



Universidade Federal
do Rio de Janeiro

Escola Politécnica

ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DAS HETEROGENEIDADES E ANISOTROPIA NO ESCOAMENTO BIFÁSICO ÓLEO-ÁGUA EM RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO

MARIANA FERNANDES CASTRO FERREIRA

Projeto de Graduação apresentado ao Curso de Engenharia do Petróleo da Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro.

Orientador: Prof. Paulo Couto, Dr. Eng.

Rio de Janeiro
Fevereiro de 2012

Ferreira, Mariana Fernandes Castro

Método dos Volumes Finitos Aplicado ao Escoamento Bifásico Óleo-Água em Reservatórios de Óleo Heterogêneos e Anisotrópicos / Mariana Fernandes Castro Ferreira. – Rio de Janeiro: UFRJ/ Escola Politécnica, 2012.

xv, 106 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Paulo Couto

Projeto de Graduação – UFRJ/ Escola Politécnica/ Curso de Engenharia do Petróleo, 2012.

Referências Bibliográficas: p.. 104-105

1. Simulação Numérica. 2. Engenharia de Reservatórios. 3. Volumes Finitos . I. Couto, Paulo *et al.* II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Curso de Engenharia do Petróleo. III. Título.

Fevereiro de 2012

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DAS HETEROGENEIDADES E ANISOTROPIA
NO ESCOAMENTO BIFÁSICO ÓLEO-ÁGUA EM RESERVATÓRIOS DE
PETRÓLEO**

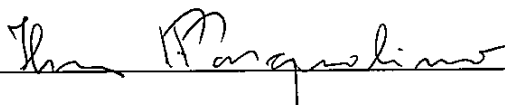
Mariana Fernandes Castro Ferreira

PROJETO FINAL DO CURSO DE ENGENHARIA DE PETRÓLEO

Aprovado por:



Paulo Couto. Dr.Eng. - Engenharia do Petróleo - POLI/UFRJ



Ilson Paranhos Pasqualino. DSc. - Engenharia do Petróleo - POLI/UFRJ



Heitor Gonçalves Hartmann - Engenharia do Petróleo - Schulumberger

Dedicatória

Dedico este trabalho a minha família que sempre esteve comigo nos momentos em que necessitei, sendo minha base de sustentação durante todos os anos da minha vida.

Dedico também ao meu orientador Paulo Couto, que foi excepcional em todo o processo de orientação.

Agradecimentos

Aos meus avós que sempre me proporcionaram todos os meios, tanto financeiros quanto emocionais, para o meu desenvolvimento pessoal e intelectual.

Aos meus pais que sempre estiverem comigo nesta jornada, sendo o principal alicerce de apoio durante as dificuldades.

A minha irmã, que sempre foi minha companheira durante todo o processo.

Aos meus professores que fizeram parte do processo de formação e em especial ao meu orientador, Professor Paulo Couto, que foi essencial durante o desenvolvimento deste projeto.

Ao LAMCE, em especial ao Professor Luiz Landau coordenador do programa de Recursos Humanos da ANP, PRH 02 no laboratório citado, que me forneceu todos os meios financeiros e acadêmicos necessários à realização deste trabalho.

À ANP, que foi responsável por contribuir com quaisquer meios financeiros e acadêmicos que se fizeram necessários.

À todos os órgãos responsáveis por financiar as pesquisas e iniciações científicas, PIBIC, Cnpq dentre outros, que em algum momento me ajudaram na minha formação.

*O único lugar onde o sucesso vem antes do
trabalho é no dicionário”*

Albert Einstein

*“ Nenhuma grande descoberta foi feita jamais sem
um palpite ousado”*

Isaac Newton

Resumo do Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica/ UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro do Petróleo.

Análise da Influência das Heterogeneidades e Anisotropia no Escoamento Bifásico Óleo-Água em Reservatórios de Petróleo

Mariana Fernandes Castro Ferreira

Fevereiro/2012

Orientador: Prof. Paulo Couto, Dr. Eng.

Curso: Engenharia de Petróleo

O objetivo desta monografia é descrever o escoamento bifásico óleo-água em reservatórios de petróleo. A metodologia, aqui utilizada, baseou-se na aplicação dos métodos dos volumes finitos, com consequente discretização das equações que regem o escoamento do óleo e água em um reservatório, e simulação numérica no software *Mathematica 7* de tais equações. Abordou-se também, uma revisão bibliográfica a respeito do tema com intuito de ambientar o leitor nas terminologias e conceitos utilizados neste trabalho. Posteriormente, foi feita uma análise dos resultados obtidos da simulação numérica no *Mathematica 7*, com uma conclusão conseguinte que discutiu a validade dos resultados, além de propor algumas mudanças para trabalhos futuros.

Palavras-chave: Simulação Numérica, Engenharia de Reservatórios, Volumes Finitos, Método IMPES, Escoamento bifásico.

Abstract of Undergraduate Project presented to POLI/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Petroleum Engineer.

The Heterogeneous and Anisotropic Influence Analysis in a Two-Phase Flow in a Petroleum Reservoir

Mariana Fernandes Castro Ferreira

February/2012

Advisor: Paulo Couto, Dr. Eng.

Course: Petroleum Engineering

The main purpose of this work is to describe the two-phase flow in a Petroleum Reservoir. In order to achieve this objective, a finite volume method was developed to describe the oil-water flow equations in a petroleum reservoir, and then, the resulting equations were implemented in the *Mathematica 7* software in order to provide a numerical solution to the problem. This work also contains a literature review about the terms and concepts applied in this project. An analysis of the results given by the Mathematica code was performed and a conclusion that discussed the validity of the results, and proposed some changes for future work.

Keywords: Numerical Simulation, Reservoir Engineering, Finite Volume Method, IMPES Method, Two Phase Flow.

Sumário

I.	ÍNDICE DE ILUSTRAÇÕES.....	XI
II.	ÍNDICE DE TABELAS	XVI
III.	NOMENCLATURA	XVII
1.	INTRODUÇÃO	1
1.1	OBJETIVOS E MOTIVAÇÃO	4
1.2	ESTRUTURAÇÃO DO TRABALHO	5
2.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	6
2.1	CONCEITOS BÁSICOS.....	6
2.1.1	Fluxo Multifásico óleo/água/gás	6
2.1.2	Permeabilidade Absoluta da Rocha	7
2.1.3	Permeabilidade Efetiva e Permeabilidade Relativa da Rocha.....	7
2.1.4	Fator Volume – Formação.....	8
2.1.5	Razão de Solubilidade.....	11
2.1.6	Mobilidade e Razão de Mobilidades	12
2.2	INTRODUÇÃO AO CONCEITO DE RECUPERAÇÃO.....	13
2.2.1	Classificação dos Métodos de Recuperação Secundária	14
2.2.2	Esquemas de Injeção	15
2.2.3	Injetividade em uma malha Five Spot	16
2.2.4	Índice de Injetividade.....	17
2.2.5	Razão de Condutividade	18
2.3	EFICIÊNCIA DE VARRIDO HORIZONTAL E VERTICAL	19
3.	METODOLOGIA.....	20
3.1	MODELO FÍSICO.....	20
3.2	MODELO MATEMÁTICO.....	20
3.3	MODELO NUMÉRICO	23
3.3.1	Método dos Volumes Finitos (MVF) aplicado às equações Óleo-Água.....	23
3.3.2	Discretização da Equação Para a Fase Óleo	25
3.3.3	Discretização da Equação Para a Fase Água	30
3.3.4	Método IMPES (Implicit in Pressure, Explicit in Saturation).....	33
	ABAIXO SE SEGUE A REPRESENTAÇÃO ESQUEMÁTICA E SIMPLIFICADA DO FUNCIONAMENTO DO MÉTODO IMPES:.....	34
4.	RESULTADOS E DISCUSSÕES	49

4.1	LOCALIZAÇÃO DOS POÇOS INJETOR E PRODUTOR	50
4.2	ANÁLISE DE CONVERGÊNCIA	52
4.2.1	Cenários testados para a Análise de Convergência	54
4.3	ANÁLISE DAS HETEROGENEIDADES E ANISOTROPIAS	63
4.3.1	Heterogeneidades	63
4.3.2	Anisotropia.....	84
4.3.2.3.1	Comparação Entre os Resultados	98
5.	CONCLUSÕES E PRÓXIMOS DESAFIOS	102
6.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	104

I. Índice de Ilustrações

Figura 1 – Extensão do Pré-Sal na Costa Brasileira (Fonte: http://professorvaretinha.blogspot.com/2010/10/pre-sal.html)	1
Figura 2 – Rocha Carbonática do Pré-Sal (Fonte: www.petrobras.com.br acessado em 21/01/2012)	2
Figura 3 – Acelerado Crescimento da Produção no Pré-sal (Fonte: www.petrobras.com.br acessado em 21/01/2012)	3
Figura 4 - Variação do Fator Volume-Formação com a Pressão (Adaptado de Adalberto <i>et al.</i> , 2006).....	9
Figura 5 - Compressibilidade da água (Adaptado de Earlougher <i>et al.</i> , 1977)	10
Figura 6 - Fator Volume-Formação da água (Adaptado de Earlougher <i>et al.</i> ,1977)	11
Figura 7 – Esquema de Injeção Periférica (Fonte: Marsili, 2008)	15
Figura 8 – Esquema de Injeção em Malha Five-Spot (Fonte: Marsili, 2008)	16
Figura 9 – Esquema de Injeção Seven-Spot Invertido (Adaptado de: Santana <i>et al.</i> , 2010)	16
Figura 10 – Razão de Condutividade em uma Malha Five-Spot (Fonte: Adalberto <i>et al.</i> , 2006)	18
Figura 11 – Representação Esquemática do Modelo de Reservatório utilizado neste projeto.	20
Figura 12 – Representação das células utilizadas na malha computacional.	24
Figura 13 - Comportamento da função interpolação.	27
Figura 14 - Esquema do Método IMPES (Fonte: Hartmann, 2011)	34
Figura 15 – Esquema representativo do modelo utilizado.	40
Figura 16 – Esquema representação da metodologia aplicada nos grids.....	41
Figura 17 – Representação Esquemática da aplicação da equação (65) no volume de 18 do grid esquemático.....	42
Figura 18 – Esquema representativo do volume 1 com as suas fronteiras avaliadas na equação (81)	44
Figura 19 – Matriz Representativa da Solução de um Grid 2x2x2.....	48
Figura 20 – Localização do Poço Injetor e Produtor.....	51
Figura 21 – Domínio utilizado neste presente trabalho (Fonte: Hartmann, 2011).....	52
Figura 22 – Variação das Permeabilidades Relativas do Óleo e Água com a Variação da Saturação de Água.	56
Figura 23 – Variação da Pressão Capilar com a Saturação de Água do Reservatório.56	
Figura 24 – Resultados Obtidos para a Análise de Convergência.....	57

Figura 25 - Resultados Obtidos para a Análise de Convergência	58
Figura 26 - Resultados Obtidos para a Análise de Convergência	58
Figura 27 - Resultados Obtidos para a Análise de Convergência	59
Figura 28 - Resultados Obtidos para a Análise de Convergência	59
Figura 29 - Resultados Obtidos para a Análise de Convergência	60
Figura 30 – Representação Esquemática do Grid Utilizado nas Simulações.	61
Figura 31 – Comparação entre as Pressões Médias do Reservatório obtidas para o grid de dimensão 10x10x3.....	61
Figura 32 – Comparação entre as Vazões de Óleo Produzido e Água Injetada obtidos para o grid 10x10x3.	62
Figura 33 – Histograma representativo da variação das permeabilidades ao longo da primeira camada do reservatório.....	65
Figura 34 - Histograma representativo da variação das permeabilidades ao longo da segunda camada do reservatório.....	65
Figura 35 - Histograma representativo da variação das permeabilidades ao longo da terceira camada do reservatório.	66
Figura 36 – Histograma representativo da variação da porosidade ao longo da primeira camada do reservatório.	66
Figura 37 – Histograma representativo da variação da porosidade ao longo da segunda camada do reservatório.....	67
Figura 38 - Histograma representativo da variação da porosidade ao longo da terceira camada do reservatório.	67
Figura 39 – Vazões de Óleo Produzido e de Água Injetada no Caso 1 de Heterogeneidades.	68
Figura 40 – Volumes Acumulados de Água e Óleo produzidos no Décimo Ano.....	68
Figura 41 – Distribuição de saturações ao longo do reservatório no cenário 1 de heterogeneidades.	69
Figura 42 – Distribuição das Pressões da Fase Água no reservatório.	69
Figura 43 - Histograma representativo da variação das permeabilidades ao longo da primeira camada do reservatório.....	70
Figura 44 - Histograma representativo da variação das permeabilidades ao longo da segunda camada do reservatório.....	71
Figura 45 - Histograma representativo da variação das permeabilidades ao longo da terceira camada do reservatório.	71
Figura 46 - Histograma representativo da variação das porosidades ao longo da primeira camada do reservatório	72

Figura 47 - Histograma representativo da variação das porosidades ao longo da segunda camada do reservatório.....	72
Figura 48 - Histograma representativo da variação das porosidades ao longo da terceira camada do reservatório.	73
Figura 49 – Vazões de Óleo Produzido e Água Injetada no Cenário 2 de Heterogeneidades.	73
Figura 50 – Volumes Acumulado de Óleo Produzido e Água Injetada.	73
Figura 51 – Distribuição de saturações ao longo do reservatório no cenário 2 de heterogeneidades.	74
Figura 52 - Distribuição das Pressões da Fase Água no reservatório.	74
Figura 53 - Histograma representativo da variação das permeabilidades ao longo da primeira camada do reservatório.....	75
Figura 54 - Histograma representativo da variação das permeabilidades ao longo da segunda camada do reservatório.....	75
Figura 55 - Histograma representativo da variação das permeabilidades ao longo da terceira camada do reservatório.	76
Figura 56 - Histograma representativo da variação das porosidades ao longo da primeira camada do reservatório.....	76
Figura 57 - Histograma representativo da variação das porosidades ao longo da segunda camada do reservatório.....	77
Figura 58 - Histograma representativo da variação das porosidades ao longo da terceira camada do reservatório.	77
Figura 59 - – Vazões de Óleo Produzido e Água Injetada no Cenário 2 de Heterogeneidades.	78
Figura 60 – Volumes Acumulado de Óleo Produzido e Água Injetada.	78
Figura 61 - Distribuição de saturações ao longo do reservatório no cenário 3 de heterogeneidades.	79
Figura 62 - Distribuição das Pressões da Fase Água no reservatório.	79
Figura 63 – Comparação entre os Volumes Acumulados de Óleo Produzidos nos três Cenários.	80
Figura 64 - Comparação entre os Volumes Acumulados de Água Produzida nos três Cenários.	80
Figura 65 – Comparação entre a saturação dos três cenários.	81
Figura 66 – Comparação entre as Pressões da Fase Água nos Cenários Testados para Análise de Heterogeneidade.....	82
Figura 67 – Vazões de Água Injetada e Óleo Produzido no Cenário 1 de Anisotropia.85	

Figura 68 – Volumes Acumulados de Óleo e Água Produzidos no Cenário 1 de Anisotropia.....	85
Figura 69 – Distribuição da Saturação de Água no Cenário 1 de Anisotropia.	86
Figura 70 – Distribuição das Pressões da Fase Água no Cenário 1 de Anisotropia.	86
Figura 71 – Histograma relativo à porosidade na primeira camada do grid simulado na análise de anisotropia.	87
Figura 72 - Histograma relativo à porosidade na segunda camada do grid simulado na análise de anisotropia.	87
Figura 73 - Histograma relativo à porosidade na terceira camada do grid simulado na análise de anisotropia.	88
Figura 74 - Histograma relativo à permeabilidade na primeira camada do grid simulado no caso 1 na análise de anisotropia.	88
Figura 75 - Histograma relativo à permeabilidade na segunda camada do grid simulado no caso 1 na análise de anisotropia.	89
Figura 76 - Histograma relativo à permeabilidade na terceira camada do grid simulado no caso 1 na análise de anisotropia.	89
Figura 77 – Vazão de Óleo Produzido e Água Injetada no Cenário 2 de Análise de Anisotropia.....	90
Figura 78 – Volumes Acumulados de Água e Óleo Produzidos no Cenário 2 de Análise da Anisotropia.....	91
Figura 79 - Distribuição da Saturação de Água no Cenário 2 de Anisotropia.	91
Figura 80 - Distribuição das Pressões da Fase Água no Cenário 2 de Anisotropia.....	92
Figura 81 - Histograma relativo à permeabilidade na primeira camada do grid simulado no caso 2 da análise de anisotropia.....	92
Figura 82 - Histograma relativo à permeabilidade na segunda camada do grid simulado no caso 2 da análise de anisotropia.....	93
Figura 83 - - Histograma relativo à permeabilidade na terceira camada do grid simulado no caso 2 da análise de anisotropia.....	93
Figura 84 – Vazão de Água Injetada e Óleo Produzido no Caso 3 de Análise de Anisotropia.....	94
Figura 85 – Volumes Acumulados Produzidos no Cenário 3 de Análise de Anisotropia.	95
Figura 86 – Distribuição das Saturações de Água ao longo do reservatório testado no cenário 3 de análise de anisotropia.....	95
Figura 87 – Distribuição das Pressões da Fase Água ao longo do reservatório testado para o caso 3 de análise da anisotropia.....	96

Figura 88 - Histograma relativo à permeabilidade na primeira camada do grid simulado no caso 3 da análise de anisotropia.....	96
Figura 89 - Histograma relativo à permeabilidade na segunda camada do grid simulado no caso 3 da análise de anisotropia.....	97
Figura 90 - Histograma relativo à permeabilidade na segunda camada do grid simulado no caso 3 da análise de anisotropia.....	97
Figura 91 – Volume Acumulado de Óleo Produzido no Décimo Ano de Produção dos Cenários 1, 2 e 3 de Análise de Anisotropia.	98
Figura 92 – Volume Acumulado de Água Produzida no Décimo Ano de Produção dos Casos 1, 2 e 3 de Análise de Anisotropia.....	99
Figura 93 – Comparação entre os Campos de Saturação obtidos nos Casos 1, 2 e 3 de Análise de Anisotropia.	99
Figura 94 - Comparação entre os Campos de Pressão obtidos nos Casos 1, 2 e 3 de Análise de Anisotropia.	100

II. Índice de Tabelas

Tabela 1 - Definição do tipo de formulação adotada para representação do comportamento de po	26
Tabela 2 - Descrição simplificada da metodologia IMPES	36
Tabela 3 – Localização dos Poços Injetor e Produtor	51
Tabela 4 – Fatores Importantes a serem utilizados no processo de escolha da dimensão do grid.	53
Tabela 5 – Descrição dos Cenários Testados para Escolha do Melhor a Ser Utilizado nas Simulações	53
Tabela 6 – Propriedades Iniciais dos Fluidos e Propriedades das Rochas na Simulação de Análise de Convergência	54
Tabela 7 – Propriedades Adicionais dos Fluidos e Rocha	55
Tabela 8 – Propriedades Utilizadas como Base de Comparação entre os Cenários Simulados.....	57
Tabela 9 – Time Step e Grid escolhidos na Análise de Convergência.	62
Tabela 10 – Características da Rocha e Fluidos usados no Estudo de Caso.....	64
Tabela 11 – Permeabilidades Horizontais e Verticais Utilizadas no Caso 1 de Análise da Anisotropia no Reservatório.....	84
Tabela 12 – Permeabilidades Verticais e Horizontais usadas como dados de entrada para a simulação do caso 2 de análise de anisotropia.	90
Tabela 13 – Permeabilidades Verticais e Horizontais do caso 3 de análise da influência da anisotropia.	94

III. Nomenclatura

A	Área	$[m^2]$
A	Coefficientes do sistema linear de equações discretizadas	$[(Pa.s)^{-1}]$
B	Fator volume-formação	$[m^3/m^3 \text{ std}]$
B	Coefficientes do sistema linear de equações discretizadas	$[s^{-1}]$
C_{ow}, C_{ww}	Coefficientes do sistema linear de equações discretizadas	$[s^{-1}]$
C_{op}, C_{wp}	Coefficientes do sistema linear de equações discretizadas	$[(Pa.s)^{-1}]$
c	Compressibilidade	$[Pa^{-1}]$
D	Domínio	$[]$
D_{cow}	Coefficientes do sistema linear de equações discretizadas	$[s^{-1}]$
h	Espessura	$[m]$
k	Permeabilidade	$[m^2]$
f	função	$[]$
F	Força	$[N]$
L	Comprimento	$[m]$
m	Massa	$[kg]$
M	Razão de Mobilidade	$[]$
p	Pressão	$[Pa]$
q	Vazão	$[m^3/d]$
S	Saturação	$[]$
T	Temperatura	$[^{\circ}F]$
t	Tempo	$[s]$
u	Velocidade na direção x	$[m/s]$
v	Velocidade na direção y	$[m/s]$
V	Volume	$[m^3]$
FR	Fator de Recuperação	$[]$
$VOIP$	Volume de Óleo <i>in place</i>	$[m^3]$

Símbolos Gregos:

Δ	Diferença	[]
σ	Tensão Interfacial	[N/m ²]
φ	Porosidade	[]
μ	Viscosidade	[Pa.s]
ρ	Massa específica	[kg/m ³]
γ	Peso específico	[N/m ³]
λ_i	Mobilidade	[]
τ	Transmissibilidade	[(Pa.s) ⁻¹]

Subscritos:

() _b	Bolha
() _c	Capilar
() _i	fase
() _e	leste
() _f	Fase formação
() _H	fonte
() _n	norte
() _o	óleo
() _s	sul
() _T	Isotérmico
() _w	água/oeste
() _{ob}	óleo no ponto de bolha
() _{ro}	relativa ao óleo
() _{rw}	relativa a água
() _t	Total
() _{eff}	efetiva
() _{i,std}	fase nas condições Padrão

- ()_{p,l} calor específico do líquido
- ()_{xx} direção x
- ()_{yy} direção y
- ()_{zz} direção z
- ()_{i,P} fase i no ponto P
- ()_{o,e} do óleo à leste
- ()_{o,n} do óleo à norte
- ()_{o,P} do óleo no centro da célula ao centro
- ()_{o,E} do óleo no centro da célula a leste
- ()_{o,N} do óleo no centro da célula ao Norte
- ()_{o,S} do óleo no centro da célula a sul
- ()_{o,W} do óleo no centro da célula a oeste
- ()_{o,B} do óleo no centro da célula ao fundo
- ()_{o,F} do óleo no centro da célula à frente
- ()_{o,s} do óleo a sul
- ()_{o,w} do óleo a oeste
- ()_{o,b} do óleo ao fundo
- ()_{o,f} do óleo à frente
- ()_{w,e} da água a leste
- ()_{w,n} da água a norte
- ()_{w,a} da água a sul
- ()_{w,w} da água a oeste
- ()_{w,b} da água ao fundo
- ()_{w,f} da água à frente
- ()_{w,P} da água no centro da célula ao centro
- ()_{w,E} da água no centro da célula ao leste
- ()_{w,N} da água no centro da célula ao Norte

- ()_{w,S} da água no centro da célula ao Sul
- ()_{w,W} da água no centro da célula ao Oeste
- ()_{w,B} da água no centro da célula ao Fundo
- ()_{w,F} da água no centro da célula à Frente
- ()_{poros} poros da rocha
- ()_{total} total da rocha

Sobrescritos:

- 0 condição inicial

1. Introdução

O pré-sal é um dos conjuntos de reservatórios mais antigos da camada de sal Neoaptiniano, que no Brasil, se estende desde a Bacia de Campos até a Bacia de Santos, como mostrado na figura 1, especificada a seguir:

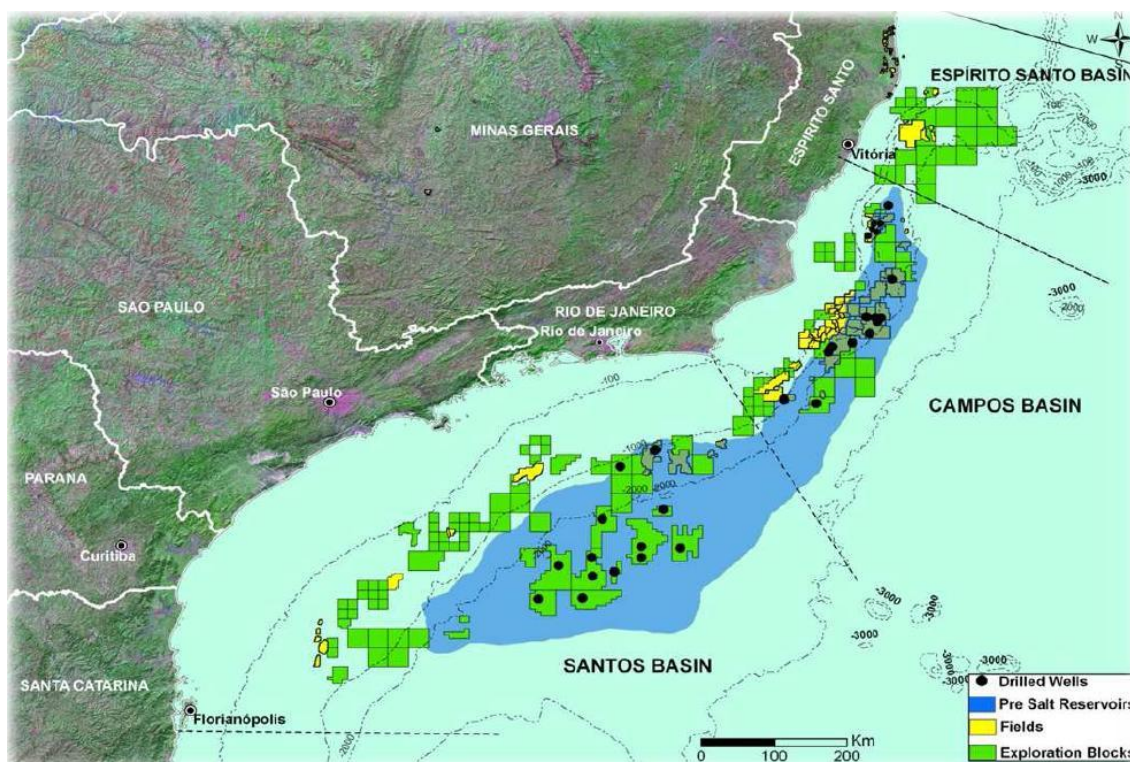


Figura 1 – Extensão do Pré-Sal na Costa Brasileira (Fonte: <http://professorvaretinha.blogspot.com/2010/10/pre-sal.html>)

O pré-sal foi depositado durante a abertura do oceano atlântico, após a quebra do continente da Gondwana, no período geológico do Jurássico Superior ao Cretáceo. A formação do pré-sal ocorreu a partir da deposição de sedimentos e matéria orgânica, além da evaporação da água do mar, em mares rasos que datam a época do Neoaptiniano, há aproximadamente 1 a 7 M.a. Durante esta época geológica, os climas eram áridos e semi-áridos, o que acabou facilitando a evaporação da água do mar e deposição do sal, em conjuntos com sedimentos impregnados de matéria orgânica.

A deposição do pré-sal tinha origem de rios, que desembocavam nos mares rasos formados na subdivisão da Gondwana, e dos próprios mares, além é claro, da influência dos fatores externos na deposição, como vento e erosão. Dessa forma, formaram-se na região do pré-sal, reservatórios muito heterogêneos e anisotrópicos, com rochas, predominantemente, carbonáticas, com composição formada por carbonatos de cálcio e magnésio. Abaixo, representada na figura 2, teremos a configuração da rocha carbonática presente no pré-sal:



Figura 2 – Rocha Carbonática do Pré-Sal (Fonte: www.petrobras.com.br acessado em 21/01/2012)

Como já dito, este tipo de formação, além de anisotrópica é muito heterogênea, com a presença de canais e pequenos orifícios onde o óleo se aloja. Dessa forma, há uma grande problemática envolvida na sua produção, devido a grande dificuldade na previsão do caminho que o óleo assumirá, podendo seguir para locais muito difíceis de serem extraídos.

Deixando de lado as problemáticas envolvidas na produção do pré-sal, a região deste, representada na figura 1, foi uma grande descoberta para o país, trazendo consigo uma enorme gama de investimentos e tecnologia, que propiciará a exploração desta região.

Estima-se que, apenas em 2016, a exploração no pré-sal esteja sendo feita em grande escala. A Petrobrás calcula que a produção no pré-sal ultrapassará 1.000.000 de barris dia após o décimo segundo ano de produção, o que representa uma estimativa muito otimista, visto que o último grande reservatório explorado pela estatal, na região de campos, atingiu este valor com 22 anos de produção. Segue-se, no gráfico abaixo, um esquema representativo da produção da empresa, em alguns campos do pré-sal, em datas específicas, num período máximo de 55 anos:

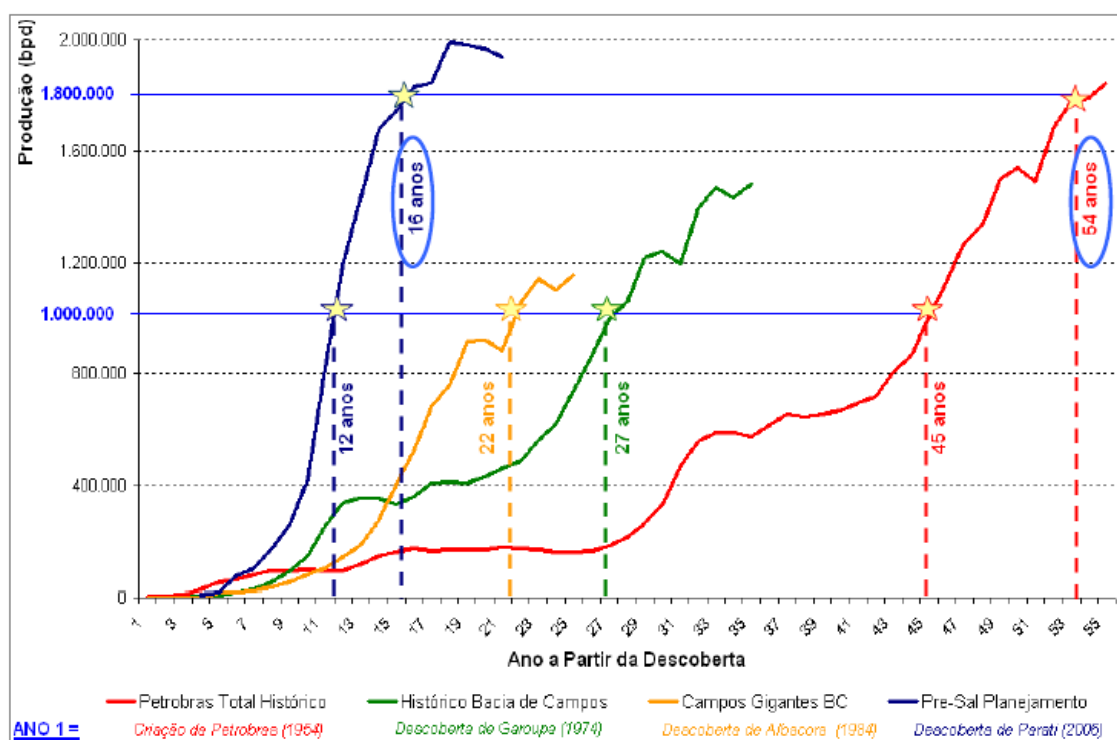


Figura 3 – Acelerado Crescimento da Produção no Pré-sal (Fonte: www.petrobras.com.br acessado em 21/01/2012)

Até lá o Brasil, em conjunto com investidores e empresas estrangeiras, tem se focado no desenvolvimento de novas tecnologias capazes de vencer os grandes desafios dos reservatórios do pré-sal.

Baseado nas dificuldades relacionadas à anisotropia e heterogeneidade dos reservatórios do pré-sal, que o trabalho proposto foi desenvolvido. Apesar de quisermos desenvolver uma metodologia mais acadêmica, com foco em um reservatório qualquer, e interesse no aprendizado que possa ser obtido através da simulação utilizada, motivamos o nosso objetivo nas propriedades citadas, visando prever o comportamento do escoamento óleo-água em reservatórios tridimensionais, anisotrópicos e heterogêneos sob influência do método de recuperação secundária de injeção de água. Dessa forma, com a previsão do comportamento da frente de óleo e água, podemos ser capazes de escolher o cenário mais eficiente, que represente uma maior produção relativa e, conseqüentemente, economizar tempo e capital.

1.1 Objetivos e Motivação

O Brasil, com o advento das descobertas do pré-sal e do desenvolvimento da exploração de petróleo no país, têm se tornado um importante ícone mundial no que diz respeito ao Petróleo. O principal motivo deste título gira em torno do fato da exploração de Petróleo no país ser feita em condições mais adversas e extremas, que exijam alta tecnologia e conhecimento.

Com foco neste cenário a Associação Brasileira de Estudos em Energia – AB3E, através de Viegas, 2011, disse:

“A exploração na camada pré-sal e o novo ciclo de investimentos devem impulsionar o desenvolvimento da indústria para-petrolífera e do parque de refino nacionais. Entretanto, a indústria nacional tem que se capacitar para permitir a monetização dos recursos no pré-sal. Ela precisa investir muito, pois opera muito próximo da capacidade instalada. Todavia, a capacidade de investir desses pequenos fornecedores é bem menor do que das grandes operadoras. Além disso, faltam trabalhadores qualificados no país e poucos fornecedores nacionais atuam em áreas com conteúdo tecnológico mais avançado (fronteira tecnológica).”

Sendo assim, o trabalho proposto visa avaliar os efeitos das heterogeneidades e anisotropia dos reservatórios, na produção de óleo, em casos onde o mesmo esteja sujeito à recuperação secundária (injeção de água). O foco principal é a previsão e descrição dos diversos cenários possíveis, de forma a impulsionar o aprendizado neste tema, propiciando no futuro, um maior conhecimento e domínio sobre as

metodologias envolvidas neste trabalho, aumentando assim a capacitação dos indivíduos sobre o tema aqui abordado.

1.2 Estruturação do Trabalho

Segue uma descrição básica da organização dos capítulos deste trabalho:

No capítulo 1, foram abordados o objetivo e a motivação do estudo do escoamento óleo-água em reservatórios de óleo, visando aumentar o aprendizado sobre o tema proposto.

No capítulo 2, consta uma revisão bibliográfica que dita os principais conceitos envolvidos no trabalho, além de discutir questões como recuperação, fator de recuperação, injeção e tipos de malhas de injeção.

No capítulo 3 demonstra-se a metodologia utilizada no desenvolvimento do trabalho, com a resolução das principais equações que descrevem o fluxo de fluidos em um reservatório.

No capítulo 4 foram apresentados os resultados obtidos a partir da resolução das equações citadas no software *Mathematica 7*. Neste capítulo, são feitas discussões sobre os resultados, fazendo-se uma análise crítica do resultado.

No capítulo 5 são apresentadas as conclusões do trabalho, com uma avaliação dos resultados obtidos e potenciais incrementos a serem feitos em trabalhos futuros.

O capítulo 6 registra todas as referências bibliográficas utilizadas,

2. Revisão Bibliográfica

2.1 Conceitos Básicos

2.1.1 Fluxo Multifásico óleo/água/gás

Segundo *Aziz & Settari (1979)* o escoamento multifásico óleo/água/gás fica descrito pelas seguintes equações:

$$\nabla \cdot [\lambda_o (\nabla p_o - \gamma_o \nabla z)] = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\phi S_o}{B_o} \right] + q_o \quad (1)$$

$$\nabla \cdot [\lambda_w (\nabla p_w - \gamma_w \nabla z)] = \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\phi S_w}{B_w} \right] + q_w \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot [R_s \lambda_o (\nabla p_o - \gamma_o \nabla z) + \lambda_g (\nabla p_g - \gamma_g \nabla z)] \\ = \frac{\partial}{\partial t} \left[\phi \left(\frac{R_s}{B_o} S_o + \frac{S_g}{B_g} \right) \right] + R_s q_o + q_{rg} \end{aligned} \quad (3)$$

onde λ é dito como mobilidade relativa a certo fluido, γ é definido pela multiplicação da gravidade e peso específico de um determinado fluido, z é a profundidade do reservatório, ϕ é a porosidade do reservatório, R_s é a razão de solubilidade, S é a saturação relativa a determinado fluido e q é a vazão de produção do fluido determinado.

Ao observarmos as equações acima é possível notar que o lado esquerdo é representativo do diferencial de pressão de um determinado fluido no reservatório, assim como o lado direito é determinado pela variação temporal do fluxo do fluido no reservatório. Assim sendo, é correto dizer que a equação (1) descreve o fluxo de óleo em um reservatório, enquanto a equação (2) descreve o fluxo de água e finalmente a equação (3) descreve o fluxo de gás.

É interessante destacar as características peculiares da equação (3). Para casos em que a saturação de gás seja nula, a razão de solubilidade será igual a 1, e portanto, a equação (3) se reduz a equação (1), e conseqüentemente o reservatório está acima da pressão de bolha.

2.1.2 Permeabilidade Absoluta da Rocha

A permeabilidade de um meio poroso é uma medida que define a capacidade de certa estrutura de se deixar atravessar por um fluido. Assim sendo, a permeabilidade é a representação da condutividade de fluidos de um meio poroso. Pode-se dizer também, que a permeabilidade representa o inverso da resistência que o material terá ao fluxo de fluidos. A permeabilidade é descrita pela letra k , sendo a mesma usualmente utilizada na Lei de Darcy. A Equação (4) representa-se a Lei de Darcy para o fluxo horizontal em um meio poroso:

$$q = \frac{kA_t}{\mu} \nabla P \quad (4)$$

onde q é a vazão, k é a permeabilidade absoluta, A_t é a área da seção transversal, μ é a viscosidade do fluido e ∇P é o gradiente de pressão no meio poroso.

É importante notar que a equação de Darcy também pode ser aplicada para fluxos radiais permanentes, com fluidos compressíveis e incompressíveis, além de ser muito efetiva na análise de leitos com diferentes permeabilidades.

2.1.3 Permeabilidade Efetiva e Permeabilidade Relativa da Rocha

A permeabilidade efetiva aparece em situações onde o meio poroso é saturado por mais de um fluido. Denomina-se então, de permeabilidade efetiva a facilidade de deslocamento entre cada um desses fluidos no meio poroso. A permeabilidade relativa por sua vez, é dita como sendo o quociente entre a permeabilidade efetiva de um fluido e a permeabilidade absoluta do meio (k). Dessa forma, a permeabilidade relativa é muito utilizada na simulação de reservatórios, sendo comum o emprego da notação permeabilidade relativa ao óleo ou água. Matematicamente essas definições ficam da forma:

$$k_{ro} = \frac{k_o}{k} \quad (5)$$

onde k_o é dita permeabilidade efetiva do óleo, podendo ser relativa à água (k_a), enquanto k_{ro} é a permeabilidade relativa ao óleo, também pode ser representativa da água (k_{rw}).

2.1.4 Fator Volume – Formação

2.1.4.1 Fator Volume – Formação do óleo

Sabemos que a mistura líquida nas condições de reservatório é na realidade uma solução de óleo e gás dissolvido. Assim sendo, o fator volume-formação do óleo não é obtido de forma tão direta quanto o do gás, já que nas condições de reservatório teremos certa quantidade de óleo, enquanto que nas condições de superfície essa quantidade tenderá a ser bem menor. Dessa forma, o fator volume-formação do óleo será dado pela razão da parte líquida nas condições de reservatório e do volume de óleo no tanque, medido nas condições de superfície. Tem-se, portanto:

$$B_o = \frac{\text{volume do óleo + gás dissolvido nas condições } p, T}{\text{volume de óleo no tanque (medido nas condições – standart)}} \quad (6)$$

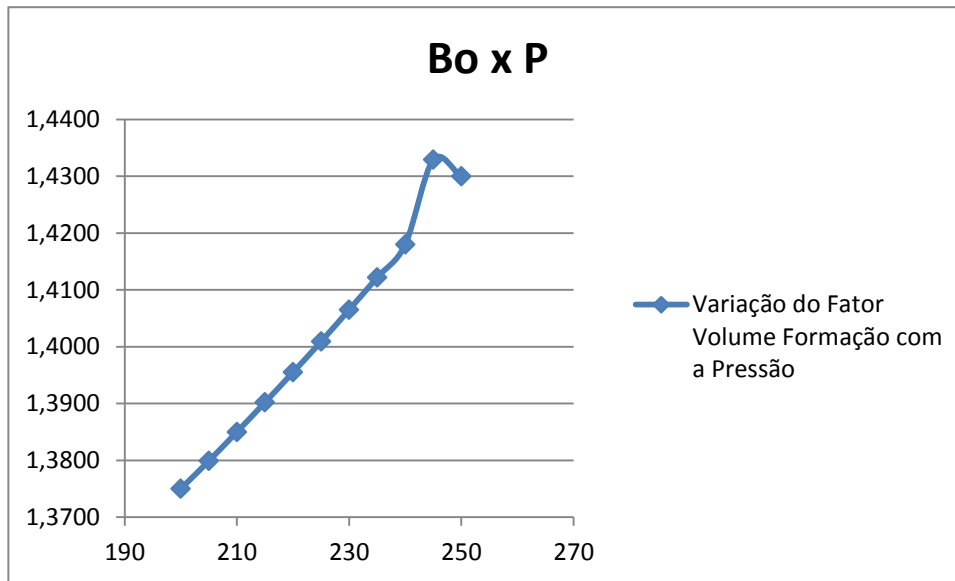


Figura 4 - Variação do Fator Volume-Formação com a Pressão (Adaptado de Adalberto *et al.*, 2006)

2.1.4.2 Fator Volume-Formação da Água

Diferentemente do óleo e gás, o fator volume-formação da água, ou B_w , será obtido através das correlações representadas pelas figuras 5 e 6, esquematizadas a seguir:

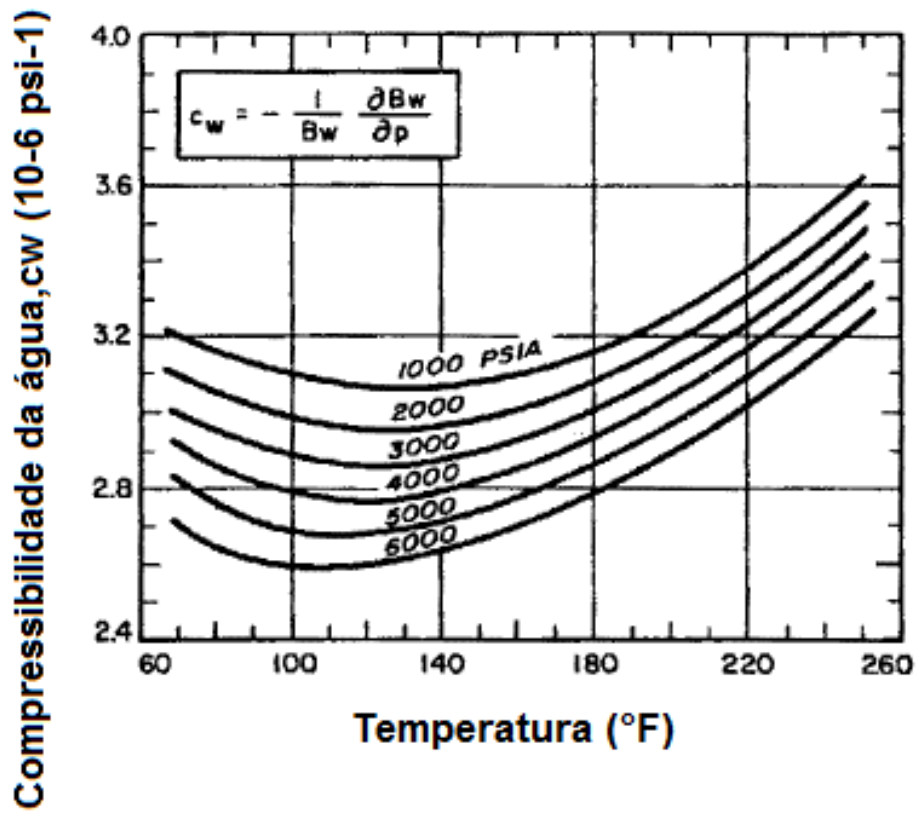


Figura 5 - Compressibilidade da água (Adaptado de Earlougher *et al.*, 1977)

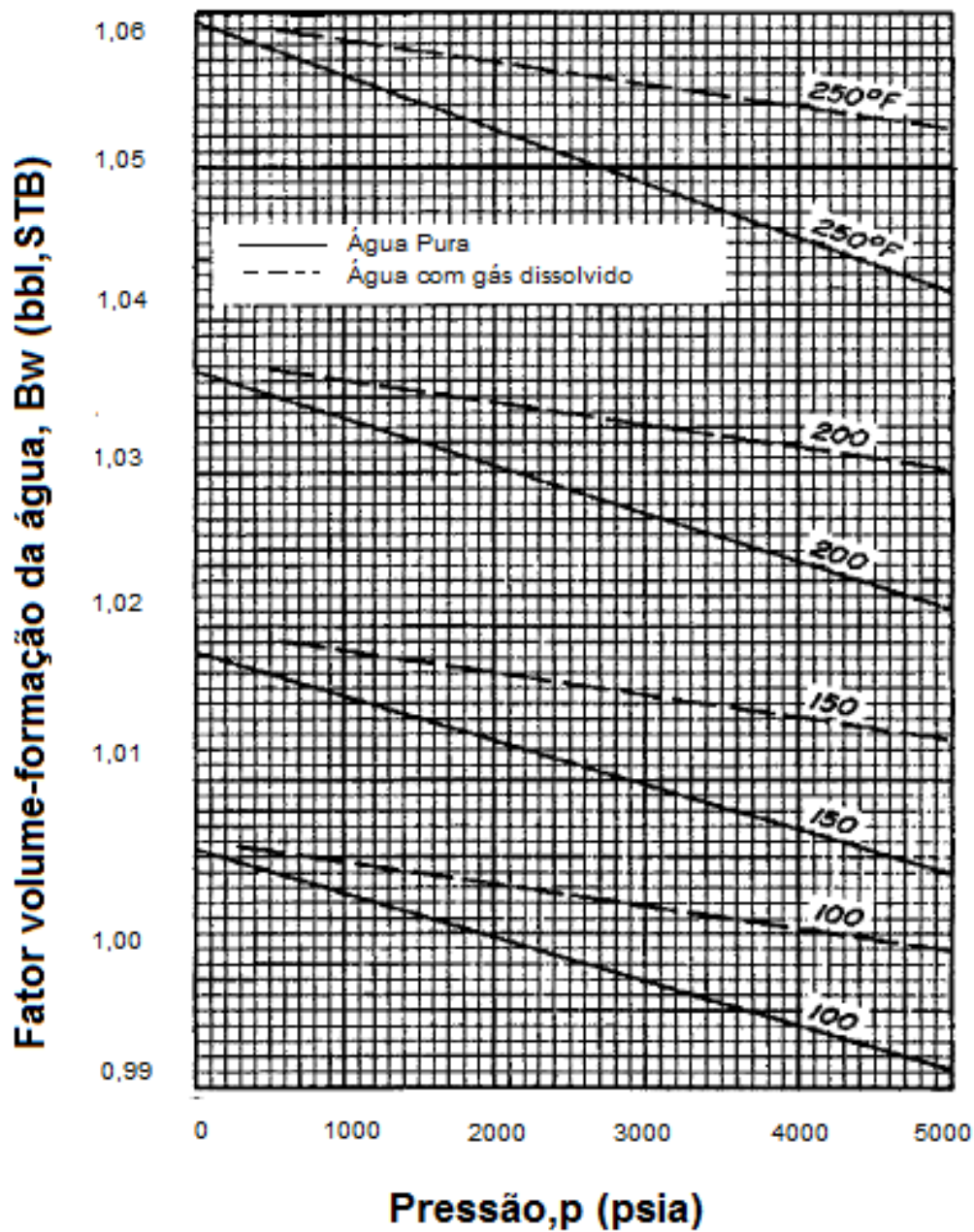


Figura 6 - Fator Volume-Formação da água (Adaptado de Earlougher *et al.*,1977)

2.1.5 Razão de Solubilidade

É o parâmetro que define a quantidade de gás dissolvido no óleo nas condições de reservatório, matematicamente é representado por:

$$R_S = \frac{\text{volume do gás dissolvido nas condições – standart}}{\text{volume do óleo no tanque}} \quad (7)$$

2.1.6 Mobilidade e Razão de Mobilidades

Define-se Mobilidade como sendo a relação entre permeabilidade efetiva a certo fluido e a viscosidade deste mesmo fluido. A Mobilidade é representada pela letra grega λ , usando-se tanto a permeabilidade quanto a viscosidade nas condições de reservatório. Se tivermos dois fluidos presentes no meio poroso (óleo e água) as suas mobilidades serão definidas por:

$$\lambda_o = k_o / \mu_o \quad (8)$$

$$\lambda_w = k_w / \mu_w \quad (9)$$

onde λ_o é a mobilidade relativa ao óleo, λ_w é a mobilidade relativa à água.

Já quando falamos de razão de Mobilidades (M) teremos uma relação direta entre fluido deslocante e deslocado. Portanto, a razão de Mobilidades é definida como sendo a razão entre a mobilidade do fluido deslocante (λ_D) atrás da frente de avanço do mesmo, e a mobilidade do fluido deslocado no banco deste fluido. Se obtivermos, por exemplo, uma situação em que o fluido deslocante é a água e o deslocado é a óleo teremos para M :

$$M = \frac{\lambda_w}{\lambda_o} = \frac{K_w / \mu_w}{K_o / \mu_o} \quad (10)$$

Assim sendo tem-se para M definido por:

$$M = \frac{\lambda_D}{\lambda_d} \quad (11)$$

onde M é a razão de mobilidades, λ_D é a mobilidade do fluido deslocante e λ_d é a mobilidade do fluido deslocado.

2.2 Introdução ao Conceito de Recuperação

Os métodos de recuperação convencionais são métodos responsáveis por fornecer energia ao reservatório, de forma que o mesmo seja capaz de produzir em maiores quantidades do que já produzia, aumentando, portanto, o fator de recuperação do reservatório. Entretanto, os métodos de recuperação convencionais podem, também, aumentar a produção através da redução das perdas viscosas no deslocamento do óleo no reservatório. Esta redução resultará em aumentos na produção devido a maior capacidade de deslocamento do óleo.

A recuperação primária é responsável pela quantidade de óleo retirada do reservatório através da energia “primária” presente no mesmo. Neste caso, temos a presença de um fenômeno denominado surgência, que induz o óleo até a superfície através da energia natural do reservatório. Entretanto, com a produção o reservatório perde energia. Este fato ocorre devido à diminuição dos fluidos presentes no mesmo, o que acarreta em uma queda de pressão e conseqüentemente uma diminuição da energia primária deste. Assim sendo, ocorre um decréscimo na sua capacidade de elevar o óleo até a superfície.

A recuperação secundária, por sua vez, é dada pela quantidade de energia que se adiciona ao reservatório de forma a fazer com que este produza em maiores quantidades. Essa energia extra é capaz de produzir maiores volumes de óleo se comparado à energia existente no reservatório, e com isso, denominamos recuperação secundária aquelas operações capazes de produzir uma quantidade adicional de óleo, além daquela proporcionada pela recuperação primária.

Como conclusão, podemos dizer que os objetivos práticos dos métodos de recuperação secundária são o aumento da eficiência de recuperação e a aceleração da produção.

2.2.1 Classificação dos Métodos de Recuperação Secundária

No passado, os métodos de recuperação eram divididos e classificados segundo sua ordem cronológica de aplicação, ou seja, aquele método aplicado logo após a perda de eficiência da recuperação primária do reservatório era chamado de Método de Recuperação Secundária, enquanto que seus sucessores seriam chamados de Métodos de Recuperação Terciária, Métodos de Recuperação Quaternária, e assim por diante.

Atualmente, os métodos de recuperação são divididos apenas em primários e secundários, sendo que a segunda classificação abrange todos os processos responsáveis por aumentar a eficiência de produção do reservatório em relação à produção primária. Esta segunda classificação, por sua vez, possui duas subclassificações, conhecidas por: Métodos Convencionais de Recuperação Secundária e Métodos de Recuperação Melhorada de óleo, ou simplesmente EOR (*Enhanced Oil Recovery*), que são distinguidos apenas pela complexidade do processo.

Os Métodos Convencionais de Recuperação Secundária de óleo, mais tradicionais, são a injeção de água e o processo imiscível de injeção de gás. Já os Métodos Avançados mais comuns de Recuperação secundária são dados por:

- Injeção Miscível de Gás;
- Injeção de Vapor;
- Injeção de Polímeros;
- Combustão *in Situ*;

Vale ressaltar que na concepção dos Métodos Convencionais, que se utilizem de injeção de fluidos, é necessária uma avaliação prévia e minuciosa do método a ser implantado. Isso ocorre devido ao fato deste tipo de processo acarretar na produção do próprio fluido injetado. Assim sendo, devem-se analisar detalhadamente as características do reservatório, tais como existência de falhas, variações de permeabilidade, estratificações, barreiras, dentre muitas outras, pois serão estas que definirão o tipo de método de injeção a ser aplicado.

É importante destacar que o trabalho proposto se utilizará da injeção de água no processo de recuperação.

2.2.2 Esquemas de Injeção

Existem inúmeros esquemas de injeção existentes, entretanto, de uma maneira geral, os mesmos podem ser separados em dois grupos principais, sendo a diferenciação entre ambas, dadas pela estrutura do reservatório e no modo como os poços são distribuídos. Estes grupos são:

- Injeção Periférica – Neste tipo de injeção os poços de injeção e produção se concentram em determinadas áreas do reservatório. Este tipo de injeção favorece os reservatórios com anticlinais, além de haver uma preferenciação por estes métodos em reservatórios com as fases de seus fluidos muito bem definidas. Abaixo se mostra um exemplo deste tipo de estrutura.

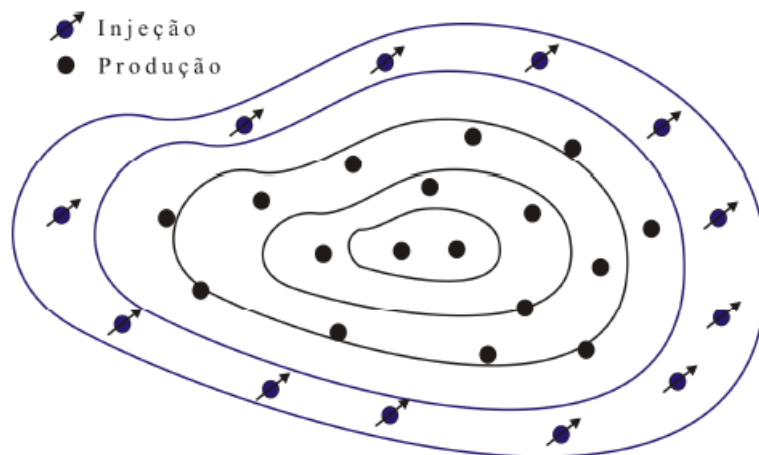


Figura 7 – Esquema de Injeção Periférica (Fonte: Marsili, 2008)

- Injeção em Malhas – Neste tipo de injeção os poços, tanto produtores quanto injetores, estão distribuídos uniformemente no reservatório. Este método é muito utilizado em reservatórios com grandes áreas e pequenas inclinações e espessuras. A injeção em malhas pode ser classificada como direta ou inversa, sendo a primeira característica de malhas onde os poços produtores estão cercados de poços injetores. No caso da malha inversa a configuração é contrária, colocando os poços produtores ao redor dos poços injetores. As características dimensionais das malhas são definidas no projeto de exploração do reservatório, sendo constantes e responsáveis pela classificação do

tipo de malha implantada. A seguir são mostrados exemplos esquemáticos de Malhas de Injeção:

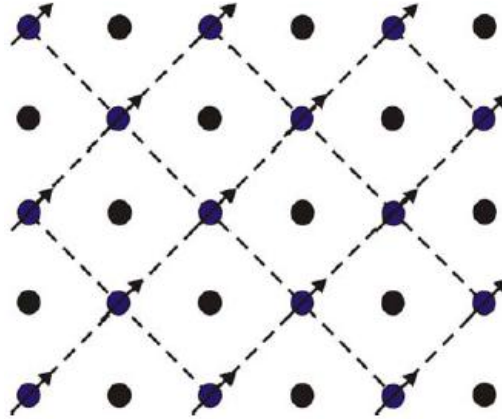


Figura 8 – Esquema de Injeção em Malha Five-Spot (Fonte: Marsili, 2008)

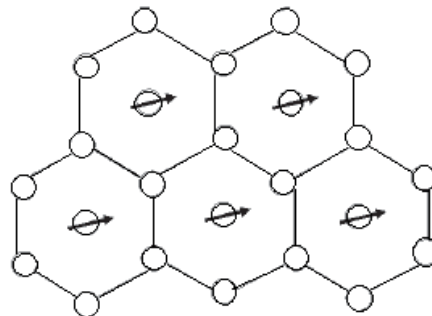


Figura 9 – Esquema de Injeção Seven-Spot Invertido (Adaptado de: Santana *et al.*, 2010)

O trabalho proposto se utilizará do método de injeção em Malhas do tipo Five – Spot no estudo do comportamento do escoamento dos fluidos do reservatório.

2.2.3 Injetividade em uma malha Five Spot

Em num projeto de injeção de água é importante conhecer-se os valores aproximados das vazões e pressões de injeção. Sabendo disto, diversos estudiosos propuseram modelos capazes de calcular as vazões de injeção de malhas com geometrias

específicas. Assim sendo, a partir dos modelos de Muskat (1949, 1981) e Deppe (1963), considerando que a razão de mobilidades do sistema será um, com saturação do gás zero, e regime permanente, teremos a equação da vazão de injeção de água da geometria Five Spot dada por:

$$q_{inj} = \frac{C1 k_o h \Delta P}{\mu_o [\log\left(\frac{d_{ip}}{r_w}\right) - 0,2688]} \quad (12)$$

onde que k_o é a permeabilidade efetiva do óleo, h é a espessura da formação, ΔP é a diferença de pressão entre os poços injetor e produtor, μ_o é a viscosidade do óleo e d_{ip} é a distância entre poço injetor e produtor.

2.2.4 Índice de Injetividade

É uma medida que proporciona a comparação entre vazão de injeção nas condições standart (Q_{inj}) e diferencial de pressão entre os poços injetores e produtores. Tem-se, portanto:

$$II = \frac{Q_{inj}}{\Delta P} \quad (13)$$

Em que II é o índice de Injetividade propriamente dito, Q_{inj} é a vazão de injeção medida nas condições-padrão e ΔP é o correspondente diferencial de pressão entre os poços injetor e produtor.

Tornou-se importante ressaltar que a vazão de injeção aqui utilizada diferencia-se da definida no item anterior pelas condições de medição da mesma. Q_{inj} defini-se pela vazão de injeção medida nas condições-padrão, enquanto, q_{inj} é medida nas condições de reservatório.

2.2.5 Razão de Condutividade

Para os casos em que a razão de mobilidades for diferente de 1, teremos a definição de um índice diferenciado, sendo este chamado de razão de condutividade, variando portanto, com o tempo, e definido por:

$$\gamma = \frac{(Q_{inj}/\Delta P)_t}{(Q_{inj}/\Delta P)_{t=0}} = \frac{(q_{inj}/B_w/\Delta P)_t}{(q_{inj}/B_w/\Delta P)_{t=0}} \quad (14)$$

onde Q_{inj} é a vazão de injeção medida nas condições standard, ΔP o diferencial de pressão entre os poços injetor e produtor, q_{inj} é a vazão de injeção medida nas condições de reservatório, B_w é o fator volume-formação da água

A razão de condutividade também pode ser encontrada através da representação gráfica da mesma em função da razão de mobilidades. Obtida, por sua vez, experimentalmente para uma malha Five – Spot, para diversos valores de volume de água injetado (V_{winj}). Assim sendo teremos:

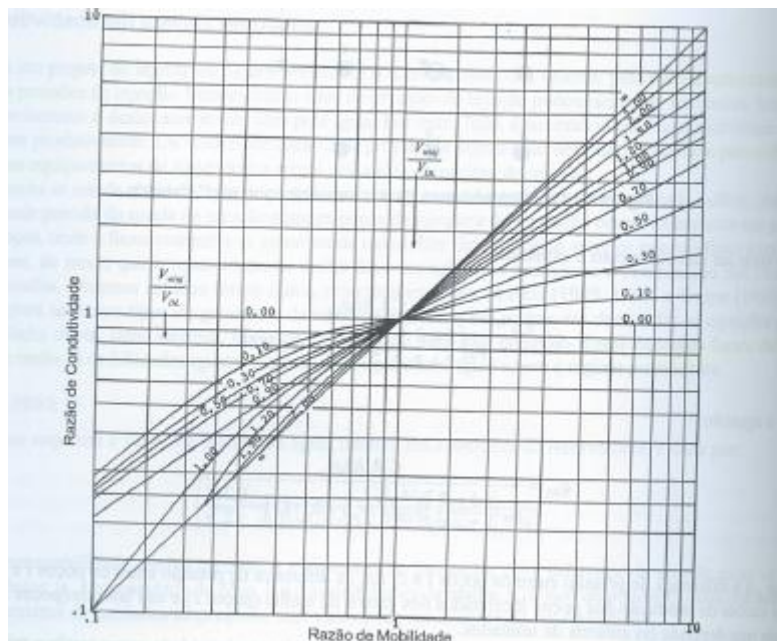


Figura 10 – Razão de Condutividade em uma Malha Five-Spot (Fonte: Adalberto *et al.*, 2006)

onde V_{DL} é dito volume deslocável, definido por $V_{DL} = V_p (S_o - S_{or})$, para V_p definido como volume poroso da malha, S_o definida como saturação de óleo no início da injeção e S_{or} definida como saturação de óleo residual.

2.3 Eficiência de Varrido Horizontal e Vertical

Define-se eficiência de varrido horizontal como sendo a razão entre a área invadida pelo fluido injetado, na direção horizontal, e a área total do meio poroso. Assim sendo tem-se que:

$$E_A = A_{inv}/A_t \quad (15)$$

onde A_{inv} é a área invadida pelo fluido na direção horizontal e A_t é a área total do meio poroso nesta mesma direção.

Vale ressaltar que a área invadida e a eficiência de varrido horizontal são intrinsecamente dependentes da geometria de injeção, do volume de fluido injetado e da razão entre a mobilidade do fluido injetado e a mobilidade do fluido deslocado.

A eficiência de varrido vertical, por sua vez, é definida como sendo a eficiência de deslocamento de determinado fluido na direção vertical. A definição numérica é semelhante à dada pela eficiência de varrido horizontal, modificando-se o termo de área invadida horizontalmente pela área invadida na vertical, enquanto que a área total será relativa à seção vertical, e não horizontal como utilizado no conceito de eficiência de varrido horizontal.

3. Metodologia

3.1 Modelo Físico

No caso proposto será implementada uma solução numérica para o escoamento bifásico óleo-água em reservatórios de óleo (acima da pressão de bolha) anisotrópicos, heterogêneos e tridimensionais, como descrito na figura 11 abaixo:

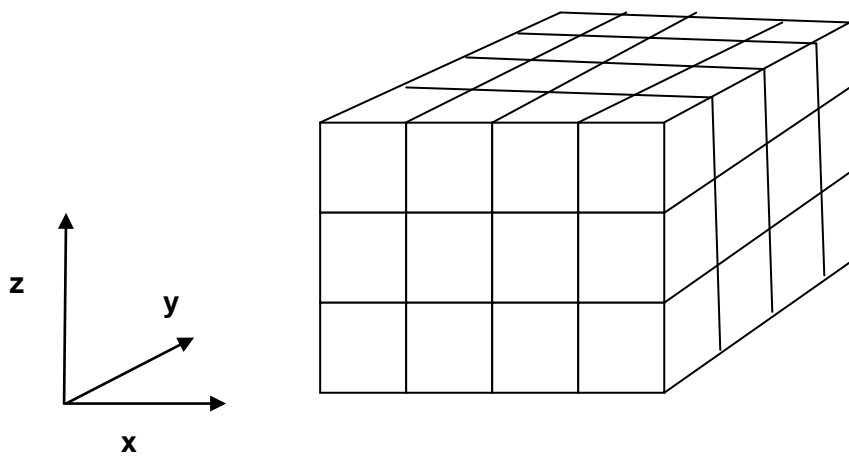


Figura 11 – Representação Esquemática do Modelo de Reservatório utilizado neste projeto.

É válido ressaltar que utilizaremos a simplificação de que o reservatório é descrito por um paralelogramo.

3.2 Modelo Matemático

Segundo Hartmann (2011), as equações que descrevem o fluxo de fluidos em um reservatório são dadas por:

Equação Óleo

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\Phi(\vec{x})S_o}{B_o} \right) = \nabla \cdot \left(\frac{\hat{k}_o(\vec{x})}{\mu_o(P)} \nabla P_o \right) + q_o'''(\vec{x}) \quad (16)$$

Equação Água

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\Phi(\vec{x})S_w}{B_w} \right) = \nabla \cdot \left(\frac{\hat{k}_w(\vec{x})}{\mu_o(P)} \nabla P_w \right) + q_w'''(\vec{x}) \quad (17)$$

Visto que o objetivo deste trabalho é resolver as equações acima para um reservatório tridimensional, heterogêneo e anisotrópico tem-se:

Equação Óleo

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_x k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial p_o}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k_y k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial p_o}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k_z k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial p_o}{\partial z} \right) \\ = (1 - S_w) C_1 \frac{\partial p_o}{\partial t} - C_2 \frac{\partial S_w}{\partial t} - \dot{q}'''_{o,std} \end{aligned} \quad (18)$$

Equação Água

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{k_x k_{rw}}{\mu_w B_w} \left(\frac{\partial p_o}{\partial x} - \frac{\partial p_{cow}}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{k_y k_{rw}}{\mu_w B_w} \left(\frac{\partial p_o}{\partial y} - \frac{\partial p_{cow}}{\partial y} \right) \right] \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_z k_{rw}}{\mu_w B_w} \left(\frac{\partial p_o}{\partial z} - \frac{\partial p_{cow}}{\partial z} \right) \right] \\ = (S_w) C_3 \frac{\partial p_o}{\partial t} + C_4 \frac{\partial S_w}{\partial t} - \dot{q}'''_{w,std} \end{aligned} \quad (19)$$

onde:

$$C_{1,3} = \left[\phi \frac{\partial}{\partial p_o} \left(\frac{1}{B_i} \right) + \frac{1}{B_i} \frac{\partial \phi}{\partial p_o} \right]$$

e

$$C_{2,4} = \frac{1}{B_i}$$

em que i será relativo ao óleo ou à água. Sendo importante lembrar que $C_{1,3}$ será obtidos através de dados PVT, enquanto $C_{2,4}$ depende do fator volume-formação do fluido, água ou óleo.

As incógnitas representadas nas equações (18) e (19) serão definidas abaixo por:

- k_x, k_y, k_z são as permeabilidades nas direções x, y e z respectivamente;
- p_o é a pressão relativa a fase óleo;
- μ_o é a viscosidade da fase óleo;
- μ_w é a viscosidade da fase água;
- B_w é o fator volume-formação da água;
- B_o é o fator volume-formação do óleo;
- k_{rw} é a permeabilidade relativa da água;
- k_{ro} é a permeabilidade relativa do óleo;
- S_w é a saturação da água, sabendo que para um reservatório acima da pressão de bolha, sob influência de injeção de água, só teremos óleo e água e ,portanto, $S_o + S_w = 1$;
- $p_{cow}(S_w) = p_o - p_w$, é a pressão capilar óleo/água;
- $\dot{q}''''_{o,std}$ é a vazão de produção do óleo nas condições de superfície;
- $\dot{q}''''_{w,std}$ é a vazão de produção da água nas condições de superfície;

Os dados PVT (incluindo os dados relativos à água) são função somente da pressão na fase óleo, e são, a princípio, conhecidos. Todavia, tem-se que a pressão do óleo é função da posição e do tempo, enquanto as demais incógnitas são funções dependentes da posição e pressão do óleo, ou posição e tempo, ou somente da pressão do óleo, como mostrado a seguir:

$$\phi = f_1(x, y, z, p_o) \quad (20)$$

$$P_o = f(x, y, z, t) \quad (21)$$

$$B_o = f_2(p_o) \quad (22)$$

$$B_w = f_3(p_o) \quad (23)$$

$$S_w = f_4(x, y, z, t) \quad (24)$$

Já apresentadas às equações que governarão o fluxo de fluidos em um reservatório tridimensional, anisotrópico e heterogêneo, descreveremos a seguir o método numérico de solução, já que as equações descritas são muito complexas de serem resolvidas analiticamente. Este fato ocorre devido as fortes não linearidades e dependência dos termos das equações (18) e (19), com o tempo.

3.3 Modelo Numérico

O modelo numérico aqui utilizado terá a função de simplificar a resolução das equações diferenciais. O objetivo principal do método numérico escolhido é substituir as derivadas existentes nas equações de interesse, por expressões algébricas que envolvam a função incógnita.

Nesta etapa do processo é necessário fazer uma simplificação das equações, e dessa forma, as equações serão discretizadas pelo método dos volumes finitos, muito utilizado em problemas de escoamento de fluidos e transferência de calor.

3.3.1 Método dos Volumes Finitos (MVF) aplicado às equações Óleo-Água

O Método dos Volumes Finitos pode resolver um sistema complexo a partir de duas maneiras, sendo estas:

- 1) Cálculo das variáveis dependentes em nível infinitesimal, para um número infinito de pontos, através da resolução das equações por um método analítico com solução em forma fechada.
- 2) Aproximação numérica da equação diferencial com solução discreta, de forma mais próxima possível da solução exata.

Assim sendo, em 1) realiza-se o balanço de propriedades em questão de volumes elementares, ou volumes finitos, enquanto que em 2) é feita a integração do volume elementar, na sua forma conservativa, no espaço e no tempo. Sabe-se, entretanto, que ambos os processos são equivalentes. Isto ocorre devido ao fato de que a dedução das equações diferenciais envolve o balanço em volumes infinitesimais, com uma posterior definição de limites, que obterão as primeiras equações citadas em 1).

Como ilustração do processo, definiu-se um volume elementar tridimensional representado na figura (12) esquematizada a seguir:

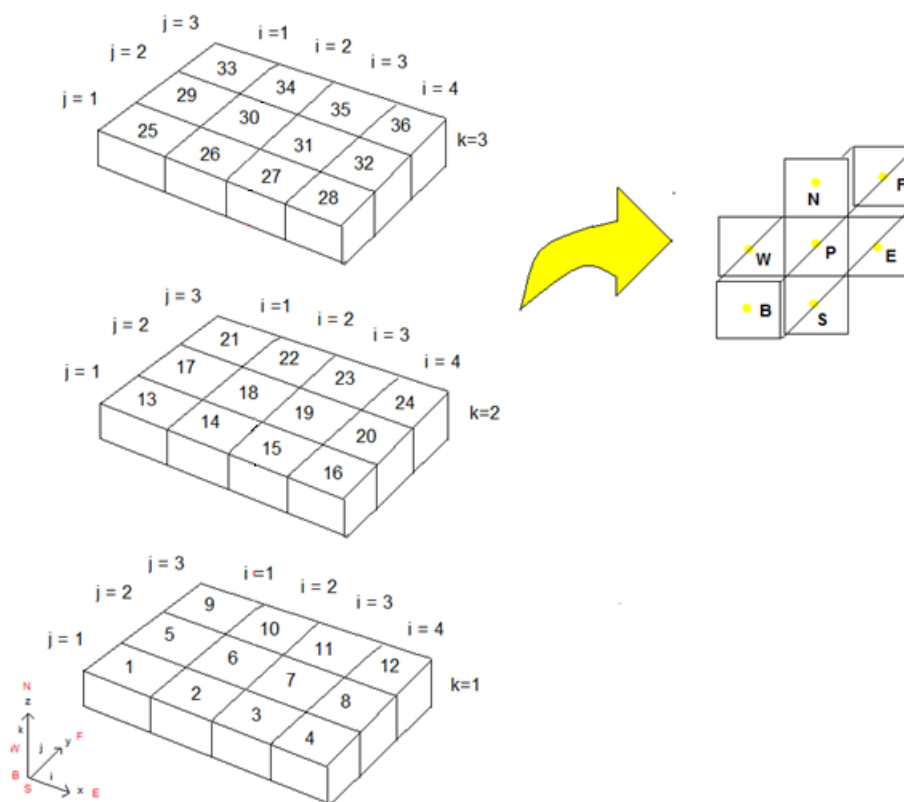


Figura 12 – Representação das células utilizadas na malha computacional.

É importante observar que a malha escolhida é formada por volumes inteiros em todo o domínio, que facilitarão o processo de discretização pela homogeneização das características e simplificação da aplicação das condições de contorno na resolução dos sistemas de equações.

3.3.2 Discretização da Equação Para a Fase Óleo

Integraremos a equação (18) no volume e no tempo de forma a obter:

$$\begin{aligned}
 & \int_t^{t+\Delta t} \int_V \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_x k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial p_o}{\partial x} \right) dV dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_V \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k_y k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial p_o}{\partial y} \right) dV dt \\
 & \quad + \int_t^{t+\Delta t} \int_V \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k_z k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial p_o}{\partial z} \right) dV dt \\
 & = \int_t^{t+\Delta t} \int_V [(1 - S_w) C_1 \frac{\partial p_o}{\partial t} - C_2 \frac{\partial S_w}{\partial t}] dV dt \\
 & \quad - \int_t^{t+\Delta t} \int_V \dot{q}'''_{o,sta} dV dt
 \end{aligned} \tag{25}$$

A integral no volume será avaliada nas direções x , y e z , sendo as propriedades variáveis em todas as direções, devido ao caráter anisotrópico e heterogêneo do reservatório. Obtém-se então:

$$\begin{aligned}
 & \int_t^{t+\Delta t} \int_f^b \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k_x k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial p_o}{\partial x} \right) dx dy dz dt \\
 & \quad + \int_t^{t+\Delta t} \int_f^b \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k_y k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial p_o}{\partial y} \right) dx dy dz dt \\
 & \quad + \int_t^{t+\Delta t} \int_f^b \int_w^e \int_s^n \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{k_z k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial p_o}{\partial z} \right) dx dy dz dt \\
 & = \int_t^{t+\Delta t} \int_f^b \int_w^e \int_s^n [(1 - S_w) C_1 \frac{\partial p_o}{\partial t} - C_2 \frac{\partial S_w}{\partial t}] dx dy dz dt \\
 & \quad - \int_t^{t+\Delta t} \int_f^b \int_w^e \int_s^n \dot{q}'''_{o,sta} dx dy dz dt
 \end{aligned} \tag{26}$$

Resolvendo a integral, propriamente dita, no volume chega-se a seguinte expressão:

$$\begin{aligned}
& \int_t^{t+\Delta t} \left(\frac{k_x k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial p_o}{\partial x} \right)_w^e \Delta y \Delta z dt + \int_t^{t+\Delta t} \left(\frac{k_y k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial p_o}{\partial y} \right)_s^n \Delta x \Delta z dt \\
& + \int_t^{t+\Delta t} \left(\frac{k_z k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial p_o}{\partial z} \right)_f^b \Delta x \Delta y dt \\
& = \int_t^{t+\Delta t} [(1 - S_w) C_1 \frac{\partial p_o}{\partial t} - C_2 \frac{\partial S_w}{\partial t}] \Delta x \Delta y \Delta z dt \\
& - \int_t^{t+\Delta t} \dot{q}'''_{o,std} dt
\end{aligned} \tag{27}$$

No passo seguinte da discretização da equação (27), tem-se a necessidade de saber o comportamento da variável p_o no tempo. Dessa forma, defini-se uma função de interpolação, que pode ser uma grandeza escalar ou vetorial durante o intervalo $t + \Delta t$, sendo representada pela função algébrica descrita a seguir:

$$p_o^\theta = \theta p_o + (1 - \theta) p_o^0 \tag{28}$$

A definição da característica da função depende dos valores de θ adotados, como representado na tabela 1:

θ	Caracterização da Função
0	Formulação Explícita
0.5	Formulação Implícita ou Esquema de Crank-Nicholson
1	Formulação Totalmente Implícita

Tabela 1 - Definição do tipo de formulação adotada para representação do comportamento de p_o

A figura 15 apresenta o comportamento de θ durante um intervalo de tempo (Δt) qualquer:

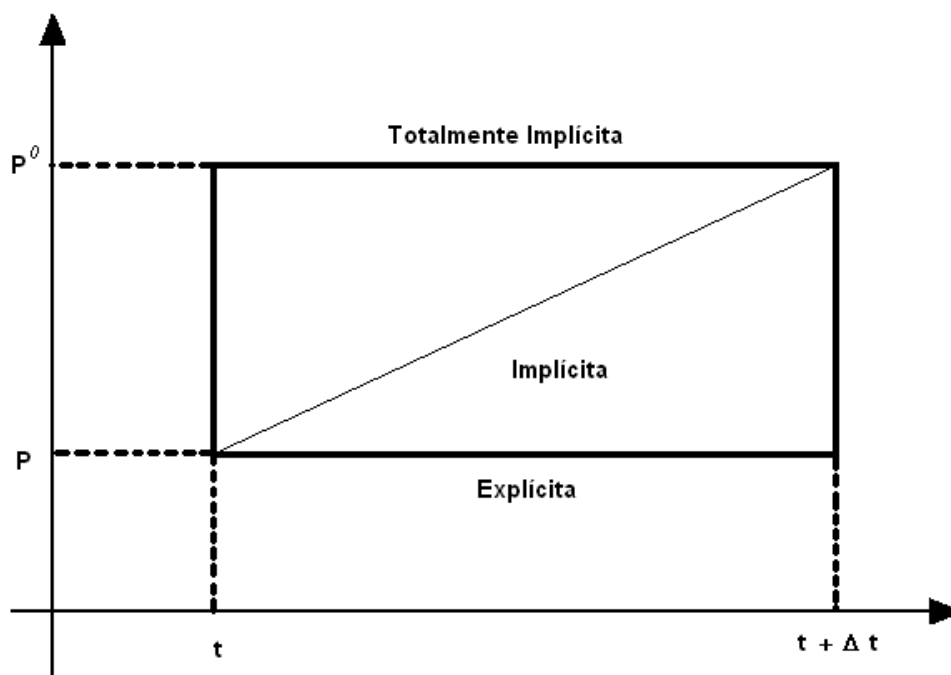


Figura 13 - Comportamento da função interpolação.

O projeto em questão se utilizará da formulação totalmente implícita ($\theta = 1$), de forma que as variáveis assumirão valores em todo o domínio, no mesmo instante de cálculo, sendo todas, igualmente desconhecidas. A discretização temporal resultará em uma simplificação para um sistema linear de equações, que deverá ser solucionado para fornecer a distribuição da variável no domínio do cálculo.

Dessa forma, utilizando a formulação totalmente implícita para representar o comportamento de p_o , teremos a integração no tempo da equação (27) dada por:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{k_x k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial p_o}{\partial x} \right)_w^e \Delta y \Delta z \Delta t + \left(\frac{k_y k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial p_o}{\partial y} \right)_s^n \Delta x \Delta z \Delta t + \left(\frac{k_z k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial p_o}{\partial z} \right)_f^b \Delta x \Delta y \Delta t \\ & = (1 - S_w^0) C_1 (p_o - p_o^0) \Delta x \Delta y \Delta z - C_2 (S_w - S_w^0) \Delta x \Delta y \Delta z \\ & - \dot{q}'''_{o, std} \Delta t \end{aligned} \quad (29)$$

Fazendo a divisão de (29) por $\Delta x \Delta y \Delta z \Delta t$ e aplicando os limites de integração tem-se que:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\Delta x} \left(\frac{k_x k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial p_o}{\partial x} \right)_e - \frac{1}{\Delta x} \left(\frac{k_x k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial p_o}{\partial x} \right)_w + \frac{1}{\Delta y} \left(\frac{k_y k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial p_o}{\partial y} \right)_n - \frac{1}{\Delta y} \left(\frac{k_y k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial p_o}{\partial y} \right)_s \\
& + \frac{1}{\Delta z} \left(\frac{k_z k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial p_o}{\partial z} \right)_b - \frac{1}{\Delta z} \left(\frac{k_z k_{ro}}{\mu_o B_o} \frac{\partial p_o}{\partial z} \right)_f \\
& = \frac{1}{\Delta t} (1 - S_w^0) C_1 (p_o - p_o^0) - \frac{1}{\Delta t} C_2 (S_w - S_w^0) - \frac{1}{\Delta x \Delta y \Delta z} q'''_{o,std}
\end{aligned} \tag{30}$$

Ao observarmos a equação (30) vemos que as derivadas parciais da pressão da fase óleo ainda representam uma incógnita desconhecida, assim sendo, utiliza-se o método da expansão em série de Taylor para obtenção das mesmas, fornecendo, portanto:

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{k_x k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_e \frac{p_{o,E} - p_{o,P}}{\Delta x^2} - \left(\frac{k_x k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_w \frac{p_{o,P} - p_{o,W}}{\Delta x^2} + \left(\frac{k_y k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_n \frac{p_{o,N} - p_{o,P}}{\Delta y^2} \\
& - \left(\frac{k_y k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_s \frac{p_{o,P} - p_{o,S}}{\Delta y^2} + \left(\frac{k_z k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_b \frac{p_{o,B} - p_{o,P}}{\Delta z^2} \\
& - \left(\frac{k_z k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_f \frac{p_{o,P} - p_{o,F}}{\Delta z^2} \\
& = \frac{1}{\Delta t} (1 - S_w^0) C_1 (p_o - p_o^0) - \frac{1}{\Delta t} C_2 (S_w - S_w^0) - \frac{1}{\Delta x \Delta y \Delta z} q'''_{o,std}
\end{aligned} \tag{31}$$

De forma a facilitar a visualização e o entendimento, agruparemos os termos semelhantes, obtendo:

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{1}{\Delta x^2} \left(\frac{k_x k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_e \right] p_{o,E} + \left[\frac{1}{\Delta x^2} \left(\frac{k_x k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_w \right] p_{o,W} + \left[\frac{1}{\Delta y^2} \left(\frac{k_y k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_n \right] p_{o,N} \\
& + \left[\frac{1}{\Delta y^2} \left(\frac{k_y k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_s \right] p_{o,S} + \left[\frac{1}{\Delta z^2} \left(\frac{k_z k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_b \right] p_{o,B} + \left[\frac{1}{\Delta z^2} \left(\frac{k_z k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_f \right] p_{o,F} \\
& - \left[\frac{1}{\Delta x^2} \left(\frac{k_x k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_e + \frac{1}{\Delta x^2} \left(\frac{k_x k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_w + \frac{1}{\Delta y^2} \left(\frac{k_y k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_n \right. \\
& \left. + \frac{1}{\Delta y^2} \left(\frac{k_y k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_s + \frac{1}{\Delta z^2} \left(\frac{k_z k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_b + \frac{1}{\Delta z^2} \left(\frac{k_z k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_f \right] p_{o,P} \\
& = \frac{1}{\Delta t} (1 - S_w^0) C_1 (p_o - p_o^0) - \frac{1}{\Delta t} C_2 (S_w - S_w^0) - \frac{1}{\Delta x \Delta y \Delta z} q'''_{o,std}
\end{aligned} \tag{32}$$

É usual chamar os termos em colchetes do lado esquerdo da equação (32) de transmissibilidades, representada pela letra grega τ , assim sendo, faz-se esta substituição com fins de facilitar a visualização da equação. Tem-se, portanto:

$$\begin{aligned} \tau_{o,e} p_{o,E} + \tau_{o,w} p_{o,W} + \tau_{o,n} p_{o,N} + \tau_{o,s} p_{o,S} + \tau_{o,b} p_{o,B} + \tau_{o,f} p_{o,F} - \tau_{o,p} p_{o,P_w} \\ = \frac{1}{\Delta t} (1 - S_w^0) C_1 (p_o - p_o^0) - \frac{1}{\Delta t} C_2 (S_w - S_w^0) - \frac{1}{\Delta x \Delta y \Delta z} q'''_{o,std} \end{aligned} \quad (33)$$

Com objetivo didático, os termos do lado direito da equação são substituídos por um atributo arbitrário C , como mostrado a seguir:

$$\begin{aligned} \tau_{o,e} p_{o,E} + \tau_{o,w} p_{o,W} + \tau_{o,n} p_{o,N} + \tau_{o,s} p_{o,S} + \tau_{o,b} p_{o,B} + \tau_{o,f} p_{o,F} - \tau_{o,p} p_{o,P_w} \\ = C_{op,P} (p_{o,P} - p_{o,P}^0) + C_{ow,P} (S_{w,P} - S_{w,P}^0) - \frac{1}{\Delta V} q'''_{o,std} \end{aligned} \quad (34)$$

Obtida a equação da discretização da fase óleo simplificada, serão definidos, a seguir, os parâmetros simplificadores utilizados acima. A partir da equação (34) e das definições de C_1, C_2, C_3 e C_4 obtém-se que:

$$\tau_{o,e} = \frac{1}{\Delta x^2} \left(\frac{k_x k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_e \quad (35)$$

$$\tau_{o,w} = \frac{1}{\Delta x^2} \left(\frac{k_x k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_w \quad (36)$$

$$\tau_{o,n} = \frac{1}{\Delta y^2} \left(\frac{k_y k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_n \quad (37)$$

$$\tau_{o,s} = \frac{1}{\Delta y^2} \left(\frac{k_y k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_s \quad (38)$$

$$\tau_{o,b} = \frac{1}{\Delta z^2} \left(\frac{k_z k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_b \quad (39)$$

$$\tau_{o,f} = \frac{1}{\Delta z^2} \left(\frac{k_z k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_f \quad (40)$$

$$\begin{aligned} \tau_{o,p} = \left[\frac{1}{\Delta x^2} \left(\frac{k_x k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_e + \frac{1}{\Delta x^2} \left(\frac{k_x k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_w + \frac{1}{\Delta y^2} \left(\frac{k_y k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_n + \frac{1}{\Delta y^2} \left(\frac{k_y k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_s \right. \\ \left. + \frac{1}{\Delta z^2} \left(\frac{k_z k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_b + \frac{1}{\Delta z^2} \left(\frac{k_z k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_f \right] \end{aligned} \quad (41)$$

$$C_{op.P} = \frac{1}{\Delta t} (1 - S_w^0) \left[\phi \frac{\partial}{\partial p_o} \left(\frac{1}{B_o} \right) + \frac{1}{B_o} \frac{\partial \phi}{\partial p_o} \right]_p \quad (42)$$

$$C_{ow.P} = - \left[\frac{\phi}{\Delta t} \left(\frac{1}{B_o} \right) \right]_p \quad (43)$$

3.3.3 Discretização da Equação Para a Fase Água

Na discretização da Equação para a fase Água será utilizado um processo muito semelhante ao utilizado na discretização da Equação para a fase óleo. Portanto, partindo de (19), descrita abaixo, obtém-se que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{k_x k_{rw}}{\mu_w B_w} \left(\frac{\partial p_o}{\partial x} - \frac{\partial p_{cow}}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{k_y k_{rw}}{\mu_w B_w} \left(\frac{\partial p_o}{\partial y} - \frac{\partial p_{cow}}{\partial y} \right) \right] \\ + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_z k_{rw}}{\mu_w B_w} \left(\frac{\partial p_o}{\partial z} - \frac{\partial p_{cow}}{\partial z} \right) \right] = (S_w) C_3 \frac{\partial p_o}{\partial t} + C_4 \frac{\partial S_w}{\partial t} - \dot{q}'''_{w,std} \end{aligned} \quad (19)$$

Entretanto, neste caso é importante tomar cuidado com a existência da Pressão Capilar, tem-se, portanto:

$$P_o - P_{cow} = P_w \quad (44)$$

Que fará com que a equação (19) fique da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{k_x k_{rw}}{\mu_w B_w} \left(\frac{\partial p_w}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{k_y k_{rw}}{\mu_w B_w} \left(\frac{\partial p_w}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_z k_{rw}}{\mu_w B_w} \left(\frac{\partial p_w}{\partial z} \right) \right] \\ = (S_w) C_3 \frac{\partial p_o}{\partial t} + C_4 \frac{\partial S_w}{\partial t} - \dot{q}'''_{w,std} \end{aligned} \quad (45)$$

Integrando no volume e no tempo, considerando o comportamento de p_o pela formulação totalmente implícita, e rearranjando pelos termos semelhantes tem-se que:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\Delta x^2} \left[\left(\frac{k_x k_{rw}}{\mu_w B_w} \right)_e \right] p_{w,E} + \frac{1}{\Delta x^2} \left[\left(\frac{k_x k_{rw}}{\mu_w B_w} \right)_w \right] p_{w,W} + \frac{1}{\Delta y^2} \left[\left(\frac{k_y k_{rw}}{\mu_w B_w} \right)_n \right] p_{w,N} \\
& + \frac{1}{\Delta y^2} \left[\left(\frac{k_y k_{rw}}{\mu_w B_w} \right)_s \right] p_{w,S} + \frac{1}{\Delta z^2} \left[\left(\frac{k_z k_{rw}}{\mu_w B_w} \right)_f \right] p_{w,F} \\
& + \frac{1}{\Delta z^2} \left[\left(\frac{k_z k_{rw}}{\mu_w B_w} \right)_b \right] p_{w,B} \\
& - \left[\frac{1}{\Delta x^2} \left[\left(\frac{k_x k_{rw}}{\mu_w B_w} \right)_e \right] + \frac{1}{\Delta x^2} \left[\left(\frac{k_x k_{rw}}{\mu_w B_w} \right)_w \right] + \frac{1}{\Delta y^2} \left[\left(\frac{k_y k_{rw}}{\mu_w B_w} \right)_n \right] \right. \\
& \left. + \frac{1}{\Delta y^2} \left[\left(\frac{k_y k_{rw}}{\mu_w B_w} \right)_s \right] + \frac{1}{\Delta z^2} \left[\left(\frac{k_z k_{rw}}{\mu_w B_w} \right)_f \right] + \frac{1}{\Delta z^2} \left[\left(\frac{k_z k_{rw}}{\mu_w B_w} \right)_b \right] \right] p_{w,P} \\
& = \frac{1}{\Delta t} (S_{w,P}^0) C_3 (p_{o,P} - p_{o,P}^0) + \frac{1}{\Delta t} C_4 (S_{w,P} - S_{w,P}^0) \\
& - \frac{\dot{q}'''_{w,std}}{\Delta V}
\end{aligned} \tag{46}$$

Substituindo os termos em colchetes do lado esquerdo da equação (46) pelas transmissibilidades, termos equivalentes, obtém-se que:

$$\begin{aligned}
& \tau_{w,e} p_{w,E} + \tau_{w,w} p_{w,W} + \tau_{w,n} p_{w,N} + \tau_{w,s} p_{w,S} + \tau_{w,f} p_{w,F} + \tau_{w,b} p_{w,B} \\
& - \tau_{w,p} p_{w,P} \\
& = \frac{1}{\Delta t} (S_{w,P}^0) C_3 (p_{o,P} - p_{o,P}^0) + \frac{1}{\Delta t} C_4 (S_{w,P} - S_{w,P}^0) - \frac{\dot{q}'''_{w,std}}{\Delta V}
\end{aligned} \tag{47}$$

De forma a facilitar o manuseio da equação durante todo o processo de aplicação do método numérico, será definido um atributo arbitrário \mathcal{C} , como feito para a fase óleo, para englobamento de alguns termos da equação (47). Tem-se, portanto:

$$\begin{aligned}
& \tau_{w,e}p_{w,E} + \tau_{w,w}p_{w,W} + \tau_{w,n}p_{w,N} + \tau_{w,s}p_{w,S} + \tau_{w,f}p_{w,F} + \tau_{w,b}p_{w,B} \\
& - \tau_{w,p}p_{w,P} \\
& = C_{wp,P} (p_{o,P} - p_{o,P}^0) + C_{ww,P} (S_{w,P} - S_{w,P}^0) - \frac{\dot{q}'''_{w,std}}{\Delta V}
\end{aligned} \tag{48}$$

De forma que abaixo serão definidos os termos utilizados para simplificar a equação (48), tem-se então:

$$\tau_{w,e} = \left[\frac{1}{\Delta x^2} \left(\frac{k_x k_{rw}}{\mu_w B_w} \right) \right]_e \tag{49}$$

$$\tau_{w,w} = \left[\frac{1}{\Delta x^2} \left(\frac{k_x k_{rw}}{\mu_w B_w} \right) \right]_w \tag{50}$$

$$\tau_{w,n} = \left[\frac{1}{\Delta x^2} \left(\frac{k_x k_{rw}}{\mu_w B_w} \right) \right]_n \tag{51}$$

$$\tau_{w,s} = \left[\frac{1}{\Delta x^2} \left(\frac{k_x k_{rw}}{\mu_w B_w} \right) \right]_s \tag{52}$$

$$\tau_{w,f} = \left[\frac{1}{\Delta x^2} \left(\frac{k_x k_{rw}}{\mu_w B_w} \right) \right]_f \tag{53}$$

$$\tau_{w,b} = \left[\frac{1}{\Delta x^2} \left(\frac{k_x k_{rw}}{\mu_w B_w} \right) \right]_b \tag{54}$$

$$\tau_{w,p} = \tau_{w,b} + \tau_{w,f} + \tau_{w,n} + \tau_{w,s} + \tau_{w,e} + \tau_{w,w} \tag{55}$$

$$C_{ww,P} = - \left[\frac{\phi}{\Delta t} \left(\frac{1}{B_w} \right) \right]_P \tag{56}$$

$$C_{wp,P} = \frac{S_w^0}{\Delta t} \left[\phi \frac{\partial}{\partial p_o} \left(\frac{1}{B_w} \right) + \frac{1}{B_w} \frac{\partial \phi}{\partial p_o} \right]_P \tag{57}$$

$$\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z \tag{58}$$

Dessa forma, lembrando que $P_w = P_o - P_{cow}$, tem-se:

$$\begin{aligned}
& \tau_{w,e}p_{w,E} + \tau_{w,w}p_{w,W} + \tau_{w,n}p_{w,N} + \tau_{w,s}p_{w,S} + \tau_{w,f}p_{w,F} + \tau_{w,b}p_{w,B} - \tau_{w,p}p_{o,P} \\
& - [\tau_{w,e}p_{cow,E} + \tau_{w,w}p_{cow,W} + \tau_{w,n}p_{cow,N} + \tau_{w,s}p_{cow,S} \\
& + \tau_{w,b}p_{cow,B} + \tau_{w,f}p_{cow,F} - \tau_{w,p}p_{cow,p}] \\
& = C_{wp,P} (p_{o,P} - p_{o,P}^0) + C_{ww,P} (S_{w,P} - S_{w,P}^0) - \frac{\dot{q}'''_{w,std}}{\Delta V}
\end{aligned} \tag{59}$$

Que dará como equação final discretizada para o escoamento da fase água:

$$\begin{aligned}
& \tau_{w,e}p_{o,E} + \tau_{w,w}p_{o,W} + \tau_{w,n}p_{o,N} + \tau_{w,s}p_{o,S} + \tau_{w,f}p_{o,F} + \tau_{w,b}p_{o,B} - \tau_{w,p}p_{o,P} \\
& = C_{wp,P} (p_{o,P} - p_{o,P}^0) + C_{ww,P} (S_{w,P} - S_{w,P}^0) + D_{cow,P} - \frac{\dot{q}'''_{w,std}}{\Delta V}
\end{aligned} \tag{60}$$

onde:

$$\begin{aligned}
D_{cow,P} = & \tau_{w,e}p_{cow,E} + \tau_{w,w}p_{cow,W} + \tau_{w,n}p_{cow,N} + \tau_{w,s}p_{cow,S} + \tau_{w,f}p_{cow,F} \\
& + \tau_{w,b}p_{cow,B} - \tau_{w,p}p_{cow,p}
\end{aligned} \tag{61}$$

Poderia ser feita a implementação desde já, das equações, no software *Mathematica*, com objetivo de obter a solução para as Pressões (P_o) e Saturações (S_w) em cada tempo específico. Entretanto, ainda é possível aperfeiçoar este procedimento aplicando o método IMPES (*Implicit in Pressure Explicit in Saturation*).

3.3.4 Método IMPES (*Implicit in Pressure, Explicit in Saturation*)

O método IMPES é um dos procedimentos mais utilizados na simulação de reservatórios de petróleo. O objetivo deste método é encontrar uma única solução para as pressões em cada grid a partir da combinação das equações de fluxo. O foco deste método é eliminar a saturação das equações descritas. Com este objetivo, tanto

pressão capilar quanto transmissibilidades devem ser avaliadas em cada tempo t , ou no nível i de iteração. Como explicitado na tabela 1, utilizaremos o tratamento totalmente implícito, em que $\theta = 1$, o que tornará a mudança de saturação lenta, de um passo de tempo para o próximo.

A equação da pressão é escrita para cada $n = 1, 2, 3, \dots, n$, e o conjunto de equações resultantes é resolvido, diretamente ou de forma iterativa, para a distribuição da pressão de óleo na fase (P_o).

O passo a ser tomado a seguir, no método IMPES, diz respeito a solução explícita das incógnitas. E feita então, a substituição da pressão encontrada, na saturação em $t + \Delta t$, que por sua vez, serão substituídas nas equações do fluxo (água ou óleo) adequado para cada célula do grid.

Abaixo se segue a representação esquemática e simplificada do funcionamento do método IMPES:

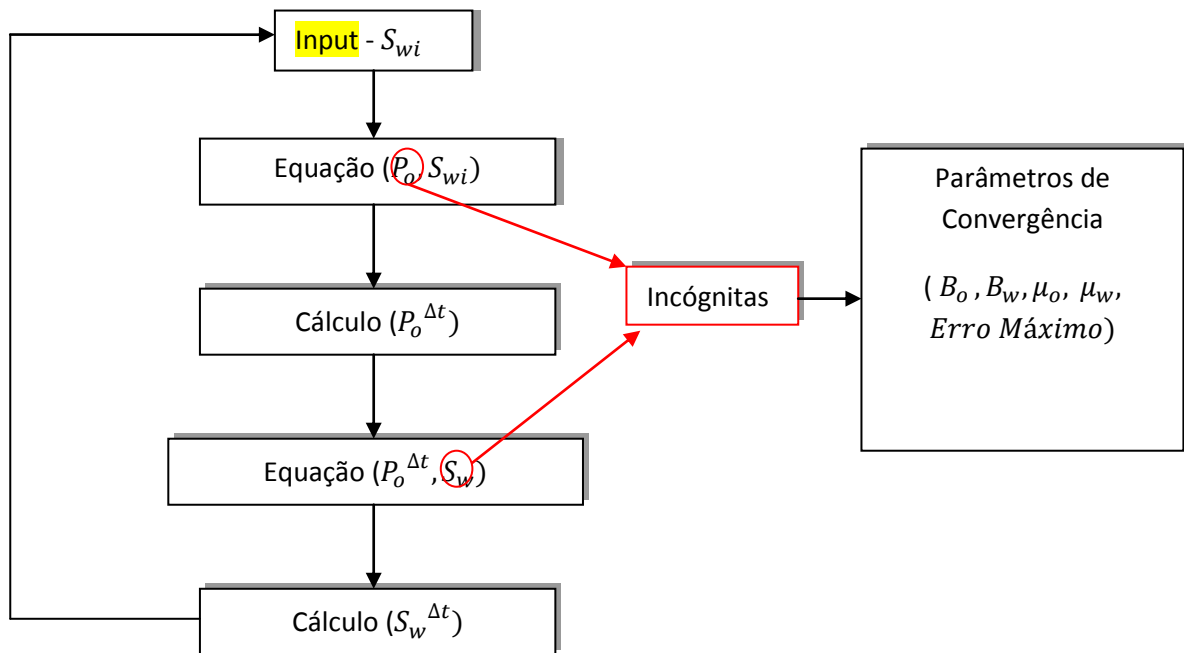


Figura 14 - Esquema do Método IMPES (Fonte: Hartmann, 2011)

Esta metodologia possui inúmeras vantagens, sendo estas:

- Pouco esforço computacional devido as interações. Este fato é devido ao único valor desconhecido ser a pressão em cada tempo e ponto, que será calculada através de um sistemas de equações lineares;
- É um procedimento fácil de ser vetorizado, no que diz respeito ao avanço das saturações;

As desvantagens, no entanto, serão dadas pela oscilação esporádica e aleatória na solução.

a) Método IMPES Para o Modelo de Fluxo Bidimensional Óleo – Água

O foco principal deste projeto é aplicar o Método IMPES nas equações discretizadas do escoamento do óleo e da água, respectivamente equações (34) e (60). De forma a facilitar a visualização da aplicação do método, repetiremos ambas as equações a seguir, e partir destas, desenvolveremos a metodologia IMPES. Segue-se portanto:

Equação Discretizada da Fase óleo

$$\begin{aligned} \tau_{o,e} p_{o,E} + \tau_{o,w} p_{o,W} + \tau_{o,n} p_{o,N} + \tau_{o,s} p_{o,S} + \tau_{o,b} p_{o,B} + \tau_{o,f} p_{o,F} - \tau_{o,p} p_{o,P} \\ = C_{op,P} (p_{o,P} - p_{o,P}^0) + C_{ow,P} (S_{w,P} - S_{w,P}^0) - \frac{1}{\Delta V} \dot{q}'''_{o,std} \end{aligned} \quad (34)$$

Equação Discretizada da Fase Água

$$\begin{aligned} \tau_{w,e} p_{o,E} + \tau_{w,w} p_{o,W} + \tau_{w,n} p_{o,N} + \tau_{w,s} p_{o,S} + \tau_{w,f} p_{o,F} + \tau_{w,b} p_{o,B} - \tau_{w,p} p_{o,P} \\ = C_{wp,P} (p_{o,P} - p_{o,P}^0) + C_{ww,P} (S_{w,P} - S_{w,P}^0) + D_{cow,P} \\ - \frac{\dot{q}'''_{w,std}}{\Delta V} \end{aligned} \quad (61)$$

O objetivo deste método é obter uma só equação com apenas a Pressão como incógnita. Assim sendo, combinaremos as equações (34) e (60) de forma que o termo envolvendo as saturações, $(S_{w,P} - S_{w,P}^0)$, desapareça. Realiza-se, portanto, os passos descritos na tabela 2, esquematizada a seguir:

1.	Multiplica-se a equação (60) por uma constante A
2.	Soma-se o resultado com a equação (34)
3.	Obtenção de um sistema linear de equações
4.	Representação do sistema linear em forma matricial
5.	Inversão da matriz com obtenção da solução

Tabela 2 - Descrição simplificada da metodologia IMPES

Seguindo então os passos descritos na tabela 2 obtém-se:

Multiplicação da equação (60) por uma constante A, definida abaixo:

$$A = -\frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \quad (62)$$

Assim tem-se que:

$$\begin{aligned}
& -\frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \tau_{w,e} p_{o,E} - \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \tau_{w,w} p_{o,W} - \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \tau_{w,n} p_{o,N} - \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \tau_{w,s} p_{o,S} \\
& - \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \tau_{w,f} p_{o,F} - \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \tau_{w,b} p_{o,B} + \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \tau_{w,p} p_{o,P} \\
& = -\frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} C_{wp,P} (p_{o,P} - p_{o,P}^0) - C_{ow,P} (S_{w,P} - S_{w,P}^0) \\
& - \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} D_{cow,P} + \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \frac{\dot{q}'''_{w,std}}{\Delta V}
\end{aligned} \quad (63)$$

Que simplificada fica da forma:

$$\begin{aligned}
& \left[\tau_{o,e} - \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \tau_{w,e} \right] p_{o,E} + \left[\tau_{o,w} - \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \tau_{w,w} \right] p_{o,W} \\
& + \left[\tau_{o,n} - \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \tau_{w,n} \right] p_{o,N} + \left[\tau_{o,s} - \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \tau_{w,s} \right] p_{o,S} \\
& + \left[\tau_{o,f} - \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \tau_{w,f} \right] p_{o,F} + \left[\tau_{o,b} - \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \tau_{w,b} \right] p_{o,B} \\
& - \left[\tau_{o,p} - C_{ow,P} + \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} (\tau_{w,p} + C_{wp,P}) \right] p_{o,P} \\
& = \left[\frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} C_{wp,P} - C_{op,P} \right] p_{o,P}^0 - \left[\frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} D_{cow,P} \right] \\
& + \left[\frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \frac{\dot{q}_{w,std}}{\Delta V} - \frac{\dot{q}_{o,std}}{\Delta V} \right]
\end{aligned} \tag{64}$$

Ou ainda,

$$A_e p_{o,E} + A_w p_{o,W} + A_n p_{o,N} + A_s p_{o,S} + A_e p_{o,B} + A_e p_{o,F} - A_p p_{o,p} = B_p \tag{65}$$

onde,

$$A_e = \tau_{o,e} - \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \tau_{w,e} \tag{66}$$

$$A_w = \tau_{o,w} - \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \tau_{w,w} \tag{67}$$

$$A_n = \tau_{o,n} - \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \tau_{w,n} \tag{68}$$

$$A_s = \tau_{o,s} - \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \tau_{w,s} \tag{69}$$

$$A_f = \tau_{o,f} - \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \tau_{w,f} \tag{70}$$

$$A_b = \tau_{o,e} - \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \tau_{w,b} \quad (71)$$

$$A_p = \tau_{o,P} - C_{ow,P} + \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} (\tau_{w,P} + C_{wp,P}) \quad (72)$$

$$B_p = \left[\frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} C_{wp,P} - C_{op,P} \right] p_{o,P}^0 - \left[\frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} D_{cow,P} \right] + \left[\frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \frac{\dot{q}_{w,std}}{\Delta V} - \frac{\dot{q}_{o,std}}{\Delta V} \right] \quad (73)$$

A Equação (65) descreve a pressão da fase óleo no volume P . Em caso de escrevermos a mesma para todos os volumes do domínio, tem-se como resultado um sistema linear de equações, que, de forma matricial, pode ser escrito como:

$$[A] [P] = [B] \quad (74)$$

Em que, invertendo-se a matriz $[A]$ obtemos como resultado a seguinte solução:

$$[P] = [A]^{-1} [B] \quad (75)$$

Sabendo que B_o , B_w , μ_o e μ_w são funções dependentes da pressão na fase óleo, a solução será dada de forma iterativa. Assim sendo, a partir da solução da equação (75), será possível obter como resultado o campo de pressões para cada célula do grid.

Todavia, com a finalidade de cumprimento da metodologia IMPES é necessário calcular o campo de saturação de água no tempo $(t + \Delta t)$. Com esta finalidade será utilizado o já então calculado, campo de pressão da fase óleo. Dessa forma, o campo de saturação da água é obtido pela equação (45), que será re-escrita a seguir:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{k_x k_{rw}}{\mu_w B_w} \left(\frac{\partial p_w}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{k_y k_{rw}}{\mu_w B_w} \left(\frac{\partial p_w}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{k_z k_{rw}}{\mu_w B_w} \left(\frac{\partial p_w}{\partial z} \right) \right] \\ = (S_w) C_3 \frac{\partial p_o}{\partial t} + C_4 \frac{\partial S_w}{\partial t} - \dot{q}'''_{w,std} \end{aligned} \quad (45)$$

Na forma discretizada, dará uma solução direta para a água, descrita por:

$$\begin{aligned} S_{w,P} = S_{w,P}^0 + \frac{1}{C_{ww,P}} [\tau_{w,w}(p_{o,W} - p_{cow,W}) + \tau_{w,e}(p_{o,E} - p_{cow,E}) + \tau_{w,n}(p_{o,N} \\ - p_{cow,N}) + \tau_{w,s}(p_{o,S} - p_{cow,S}) \\ + \tau_{w,f}(p_{o,S} - p_{cow,F}) + \tau_{w,b}(p_{o,S} - p_{cow,B}) - \tau_{w,p}(p_{o,p} \\ - p_{cow,p}) - C_{wp,P}(p_o - p_o^0)] + \left[\frac{\dot{q}_{w,std}}{C_{ww,P} \Delta V} \right] \end{aligned} \quad (76)$$

Com a realização deste passo, temos concluída a metodologia a ser implementada no *Mathematica 7*, em que a solução para cada célula do grid, em cada tempo, será representada por um vetor $(P_{ij}, S_{w,ij}, t)$.

Neste momento, o foco é seguir o passo 3) da tabela representativa da metodologia IMPES, com finalidade de obter o sistema linear de equações.

O sistema a ser exemplificado como modelo, será tridimensional de dimensões 4x3x3, como mostrado na figura 15 e 16 a seguir:

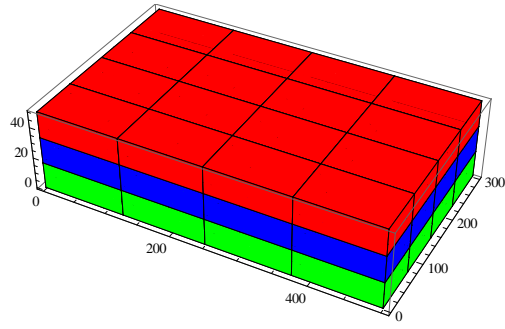
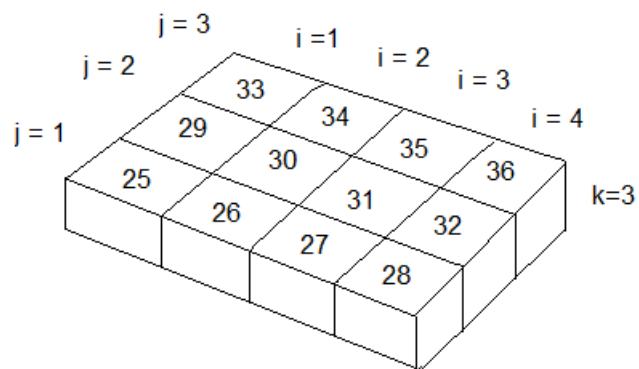


Figura 15 – Esquema representativo do modelo utilizado.



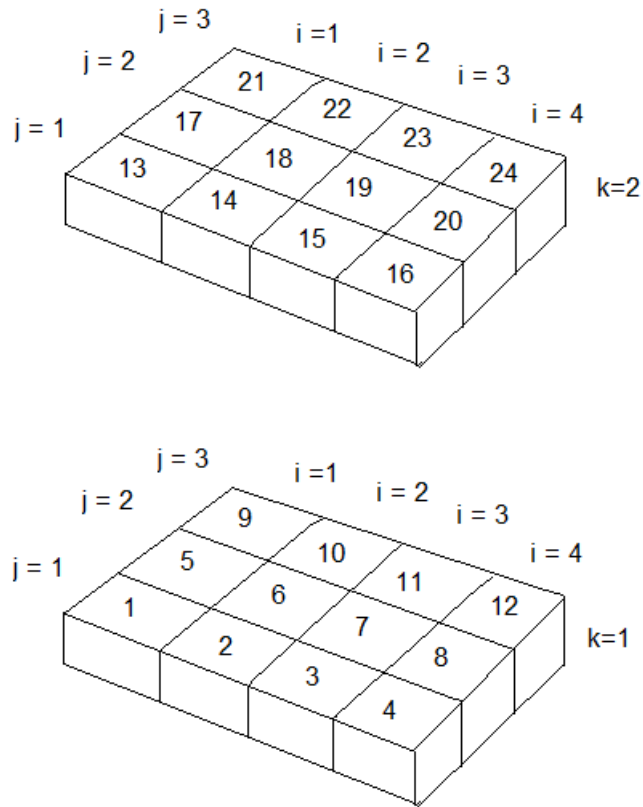


Figura 16 – Esquema representação da metodologia aplicada nos grids.

A equação (65) é válida para todos as células do grid exemplificado, podendo ser re-escrita da seguinte forma para, por exemplo, o volume 18 do mesmo grid, com a respectiva representação esquemática :

$$\begin{aligned}
 &A_{e,18}P_{19} + A_{w,18}P_{17} + A_{n,18}P_{30} + A_{s,18}P_6 + A_{f,18}P_{22} + A_{b,18}P_{14} \\
 &\quad - A_{p,18}P_{18} = B_{18}
 \end{aligned}
 \tag{77}$$

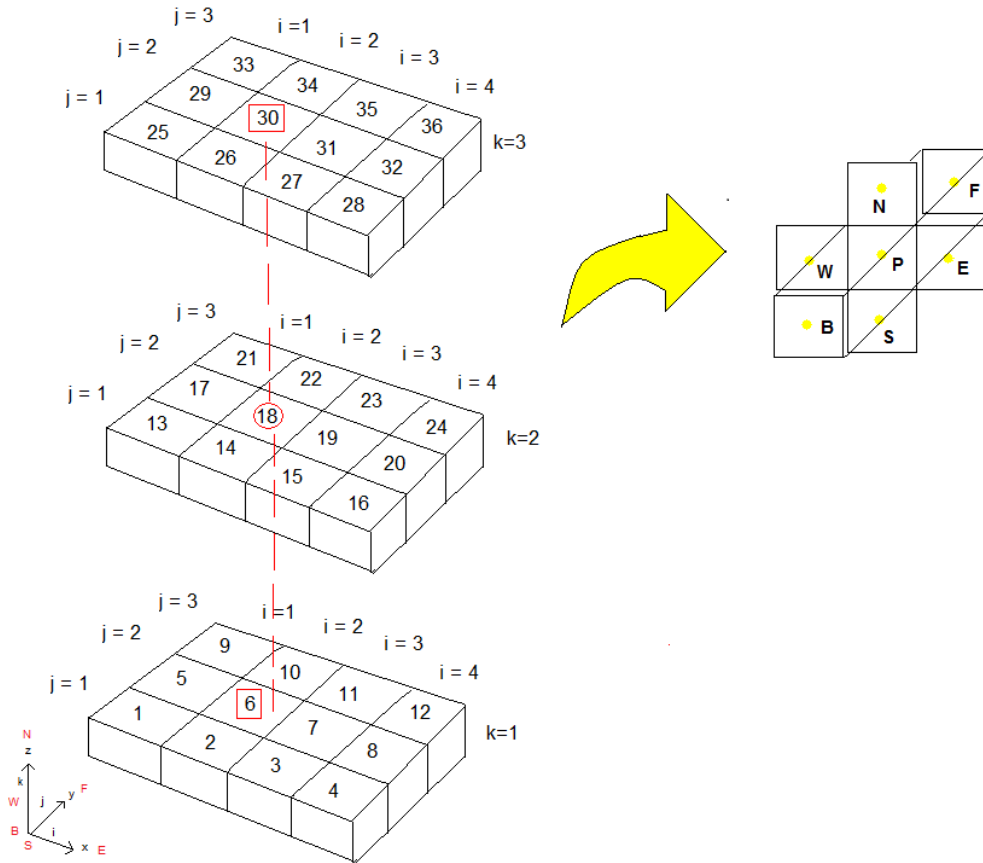


Figura 17 – Representação Esquemática da aplicação da equação (65) no volume de 18 do grid esquemático.

Ordenando a equação (77) obtém-se que:

$$\begin{aligned}
 &A_{s,18}P_6 + A_{b,18}P_{14} + A_{w,18}P_{17} - A_{p,18}P_{18} + A_{e,18}P_{19} + A_{f,18}P_{22} + A_{n,18}P_{30} \\
 &= B_{18}
 \end{aligned}
 \tag{78}$$

Em que tem-se a definição da equação linear para o ponto 18 do grid. A partir desta etapa teremos a representação de cada ponto do grid esquematizada em uma matriz mxm, em que m é a quantidade de volumes presentes no grid. No grid, aqui esquematizado, teremos uma matriz 36x36 correspondente. Dessa forma, a partir de (78) definiremos a regra geral para uma linha *i* da matriz, dada por:

$$A_{s,m}P_{m-N_iN_j} + A_{b,m}P_{m-N_i} + A_{w,m}P_{m-1} - A_{p,m}P_m + A_{e,m}P_{m+1} + A_{f,m}P_{m+N_i} + A_{n,m}P_{m+N_iN_j} = B_m \quad (79)$$

onde N_i é o número de volumes na direção x , N_j é o número de volumes na direção y , N_k é o número de volumes na direção z e P é a pressão do óleo avaliada em uma dada fronteira.

Utilizando (79) para escrevermos a equação característica do volume 1 teremos:

$m=1$

$$A_{s,1}P_{-11} + A_{b,1}P_{-3} + A_{w,1}P_0 - A_{p,1}P_1 + A_{e,1}P_2 + A_{f,1}P_5 + A_{n,1}P_{13} = B_1 \quad (80)$$

Entretanto, $P_{-11} = P_{-3} = P_0 = 0$ ou $P_m = 0$ para $m \leq 0$, logo tem-se que:

$$-A_{p,1}P_1 + A_{e,1}P_2 + A_{f,1}P_5 + A_{n,1}P_{13} = B_1 \quad (81)$$

Esquemáticamente o volume 1 fica representado da seguinte forma:

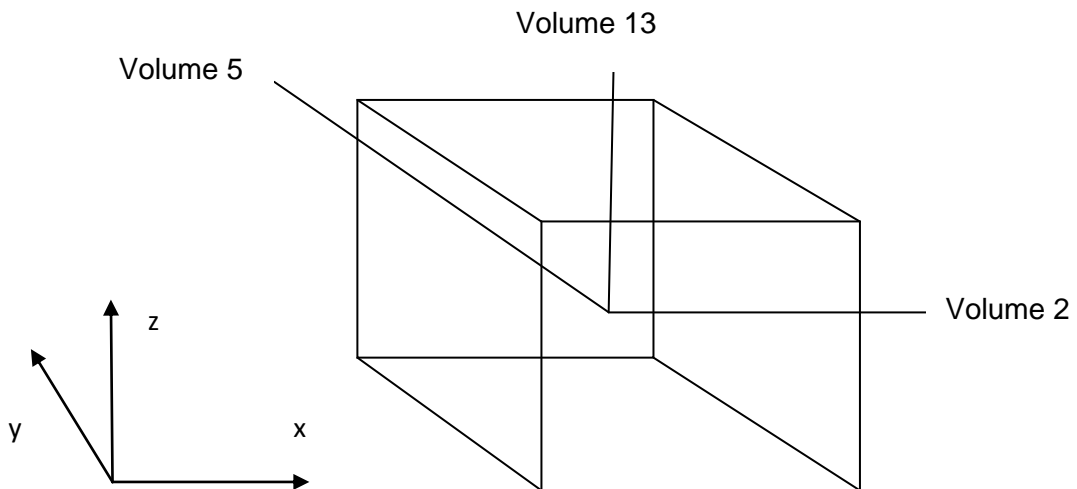


Figura 18 – Esquema representativo do volume 1 com as suas fronteiras avaliadas na equação (81) .

É importante ressaltar que também teremos as pressões nulas para os seguintes casos:

$$P_m = 0 \text{ para } m \leq 0 \quad (82)$$

$$P_m = 0 \text{ para } m > N_v \quad (83)$$

Em que N_v é o número de volumes totais no grid.

Faremos agora a representação esquemática do volume 6, que será dado por:

m=6

$$A_{s,6}P_{-6} + A_{b,6}P_2 + A_{w,6}P_5 - A_{p,6}P_6 + A_{e,6}P_7 + A_{f,6}P_{10} + A_{n,6}P_{18} = B_6 \quad (84)$$

Que ordenada, já excluindo os termos nulos, fica da seguinte forma:

$$A_{b,6}P_2 + A_{w,6}P_5 - A_{p,6}P_6 + A_{e,6}P_7 + A_{f,6}P_{10} + A_{n,6}P_{18} = B_6 \quad (85)$$

Re-escreveremos agora as equações representativas das pressões do óleo nos volumes 1, 6 e 18, obtendo:

$$A_{s,18}P_6 + A_{b,18}P_{14} + A_{w,18}P_{17} - A_{p,18}P_{18} + A_{e,18}P_{19} + A_{f,18}P_{22} + A_{n,18}P_{30} = B_{18} \quad (78)$$

$$- A_{p,1}P_1 + A_{e,1}P_2 + A_{f,1}P_5 + A_{n,1}P_{13} = B_1 \quad (80)$$

$$A_{b,6}P_2 + A_{w,6}P_5 - A_{p,6}P_6 + A_{e,6}P_7 + A_{f,6}P_{10} + A_{n,6}P_{18} = B_6 \quad (84)$$

Assim sendo, podemos observar um padrão nas equações, nos fornecendo as seguintes equações matriciais:

$$A_{(18,6)}P_6 + A_{(18,14)}P_{14} + A_{(18,17)}P_{17} - A_{(18,18)}P_{18} + A_{(18,19)}P_{19} + A_{(18,22)}P_{22} + A_{(18,30)}P_{30} = B_{18} \quad (86)$$

$$- A_{(1,1)}P_1 + A_{(1,2)}P_2 + A_{(1,4)}P_5 + A_{(1,13)}P_{13} = B_1 \quad (87)$$

$$A_{(6,2)}P_2 + A_{(6,5)}P_5 - A_{(6,6)}P_6 + A_{(6,7)}P_7 + A_{(6,10)}P_{10} + A_{(6,18)}P_{18} = B_6 \quad (88)$$

Dessa forma, de maneira genérica, teremos a seguinte regra geral de formação da matriz do sistema linear:

$$A_{(i-NiNj,i)}P_{(i-NiNj)} + A_{(i-Ni,i)}P_{(i-Ni)} + A_{(i-1,i)}P_{(i-1)} - A_{(i,i)}P_i + A_{(i+1,i)}P_{(i+1)} + A_{(i+Ni,i)}P_{(i+Ni)} + A_{(i+NiNj,i)}P_{(i+NiNj)} = B_i \quad (89)$$

onde i é a correspondente linha da matriz que será equivalente ao volume m do grid, N_i é o número de volumes na direção x , N_j é o número de volumes na direção y e P é dita a pressão do óleo no volume especificado.

Fazendo uma justaposição de (89) com (78), (81) e (85) obteremos:

$$A_{(i,i-NiNj)} = A_{s,m} \quad (90)$$

$$A_{(i,i-Ni)} = A_{b,m} \quad (91)$$

$$A_{(i,i-1)} = A_{w,m} \quad (92)$$

$$A_{(i,i)} = A_{p,m} \quad (93)$$

$$A_{(i,i+1)} = A_{e,m} \quad (94)$$

$$A_{(i,i+Ni)} = A_{f,m} \quad (95)$$

$$A_{(i,i+NiNj)} = A_{n,n} \quad (96)$$

Sendo importante lembrar que os índices do lado direito são representativos do sistema físico enquanto os índices do lado esquerdo da equação representam a sua forma matricial.

É válido destacar que:

$$A = -\frac{C_{ow,p}}{C_{ww,p}} \quad (62)$$

Que aplicada nas devidas direções nos fornecerá:

$$A_e = \tau_{o,e} - \frac{C_{ow,p}}{C_{ww,p}} \tau_{w,e} \quad (66)$$

$$A_w = \tau_{o,w} - \frac{C_{ow,p}}{C_{ww,p}} \tau_{w,w} \quad (67)$$

$$A_n = \tau_{o,n} - \frac{C_{ow,p}}{C_{ww,p}} \tau_{w,n} \quad (68)$$

$$A_s = \tau_{o,s} - \frac{C_{ow,p}}{C_{ww,p}} \tau_{w,s} \quad (69)$$

$$A_f = \tau_{o,f} - \frac{C_{ow,p}}{C_{ww,p}} \tau_{w,f} \quad (70)$$

$$A_b = \tau_{o,e} - \frac{C_{ow,p}}{C_{ww,p}} \tau_{w,b} \quad (71)$$

$$A_p = \tau_{o,p} - C_{ow,p} + \frac{C_{ow,p}}{C_{ww,p}} (\tau_{w,p} + C_{wp,p}) \quad (72)$$

$$B_p = \left[\frac{C_{ow,p}}{C_{ww,p}} C_{wp,p} - C_{op,p} \right] p_{o,p}^0 - \left[\frac{C_{ow,p}}{C_{ww,p}} D_{cow,p} \right] + \left[\frac{C_{ow,p}}{C_{ww,p}} \frac{\dot{q}_{w,std}}{\Delta V} - \frac{\dot{q}_{o,std}}{\Delta V} \right] \quad (73)$$

Fazendo as correlações diretas das equações (66) a (73) com as equações (90) a (96) teremos:

$$A_{(i-NiNj,i)} = A_{s,m} = \tau_{o,s} - \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \tau_{w,s} \quad (97)$$

$$A_{(i-Ni,i)} = A_{b,m} = \tau_{o,e} - \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \tau_{w,b} \quad (98)$$

$$A_{(i-1,i)} = A_{w,m} = \tau_{o,w} - \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \tau_{w,w} \quad (99)$$

$$A_{(i,i)} = A_{p,m} = \tau_{o,p} - C_{ow,P} + \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} (\tau_{w,p} + C_{wp,P}) \quad (100)$$

$$A_{(i+1,i)} = A_{e,m} = \tau_{o,e} - \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \tau_{w,e} \quad (101)$$

$$A_{(i+Ni,i)} = A_{f,m} = \tau_{o,f} - \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \tau_{w,f} \quad (102)$$

$$A_{(i+NiNj,i)} = A_{n,n} = \tau_{o,n} - \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \tau_{w,n} \quad (103)$$

Em que os termos relativos aos coeficientes $C_{ow,P}$ e $C_{ww,P}$ dependerão das saturações, da água e do óleo, e das pressões do óleo. Tais saturações e pressões foram calculadas pela resolução do sistema matricial em cada intervalo de tempo Δt . As transmissibilidades serão avaliadas em cada direção, dependendo das permeabilidades nas mesmas direções, das permeabilidades relativas, da viscosidade do fluido e do respectivo fator volume-formação.

Dessa forma, a partir da estrutura esquematizada em (79) podemos visualizar a matriz representativa de um grid simples, com apenas 2 células em cada direção, como sendo:

$$\begin{array}{cccccccc}
 -A_{(1,1)} & A_{(1,2)} & A_{(1,3)} & 0 & A_{(1,5)} & 0 & 0 & 0 \\
 A_{(2,1)} & -A_{(2,2)} & A_{(2,3)} & A_{(2,4)} & 0 & A_{(2,6)} & 0 & 0 \\
 A_{(3,1)} & A_{(3,2)} & -A_{(3,3)} & A_{(3,4)} & A_{(3,5)} & 0 & A_{(3,7)} & 0 \\
 0 & A_{(4,2)} & A_{(4,3)} & -A_{(4,4)} & A_{(4,5)} & A_{(4,6)} & 0 & A_{(4,8)} \\
 A_{(5,1)} & 0 & A_{(5,3)} & A_{(5,4)} & -A_{(5,5)} & A_{(5,6)} & A_{(5,7)} & 0 \\
 0 & A_{(6,2)} & 0 & A_{(6,4)} & A_{(6,5)} & -A_{(6,6)} & A_{(6,7)} & A_{(6,8)} \\
 0 & 0 & A_{(7,3)} & 0 & A_{(7,5)} & A_{(7,6)} & -A_{(7,7)} & A_{(7,8)} \\
 0 & 0 & 0 & A_{(8,4)} & 0 & A_{(8,6)} & A_{(8,7)} & -A_{(8,8)}
 \end{array}$$

Figura 19 – Matriz Representativa da Solução de um Grid 2x2x2

É importante observar que a matriz terá como dimensões a quantidade de volumes representativos do modelo físico. Neste presente exemplo, utilizamos um modelo 2x2x2 com 8 volumes, logo a matriz terá 8 linhas e 8 colunas, com 8 incógnitas e 8 equações lineares formando o sistema.

4. Resultados e Discussões

O capítulo em questão visa expor os resultados das simulações das equações, então discretizadas e em forma matricial, no software *Mathematica 7*. É importante lembrar que as simulações visaram reproduzir o escoamento bifásico óleo-água em reservatórios de petróleo heterogêneos e anisotrópicos, sob influência de injeção de água, em uma malha *Five-Spot*.

O passo inicial das simulações foi estabelecido através da necessidade de se definir um tamanho de grid que fornecesse uma boa solução em um esforço computacional compatível. Com esta finalidade, foram testados diversos cenários, que depois de comparados entre si, forneceram o cenário mais apropriado para validação do método de simulação.

O processo de simulação apresenta inúmeras características peculiares, uma delas diz respeito à capacidade de gerar resultados coerentes, se utilizado de forma correta, com o devido refino requerido, e ao mesmo tempo, gerar resultados pouco precisos, em casos de simulações com grids pouco rebuscados. É por este motivo, que fizemos uma análise de convergência do método estudado, antes do estudo de casos, propriamente ditos.

A simulação de reservatórios é um método muito eficaz na indústria, sendo vastamente utilizado nos Planos de Desenvolvimento. Planos estes, elaborados para cada campo de petróleo específico, antes de sua exploração e produção.

Os softwares comerciais de simulação baseiam sua simulação em resultados coerentes, visto que a indústria de Petróleo costuma trabalhar com quantias milionárias. O objetivo principal destes é simular cenários os mais próximos da realidade possível. Dessa forma, os simuladores comerciais apresentam características que garantam um alto refino da simulação, para tal, são utilizados modelos com uma quantidade muito alta de células, que acabam, por fim, gerando esforços computacionais muito grandes. A respeito desses esforços é importante destacar que a indústria encontrou um meio de amenizar tais. Essa solução foi feita através da adoção das Simulações em Paralelo, que consistem em simulações divididas, em que um mesmo modelo é fragmentado, e simulado em diferentes processadores, diminuindo assim o esforço computacional requerido pelos modelos. Apenas a título de esclarecimento, dizemos que um modelo de simulação de

reservatórios é refinado à medida que este se aproxima da realidade, sendo um modelo não refinado aquele que apresenta um grande afastamento do cenário real que está tentando reproduzir.

O modelo, aqui utilizado, tentará utilizar um cenário com maior refino possível, considerando as ferramentas disponíveis. Com esta finalidade, foram simulados quatro de grids diferentes, em três intervalos de tempo distintos. O foco de tal metodologia foi escolher um cenário que apresentasse uma melhor convergência em um menor esforço computacional compatível, sendo importante referenciar a qualidade dos resultados com o tempo de simulação de cada modelo. Posteriormente, foram simulados diversos casos, em que se observou a influência das heterogeneidades e anisotropia nas características do reservatório. Estes casos, ou cenários, serão avaliados detalhadamente com o objetivo de observar a influência da variação das propriedades do reservatório nos parâmetros de produção deste.

As informações referentes às propriedades do fluido e da rocha foram extraídas da literatura, em que foram escolhidos os valores mais comuns na indústria.

4.1 Localização dos Poços Injetor e Produtor

Antes de iniciarmos o processo de análise de convergência e simulação propriamente ditos, iremos especificar graficamente a localização dos poços injetor e produtor. Apenas a título de conhecimento, definiremos a posição dos poços para um grid específico, entretanto, a posição se manterá a mesma em outros grids com dimensões diferenciadas.

O poço injetor se manterá na parte inferior esquerda do grid, enquanto o poço produtor se manterá na posição diagonalmente inversa. Tem-se então:

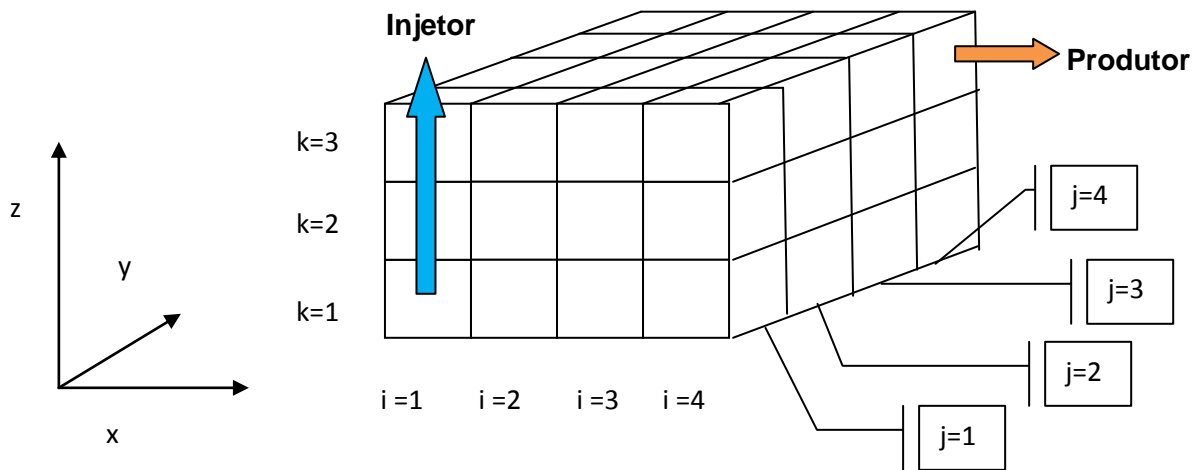


Figura 20 – Localização do Poço Injetor e Produtor.

Assim sendo, o poço injetor estará situado na célula 1,1,1, localizado na camada inferior vertical, no primeiro grid em x e em y . Já quando falamos do poço produtor, o mesmo estará localizado na camada $k = 3$, no grid 4,4,3. Portanto, extrapolando esta localização para um grid $m \times m \times n$ qualquer, teremos a localização dos poços injetor e produtor descritas na tabela abaixo:

Poço	Localização no Grid
Injetor	$i=1, j=1, z=1$
Produtor	$i=m, j=m, z=k$

Tabela 3 – Localização dos Poços Injetor e Produtor

É importante lembrar que em uma malha *Five-Spot*, como utilizado neste trabalho, tem-se quatro poços injetores situados nos vértices do reservatório, e um poço produtor localizado no centro do mesmo. Entretanto, como mostrado anteriormente, utilizaremos apenas um poço injetor e um produtor, restringindo o resultado a apenas um quarto do domínio, como descrito a seguir:

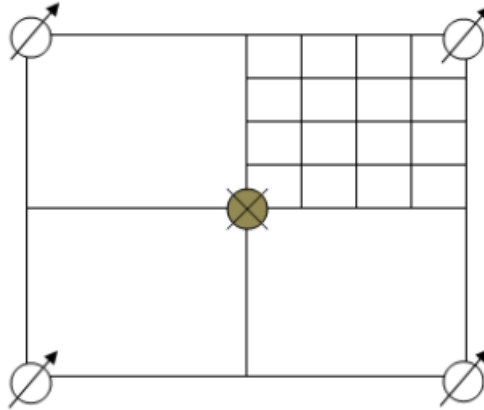


Figura 21 – Domínio utilizado neste presente trabalho (Fonte: Hartmann, 2011).

Para adoção do domínio citado, foi necessário que se implantasse algumas condições de simetria. As condições relativas aos poços, tanto injetor quanto produtor, foram descritas através da equação discretizada e simulada no software *Mathematica*. Os termos referentes às vazões de cada poço foram alterados segundo a condição do poço, como mostrado a seguir:

$$[P] = [A]^{-1} [B]$$

onde:

$A_d = \tau_{o,d} - \frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \tau_{w,d}$, que variará com a direção, sendo d representativo da mesma;

$B_P = \left[\frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} C_{wp,P} - C_{op,P} \right] p_{o,P}^0 - \left[\frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} D_{cow,P} \right] + \left[\frac{C_{ow,P}}{C_{ww,P}} \frac{\dot{q}_{w,std}}{\Delta V} - \frac{\dot{q}_{o,std}}{\Delta V} \right]$, será o termo que localizará os poços no grid, de forma que a vazão de água injetada será nula no poço produtor, enquanto a vazão de óleo produzido se anulará no poço injetor.

Já no caso das condições de simetria relativa as faces, adotou-se um campo de pressões e saturações nulos nestas, que acarretou em permeabilidades nulas no modelo, garantindo que não houvesse nenhum tipo de fenômenos nelas.

4.2 Análise de Convergência

Neste item trataremos da escolha do melhor cenário a ser implantado no estudo dos casos, desenvolvidos neste trabalho. A escolha das dimensões do grid a ser implantado dependerá, principalmente, dos seguintes fatores:

1.	Refino do Grid
2.	Esforço Computacional
3.	Tempo de Entrada para as Simulações (<i>Time Step</i>)
4.	Convergência

Tabela 4 – Fatores Importantes a serem utilizados no processo de escolha da dimensão do grid.

Dessa forma, faremos uma análise da influência dos fatores descritos na tabela 4 em cada cenário implantado, a fim de definirmos um padrão para a escolha daquele que melhor se enquadra nas condições de simulação aqui descritas.

A coerência nos resultados de um método de simulação está diretamente ligada ao esforço computacional requerido. No caso em questão, foram testados os cenários de simulação representados na tabela 5, como mostrado a seguir:

Cenário	N_i	N_j	N_k	Δt (<i>time step</i>)
1.	4	4	3	45 dias
2.	8	8	3	45 dias
3.	10	10	3	45 dias
4.	16	16	3	45 dias
5.	4	4	3	30 dias
6.	8	8	3	30 dias
7.	10	10	3	30 dias
8.	16	16	3	30 dias
9.	4	4	3	15 dias
10.	8	8	3	15 dias
11.	10	10	3	15 dias
12.	16	16	3	15 dias

Tabela 5 – Descrição dos Cenários Testados para Escolha do Melhor a Ser Utilizado nas Simulações

Baseando a decisão apenas nas informações contidas na tabela 5, seria fácil visualizar o melhor cenário como sendo o 12, em que temos um menor *time step*, referente a 15 dias, e um grid com maior divisão da malha. O que, por sua vez, acabaria fornecendo um resultado com maior precisão. A explicação para tal, decorre do fato de que quanto menor o *time step* e maior a divisão da malha representativa do grid, maior será o refino da solução. Isso ocorre, pois em grids com maior divisão da malha teremos uma maior aproximação do modelo geológico. Sabe-se, entretanto, que esta escolha poderia resultar em tempos de simulação muito extensos, com grandes esforços computacionais. Assim sendo, a escolha do grid e *time step* basearam-se nos resultados obtidos para as vazões de produção, de injeção e pressão média do reservatório, oriundos das simulações dos 12 cenários. O melhor cenário será aquele que com menor esforço computacional consiga retratar uma solução convergente com parâmetros e resultados compatíveis. Os gráficos e resultados das simulações para cada caso são descritos na subseção a seguir.

4.2.1 Cenários testados para a Análise de Convergência

Os dados característicos da formação e dos fluidos serão uniformes para todos os cenários testados nesta subseção, e estão descritos na tabela 6, como mostrado a seguir:

Propriedade	Sistema Internacional	API
ϕ	20 %	20 %
c_o	$1,50 \times 10^{-9} [Pa^{-1}]$	$10,34 \times 10^{-9} [Psi^{-1}]$
c_w	$2,40 \times 10^{-10} [Pa^{-1}]$	$16,55 \times 10^{-10} [Psi^{-1}]$
c_f	$4,40 \times 10^{-10} [Pa^{-1}]$	$30,34 \times 10^{-10} [Pa^{-1}]$
k_h	$1,50 \times 10^{-14} [m^2]$	15,20 [mD]
k_v	$0,150 \times 10^{-14} [m^2]$	1,52 [mD]
$\circ API$	20° API	20° API
$d_{60,60}$	0,93	0,91
B_o	$1,4 m^3 std / m^3$	$1,4 m^3 std / m^3$
B_{wi}	$1,03 m^3 std / m^3$	$1,03 m^3 std / m^3$
μ_{wi}	0,001 Pa.s	1 cP
S_{wi}	0,25	0,25

Tabela 6 – Propriedades Iniciais dos Fluidos e Propriedades das Rochas na Simulação de Análise de Convergência

É importante destacar que as propriedades do fluido descritas na tabela 6 variarão com o tempo de produção. Existem ainda três propriedades, muito importantes, a serem destacadas neste trabalho, sendo estas:

Permeabilidade Relativa do Óleo
Permeabilidade Relativa da Água
Pressão Capilar

Tabela 7 – Propriedades Adicionais dos Fluidos e Rocha

Todas as propriedades mostradas na tabela 7 são dependentes da saturação de água no reservatório, que variará com o tempo de produção, como especificado nas equações e gráficos a seguir:

Permeabilidade Relativa do Óleo

$$k_{ro}[S_w] = 1 - \left[\frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi}} \right]^3 \quad (104)$$

Permeabilidade Relativa da Água

$$k_{rw}[S_w] = \left(\frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi}} \right)^3 \quad (105)$$

A descrição do comportamento das permeabilidades relativas do óleo e da água, em função variação da saturação de água, estão representadas na figura 22 mostrada a seguir:

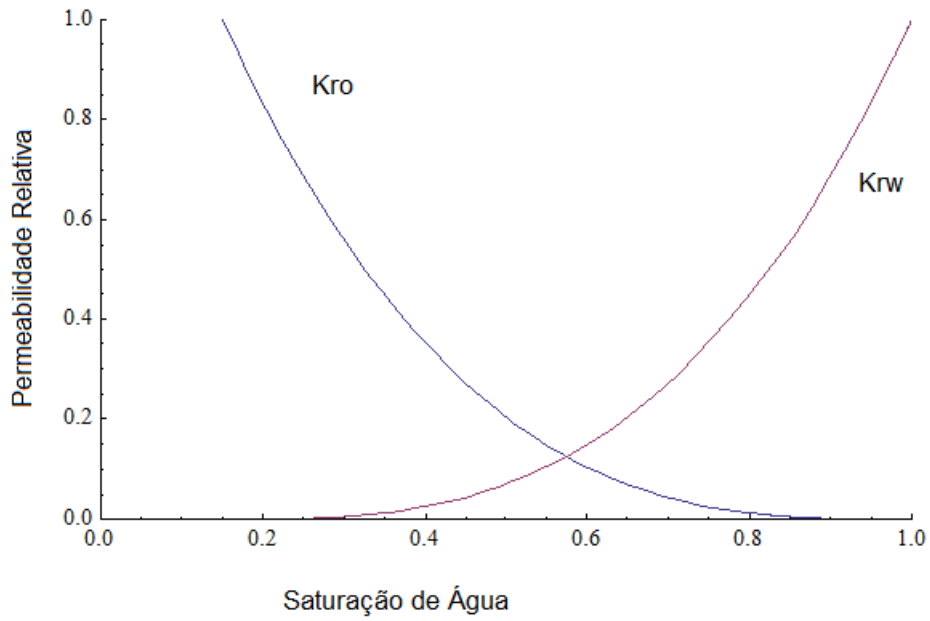


Figura 22 – Variação das Permeabilidades Relativas do Óleo e Água com a Variação da Saturação de Água.

A pressão capilar, por sua vez, obedece a seguinte função de variação:

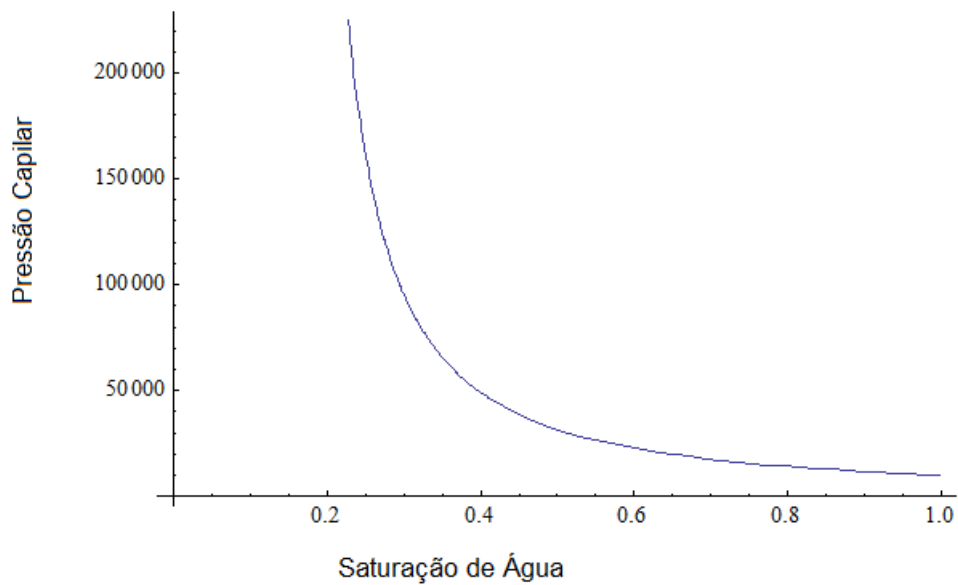


Figura 23 – Variação da Pressão Capilar com a Saturação de Água do Reservatório.

Em que a função que descreve tal variação esta representada pela equação (106):

$$P_{cow}[S_w] = \frac{0.1}{\left(\frac{S - S_w}{1 - S_{wi}}\right)^{1,3}} \quad (106)$$

I. Resultados da Simulação

Os resultados obtidos para os cenários descritos na tabela 5 serão mostrados a seguir, considerando os seguintes parâmetros na análise:

Pressão Média do Reservatório
Vazão de Produção
Vazão de Injeção

Tabela 8 – Propriedades Utilizadas como Base de Comparação entre os Cenários Simulados

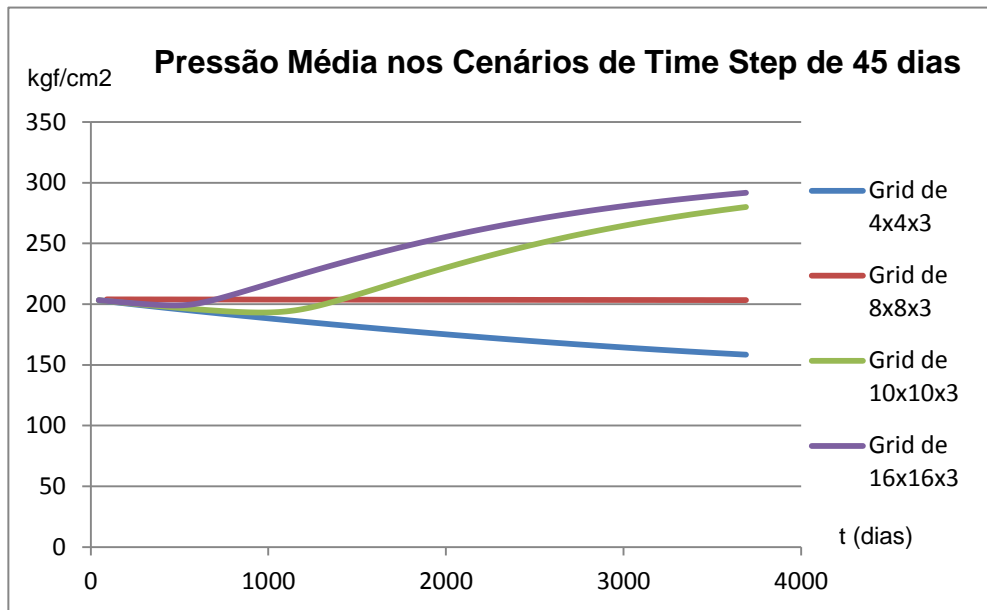


Figura 24 – Resultados Obtidos para a Análise de Convergência.

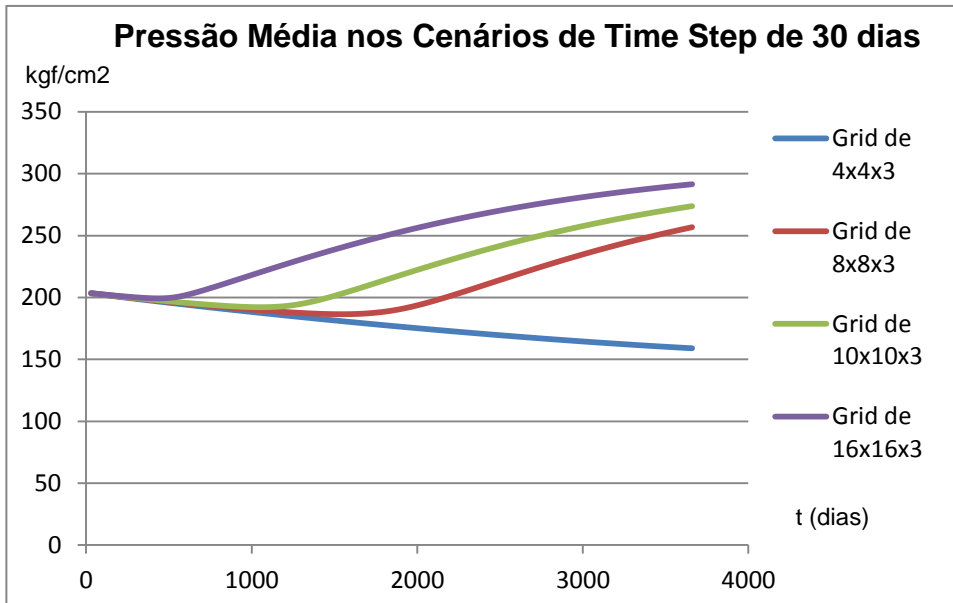


Figura 25 - Resultados Obtidos para a Análise de Convergência

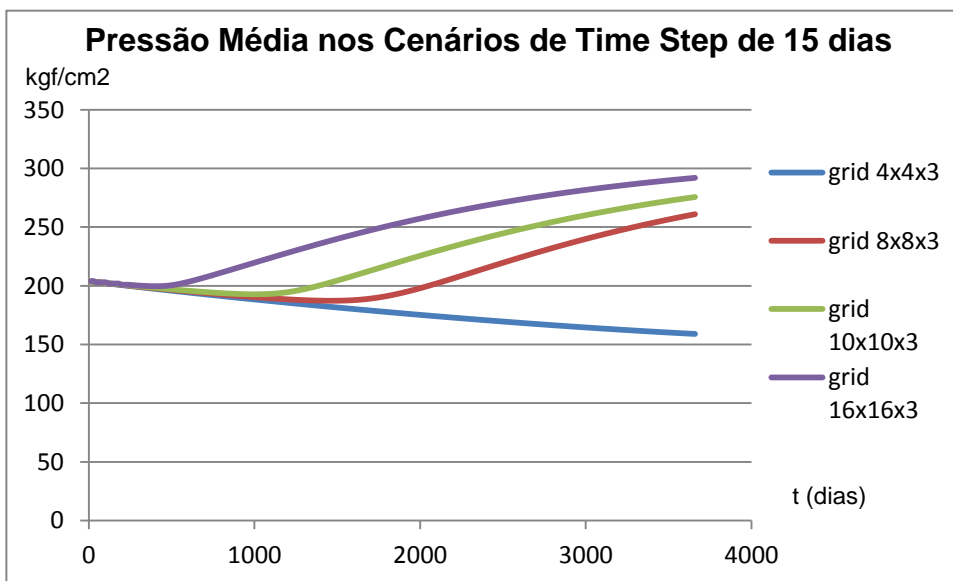


Figura 26 - Resultados Obtidos para a Análise de Convergência

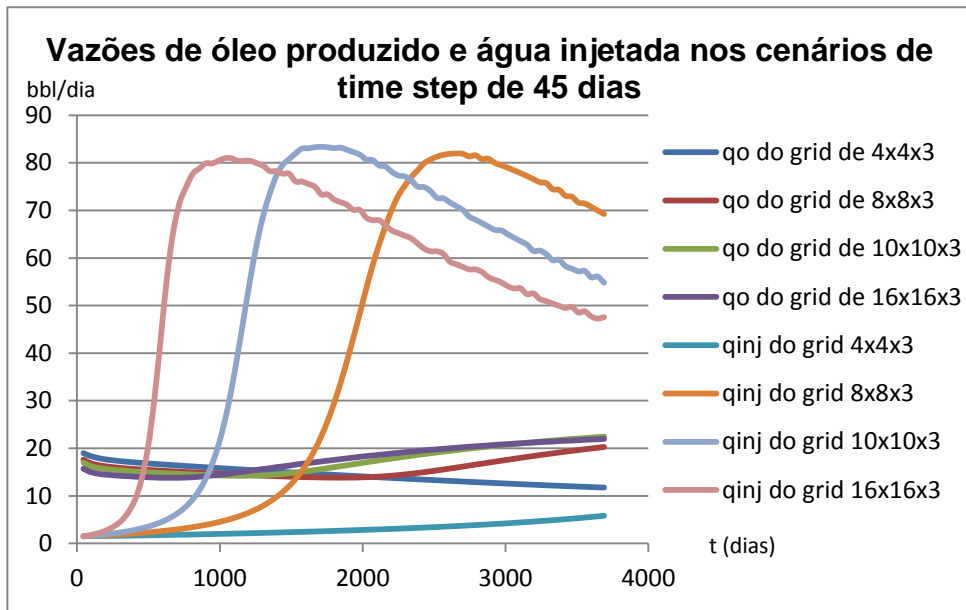


Figura 27 - Resultados Obtidos para a Análise de Convergência

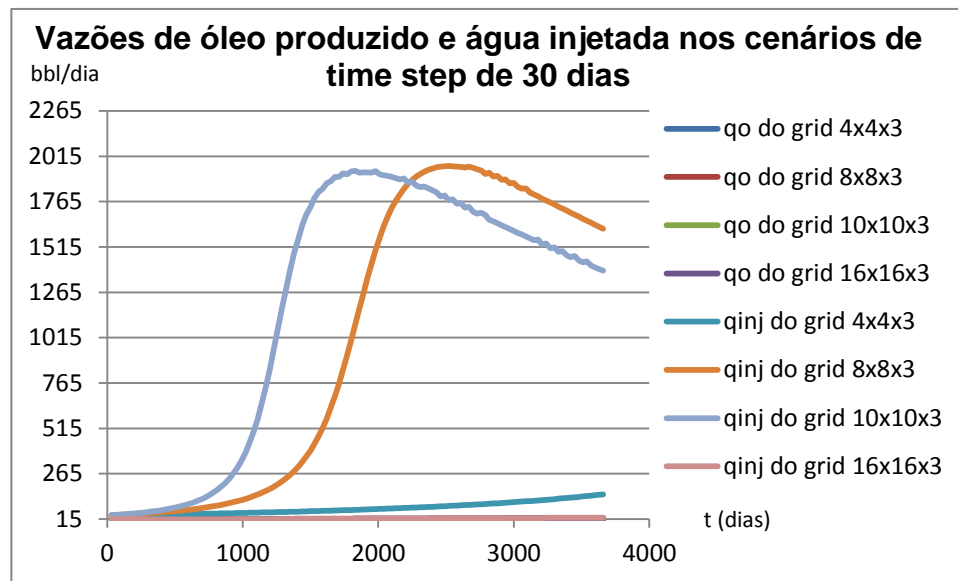


Figura 28 - Resultados Obtidos para a Análise de Convergência

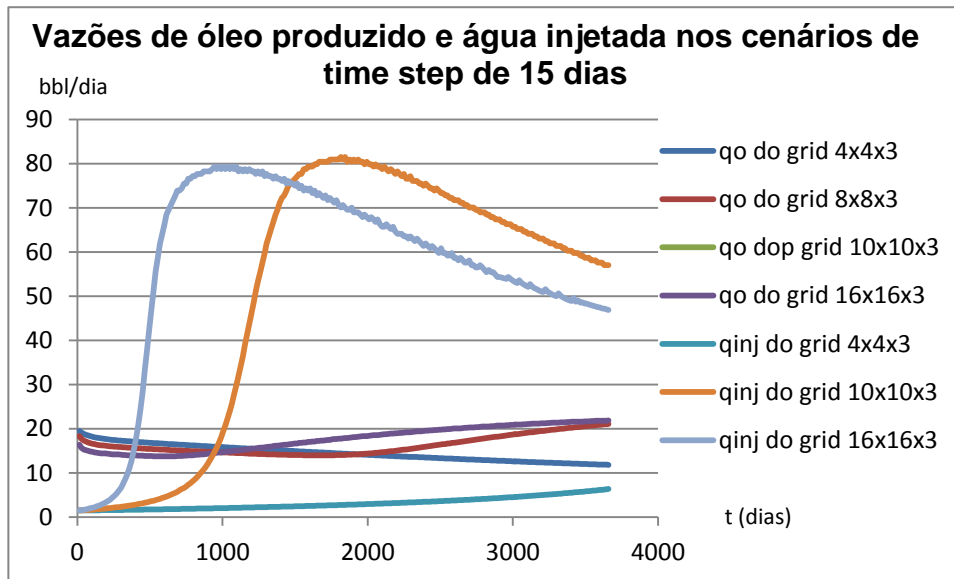


Figura 29 - Resultados Obtidos para a Análise de Convergência

A partir dos resultados mostrados acima, podemos observar uma grande tendência de convergência à medida que o grid vai se tornando refinado.

As curvas, tanto para Pressão Média do Reservatório, quanto Vazão de Injeção e de Óleo Produzido, apresentam uma tendência de convergência para os grids de 10x10x3 e 16x16x3. É importante observar que em alguns gráficos, as curvas, para os grids citados, chegam a se transpor, havendo uma dificuldade de diferenciação entre os resultados obtidos para um e outro caso. Este fenômeno também pode ser observado nos grids de dimensão 4x4x3 e 8x8x3, pois, em ambos os resultados há uma mesma tendência de comportamento das curvas. Dessa forma, a transposição das curvas pode ser explicada pela tendência natural de convergência e refino do método, à medida que o grid vai se tornando mais refinado.

Assim sendo, baseando a nossa escolha no refino requerido e esforço computacional compatível, utilizaremos o grid de tamanho 10x10x3 nas simulações posteriores, já que este apresenta uma pequena diferenciação nos resultados, se comparado ao grid de maior refino utilizado neste estudo (16x16x3). Na figura 24 é mostrada a representação esquemática do grid escolhido. Tem-se, portanto:

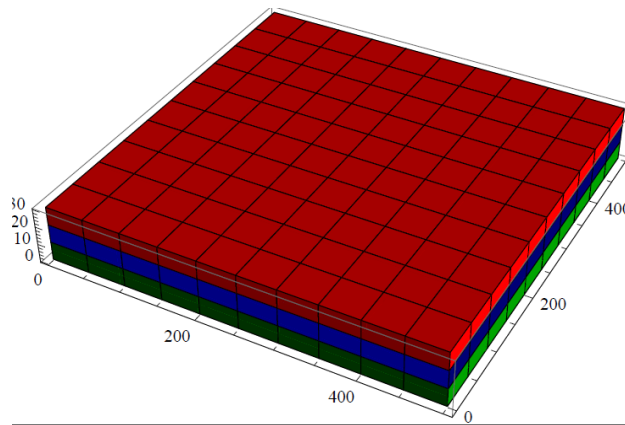


Figura 30 – Representação Esquemática do Grid Utilizado nas Simulações.

Visto que o grid já foi escolhido, trataremos agora, da decisão referente ao *time step* (Δt) a ser utilizado. O *time step* é o tempo de entrada utilizado no modelo de simulação feitas no *Mathematica 7*.

Nos resultados destacados na figura 23, foram escolhidos *time steps* de 15, 30 e 45 dias, e dessa forma, estes resultados serão expostos novamente a seguir, apenas para o grid escolhido, de forma a analisarmos a diferenciação nos resultados para cada Δt . Segue-se, portanto:

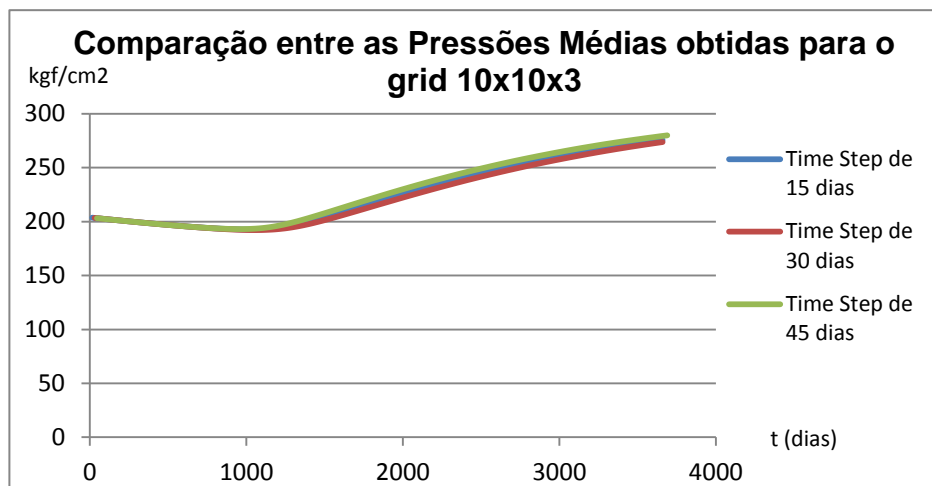


Figura 31 – Comparação entre as Pressões Médias do Reservatório obtidas para o grid de dimensão 10x10x3.

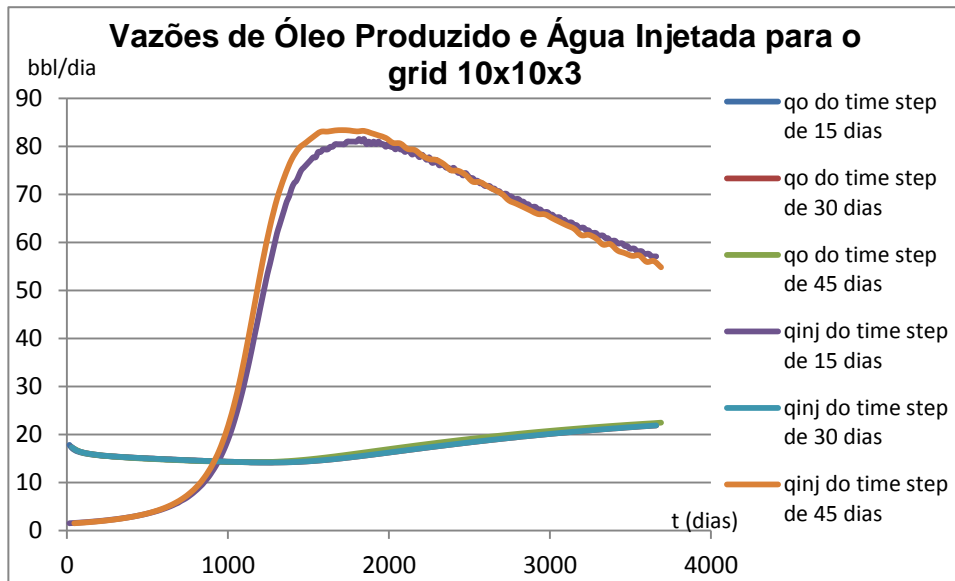


Figura 32 – Comparação entre as Vazões de Óleo Produzido e Água Injetada obtidos para o grid 10x10x3.

Como podemos observar, em ambos os gráficos, os resultados obtidos ficam muito próximos uns dos outros. No entanto, o *time step* de 15 dias apresentou um caráter mais conservativo. Este fato ocorre devido ao maior refino obtido na simulação com menores *time steps*. Portanto, a fim de obtermos resultados mais coerentes, utilizaremos o *time step* de 15 dias nas simulações consequentes. Dessa forma, as análises de heterogeneidades e anisotropia serão feitas com as seguintes características:

Time Step	15 dias
Grid	10x10x3

Tabela 9 – Time Step e Grid escolhidos na Análise de Convergência.

4.3 Análise das heterogeneidades e anisotropias

4.3.1 Heterogeneidades

Neste item abordaremos as análises relativas à avaliação das heterogeneidades no reservatório simulado. A simulação das heterogeneidades foi feita através da adoção de uma distribuição normal para os valores de permeabilidade e porosidade empregados. Esta distribuição teve como média o próprio valor das porosidades e permeabilidades aplicados como dados de entrada no *Mathematica 7*, sendo o desvio padrão, no entanto, dado por valores diferenciados para cada um dos casos simulados.

O objetivo desta metodologia foi simular a variação das propriedades do reservatório, como ocorre em reservatórios heterogêneos. Assim sendo, foram simulados três cenários distintos, em que variamos o desvio padrão em cada um deles, de forma a sermos capazes de avaliar as influências das heterogeneidades nas características do reservatório.

Os cenários simulados serão descritos detalhadamente a seguir, sendo importante ressaltar que foram adotadas as mesmas características de fluidos e rochas para cada um deles.

a) **Caso 1**

Neste caso foram adotadas as seguintes características inerentes ao reservatório:

Propriedade	Sistema Internacional	API
ϕ (primeira camada)	15 %	15 %
ϕ (segunda camada)	20%	20%
ϕ (terceira camada)	25%	25%
c_o	$1,50 \times 10^{-9} [Pa^{-1}]$	$10,34 \times 10^{-9} [Psi^{-1}]$
c_w	$2,40 \times 10^{-10} [Pa^{-1}]$	$16,55 \times 10^{-10} [Psi^{-1}]$
c_f	$4,40 \times 10^{-10} [Pa^{-1}]$	$30,34 \times 10^{-10} [Pa^{-1}]$
k_h (primeira camada)	$7,40 \times 10^{-14} [m^2]$	75 [mD]
k_h (segunda camada)	$14,80 \times 10^{-14} [m^2]$	150 [mD]
k_h (terceira camada)	$9,87 \times 10^{-14} [m^2]$	100 [mD]
k_v (primeira camada)	$1,48 \times 10^{-15} [m^2]$	1,5 [mD]
k_v (segunda camada)	$5,92 \times 10^{-15} [m^2]$	6 [mD]
k_v (terceira camada)	$9,87 \times 10^{-16} [m^2]$	1 [mD]
α_{API}	20° API	20° API
$d_{60,60}$	0,930	0,912
B_{wi}	$1,03 m^3 std / m^3$	$1,03 m^3 std / m^3$
B_{oi}	$1,4 m^3 std / m^3$	$1,4 m^3 std / m^3$
S_{wi}	0,25	0,25
μ_{wi}	0,001 Pa.s	1 cP

Tabela 10 – Características da Rocha e Fluidos usados no Estudo de Caso.

A distribuição normal utilizada na representação da heterogeneidade, relativas à variação das permeabilidades e porosidades, apresentou os seguintes histogramas:

Histogramas relativos às permeabilidades verticais com desvio padrão (σ) igual a 5%:

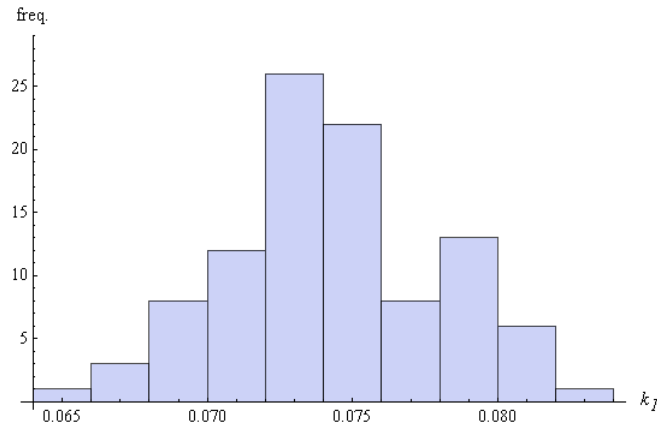


Figura 33 – Histograma representativo da variação das permeabilidades ao longo da primeira camada do reservatório.

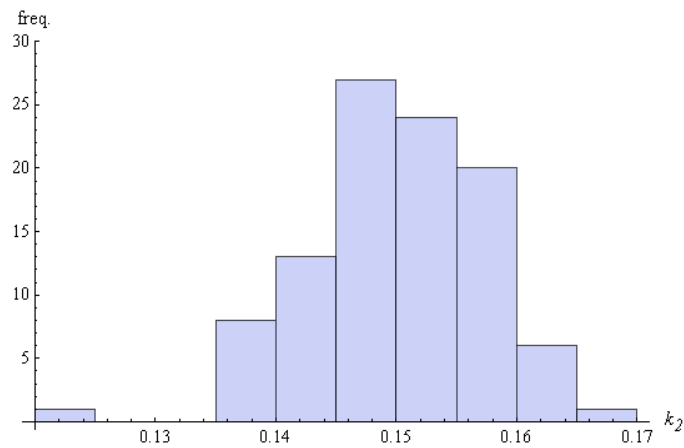


Figura 34 - Histograma representativo da variação das permeabilidades ao longo da segunda camada do reservatório.

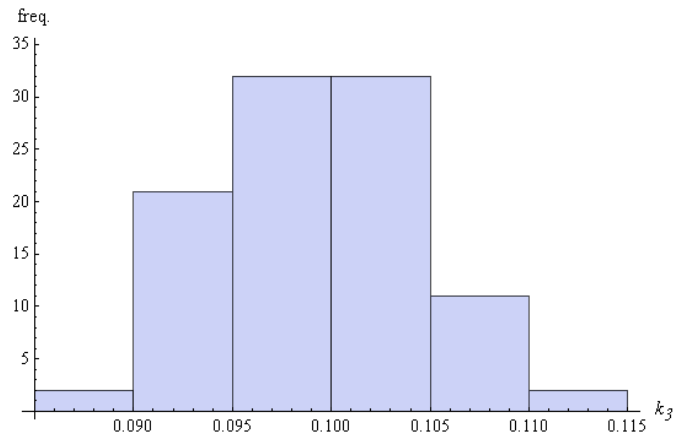


Figura 35 - Histograma representativo da variação das permeabilidades ao longo da terceira camada do reservatório.

Histogramas relativos às porosidades com desvio padrão (σ) igual a 10%:

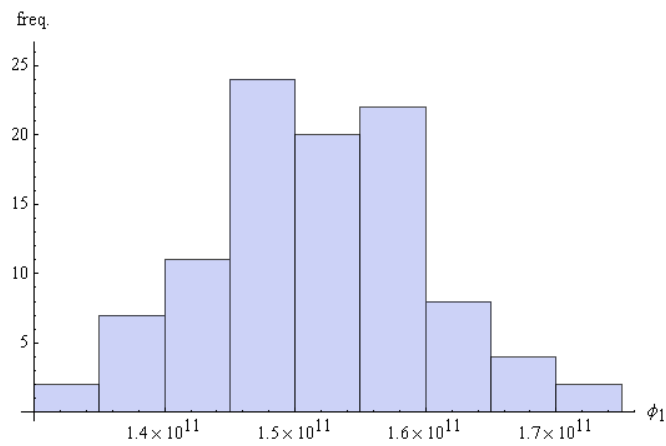


Figura 36 – Histograma representativo da variação da porosidade ao longo da primeira camada do reservatório.

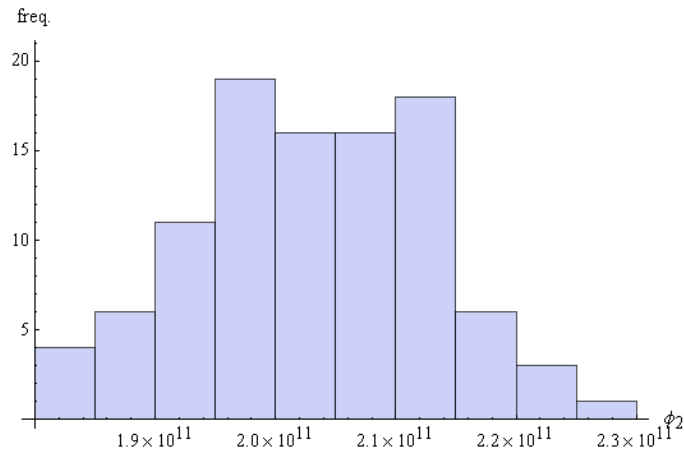


Figura 37 – Histograma representativo da variação da porosidade ao longo da segunda camada do reservatório.

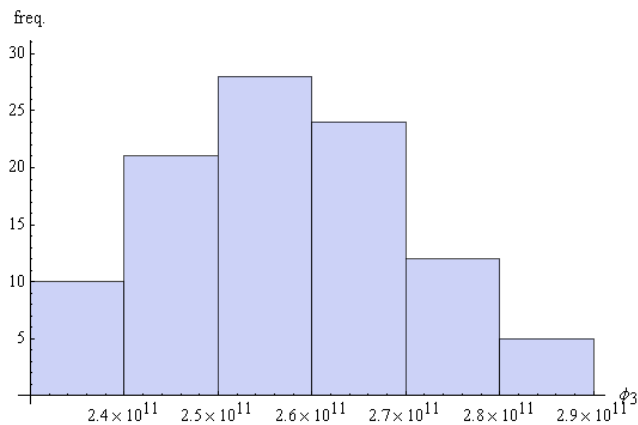


Figura 38 - Histograma representativo da variação da porosidade ao longo da terceira camada do reservatório.

A análise dos histogramas apresentados nos permite visualizar a variação da permeabilidade e porosidade no reservatório. Pode-se notar, que em todos os casos tem-se uma grande mudança nos valores de frequência, relativos às distribuições de cada propriedade.

É importante lembrar que todos os casos desta seção utilizaram um grid de simulação de 10x10x3 com um *time step* de 15 dias. Outra característica importante deste cenário diz respeito ao valor de desvio padrão adotado, que foi de 5%.

Assim sendo, a representação dos resultados deste caso estão descritas nas figuras 34 a 37 mostradas a seguir:

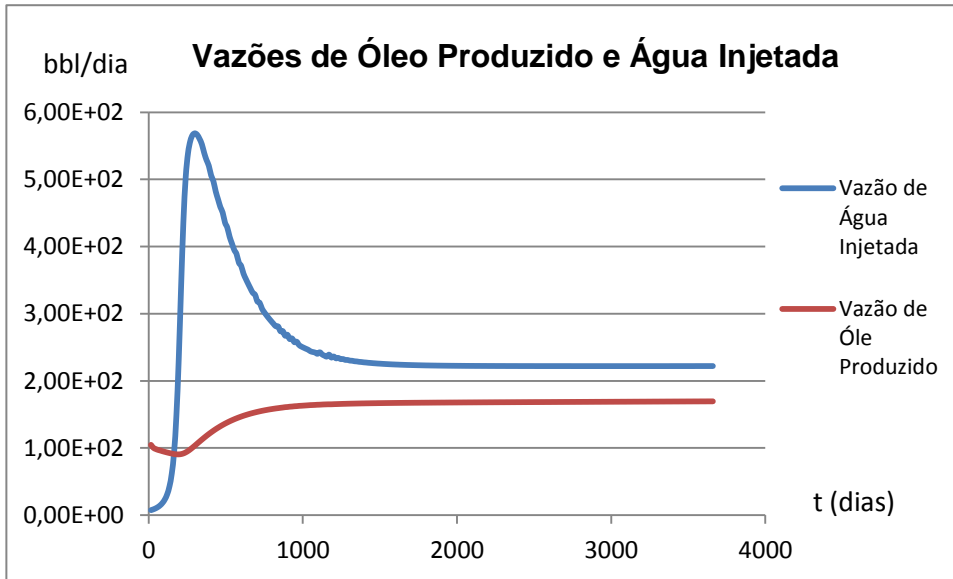


Figura 39 – Vazões de Óleo Produzido e de Água Injetada no Caso 1 de Heterogeneidades.

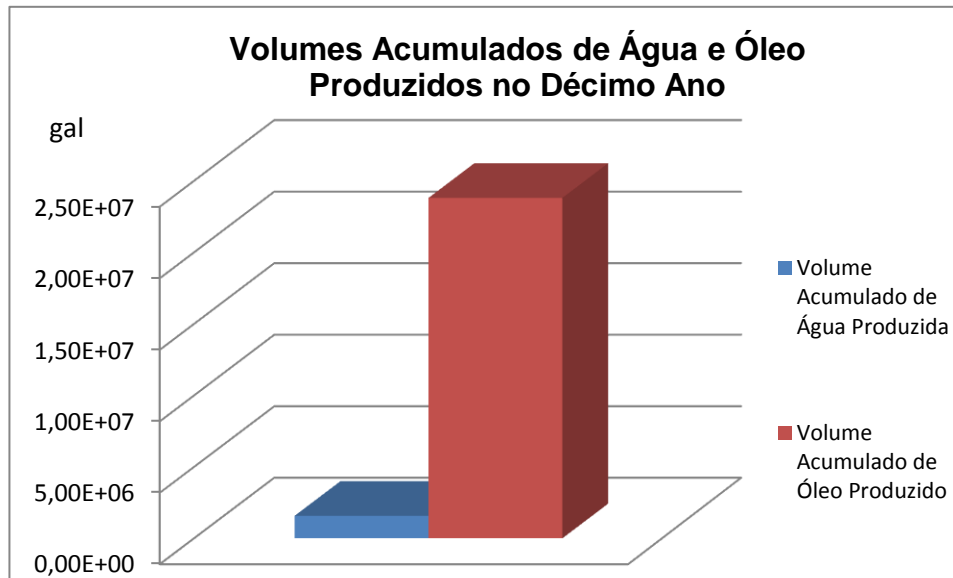


Figura 40 – Volumes Acumulados de Água e Óleo produzidos no Décimo Ano.

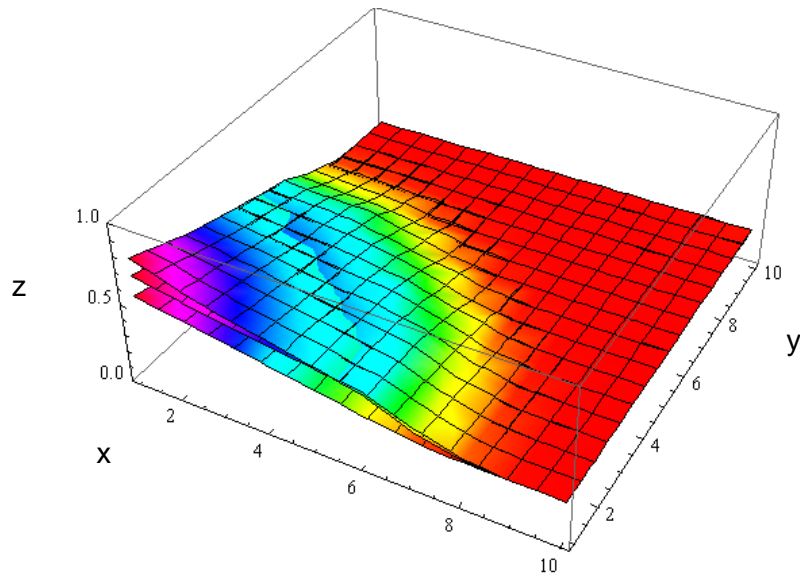


Figura 41 – Distribuição de saturações ao longo do reservatório no cenário 1 de heterogeneidades.

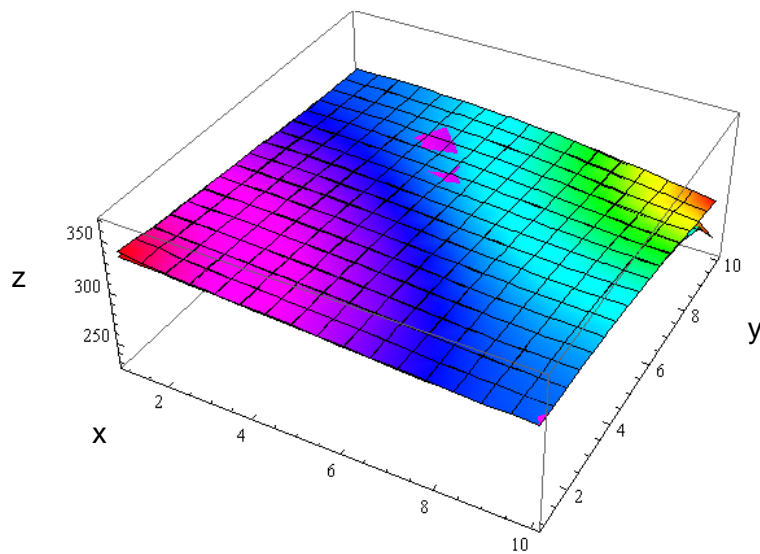


Figura 42 – Distribuição das Pressões da Fase Água no reservatório.

Antes da análise propriamente dita, destacaremos que o parâmetro de controle do poço injetor foi feito através da vazão de injeção (q_{inj}), enquanto que o poço produtor teve a pressão como parâmetro de controle.

A princípio podemos observar a variação da saturação ao longo das camadas do reservatório. Esta constatação retifica a existência de heterogeneidades no mesmo, já que o comportamento da saturação de água não é uniforme em todas as camadas. É

interessante notar, também, que nos histogramas apresentados tem-se uma grande variedade no que diz respeito aos valores das porosidades e permeabilidades. Isso ocorre devido ao fato da distribuição de frequências estar bem diversificada.

A figura representativa da pressão da fase água mostra uma queda de pressão ao longo do reservatório. Esta queda explica a movimentação dos fluidos no mesmo, já que o escoamento de certo fluido ocorrerá, sempre, na direção de diminuição da pressão. Ou seja, a movimentação do óleo e água em direção ao poço produtor é explicada pelas menores pressões ocorridas ao redor deste, e neste próprio, que fará com que os fluidos saiam do poço injetor direcionando-se para o poço produtor.

Será feita na próxima seção, uma análise mais detalhada e comparativa dos cenários 1, 2 e 3 descritos nesta seção, logo após a apresentação de todos os resultados obtidos.

b) Caso 2

Neste caso teremos um desvio padrão de 10% que nos fornecerá os seguintes histogramas:

Histogramas relativos às permeabilidades verticais com desvio padrão (σ) igual a 10%:

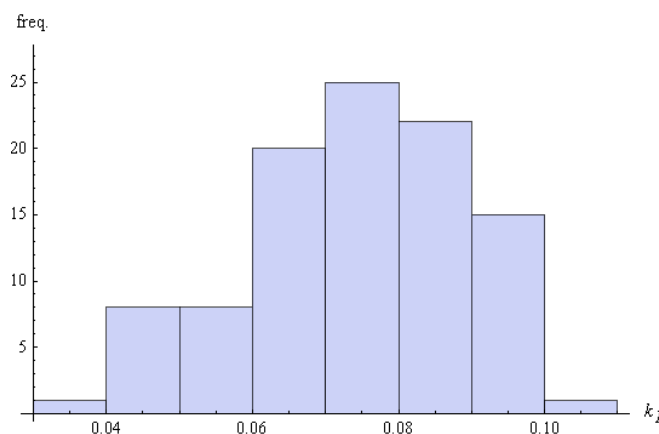


Figura 43 - Histograma representativo da variação das permeabilidades ao longo da primeira camada do reservatório.

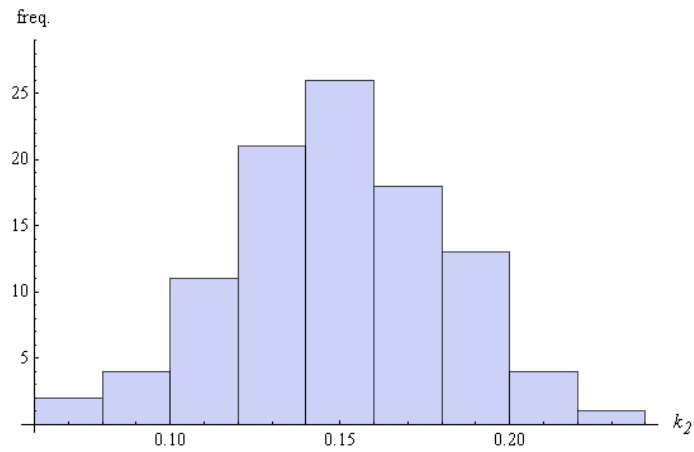


Figura 44 - Histograma representativo da variação das permeabilidades ao longo da segunda camada do reservatório.

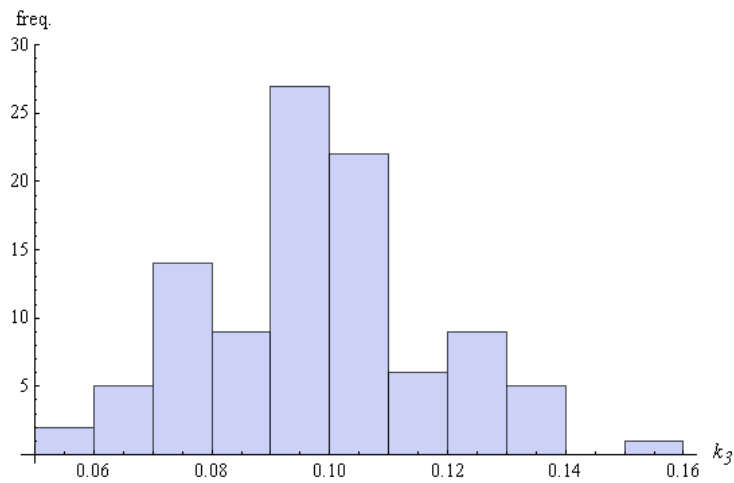


Figura 45 - Histograma representativo da variação das permeabilidades ao longo da terceira camada do reservatório.

Histogramas relativos às porosidades com desvio padrão (σ) igual a 10%:

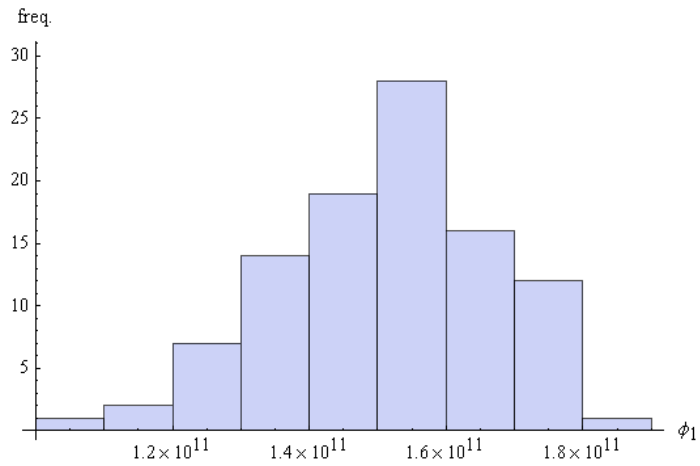


Figura 46 - Histograma representativo da variação das porosidades ao longo da primeira camada do reservatório

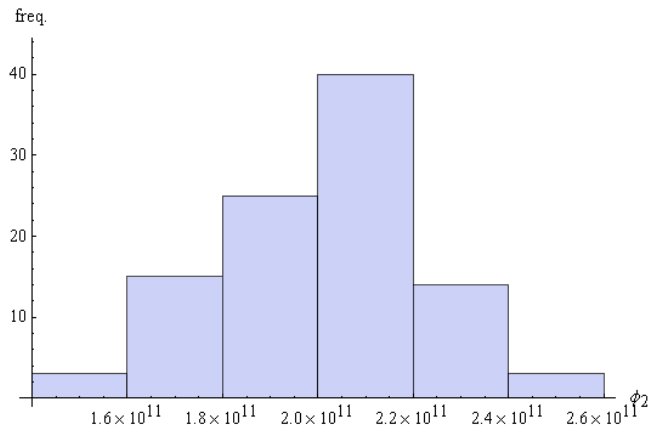


Figura 47 - Histograma representativo da variação das porosidades ao longo da segunda camada do reservatório.

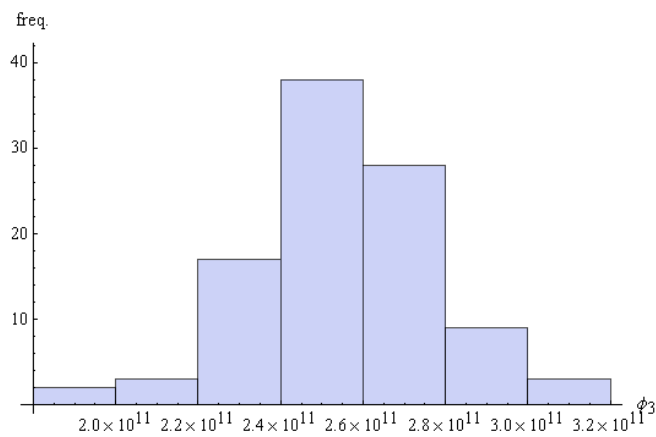


Figura 48 - Histograma representativo da variação das porosidades ao longo da terceira camada do reservatório.

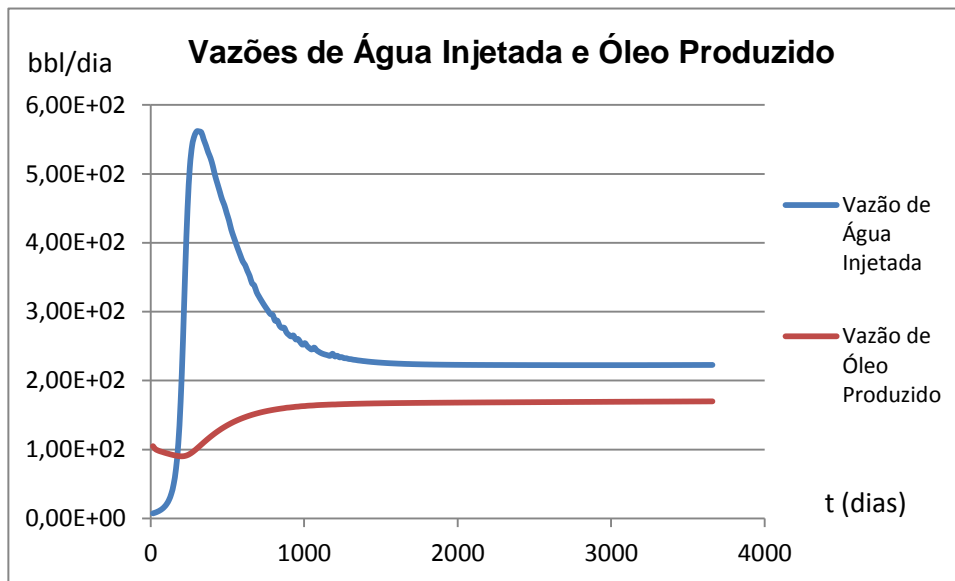


Figura 49 – Vazões de Óleo Produzido e Água Injetada no Cenário 2 de Heterogeneidades.

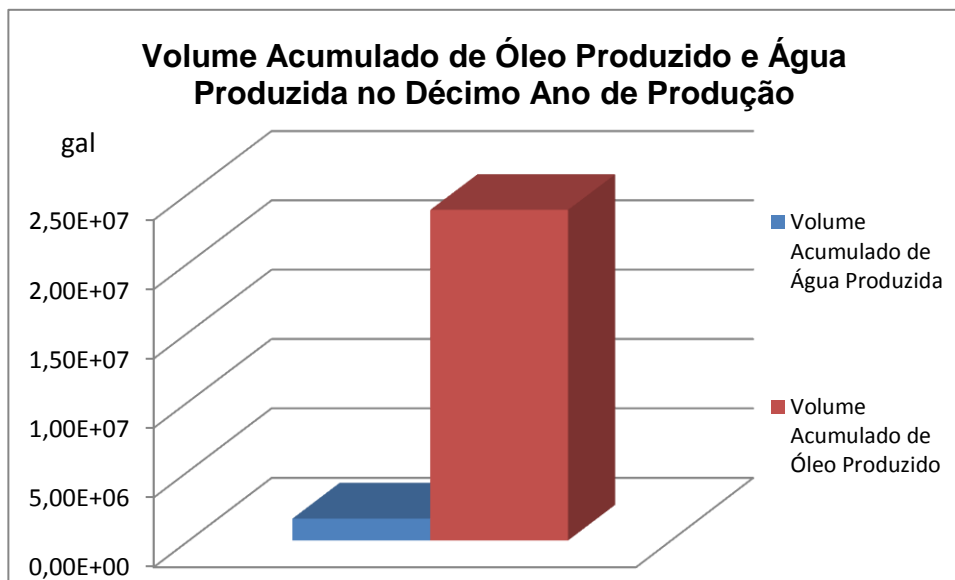


Figura 50 – Volumes Acumulado de Óleo Produzido e Água Injetada.

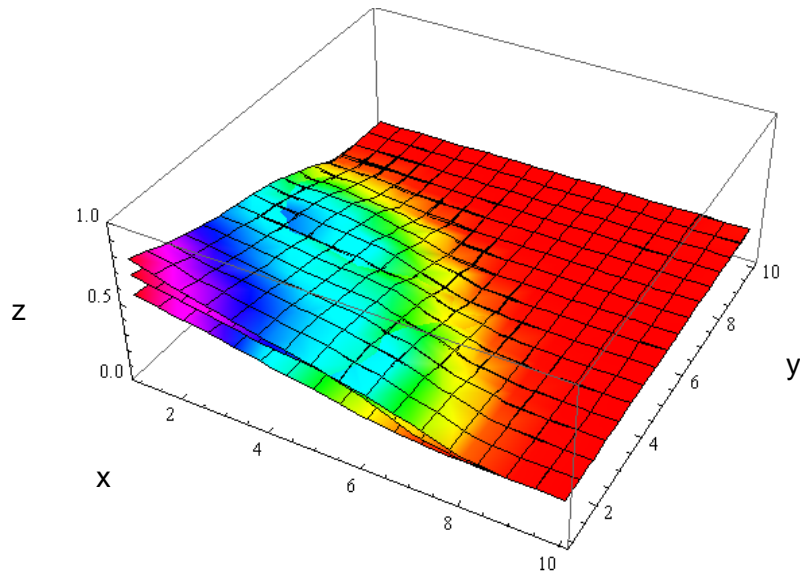


Figura 51 – Distribuição de saturações ao longo do reservatório no cenário 2 de heterogeneidades.

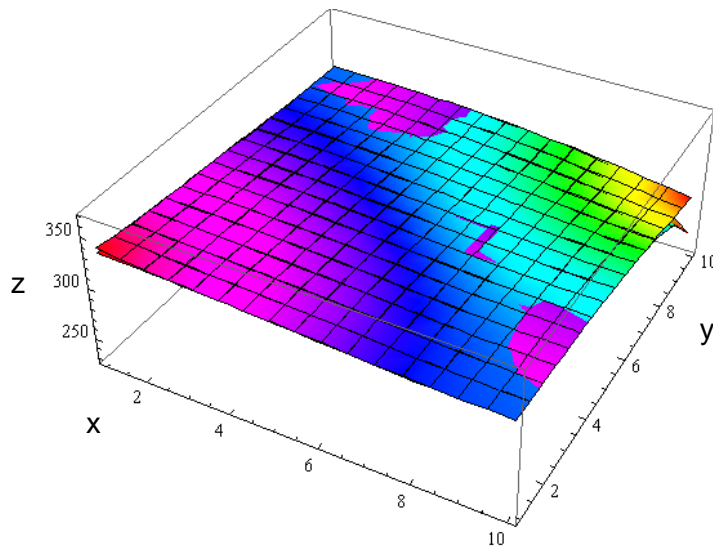


Figura 52 - Distribuição das Pressões da Fase Água no reservatório.

Assim como o caso 1, o cenário, em questão, apresentou variações na distribuição das saturações ao longo do reservatório. Este fato exemplifica a influência das heterogeneidades no reservatório, já que tem-se, também, uma variação entre as propriedades (permeabilidades e porosidades) em cada caso (1, 2 ou 3), oriunda, da variação no desvio padrão adotado.

As análises acerca das vazões e volumes, produzidos e injetados, será feita de forma comparativa, após a exposição dos resultados obtidos para os três cenários.

c) Caso 3

Analogamente aos casos 1 e 2, as características da rocha e fluidos permanecem as mesmas, neste caso, no entanto, o desvio padrão adotado será de 20%. Os resultados desta simulação ficam descritos por:

Histogramas relativos às permeabilidades verticais com desvio padrão (σ) igual a 20%:

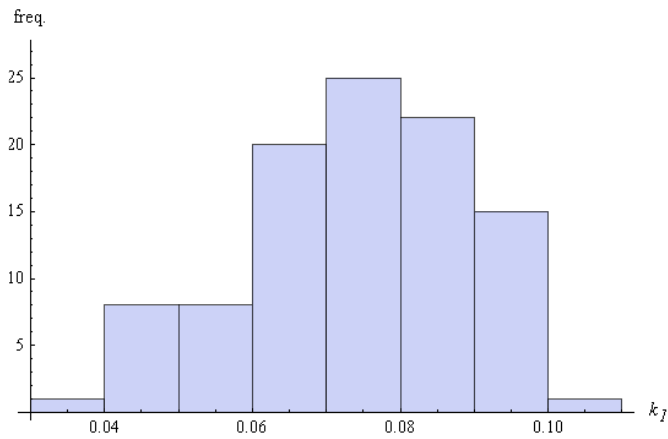


Figura 53 - Histograma representativo da variação das permeabilidades ao longo da primeira camada do reservatório.

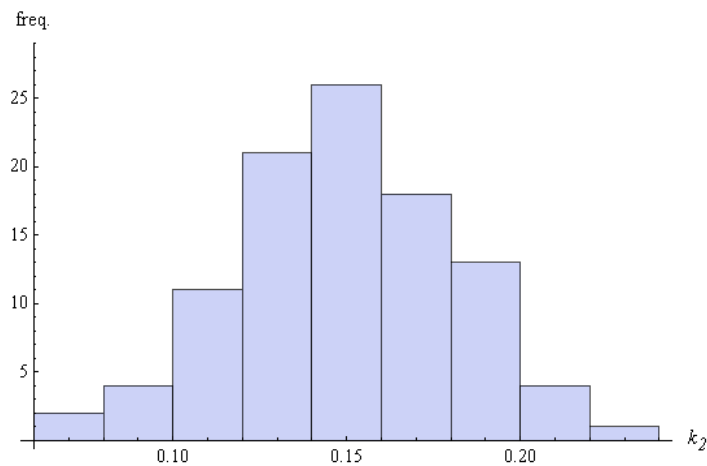


Figura 54 - Histograma representativo da variação das permeabilidades ao longo da segunda camada do reservatório.

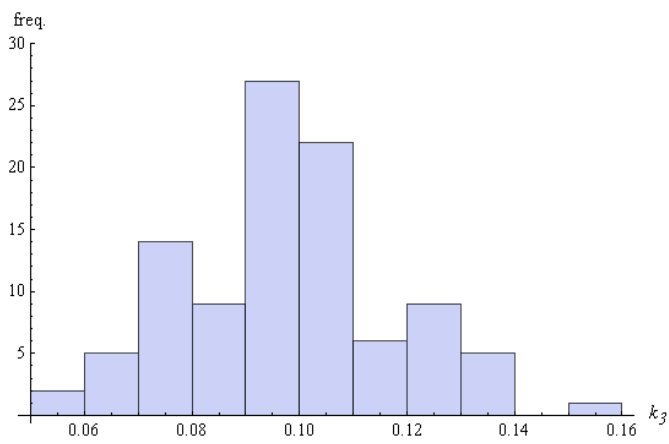


Figura 55 - Histograma representativo da variação das permeabilidades ao longo da terceira camada do reservatório.

Histogramas relativos às porosidades com desvio padrão (σ) igual a 20%:

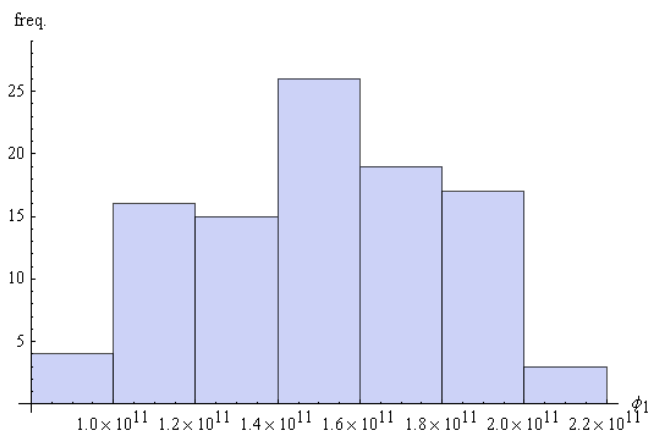


Figura 56 - Histograma representativo da variação das porosidades ao longo da primeira camada do reservatório.

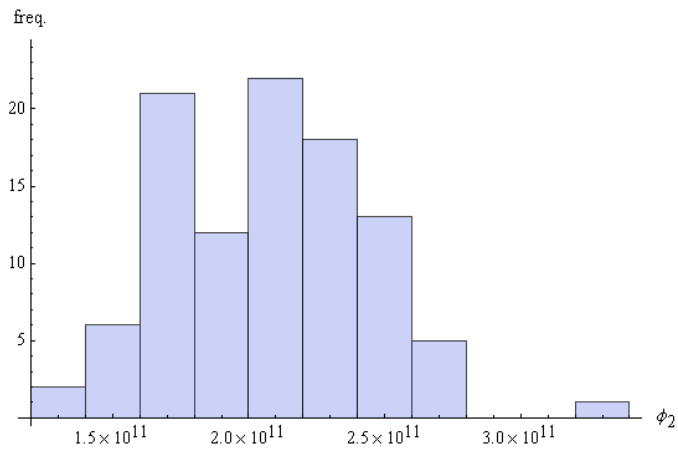


Figura 57 - Histograma representativo da variação das porosidades ao longo da segunda camada do reservatório.

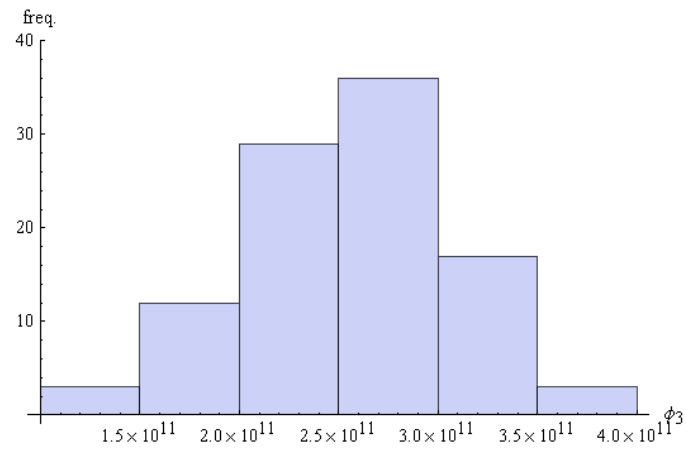


Figura 58 - Histograma representativo da variação das porosidades ao longo da terceira camada do reservatório.

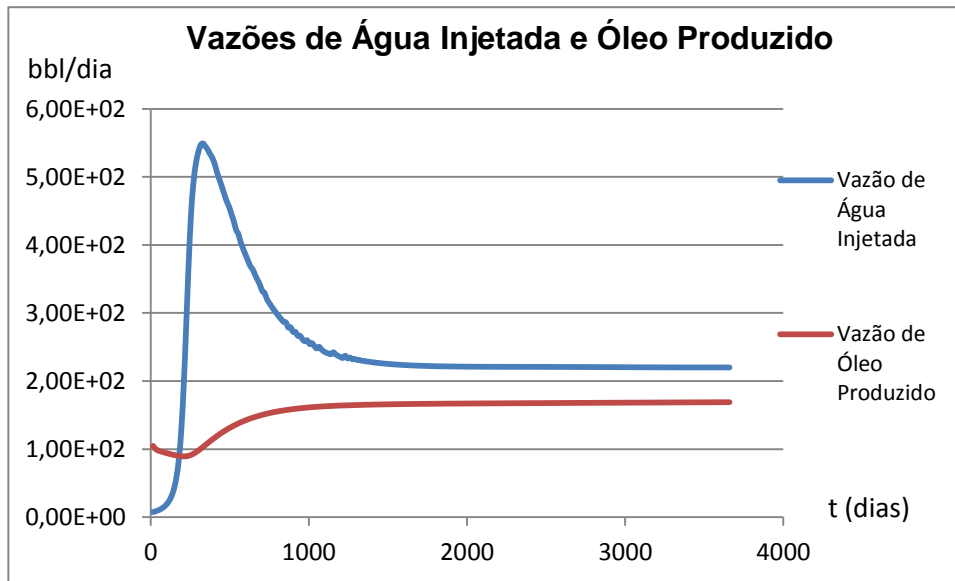


Figura 59 - - Vazões de Óleo Produzido e Água Injetada no Cenário 2 de Heterogeneidades.

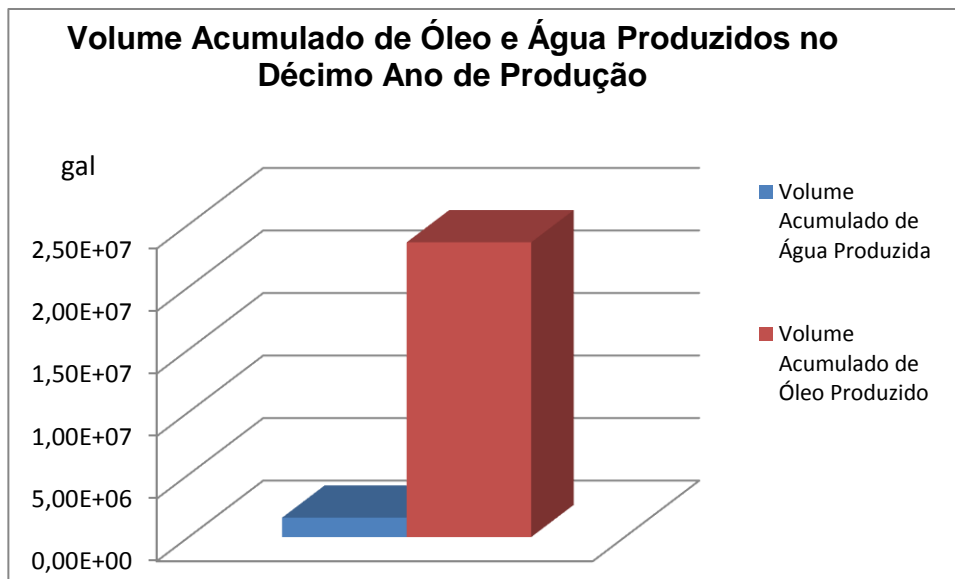


Figura 60 - - Volumes Acumulados de Óleo Produzido e Água Injetada.

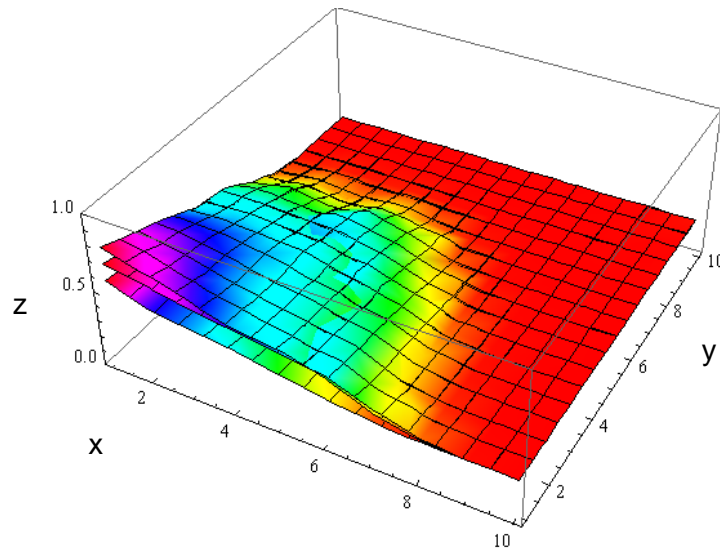


Figura 61 - Distribuição de saturações ao longo do reservatório no cenário 3 de heterogeneidades.

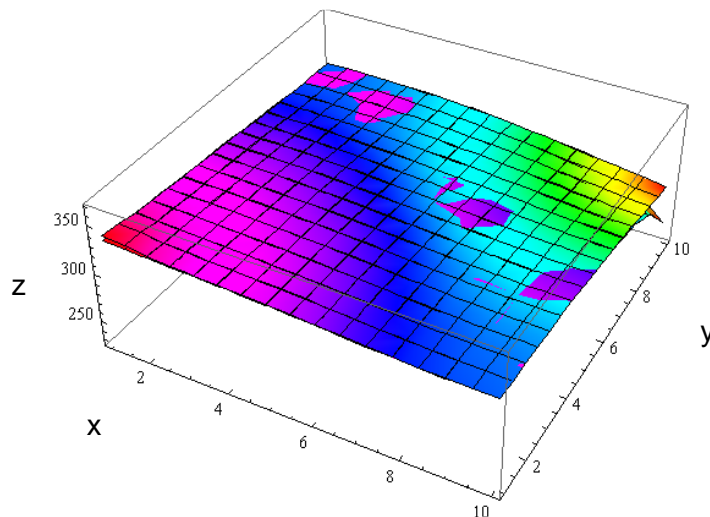


Figura 62 - Distribuição das Pressões da Fase Água no reservatório.

Os resultados obtidos para o caso 3, assim como os outros, reafirmam a influência da heterogeneidade nas características do reservatório. Neste presente cenário temos uma grande variação da saturação de água nas camadas do reservatório, ilustrando assim, a influência da variação das porosidades e permeabilidades na movimentação de fluidos no reservatório. Analogamente aos casos 1 e 2, temos aqui, uma grande variedade de frequências nas distribuições das porosidades e permeabilidades, comprovando a heterogeneidade presente no reservatório simulado.

4.3.1.3.1 Comparação Entre os Resultados

Neste presente item, faremos uma comparação relativa dos resultados das simulações obtidos nos casos 1, 2 e 3. O objetivo desta comparação é realçar as variações nas características de escoamento no reservatório devido a sua heterogeneidade. Tem-se, portanto:

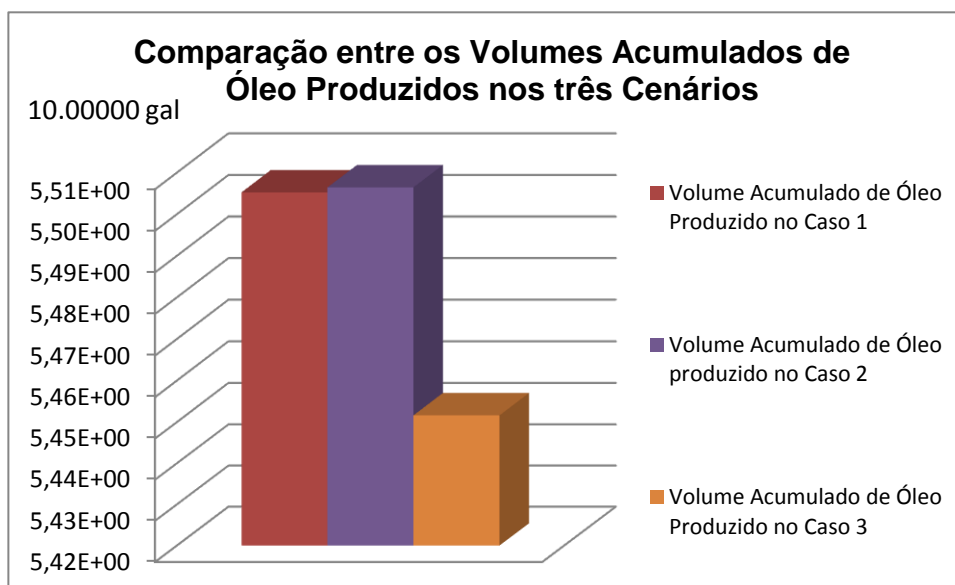


Figura 63 – Comparação entre os Volumes Acumulados de Óleo Produzidos nos três Cenários.

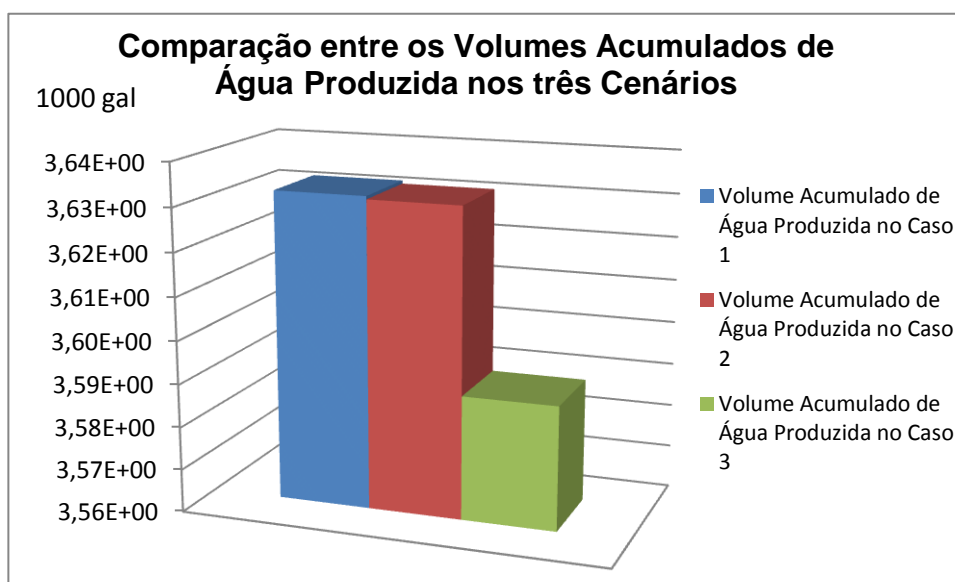


Figura 64 - Comparação entre os Volumes Acumulados de Água Produzida nos três Cenários.

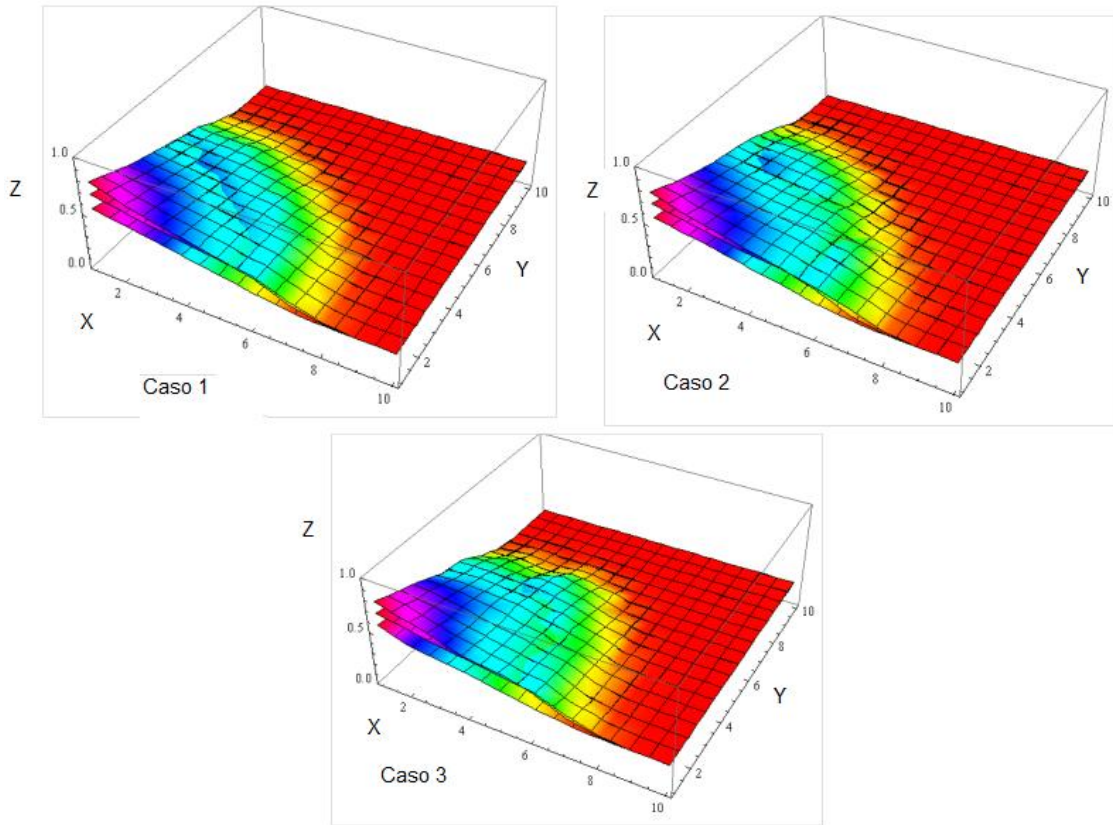


Figura 65 – Comparação entre a saturação dos três cenários.

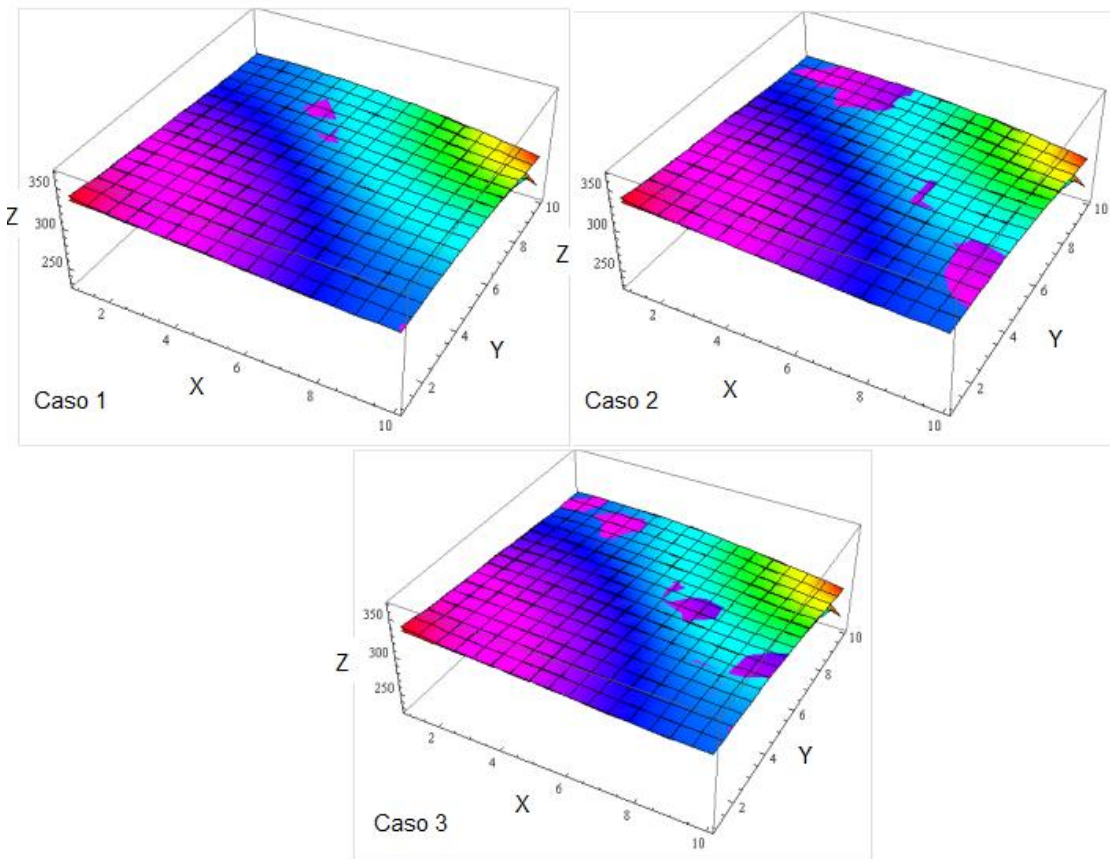


Figura 66 – Comparação entre as Pressões da Fase Água nos Cenários Testados para Análise de Heterogeneidade.

Antes de analisarmos os resultados obtidos, ressaltaremos que as características inerentes ao reservatório e fluidos, à exceção da configuração de permeabilidades e porosidades no reservatório, permanecem constantes. Ou seja, qualquer variação nos valores achados nos gráficos, deve-se, somente, aos únicos parâmetros variáveis presentes nas simulações. Tornou-se importante salientar também, que a distribuição de porosidades e permeabilidades, ao longo das células do grid, obedece a uma função normal randômica, com média igual aos valores citados na tabela 10 e desvio padrão de 5%, 10% e 20 %, para os casos 1, 2 e 3, respectivamente.

Analisando então as figuras 56 e 57, que contém a representação gráfica dos volumes produzidos nos três cenários testados, podemos observar um decréscimo na produção de fluidos. Este fenômeno pode ser explicado pelo aumento da heterogeneidade do reservatório. Sabe-se que o caso 1 utilizou-se de um desvio padrão de 5%, enquanto os casos 2 e 3 utilizaram-se de desvios padrão de 10% e 20%, respectivamente. Assim sendo, com o aumento do desvio padrão, tivemos também um aumento da

variação de ϕ e k_h , que acarretou numa maior dificuldade de produção dos fluidos do reservatório, como comprovado nos gráficos acima. A observação das figuras citadas mostrou que a maior variação na produção de fluidos no reservatório deu-se entre os cenários 2 e 3, de forma que a utilização de valores de σ até 10% não apresentou grandes diferenciações nos resultados. Conseqüentemente, para valores de desvio padrão até 10% o método de simulação retornará cenários de pouca heterogeneidade, com pouca variação nas propriedades do reservatório a medida que o desvio padrão vai variando. Entretanto, para desvios padrão acima destes, os casos simulados apresentarão maior influência da heterogeneidade. A figura 58 reitera o que foi exposto até agora, sendo importante notar a diferenciação entre a saturação de água entre cada um dos cenários. É interessante lembrar, que há alterações entre as frentes de deslocamento da água em todos os cenários, comprovando novamente, a variação das propriedades do reservatório, e conseqüentemente, heterogeneidade.

A análise da figura 61 nos permite observar uma tendência de variação conjunta com a variação do campo de saturações, representado na figura 60. Essa constatação pode ser explicada pelo fato das equações que regem o escoamento de fluidos em um reservatório, representadas aqui pelas equações (16) e (17), possuírem, ambas, as variáveis P_i e S_i , podendo o índice i ser representativo do óleo ou da água. Dessa forma, a saturação de água é função da pressão da fase água, assim como a saturação de óleo é função da pressão da fase óleo, e vice-versa.

Após a análise minuciosa dos resultados, podemos dizer que a simulação no software *Mathematica 7* obteve resultados coerentes com a realidade. Esta ideia foi comprovada pelo fato de que em reservatórios heterogêneos haverá uma maior dificuldade de produção de fluidos. A ocorrência deste resultado deve-se a grande diferenciação das propriedades no reservatório, que tenderão a produzir fluidos de forma irregular. Dessa forma, a tentativa de simulação destes cenários representa um grande avanço no que diz respeito à predição da produção de óleo e água em um reservatório, garantindo ao operador, uma estimativa da produção que um reservatório do tipo heterogêneo pode obter.

Como última observação pode-se dizer que os resultados expostos foram capazes de comprovar a efetividade do método de simulação em retratar as heterogeneidades do reservatório. Comprova-se a validade do método, também, pela e variação dos parâmetros de distribuição das porosidades e permeabilidades resultando em mudanças na produção de água e óleo do reservatório.

4.3.2 Anisotropia

Neste item avaliaremos a influência da anisotropia no escoamento e produção de fluidos no reservatório. As propriedades inerentes à rocha e fluidos, à exceção das permeabilidades horizontais e verticais, são as mesmas das utilizadas na análise de heterogeneidades descrita no item 4.3.1. É importante ressaltar que os desvios padrão, aqui utilizados, assumirão um valor igual a 5%, sendo o mesmo para todos os casos avaliados. As permeabilidades horizontal e vertical variarão em cada caso, assumindo valores diferentes entre si como mostradas nos casos estudados a seguir:

a) Caso 1

Neste caso, teremos a simulação de um reservatório anisotrópico, com permeabilidades verticais e horizontais descritas na tabela a seguir:

k_h (primeira camada)	75 [mD]
k_v (primeira camada)	7,5 [mD]
k_h (segunda camada)	150 [mD]
k_v (segunda camada)	15 [mD]
k_h (terceira camada)	100 [mD]
k_v (terceira camada)	10 [mD]

Tabela 11 – Permeabilidades Horizontais e Verticais Utilizadas no Caso 1 de Análise da Anisotropia no Reservatório

No estudo de anisotropia, teremos a utilização de um mesmo valor de desvio padrão para todos os casos. Portanto, os histogramas referentes às porosidades permanecerão iguais para todos os casos, visto que esta propriedade não variou nestes. Já as permeabilidades serão o alvo do estudo da anisotropia, variando-se aqui, os valores de permeabilidade vertical para os diversos casos simulados. Consequentemente, iremos expor apenas uma vez os histogramas relativos às porosidades, sendo o mesmo igual para todos os casos. Os controles de poço adotados neste caso são os mesmos adotados anteriormente. Portanto, o resultado das simulações fica descrito por:

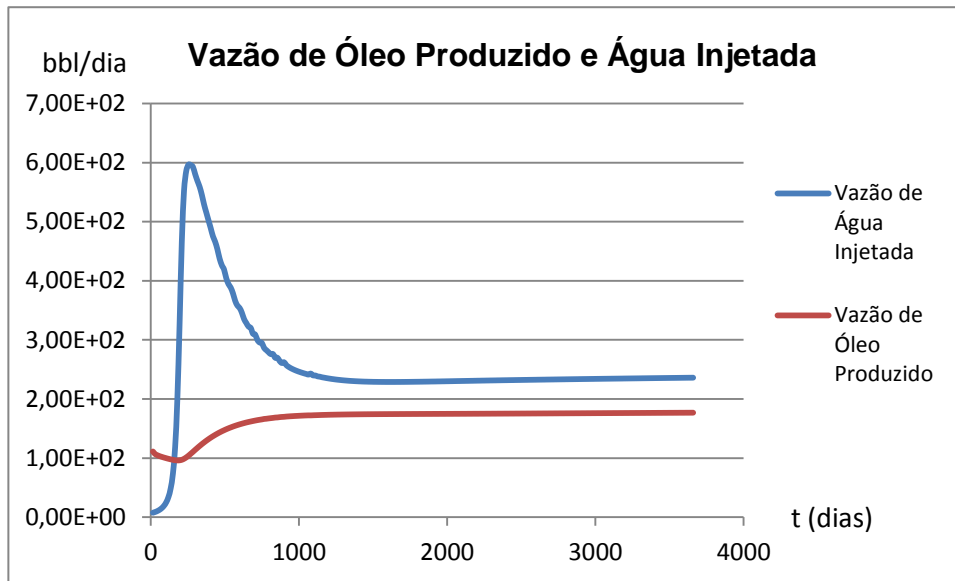


Figura 67 – Vazões de Água Injetada e Óleo Produzido no Cenário 1 de Anisotropia.

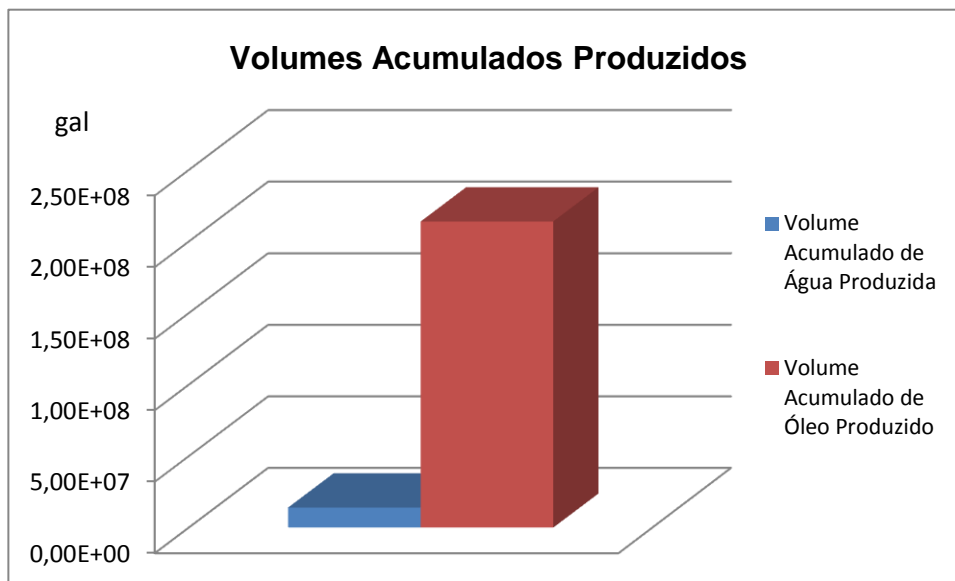


Figura 68 – Volumes Acumulados de Óleo e Água Produzidos no Cenário 1 de Anisotropia.

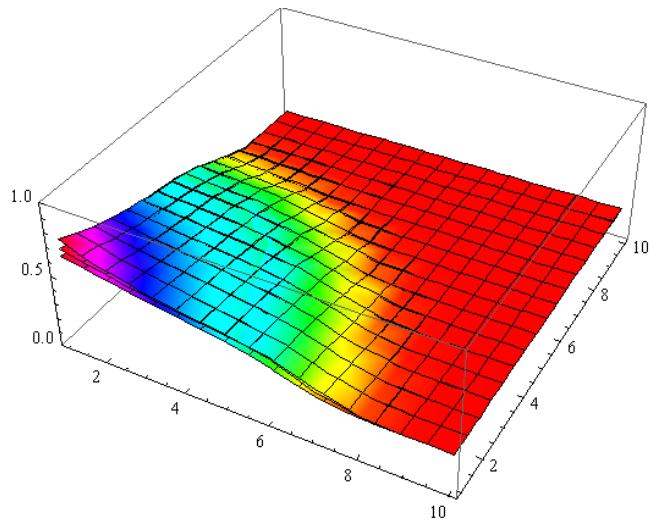


Figura 69 – Distribuição da Saturação de Água no Cenário 1 de Anisotropia.

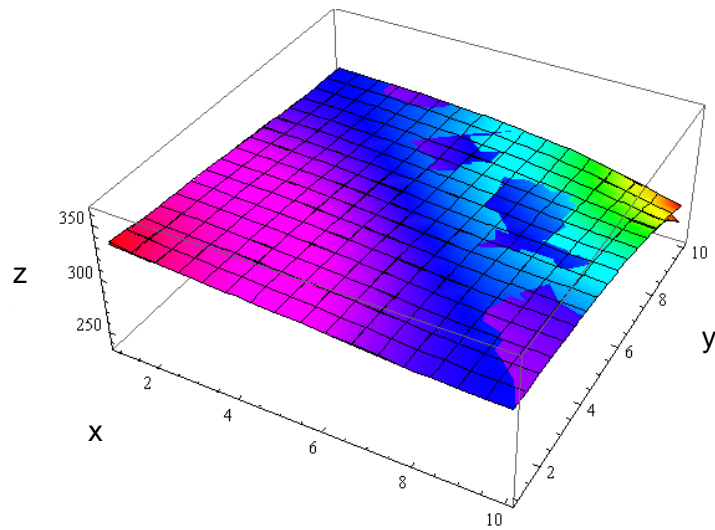


Figura 70 – Distribuição das Pressões da Fase Água no Cenário 1 de Anisotropia.

Histogramas referentes às porosidades dos casos 1, 2 e 3 de análise da anisotropia, para $\sigma = 5\%$:

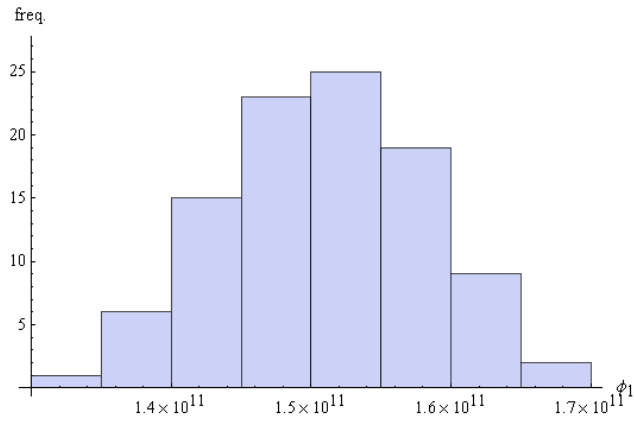


Figura 71 – Histograma relativo à porosidade na primeira camada do grid simulado na análise de anisotropia.

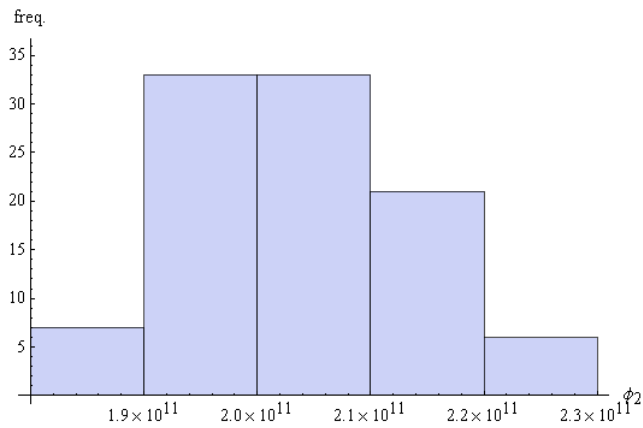


Figura 72 - Histograma relativo à porosidade na segunda camada do grid simulado na análise de anisotropia.

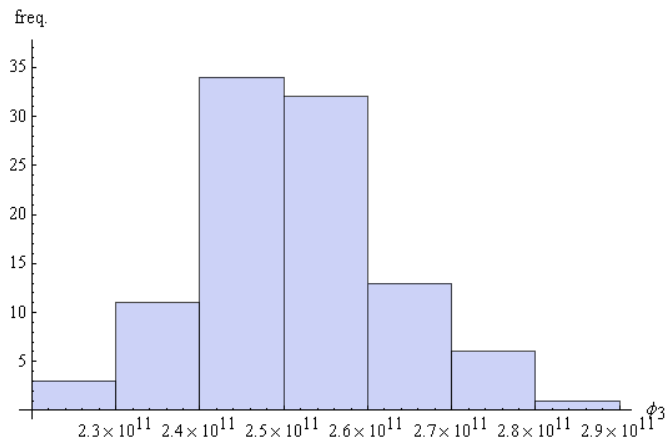


Figura 73 - Histograma relativo à porosidade na terceira camada do grid simulado na análise de anisotropia.

Histogramas referentes às permeabilidades do caso 1 de análise da anisotropia, para $\sigma = 5\%$:

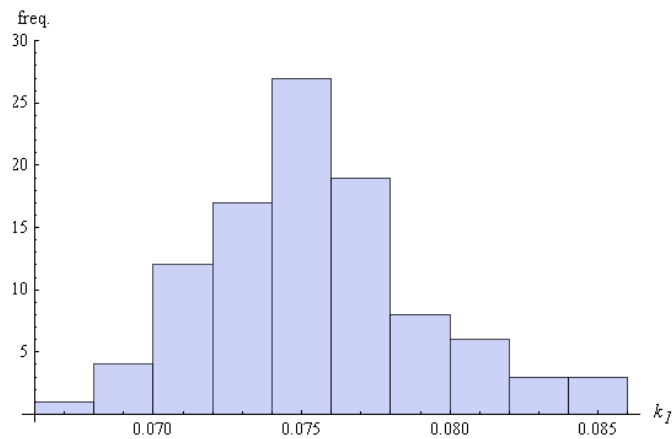


Figura 74 - Histograma relativo à permeabilidade na primeira camada do grid simulado no caso 1 na análise de anisotropia.

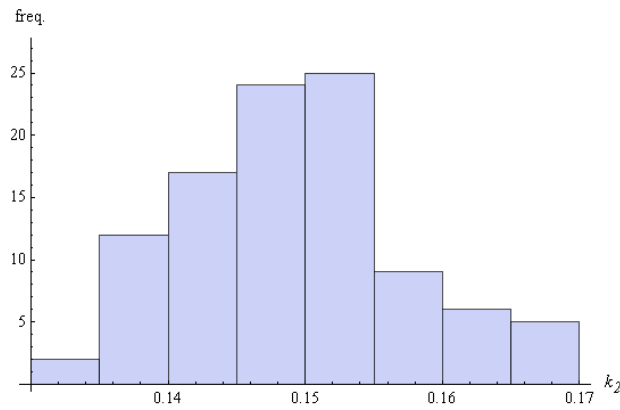


Figura 75 - Histograma relativo à permeabilidade na segunda camada do grid simulado no caso 1 na análise de anisotropia.

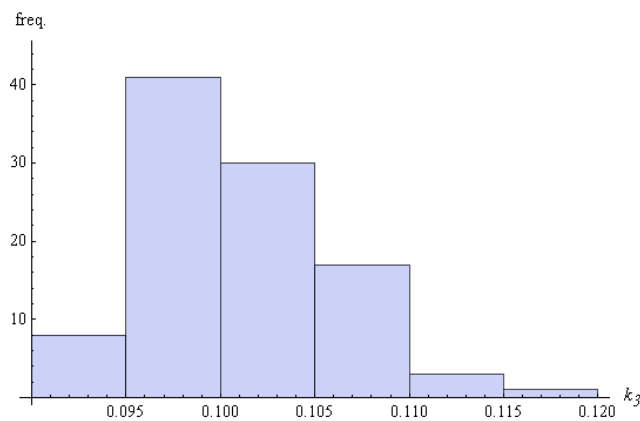


Figura 76 - Histograma relativo à permeabilidade na terceira camada do grid simulado no caso 1 na análise de anisotropia.

A anisotropia, neste caso, fica evidenciada pelos histogramas referentes às figuras 68, 70 e 71. Neles são mostradas as distribuições de permeabilidades ao longo do reservatório, com suas devidas frequências. Como a anisotropia nestes cenários está avaliando a variação da permeabilidade com a direção, adotamos valores de permeabilidades verticais equivalentes a 1/10 dos valores das permeabilidades horizontais. Estas permeabilidades verticais serão equivalentes às médias das distribuições normais, que por sua vez, regem o comportamento das permeabilidades totais (horizontais e verticais) do reservatório. Dessa forma, temos aqui descrito, um reservatório anisotrópico, com as permeabilidades variando segundo a direção. É claro, no entanto, que estas características influenciarão a produção de fluidos, havendo uma tendência natural de diminuição da produção com o aumento do caráter anisotrópico do reservatório.

b) Caso 2

As características relativas às propriedades da rocha e fluidos, à exceção das permeabilidades, permanecem constantes. Os resultados da simulação deste caso, e permeabilidades utilizadas como dado de entrada, estão descritos nas figuras e tabelas dadas a seguir. É importante lembrar que o desvio padrão adotado na distribuição normal, usada para simular as variações nas permeabilidades e porosidades, foi de 5%.

k_h (primeira camada)	75 [mD]
k_v (primeira camada)	1,5 [mD]
k_h (segunda camada)	150 [mD]
k_v (segunda camada)	3 [mD]
k_h (terceira camada)	100 [mD]
k_v (terceira camada)	2 [mD]

Tabela 12 – Permeabilidades Verticais e Horizontais usadas como dados de entrada para a simulação do caso 2 de análise de anisotropia.

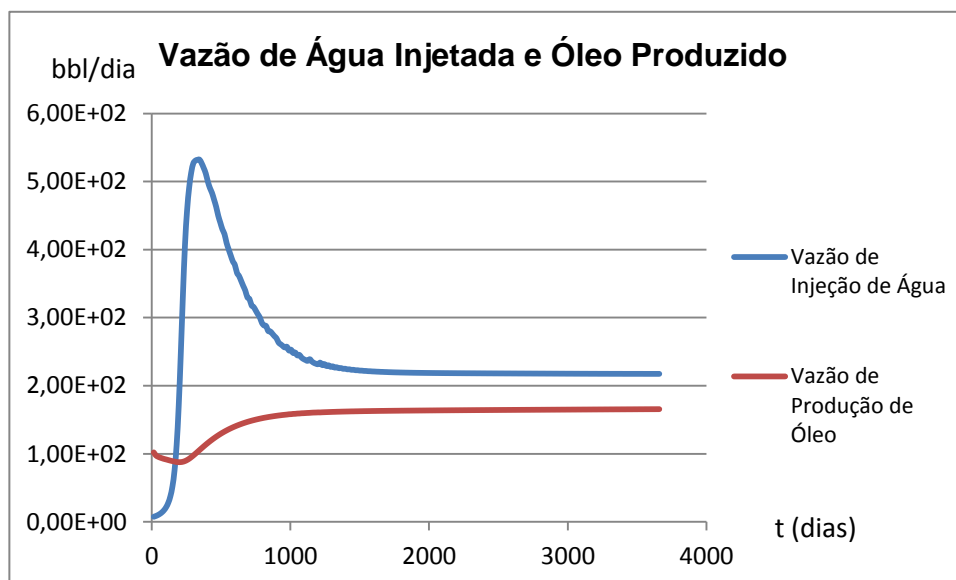


Figura 77 – Vazão de Óleo Produzido e Água Injetada no Cenário 2 de Análise de Anisotropia.

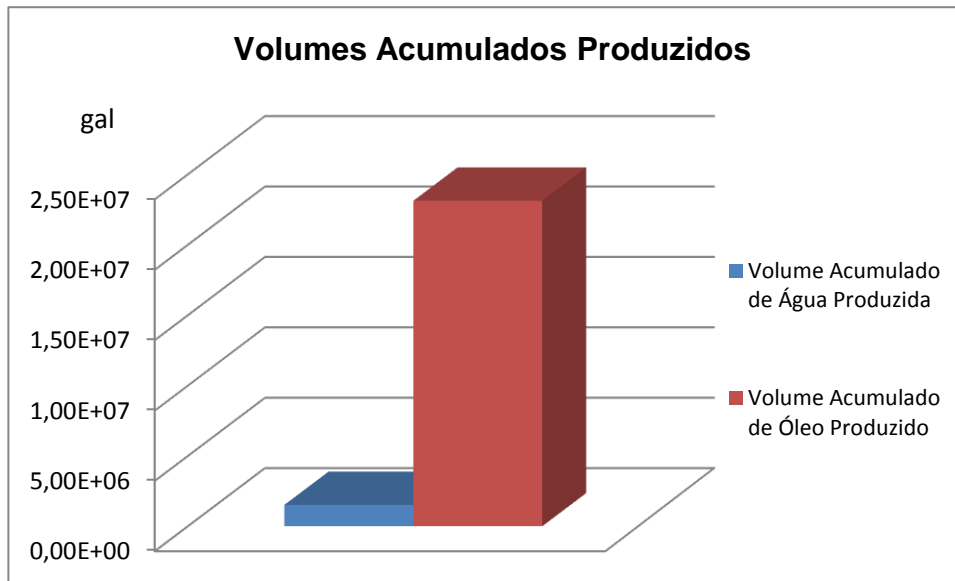


Figura 78 – Volumes Acumulados de Água e Óleo Produzidos no Cenário 2 de Análise da Anisotropia.

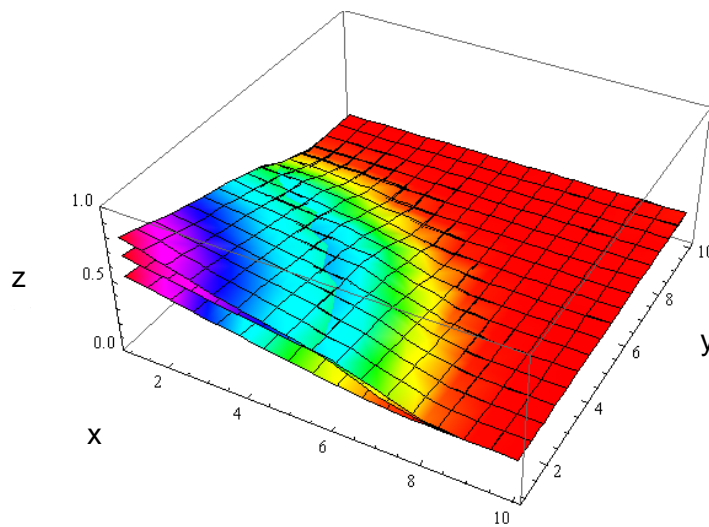


Figura 79 - Distribuição da Saturação de Água no Cenário 2 de Anisotropia.

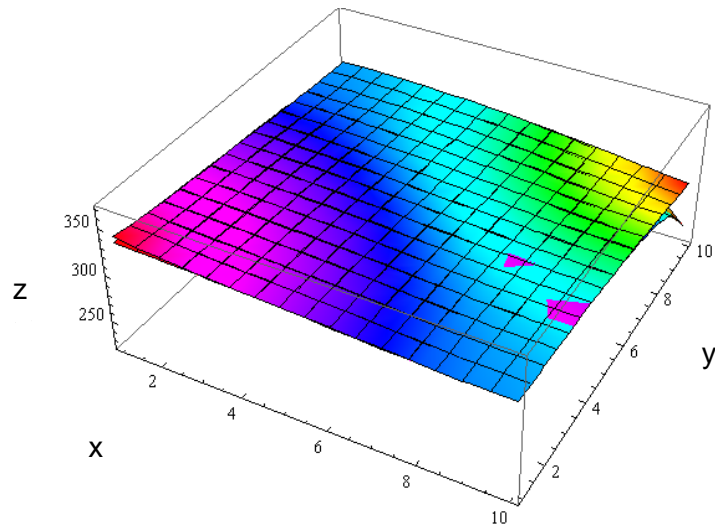


Figura 80 - Distribuição das Pressões da Fase Água no Cenário 2 de Anisotropia.

Histogramas referentes às permeabilidades do caso 2 de análise da anisotropia para $\sigma = 5\%$:

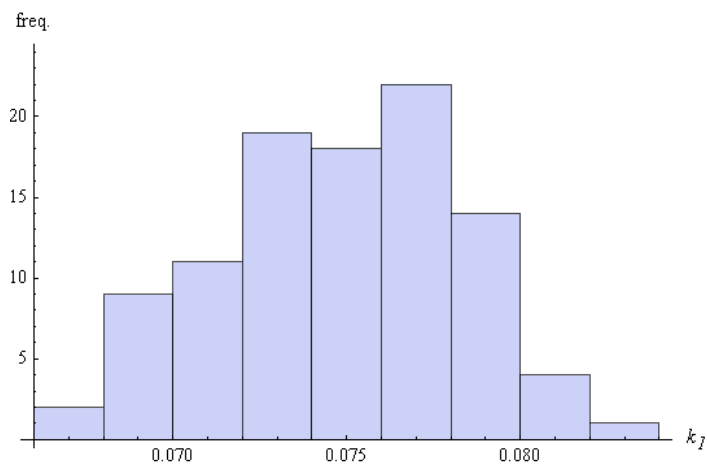


Figura 81 - Histograma relativo à permeabilidade na primeira camada do grid simulado no caso 2 da análise de anisotropia.

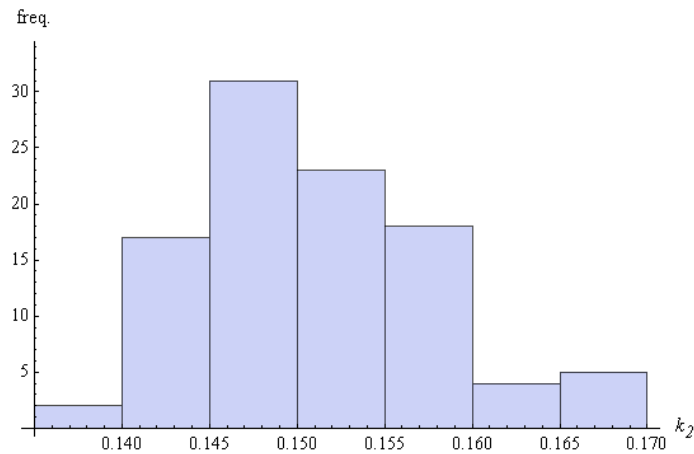


Figura 82 - Histograma relativo à permeabilidade na segunda camada do grid simulado no caso 2 da análise de anisotropia.

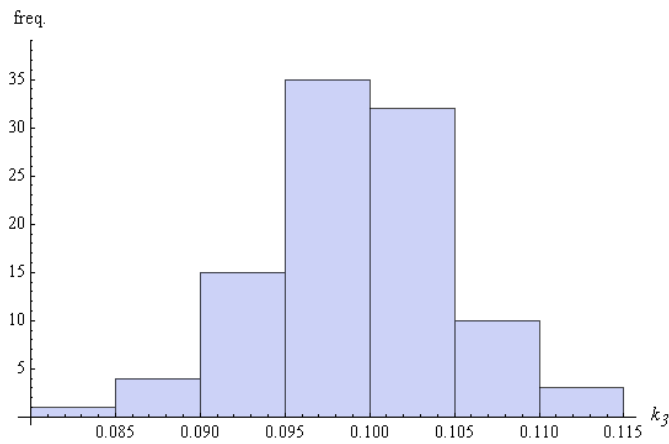


Figura 83 - - Histograma relativo à permeabilidade na terceira camada do grid simulado no caso 2 da análise de anisotropia.

Como no caso anterior, este cenário apresentou histogramas, de certa forma, irregulares. As características relativas à anisotropia ficam evidenciadas na figura 74, em que o campo de saturações é não regular ao longo do reservatório. É importante lembrar que a análise da produção de fluidos (água e óleo) será feita de forma comparativa, na subseção a seguir.

c) **Caso 3**

Os valores relativos às permeabilidades verticais e horizontais da rocha são os mesmo utilizados nos casos 1 e 2 de análise de anisotropia, estando descritos na tabela 13. Por sua vez, os resultados da simulação estão descritos logo a seguir:

k_h (primeira camada)	75 [mD]
k_v (primeira camada)	0,75 [mD]
k_h (segunda camada)	150 [mD]
k_v (segunda camada)	1,5 [mD]
k_h (terceira camada)	100 [mD]
k_v (terceira camada)	1 [mD]

Tabela 13 – Permeabilidades Verticais e Horizontais do caso 3 de análise da influência da anisotropia.

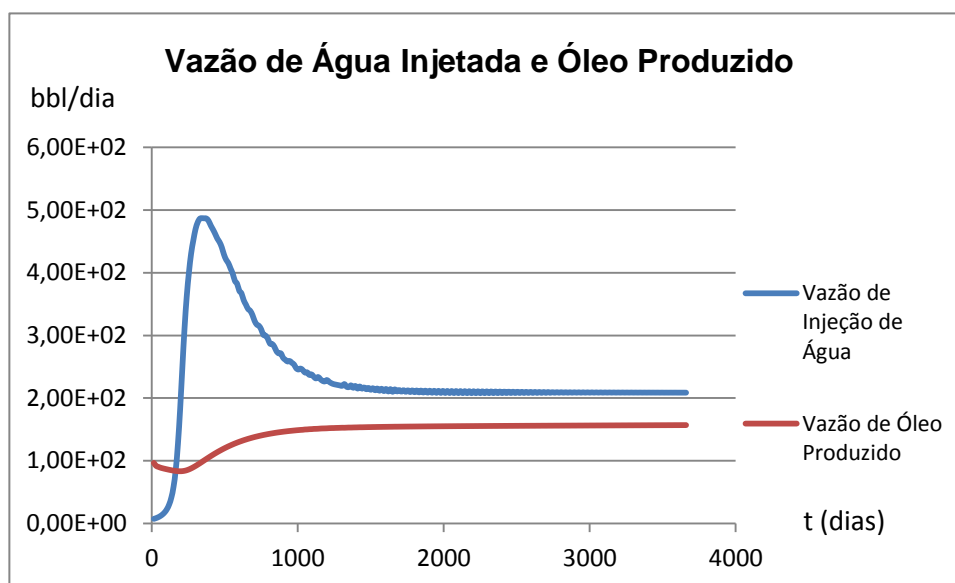


Figura 84 – Vazão de Água Injetada e Óleo Produzido no Caso 3 de Análise de Anisotropia.

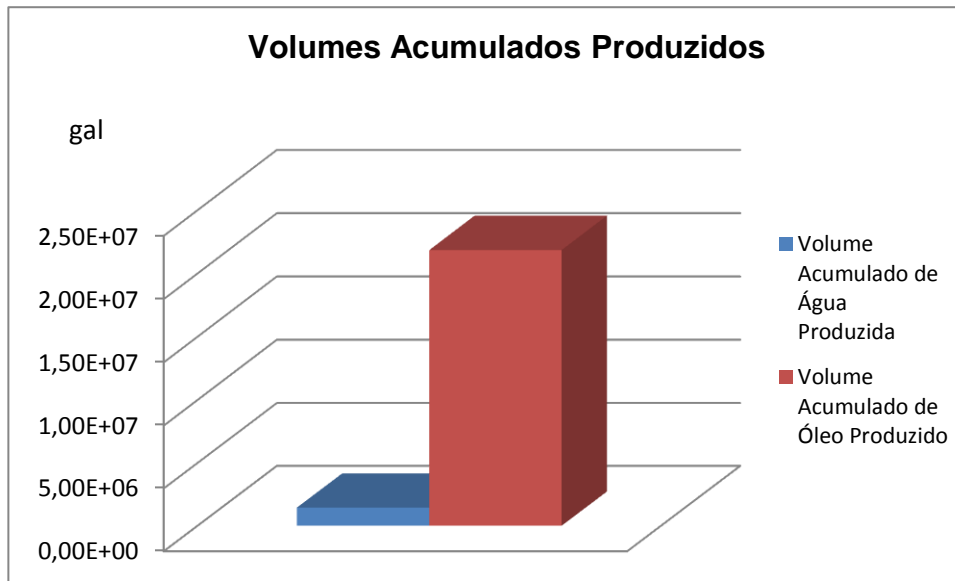


Figura 85 – Volumes Acumulados Produzidos no Cenário 3 de Análise de Anisotropia.

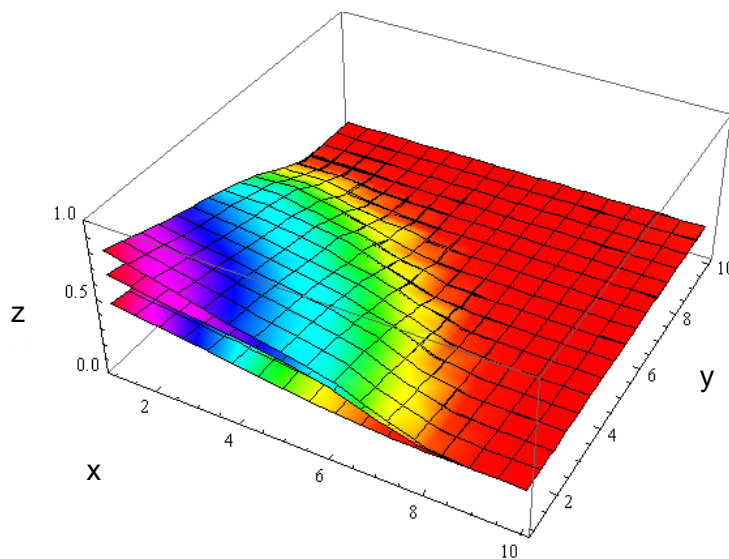


Figura 86 – Distribuição das Saturações de Água ao longo do reservatório testado no cenário 3 de análise de anisotropia.

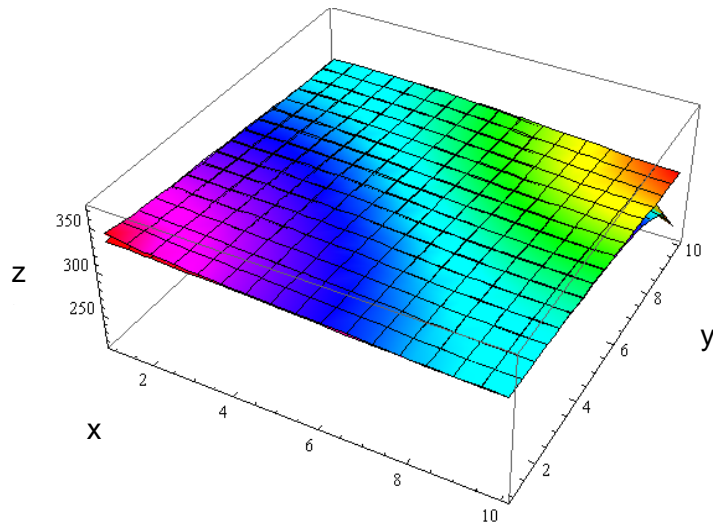


Figura 87 – Distribuição das Pressões da Fase Água ao longo do reservatório testado para o caso 3 de análise da anisotropia.

Histogramas referentes às permeabilidades do caso 3 de análise da anisotropia para $\sigma = 5\%$:

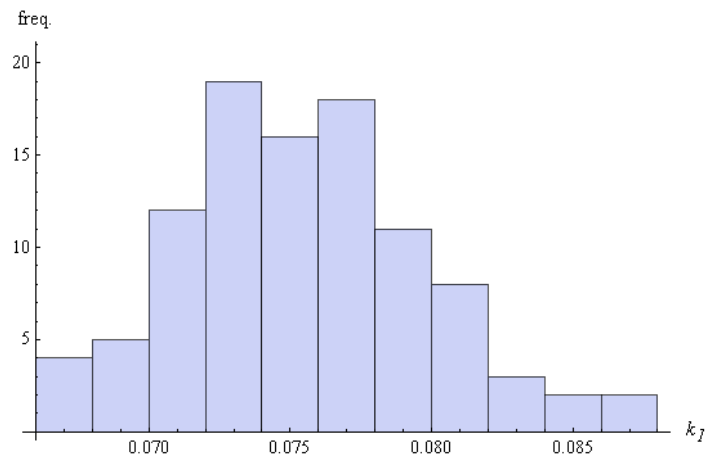


Figura 88 - Histograma relativo à permeabilidade na primeira camada do grid simulado no caso 3 da análise de anisotropia.

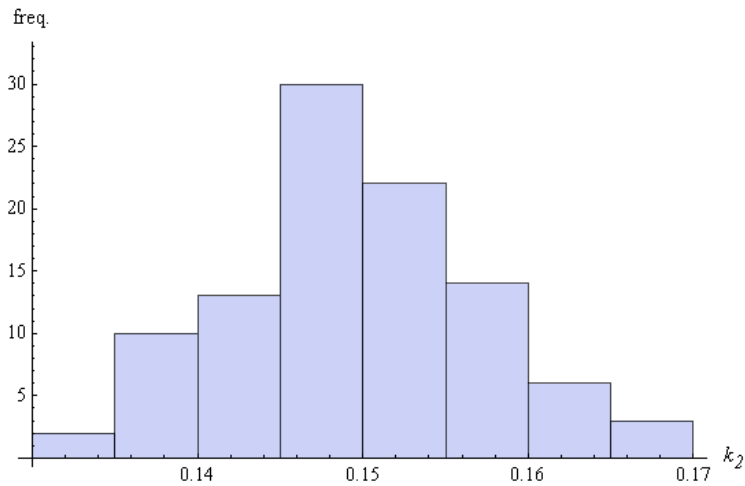


Figura 89 - Histograma relativo à permeabilidade na segunda camada do grid simulado no caso 3 da análise de anisotropia.

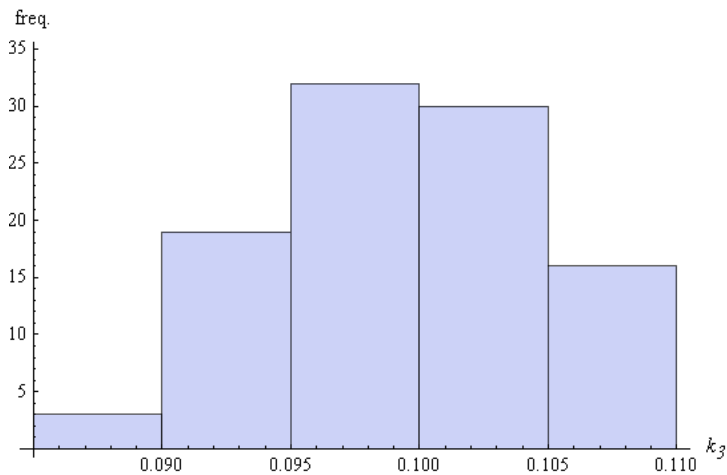


Figura 90 - Histograma relativo à permeabilidade na segunda camada do grid simulado no caso 3 da análise de anisotropia.

Seguindo a tendência dos outros cenários testados para análise da anisotropia, o caso 3 apresentou histogramas bastante irregulares. Neste cenário, em particular, podemos ver uma grande variação da saturação de água ao longo das camadas verticais do reservatório. Esta grande variação pode ser explicada pelo fato do caso 3 apresentar as características anisotrópicas mais acentuadas, assumindo valores de permeabilidades verticais de cerca de 1/100 dos valores adotados para as permeabilidades horizontais. É importante notar que neste cenário a variação de pressão na primeira camada, mais precisamente na entrada do poço produtor, é mais brusca que as anteriores. Tal efeito pode ser explicado pela variação da saturação de

água nesta camada, que diminui de forma mais acentuada do que as saturações das camadas acima. Este fenômeno pode ser explicado pelo fato da pressão da fase água ser função da saturação de água, e vice-versa.

4.3.2.3.1 Comparação Entre os Resultados

Neste item será feita uma análise comparativa dos resultados obtidos nas simulações rodadas com foco em analisar a influência da anisotropia no escoamento de fluidos no reservatório. Dessa forma, serão expostas a seguir, figuras comparativas, explicadas posteriormente. Tem-se portanto:

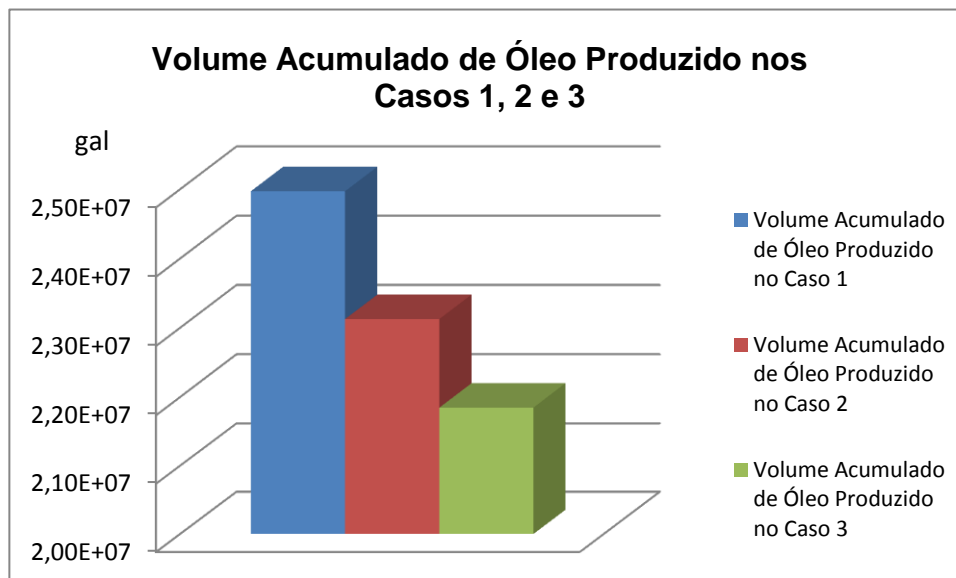


Figura 91 – Volume Acumulado de Óleo Produzido no Décimo Ano de Produção dos Cenários 1, 2 e 3 de Análise de Anisotropia.

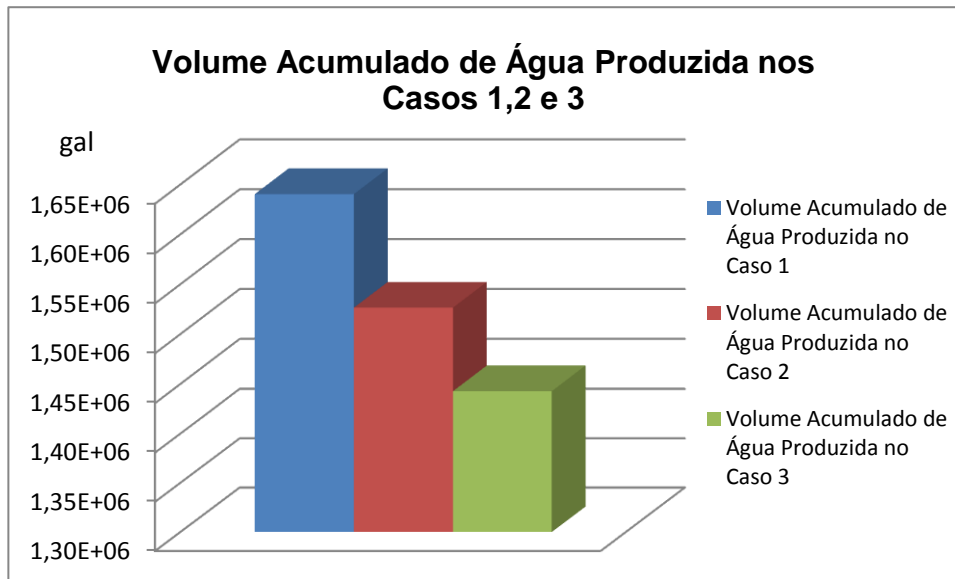


Figura 92 – Volume Acumulado de Água Produzida no Décimo Ano de Produção dos Casos 1, 2 e 3 de Análise de Anisotropia.

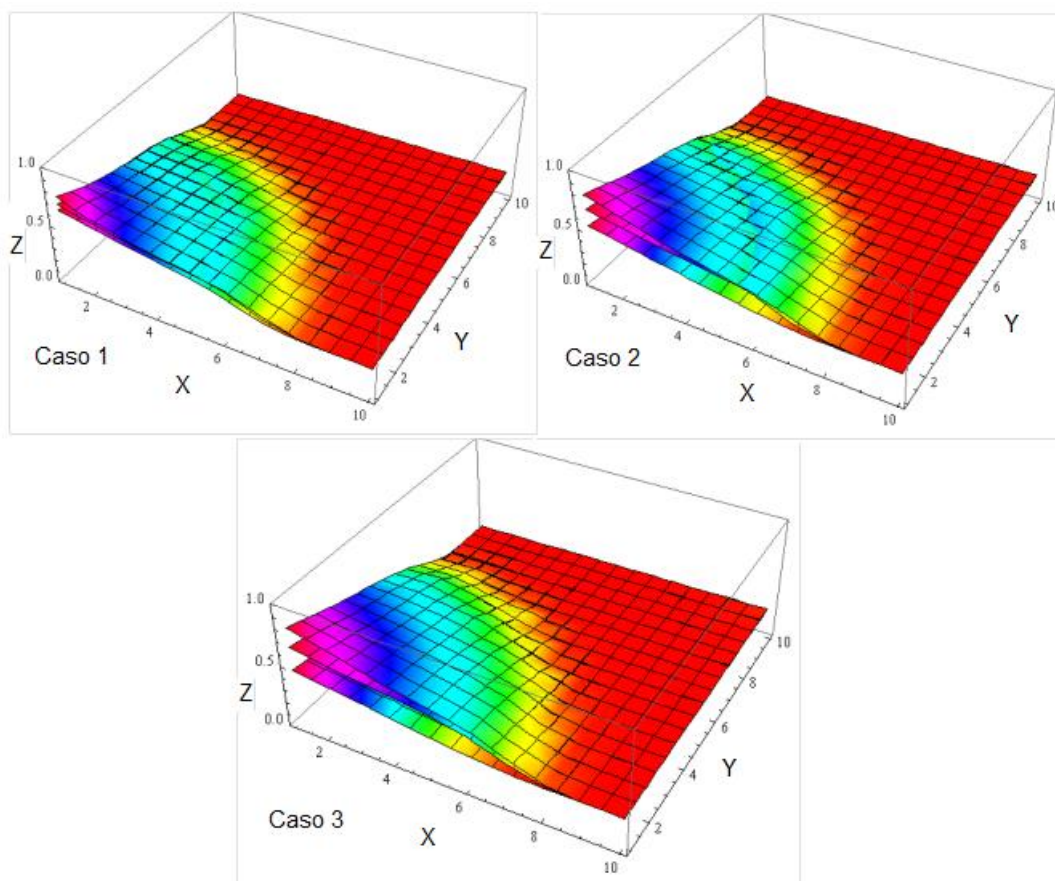


Figura 93 – Comparação entre os Campos de Saturação obtidos nos Casos 1, 2 e 3 de Análise de Anisotropia.

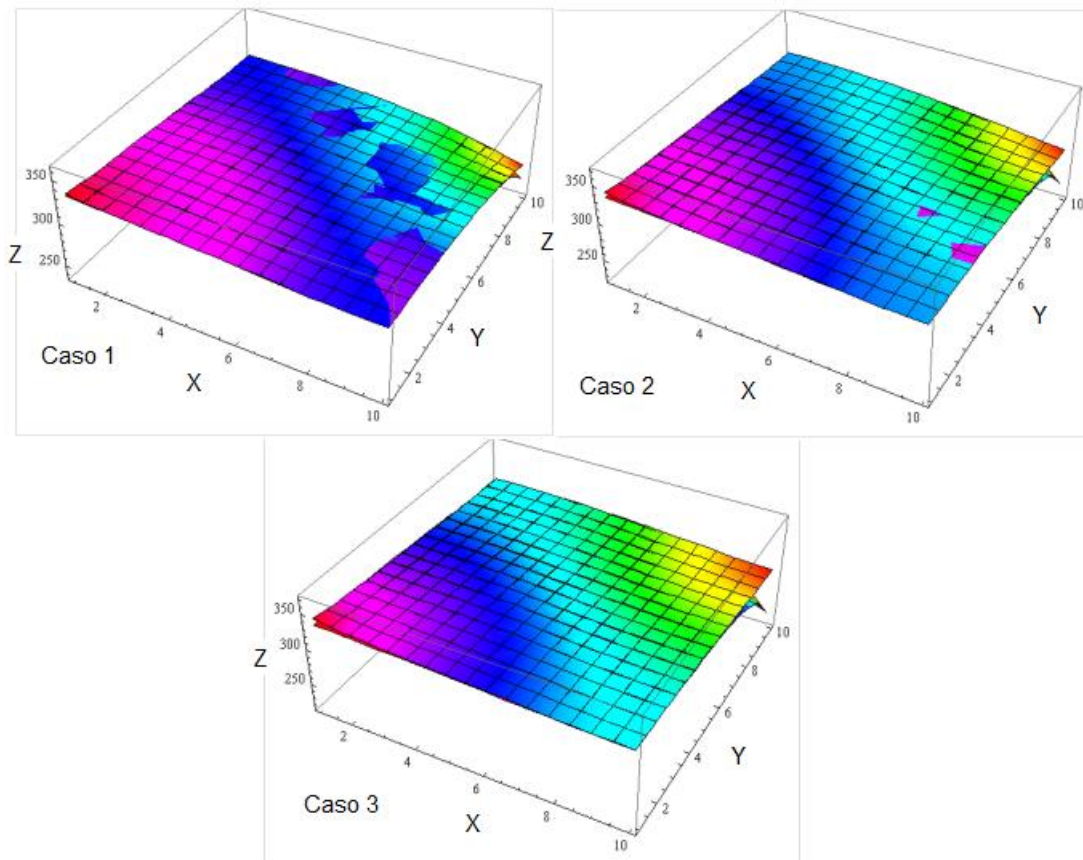


Figura 94 - Comparação entre os Campos de Pressão obtidos nos Casos 1, 2 e 3 de Análise de Anisotropia.

Os casos, aqui testados, pretendem simular as características de um reservatório anisotrópico. A metodologia aplicada para tal baseou-se na variação das permeabilidades verticais em cada caso, sendo estas, utilizadas como média das distribuições normais que descreveram as variações das permeabilidades e porosidades ao longo do reservatório.

Observando a figura 88 podemos dizer que o método foi bem sucedido. Esta constatação pôde ser feita devido as variações consideráveis no campo de saturações de cada caso. Contudo, é importante destacar que todas as propriedades dos fluidos e rochas, á exceção das permeabilidades verticais, permaneceram constantes em todos os casos. Assim sendo, toda e qualquer variação observada nos resultados das simulações será ocasionada pela variação das permeabilidades verticais.

Semelhantemente aos cenários de análise das heterogeneidades, os resultados para as produções de fluidos, aqui obtidos, expostos nas figuras 86 e 87, apresentaram decréscimos na produção com a mudança de cenário. Pode-se observar que os volumes de óleo e água produzidos no caso 1 são maiores que os produzidos no caso 2, que por sua vez, são maiores que os produzidos no caso 3. Esta variação é explicada pela anisotropia do reservatório, que vai se acentuado conforme a mudança de caso. Dessa forma, fica claro que os volumes de óleo e água produzidos são afetados diretamente pela anisotropia, tendendo os mesmos, a serem menores em cenários onde as permeabilidades verticais variam de forma excessiva com a direção.

Ao observarmos novamente a figura 88, conseguimos ver uma clara variação do escoamento dos fluidos no reservatório em função da mudança nas propriedades deste. Nesta representação, o campo de saturações varia explicitamente, mudando de uma camada para outra e de um cenário para o outro. A figura 89 por sua vez, apresentou variações semelhantes às observadas na figura 88. Esta observação pode ser explicada pelas equações (16) e (17), descritas no capítulo 3, que são responsáveis por reger o escoamento do óleo e da água em um reservatório qualquer. As equações citadas são função da saturação e da pressão nas fases do óleo ou da água. Consequentemente, a variação de um dos parâmetros provocará a variação do outro, variando os dois de forma direta.

Como observação final, podemos destacar que nos modelos aqui testados, a tendência de produção de fluidos em reservatórios anisotrópicos varia segundo a amplificação desta característica. Ou seja, para reservatórios com grandes variações em suas propriedades, os volumes de fluidos produzidos tenderão a ser menores, enquanto os volumes produzidos em reservatórios com variações mais amenas de suas propriedades serão efetivamente maiores. Esta observação pode ser validada pelas próprias equações descritas no escopo do trabalho, além á claro, do motivo físico envolvido na diminuição da produção de fluidos com o aumento da anisotropia. Este motivo gira em torno do fato de que em reservatórios mais anisotrópicos existe uma diminuição natural das permeabilidades com conseqüente aumento na dificuldade de escoamento de fluidos, oriundos da diminuição dos canais de escoamento do reservatório.

5. Conclusões e Próximos Desafios

A Engenharia de Reservatórios é uma ciência bastante complexa, que envolve uma quantidade gigantesca de incertezas em seu desenvolvimento. A partir dessas incertezas, relativas às características intrínsecas do reservatório, a indústria de petróleo procurou desenvolver métodos que tornassem a análise dos reservatórios de petróleo um pouco mais previsível e fácil de ser estudada. Surgiram com isso, os simuladores de reservatório, cujo objetivo principal é simular e prever os diversos cenários passíveis de ocorrer em um reservatório de petróleo.

O simulador aqui proposto apresentou resultados extremamente positivos, sendo capaz de avaliar a influência da variação das características do reservatório no escoamento de fluidos deste. É importante destacar que não conseguimos validar o modelo em um software de simulação comercial, entretanto, baseando-se nas equações plotadas, o modelo foi capaz de analisar a influência das características permo-porosas do reservatório na produção de fluidos deste. As simulações expostas apresentaram resultados capazes de fazer uma previsão do escoamento em um reservatório tridimensional, anisotrópico e heterogêneo, sob influência de injeção de água. Dessa forma, o modelo proposto, pode servir de exemplo para simulações mais complexas, sendo um simulador *free*, com intuitos acadêmicos e de aprendizado, no qual se pretende investir mais tempo na elaboração de códigos cada vez mais sofisticados, capazes de simular as condições mais adversas presentes em um campo de petróleo.

É sabido ainda, que existem diversos desafios a serem transpassados na simulação utilizando o software *Mathematica 7*. A avaliação econômica e logística do modelo de código aqui utilizado, em condições mais sofisticadas, envolvendo processadores de alto porte, que sejam capazes de simular cenários com alto refino, ainda é desconhecida, sendo um importante fator a ser avaliado em estudos futuros.

Sabe-se ainda, que o modelo aqui implantado, simplificou algumas condições para tornar a modelagem um pouco mais simplificada. Com isso, o desafio de implantar um modelo de simulação que descreva o reservatório acima da pressão de bolha, com a presença de gás, ainda é um grande desafio a ser superado. Sem contar é claro, os modelos contendo falhas selantes, que representam um importante fator de estudo na engenharia de reservatórios.

Assim sendo, este trabalho é apenas uma pequena parte do que se pretende implantar para o futuro. O modelo aqui simulado é coerente com as equações descritas como mostrado no escopo do trabalho, e a implantação de simulações mais complexas podem ser feitas, basta que se apliquem condições mais restritivas e específicas ao software. Este, no entanto, será o foco para futuros trabalhos, que visem, por exemplo, aperfeiçoar o código implantado, aumentando com isso, o entendimento dos fenômenos ocorridos em um reservatório de petróleo. Este avanço poderá tornar o aprendizado de Engenharia de Reservatórios mais fácil, já que, ao mesmo tempo em que se entende o funcionamento das equações que regem o escoamento de fluidos em um reservatório, pode-se visualizar o resultado destas na produção do mesmo.

6. Referências Bibliográficas

- [1] HARTMANN, H., G., **Método dos Volumes Finitos Aplicado ao Escoamento Bifásico Óleo-Água Considerando Efeitos de Aquecimento no Poço Produtor**, Projeto de Graduação Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2011
- [2] EARLOUGHER, R.C., JR. , **Advances in Well Test Analysis** , *Spe Monograph Series, Vol 5, Spe Henry L. Doherty Series*, pp. 222-241, USA , 1977
- [3] BARILLAS, J., L., M., **Estudo do Processo de Drenagem Gravitacional de Óleo com Injeção Contínua de Vapor em Poços Horizontais**, *Dissertação de Mestrado Universidade Federal do Rio Grande do Norte*, 2005.
- [4] NORMAN, et Al., **Fundamentals of reservoir surface energy as related to surface properties, wettability, capillary action, and oil recovery from fractured reservoirs by spontaneous imbibition**, *Final Technical Report, Oil and Natural Gas Technology* ,pp. 30-37, 2008.
- [5] MARSILI, M. D., **Simulação Numérica da Injeção de Água como Método de Recuperação Suplementar para um Campo com Alto Grau de Exploração**, Projeto de Graduação Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2008
- [6] ADALBERTO, et AL, **Engenharia de Reservatórios de Petróleo**, pp 1-548, 2006
- [7] CASTIÑEIRA, P., P., **Estudo da Viabilidade Econômica de Projetos de Recuperação Suplementar para Campos com Alto Grau de Exploração**, Projeto de Graduação Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2008.
- [8] LUVIZOTO, J., M., **Pré-Sal e seus Desafios**, *Apresentação do Plano de Desenvolvimento do Pré- Sal 2015, Petrobrás*, 2010.
- [9] SWALWELL, T., J., **A Quick Technique To Define Compressibility Characteristics of Hydrocarbon Reservoir**, SPE 25912, apresentado no *SPE Rocky Mountain Regional/Low Permeability Reservoirs Symposium* realizado em Denver, CO, U.S.A., Abril 12-14, 1993.

[10] YOUNG, et AL, **The Use of Higher Order Finite Diference Methods in Reservoir Simulation**, EUR 180, apresentado no *European Offshore Petroleum Conference and Exhibition* realizado em Londres, Inglaterra, Outubro 21-24,1980.

[11] KETZER, J., M., **Predição da Distribuição de Heterogeneidades Diagenéticas e Qualidade em Reservatórios Clásticos**, IBP, apresentado no *3º Congresso Brasileiro de P&D em Petróleo e Gás*, realizado no período de 2 a 5 de outubro de 2005, em Salvador.

[12] DAKE, L., P., **Fundamentals of Reservoir Engineering**, *Developments in Petroleum Science, Shell Learning and Development*, pp 62-103, Vol 8, 1998.

[13] KHALID, A., & SETTARI, A., **Petroleum Reservoir Simulation**, pp 125-193, 1979.

[14]<http://www.inovacao.unicamp.br/>, acessado a última vez em 22/ 01/2012, às 3:46 hrs.

[15] www.petrobras.com.br, acessado a última vez em 30 /01 /2012, às 12:39 hrs.

[16] www.wikipedia.com, acessado a última vez em 22 /01 /2012, às 3:30 hrs.