957	99.643	0.884021	953.92
16	204.149	5.57089	3.77072	0.635938	99.3641	0.871666	953.92
17	201.799	5.91907	4.00639	0.914484	99.0855	0.859446	953.92
18	199.603	6.26726	4.24206	1.19117	98.8088	0.847423	953.92
19	197.499	6.61544	4.47773	1.46514	98.5349	0.835629	953.92
20	195.213	6.96362	4.7134	1.73054	98.2695	0.82431	953.92
21	192.932	7.3118	4.94907	1.99139	98.0086	0.813286	953.92
22	190.702	7.65999	5.18475	2.24889	97.7511	0.8025	953.92
23	188.521	8.00817	5.42042	2.50321	97.4968	0.791943	953.92
24	186.387	8.35635	5.65609	2.75445	97.2455	0.781606	953.92
25	184.298	8.70453	5.89176	3.00276	96.9972	0.771478	953.92
26	182.252	9.05271	6.12743	3.24826	96.7517	0.761552	953.92
27	180.247	9.40089	6.3631	3.49106	96.5089	0.75182	953.92
28	178.281	9.74908	6.59877	3.73127	96.2687	0.742274	953.92
29	176.352	10.0973	6.83444	3.96903	96.031	0.732906	953.92
30	174.459	10.4454	7.07011	4.20442	95.7956	0.723709	953.92

```
In[129]:= Export["OutMuskat2_Modelo2.xls", OutMuskat1]
```

```
Out[129]= OutMuskat2_Modelo2.xls
```

```
In[130]:= Plot[Px[t], {t, 0, 30 * 365}, PlotLabel -> "Pressão do Reservatório",  
  AxesLabel -> {"tempo[anos]", "P[kgf/cm²]"}]  
Plot[Np[Px[t]] / 106, {t, 0, 30 * 365}, PlotLabel -> "Produção Acumulada de óleo",  
  AxesLabel -> {"tempo[anos]", "Np[MMm³std]"}]
```



Out[96]/TableForm=

P [kgf/cm ²]	N _p [MMm ³ std]	FR [%]	S _g [%]	S _o [%]	S ₁ [%]	G _{ps} [MMm ³ std]
342.54	0.	0	0	60.	100	0
210.921	4.84086	3.27659	0	60.	100	6.2903
209.921	4.95296	3.35246	0.11051	59.8895	99.8895	21.9009
208.921	5.05714	3.42298	0.192348	59.8077	99.8077	41.5632
207.921	5.16953	3.49905	0.281397	59.7186	99.7186	62.737
206.921	5.28965	3.58036	0.377114	59.6229	99.6229	85.3277
205.921	5.41704	3.66658	0.478953	59.521	99.521	109.238
204.921	5.55117	3.75737	0.586362	59.4136	99.4136	134.369
203.921	5.69154	3.85238	0.698782	59.3012	99.3012	160.619
202.921	5.83762	3.95125	0.815653	59.1843	99.1843	187.883
201.921	5.98885	4.05362	0.936408	59.0636	99.0636	216.058
200.921	6.14469	4.1591	1.06048	58.9395	98.9395	245.034
199.921	6.30455	4.26731	1.18728	58.8127	98.8127	274.703
198.921	6.46786	4.37784	1.31625	58.6837	98.6837	304.952
197.921	6.63399	4.49029	1.44679	58.5532	98.5532	335.667
196.921	6.7975	4.60096	1.57393	58.4261	98.4261	365.842
195.921	6.94678	4.702	1.68719	58.3128	98.3128	393.339
194.921	7.09757	4.80406	1.80095	58.1991	98.1991	421.067
193.921	7.24989	4.90716	1.91519	58.0848	98.0848	449.027
192.921	7.40375	5.01131	2.02993	57.9701	97.9701	477.223
191.921	7.55918	5.11651	2.14517	57.8548	97.8548	505.656
190.921	7.71615	5.22276	2.26091	57.7391	97.7391	534.324
189.921	7.87471	5.33008	2.37715	57.6228	97.6228	563.232
188.921	8.03487	5.43849	2.49391	57.5061	97.5061	592.386
187.921	8.19664	5.54799	2.61119	57.3888	97.3888	621.786
186.921	8.36006	5.65859	2.72899	57.271	97.271	651.437
185.921	8.52512	5.77032	2.84732	57.1527	97.1527	681.341
184.921	8.69185	5.88317	2.96618	57.0338	97.0338	711.5
183.921	8.86026	5.99716	3.08558	56.9144	96.9144	741.918
182.921	9.03037	6.1123	3.20553	56.7945	96.7945	772.598
181.921	9.2022	6.22861	3.32602	56.674	96.674	803.541
180.921	9.37575	6.34608	3.44706	56.5529	96.5529	834.752
179.921	9.55104	6.46473	3.56866	56.4313	96.4313	866.232
178.921	9.72809	6.58456	3.69082	56.3092	96.3092	897.985
177.921	9.9069	6.7056	3.81354	56.1865	96.1865	930.012
176.921	10.0874	6.82778	3.93679	56.0632	96.0632	962.303
175.921	10.2697	6.95118	4.06062	55.9394	95.9394	994.875
174.921	10.4539	7.07581	4.18502	55.815	95.815	1027.73
173.921	10.6398	7.20167	4.30999	55.69	95.69	1060.87
172.921	10.8276	7.32877	4.43555	55.5645	95.5645	1094.31
171.921	11.0172	7.45712	4.56169	55.4383	95.4383	1128.03
170.921	11.2087	7.58673	4.68842	55.3116	95.3116	1162.06
169.921	11.4021	7.71762	4.81574	55.1843	95.1843	1196.38
168.921	11.5973	7.84978	4.94366	55.0563	95.0563	1231.
167.921	11.7945	7.98324	5.07218	54.9278	94.9278	1265.94
166.921	11.9936	8.11798	5.2013	54.7987	94.7987	1301.18
165.921	12.1946	8.25403	5.33102	54.669	94.669	1336.73
164.921	12.3975	8.39139	5.46135	54.5387	94.5387	1372.61
163.921	12.6023	8.53004	5.59227	54.4077	94.4077	1408.79
162.921	12.809	8.66993	5.72375	54.2763	94.2763	1445.27
161.921	13.0177	8.81114	5.85584	54.1442	94.1442	1482.08
160.921	13.2283	8.95369	5.98854	54.0115	94.0115	1519.22
159.921	13.4408	9.09757	6.12185	53.8781	93.8781	1556.69
158.921	13.6554	9.2428	6.25578	53.7442	93.7442	1594.5
157.921	13.872	9.38938	6.39033	53.6097	93.6097	1632.65
156.921	14.0905	9.53732	6.52549	53.4745	93.4745	1671.14
155.921	14.3111	9.68661	6.66128	53.3387	93.3387	1709.99
154.921	14.5337	9.83728	6.79768	53.2023	93.2023	1749.18

```
In[97]:= Export["OutTarner1_Modelo2.xls", out5]
```

```
Out[97]= OutTarner1_Modelo2.xls
```

```
In[98]:= Num3 = Length[out5] - 1;
```

```
In[99]:= TabPxSo = Table[{Press[i], So[i] / 100}, {i, 0, Num3}];
TabPxNp = Table[{Press[i], Np[i]}, {i, 0, Num3}];
TabPxRT = Table[{Press[i], RGO[i]}, {i, 0, Num3}];
```

```
In[102]:= So = Interpolation[TabPxSo];
Np = Interpolation[TabPxNp, InterpolationOrder -> 1];
Rgo = Interpolation[TabPxRT, InterpolationOrder -> 1];
```

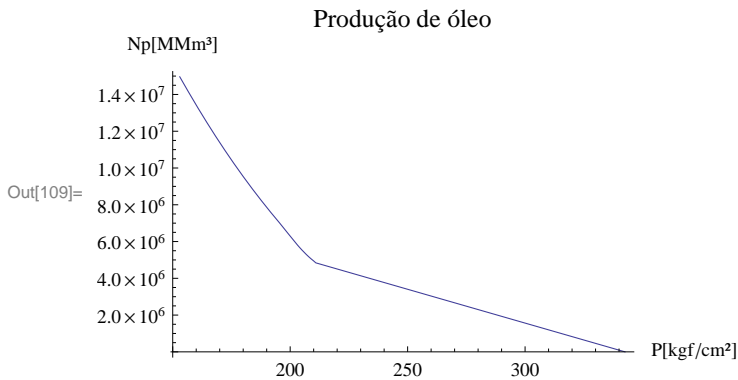
```
In[105]:= Sofin[P_] = { (1 - Swi) /. Dados P ≥ Pb /. Dados
                      So[P] /. Dados P < Pb /. Dados ;
```

```
In[106]:= Sg[P_] = 1 - Sofin[P] - Swi /. Dados;
```

```
In[107]:= Gp[P_] = { 0 P ≥ Pb /. Dados
                    N * ((Bo[P] / Bg[P]) - Rs[P]) (1 - (Np[P] - Npb) / N) - ((Boi / Bg[P]) - Rsi) /. Dados P < Pb /. Dados ;
```

```
In[108]:= FR[P_] = Np[P] / N /. Dados;
```

```
In[109]:= Plot[Np[P], {P, Pwf,min /. Dados, Pi /. Dados},
PlotLabel -> "Produção de óleo", AxesLabel -> {"P[kgf/cm²]", "Np[MMm³]"}]
```



```
In[110]:= NPóleo = Nps[Num] + Npb
```

```
Out[110]= 1.45337 × 107
```

```
In[111]:= Reservas = N - (Nps[Num] + Npb) /. Dados;
```

```
In[112]:= μoi = μo[Pi] /. Dados;
```

```
Boi = Bo[Pi] /. Dados;
```

```
kroi = kro[1] /. Dados;
```

```
Rsi = Rs[Pb] /. Dados;
```

```
In[116]:= IP[t_] = IPi * ((kro[Sofin[Px[t]] + Swi] / (Bo[Px[t]] * μo[Px[t]])) / (kroi / (Boi * μoi))) /. Dados;
```

```
In[117]:= Q̄o,max[t_] = IP[t] * (Px[t] - Pwf,min) /. Dados;
```

```
In[118]:= Q̄o[t_] = { Qop,lim /. Dados (Q̄o,max[t] ≥ Qop,lim /. Dados)
                  Q̄o,max[t] (Q̄o,max[t] < Qop,lim /. Dados) ;
```

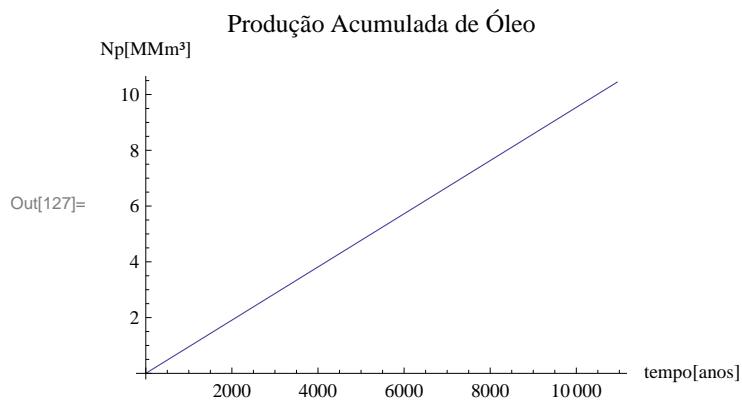
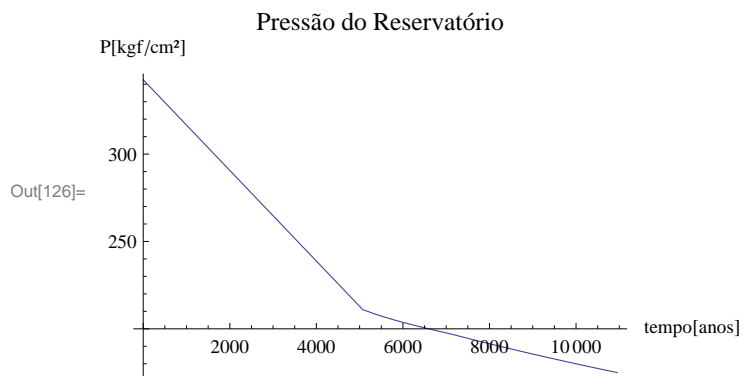
```
In[119]:= Qtotal[t_] = nw * Q̄o[t];
```

```
In[120]:= Qtotal[t_] := ∑i=1nw /. Dados Q̄o[t];
```

```

In[121]:= EqnPxt = Qtotal[t] ==  $\partial_t Np[Px[t]]$  /. Dados;
In[122]:= CIP = Px[0] ==  $P_i$  /. Dados;
In[123]:= Sol2 = NDSolve[{EqnPxt, CIP}, Px, {t, 0, 50 * 365}, MaxSteps -> 1 000 000];
In[124]:= Px = Px /. Sol2[[1]];
In[125]:=  $\Delta t = 365$ ;
In[126]:= Plot[Px[t], {t, 0, 30 * 365}, PlotLabel -> "Pressão do Reservatório",
  AxesLabel -> {"tempo[anos]", "P[kgf/cm²]"}]
Plot[Np[Px[t]] / 106, {t, 0, 30 * 365}, PlotLabel -> "Produção Acumulada de Óleo",
  AxesLabel -> {"tempo[anos]", "Np[MMm³]"}]

```



```
In[128]:= OutTarner01 = TableForm[Table[{
    (i - 1),
    Px[(i - 1) * Δt],
    Np[Px[(i - 1) * Δt]] / 106,
    Gp[Px[(i - 1) * Δt]] / 106,
    FR[Px[(i - 1) * Δt]] * 100,
    Sg[Px[(i - 1) * Δt]] * 100,
    So[Px[(i - 1) * Δt]] * 100,
    (So[Px[(i - 1) * Δt]] + Swi) * 100 /. Dados,
    Kro[So[Px[(i - 1) * Δt]] + Swi] /. Dados,
    IP[(i - 1) * Δt],
    Q̄o[(i - 1) * Δt],
}, {i, 1, 31}], TableHeadings →
{None, {"t (ano)", "P", "Np", "Gp", "FR", "Sg", "So", "Sl", "Kro", "IP", "Q̄o"}}]
```

Out[128]/TableForm=

t (ano)	P	Np	Gp	FR	Sg	So	Sl	Kro	IP	Q̄ _o
0	342.54	0.	0	0.	0.	60.	100.	0.9	98.	953.
1	333.073	0.348181	0	0.23567	0.	77.1306	117.131	1.91602	99.4318	953.
2	323.607	0.696362	0	0.47134	0.	89.3131	129.313	2.98269	100.873	953.
3	314.14	1.04454	0	0.70701	0.	97.1254	137.125	3.843	102.32	953.
4	304.673	1.39272	0	0.94268	0.	101.145	141.145	4.34444	103.771	953.
5	295.206	1.7409	0	1.17835	0.	101.951	141.951	4.44993	105.223	953.
6	285.74	2.08908	0	1.41402	0.	100.119	140.119	4.21254	106.671	953.
7	276.273	2.43727	0	1.64969	0.	96.2295	136.229	3.73682	108.113	953.
8	266.806	2.78545	0	1.88536	0.	90.8587	130.859	3.14137	109.544	953.
9	257.339	3.13363	0	2.12103	0.	84.585	124.585	2.53089	110.959	953.
10	247.873	3.48181	0	2.3567	0.	77.9861	117.986	1.98082	112.352	953.
11	238.406	3.82999	0	2.59237	0.	71.6401	111.64	1.53382	113.718	953.
12	228.939	4.17817	0	2.82804	0.	66.1248	106.125	1.20526	115.051	953.
13	219.472	4.52635	0	3.06371	0.	62.018	102.018	0.994002	116.728	953.
14	210.621	4.87453	467.682	3.29938	0.038342	59.9617	99.9617	0.898274	117.175	953.
15	207.478	5.22271	526.746	3.53505	0.322984	59.677	99.677	0.885533	114.647	953.
16	204.781	5.57089	590.488	3.77072	0.601866	59.3981	99.3981	0.873168	112.099	953.
17	202.382	5.91907	654.184	4.00639	0.880247	59.1198	99.1198	0.860942	109.583	953.
18	200.154	6.26725	718.051	4.24206	1.15748	58.8425	98.8425	0.848881	107.119	953.
19	198.033	6.61544	781.783	4.47773	1.43229	58.5677	98.5677	0.837037	104.724	953.
20	195.809	6.96362	844.908	4.7134	1.69987	58.3001	98.3001	0.825613	102.444	953.
21	193.519	7.3118	907.494	4.94907	1.9613	58.0387	98.0387	0.814552	100.263	953.
22	191.279	7.65998	969.907	5.18474	2.21944	57.7806	97.7806	0.803729	98.1472	953.
23	189.088	8.00816	1032.15	5.42041	2.47441	57.5256	97.5256	0.793134	96.093	953.
24	186.944	8.35634	1094.2	5.65608	2.7263	57.2737	97.2737	0.782759	94.0983	953.
25	184.846	8.70452	1156.04	5.89175	2.97515	57.0249	97.0249	0.7726	92.1614	953.
26	182.791	9.0527	1217.72	6.12742	3.22116	56.7788	96.7788	0.762644	90.2792	953.
27	180.778	9.40088	1279.25	6.36309	3.46446	56.5355	96.5355	0.752882	88.4495	953.
28	178.804	9.74906	1340.64	6.59876	3.70519	56.2948	96.2948	0.743307	86.6694	953.
29	176.867	10.0972	1401.92	6.83443	3.94345	56.0566	96.0566	0.73391	84.9365	953.
30	174.967	10.4454	1463.07	7.0701	4.17931	55.8207	95.8207	0.724687	83.2492	953.

```
In[129]:= Export["OutTarner2_Modelo2.xls", OutTarner01]
```

Out[129]= OutTarner2_Modelo2.xls

Anexo III

Previsão por Carter-Tracy

```
In[1]:= Off[General::spell]
      Off[General::spell1]
```

```
In[3]:= SetDirectory["C:\\Documents and Settings\\TATIANA\\Desktop\\Projeto_de_Graduação"]
```

```
Out[3]= C:\Documents and Settings\TATIANA\Desktop\Projeto_de_Graduação
```

```
In[4]:= Pi = 342.54;
      Pb = 210.921;
      API = 26.;
      Nt = 147 740 849.377159;
      T = 76.85;
      φ = 0.15;
      Swi = 0.40;
      k = 200;
      ro = 2000.;
      cw = 0.00003901;
      cf = 0.00007111;
      Qop,lim = 953.92;
      Pwf,min = 153;
      nw = 1;
      IPi = 100;
      h = 5;
      Bw = 1.01318;
```

```
In[21]:= ct = cf + cw;
```

```
In[22]:= So = 1 - Swi;
```

```
In[23]:= TabIn := Flatten[Import["tabelal1_carter2.xls"], 1]
```

```
In[24]:= TableForm[TabIn]
```

```
Out[24]//TableForm=
```

P	Bo	mo
87.0253	1.08248	7.9125
100.792	1.09159	7.02639
114.558	1.10072	6.29281
128.324	1.10988	5.67909
142.09	1.11908	5.16054
155.856	1.12832	4.71832
169.622	1.1376	4.33797
183.389	1.14694	4.00825
197.155	1.15632	3.72035
210.921	1.16576	3.46729
224.687	1.1639	3.52983
238.453	1.16225	3.59648
252.219	1.16079	3.66701
265.986	1.15948	3.74123
279.752	1.1583	3.81894
293.518	1.15723	3.89997
307.284	1.15626	3.98414
321.05	1.15538	4.07131
334.816	1.15456	4.16132
348.583	1.15381	4.25403

```
In[25]:= Length[TabIn];
```

```
In[26]:= Num = Length[TabIn] - 1;
```

```
In[27]:= Do[Press[i] = TabIn[[i + 1, 1]], {i, 1, Num}]
```

```
Do[BO[i] = TabIn[[i + 1, 2]], {i, 1, Num}]
```

```
Do[mo[i] = TabIn[[i + 1, 3]], {i, 1, Num}]
```

```
In[30]:= TabPxBo = Table[{Press[i], BO[i]}, {i, 1, Num}];
```

```
TabPxmo = Table[{Press[i], mo[i]}, {i, 1, Num}];
```

```
In[32]:= Bo = Interpolation[TabPxBo];
```

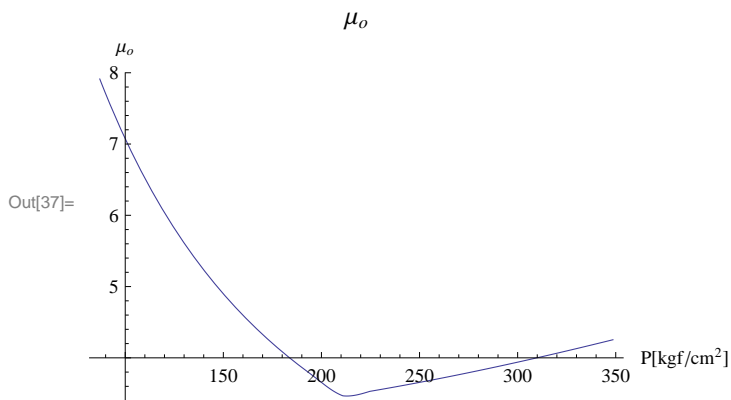
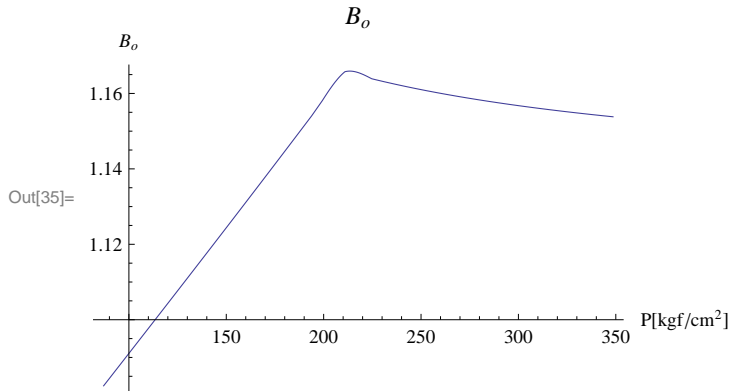
```
μo = Interpolation[TabPxmo];
```

```
In[34]:= P1A = Plot[Bo[P], {P, Press[1], Press[Num]},
  PlotLabel -> "Bo", AxesLabel -> {"P[kgf/cm2]", "Bo"}];
```

```
Show[P1A]
```

```
P2A = Plot[μo[P], {P, Press[1], Press[Num]},
  PlotLabel -> "μo", AxesLabel -> {"P[kgf/cm2]", "μo"}];
```

```
Show[P2A]
```



```
In[38]:= TabPxBo1 = Table[{Press[i], BO[i]}, {i, 10, Num}];
```

```
In[39]:= TabPxBo2 = Table[{Press[i], BO[i]}, {i, 1, 10}];
```

```
In[40]:= TabPxmo1 = Table[{Press[i], mo[i]}, {i, 10, Num}];
```

```
In[41]:= TabPxmo2 = Table[{Press[i], mo[i]}, {i, 1, 10}];
```

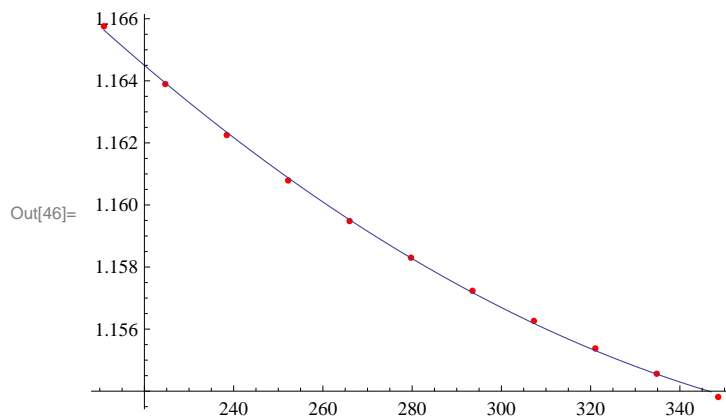
```
In[42]:= Bo1 = Fit[TabPxBo1, {1, P[t], P[t]^2}, P[t];
```

```
Mo1 = Fit[TabPxmo1, {1, P[t], P[t]^2}, P[t];
```

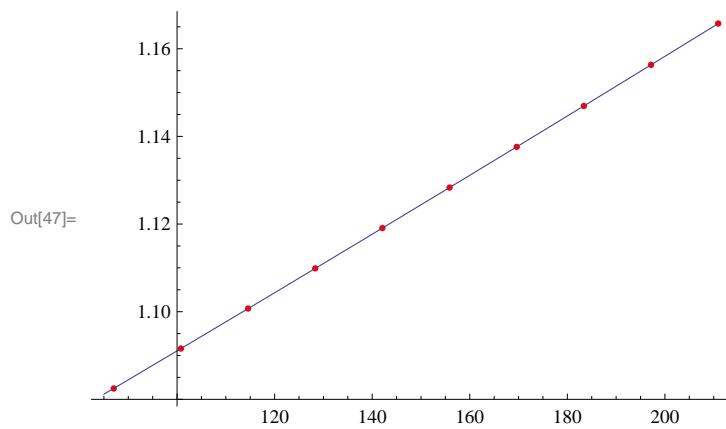
```
In[44]:= Bo2 = Fit[TabPxBo2, {1, P[t], P[t]^2}, P[t];
```

```
Mo2 = Fit[TabPxmo2, {1, P[t], P[t]^2, P[t]^3}, P[t];
```

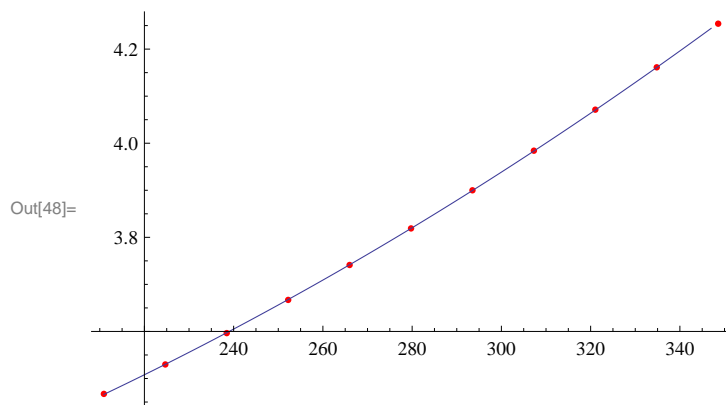
```
In[46]:= Show[ListPlot[TabPxBo1, PlotStyle -> Red], Plot[Bo1, {P[t], Pb, 347}]]
```



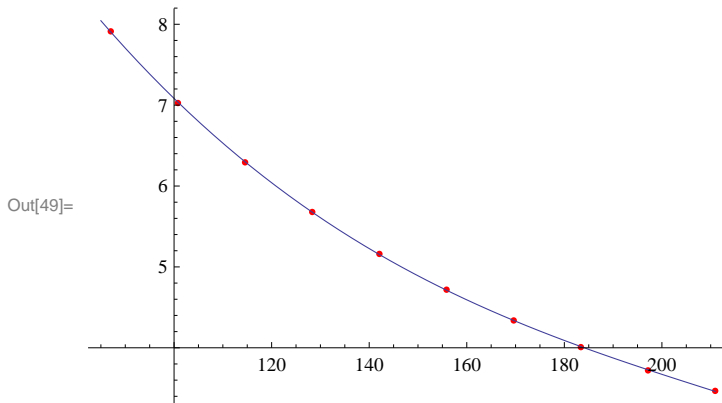
```
In[47]:= Show[ListPlot[TabPxBo2, PlotStyle -> Red], Plot[Bo2, {P[t], 85, Pb}]]
```



```
In[48]:= Show[ListPlot[TabPxmo1, PlotStyle -> Red], Plot[Mo1, {P[t], Pb, 347}]]
```



```
In[49]:= Show[ListPlot[TabPxmo2, PlotStyle -> Red], Plot[Mo2, {P[t], 85, Pb}]]
```



```
In[50]:= P[t_] := P_i - Δp[t / Δt];
```

```
In[51]:= Boi = Bo[P_i];
Bob = Bo[P_b]
μ_i = μ_o[P_i];
kroi = 1;
kro = kroi;
```

Out[52]= 1.16576

```
In[56]:= Co = (Bob - Boi) / (Boi * (P_i - P_b));
```

```
In[57]:= ceo = (Co * So + cw * Swi + Cf) / (1 - Swi);
```

```
In[58]:= IP1[t_] = IP_i * ((kro / (Bo1 * Mo1)) / (kroi / (Boi * μ_i)));
```

```
IP2[t_] = IP_i * ((kro / (Bo2 * Mo2)) / (kroi / (Boi * μ_i)));
```

```
In[60]:= qmax1[t_] = IP1[t] * (P[t] - Pwf,min);
```

```
qmax2[t_] = IP2[t] * (P[t] - Pwf,min);
```

```
In[62]:= U = 2 * Pi * φ * h * ct * ro2;
```

```
In[63]:= tD1[t_] := (0.0003484 * k * t * 24) / (φ * Mo1 * ct * ro2);
```

```
tD2[t_] := (0.0003484 * k * t * 24) / (φ * Mo2 * ct * ro2);
```

```
In[65]:= pD[tDv_] := 0.5 * (Log[tDv] + 0.80907)
```

```
In[66]:= Δt = 1;
ttotal = 30 * 365;
```

Considerando que não há limite operacional para a vazão:

```
In[68]:= We[0] = 0;
Np[0] = 0;
Δp[0] = 0;
```

```

In[71]:= For[j = 1, j ≤ ttotal / Δt, j++,
  {t = j;
  Np[j * Δt] = qmax1[j * Δt] + Np[(j - 1) * Δt];
  We[j] = We[j - 1] + ((U * Δp[j] - We[j - 1] * ∂tDvpD[tDv] /. tDv → tD1[j * Δt]) /
    (pD[tD1[j * Δt]] - tD1[(j - 1) * Δt] * ∂tDvpD[tDv] /. tDv → tD1[j * Δt])) *
    (tD1[j * Δt] - tD1[(j - 1) * Δt]); resultado[j] = FindRoot[Δp[j] == (Boi * Np[j * Δt] -
    We[j - 1] * ((pD[tD1[j * Δt]] - tD1[j * Δt] * ∂tDvpD[tDv] /. tDv → tD1[j * Δt]) /
    (pD[tD1[j * Δt]] - tD1[(j - 1) * Δt] * ∂tDvpD[tDv] /. tDv → tD1[j * Δt])))) /
    (Boi * (Nt * ceo - Np[j * Δt] * co) + U * ((tD1[j * Δt] - tD1[(j - 1) * Δt]) / (pD[tD1[j * Δt]] -
    tD1[(j - 1) * Δt] * ∂tDvpD[tDv] /. tDv → tD1[j * Δt]))), {Δp[j], 1}];
  Δp[j] = Δp[j] /. resultado[j]; We[j] = We[j - 1] +
    ((U * Δp[j] - We[j - 1] * ∂tDvpD[tDv] /. tDv → tD1[j * Δt]) /
    (pD[tD1[j * Δt]] - tD1[(j - 1) * Δt] * ∂tDvpD[tDv] /. tDv → tD1[j * Δt])) *
    (tD1[j * Δt] - tD1[(j - 1) * Δt]);
  Np[j * Δt] = qmax1[j * Δt] + Np[(j - 1) * Δt];};
In[72]:= Tabela1 = TableForm[Table[{cont, qmax1[cont * 365], Np[cont * 365],
  Δp[cont * 365], P[cont * 365], We[cont * 365]}, {cont, 1, (j - 1) / 365}],
  TableHeadings → {None, {"Ano", "Qw", "Npj", "ΔP", "P", "We"}}, TableSpacing → {1, 3}]

```

Out[72]//TableForm=

Ano	Qw	Npj	ΔP	P	We
1	8287.	4.69144×10^6	119.672	222.868	953.543.
2	3359.32	6.62311×10^6	162.586	179.954	1.61098×10^6
3	2006.8	7.55172×10^6	173.622	168.918	2.28745×10^6
4	1582.55	8.19351×10^6	177.03	165.51	2.91201×10^6
5	1409.44	8.73562×10^6	178.414	164.126	3.49506×10^6
6	1315.9	9.23155×10^6	179.16	163.38	4.04774×10^6
7	1254.14	9.69991×10^6	179.652	162.888	4.57758×10^6
8	1208.39	1.01489×10^7	180.016	162.524	5.08954×10^6
9	1172.23	1.05831×10^7	180.304	162.236	5.58701×10^6
10	1142.5	1.10054×10^7	180.54	162.	6.0724×10^6
11	1117.38	1.14177×10^7	180.74	161.8	6.5475×10^6
12	1095.73	1.18215×10^7	180.912	161.628	7.01367×10^6
13	1076.77	1.22179×10^7	181.062	161.478	7.47198×10^6
14	1059.95	1.26078×10^7	181.196	161.344	7.92331×10^6
15	1044.88	1.29918×10^7	181.315	161.225	8.36837×10^6
16	1031.26	1.33707×10^7	181.423	161.117	8.80773×10^6
17	1018.86	1.37448×10^7	181.522	161.018	9.24191×10^6
18	1007.49	1.41146×10^7	181.612	160.928	9.67132×10^6
19	997.017	1.44804×10^7	181.695	160.845	1.00963×10^7
20	987.312	1.48425×10^7	181.772	160.768	1.05173×10^7
21	978.284	1.52012×10^7	181.844	160.696	1.09344×10^7
22	969.853	1.55567×10^7	181.91	160.63	1.1348×10^7
23	961.951	1.59092×10^7	181.973	160.567	1.17583×10^7
24	954.522	1.6259×10^7	182.032	160.508	1.21654×10^7
25	947.517	1.66061×10^7	182.087	160.453	1.25696×10^7
26	940.895	1.69507×10^7	182.14	160.4	1.2971×10^7
27	934.62	1.7293×10^7	182.19	160.35	1.33697×10^7
28	928.661	1.7633×10^7	182.237	160.303	1.37659×10^7
29	922.99	1.79709×10^7	182.282	160.258	1.41597×10^7
30	917.584	1.83068×10^7	182.325	160.215	1.45513×10^7

Observa-se que, no caso de a vazão não ser limitada, ela permanece acima da vazão limite de operação durante os 30 primeiros anos. Assim sendo, pode-se garantir que, limitando-se a vazão, ela será igual à vazão limite de operação durante esse mesmo período. Dessa forma, considerando a vazão igual ao limite de operação e a pressão acima da pressão de bolha:

```
In[73]= For[j = 1, j ≤ tttotal / Δt, j++, {t = ., Np[j] = ., We[j] = ., Δp[j] = ., resultado[j] = .}]

In[74]= For[j = 1, j ≤ tttotal / Δt, j++,
{t = j;
Np[j * Δt] = Qop,lim + Np[(j - 1) * Δt];
We[j] = We[j - 1] + ((U * Δp[j] - We[j - 1] * ∂tDvpD[tDv] /. tDv → tD1[j * Δt]) /
(pD[tD1[j * Δt]] - tD1[(j - 1) * Δt] * ∂tDvpD[tDv] /. tDv → tD1[j * Δt])) *
(tD1[j * Δt] - tD1[(j - 1) * Δt]); resultado[j] = FindRoot[Δp[j] == (Boi * Np[j * Δt] -
We[j - 1] * ((pD[tD1[j * Δt]] - tD1[j * Δt] * ∂tDvpD[tDv] /. tDv → tD1[j * Δt]) /
(pD[tD1[j * Δt]] - tD1[(j - 1) * Δt] * ∂tDvpD[tDv] /. tDv → tD1[j * Δt])) /
(Boi * (Nt * ceo - Np[j * Δt] * co) + U * ((tD1[j * Δt] - tD1[(j - 1) * Δt]) / (pD[tD1[j * Δt]] -
tD1[(j - 1) * Δt] * ∂tDvpD[tDv] /. tDv → tD1[j * Δt]))), {Δp[j], 1}];
Δp[j] = Δp[j] /. resultado[j]; We[j] = We[j - 1] +
((U * Δp[j] - We[j - 1] * ∂tDvpD[tDv] /. tDv → tD1[j * Δt]) /
(pD[tD1[j * Δt]] - tD1[(j - 1) * Δt] * ∂tDvpD[tDv] /. tDv → tD1[j * Δt])) *
(tD1[j * Δt] - tD1[(j - 1) * Δt]);
Np[j * Δt] = Qop,lim + Np[(j - 1) * Δt];}];
```

```
In[75]:= Tabela2 = TableForm[Table[{cont, Qop,lim, Np[cont * 365],
    Δp[cont * 365], P[cont * 365], We[cont * 365]}, {cont, 1, (j - 1) / 365}],
    TableHeadings → {None, {"Ano", "Qw", "Npj", "ΔP", "P", "We"}}, TableSpacing → {1, 3}]
```

Out[75]//TableForm=

Ano	Qw	Npj	ΔP	P	We
1	953.92	348 181.	9.32411	333.216	50 696.2
2	953.92	696 362.	18.1202	324.42	121 836.
3	953.92	1.04454×10^6	26.3475	316.192	214 900.
4	953.92	1.39272×10^6	34.0833	308.457	326 938.
5	953.92	1.7409×10^6	41.3778	301.162	456 014.
6	953.92	2.08908×10^6	48.2701	294.27	600 629.
7	953.92	2.43727×10^6	54.7919	287.748	759 549.
8	953.92	2.78545×10^6	60.9706	281.569	931 716.
9	953.92	3.13363×10^6	66.8302	275.71	1.1162×10^6
10	953.92	3.48181×10^6	72.3919	270.148	1.31219×10^6
11	953.92	3.82999×10^6	77.6751	264.865	1.51892×10^6
12	953.92	4.17817×10^6	82.6973	259.843	1.73572×10^6
13	953.92	4.52635×10^6	87.4746	255.065	1.96195×10^6
14	953.92	4.87453×10^6	92.0218	250.518	2.19706×10^6
15	953.92	5.22271×10^6	96.3527	246.187	2.4405×10^6
16	953.92	5.57089×10^6	100.48	242.06	2.69177×10^6
17	953.92	5.91907×10^6	104.416	238.124	2.95043×10^6
18	953.92	6.26725×10^6	108.171	234.369	3.21603×10^6
19	953.92	6.61544×10^6	111.756	230.784	3.48818×10^6
20	953.92	6.96362×10^6	115.18	227.36	3.7665×10^6
21	953.92	7.3118×10^6	118.453	224.087	4.05064×10^6
22	953.92	7.65998×10^6	121.583	220.957	4.34028×10^6
23	953.92	8.00816×10^6	124.578	217.962	4.63511×10^6
24	953.92	8.35634×10^6	127.445	215.095	4.93483×10^6
25	953.92	8.70452×10^6	130.191	212.349	5.23919×10^6
26	953.92	9.0527×10^6	132.824	209.716	5.54792×10^6
27	953.92	9.40088×10^6	135.349	207.191	5.86079×10^6
28	953.92	9.74906×10^6	137.771	204.769	6.17757×10^6
29	953.92	1.00972×10^7	140.097	202.443	6.49806×10^6
30	953.92	1.04454×10^7	142.332	200.208	6.82206×10^6

```
In[76]:= Export["OutCarterTracy_Modelo2.xls", Tabela2]
```

Out[76]= OutCarterTracy_Modelo2.xls

Anexo IV

MODELO FÍSICO 1						
Tempo (dias)	Reservatório sem a presença de aquífero					
	Pressão (kgf/cm²)			Volume de Óleo Acumulado (m³)		
	Muskat	Tarner	Sim. Comercial	Muskat	Tarner	Sim. Comercial
1	336,60	336,60	336,60	50,00	50,00	50,00
10	330,23	321,03	329,57	500,00	500,00	500,00
20	323,15	314,88	324,23	1000,00	1000,00	1000,00
30	316,03	310,68	318,92	1500,00	1500,00	1500,00
40	308,91	307,37	313,61	2000,00	2000,00	2000,00
50	304,37	304,59	307,99	2500,00	2500,00	2500,00
60	301,97	302,17	302,34	3000,00	3000,00	3000,00
70	299,77	299,96	296,69	3500,00	3500,00	3500,00
80	297,67	297,85	291,04	4000,00	4000,00	4000,00
90	295,60	295,78	285,40	4500,00	4500,00	4500,00
100	293,52	293,70	279,75	5000,00	5000,00	5000,00
110	291,27	291,49	274,10	5500,00	5500,00	5500,00
120	288,77	288,99	268,45	6000,00	6000,00	6000,00
130	286,15	286,38	263,48	6500,00	6500,00	6500,00
140	283,41	283,65	258,61	7000,00	7000,00	7000,00
150	280,53	280,78	253,70	7500,01	7500,00	7500,00
160	277,48	277,75	248,70	8000,01	8000,00	8000,00
170	274,25	274,53	243,71	8500,00	8500,00	8500,00
180	270,80	271,10	238,52	9000,00	9000,00	9000,00
190	267,12	267,44	233,22	9500,00	9499,99	9500,00
200	263,16	263,51	227,93	10000,01	9999,99	10000,00
210	258,90	259,27	222,64	10500,01	10499,99	10500,00
220	254,28	254,68	217,05	11000,01	11000,00	11000,00
230	249,26	249,69	211,43	11500,01	11500,00	11500,00
240	243,77	244,25	205,81	12000,01	12000,00	12000,00
250	237,75	238,28	200,19	12500,01	12499,99	12500,00
260	231,12	231,70	194,58	13000,01	12999,99	13000,00
270	223,77	224,41	188,98	13500,01	13499,99	13498,84
280	215,58	216,30	183,73	14000,01	14000,00	13992,09
290	206,41	207,21	178,47	14500,01	14499,99	14485,33
300	196,07	196,97	173,21	15000,01	14999,99	14978,58
310	184,34	185,37	167,96	15500,01	15499,99	15471,83
320	170,94	172,11	163,37	16000,01	15999,99	15874,92
330	155,50	156,85	161,74	16493,08	16499,99	16052,65
340	153,00	153,00	160,11	16524,46	16565,52	16230,39
350	153,00	153,00	158,48	16524,47	16565,54	16408,13
360	153,00	153,00	156,85	16524,47	16565,54	16585,87
365	153,00	153,00	156,03	16524,47	16565,54	16656,97

MODELO FÍSICO 1				
Tempo (dias)	Reservatório com a presença de aquífero			
	Pressão (kgf/cm²)		Volume de Óleo Acumulado (m³)	
	Cater-Tracy	Sim. Comercial	Carter-Tracy	Sim. Comercial
1	336,26	336,27	50	50
10	335,46	336,04	500	500
20	335,25	335,98	1000	1000
30	335,14	335,93	1500	1500
40	335,07	335,88	2000	2000
50	335,01	335,84	2500	2500
60	334,96	335,80	3000	3000
70	334,92	335,76	3500	3500
80	334,89	335,71	4000	4000
90	334,86	335,67	4500	4500
100	334,84	335,63	5000	5000
110	334,81	335,59	5500	5500
120	334,79	335,54	6000	6000
130	334,77	335,50	6500	6500
140	334,75	335,45	7000	7000
150	334,74	335,40	7500	7500
160	334,72	335,35	8000	8000
170	334,71	335,31	8500	8500
180	334,69	335,26	9000	9000
190	334,68	335,21	9500	9500
200	334,67	335,16	10000	10000
210	334,65	335,12	10500	10500
220	334,64	335,07	11000	11000
230	334,63	335,02	11500	11500
240	334,62	334,97	12000	12000
250	334,61	334,92	12500	12500
260	334,60	334,87	13000	13000
270	334,59	334,82	13500	13500
280	334,58	334,77	14000	14000
290	334,58	334,72	14500	14500
300	334,57	334,67	15000	15000
310	334,56	334,61	15500	15500
320	334,55	334,56	16000	16000
330	334,54	334,51	16500	16500
340	334,54	334,46	17000	17000
350	334,53	334,41	17500	17500
360	334,52	334,36	18000	18000
365	334,52	334,33	18250	18250

MODELO FÍSICO 2						
Tempo (dias)	Reservatório sem aquífero atuante					
	Pressão (kgf/cm²)			Volume de Óleo Acumulado (m³)		
	Muskat	Tarner	Sim. Comercial	Muskat	Tarner	Sim. Comercial
1	342,54	342,54	342,54	348181,01	348180,80	349136,11
2	333,06	333,07	329,62	696361,78	696361,60	697318,30
3	323,56	323,61	317,55	1044542,69	1044542,40	1045500,48
4	314,06	314,14	305,47	1392723,67	1392723,20	1393682,67
5	304,53	304,67	293,96	1740904,60	1740904,00	1742818,78
6	294,99	295,21	282,86	2089085,58	2089084,80	2091000,97
7	285,43	285,74	272,05	2437266,37	2437265,60	2439183,16
8	275,86	276,27	262,03	2785447,22	2785446,40	2787365,34
9	266,26	266,81	251,96	3133628,36	3133627,20	3136501,45
10	256,63	257,34	242,14	3481809,22	3481808,00	3484683,64
11	246,98	247,87	234,38	3829989,74	3829988,80	3832865,83
12	237,29	238,41	230,46	4178170,75	4178169,60	4181048,02
13	227,57	228,94	227,99	4526351,84	4526350,40	4530184,13
14	217,69	219,47	225,91	4874532,76	4874531,20	4878366,31
15	209,84	210,62	223,90	5222713,52	5222712,18	5226548,50
16	206,75	207,48	221,95	5570894,28	5570892,67	5574730,69
17	204,15	204,78	220,05	5919074,89	5919073,39	5923866,80
18	201,80	202,38	218,20	6267255,95	6267253,88	6272048,99
19	199,60	200,15	216,40	6615436,18	6615435,86	6620231,17
20	197,50	198,03	214,64	6963621,24	6963616,28	6968413,36
21	195,21	195,81	212,92	7311801,95	7311796,77	7317549,47
22	192,93	193,52	211,24	7659987,18	7659978,66	7665731,66
23	190,70	191,28	209,61	8008167,94	8008159,59	8013913,84
24	188,52	189,09	208,00	8356348,74	8356340,19	8362096,03
25	186,39	186,94	206,42	8704529,59	8704521,85	8711232,14
26	184,30	184,85	204,88	9052711,33	9052702,44	9059414,33
27	182,25	182,79	203,36	9400891,62	9400882,59	9407596,52
28	180,25	180,78	201,88	9749078,67	9749063,10	9755778,70
29	178,28	178,80	200,42	10097260,23	10097242,97	10104914,81
30	176,35	176,87	198,99	10445440,69	10445423,56	10453097,00

MODELO FÍSICO 2				
Tempo (dias)	Reservatório com aquífero atuante			
	Pressão (kgf/cm²)		Volume de Óleo Acumulado (m³)	
	Carter-Tracy	Sim. Comercial	Carter-Tracy	Sim. Comercial
1	333,22	332,60	348180,80	349136,11
2	324,42	323,98	696361,60	697318,30
3	316,19	315,61	1044542,40	1045500,48
4	308,46	307,16	1392723,20	1393682,67
5	301,16	298,85	1740904,00	1742818,78
6	294,27	290,89	2089084,80	2091000,97
7	287,75	282,97	2437265,60	2439183,16
8	281,57	275,11	2785446,40	2787365,34
9	275,71	267,59	3133627,20	3136501,45
10	270,15	260,24	3481808,00	3484683,64
11	264,86	252,81	3829988,80	3832865,83
12	259,84	245,46	4178169,60	4181048,02
13	255,07	238,49	4526350,40	4530184,13
14	250,52	233,40	4874531,20	4878366,31
15	246,19	230,29	5222712,00	5226548,50
16	242,06	228,02	5570892,80	5574730,69
17	238,12	226,06	5919073,60	5923866,80
18	234,37	224,17	6267254,40	6272048,99
19	230,78	222,33	6615435,20	6620231,17
20	227,36	220,52	6963616,00	6968413,36
21	224,09	218,76	7311796,80	7317549,47
22	220,96	217,04	7659977,60	7665731,66
23	217,96	215,36	8008158,40	8013913,84
24	215,10	213,71	8356339,20	8362096,03
25	212,35	212,10	8704520,00	8711232,14
26	209,72	210,52	9052700,80	9059414,33
27	207,19	208,97	9400881,60	9407596,52
28	204,77	207,44	9749062,40	9755778,70
29	202,44	205,94	10097243,20	10104914,81
30	200,21	204,48	10445424,00	10453097,00