

O Vôo dos Pássaros e a Mecânica dos Fluidos

Atila P. Silva Freire

Programa de Engenharia Mecânica (COPPE/UFRJ)

C.P. 60503, 21945-970, Rio de Janeiro

atila@serv.com.ufrj.br

Resumo. *O progresso da mecânica dos fluidos sob o ponto de vista da sua perspectiva histórica é revisto. Interessado em desvelar a mais remota linha de pensamento que tenha nos conduzido ao atual estado do conhecimento, este artigo abrange três milênios de desenvolvimento da ciência. Ênfase será colocada no papel decisivo que a observação da natureza por intermédio do voo dos pássaros exerceu sobre o desenvolvimento científico e tecnológico da Mecânica dos Fluidos. Sistemas, escolas, doutrinas e teorias do conhecimento serão apresentados por intermédio de seus expoentes.*

Palavras chave. *Mecânica dos fluidos, biocinética, história.*

0. Preâmbulo

Antes de me dedicar à construção do texto proposto gostaria de justificar em umas poucas linhas a sua razão de existir. Há alguns anos, em 2000, o Prof. Luiz Bevilacqua organizou no Laboratório Nacional de Computação Científica (LNCC/CNPq) uma escola em métodos computacionais em biologia. Como parte do programa, planejou-se apresentar uma sessão sobre aspectos selecionados em biofluidodinâmica, onde o problema da locomoção de organismos em fluidos seria abordado. Na natureza, diferentes estratégias de locomoção foram desenvolvidas pelos seres vivos, dependendo de suas condições de existência. Em escalas físicas, que podem se diferenciar por seis ordens de grandeza, não se constitui em surpresa verificar que estas estratégias invariavelmente apelam para efeitos físicos completamente distintos. Para pequenas dimensões, e em condições muito viscosas, o Prof. Jair Koiller apresentou uma palestra lastreada em fortes fundamentos matemáticos. Entretanto, para escoamentos a baixas viscosidades, altas velocidades e dimensões superiores ao centésimo do metro, o fenômeno é frequentemente dominado pela turbulência, dando origem a padrões difíceis de serem descritos. Foi para discutir sobre formas de locomoção sob essas condições que recebi um convite do próprio Jair. Embora este tema não possuísse relação direta com minhas linhas de pesquisa, aproveitei a oportunidade para refletir um pouco sobre a inter-relação entre o conhecimento científico e o desenvolvimento tecnológico e a influência sobre ambos do senso comum, da natureza. O resultado foi uma palestra sobre o voo dos pássaros e suas implicações tecnológicas. A ênfase, ao contrário daquela na palestra anterior, se concentrou nos aspectos físicos do problema. A aceitação recebida foi, para mim, surpreendente. Nos anos seguintes eu repetiria esta palestra pelo menos três vezes. Mais importante, entretanto, foi sua incorporação à disciplina “Introdução à Engenharia Mecânica” ministrada no curso de engenharia mecânica da UFRJ. A dificuldade dos calouros da Engenharia em realizar conexões funcionais entre as disciplinas envolvendo matemática e física e suas aplicações é fato notório. Com esta disciplina, o Departamento de Engenharia Mecânica da UFRJ passou a oferecer aos seus alunos do primeiro período uma série de palestras voltadas a preencher esta lacuna.

Este ano, o Prof. César Deschamps da UFSC me convidou a proferir uma palestra na III Escola de Primavera em Transição e Turbulência sobre a história da turbulência. Isso me permitiu submeter o pensamento dos antigos a um escrutínio maior, revisitando parte do que havia preparado para a Escola de 2000. Claramente, os pontos de contato entre a palestra sobre o voo dos pássaros e o texto sobre turbulência se mostraram grandes. Portanto, a idéia de combinar ambas apresentações em uma só, que primasse por um aprofundamento maior, surgiu como natural. O propósito deste artigo é realizar tal tarefa. De fato, como a palestra sobre o voo dos pássaros não possuía um texto consolidado precisei escrevê-lo em sua íntegra. Isso qualificaria minha tarefa como hercúlea caso algumas premissas básicas não fossem tomadas. O resultado final os senhores leitores terão a oportunidade de verificar nas próximas linhas.

1. Introdução

A Ciência não é uma construção arbitrária de um pensador isolado. Ela resulta do somatório lento, inexorável, de todas as civilizações e suas culturas, do que elas possuem de mais sofisticado e precioso, nos domínios do pensamento abstrato e em todos os campos do conhecimento. Na Ciência não há como avançar sem os alicerces que o passado nos fornece. A construção metódica do saber é uma firme imposição, um imperativo. A colaboração milenar de distintos sistemas, escolas, doutrinas e teorias urdiram os fios dessa imensa teia, a Ciência, cujas ramificações devem ser exploradas por inteiro para que se chegue, sob conhecimento de causa, ao termo das disputas.

Portanto, o estudo do passado da Ciência não deve ser visto como atividade saudosista significando não mais do que um empenho à liberdade da alma e uma sobrecarga importuna. Pois, sobre os fundamentos da Ciência, podemos nos libertar de qualquer acervo especulativo que se anteponha a nós, atingindo valores inovadores e profundos.

A Ciência é o conhecimento das coisas pela causa, que são as razões das coisas. Sob esta óptica, portanto, este texto deverá ser construído; buscando à luz da perspectiva histórica, as causas dos fenômenos naturais e tecnológicos. Em particular, estaremos interessados em abordar um fenômeno que tem sido um enorme desafio para físicos,

matemáticos e engenheiros: a mecânica dos fluidos e sua inter-relação com os fenômenos naturais, em particular, com o vôo dos pássaros.

Claramente, este documento poderia ter sido escrito de várias formas, ter seguindo diferentes caminhos. No entanto, não posso deixar escapar, por ínfimo instante, o seu significado, o seu propósito. Análises críticas sobre os diferentes métodos de abordagem da mecânica dos fluidos podem ser encontradas em grande número na literatura. Repeti-las talvez não fosse de imediato interesse ao leitor; ele sempre poderá recorrer às fontes originais. Além disso, não creio que o objetivo maior aqui fosse analisar o enorme acervo de ferramentas disponíveis para tratar a mecânica dos fluidos; mesmo porque elas são insuficientes e incompletas. A mecânica dos fluidos, lembremos, ainda é um assunto na fronteira do saber.

Neste texto, e através de um fenômeno natural que exerce um grande fascínio sobre o homem – o vôo dos pássaros – descortinaremos todo este ramo da ciência. Na natureza, a maioria dos animais voa. Existem quase 1 milhão de espécies de insetos voadores e dos 13.000 vertebrados de sangue quente conhecidos, 10.000 voam (9.000 pássaros e 1.000 morcegos). Devido à grande variedade de dimensões presente nesses seres, do milímetro ao metro, o ambiente fluido exerce diferentes efeitos sobre suas habilidades de modo que as mais distintas estratégias de locomoção precisaram ser desenvolvidas. A graça e beleza com que os pássaros executam manobras aéreas inspiraram definitivamente os primeiros cientistas e suas teorizações. Por exemplo, algumas das velocidades envolvidas, taxas de mergulho e de rolagem, aperfeiçoadas ao longo de 150 milhões de anos de evolução natural não possuem qualquer correlato nos 100 anos de existência das ciências aeronáuticas. Portanto, ainda hoje um devotado esforço tem sido feito para o desenvolvimento de uma teoria abrangente para asas móveis.

Aqui, estaremos interessados em seguir a linha de pensamento mais remota possível que nos tenha trazido ao atual estado do conhecimento. Estaremos interessados em investigar como os antigos percebiam a mecânica dos fluidos e lidavam com ela. Com isso estaremos retornando a épocas onde o método científico era sequer imaginado, onde a física e a matemática tiveram seu nascedouro. As razões são simples. Não podemos esperar descrever o futuro sem conhecer o presente e o passado, sem nos apoiar nos ombros de gigantes da filosofia e da ciência.

Mas, como realizar de modo satisfatório tal tarefa? Novamente, os caminhos são muitos. As escolhas, incertas e mal definidas. Em qualquer hipótese, não poderemos deixar de nos preocupar com a história real e verídica dos cientistas e de suas idéias. Essencialmente, buscaremos descrever os sistemas de idéias, manifestos através de seus maiores expoentes. Para isso, algumas personalidades serão eleitas como representativas de sistemas, escolas, doutrinas e teorias; elas serão nossos guias pela história da mecânica dos fluidos.

2. Uma breve cronologia

- 6500-2900 a.C. Período Neolítico. Domesticação das plantas e dos animais.
- 3500 a.C. ***Início do império babilônico. A escrita cuneiforme; primeiramente gráfica, depois fonética. 400 a 500 sinais representando sílabas.***
- 3100 a.C. Menes unifica o Egito superior e inferior. Uma nova capital é erigida em Mênfis.
- 3000 a.C. Mesopotâmia. O rei de Agade, Sargão I, estende seus domínios até o Mediterrâneo.
- 3000-1700 a.C. Inglaterra. Construção de Stonehenge.
- 3100-2668 a.C. Primeiro período dinástico egípcio. Fortalecimento da unificação do Egito.
- 2900-2000 a.C. Idade do Bronze.
- 2900 a.C. ***Primeiros hieróglifos.***
- 2700 a.C. O calendário de 365 dias é inventado no Egito (começando em junho).
- 2686-2613 a.C. 3ª dinastia egípcia. Zoser constrói a primeira pirâmide em Sakkara com o auxílio de Imhotep (Vizir, arquiteto e sacerdote).
- 2600 a.C. Khufu (Kheops) constrói a pirâmide de Gizé, Chephren uma segunda e a Esfinge, e Mycerinus a terceira.
- 2500 a.C. Desenvolvimento da civilização minóica.
- 2250 a.C. Império babilônico. Hamurabi.
- 2181-2040 a.C. O aumento de poder dos governos provincianos leva à quebra da autoridade central e ao caos em todo o Egito.
- 2100 a.C. Mentuhopet II . 1º rei da 11ª dinastia unifica o Egito e estabelece a nova capital em Tebes.
- 2000-1000 a.C. ***Egito: idéias de equações lineares, áreas e volumes. Mesopotâmia: teorema de Pitágoras, equações quadráticas, sistemas de equações.***
- 1700-1550 a.C. 13ª dinastia colapsa.
- 1674 a.C. Mênfis cai para os Hicsos.
- 1550-1085 a.C. Ahmose derrota os Hicsos e estabelece uma nova dinastia no Egito.
- 1512-1448 a.C. Tutmosis III. Os domínios do Egito se estendem até o rio Eufrates.
- 1450 a.C. Tutmosis IV desenterra a Esfinge.
- 1391-1358 a.C. Amenhotep IV tenta instituir uma religião monoteísta no Egito com a adoração do deus Aten.
- 1368-1349 a.C. Tutankhamon restabelece os antigos cultos mas é assassinado.
- 1299 a.C. Ramsés II luta contra os Hititas a batalha de Kadesh. Ele é considerado o maior construtor de templos do Egito antigo.
- 1220 a.C. Destruição de Creta.

1224-1165 a.C.	Ramsés III expulsa os invasores marítimos.
1070-712 a.C.	Reis fracos governam o Egito.
1050-750 a.C.	Período inicial da formação da Grécia.
1000 a.C.	China: primeiras pipas.
1000-500 a.C.	Índia: raiz quadrada, teorema de Pitágoras.
	China: teorema de Pitágoras.
	Grécia: início da geometria teórica.
800-700 a.C.	A Itália é ocupada pelos helênicos e pelos etruscos.
750-500 a.C.	Período da Grécia arcaica. Os gregos buscam terras novas para a agricultura. As cidades-estado se formam por todo o mediterrâneo funcionando como unidades políticas, cada uma governada por um rei e um conselho.
728 a.C.	Fim do império babilônico pelos assírios. Invasão do Egito.
730-710 a.C.	Os espartanos conquistam o sul do Peloponeso.
677-671 a.C.	Os assírios invadem o Egito, saqueando Tebes e Memphis.
625 a.C.	Segundo império babilônico, Nebuchadnezzar II.
525-404 a.C.	A primeira dinastia persa no Egito é estabelecida (Ciro). As conquistas de Câmbises, filho de Cyrus, incluem a expansão de Dario.
509 a.C.	Os romanos encerram a dinastia etrusca.
500-300 a.C.	Grécia: Platão, Aristóteles, matemática axiomática, descoberta da incomensurabilidade, Eudoxus e proporcionalidade. Egito: Euclides e os Elementos.
490 a.C.	Primeira guerra persa. Atenas (Gen. Milcíades) derrota os persas na planície de Maratona.
480 a.C.	Segunda guerra persa. Os persas liderados por Xerxes destroem Atenas. Os gregos vencem a batalha marítima de Salamina e terrestre de Platea.
461-446 a.C.	Primeira guerra do Peloponeso entre Esparta e Atenas (Péricles).
431-405 a.C.	Segunda guerra do Peloponeso entre Esparta e Atenas.
399 a.C.	Sócrates é julgado e executado por sua oposição aos Trinta tiranos.
386 a.C.	Platão funda a Academia.
384 a.C.	Aristóteles nasce.
359 a.C.	Felipe II se torna rei da Macedônia.
357-356 a.C.	Guerra social entre a Grécia e a Macedônia.
340 a.C.	Início das guerras latinas.
338 a.C.	Felipe II derrota os atenienses e os tebanos.
336 a.C.	Felipe II é assassinado. Alexandre, o grande, assume o trono.
332 a.C.	Alexandre derrota os persas em Grânico, Isso e Arbela. Ele constrói a capital de seu império em Alexandria.
331-323 a.C.	Período helenístico. Macedônia, Egito e Síria emergem como os 3 maiores impérios.
330-304 a.C.	Dinastia dos Ptolomeus.
264 a.C.	Primeira guerra púnica de Roma contra Cartago (Amílcar Barca).
241 a.C.	Os romanos conquistam a Sicília.
218-201 a.C.	Segunda guerra púnica. Aníbal é derrotado.
197 a.C.	Felipe V é derrotado pelos romanos em Kynoskephalai.
149-146 a.C.	Terceira guerra púnica termina com a captura de Cartago.
44 a.C.	Júlio César é assassinado. (Bruto e Cássio.)
31 a.C.	Otávio derrota Marco Antônio. Batalha naval de Actium.
300 a.C. a 0 d.C.	China: raízes quadradas e cúbicas, sistemas de equações lineares.
	Grécia: Arquimedes e a física teórica, Hiparco e a trigonometria.
	Egito: Apolônio e as seções cônicas.
0-200 d.C.	Alexandria: Heron e a matemática aplicada. Judéia: Nicomachus e a teoria dos números.
	Egito: Claudius Ptolomeu e a astronomia.
200-400 d.C.	Egito: Diophantus e a teoria dos números.
235-284 d.C.	Germanos, godos e persas atacam Roma, Atenas, Esparta e Corinto.
284 d.C.	Diocleciano restabelece a ordem e divide o império romano em dois.
312 d.C.	Constantino se estabelece como governante absoluto de Roma.
400-800 d.C.	Itália: Boethius e a matemática elementar.
	México: numeração Maia e astronomia.
	Índia: Aryabhata e a trigonometria; Brahmagupta e análise indeterminada. Desenvolvimento do sistema numérico decimal hindu-arábico.
	China: primeiras tabelas com tangentes.
410 d.C.	Os godos destroem Roma.
476 d.C.	O império do ocidente termina.
641 d.C.	Conquistas árabes.
771-814 d.C.	Império de Carlos Magno. Reunião dos povos germânicos.
800-1000 d.C.	Índia: desenvolvimento da álgebra. Iraque e Egito: álgebra avançada.



Horus com a coroa do Egito unificado.



Escrita cuneiforme.



A Mesopotâmia.



Painel Assírio.



O touro da Babilônia.



A esfinge e a grande pirâmide.

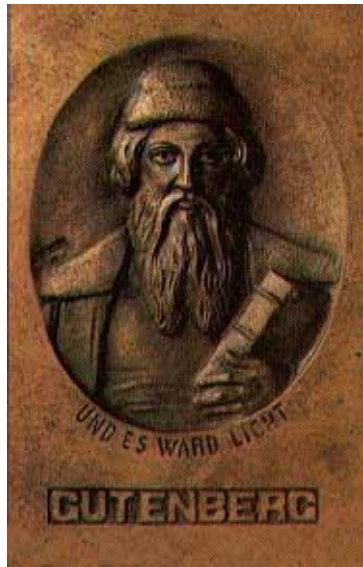


Osíris.



Ramsés II.

- 1000-1200 d.C. ***Iraque: indução e o triângulo de Pascal.***
Egito: soma de potências e volumes de parabolóides.
Irã: soluções geométricas de equações cúbicas.
Índia: trigonometria esférica.
China: triângulo de Pascal utilizado para resolver equações.
Leonardo de Pisa (Fibonacci) e a introdução da matemática islâmica.
- 1096-1272 d.C. As Cruzadas (total de oito). Papa Urbano II.
- 1140 d.C. A fundação de Portugal. D. Afonso I (Henriques).
- 1200-1400 d.C. ***Oxford: velocidade, aceleração e o teorema da velocidade média.***
- 1300 d.C. ***Europa: primeiras pipas, primeiros moinhos de vento, a bússola.***
- 1436 d.C. Fim da guerra dos 100 anos.
- 1400-1600 d.C. ***Índia: descoberta das séries de potência para o seno, o cosseno e o arcotangente.***
Itália: solução algébrica de equações cúbicas.
Alemanha: perspectiva e geometria.
Polônia: Nicolau Copernico e o sistema heliocêntrico.
França: Viète e o simbolismo algébrico.
- 1453 d.C. O império do oriente termina.
- 1455 d.C. Gutenberg. 1º livro impresso por blocos gravados (Bíblia).
- 1490 d.C. ***Contribuições de Leonardo da Vinci.***
- 1492-1498 d.C. O descobrimento da América.
- 1498 d.C. Caminho marítimo para as Índias.
- 1500 d.C. O descobrimento do Brasil.
- 1500-1600 d.C. A reforma da Igreja. As 95 teses de Martinho Lutero (1483-1546).
João Calvino (1509-1564). Santo Inácio de Loyola (1491-1556).
Isabel (1533-1603), rainha da Inglaterra. William Shakespeare (1564-1616).
- 1600-1700 d.C. ***Kepler, Newton e a mecânica celeste.***
Descartes, Fermat e a geometria analítica.
Napier, Briggs e os logaritmos.
Pascal, Fermat e a teoria elementar das probabilidades.
Newton, Leibniz e a invenção do cálculo.
- 1600 d.C. ***Galileu é o primeiro a compreender que a resistência aerodinâmica varia direta e proporcionalmente com a massa específica.***
- 1673 d.C. ***Edme Mariotte afirma que a resistência aerodinâmica varia com o quadrado da velocidade.***
- 1700-1800 d.C. ***Desenvolvimento de técnicas para a resolução de equações diferenciais ordinárias e parciais.***
Desenvolvimento do cálculo de funções a várias variáveis.
Lagrange e a análise da solução de equações polinomiais.
- 1732 d.C. ***Invenção do tubo de Pitot.***
- 1738 d.C. ***Daniel Bernoulli publica o livro Hidrodinâmica.***
- 1744 d.C. ***d'Alembert anuncia seu paradoxo.***
- 1752 d.C. ***Leonard Euler publica as equações do movimento para um fluido não viscoso.***
- 1765-1788 d.C. Revolução americana.
- 1776 d.C. Declaração de independência americana (Jefferson).
- 1787-1788 d.C. Ratificação da constituição americana.
- 1788 d.C. ***Joseph Lagrange introduz o conceito de potencial de velocidade e de função de corrente.***
- 1789 d.C. Revolução francesa. Queda da Bastilha.
- 1799 d.C. Golpe de estado por Napoleão.
- 1799 d.C. ***George Cayley introduz a configuração moderna dos aeroplanos.***
- 1800-1900 d.C. ***Teoria algébrica dos números.***
Teoria das matrizes.
Análise complexa.
Análise vetorial.
Geometria diferencial.
Geometria não euclidiana.
- 1804 d.C. ***Teste com sucesso do primeiro planador (Cayley).***
- 1810 d.C. ***Publicação dos três artigos de Cayley.***
- 1814 d.C. Abdicação de Napoleão.
- 1815 d.C. Batalha de Waterloo (Duque de Wellington).
- 1822 d.C. Independência do Brasil.
- 1840 d.C. ***Publicação das equações do movimento para um fluido viscoso, as equações de Navier-Stokes.***
- 1848 d.C. Publicação do manifesto comunista.
- 1861-1865 d.C. Guerra civil americana.
- 1865-1870 d.C. Guerra do Paraguai.
- 1888 d.C. Abolição da escravidão no Brasil.



Gutenberg



Lutero



Calvino



Isabel I

1889 d.C.	Proclamação da República no Brasil.
1893 d.C.	Primeiro vôo tripulado de uma máquina mais pesada que o ar. Otto Lilienthal.
1896 d.C.	Primeiro vôo de uma máquina mais pesada que o ar propulsada por um motor. Samuel Langley.
1903 d.C.	Primeiro vôo de uma máquina mais pesada que o ar, tripulada, propulsada por um motor e com controle de vôo. Wilbur e Orville Wright.
1904 d.C.	Prandtl. Teoria da camada limite.
1906 d.C.	Teoria da circulação para a sustentação.
1906 d.C.	Primeiro vôo de uma máquina mais pesada que o ar, tripulada, propulsada por um motor, com controle de vôo e decolagem por meios próprios. Santos Dumont.
1915 d.C.	Prandtl. Teoria da sustentação.
1914-1918 d.C.	I Guerra Mundial.
1917 d.C.	Revolução bolchevista.
1922 d.C.	Max Munk. Teoria do aerofólio fino.
1940 d.C.	Teoria do escoamento supersônico.
1939-1945 d.C.	II Guerra Mundial.
1949 d.C.	Revolução comunista Chinesa (Mao Zedong).

3. As civilizações antigas

A matemática certamente existiu em todas as civilizações antigas das quais possuímos algum tipo de registro. A partir da domesticação das plantas e dos animais e do estabelecimento de tribos e aldeias fixas, sacerdotes, escribas ou membros da alta administração passaram a ser treinados em tarefas especiais relacionadas às mensurações, cobranças de impostos, confecção de calendários, comércio, práticas rituais entre outras. Portanto, a matemática era uma prática diretamente associada ao uso do poder. Assim, seu ensinamento era transmitido a uns poucos privilegiados, frequentemente apenas por via oral. Desta época, os registros escritos que restaram são muito esparsos o que sobremaneira dificulta a reconstrução da ciência. Algum consenso existe, entretanto, em determinar que a matemática largamente se expandiu no Egito, Mesopotâmia, China e Índia.

A mais antiga das civilizações é provavelmente a mesopotâmica, tendo emergido entre os rios Tigres e Eufrates a partir de 5.000 a.C. Muitos reinos viriam a se tornar proeminentes nesta região pelos próximos 5 milênios, incluindo o império babilônico formado por Hamurabi em 1.700 a.C. A esta época a civilização já havia desenvolvido o conceito de nações. A burocracia e os exércitos passaram a existir, bem como os mercadores e os artesãos. Esses últimos formavam uma classe social espremida entre camponeses e militares. Surge então a escrita para o controle contábil de todo o império. A escrita era feita pelo entalhe em tijolos de barro fresco de caracteres com o feitio de cunhas; depois de prontos os tijolos eram cozidos. Nos últimos 150 anos milhares de tijolos foram escavados no Iraque moderno revelando inúmeros problemas matemáticos e suas soluções.

No vale do rio Nilo a agricultura também deve ter começado à mesma época, 5.000 a.C. Com a unificação do Egito em 3.100 a.C. um período de efusivo sucesso se estabeleceria pelos próximos 3 milênios. A escrita monumental egípcia, os hieróglifos, possuía uma forma simplificada, a hierática, usada nos papiros. Uma maior simplificação da segunda dava origem à escrita demótica ou popular. Quase a totalidade do que sabemos sobre a matemática egípcia resulta da análise de dois papiros comercializados no século XIX para colecionadores ingleses e russos. Datados de 1.650 a.C. os papiros, com respectivamente 6 e 5 metros de comprimento, apresentam uma coleção de problemas matemáticos e suas soluções.

Na China, as evidências mais sólidas nos indicam que o período civilizatório começou por volta de 1.600 a.C. em Anyang, próximo ao rio Huang. Após a unificação da China em 221 a.C. pelo imperador Qin Shi Huangdi seguiu-se a dinastia Han. Registros do período sugerem que as primeiras descobertas matemáticas chinesas datam do início do primeiro milênio a.C.

Em todas as formas primárias da matemática, a contagem era organizada por agrupamento de símbolos, com quase todos os sistemas organizados na base 10. No início do século I a.C. as seguintes noções já se encontravam bem formuladas: equações lineares, cálculo de áreas e volumes, o teorema de Pitágoras, equações quadráticas e sistemas de equações.

4. O período clássico

O primeiro período do pensamento grego tomou a denominação de período naturalista, assim chamado porque a nascente especulação dos filósofos se voltava instintivamente para o mundo exterior. Preocupados em achar uma substância única, a causa, o princípio do mundo natural vário, múltiplo e mutável, os jônios em diversas épocas sustentaram ser este elemento a água (Tales de Mileto, 624-546 a.C.), o indeterminado (Anaximandro, 610-547 a.C.) e o ar (Anaxímenes, 585-528 a.C.).

Segundo Pitágoras (571-497 a.C.), a essência, o princípio primordial da realidade é representado pelo número, isto é, pelas relações matemáticas. Da racional concepção de que tudo é regulado segundo relações numéricas passa-se a visão fantástica de que o número seja a essência das coisas. Achada esta substância una e imutável das coisas os

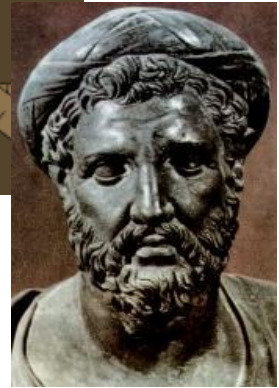
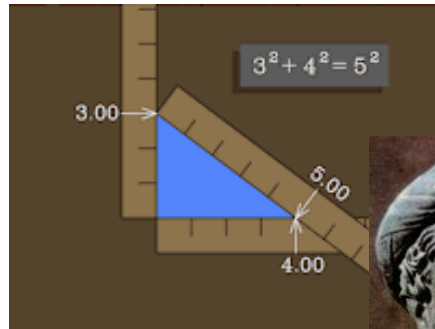
pitagóricos passam a encontrar dificuldades para explicar a multiplicidade; eles então recorrem aos opostos, aos números pares e ímpares.

Para Heráclito a realidade única é o vir-a-ser perpétuo e o princípio primordial é o fogo: tudo muda, tudo está sujeito a um fluxo eterno.

Na escola eleática surgida na Ásia Menor em 580-576 a.C. o seu maior expoente foi Parmênides. De acordo com ele, o princípio fundamental das coisas, é o ser uno, idêntico, imutável, eterno, determinado, concebido como uma



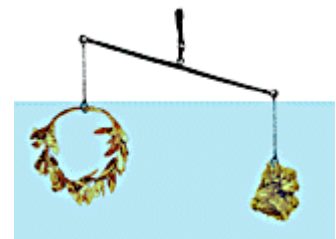
Platão (à esquerda) e Aristóteles



Pitágoras



Arquimedes



A prova final



Hierão II



A coroa de louros

esfera suspensa no vácuo. Parmênides distingue a ciência, que nos dá a verdade, ou seja, o ser uno e imutável, e é construída da razão - da opinião - donde provém o erro, ou seja, o ser múltiplo e mutável, e depende do sentido.

Empédocles, de Agrigento na Sicília, viveu provavelmente entre 494 e 432 a.C. Para explicar a variedade e a mudança dos fenômenos e das coisas ele dividiu o ser único dos eleatas em quatro elementos fundamentais: a terra, a água, o ar, o fogo. A combinação dos elementos efetua-se por obra de duas forças fundamentais e primordiais: o amor e o ódio.

A realidade como constituída por uma infinidade de partículas mínimas, eternas e imutáveis foi concebida por Anaxágoras (500 -428 a.C.). A natureza diferente das coisas podia então ser explicada pela qualidade diversa das partículas.

O maior expoente da escola atomística foi Demócrito (Trácia, 460-370 a.C.). Aceitando o ser único de Parmênides, Demócrito divide-o em uma infinidade de corpúsculos simples e homogêneos (átomos) iguais na qualidade, diversos por grandeza, forma, posição. Esses átomos (elementos não divisíveis) são separados pelo espaço vazio, onde se movem por causa do tamanho diverso e, por conseguinte, por causa da diversa gravidade dos átomos. Os átomos mais pesados caem, movem-se *ab aeterno* no espaço infinito mais rapidamente que os menos pesados. Esses, portanto, entrando em choque com aqueles são arrastados em movimentos vorticais.

O segundo período da história do pensamento grego é conhecido como período sistemático. Neste período realizou-se uma grande e lógica sistematização do pensamento fixando-se o conceito de ciência e de inteligível. O interesse filosófico passou da natureza e da metafísica para o homem e a alma, a gnosiologia e a moral.

Sócrates (470-399 a.C.) nasceu em Atenas; ele foi um amargo crítico do saber vulgar, da opinião, buscando incansavelmente o saber racional, universal, imutável. Sua filosofia, de finalidade prática, moral, se realiza apenas pelo conhecimento, pela razão. A única construção racional de Sócrates é a gnosiologia, não a metafísica; com isso, ele deu-nos um método da ciência, não uma ciência verdadeira e própria. A gnosiologia de Sócrates fundamenta-se nos seguintes pontos: ironia, maiêutica, introspecção, ignorância, indução, definição. Embora não tenha deixado escrito algum, Sócrates descobriu um método, sendo virtualmente o fundador da ciência, em geral, mediante a doutrina do conceito.

Platão (428-348 a.C.), como seu mestre Sócrates, também nasceu em Atenas. Distinguindo um conhecimento sensível - a opinião - e um conhecimento intelectual - a ciência, Platão julga que o conhecimento intelectual não pode derivar do conhecimento sensível, por terem esses dois conhecimentos características opostas. Em Atenas, por volta de 387 a.C., Platão fundou sua célebre escola, nos jardins de Academo, donde surgiu, assim, a famosa denominação “*Academia*”. A Academia sobreviveu por quase um milênio, até o século VI d.C.

O período sistemático terminou com Aristóteles (384-322 a.C.). Este grande pensador grego nasceu em Estagira, na Trácia. Aos dezoito anos foi para Atenas para estudar na academia platônica onde ficou por vinte anos. Aristóteles escreveu sobre todas as ciências, construindo algumas desde seu mais remoto fundamento, organizando outras em um corpo coerente de doutrinas. A primeira edição das obras de Aristóteles data do século I a.C. Elas podem ser classificadas em: I) Escritos lógicos. II) Escritos sobre a física. III) Escritos metafísicos. IV) Escritos morais e políticos. V) Escritos retóricos e poéticos. Segundo Aristóteles a filosofia é essencialmente teórica, deve decifrar o enigma do universo. A filosofia aristotélica é dedutiva, mas o ponto de partida da dedução é tirado -- mediante o intelecto -- da experiência. Segundo sua classificação, a filosofia divide-se em teórica, prática e poética. A teórica, por sua vez, divide-se em física, matemática, teologia e metafísica; a filosofia prática divide-se em ética e política; a poética em estética e técnica. Aristóteles é o criador da lógica, por ele denominada analítica. No sentido estrito, a filosofia aristotélica é a dedução do particular pelo universal, a explicação do cotidiano mediante a condição. A lógica aristotélica é, portanto, essencialmente dedutiva, demonstrativa, apodíctica. Seu processo característico clássico é o silogismo. Portanto, segundo Aristóteles, os conceitos e juízos devem ser tirados da experiência.

Os conceitos de movimento introduzidos por Aristóteles vigoraram por quase 20 séculos. De acordo com seus argumentos, para um corpo se colocar e conservar em movimento através do ar uma força permanente precisava ser exercida sobre ele. Para a descrição do movimento de um projétil, talvez o problema mecânico mais importante à época, a explicação oferecida supunha que o próprio ar fosse capaz de sustentar o movimento por um deveras engenhoso mecanismo. Ao se defletir para dar passagem ao projétil, o ar deveria rapidamente se deslocar para as regiões posteriores deixadas vazias preenchendo-as rapidamente; isso constantemente exerceria uma força sobre a parte traseira do projétil. Hoje sabemos não ser isso verdade. De acordo com Newton a aplicação de uma força é apenas necessária para garantir a mudança do movimento de um corpo; para um corpo em movimento uniforme a força resultante sempre será zero.

Por outro lado, Aristóteles claramente estabeleceu o conceito do contínuo. Ele também foi seminal em estabelecer que: “é impossível estabelecer porque um corpo colocado em movimento no vácuo devesse atingir o estado de repouso. Por que, de fato, deveria ele atingir o repouso em um lugar em detrimento de outro? Consequentemente, ele deverá permanecer em repouso, ou, se em movimento, deverá se mover indefinidamente até que um obstáculo se interponha a ele”. Portanto, se um corpo imerso em um meio fluido atinge um estado de repouso, a interpretação à luz da afirmativa anterior é a de que alguma força agiu sobre ele, a força de arrasto.

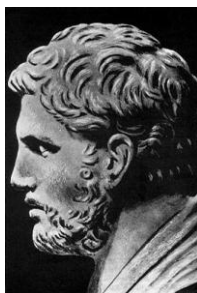
Arquimedes (287-212 a.C.) nasceu em Siracusa na Sicília. De acordo com alguns historiadores, inclusive Plutarco, Arquimedes visitava constantemente o Egito tendo estudado com os discípulos de Euclides em Alexandria e, em particular, com Conon de Samos, o maior matemático de todos. Sua época foi marcada pelas disputas de poder entre Roma e Cartago. Desde que a antiga colônia fenícia firmara sua autoridade sobre o litoral setentrional da África, quase toda a Sicília, a Sardenha, a Córsega e a Espanha meridional, a rivalidade com Roma era fatal. Na seqüência de



O Egito Antigo



Ptolomeu I Soter



Demetrius de Phalerum



Ptolomeu II Philadelphus



Cleópatra



Julius Caesar



A Biblioteca de Alexandria

sangrentas batalhas que se seguiriam entre os anos de 264 e 146 a.C. as máquinas bélicas de Arquimedes teriam um decisivo papel na segunda guerra púnica quando em 213 a.C. infligiram pesadas perdas às tropas de Marcellus. No plano civil, Arquimedes foi o inventor da alavanca e de bombas d'água. É sua a famosa frase “dêem-me um ponto de apoio e suspenderei o mundo”.

Apesar de ter construído sua reputação por intermédio das máquinas que inventou, Arquimedes acreditava ser a matemática pura o único objeto merecedor de sua atenção. Ele aperfeiçoou um método de integração que lhe permitia calcular áreas e volumes de muitos corpos. Na mecânica, Arquimedes descobriu teoremas importantes relacionados ao centro de gravidade de um corpo; seu teorema mais famoso conhecido como o teorema de Arquimedes fornecia o peso e a força de empuxo em um corpo imerso em um líquido.

No século I a.C. um importante arquiteto romano chamado Vitruvius relatou a história de como Arquimedes foi chamado para descobrir uma fraude na confecção de uma coroa de ouro. A coroa havia sido encomendada pelo rei de Siracusa, Hierão II, para ser colocada sobre a cabeça de uma estátua representando a Deusa Diana em um grande templo a ser construído. Suspeitando que o artesão tivesse substituído parte do ouro necessário por prata, Hierão pediu a Arquimedes que determinasse se a coroa era de ouro puro. Muitos autores, hoje, consideram a explicação fornecida por Vitruvius imprecisa e não elucidativa. De acordo com este autor, Arquimedes teria simplesmente colocado um objeto de ouro puro e com o mesmo peso da coroa em um recipiente completamente cheio. A seguir, o objeto teria sido retirado do recipiente e a coroa colocada em seu lugar. Com o maior volume da falsa coroa, a água no recipiente teria transbordado. Isso provaria a fraude. Entretanto, as coroas fabricadas na época possuíam a forma das coroas de louros. Tipicamente essas coroas possuíam um diâmetro máximo de 18,5 cm e massa de 1000 g; consideremos ainda que o diâmetro do recipiente fosse de 20 cm. Logo, uma coroa de ouro pura colocada no recipiente provocaria uma variação no nível d'água de 0,165 cm. Considere ainda que o artesão tivesse colocado 300 g de prata na coroa. Isso resultaria em um aumento de nível de 0,206 cm. A diferença, portanto, no deslocamento de água de um caso para outro seria uns meros 0,041 mm, uma diferença muito difícil de ser observada àquela época. Uma prática mais imaginativa para detectar a fraude seria utilizar as leis do empuxo e da alavanca de Arquimedes. Inicialmente equilibraríamos uma balança com a coroa em um de seus braços e um peso igual em ouro no outro braço. A seguir, ambos corpos, atrelados à balança, seriam mergulhados na água. Caso a coroa fosse falsa, o maior volume de água deslocado por ela provocaria um desequilíbrio na balança com o resultante deslocamento da coroa para a superfície.

5. A biblioteca de Alexandria

Os primeiros reis da dinastia lágida estavam determinados a estabelecer o Egito como o reino mais proeminente de seu tempo. Alexandria, a mais ilustre das cidades fundadas por Alexandro Magno, em 331 a.C., a oeste do delta do Nilo, havia se tornado a capital do reino quando foi tomada em 306 a.C. por Ptolomeu Soter. Por uma decisão política dos Ptolomeus, escritores, poetas, artistas e cientistas foram trazidos a Alexandria de todo o mundo conhecido para enriquecerem duas instituições sem precedente: o “Museu” e a “Biblioteca”. O Museu, ou, o templo das musas, foi o primeiro instituto científico e a maior das universidades dos tempos antigos.

Supõe-se que foi Demetrius de Phalerum, filósofo peripatético e chanceler romano, a convencer Ptolomeu I Soter a estabelecer um grande centro do saber. Iniciada em 290 a.C., a biblioteca atingiu seu ápice durante o reinado de Ptolomeu II Philadelphus. Alexandria era uma biblioteca de Estado, mas sem público. Sua finalidade não era a difusão filantrópica e educativa do saber na sociedade, mas, sim, a acumulação de todos os escritos da Terra, no centro do palácio real. Então, por que instituir uma biblioteca que não acolherá leitores? A resposta é simples. Os ganhos políticos e simbólicos são imensos. Nessas terras do Egito, os novos senhores querem firmar a primazia da língua e da cultura gregas. Querem dotar sua capital de uma centralidade simbólica: toda a memória do mundo em uma cidade nova, de imigrantes. Alexandria era o pólo intelectual e científico mais importante do mediterrâneo. Para o enriquecimento da biblioteca não se pouparam meios. O mandato do rei, segundo a *Carta de Aristeu*, é de “reunir na íntegra, se possível, todas as obras aparecidas no mundo inteiro”. Para isso recorria-se a confiscos, a aquisições e a transcrições sistemáticas.

Embora nenhum dado concreto exista, acredita-se que, no seu ápice, a biblioteca chegou a reunir 700.000 pergaminhos o que nos dias de hoje representaria de 100 a 125.000 livros. Apesar de sérias contradições, podemos traçar o desaparecimento por completo da biblioteca a um período de 450 anos. O primeiro incêndio deu-se em 48 a.C. durante a batalha naval de Alexandria quando as tropas de Julius Caesar, em apoio a Cleópatra VII, atacaram seu irmão Ptolomeu XIII. De acordo com algumas fontes, cerca de 40.000 pergaminhos foram destruídos no desastre. Outros autores insistem em 400.000. Marco Antonio compensou Cleópatra com a doação de 200.000 pergaminhos de *Pergamum*. O Museu e o quartelão real foram destruídos no século III. Finalmente, o remanescente da biblioteca foi destruído entre os anos de 391 e 415 d.C. quando o Imperador Theodosius emitiu um decreto considerando-a uma casa pagã.

6. O Renascimento

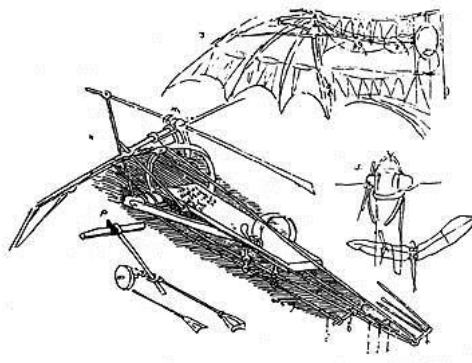
Após os anos de escuridão provocados pela política dogmática da igreja, o aparecimento da imprensa moderna em 1455 fortemente contribuiu para a vulgarização dos autores e a disseminação dos conhecimentos. A impressão por blocos gravados era conhecida e usada. Praticavam-na os chineses e os ocidentais a tinham adquirido. Na primeira metade do século XV imprimiam-se livros inteiros por esse processo demorado e dispendioso. Foi porém Gutenberg (1400-1468) quem imaginou servir-se para a impressão de tipos separados, que seu associado Faust pensou fabricar de uma liga de



Turbulência por da Vinci



Autoretrato



Ornitóptero

chumbo e antimônio. Em poucos anos as obras de escritores gregos, latinos e hebraicos estariam ao alcance da inteligência européia.

Apesar dos enormes avanços em engenharia por alguns povos no período que abrangeu os séculos III a.C. a XV d.C., as contribuições para a ciência mecânica não foram significativas. Leonardo da Vinci (1452-1519) foi, certamente, o precursor de muitos conceitos importantes em mecânica dos fluidos. Nascido na pequena vila de Vinci na Toscana, próxima a Florença, Leonardo foi filho ilegítimo de Ser Piero da Vinci, um jovem advogado, e de Catarina, uma jovem camponesa. À idade de 16 anos, Leonardo se mudou para Florença onde iniciou treinamento como pintor e escultor; aos 30, foi para Milão onde trabalhou por 20 anos para a família de Ludovico Sforza projetando armas e máquinas de guerra. Foi neste período que Leonardo formulou suas primeiras idéias sobre mecânica dos fluidos.

Os conceitos de da Vinci em engenharia eram extremamente avançados para a sua época. Constantemente preocupado com os problemas clássicos da mecânica, a conquista da terceira dimensão era um sonho e uma obsessão. Da observação dos pássaros, da Vinci retirou a maioria dos seus conceitos em mecânica dos fluidos.

O período de 1488 a 1514 foi particularmente devotado por da Vinci ao desenvolvimento de seus conhecimentos em mecânica dos fluidos. Profundamente influenciado pelos escritos de Euclides, da Vinci começou a elaborar, como os clássicos, a noção de que a matemática era a causa única das coisas. Seu grau de imersão com a matemática chegou ao ponto dele exclamar em 1496: *“Nenhum conhecimento pode ser certo se não for baseado em matemática ou em outro conhecimento ele próprio baseado nas ciências matemáticas. A ciência mecânica, é a mais nobre e está acima de todas, a mais útil”*. Mais enfaticamente, ele repetiu: *“Que nenhum homem que não seja um matemático leia os elementos de meu trabalho”*.

Um dos princípios fundamentais da mecânica dos fluidos, o de que massa é conservada, foi cuidadosamente investigado por da Vinci. Observando o escoamento em um rio, da Vinci percebeu que em regiões de constrição a corrente aumentava de velocidade. Mais ainda, ele percebeu que em regiões onde a área transversal ao escoamento diminuía por um fator de 4 vezes a velocidade aumentava por um fator de 4 vezes. Portanto, pela primeira vez na história, uma afirmação quantitativa sobre a equação da continuidade foi feita.

Em adição, da Vinci, um contumaz observador da natureza, fez vários desenhos de padrões de escoamentos turbulentos. Seus desenhos sobre o escoamento de um fluido ao redor de placas perpendiculares e alinhadas ao fluxo incidente são de uma impressionante fidelidade. As formações de regiões de escoamento separado, recirculante e esteira podem ser facilmente identificadas em suas notas.

Suas contribuições para a ciência básica da mecânica dos fluidos foram complementadas por seu pendor por aplicações práticas. Sua fervorosa crença na total possibilidade de reproduzir tecnologicamente suas observações da natureza pode ser ilustrada pela frase: *“um pássaro é um instrumento que funciona de acordo com as leis matemáticas, um instrumento dentro da capacidade do homem de ser reproduzido em todos os seus movimentos, embora não com o correspondente grau de resistência, por sua deficiência na potência de manter o equilíbrio. Podemos então dizer que a tal instrumento construído pelo homem nada falta, exceto a vida de um pássaro, e que esta vida deve portanto ser fornecida através daquela do homem”*. Esta afirmação o levaria à infrutífera tentativa de construir um ornitóptero movido pela força humana.

Em sua tentativa de qualificar as propriedades do escoamento ao redor de um corpo, ele brilhantemente afirmou: *“Que qualidade de ar cerca os pássaros em vôo? O ar circundando os pássaros é menos espesso acima deles que a espessura de outros ares, e abaixo mais espesso que o mesmo ar, e é menos espesso atrás do pássaro que acima dele em proporção à velocidade do pássaro em seu movimento avante, em comparação com o movimento das asas em relação ao solo; e, do mesmo modo, a espessura do ar na frente do pássaro é maior que a espessura do ar abaixo dele, em proporção à dita espessura dos ditos ares”*. Fica claro ao leitor que da Vinci esteve muito próximo de se apropriar do conceito de pressão, um resultado que seria matematicamente formulado 250 anos mais tarde por Euler.

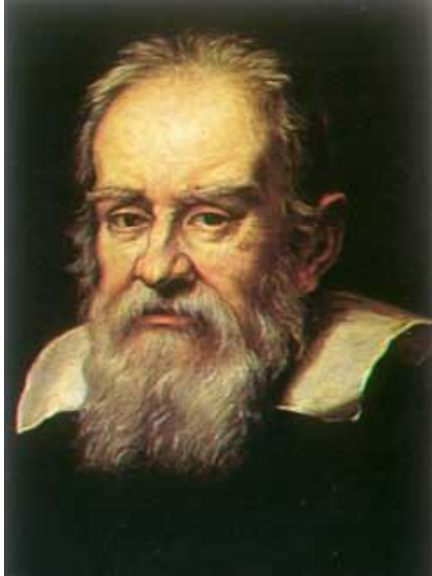
Dentre outras importantes contribuições de da Vinci podemos destacar:

- 1) Uma primeira tentativa de quantificar altas e baixas pressões.
“O ar a altas velocidades que atinge um corpo é comprimido proporcionalmente à sua velocidade”.
- 2) O princípio da reciprocidade aerodinâmica, que rege o princípio de funcionamento dos túneis de vento.
“Mover o objeto contra o ar parado é como mover o ar contra o objeto parado”. *“A mesma força exercida pela coisa sobre o ar, é exercida pelo ar contra a coisa”*.
- 3) A primeira admissão de um mecanismo separado de propulsão, o princípio das asas fixas.
“Portanto, se o ar se move contra asas fixas, o mesmo ar suporta o peso dos pássaros através do ar”.
- 4) A direta proporcionalidade entre a resistência ao avanço e a área “molhada” dos corpos expostos.
- 5) A introdução ao conceito de corpos aerodinâmicos. Desenhos de peixes e cascos de navios. Formas aerodinâmicas avançadas.

O século XVI apresenta uma nova concepção filosófica do mundo e da vida, ainda não bem esboçada. Foi nesta época que a ciência política e a técnica científica tiveram seu grande início.

O grande metodólogo da ciência natural foi Galileo Galilei (1564-1642). Nascido em Pisa na Toscana, Galileo foi o primogênito de uma prole de sete. Seu pai, Vincenzo Galilei, músico e compositor, foi a primeira pessoa a utilizar a teoria dos números para a análise de harmonia musical.

Galileo ensinou matemática e filosofia nas Universidades de Pisa, Pádua e Florença. Ele estava convencido de que o conhecimento humano deveria se firmar na experiência. Galileo estudava o mundo para colher



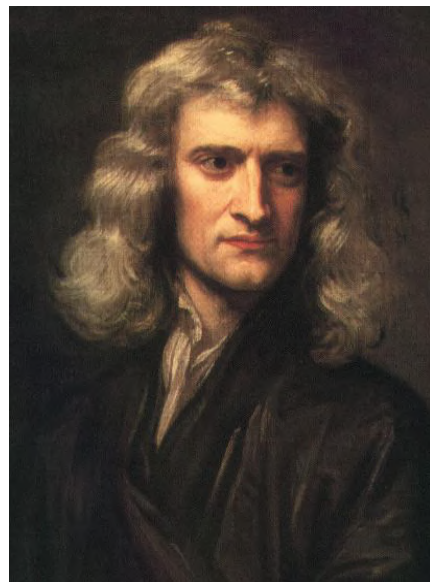
G. Galilei



R. Descartes



L. Euler



I. Newton

os fenômenos e suas leis, diferentemente de Aristóteles que pretendia construir uma metafísica geral e especial. Ele julga que apenas a aplicação da matemática à física poderá resultar na constituição do elemento verdadeiramente racional, universal e necessário da ciência moderna. Toda a ciência, então, deve ser construída sobre a experiência e a razão, ou, como afirma Galileu, sentido e discurso. Quanto ao procedimento para construir o saber, Galileu identifica três instâncias: i) a observação, ii) a hipótese, iii) a experimentação, que é a verificação da hipótese. Esta, quando confirmada experimentalmente, transforma-se em lei.

As duas principais publicações de Galileu foram: *Dialogo sopra i massimi sistemi del mondo* (1632) e *Dialogo delle scienze nuove* (1638). Na primeira, e apoiado por suas próprias observações astronômicas, Galileu argumentou logicamente que o nosso sistema solar era heliocêntrico. No segundo volume, ele apresentou os princípios básicos da ciência dos materiais e a formulação matemática da cinemática. As contribuições de Galileu para a mecânica foram gigantescas; ele introduziu os conceitos de inércia e de quantidade de movimento. Portanto, ele foi o primeiro a constatar que o efeito de uma força é modificar um movimento ao invés de simplesmente sustentá-lo. Em relação à mecânica dos fluidos, em experimentos envolvendo corpos em queda e o movimento de pêndulos ele foi capaz de verificar que a resistência aerodinâmica era diretamente proporcional à massa específica do fluido.

René Descartes (1596-1649) foi o fundador do racionalismo e da filosofia moderna; ele afirma ser o único método da ciência o método racionalista, dedutivo, próprio da matemática. Suas obras de maior importância para o estabelecimento do método foram: *Discours de la methode* (1637) e *Principia Philosophiae* (1641).

Descartes nasceu em La Haye na Turena. Educado em um colégio jesuíta, ele recebeu instrução segundo os princípios da escolástica contemporânea. Até os 33 anos Descartes percorre a Europa engajado em atividades mundanas e incertas. Em 1629, ele se retira para a Holanda, onde passa os próximos 20 anos se dedicando exclusivamente ao estudo, à meditação filosófica e à composição de suas obras.

O método cartesiano será explanado a seguir.

O ponto de partida é fornecido pela intuição, que seria a apreensão universal de essências elementares e de relações simples. Esses elementos intuitivos, portanto, têm que servir de fundamento a todo saber.

Da intuição depende o processo discursivo, a dedução em geral que Descartes separa em análise e síntese. A análise é o procedimento que isola as noções intuitivas e de onde deve partir a dedução em seu sentido estrito, chamada por ele de síntese. Um quarto elemento do método cartesiano é representado pela enumeração completa; esta seria o controle que garante que nenhum elo da cadeia dedutiva tenha sido omitido. Ela é, portanto, a conclusão, igualmente certa como o ponto de partida. Portanto, o método cartesiano consiste em quatro etapas: intuição, análise, síntese, conclusão.

Logo, para se aplicar o método cartesiano é mister encontrar um início concreto, para construir um sistema concreto. Com Descartes fica definitivamente inaugurada a época científica.

Na esteira de Galileu e Descartes, o século XVII testemunhou uma explosão no desenvolvimento da física e da matemática. Neste marcante período, a contribuição de Isaac Newton foi fundamental.

Newton (1642-1727) nasceu na localidade de Woolsthorpe. Sua criação foi responsabilidade exclusivamente materna, pois seu pai havia falecido cinco meses antes de seu nascimento. Em sua infância, seu interesse por mecânica já era aparente; o jovem Newton possuía o hábito de desenhar diagramas mecânicos nas portas e janelas de sua casa. Incentivado pelo tio, Newton conseguiu ingressar no Trinity College em Cambridge em 1661. Após sua formatura em 1665, Newton passou dois anos em Lincolnshire se escondendo da peste que se alastrava pela Europa e que forçou a Universidade a fechar seus portões. Foi neste período que ele concebeu suas mais importantes idéias sobre matemática, óptica e mecânica.

Em 1667, Newton retornou ao Trinity College na condição de “Minor Fellow”. No ano seguinte ele recebeu um diploma de M.A. (Master in Arts), tendo sido nomeado para a cátedra em matemática aplicada conhecida como “Lucasian Professorship”. Como preceptor da cátedra, Newton era obrigado a ministrar pelo menos uma aula por semana durante o ano acadêmico. Sua longa série de aulas, ministradas de 1669 a 1687, deram forma ao texto final que viria a se tornar seu famoso compêndio *Philosophiae naturalis principia mathematica*, publicado em 1687. Newton foi eleito “Fellow of the Royal Society (F.R.S.)” em 1672 e “M.P. (Member of Parliament)” em 1689.

Newton foi o grande formulador da mecânica clássica. Suas três leis fundamentais concernentes ao movimento fornecem a base para toda a mecânica. Para a mecânica dos fluidos, sua segunda lei, que relaciona a força à taxa de variação da quantidade de movimento para um corpo em movimento, se tornou a equação básica para todo o estudo teórico doravante feito. De fato, a segunda lei de Newton seria utilizada no futuro por Euler, Navier e Stokes para obter as equações fundamentais do movimento de um fluido.

Especificamente, uma contribuição importante de Newton, registrada no Livro II do *Principia* diz respeito à relação existente entre a tensão cisalhante em um ponto do fluido e o gradiente local de velocidade. Na seção IX do Livro II, Newton afirma que a resistência resultante da ação do atrito em partes do fluido seria, conservadas as outras variáveis iguais, proporcional à taxa de deformação experimentada por um elemento fluido no escoamento. A afirmação de Newton pode ser transcrita em termos matemáticos por

$$\tau \propto \frac{dV}{dn}.$$

Definindo-se a constante de proporcionalidade por μ , chegamos à conhecida lei de Newton para a relação tensão/deformação em um fluido. Líquidos e gases que satisfazem esta lei são chamados de fluidos newtonianos.

O Livro II do *Principia* contém a maioria das contribuições de Newton para a mecânica dos fluidos. No final do século XVII um problema de especial interesse era a previsão do arrasto provocado pelo casco de um navio. A Inglaterra já havia se tornado a maior potência marítima mundial e seu domínio dos mares dependia sobremaneira do projeto e da construção de naus com alto desempenho. Este fato certamente colaborou para o interesse de Newton em mecânica dos fluidos. Entretanto, um problema de maior grandeza o atormentava. Descartes havia formulado uma teoria que afirmava ser o espaço interplanetário preenchido por uma matéria que se movimentava com movimentos vorticais ao redor dos planetas. Mas, as observações de Johannes Kepler publicadas em 1627 mostravam que o movimento dos planetas através do espaço não era dissipativo, outrossim, executava órbitas estáveis e periódicas. A única justificativa plausível para a teoria de Descartes seria, portanto, não existir atrito entre os planetas e o meio que os circundava, ou seja, o arrasto deveria ser nulo. O objetivo central de Newton, em mecânica dos fluidos, passou então a ser único: provar que existe arrasto quando um corpo se move em um meio contínuo. Isso derrubaria a teoria de Descartes.

Em seus estudos sobre a matéria, Newton apresentou a primeira dedução teórica da equação do arrasto. Ele concluiu que o arrasto variava com o quadrado da velocidade, com a área da seção reta do corpo e com a massa específica do fluido.

No século XVIII, vários avanços fundamentais se deram na ciência. Daniel Bernoulli (1700-1782) nasceu em Groningen na Holanda. Parte de uma família de famosos matemáticos, Bernoulli recebeu da Universidade de Basel em 1716, o título de mestre em filosofia e lógica. Prosseguindo com seus estudos, agora em medicina, e após passagens por Basel, Heidelberg e Strasbourg, Bernoulli recebe em 1721 seu doutorado em anatomia e botânica. Em 1725, Bernoulli ingressa na Academia de Ciências de São Petersburgo, à época, um proeminente templo do saber. Em Petersburgo, Bernoulli publica seu famoso livro *Hydrodynamica* (termo cunhado por ele), terminado em 1634 mas impresso em 1638. Sua grande contribuição para a mecânica dos fluidos foi o estabelecimento de uma relação entre a variação da pressão e da velocidade em um escoamento.

O trabalho de Bernoulli impressionou particularmente d'Alembert cujos resultados viriam a fornecer vitais elementos para o desenvolvimento da física matemática. Jean le Rond d'Alembert (1717-1783) foi filho ilegítimo de Claudine de Tencin com Chevalier Destouches, um oficial de cavalaria. Logo após seu nascimento, em Paris, d'Alembert foi abandonado pela mãe que, mais tarde, viria a ser tornar uma famosa cortesã. De fato, Claudine tinha sido mantida à força em um convento por 16 anos; seu temor de ser enviada de volta, também à força, deve tê-la induzido a este ato dramático. De qualquer modo, o pai de d'Alembert conseguiu que ele fosse criado por uma família de modestas posses chamada Rousseau; d'Alembert permaneceria com esta família pelos próximos 47 anos. Com o apoio de seu pai, d'Alembert foi educado no Collège des Quatre-Nations, onde estudou direito e medicina, e, mais tarde, matemática. Em um programa de estudos planejado pessoalmente, d'Alembert aprendeu os trabalhos de Newton e Bernoulli. Seu esforço, notado pela Academia de Ciências de Paris, tornou-o um membro em 1741. Suas contribuições mais notáveis no período podem ser listadas da seguinte forma: i) ele foi o primeiro a formular a equação da onda, ii) o primeiro a expressar o conceito de uma equação diferencial parcial, iii) o primeiro a resolver uma equação diferencial parcial (pelo método da separação das variáveis), iv) o primeiro a expressar as equações diferenciais da dinâmica de um fluido por meio de um campo (de velocidades). A primeira vez que a equação da continuidade foi expressa em termos de uma equação diferencial aplicada localmente em um campo de escoamento ocorreu em seu artigo *Traité de l'équilibre et des mouvements des fluides pour servir de suite au traité de dynamique* (1744). Por quase toda sua carreira d'Alembert tentou resolver o clássico problema de um corpo se movendo através de um fluido. Entretanto, fosse qual fosse a análise que ele aplicasse ao problema o resultado final era sempre o mesmo: arrasto zero. Em um total estado de frustração, d'Alembert escreve em 1768 não ver como o problema pudesse ser resolvido; ele utiliza o termo “paradoxo” para admitir sua incapacidade em desenvolver uma teoria satisfatória, expressão que ficou famosa como o “Paradoxo de d'Alembert”. Claramente suas dificuldades resultavam da não consideração dos efeitos viscosos.

Leonard Euler (1707-1783) nasceu em Basel na Suíça. Seu pai era um ministro protestante cujo passatempo era a matemática. O estimulante ambiente familiar, que fortemente encorajava a atividade intelectual, exerceu papel preponderante em seu ingresso na universidade aos 13 anos. Àquela época, a Universidade de Basel possuía 100 alunos e 19 professores. Um dos professores era Johann Bernoulli, que foi seu tutor em matemática. Portanto, Johann e Daniel Bernoulli e Euler foram não apenas contemporâneos, mas amigos íntimos. De fato, quando Daniel Bernoulli obteve seu emprego em São Petersburgo ele convenceu as autoridades acadêmicas a também oferecerem uma posição a Euler.

Foi em São Petersburgo que Euler concebeu a pressão como uma propriedade local que poderia variar de ponto para ponto e ser estabelecida a partir de uma equação diferencial que a relacionava com a velocidade do escoamento. A integração desta equação diferencial permitiu a Euler deduzir rigorosamente a equação de Bernoulli.

Quando Bernoulli retornou a Basel em 1733, Euler sucedeu-o como catedrático em física. Em 1741 Euler já havia publicado 90 artigos e os dois volumes de seu livro *Mechanica*. Neste ano, distúrbios políticos na Rússia forçaram Euler a se mudar para Berlim. Na Associação de Ciências de Berlim, Euler continuou trabalhando com grande dinamismo tendo preparado pelo menos 380 publicações. Em 1766, após severas divergências com Frederico, o Grande, Euler retornou a São Petersburgo onde terminou seus dias.

Euler foi o responsável pela rigorosa formulação matemática do movimento de um fluido. As equações governantes de um fluido em regime incompressível e compressível foram apresentadas por Euler em três publicações: *Principles of the motion of fluids* (1752), *General principles of the state of equilibrium of fluids* (1752) e *General principles of motion of fluids* (1755).

7. A mecânica dos fluidos em sua infância

Claude Louis Marie Henri Navier (1785-1836) nasceu em Dijon na França. Seu pai, advogado, durante o período do terror na revolução francesa foi um destacado membro da Assembléia Nacional. Com a súbita morte de seu pai em 1793, Navier teve a boa fortuna de ser deixado aos cuidados de seu tio Emiland Gauthey, então, o maior engenheiro francês. Sob a influência do tio, Navier ingressou, com dificuldade, na École Polytechnique em 1802. Apesar dos percausos iniciais, Navier mostrou-se um brilhante aluno tendo sido particularmente influenciado por Fourier, seu professor de análise matemática. Em 1804 Navier ingressou na École de Ponts et Chaussées, obtendo, dois anos mais tarde, e com louvor, seu título de engenheiro. Nos 13 anos subsequentes Navier estabeleceu uma enorme reputação como engenheiro do Corps des Ponts et Chaussées. Neste período ele tomou a tarefa de editar e publicar os trabalhos de Gauthey, já falecido, tendo obtido grande sucesso em introduzir os princípios básicos da ciência à engenharia, uma matéria até então completamente empírica.

Em 1819, Navier tornou-se regente dos cursos de mecânica aplicada na École des Ponts et Chaussées, sendo conduzido ao posto de catedrático em 1830. No ano seguinte ele substituiu Cauchy na École Polytechnique. Sua postura reformista, que defendia uma maior ênfase em física e análise matemática, logo lhe trouxe dissabores quando ele se envolveu em uma amarga disputa com Poisson a respeito do ensino da teoria de calor de Fourier.

Um grande especialista na construção de estradas e pontes, Navier ficou universalmente conhecido pela primeira dedução das equações de movimento de um fluido em 1822, *Mémoire sur les lois du mouvement des fluids*. Apesar de não conhecer o conceito de tensões cisalhantes em um fluido, Navier deduziu as equações para um fluido viscoso baseando suas premissas em modificações das equações de Euler e em considerações sobre as forças de interação entre as moléculas de um fluido. Portanto, é irônico que Navier seja vastamente conhecido por obter um resultado clássico através de premissas equivocadas.

Adhémar Jean Claude Barré de Saint-Venant (1797-1886) ingressou na École Polytechnique em 1813. Sua trajetória universitária seria seriamente abalada pelos violentos eventos de 1814 quando, guiado por sua consciência política, Saint-Venant se recusou a participar com seus colegas da defesa de Paris momentos antes da abdicação de Napoleão. Como consequência de seus atos Saint-Venant foi expulso da École Polytechnique tendo finalmente se formado em 1816 na École des Ponts et Chaussées. Saint-Venant trabalhou por 27 anos como um destacado engenheiro civil para o Service des Poudres et Salpêtres e para o Service de Ponts et Chaussées. Tardamente, em 1839-1840, Saint-Venant frequentou o Collège de France onde estudou com Liouville. Na École des Ponts et Chaussées ele sucedeu Coriolis como professor de matemática.

Em sua postergada vida acadêmica, Saint Venant se destacou com trabalhos em mecânica, elasticidade, hidrostática e hidrodinâmica. Sete anos após a morte de Navier, Saint Venant re-deduziu as equações do movimento para um fluido viscoso introduzindo, pela primeira vez, o conceito de tensões internas viscosas. Este trabalho de 1843, *Note à joindre un mémoire sur la dynamique des fluids*, derrubava por terra os argumentos moleculares de Navier, identificando, definitivamente, o coeficiente de viscosidade e seu papel como multiplicador dos gradientes de velocidade do escoamento. Ele ainda, corretamente, identificou aquele produto como as tensões viscosas que atuam sobre o fluido como resultado do atrito.

George Gabriel Stokes (1819-1903) nasceu em uma família com profunda conotação religiosa. Seu pai, Gabriel Stokes, era um ministro protestante em Skeen no condado de Sligo na Irlanda, enquanto sua mãe era a filha de um ministro da igreja. O alto grau de erudição de seus pais e suas conexões religiosas foram decisivos em sua educação. Mesmo antes de ingressar na escola, George já podia ler e escrever em latim ensinado por seu pai. Seus estudos, primeiro em Dublin e depois em Bristol foram fundamentais em sua preparação para ingressar em Cambridge. Stokes ingressou no Pembroke College em 1837 onde foi tutelado por William Hopkins. Ao terminar sua graduação em 1841, e, aconselhado por Hopkins, Stokes dedicou-se à pesquisa em hidrodinâmica, publicando em 1842 o trabalho *On the steady motion of incompressible fluids*. Um curto tempo depois, Stokes descobriu que Duhamel tinha obtido resultados semelhantes aos seus, mas sobre a distribuição de calor em um sólido.

Continuando suas investigações Stokes corretamente deduziu as equações do movimento em um fluido levando em conta seu atrito interno. Novamente, ele descobriu que outros pesquisadores já haviam obtido resultados semelhantes, notadamente, Navier, Poisson e Saint Venant. De qualquer forma, Stokes considerou que seus resultados haviam sido obtidos por meio de hipóteses suficientemente diferentes para justificar publicação. Portanto, em 1845 o famoso artigo *On the theory of internal friction of fluids in motion* foi publicado. Neste artigo, Stokes também discutiu o equilíbrio e o movimento de sólidos elásticos, usando argumentos de continuidade para justificar as mesmas equações de movimento para um corpo elástico e um fluido viscoso.

Em 1849, Stokes foi nomeado “Lucasian Professor of Applied Mathematics”. Esta cátedra, como já vimos, havia pertencido a Newton e subsequentemente a ele, Stokes, foi ocupada respectivamente por Dirac, Lighthill e Hawking. Em 1851 Stokes foi eleito para a Royal Society.

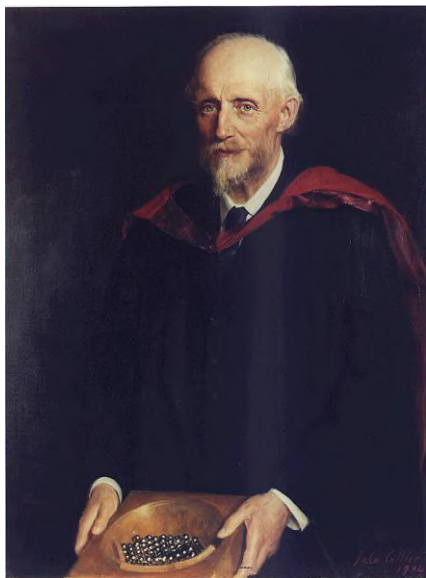
Semelhantemente a Stokes, Osborne Reynolds também recebeu forte formação religiosa. Seu pai, o Rev. O. Reynolds era não apenas um simples sacerdote na igreja anglicana, mas um respeitado acadêmico, tendo se graduado em Cambridge em 1837 e recebido grande reconhecimento manifesto por sua eleição para “Fellow” do Queens' College, diretor da Belfast Collegiate School e, mais tarde, da Dedham School em Essex. De fato, o Rev. Reynolds seguia na longa lista de tradição familiar com a igreja, que já havia eclodido em três Reitores nomeados para Debach-with-Boulge em Suffolk, ele próprio, seu pai e seu avô.



Barré de Saint-Venant



George Stokes



Osborne Reynolds



Joseph Boussinesq

Embora Osborne (1842-1912) tivesse nascido em Belfast, sua iniciação escolar deu-se em Dedham. Neste período, sua educação foi ministrada diretamente por seu pai que, além de ser um excelente matemático, possuía um grande interesse em mecânica, e, em particular, em tudo que possuísse uma remota relação com o aperfeiçoamento de equipamentos agrícolas. Fortemente influenciado pelo pai, que não colocava limites ao conhecimento da matemática e da física como fundamentos das aplicações mecânicas, Osborne foi enviado para trabalhar como aprendiz na firma de engenharia de Edward Hayes em Stony, Stratford. Lá, ele permaneceu por um ano onde adquiriu grande experiência na fabricação de navios a vapor.

Depois de se graduar em matemática em Cambridge em 1867, Reynolds, como seu pai, foi eleito para uma fellowship no Queens' College, Cambridge. Novamente, Reynolds empregou-se em uma firma de engenharia, a de John Lawson em Londres onde permaneceu um ano trabalhando como engenheiro civil.

Em 1866, Reynolds tornou-se o primeiro catedrático em engenharia em Manchester, e o segundo na Inglaterra. Apesar de sua juventude e inexperiência Reynolds respondeu a um edital de convocação para preenchimento da cátedra recém criada no Owens College, mais tarde Universidade de Manchester, tendo sido admitido sem aparente contestação. Reynolds ocupou esta cátedra até sua aposentadoria em 1905, quando, com uma saúde já bastante frágil retornou à Cambridge.

Seus primeiros trabalhos foram em eletricidade e magnetismo; entretanto, rapidamente seu interesse se concentrou em hidráulica e hidrodinâmica, tendo, após 1873, praticamente se resumido a esta matéria. Reynolds estudou brilhantemente as mudanças que um escoamento experimenta quando passa do regime laminar para o regime turbulento. Em seus artigos de 1883, *An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water in parallel channels shall be direct or sinuous and the law of resistance in parallel channels* e de 1895 *On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion*, Reynolds introduziu o, sem dúvida, mais importante grupo adimensional da mecânica dos fluidos, que hoje conhecemos como o “Número de Reynolds”. Em 1886 Reynolds formulou a moderna teoria de lubrificação. Três anos mais tarde, com a formulação da noção de campos médios e flutuantes em escoamentos turbulentos, Reynolds produziu um importante modelo teórico para a análise de escoamentos turbulentos que hoje ainda se constituem em estado da arte. De importante nota, vale relembrar aqui sob que condições Reynolds conduziu suas investigações científicas. À época em que Reynolds iniciou sua carreira no Owens College, pouquíssimos recursos foram colocados à sua disposição. O próprio Owens College havia se instalado em uma antiga casa residencial em Quay Street que havia abrigado por um bom tempo Mr. Richard Cobden, um deputado por Stockport. Por esse motivo suas primeiras pesquisas precisavam ser feitas em aparatos muito primitivos em sua própria casa ou ao ar livre. Desta forma, os recursos necessários à realização de experimentos precisavam ser necessariamente simples, baratos e descomplicados. Apesar das dificuldades, o resultado final foi da qualidade hoje amplamente conhecida. Isso, de certa forma, ilustra a renomada tradição britânica de usar muita engenhosidade e poucos recursos financeiros na condução da investigação científica.

Uma constante preocupação de Reynolds sempre foi a permanente e insofismável ligação que deve existir entre o progresso da engenharia e a melhoria de condições sociais da população. Quando convidado para proferir a palestra de abertura do ano letivo de 1868 no Owens College, Reynolds escolheu como título *The progress of engineering with respect to social conditions of this country*. Reynolds rejeitava completamente qualquer noção da engenharia como uma abstração do tipo “ivory tower” divorciada do contexto social humano. Suas investigações em engenharia e arquitetura naval tiveram um imediato impacto. Entretanto, uma de suas mais importantes e precoces contribuições foi uma pequena e esquecida publicação de 1872 intitulada *On sewer gas and how to keep it out of houses*. Esta curta monografia é um manual sobre a adequada instalação de drenos residenciais, fornecendo ao leitor um guia detalhado sobre sistemas sanitários projetados para isolar o esgoto de residências. O livro esgotou-se completamente até sua quarta edição.

Joseph Valentim Boussinesq (1842-1929) nasceu em Saint-André-de-Sangonis. Seu pai era um camponês; sua mãe, filha de um industrial, morreu em 1857. Sua educação inicial foi conduzida por um tio padre que lhe ensinou o latim e o grego. Aos 16 anos, já freqüentando o Liceu de Montpellier, ele começa a estudar febrilmente matemática e mecânica. Passionalmente envolvido com a matemática e a mecânica, Boussinesq se interessa igualmente pela religião e pela filosofia. Aos 20 anos começa a ensinar no Collège d'Agde, atividade que lhe permite algum tempo de sobra para mergulhar na literatura. Nesta época publica seu primeiro artigo no “Comptes Rendus” de l'Académie. Elegantemente, Boussinesq resolve o problema de um jato d'água incidindo sobre uma placa plana.

Deixando Agde, Boussinesq se muda para Vigan onde conduz seus primeiros estudos em óptica. Sua tese de doutorado é apresentada em 1867 na Academia de Ciências de Paris. O tema de pesquisa versava sobre a propagação de calor em um meio heterogêneo. Ao mesmo tempo, ele envia uma publicação à Academia sobre pequenas deformações de corpos elásticos sujeitos a esforços exercidos em três direções principais ortogonais.

Em 1868, durante uma visita aos Alpes franceses, Boussinesq começa a se interessar por hidrodinâmica. Após uma troca de correspondências com Saint Venant, reconhecidamente a única pessoa com a qual ele discutia questões técnicas, Boussinesq passa a demonstrar um interesse pronunciado em obter emprego como professor universitário.

Examinando o problema de escoamentos turbulentos, Boussinesq trava contato com os experimentos de Henri Emile Bazin (1865) e reconhece a origem da formação dos turbilhões pela ação da viscosidade. Contrariamente a Navier e a Stokes, Boussinesq deduz, portanto, que a ação da viscosidade não depende unicamente do fluido, mas também da posição dentro do escoamento e da taxa de turbulência (agitação turbilhonar). Ele, então, resolve descrever matematicamente a experiência de Bazin para casos mais simples. Em seu trabalho de 1877, *Essai sur la théorie des*

eaux courant, os cálculos mostram uma concordância surpreendente com os dados experimentais. A teoria desenvolvida necessitava uma cuidadosa escolha das hipóteses, envolvendo simplificações no complexo sistema de equações diferenciais e uma grande intuição na utilização de um método analítico para o problema. Essas eram justamente as propriedades peculiares que caracterizavam o trabalho de Boussinesq. Seu mérito essencial no desenvolvimento de uma teoria para a turbulência foi reconhecer o problema de base, desde que seus predecessores haviam logrado dificuldades em reconhecer um ponto de partida.

Os primeiros resultados relativos a escoamentos em tubos foram publicados por Poiseuille em 1846; eles mostram com justeza tanto teórica como experimentalmente as características dos escoamentos laminares. Poiseuille foi o primeiro a formular uma lei de velocidade, correspondentemente:

$$V = \frac{2gJD^2}{64\nu},$$

onde V representa a velocidade do movimento, g a aceleração da gravidade, J o fator de atrito, D o diâmetro da tubulação e ν a viscosidade cinemática. Boussinesq rendeu grande atenção ao fato de que, sob a formulação acima, enormes velocidades seriam atingidas em escoamentos que se processassem em grandes escalas. Para fixar idéia, se o fator de atrito for 0,001, o diâmetro 1 m e a viscosidade cinemática $10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, a velocidade atingirá o valor de 312 m/s, praticamente a velocidade do som. Sua conclusão foi então de que, a grandes velocidades, as resistências ao escoamento deveriam ser proporcionalmente maiores que aquelas encontradas no regime laminar.

Darcy e Reynolds anos mais tarde estudariam as condições sob as quais a transição do regime laminar para o turbulento se dá. Enquanto Reynolds inspirado por suas experiências falava em “escoamentos sinuosos”, Boussinesq apelava ao termo “escoamento turbilhante e tumultuado”. A expressão “regime turbulento” parece ter sido introduzida pela primeira vez por Boulanger (1909) em um tratado sobre os trabalhos hidráulicos de Boussinesq. Na realidade, Euler já havia reconhecido a influência da parede e da viscosidade como causa do aparecimento de escoamento complexos, denominados hoje de turbulentos. Entretanto, Boussinesq foi o primeiro pesquisador a quantificar a turbulência.

A fim de descrever a turbulência, Boussinesq começa a elaborar o conceito de grandezas médias e flutuações. Conforme suas observações as flutuações são geralmente fracas, podendo evoluir ao longo do tempo para importantes valores. A soma das flutuações em um certo intervalo de tempo é nula por definição. Em 1896, Boussinesq estabeleceu, sem qualquer conhecimento prévio as equações do movimento flutuante de Reynolds (1895).

Em sua busca pelas causas da turbulência Boussinesq observa na superfície livre de um rio a presença de “bolas de fluido” que se deslocam na direção do escoamento formando pequenos turbilhões. Adicionalmente, ele constata que as estruturas turbilhonares atingem o fundo e retornam. A origem da turbulência, portanto, deve ser procurada nas paredes que limitam os escoamentos. Segundo suas experiências seguintes, a importância da turbulência varia fortemente com a velocidade local, com o raio hidráulico como um índice de delimitação do fluido com relação à parede e com a rugosidade da parede.

Tomando por base esta análise, Boussinesq propõe, para o problema de um rio, se considerar a viscosidade como o produto da velocidade na parede u_0 , pela profundidade da água h , pela massa específica do fluido ρ , pela aceleração da gravidade g , e, finalmente, por um coeficiente característico da rugosidade na parede, A . Assim para um perfil retangular:

$$\varepsilon = \rho g A h u_0.$$

Designando J como o fator da linha piezométrica, a componente longitudinal da equação do movimento resulta em:

$$\rho g J + \varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0,$$

onde z representa a coordenada transversal do escoamento.

Como o atrito deve ser nulo na superfície, uma primeira integração nos fornece

$$\rho g J z + \varepsilon \frac{\partial u}{\partial z} = 0,$$

Sobre o fundo onde $z = h$, o atrito deve ser igual ao atrito na parede. Segue-se que

$$J h = (K A u_0)^2.$$

Uma integral segunda, nos fornece finalmente:

$$\frac{u}{u_0} - 1 = \frac{1}{2} K^2 A \left(1 - \frac{z^2}{h^2} \right).$$

A equação acima coincide qualitativamente de modo perfeito com as medidas de Bazin (1865). Os desvios no valor de K são da ordem de 10%.

A teoria de Boussinesq foi, à sua época, revolucionária. Ela permitiu pela primeira vez uma comparação entre os resultados teóricos obtidos e dados experimentais. Neste particular, ela ofereceu um enorme sopro de confiança nas equações gerais de movimento de Navier-Stokes.

Na óptica atual, Bazin e Boussinesq cometeram um erro de apreciação no uso da velocidade de deslização u_0 na parede. A condição de aderência à parede demonstrada pela primeira vez por Hele-Shaw em 1900 não era conhecida àquela época. Bem entendido, as técnicas experimentais disponíveis há 150 anos eram muito simples para explorar a camada limite e detectar a presença de sua sub-camada laminar. De fato, este aspecto importante não deveria ter escapado a Boussinesq; entretanto, como a concordância com as observações foram julgadas boas o suficiente, e as técnicas de medição de camada limite não haviam ainda sido desenvolvidas, ele se contentou com esses resultados.

8. Os grandes avanços tecnológicos

A falta de conhecimentos básicos sobre mecânica dos fluidos nunca impediu os inventores de procurarem construir máquinas voadoras. As primeiras pipas foram desenvolvidas na China por volta de 1.000 a.C. Muito mais tarde, em 1.300 d.C., elas apareceram na Europa na forma de birutas. As primeiras pipas em forma de losango apareceram por volta de 1.600 a.C. Os primeiros moinhos de vento apareceram por volta de 1.290 d.C., na Europa.

A primeira configuração moderna de um aeroplano surgiu em 1804. Deslocando-se do conceito introduzido pelos antigos, inclusive da Vinci, de que as máquinas voadoras deveriam ser providas de asas móveis, Sir George Cayley projetou uma máquina que possuía asas fixas, uma fuselagem e estruturas verticais e horizontais de cauda. A proposta de asas fixas para fornecerem sustentação – separadas do sistema de propulsão – foi ilustrada em um pequeno planador com um metro de envergadura, que, lançado à mão, voou com sucesso. Em 1799, Cayley já havia registrado suas idéias de um modo extremamente original. Em uma bandeja de prata ele havia gravado o desenho de um aeroplano com asas fixas, fuselagem (ocupada por uma pessoa), e caudas horizontais e verticais. No verso da bandeja ficou registrado, pela primeira vez na história, um diagrama de forças para uma superfície de sustentação; uma seta da direita para a esquerda foi utilizada para mostrar o escoamento, uma reta espessa representava o aerofólio, finalmente, um triângulo retângulo mostrava a força aerodinâmica resultante e suas duas componentes ortogonais, o arrasto e a sustentação. Esta bandeja encontra-se em exposição no Museu de Ciências Britânico.

George Cayley nasceu em 1773 em Scarborough, Inglaterra. Membro de uma abastada família, ele se tornou muito moço, aos 19 anos, um grande latifundiário em Brampton Hall. Cayley não possuía qualquer educação formal; sua educação tinha sido conduzida majoritariamente por dois esplendidos intelectuais: George Walker, um matemático de elevada reputação e Fellow of the Royal Society e George Moran, um cientista professor de eletricidade. Considerados livres pensadores, ambos os tutores exerceram uma indelével influência sobre Cayley, fazendo dele próprio um livre pensador. No início do século XIX Cayley já era reconhecido no Reino Unido como um grande especialista em matérias relacionadas à ciência, à tecnologia e à ética social.

As contribuições tecnológicas de Cayley para a mecânica dos fluidos foram enormes, se estendendo por quase seis décadas. Entre outras contribuições ele projetou vários dirigíveis e planadores que foram construídos e testados com algum sucesso. Entretanto, sua maior contribuição para a mecânica dos fluidos ocorreu em 1809-1810 quando ele publicou três trabalhos de suma importância. Nesta época, todo o arcabouço matemático desenvolvido por Euler, d'Alembert, Lagrange e Laplace ainda não havia se vulgarizado. Da mesma forma, as facilidades laboratoriais eram muito precárias. Disponíveis a ele se encontravam um sistema de medição de forças baseado no princípio de um braço rotativo e a observação dos pássaros em vôo. Como suas contribuições principais, podemos citar:

1. Cayley realizou os primeiros experimentos sérios com aerofólios, registrando com um erro inferior a 10% a variações da força de sustentação com o ângulo de ataque.
2. Cayley foi o primeiro investigador a apreciar plenamente o efeito da cambagem no desempenho de aerofólios.
3. Suas idéias com relação à decomposição dos vários efeitos no arrasto de um corpo foram originais e consistentes com o atual conhecimento do fenômeno.

Francis Wenham nasceu em 1824 em Kensington, então um pequeno distrito agrícola fora de Londres. Filho de um cirurgião, Wenham desde cedo demonstrou vocação e interesse em sistemas mecânicos. Sua carreira começou aos 17 anos em Bristol como aprendiz de engenharia naval. Desprovido de uma educação formal, Wenham se interessou por engenharia, microscopia, fotografia, lâmpadas a gás e instrumentos musicais.

Apesar de seus poucos conhecimentos matemáticos, o que freqüentemente obscurecia sua visão de resultados importantes, Wenham foi o primeiro investigador a reconhecer em 1866 que a sustentação em uma asa fica preponderantemente confinada à sua porção dianteira. Isso tornou consistente a idéia de se utilizar asas estreitas e longas. Infelizmente esta descoberta seria pouco notada por outros cientistas ainda neste século. Frustrado com a escassa quantidade de dados experimentais sobre aerofólios, Wenham propôs à Royal Society a construção de um túnel



Cayley

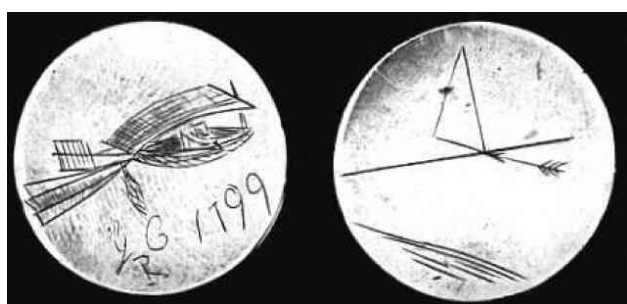
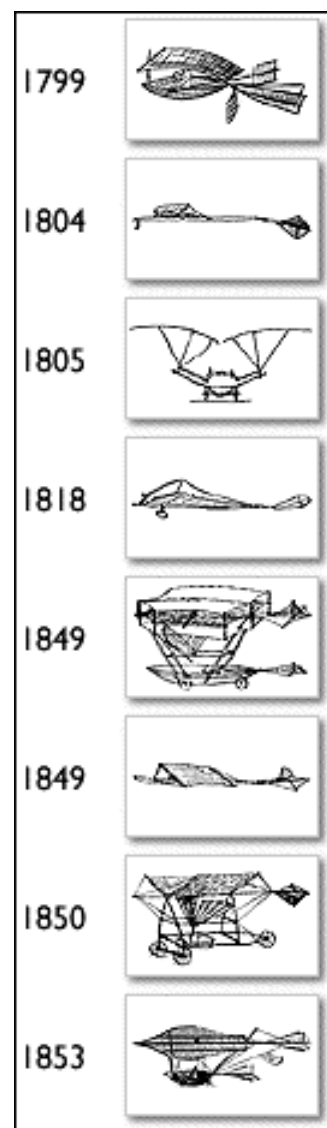


Diagrama de forças sobre um aerofólio de Cayley



A evolução das concepções de Cayley



Planador projetado por Cayley



G. H. Wenham
in 1866

Wenham e sua concepção de um aeroplano

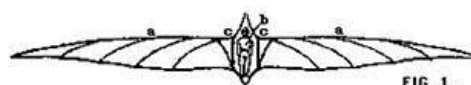


FIG. 1.



FIG. 2.

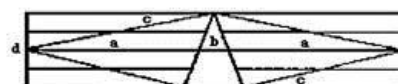


FIG. 3.

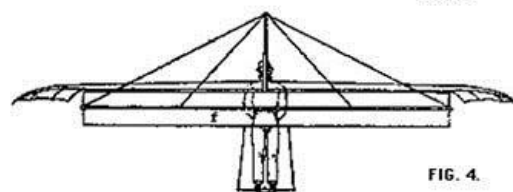


FIG. 4.



FIG. 5.

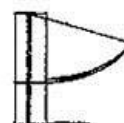
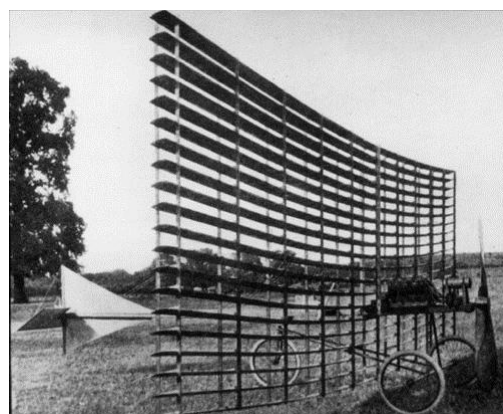
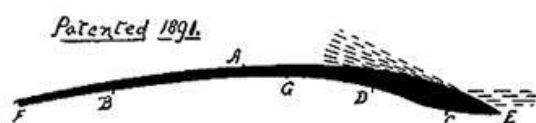
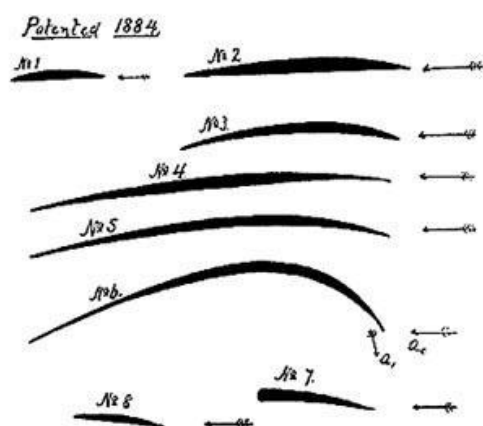
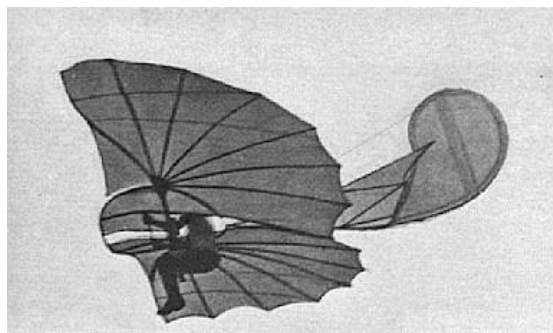


FIG. 6.



Os aerofólios de Philips e sua máquina voadora

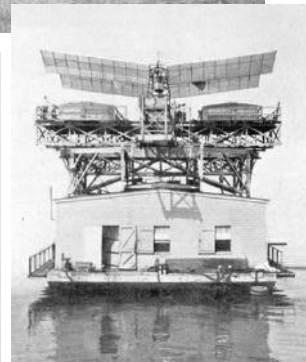
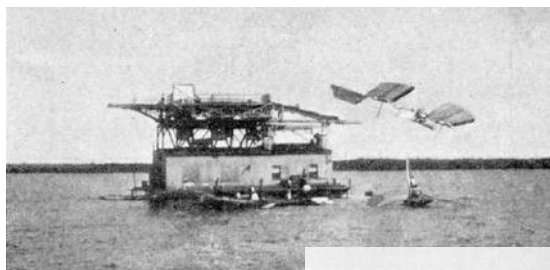
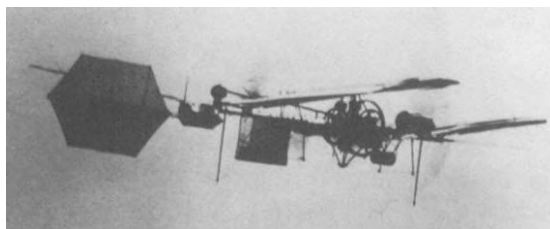


Otto Lilienthal e seus planadores



Langley's Full Scale Tunnel
NASA Langley Research Center
3/27/1990 Image # EL-1997-00145

Samuel Langley e o aerodromo



de vento. Em junho de 1870 um túnel de vento bastante simples, com velocidade máxima de 64 Km/h e seção de teste com dimensões 0,45x0,45x3 metros começou a operar. Apesar de uma série de inconsistências nas medidas, o túnel de vento pôde demonstrar que a pequenos ângulos de ataque uma considerável força de sustentação podia ser obtida.

Durante a apresentação de seus resultados à Royal Society, Wenham foi atentamente observado pelo filho de um armeiro especialmente interessado em ciências aeronáuticas, Horatio Phillips (1845-1912). Insatisfeito com a descrita qualidade do ar no túnel de vento e com o uso nos experimentos de superfícies planas, Phillips projetou e construiu um túnel de vento às suas próprias custas. Este túnel, de sucção, possuía um projeto totalmente original para a época e uma qualidade de escoamento de superior àquele obtido por Wenham.

Inspirado pela forma da asa de vários pássaros, Phillips experimentou com vários aerofólios cambados. O resultado de seu esforço foi uma demonstração quantitativa de que Cayley estava correto: aerofólios cambados fornecem uma força de sustentação superior aos aerofólios planos. O significado deste trabalho foi imediatamente reconhecido, tendo Phillips obtido em 1884 as primeiras patentes de forma de aerofólio.

Phillips também ficou conhecido pelo projeto original de vários aeroplanos. Em 1893 ele construiu uma máquina com 50 asas, cada uma com um comprimento de 5.7 m e uma largura de 3.81 cm; isso resultava em uma razão de aspecto de 152! As asas pareciam uma persiana gigante; propulsada por um motor de 6 cv, esta aeronave não tripulada conseguiu levantar uma carga de 160 Kg a uma velocidade de 64 Km/h.

Os últimos 25 anos do século XIX trouxeram grandes avanços para a mecânica dos fluidos, em particular, com respeito à obtenção de dados experimentais confiáveis e relevantes para o projeto de máquinas voadoras.

Em 1866, Otto Lilienthal, um engenheiro alemão, iniciou um extenso programa de medições em superfícies de sustentação que durou até 1889. Os experimentos foram realizados de dois modos: através de um braço rotativo e de medidas ar livre. De modo mais relevante, Lilienthal, foi a primeira pessoa a apresentar seus dados de modo sistemático e de acordo com os princípios fundamentais da mecânica dos fluidos. Por intermédio de suas medidas de arrasto e de sustentação, Lilienthal calculou o módulo, a direção e o sentido da força aerodinâmica resultante. De posse desses números ele traçou um gráfico da força resultante para variações do ângulo de ataque de 0 a 90°. O formato do gráfico inventado por ele viria a se tornar de grande importância na engenharia aeronáutica, dando origem à conhecida curva polar do arrasto. De seus gráficos ficou evidente que aerofólios cambados possuíam uma relação sustentação/arrasto muito superior aos aerofólios planos. Desde que foram publicados por Hermann Moedebeck em 1895 e introduzidos nos Estados Unidos por Octave Chanute em 1897, os dados experimentais de Otto exerceram uma profunda influência sobre o projeto de asas.

Otto Lilienthal nasceu em Anklam na Prússia em 1848. Seu pai, um comerciante derrotado pelos negócios quando Otto possuía apenas 13 anos, faleceu afogado em dívidas e álcool. Sua mãe, de boa educação, cuidou valentemente dos três filhos que lhe sobreviveram de uma prole de oito. Em seu início na escola, Otto recebeu notas abaixo da média. Entretanto, ao se transferir para Potsdam seu desempenho se superou, com suas notas estabelecendo as melhores marcas da história da escola. Depois de anos trabalhando como aprendiz em uma fábrica, Otto ingressou na Universidade Técnica de Berlin onde se formou engenheiro mecânico em 1870.

Sua paixão por aeronáutica, entretanto, era antiga. Desde 1861 Otto vinha estudando com seu irmão Gustav o vôo dos pássaros. Asas rústicas amarradas aos seus braços eram sempre agitadas no escuro da noite em vãs tentativas de voar. De 1870 a 1874 Otto e Gustav coletaram uma enorme quantidade de dados para apoiar suas teorias sobre aerofólios cambados. Como esses dados só viriam a ser publicados em 1889, Phillips já havia recebido a primazia por tais conclusões quatro anos antes. Após um largo período dedicado à família e ao trabalho em sua fábrica de trocadores de calor, Otto retomou os experimentos em 1888.

A coletânea completa dos resultados de Otto foram publicados em 1889 no livro *Der Vogelflug als Grundlage der Fliegekunst* (O Vôo dos Pássaros como Base para a Aviação). Com o término do livro, Otto estava pronto para iniciar suas atividades de construtor de aeroplanos. No verão de 1889 ele construiu uma asa com 11 m de comprimento e 1.4 m de largura que seguia exatamente os padrões de forma das asas dos pássaros. Depois de dois anos de testes, ele estava planando a partir de colinas suaves e ventos fracos. Em 1893 seu planador mais avançado possuía uma envergadura de 7 m, área de 14 m² e 20 kg de massa. Em 1896, após mais de 2.000 vôos, Otto pereceu. Planando sobre as colinas de Rhinow ele foi violentamente atingido por um turbilhão térmico que o atirou de uma altura de 18 metros ao chão.

Otto foi a primeira pessoa a ser fotografada voando em um aparato mais pesado que o ar. Enquanto vivo, Otto influenciou grandes aerodinamicistas. Entre eles podemos citar Octave Chanute, Samuel Langley e Nikolai Joukowski.

Em agosto de 1886 a American Association for the Advancement of Science se reuniu em Buffalo, New York, para uma palestra proferida por Israel Lancaster sobre a construção de modelos de pássaros em posição de vôo. Na platéia, um senhor muito sério, Samuel Pierpont Langley, diretor do Allegheny Observatory, começou a ponderar sobre máquinas voadoras.

Retornando a Buffalo, Langley conseguiu permissão e recursos para construir um braço rotativo com 20 m de diâmetro e 3 metros de altura. Após extenuantes experimentos Langley publicou em 1891 seu livro *Experiments in Aerodynamics*. Este marco colocaria definitivamente os Estados Unidos na corrida para o projeto e a construção de um avião tripulado e propulsado.

Samuel Pierpont Langley (1834-1906) nasceu em Roxbury, Massachusetts, de uma rica e influente família. Depois de freqüentar prestigiosos colégios ele iniciou sua carreira profissional trabalhando como engenheiro civil e arquiteto. Durante a guerra civil americana Langley retornou a Boston onde começou a se interessar vividamente por

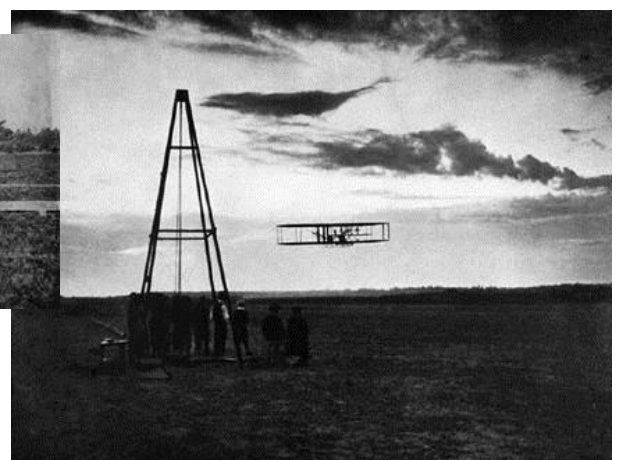
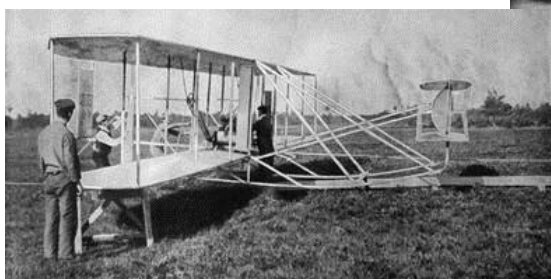
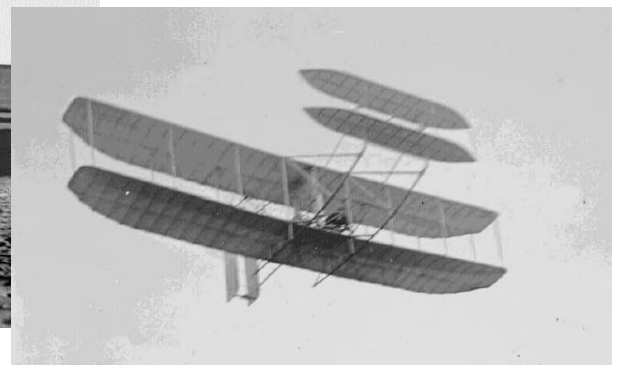
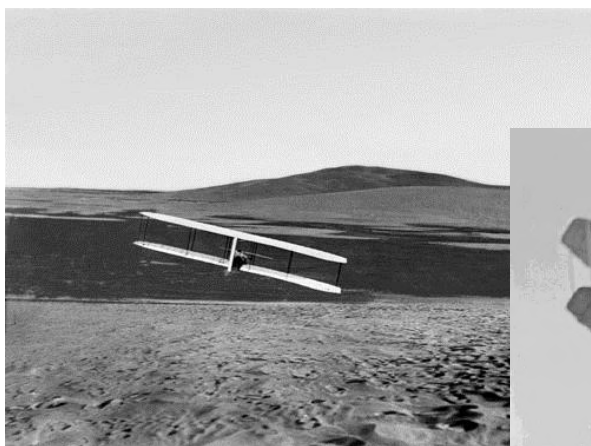
astronomia. Depois de passagens por Harvard e pela U.S. Naval Academy Langley foi designado professor de física aplicada e diretor do Allegheny Observatory.



Wilbur Wright



Orville Wright



O planador dos irmão Wright voando em Kill Devil

A falta de educação formal em matemática estimulou Langley a desenvolver uma ênfase experimental em suas pesquisas. Sua especialização era o estudo de manchas solares e da energia produzida pelo sol, assuntos que lhe renderam reconhecimento internacional. Ao aceitar o cargo de secretário do Smithsonian Institution, Langley começou simultaneamente uma nova carreira de cientista voltada para o estudo da mecânica do voo. Seu trabalho passou então a constar de quatro linhas principais: experimentos com o braço rotativo, pequenos protótipos propulsados por molas e elásticos, pequenos protótipos propulsados por vapor, e, protótipos em escala real propulsados por vapor.

Os dados obtidos com o braço rotativo indicaram a Langley ser possível projetar voo mecânico com os motores disponíveis à época. Durante os testes com os pequenos protótipos Langley experimentou com mais de 100 configurações diferentes. Os protótipos movidos a vapor foram 6. Seu modelo de maior sucesso, o número 5, possuía duas asas, cada uma com 4m de envergadura e 6.4 m². O protótipo era feito de papel e papelão, possuindo um peso máximo de 13 Kgf. A asa era fortemente cambada (com uma razão 1:12) com o camber máximo em 23.8% da corda. Alias, este é um ponto de grande controvérsia no trabalho de Langley. Embora ele tenha utilizado em seus experimentos asas sempre planas, seu protótipo de maior sucesso foi construído com uma asa cambada. Mais ainda, as características desta asa eram exatamente aquelas relatadas por Otto Lilienthal como sendo ideais, uma asa com cambagem 1/12. Sabemos que em outubro de 1893 Langley recebeu uma cópia do periódico alemão *Zeitschrift für Luftschiffahrt* contendo os dados de Lilienthal. Entretanto, em suas memórias ele nunca reconheceu este fato.

A glória alcançaria Langley em 1896. Seu protótipo descrito acima, o número 5, seria lançado sobre o rio Potomac de uma catapulta montada sobre uma balsa. Depois de uma ligeira queda, seu protótipo voou por 80 segundos, percorrendo uma distância de 1.100 m. Pela primeira vez na história um avião propulsado por um motor havia percorrido o ar, com equilíbrio e sem auxílio humano.

O voo dos pássaros exerceu uma crucial influência sobre os primeiros resultados aerodinâmicos obtidos no século XIX. Embora as equações do movimento de um fluido viscoso já fossem conhecidas desde o período 1825-1840, elas não possuíam qualquer aplicação para o projeto de máquinas voadoras. Sua natureza complexa, não linear, dificultava enormemente seu tratamento teórico de modo que os cientistas as viam com ceticismo e desconfiança. Desta forma, o desenvolvimento da mecânica dos fluidos em seus aspectos relacionados à construção de máquinas voadoras foi viabilizado por um outro tipo de homem: o prático mecânico.

Este tipo de profissional aprendia seu ofício trabalhando como aprendiz em pequenas empresas, observando o trabalho de outros e de tudo que estava ao seu redor. Como, via de regra, esses profissionais não possuíam curso superior, sofriam normalmente de um mau conhecimento das ciências físicas e matemáticas. Sua inspiração era obtida apenas da prática tecnológica e da observação da natureza.

Os feitos de Otto Lilienthal na Alemanha atingiram as manchetes dos jornais americanos em 1896. Lendo-as, dois jovens americanos decidiram que aquele também seria o seu destino, construir máquinas voadoras. Seus nomes: Wilbur e Orville Wright.

Wilbur nasceu em Millville, Indiana em 1867; Orville, por outro lado, nasceu em Dayton, Ohio, em 1871. A família era extensa, com sete filhos. O pai, um bispo da igreja anglicana, possuía princípios morais muito estritos. A mãe, que possuía uma excelente formação acadêmica, também tinha uma notável habilidade mecânica. Wilbur e Orville nunca terminaram oficialmente o 2º grau. Embora Wilbur fosse um aluno brilhante e Orville um bom aluno, a morte de sua mãe em 1889 e as transferências do pai impediram tal feito. Em 1892 os irmãos começaram a vender e a reparar bicicletas; em 1896 a evolução dos negócios tinha sido tal que eles já construíam e vendiam suas próprias bicicletas.

Em 1899 com a evolução de seu interesse em aerodinâmica, Wilbur escreveu ao Smithsonian Institut solicitando uma lista com todas as referências em aerodinâmica disponíveis. Alguns dias depois ele recebeu como resposta uma lista que incluía os trabalhos de Octave Chanute, Samuel Langley, James Means, Louis-Pierre Mouillard, Edward Huffaker e Otto Lilienthal. O recebimento deste material o deixou pleno de entusiasmo para construir planadores.

Ainda no ano de 1899 os irmãos Wright construíram seu primeiro planador. Esta aeronave já incluía lemes para controle lateral. Outros planadores foram construídos entre 1900 e 1903. Uma tentativa de aplicar os melhores conhecimentos existentes em aerodinâmica levou os Wright a utilizarem em 1900 uma asa com cambagem de 1/23 próxima ao bordo de ataque. O planador era biplano, com uma envergadura de 5,15 m e área total de asa de 15,15 m². Apesar do pobre desempenho dessa máquina, Wilbur foi capaz de planar por alguns instantes quando o vento era forte o suficiente. Na realidade, a sustentação fornecida pelas asas projetadas fornecia um valor entre um meio e um terço dos valores previstos pelas tabelas de Lilienthal.

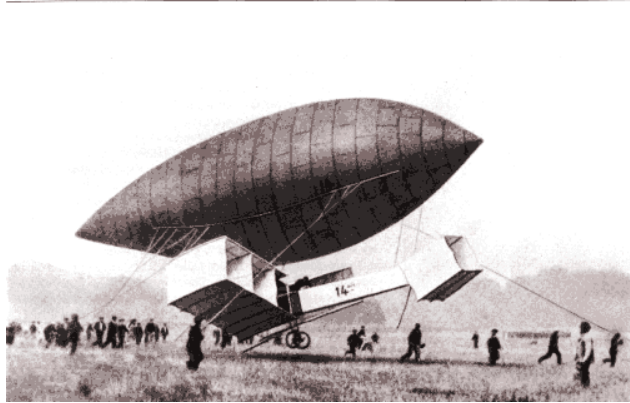
A discrepância obtida entre os valores calculados e os valores medidos preocupou seriamente os irmãos. Hoje sabemos que em seus cálculos eles utilizaram um valor equivocado para o coeficiente de sustentação (150% superior ao valor correto) e não isolaram os efeitos da diferença na razão de aspecto. Uma terceira fonte de erro foi a localização do ponto de cambagem máximo, muito perto do bordo de ataque.

O estado de desespero dos irmãos era totalmente justificado. À luz da mecânica dos fluidos moderna, verificamos que importantes fenômenos como os efeitos da viscosidade, da separação e da geração de vórtices eram sequer remotamente imaginados. Suas frustrações os levaram a uma importante decisão: obter seus próprios dados experimentais.

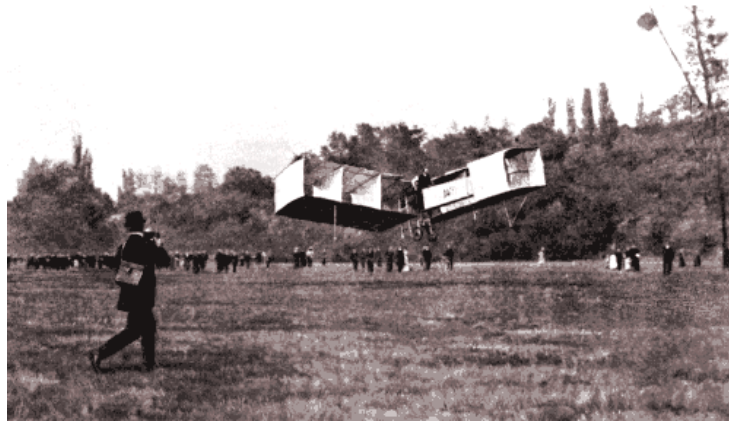
Em outubro de 1901 os Wright começaram a operar seu próprio túnel de vento. Com uma seção de testes de dimensões 40,6x40,6x181,98 cm e velocidade variável até 48 Km/h, o túnel foi utilizado para testar mais de 200 tipos



Santos Dumont
Santos Dumont



O dirigível 14 e o 14-bis



O vôo histórico de 1906



O Demoiselle

diferentes de asas. Os testes foram conduzidos no segundo andar da bicicletaria pelo prazo de dois meses. Este era o seu limite, os irmãos precisavam voltar ao trabalho regular de fabricar bicicletas.

A completa tabulação dos dados de 48 perfis diferentes forneceu aos Wright mais entendimento sobre asas que qualquer outra pessoa antes deles. Em 1902 seu mais recente planador foi colocado sob teste. Com uma razão de aspecto de 6,7 e área total de asa igual a 28 m², o aspecto era bem diferente do planador de 1900. Em dois dias mais de 50 vôos planados foram executados com sucesso. Esta era a motivação que os irmãos precisavam.

Em 1903, várias cartas foram enviadas da loja de bicicletas para fabricantes de motores a gasolina. Os Wright buscavam um motor capaz de desenvolver 9 cv e que não ultrapassasse 90 kgf de peso. Todas as respostas foram negativas. Eles então tomaram a tarefa em suas próprias mãos. Wilbur construiria a hélice e Orville o motor. Acaloradas discussões seguiram-se entre os irmãos. Utilizando informações de seus testes no túnel de vento Wilbur construiu uma asa torcida tal que a sustentação produzida se encontrava orientada na direção de vôo. Seu propulsor possuía uma eficiência de 76%, muito acima dos 52% obtidos pelo propulsor de Langley.

No dia 17 de dezembro de 1903 um aeroplano com 47 m² de asa, envergadura de 12,2 m e razão de aspecto de 6,4 alçou vôo na colina de Kill Devil. O primeiro vôo durou 12 segundos, cobrindo a distância de 40 metros. Três outros vôos seguiriam naquele dia. O quarto e último vôo durou 59 segundos, cobrindo 258 metros de chão.

A baixa dedicação com que os irmãos Wright divulgaram seus feitos ainda hoje causa muita confusão. Imaginem, portanto, a controvérsia à época. O fato de nenhuma demonstração pública ter sido oferecida pelos irmãos sempre gerou muito ceticismo na França. A desculpa oficial é a de que eles estavam muito preocupados em terem suas patentes aprovadas antes de realizarem algum feito muito especial e que conversas com as forças armadas requereriam um certo grau de sigilo. De qualquer modo, a Europa testemunharia o primeiro vôo tripulado de um mais pesado que o ar em 1906.

Alberto Santos Dumont nasceu no dia 20 de julho de 1873 na vila de Cabangu em Minas Gerais. Aos 18 anos Santos Dumont foi enviado por seu pai à Paris para seus estudos superiores; ele deveria se dedicar à química, física, astronomia e mecânica. Em 1901, em uma carta a um amigo, Santos Dumont revelou toda a sua fascinação pelo vôo, relatando que:

"nas compridas tardes ensoleiradas do Brasil, minado pelo zumbido dos insetos e pelo grito distante de algum pássaro, deitado a sombra da varanda, eu me detinha horas e horas a contemplar o céu brasileiro e a admirar a facilidade com que as aves, com as suas longas asas abertas, atingiam as grandes alturas. E ao ver as nuvens que flutuavam alegremente a luz pura do dia, sentia-me apaixonado pelo espaço livre".

O primeiro balão de Santos Dumont, de formato esférico, foi encomendado pela Maison LaChambre possuindo um volume de 113 m³ e uma capacidade de carga útil de 52,2 kg. O seu compartimento de carga era uma cesta de cana da Índia. A primeira ascensão deste balão deu-se no dia 4 de julho de 1898. Seu segundo balão, o América, possuía 500 m³ tendo logrado a Santos Dumont uma premiação agraciada pelo Aeroclube de Paris pelo estudo de correntes atmosféricas. Doze balões participaram da competição, com o América atingindo a maior altitude e permanecendo no ar por 22 horas.

Seu primeiro dirigível, o Santos Dumont 1, ascendeu em 18 de setembro de 1898. No dia 13 de novembro de 1898 o dirigível N° 3 alçou os ares, circulou a torre Eiffel algumas vezes e se dirigiu novamente ao campo de Bagatelle onde pousou graciosamente.

Em razão do sucesso do dirigível N° 3 o Aeroclube da França foi fundado e o Sr. Deutsch de La Meurt instituiu o "Prêmio Deutsch" a ser oferecido ao balonista que partindo de Saint-Cloud circunavesse a torre Eiffel e retornasse ao local em menos de trinta minutos. Este prêmio foi conquistado por Santos Dumont no dia 19 de outubro de 1901 com o dirigível 6. Além do prêmio, Santos Dumont recebeu uma recompensa de 100.000 francos que distribuiu em partes iguais pelos seus trabalhadores e pelos mendigos de Paris.

Graças ao hábito de amarrar seus dirigíveis aos postes de lâmpada enquanto ele visitava os amigos ou ia ao teatro, Santos Dumont se tornou um personagem bastante popular no cenário parisiense. Em 1904, enquanto visitando uma exposição em St. Louis, ele encontrou Octave Chanute quando soube do vôo dos irmãos Wright. Em seu retorno a Paris, Santos Dumont decidiu que -- tendo resolvido bem o problema de dirigir veículos mais leves que o ar -- ele voltaria suas atenções para os mais pesados que o ar. Sua primeira máquina voadora mais pesada que o ar, um helicóptero, resultou em fracasso.

Santos Dumont construiu seu primeiro avião em 1906. Por ter sido testado pendurado no balão 14, Santos Dumont decidiu batizá-lo 14-bis. O 14-bis era formado basicamente por duas caixas que lembravam pipas chinesas e funcionavam como asas; elas, então, eram fixas a uma fuselagem. Uma terceira caixa na ponta da fuselagem atuava como leme e asa auxiliar. Nenhuma economia foi feita na construção do 14-bis. A estrutura era de varas de bambu importado e de alumínio, a cobertura das asas e da fuselagem de seda japonesa. Para a geração de potência ele escolheu o primeiro aeromotor a ser projetado, o Antoinette V8 com 24 cv, que possuía uma hélice metálica. O resultado foi uma máquina voadora de aspecto convencional, mas que voava no sentido contrário ao que estamos acostumados a ver.

O 14-bis foi levado ao campo de Bagatelle pela primeira vez no dia 7 de setembro de 1906. Sua primeira tentativa de vôo foi frustrada; as rodas do 14-bis deixaram o solo apenas por alguns instantes. No dia 13 ele atingiu um metro de altura e sete de distância. Entretanto, ao pousar, seu trem de pouso ficou danificado. Enquanto o 14-bis era reparado, Santos Dumont trocou seu motor por um mais potente, o Antoinette 50 cv. No dia 23 de novembro, Santos Dumont voltou ao Bagatelle e perante uma enorme multidão que incluía os fiscais do Aeroclube da França realizou um

vôo de 60 metros. Este feito rendeu-lhe um prêmio, no valor de 3.000 francos, oferecido pelo presidente do Aeroclube, Ernest Archdeacon, para o primeiro vôo superior a 25 metros em distância.

Antes de seu sexto vôo, Santos Dumont modificou o 14-bis acrescentando a ele grandes ailerons hexagonais para um melhor controle do rolamento. Como suas mãos já estavam ocupadas com os controles do leme e da asa auxiliar, ele operava os ailerons com tiras amarradas ao tórax. Finalmente, no dia 12 de novembro de 1906 o 14-Bis realizou uma série de 6 vôos exitosos. No último vôo, o 14-bis alcançou 220 metros de distância a uma altura de 6 metros e uma velocidade de 37,358 km/h. O vôo durou 21 segundos. Desta vez Santos Dumont recebeu 1.500 francos do Aeroclube da França por ter realizado o primeiro vôo superior a 100 metros. O 14-bis faria um último vôo no dia 04 de abril de 1907.

De acordo com os registros do Aeroclube da França, o 14-Bis possuía as seguintes características: envergadura, 12 m; comprimento, 11 metros; superfície, 7,9 m²; peso, 160,5 kg; motor: Antoinette 24 cv (depois, Antoinette 50 cv).

9. Os quatro pilares

Muitos consideram Ludwig Prandtl o pai da mecânica dos fluidos moderna. Suas contribuições para a ciência incluem a teoria da linha de sustentação, seu trabalho em turbulência e seus experimentos e estudos teóricos em dinâmica dos gases. Prandtl foi também um eminente pesquisador em mecânica dos sólidos, uma atividade que exerceu até o fim de sua carreira. Entretanto, a descoberta da camada limite é debitada por toda a comunidade científica como sua mais notável contribuição ao saber. A este grande feito seu nome ficou definitivamente marcado.

Prandtl (1875-1953) nasceu em Freising na Bavaria. Seu pai, Alexander Prandtl, era professor de engenharia na Faculdade de Agronomia de Weihensrephan. Desde sua juventude Prandtl demonstrara raro interesse por matemática, física e engenharia. Sua assombrosa aptidão para lidar com problemas práticos é justificada por muitos autores como decorrente de seu permanente contato com a natureza e a engenharia resultantes de suas atividades com o pai.

Antes da descrição da camada limite por Prandtl em 1904 a maioria dos trabalhos em mecânica dos fluidos se resumia a descrever escoamentos potenciais. Embora a matemática fosse elegante e os escoamentos esteticamente agradáveis, pouca ou nenhuma relação eles guardavam com os escoamentos reais observados na natureza e na tecnologia. De fato, desde o tempo de d'Alembert que escoamentos potenciais freqüentemente resultavam em arrasto nulo, uma clara contradição com nossa experiência cotidiana.

Estudos preliminares de Coulomb e Stokes, e depois de Hele-Shaw, indicavam que uma condição de aderência deveria ser aplicada aos corpos sólidos. Entretanto, os problemas padrão de escoamento externo são mal colocados quando combinados às equações de Euler com esta condição. O procedimento natural seria então abandonar essas equações retornando ao sistema completo de equações de Navier-Stokes. No problema de escoamento lento ao redor de uma esfera, Stokes fez isso obtendo uma expressão para o arrasto. Mas escoamentos lentos não fornecem largas regiões de separação como aquelas observadas em inúmeras aplicações de interesse, o que enormemente limitava a utilização desses resultados.

A contribuição de Prandtl foi observar que, sobre uma larga região do escoamento, a clássica teoria potencial poderia ser aplicada normalmente. Apenas em uma região muito estreita adjacente à parede os efeitos viscosos precisavam ser considerados. A esta região, Prandtl denominou camada limite.

A partir da compreensão de certos detalhes da estrutura da camada limite pode-se então tratar problemas tão difíceis como a separação de escoamentos e os mecanismos físicos por trás da condição de Kutta. Imperativamente, devemos não deixar de esquecer que a camada limite é a região do escoamento onde o fluido interage mecanicamente e termicamente com o sólido. Portanto, o reconhecimento da existência da camada limite constituiu-se no primeiro passo para o entendimento dos mecanismos de atrito na parede e troca de calor.

Sob um ponto de vista estritamente matemático, as equações de camada limite podem ser vistas como soluções limites das equações de Navier-Stokes quando a viscosidade decresce (ou o número de Reynolds tende a infinito). Daí, argumentos físicos baseados na ordem relativa de importância dos termos constantes nas equações de Navier-Stokes foram utilizados por Prandtl para deduzir as equações de camada limite.

Passado tanto tempo, não é de surpreender que uma grande parte da comunidade científica tenha perdido a noção de quão à frente de seu tempo Prandtl estava. Sua teoria foi inaugurada em um artigo de sete páginas *Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung* em uma apresentação de dez minutos no 3º Congresso Internacional de Matemática em Heidelberg em 1904. Nos anos seguintes, com o auxílio de uns poucos alunos, ele continuou a desenvolver sua teoria. Por duas décadas Prandtl nutriu seus conceitos principais, observando-os crescer em seu próprio instituto e na pequena Universidade de Göttingen. Apenas em 1927 quando Prandtl apresentou-a na "Wilbur Wright Memorial Lecture" sua abrangência tornou-se mundial. Nos anos 30, Richard Courant, então diretor do Instituto de Matemática de Göttingen, tentou organizar um grupo de estudos em camada limite incorporando pesquisadores do Instituto de Aeronáutica. Infelizmente, a ascensão nazista ao poder e a tremenda escalada na onda de violência anti-semita impediu que tal acontecesse. Com a fuga de Von Kármán para os Estados Unidos para fundar e organizar o Laboratório de Aeronáutica do California Institute of Technology, tal projeto foi retomado ao final dos anos 40. Só então contribuições de Friedrichs, Wasow, Lagerstrom e Cole ofereceram uma completa sistematização do problema de camada limite.

As contribuições de Prandtl para a mecânica dos fluidos foram enormes. Dentre outras podemos citar: i) a teoria do comprimento de mistura, ii) a distribuição logarítmica da velocidade, iii) a lei do atrito, iv) a especificação de

modelos turbulentos diferenciais com o auxílio da equação da energia cinética turbulenta, v) a descrição de escoamentos sobre superfícies rugosas.

Geoffrey Ingram Taylor (1886-1975) foi descendente de uma grande estirpe de cientistas e humanistas. George Boole foi seu avô e Alicia Stott sua tia. Aos 11 anos G.I. assistiu uma série de aulas sobre “The principles of the electric telegraph” que lhe exerceram um enorme impacto. Nesta época ele conheceu W. Thomsom e Lord Kelvin.

Em 1905, G.I. ingressou no Trinity College em Cambridge onde estudou matemática com Whitehead, Whittaker e Hardy. Depois de estudar matemática no primeiro ano, e já movido por seu vívido interesse por problemas geofísicos, ele transferiu-se para a física. Ainda sem ter completado seu curso, G.I. recebeu um convite para dedicar-se essencialmente à pesquisa no Trinity College.

Um de seus primeiros trabalhos versou sobre o estudo teórico de ondas de choque. Neste artigo, agraciado com o *Smith's Prize*, ele teve a oportunidade de aperfeiçoar resultados previamente obtidos por Thomsom. Em 1910 ele foi eleito para uma “Fellowship” no Trinity sendo, no ano seguinte, admitido como meteorologista no Royal Meteorological Office. Nos anos seguintes, seu trabalho em turbulência na atmosfera resultou no livro *Turbulent motion in fluids* que recebeu o *Adams Prize* em Cambridge em 1915. De fato, nos próximos 23 anos, até 1938, a produção científica de G.I. em mecânica dos fluidos atingiria níveis de qualidade inimagináveis e, até hoje, inigualáveis. Dentre seus principais trabalhos podemos destacar: *Eddy motion in the atmosphere*(1915), *Diffusion by continuous movements*(1921), *The transport of vorticity and heat through fluids in turbulent motion*(1932), *Statistical theory of turbulence*(1935) e *The spectrum of turbulence*(1938). As idéias e resultados centrais apresentados nesses trabalhos viriam a se tornar, todos elas, clássicas, abrindo grandes alamedas no conhecimento que custariam anos a ser preenchidas.

Além de ter sido o precursor da teoria estatística da turbulência, os estudos de G.I. em estabilidade hidrodinâmica também foram seminais. Seus trabalhos *Experiments with rotating fluids*(1921) e *Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders*(1923) brilhantemente estabeleceram, pela primeira vez, critérios matematicamente rigorosos para a previsão da transição turbulenta. Infelizmente, por volta de 1945 o interesse de G.I. por turbulência já havia desaparecido por completo o que provocou sua saída de cenário; isso, para aqueles que trabalham com turbulência, foi uma perda sensível. Com relação a esta passagem existe um fato curioso. Ao final da II Guerra Mundial, Heisenberg foi levado prisioneiro para Farm Hall, no limite da vila de Godmanchester a 40 quilômetros de Cambridge. Sabendo disso, Batchelor, um recém chegado estudante de doutorado, convenceu G.I. a visitá-lo. Na conversa que se seguiu G.I. foi informado das recentes descobertas de Kolmogorov sobre o fenômeno de cascata para a transferência da energia turbulenta. Antevendo o alto grau de abstração e caráter não aplicado que a teoria da turbulência atingiria nos anos vindouros ele decidiu abandonar o assunto. De fato, Batchelor relata que desde 1917 G.I. vinha trabalhando com idéias assemelhadas, e, quando ele lhe chamou a atenção sobre os resultados de Kolmogorov sobre a estrutura da turbulência de pequenas escalas, G.I. retrucou “isso tudo é muito óbvio”.

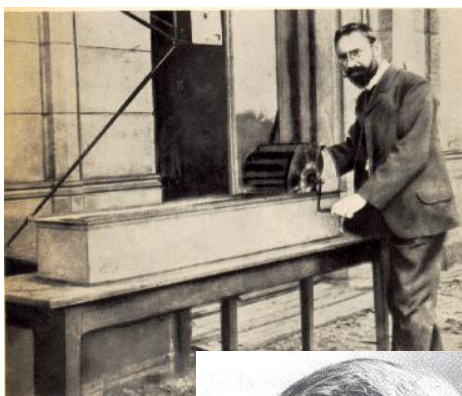
Nascido em Jozsefvaros nos subúrbios de Budapest, von skolloskislaki Kármán Todor (1881-1963) tornou-se conhecido como Theodore von Karman. Seu ambiente familiar era de uma distinta erudição. Seu pai era um respeitado professor de educação na Universidade de Pazmany Peter em Budapest enquanto sua mãe, Helen Konn, descendia de uma longa linhagem de respeitáveis acadêmicos. Karman foi um menino prodígio, tendo estudado em uma escola experimental concebida por seu pai para as elites intelectuais da Hungria. Aos 22 anos ele se formou com honras na Real Universidade Joseph de Politécnica e Economia de Budapest. Depois de um curto período nas forças armadas húngaras e na indústria, ele se matriculou em 1906 em Göttingen terminando seu doutorado em 1908 sob a tutela de Prandtl. Nos próximos 4 anos, Karman permaneceria trabalhando com Prandtl na condição de “Privat Dozent” o mais baixo posto acadêmico no sistema universitário alemão. Em 1913, finalmente, e por influência pessoal de Felix Klein, Karman se libertou do espectro de Prandtl assumindo uma cátedra em aeronáutica e mecânica em Aachen.

Em 1926, Robert Millikan, ganhador do prêmio Nobel de física e um dos fundadores do California Institute of Technology, convidou Karman para estabelecer a sessão de Aeronáutica de CALTECH. O Instituto acabava de receber uma generosa doação da Fundação Guggenheim para especificamente iniciar um programa de pós-graduação em aeronáutica e Millikan julgou ser Karman a pessoa talhada para esta tarefa. Após um período de indefinição, em 1930 Karman finalmente aceitou a oferta provavelmente para escapar da perseguição nazista na Europa e da influência de Prandtl.

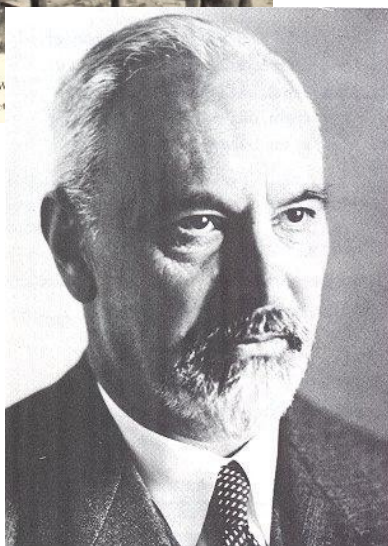
A adaptação de Karman ao modo de vida americano foi tão bem sucedida que, em 15 anos, seus compromissos com a formulação de políticas nacionais para o desenvolvimento da aeronáutica consumiam virtualmente todo o seu tempo. Deste ponto em diante sua carreira não teria retorno, até sua morte, em 1963, Washington foi sua segunda casa.

Em 1911 Karman realizou sua magistral pesquisa sobre a natureza da emissão de vórtices no escoamento atrás de um corpo rombudo, as conhecidas “ruas de von Karman”. Isso levaria, anos mais tarde, à concepção da idéia de estruturas coerentes em escoamentos turbulentos. Sua contribuição para o cálculo do arrasto sobre corpos de revolução em escoamentos supersônicos estava pelo menos 20 anos à frente de seu tempo. Para a camada limite turbulenta, sua relação para a descrição da subcamada viscosa tornou-se clássica. Entretanto, e, sem dúvida, sua indistinta marca de genialidade foi expressa em sua extensa e significativa contribuição para a teoria estatística da turbulência. Seus trabalhos *On the statistical theory of turbulence*(1937), *Progress in the statistical theory of turbulence*(1948), *On the statistical theory of isotropic turbulence*(c/ Howarth, 1938) e *On the concept of similarity in the theory of isotropic turbulence*(c/ Lin, 1949) tinham rivais em qualidade apenas em G.I. e Kolmogorov.

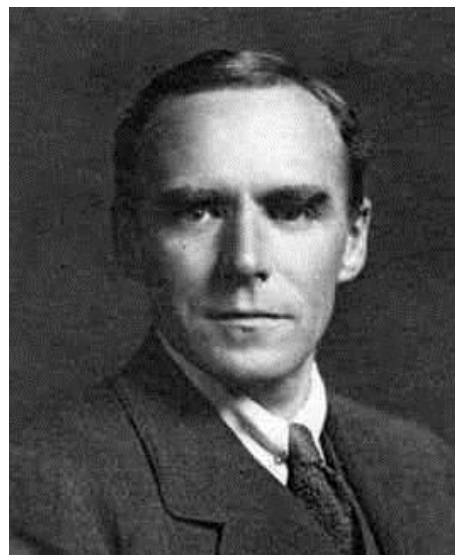
Andrei Nikolaevich Kolmogorov foi um dos maiores matemáticos do século XX. Suas contribuições para os vários ramos da física e da matemática são tão abrangentes que qualquer tentativa de classificá-las resultaria em um



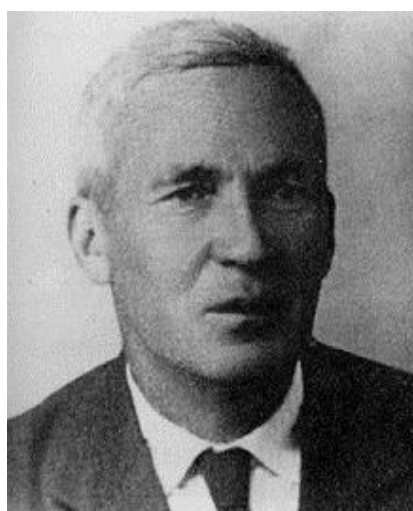
LUDWIG
an seinem Arbeitsplatz



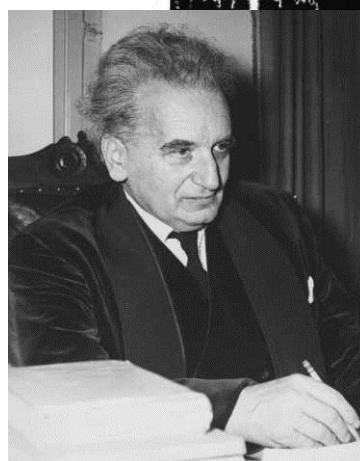
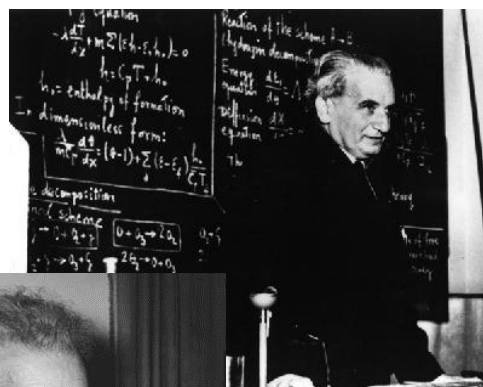
L. Prandtl



G. I. Taylor



A. N. Kolmogorov



T. von Karman

inútil esforço. Portanto, nesta compilação nos deteremos a uma ínfima contribuição de seu intelecto, seus trabalhos em turbulência.

Em adição ao seu penetrante trabalho em ciência, Kolmogorov dedicou uma grande parcela de seu tempo à melhoria do ensino de segundo grau na União Soviética. Seu reconhecimento social pelo regime político em vigor atingiu os mais altos níveis; ele foi agraciado com as mais altas comendas existentes na antiga URSS.

Kolmogorov (1903-1987) nasceu na cidade de Tambov. Por uma grande infelicidade do destino, seus pais, que nunca se casaram, não estiveram de qualquer forma envolvidos com sua criação. Seu pai, Nikolai Kataev, filho de um padre da igreja ortodoxa, era agrônomo e estava no exílio. Depois da revolução ele foi repatriado e chegou a chefiar o Ministério da Agricultura, mas, morreu em escaramussas em 1919. Sua mãe, Mariya Yakovlevna Kolmogorova morreu de parto. Desta forma, sua criação foi deixada sob a responsabilidade da irmã de sua mãe, Vera Yakovlena.

Antes de ingressar na Universidade de Moscou em 1920, Kolmogorov trabalhou algum tempo como condutor de trens. Em seu curso universitário, e, por algum tempo, ele se interessou por matemática, metalurgia e história. Em uma séria pesquisa científica sobre manuscritos dos séculos XV e XVI, ele formulou uma completa teoria sobre as relações agrárias na antiga Novgorod. Mais tarde ele estabeleceu hipóteses sobre o modo como o alto Pinega havia sido colonizado que foram confirmadas por uma expedição científica.

No período soviético pós-revolucionário alguns eminentes matemáticos lideravam fortíssimos grupos de pesquisa em Moscou. Luzin e Egorov lideravam uma renomada escola em teoria de funções reais que incluía Suslin, Urysohn e Aleksandrov. Entretanto, o maior impacto em seu início de carreira foi recebido de Stepanov com o qual havia estudado séries trigonométricas.

A primeira publicação de qualidade de Kolmogorov remonta ao ano de 1922 e trata sobre operações sobre conjuntos. O ano de 1925 foi particularmente profícuo para ele que publicou 8 trabalhos, um extremamente importante em teoria da probabilidade. Ao terminar seu doutorado em 1929 Kolmogorov já havia publicado 18 trabalhos. Após duas longas visitas à Europa com Aleksandrov quando importantes contatos foram feitos com Hopf, Lévy e Fréchet, Kolmogorov ao retornar assumiu uma cátedra na Universidade de Moscou em 1931. Os anos seguintes foram de intensa atividade, com Kolmogorov desenvolvendo um especial interesse por processos aleatórios. Sua colaboração com grandes matemáticos como Hadamard, Fréchet, Banach, Hopf, Kuratowski e outros se expande.

No início dos anos quarenta, Kolmogorov publicou quatro artigos em turbulência que viriam a se tornar de fundamental importância. Seus trabalhos, *The local structure of turbulence in an incompressible viscous fluid for very large Reynolds number*(1941), *On generation(decay) of isotropic turbulence in an incompressible viscous liquid*(1941), *Dissipation of energy in locally isotropic turbulence*(1941) e *The equation of turbulent motion in an incompressible viscous flow*(1942), contém um dos poucos resultados exatos e não triviais em turbulência, bem como idéias extremamente originais no uso de análise de escalas. Nos anos seguintes, uma grande parte dos trabalhos em turbulência colocaria seu foco no entendimento das razões que levaram a teoria de 1941 a uma falha parcial, o chamado problema de “intermitência”.

Nos próximos vinte anos Kolmogorov veria seu interesse migrar para topologia, sistemas dinâmicos, teoria da probabilidade, matemática estatística, teoria de algoritmos, lingüística matemática e mecânica celeste. Apenas em 1961 ele voltaria a mostrar um renovado interesse em turbulência.

Ao final de sua vida, Kolmogorov havia publicado mais de 300 relevantes artigos e orientado mais de 60 teses de doutorado. Mais surpreendente ainda, na escola de matemática de segundo grau N° 18 da Universidade de Moscou, a chamada “Escola Kolmogorov”, ele ministrou, durante anos, até 26 horas de aula por semana. Todo o material didático, pedagógico, dos cursos era preparado por ele pessoalmente. Suas aulas, além, é claro, da matemática, versavam sobre música, arte e literatura. Kolmogorov era um brilhante professor; seus alunos sistematicamente venceram olimpíadas mundiais de matemática.

10. A época moderna

Os pesquisadores do passado fizeram a sua parte. Para escoamentos a velocidades relativamente baixas as equações de Navier-Stokes fornecem um modelo físico/matemático bem estabelecido. O que, então, reduz o problema da mecânica dos fluidos a tal grau de dificuldade? A razão principal é o alto grau de complexidade dessas equações, cuja não linearidade aparentemente as torna insolúveis. Premidos pela demanda por soluções para problemas relevantes da engenharia, pesquisadores passaram a se concentrar cada vez mais na obtenção de aproximações por simulações numéricas. Portanto, não é de se surpreender que com a revolução na informática ocorrida nos últimos anos uma ponderável parcela de pesquisadores tenha se concentrado exclusivamente no desenvolvimento de técnicas numéricas específicas para a descrição da mecânica dos fluidos. Esta tem sido a tendência recente mais importante.

Mas, mesmo em outras áreas, os avanços tem sido enormes. Até 1940-1950, apenas propriedades médias como a velocidade e a pressão podiam ser medidas em escoamentos turbulentos. Os instrumentos disponíveis à época não podiam lidar nem de longe com as resoluções espaciais e temporais necessárias para bem caracterizar um escoamento complexo. Normalmente, apenas estudos qualitativos eram realizados injetando-se um traçador no escoamento. A partir de meados dos anos 50 quando a técnica de anemometria térmica se tornou robusta e confiável, e grandezas turbulentas puderam ser medidas diretamente, o cenário mudou. Os modelos turbulentos passaram a poder ser testados não apenas contra resultados de grandezas médias, mas, inclusive, contra os momentos de segunda e de terceira ordem. Mais recentemente, o desenvolvimento das técnicas de anemometria LaserDoppler e de velocimetria de partícula prometem uma revolução parecida.

No campo teórico, a descoberta de movimentos organizados em grandes escalas tem atraído alguma atenção. A esperança de que estruturas coerentes possam levar a métodos eficientes de predição e controle de escoamentos turbulentos, embora incerta, tem motivado o trabalho de vários autores. Algumas dificuldades ainda persistem. A questão objetiva de como identificá-las tem sido exaustivamente debatida. Uma segunda questão, de como descrevê-las analiticamente e construir sistemas dinâmicos aproximados, também não tem se mostrado simples.

Os resultados de Kolmogorov concernentes ao processo de interação entre as maiores e as menores escalas tem sido freqüentemente revisitados. Resultados recentes têm revelado existir uma certa anomalia nos vários expoentes utilizados para caracterizar as propriedades estatísticas das pequenas escalas. Esta anomalia parece estar associada a um fenômeno de intermitência nas menores escalas, um assunto sob intensa investigação.

Os efeitos da não linearidade nas equações, e outras características, têm sido estudados por várias alternativas, incluindo o uso de equações modelo, a equação de Burgers, dinâmica de vorticidade, análise multi-fractal, métodos não-perturbativos, grupo de re-normalização, e outros.

No campo da simulação numérica, a simulação direta de escoamentos e a simulação de grandes escalas detêm a primazia pelas mais recentes e importantes realizações.

Ao começar esta seção não pretendia, como nas anteriores, indicar os desenvolvimentos mais recentes pela obra de seus autores. Isto será deixado para outra oportunidade. Além disso, a era dos grandes cientistas como delineada no passado parece ter chegado ao seu fim. Hoje, os avanços são obtidos por enormes esforços coletivos, grupos de pesquisa, atividades consorciadas. É a pequena contribuição de cada pesquisador, que cada vez mais expande a fronteira do conhecimento. Mas, creio ser importante nesta ocasião indicar ao leitor alguns textos de revisão em mecânica dos fluidos, em particular, em turbulência. Eles, certamente, fornecerão uma visão bastante abrangente do assunto, que poderá ser complementada por outros artigos de conteúdo mais específico. São eles:

- Bradshaw, P., Understanding and prediction of turbulent flow - 1996, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 18, 45-54, 1997.
- Chou, P.-Y. e Chou, R.-L., 50 years of turbulence research in China, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 27, 1-15, 1995.
- Findikadis, A. N. e Street, R., Mathematical description of turbulent flow, *J. Hydraulics. Div.*, 108, 887-903, 1982.
- Gharib, M., Perspective: the experimentalist and the problem of turbulence in the age of supercomputers, *J. Fluids. Eng.*, 118, 233-242, 1996.
- Gad-El-Hak, M. e Bandyopadhyay, P. R., Reynolds number effects in wall-bounded turbulent flows, *Appl. Mech. Rev.*, 47, 307-365, 1994.
- Gibson, C. H., Turbulence in the ocean, atmosphere, galaxy and universe, *Appl. Mech. Rev.*, 49, 299-315, 1996.
- Ferziger, J., Simulation of complex turbulent flows: recent advances and prospects in wind engineering, *J. Wind. Eng. Ind. Aero.*, 46 & 47, 195-212, 1993.
- Hanjalic, K., Advanced turbulence closure models: a view of current status and future prospects, *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 15, 178-203, 1994.
- Hunt, J. C. R., Practical and fundamental developments in the computational modelling of fluid flows, *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, 209, 297-314, 1995.
- Lakshminarayana, B., Turbulence modelling for complex shear flows, *AIAA J.*, 24, 1900-1917, 1986.
- Leschziner, M. A., Computational modelling of complex turbulent flow- expectations, reality and prospects, *J. Wind. Eng. Ind. Aero.*, 46 & 47, 37-51, 1993.
- Lesieur, M. e Métais, O., New trends in large-eddy simulations of turbulence, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 28, 45-82, 1996.
- Narasimha, R., Turbulence at the cross road: the utility and drawbacks of the traditional approaches, N.A.L. Internal Report No PD DU 8902, 1989.
- Panton, R. L., Overview of the self-sustaining mechanisms of wall turbulence, *Prog. Aero. Sci.*, 37, 341-383, 2001.
- Piomelli, U., Large-eddy simulation: achievements and challenges, *Prog. Aero. Sci.*, 35, 335-362, 1999.
- Persen, L. N., Concepts of turbulence and C.F.D. applications, *Prog. Aero. Sci.*, 23, 167-183, 1986.
- Silva Freire, A. P., Avelino, M. R. e Santos, L. C. C., The state of the art in turbulence modelling in Brazil, *J. Braz. Soc. Mech. Sci.*, XX, 1-38, 1998.
- Sreenivasan, K. R., Fluid turbulence, *Reviews of Modern Physics*, 71, S383-395, 1999.

11. A biocinética do voo

Nas seções anteriores mostramos o singular papel inspirador que os pássaros exerceram sobre os antigos cientistas. Mais do que isso, devemos reconhecer que os sofisticados conhecimentos tecnológicos que se acumularam desde da Vinci até Otto Lilienthal passando por George Cayley e Horatio Philips resultaram majoritariamente da observação dos pássaros. Um magistral exemplo desta influência foi traduzido pelo título do livro de Otto Lilienthal *“Der Vogelflug als Grundlage der Fliegekunst”* (O Voo dos Pássaros como Base para a Aviação). Os aerofólios de Philips moldados a partir do desenho de asas de pássaros também são um excelente exemplo.

Posto isso como base, mostraremos nesta seção como o conhecimento tecnológico, ainda hoje, pode enormemente se beneficiar da observação dos pássaros. Além de várias inovações terem sido introduzidas nos aviões comerciais de grande porte a partir da anatomia dos pássaros, recentes pesquisas em micro-veículos tem rejuvenescido fortemente o interesse no seres alados.

Comecemos nossa discussão caracterizando as aves e sua especialização para o voo.

Toda a morfologia das aves resulta de sua especialização para o voo. Embora algumas características não fundamentais das aves possam apresentar algumas distinções entre si, o alto grau de especialização requerido pelo voo estabelece uma surpreendente uniformidade entre elas.

Certas correntes de pensamento relacionam a variedade nas espécies e o número de indivíduos existentes ao grau de eficiência com que os organismos usam energia. A energia necessária para transportar 1 quilograma por 1 quilometro é chamada de custo energético e é normalmente medida pela taxa de oxigênio consumido pelo animal. Como fatos bem comprovados, sabemos que:

- 1) Animais pequenos possuem um custo energético maior.
- 2) Para uma dada massa corpórea, a corrida é o modo mais extenuante de locomoção. O nado e o voo são formas muito mais econômicas de transporte.
- 3) As espécies cessam de voar quando sua massa corpórea ultrapassa 15 kg.

Sabemos ainda que a perda de energia de um animal está relacionada à sua área corpórea; o seu ganho, entretanto, depende de seu volume. Portanto, quanto maior um animal for menor deveria ser seu custo energético.

Como a maioria dos animais ao mergulhar na água desenvolve um empuxo muito próximo ao seu peso, para permanecerem sem afundar eles precisam de pouco esforço; energia é apenas gasta em avanço para vencer o arrasto. Os animais voadores, por outro lado, despendem uma energia enorme para se manterem no ar. Animais terrestres gastam pouca energia por atrito contra o chão ou para vencer o arrasto gerado no movimento; a maioria da sua energia é dissipada internamente por: 1) resistência por atrito nas juntas e nos músculos, 2) o trabalho continuamente necessário para acelerar e desacelerar o corpo.

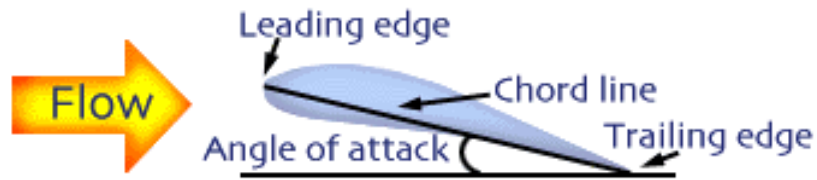
Vimos nas seções anteriores que, do ponto de vista histórico, as primeiras configurações de aeroplanos procuravam imitar o voo batido dos pássaros. Este foi o caso de da Vinci e seu ornitóptero. As complexidades envolvidas no projeto e na construção dessas máquinas logo derrotaram seus idealizadores, que passaram a considerar aeroplanos com asas fixas como os imaginados por George Cayley.

Aeroplanos com asas fixas são muito mais fáceis de serem modelados que aviões com asas móveis. O escoamento do ar sobre as asas produz sustentação em um processo que pode ser bem modelado matematicamente. Entretanto, no voo dos pássaros as asas não apenas batem como se dobram, torcem e podem se mover para trás ou para a frente. Para conservar um ângulo de ataque efetivo no voo durante todo o bater, as asas precisam ser torcidas constantemente. Geralmente a batida para baixo fornece a contribuição mais substancial para a sustentação e o avanço no ciclo completo de batida de asas. Nesta situação, a asa encontra-se completamente estendida. Na batida para cima a asa encontra-se geralmente flexionada para reduzir o momento de inércia e o arrasto.

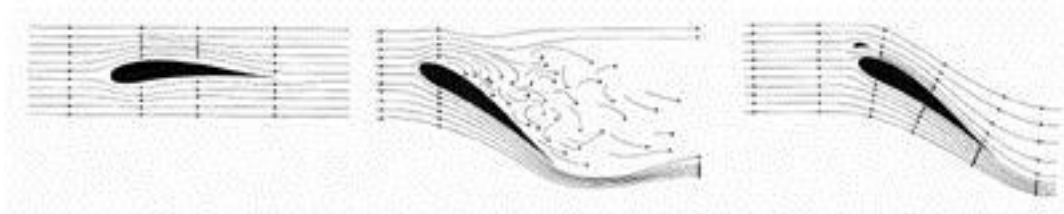
Em voo, os pássaros podem também variar arbitrariamente e independentemente o ângulo de ataque de cada asa conseguindo forças resultantes que o permitem rolar sobre o próprio eixo principal do corpo. De fato, a anatomia de um pássaro é tão sofisticada que ele pode alterar o ângulo de ataque de suas asas, sua cambagem, sua envergadura e seu enfilechamento com a direção do escoamento jogando-a mais para trás ou para a frente. Todas essas funções podem apenas ser executadas graças a uma estrutura óssea parecida com aquela dos braços dos humanos. Esta estrutura óssea é recoberta com um tipo muito especial de material, as penas.

As penas desenvolvem-se de reentrâncias nas peles. Mais de 90% da pena consiste de beta-queratina, 1% de lipídios e 8% de água; o restante é composto de outras proteínas e pigmentos. Os ornitologistas classificam cinco tipos de penas: 1) penas de contorno, 2) semi-plumas, 3) plúmulas, 4) cerdas e 5) filoplumas. As penas de contorno têm uma base curta e tubular, o cálcio, que permanece implantado no folículo até que ocorra a muda. Na continuação do cálcio existe uma raque com ramificações laterais chamadas barbas. As barbas de cada lado constituem os vexilos, que podem ser simétricos ou assimétricos. As partes mais distais dos vexilos formam um aerofólio. As rémiges (penas das asas) e as rectrizes (penas da cauda) são grandes e firmes sendo totalmente especializadas para o voo. Os outros tipos de penas provêm isolamento térmico, além de serem repelentes para a água, poderem refletir ou absorver radiação solar, poderem exercer algum papel nas comunicações visuais ou auditivas e servirem como sistema de controle de voo.

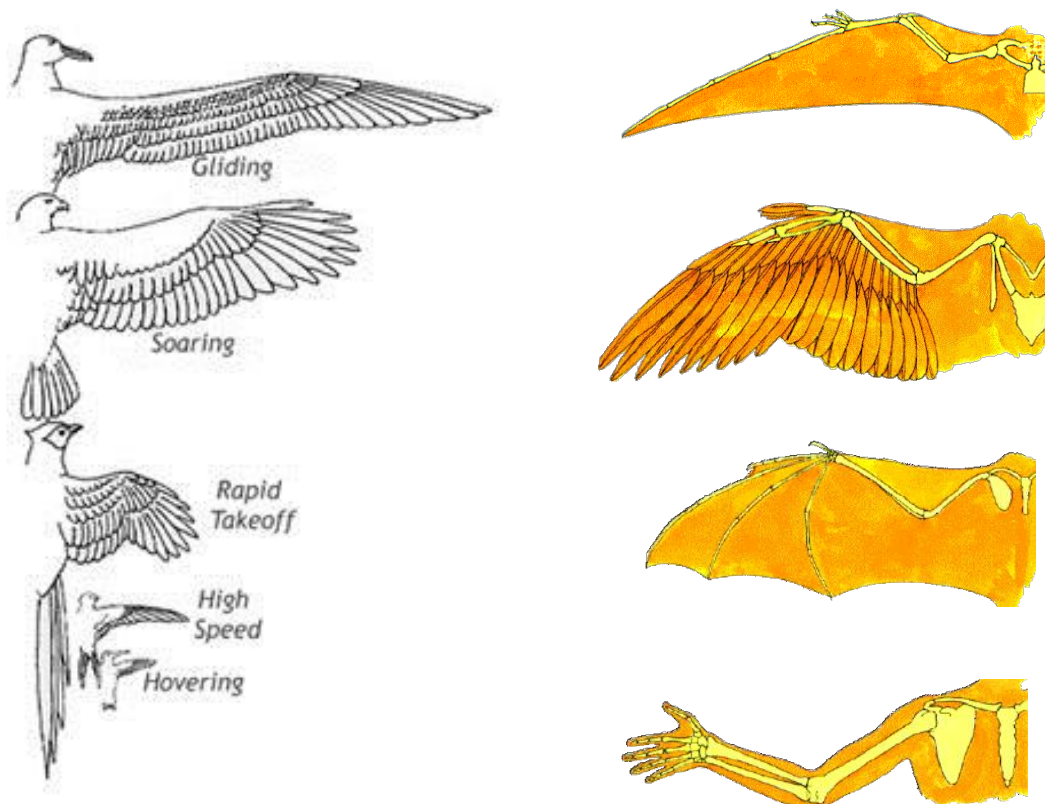
As asas possuem uma variedade enorme de formas dependendo de seu propósito. Elas podem ser longas e pontudas, curtas e arredondadas, curvadas ou planas. Os vários segmentos da asa (mão, antebraço e braço) são alongados em graus diferentes. Os ornitologistas classificam quatro tipos de asas: 1) asas elípticas, para baixas



Aerofólio: definições e nomenclatura.



Escoamento ao redor de um aerofólio: a) ângulo de ataque zero, b) ângulo de ataque alto e grande região de separação, c) ângulo de ataque alto e separação suprimida pelo “slat”.



Classificação dos vários tipos de asas

Comparação entre os membros do pterossauro, de um pássaro, de um morcego e do ser humano

velocidades e grande manobrabilidade, 2) asas de alta velocidade (com coeficiente de sustentação, ponta afilada, um perfil achatado e pouco arqueado e as rêmiges primárias sem fenda entre elas), 3) asas de planeio dinâmico (longas, com alta razão de aspecto e as rêmiges primárias sem fenda entre elas), e 4) asas de planeio estático (longas, com coeficiente de sustentação intermediário entre a asa elíptica e aquelas com mais alto coeficiente de sustentação, arqueada, com fenda pronunciada nas rêmiges primárias).

Como vimos, as asas de uma ave funcionam não só como um aerofólio fixo mas também como um propulsor. As rêmiges primárias, inseridas nos ossos que formam os “dedos” da asa, fornecem a maior parte da propulsão enquanto as rêmiges secundárias, inseridas nos ossos que formam o “braço” das asas, fornecem a sustentação. A retirada das rêmiges primárias de uma ave inviabilizará por completo o seu voo.

O funcionamento de uma asa em voo planado pode ser razoavelmente associado ao funcionamento de um avião planador. Quando um corpo aerodinâmico simétrico corta o ar a distribuição de pressão também resultará simétrica fornecendo uma força de sustentação nula. Alterando o ângulo de incidência da asa, o ângulo de ataque, o padrão de escoamento será modificado com o aparecimento de uma região de baixa pressão na superfície superior da asa e outra região de maiores pressões na superfície inferior da asa. Este efeito de variação na pressão pode ser ainda mais pronunciado pelo uso de superfícies curvas, ou, como normalmente conhecidas, superfícies cambadas. Nos pássaros, os dois recursos são simultaneamente utilizados para gerar altas sustentações, variação no ângulo de ataque e uso de superfícies cambadas. Em particular, eles variam a cambagem da asa de acordo com as diferentes características de voo desejadas. A maior cambagem das asas é atingida próxima ao corpo, onde a maior parte da sustentação é gerada, enquanto a menor cambagem nas pontas gera menos sustentação.

O aumento no ângulo de ataque para aumentar a sustentação possui seus limites. Com ângulos superiores a 15° , normalmente o escoamento passa por mudanças dramáticas com uma completa perda de propriedades. Se o escoamento sobre a asa estiver sujeito a fortes gradientes de pressão provocados por um exagerado ângulo de ataque, uma grande região de escoamento separado se formará resultando em uma perda imediata na sustentação. Para evitar este danoso fenômeno os pássaros possuem técnicas magistrais de controle do escoamento. Utilizando a álula, ou asa bastarda, os pássaros formam uma fenda à frente da porção principal da asa, que redireciona o fluxo de ar, re-energizando a camada limite e impedindo que a separação ocorra. A álula é uma pequena asa formada pelo “dedo polegar” da “mão” do pássaro e suas penas. Apenas recentemente descobriu-se que as rêmiges secundárias também possuem um papel vital na prevenção da perda de sustentação. Quando elevados campos de pressão adversa se formam na região superior da asa, as penas localizadas mais à posteriori são defletidas para cima formando anteparos que impedem a separação do escoamento em regiões mais a jusante. Esta limitação de contaminação no escoamento por regiões separadas conserva a sustentação a níveis aceitáveis, suficientes para conservarem o pássaro em voo.

Uma outra característica interessante das asas dos pássaros diz respeito à sua não planaridade e à sua extremidade. A não planaridade melhora apreciavelmente o fator de eficiência, o qual depende exclusivamente da curvatura da superfície; a orientação da asa ao longo de seu comprimento, se côncava ou convexa, não possui influência sobre o processo. O efeito importante da curvatura consiste em induzir uma esteira de vórtices não plana perto da ponta da asa. Para tomar vantagem desse efeito, muitos pássaros possuem a extremidade das asas apontadas para cima formando uma configuração côncava que se utiliza dos efeitos descritos acima para um desempenho superior.

Consideremos mais detalhadamente o escoamento na ponta das asas. A diminuição da pressão na parte superior da asa provoca um escoamento nesta direção a partir do fluido abaixo dela que se encontra a pressões maiores. Isso dá origem a um escoamento vortical espiralado que deixa a ponta da asa formando uma esteira de vórtices contra-rotativos. Como consequência, a direção local do escoamento na ponta das asas possui uma componente vertical maior que no seu restante.

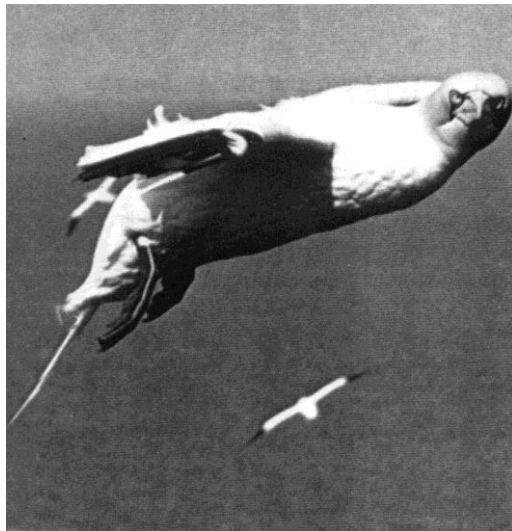
Verifiquemos agora os efeitos que uma pequena asa auxiliar montada na extremidade da asa principal pode exercer sobre ela. Esta asa auxiliar deve ter uma corda inferior à corda da asa principal, e ser montada de forma a se projetar radialmente a partir da asa principal em qualquer direção, não necessariamente paralela a ela, formando um ângulo de ataque adequado com relação ao escoamento local. Com esta configuração, a força aerodinâmica atuando sobre a asa auxiliar poderá gerar não apenas sustentação como também uma componente de avanço na direção do escoamento. Embora a pequena área da asa auxiliar produza forças que terminam contribuindo relativamente pouco com a sustentação total da asa principal, sua presença reduz consideravelmente o arrasto induzido.

Nos pássaros, as rêmiges primárias atuam individualmente como pequenas asas auxiliares, causando um aumento no coeficiente de sustentação máximo. Além disso, sua flexibilidade faz com que elas se curvem nas pontas por ação do diferencial de pressão formando a uma superfície côncava que gera todos os efeitos positivos discutidos anteriormente.

Os pássaros também usam penas e filamentos na ponta da asa como geradores de turbulência. O propósito desses artefatos é induzir rapidamente uma transição no escoamento evitando que separações laminares aconteçam.

Em velocidades reduzidas, alguns pássaros também utilizam a cauda para promoverem uma configuração de aerofólios múltiplos. Estendendo lateralmente a cauda o mais possível e colocando-a imediatamente atrás da asa, alguns pássaros repetem a configuração dos flaps dos aviões modernos resultando em um aerofólio múltiplo. A cambagem efetiva desse aerofólio é tão grande e o voo entre suas duas partes é formado de tal modo que o escoamento na superfície da asa é acelerado pela injeção de escoamento de sua região inferior, resultando em uma sustentação muito maior.

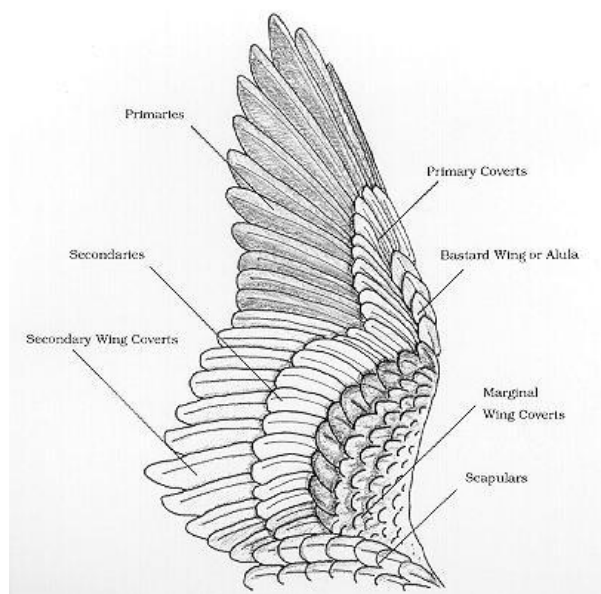
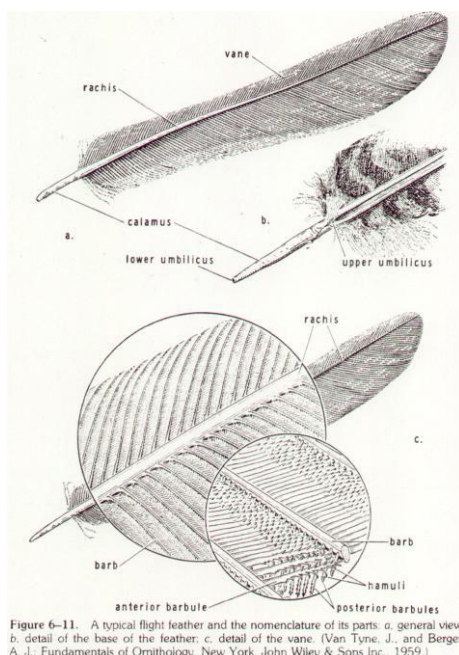
Portanto, identificamos até o momento algumas estratégias simples utilizadas pelos pássaros para aumentar sua sustentação em voo. São elas: 1) flexionar as asas alterando sua envergadura, 2) torcer as asas alterando o ângulo de ataque, 3) atirar as asas para trás ou para a frente enflechando-as, 4) tensionar os músculos e tendões cambando a asa, 5) curvar a asa nas pontas induzindo uma esteira de vórtices não plana, 6) utilizar as rêmiges primárias como asas



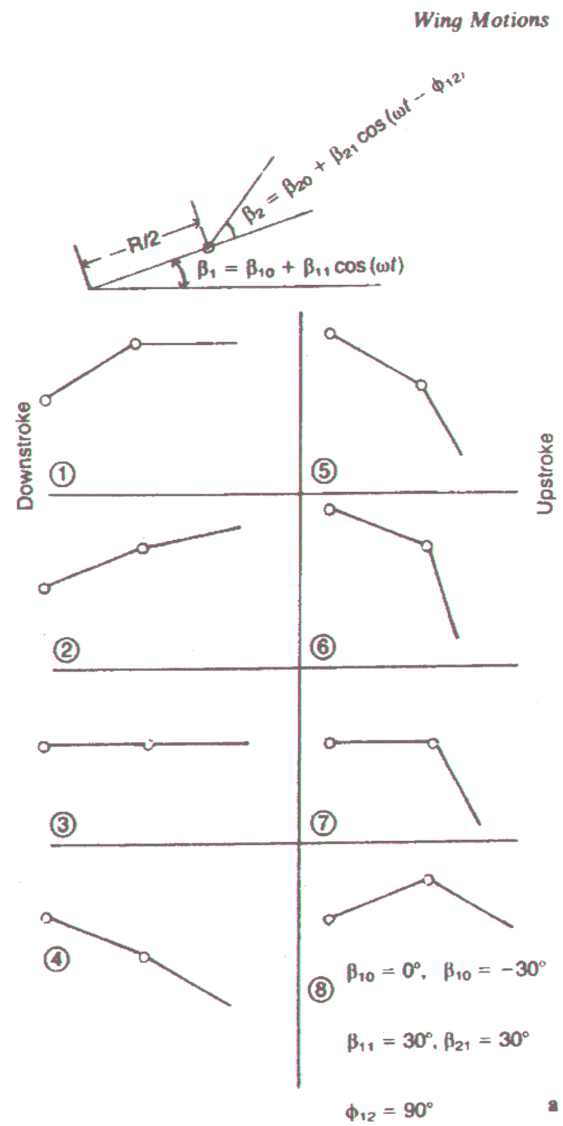
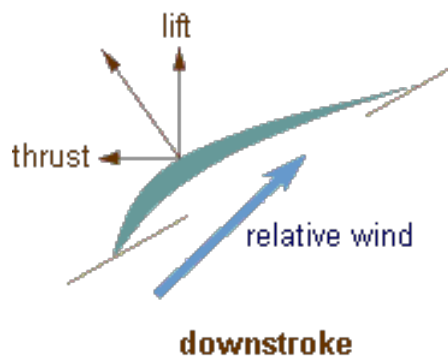
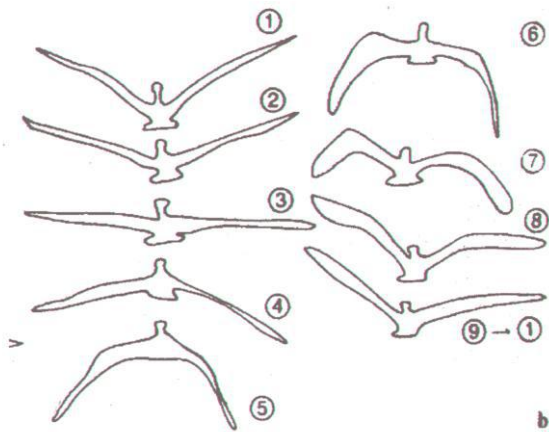
A posição perfeita para o vôo. Corpo, asas e cauda formam uma geometria com ângulo de ataque elevado e alta cambagem. As patas são recolhidas em uma posição que fornece um baixo arrasto. As penas sobre a asa evitam a separação detrimental do escoamento.



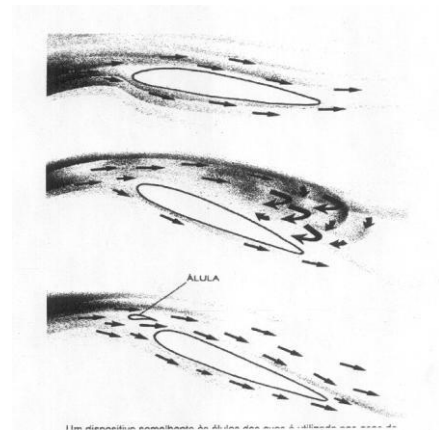
Tipos de asas e atitudes de vôo



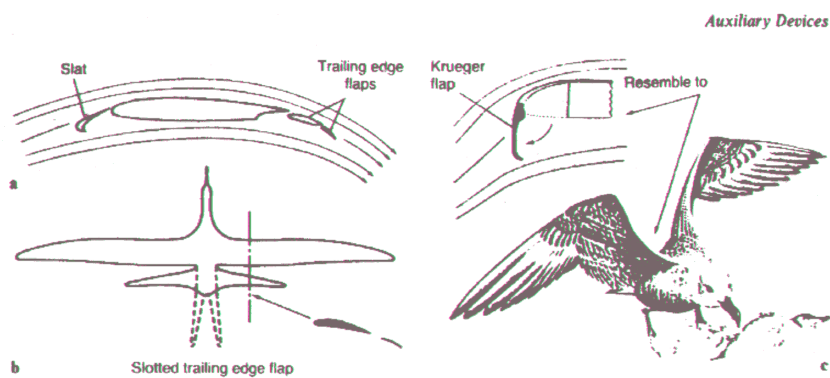
Características das penas e asas



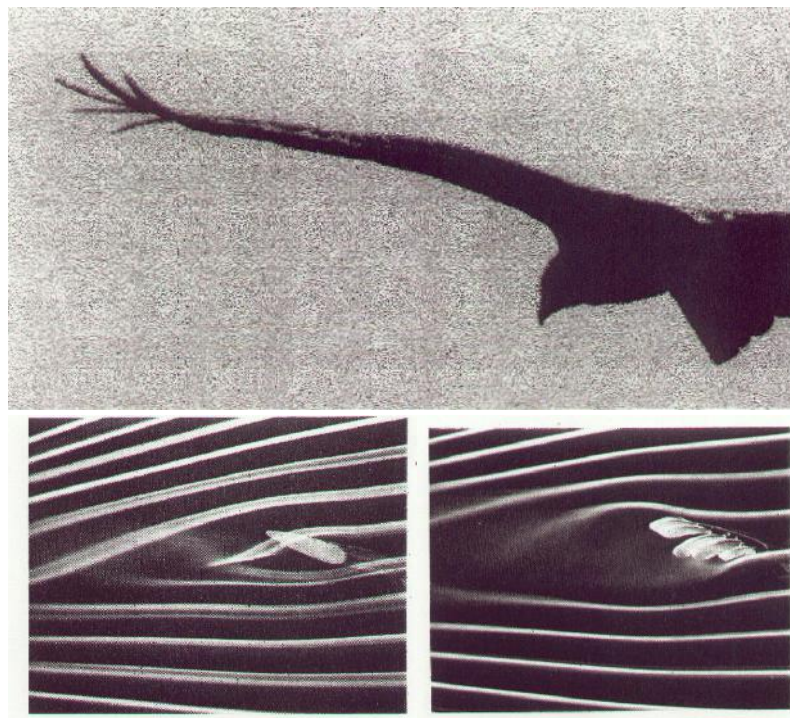
Diagramas ilustrando a batida de asas de um pássaro



O papel da álula (“slat”) na melhoria do padrão de escoamento



O papel dos flaps na melhoria do padrão do escoamento



O papel dos “winglets” na melhoria do padrão do escoamento. a) As rêmiges primárias atuando como winglets. b) Um aerofólio sem winglets. c) Um aerofólio com winglets.

auxiliares, 7) utilizar a asa bastarda para re-energizar a camada limite impedindo sua separação, 8) utilizar a cauda como flap e 9) utilizar protuberâncias na ponta das asas para gerar turbulência no bordo de ataque.

Um fato que talvez possa ter passado despercebido é que todas essas estratégias de melhoria de desempenho de vôo podem ser utilizadas tanto em vôo batido quanto em vôo planado.

Entretanto, sabemos que a sustentação fornecida por uma asa depende diretamente de sua área disponível. Por esse motivo, grandes criaturas voam principalmente planando ou batendo asa a baixas frequências; pequenas criaturas por outro lado batem as asas vigorosamente a altas frequências.

A massa corporal e a frequência de batida de asa dos animais e insetos variam grandemente. A potência necessária para sustentá-los em vôo deve contemplar os seguintes aspectos: 1) vencer o arrasto gerado pelas asas, 2) vencer o arrasto induzido que acompanha a geração de sustentação, 3) vencer o arrasto parasita gerado pelas partes outras do corpo que não as asas, e 4) obter a potência necessária para subir vencendo a força da gravidade. Na itemização acima desconsideramos a potência inercial necessária para acelerar e desacelerar a asa em seu movimento periódico.

O arrasto gerado pelas asas praticamente não varia com a velocidade. Em baixas velocidades, as maiores perdas devem-se ao arrasto induzido. O arrasto parasita aumenta com o cubo da velocidade, dominando o cenário a altas velocidades. Como regra, o custo de transporte diminui com a massa corporal do animal ou inseto.

Criaturas aladas de grandes dimensões utilizam como estratégia básica de vôo a geração de sustentação em asas fixas. Insetos e pássaros pequenos, entretanto, geram forças de atrito tão elevadas que sua locomoção deve ser confiada quase que exclusivamente ao bater de asas.

O ciclo de batida de asa de um pássaro será explicado a seguir.

Do ponto de vista mecânico, a batida de asa consiste de quatro movimentos fundamentais: 1) um movimento alternado onde as asas são suspensas e abaixadas, o bater de asas propriamente dito, 2) um movimento onde as asas podem ser ligeiramente avançadas ou recuadas alterando seu enflechamento, 3) um movimento de torção onde o ângulo de ataque pode ser alterado, e 4) um movimento de contração ou expansão da asa.

No movimento de batida em que a asa é suspensa (movimento de recuperação) a força resultante aponta para trás fornecendo sustentação e arrasto induzido. No movimento em que a asa é abaixada (movimento de potência), a força resultante aponta para a frente, provocando sustentação e avanço. Portanto, em todo o ciclo o pássaro consegue sustentação, enquanto avanço é apenas obtido em parte do ciclo.

O movimento de batida da asa pode ser pensado simplificarmente como o de um movimento angular ao redor de uma junta universal capaz de simular os quatro movimentos descritos acima. De fato, considerando que a asa não se contraia e expanda podemos pensar em um modelo ainda mais simples onde a asa executa um movimento com baixas amplitudes e ângulos de enflechamento e de ataque variáveis. Neste caso a ponta da asa descreve uma órbita praticamente elíptica, com seus semi-eixos definindo o plano de ação. Em um modelo mais completo, a asa pode ser vista como uma placa articulada no meio. Neste caso, no movimento de batida para baixo ela se manterá estendida, praticamente reta. No movimento de subida a asa se recolherá ao redor de sua articulação central resultando em uma envergadura menor.

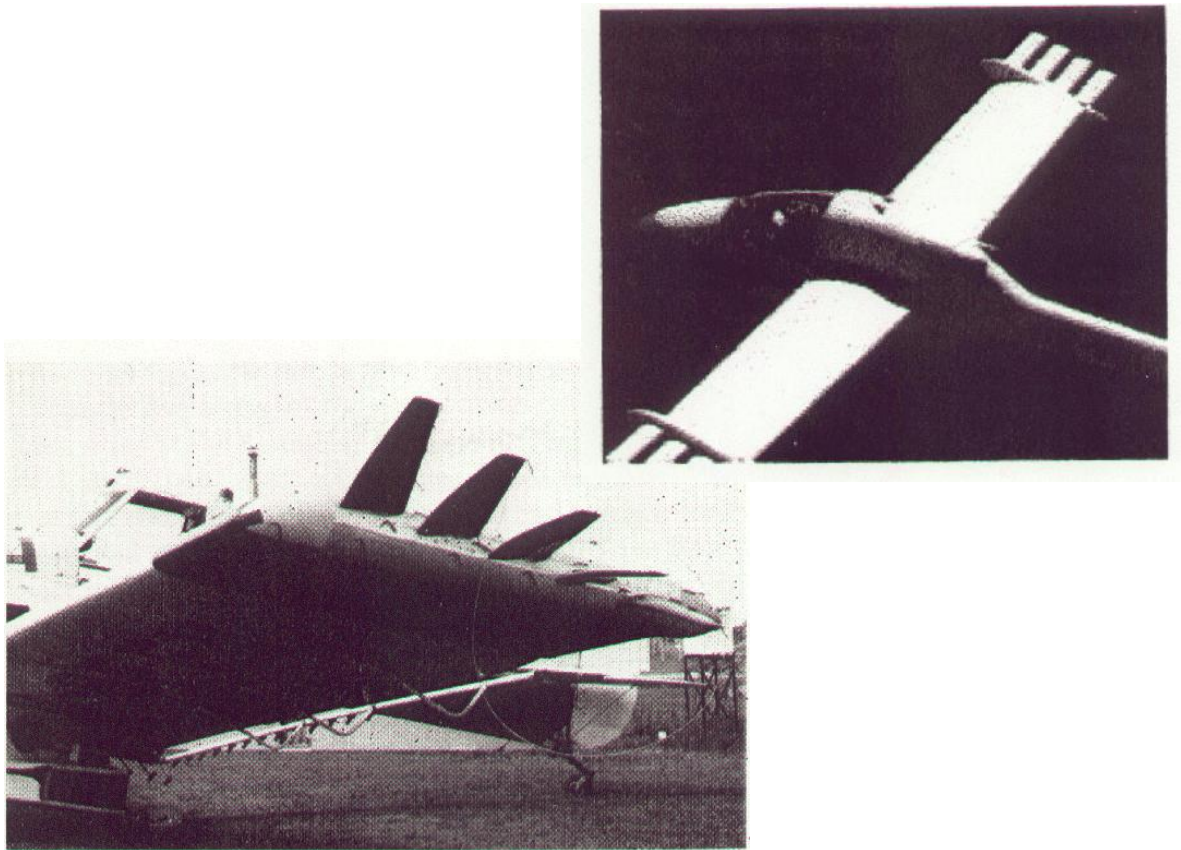
Resumidamente, para se obter um bom desempenho em vôo batido, as seguintes regras devem ser observadas:

- 1) Para se obter avanço, a velocidade de batida da asa deve ser alta e o seu ângulo de inclinação com a horizontal alterado para conservar o ângulo de ataque dentro de valores adequados.
- 2) Em velocidades de cruzeiro, o avanço será fornecido apenas pela parte externa das asas que realizará movimentos de enflechamento.
- 3) A envergadura da asa deverá ser grande e a razão de aspecto alta.

Os motores aeróbicos que impulsionam os animais são capazes de gerar uma potência de 10^1 - 10^2 watts por quilograma de músculo. A maioria dos animais e insetos possui uma massa muscular correspondente a 10-30% de seu peso total. Alguns animais, em particular, por serem excelentes voadores, grandes acrobatas, capazes de executar manobras bruscas e precisas como os beija-flores podem possuir uma massa muscular de até 40% do peso total. A potência gerada por unidade de massa dos músculos responsáveis pelo movimento de batida de asa para baixo, o grande peitoral, pode gerar uma potência de 10 a 20 vezes mais que a maioria dos músculos dos mamíferos.

Os tipos de fibras musculares e as rotas metabólicas também distinguem os vários tipos de aves voadoras. As aves que sustentam vôos longos e fortes, possuem os músculos do peito escuros, com a presença de mioglobina e alta capacidade metabólica aeróbica. As aves que recorrem a decolagens explosivas seguidas de planeio possuem músculos brancos, desprovidos de mioglobina e capazes, portanto, de utilizar rotas metabólicas anaeróbicas.

O sistema respiratório das aves é único entre os vertebrados. Sacos aéreos fornecem um sistema no qual o fluxo de ar nos pulmões possui sentido único, não ocorrendo, pois, o sistema de fluxo e refluxo comum nos mamíferos. O volume de todos os sacos aéreos pode atingir nove vezes o volume do pulmão parabronquial. Este extenso sistema respiratório ajuda a dissipar o calor gerado pela atividade muscular durante o vôo. Durante a inspiração o ar é conduzido para os sacos torácicos posteriores e abdominais, bem como para o pulmão. O ar que passa pelo pulmão é então armazenado nos sacos anteriores. Na expiração, o ar nos sacos posteriores é impelido para o pulmão, juntando-se ao ar que vem dos sacos anteriores para dirigir-se aos brônquios. A troca de gases de dá em uma rede de finíssimos capilares que se entrelaçam com os capilares sanguíneos. Como os fluxos de ar e sangue se dão em direções opostas, isto constitui um sistema de troca com corrente cruzada. Este arranjo é muito mais eficiente, por exemplo, que os pulmões dos mamíferos.



Winglets montadas em um avião de grande porte e em um avião pequeno visando a simulação do papel das rêmiges primárias

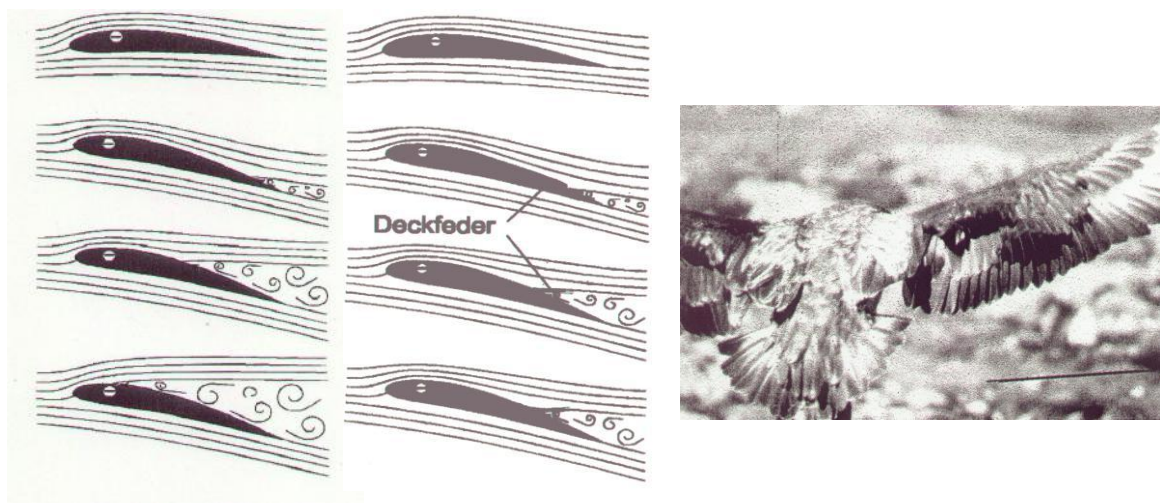


Ilustração do papel das rêmiges secundárias como painéis de controle da região de escoamento separado

Nas linhas acima ilustramos as várias estratégias utilizadas pelos pássaros para promoverem uma melhora de desempenho no vôo. Muitas delas podem ser identificadas nos aviões modernos. O papel da asa bastarda é simulado nos aerofólios modernos pelos “slats” (slot + flats). Os próprios “flaps” atuam como a cauda de certas aves que as usam para aumentar a cambagem, re-energizando a camada limite; isto, como vimos, evita a separação do escoamento resultando em uma sustentação maior. As chamadas “winglets” procuram repetir o papel das rêmiges primárias quebrando o padrão da esteira vortical e diminuindo o arrasto induzido. De fato, os pássaros constituíram-se em fonte inesgotável de inspiração para os estudiosos da mecânica dos fluidos nos últimos três milênios e deverão continuar a sê-lo por um bom tempo.

12. Conclusão

Apesar do grande número de personalidades que desfilou por essas páginas, muitas outras, de semelhante proeminência, não puderam ser citadas. Sendo um problema de imenso interesse para matemáticos, físicos e engenheiros, a mecânica dos fluidos arrastou para sua bruma de fascinação cientistas do naipe de Horace Lamb, Lorde Kelvin, Lorde Rayleigh, W. Froude, G. Kirchhoff, Gustave Eiffel, Frederick Lanchester, Wilhelm Kutta, Nikolai Zhukovsky, Albert Einstein, Werner Weisenberg, S. Chandrasekhar, Richard Feynman, Enrico Fermi, Antonio Ferri, Max Munk, A. Sommerfeld, W. Tolmien, S. Goldstein, James Lighthill, George Batchelor, Alan Townsend, V. Arnold, P. Y. Chou, Hans Liepmann, T. Theodorsen, E. Jacobs, L. Kovasznay e S. Corrsin para mencionar apenas uns poucos. Alguns desses nomes ofereceram importantes contribuições ao assunto, outros falharam fragorosamente.

Talvez em outra ocasião tenhamos a oportunidade de discorrer em mais detalhe sobre isso. De qualquer forma, este curto texto procurou oferecer ao leitor uma suscita visão do desenvolvimento da mecânica dos fluidos à luz de seu desenvolvimento histórico. Este objetivo, acredito, foi cumprido.

Finalizo, deixando para reflexão uma famosa frase de Sir Horace Lamb. Ela diz:

“I am an old man now, and when I die and go to Heaven there are two matters on which I hope enlightenment. One is quantum electro-dynamics and the other is turbulence of fluids. About the former, I am really rather optimistic”.

Agradecimento. Este trabalho foi financiado pelo CNPq através dos Projetos de Pesquisa Nos 523476/96-5 e 350183/93-7.

9. Bibliografia

d'Alembert, J., *Traité de l' équilibre et des mouvements des fluides pour servir de suite au traité de dynamique*, 1744.

Anderson, J. D. Jr., *A history of aerodynamics*, C. U. P., 1998.

Baratin, M. e Jacob, Christian, *O poder das bibliotecas*, Editora da UFRJ, 2000.

Boussinesq, J. , *Essai sur la théorie dex eaux courants*, Mém. Acad. Sci. Paris, XXII, 46, 1877.

Descartes, R., *Discours de la méthode*, 1637.

Descartes, R., *Principia philosophiae*, 1641.

Euler, L., *Principles of the motion of fluids*, 1752

Euler, L., *General principles of the state of equilibrium of fluids*, 1752.

Euler, L., *General principles of motion of fluids*, 1755.

Galilei, G., *Dialogo sopra i massimi sistemi del mondo*, 1632.

Galilei, G., *Dialogo delle scienze nuove*, 1638.

Katz, V. J., *A history of mathematics*, Addison-Wesley, 1998.

Kolmogorov, A. N., *The local structure of turbulence in an incompressible viscous fluid for very large Reynolds number*, Dokl. Akad. Nauk. SSSR, 30, 9-13, 1941.

Kolmogorov, A. N., *On generation(decay) of isotropic turbulence in an incompressible viscous liquid*, Dokl. Akad. Nauk. SSSR, 31, 538-540, 1941.

- Kolmogorov, A. N., *Dissipation of energy in locally isotropic turbulence*, Dokl. Akad. Nauk. SSSR, 32, 16-18, 1941.
- Kolmogorov, A. N., *The equation of turbulent motion in an incompressible viscous flow*, Izv. Akad. Nauk. SSSR, Ser. Fiz. VI(1-2), 1942.
- Newton, I., *Philosophiae naturalis principia mathematica*, 1687.
- Navier, M.; *Mémoire sur les lois du mouvement des fluids*, Mém. de l'Acad. de Sci., 6, 389-416, 1822.
- Oliveira Lima, M., *História da civilização*, Melhoramentos, 1958.
- Padovani, U. e Castagnola L., *História da filosofia*, Melhoramentos, 1995.
- Pough, F. H., Heiser, J. B. E McFarland, W. N., *A vida dos vertebrados*, Atheneu, 1993.
- Prandtl, L., *Über Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung*, In: Proceedings of the 3rd International Mathematical Congress, Heidelberg, 1904.
- Reynolds, O., *An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water in parallel channels shall be direct or sinuous and the law of resistance in parallel channels*, Phil. Trans. R. Soc. Lond. A, 174, 935-982, 1883.
- Reynolds, O., *On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion*, Phil. Trans. R. Soc. Lond. A, 186, 123, 1895.
- Russel, B., *History of Western Philosophy*, 1946.
- Schlichting, H., *Boundary layer theory*, McGraw Hill, 1979.
- Stokes, G. G., *On the steady motion of incompressible fluids*, 1842.
- Stokes, G. G., *On the theories of internal friction of fluids in motion*, Trans. Cambr. Phil. Soc., 8, 287-305, 1845.
- Taylor, G. I., *Eddy motion in the atmosphere*, Phil. Trans. R. Soc. Lond. A, 215, 1, 1915.
- Taylor, G. I., *Diffusion by continuous movements*, Proc. Lond. Math. Soc., 20, 196, 1921.
- Taylor, G. I., *The transport of vorticity and heat through fluids in turbulent motion*, Proc. R. Soc. Lond. A, 135, 685, 1932.
- Taylor, G. I., *Statistical theory of turbulence*, Proc. R. Soc. Lond. A, 151, 421, 1935.
- Taylor, G. I., *The spectrum of turbulence*, Proc. R. Soc. Lond. A, 164, 476, 1938.
- Taylor, G. I., *Experiments with rotating fluids*, 1921.
- Taylor, G. I., *Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders*, Phil. Trans. R. Soc. Lond. A, 232, 289-343, 1923.
- de St. Venant, B.; *Note à joindre um mémoire sur la dynamique des fluids*, Comptes Rendus, 17, 1240-1244, 1843.
- von Karman, T., *On the statistical theory of turbulence*, Proc. Nat. Acad. Sci., Wash., 23, 98, 1937.
- von Karman, T., *Progress in the statistical theory of turbulence*, Proc. Nat. Acad. Sci., Wash., 34, 530, 1948.
- von Karman, T. e Howarth, L., *On the statistical theory of isotropic turbulence*, Proc. R. Soc. Lond. A, 164, 192-215, 1938.
- von Karman, T. e Lin, C. C., *On the concept of similarity in the theory of isotropic turbulence*, Rev. Mod. Phys., 21, 516, 1949.