



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO**  
**ESCOLA POLITÉCNICA**  
**Curso de Engenharia Civil**  
**Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas**

**ANÁLISE DE ONDAS E CORRENTE EM SISTEMAS ESTRUTURAIS  
SUBMERSOS OU SEMI-SUBMERSOS**

**LEONARDO SANT' ANNA DO NASCIMENTO**

Projeto de Final de Curso apresentado ao corpo docente do Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas da Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito para obtenção do título de Engenheiro Civil.

Aprovado por:

---

Nelson Szilard Galgoul  
Prof. Adjunto, Dr.-Ing., DME / Escola  
Politécnica / UFRJ (Orientador)

---

Gilberto Bruno Ellwanger  
Prof. Adjunto, D.Sc., Escola Politécnica  
/ UFRJ (Orientador)

---

Augusto Cláudio P. e Silva  
Prof. Adjunto, M.Sc., Escola Politécnica / UFRJ

---

Claudio Marcio da Silva Dantas  
D.Sc., COPPE - UFRJ

Março / 2006

*O aluno acredita que não ocorre um processo abrupto de mudança da tecnologia de exploração de petróleo no país das plataformas fixas para as FPSOs e Semi-Submersíveis.*

*O que ocorre é a migração gradativa dos processos de exploração de petróleo para os sistemas flutuantes a medida que estão sendo priorizados os campos localizados à grandes profundidades marítimas.*

*O recém descoberto Campo de Papa-Terra na Bacia de Campos, em águas profundas, com capacidade total estimada de produção de cerca de 1,0 bilhão de barris de petróleo demonstra esta tendência.*

*O aluno também acredita que as plataformas fixas continuarão existindo, desde que sua finalidade seja a de rebombeamento e auxílio.*

*O interesse do aluno pelos sistemas FPSOs e Plataformas Fixas pode ser observado, sendo que este tentará seguir pelo caminho de interesse, se não houverem contratemplos, durante o curso de mestrado.*

## RESUMO

O atual trabalho consiste na descrição teórica e aplicação prática da influência das ondas e correntes em estruturas submersas ou semi-submersas, visando principalmente às Estruturas OffShore como plataformas.

A utilização de todos os conceitos apresentados neste trabalho não se restringem à aplicação somente em estruturas de Plataformas. Obras da Engenharia Civil tradicional também estão sujeitas a carregamentos ambientais de onda e corrente, como pode ser visto em Pontes, Estruturas de Cais, Dolfins, Estruturas de CONTENÇÃO do mar, entre outras.

Uma introdução aos sistemas fixos de exploração de petróleo também faz parte do escopo deste projeto, passando pelo histórico da exploração do petróleo no país e seguindo para o foco do trabalho em si.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
ENGENHARIA CIVIL  
DEPARTAMENTO DE MEC. APLICADA E ESTRUTURAS  
PROJETO FINAL

ESTUDO ESTÁTICO  
DO EFEITO DAS ONDAS  
EM PLATAFORMAS FIXAS E  
ELEMENTOS SUBMERSOS

Rio de Janeiro, Março de 2006  
Aluno: Leonardo Sant' Anna do Nascimento  
DRE: 101109183

## - ÍNDICE -

<b>1 – INTRODUÇÃO</b>	<b>5</b>
<b>2 – HISTÓRICO</b>	<b>6</b>
<b>3 – TIPO ESTRUTURAL E DEFINIÇÕES</b>	<b>8</b>
<b>3.1 – TIPOS DE PLATAFORMAS</b>	<b>8</b>
3.1.1 – PLATAFORMAS FIXAS	8
3.1.2 – PLATAFORMAS AUTO-ELEVATÓRIAS	13
3.1.3 – TENSION-LEG PLATFORM (TLP)	14
3.1.4 – PLATAFORMAS SEMI-SUBMERSÍVEIS	15
3.1.5 – NAVIOS-SONDA	18
3.1.6 – PLATAFORMAS TIPO FPSO	19
<b>4 – ANÁLISE ESTRUTURAL ESTÁTICA</b>	<b>22</b>
4.1 – MODELO ESTRUTURAL	23
4.2 – ELEMENTOS ESP. UTILIZADOS NO PROJ. DE PLATAFORMAS FIXAS	24
4.3 – TÓPICOS ESPECIAIS DA ANÁLISE ESTÁTICA	34
<b>5 – TEORIAS DE ONDA</b>	<b>39</b>
5.1 – CONSIDERAÇÕES INICIAIS	39
5.2 – CONDIÇÕES DE CONTINUIDADE	41
5.3 – CONCEITO DE ESCOAMENTO POTENCIAL	44
5.4 – EQUAÇÃO DE LAPLACE	45
5.5 – EQUAÇÃO DE EULER	46
5.6 – EQUAÇÃO DE BERNOULLI	48
5.7 – CONDIÇÕES DE CONTORNO GERAL DAS ONDAS	50
<b>6 – TEORIA LINEAR DE ONDA</b>	<b>52</b>
6.1 – DESENVOLVIMENTO TEÓRICO	53
6.2 – CAMPOS DE VELOCIDADE E DE ACELERAÇÃO	61
6.3 – ÓRBITAS DAS PARTÍCULAS	63
6.4 – DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÕES	67
<b>7 – FORÇAS DE ONDA E CORRENTE</b>	<b>71</b>
<b>8 – TEORIA DE ONDA DE STOKES SEGUNDA ORDEM</b>	<b>75</b>
<b>9 – BIBLIOGRAFIA</b>	<b>78</b>
<b>ANEXO 1</b>	<b>79</b>
<b>ANEXO 2</b>	<b>106</b>
<b>ANEXO 3</b>	<b>133</b>

## 1 – INTRODUÇÃO

O atual projeto têm o objetivo de estudar os efeitos estáticos decorrentes das ondas atuando sobre uma plataforma fixa e/ou elementos submersos.

Estes efeitos, estudados tanto pela hidrodinâmica e mecânica dos fluidos, acarretam carregamentos na estrutura que muitas vezes são desconhecidos pelos engenheiros civis.

Além deste estudo, serão apresentados os conceitos indispensáveis para a viabilização de uma estrutura OffShore Fixa, focando única e exclusivamente na análise estática destas estruturas.

Cabe aqui ressaltar que no atual projeto não serão apresentados elementos como helipontos, torres, guindastes, casarias, entre outros, sendo que quando estes forem solicitados entrarão apenas como carregamento na estrutura. O tema deste projeto será restrito ao convés e à jaqueta da plataforma, suas análises e o enfoque no carregamento de onda.

Será utilizado como ferramenta de análise o programa SACS (Structural Analysis Computer System) desenvolvido pela Engineering Dynamics, Inc. \_ Kenner, Louisiana, U.S.A.

Como base será utilizada a estrutura adotada na disciplina Tópicos Especiais em Estruturas – Estruturas OffShore, ministrada na Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro pelo Prof. Nelson Szilard Galgoul. Esta apresenta a seguinte configuração que pode servir como base para o entendimento do que se trata uma plataforma fixa.

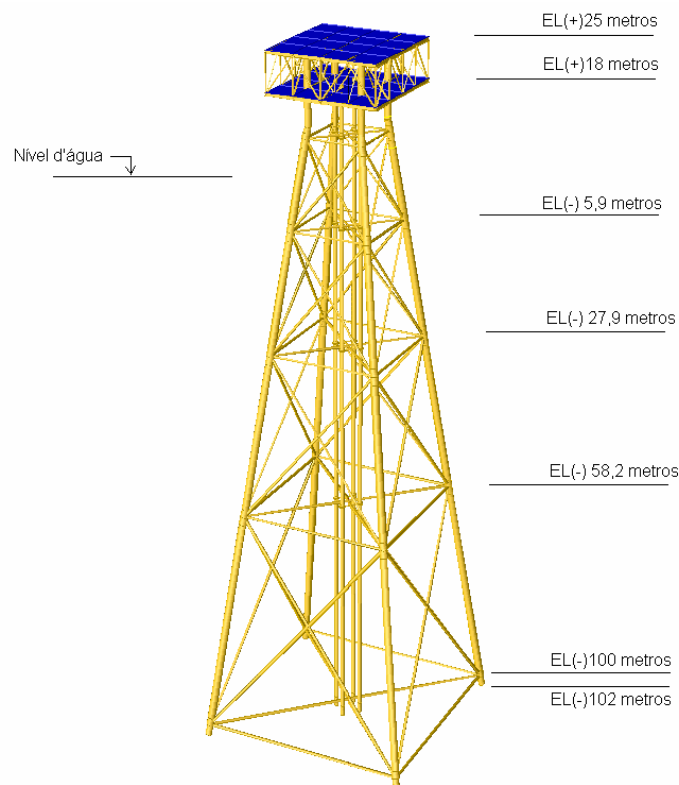


Figura 1 – Plataforma Fixa \_ Configuração

## 2 – HISTÓRICO

Em 1939 foi descoberto a primeira acumulação brasileira de petróleo, o Campo de Lobato, no recôncavo baiano, que no entanto foi considerada não comercial.

Dois anos mais tarde em 1941, em Candeias, também no recôncavo baiano, foi descoberto o primeiro campo comercial de petróleo do Brasil.

O primeiro campo que realmente alavancou a produção OffShore de petróleo no Brasil foi o Campo de Garoupa em 1974, tornando a Bacia de Campos a mais importante província petrolífera do País.

Em 1984, ocorrem as descobertas dos poços gigantes Albacora e Marlim, nas águas profundas da Bacia de Campos, seguindo-se da descoberta do Campo de Roncador em 1996, também na Bacia de Campos, que tornam a indústria OffShore realmente atraente como ela é vista hoje em dia.

A partir de 2002, sai-se do núcleo central produtor na Bacia de Campos e procura-se novas frentes exploratórias para o Norte e para o Sul. Investimentos são feitos na exploração das bacias de Santos e Espírito Santo.

A exploração de petróleo, seguindo para a linha da exploração das águas profundas, segue também para bacias pouco exploradas em suas águas profundas, como as da Costa Sul da Bahia, Sergipe, Alagoas e da Margem equatorial brasileira.

### Os Nomes dos Campos de Petróleo:

Em 1968, com a perfuração do primeiro poço na costa de Sergipe, surgiu o primeiro campo de petróleo com nome de peixe: O Guaricema.

A partir desta data, todos os campos da plataforma continental passaram a ser batizados com nome de peixe.

Somente em 1973 foram desenvolvidas Normas para a escolha dos nomes dos Campos. Deveria ser de um peixe brasileiro comum na região da descoberta, além de se evitar a utilização de peixes com nomes vulgares.

Os Campos de Caravela, Estrela do Mar, Coral, Tartaruga, Cachalote, Jubarte, Baleia Franca entre outros foram criados devido à escassez de nomes de peixes.

Profundidade x Tempo:

Nos últimos anos, têm-se aumentado a atividade de perfuração exploratórias em águas profundas, isso se deve ao fato de que mais de 65% da área dos blocos exploratórios OffShore brasileiros estejam em profundidades maiores de 400 metros.

Abaixo é ilustrada uma figura que demonstra o avanço das profundidades alcançadas no Brasil com o tempo:

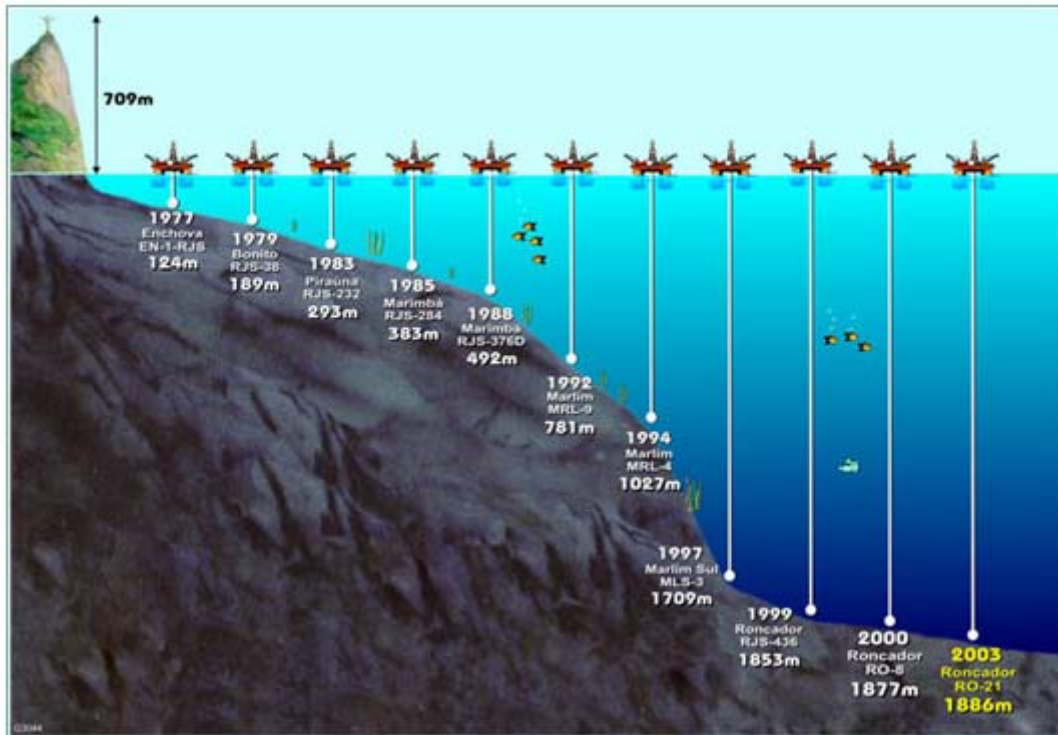


Figura 2 – Perfuração Exploratória no Mar x Tempo



### **3 – TIPO ESTRUTURAL E DEFINIÇÕES**

Existem alguns tipos de plataformas utilizadas hoje em dia, as principais serão ilustradas abaixo:

#### **3.1 – TIPOS DE PLATAFORMAS**

##### **3.1.1 – PLATAFORMAS FIXAS**

Foram as primeiras unidades marítimas de exploração de petróleo utilizadas no país. Têm sido as preferidas nos Campos localizados em lâminas d'água de até 200 metros.

As plataformas fixas são constituídas de estruturas modulares em aço, instaladas no local de operação, com estacas cravadas no fundo do mar.

As plataformas fixas são projetadas para receberem todos os equipamentos de perfuração, estocagem de material, alojamento de pessoal, bem como todas as instalações necessárias para a produção dos poços.

A Figura 3 apresentada na página seguinte ilustra uma plataforma fixa idealizada que apresentaria todos os equipamentos utilizados hoje em dia nessas estruturas.

As principais características da estrutura ilustrada a seguir são apresentadas abaixo:

- *Altura Total (distância entre o Fundo do Mar e o Topo da Torre do Flare): 300 metros;*
- *Lâmina d'água (distância média entre a Superfície e o Fundo do Mar): 170 metros;*
- *Parte Emersa (da Superfície do Mar ao Topo da Torre do Flare): 130 metros;*
- *Altura da Torre do Flare: 80 metros;*
- *Estacas: Penetram até 125 metros abaixo do Fundo do Mar;*
- *Peso Total da Plataforma (Não Operando): ± 365.000 kN;*
- *Peso da Jaqueta: ± 267.000 kN;*
- *Peso das Estacas: ± 112.500 kN.*

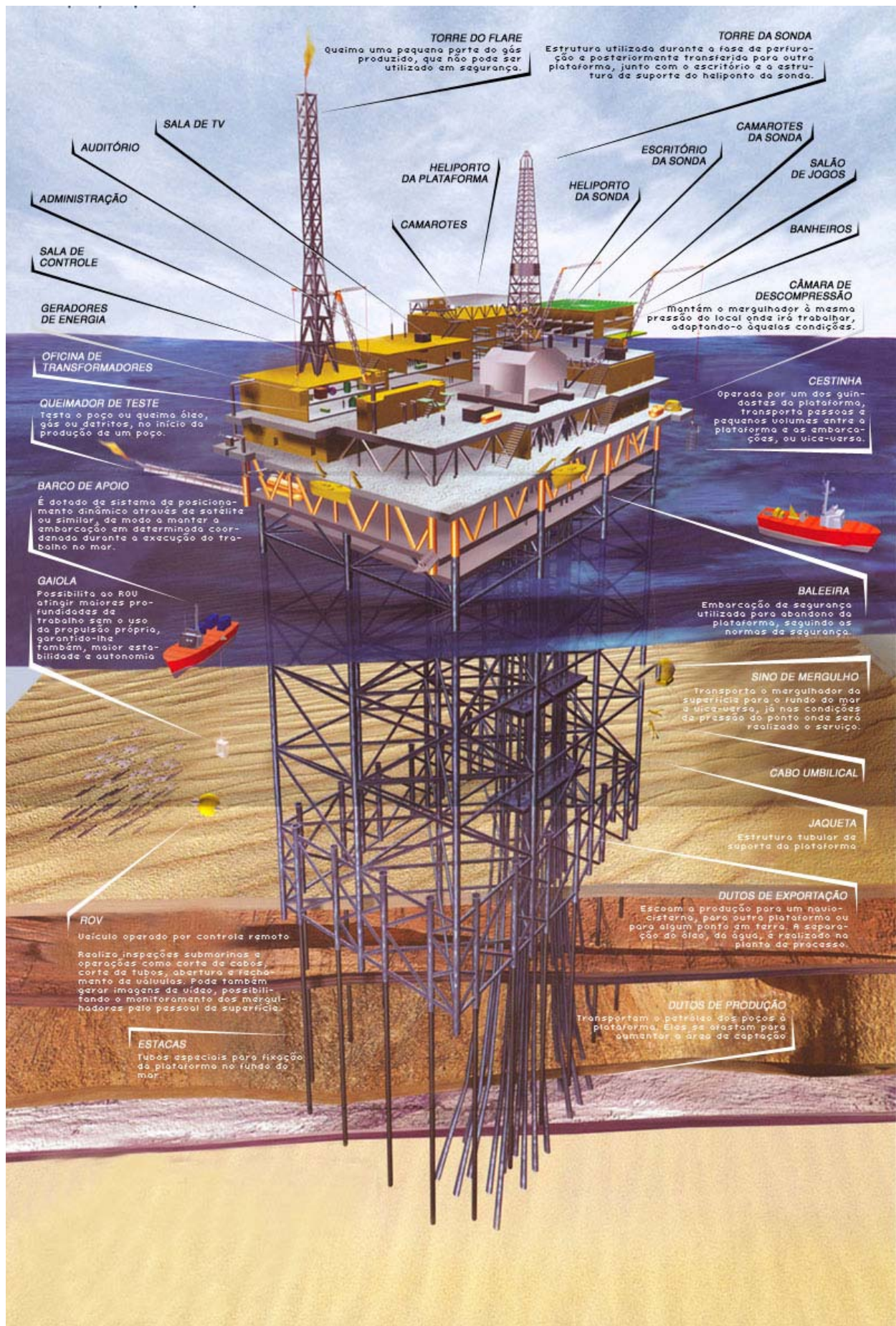


Figura 3 – Plataforma Fixa

Os principais elementos estruturais que formam a plataforma fixa são apresentados abaixo:

a) Torre do Flare: Estrutura treliçada, formada por elementos de seção transversal circular vazada, em aço, com função de suportar as cargas provenientes de um duto que transporta o gás produzido, que não pode ser utilizado em segurança, para um queimador situado em sua ponta, além deste carregamento, os carregamentos ambientais são primordiais ao dimensionamento deste elemento.

b) Torre da Sonda: Estrutura que pode ser utilizada em algumas plataformas deste tipo, de maiores dimensões, e que têm a finalidade apenas de perfurar os campos de petróleo.

Sua utilização está restrita apenas à fase de perfuração, sendo que quando esta acaba, esta estrutura é transferida para outra plataforma, junto com seu heliponto e seu escritório.

Seu modelo estrutural apresenta as mesmas características apresentadas pela torre do Flare, formado por perfis tubulares vazados em aço.

c) Heliponto: Estrutura formada por perfis soldados, perfis laminados e/ou perfis tubulares em aço, que têm a finalidade de receber as cargas oriundas do peso do helicóptero (trem-tipo) e das sobrecargas e cargas ambientais.

d) Convés: Estrutura complexa formada por perfis laminados e soldados, perfis tubulares, placas, enrijecedores, que têm a finalidade de receber todas as cargas de equipamentos, torres, helipontos, sobrecargas e estruturas secundárias em geral.

Os suportes desta estrutura são fixados ao topo da jaqueta.

Podem apresentar configurações e tamanhos os mais variados possíveis, podendo também ser depois ampliados ou reduzidos em terra, conforme a necessidade de produção.

Esta estrutura será melhor detalhada e estudada no decorrer deste projeto.

e) Jaqueta: Estrutura situada logo abaixo do convés, entre o fundo do mar e os suportes deste.

As funções da jaqueta são inúmeras e algumas delas serão apresentadas abaixo:

e.1) Suportar o peso do convés e estruturas adjacentes;

e.2) Resistir aos esforços provenientes dos carregamentos ambientais;

e.3) Suportar o peso dos Condutores;

e.4) Manter a estabilidade estrutural.

Essas estruturas podem apresentar as mais diversas configurações, isto devido aos carregamentos que a estrutura estará submetida e devido também a profundidade que esta deve vencer. Existem hoje em dia estruturas deste tipo com mais de 400 metros de altura.

Essa estrutura será melhor estudada no decorrer deste projeto.

f) Condutores: São estruturas tubulares em aço. Podem ser considerados rígidos se forem constituídos inteiramente de aço ou flexíveis se forem constituídos de camadas de aço intercaladas de polietileno.

As funções dos condutores são:

f.1) Fazer a ligação elétrica entre as estruturas no fundo do mar com a plataforma;

f.2) Transportar o petróleo do fundo dos poços para a plataforma;

f.3) Transportar o gás do fundo do poço para a plataforma;

f.4) Interligar duas ou mais plataformas com a finalidade de transporte de gás ou/e petróleo;

f.5) Interligar as plataformas à terra com a finalidade de transportar gás ou/e petróleo.

g) Estacas: Tubos especiais em aço utilizados para a fixação da plataforma (jaqueta) ao fundo do mar.

A cravação das estacas pode ser realizada com o auxílio de embarcação provida de martelo de cravação, fazendo com que estas estacas sejam cravadas por dentro dos tubos que formam as pernas.

Outro método de cravação das estacas é realizado lançando mão de uma nova tecnologia em que são utilizados martelos submersos, neste processo, as estacas não passam por dentro das pernas, sendo estas conectadas às pernas através de estruturas denominadas luvas, conforme apresentado a seguir:

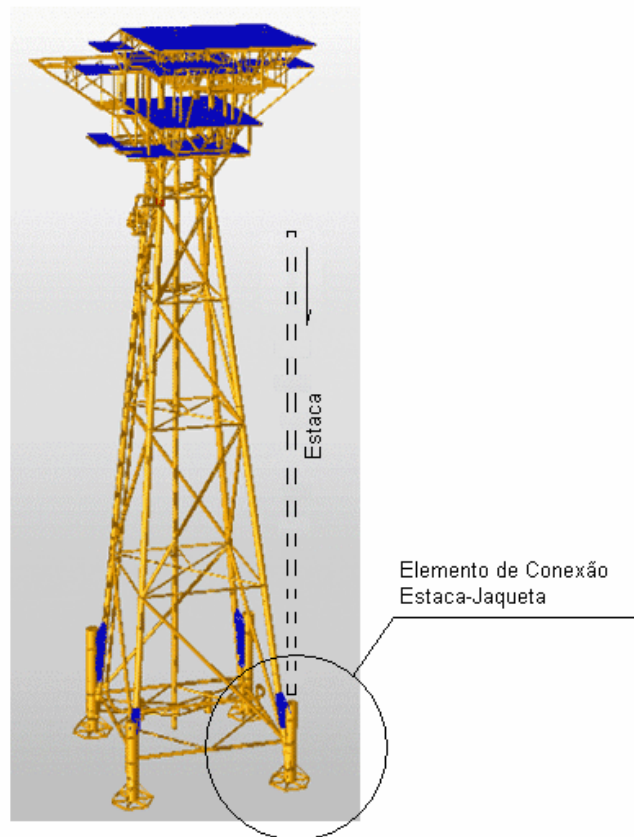


Figura 4 – Estaca Cravada por Fora da Perna da Jaqueta

h) Manifolds: Foram aqui denominadas manifolds as estruturas situadas no fundo do mar e que têm a finalidade de dar suporte aos dutos ou equipamentos submersos como árvores de natal molhadas, por exemplo.

### 3.1.2 – PLATAFORMAS AUTO-ELEVATÓRIAS

São estruturas constituídas basicamente de uma balsa equipada por estruturas de apoio, ou pernas, que quando acionadas (mecânica ou hidráulicamente) movimentam-se para baixo até atingirem o fundo do mar.

Após este processo, inicia-se a elevação da plataforma acima do nível da água, a uma altura segura e fora da ação das ondas.

Essas plataformas são móveis, sendo transportadas por rebocadores ou por propulsão própria.

No Brasil destinam-se à perfuração de poços exploratórios junto ao continente, em lâminas d'água que variam de 5 à 130 metros.

Abaixo são apresentadas fotos de uma plataforma auto-elevatória:



Figura 5 – Plataforma Auto-Elevatória North Star-I

### 3.1.3 – PLATAFORMAS DE PERNAS ATIRANTADAS (TLP)

São unidades flutuantes utilizadas para a produção de petróleo. Estas estruturas são ancoradas ao fundo do mar através de estruturas tubulares, com os tirantes fixos ao fundo do mar por estacas e mantidos esticados pelo empuxo maior que o necessário, o que reduz severamente seus movimentos.

As operações de perfuração, completação (operação executada após a perfuração, que visa iniciar ou garantir a produção de um poço) e produção das TLPs são semelhantes às executadas em uma plataforma fixa.

Não existem plataformas deste tipo sendo utilizadas no país. A seguir é ilustrado este tipo de estrutura:

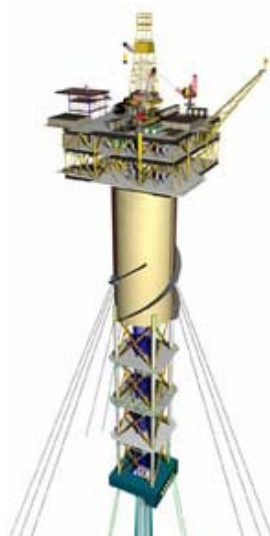


Figura 6 – Plataforma de Pernas Atirantadas \_ Spar Buoy



Figura 7 – Plataforma de Pernas Atirantadas \_

### 3.1.4 – PLATAFORMAS SEMI-SUBMERSÍVEIS

As plataformas semi-submersíveis são compostas de uma estrutura de um ou mais conveses, apoiados em flutuadores submersos.

As plataformas semi-submersíveis são uma opção versátil para muitos tipos de reservatórios, profundidades de lâmina d'água e solos marítimos.

Apresenta baixo custo em caso de abandono do poço. E pode ser movida facilmente para outra localidade.

Para que seja viável a sua permanência estável na mesma posição durante os processos realizados durante a vida útil da estrutura, dois tipos de sistemas são utilizados:

a) Sistema de Ancoragem: O sistema de ancoragem é constituído de 8 a 12 âncoras e cabos e/ou correntes, atuando como molas que produzem esforços capazes de restaurar a posição da estrutura quando esta é modificada pela ação do vento, ondas e correntes.

b) Sistema de Posicionamento Dinâmico: Sistema utilizado quando a semi-sub têm função de perfuração. No sistema de posicionamento dinâmico, não existe ligação fixa entre a estrutura e o fundo do mar, exceto a dos equipamentos de perfuração. Sensores acústicos determinam a deriva (desvio da rota causado por ventos ou correntes), e propulsores no casco, acionados por computador, restauram a posição da plataforma.

As plataformas semi-submersíveis podem ou não ter propulsão própria. São as preferidas para a perfuração de poços exploratórios devido à sua grande mobilidade.

Abaixo é apresentado um esquema e subsequentemente são apresentadas algumas fotos de uma plataforma semi-submersível:

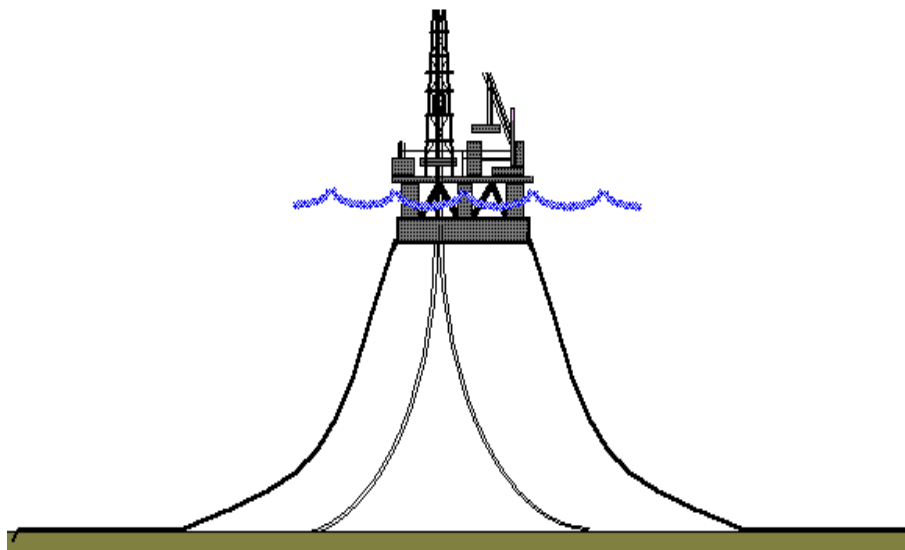


Figura 8 – Plataforma Semi-Submersível



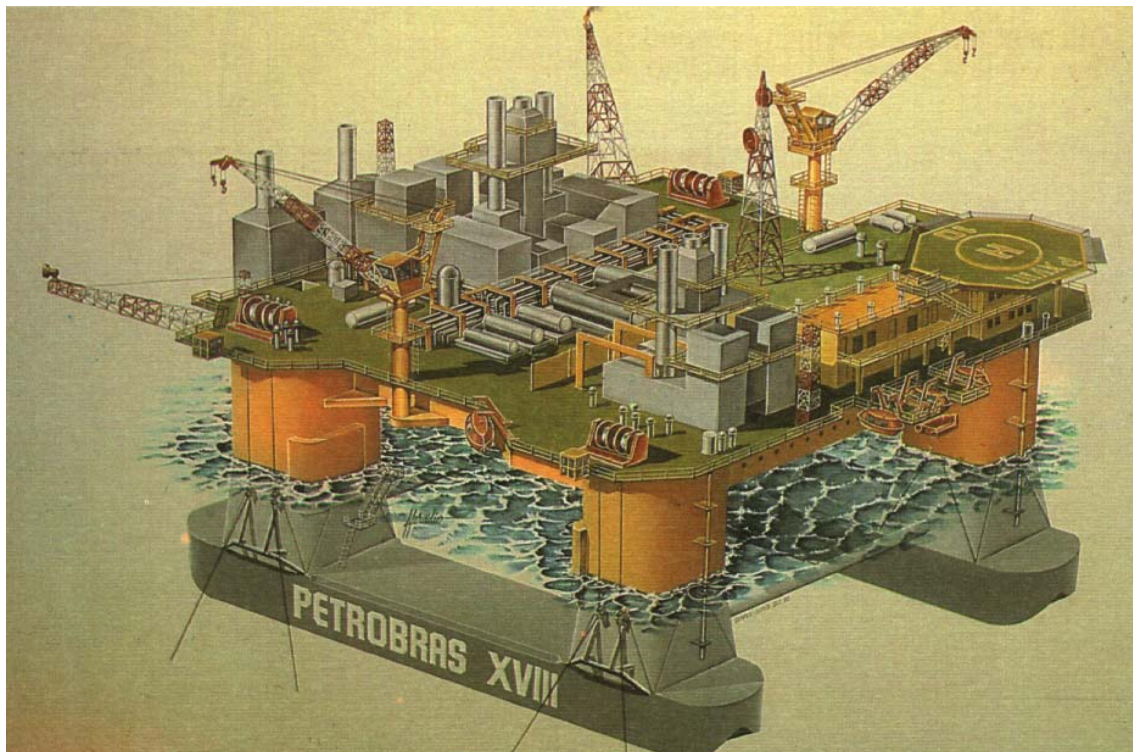


Figura 9 – Plataforma Semi-Submersível PETROBRAS – XVIII \_ Esquema



Figura 10 – Plataforma Semi-Submersível PETROBRAS – XVIII



Figura 11 – Plataforma Semi-Submersível PETROBRAS – XVIII

### 3.1.5 – NAVIOS-SONDA

Navio-sonda é um navio projetado para a perfuração de poços submarinos. Sua torre de perfuração localiza-se no centro do navio, onde uma abertura no casco possibilita a passagem da coluna de perfuração.

O sistema de posicionamento do navio-sonda, composto por sensores acústicos, propulsores e computadores, anula os efeitos do vento, ondas e correntes que tendem a deslocar o navio de sua posição.

Abaixo são apresentadas fotos de um Navio-sonda:



Figura 12 – Navio-Sonda SC Lancer

### 3.1.6 – PLATAFORMAS TIPO FPSO

Os FPSOs (Floating, Production, Storage and Offloading) são navios com capacidade para processar, armazenar e prover a transferência do petróleo e/ou gás natural.

No convés do navio, é instalada uma planta de processo para separar e tratar os fluidos produzidos pelos poços.

Depois de separado da água e do gás, o petróleo é armazenado nos tanques do próprio navio, sendo transferido para um navio aliviador de tempos em tempos.

O navio aliviador é um petroleiro que atraca na popa da FPSO para receber petróleo que foi armazenado em seus tanques e transportá-lo para terra. O gás comprimido é enviado para a terra através de gasodutos e/ou re-injetado no reservatório.

Os maiores FPSOs têm sua capacidade de processo em torno de 200 mil barris de petróleo por dia, com produção associada de gás de aproximadamente 2 milhões de metros cúbicos por dia.

Acredita-se que devido à descoberta de novos campos em águas profundas, estes sistemas serão utilizados em grande escala em um futuro próximo, já podendo ser verificado o crescimento de sua demanda.

Uma ilustração será utilizada para demonstrar as principais características de uma plataforma do tipo FPSO.

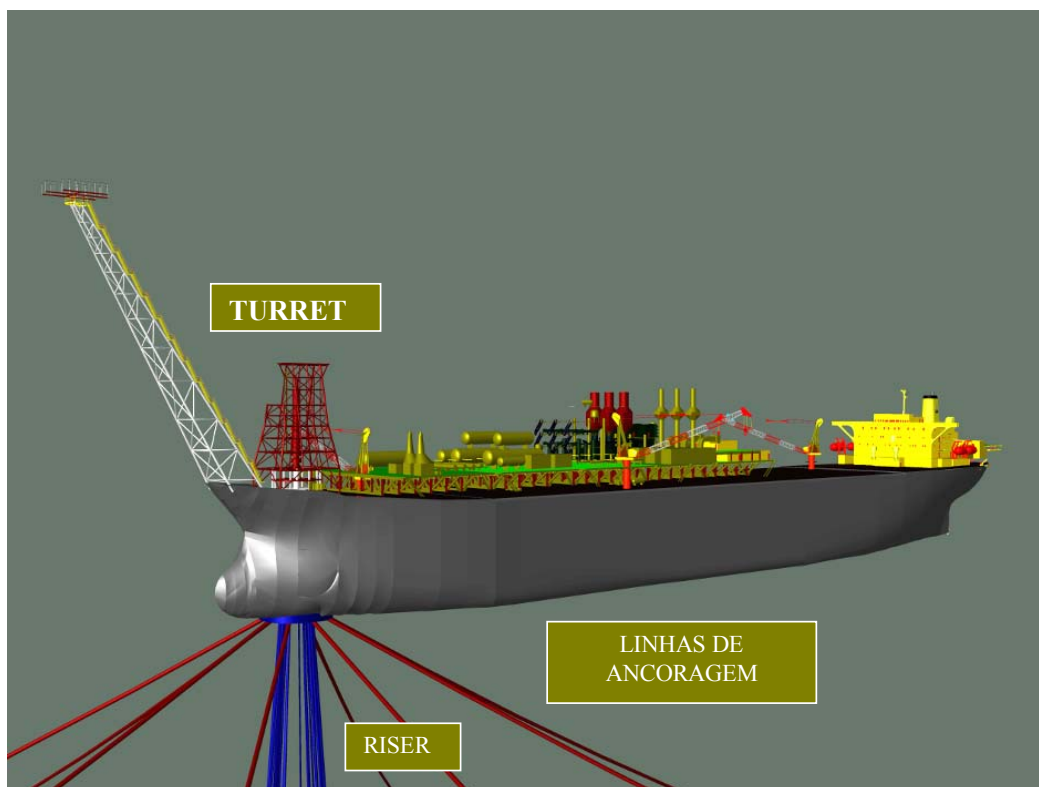


Figura 13 – Plataforma FPSO

Abaixo é ilustrado um conjunto de ilustrações e características da plataforma FPSO PETROBRÁS – 43, escolhida devido a ser uma das maiores unidades deste tipo em todo o mundo.

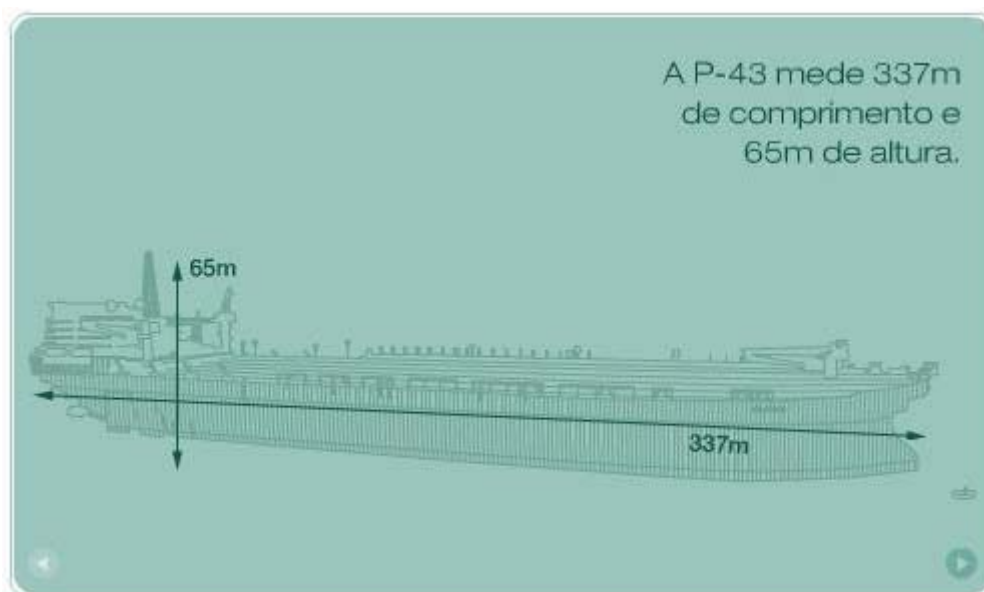


Figura 14 – Plataforma FPSO P-43 \_ Dimensões



Figura 15 – Plataforma FPSO P-43 \_ Altura

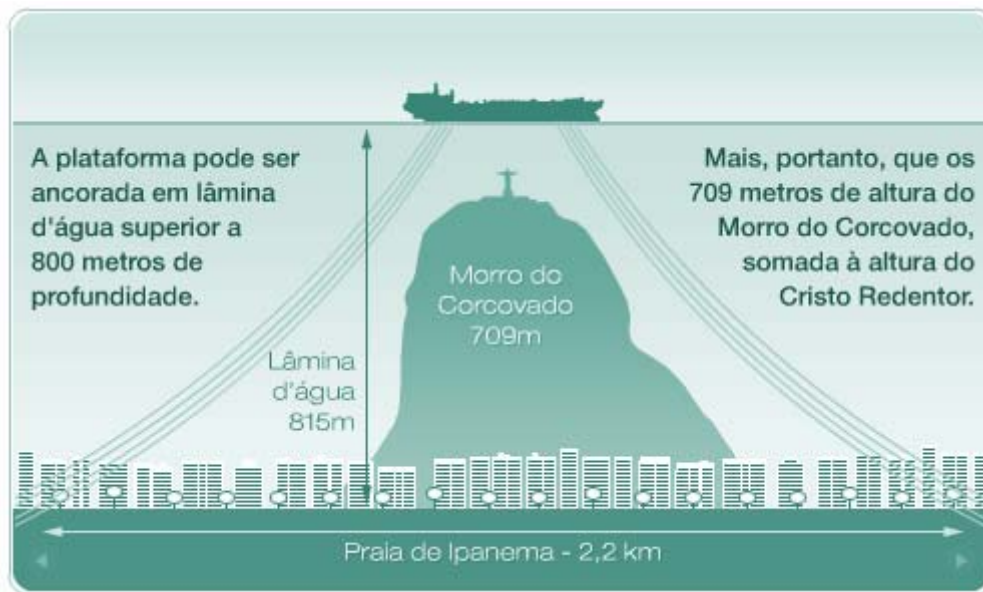


Figura 16 – Plataforma FPSO P-43 \_ Profundidade e Raio de Alcance



Figura 17 – Plataforma FPSO P-43 \_ Características Gerais

## 4 – ANÁLISE ESTRUTURAL ESTÁTICA

A análise estrutural estática realizada para uma plataforma fixa de pequeno porte é realizado para 3 casos em separado, sendo dois casos preliminares e um caso definitivo, estes casos são:

- 1 – Análise estática do convés;
- 2 – Análise estática da jaqueta;
- 3 – Análise estática do conjunto jaqueta – convés.

As análises estáticas do convés e da jaqueta em separado têm caráter apenas pré-dimensionante, sendo assim, não serão discutidas neste projeto, cabendo ressaltar apenas que:

Análise Estática do Convés: Nesta análise, a estrutura é considerada como uma estrutura em aço convencional. Métodos de condensação dos elementos da jaqueta nos nós podem ser aplicados para que se possa introduzir uma rigidez equivalente ao nó restrito do convés, sendo este método de caráter aproximado.

Os carregamentos atuantes nesta estrutura não precisam ser tão refinados e apenas o carregamento ambiental de vento pode ser aplicado. Como foi dito, esta etapa têm apenas aspecto pré-dimensionante.

Análise Estática da Jaqueta: Nesta análise, pode-se aplicar provisoriamente um carregamento estimado devido ao peso do convés na estrutura, sendo que os carregamentos de onda, corrente e peso-próprio também devem ser aplicados.

A interação solo-estrutura não precisa ser avaliada nesta etapa do projeto, uma etapa apenas com caráter pré-dimensionante têm a finalidade apenas de verificar a coerência dos perfis e seções utilizados no projeto.

Estas duas análises mencionadas acima podem proporcionar que duas equipes trabalhem em separado, cada uma com seu modelo estrutural, e que depois os dois modelos sejam adotados para se obter um modelo final no qual se possam realizar as análises completas da estrutura.

#### **4.1 – MODELO ESTRUTURAL**

O modelo estrutural adotado deve obedecer aos requisitos básicos exigidos pela empresa contratante:

- A estrutura deve ser adequada à planta de processo adotada para a plataforma;
- O pré-dimensionamento estrutural é essencial para que sejam discutidas as viabilidades da inclusão ou exclusão de elementos estruturais;
- No caso de expansão da plataforma, a estrutura anexa deve apresentar as mesmas características da estrutura já existente;
- Em muitos casos, a empresa contratante realiza um estudo que gera um projeto básico, o qual deve ser adotado como base pela empresa contratada, porém modificações são comuns no decorrer do projeto.



#### 4.2 – ELEMENTOS ESP. UTILIZADOS NO PROJ. DE PLATAFORMAS FIXAS

Nos modelo de plataformas fixas, alguns elementos não muito convencionais na engenharia civil devem ser utilizados para simularem os componentes físicos de tais estruturas, alguns destes são apresentados abaixo:

##### a) *Wishbones:*

São elementos fictícios que unem duas juntas coincidentes, isto é, as duas juntas se localizam no mesmo local geométrico do espaço.

Estes elementos são utilizados quando se quer modelar estruturas sujeitas à liberdade de movimento em apenas uma direção, como por exemplo travessas e condutores ou por exemplo estacas dentro da perna de jaqueta, porém não unidas fisicamente.

Esse elemento foi criado para simular uma conexão estrutural como apresentada abaixo:

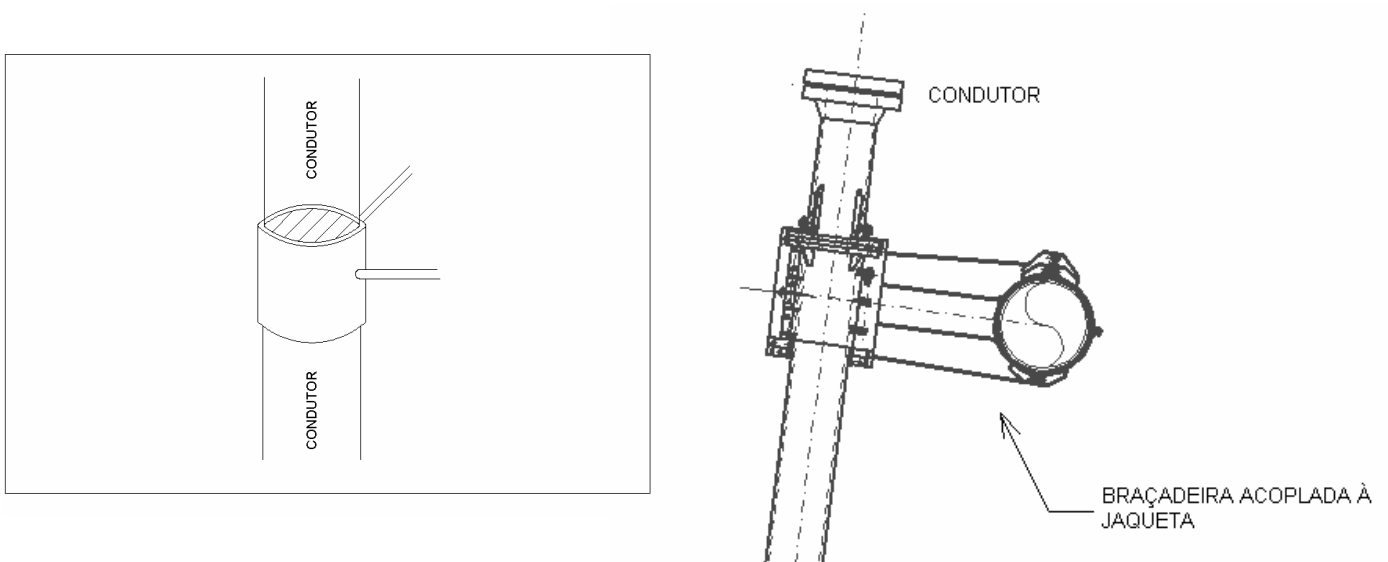


Figura 18 – WishBone \_ Travessa e Condutores

No caso apresentado acima, o condutor teria liberdade de movimento na direção longitudinal e restrição nas duas demais direções transversais.

**b) Cones e Mísulas:**

Elementos com variação de inércia podem ser necessários no desenvolvimento do modelo.

Uma possibilidade, utilizada antigamente, era a de discretizar o elemento em vários sub-elementos fazendo com que a sua propriedade fosse variando ao longo de seu comprimento. Outra possibilidade (bastante rudimentar) era a de utilizar as propriedades do elemento com suas dimensões médias.

Hoje em dia, alguns programas possibilitam a modelagem de elementos com variação linear de inércia.

É comum a utilização de cones em estruturas de jaquetas e torres e também a utilização de mísulas em vigas de conveses e helipontos, uma ilustração é apresentada abaixo:

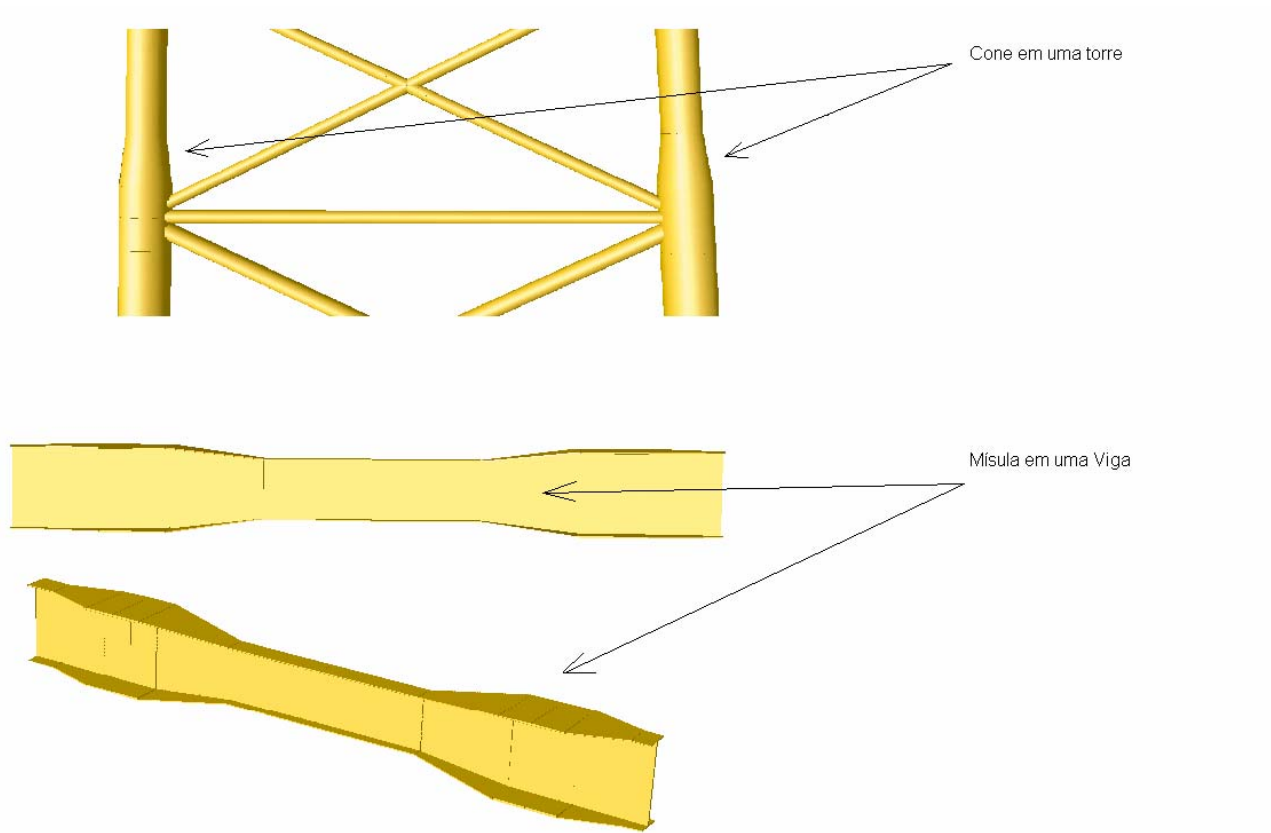


Figura 19 – Cone e Mísula

A verificação automática, baseada nas normas vigentes, realizada hoje em dia pelos programas de análise estrutural, têm como principal característica a discretização dos elementos, isto é, para um elemento estrutural, são calculadas tensões atuantes e comparadas com tensões admissíveis em vários pontos. Os programas que utilizam a verificação automática, em elementos com variação de inércia, o fazem do mesmo modo, sendo variáveis as tensões admissíveis em vários pontos do elemento.

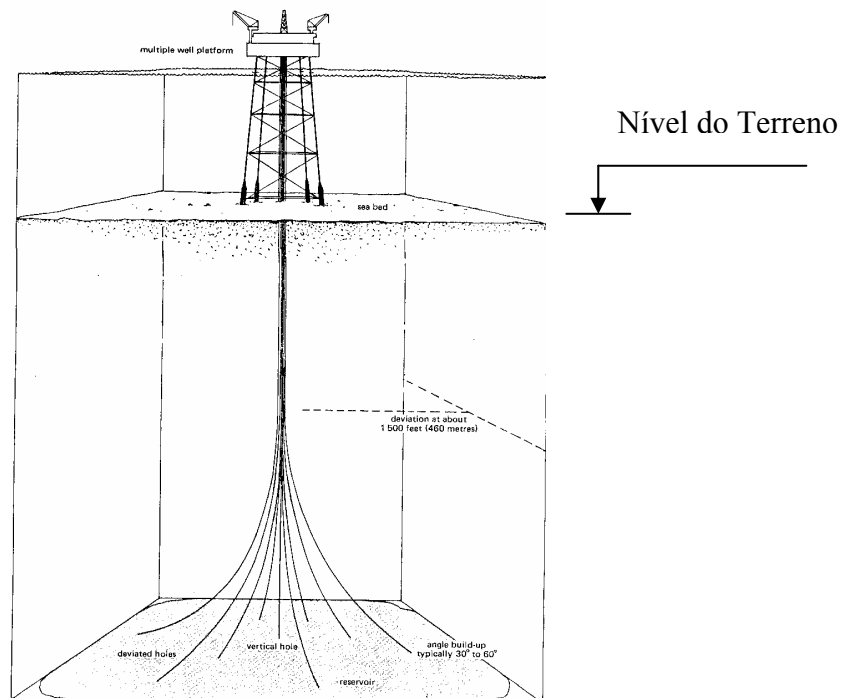
Cabe aqui ressaltar que estes elementos alteram a análise estrutural convencional, baseada em matriz de rigidez e vetores de força e deslocamento. O método dos deslocamentos (utilizado pelos programas de análise estrutural) garante formulação analítica para a introdução de elemento com variação de inércia à matriz de rigidez.

**c) Condutores:**

Os dutos são modelados com suas dimensões transversais reais e com o tipo de material específico real que foi utilizado.

Podemos ainda não modelar a estrutura do duto e apenas entrar com o carregamento proveniente deste.

Existe uma parte significativa do condutor que se encontra submerso, assim como muitos elementos da jaqueta. Elementos submetidos ao fenômeno de empuxo serão discutidos mais à frente.



**Figura 20** – Condutores de uma Plataforma Fixa

Não serão mencionados neste projeto condutores que conectam duas ou mais plataformas. As análises realizadas para estruturas de Condutores são complexas e não farão parte do escopo deste projeto.

**d) Travessas:**

As travessas são elementos intermediários da jaqueta que têm a finalidade apenas de conter lateralmente os condutores.

Sua configuração está baseada no número de condutores utilizados. Para um conjunto de apenas 4 condutores, podemos ter uma configuração como ilustrada abaixo:

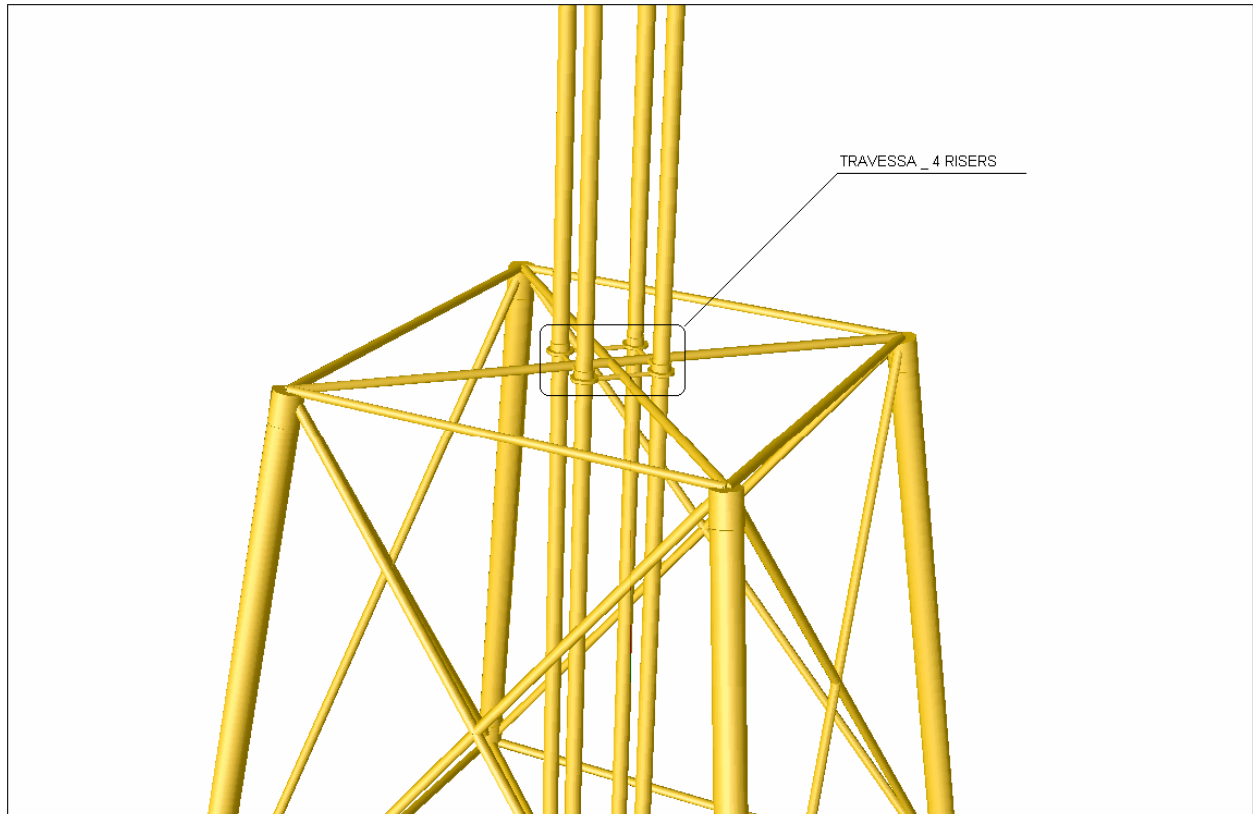


Figura 21 – Travessa de uma Plataforma Fixa com 4 Condutores

Os seus elementos são modelados com as reais dimensões estruturais adotadas no pré-dimensionamento (ou dimensionamento em separado), não esquecendo que devem apresentar wishbones, os quais foram mencionados anteriormente.

**e) Cans:**

Nos nós da jaqueta e torres de plataformas existem reforços que são necessários devido aos problemas de concentração de tensões e aos problemas de fadiga, estes reforços são materializados através de aumento da espessura dos tubos que compõem a estrutura. Estes reforços, devido à sua forma apresentam o nome de “Cans”.

Esses cans são modelados levando-se em conta as reais dimensões do tubo em aço utilizado e apresentam comprimento em função da geometria do nó. Um exemplo de reforço no nó pode ser observado na ilustração abaixo:

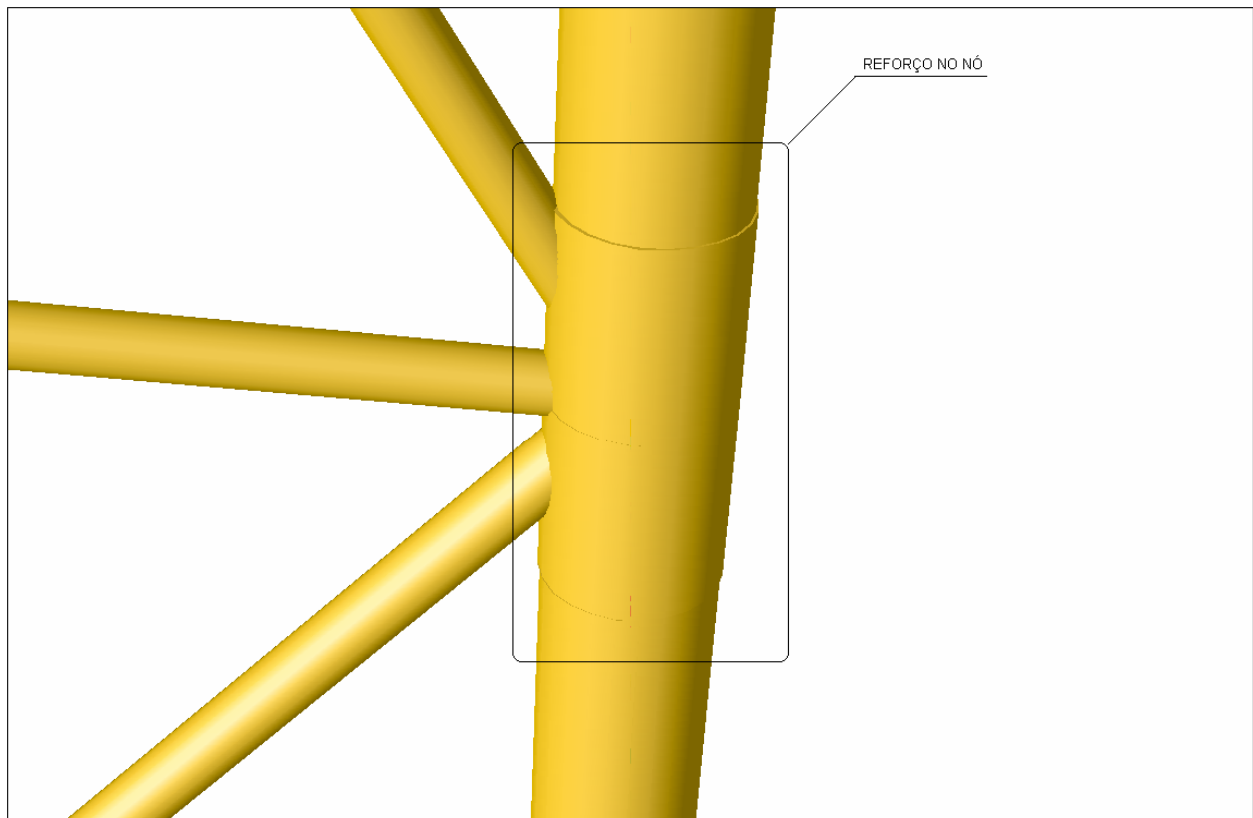


Figura 22 – Reforço no Nó

**f) Pernas da Jaqueta:**

As pernas das jaquetas são elementos que podem apresentar duas configurações diferentes nas plataformas fixas usuais com que trabalhamos no país:

f.1) Estaca Cravada por Dentro da Perna: Se a estaca é cravada por dentro da perna da jaqueta e consequentemente arrasada em seu topo, isto é, logo abaixo do suporte do convés.

Para que ocorra a união entre perna da jaqueta e estaca, é comum ser utilizado um preenchimento entre estes de concreto (grout), sendo assim, a perna da jaqueta será composta não apenas de uma seção transversal. Sua seção transversal se dará como apresentado abaixo:

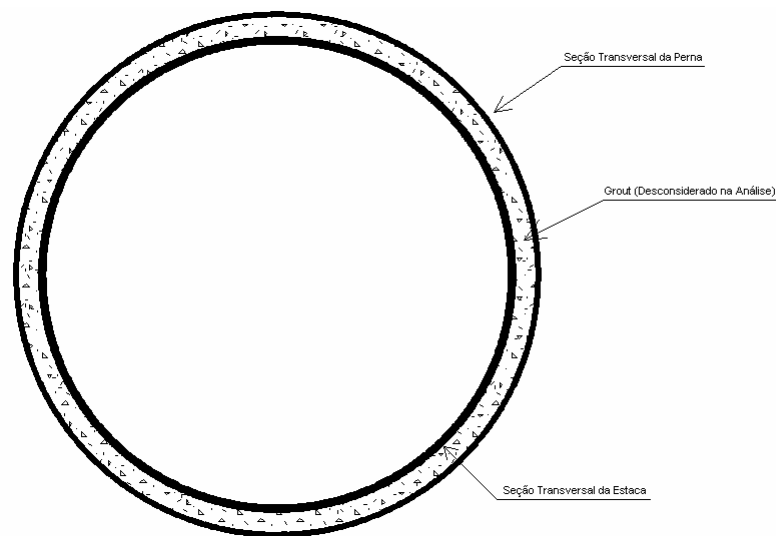


Figura 23 – Perna da Estaca

A figura acima foi modelada com as reais proporções utilizadas na perna e estaca da plataforma tomada como referência, essas dimensões são:

Diâmetro Externo da Perna = 1350 mm

Espessura da Parede da Perna = 25 mm

Diâmetro Externo da Estaca = 1220 mm

Espessura da Parede da Estaca = 38 mm

Perante o aço estrutural utilizado, o concreto pode ser desconsiderado na resistência aos esforços aplicados na perna, sendo que o seu peso deve ser considerado.

Hoje em dia, alguns programas mais avançados e que têm como foco estruturas OffShore, admitem que sejam modelados automaticamente perfis como apresentado acima.

Para programas que não apresentam o recurso mencionado acima basta apenas se fazer o cálculo manual das propriedades da seção e incorporá-las ao modelo.

f.2) Estaca Cravada por Fora da Perna: Se a estaca é cravada por fora da perna, a seção transversal da perna da estaca é simples, constituída apenas de um perfil tubular simples com diâmetro externo e espessura de parede adotados na fase de pré-dimensionamento.



**g) Placas Enrijecidas:**

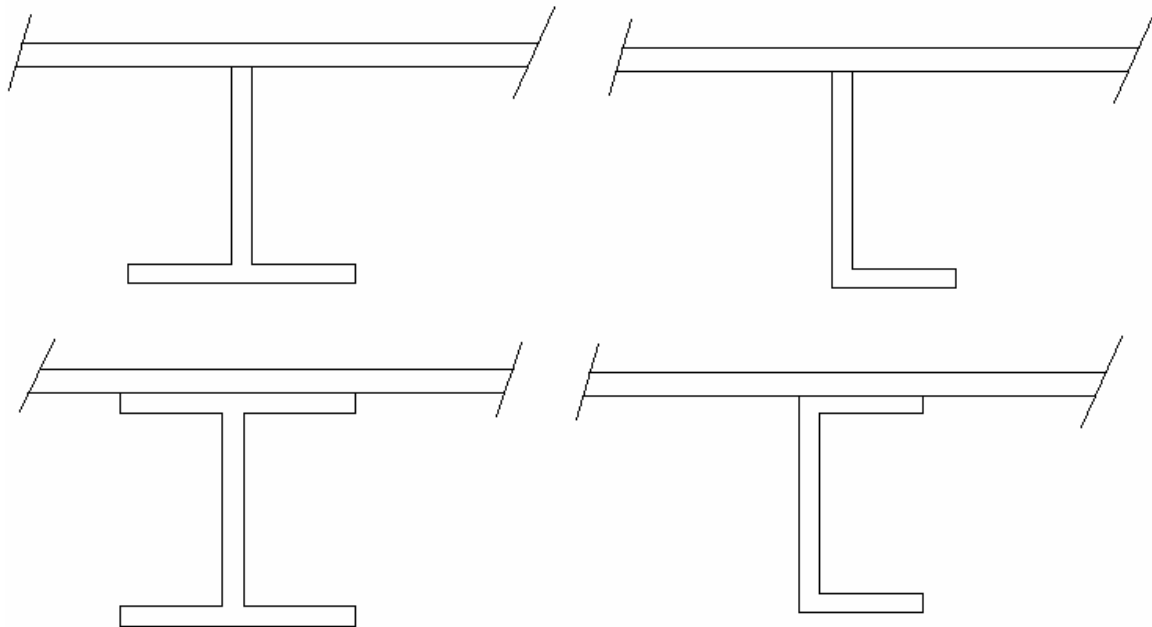
As placas de piso utilizadas em estruturas OffShore apresentam normalmente perfis utilizados para o seu enrijecimento. Estes perfis apresentam seção transversal constante e são conectados às placas através de solda.

Se as placas forem consideradas no modelo de análise, duas possibilidades podem acontecer.

A primeira é a do projetista desconsiderar a influência destes enrijecedores e trabalhar com uma estrutura menos rígida.

A segunda possibilidade é a do projetista utilizar artifícios para que seja considerada a rigidez do conjunto placa-enrijecedor.

Será apresentado a seguir o método como alguns programas levam em consideração os enrijecedores das placas.



**Figura 24** – Exemplo Típico de Enrijecedores de Placas

Placas enrijecidas são admitidas como placas isotrópicas (elemento de placa com 6 graus de liberdade que assume propriedades constantes para todas as direções) com adicional resistência fora do plano e conseqüentemente adicional resistência ao cisalhamento para representar membros paralelos unidos às placas nas direções X e Y, os quais são desacoplados, isto é, a rigidez do membro na direção X não interfere na Rigidez do membro na direção Y.

Estes elementos de placa enrijecidos contêm as propriedades da seção transversal da placa e a média das propriedades dos enrijecedores em cada direção.

A resistência ao momento fora do plano dos enrijecedores assumem uma largura efetiva devido à placa, esta largura efetiva é dada Segundo prescrição da Norma API, conforme mostra a figura abaixo:

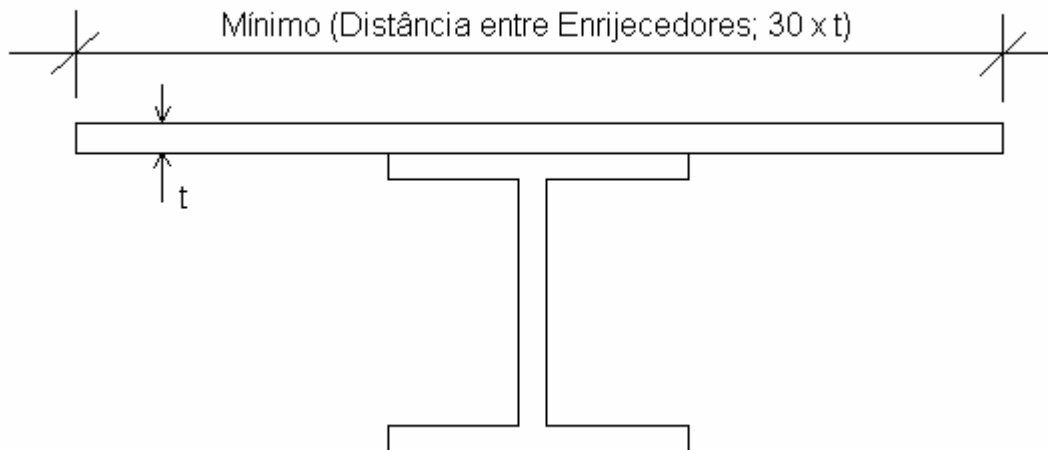


Figura 25 – Largura Colaborante Efetiva Segundo a Norma API

Elementos de placa enrijecidos são muito efetivos na modelagem. Suprimem a necessidade de inclusão de um número enorme de juntas e elementos de viga. O programa SACS realiza automaticamente a verificação de tensões para ambos, enrijecedor e placa.

### 4.3 – TÓPICOS ESPECIAIS DA ANÁLISE ESTÁTICA

#### EMPUXO

Os métodos de inclusão do empuxo em estruturas OffShore conhecidos pelo aluno e que são difundidos entre os projetistas são: o método “marine” e o método “racional”, (tanto um quanto outro podendo se apresentar também com outros nomes), baseados no princípio da mecânica dos fluidos.

h.1) Método “Marine”: É um método aproximado de se levar em consideração o empuxo. Neste método, o peso do elemento é calculado descontando-se o peso do fluido deslocado. O empuxo é aplicado em todos os membros como um carregamento distribuído de baixo para cima.

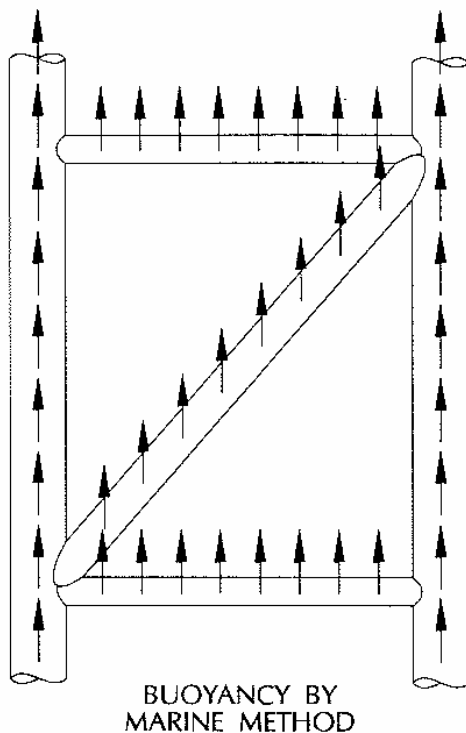


Figura 26 – Consideração do Empuxo através do Método “Marine”

Este carregamento é dado por:

$$E = Vol.\gamma_{\text{água}} = A.L.\gamma_{\text{água}}$$

$E = A.\gamma_{\text{água}}$  ← Carregamento Linear de baixo para cima para elementos de seção transversal constante.

h.2) Método “Racional”: Um outro método, menos aproximado, é o de reconhecer que o efeito da distribuição de pressões na estrutura resulta num sistema de carregamentos estruturais ao longo dos membros e cargas concentradas nos nós.

Esse carregamento é única e exclusivamente função da pressão hidrostática que apresenta assimetria de distribuição nas juntas.

Os carregamentos nas juntas consistem em forças atuando na direção de todos os encontros de juntas.

Estas forças nas juntas agem na direção que tenderia a comprimir o membro correspondente se fossem atuantes diretamente sobre este. Abaixo é ilustrado um exemplo da incorporação do empuxo segundo o método “Racional”:

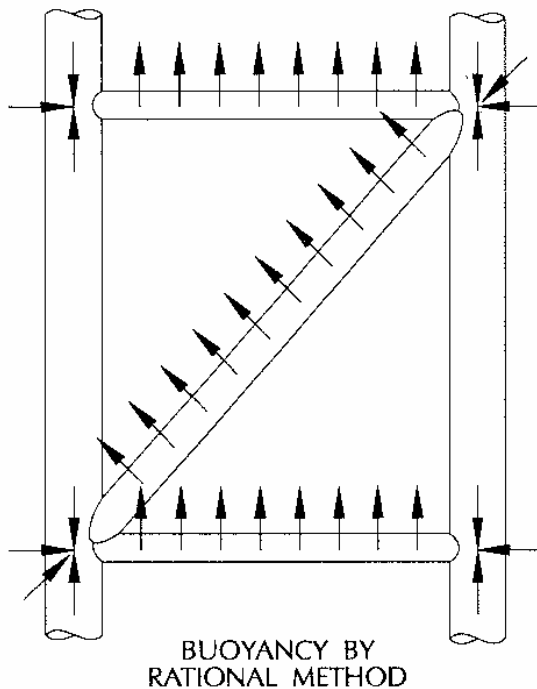


Figura 27 – Consideração do Empuxo através do Método “Racional”

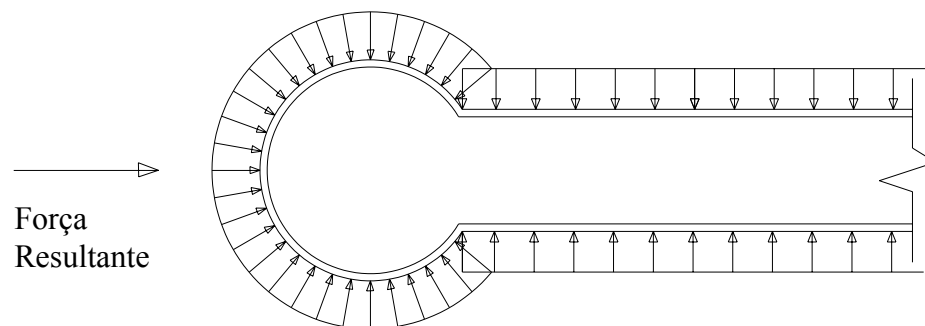


Figura 28 – Resultante de Pressões Devido à Geometria do Elemento

A magnitude do carregamento distribuído é de:

$$w := \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot D^2 \cdot \gamma \cdot \cos(\alpha) \quad (1)$$

Atentando para que:  $A_{\text{fluido desl./metro}} = \frac{1}{4} \pi D^2$

onde:  $D$  = diâmetro externo do membro;

$\gamma$  = Densidade do Fluido;

$\alpha$  = ângulo entre o membro e a sua projeção no plano horizontal.

Obs 1: Se o membro apresentar preenchimento de água em sua parte interna, teríamos:

$$w := \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot [D^2 - (D - 2 \cdot t)^2] \cdot \gamma \cdot \cos(\alpha) \quad (2)$$

sendo  $t$  a espessura da parede do membro.

Obs 2: Se o membro for não tubular, basta alterarmos na parcela relativa ao volume unitário de líquido deslocado na fórmula (1).

Como pode ser observado através das fórmulas, membros dispostos estritamente na vertical não apresentarão componente distribuído em seu comprimento para o método racional. Sendo o empuxo relativo a esses membros, função apenas da resultante de forças (para cima) em cada nó.

Os esforços nas juntas têm a magnitude de:

$$P = \gamma A d$$

Onde:  $\gamma$  = densidade do fluido;

$A$  = área da seção transversal do membro (ver Obs 2);

$d$  = profundidade de água na extremidade do membro considerado.

Uma conclusão intrínseca ao problema é a de que as resultantes devido ao empuxo devem ser iguais para os dois métodos.

VENTO

O vento aplicado em estruturas convencionais no Brasil está baseado na Norma NBR 6123:1988 que foi baseada em estudos em túneis de vento, estudos teóricos e conhecimentos práticos.

Nas estruturas OffShore, as normas internacionais são mais usuais, porém a base teórica para o cálculo nas duas situações são iguais.

O carregamento de vento atuando nos membros da estrutura, assim como em suas áreas de obstrução são dados por:

$$p = 0,634 (V_z)^2 C_s$$

Onde: p = pressão;

v = velocidade (m/s) [função da altura e da localização, como veremos à seguir];

C<sub>s</sub> = Coeficiente de Forma.

As normas API e ABS recomendam C<sub>s</sub> = 0,5 para membros tubulares e 1,5 para outros membros e superfícies planas.

A força então no membro ou área de obstrução é dada por:

$$F = p A \text{ sen}(\alpha)$$

Onde: F = força devido ao vento;

p = pressão;

A = área projetada do membro ou superfície normal à força;

α = ângulo entre a direção do vento e o eixo do membro.

Segundo as recomendações da API, a variação do vento com a altura segue a seguinte fórmula:

$$V_z = V_r \cdot \left( \frac{z}{z_r} \right)^{\frac{1}{xx}}$$

onde xx é uma valor de 07 à 13, onde normalmente é adotado 08.

V<sub>r</sub> → Velocidade de Referência;

z → Altura do nível do elemento;

z<sub>r</sub> → Altura de Referência;

$V_z \rightarrow$  Velocidade ao nível do Elemento.

Isto é:

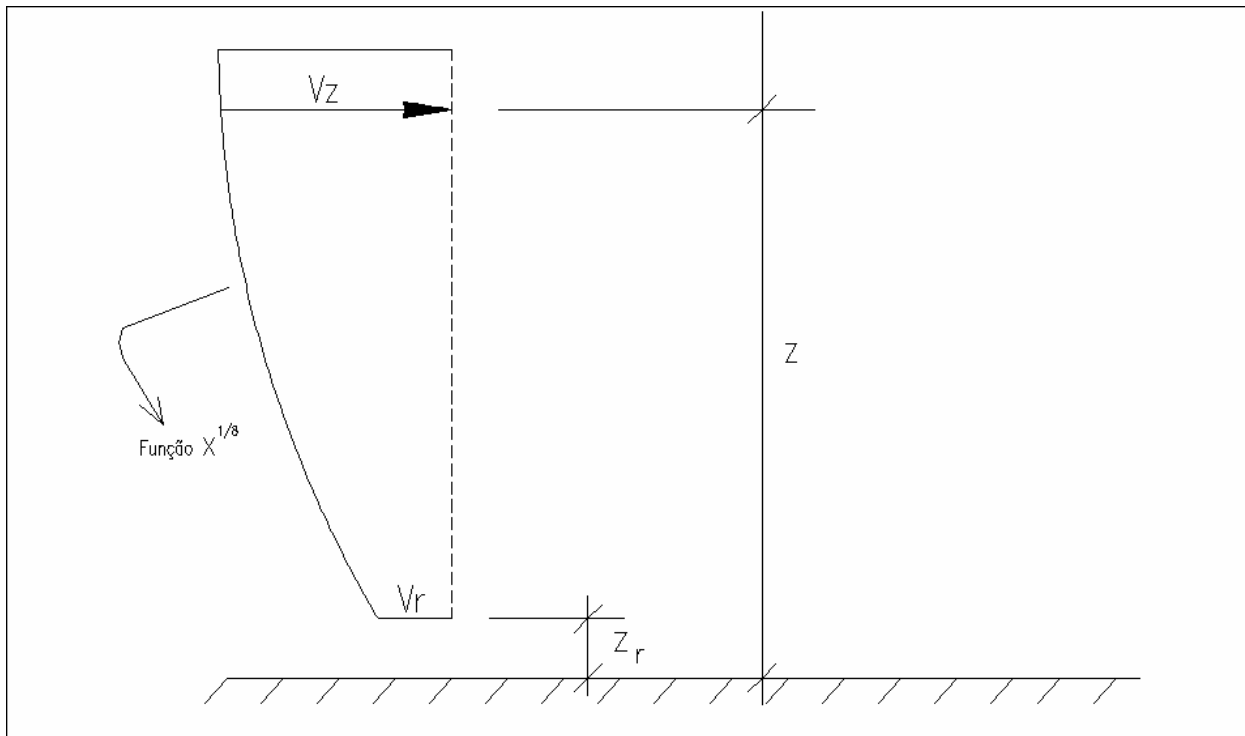


Figura 29 – Variação do Vento com a Altura

## 5 – TEORIAS DE ONDA

### 5.1 – CONSIDERAÇÕES INICIAIS

No presente contexto, serão explicitadas as principais teorias de ondas utilizadas para o carregamento de estruturas Offshore. As teorias julgadas pelo aluno relevantes, e que estão presentes no dia a dia do engenheiro Offshore serão mencionadas no decorrer desta seção em ordem de importância.

Uma introdução às principais equações da hidrodinâmica pertinentes ao assunto será abordada em seguida:

Será apresentado a seguir um esquema das principais características de uma onda:

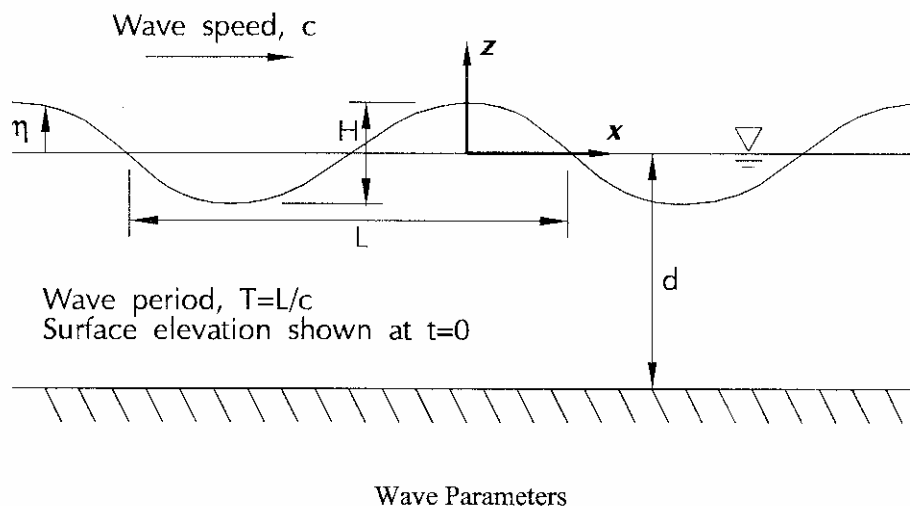


Figura 30 – Parâmetros das Ondas

Hipóteses Simplificadoras:

- a – É admitido que as ondas são bidimensionais no plano x-z;
- b – A onda se propaga sobre terreno com profundidade e rugosidade constantes;
- c – A onda progride na direção x positiva;
- d – É assumido que a onda mantém uma forma permanente;
- e – O fluido é tido como incompressível e não viscoso.

Características das Ondas:

H = Altura de onda;

L = Comprimento da onda;

t = período de onda, se caracteriza como o intervalo de tempo entre duas passagens do pico por um ponto fixo;



$c$  = velocidade de onda ou celeridade, se trata da velocidade da onda viajando através do fluido;

$\omega = 2\pi / t$ , Frequência angular da onda;

$k = 2\pi / L$ , Número de Onda;

Logo, obtêm-se:

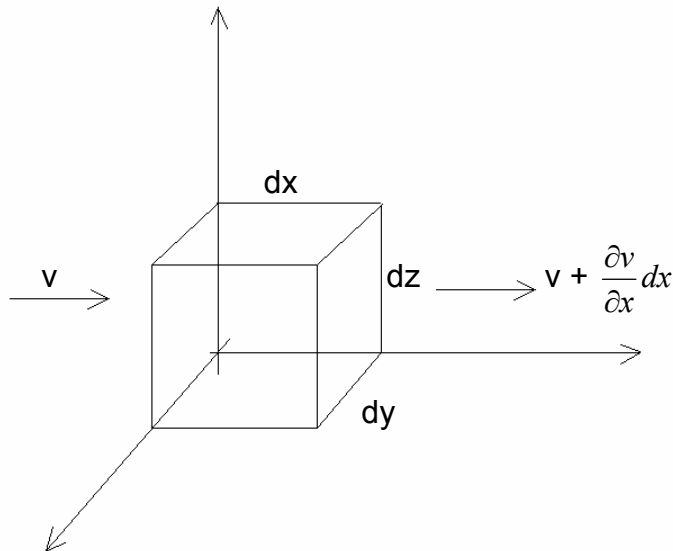
$c = \omega / k$ ;

As ondas são geralmente especificadas pela sua altura, comprimento e profundidade ( $H$ ,  $L$ ,  $d$ ) ou pela sua altura, período e profundidade ( $H$ ,  $t$ ,  $d$ ).

O objetivo de toda teoria de onda é determinar a celeridade da onda, subseqüentemente seu período e comprimento (se apropriado), visando a descrição do movimento de uma partícula através do fluido devido à onda.

## 5.2 – CONDIÇÕES DE CONTINUIDADE

Considerando um elemento diferencial de fluido imerso em um corpo d'água como mostrado abaixo e que é submetido à uma velocidade  $v$ :



Na situação mais geral, o acréscimo de massa por unidade de tempo do fluido é dado por:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = -\frac{\partial(\rho \cdot dx dy dz)}{\partial t} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz$$

O sinal negativo se deve ao fato de que o transporte de massa diminui através do elemento infinitesimal.

A equação apresentada acima está relacionada com a variação de densidade do fluido com o tempo, o que não acontece no cenário em que estamos trabalhando, fluido incompressível.

A densidade do fluido compressível pode ser expressa em termos de  $\rho(x,y,z,t)$ , enquanto que do incompressível em termos de  $\rho(x,y,z)$

A velocidade em uma direção do fluido é definida pelas funções  $u(x,y,z)$ ;  $v(x,y,z)$  e  $w(x,y,z)$ . Isto é, um ponto no espaço  $(x_0,y_0,z_0)$  apresenta componentes de velocidade  $u$ ,  $v$  e  $w$  diferentes daquelas para um ponto no espaço  $(x_1,y_1,z_1)$ .

Olhando primeiro no sentido de  $x$ , o fluxo de massa que passa através do plano  $dy \cdot dz$  durante um intervalo de tempo  $dt$  é dado por:

$$m_x = \rho \cdot u \cdot dy \cdot dz \cdot dt \quad \left\{ \begin{array}{l} m = \rho \cdot \text{volume} = \rho \cdot x \cdot y \cdot z = \rho \cdot \frac{x}{t} \cdot y \cdot z \cdot t = \rho \cdot \text{velocidade} \cdot y \cdot z \cdot t \end{array} \right.$$

Para um ponto situado em  $x + dx$  temos:

$$m_{x+dx} = \left[ \rho.u + \frac{\partial(\rho.u)}{\partial x}.dx \right].dy.dz.dt$$

$$\left( \frac{\partial m}{\partial t} \right)_x = m_{x+dx} - m_x = \left[ \rho.u + \frac{\partial(\rho.u)}{\partial x}.dx \right].dy.dz.dt - \rho.u.dy.dz.dt = \frac{\partial(\rho.u)}{\partial x}.dx.dy.dz$$

Similar para as direções  $y$  e  $z$ :

$$\left( \frac{\partial m}{\partial t} \right)_y = \frac{\partial(\rho.v)}{\partial y}.dx.dy.dz$$

$$\left( \frac{\partial m}{\partial t} \right)_z = \frac{\partial(\rho.w)}{\partial z}.dx.dy.dz$$

Combinando as seguintes equações já apresentadas, obtém-se a equação da continuidade:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz$$

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \left( \frac{\partial m}{\partial t} \right)_x + \left( \frac{\partial m}{\partial t} \right)_y + \left( \frac{\partial m}{\partial t} \right)_z$$

$$-\frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz = \left( \frac{\partial(\rho.u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho.v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho.w)}{\partial z} \right).dx.dy.dz$$

$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho.u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho.v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho.w)}{\partial z} = 0$	Equação da Continuidade
--	-------------------------

Em uma notação vetorial, essa equação se torna:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho.V) = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho.v) = 0$$

onde:

$$\nabla(\text{nabla}) = \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z}$$

Agora o fluido será tratado como incompressível, isto é, a densidade  $\rho$  é considerada constante.

Daí a equação da continuidade se torna:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \rightarrow 0 + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial(\rho u(x, y, z))}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v(x, y, z))}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w(x, y, z))}{\partial z} = 0 \quad , \text{ com } \rho \text{ constante no meio, isto é,}$$

$\rho(x, y, z) = \rho$  para todo  $x, y, z$  do meio:

$\frac{\partial u(x, y, z)}{\partial x} + \frac{\partial v(x, y, z)}{\partial y} + \frac{\partial w(x, y, z)}{\partial z} = 0$	Equação da Continuidade
--	-------------------------

Ou em uma notação vetorial mais elaborada:  $\nabla \cdot V = 0$

Se estamos trabalhando em duas dimensões, a terceira dimensão pode ser negligenciada e todos os termos nesta direção são tomados igual a zero.

### 5.3 – CONCEITO DE ESCOAMENTO POTENCIAL

A velocidade potencial de um fluido é simplesmente uma expressão matemática, sua teoria é a seguinte: A componente de velocidade em um ponto no fluido em qualquer direção escolhida é simplesmente a derivada desta função potencial, naquele ponto para a direção escolhida. Isto é:

$$u(x, y, z) = \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad \text{velocidade na direção vetorial } x$$

$$v(x, y, z) = \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad \text{velocidade na direção vetorial } y$$

$$w(x, y, z) = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad \text{velocidade na direção vetorial } z$$

Potenciais:

Se  $u$ ,  $v$  e  $w$  são componentes de velocidade nos respectivos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ , o aumento do “valor potencial” entre dois pontos A e B no fluido é definido por:

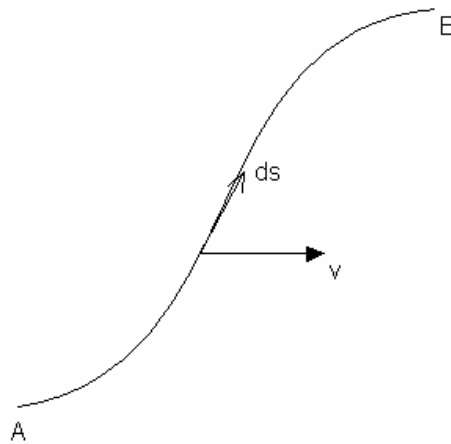


Figura 31 – Variação de potencial entre dois pontos

A variação de potencial entre dois pontos é definida por:

$$\begin{aligned} \Delta \phi_{A \rightarrow B} &= \int_A^B V \cdot ds = \int_A^B u \cdot dx + v \cdot dy + w \cdot dz \\ &= \int_A^B \frac{\partial \phi}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial \phi}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial \phi}{\partial z} \cdot dz = \int_A^B d\phi = \phi_B - \phi_A \end{aligned}$$

Isto significa que o acréscimo de potencial de A para B é independente do caminho de integração escolhido entre os pontos.

### 5.4 – EQUAÇÃO DE LAPLACE

Aplicando-se a teoria potencial à equação de continuidade temos:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0} \quad \text{Equação de Laplace}$$

Todas as teorias de onda devem satisfazer à equação acima.

Rotação Livre: Teorema derivado do conceito de escoamento potencial e que deve ser atendido em todo o domínio do fluido.

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} \rightarrow \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial \phi}{\partial y \partial x}$$

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y} \rightarrow \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial x \partial y}$$

Podemos escrever então:

$$\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

Este conceito é aplicável aos demais planos:

$$\boxed{\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0} \quad \boxed{\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} = 0} \quad \boxed{\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} = 0}$$

### 5.5 – EQUAÇÃO DE EULER

Lançando mão do conceito de que as forças viscosas são desprezíveis, podemos aplicar a segunda lei de Newton à um fluido como se segue:

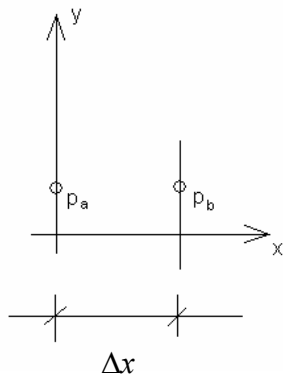
$$m.a = \sum F_{ext}$$

aceleração

$$\underbrace{\rho.dvol.}_{\text{massa}} \cdot \overbrace{\frac{DV}{Dt}} = \sum F_{ext} = F_s + F_c$$

Fc – Forças de Gravidade (de campo)

Fs – Forças aplicadas ao corpo



O gráfico ao lado mostra a diferença de pressão entre dois pontos, aplicando-se o conceito de Expansão em Série de Taylor, temos que a pressão em b pode ser expressa por:

$$p_b = p_a + \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_a \Delta x$$

As forças externas (Fs) atuando num corpo são dadas então por:

$$F = p_a \cdot dy - p_b \cdot dy$$

$$F = p_a \cdot dy - p_a \cdot dy - \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_a \Delta x \Delta y$$

$$F_x = - \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_a \Delta x \Delta y \quad (\text{na direção } x)$$

$$F_y = - \left. \frac{\partial p}{\partial y} \right|_a \Delta x \Delta y \quad (\text{na direção } y)$$

A direção z neste estudo teórico está sendo negligenciada:

$$F_s = - \left. \frac{\partial p}{\partial x} \right|_a \Delta x \Delta y - \left. \frac{\partial p}{\partial y} \right|_a \Delta x \Delta y$$

$$F_s = -\nabla p \cdot dx \cdot dy$$

Daí:

$$\rho \cdot dvol \cdot \frac{DV}{Dt} = -\nabla p \cdot dx \cdot dy = -\nabla p \cdot dvol \quad (\text{Adota-se a 3ª Dimensão unitária})$$

Note-se que as forças de campo se anulam quando submetidas ao corpo, sendo importante apenas o diferencial das pressões entre os pontos:

$$\rho \cdot \frac{DV}{Dt} = -\nabla p \quad (\text{Equação de Euler})$$

A equação de Euler pode ser escrita (aplicando-se a regra da cadeia) para cada direção no campo tridimensional como se segue:

$$\frac{Du(x, y, z, t)}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{dz}{dt}$$

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot u + \frac{\partial u}{\partial y} \cdot v + \frac{\partial u}{\partial z} \cdot w$$

Então, ainda trabalhando em termos de direção x:

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot u + \frac{\partial u}{\partial y} \cdot v + \frac{\partial u}{\partial z} \cdot w \right) = -\nabla p$$

$$\boxed{\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \cdot u + \frac{\partial u}{\partial y} \cdot v + \frac{\partial u}{\partial z} \cdot w = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}}$$

Equação de Euler para direção x

$$\boxed{\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} \cdot u + \frac{\partial v}{\partial y} \cdot v + \frac{\partial v}{\partial z} \cdot w = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}}$$

Equação de Euler para direção y

$$\boxed{\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial x} \cdot u + \frac{\partial w}{\partial y} \cdot v + \frac{\partial w}{\partial z} \cdot w = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}}$$

Equação de Euler para direção z

Essas equações apresentadas acima, como já foi dito, estão relacionadas diretamente apenas ao fluido não viscoso e incompressível.



### 5.6 – EQUAÇÃO DE BERNOULLI

Os termos baseados em velocidade escalar da equação de Euler acima podem ser escritos em forma de velocidade potencial  $\phi$  por:

$$u. \frac{\partial u}{\partial x} = \underbrace{\frac{\partial \phi}{\partial x}}_u \underbrace{\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}}_{u'(x)} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} [f(g(x))]' = f'(g(x)) \cdot g'(x) \\ \text{com } f(g(x)) = \frac{\partial \phi}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 \right] = 2 \cdot \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \cdot \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right) \end{array} \right.$$

e para as outras direções:

$$v. \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2$$

$$w. \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2$$

Substituindo a equação acima na equação de Euler para cada direção temos:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (\text{Equação de Euler})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{p}{\rho} \right) = 0$$

Sendo para as outras direções:

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{p}{\rho} \right) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{p}{\rho} \right) = 0$$

Integrando qualquer uma das direções temos:

$$\int \partial \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{p}{\rho} \right) = \int 0 dx$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} V^2 + \frac{p}{\rho} = const.$$

onde  $V^2 = u^2 + v^2 + w^2$

Se a parcela das forças de campo for incorporada à equação de Euler já apresentada, e trabalharmos em termos de campo tridimensional:

$$\rho \cdot dvol \cdot \frac{DV}{Dt} = -\nabla p \cdot dvol + \rho \cdot g \cdot dvol$$

$$\rho \cdot \frac{DV}{Dt} = -\nabla p + \rho \cdot g, \text{ gerando assim:}$$

$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} V^2 + \frac{p}{\rho} + g \cdot z = const.$	Equação de Bernoulli
--	----------------------

Para um fluido estacionário ou estável a componente  $\frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$ , neste caso a equação de Bernoulli pode ser apresentada também da seguinte forma:

$$\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 + p + g \cdot z \cdot \rho = const. \quad \text{Equação de Bernoulli}$$

Obs: Um fluxo estacionário ou estável é aquele que em qualquer ponto escolhido, a velocidade é constante e independente do tempo. Um fluxo não-estacionário é aquele que não satisfaz a relação acima. Ondas são um bom exemplo de fluxo não-estacionário.

### 5.7 – CONDIÇÕES DE CONTORNO GERAL DAS ONDAS

Até agora, foram apresentadas as equações da mecânica dos fluidos relevantes neste relatório, a partir deste momento, algumas dessas equações que foram apresentadas serão aplicadas efetivamente.

As condições de contorno que serão apresentadas a seguir estão relacionadas ao perfil já apresentado na Figura 32, e que será exposto novamente abaixo com algumas considerações:

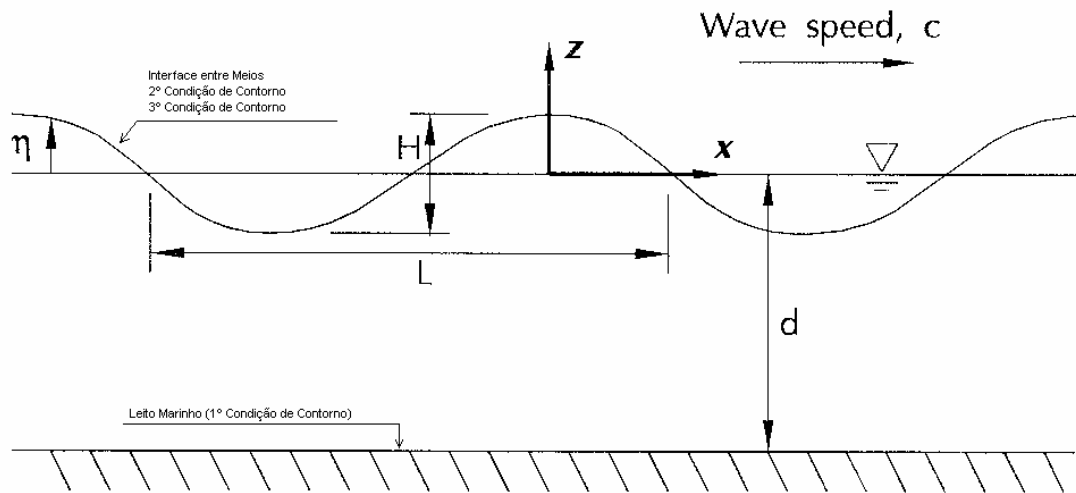
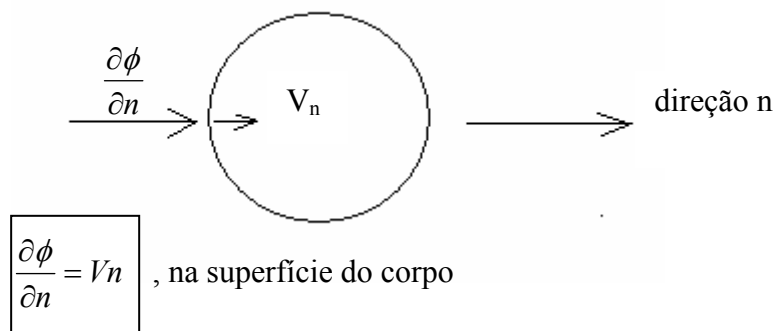


Figura 32 – Perfil de Onda (Teoria Bidimensional)

#### 1ª Condição de Contorno: (Sea Bed Boundary Condition)

Para o caso de um corpo se movendo através de um fluido homogêneo, a condição de contorno apropriada é a de que as componentes normais da velocidade na superfície do corpo são impostas pelo fluido adjacente à este corpo. Em geral:



onde n é a direção normal à superfície e  $V_n$  é a velocidade da superfície nesta direção.

Se o corpo é rígido, como o leito marinho, então  $V_n$  é nulo

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = -d$$

**2º Condição de Contorno:** (Free Surface Dynamic Boundary Condition)

A pressão  $p$  na superfície livre do fluido ( $z = \eta$ ) é igual à pressão atmosférica,  $p_0$ . Essa condição de contorno será apresentada em cada teoria de onda separadamente, deixando de lado o seu enfoque geral.

**3º Condição de Contorno:** (Free Surface Kynematic Boundary Condition)

A pressão na superfície livre em termos da equação de Bernoulli é constante. Esta hipótese é imposta devido à adoção de que a pressão atmosférica (imediatamente acima do fluido) é ela mesma constante e que a superfície não é contaminada.

Como já vimos anteriormente, a equação de Bernoulli pode ser escrita da forma:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] + g.z = \text{const.} \quad (\text{Caso bidimensional})$$

## 6 – TEORIA LINEAR DE ONDA

A interface entre meios é uma parte do contorno do domínio fluido e está sujeita a uma campo de pressão constante dado pela pressão atmosférica, nesta superfície não há restrição geométrica, estando o fluido livre para se movimentar.

Qualquer perturbação que acarrete uma variação de pressão no fluido próximo à superfície livre, acarreta um movimento de massa fluida em busca do equilíbrio com a pressão atmosférica e com isso mudança de forma desta superfície.

Chamamos de onda de gravidade ao movimento oscilatório de um fluido devido à efeitos gravitacionais ocasionado pela presença de superfície livre.

SH Sphaier – Ondas de Gravidade / Julho de 2004 – COPPE-UFRJ

Também conhecida como Teoria da Pequena Amplitude de Onda, Teoria de Ayri ou Teoria Senoidal.

Duas dificuldades ocorrem quando se tenta obter uma solução exata para o problema formulado para o cenário da onda bidimensional. A primeira é a de que as condições de contorno na superfície livre são não-lineares e a segunda é a de que as condições de contorno são tomadas em  $z = \eta(x,t)$ , que inicialmente não é conhecido, devido à não conhecermos a equação que rege a geometria da onda, nem sua variação com o tempo.

Note-se que aqui não podemos apenas estabelecer uma função (talvez apenas de aspecto senoidal) para descrever a geometria da onda, obrigatoriamente temos que as condições de contorno devem ser atendidas em todo o domínio.

A solução mais simples e que é apresentada neste tópico é a de procurar uma solução linear, tomando-se a altura de onda  $H$  sendo muito menor que ambos comprimento de onda  $L$  e profundidade  $d$ , isto é  $H \ll L, d$ .

No limite, se as amplitudes forem nulas o movimento das partículas fluidas é nulo. Sendo assim, podemos ver que os termos não lineares (produto entre termos) nas condições de contorno serão então muito pequenos com  $H \ll L, d$ .

Com  $H \rightarrow 0$ , a condição de contorno na superfície livre pode agora ser aplicada diretamente no nível d'água em  $z = 0$ .

## 6.1 – DESENVOLVIMENTO TEÓRICO

Condição de Contorno Dinâmica:

As pressões na superfície de contato entre meios deve ser igual, sendo assim, a velocidade da partícula, normal à superfície livre é igual a velocidade da superfície livre naquela direção, isto é:

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad \text{em } z = 0$$

Condição de Contorno Cinemática:

Os termos não-lineares (produto) são tomados como inexpressivos em comparação com os demais:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + g\eta = 0 \quad \text{em } z = 0 \quad \text{ou} \quad \eta(x,t) = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi(x, z = 0, t)}{\partial t}$$

As duas equações acima podem ser combinadas gerando assim:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = 0$$

Basicamente temos o seguinte:

$$\nabla^2 \phi(x, z, t) = 0 \quad \text{em todo o domínio do fluido} \quad (\text{Equação de Laplace}) \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = 0 \quad (2^\circ \text{ e } 3^\circ \text{ Condições de Contorno \_ item 5.7})$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = -d \quad (1^\circ \text{ Condição de Contorno \_ item 5.7})$$

Devemos focar apenas nestas três equações acima e tentar achar uma solução para  $\phi(x, z, t)$  que às atenda.

Podemos supor que a solução da equação da Laplace pode ser escrita como o produto de funções de uma única variável. Assim admitimos que a função  $\phi(x,z,t)$  pode ser escrita como o produto de três funções,  $F(x)$ ,  $G(z)$  e  $H(t)$ .

$$\phi(x, z, t) = F(x).G(z).H(t)$$

E substituindo na equação de Laplace:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad \rightarrow \quad F''(x).G(z).H(t) + F(x).G''(z).H(t) = 0$$

ou então:

$$F''(x).G(z) = -F(x).G''(z)$$

Como o primeiro membro é função exclusivamente de x e o segundo membro é função somente de z, a igualdade só é possível se:

$$\frac{F''(x)}{F(x)} = -\frac{G''(z)}{G(z)} = \pm k^2 \quad \text{sendo } k \text{ constante}$$

Devemos agora focar em encontrar F(x), G(z) e H(t)

Hipóteses:

a) Se  $+k^2$

$$F''(x) - k^2.F(x) = 0 \rightarrow F(x) = e^{(\pm k.x)}$$

$$\begin{aligned} G''(z) + k^2.G(z) = 0 &\rightarrow G(z) = \cos(k.z) \rightarrow G(z) = e^{(\pm i.k.z)} \\ &\rightarrow G(z) = \text{sen}(k.z) \end{aligned}$$

b) Se  $-k^2$

$$\begin{aligned} F''(x) + k^2.F(x) = 0 &\rightarrow F(x) = \cos(k.x) \rightarrow G(z) = e^{(\pm i.k.x)} \\ &\rightarrow F(x) = \text{sen}(k.x) \end{aligned}$$

$$G''(z) - k^2.G(z) = 0 \rightarrow G(z) = e^{(\pm k.z)}$$

A escolha do sinal associado a  $k^2$  e por conseguinte da forma das soluções em x e z dependerá das condições de contorno.

Analisando alguns casos:

1 – Ondas em um domínio com profundidade infinita

(a) Não são possíveis soluções que cresçam ou decresçam infinitamente com a distância  $x$ , isto é, não podemos aceitar:

$$F(x) = e^{(\pm k \cdot x)}$$

que pela equação  $\eta(x,t) = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} = -\frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial t}(F(x), G(z), H(t)) = -\frac{1}{g} \cdot F(x) \cdot G(z) \cdot \frac{\partial}{\partial t} H(t)$  a onda

assumiria uma elevação incoerente para grandes valores de  $x$ :

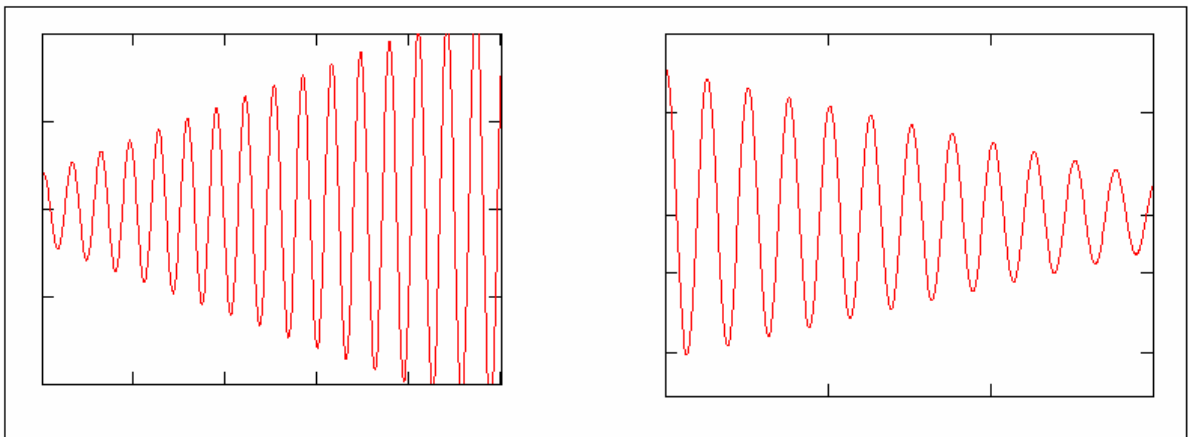


Figura 33 – Variação de  $\eta$  com  $x$  se adotado  $F(x) = e^{(+k \cdot x)}$  e  $F(x) = e^{(-k \cdot x)}$



(b) Não podemos aceitar soluções do tipo que cresçam infinitamente com a profundidade z:

$$G(z) = e^{(-k.z)} = e^{(-z.k)}$$

Isto é devido ao preceito de que  $\lim_{z \rightarrow -\infty} \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0$

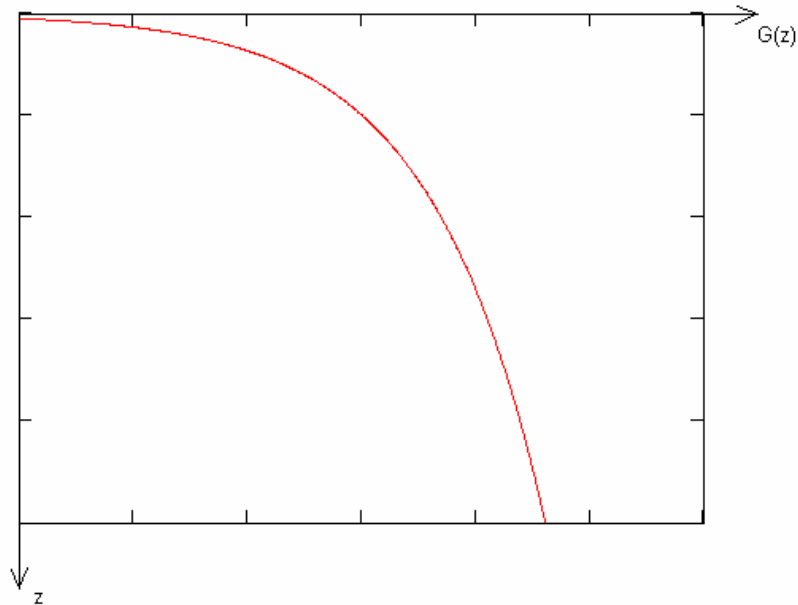


Figura 34 – Variação de  $\phi$  com z se adotado  $G(z) = e^{(-z.k)}$

(c) A solução deverá ser do tipo

$$\phi = \sum H(t).e^{(kz)}.[A.\cos(k.x) + B.\text{sen}(k.x)]$$

ou na forma complexa:

$$\phi = \sum H(t).e^{(kz)}.[C.e^{(i.k.x)} + D.e^{(-i.k.x)}]$$

onde A, B C e D são coeficientes a serem definidos.

2 – Ondas em um domínio com profundidade finita d

(a) Não podemos admitir também soluções do tipo  $F(x) = e^{(\pm k.x)}$  pelas mesmas razões apresentadas no item anterior.

(b) No fundo,

$$\frac{\partial \phi(z = -d)}{\partial z} = 0 \rightarrow \frac{\partial(F(x).G(z).H(t))}{\partial z} = 0 \rightarrow F(x).H(t). \frac{\partial(G(z))}{\partial z} = 0$$

Logo, a solução em G(z) não pode ser indefinidamente crescente, devendo então obrigatoriamente ser uma combinação dada por:

$$G(z) = b_1.e^{(k.z)} + b_2.e^{(-k.z)}$$

Usando a condição de contorno no fundo  $G'(z = -d) = 0$  na expressão acima temos:

$$G'(z) = b_1.k.e^{(k.z)} - b_2.k.e^{(-k.z)} = 0$$

e então:

$$b_1.k.e^{(k.z)} = b_2.k.e^{(-k.z)} = \frac{1}{2}.a \quad (\text{Utilizado por conveniência})$$

Número    Número

temos que:

$$G(z) = b_1.e^{(k.z)} + b_2.e^{(-k.z)}$$

$$G(z) = b_1.e^{(k.z)}.e^{(k.d)}.e^{(-k.d)} + b_2.e^{(-k.z)}.e^{(k.d)}.e^{(-k.d)}$$

$$G(z) = b_1.e^{(-k.d)}.e^{(k.z)}.e^{(k.d)} + b_2.e^{(k.d)}.e^{(-k.z)}.e^{(-k.d)}$$

$$G(z) = \frac{1}{2}.a.(e^{k.(z+d)} + e^{-k.(z+d)})$$

$$G(z) = a.\cosh[k(z + d)]$$

↑  
constante

(c) A solução então é da forma :

$$\phi = \sum H(t). \cosh[k.(z + d)]. [A \cos(kx) + B. \text{sen}(kx)]$$

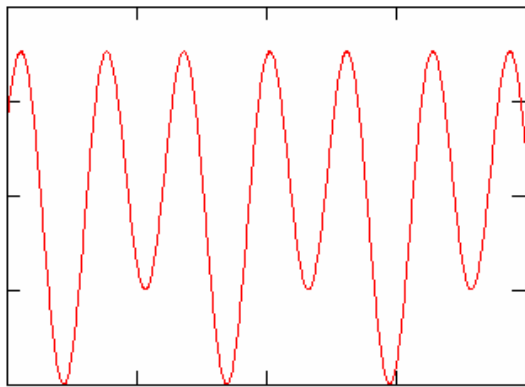
A constante,  $a$ , na equação de  $G(z)$  está contida dentro das constantes A e B.

Em notação complexa:

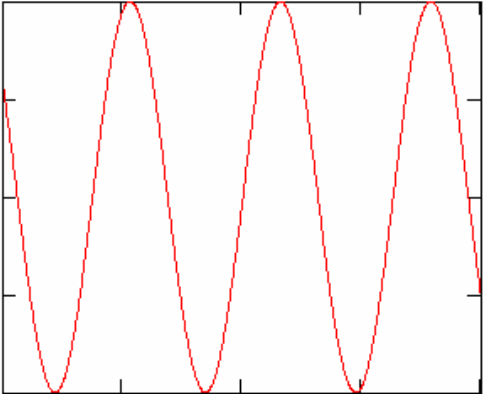
$$\phi = \sum H(t). \cosh[k.(z + d)]. [C.e^{(i.k.x)} + D.e^{(-i.k.x)}]$$

A expressão acima é a solução da equação de Laplace satisfazendo a condição de contorno no fundo e condições para  $x \rightarrow \pm\infty$ .

Considerando-se uma onda monocromática:



Onda não-monocromática, do tipo  
 $F(x) = A.\sin(C.x) + B.\cos(D.x)$



Onda monocromática, do tipo  
 $F(x) = A.\sin(C.x)$

$$\phi = H(t). \cosh[k.(z + d)]. [B.\text{sen}(kx)] = H(t). \cosh[k.(z + d)]. B.e^{(-i.k.x)}$$

Como essa função é harmônica em  $x$ , o parâmetro  $k$  representa a periodicidade em  $x$ , de forma que  $L$  é o comprimento de onda, então:

$$k.L = 2.\pi \rightarrow k = 2.\pi/L$$

Ao parâmetro acima chamamos número de onda.

A condição de contorno na superfície livre nos leva ao conhecimento do parâmetro  $H(t)$ :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} + g.\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{para } z = 0$$

$$\frac{\partial^2 [F(x).G(z).H(t)]}{\partial t^2} + g \cdot \frac{\partial [F(x).G(z).H(t)]}{\partial z} = 0$$

$$F(x).G(z).H''(t) + g.F(x).G(z).H'(t) = 0$$

$$\frac{H''(t)}{H(t)} = -g \cdot \frac{G'(z)}{G(z)} \quad \text{para } z = 0$$

$$G(z) = a \cdot \cosh[k(z + d)]$$

$$G'(z) = a \cdot k \cdot \sinh[k(z + d)]$$

$$\frac{G'(z)}{G(z)} = \frac{a \cdot k \cdot \sinh[k.(z + d)]}{a \cdot \cosh[k.(z + d)]} = k \cdot \tanh[k.(z + d)]$$

$$\frac{G'(z = 0)}{G(z = 0)} = k \cdot \tanh(k.d)$$

$$\frac{H''(t)}{H(t)} = -g \cdot k \cdot \tanh(k.d)$$

Sendo g, k, tanh(k.d) → positivo;

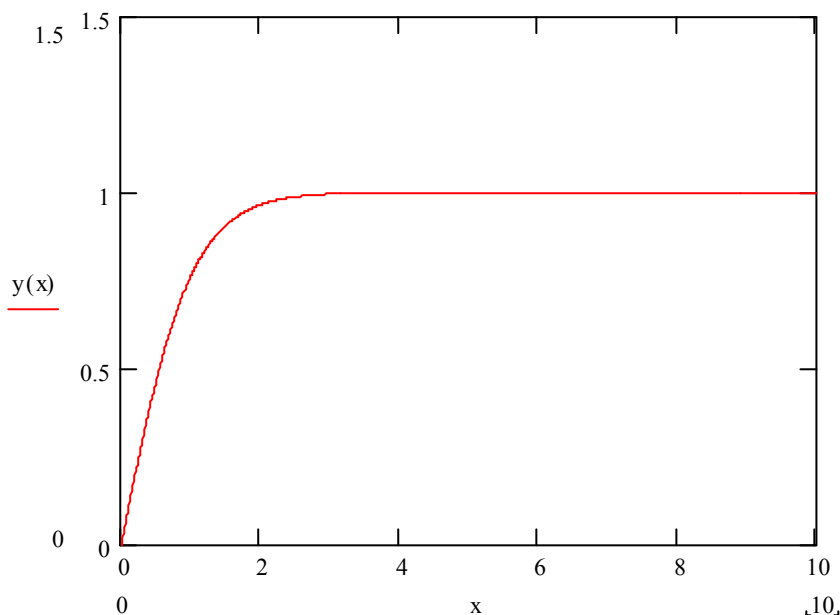


Figura 35 – Variação da Tangente hiperbólica dada por  $y(x) = \tanh(x)$

Sendo assim podemos escrever:

$$w^2 = g \cdot k \cdot \tanh(k.d)$$

E:

$$\frac{H''(t)}{H(t)} = -g.k.\tanh(k.d) = -w^2$$

$$H''(t) + w^2.H(t) = 0$$

que têm solução da forma:

$$H(t) = A.e^{(i.w.t)} + B.e^{(-i.w.t)} = A.\cos(w.t) + B.\sin(w.t)$$

Se T é o período de onda, então:

$$w.T = 2.\pi$$

Admitindo A = i.a e B = 0, teremos:

$$\phi(x, z, t) = i.a.\cosh[k.(z + d)].e^{[i.(w.t - k.x)]}$$

A condição de contorno dinâmica a ser satisfeita na superfície livre:

$$\eta = -\frac{1}{g}.\frac{\partial\phi}{\partial t}(x, z = 0, t)$$

Desta resulta:

$$\eta = \frac{w}{g}.a.\cosh(k.d).e^{i.(w.t - k.x)}$$

Ou considerando somente a parte real:

$$\eta = \underbrace{\frac{w}{g}.a.\cosh(k.d)}_{\text{Número}}.\cos(w.t - k.x)$$

$\eta = \eta_0.\cos(w.t - k.x) \leftarrow$  Devido à elevação de onda apresentar somente termos lineares, denotou-se essa teoria de Teoria Linear de Onda.

onde  $\eta_0 = \frac{w}{g}.a.\cosh(k.d)$  é a amplitude da onda

Assim chegamos em:

$$\phi(x, z, t) = i.\frac{\eta_0.g}{w}.\frac{\cosh[k.(z + d)]}{\cosh(k.d)}.e^{[i.(w.t - k.x)]}$$

$$\phi(x, z, t) = \frac{g.H}{2.w}.\frac{\cosh[k.(z + d)]}{\cosh(k.d)}.\sin[k.x - w.t]$$

## 6.2 – CAMPOS DE VELOCIDADE E DE ACELERAÇÃO

Uma vez determinada a função potencial de velocidades podemos determinar o campo de velocidades através de:

$$v = \nabla \phi = \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\partial \phi}{\partial z}$$

isto é, as componentes  $v_x$  e  $v_z$  são dadas por:

$$v_x = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\pi.H}{T} \cdot \frac{\cosh[k.(z+d)]}{\sinh(k.d)} \cdot \cos(k.x - w.t)$$

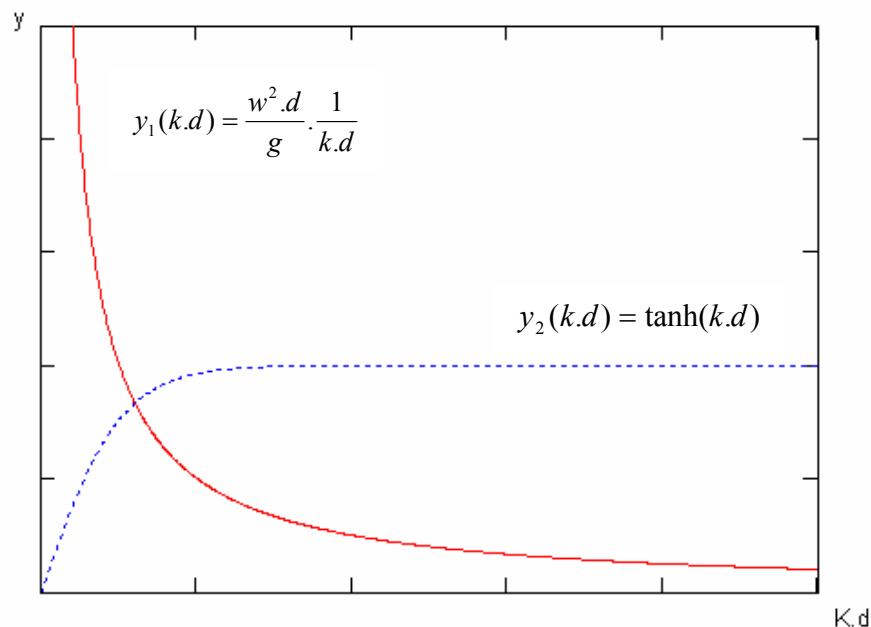
$$v_z = \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\pi.H}{T} \cdot \frac{\sinh[k.(z+d)]}{\sinh(k.d)} \cdot \sin(k.x - w.t)$$

onde apenas o parâmetro  $k$  deve ser obtido, daí o nome teoria linear.  $k$  é dado por:

$$w^2 = g.k.\tanh(k.d) \quad (\text{Equação da Dispersão})$$

Fazendo:  $y_1(k.d) = \frac{w^2.d}{g} \cdot \frac{1}{k.d}$        $y_2(k.d) = \tanh(k.d)$

Podemos extrair a solução da equação acima através de gráfico:

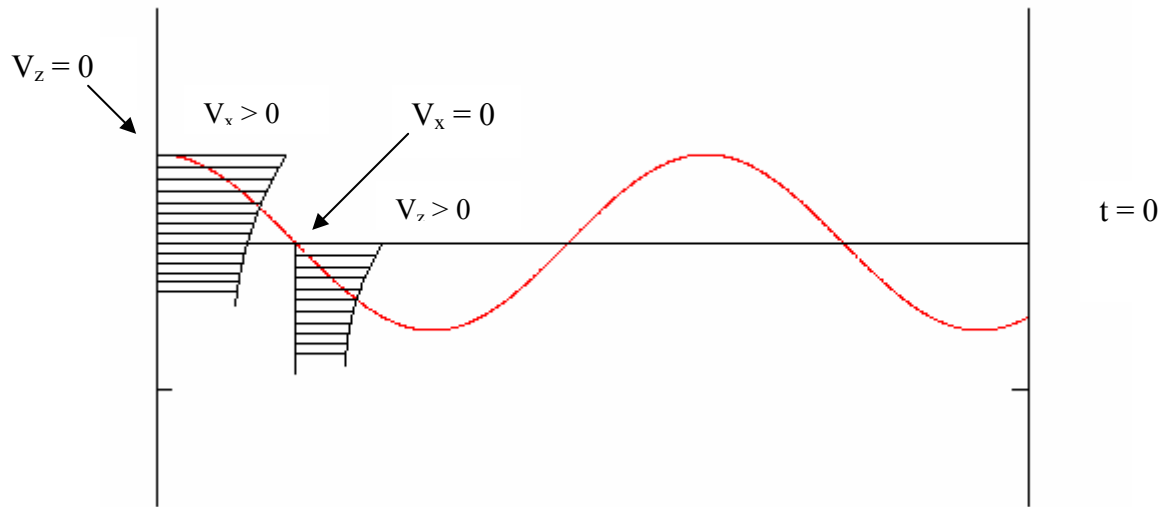


**Figura 36** – Obtenção do Parâmetro  $k$  através de Gráfico

Outra maneira é a de obter este parâmetro como solução da equação dada por:

$$\frac{w^2}{g} - k.\tanh(k.d) = 0 \quad \text{Através de métodos iterativos de obtenção de zero de funções.}$$

Observando a equação de  $v_x$ , podemos afirmar que quando  $\eta$  é máximo,  $v_x$  é máximo. Por outro lado,  $v_z$  é máximo quando  $\eta$  é nulo e decrescente com  $x$ . Observe:



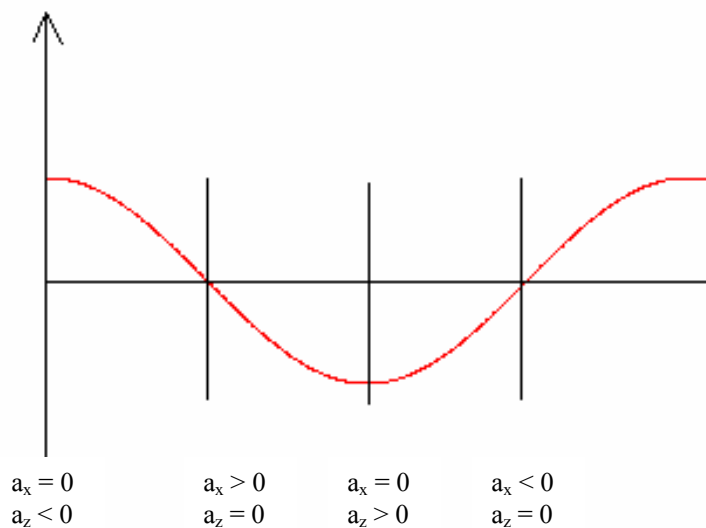
**Figura 37** – Distribuição de Velocidades nos Pontos Críticos da Onda

A aceleração é dada por:

$$a_x = \frac{\partial v_x}{\partial t} = \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot H}{T^2} \cdot \frac{\cosh[k \cdot (z + d)]}{\sinh(k \cdot d)} \cdot \sin(k \cdot x - w \cdot t)$$

$$a_z = \frac{\partial v_z}{\partial t} = -\frac{2 \cdot \pi^2 \cdot H}{T^2} \cdot \frac{\sinh[k \cdot (z + d)]}{\sinh(k \cdot d)} \cdot \cos(k \cdot x - w \cdot t)$$

A aceleração horizontal é máxima quando  $\eta$  é nulo e decrescente. A aceleração vertical é máxima quando  $\eta$  é mínimo.



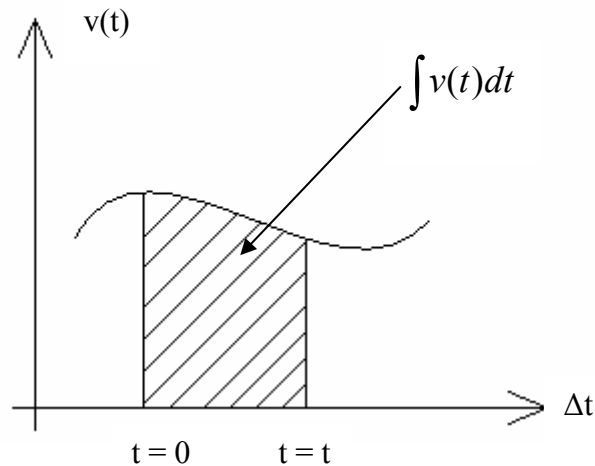
**Figura 38** – Distribuição de Acelerações nos Pontos Críticos da Onda

### 6.3 – ÓRBITAS DAS PARTÍCULAS

Temos da física clássica que:

$$v(t) = \frac{x_f(t) - x_0}{\Delta t}$$

$$v(t) \cdot \Delta t = x_f(t) - x_0$$



$$x_f(t) = x_0 + \int_0^t v_x(t, x_f, z_f) dt$$

Do mesmo modo:

$$z_f(t) = z_0 + \int_0^t v_z(t, x_f, z_f) dt$$

A dificuldade de solucionar estas equações deve-se a termos que integram estas funções  $v_x$  e  $v_z$  ao longo da trajetória, que é desconhecida.

Se adotarmos que a órbita das partículas permanece nas proximidades do ponto inicial e expandirmos as funções  $v_x$  e  $v_z$  em série de Taylor em torno da posição média temos:

$$v_x(t, x_f, z_f) = v_x(t, x_0, z_0) + \underbrace{(x_f - x_0)}_{\Delta x} \cdot \frac{\partial v_x}{\partial x}(t, x_0, z_0) + \underbrace{(z_f - z_0)}_{\Delta z} \cdot \frac{\partial v_x}{\partial z}(t, x_0, z_0) + \dots$$

Do mesmo modo:

$$v_z(t, x_f, z_f) = v_z(t, x_0, z_0) + (x_f - x_0) \cdot \frac{\partial v_z}{\partial x}(t, x_0, z_0) + (z_f - z_0) \cdot \frac{\partial v_z}{\partial z}(t, x_0, z_0) + \dots$$



Trabalhando em termos de proximidade do ponto inicial:

$$v_x(t, x_f, z_f) = v_x(t, x_0, z_0) = \frac{\partial \phi}{\partial x}(t, x_0, z_0)$$

$$v_z(t, x_f, z_f) = v_z(t, x_0, z_0) = \frac{\partial \phi}{\partial z}(t, x_0, z_0)$$

Assim sendo, as órbitas são definidas por:

$$x - x_0 = \int_0^t \frac{\partial \phi}{\partial x}(t, x_0, z_0).dt$$

$$x - x_0 = \int_0^t \left[ \eta_0 \cdot w \cdot \frac{\cosh[k.(z_0 + d)]}{\sinh(k.d)} \cdot \cos(w.t - k.x_0) \right] dt$$

$$x - x_0 = \eta_0 \cdot \frac{\cosh[k.(z_0 + d)]}{\sinh(k.d)} \cdot \sin(w.t - k.x_0)$$

Para z temos:

$$z - z_0 = \int_0^t \frac{\partial \phi}{\partial z}(t, x_0, z_0).dt$$

$$z - z_0 = \int_0^t \left[ -\eta_0 \cdot w \cdot \frac{\sinh[k.(z_0 + d)]}{\sinh(k.d)} \cdot \sin(w.t - k.x_0) \right] dt$$

$$z - z_0 = \eta_0 \cdot \frac{\sinh[k.(z_0 + d)]}{\sinh(k.d)} \cdot \cos(w.t - k.x_0)$$

Fazendo que:

$$\frac{(x - x_0) \cdot \sinh(k.d)}{\eta_0 \cdot \cosh[k.(z_0 + d)]} = \sin(w.t - k.x_0)$$

e

$$\frac{(z - z_0) \cdot \sinh(k.d)}{\eta_0 \cdot \sinh[k.(z_0 + d)]} = \cos(w.t - k.x_0)$$

Aplicaremos a equação:

$$\sin^2(w.t - k.x_0) + \cos^2(w.t - k.x_0) = 1$$

Daí:

$$\frac{(x - x_0)^2}{(\cosh[k \cdot (z_0 + d)])^2} + \frac{(z - z_0)^2}{(\sinh[k \cdot (z_0 + d)])^2} = \left( \frac{\eta_0}{\sinh(k \cdot d)} \right)^2$$

Isto é:

$$\frac{(x - x_0)^2}{A^2} + \frac{(z - z_0)^2}{B^2} = C^2$$

Esta equação indica que as órbitas das partículas são elípticas.

**1º Observação)**

$z_0 = 0 \rightarrow$  Superfície Livre

$$(x - x_0) = \eta_0 \cdot \frac{\cosh(k \cdot d)}{\sinh(k \cdot d)} \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x_0)$$

$$(z - z_0) = \eta_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x_0)$$

O movimento, na direção vertical, da partícula está associada à elevação de onda na teoria linear de onda, lembrando que  $\eta = \eta_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot x_0)$

**2º Observação)**

$z_0 = -d \rightarrow$  No fundo

$$(x - x_0) = \eta_0 \cdot \frac{1}{\sinh(k \cdot d)} \cdot \sin(\omega \cdot t - k \cdot x_0)$$

$$(z - z_0) = 0 \quad [\sinh(0)] = 0$$

Isto é, a partícula apenas executa um movimento harmônico horizontal, sem movimento de ascensão, de acordo com a premissa da teoria.

Vale lembrar que segundo a teoria e a fórmula apresentadas acima, o movimento da partícula no fundo, na direção x, cresce segundo uma função senoidal na direção x positiva, chega a um valor máximo de deslocamento e decresce segundo a mesma função senoidal até um máximo deslocamento negativo.

Como a função oscila em torno do valor  $x_0$  podemos dizer que o deslocamento absoluto da partícula é dado por  $x_0$  sendo que essa oscila em torno deste valor.

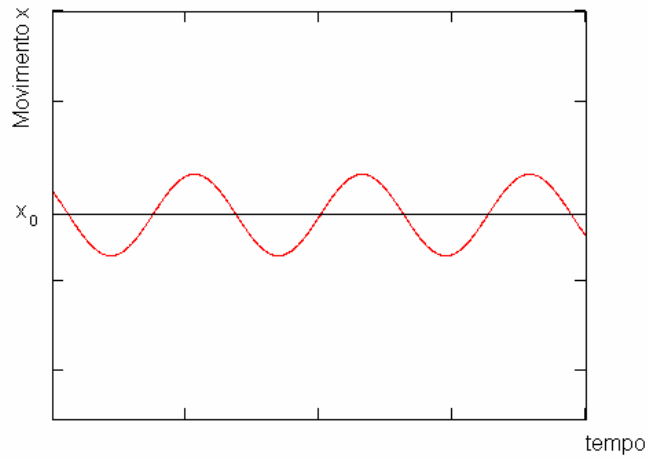


Figura 39 – Movimento da Partícula no Fundo, na Direção Vetorial x.

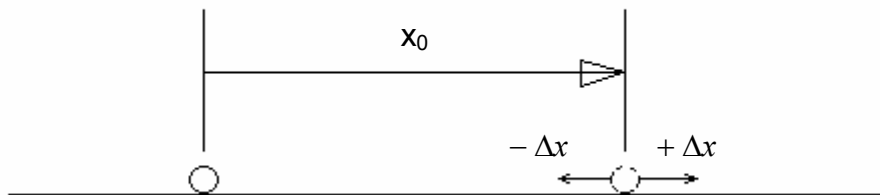


Figura 40 – Movimento da Partícula no Fundo, na Direção Vetorial x, Notação Vetorial.

A visualização das órbitas, em todo o domínio do fluido, segundo a teoria linear de onda pode ser observada abaixo:

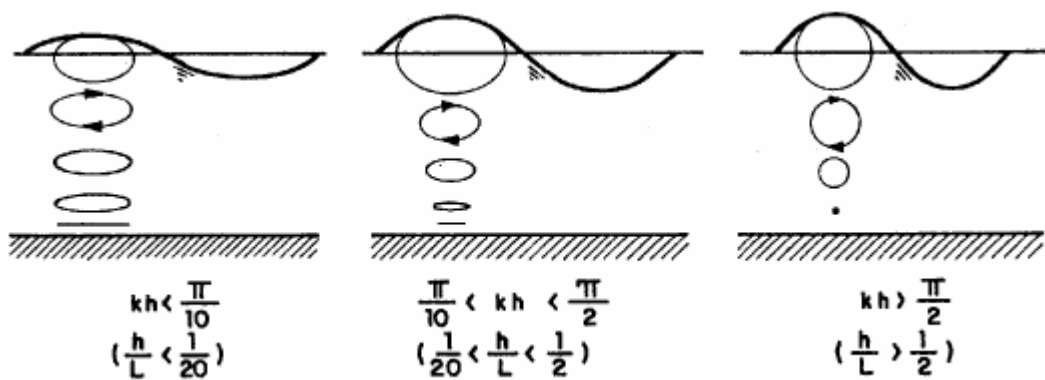


Figura 41 – Órbitas das Partículas Fluidas

### 6.4 – DISTRIBUIÇÃO DE PRESSÕES

uma vez obtido o potencial de velocidades podemos determinar a pressão em qualquer ponto do escoamento:

$$p = -\rho \cdot \frac{\partial \phi}{\partial t} - \rho \cdot g \cdot z \quad (\text{Equação de Bernoulli})$$

Sob a superfície livre em  $z = 0$ , temos:

$$p = -\rho \cdot \frac{\partial \phi}{\partial t} (z = 0) - 0$$

$$p = -\rho \cdot \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{g \cdot H}{2 \cdot w} \cdot \frac{\cosh[k \cdot (0 + d)]}{\cosh(k \cdot d)} \cdot \sin(k \cdot x - w \cdot t) \right]$$

$$p = -\rho \cdot \frac{g \cdot H}{2 \cdot w} \cdot \cos(k \cdot x - w \cdot t) \cdot (-w)$$

$$p = \rho \cdot g \cdot \frac{H}{2} \cdot \cos(k \cdot x - w \cdot t) \quad \text{sabendo que: } \eta = \frac{H}{2} \cdot \cos(k \cdot x - w \cdot t)$$

$$p = \rho \cdot g \cdot \eta$$

Isto é, a pressão dinâmica na superfície  $z = 0$  é igual à pressão hidrostática de uma coluna de água correspondente a elevação da superfície livre local.

A figura abaixo mostra o diagrama de pressões como discutido acima:

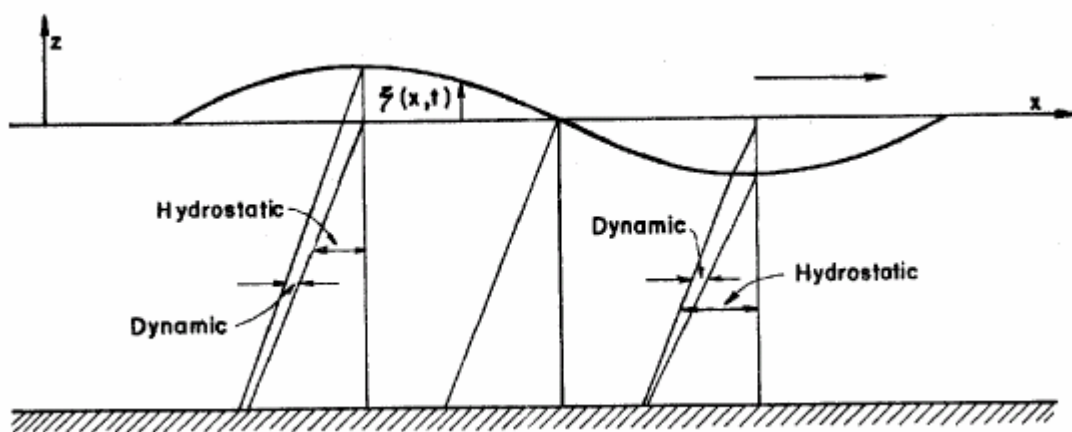


Figura 44 – Distribuição das Pressões em Onda, com a Profundidade.

Resumindo, as principais equações da Teoria Linear de Ondas são apresentadas no quadro abaixo:

Velocity potential	$\phi = \frac{\pi H \cosh(ks)}{kT \sinh(kd)} \sin \theta$ $= \frac{gH \cosh(ks)}{2\omega \cosh(kd)} \sin \theta$	$s = z + d$
Dispersion relation	$c^2 = \frac{\omega^2}{k^2} = \frac{g}{k} \tanh(kd)$	
Surface elevation	$\eta = \frac{H}{2} \cos \theta$	
Horizontal particle displacement	$\xi = \frac{H \cosh(ks)}{2 \sinh(kd)} \sin \theta$	
Vertical particle displacement	$\zeta = \frac{H \sinh(ks)}{2 \sinh(kd)} \cos \theta$	
Horizontal particle velocity	$u = \frac{\pi H \cosh(ks)}{T \sinh(kd)} \cos \theta$	
Vertical particle velocity	$w = \frac{\pi H \sinh(ks)}{T \sinh(kd)} \sin \theta$	
Horizontal particle acceleration	$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{2\pi^2 H \cosh(ks)}{T^2 \sinh(kd)} \sin \theta$	
Vertical particle acceleration	$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{2\pi^2 H \sinh(ks)}{T^2 \sinh(kd)} \cos \theta$	
Pressure	$p = -\rho g z + \frac{1}{2} \rho g H \frac{\cosh(ks)}{\cosh(kd)} \cos \theta$	
Group velocity	$c_G = \frac{1}{2} \left[ 1 + \frac{2kd}{\sinh(2kd)} \right] c$	
Average energy density	$E = \frac{1}{8} \rho g H^2$	
Energy flux	$P = E c_G$	
Radiation stress	$S_{xx} = \left[ \frac{1}{2} + \frac{2kd}{\sinh(2kd)} \right] E$ $S_{xy} = S_{yx} = 0$ $S_{yy} = \left[ \frac{kd}{\sinh(2kd)} \right] E$	

Algumas simplificações das equações acima podem ser feitas dependendo da magnitude da profundidade da onda relativo ao comprimento de onda. As simplificações são baseadas na aplicação dos valores assintóticos da função tanh.

Note que para um argumento  $x$  grande,  $\tanh(x) \rightarrow 1$  Esta suposição é válida para  $x > \pi$ .

Para  $x$  pequeno,  $\tanh(x) \rightarrow x$

Da discussão acima, os limites para águas profundas e águas rasas podem ser consideradas como:

<i>Aproximação</i>	<i>Critério</i>	<i>Fórmula do Comprimento de Onda</i>
Águas Profundas	$d/L > \frac{1}{2}$	$L = gT^2 / 2\pi$
Águas Rasas	$d/L < \frac{1}{20}$	$L = T \cdot \sqrt{g \cdot d}$

Outras expressões podem ser simplificadas pelas seguintes aproximações:

Águas Profundas:  $\frac{\cosh(k.s)}{\sinh(k.d)} = \frac{\sinh(k.s)}{\sinh(k.d)} = e^{k.y}$

Águas Rasas:  $\frac{\cosh(k.s)}{\sinh(k.d)} = \frac{1}{k.d}$        $\frac{\sinh(k.s)}{\sinh(k.d)} = \frac{1}{k.d}$

A órbita das partículas para diferentes profundidades já foi apresentada na Figura 41.

As fórmulas para Águas Rasas e Águas Profundas estão apresentados abaixo:

	Shallow Water	Deep Water
Range of validity	$kd < \frac{\pi}{10}$ $\frac{d}{L} < \frac{1}{20}$ $\frac{d}{gT^2} < 0.0025$	$kd > \pi$ $\frac{d}{L} > \frac{1}{2}$ $\frac{d}{gT^2} > 0.08$
Velocity potential	$\phi = \frac{\pi H}{k^2 T d} \sin \theta$ $= \frac{gH}{2\omega} \sin \theta$	$\phi = \frac{\pi H}{kT} e^{kz} \sin \theta$ $= \frac{gH}{2\omega} e^{kz} \sin \theta$
Dispersion relation	$c^2 = \frac{\omega^2}{k^2} = gd$	$c^2 = c_0^2 = \frac{\omega^2}{k^2} = \frac{g}{k}$
Wave length	$L = T \sqrt{gd}$	$L = L_0 = gT^2 / 2\pi$
Surface elevation	$\eta = \frac{H}{2} \cos \theta$	$\eta = \frac{H}{2} \cos \theta$
Horizontal particle displacement	$\xi = -\frac{H}{2kd} \sin \theta$	$\xi = -\frac{H}{2} e^{kz} \sin \theta$
Vertical particle displacement	$\zeta = \frac{H}{2} \left(1 + \frac{z}{d}\right) \cos \theta$	$\zeta = \frac{H}{2} e^{kz} \cos \theta$
Horizontal particle velocity	$u = \frac{\pi H}{T(kd)} \cos \theta$	$u = \frac{\pi H}{T} e^{kz} \cos \theta$
Vertical particle velocity	$w = \frac{\pi H}{T} \left(1 + \frac{z}{d}\right) \sin \theta$	$w = \frac{\pi H}{T} e^{kz} \sin \theta$
Horizontal particle acceleration	$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{2\pi^2 H}{T^2 (kd)} \sin \theta$	$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{2\pi^2 H}{T^2} e^{kz} \sin \theta$
Vertical particle acceleration	$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{2\pi^2 H}{T^2} \left(1 + \frac{z}{d}\right) \cos \theta$	$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{2\pi^2 H}{T^2} e^{kz} \cos \theta$
Pressure	$p = -\rho g z + \frac{1}{2} \rho g H \cos \theta$	$p = -\rho g z + \frac{1}{2} \rho g H e^{kz} \cos \theta$
Group velocity	$c_G = c$	$c_G = \frac{1}{2} c$
Average energy density	$E = \frac{1}{8} \rho g H^2$	$E = \frac{1}{8} \rho g H^2$
Energy flux	$P = Ec$	$P = \frac{1}{2} Ec$
Radiation stress	$S_{xx} = \frac{3}{2} E$ $S_{xy} = S_{yx} = 0$ $S_{yy} = \frac{1}{2} E$	$S_{xx} = \frac{1}{2} E$ $S_{xy} = S_{yx} = 0$ $S_{yy} = 0$

## 7 – FORÇAS DE ONDA E CORRENTE

Nesta etapa é apresentada apenas a consideração do efeito estático da onda atuando na estrutura.

Em geral, carregamentos em membros, devido à força de onda, são carregamentos distribuídos não-lineares, que podem ser considerados através de uma discretização do membro em várias partes.

A força resultante distribuída atuando no membro devido ao movimento da partícula fluida é calculada utilizando a equação de Morrison. Para membros de jaqueta, em que as seções transversais são menores que o comprimento de onda e que a distância entre membros, a teoria acima é eficaz.

A resultante de força, por unidade de comprimento,  $F$ , apresenta uma componente normal ao cilindro,  $F_n$  e uma componente ao longo do eixo do cilindro,  $F_t$ .

$$F = F_n + F_t$$

Cada uma dessas duas componentes podem ser expressas como função do movimento da partícula de fluido utilizando a equação de Morrison. A velocidade da partícula é função da onda e da corrente.

Na direção normal, a equação é:

$$F_n = F_{Dn} + F_{In}$$

onde:

$$F_{Dn} = \frac{1}{2} \cdot C_{Dn} \cdot D \cdot \rho \cdot V_n \cdot |V_n| \quad (\text{Forças de Arrasto})$$

$$F_{In} = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot C_{Mn} \cdot D^2 \cdot \rho \cdot \frac{\partial V_n}{\partial t} \quad (\text{Forças de Inércia})$$

onde:

$C_{Dn}$  = Coeficiente de Arrasto para Escoamento Normal ao Membro;

$C_{Mn}$  = Coeficiente de Inércia para Escoamento Normal ao Membro;

$D$  = Diâmetro do Membro;

$\rho$  = Densidade do Fluido;



$V_n$  = Componente de Velocidade Relativa da Partícula do Fluido, Baseada na Teoria de Onda adotada e Velocidade de Corrente.

Na direção Tangente ao membro, onde a componente de inércia é muito menor que a componente de arrasto temos que:

$$F_t = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot C_{Dt} \cdot D \cdot \rho \cdot V_t \cdot |V_t|$$

$C_{Dt}$  = Coeficiente de Arrasto para Escoamento Tangencial ao Membro;

$D$  = Diâmetro do Membro;

$\rho$  = Densidade do Fluido;

$V_t$  = Componente de Velocidade Relativa à partícula do Fluido.

Temos que:

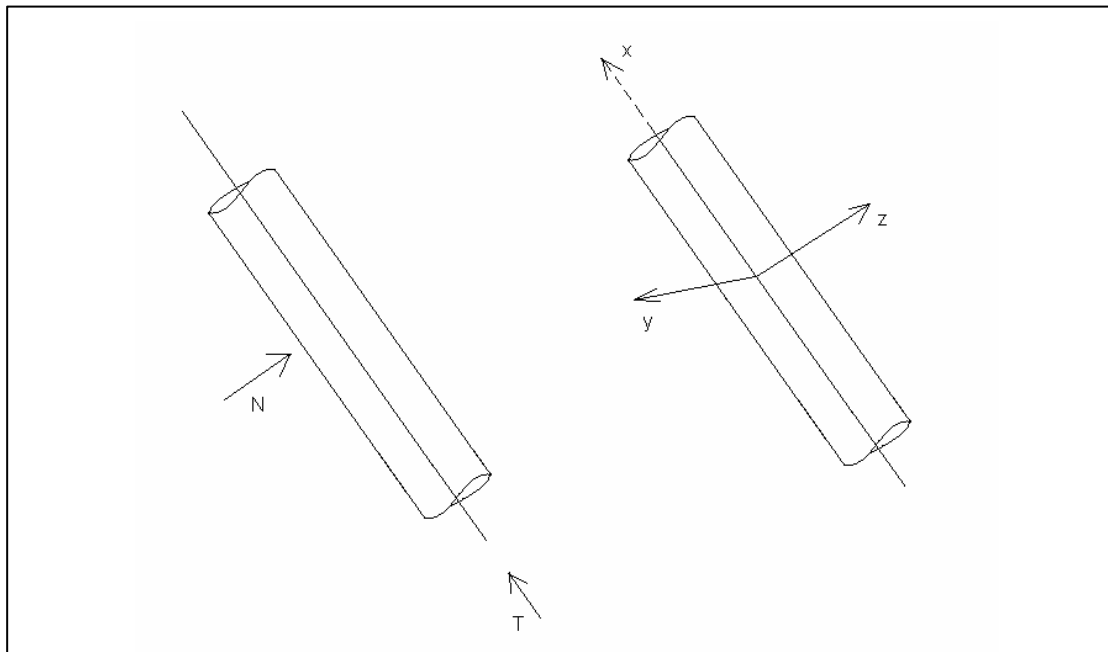


Figura 43 – Direção Normal e Tangencial ao Membro

As várias forças podem ser unidas e aplicadas às coordenadas locais do membro através de:

$$F_x = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot C_{Dt} \cdot D \cdot \rho \cdot |V_t| \cdot V_t$$

$$F_y = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot C_{Dn} \cdot D \cdot \rho \cdot |V_n| \cdot V_y + \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot C_{Mn} \cdot D^2 \cdot \rho \cdot \frac{\partial V_y}{\partial y}$$

$$F_z = \frac{1}{2} \pi \cdot C_{Dn} \cdot D \cdot \rho \cdot |V_n| \cdot V_z + \frac{1}{4} \pi \cdot C_{Mn} \cdot D^2 \cdot \rho \cdot \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

Para membros não cilíndricos, as equações acima são modificadas para se levar em consideração o não comportamento hidrodinâmico igual em y e z, as equações para membros não cilíndricos estão apresentadas abaixo:

$$F_x = \frac{1}{4} \pi \cdot C_{Dt} \cdot (D_y + D_z) \cdot \rho \cdot |V_t| \cdot V_t$$

$$F_y = \frac{1}{2} \pi \cdot C_{Dy} \cdot D_y \cdot \rho \cdot |V_n| \cdot V_y + \frac{1}{4} \pi \cdot C_{My} \cdot D_y^2 \cdot \rho \cdot \frac{\partial V_y}{\partial y}$$

$$F_z = \frac{1}{2} \pi \cdot C_{Dz} \cdot D_z \cdot \rho \cdot |V_n| \cdot V_z + \frac{1}{4} \pi \cdot C_{Mz} \cdot D_z^2 \cdot \rho \cdot \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

onde:

$C_{Dy}, C_{Dz}$  = Coeficiente de Arrasto para Escoamento nas Direções Locais y e z, respectivamente;

$D_y, D_z$  = Altura Efetiva do Membro para Escoamento nas Direções Locais y e z;

obs: O aumento da seção transversal dos elementos devido à incrustação marinha, assim como o próprio enrugamento do membro devido à incrustação, devem ser consideradas. Esta proporciona um aumento na força atuante no membro devido à onda, vide equações acima.

Os coeficientes de Inércia e de Arrasto dos elementos podem ser obtidos através de bibliografia especializada, atentando para o fato de que estes são dependentes do diâmetro do membro, número de Reynolds e rugosidade. Um exemplo de Coeficientes de Inércia e de Arrasto é ilustrado abaixo:

Diam(inch)	Coefficient of Drag		Coefficient of Inertia	
	Normal	Tangential	Normal	Tangential
12.0	0.610	0.0	1.39	0.0
24.0	0.665	0.0	1.40	0.0
48.0	0.720	0.0	1.45	0.0
72.0	0.756	0.0	1.67	0.0
96.0	0.781	0.0	1.67	0.0
120.0	0.799	0.0	1.71	0.0

Values for other diameters are determined through linear interpolation.

A norma DNV – DET NORSKE VERITAS é muito atenciosa no item relativo à coeficientes de arrasto e Coeficientes de Inércia.

Coeficientes de arrasto e Inércia podem variar devido à incrustação marinha, estes coeficientes são abordados pela DNV no seu respectivo item.

## 8 – TEORIA DE ONDA DE STOKES SEGUNDA ORDEM

A teoria linear de ondas mostrada anteriormente é uma primeira aproximação para o movimento das partículas. Na tentativa de se aproximar mais da solução correta, podemos adotar um procedimento em que sucessivas aproximações são desenvolvidas. Este método foi utilizado por Stokes (1847, 1880).

Podemos de antemão definir que a Teoria de Stokes é não-linear, isto devido ao fato de que ocorre o aparecimento de uma parcela não linear superposta à parcela linear.

É assumido que  $\phi$  e variáveis associadas ( $\eta$ ,  $\mu$ ,  $w$ , ...) podem ser escritas na forma:

$$\phi = \varepsilon.\phi_1 + \varepsilon^2.\phi_2 + \dots$$

onde  $\varepsilon$  é um parâmetro de perturbação. Isto é, cada componente de  $\phi$  que aparece é menor que o seu componente anterior pelo fator de ordem  $\varepsilon$

Para a teoria Stokes Segunda Ordem, temos que:

$$\phi = \varepsilon.\phi_1 + \varepsilon^2.\phi_2$$

Aplicando a equação de Laplace e a condição de contorno no leito marinho, temos:

$$\frac{\partial^2 \phi_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_n}{\partial z^2} = 0 \quad \text{para } n = 1, 2$$

$$\frac{\partial \phi_n}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = -d \quad \text{para } n = 1, 2$$

Estas equações acima não apresentam problemas em seu desenvolvimento e são contínuas. Os problemas começam a ocorrer quando aplicamos as condições de contorno na superfície livre. Lembrando que na superfície livre existem termos não-lineares consistindo de produtos e que são estabelecidos em ordem de  $z = \eta$  que inicialmente não é conhecido.

Para o termo de primeira ordem ( $\varepsilon.\phi_1$ ) temos que as condições de contorno dinâmica e cinemática na superfície livre são idênticas à teoria linear de onda:

$$\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial t^2} + g.\frac{\partial \phi_1}{\partial z} = 0 \quad \text{em } z = 0$$

$$\eta_1 = -\frac{1}{g} \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial t} \right) \quad \text{em } z = 0$$

Entretando os termos de segunda ordem geram:

$$\frac{\partial^2 \phi_2}{\partial t^2} + g \cdot \frac{\partial \phi_2}{\partial z} = -\eta_1 \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial t^2} + g \cdot \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right] - \frac{\partial}{\partial t} \left[ \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right)^2 \right] \quad \text{em } z = 0$$

$$\eta_2 = -\frac{1}{g} \left[ \frac{\partial \phi_2}{\partial t} + \eta_1 \cdot \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial t \partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \phi_1}{\partial z} \right)^2 \right] \quad \text{em } z = 0$$

A solução de  $\phi_2$  é escrita em termos de  $\phi_1$ , Uma vez que  $\phi_2$  seja conhecida podemos obter  $\eta_2$  pela expressão acima.

Aplicando as condições de contorno na superfície livre e posteriormente aplicando as condições iniciais, pode ser demonstrado que:

$$\varepsilon^2 \phi_2 = \frac{6 \cdot \pi}{k^2 \cdot T} \cdot \frac{\cosh(2 \cdot k \cdot s)}{\sinh^4(k \cdot d)} \cdot \sin[2 \cdot (k \cdot x - w \cdot t)], \quad \text{lembrando que } s = z + d$$

A equação de dispersão é a mesma que a apresentada para a teoria linear:

$$c^2 = \frac{g}{k} \cdot \tanh(k \cdot d)$$

Substituindo os valores de  $\phi_1$  e  $\phi_2$  nas equações de  $\eta_1$  e  $\eta_2$  respectivamente, a equação que define a elevação é dada por:

$$\eta = \frac{H}{2} \cdot \cos(k \cdot x - w \cdot t) + \frac{\pi \cdot H^2}{8 \cdot L} \cdot \frac{\cosh(k \cdot d)}{\sinh^3(k \cdot d)} \cdot [2 + \cosh(2 \cdot k \cdot d)] \cdot \cos[2 \cdot (k \cdot x - w \cdot t)]$$

Em águas profundas:

$$\eta = \underbrace{\frac{H}{2} \cdot \cos(k \cdot x - w \cdot t)}_{\text{Parcela Linear}} + \underbrace{\frac{\pi \cdot H^2}{4 \cdot L_0} \cdot \cos[2 \cdot (k \cdot x - w \cdot t)]}_{\text{Parcela Não-Linear}}$$

A parcela linear têm a característica de proporcionar à elevação de onda valores de mesmo módulo para a crista e para o cavado.

A parcela não-linear se caracteriza em alterar a configuração mencionada acima, fazendo com que a onda não apresente necessariamente o mesmo valor para a crista e o cavado, podendo ainda alterar a configuração da onda, fazendo com que ela perca a propriedade simétrica em relação ao eixo nulo conforme ilustrado a seguir:

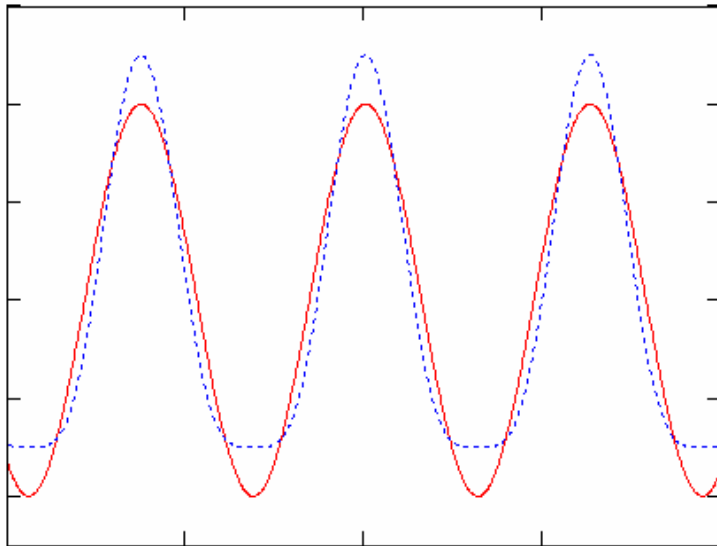


Figura 44 – Comparação entre Elevação de Onda Linear e Não-Linear

A **velocidade** das partículas segundo a teoria Stokes Segunda Ordem são dadas por:

Horizontal:

$$u = \frac{\pi.H}{T} \cdot \frac{\cosh[k(z+d)]}{\sinh(kd)} \cdot \cos(k.x - w.t) + \frac{3}{4} \left( \frac{\pi.H}{L} \right) \cdot \frac{\pi.H}{T} \cdot \frac{\cosh[2.k(z+d)]}{\sinh^4(kd)} \cdot \cos[2.(k.x - w.t)]$$

Vertical:

$$v = \frac{\pi.H}{T} \cdot \frac{\sinh[k(z+d)]}{\sinh(kd)} \cdot \sin(k.x - w.t) + \frac{3}{4} \left( \frac{\pi.H}{L} \right) \cdot \frac{\pi.H}{T} \cdot \frac{\sinh[2.k(z+d)]}{\sinh^4(kd)} \cdot \sin[2.(k.x - w.t)]$$

A **aceleração** das partículas segundo a teoria Stokes Segunda Ordem são dadas por:

Horizontal:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{2.\pi^2.H}{T^2} \cdot \frac{\cosh[k(z+d)]}{\sinh(kd)} \cdot \sin(k.x - w.t) + \frac{3.\pi^2.H}{T^2} \cdot \left( \frac{\pi.H}{L} \right) \frac{\cosh[2.k(z+d)]}{\sinh^4(kd)} \cdot \sin[2.(k.x - w.t)]$$

Vertical:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{2.\pi^2.H}{T^2} \cdot \frac{\sinh[k(z+d)]}{\sinh(kd)} \cdot \cos(k.x - w.t) - \frac{3.\pi^2.H}{T^2} \cdot \left( \frac{\pi.H}{L} \right) \frac{\sinh[2.k(z+d)]}{\sinh^4(kd)} \cdot \cos[2.(k.x - w.t)]$$

A órbita das partículas e a pressão hidrodinâmica que foram apresentadas para teoria linear de onda não serão apresentadas nesta etapa do trabalho.

## **9 – BIBLIOGRAFIA**

### LIVROS:

MECHANICS OF WAVE FORCES ON OFFSHORE STRUCTURES VOL 1; Sarpkaya, Turgut Isaacson, Michael – Van Nostrand Reinhold Company

HYDRODYNAMIC OF OFFSHORE STRUCTURES; Chakrabarty

OFFSHORE HYDROMECHANICS FIRST EDITION; J. M. J. Journée and W. W. Massie – Delft University of Technology

### APOSTILAS:

ONDAS DE GRAVIDADE; S.H. Sphaier – Apostila Universidade Federal do Rio de Janeiro Julho de 2004

### MANUAIS:

BASIC STATIC ANALYSIS \_ SEASTATE MODULE– SACS; Engineering Dynamics, Inc.

### SITES:

<http://www.coastal.udel.edu/faculty/rad/streamless.html>

## **ANEXO 1**

### **PLANILHA RELACIONADA AO DESENVOLVIMENTO DA TEORIA LINEAR DE ONDA**

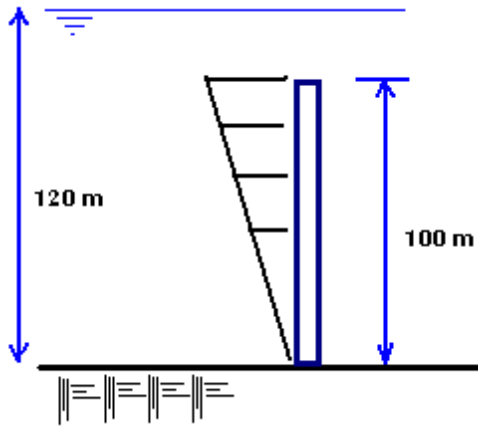


Uma aplicação prática foi realizada para podermos comparar a teorias de onda linear com resultados obtidos de um programa comercial que apresenta um módulo gerador automático de carregamento de ondas em estruturas, os resultados estão dispostos na planilha que se segue. Todos os resultados são devidamente comentados no decorrer da planilha.

PROJETO FINAL DE CURSO  
ALUNO: LEONARDO SANT' ANNA DO NASCIMENTO

Determinação dos esforços existentes na base de uma estaca submetida à Teoria Linear de Onda (Ayri), utilizando os conceitos da Teoria de Morison.

ORIGIN:= 1 TOL := 0.000001



Estaca - Dados Geométricos :

D := 30-0.0254      D = 0.762  
esp := 0.0254

Onda - Características :

T := 11.5      período  
H := 14.2      altura  
prof := 120      Lâmina d'água - Profundidade d'água(PDA)

Dados complementares :

Cd := 0.7      coeficiente de arrasto ( Drag coefficient)  
Ci := 2.0      coeficiente de inércia ( Inertia coefficient )

g := 9.81

$\gamma_{water}$  := 1.025      peso específico da água

$$\rho := \frac{\gamma_{water}}{g} \quad \rho = 0.104$$

ADENDO :

Não é sempre que temos a onda totalmente caracterizada, eventualmente temos a onda caracterizada apenas pelos valores de H e T ( altura e período, respectivamente ), devido a isto temos a seguir um processo iterativo de forma a determinar os demais parâmetros característicos da onda.

Dados fornecidos :

H = 14.2      T = 11.5      prof = 120       $w := 2 \cdot \frac{\pi}{T}$       w = 0.546      w => Frequência Angular da Onda

k := 0

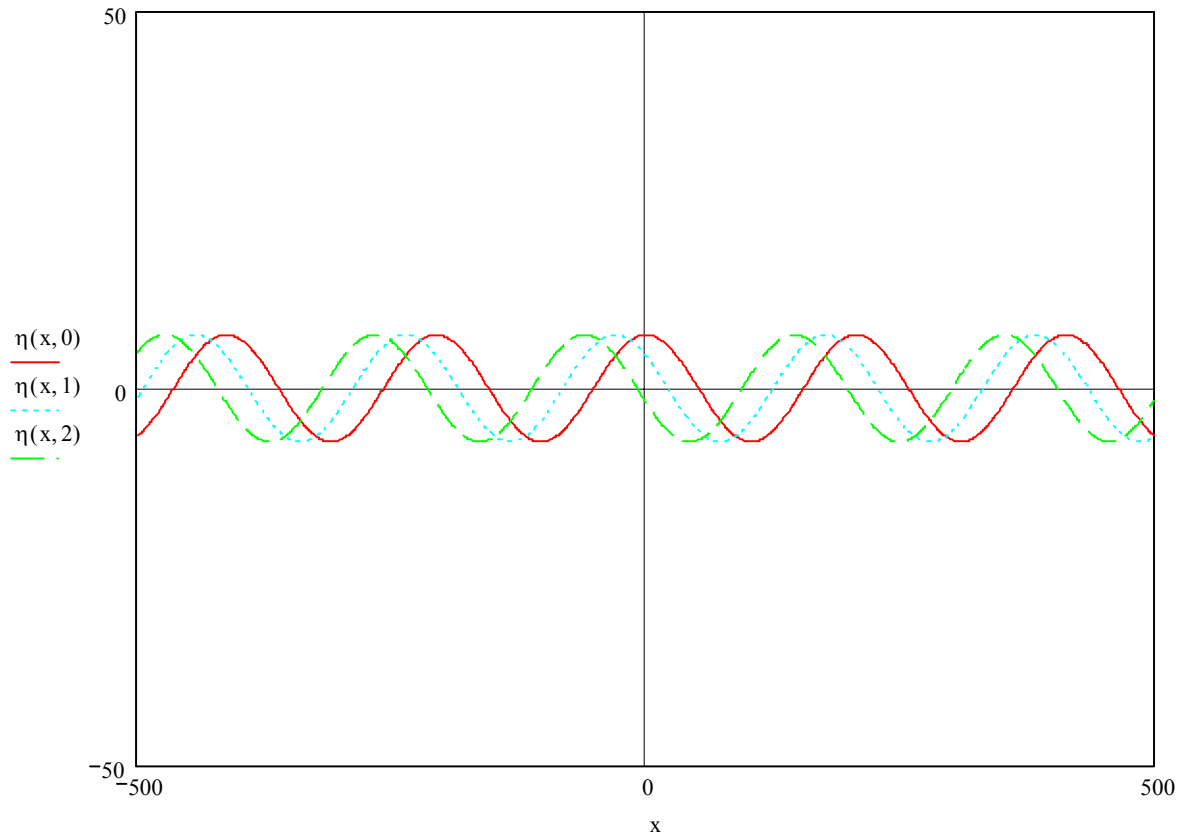
$$k_{aux} := \text{root}\left(w^2 \cdot g^{-1} - k \cdot \tanh(k \cdot \text{prof}), k\right)$$

k<sub>aux</sub> = 0.03      Valor encontrado para o Número de Onda através de Processo Iterativo de Obtenção de Raiz

$$\lambda := \frac{2 \cdot \pi}{k_{aux}} \quad \lambda = 206.206 \quad \text{Comprimento de onda}$$

$$c := \frac{w}{k_{aux}} \quad c = 17.931 \quad \text{Celeridade da onda}$$

$$\eta(x, t) := \frac{H \cdot \cos(k_{aux} \cdot x - c \cdot t)}{2} \quad \text{Elevação da Onda}$$



Cálculo da Elevação Máxima da Onda em t = 0:

$$\eta(0, 0) = 7.1 \quad \text{Elevação Máxima da Onda para Teoria Linear de Onda}$$

**Hipótese - Cilindro Fixo - Eq. Morison (1950)**

$$\text{forca}(z, u, \text{accel}) := \left( \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot C_d \right) \cdot |u| \cdot u + \left( \frac{\rho \cdot \pi \cdot D^2 \cdot C_i}{4} \right) \cdot \text{accel} \quad \text{( expressão da força por unidade de comprimento atuante ao longo da estaca )}$$

Determinação da Velocidade e da Aceleração Horizontais :

$$a := \frac{H}{2} \quad k := 2 \cdot \frac{\pi}{\lambda} \quad k = 0.03 \quad \text{número de onda}$$

$$a = 7.1 \quad w := 2 \cdot \frac{\pi}{T} \quad w = 0.546 \quad \text{frequência}$$

$$u(x, z, t) := a \cdot w \cdot \frac{\cosh [k \cdot (-z + \text{prof})]}{\sinh(k \cdot \text{prof})} \cdot \cos(k \cdot x - w \cdot t) \quad \text{expressão para a velocidade horizontal \_ Mechanics of Wave Forces on Offshore Structures \_ Sarpkaya}$$

$$\text{acel}(x, z, t) := a \cdot w^2 \cdot \frac{\cosh [k \cdot (-z + \text{prof})]}{\sinh(k \cdot \text{prof})} \cdot \sin(k \cdot x - w \cdot t) \quad \text{expressão para a aceleração horizontal \_ Mechanics of Wave Forces on Offshore Structures \_ Sarpkaya}$$

**COMPARAÇÃO COM VALORES OBTIDOS PELO PROGRAMA SACS**

1 - Celeridade:

$$c = 17.931 \quad \text{Planilha} \quad x \quad c = 17.925 \text{ m/s} \quad \text{SACS}$$

-----■

2 - Comprimento de Onda:

$$\lambda = 206.206 \quad \text{Planilha} \quad x \quad \lambda = 206.14 \text{ metros} \quad \text{SACS}$$

-----■

3 - Comparação entre Elevação da Onda para várias posições de x:

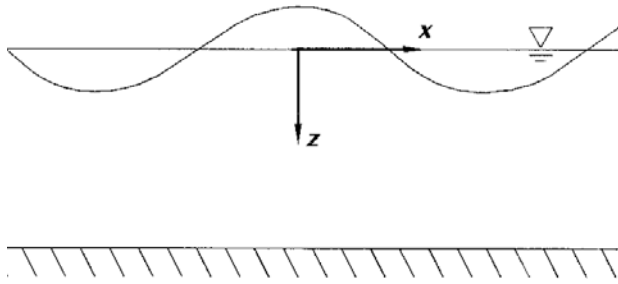
Meio Comprimento de Onda = 206.206 / 2 = metros

Fase 100.67 / 180 = 0.5728 metros

$\theta := 0$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 127.1$	-----■	SACS: $\eta = 127.100$ metros
$\theta := 10$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 126.992$	-----■	SACS: $\eta = 126.992$ metros
$\theta := 20$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 126.672$	-----■	SACS: $\eta = 126.672$ metros
$\theta := 30$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 126.149$	-----■	SACS: $\eta = 126.149$ metros
$\theta := 40$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 125.439$	-----■	SACS: $\eta = 125.439$ metros

$\theta := 50$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 124.564$	-----■	SACS: $\eta = 124.564$ metros
$\theta := 60$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 123.55$	-----■	SACS: $\eta = 123.550$ metros
$\theta := 70$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 122.428$	-----■	SACS: $\eta = 122.428$ metros
$\theta := 80$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 121.233$	-----■	SACS: $\eta = 121.233$ metros
$\theta := 90$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 120$	-----■	SACS: $\eta = 120.000$ metros
$\theta := 100$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 118.767$	-----■	SACS: $\eta = 118.767$ metros
$\theta := 110$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 117.572$	-----■	SACS: $\eta = 117.572$ metros
$\theta := 120$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 116.45$	-----■	SACS: $\eta = 116.450$ metros
$\theta := 130$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 115.436$	-----■	SACS: $\eta = 115.436$ metros
$\theta := 140$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 114.561$	-----■	SACS: $\eta = 114.561$ metros
$\theta := 150$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 113.851$	-----■	SACS: $\eta = 113.851$ metros
$\theta := 160$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 113.328$	-----■	SACS: $\eta = 113.328$ metros
$\theta := 170$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 113.008$	-----■	SACS: $\eta = 113.008$ metros
$\theta := 180$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 112.9$	-----■	SACS: $\eta = 112.900$ metros

4 - Comparação entre a velocidade horizontal, para várias profundidades, baseado em  $\theta = 0$ .



Temos que  $z = 0$  é dado pelo nível estático da água, sendo assim para  $x = 0$  temos que  $z_{inicial} = 120 - 127.1 = -7.1$  metros

Dividindo-se em 20 partes temos:

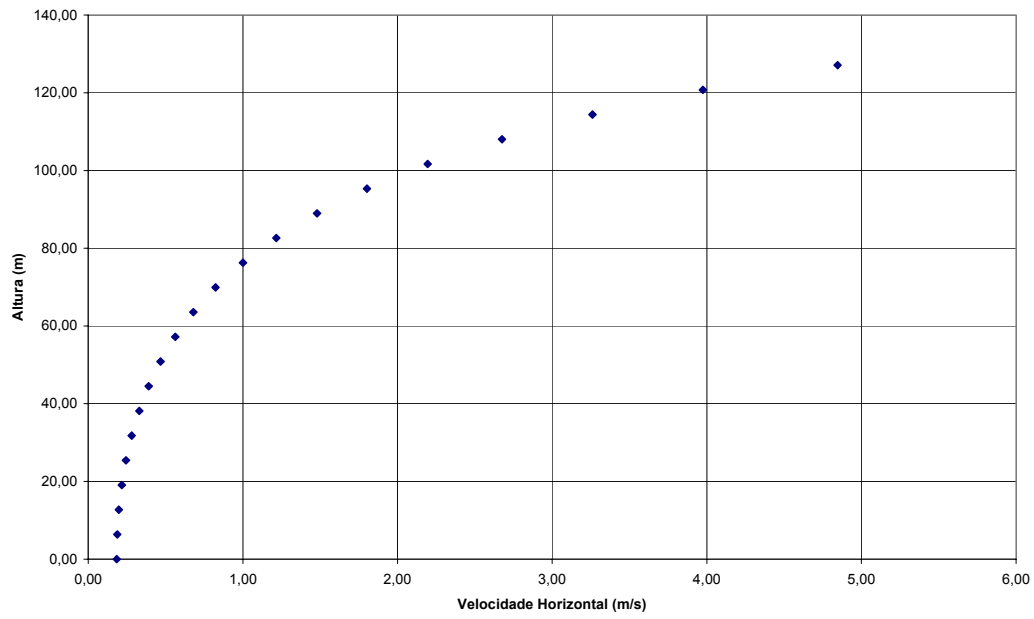
$$z := -7.1, -0.745.. 120$$

	1
1	-7.1
2	-0.745
3	5.61
4	11.965
5	18.32
6	24.675
7	31.03
8	37.385
9	43.74
10	50.095
11	56.45
12	62.805
13	69.16
14	75.515
15	81.87
16	88.225
17	94.58
18	100.935
19	107.29
20	113.645
21	120

	1
1	4.821
2	3.973
3	3.275
4	2.7
5	2.226
6	1.836
7	1.515
8	1.251
9	1.034
10	0.855
11	0.71
12	0.59
13	0.493
14	0.415
15	0.352
16	0.302
17	0.264
18	0.235
19	0.216
20	0.204
21	0.2

Esses valores obtidos pela planilha estão da ordem de 2% diferente dos valores obtidos pelo programa SACS, o que demonstra coerência da planilha.

GRÁFICO DA VARIAÇÃO DA VELOCIDADE BASEADO NA PROFUNDIDADE NA POSIÇÃO DE CRISTA MÁXIMA em  $t = 0$



O leito Marinho no Gráfico acima está representado pela cota 0,0 metros

---

5 - Comparação entre a aceleração horizontal, para várias profundidades, baseado em  $\theta = 0$ .

Temos que  $z = 0$  é dado pelo nível estático da água, sendo assim para  $x = 0$  temos que  $z_{inicial} = 120 - 127.1 = -7.1$  metros

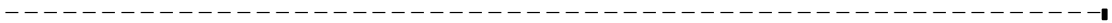
Dividindo-se em 20 partes temos:

$$z := -7.1, -0.745.. 120$$

	1
1	-7.1
2	-0.745
3	5.61
4	11.965
5	18.32
6	24.675
7	31.03
8	37.385
9	43.74
10	50.095
11	56.45
12	62.805
13	69.16
14	75.515
15	81.87
16	88.225
17	94.58
18	100.935
19	107.29
20	113.645
21	120

	1
1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	0
9	0
10	0
11	0
12	0
13	0
14	0
15	0
16	0
17	0
18	0
19	0
20	0
21	0

Este resultado está descrito na teoria linear de ondas, foi demonstrado que quando  $\eta$  é máximo, a aceleração horizontal é nula.





Para  $\theta = 10$  por exemplo, teríamos que a aceleração seria dada por:

$$z := -6.992, -0.6424, 120$$

$$z =$$

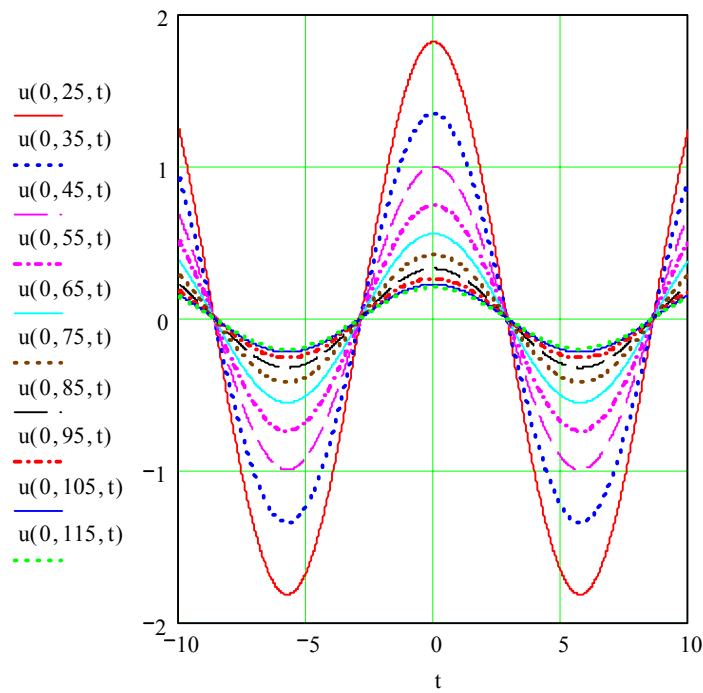
	1
1	-6.992
2	-0.642
3	5.707
4	12.057
5	18.406
6	24.756
7	31.106
8	37.455
9	43.805
10	50.154
11	56.504
12	62.854
13	69.203
14	75.553
15	81.902
16	88.252
17	94.602
18	100.951
19	107.301
20	113.65
21	120

$$\text{acel}(5.728, z, 0) =$$

	1
1	0.456
2	0.376
3	0.31
4	0.255
5	0.211
6	0.174
7	0.143
8	0.118
9	0.098
10	0.081
11	0.067
12	0.056
13	0.047
14	0.039
15	0.033
16	0.029
17	0.025
18	0.022
19	0.02
20	0.019
21	0.019

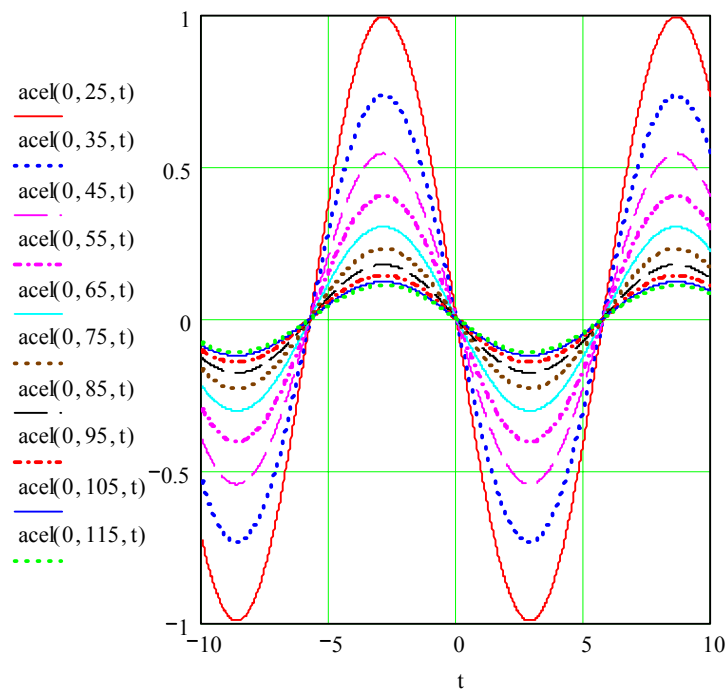
Comparando com os resultados obtidos pelo programa SACS, podemos dizer que estes se diferem da ordem de 2%

Gráfico da Velocidade Horizontal da Partícula, para  $x = 0$ , variando com a Profundidade e com o Tempo



O gráfico ao lado demonstra que a partícula se move para frente e para trás na direção vetorial  $x$  (segundo uma função senoidal), mais lento quanto for sua profundidade.

Gráfico da Aceleração Horizontal da Partícula, para  $x = 0$ , variando com a Profundidade e com o Tempo



O gráfico ao lado demonstra que a partícula apresenta aceleração positiva e negativa ao longo do tempo, sendo esta máxima e mínima quando a velocidade é nula e nula quando a velocidade é máxima.

Velocidades e Acelerações Verticais

$$wz(x, z, t) := \frac{\pi \cdot H}{T} \cdot \frac{\sinh[k \cdot (-z + \text{prof})]}{\sinh(k \cdot \text{prof})} \cdot \sin(k \cdot x - w \cdot t)$$

Velocidade Vertical da Partícula \_ Mechanics of Wave Forces on Offshore Structures \_ Sarpkaya

$$\text{acel}z(x, z, t) := \frac{-2 \cdot \pi^2 \cdot H}{T^2} \cdot \frac{\sinh[k \cdot (-z + \text{prof})]}{\sinh(k \cdot \text{prof})} \cdot \cos(k \cdot x - w \cdot t)$$

Aceleração Vertical da Partícula \_ Mechanics of Wave Forces on Offshore Structures \_ Sarpkaya

1 - Comparação entre resultados para Velocidade Vertical:

Para x = 0, em t = 0:

z := -7.1, -0.745.. 120

	1
1	-7.1
2	-0.745
3	5.61
4	11.965
5	18.32
6	24.675
7	31.03
8	37.385
9	43.74
10	50.095
11	56.45
12	62.805
13	69.16
14	75.515
15	81.87
16	88.225
17	94.58
18	100.935
19	107.29
20	113.645
21	120

	1
1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	0
9	0
10	0
11	0
12	0
13	0
14	0
15	0
16	0
17	0
18	0
19	0
20	0
21	0

Como já visto na teoria apresentada, a velocidade vertical no ponto η máximo é nula.

Para por exemplo  $\theta = 10 \Rightarrow x = 5.593$ , temos que:

$$z := -6.992, -0.6424, 120$$

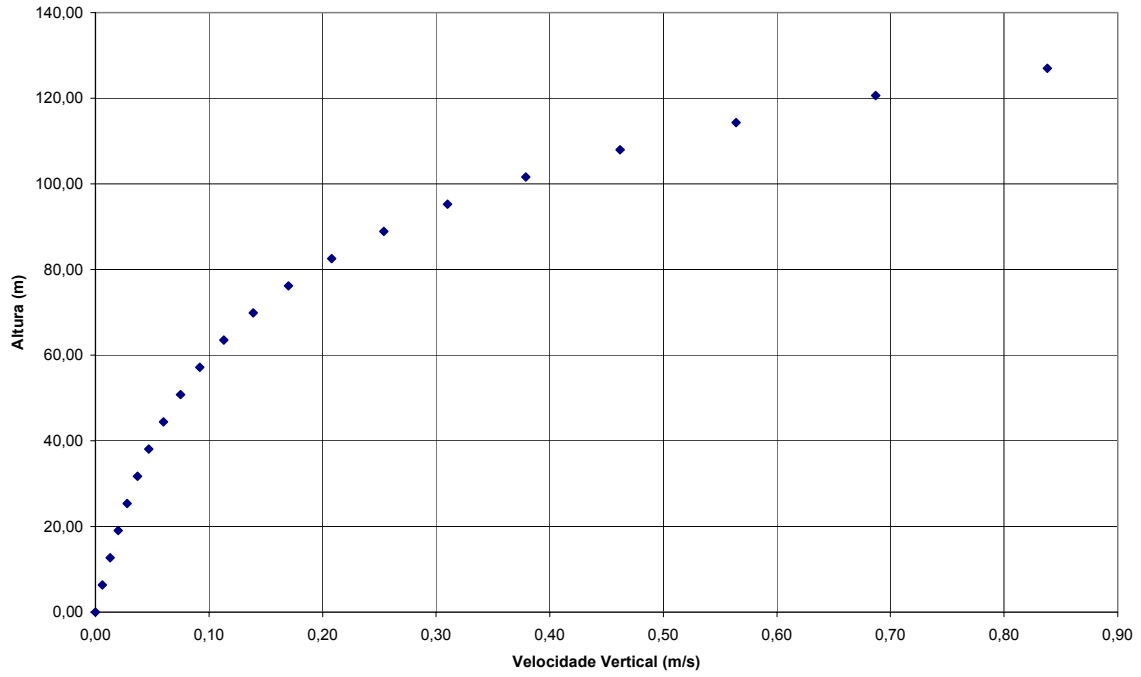
	1
1	-6.992
2	-0.642
3	5.707
4	12.057
5	18.406
6	24.756
7	31.106
8	37.455
9	43.805
10	50.154
11	56.504
12	62.854
13	69.203
14	75.553
15	81.902
16	88.252
17	94.602
18	100.951
19	107.301
20	113.65
21	120

$$wz(5.728, z, 0) =$$

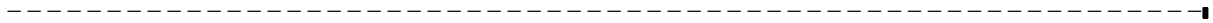
	1
1	0.834
2	0.687
3	0.566
4	0.466
5	0.384
6	0.316
7	0.26
8	0.214
9	0.176
10	0.144
11	0.118
12	0.096
13	0.078
14	0.063
15	0.05
16	0.039
17	0.03
18	0.021
19	0.014
20	$6.778 \cdot 10^{-3}$
21	0

Pode ser observado que a condição de contorno no fundo está sendo atendida. O gráfico abaixo demonstra a variação da velocidade vertical com a profundidade. Pôde ser observado que a variação entre resultados entree planilha e Programa é da ordem de 2%.

GRÁFICO DA VARIAÇÃO DA VELOCIDADE VERTICAL COM A PROFUNDIDADE PARA 10, em t = (



O leito Marinho no Gráfico acima está representado pela cota 0,0 metros



2 - Comparação entre a aceleração vertical, para várias profundidades, baseado em  $\theta = 0$ .

z :=	(	-7.10	)	
	-6.80			
	-5.78			
	-4.06			
	-1.62			
	1.52			
	5.37			
	9.93			
	15.20			
	21.18			
	27.87			
	35.27			
	43.38			
	52.20			
	61.72			
	71.96			
	82.91			
	94.56			
	106.93			
	120.00	)		

acelz(0, z, 0) =	
1	-2.632
2	-2.608
3	-2.528
4	-2.399
5	-2.227
6	-2.023
7	-1.799
8	-1.565
9	-1.332
10	-1.11
11	-0.904
12	-0.72
13	-0.56
14	-0.425
15	-0.314
16	-0.224
17	-0.152
18	-0.094
19	-0.045
20	0

ESTES RESULTADOS SÃO DIFERENTES DOS RESULTADOS DO PROGRAMA SAC

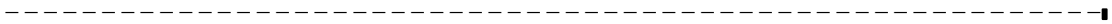
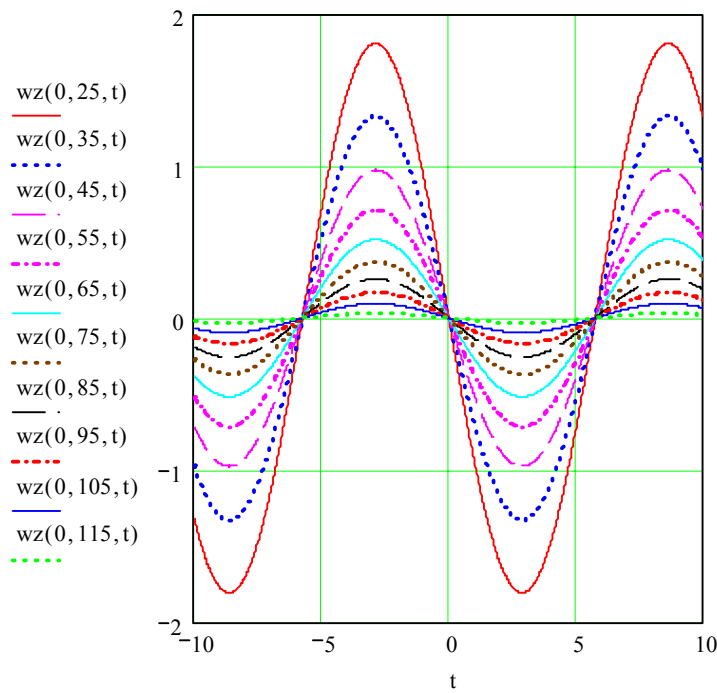
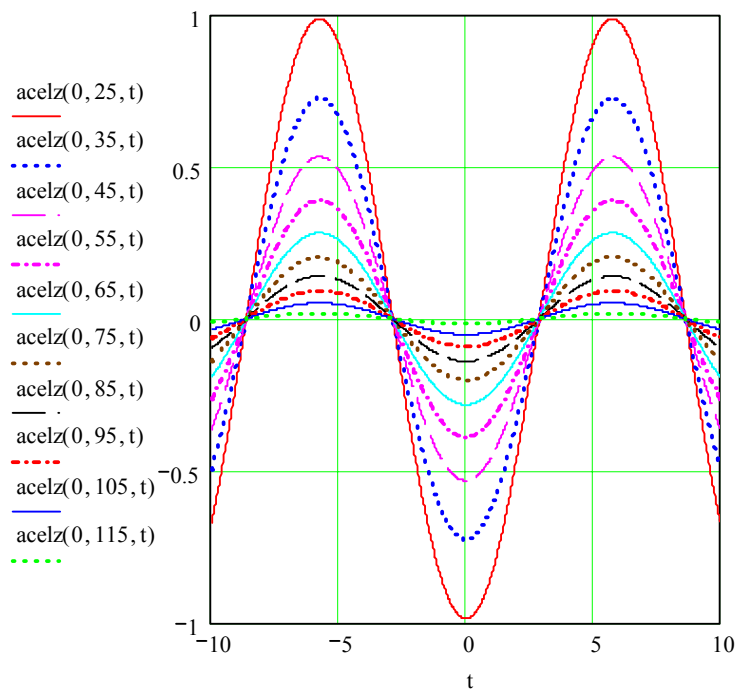


Gráfico da Velocidade Vertical da Partícula, para  $x = 0$ , variando com a Profundidade e com o Tempo



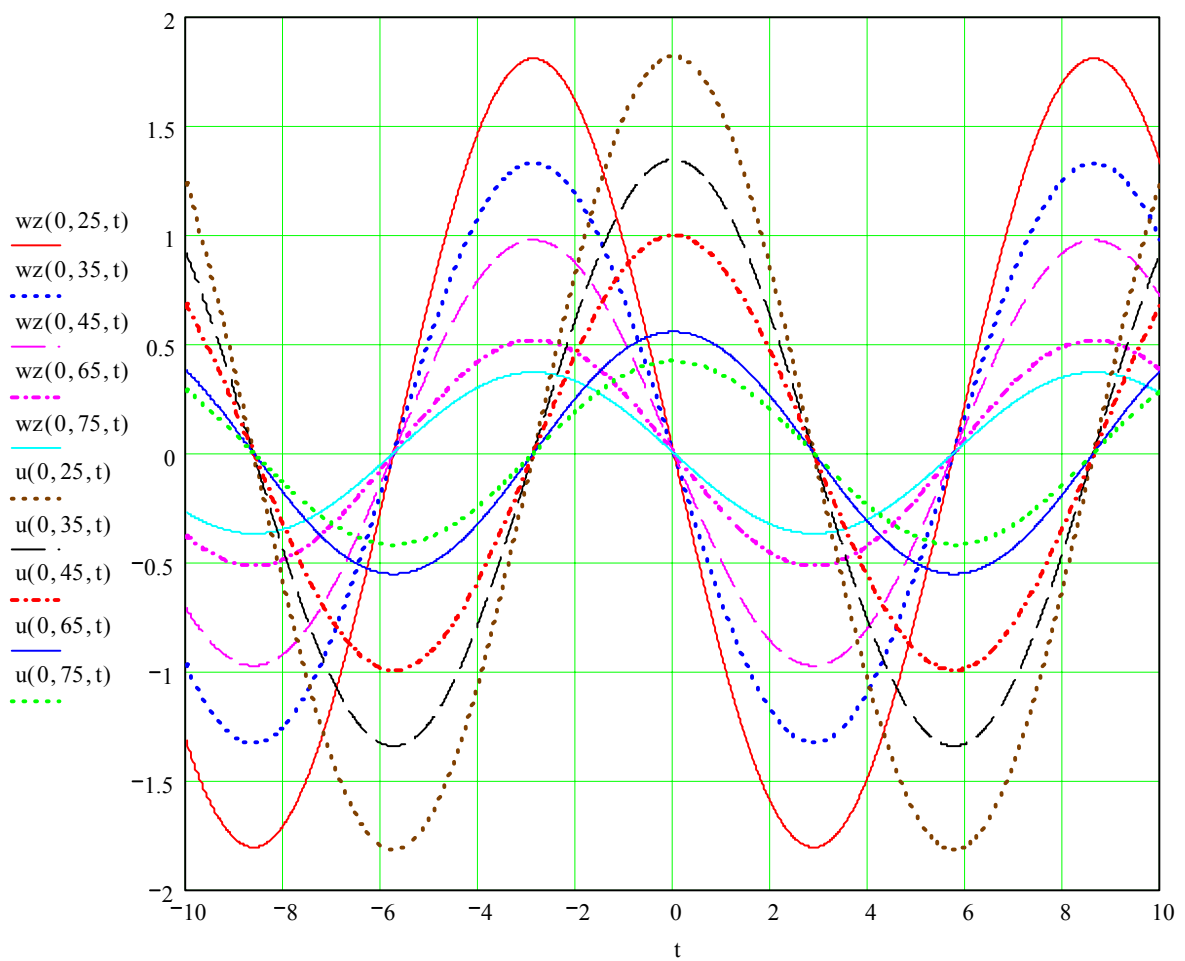
O gráfico ao lado demonstra que para  $t = 0$ , a velocidade vertical da partícula é nula, porém, a medida que o tempo decorre, começam a ocorrer variações na velocidade vertical da partícula, também nesta posição, seguindo uma função senoidal.

Gráfico da Aceleração Vertical da Partícula, para  $x = 0$ , variando com a Profundidade e com o Tempo



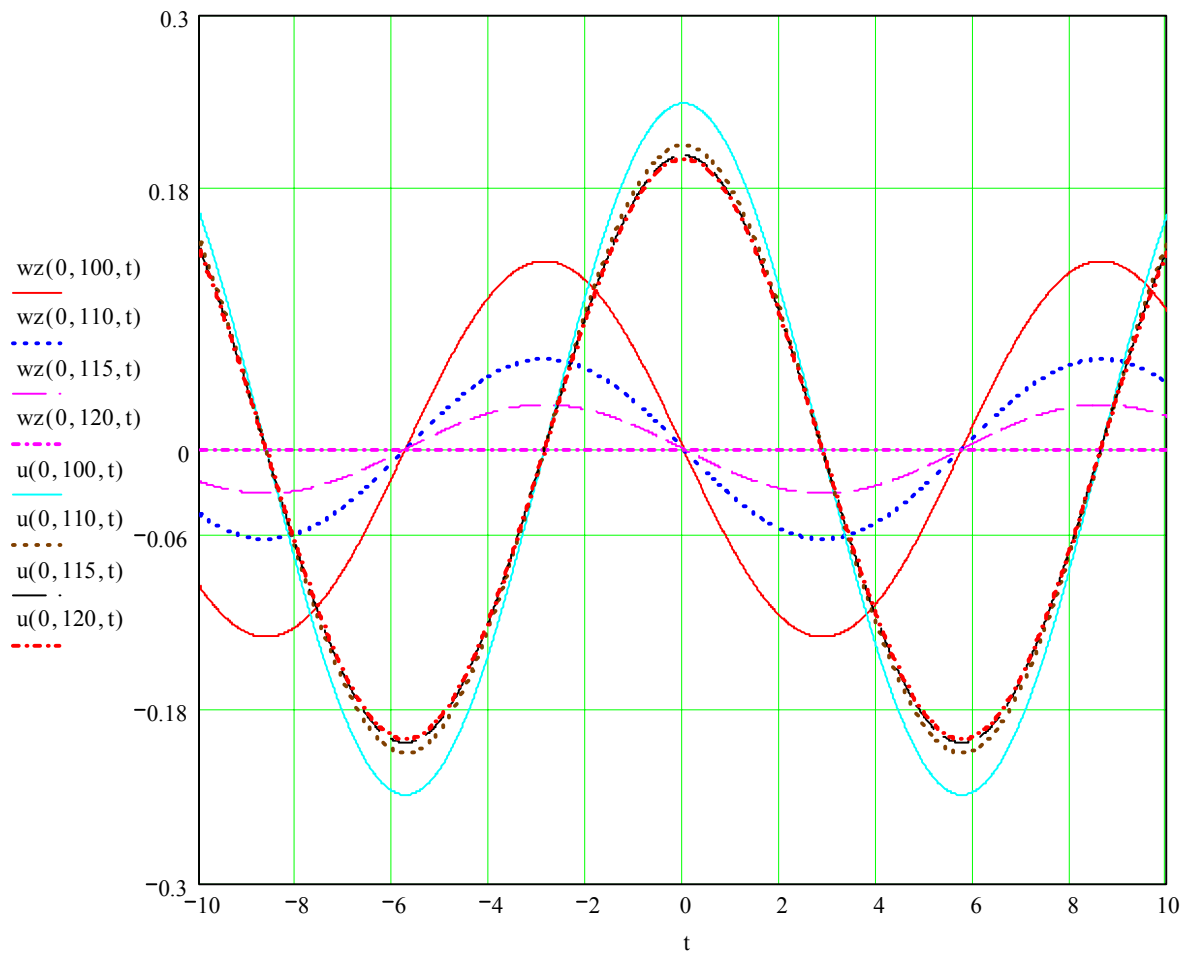
O gráfico ao lado indica que a partícula está sujeita à máxima aceleração vertical negativa quando temos  $\eta$  máximo.

Gráfico Demonstrativo das Velocidades Horizontal e Vertical da Partícula para Várias Profundidades



O gráfico acima indica que para baixas profundidades da partícula, as velocidades vertical e horizontal apresentam mesma amplitude e diferentes ângulos de fase. Podemos observar com isso que a órbita das partículas neste caso será mais comportada.





O gráfico acima indica que para altas profundidades da partícula, as velocidades vertical e horizontal apresentam diferentes amplitudes e diferentes ângulos de fase. Podemos observar com isso que a órbita das partículas neste caso será menos comportada.

A mesma constatação foi feita para o campo de acelerações.

Discretização feita para a estaca - (elementos com 10 m de comprimento) :

Determinação da força por unidade de comprimento para cada estação de análise supondo o elemento em  $x = 0$  :

Estação 01 :  $z = 25$  metros

$$u1(x, t) := u(x, 25, t)$$

$$acel1(x, t) := acel(x, 25, t)$$

Estação 02 :  $z = 35$  metros

$$u2(x, t) := u(x, 35, t)$$

$$acel2(x, t) := acel(x, 35, t)$$

Estação 03 :  $z = 45$  metros

$$u3(x, t) := u(x, 45, t)$$

$$acel3(x, t) := acel(x, 45, t)$$

Estação 04 :  $z = 55$  metros

$$u4(x, t) := u(x, 55, t)$$

$$acel4(x, t) := acel(x, 55, t)$$

Estação 05 :  $z = 65$  metros

$$u5(x, t) := u(x, 65, t)$$

$$acel5(x, t) := acel(x, 65, t)$$

Estação 06 :  $z = 75$  metros

$$u6(x, t) := u(x, 75, t)$$

$$acel6(x, t) := acel(x, 75, t)$$

Estação 07 :  $z = 85$  metros

$$u7(x, t) := u(x, 85, t)$$

$$acel7(x, t) := acel(x, 85, t)$$

Estação 08 :  $z = 95$  metros

$$u8(x, t) := u(x, 95, t)$$

$$acel8(x, t) := acel(x, 95, t)$$

Estação 09 :  $z = 100$  metros

$$u9(x, t) := u(x, 105, t)$$

$$acel9(x, t) := acel(x, 105, t)$$

Estação 10 :  $z = 115$  metros

$$u10(x, t) := u(x, 115, t)$$

$$acel10(x, t) := acel(x, 115, t)$$

Estação 11:  $z = 120$  metros

$$u11(x, t) := u(x, 120, t)$$

$$acel11(x, t) := acel(x, 120, t)$$

FORÇAS DEVIDO À ONDA PARA CADA PONTO DISCRETO:

$$f1(x,t) := \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd\right) \cdot |u1(x,t)| \cdot u1(x,t) + \left(\frac{\rho \cdot \pi \cdot D^2 \cdot Ci}{4}\right) \cdot accel1(x,t)$$

$$f2(x,t) := \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd\right) \cdot |u2(x,t)| \cdot u2(x,t) + \left(\frac{\rho \cdot \pi \cdot D^2 \cdot Ci}{4}\right) \cdot accel2(x,t)$$

$$f3(x,t) := \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd\right) \cdot |u3(x,t)| \cdot u3(x,t) + \left(\frac{\rho \cdot \pi \cdot D^2 \cdot Ci}{4}\right) \cdot accel3(x,t)$$

$$f4(x,t) := \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd\right) \cdot |u4(x,t)| \cdot u4(x,t) + \left(\frac{\rho \cdot \pi \cdot D^2 \cdot Ci}{4}\right) \cdot accel4(x,t)$$

$$f5(x,t) := \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd\right) \cdot |u5(x,t)| \cdot u5(x,t) + \left(\frac{\rho \cdot \pi \cdot D^2 \cdot Ci}{4}\right) \cdot accel5(x,t)$$

$$f6(x,t) := \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd\right) \cdot |u6(x,t)| \cdot u6(x,t) + \left(\frac{\rho \cdot \pi \cdot D^2 \cdot Ci}{4}\right) \cdot accel6(x,t)$$

$$f7(x,t) := \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd\right) \cdot |u7(x,t)| \cdot u7(x,t) + \left(\frac{\rho \cdot \pi \cdot D^2 \cdot Ci}{4}\right) \cdot accel7(x,t)$$

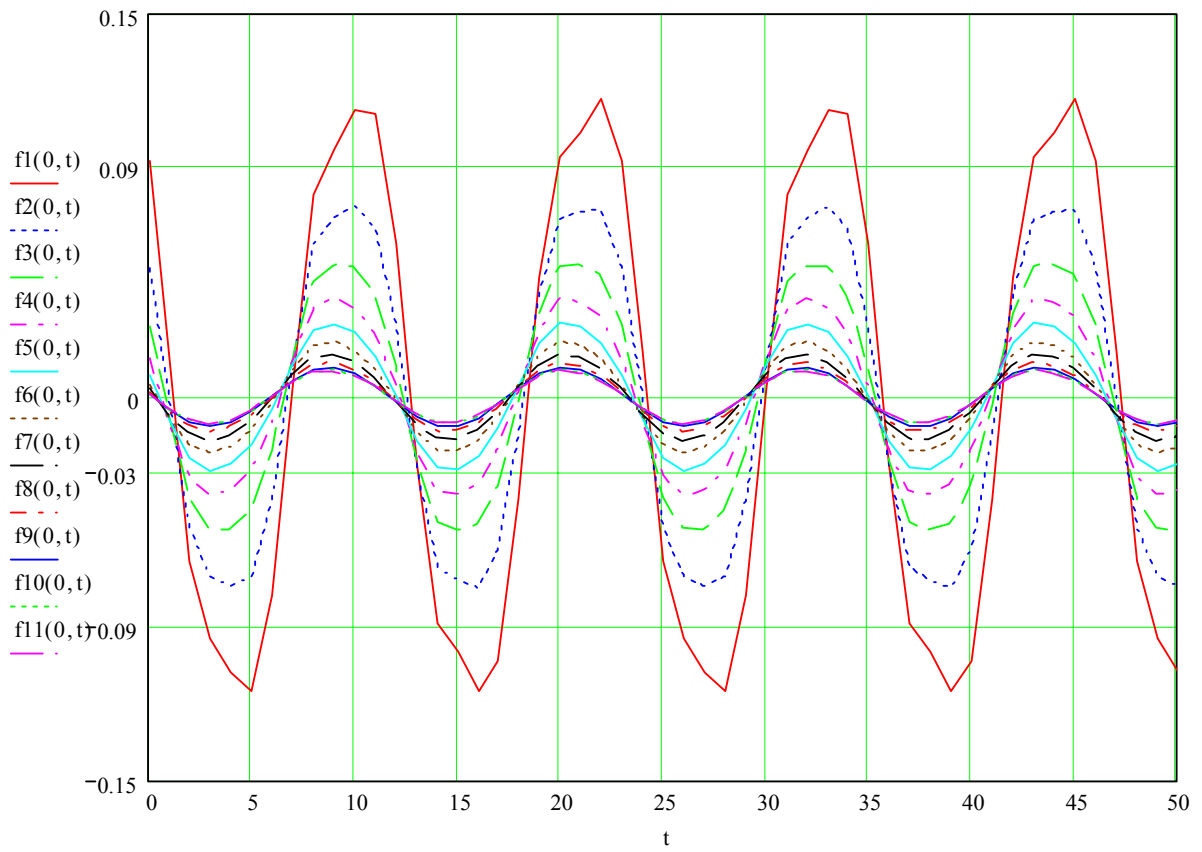
$$f8(x,t) := \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd\right) \cdot |u8(x,t)| \cdot u8(x,t) + \left(\frac{\rho \cdot \pi \cdot D^2 \cdot Ci}{4}\right) \cdot accel8(x,t)$$

$$f9(x,t) := \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd\right) \cdot |u9(x,t)| \cdot u9(x,t) + \left(\frac{\rho \cdot \pi \cdot D^2 \cdot Ci}{4}\right) \cdot accel9(x,t)$$

$$f10(x,t) := \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd\right) \cdot |u10(x,t)| \cdot u10(x,t) + \left(\frac{\rho \cdot \pi \cdot D^2 \cdot Ci}{4}\right) \cdot accel10(x,t)$$

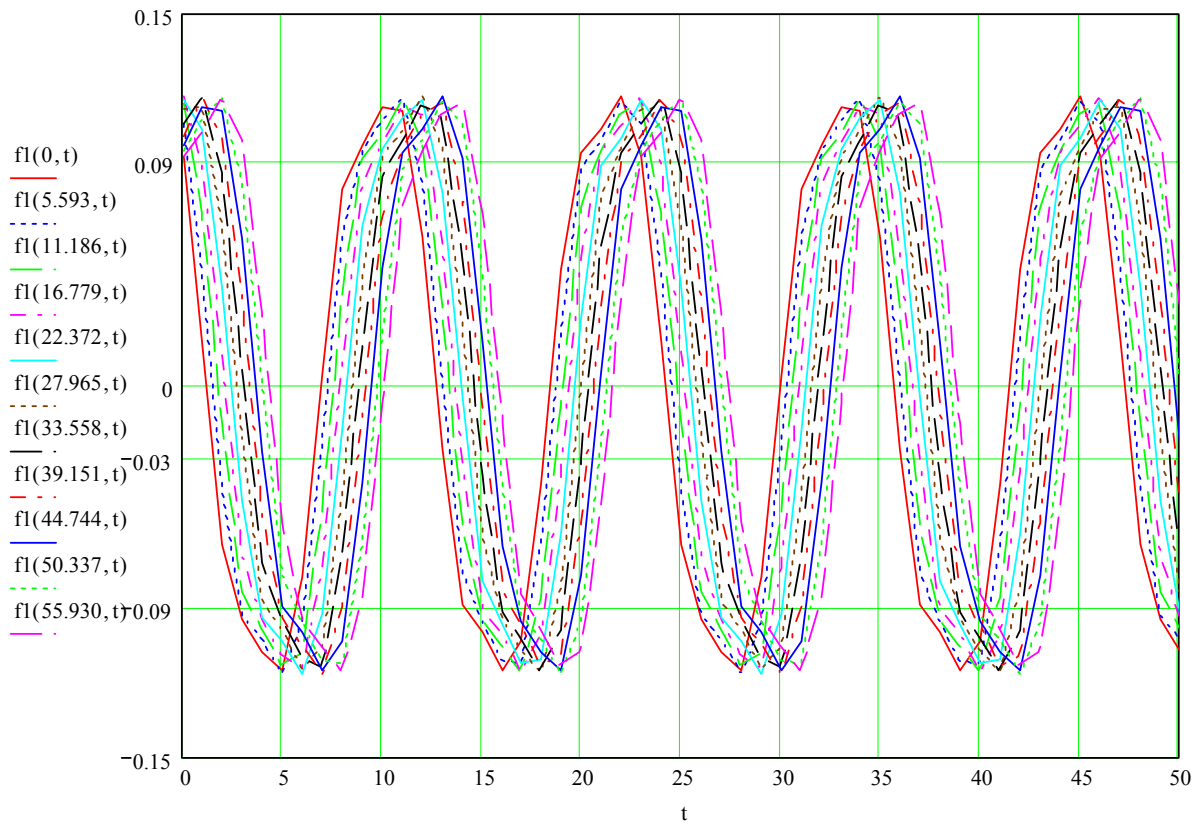
$$f11(x,t) := \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd\right) \cdot |u11(x,t)| \cdot u11(x,t) + \left(\frac{\rho \cdot \pi \cdot D^2 \cdot Ci}{4}\right) \cdot accel11(x,t)$$

FORÇAS APLICADAS À ESTRUTURA NOS PONTOS DISCRETOS x TEMPO: t := 0.. 100



Para elementos dispostos em posições  $x$  diferentes da posição  $x = 0$ , os esforços máximos aplicados à estrutura em questão são iguais em módulo. Toma-se como exemplo a posição  $f1 \Rightarrow z = 25$  metros

$\theta = 10, \theta = 20, \theta = 30, \theta = 40, \dots$

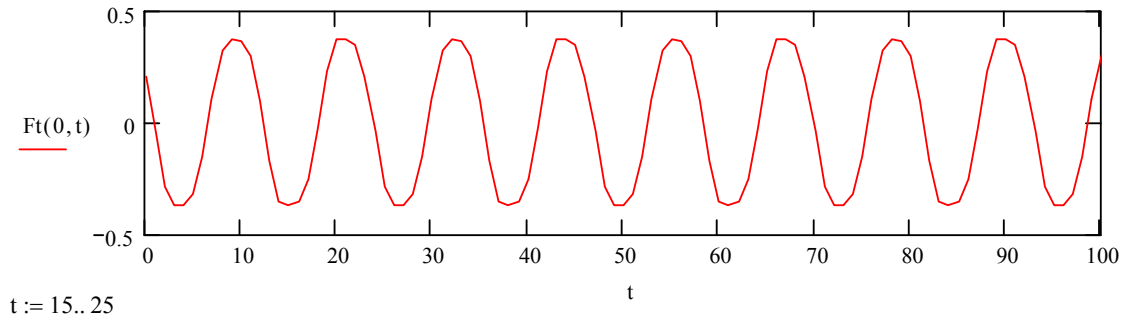


SOMATÓRIO DAS FORÇAS APLICADAS À ESTACA

1 - CORTANTE NA BASE

$$F_t(x, t) := (f_1(x, t) + f_2(x, t) + f_3(x, t) + f_4(x, t) + f_5(x, t) + f_6(x, t) + f_7(x, t) + f_8(x, t) + f_9(x, t) + f_{10}(x, t) + f_{11}(x, t)) \cdot 1$$

VARIAÇÃO DO CORTANTE NA BASE COM O TEMPO



Por Aproximação é possível declarar que o máximo da função acima ocorre para  $8 < x < 11$

$$F_t(0, 9) = 0.36973 \quad F_t(0, 9.4) = 0.37128 \quad F_t(0, 10) = 0.36613$$

Portanto será considerado valor máximo no intervalo  $8 < x < 11 \Rightarrow F_t = 0.3561$  KN como cortante máximo na base

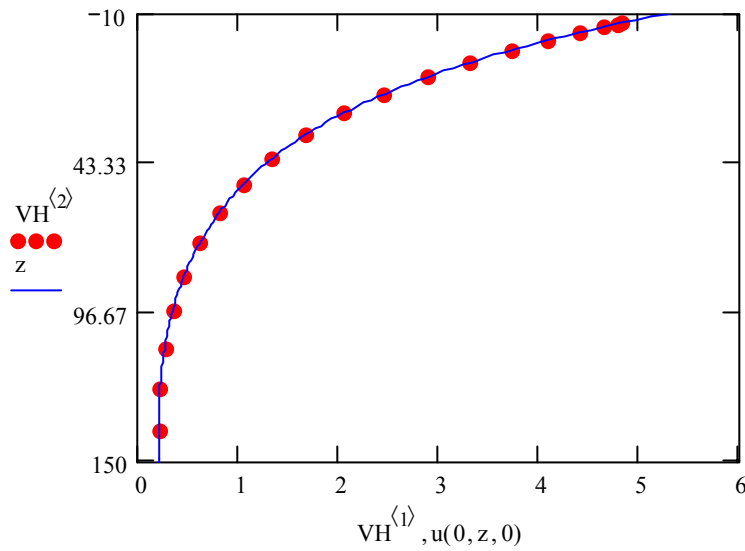
O resultado acima é pouco diferente do resultado obtido através do programa SACS, que gera o seguinte resultado:

$$F_{t\text{máx}} = 0.3254 \text{ KN}$$

COMPARAÇÃO GRÁFICA ENTRE VALORES OBTIDOS PELO SACS E PELA PLANILHA:

VELOCIDADE HORIZONTAL

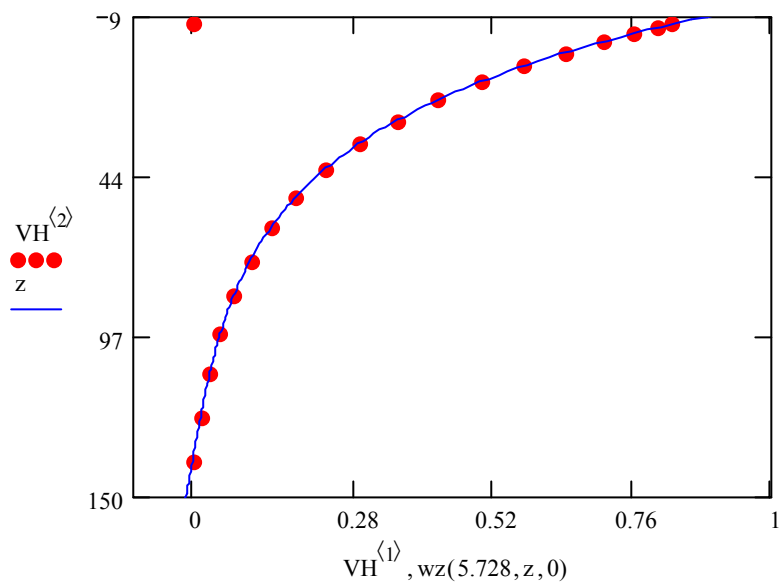
VH:=	( 4.822 -7.10 )		
	4.777 -6.80		
	4.632 -5.78		
	4.395 -4.06		
	4.081 -1.62		
	3.709 1.52		
	3.299 5.37		
	2.871 9.93		
	2.446 15.20		
	2.040 21.18	<= Valores Obtidos pelo SACS	z := -100.. 100
	1.666 27.87		
	1.332 35.27		
	1.044 43.38		
	0.804 52.20		
	0.608 61.72		
	0.456 71.96		
	0.342 82.91		
	0.264 94.56		
	0.216 106.93		
	( 0.200 120.00 )		



VELOCIDADE VERTICAL

0	-7.10
0.827	-6.80
0.803	-5.78
0.762	-4.06
0.708	-1.62
0.643	1.52
0.572	5.37
0.497	9.93
0.423	15.20
0.353	21.18
0.287	27.87
0.229	35.27
0.178	43.38
0.135	52.20
0.100	61.72
0.071	71.96
0.048	82.91
0.030	94.56
0.014	106.93
0	120.00

<= Valores Obtidos pelo SACS



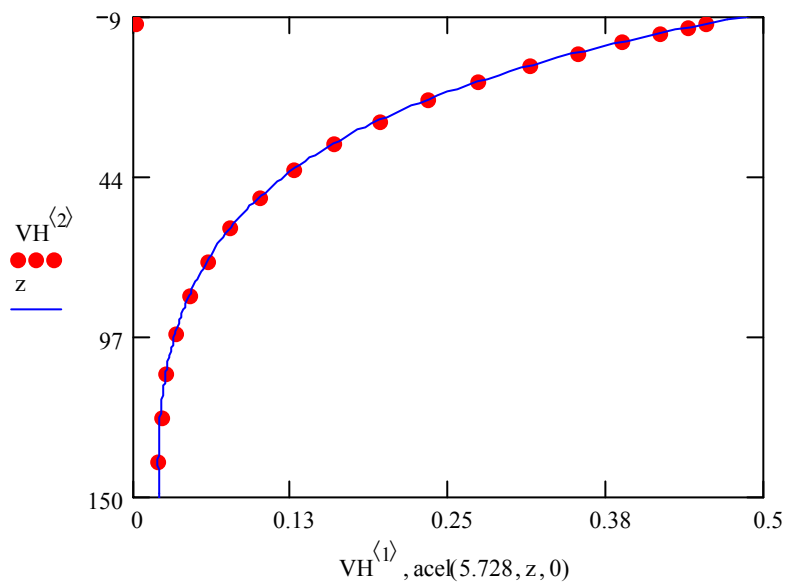


ACELERAÇÃO HORIZONTAL

VH:=

0	-7.10
0.453	-6.80
0.439	-5.78
0.417	-4.06
0.387	-1.62
0.352	1.52
0.313	5.37
0.272	9.93
0.232	15.20
0.194	21.18
0.158	27.87
0.126	35.27
0.099	43.38
0.076	52.20
0.058	61.72
0.043	71.96
0.032	82.91
0.025	94.56
0.021	106.93
0.019	120.00

<= Valores Obtidos pelo SACS

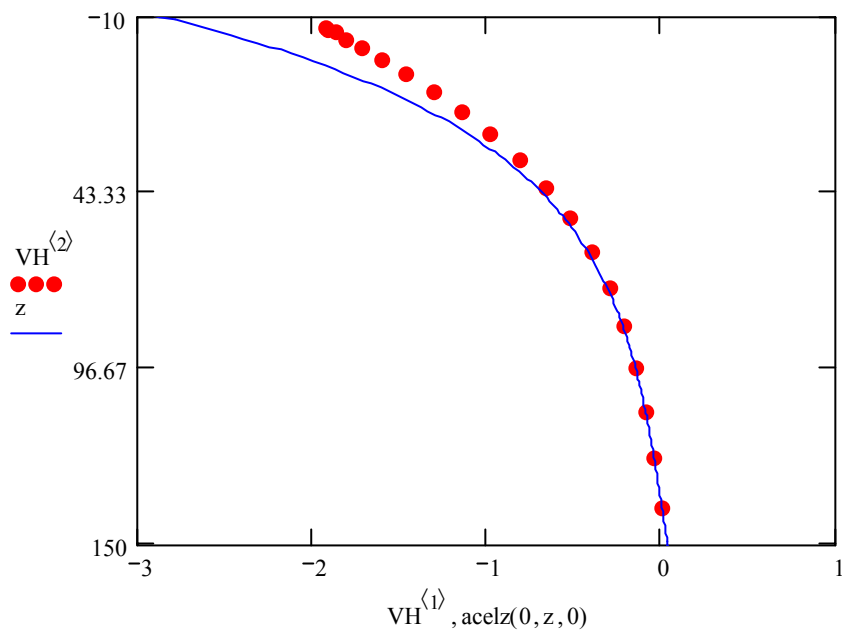


ACELERAÇÃO VERTICAL

VH:=

-1.924	-7.10
-1.913	-6.80
-1.875	-5.78
-1.811	-4.06
-1.720	-1.62
-1.605	1.52
-1.468	5.37
-1.314	9.93
-1.15	15.20
-0.983	21.18
-0.820	27.87
-0.666	35.27
-0.527	43.38
-0.406	52.20
-0.303	61.72
-0.218	71.96
-0.149	82.91
-0.092	94.56
-0.044	106.93
0	120.00

<= Valores Obtidos pelo SACS



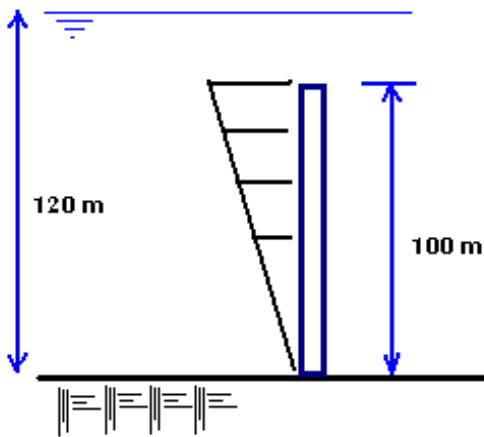
## **ANEXO 2**

### **PLANILHA RELACIONADA AO DESENVOLVIMENTO DA TEORIA SEGUNDA ORDEM**

Uma aplicação prática foi realizada para poder comparar a teorias de onda linear com as teoria de onda Stokes Segunda Ordem, os resultados estão dispostos na planilha que se segue. Todos os resultados são devidamente comentados no decorrer da planilha.

Determinação dos esforços existentes na base de uma estaca submetida à Teoria Stokes Segunda Ordem, utilizando os conceitos da Teoria de Morison.

ORIGIN:= 1            TOL := 0.000001



Estaca - Dados Geométricos :

D := 30·0.0254            D = 0.762

esp := 0.0254

Onda - Características :

T := 11.5            período

H := 14.2            altura

prof := 120            Lâmina d'água - Profundidade d'água(PDA)

Dados complementares :            tf := 1000

Cd := 0.7            coeficiente de arrasto ( Drag coefficient)

Ci := 2.0            coeficiente de inércia ( Inertia coefficient )

g := 9.81

$\gamma_{\text{water}} := 1.025$             peso específico da água

$\rho := \frac{\gamma_{\text{water}}}{g}$              $\rho = 0.104$

Dados fornecidos :

H = 14.2            T = 11.5            prof = 120             $w := 2 \cdot \frac{\pi}{T}$             w = 0.546

k := 0

$k_{\text{aux}} := \text{root}\left(w^2 \cdot g^{-1} - k \cdot \tanh(k \cdot \text{prof}), k\right)$

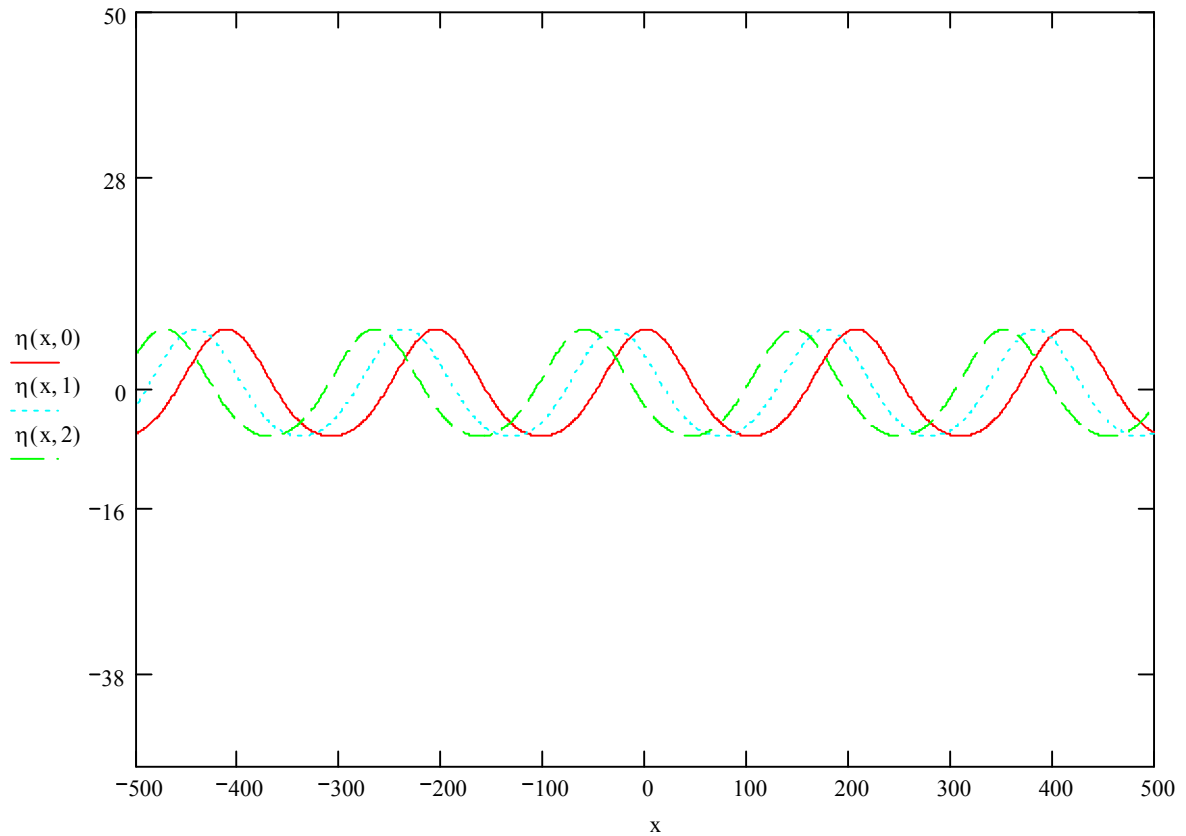
$k_{\text{aux}} = 0.03$             Valor encontrado para o número de onda

$\lambda := \frac{2 \cdot \pi}{k_{\text{aux}}}$              $\lambda = 206.206$             Comprimento de onda

$c := \frac{w}{k_{\text{aux}}}$             c = 17.931            Celeridade da onda

Elevação da Onda ( $\eta$ ):

$$\eta(x,t) := \frac{H \cdot \cos(k \cdot a \cdot x - c \cdot t)}{2} + \frac{H}{8} \cdot \left( \frac{\pi \cdot H}{\lambda} \right) \cdot \frac{\cosh(k \cdot a \cdot \text{prof})}{(\sinh(k \cdot a \cdot \text{prof}))^3} \cdot (2 + \cosh(2 \cdot k \cdot a \cdot \text{prof})) \cos[2 \cdot (k \cdot a \cdot x - c \cdot t)]$$



Cálculo da Elevação Máxima da Onda em  $t = 0$ :

$\eta(0,0) = 7.87211$       Elevação Máxima da Onda para Teoria de Stokes2

Para a Teoria Linear de Onda tínhamos que  $\eta_{\text{máx}} = 7.1$  metros, que é dada pela metade da altura de onda fornecida.

**Hipótese - Cilindro Fixo - Eq. Morison (1950)**

$$\text{forca}(z, u, \text{acel}) := \left( \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot C_d \right) \cdot |u| \cdot u + \left( \frac{\rho \cdot \pi \cdot D^2 \cdot C_i}{4} \right) \cdot \text{acel}$$

( expressão da força por unidade de comprimento atuante ao longo da estaca )

Determinação da velocidade e da aceleração:  $k := k_{aux}$

expressão para a velocidade horizontal

$$u(x, z, t) := \left[ \frac{\pi \cdot H}{T} \cdot \frac{\cosh [k \cdot (-z + \text{prof})]}{\sinh (k \cdot \text{prof})} \cdot \cos (k \cdot x - w \cdot t) \right] + \frac{3}{4} \cdot \frac{\pi \cdot H}{T} \cdot \left( \frac{\pi \cdot H}{\lambda} \right) \cdot \frac{\cosh [2 \cdot k \cdot (-z + \text{prof})]}{(\sinh (k \cdot \text{prof}))^4} \cdot \cos [2 \cdot (k \cdot x - w \cdot t)]$$

expressão para a aceleração horizontal u'(x,z,t) em relação a t

$$\text{acel}(x, z, t) := \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot H}{T^2} \cdot \frac{\cosh [k \cdot (-z + \text{prof})]}{\sinh (k \cdot \text{prof})} \cdot \sin (k \cdot x - w \cdot t) + \frac{3 \cdot \pi^2 \cdot H}{T^2} \cdot \left( \frac{\pi \cdot H}{\lambda} \right) \cdot \frac{\cosh [2 \cdot k \cdot (-z + \text{prof})]}{(\sinh (k \cdot \text{prof}))^4} \cdot \sin [2 \cdot (k \cdot x - w \cdot t)]$$

**COMPARAÇÃO COM VALORES OBTIDOS PELO PROGRAMA SACS**

1 - Celeridade:

$c = 17.931$  Planilha                      x                       $c = 17.931$  m/s                      Teoria Linear de Onda

-----■

2 - Comprimento de Onda:

$\lambda = 206.206$  Planilha                      x                       $\lambda = 206.206$  metros Teoria Linear de Onda

-----■

3 - Comparação entre Elevação da Onda para várias posições de x:

Meio Comprimento de Onda =  $206.206 / 2 = 103.103$  metros

Fase  $103.103 / 180 = 0.5728$  metros

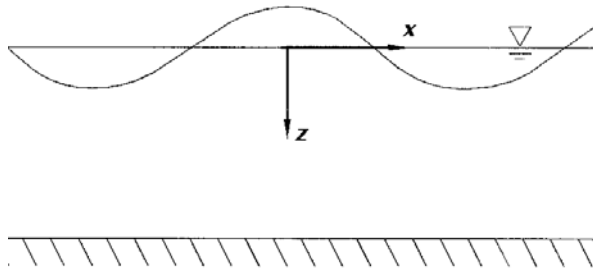
$\theta := 0$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 127.872$	-----■	Teoria Linear: $\eta = 127.100$ metros
$\theta := 10$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 127.718$	-----■	Teoria Linear: $\eta = 126.992$ metros
$\theta := 20$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 127.263$	-----■	Teoria Linear: $\eta = 126.672$ metros
$\theta := 30$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 126.535$	-----■	Teoria Linear: $\eta = 126.149$ metros
$\theta := 40$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 125.573$	-----■	Teoria Linear: $\eta = 125.439$ metros
$\theta := 50$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 124.43$	-----■	Teoria Linear: $\eta = 124.564$ metros

$\theta := 60$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 123.164$	-----■	Teoria Linear: $\eta = 123.550$ metros
$\theta := 70$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 121.837$	-----■	Teoria Linear: $\eta = 122.428$ metros
$\theta := 80$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 120.507$	-----■	Teoria Linear: $\eta = 121.233$ metros
$\theta := 90$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 119.228$	-----■	Teoria Linear: $\eta = 120.000$ metros
$\theta := 100$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 118.041$	-----■	Teoria Linear: $\eta = 118.767$ metros
$\theta := 110$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 116.98$	-----■	Teoria Linear: $\eta = 117.572$ metros
$\theta := 120$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 116.064$	-----■	Teoria Linear: $\eta = 116.450$ metros
$\theta := 130$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 115.302$	-----■	Teoria Linear: $\eta = 115.436$ metros
$\theta := 140$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 114.695$	-----■	Teoria Linear: $\eta = 114.561$ metros
$\theta := 150$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 114.237$	-----■	Teoria Linear: $\eta = 113.851$ metros
$\theta := 160$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 113.92$	-----■	Teoria Linear: $\eta = 113.328$ metros
$\theta := 170$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 113.733$	-----■	Teoria Linear: $\eta = 113.008$ metros
$\theta := 180$	$x := 0.5728\theta$	$\eta(x, 0) + 120 = 113.672$	-----■	Teoria Linear: $\eta = 112.900$ metros

-----■



4 - Comparação entre a velocidade horizontal, para várias profundidades, baseado em  $\theta = 0$ .



Temos que  $z = 0$  é dado pelo nível estático da água, sendo assim para  $x = 0$  temos que  $z_{inicial} = 120 - 127.1 = -7.1$  metros

Dividindo-se em 20 partes temos:

$$z := -7.1, -0.745.. 120$$

	1
1	-7.1
2	-0.745
3	5.61
4	11.965
5	18.32
6	24.675
7	31.03
8	37.385
9	43.74
10	50.095
11	56.45
12	62.805
13	69.16
14	75.515
15	81.87
16	88.225
17	94.58
18	100.935
19	107.29
20	113.645
21	120

	1
1	4.827
2	3.977
3	3.277
4	2.701
5	2.227
6	1.836
7	1.515
8	1.251
9	1.034
10	0.856
11	0.71
12	0.59
13	0.493
14	0.415
15	0.352
16	0.302
17	0.264
18	0.235
19	0.216
20	0.204
21	0.2

	1
1	4.821
2	3.973
3	3.275
4	2.7
5	2.226
6	1.836
7	1.515
8	1.251
9	1.034
10	0.855
11	0.71
12	0.59
13	0.493
14	0.415
15	0.352
16	0.302
17	0.264
18	0.235
19	0.216
20	0.204
21	0.2

<= Valores Obtidos Através da Teoria Linear de Ondas, Pode-se constatar que as diferenças não são significativas para este exemplo.

5 - Comparação entre a aceleração horizontal, para várias profundidades, baseado em  $\theta = 0$ .

Temos que  $z = 0$  é dado pelo nível estático da água, sendo assim para  $x = 0$  temos que  $z_{inicial} = 120 - 127.1 = -7.1$  metros

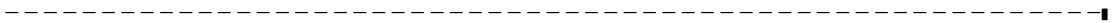
Dividindo-se em 20 partes temos:

$$z := -7.1, -0.745.. 120$$

	1
1	-7.1
2	-0.745
3	5.61
4	11.965
5	18.32
6	24.675
7	31.03
8	37.385
9	43.74
10	50.095
11	56.45
12	62.805
13	69.16
14	75.515
15	81.87
16	88.225
17	94.58
18	100.935
19	107.29
20	113.645
21	120

	1
1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	0
9	0
10	0
11	0
12	0
13	0
14	0
15	0
16	0
17	0
18	0
19	0
20	0
21	0

Este resultado está descrito na teoria linear de ondas, foi demonstrado que quando  $\eta$  é máximo, a aceleração horizontal é nula.



Para  $\theta = 10$  por exemplo, teríamos que a aceleração seria dada por:

$$z := -6.992, -0.6424, 120$$

$z =$

	1
1	-6.992
2	-0.642
3	5.707
4	12.057
5	18.406
6	24.756
7	31.106
8	37.455
9	43.805
10	50.154
11	56.504
12	62.854
13	69.203
14	75.553
15	81.902
16	88.252
17	94.602
18	100.951
19	107.301
20	113.65
21	120

$acel(5.728, z, 0) =$

	1
1	0.458
2	0.377
3	0.311
4	0.256
5	0.211
6	0.174
7	0.144
8	0.119
9	0.098
10	0.081
11	0.067
12	0.056
13	0.047
14	0.039
15	0.033
16	0.029
17	0.025
18	0.022
19	0.02
20	0.019
21	0.019

$acel(5.728, z, 0) =$

	1
1	0.456
2	0.376
3	0.31
4	0.255
5	0.211
6	0.174
7	0.143
8	0.118
9	0.098
10	0.081
11	0.067
12	0.056
13	0.047
14	0.039
15	0.033
16	0.029
17	0.025
18	0.022
19	0.02
20	0.019
21	0.019

<= Valores Obtidos através da Teoria Linear de Ondas. Pode-se constatar que não ocorre diferença significativa neste caso.

Velocidades e Acelerações Verticais

Velocidade Vertical da Partícula

$$wz(x, z, t) := \frac{\pi \cdot H}{T} \cdot \frac{\sinh[k \cdot (-z + \text{prof})]}{\sinh(k \cdot \text{prof})} \cdot \sin(k \cdot x - w \cdot t) + \frac{3}{4} \cdot \frac{\pi \cdot H}{T} \cdot \left( \frac{\pi \cdot H}{\lambda} \right) \cdot \left[ \frac{\sinh[2 \cdot k \cdot (-z + \text{prof})]}{(\sinh(k \cdot \text{prof}))^4} \cdot \sin[2 \cdot (k \cdot x - w \cdot t)] \right]$$

Aceleração Vertical da Partícula

$$\text{acelz}(x, z, t) := \frac{-2 \cdot \pi^2 \cdot H}{T^2} \cdot \frac{\sinh[k \cdot (-z + \text{prof})]}{\sinh(k \cdot \text{prof})} \cdot \cos(k \cdot x - w \cdot t) + \frac{-3 \cdot \pi^2 \cdot H}{T^2} \cdot \left( \frac{\pi \cdot H}{\lambda} \right) \cdot \frac{\sinh[2 \cdot k \cdot (-z + \text{prof})]}{(\sinh(k \cdot \text{prof}))^4} \cdot \cos[2 \cdot (k \cdot x - w \cdot t)]$$

1 - Comparação entre resultados para Velocidade Vertical:

Para x = 0, em t = 0:

z := -7.1, -0.745.. 120

	1
1	-7.1
2	-0.745
3	5.61
4	11.965
5	18.32
6	24.675
7	31.03
8	37.385
9	43.74
10	50.095
11	56.45
12	62.805
13	69.16
14	75.515
15	81.87
16	88.225
17	94.58
18	100.935
19	107.29
20	113.645
21	120

	1
1	0
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	0
8	0
9	0
10	0
11	0
12	0
13	0
14	0
15	0
16	0
17	0
18	0
19	0
20	0
21	0

z =

wz(0, z, 0) =

Como já visto na teoria apresentada, a velocidade vertical no ponto η máximo é nula.

Para por exemplo  $\theta = 10 \Rightarrow x = 5.593$ , temos que:

$z := -6.992, -0.6424, 120$

$z =$

	1
1	-6.992
2	-0.642
3	5.707
4	12.057
5	18.406
6	24.756
7	31.106
8	37.455
9	43.805
10	50.154
11	56.504
12	62.854
13	69.203
14	75.553
15	81.902
16	88.252
17	94.602
18	100.951
19	107.301
20	113.65
21	120

$wz(5.728, z, 0) =$

	1
1	0.836
2	0.688
3	0.567
4	0.467
5	0.384
6	0.316
7	0.26
8	0.214
9	0.176
10	0.144
11	0.118
12	0.096
13	0.078
14	0.063
15	0.05
16	0.039
17	0.03
18	0.021
19	0.014
20	$6.778 \cdot 10^{-3}$
21	0

$wz(5.728, z, 0) =$

	1
1	0.834
2	0.687
3	0.566
4	0.466
5	0.384
6	0.316
7	0.26
8	0.214
9	0.176
10	0.144
11	0.118
12	0.096
13	0.078
14	0.063
15	0.05
16	0.039
17	0.03
18	0.021
19	0.014
20	$6.778 \cdot 10^{-3}$
21	0

<= Valores Obtidos Através da Teoria Linear de Ondas

2 - Comparação entre a aceleração vertical, para várias profundidades, baseado em  $\theta = 0$ .

z :=  
 ( -7.10 )  
 -6.80  
 -5.78  
 -4.06  
 -1.62  
 1.52  
 5.37  
 9.93  
 15.20  
 21.18  
 27.87  
 35.27  
 43.38  
 52.20  
 61.72  
 71.96  
 82.91  
 94.56  
 106.93  
 ( 120.00 )

acelz(0,z,0) =

	1
1	-2.638
2	-2.614
3	-2.533
4	-2.404
5	-2.231
6	-2.027
7	-1.802
8	-1.567
9	-1.334
10	-1.111
11	-0.905
12	-0.72
13	-0.56
14	-0.425
15	-0.314
16	-0.224
17	-0.152
18	-0.094
19	-0.045
20	0

acelz(0,z,0) =

	1
1	-2.632
2	-2.608
3	-2.528
4	-2.399
5	-2.227
6	-2.023
7	-1.799
8	-1.565
9	-1.332
10	-1.11
11	-0.904
12	-0.72
13	-0.56
14	-0.425
15	-0.314
16	-0.224
17	-0.152
18	-0.094
19	-0.045
20	0

<= Valores  
 Obtidos Através  
 da Teoria Linear  
 de Ondas

Discretização feita para a estaca - (elementos com 10 m de comprimento) :

Determinação da força por unidade de comprimento para cada estação de análise supondo o elemento em  $x = 0$  :

Estação 01 :  $z = 25$  metros

$$u1(x, t) := u(x, 25, t)$$

$$acel1(x, t) := acel(x, 25, t)$$

Estação 02 :  $z = 35$  metros

$$u2(x, t) := u(x, 35, t)$$

$$acel2(x, t) := acel(x, 35, t)$$

Estação 03 :  $z = 45$  metros

$$u3(x, t) := u(x, 45, t)$$

$$acel3(x, t) := acel(x, 45, t)$$

Estação 04 :  $z = 55$  metros

$$u4(x, t) := u(x, 55, t)$$

$$acel4(x, t) := acel(x, 55, t)$$

Estação 05 :  $z = 65$  metros

$$u5(x, t) := u(x, 65, t)$$

$$acel5(x, t) := acel(x, 65, t)$$

Estação 06 :  $z = 75$  metros

$$u6(x, t) := u(x, 75, t)$$

$$acel6(x, t) := acel(x, 75, t)$$

Estação 07 :  $z = 85$  metros

$$u7(x, t) := u(x, 85, t)$$

$$acel7(x, t) := acel(x, 85, t)$$

Estação 08 :  $z = 95$  metros

$$u8(x, t) := u(x, 95, t)$$

$$acel8(x, t) := acel(x, 95, t)$$

Estação 09 :  $z = 100$  metros

$$u9(x, t) := u(x, 105, t)$$

$$acel9(x, t) := acel(x, 105, t)$$

Estação 10 :  $z = 115$  metros

$$u10(x, t) := u(x, 115, t)$$

$$acel10(x, t) := acel(x, 115, t)$$

Estação 11:  $z = 120$  metros

$$u11(x, t) := u(x, 120, t)$$

$$acel11(x, t) := acel(x, 120, t)$$

FORÇAS DEVIDO À ONDA PARA CADA PONTO DISCRETO:

$$f1(x,t) := \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd\right) \cdot |u1(x,t)| \cdot u1(x,t) + \left(\frac{\rho \cdot \pi \cdot D^2 \cdot Ci}{4}\right) \cdot accel1(x,t)$$

$$f2(x,t) := \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd\right) \cdot |u2(x,t)| \cdot u2(x,t) + \left(\frac{\rho \cdot \pi \cdot D^2 \cdot Ci}{4}\right) \cdot accel2(x,t)$$

$$f3(x,t) := \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd\right) \cdot |u3(x,t)| \cdot u3(x,t) + \left(\frac{\rho \cdot \pi \cdot D^2 \cdot Ci}{4}\right) \cdot accel3(x,t)$$

$$f4(x,t) := \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd\right) \cdot |u4(x,t)| \cdot u4(x,t) + \left(\frac{\rho \cdot \pi \cdot D^2 \cdot Ci}{4}\right) \cdot accel4(x,t)$$

$$f5(x,t) := \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd\right) \cdot |u5(x,t)| \cdot u5(x,t) + \left(\frac{\rho \cdot \pi \cdot D^2 \cdot Ci}{4}\right) \cdot accel5(x,t)$$

$$f6(x,t) := \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd\right) \cdot |u6(x,t)| \cdot u6(x,t) + \left(\frac{\rho \cdot \pi \cdot D^2 \cdot Ci}{4}\right) \cdot accel6(x,t)$$

$$f7(x,t) := \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd\right) \cdot |u7(x,t)| \cdot u7(x,t) + \left(\frac{\rho \cdot \pi \cdot D^2 \cdot Ci}{4}\right) \cdot accel7(x,t)$$

$$f8(x,t) := \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd\right) \cdot |u8(x,t)| \cdot u8(x,t) + \left(\frac{\rho \cdot \pi \cdot D^2 \cdot Ci}{4}\right) \cdot accel8(x,t)$$

$$f9(x,t) := \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd\right) \cdot |u9(x,t)| \cdot u9(x,t) + \left(\frac{\rho \cdot \pi \cdot D^2 \cdot Ci}{4}\right) \cdot accel9(x,t)$$

$$f10(x,t) := \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd\right) \cdot |u10(x,t)| \cdot u10(x,t) + \left(\frac{\rho \cdot \pi \cdot D^2 \cdot Ci}{4}\right) \cdot accel10(x,t)$$

$$f11(x,t) := \left(\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot D \cdot Cd\right) \cdot |u11(x,t)| \cdot u11(x,t) + \left(\frac{\rho \cdot \pi \cdot D^2 \cdot Ci}{4}\right) \cdot accel11(x,t)$$

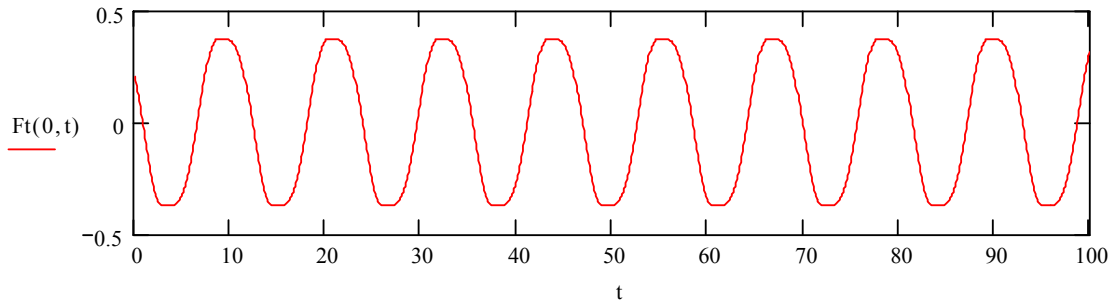


SOMATÓRIO DAS FORÇAS APLICADAS À ESTACA

1 - CORTANTE NA BASE

$$F_t(x, t) := (f_1(x, t) + f_2(x, t) + f_3(x, t) + f_4(x, t) + f_5(x, t) + f_6(x, t) + f_7(x, t) + f_8(x, t) + f_9(x, t) + f_{10}(x, t) + f_{11}(x, t)) \cdot 1$$

VARIAÇÃO DO CORTANTE NA BASE COM O TEMPO



Por Aproximação é possível declarar que o máximo da função acima ocorre para  $8 < x < 11$

$$F_t(0, 9) = 0.36977 \quad F_t(0, 9.5) = 0.37148 \quad F_t(0, 10) = 0.3663$$

Portanto será considerado valor máximo no intervalo  $8 < x < 11 \Rightarrow F_t = 0.37148$  KN como cortante máximo na base

O resultado acima é pouco diferente do resultado obtido através da Teoria Linear, que gera o seguinte resultado:

$$F_{t\text{máx}} = 0.3561 \text{ KN}$$

A partir deste ponto, tentaremos ao máximo focar nas principais diferenças entre as teorias de Airy e de Stokes 2º Ordem:  
 A teoria de Airy terá um A para designá-la assim como S para designar Stokes 2º Ordem

1.1 - Elevação da Onda \_ Águas Rasas:

prof := 50 os parâmetros de entrada H, kaux, λ, c, prof são os mesmos para as duas teorias

$$kaux := \text{root}(w^2 \cdot g^{-1} - k \cdot \tanh(k \cdot \text{prof}), k)$$

$$kaux = 0.033$$

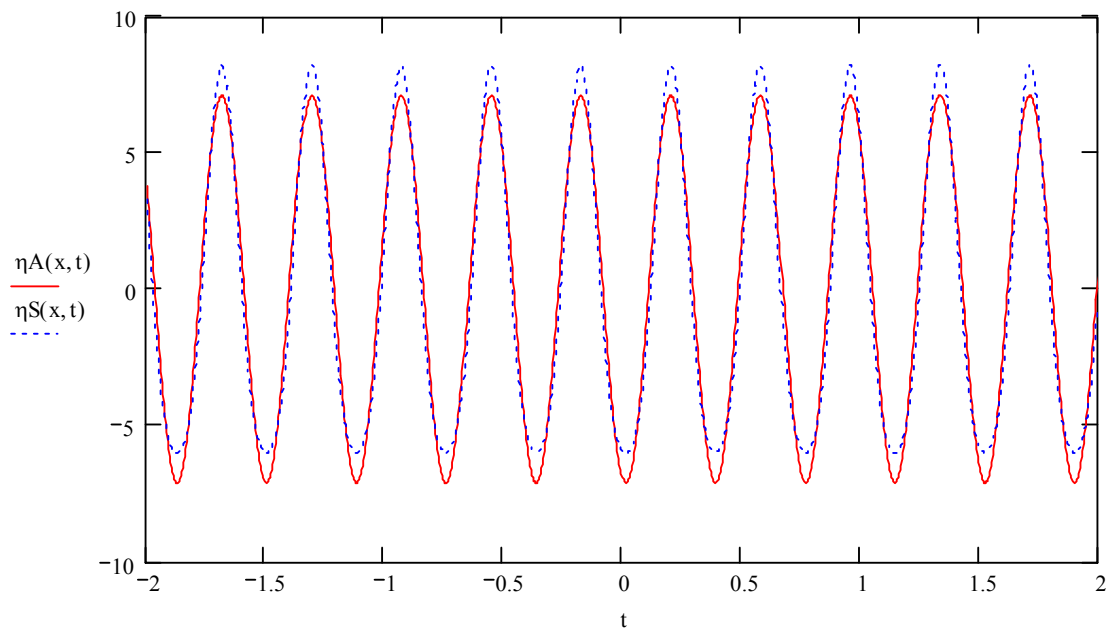
$$\lambda := \frac{2 \cdot \pi}{kaux} \quad \lambda = 191.519$$

$$c := \frac{w}{kaux} \quad c = 16.654$$

$$\frac{\text{prof}}{\lambda} = 0.261 < 0.5 \text{ Águas Rasas}$$

$$\eta_A(x, t) := \frac{H \cdot \cos(kaux \cdot x - c \cdot t)}{2}$$

$$\eta_S(x, t) := \frac{H \cdot \cos(kaux \cdot x - c \cdot t)}{2} + \frac{H}{8} \cdot \left( \frac{\pi \cdot H}{\lambda} \right) \cdot \frac{\cosh(kaux \cdot \text{prof})}{(\sinh(kaux \cdot \text{prof}))^3} \cdot (2 + \cosh(2 \cdot kaux \cdot \text{prof})) \cos[2 \cdot (kaux \cdot x - c \cdot t)]$$



1.2 - Elevação da Onda \_ Águas Profundas:

prof := 1000

$$kaux := \text{root}(w^2 \cdot g^{-1} - k \cdot \tanh(k \cdot \text{prof}), k)$$

kaux = 0.03

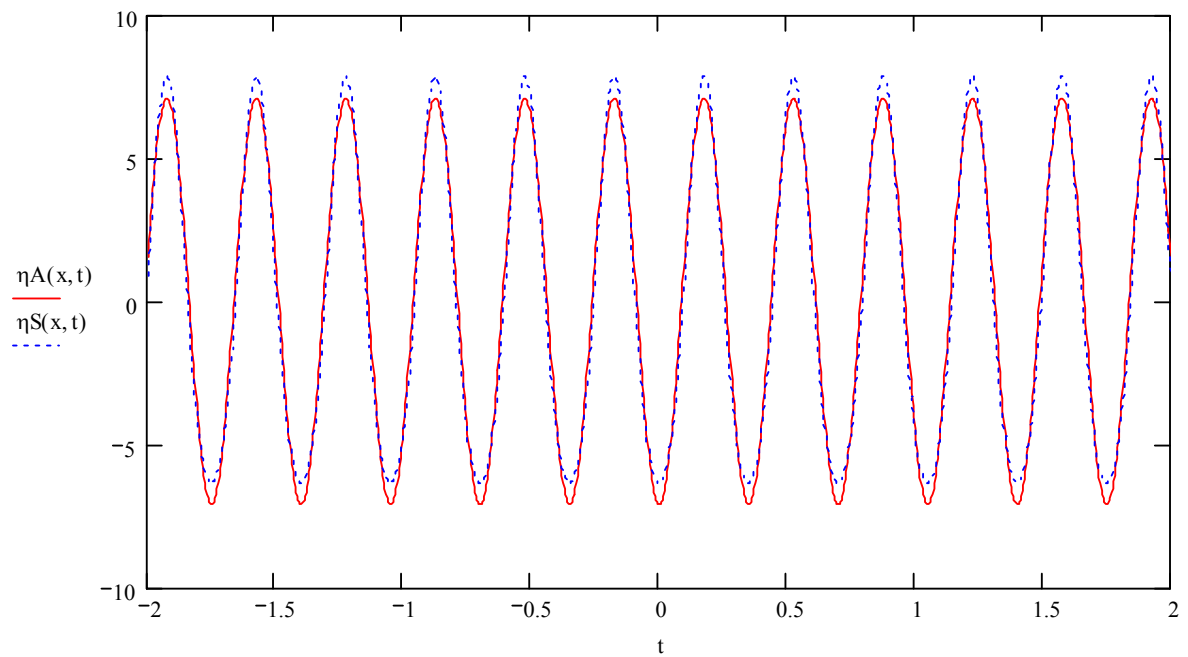
$$\lambda := \frac{2 \cdot \pi}{kaux} \quad \lambda = 206.483$$

$$c := \frac{w}{kaux} \quad c = 17.955$$

$$\frac{\text{prof}}{\lambda} = 4.843 \Rightarrow \text{Águas Profundas}$$

$$\eta A(x, t) := \frac{H \cdot \cos(kaux \cdot x - c \cdot t)}{2}$$

$$\eta S(x, t) := \frac{H \cdot \cos(kaux \cdot x - c \cdot t)}{2} + \frac{H}{8} \cdot \left( \frac{\pi \cdot H}{\lambda} \right) \cdot \frac{\cosh(kaux \cdot \text{prof})}{(\sinh(kaux \cdot \text{prof}))^3} \cdot (2 + \cosh(2 \cdot kaux \cdot \text{prof})) \cos[2 \cdot (kaux \cdot x - c \cdot t)]$$



2.1 - Velocidade Horizontal da Partícula \_ Águas Rasas:

prof := 50

$$kaux := \text{root}(w^2 \cdot g^{-1} - k \cdot \tanh(k \cdot \text{prof}), k)$$

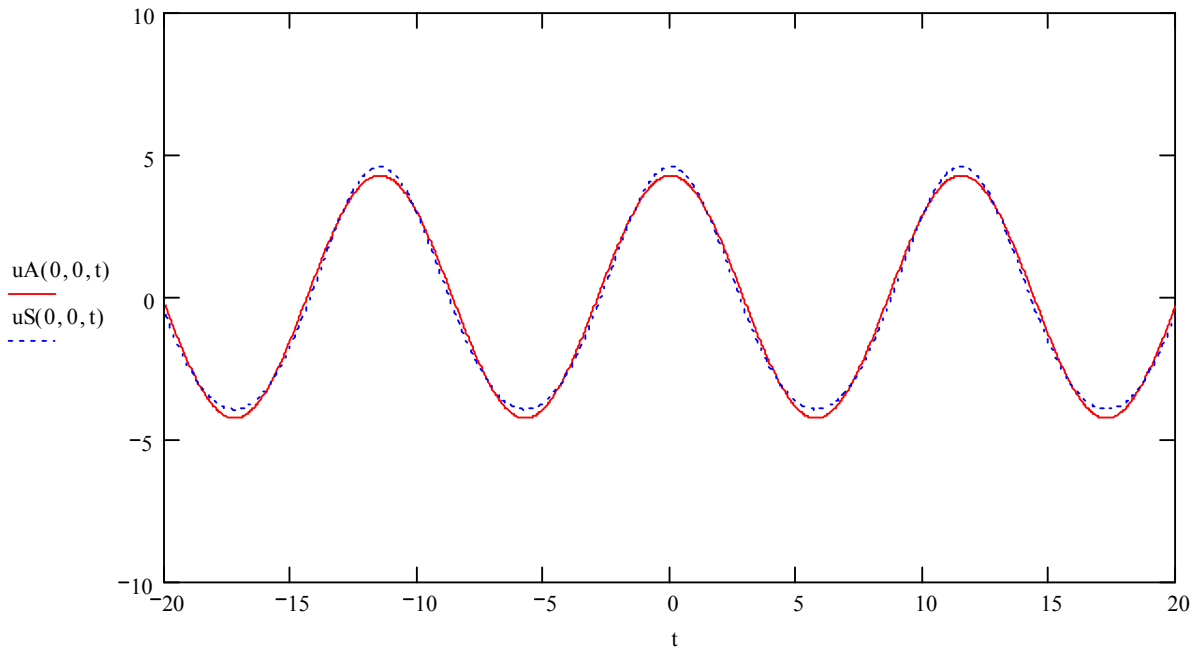
kaux = 0.033

$$\lambda := \frac{2 \cdot \pi}{kaux} \quad \lambda = 191.519$$

$$c := \frac{w}{kaux} \quad c = 16.654$$

$$uA(x, z, t) := \frac{\pi \cdot H}{T} \cdot \frac{\cosh[k \cdot (-z + \text{prof})]}{\sinh(k \cdot \text{prof})} \cdot \cos(k \cdot x - w \cdot t)$$

$$uS(x, z, t) := \left[ \frac{\pi \cdot H}{T} \cdot \frac{\cosh[k \cdot (-z + \text{prof})]}{\sinh(k \cdot \text{prof})} \cdot \cos(k \cdot x - w \cdot t) \right] + \frac{3}{4} \cdot \frac{\pi \cdot H}{T} \cdot \left( \frac{\pi \cdot H}{\lambda} \right) \cdot \frac{\cosh[2 \cdot k \cdot (-z + \text{prof})]}{(\sinh(k \cdot \text{prof}))^4} \cdot \cos[2 \cdot (k \cdot x - w \cdot t)]$$



2.2 - Velocidade Horizontal da Partícula \_ Águas Profundas:

prof := 1000

$$kaux := \text{root}(w^2 \cdot g^{-1} - k \cdot \tanh(k \cdot \text{prof}), k)$$

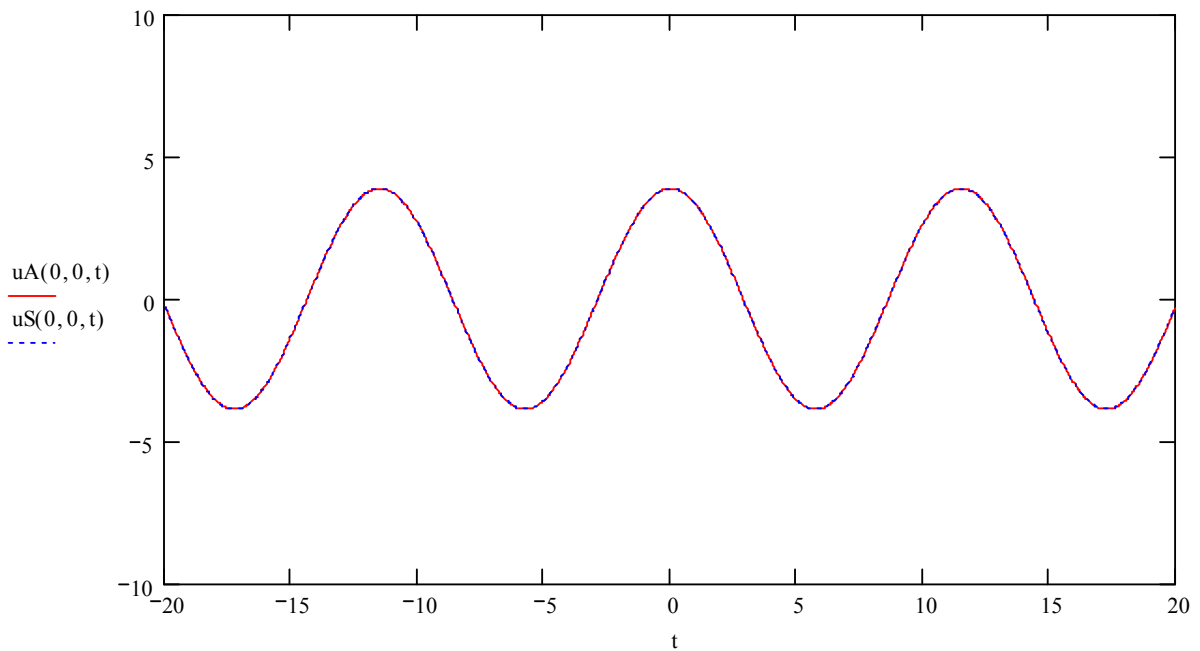
kaux = 0.03

$$\lambda := \frac{2 \cdot \pi}{kaux} \quad \lambda = 206.483$$

$$c := \frac{w}{kaux} \quad c = 17.955$$

$$uA(x, z, t) := \frac{\pi \cdot H}{T} \cdot \frac{\cosh[k \cdot (-z + \text{prof})]}{\sinh(k \cdot \text{prof})} \cdot \cos(k \cdot x - w \cdot t)$$

$$uS(x, z, t) := \left[ \frac{\pi \cdot H}{T} \cdot \frac{\cosh[k \cdot (-z + \text{prof})]}{\sinh(k \cdot \text{prof})} \cdot \cos(k \cdot x - w \cdot t) \right] + \frac{3}{4} \cdot \frac{\pi \cdot H}{T} \cdot \left( \frac{\pi \cdot H}{\lambda} \right) \cdot \frac{\cosh[2 \cdot k \cdot (-z + \text{prof})]}{(\sinh(k \cdot \text{prof}))^4} \cdot \cos[2 \cdot (k \cdot x - w \cdot t)]$$



3.1 - Aceleração Horizontal da Partícula \_ Águas Rasas:

prof := 50

$$kaux := \text{root}\left(w^2 \cdot g^{-1} - k \cdot \tanh(k \cdot \text{prof}), k\right)$$

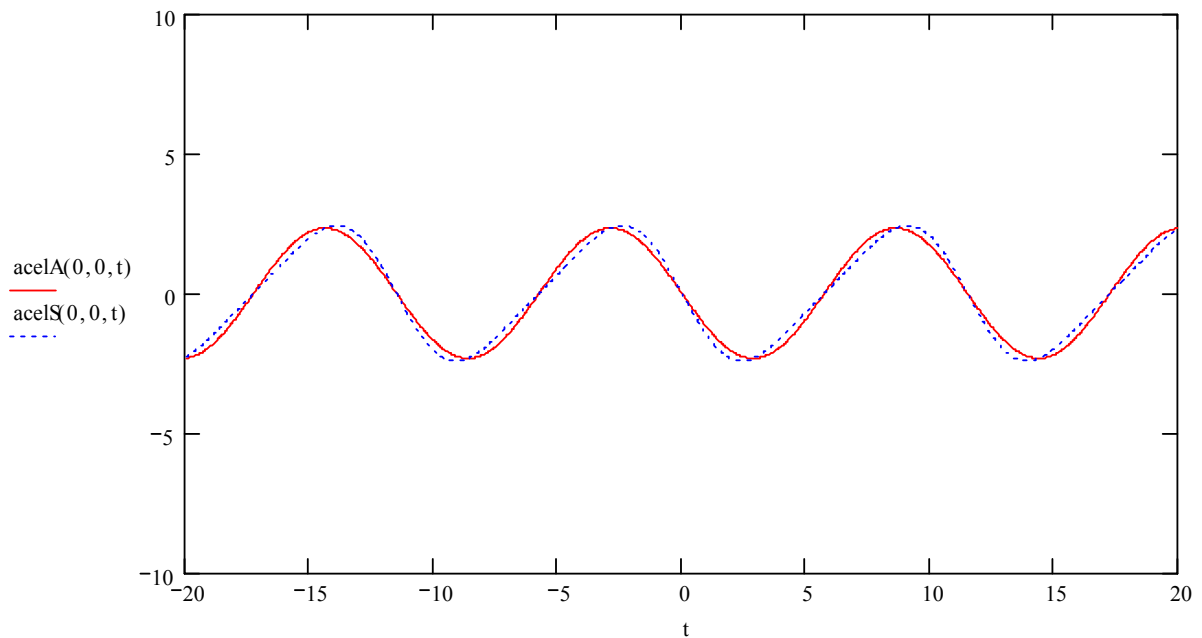
kaux = 0.033

$$\lambda := \frac{2 \cdot \pi}{kaux} \quad \lambda = 191.519$$

$$c := \frac{w}{kaux} \quad c = 16.654$$

$$\text{acelA}(x, z, t) := \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot H}{T^2} \cdot \frac{\cosh[k \cdot (-z + \text{prof})]}{\sinh(k \cdot \text{prof})} \cdot \sin(k \cdot x - w \cdot t)$$

$$\text{acelS}(x, z, t) := \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot H}{T^2} \cdot \frac{\cosh[k \cdot (-z + \text{prof})]}{\sinh(k \cdot \text{prof})} \cdot \sin(k \cdot x - w \cdot t) + \frac{3 \cdot \pi^2 \cdot H}{T^2} \cdot \left(\frac{\pi \cdot H}{\lambda}\right) \cdot \frac{\cosh[2 \cdot k \cdot (-z + \text{prof})]}{(\sinh(k \cdot \text{prof}))^4} \cdot \sin[2 \cdot (k \cdot x - w \cdot t)]$$



3.2 - Aceleração Horizontal da Partícula \_ Águas Profundas:

prof := 1000

$$kaux := \text{root}\left(w^2 \cdot g^{-1} - k \cdot \tanh(k \cdot \text{prof}), k\right)$$

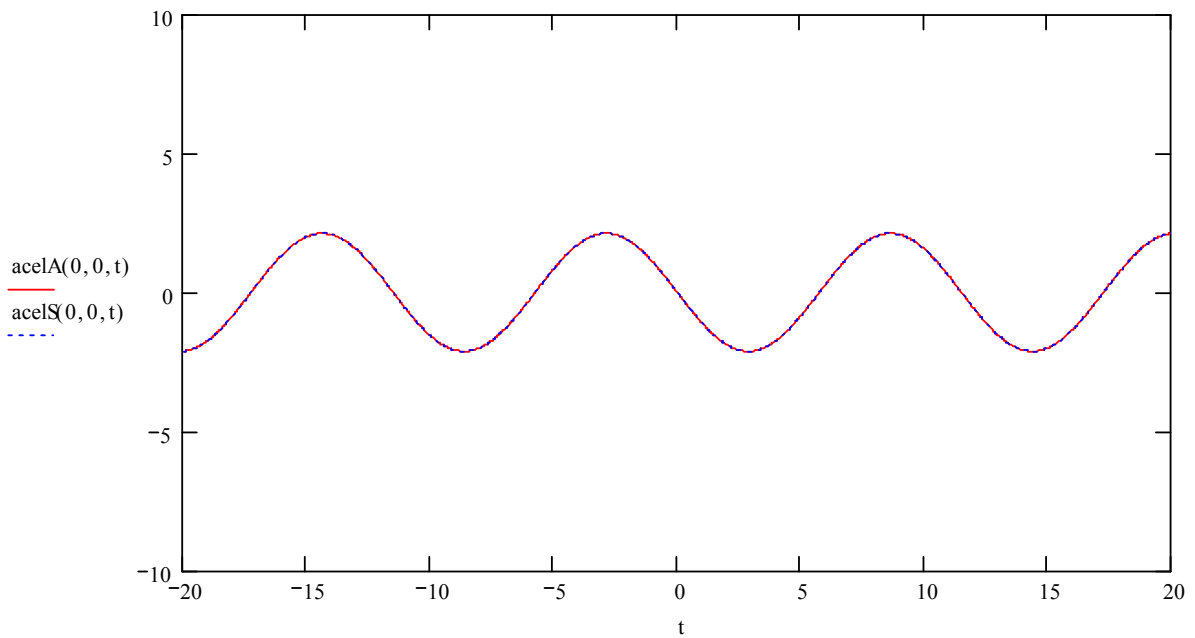
kaux = 0.03

$$\lambda := \frac{2 \cdot \pi}{kaux} \quad \lambda = 206.483$$

$$c := \frac{w}{kaux} \quad c = 17.955$$

$$\text{acelA}(x, z, t) := \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot H}{T^2} \cdot \frac{\cosh[k \cdot (-z + \text{prof})]}{\sinh(k \cdot \text{prof})} \cdot \sin(k \cdot x - w \cdot t)$$

$$\text{acelS}(x, z, t) := \frac{2 \cdot \pi^2 \cdot H}{T^2} \cdot \frac{\cosh[k \cdot (-z + \text{prof})]}{\sinh(k \cdot \text{prof})} \cdot \sin(k \cdot x - w \cdot t) + \frac{3 \cdot \pi^2 \cdot H}{T^2} \cdot \left(\frac{\pi \cdot H}{\lambda}\right) \cdot \frac{\cosh[2 \cdot k \cdot (-z + \text{prof})]}{(\sinh(k \cdot \text{prof}))^4} \cdot \sin[2 \cdot (k \cdot x - w \cdot t)]$$



4.1 - Comparação do Parâmetro Velocidade Horizontal com a Profundidade \_ Águas Rasas:

prof := 50

$$kaux := \text{root}\left(w^2 \cdot g^{-1} - k \cdot \tanh(k \cdot \text{prof}), k\right)$$

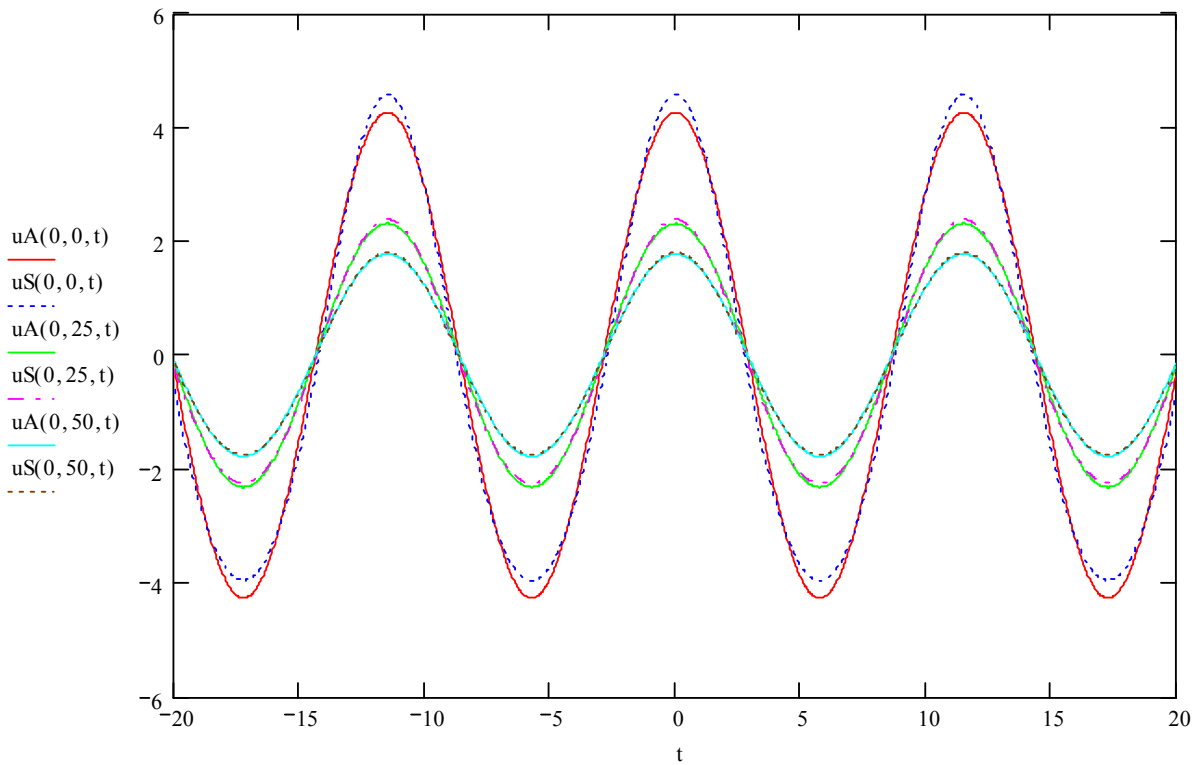
kaux = 0.033

$$\lambda := \frac{2 \cdot \pi}{kaux} \quad \lambda = 191.519$$

$$c := \frac{w}{kaux} \quad c = 16.654$$

$$uA(x, z, t) := \frac{\pi \cdot H}{T} \cdot \frac{\cosh[k \cdot (-z + \text{prof})]}{\sinh(k \cdot \text{prof})} \cdot \cos(k \cdot x - w \cdot t)$$

$$uS(x, z, t) := \left[ \frac{\pi \cdot H}{T} \cdot \frac{\cosh[k \cdot (-z + \text{prof})]}{\sinh(k \cdot \text{prof})} \cdot \cos(k \cdot x - w \cdot t) \right] + \frac{3}{4} \cdot \frac{\pi \cdot H}{T} \cdot \left( \frac{\pi \cdot H}{\lambda} \right) \cdot \frac{\cosh[2 \cdot k \cdot (-z + \text{prof})]}{(\sinh(k \cdot \text{prof}))^4} \cdot \cos[2 \cdot (k \cdot x - w \cdot t)]$$





4.2 - Comparação do Parâmetro Velocidade Horizontal com a Profundidade \_ Águas Profundas:

prof := 1000

$$kaux := \text{root}\left(w^2 \cdot g^{-1} - k \cdot \tanh(k \cdot \text{prof}), k\right)$$

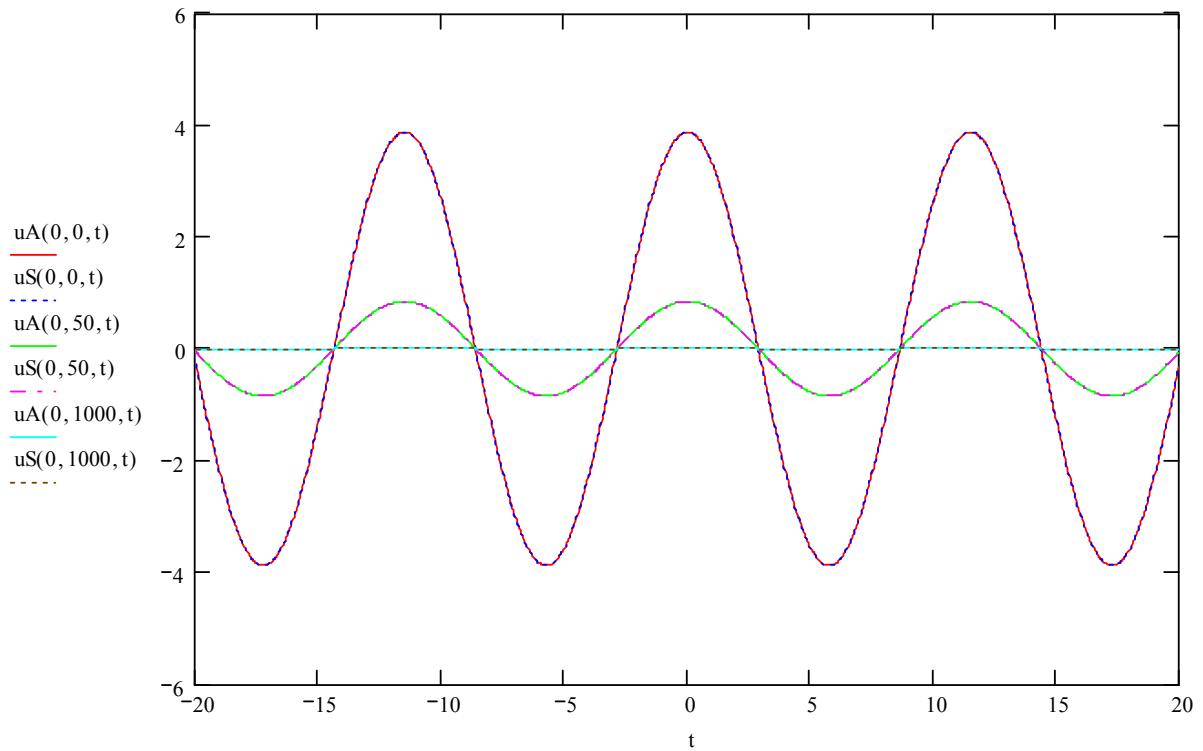
kaux = 0.03

$$\lambda := \frac{2 \cdot \pi}{kaux} \quad \lambda = 206.483$$

$$c := \frac{w}{kaux} \quad c = 17.955$$

$$uA(x, z, t) := \frac{\pi \cdot H}{T} \cdot \frac{\cosh[k \cdot (-z + \text{prof})]}{\sinh(k \cdot \text{prof})} \cdot \cos(k \cdot x - w \cdot t)$$

$$uS(x, z, t) := \left[ \frac{\pi \cdot H}{T} \cdot \frac{\cosh[k \cdot (-z + \text{prof})]}{\sinh(k \cdot \text{prof})} \cdot \cos(k \cdot x - w \cdot t) \right] + \frac{3}{4} \cdot \frac{\pi \cdot H}{T} \cdot \left( \frac{\pi \cdot H}{\lambda} \right) \cdot \frac{\cosh[2 \cdot k \cdot (-z + \text{prof})]}{(\sinh(k \cdot \text{prof}))^4} \cdot \cos[2 \cdot (k \cdot x - w \cdot t)]$$



COMPLEMENTO (opcional)

5.1 - Velocidade Vertical da Partícula \_ Águas Rasas:

prof := 50

$$kaux := \text{root}\left(w^2 \cdot g^{-1} - k \cdot \tanh(k \cdot \text{prof}), k\right)$$

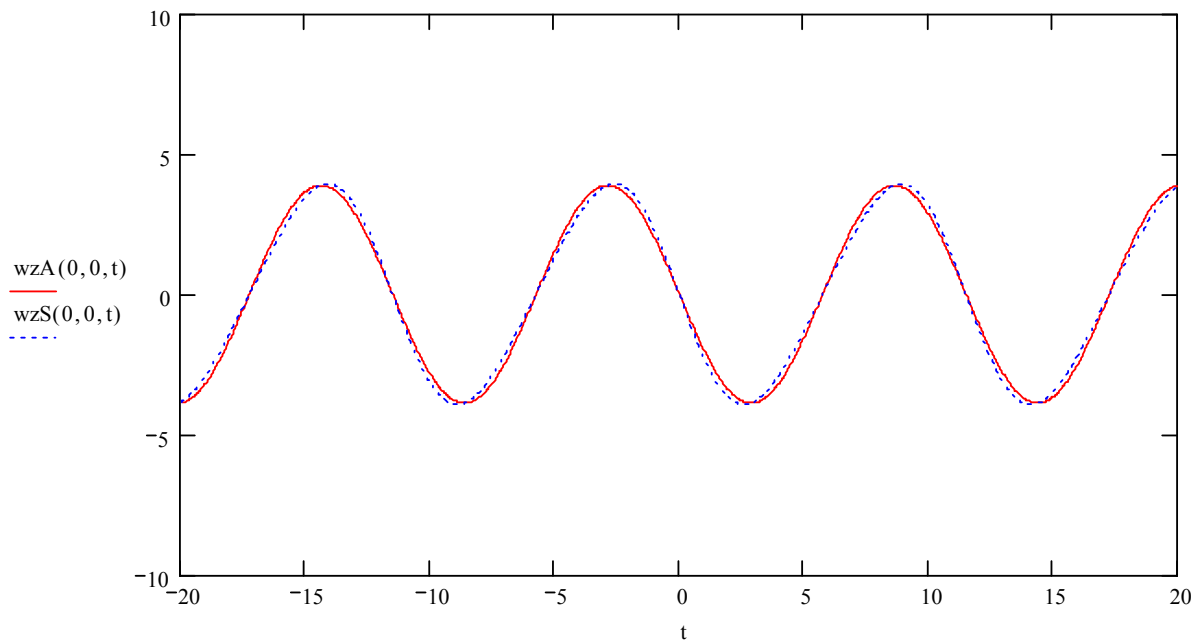
kaux = 0.033

$$\lambda := \frac{2 \cdot \pi}{kaux} \quad \lambda = 191.519$$

$$c := \frac{w}{kaux} \quad c = 16.654$$

$$wzA(x, z, t) := \frac{\pi \cdot H}{T} \cdot \frac{\sinh[k \cdot (-z + \text{prof})]}{\sinh(k \cdot \text{prof})} \cdot \sin(k \cdot x - w \cdot t)$$

$$wzS(x, z, t) := \frac{\pi \cdot H}{T} \cdot \frac{\sinh[k \cdot (-z + \text{prof})]}{\sinh(k \cdot \text{prof})} \cdot \sin(k \cdot x - w \cdot t) + \frac{3}{4} \cdot \frac{\pi \cdot H}{T} \cdot \left(\frac{\pi \cdot H}{\lambda}\right) \cdot \left[\frac{\sinh[2 \cdot k \cdot (-z + \text{prof})]}{(\sinh(k \cdot \text{prof}))^4} \cdot \sin[2 \cdot (k \cdot x - w \cdot t)]\right]$$



5.2 - Velocidade Vertical da Partícula \_ Águas Profundas:

$$\text{prof} := 1000$$

$$\text{kau} := \text{root}\left(\omega^2 \cdot g^{-1} - k \cdot \tanh(k \cdot \text{prof}), k\right)$$

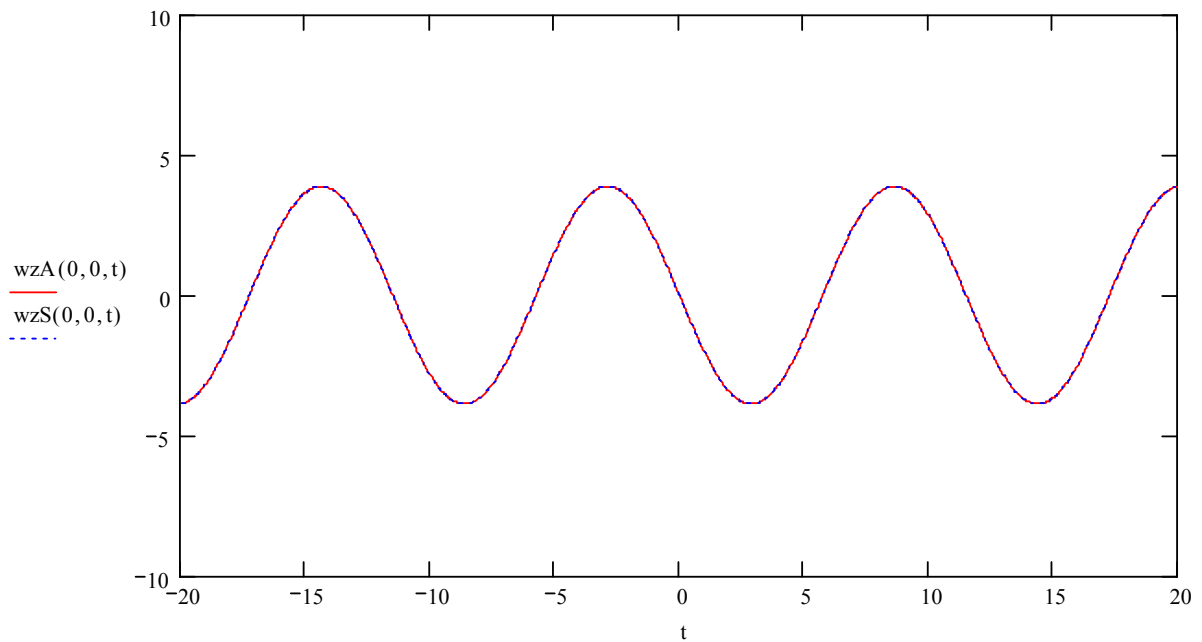
$$\text{kau} = 0.03$$

$$\lambda := \frac{2 \cdot \pi}{\text{kau}} \quad \lambda = 206.483$$

$$c := \frac{\omega}{\text{kau}} \quad c = 17.955$$

$$\text{wzA}(x, z, t) := \frac{\pi \cdot H}{T} \cdot \frac{\sinh[k \cdot (-z + \text{prof})]}{\sinh(k \cdot \text{prof})} \cdot \sin(k \cdot x - \omega \cdot t)$$

$$\text{wzS}(x, z, t) := \frac{\pi \cdot H}{T} \cdot \frac{\sinh[k \cdot (-z + \text{prof})]}{\sinh(k \cdot \text{prof})} \cdot \sin(k \cdot x - \omega \cdot t) + \frac{3}{4} \cdot \frac{\pi \cdot H}{T} \cdot \left(\frac{\pi \cdot H}{\lambda}\right) \cdot \left[\frac{\sinh[2 \cdot k \cdot (-z + \text{prof})]}{(\sinh(k \cdot \text{prof}))^4} \cdot \sin[2 \cdot (k \cdot x - \omega \cdot t)]\right]$$



3.1 - Aceleração Vertical da Partícula \_ Águas Rasas:

prof := 50

kaux := root( $w^2 \cdot g^{-1} - k \cdot \tanh(k \cdot \text{prof}), k$ )

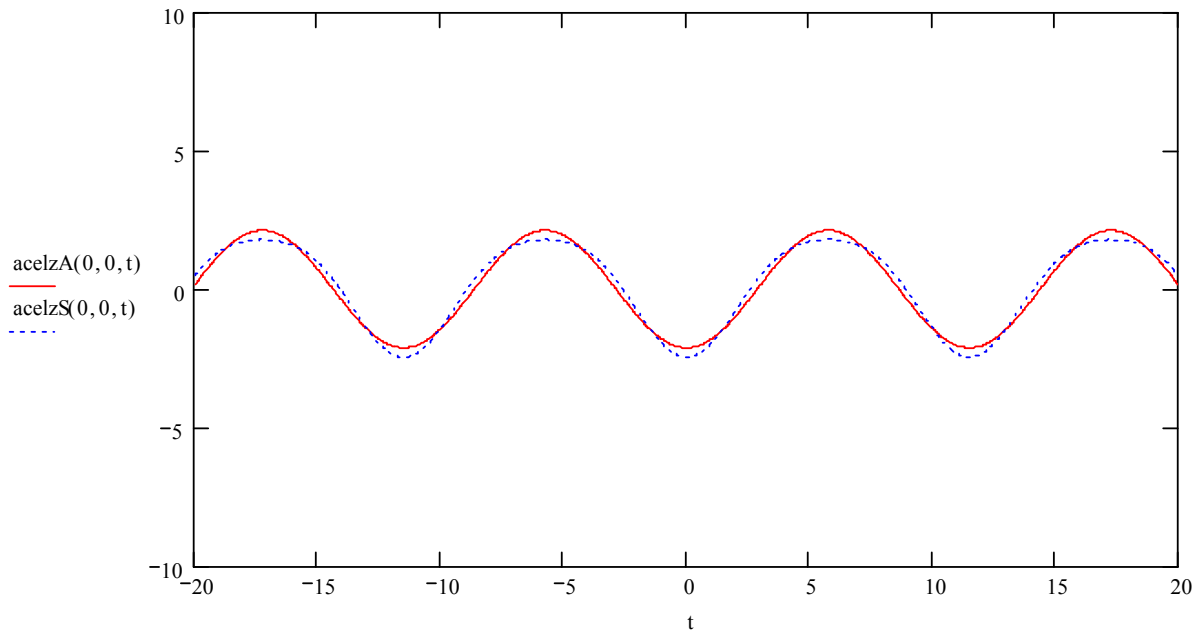
kaux = 0.033

$\lambda := \frac{2 \cdot \pi}{\text{kaux}}$      $\lambda = 191.519$

$c := \frac{w}{\text{kaux}}$      $c = 16.654$

$$\text{acelzA}(x, z, t) := \frac{-2 \cdot \pi^2 \cdot H}{T^2} \cdot \frac{\sinh[k \cdot (-z + \text{prof})]}{\sinh(k \cdot \text{prof})} \cdot \cos(k \cdot x - w \cdot t)$$

$$\text{acelzS}(x, z, t) := \frac{-2 \cdot \pi^2 \cdot H}{T^2} \cdot \frac{\sinh[k \cdot (-z + \text{prof})]}{\sinh(k \cdot \text{prof})} \cdot \cos(k \cdot x - w \cdot t) + \frac{-3 \cdot \pi^2 \cdot H}{T^2} \cdot \left(\frac{\pi \cdot H}{\lambda}\right) \cdot \frac{\sinh[2 \cdot k \cdot (-z + \text{prof})]}{(\sinh(k \cdot \text{prof}))^4} \cdot \cos[2 \cdot (k \cdot x - w \cdot t)]$$



3.2 - Aceleração Horizontal da Partícula \_ Águas Profundas:

prof := 1000

$$k_{aux} := \text{root}\left(w^2 \cdot g^{-1} - k \cdot \tanh(k \cdot \text{prof}), k\right)$$

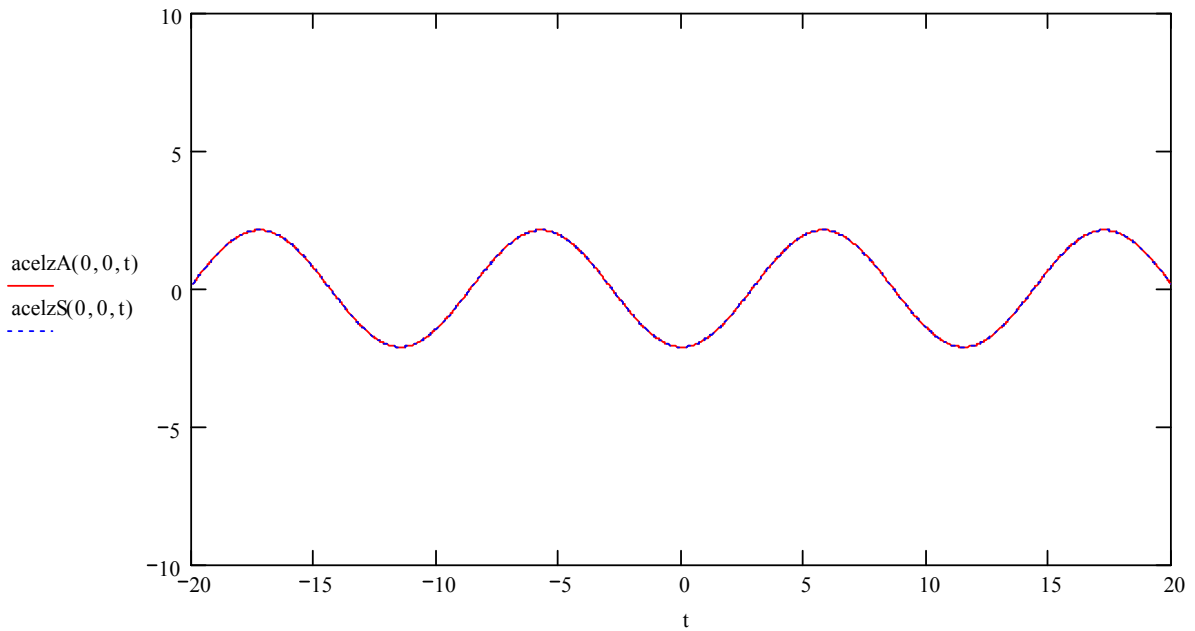
k<sub>aux</sub> = 0.03

$$\lambda := \frac{2 \cdot \pi}{k_{aux}} \quad \lambda = 206.483$$

$$c := \frac{w}{k_{aux}} \quad c = 17.955$$

$$\text{acelzA}(x, z, t) := \frac{-2 \cdot \pi^2 \cdot H}{T^2} \cdot \frac{\sinh[k \cdot (-z + \text{prof})]}{\sinh(k \cdot \text{prof})} \cdot \cos(k \cdot x - w \cdot t)$$

$$\text{acelzS}(x, z, t) := \frac{-2 \cdot \pi^2 \cdot H}{T^2} \cdot \frac{\sinh[k \cdot (-z + \text{prof})]}{\sinh(k \cdot \text{prof})} \cdot \cos(k \cdot x - w \cdot t) + \frac{-3 \cdot \pi^2 \cdot H}{T^2} \cdot \left(\frac{\pi \cdot H}{\lambda}\right) \cdot \frac{\sinh[2 \cdot k \cdot (-z + \text{prof})]}{(\sinh(k \cdot \text{prof}))^4} \cdot \cos[2 \cdot (k \cdot x - w \cdot t)]$$



## **ANEXO 3**

**ARQUIVO DE SAÍDA DO PROGRAMA SACS  
DE ANÁLISE ESTRUTURAL \_ UTILIZADO NO DESENVOLVIMENTO  
DA PLANILHA DE TEORIA LINEAR DE ONDA**



SACS Release 5.1

Suporte

ID=00190236

\*\*\*\*\* EDI/SACS IV SEASTATE PROGRAM \*\*\*\*\*

DATE 04-MAR-2006 TIME 11:06:59 SEA PAGE 9

Teoria de Ayri

HORIZONTAL VELOCITY

THETA	120.000	130.000	140.000	150.000	160.000	170.000	180.000
SURFACE	116.450	115.436	114.561	113.851	113.328	113.008	112.900
HEIGHT	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *
127.10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
126.80	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
125.78	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
124.06	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
121.62	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
118.48	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
114.63	-1.646	-2.116	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
110.07	-1.434	-1.845	-2.197	-2.482	-2.695	-2.826	-2.871
104.80	-1.223	-1.571	-1.872	-2.117	-2.297	-2.408	-2.445
98.82	-1.020	-1.312	-1.563	-1.767	-1.917	-2.009	-2.040
92.13	-0.834	-1.072	-1.277	-1.444	-1.566	-1.641	-1.667
84.73	-0.667	-0.857	-1.022	-1.156	-1.254	-1.314	-1.335
76.62	-0.523	-0.672	-0.801	-0.906	-0.983	-1.030	-1.046
67.80	-0.403	-0.518	-0.617	-0.697	-0.756	-0.792	-0.804
58.28	-0.306	-0.393	-0.469	-0.529	-0.574	-0.602	-0.611
48.04	-0.230	-0.295	-0.352	-0.398	-0.432	-0.452	-0.459
37.09	-0.173	-0.222	-0.265	-0.299	-0.325	-0.340	-0.346
25.44	-0.133	-0.171	-0.204	-0.230	-0.250	-0.262	-0.266
13.07	-0.109	-0.140	-0.167	-0.188	-0.205	-0.214	-0.218
0.00	-0.100	-0.129	-0.153	-0.173	-0.188	-0.197	-0.200



SACS Release 5.1 Suporte ID=00190236  
 \*\*\*\*\* EDI/SACS IV SEASTATE PROGRAM \*\*\*\*\* DATE 04-MAR-2006 TIME 11:06:59 SEA PAGE 10

Teoria de Ayri

HORIZONTAL ACCELERATION

THETA	0.000	10.000	20.000	30.000	40.000	50.000	60.000	70.000	80.000	90.000	100.000	110.000
SURFACE	127.100	126.992	126.672	126.149	125.439	124.564	123.550	122.428	121.233	120.000	118.767	117.572
HEIGHT	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *
127.10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
126.80	0.000	0.453	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
125.78	0.000	0.439	0.864	1.264	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
124.06	0.000	0.417	0.820	1.198	1.543	1.836	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
121.62	0.000	0.387	0.762	1.113	1.431	1.708	1.927	2.090	0.000	0.000	0.000	0.000
118.48	0.000	0.352	0.693	1.012	1.301	1.551	1.754	1.901	1.994	2.024	1.995	0.000
114.63	0.000	0.313	0.616	0.901	1.157	1.379	1.560	1.692	1.772	1.802	1.772	1.693
110.07	0.000	0.272	0.537	0.784	1.008	1.201	1.358	1.474	1.544	1.567	1.544	1.473
104.80	0.000	0.232	0.457	0.669	0.860	1.024	1.158	1.256	1.316	1.336	1.316	1.256
98.82	0.000	0.194	0.381	0.558	0.717	0.855	0.967	1.049	1.099	1.115	1.098	1.048
92.13	0.000	0.158	0.311	0.456	0.586	0.699	0.790	0.857	0.898	0.911	0.897	0.856
84.73	0.000	0.126	0.249	0.364	0.469	0.559	0.632	0.686	0.719	0.730	0.718	0.684
76.62	0.000	0.099	0.195	0.286	0.368	0.438	0.496	0.539	0.564	0.573	0.564	0.538
67.80	0.000	0.076	0.150	0.220	0.283	0.337	0.382	0.415	0.435	0.441	0.435	0.415
58.28	0.000	0.058	0.114	0.166	0.214	0.256	0.289	0.314	0.329	0.335	0.330	0.314
48.04	0.000	0.043	0.085	0.125	0.161	0.192	0.217	0.236	0.247	0.251	0.247	0.236
37.09	0.000	0.032	0.064	0.094	0.121	0.144	0.163	0.177	0.185	0.188	0.186	0.177
25.44	0.000	0.025	0.049	0.072	0.093	0.111	0.125	0.136	0.143	0.145	0.143	0.136
13.07	0.000	0.021	0.040	0.059	0.076	0.091	0.103	0.111	0.117	0.119	0.117	0.112
0.00	0.000	0.019	0.037	0.055	0.070	0.084	0.095	0.103	0.108	0.109	0.108	0.103

SACS Release 5.1

Suporte

ID=00190236

\*\*\*\*\* EDI/SACS IV SEASTATE PROGRAM \*\*\*\*\*

DATE 04-MAR-2006 TIME 11:06:59 SEA PAGE 11

Teoria de Ayri

HORIZONTAL ACCELERATION

THETA	120.000	130.000	140.000	150.000	160.000	170.000	180.000
SURFACE	116.450	115.436	114.561	113.851	113.328	113.008	112.900
HEIGHT	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *
127.10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
126.80	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
125.78	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
124.06	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
121.62	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
118.48	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
114.63	1.558	1.378	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
110.07	1.357	1.201	1.007	0.783	0.536	0.272	0.000
104.80	1.157	1.023	0.858	0.668	0.457	0.232	0.000
98.82	0.966	0.854	0.717	0.557	0.381	0.194	0.000
92.13	0.789	0.698	0.586	0.455	0.311	0.158	0.000
84.73	0.631	0.558	0.469	0.365	0.249	0.127	0.000
76.62	0.495	0.437	0.367	0.286	0.195	0.099	0.000
67.80	0.382	0.337	0.283	0.220	0.150	0.076	0.000
58.28	0.290	0.256	0.215	0.167	0.114	0.058	0.000
48.04	0.218	0.192	0.161	0.126	0.086	0.044	0.000
37.09	0.163	0.145	0.121	0.094	0.065	0.033	0.000
25.44	0.126	0.111	0.093	0.073	0.050	0.025	0.000
13.07	0.103	0.091	0.076	0.059	0.041	0.021	0.000
0.00	0.095	0.084	0.070	0.055	0.037	0.019	0.000

SACS Release 5.1

Suporte

ID=00190236

\*\*\*\*\* EDI/SACS IV SEASTATE PROGRAM \*\*\*\*\*

DATE 04-MAR-2006 TIME 11:06:59 SEA PAGE 12

Teoria de Ayri

VERTICAL VELOCITY

THETA	0.000	10.000	20.000	30.000	40.000	50.000	60.000	70.000	80.000	90.000	100.000	110.000
SURFACE	127.100	126.992	126.672	126.149	125.439	124.564	123.550	122.428	121.233	120.000	118.767	117.572
HEIGHT	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *
127.10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
126.80	0.000	0.827	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
125.78	0.000	0.803	1.579	2.312	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
124.06	0.000	0.762	1.499	2.190	2.821	3.357	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
121.62	0.000	0.708	1.393	2.034	2.615	3.122	3.522	3.821	0.000	0.000	0.000	0.000
118.48	0.000	0.643	1.266	1.850	2.377	2.834	3.205	3.473	3.644	3.699	3.646	0.000
114.63	0.000	0.572	1.126	1.645	2.115	2.520	2.850	3.091	3.238	3.292	3.237	3.093
110.07	0.000	0.497	0.980	1.432	1.841	2.194	2.480	2.691	2.819	2.862	2.819	2.689
104.80	0.000	0.423	0.834	1.219	1.568	1.869	2.112	2.292	2.401	2.438	2.400	2.290
98.82	0.000	0.353	0.695	1.016	1.306	1.557	1.761	1.910	2.001	2.030	2.000	1.908
92.13	0.000	0.287	0.566	0.828	1.065	1.269	1.435	1.558	1.632	1.656	1.629	1.555
84.73	0.000	0.229	0.451	0.659	0.848	1.012	1.144	1.242	1.301	1.321	1.299	1.238
76.62	0.000	0.178	0.351	0.513	0.660	0.788	0.891	0.967	1.014	1.029	1.013	0.966
67.80	0.000	0.135	0.266	0.390	0.501	0.598	0.677	0.735	0.770	0.782	0.770	0.735
58.28	0.000	0.100	0.197	0.288	0.370	0.442	0.500	0.543	0.569	0.578	0.570	0.543
48.04	0.000	0.071	0.140	0.205	0.264	0.315	0.356	0.387	0.406	0.413	0.407	0.388
37.09	0.000	0.048	0.095	0.139	0.179	0.213	0.242	0.262	0.275	0.280	0.276	0.263
25.44	0.000	0.030	0.059	0.086	0.110	0.132	0.149	0.162	0.169	0.172	0.170	0.162
13.07	0.000	0.014	0.028	0.041	0.053	0.063	0.071	0.077	0.081	0.082	0.081	0.077
0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

SACS Release 5.1

Suporte

ID=00190236

\*\*\*\*\* EDI/SACS IV SEASTATE PROGRAM \*\*\*\*\*

DATE 04-MAR-2006 TIME 11:06:59 SEA PAGE 13

Teoria de Ayri

VERTICAL VELOCITY

THETA	120.000	130.000	140.000	150.000	160.000	170.000	180.000
SURFACE	116.450	115.436	114.561	113.851	113.328	113.008	112.900
HEIGHT	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *
127.10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
126.80	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
125.78	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
124.06	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
121.62	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
118.48	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
114.63	2.846	2.517	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
110.07	2.477	2.193	1.839	1.430	0.978	0.497	0.000
104.80	2.111	1.867	1.566	1.218	0.833	0.423	0.000
98.82	1.759	1.556	1.305	1.015	0.694	0.352	0.000
92.13	1.434	1.268	1.064	0.828	0.566	0.287	0.000
84.73	1.141	1.010	0.848	0.660	0.451	0.229	0.000
76.62	0.889	0.785	0.659	0.513	0.351	0.178	0.000
67.80	0.677	0.598	0.501	0.390	0.266	0.135	0.000
58.28	0.501	0.443	0.371	0.289	0.197	0.100	0.000
48.04	0.358	0.316	0.265	0.206	0.141	0.072	0.000
37.09	0.242	0.215	0.180	0.140	0.096	0.049	0.000
25.44	0.149	0.132	0.111	0.086	0.059	0.030	0.000
13.07	0.071	0.063	0.053	0.041	0.028	0.014	0.000
0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

SACS Release 5.1

Suporte

ID=00190236

\*\*\*\*\* EDI/SACS IV SEASTATE PROGRAM \*\*\*\*\*

DATE 04-MAR-2006 TIME 11:06:59 SEA PAGE 14

Teoria de Ayri

VERTICAL ACCELERATION

THETA	0.000	10.000	20.000	30.000	40.000	50.000	60.000	70.000	80.000	90.000	100.000	110.000
SURFACE	127.100	126.992	126.672	126.149	125.439	124.564	123.550	122.428	121.233	120.000	118.767	117.572
HEIGHT	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *
127.10	-1.924	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
126.80	-1.913	-1.871	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
125.78	-1.875	-1.836	-1.720	-1.535	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
124.06	-1.811	-1.774	-1.664	-1.487	-1.249	-0.953	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
121.62	-1.720	-1.686	-1.584	-1.419	-1.197	-0.924	-0.606	-0.255	0.000	0.000	0.000	0.000
118.48	-1.605	-1.574	-1.482	-1.332	-1.129	-0.881	-0.593	-0.273	0.067	0.418	0.770	0.000
114.63	-1.468	-1.440	-1.359	-1.226	-1.045	-0.824	-0.568	-0.284	0.019	0.331	0.642	0.946
110.07	-1.314	-1.290	-1.219	-1.104	-0.947	-0.754	-0.531	-0.284	-0.021	0.251	0.522	0.785
104.80	-1.150	-1.130	-1.070	-0.971	-0.838	-0.674	-0.483	-0.273	-0.049	0.182	0.414	0.638
98.82	-0.983	-0.966	-0.916	-0.834	-0.723	-0.586	-0.428	-0.252	-0.066	0.126	0.319	0.507
92.13	-0.820	-0.806	-0.765	-0.699	-0.608	-0.497	-0.368	-0.225	-0.072	0.085	0.241	0.394
84.73	-0.666	-0.655	-0.623	-0.570	-0.498	-0.410	-0.307	-0.192	-0.071	0.054	0.179	0.300
76.62	-0.527	-0.519	-0.494	-0.453	-0.397	-0.328	-0.248	-0.159	-0.064	0.033	0.131	0.225
67.80	-0.406	-0.400	-0.381	-0.350	-0.307	-0.255	-0.194	-0.127	-0.055	0.020	0.094	0.166
58.28	-0.303	-0.299	-0.285	-0.262	-0.230	-0.192	-0.147	-0.097	-0.044	0.011	0.066	0.119
48.04	-0.218	-0.215	-0.205	-0.188	-0.166	-0.139	-0.107	-0.071	-0.033	0.006	0.045	0.083
37.09	-0.149	-0.147	-0.140	-0.129	-0.114	-0.095	-0.073	-0.049	-0.024	0.003	0.030	0.055
25.44	-0.092	-0.091	-0.087	-0.080	-0.070	-0.059	-0.046	-0.031	-0.015	0.001	0.018	0.034
13.07	-0.044	-0.044	-0.042	-0.038	-0.034	-0.028	-0.022	-0.015	-0.007	0.001	0.008	0.016
0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

SACS Release 5.1

Suporte

ID=00190236

\*\*\*\*\* EDI/SACS IV SEASTATE PROGRAM \*\*\*\*\*

DATE 04-MAR-2006 TIME 11:06:59 SEA PAGE 15

Teoria de Ayri

VERTICAL ACCELERATION

THETA	120.000	130.000	140.000	150.000	160.000	170.000	180.000
SURFACE	116.450	115.436	114.561	113.851	113.328	113.008	112.900
HEIGHT	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *	* * * * *
127.10	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
126.80	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
125.78	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
124.06	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
121.62	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
118.48	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
114.63	1.227	1.483	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
110.07	1.032	1.256	1.448	1.603	1.719	1.791	1.815
104.80	0.848	1.038	1.201	1.334	1.433	1.493	1.513
98.82	0.682	0.840	0.976	1.087	1.169	1.219	1.236
92.13	0.537	0.666	0.777	0.868	0.934	0.975	0.988
84.73	0.414	0.517	0.606	0.678	0.732	0.764	0.775
76.62	0.313	0.393	0.462	0.519	0.560	0.586	0.594
67.80	0.233	0.293	0.346	0.388	0.419	0.438	0.444
58.28	0.169	0.214	0.253	0.284	0.307	0.321	0.326
48.04	0.119	0.151	0.179	0.201	0.218	0.228	0.231
37.09	0.080	0.101	0.120	0.136	0.147	0.154	0.156
25.44	0.049	0.062	0.074	0.083	0.090	0.094	0.096
13.07	0.023	0.029	0.035	0.040	0.043	0.045	0.046
0.00	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

SACS Release 5.1  
Teoria de Ayri

Suporte

ID=00190236

DATE 4-MAR-2006 TIME 11: 6:59 SLV PAGE 4

FIXED DEGREE OF FREEDOM REACTION SUMMARY

LOAD CASE NO.	ID	TOTAL FORCE (X) KN	TOTAL FORCE (Y) KN	TOTAL FORCE (Z) KN
1	1	-3.254036E-01	0.000000E+00	0.000000E+00