



## IMPLEMENTAÇÃO DE ALGORITMO DE RESOLUÇÃO SEQUENCIAL NO SIMULADOR DE PROCESSOS LTMSIM

Sarah Hannah Lucius Lacerda de Góes Telles Carvalho Alves

Projeto de graduação apresentado ao Curso de Engenharia Metalúrgica da Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheira.

Orientadores: Luís Marcelo Marques Tavares  
Rodrigo Magalhães de Carvalho

Rio de Janeiro  
Dezembro de 2011

IMPLEMENTAÇÃO DE ALGORITMO DE RESOLUÇÃO SEQUENCIAL NO  
SIMULADOR DE PROCESSOS LTMSIM

Sarah Hannah Lucius Lacerda de Góes Telles Carvalho Alves

PROJETO DE GRADUAÇÃO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO CURSO DE ENGENHARIA METALÚRGICA DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRA METALURGISTA.

Examinado por:

---

Prof. Luís Marcelo Marques Tavares, Ph.D. - Orientador  
DMM / Escola Politécnica / UFRJ

---

Rodrigo Magalhães de Carvalho, M.Sc. - Orientador  
PEMM / COPPE / UFRJ

---

Prof. José da Rocha Miranda Pontes, D.Sc.  
DMM / Escola Politécnica / UFRJ

---

Prof. Carlos André Vaz Junior, D.Sc.  
Escola de Química / UFRJ

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

Dezembro de 2011

ALVES, SARAH HANNAH L.L. DE G. T. C.

IMPLEMENTAÇÃO DE ALGORITMO DE RESOLUÇÃO SEQUENCIAL NO SIMULADOR DE PROCESSOS LTMSIM / Sarah Hannah Alves – Rio de Janeiro: UFRJ / Escola Politécnica, 2011.

xii, 12 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Luís Marcelo marques Tavares e Rodrigo Magalhães

Projeto de Graduação – UFRJ / POLI / Curso de Engenharia Metalúrgica, 2011.

Referências Bibliográficas: p. 78 - 79.

1. Beneficiamento de minérios; 2. Simulação de processos; 3. Engenharia de Processos; 4. Localização de ciclos.

I. Luís Marcelo Marques Tavares e Rodrigo Magalhães; II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, UFRJ, Engenharia Metalúrgica; III. IMPLEMENTAÇÃO DE ALGORITMO DE RESOLUÇÃO SEQUENCIAL NO SIMULADOR DE PROCESSOS LTMSIM.

*“Concedei-me Senhor a serenidade  
necessária para aceitar as coisas que não  
posso modificar, coragem para modificar  
aquelas que posso e sabedoria para  
distinguir umas das outras .”*

**Reinhold Niebuhr**

*Este trabalho é dedicado à  
família e amigos.*

## **AGRADECIMENTOS**

Meus sinceros agradecimentos,

À meus orientadores Luis Marcelo Tavares e Rodrigo Magalhães, pela dedicação e tempo apesar de todos os compromissos. Bem como pelos ensinamentos e orientações.

À todos os Professores que contribuíram para minha formação.

Aos meus amigos da MetalMat que participaram desta etapa de minha vida e que espero ter por perto também nas próximas etapas: Ana Paula Vieira, Beatriz Lontra, Diego Araújo, Fellipe Dionísio, Gabriel Pantoja, Mariana Martins, Monica Araújo, Péricles Sávio, Rafael Ximenes e Ramiro Mantilla.

Aos amigos Claire Bonnemasou, Letícia Danttas, Luis Fernando Lemos, Yam Yunes e Pedro Lima e Ticiania Leon, pelas alegrias passas e vindouras.

Aos mestres que conheci durante meu estágio na empresa Maemfe, Jorge Dobao, José Augusto, Marcos Anobom e Robson Santana, agradeço pelos incontáveis ensinamentos e imensa paciência.

Em especial à meus pais e irmãos que são a base da minha vida.

À todos vocês ofereço os meus sinceros agradecimentos por fazerem parte da minha vida, tornando-a uma experiência cada vez melhor.

Resumo do Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica / UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheira Metalurgista.

## IMPLEMENTAÇÃO DE ALGORITMO DE RESOLUÇÃO SEQUENCIAL NO SIMULADOR DE PROCESSOS LTMSIM

Sarah Hannah Alves

Dezembro/2011

Orientadores: Luís Marcelo Marques Tavares

Rodrigo Magalhães de Carvalho

Curso: Engenharia Metalúrgica

A busca por processos mais eficientes e a diminuição do teor do minério de uma mina com o avanço de sua exploração, resultam na busca de ferramentas que propiciem a otimização destas operações. A simulação de processos é uma importante ferramenta que permite a otimização das operações de beneficiamento através de estudos sobre o comportamento do processo de beneficiamento. Esta permite conhecer os efeitos de alterações na estrutura da usina sem ter de realizá-las efetivamente. Contudo, as ferramentas disponíveis atualmente não são capazes de descrever a complexidade das operações de beneficiamento pois estas contemplam, em geral, um número limitado de metodologias de modelamento matemático de cada operação unitária, ou não são desenvolvidas em ambientes computacionais adequados. O presente trabalho tem por fim a implementação de um algoritmo de resolução sequencial no simulador de processos de beneficiamento de minérios LTMSim. Foi implementado um algoritmo heurístico de otimização por localização de ciclos através da estratégia modular, reduzindo o número de iterações e, por conseguinte, o tempo de resolução. As metodologias usadas na programação do algoritmo também permitem que o simulador use modelos propostos por diferentes autores, aumentando sua flexibilidade. O ambiente computacional, MATLAB<sup>®</sup>, no qual foi desenvolvido o simulador LTMSim, permite que um elevado número de informações seja processado. Logo, torna-se possível descrever fluxogramas mais complexos, atendendo-se à necessidade crescente por simuladores que lidem com diversas e complexas informações.

**Palavras chave:** *beneficiamento de minérios, simulação de processos, localização de ciclos.*

Abstract of Undergraduate Project presented to POLI/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for degree of Engineer.

IMPLEMENTATION OF RESOLUTION ALGORITHM IN SEQUENTIAL PROCESS  
SIMULATOR LTMSIM

Sarah Hannah Alves

Dezembro/2011

Advisors: Luís Marcelo Marques Tavares

Rodrigo Magalhães de Carvalho

Course: Metallurgical Engineering

The search for more efficient processes and the reduced grades of ores in mines with the advance of their exploitation, result in the need for tools that make the optimization of these operations possible. Simulation is an important tool that allows the optimization of processing operations through studies on the behavior of the beneficiation process. It allows to predict the effect of changes in the plant layout without having to perform them effectively. However, the tools currently available are not capable of describing the complexity of processing operations as they come, in general, a limited number of methodologies for mathematical modeling of each unit operation, or are not developed in appropriate computational environments. The present work aims at the implementation of an algorithm for solving sequential simulations in the ore processing simulator LTMSim. An heuristic optimization algorithm has been implemented for finding cycles through the modular strategy, reducing the number of iterations and, therefore, the time resolution. The methodologies used in the programming algorithm also allow the use of simulation models proposed by different authors, increasing the simulator flexibility. The computational environment, MATLAB<sup>®</sup>, in which the simulator LTMSim was developed, allows a great deal of information to be processed. As such, it makes it possible to describe more complex flowsheets, taking into consideration the increasing need for simulators that deal with diverse and complex information.

**Keywords:** *ore processing, process simulation, pathfinding*



## Sumário

Lista de figuras .....	x
Lista de Tabelas.....	xii
Introdução .....	14
Revisão bibliográfica .....	20
Beneficiamento de minérios.....	20
Simulação de processos.....	21
Parâmetros importantes para um simulador .....	25
Modelos matemáticos.....	27
Classificação .....	28
Misturador de fluxos .....	30
Moagem.....	31
Algoritmos de Otimização .....	33
Metodologia .....	37
Resultados .....	48
Fluxograma ilustrativo de moagem em circuito fechado .....	48
Fluxograma de moagem de escória granulada de alto forno em circuito fechado .....	54
Conclusões .....	63
Bibliografia .....	65
Anexo .....	68

## Lista de figuras

Figura 1 - Ilustração de um moinho de bolas (Carvalho, 2007).....	15
Figura 2 - Representação matemática de um moinho de bolas, composto de dois compartimentos (Silva, 2007) .....	16
Figura 3 - Fluxograma de usina de moagem de escória (Silva, 2007) .....	18
Figura 4 - Representação no LTMSim do fluxograma apresentado na Figura 3 (Silva, 2007)...	19
Figura 5 - Fluxograma ilustrativo de usina de processamento implementado no LTMSim .....	24
Figura 6 - Representação gráfica dos dados de análise granulométrica da Tabela 1 .....	27
Figura 7 - Curva de partição de um classificador.....	28
Figura 8 – Ícone de classificador implementado no LTMSim .....	29
Figura 9 - Exemplo de análises granulométricas dos fluxos de alimentação e produtos de um classificador.....	29
Figura 10 – Representação esquemática de misturador de fluxos (mixer).....	30
Figura 11 - Exemplo da análise granulométrica resultante da soma de fluxos ocorrida no “mixer” .....	31
Figura 12 - Ícone de um equipamento de cominuição (moinho de bolas) implementado no LTMSim.....	32
Figura 13 - Análises granulométricas da alimentação e do produto da moagem simuladas utilizando a Equação 3 .....	32
Figura 14 - Grafo de representação de sistema de equações (Perlingeiro, 2005).....	34
Figura 15 – (a) Estrutura acíclica e (b) cíclica (Perlingeiro, 2005) .....	34
Figura 16 - Fluxograma de processos ilustrativo (Perlingeiro, 2005).....	39
Figura 17 – Demonstração da localização do ciclo 1 com o algoritmo desenvolvido .....	40
Figura 18 - Demonstração da localização do ciclo 2 com o algoritmo desenvolvido .....	41
Figura 19 - Demonstração da localização do ciclo 3 com o algoritmo desenvolvido .....	42
Figura 20 - Demonstração da localização do ciclo 4 com o algoritmo desenvolvido .....	42
Figura 21 - Demonstração da localização do ciclo 5 com o algoritmo desenvolvido .....	43
Figura 22 - Demonstração da localização do ciclo 6 com o algoritmo desenvolvido .....	44
Figura 23 - Fluxograma ilustrativo de moagem em circuito fechado .....	48

Figura 24 - Balanço de massas do equipamento mixer no fluxograma moagem em circuito fechado para alimentação de 100 t/h .....	52
Figura 25 - Balanço de massas ao redor do classificador.....	52
Figura 26 - Fluxograma que representa o moinho M2 do circuito fechado de moagem de escória granulada de alto forno apresentado na Figura 3. ....	55
Figura 27 - Balanço de massas do equipamento mixer1 .....	60
Figura 28 - Balanço de massas do classificador Sepol_M_3_4 .....	60
Figura 29 - Balanço de massas do equipamento Mixer5.....	61

## Lista de Tabelas

Tabela 1 - Distribuição de tamanhos de partícula .....	26
Tabela 2 - Matriz incidência booleana (Perlingeiro, 2005).....	33
Tabela 3 - Matriz incidência gráfica (Perlingeiro, 2005) .....	34
Tabela 4 - Matriz de processo (Perlingeiro, 2005).....	40
Tabela 5- Lista dupla indicando o número da corrente escolhida e seu respectivo destino .....	41
Tabela 6 - Lista dupla indicando o número da corrente escolhida e seu respectivo destino .....	41
Tabela 7 - Lista dupla indicando o número da corrente escolhida e seu respectivo destino .....	42
Tabela 8 - Lista dupla indicando o número da corrente escolhida e seu respectivo destino .....	43
Tabela 9 - Lista dupla indicando o número da corrente escolhida e seu respectivo destino .....	43
Tabela 10 - Lista dupla indicando o número da corrente escolhida e seu respectivo destino .....	44
Tabela 11 - Matriz que relaciona as correntes envolvidas em cada ciclo (Perlingeiro, 2005) ....	44
Tabela 12 - Matriz ciclo-corrente (Perlingeiro, 2005) .....	46
Tabela 13 - Matriz de processo do fluxograma ilustrativo de moagem em circuito fechado.....	49
Tabela 14 - Códigos dos equipamentos do Fluxograma apresentado na Figura 23 .....	49
Tabela 15 - Ciclo do fluxograma ilustrativo de moagem em circuito fechado .....	50
Tabela 16 - Matriz ciclo-corrente do fluxograma moagem em circuito fechado .....	50
Tabela 17 - Fluxos e análises granulométricas do fluxograma moagem em circuito fechado com alimentação de 100 t/h.....	51
Tabela 18 - Fluxos e análises granulométricas para fluxograma moagem em circuito fechado com alimentação total de 200t/h.....	53
Tabela 19 - Balanço da alimentação total e produto do fluxograma ilustrativo de moagem em circuito fechado .....	54
Tabela 20 - Matriz de processo do fluxograma de moagem de escória granulada de alto forno em circuito fechado .....	56
Tabela 21 - Nomes dos equipamentos do fluxograma de moagem de escória granulada de alto forno em circuito fechado .....	57
Tabela 22 - Resultado algoritmo ciclizar para o fluxograma de moagem de escória granulada de alto forno em circuito fechado .....	57

Tabela 23 - Matriz ciclo-corrente para o do fluxograma de moagem de escória granulada de alto forno em circuito fechado .....	58
Tabela 24 - Balanço da alimentação total e produto do circuito de moagem de escória granulada de alto forno em circuito fechado.....	62
Tabela 25 - Fluxos e análises granulométricas das correntes de número 1 a 10 para taxa de alimentação total de 100 t/h .....	68
Tabela 26 - Fluxos e análises granulométricas das correntes de número 11 a 20 para taxa de alimentação total de 100 t/h .....	69
Tabela 27 - Fluxos e análises granulométricas das correntes de número 21 a 30 para taxa de alimentação total de 100 t/h .....	70
Tabela 28 - Fluxos e análises granulométricas das correntes de número 31 a 40 para taxa de alimentação total de 100 t/h .....	71
Tabela 29 - Fluxos e análises granulométricas das correntes de número 41 a 44 para taxa de alimentação total de 100 t/h .....	72
Tabela 30 - Fluxos e análises granulométricas das correntes de número 1 a 10 para taxa de alimentação total de 200 t/h .....	73
Tabela 31 - Fluxos e análises granulométricas das correntes de número 11 a 20 para taxa de alimentação total de 200 t/h .....	74
Tabela 32 - Fluxos e análises granulométricas das correntes de número 21 a 30 para taxa de alimentação total de 200 t/h .....	75
Tabela 33 - Fluxos e análises granulométricas das correntes de número 31 a 40 para taxa de alimentação total de 200 t/h .....	76
Tabela 34 - Fluxos e análises granulométricas das correntes de número 41a 44 para taxa de alimentação total de 200 t/h .....	77

## Introdução

Estudos mostram que investimentos em equipamentos e práticas laboratoriais, amostragem e modificações para otimização de processos podem estender o conhecimento das operações, alcançando altos retornos (Shannon et al., 1993).

Com isso, nas últimas décadas têm sido desenvolvidas diversas ferramentas como, por exemplo, simuladores computadorizados com o objetivo de ampliar o conhecimento sobre o funcionamento de processos industriais. Estas ferramentas permitem que sejam realizados estudos de otimização a baixo custo, os quais permitem explorar diversos cenários, sem que haja a necessidade de realizar as alterações propostas para se verificar seus resultados.

Na indústria mineral, os simuladores de processos disponíveis, em geral, seguem abordagens de modelamento matemático diferentes. O USIMPAC<sup>®</sup> usa os modelos propostos por Whiten (Whiten, 1972), por exemplo. O simulador JKSimMet<sup>®</sup>, no entanto, utiliza os modelos abordados por Lynch (Lynch e Napier-Munn, 1992), enquanto o simulador MODSIM<sup>®</sup> adota diversos dos modelos revisados por R.P. King (Ford e King, 1984).

Assim, as diversas escolas da área de beneficiamento de minérios oferecem modelos com diferentes abordagens para descrever os equipamentos utilizados dentro da área de tecnologia mineral. Uma vez que cada uma destas abordagens tem tido maior sucesso em determinada área da modelagem matemática de processos de beneficiamento, é interessante que um simulador possa lidar com os diferentes modelos matemáticos existentes e disponíveis na literatura.

A fim de se obter resultados mais acurados, é interessante descrever as diferentes operações unitárias da área de cominuição de forma segmentada, assim, permitindo que cada compartimento do próprio equipamento seja descrito com o auxílio de um modelo matemático em específico. Por exemplo, um moinho de bolas, como mostrado na Figura 1 pode ser descrito como uma sequência de um compartimento que mistura os diferentes materiais de entrada, processa-os (reduzindo o material de tamanho), e em seguida os separa, da mesma forma que um classificador, como

delineado na Figura 2. Assim, essa sequência permite uma melhor descrição do funcionamento de um moinho de bolas, utilizando diferentes abordagens.

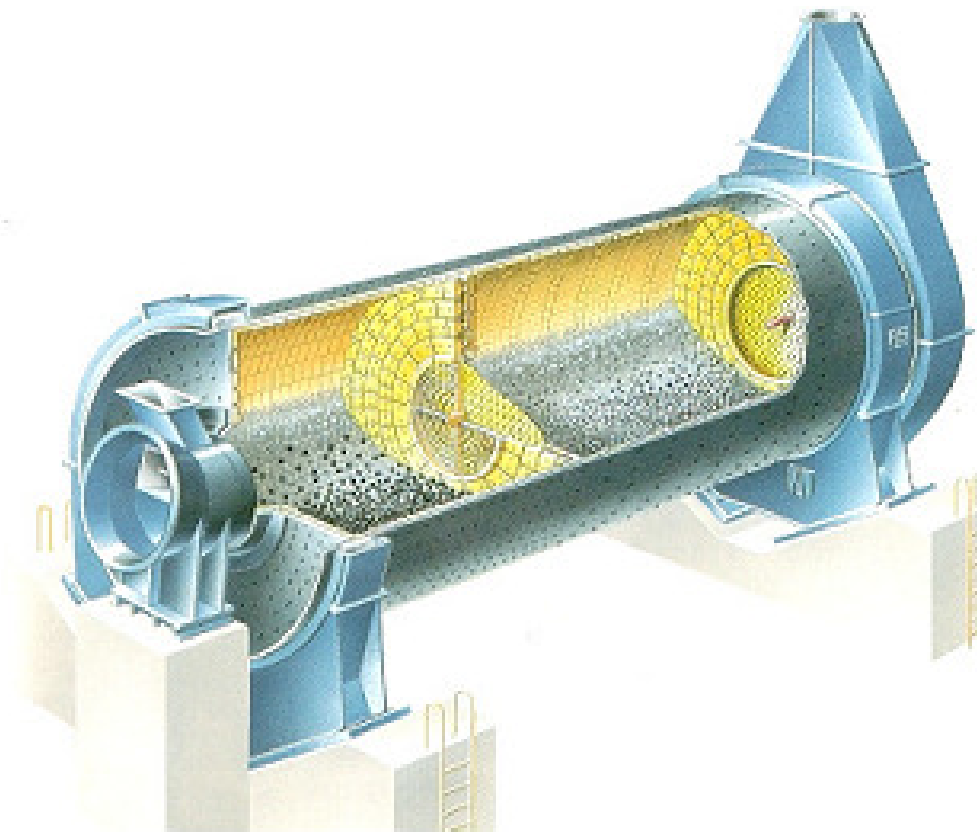


Figura 1 - Ilustração de um moinho de bolas (Carvalho, 2007)

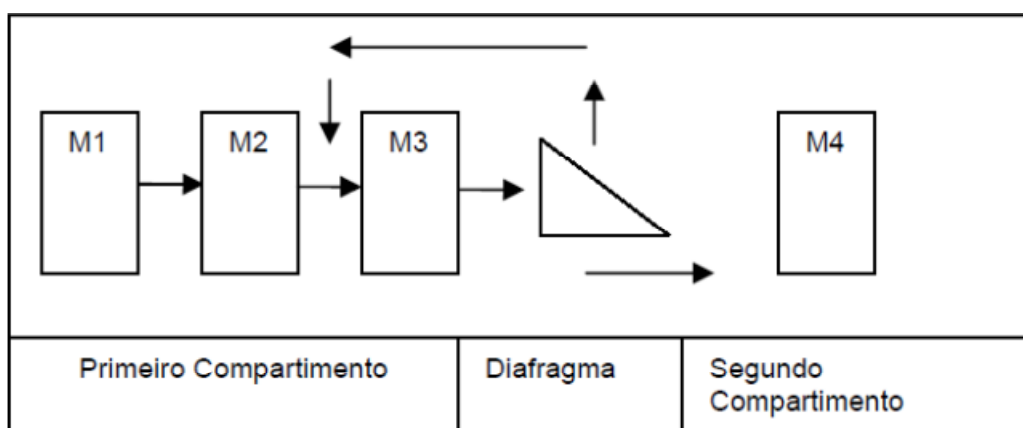


Figura 2 - Representação matemática de um moinho de bolas, composto de dois compartimentos (Silva, 2007)

Os modelos de moagem implementados no JKSimMet (JKMRC, 1984), por exemplo, utilizam-se do modelo de mistura perfeita de Whiten (Whiten, 1972), que não é uma abordagem multi-componente, isso é, não descreve os minérios como misturas de minérios mais duros e mais macios. No caso do modelo de moinho de bolas, esse apresenta um modelo de moinho de bolas limitado com relação aos resultados apresentados, sendo inclusive alvo de novas pesquisas visando melhorá-lo (AMIRA International, 2004). No entanto, o modelo de moagem autógena e semi-autógena é reconhecidamente o mais avançado dentre os simuladores existentes, sendo possível obter bons resultados. No caso de circuitos de cominuição que apresentem os dois tipos de moinho, a utilização do JKSimMet apresentará como ponto fraco a simulação do moinho de bolas (Lynch e Napier-Munn, 1992).

Outros simuladores existentes são considerados, por alguns, como obsoletos ou desatualizados. Esses são os casos do BMCS (Farzanegana e Vahidipour, 1998) e o MODSIM (Klimpel et al., 1984) que usam linguagem C e são executados em ambiente DOS (Microsoft). Este último utiliza os modelos matemáticos de Austin (Klimpel et al., 1984) e Herbst (Fuerstenau e Herbst, 1973).

Também foram desenvolvidas abordagens que usam planilhas básicas de computadores para realizar simulações. Uma matriz algébrica pode resolver os



problemas de balanço de massas encontrados durante a fase de dimensionamento ou otimização de uma usina de beneficiamento. Se construída de forma adequada, esta não será sensível as iterações de cálculos circulares que podem causar mal funcionamento na planilha (Doll, 2000). O software COMSIM, por exemplo, se baseia no modelo de balanço populacional, utiliza uma planilha de computador para simular processos de beneficiamento (Irannajad et al., 2006). O simulador Molycop (Moly-CopTools®, 2010), que utiliza os modelos de classificação de Plitt (Sepúlveda, 2001), também usa uma planilha básica de computador para realizar os cálculos de balanços de massas. No entanto, os cálculos dos modelos da área de beneficiamento vêm se tornando cada vez mais complexos. Deste modo, a utilização de planilhas computadorizadas para simulação tem uso limitado.

Não há ferramentas capazes de descrever as propriedades distribuídas que caracterizam os materiais na área de tratamento de minérios (Tobermamm et al., 2000, Gruhn et al., 1997). Com base nisso foi desenvolvido o software SolidSim (Lotter, 2011). Contudo, devido a sua estrutura complexa e por ser um software que tem seu código reservado, a implementação de novos modelos se torna difícil, sendo assim um serviço oferecido como consultoria pela empresa que comercializa o mesmo, tornando-se custoso e demorado. Essa dificuldade de implementação de modelos também é observada no software USIMPAC® (Lynch e Napier-Munn, 1992) que se utiliza dos modelos de Austin para a moagem, e que também tem seu código fechado, bem como no software MODSIM® (Klimpe et al., 1984).

Observa-se ainda que nenhum dos simuladores citados anteriormente utiliza-se de algoritmos de otimização para elaborar o fluxo de informações que realiza as simulações.

Com base nisso, foi desenvolvido o *software* LTMSim (Carvalho, 2007). O protótipo do LTMSim foi primeiramente utilizado na dissertação de mestrado de Silva (2007) com o objetivo de simular duas usinas de moagem de escória para fabricação de cimento, como ilustrado nas Figura 3 e 4. O LTMSim aproveitou a possibilidade de manipulação de blocos oferecida pelo *software* Simulink (MathWorks, 1984) e utilizou funções escritas na linguagem do Matlab, como mostrado por Carvalho (Carvalho, 2007), para realizar os cálculos de processo.

Entretanto, embora tenha se mostrado útil e de grande potencial, o LTMSim apresentava problemas com a resolução de fluxogramas complexos (os quais apresentavam diversas correntes com reciclo), pois o mesmo não era dotado de um algoritmo de resolução sequencial dos equipamentos.

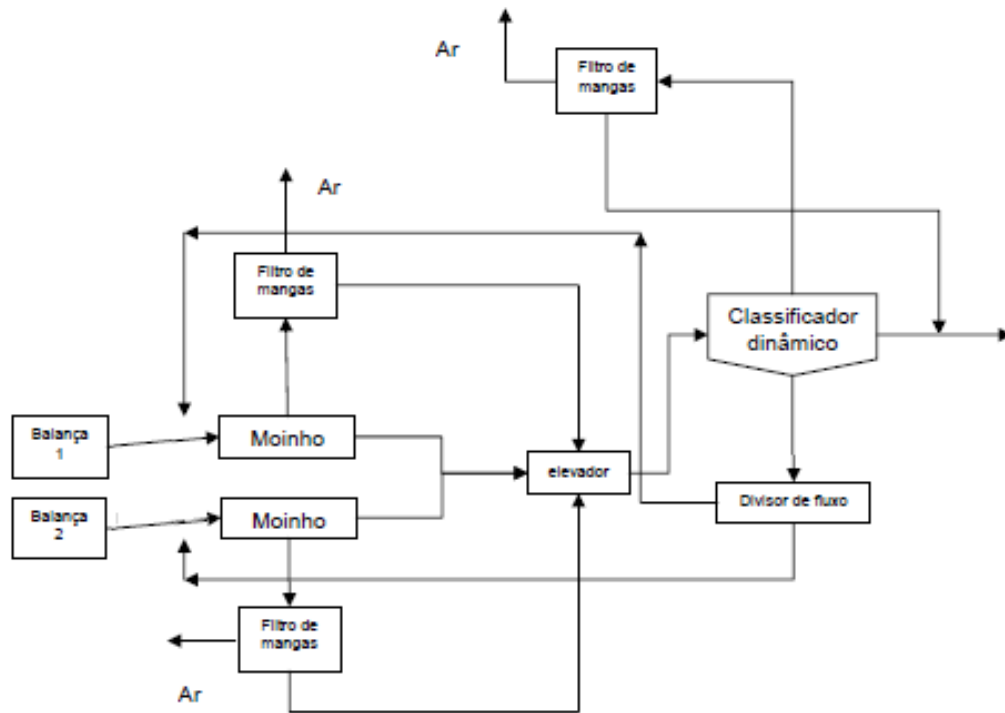


Figura 3 - Fluxograma de usina de moagem de escória (Silva, 2007)

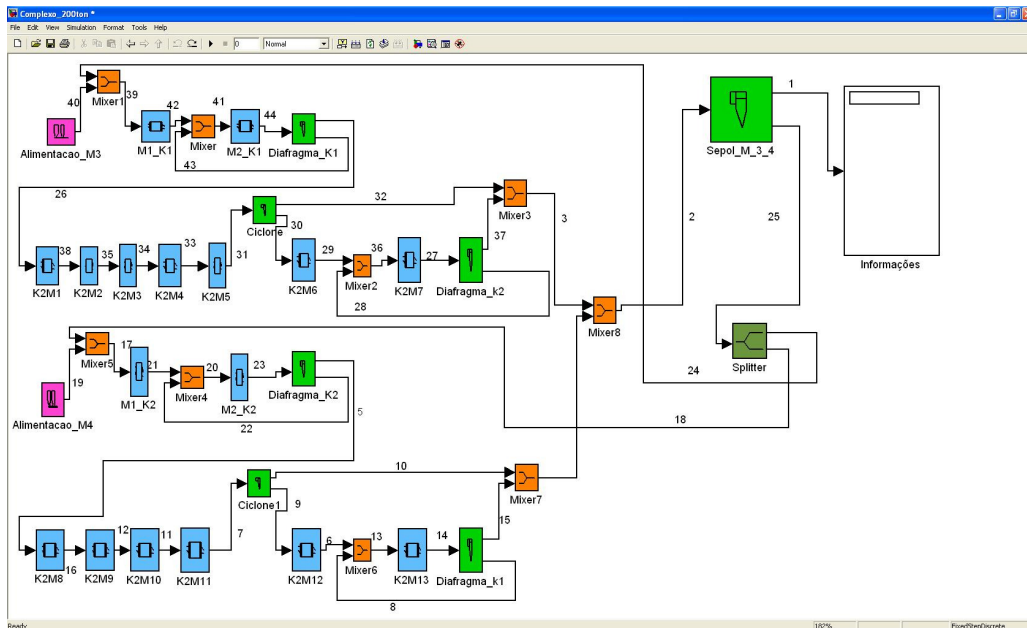


Figura 4 - Representação no LTMSim do fluxograma apresentado na Figura 3  
(Silva, 2007)

O presente trabalho objetiva a implementação de algoritmos de simulação e otimização a serem incorporados à estrutura do LTMSim, permitindo que o simulador resolva rapidamente fluxogramas complexos, com grande número de equipamentos e correntes de reciclo. Estes algoritmos permitem que sejam usados modelos de diferentes abordagens na simulação de um mesmo processo. Essa implementação de novos modelos é facilitada, pois o LTMSim é um *software* de código aberto, tornando-se bastante flexível.

## Revisão bibliográfica

### *Beneficiamento de minérios*

Um minério é um mineral, ou um conjunto de minerais (na forma de rocha), que pode ser explorado economicamente. A composição mineralógica e a textura do minério determinarão a distribuição dos diferentes minerais no agregado mineral. Em geral, esta repartição ocorre de forma aleatória numa escala que varia de alguns micrometros a centímetros.

Pode-se realizar a concentração dos minerais através da diminuição gradativa do tamanho das partículas e, havendo em seguida, uma operação de separação por meio de algum outro processo físico, a este processo denominamos beneficiamento mineral. Esses processos, no entanto, partem da premissa que a composição química dos componentes do minério não é alterada.

A intensidade do beneficiamento a ser realizado no minério dependerá do teor do minério na jazida, assim como da especificação desejada do produto (Tavares, 2009).

A transformação do material sólido monolítico em particulado determinará a forma que o material assumirá no início da etapa de separação, influenciando a escolha do processo de separação a ser utilizado. Há uma grande variedade de processos que podem ser utilizados para realizar essa separação seletiva que se baseia nas diferenças de propriedades físicas e físico-químicas entre as partículas do mineral de interesse e os de ganga. São exemplos de propriedades utilizadas: susceptibilidade magnética, densidade, condutividade elétrica, hidrofobicidade, cor, radiatividade, luminescência, formato, etc.

A teoria da mecânica da partícula permitiu um melhor entendimento dos princípios básicos destas técnicas, que hoje já estão bastante consolidados. Deste modo, o desempenho de cada equipamento de beneficiamento é resultado do cômputo geral do comportamento de todas as partículas (Ford e King, 1984).

O elevado número de partículas envolvidas sugere a observação do beneficiamento da perspectiva dos processos da engenharia química. No entanto, este tipo de abordagem não é interessante, pois as entidades envolvidas no processamento químico são moléculas e, no caso do processamento mineral, as entidades são partículas, ou seja, nunca duas partículas são idênticas, como no caso de moléculas. Portanto, a descrição matemática destes processos deve considerar a grande população de partículas individuais e a variação das propriedades entre estas. Isto é feito através de uma robusta estrutura matemática oriunda da teoria de probabilidade, que é amplamente difundida (Ford e King, 1984).

Apesar dos modelos de beneficiamento se fundamentarem no comportamento de partículas individuais, o rastreamento da movimentação individual das partículas não é interessante devido à complexidade das usinas de beneficiamento. Por isso, deve-se utilizar uma estrutura de informações que descreva adequadamente o comportamento das partículas.

Com relação ao comportamento das partículas nas operações de beneficiamento, as características mais importantes a serem observadas são o tamanho da partícula e sua composição mineralógica. Contudo estas operações também são influenciadas pela composição, densidade, fragilidade (tenacidade) e outras em maior ou menor magnitude. É importante lembrar que as várias propriedades físicas não são necessariamente independentes umas das outras. Por exemplo, a massa específica de uma partícula individual depende da sua composição mineralógica, uma vez que as densidades de diferentes minerais são distintas (Tavares, 2009).

### ***Simulação de processos***

No âmbito da ciência, simular significa reproduzir o funcionamento de um sistema ou processo real, sem ter de realizar fisicamente o processo. Isso torna possível o estudo, a análise e a interação com o sistema, ou seja, é possível conhecer o comportamento da usina em diferentes cenários. Nos dias de hoje, a forma mais popular de se simular um sistema é através de um sistema computadorizado,

denominando-o de simulador. São exemplos os simuladores de vôo e o uso de pacientes virtuais para estudo de medicina. Por conseguinte, é necessário construir um modelo computacional-matemático que corresponda à situação real que se deseja simular (Ford e King, 1984).

Deve-se compreender que cada equipamento do processo pode ser representado por um modelo matemático, isso é, uma equação que fornece as características do produto ou da alimentação (Reimers et al., 2009).

Um fluxograma de processos de beneficiamento é um conjunto de modelos matemáticos que descrevem os balanços de massa e energia, bem como de suas propriedades intensivas, possibilitando assim o estudo de diferentes arranjos de processos e materiais com diferentes características nas diversas etapas de beneficiamento (Reimers et al., 2009).

Em geral, a resolução de circuitos de processos de beneficiamento é muito complexa. São fontes dessa complexidade: presença de reciclo nos processos, grande número de variáveis e de equações desses modelos em relação à simulação de líquidos porque neste tipo são necessárias apenas algumas variáveis, como temperatura, pressão etc. Logo, é interessante que um simulador possua um algoritmo de otimização capaz de lidar de forma eficiente com todas estas informações.

No entanto, essa descrição matemática é fiel apenas se a linearidade dessas equações for verdadeira. Portanto, um desafio intrínseco a simulação destes processos é a viabilização da resolução de modelos tão complexos através da álgebra linear, e matricial, de forma eficiente, podendo ser usados também algoritmos de engenharia de otimização (Ford e King, 1984).

Portanto, um simulador é um conjugado de algoritmos que representam modelos matemáticos, os quais podem ser resolvidos numa ordem determinada por algoritmos de otimização de processos. Como resultado desse exercício, esses algoritmos descrevem de forma detalhada a usina de processamento.

Os modelos matemáticos, em geral, podem ser resolvidos através de balanço de massa. Esta é uma descrição de um problema de engenharia e é usado para

solucionar o cálculo dos fluxos mássicos, e as respectivas composições, entre os equipamentos utilizados nas operações unitárias. Estes são, em parte, conhecidos, e em parte, desconhecidos. Em geral, há poucos valores conhecidos e muitos desconhecidos. Este é o cenário mais encontrado na etapa de projeto da usina, conforme citado anteriormente. O propósito do balanço de massas é calcular os fluxos e composições desconhecidos (Doll, 2000). Devido ao elevado número de informações necessárias para se caracterizar os fluxos e seus respectivos parâmetros, o uso de uma abordagem matricial torna-se interessante.

Há quatro conceitos básicos que deve se considerar ao se desenvolver um simulador de beneficiamento:

- I. Usinas de beneficiamento são coleções de unidades de operações, ligadas por conexões que transmitem material de uma unidade para outra. O fluxo dos materiais é definido pela estrutura da usina;
- II. Cada unidade operacional processa sua própria alimentação e a transforma de acordo com suas próprias especificações;
- III. O comportamento da usina depende das características de cada um dos equipamentos e da natureza dos materiais processados;
- IV. O simulador deve transformar atividades da planta em uma sequência lógica de funções matemáticas, realizando assim a simulação do desempenho da usina (Reimers et al., 2009).

Algumas informações básicas devem ser fornecidas ao simulador:

- I. Estrutura da usina: quais as unidades de operação e como estas se relacionam;
- II. Características do material a ser processado: composição mineralógica, distribuição de tamanhos e quantidade a ser processada;
- III. Características operacionais de cada unidade: detalhamento dos modelos que descrevem as unidades e definição dos parâmetros operacionais que definem as características de operação de cada unidade. Especificam a estrutura do equipamento, como, por exemplo, a taxa rotação de um moinho de bolas;
- IV. Variáveis de controle: especificam as operações do sistema, por exemplo, vazão de sólidos;
- V. Método de convergência adotado (Reimers et al., 2009).

Para isso deve-se criar um diagrama que descreva o fluxograma da usina. Um exemplo de fluxograma é mostrado na Figura 5.

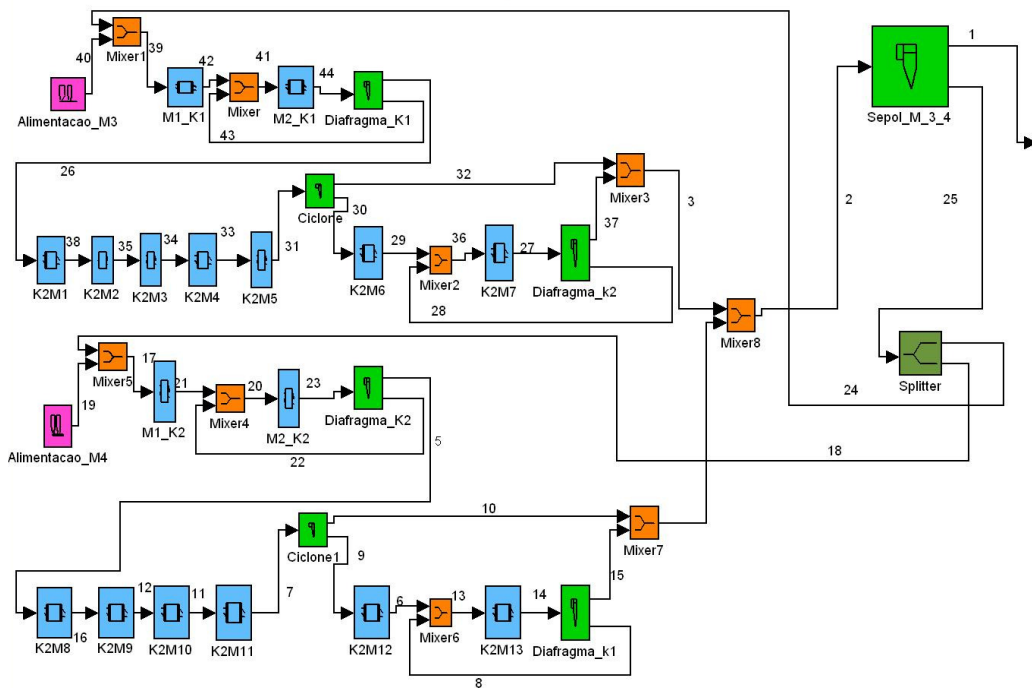


Figura 5 - Fluxograma ilustrativo de usina de processamento implementado no LTMSim

Em seguida, deve-se elaborar as equações que descrevem o fluxograma (equipamentos) e resolver estas equações.

Assim, esses conceitos e informações são independentes da natureza da usina, permitindo o seu uso para quaisquer configurações (Ford e King, 1984).

O objetivo de um simulador é demonstrar o comportamento de uma usina sob determinadas características operacionais. No caso de usinas em operação, e, num escritório de engenharia, antes da planta começar a operar, a simulação apresenta-se como um recurso de baixo custo e sem risco, de alteração do circuito usado na produção (Ford e King, 1984). Como principais usos da simulação, citam-se:

- I. Elaboração de possíveis cenários de operação;
- II. Otimização das operações realizadas na usina em operação;
- III. Auxílio a estudos em usina piloto e de laboratório (Ford e King, 1984).



## ***Parâmetros importantes para um simulador***

Na fase de dimensionamento da usina de beneficiamento, há de se considerar condições muito restritas a serem seguidas como, por exemplo, a especificação de produto. Esta pode ser, por exemplo, a fração mássica de um determinado tamanho de partícula. Logo, esta pode ser utilizada para a resolução do fluxograma. Por isso, torna-se imprescindível o entendimento de quais são as variáveis a serem abordadas na simulação de um processo de beneficiamento. Este é um cenário comum de utilização de um simulador.

Os modelos de operações unitárias comunicam-se uns com os outros transferindo as informações das especificações das entradas e saídas de suas unidades.

No caso de haver reciclos, situação comum em usinas de beneficiamento, deve-se utilizar uma resolução iterativa para resolver os *loops* entre os equipamentos. Portanto, um simulador de processos deve envolver técnicas de resolução numéricas sofisticadas e bons recursos computacionais (Reimers et al., 2009), pois estas, aliadas aos parâmetros previamente especificados, possibilitam que seja verificado se o valor das variáveis calculadas está de acordo com a tolerância especificada, como mostrado na Equação 1:

$$| \text{Variável}_{\text{calculado}} - \text{Variável}_{\text{inicial}} | < \text{tolerância} \quad \text{Eq.1}$$

Portanto, há de se definir ao menos um parâmetro a ter seu valor calculado aferido de acordo com a tolerância especificada. Afim de diminuir a variação dos valores aferidos para alimentação e produto, deve-se calcular o erro percentual. No caso de verificar-se a convergência com relação ao fluxo mássico, este erro percentual deve ser calculado como mostrado na Equação 2.

$$\frac{| \text{Fluxo mássico calculado} - \text{Fluxo mássico inicial} |}{\text{Fluxo mássico inicial}} \times 100 < \text{tolerância} \quad \text{Eq. 2}$$

Tendo em vista que os processos de beneficiamento visam a concentração através da redução de tamanhos das partículas, é importante acompanhar mudanças dessa variável ao longo do processo. A distribuição de tamanhos das partículas é normalmente representada pela análise granulométrica, na qual as partículas são classificadas entre tamanhos de abertura de peneira distintos.

Na prática, a análise granulométrica pode ser apresentada na forma de distribuição de densidade nas quais são tabeladas a abertura de peneira e a porcentagem mássica das partículas que ficaram retidas em cada abertura. A forma acumulada passante diz respeito à porcentagem da população menor que determinada abertura de peneira. A Tabela 1 apresenta um exemplo de análise granulométrica ou distribuição de tamanhos de partícula. A Figura 6 ilustra de forma gráfica a os dados da análise granulométrica da Tabela 1.

Tabela 1 - Distribuição de tamanhos de partícula

Peneira	Distribuição granulométrica		
	Retido (g)	Retido (%)	Acumulado Passante (%)
3,35	0,25	0,07	99,93
2,36	16,94	4,54	95,39
1,18	59,93	16,06	79,34
0,6	70,55	18,90	60,44
0,3	88,87	23,81	36,63
0,15	75,57	20,25	16,38
0,075	46,89	12,56	3,82
Fundo	14,25	3,82	0,00
Total	373,25	-	-

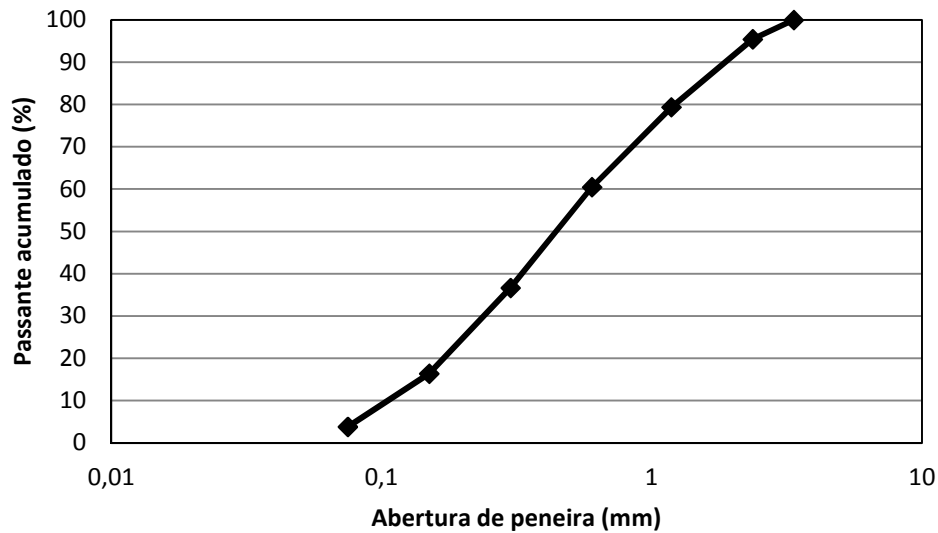


Figura 6 - Representação gráfica da análise granulométrica da Tabela 1

Parâmetros que descrevem a posição e forma destas distribuições também podem ser usados para caracterizá-las. Exemplos destes parâmetros são:

- $D_{p50}$  - descreve o valor mediano da distribuição, isso é, relativo a 50% do valor cumulativo da distribuição mássica do tamanho de partícula;
- $D_{p75}$  - se refere ao valor correspondente a 75% da distribuição mássica do tamanho de partícula;

Portanto, tem-se que a análise granulométrica é uma importante característica que descreve os fluxos de partículas. A vazão mássica total de sólidos com relação ao tempo que entram ou saem de um equipamento, isso é, a sua taxa de sólidos, também pode ser usado para se descrever a população de partículas do processo.

### ***Modelos matemáticos***

Equações e modelos matemáticos podem ser vistos como elementos interdependentes de um sistema, cujas conexões são as variáveis comuns. Assim, as equações processam a informação e as variáveis a transmitem de uma equação para

outra. A estrutura da informação do sistema é definida pela forma como as variáveis se distribuem pelas equações que representam a usina simulada.

Tendo em vista que os modelos matemáticos são uma representação dos equipamentos da área de beneficiamento, de forma geral, estes podem ser divididos quanto ao número fluxos de entradas e saídas. Atualmente, estão implementados no LTMSim modelos de processos de moagem, classificação e mistura de fluxos, por exemplo. Estes serão mostrados nos tópicos a seguir:

## Classificação

Os processos de classificação separam o fluxo de minério em função do tamanho das partículas, e sua eficiência pode ser descrita pela chamada curva de partição, que na Figura 7, representa proporção de cada tamanho de partícula direcionada ao fluxo de grossos. A função da curva de partição é especificar para cada classe de tamanho de partícula, a proporção das partículas que é direcionada a cada uma das saídas do classificador. Um exemplo de entradas e saídas de um classificador é mostrado na Figura 8.

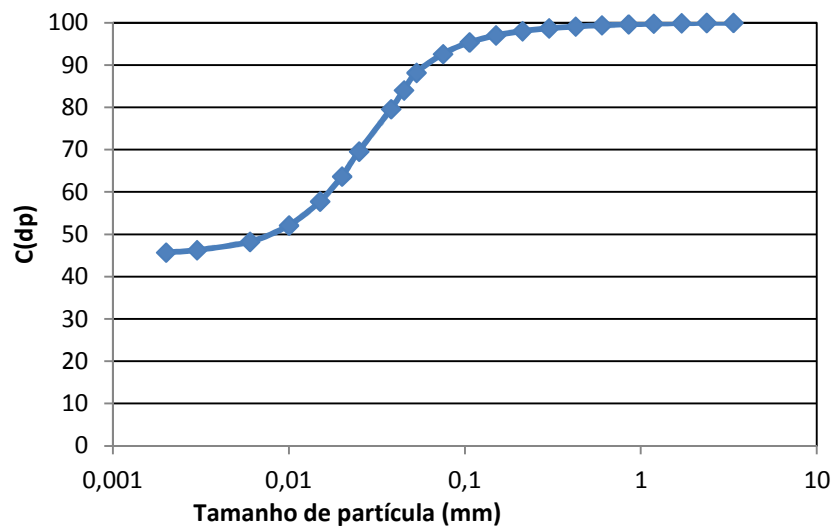


Figura 7 - Curva de partição de um classificador

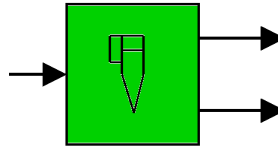


Figura 8 – Ícone de classificador implementado no LTMSim

Na Figura 9 tem-se a representação dos fluxos de alimentação e produtos de um classificador, mostrando, como esperado, a alimentação como uma curva média entre as curvas de produto fino e grosso.

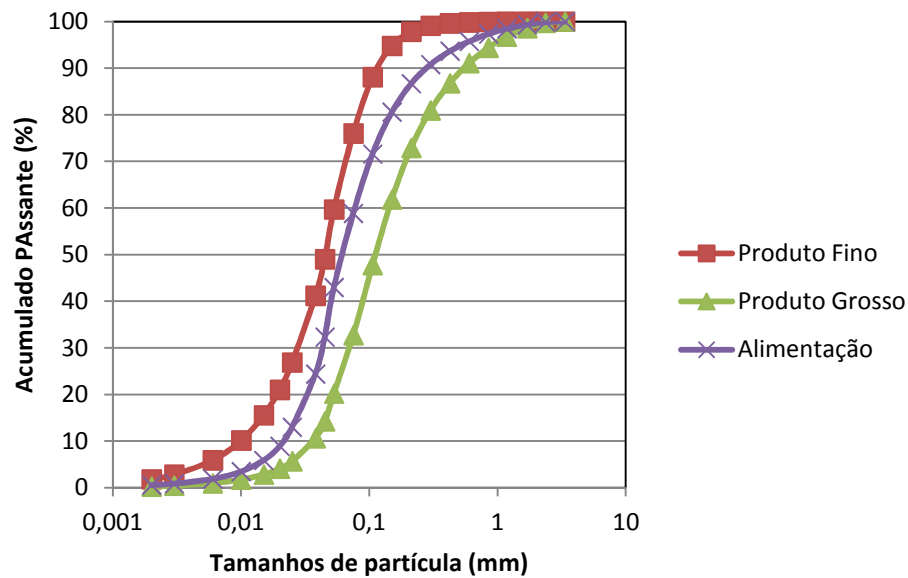


Figura 9 - Exemplo de análises granulométricas dos fluxos de alimentação e produtos de um classificador

Existem diversos tipos de modelos matemáticos para a descrição da curva de partição, sendo um deles o modelo de Whiten, Equação 3.

$$e = 1 - C \left[ \frac{(1 + \beta \beta^* X)(\exp(\alpha) - 1)}{\exp(\alpha \beta^* X) + \exp(\alpha) - 2} \right] \quad \text{Eq. 3}$$

No modelo de Whiten para a curva de partição, onde  $e$  é a fração da alimentação que reporta ao underflow,  $C$  é a fração da alimentação que é sujeita à classificação, ou seja, 1-fração de by-pass,  $\alpha$  é o parâmetro de eficiência da curva,  $\beta$  é o parâmetro do anzol e  $\beta^*$  é o parâmetro que se mantém a definição  $d=d50c$  quando  $e=1-0,5C$ , onde  $dp$  é o tamanho de partícula e  $d50c$  é o tamanho de partícula reduzido dado por  $X=dp/d50c$ , onde  $dp$  é o tamanho de partícula e  $d50c$  é o tamanho de partícula que possui igual probabilidade de se reportar ao underflow e ao overflow.

## Misturador de fluxos

Um exemplo de operação simples implementado no LTMSim é o misturador, que representa a soma de dois fluxos de minério, sendo a operação descrita pelas Equações 4 e 5.

$$M_{A\text{ lim entação } 1} + M_{A\text{ lim entação } 2} = M_{Pr\text{ oduto}} \quad \text{Eq. 4}$$

$$m_{i,A\text{ lim entação } 1} + m_{i,A\text{ lim entação } 2} = m_{i,Pr\text{ oduto}} \quad \text{Eq. 5}$$

O fluxo mássico total é representado por  $M$  e  $m_i$  é a proporção mássica na classe de tamanho  $i$ .

Na Figura 10 temos um bloco do LTMSim que representa um misturador, e na Figura 11 temos uma análise granulométrica representativa esperada deste equipamento.

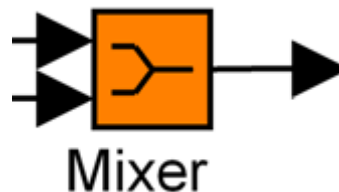


Figura 10 – Representação esquemática de misturador de fluxos (*mixer*)

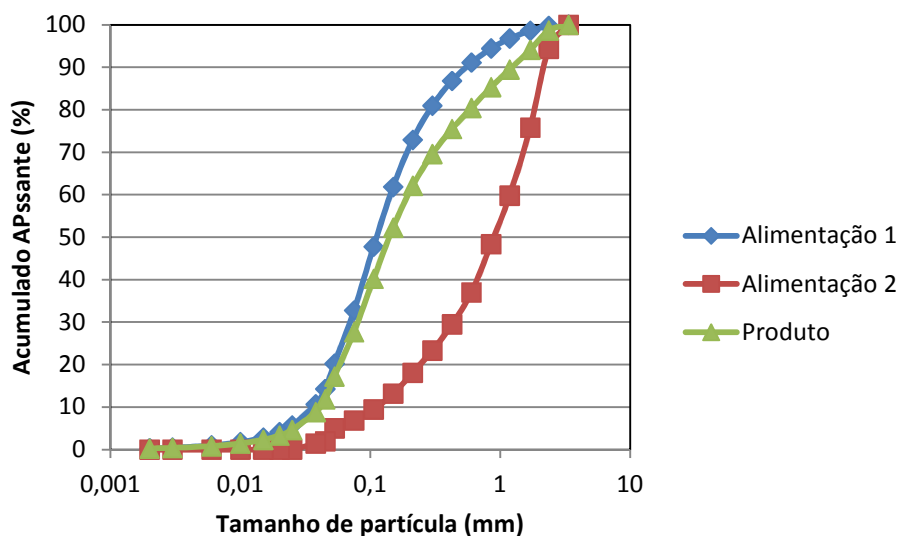


Figura 11 - Exemplo da análise granulométrica resultante da soma de fluxos ocorrida no “mixer”

## Moagem

No processo de moagem ocorre alteração na distribuição de tamanhos das partículas, no qual partículas grossas migram para tamanhos mais finos. Esse processo pode ser modelado matematicamente por um sistema de equações baseado no modelo do balanço populacional. Para o caso de processo contínuo operando em regime estacionário com hipótese de mistura perfeita, a equação é mostrada na Equação 6.

$$p_i = \left[ \frac{p_{in_i} + \tau \sum_{j=1}^{i-1} b_{ij} s_j p_j}{1 + \tau s_i} \right] \quad \text{Eq. 6}$$

Na Equação 4,  $p_i$  e  $p_{in}$  são respectivamente a fração mássica de partículas da classe de tamanho  $i$  no produto do moinho e na alimentação.  $\tau$  é o tempo médio de residência das partículas,  $b_{ij}$  é a fração de partículas de tamanho  $j$  que quebram e se movem para classe de tamanho  $i$  e  $s_j$  é a taxa específica de quebra das partículas de tamanho  $j$ .

A Figura 12 apresenta um exemplo de um bloco de simulação de um processo de moagem em moinhos de bolas.

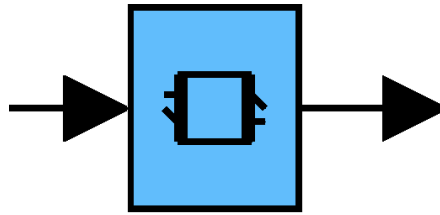


Figura 12 - Ícone de um equipamento de cominuição (moinho de bolas) implementado no LTMSim

A Figura 13 mostra o efeito da moagem em uma análise granulométrica. Observa-se que, como esperado, para uma mesma quantidade passante a granulometria do produto é menor que a da alimentação.

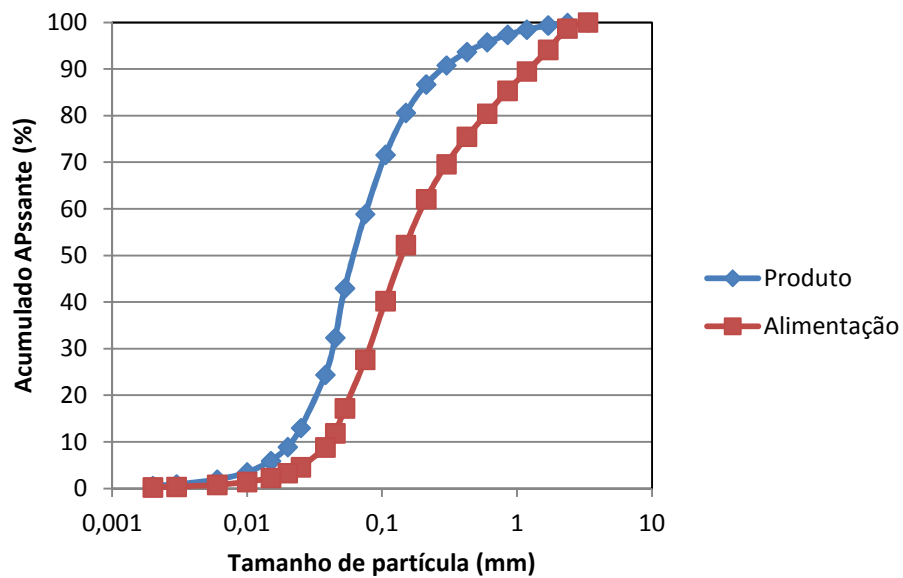


Figura 13 - Análises granulométricas da alimentação e do produto da moagem simuladas utilizando a Equação 3



## Algoritmos de Otimização

A usina a ser simulada pode ser descrita das mais variadas formas. A representação permite que seja visualizada sua estrutura e que sejam sugeridos métodos de resolução. Por hipótese, considera-se que o conjunto de equações a seguir poderia ser o modelo de um processo:

$$\begin{aligned}f_1(x_0, x_1) &= 0 \\f_2(x_1, x_2) &= 0 \\f_3(x_2, x_3, x_6) &= 0 \\f_4(x_3, x_4) &= 0 \\f_5(x_4, x_6) &= 0 \\f_6(x_5, x_6) &= 0 \\f_7(x_6, x_7) &= 0 \\f_8(x_6, x_7) &= 0\end{aligned}\tag{Eq. 7}$$

A estrutura desse sistema pode ser representada por uma matriz, denominada matriz de incidência (Perlingeiro, 2005), cujas linhas correspondem às equações e as colunas, às variáveis. Trata-se de uma matriz booleana (Perlingeiro, 2005) em que os valores um e zero dos seus elementos representam a incidência ou não da variável na equação, respectivamente, como é mostrado na Tabela 2. Também podendo ser elaborada uma matriz gráfica, como é ilustrado na Tabela 3.

Tabela 2 - Matriz incidência booleana (Perlingeiro, 2005)

	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	1	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	1	0	0	1	0	0
4	0	0	0	1	1	0	0	0	0
5	0	0	0	0	1	1	0	0	0
6	0	0	0	0	0	1	1	0	0
7	0	0	0	0	0	0	1	1	0
8	0	0	0	0	0	0	0	1	1

Tabela 3 - Matriz incidência gráfica (Perlingeiro, 2005)

	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$
1	*								
2		*							
3			*						
4				*					
5					*				
6						*			
7							*		
8								*	*

Como se pode observar, cada equação contém algumas poucas variáveis. Deste modo, os elementos com valor unitário na matriz incidência são poucos e se encontram bastante dispersos, o que caracteriza uma matriz esparsa, representando de forma clara o processo (Perlingeiro, 2005). A estrutura do sistema também pode ser representada por um grafo (Perlingeiro, 2005), como é ilustrado na Figura 14.

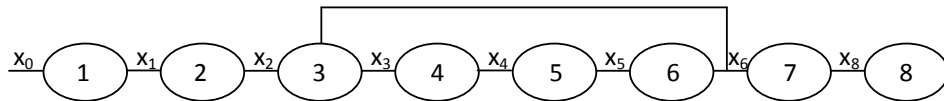


Figura 14 - Grafo de representação de sistema de equações (Perlingeiro, 2005)

As configurações que uma usina pode apresentar são as mais diversas. A Figura 15 mostra grafos de dois sistemas com estruturas distintas: uma estrutura acíclica e uma cíclica.

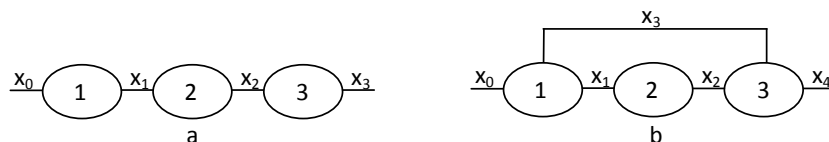


Figura 15 – (a) Estrutura acíclica e (b) cíclica (Perlingeiro, 2005)

Em sistemas de estrutura acíclica a resolução é obtida facilmente. Por exemplo, na Figura 15a com o conhecimento de  $x_0$  as demais variáveis são calculadas sequencialmente (Perlingeiro, 2005). Em sistemas de estrutura cíclica, como mostrado na Figura 15b as variáveis dependem do seu próprio valor. Por exemplo, na Figura 15b,  $x_3$  depende de  $x_2$  que vem a depender da própria  $x_3$ . Nesse caso, a solução só pode ser obtida por tentativas através da adoção de um procedimento iterativo. No entanto, a simulação de processos envolve estruturas complexas com inúmeros trechos cíclicos e acíclicos interligados, justificando o estabelecimento prévio de uma estratégia de cálculo para a resolução (Perlingeiro, 2005).

O estabelecimento prévio da estratégia de cálculo pode ser realizado, por exemplo, pela estratégia global ou pela modular.

Na estratégia global todas as equações são analisadas simultaneamente, independentemente dos equipamentos a que pertencem, como se fossem referentes a um único equipamento, isolado. A sequência resultante depende das variáveis especificadas em cada caso. Esta estratégia é mais indicada para dimensionamento do que para simulação. Usando-se esta estratégia de cálculo dificulta-se a alteração do fluxograma, pois a cada alteração é necessário que se refaça novamente toda a ordenação das equações. O software EMSO (EMSO, 2011), por exemplo, utiliza-se de uma estratégia global de ordenação de equações lineares, o que dificulta possíveis alterações no *layout* do sistema simulado. Ainda, se a estimativa inicial para as correntes estiver muito diferente do resultado objetivado, este não é capaz de convergir para um resultado final.

A estratégia modular trata cada equipamento como um módulo, que é gerado previamente, e tem uma ordenação própria de suas equações. Assim, uma vantagem é que as equações são ordenadas uma só vez, quando os módulos são criados. Logo, para cada problema, basta ordenar os módulos segundo o fluxograma do processo. A alteração do fluxograma do problema implica apenas na reorganização dos módulos de acordo com a nova ordem.

A estratégia modular pode ser utilizada tanto na simulação como no dimensionamento do processo.

Assim, conhecidos os valores das variáveis das correntes de entrada e das dimensões do equipamento, o módulo calcula os valores das variáveis das correntes de saída. Para a simulação de um processo, basta acoplar os módulos segundo o fluxograma e iniciar a execução (Perlingeiro, 2005).

É interessante que o simulador registre as etapas e a ordem das ações que conduzem a solução do problema, de acordo com a estratégia adotada, de forma inequívoca, possibilitando sua reprodução. O instrumento que é produto da elaboração deste procedimento é conhecido como algoritmo. Um exemplo frequente de um algoritmo no cotidiano é a receita culinária. Portanto, depois de preparado o algoritmo pode ser programado.

Assim, a resolução de um sistema de equações implica no estabelecimento de um fluxo de informação de uma equação para as demais, considerando-se a relevância das equações. Caracteriza-se, assim, um processo de otimização, que é, por definição, a busca por uma estrutura ótima do sistema simulado.

Portanto, um algoritmo de otimização visa à diminuição do esforço computacional através do estabelecimento de uma ordenação ótima das equações matemáticas que levam à resolução dos modelos simulados e o processamento das informações contidas no fluxograma.

Existem alguns algoritmos de otimização que são comumente utilizados. Estes são, em geral, categorizados como: métodos baseados em gradiente, otimização estocástica, metodologia de superfície de resposta (RSM), métodos heurísticos e métodos estatísticos. Os algoritmos heurísticos propiciam um maior número de soluções possíveis para um problema, o que os torna interessantes para utilização na resolução de fluxogramas de beneficiamento, pois estes podem ser resolvidos de inúmeras maneiras. São alguns exemplos de algoritmos de otimização heurísticos: os algoritmos genéticos (GA), algoritmos de otimização da colônia de formigas (ACO), algoritmos de otimização por enxame de partículas (PSO), algoritmos de pesquisa tabu (TSA) (Vahidipour e Farzanegan, 2009) e algoritmo de localização de ciclos. Todos estes tem como princípio a avaliação inicial das múltiplas formas de se ordenar a resolução de um problema. Com a subsequente escolha do melhor caminho a ser seguido.

## Metodologia

O software utilizado para desenvolver os algoritmos do LTMSim foi o Matlab<sup>®</sup>, versão 7. Este se apresenta como uma ferramenta versátil que supera as funcionalidades básicas oferecidas por planilhas computadorizadas, suportando o elevado esforço computacional que um *software* da área de processamento mineral requer. No Matlab<sup>®</sup> é possível que o usuário desenvolva suas próprias funções. Com isso, é possível definir suas variáveis de entrada e saída, e como estas serão alteradas dentro da função. Logo, ele permite criar funções que descrevem o funcionamento de moinhos, classificadores e algoritmos de otimização. A abordagem da ferramenta “funções” é muito similar à metodologia da estratégia modular apresentada anteriormente. Isso é, os módulos citados anteriormente podem ser descritos como funções, pois podem ser alterados isoladamente sem ter de se alterar toda a estrutura do programa, facilitando também a etapa de procura de erros dentro de cada módulo. O *software* também permite a comunicação com o aplicativo Simulink<sup>®</sup>, versão 6.1. Assim a estrutura da usina e seus equipamentos podem ser ilustrados com o auxílio de blocos fornecidos por este aplicativo e suas características são inseridas pelo usuário através de uma interface simples. Estas características são extraídas por funções específicas do Matlab<sup>®</sup>.

A comunicação com planilhas (ex: Microsoft Excel<sup>®</sup>, versão 2003) é realizada com o auxílio de comandos específicos do aplicativo Matlab<sup>®</sup>, possibilitando uma maior facilidade e interação para o usuário.

O LTMSim foi concebido através da estratégia modular. Foram usados os algoritmos de localização de ciclos e de simulação, descritos anteriormente. Assim, modelos de considerável complexidade podem ser planejados e usados na descrição das operações unitárias. Por ser um *software* de código aberto e modular, ele permite utilizar modelos de diferentes abordagens na simulação de um mesmo processo.

Implementou-se o algoritmo de localização de ciclos pois este é mais voltado para a engenharia de processos. Em processos de estrutura acíclica, os cálculos se iniciam pelas correntes de entrada e seguem a sequência dos módulos. No entanto, o

problema se complica quando o processo exibe estrutura cíclica. Nesse caso, os cálculos são iniciados pelas correntes de entrada e conduzidos sequencialmente, até que seja encontrado um ciclo. De maneira análoga à abertura de ciclos em sistemas de equações, seleciona-se um equipamento final e uma corrente de abertura. No caso, abrir uma corrente significa arbitrar valores iniciais e controlar a convergência de todas as variáveis que dela fazem parte. Por esse motivo, a escolha da corrente de abertura deve recair, preferencialmente, naquela com o menor número de variáveis (Perlingeiro, 2005). Isso é, o número de correntes de abertura deverá ser o menor possível, a fim de diminuir o número de módulos de convergência.

Esta metodologia se assemelha a um “jogo de campo minado”, onde a busca de um caminho sem “bombas” (que seriam como os *loops* que não alcançam a convergência) deve ser realizada com um número mínimo de interações (como o conjunto mínimo de correntes de abertura), lembrando que, quando escolhido um ponto de elevada incidência, outros são rapidamente revelados. Deste modo, faz-se necessária a escolha de um conjunto mínimo de correntes de abertura. Portanto, este procedimento equivale a um conhecimento prévio do melhor “caminho” a ser percorrido, fornecendo, assim, a melhor ordem de solução das equações.

Para se descobrir qual é a corrente de abertura deve-se inicialmente identificar os ciclos associados ao fluxograma analisado, utilizando o método de Sargent-Westerberg do traçado de percursos (Perlingeiro, 2005). Neste método, deve-se analisar as possíveis sequências de cálculo de equipamentos, então, anota-se numa lista dupla as correntes e equipamentos visitados. Ao verificar que um equipamento foi visitado anteriormente, deve-se especificar a sequência escolhida como um ciclo e adicioná-la à matriz ciclo-corrente. Logo, suas linhas conterão os ciclos formados e as colunas as correntes contidas nestes. Este procedimento é conhecido como “algoritmo de identificação de ciclos”.

A localização dos ciclos pode ser efetuada através do algoritmo aqui denominado *ciclor* (Perlingeiro, 2005):

**Ciclor** (Perlingeiro, 2005)

**C:** corrente conhecida

**D:** equipamento de destino da corrente conhecida

**L:** Lista dupla

**Ler** a matriz de processo e as correntes conhecidas

**Repetir** enquanto existirem correntes conhecidas

Inserir C e D na lista L

Se D já estiver em L

**Então:** Registrar, Recuar, Avançar

Senão: Avançar

Sendo:

**Registrar:** inserir, na matriz ciclo-corrente, todas as correntes de L a partir de D

**Avançar:**

**Repetir**

Se D tem alguma corrente de saída

**Então:** inserir C e D em L e sair.

**Senão:** Recuar

**Até** esgotar L

Esse algoritmo terá seu funcionamento demonstrado para o fluxograma da Figura 16 (Perlingeiro, 2005):

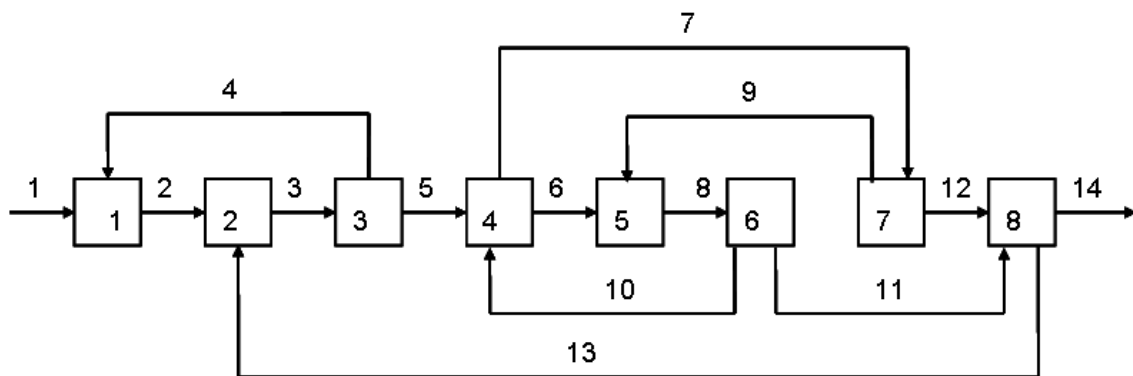


Figura 16 - Fluxograma de processos ilustrativo (Perlingeiro, 2005)

Pode-se representar o fluxograma através de sua matriz de processo, no qual cada corrente tem sua origem e destinos indicados. Um exemplo é ilustrado na Tabela 4.

Tabela 4 - Matriz de processo (Perlingeiro, 2005)

Matriz de Processo		
Corrente (C)	Origem (O)	Destino (D)
1	0	1
2	1	2
3	2	3
4	3	1
5	3	4
6	4	5
7	4	7
8	5	6
9	7	5
10	6	4
11	6	8
12	7	8
13	8	2
14	8	0

Na Figura 17 tem-se a demonstração do funcionamento do algoritmo de localização de ciclos. Este “caminho” percorrido é registrado como mostrado na Tabela 5. Este “caminho” se inicia pela corrente 1, segue pelo equipamento 1, em sequência pelos equipamentos 2 e 3, retornando ao equipamento inicial 1, configurando um ciclo.

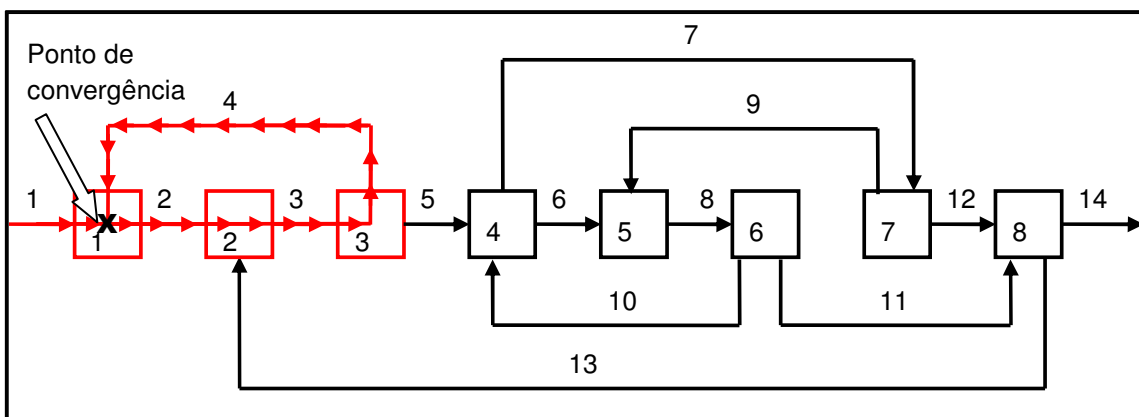


Figura 17 – Demonstração da localização do ciclo 1 com o algoritmo desenvolvido



Tabela 5 - Lista dupla indicando o número da corrente escolhida e seu respectivo destino

<b>C:</b>	1	2	3	4
<b>D:</b>	<b>1</b>	2	3	<b>1</b>

Na Figura 18 apresenta-se outra possibilidade de “caminho“ a ser percorrido, no entanto o fechamento do ciclo ocorre no equipamento 4, pois este é anotado por duas vezes. Este ciclo é registrado na Tabela 6.

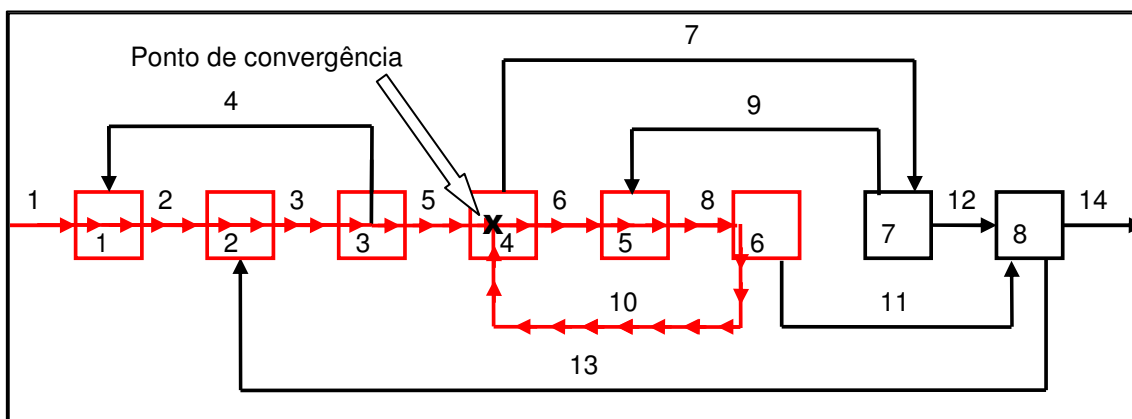


Figura 18 - Demonstração da localização do ciclo 2 com o algoritmo desenvolvido

Tabela 6 - Lista dupla indicando o número da corrente escolhida e seu respectivo destino

<b>C:</b>	1	2	3	5	6	8	10
<b>D:</b>	1	2	3	<b>4</b>	5	6	<b>4</b>

Na Figura 19 observa-se mais uma possibilidade de caminho percorrido, ocorrendo o fechamento no equipamento 2. Este caminho é registrado na Tabela 7.

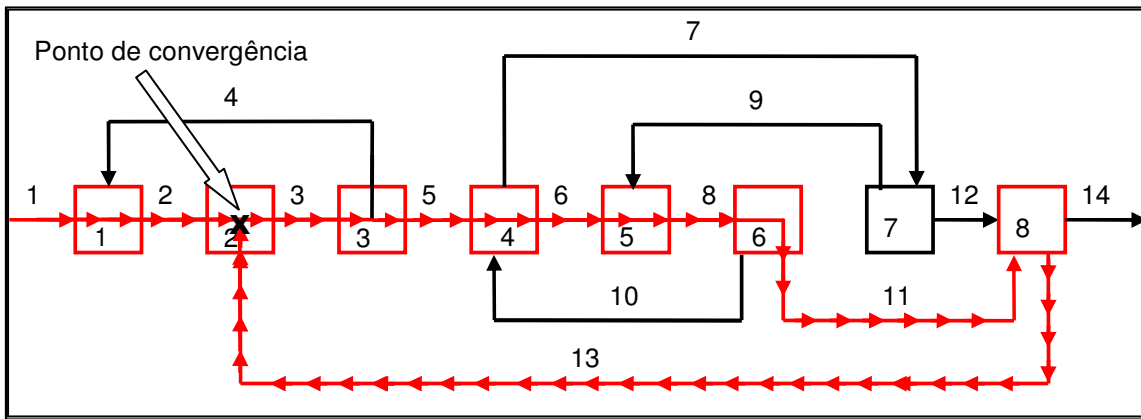


Figura 19 - Demonstração da localização do ciclo 3 com o algoritmo desenvolvido

Tabela 7 - Lista dupla indicando o número da corrente escolhida e seu respectivo destino

<b>C:</b>	1	2	3	5	6	8	11	13
<b>D:</b>	1	2	3	4	5	6	8	2

Na Figura 20 tem-se o caminho percorrido com fechamento no equipamento 4. A sequência do caminho é registrada na Tabela 8.

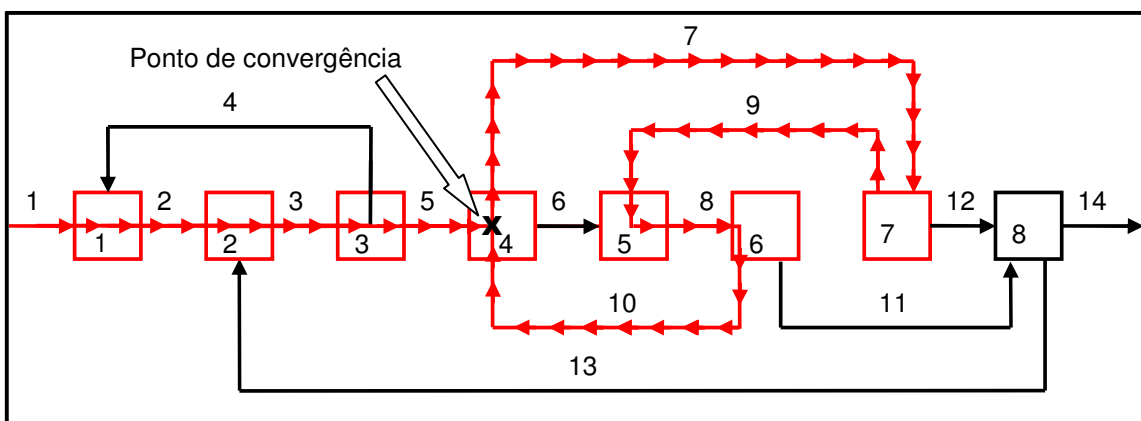


Figura 20 - Demonstração da localização do ciclo 4 com o algoritmo desenvolvido

Tabela 8 - Lista dupla indicando o número da corrente escolhida e seu respectivo destino

<b>C:</b>	1	2	3	5	7	9	8	10
<b>D:</b>	1	2	3	4	7	5	6	4

Na Figura 21 observa-se outra sequência possível para a localização de um ciclo. Esta sequência é registrada na Tabela 9 e o fechamento do ciclo resultante ocorre no equipamento 2.

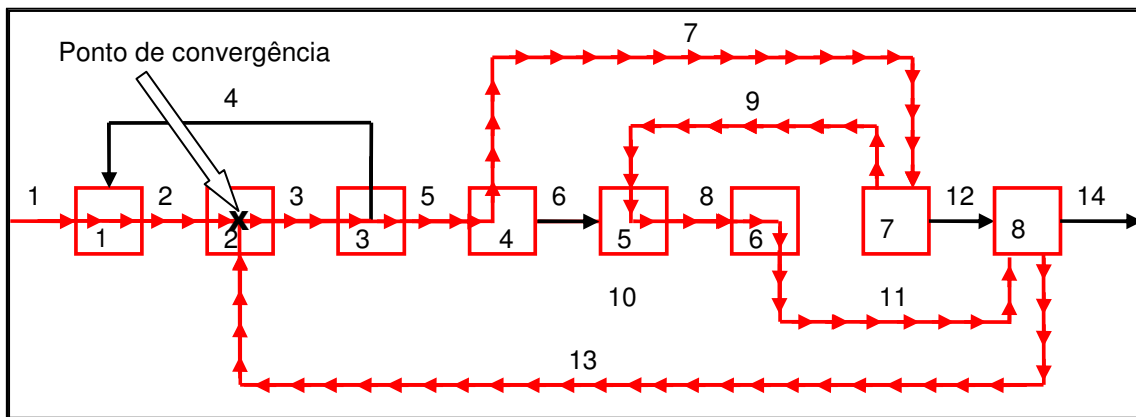


Figura 21 - Demonstração da localização do ciclo 5 com o algoritmo desenvolvido

Tabela 9 - Lista dupla indicando o número da corrente escolhida e seu respectivo destino

<b>C:</b>	1	2	3	5	7	9	8	11	13
<b>D:</b>	1	2	3	4	7	5	6	8	2

Por fim, tem-se na Figura 22 a última variação possível para identificação de um ciclo. Este caminho percorrido é anotado na Tabela 10. Sendo que o fechamento do ciclo ocorre no equipamento 2.

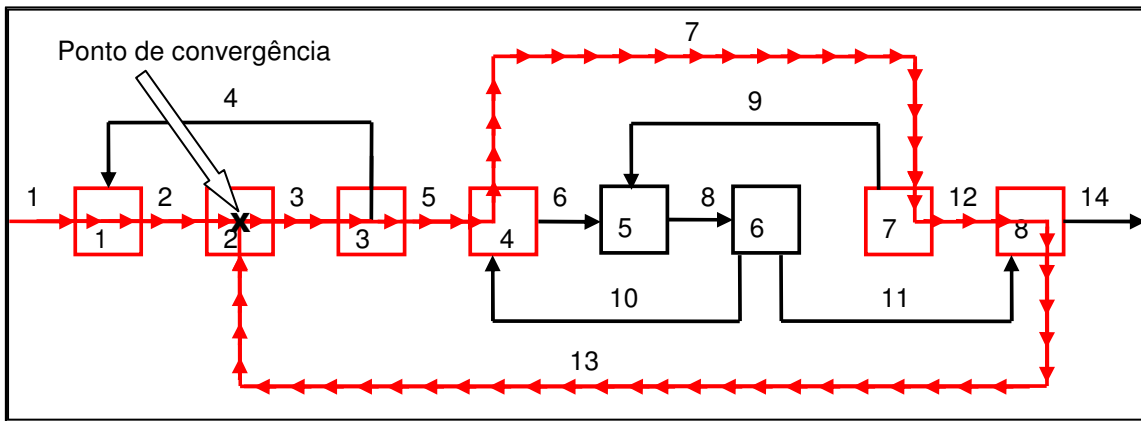


Figura 22 - Demonstração da localização do ciclo 6 com o algoritmo desenvolvido

Tabela 10 - Lista dupla indicando o número da corrente escolhida e seu respectivo destino

<b>C:</b>	1	2	3	5	7	12	13
<b>D:</b>	1	2	3	4	7	8	2

A próxima etapa é a construção da matriz ciclo-corrente (Perlingeiro, 2005), como mostrada na Tabela 11.

Tabela 11 - Matriz que relaciona as correntes envolvidas em cada ciclo (Perlingeiro, 2005)

Matriz ciclo-corrente												
Ciclos/Correntes	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>1</b>	1	1	1									
<b>2</b>					1		1		1			
<b>3</b>		1		1	1		1			1		1
<b>4</b>						1	1	1	1			
<b>5</b>		1		1		1	1	1		1		1
<b>6</b>		1		1		1					1	1
<b>Somatório</b>	<b>1</b>	<b>4</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>3</b>

Poderá existir mais de uma corrente de abertura, e diversas combinações destas poderão ser responsáveis pela abertura dos ciclos. Logo, deve-se selecionar qual o grupo de correntes que será usado. Esta deve ser realizada para se alcançar um conjunto mínimo de correntes de abertura, que, provavelmente, não será único. O algoritmo *Seleção*, descrito a seguir, conduzirá a um dos conjuntos mínimos. Este se utiliza de uma lista *A* que, ao final, conterá as correntes selecionadas. O algoritmo usa ainda o vetor *C* de dimensão igual ao número de correntes, cujos elementos indicam o número de ciclos que as correntes participam. Ao final, *C* será o nulo. O algoritmo é o seguinte (Perlingeiro, 2005):

**Algoritmo de seleção das correntes de abertura:** (Perlingeiro, 2005)

Seja:

**A:** lista que ao final conterá as correntes selecionadas

**C:** de dimensão igual ao número de correntes, cujos elementos indicam o número de ciclos que participam as correntes

Calcular os elementos de *C*

**Repetir**

Identificar a corrente com o maior valor em *C* (pode ser a 1ª a ser encontrada)

Inscriver a corrente em *A*

Remover os ciclos abertos pela corrente (anular os elementos nas linhas correspondentes)

Atualizar **C**

**Até C=0**

Para o exemplo adotado, escolhe-se a corrente 3 como a de maior incidência. Em seguida, procede-se à retirada das linhas que contêm a corrente de maior incidência, obtendo-se a Tabela 12.

Tabela 12 - Matriz ciclo-corrente (Perlingeiro, 2005)

Matriz ciclo-corrente												
Ciclos/Correntes	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
2					1		1		1			
4						1	1	1	1			
<b>Somatório</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>

A segunda corrente com maior incidência é a oito. Pode-se então observar que as correntes de abertura serão a corrente três e a oito. No entanto, a segunda, por exemplo, poderia ter sido a corrente dez e a primeira poderia ter sido a corrente oito.

Para realizar a simulação do processo deve-se tentar simular qualquer equipamento com as informações disponíveis, até que isto não seja mais possível. Neste ponto, deve ser atribuído um valor para as variáveis de uma corrente de abertura qualquer. Então, a partir desta, deve-se novamente tentar simular qualquer equipamento. No entanto, só poderão ser simulados equipamentos em que todas as correntes de entrada sejam conhecidas. Isto deve ser realizado até que não existam mais condições de simular nenhum equipamento e que o equipamento que é destino da corrente aberta seja revisitado. Neste momento, deve-se realizar a conferência da convergência da corrente de abertura. Isto deve ser realizado até que todas as correntes de abertura convirjam simultaneamente. Este procedimento é registrado no algoritmo de simulação, mostrado a seguir.

**Algoritmo de simulação**

**Abrir** Correntes de abertura

Repetir

    Simular Equipamentos

**Até** Convergir Correntes de abertura

Para o exemplo adotado o algoritmo de simulação terá como resultado a sequência a seguir (Perlingeiro, 2005).

```
Abre C3  
Repetir  
    Simula E3  
    Simula E1  
    Abre C8  
    Repetir  
        Simula E6  
        Simula E4  
        Simula E7  
        Simula E8  
        Simula E5  
    Até convergir C8  
    Simula E2  
Até convergir C3
```

O algoritmo de localização de ciclos foi desenvolvido com comandos básicos de programação tornando a resposta do mesmo bastante ágil.

O algoritmo de simulação no LTMSim foi dividido em duas partes. Na primeira parte é realizada a ordenação em que os equipamentos devem ser executados. Na segunda parte realiza-se a simulação propriamente dita, pois se utiliza um comando específico do Matlab<sup>®</sup> que executa as funções relativas aos equipamentos, isso é, os modelos que descrevem os equipamentos foram programados como “functions” que são calculados e corrigidos independentemente dos algoritmos principais.

Para verificar-se a convergência a diferença percentual do fluxo mássico, isso é, o módulo da diferença de seu valor antes e após a iteração de cálculo dividido pelo valor do fluxo mássico total da alimentação, deve ser inferior à tolerância especificada pelo usuário, como mostrado na Equação 2.

## Resultados

Os resultados dos algoritmos de localização de ciclos, seleção de correntes de abertura e a 1ª parte do algoritmo de simulação serão apresentados de forma ilustrativa uma vez que o código os gera automaticamente sem que ocorra sua exibição durante a simulação do processo. Por fim, nos anexos há os resultados da 2ª parte da simulação. A fim de demonstrar o funcionamento do simulador será abordada a resolução de dois fluxogramas de processos.

### *Fluxograma ilustrativo de moagem em circuito fechado*

O primeiro representa um circuito de moagem de argila em circuito fechado. Nesse caso, o produto do moinho alimenta um classificador, que por sua vez, divide o produto em um fluxo de partículas mais finas, produto final do circuito, e em um fluxo de partículas grossas que é direcionado ao bloco *mixer* para realimentação ao moinho. Nesse caso, o moinho de bolas foi modelado como sendo composto de apenas um misturador. O fluxograma implementado no LTMSim é mostrado na Figura 23.

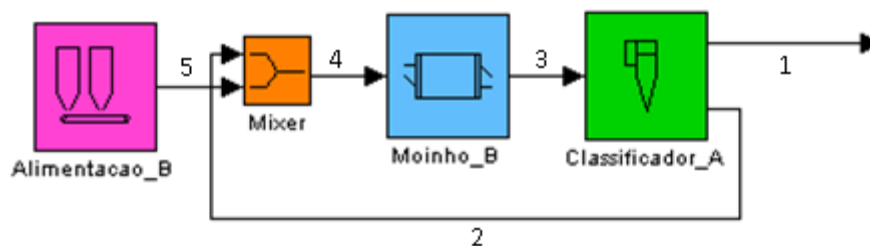


Figura 23 - Fluxograma ilustrativo de moagem em circuito fechado



A matriz de processo que representa esse fluxograma é apresentada na Tabela 13, e os códigos numéricos de cada equipamento são apresentados na Tabela 14. Os equipamentos de número 1 e 5 tem seu destino e origem, respectivamente, numerados como zero pois estes representam o produto e alimentação do fluxograma.

Tabela 13 - Matriz de processo do fluxograma ilustrativo de moagem em circuito fechado

<b>Matriz de Processo</b>		
<b>Corrente (C)</b>	<b>Origem (O)</b>	<b>Destino (D)</b>
<b>1</b>	1	0
<b>2</b>	1	3
<b>3</b>	4	1
<b>4</b>	3	4
<b>5</b>	0	3

Tabela 14 - Códigos dos equipamentos do Fluxograma apresentado na Figura 23

<b>Número</b>	<b>Equipamento</b>
1	Classificador_A
3	Mixer
4	Moinho_B
5	Alimentação_B

De acordo com algoritmo de identificação de ciclos (*ciclor*) existe apenas um ciclo de informações para o fluxograma apresentado, sendo que este é apresentado na Tabela 15. Portanto, temos que a partir da corrente 5 percorre-se o equipamento mixer, seguindo-se pela corrente 4. Em seguida, percorre-se o equipamento Moinho\_B, seguindo-se pela corrente 3. Então, percorrendo-se o equipamento Classificador\_A, segue-se pela corrente 2 registrando o equipamento Mixer pela segunda vez, fechando-se o ciclo.

Tabela 15 - Ciclo do fluxograma ilustrativo de moagem em circuito fechado

<b>C:</b>	5	4	3	2
<b>D:</b>	3	4	1	3

E a matriz ciclo-corrente, gerada pelo algoritmo de seleção das correntes de abertura, é então apresentada na Tabela 16.

Tabela 16 - Matriz ciclo-corrente do fluxograma moagem em circuito fechado

<b>Matriz ciclo-corrente</b>			
<b>Ciclo/corrente</b>	2	3	4
<b>1</b>	1	1	1
<b>Somatório</b>	1	1	1

Sendo assim, o fluxograma permite a escolha de uma corrente de abertura entre as opções 2, 3 ou 4, que são, respectivamente, o fluxo de retorno de grossos do classificador, a descarga do moinho ou a alimentação composta do moinho.

A primeira parte do algoritmo de simulação, isso é, o estabelecimento da ordenação da simulação dos equipamentos resulta no seguinte algoritmo de solução sequencial, para o caso no qual a corrente 2 foi escolhida como corrente de abertura

**Abre C<sub>2</sub>**

Repetir

    Simula E3

    Simula E4

    Simula E1

**Até convergir C<sub>2</sub>**

Com isso, a segunda parte, a simulação dos equipamentos na ordem acima mencionada, para uma taxa de alimentação total de 100 t/h e com uma tolerância de  $10^{-5}$  fornece o resultado mostrado na Tabela 17.

Tabela 17 - Fluxos e análises granulométricas do fluxograma moagem em circuito fechado com alimentação de 100 t/h

<b>Correntes</b>	1	2	3	4	5
<b>Fluxos (t/h)</b>	99,99976	2453,42936	2553,42912	2553,42912	100,00000
<b>Tamanho de partícula (mm)</b>	<b>Acumulado Passante (%)</b>				
<b>3,350</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>2,360</b>	100,00	99,96	99,96	99,74	94,37
<b>1,700</b>	100,00	99,77	99,78	98,83	75,79
<b>1,180</b>	100,00	99,47	99,49	97,91	59,79
<b>0,850</b>	100,00	99,07	99,11	97,09	48,36
<b>0,600</b>	100,00	98,52	98,57	96,11	37,00
<b>0,425</b>	99,99	97,79	97,87	95,11	29,47
<b>0,300</b>	99,99	96,78	96,90	93,90	23,30
<b>0,212</b>	99,97	95,33	95,51	92,31	18,08
<b>0,150</b>	99,91	93,15	93,42	90,02	13,17
<b>0,106</b>	99,76	89,81	90,20	86,66	9,45
<b>0,075</b>	99,34	84,62	85,19	81,57	6,84
<b>0,053</b>	98,17	76,44	77,29	73,65	5,01
<b>0,045</b>	96,45	68,61	69,70	66,00	1,96
<b>0,038</b>	94,01	60,19	61,51	57,89	1,43
<b>0,025</b>	85,15	41,42	43,13	39,80	0,00
<b>0,020</b>	73,66	27,10	28,92	26,04	0,00
<b>0,015</b>	58,39	14,54	16,26	13,97	0,00
<b>0,010</b>	39,29	5,54	6,86	5,32	0,00
<b>0,006</b>	22,69	1,67	2,49	1,61	0,00
<b>0,003</b>	10,77	0,45	0,86	0,43	0,00
<b>0,002</b>	6,96	0,24	0,50	0,23	0,00

A Figura 24 analisa em detalhe o balanço de massa ao redor do *mixer* e do classificador.

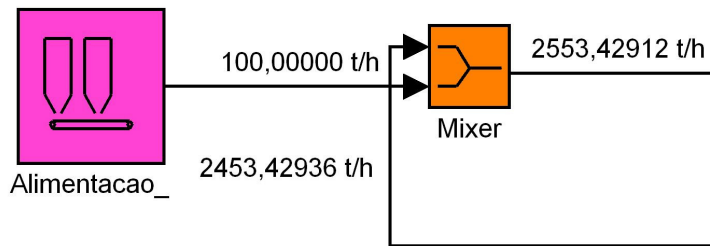


Figura 24 - Balanço de massas do equipamento mixer no fluxograma moagem em circuito fechado para alimentação de 100 t/h

Observa-se a diferença percentual entre o fluxo mássico de saída e entrada no valor de  $0,24 \times 10^{-3} t/h$ . Também pode-se observar a diferença percentual através do balanço de massas do equipamento classificador.

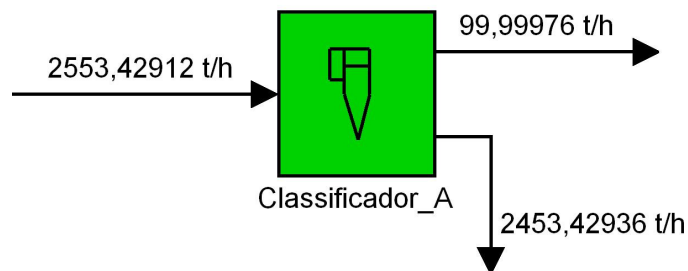


Figura 25 - Balanço de massas ao redor do classificador

Assim, observa-se deste último balanço, que a diferença percentual entre o fluxo mássico de entrada e o somatório dos fluxos de saída é zero.

Ainda, observa-se o fechamento do balanço global do sistema com diferença percentual entre a corrente de entrada (número 5) e a corrente de saída (número 1) no valor de  $0,24 \times 10^{-3} t/h$ .

A fim de se verificar a robustez do simulador, realizou-se uma nova simulação considerando o fluxograma da Figura 4 com uma nova taxa de alimentação (200 t/h). Os resultados são apresentados na Tabela 18.

Tabela 18 - Fluxos e análises granulométricas para fluxograma moagem em circuito fechado com alimentação total de 200t/h

<b>Correntes</b>	1	2	3	4	5
<b>Fluxos (t/h)</b>	199,99986	1514,60056	1714,60043	1714,60043	200,00000
<b>Tamanho de partícula (mm)</b>	<b>Acumulado Passante (%)</b>				
<b>3,350</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>2,360</b>	100,00	99,87	99,88	99,22	94,37
<b>1,700</b>	100,00	99,26	99,34	96,52	75,79
<b>1,180</b>	100,00	98,27	98,47	93,78	59,79
<b>0,850</b>	99,99	97,00	97,35	91,33	48,36
<b>0,600</b>	99,97	95,20	95,75	88,41	37,00
<b>0,425</b>	99,92	92,84	93,67	85,45	29,47
<b>0,300</b>	99,80	89,61	90,79	81,87	23,30
<b>0,212</b>	99,51	85,00	86,69	77,19	18,08
<b>0,150</b>	98,73	78,20	80,60	70,62	13,17
<b>0,106</b>	96,71	68,27	71,59	61,41	9,45
<b>0,075</b>	91,79	54,52	58,87	48,96	6,84
<b>0,053</b>	81,39	37,90	42,97	34,06	5,01
<b>0,045</b>	71,40	27,19	32,34	24,24	1,96
<b>0,038</b>	62,07	19,42	24,39	17,32	1,43
<b>0,025</b>	42,97	9,05	13,00	7,99	0,00
<b>0,020</b>	33,43	5,67	8,91	5,01	0,00
<b>0,015</b>	24,72	3,40	5,89	3,00	0,00
<b>0,010</b>	16,15	1,82	3,49	1,61	0,00
<b>0,006</b>	9,38	0,92	1,91	0,81	0,00
<b>0,003</b>	4,48	0,41	0,88	0,36	0,00
<b>0,002</b>	2,90	0,26	0,57	0,23	0,00

Observa-se a convergência de forma análoga à simulação com alimentação total de 100t/h.

A Tabela 19 compara o número de iterações entre cada simulação e também a diferença entre os fluxos mássicos da alimentação nova e do produto final do circuito sob diferentes taxas de alimentação total.

Tabela 19 - Balanço da alimentação total e produto do fluxograma ilustrativo de moagem em circuito fechado

<b>Taxa de alimentação total nova (t/h)</b>	100	200
<b>Diferença entre a taxa de alimentação total e a taxa do produto final (t/h)</b>	0,00024	0,00014
<b>Erro(%)</b>	0,0000024	0,0000007
<b>Número de iterações necessárias para chegar ao resultado final</b>	73	215
<b>Tempo de resolução (s)</b>	30	91

### ***Fluxograma de moagem de escória granulada de alto forno em circuito fechado***

O segundo estudo de caso compreende o circuito de moagem de escória granulada de alto forno em circuito fechado apresentado na Figura 3. Esse circuito dispõe de dois circuitos de moagem operando em paralelo, no qual o produto combinado dos circuitos alimenta um classificador pneumático do tipo SEPOL. A descrição matemática dos moinhos presentes nessa é feita pela utilização de diversos misturadores em série, o que se mostrou necessário tendo em vista que os moinhos são de grande comprimento (Silva, 2007). Deste modo, por exemplo, os equipamentos M1\_MK2, Mixer4, M2\_K2 e Diafragma\_K2 representam a primeira câmara de moagem do moinho de bolas M2 (Figura 26). O produto fino da câmara de moagem alimenta o bloco K2M8, que juntamente com os blocos K2M9, K2M10, K2M11, K2M12, e K2M13 foram os segmentos de moagem da segunda câmara do moinho M2 (Figura 26). Os modelos de classificação Ciclone 1 e Diafragma K1 (Figura 26) representam a exaustão de partículas finas e a classificação realizada no

diafragma ao final do moinho respectivamente. Dessa forma o fluxograma de processo se torna bastante complexo, como visto na Figura 4.

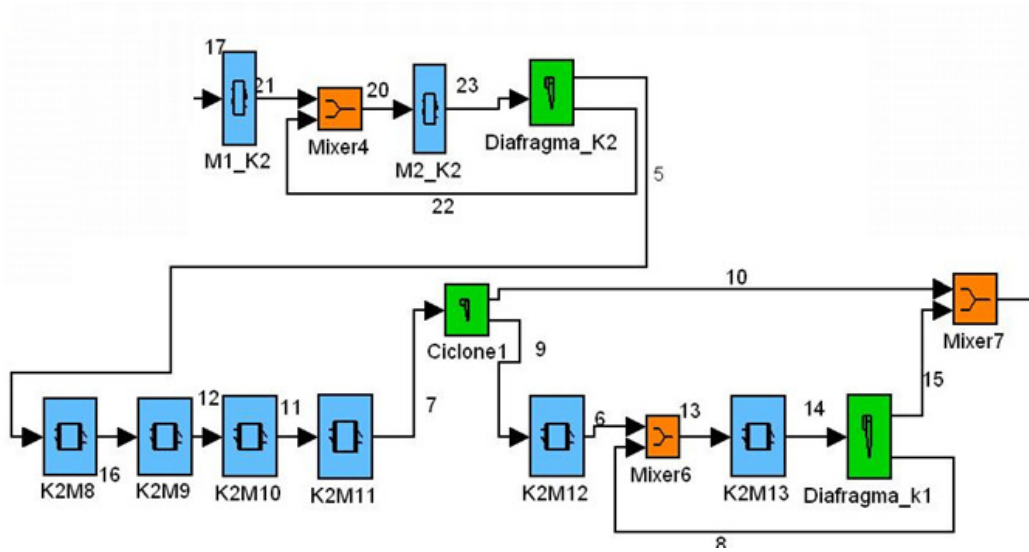


Figura 26 - Fluxograma que representa o moinho M2 do circuito fechado de moagem de escória granulada de alto forno apresentado na Figura 3.

Como se pode observar, este fluxograma apresenta um grande número de blocos de operações e sua solução não pode ser encontrada quase que diretamente, como foi o caso do exemplo da Figura 23. Neste caso a utilização dos algoritmos de identificação de ciclos e correntes de abertura tem grande importância, pois o circuito apresenta um número expressivo de correntes de reciclo.

Tem-se, então a matriz de processo representada na Tabela 20 e os nomes de cada equipamento são apresentados na Tabela 21. O resultado do algoritmo de localização de ciclos é mostrado na Tabela 22. A matriz ciclo-corrente resultante é mostrada na Tabela 23.

Tabela 20 - Matriz de processo do fluxograma de moagem de escória granulada de alto forno em circuito fechado

MP			MP		
Corrente	Origem	Destino	Corrente	Origem	Destino
1	35	0	23	25	5
2	34	35	24	36	27
3	29	34	25	35	36
4	33	34	26	4	9
5	5	20	27	19	7
6	12	32	28	7	28
7	11	3	29	18	28
8	6	32	30	2	18
9	3	12	31	17	2
10	3	33	32	2	29
11	10	11	33	16	17
12	21	10	34	15	16
13	32	13	35	14	15
14	13	6	36	28	19
15	6	33	37	7	29
16	20	21	38	9	14
17	31	23	39	27	22
18	36	31	40	0	27
19	0	31	41	26	24
20	30	25	42	22	26
21	23	30	43	4	26
22	5	30	44	24	4



Tabela 21 - Nomes dos equipamentos do fluxograma de moagem de escória granulada de alto forno em circuito fechado

Número do equipamento	Nome do equipamento	Número do equipamento	Nome do equipamento
2	Ciclone	20	K2M8
3	ciclone1	21	K2M9
4	Diafragma_K1	22	M1_K1
5	diafragma_K2	23	M1_K2
6	Diafragma_k1	24	M2_K1
7	Diafragma_k2	25	M2_K2
9	K2M1	26	Mixer
10	K2M10	27	mixer1
11	K2M11	28	Mixer2
12	K2M12	29	Mixer3
13	K2M13	30	Mixer4
14	K2M2	31	mixer5
15	K2M3	32	Mixer6
16	K2M4	33	Mixer7
17	K2M5	34	Mixer8
18	K2M6	35	Sepol_M_3_4
19	K2M7	36	Splitter

Tabela 22 - Resultado algoritmo *ciclor* para o fluxograma de moagem de escória granulada de alto forno em circuito fechado

Ciclos sem repetições	
<b>1</b>	[20 22 23]
<b>2</b>	[41 43 44]
<b>3</b>	[8 13 14]
<b>4</b>	[2 4 5 7 10 11 12 16 17 18 20 21 23 25]
<b>5</b>	[27 28 36]
<b>6</b>	[2 3 24 25 26 31 32 33 34 35 38 39 41 42 44]
<b>7</b>	[2 4 5 6 7 9 11 12 13 14 15 16 17 18 20 21 23 25]
<b>8</b>	[2 3 24 25 26 27 29 30 31 33 34 35 36 37 38 39 41 42 44]

Tabela 23 - Matriz ciclo-corrente para o do fluxograma de moagem de escória granulada de alto forno em circuito fechado

		Matriz ciclo-corrente																																															
Ciclos Correntes		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44				
	<b>1</b>		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
<b>2</b>		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0	
<b>3</b>		0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<b>4</b>		0	1	0	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
<b>5</b>		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
<b>6</b>		0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1		
<b>7</b>		0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
<b>8</b>		0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1		
<b>Soma tório</b>		0	4	2	2	2	1	2	1	1	1	2	2	2	2	1	2	2	2	0	3	2	1	3	2	4	2	2	2	1	1	1	2	1	2	2	2	2	2	1	2	2	0	3	2	1	3		

Com as devidas interações as correntes de abertura escolhidas serão: 2 8 20 27 41.

A primeira parte do algoritmo de simulação, isto é, o estabelecimento da ordenação da simulação dos equipamentos, resulta em:

**Abre C<sub>2</sub>**

Repetir

Simula Sepol\_M\_3\_4

Simula splitter

Simula mixer1

Simula mixer5

Simula M1\_K1

Simula M1\_K2

**Abre C<sub>20</sub>**

Repetir

Simula M2\_K2

Simula diafragma\_K2

Simula K2M8

Simula K2M9

Simula K2M10

Simula K2M11

Simula ciclone1

Simula K2M12

**Abre C<sub>8</sub>**

Repetir

Simula Mixer6

Simula K2M13

Simula Diafragma\_k1

**Até convergir C<sub>8</sub>**

Simula Mixer7

Simula Mixer4

**Até convergir C<sub>20</sub>**

**Abre C<sub>27</sub>**

Repetir

Simula Diafragma\_k2

**Abrir C<sub>41</sub>**

Repetir

Simula M2\_K1

Simula Diafragma\_K1

Simula K2M1

Simula K2M2

Simula K2M3

Simula K2M4

Simula K2M5

Simula Ciclone

Simula K2M6

Simula Mixer2

Simula Mixer3

Simula Mixer

**Até convergir C<sub>41</sub>**

Simula K2M7

**Até convergir C<sub>27</sub>**

Simula Mixer8

**Até convergir C<sub>2</sub>**

Com isso, a segunda parte, a simulação dos equipamentos na ordem acima mencionada, para uma taxa de alimentação total de 100 t/h com uma tolerância percentual de  $10^{-5}$  fornece o resultado mostrado nas Tabelas 25 a 29, em anexo.

Da Tabela 28, em anexo pode-se realizar a conferência dos resultados, por exemplo, somando os fluxos de entrada e saída de equipamentos com mais de um fluxo nestas condições. O equipamento Mixer1, por exemplo, recebe as correntes 40 e 24. Os fluxos destas correntes são, respectivamente, 50,00000 t/h e 88,11497 t/h, sendo seu somatório é 138,11497 t/h, e valor encontrado na corrente de saída deste equipamento é 138,11497 t/h demonstrando assim o perfeito funcionamento dos algoritmos implementados.

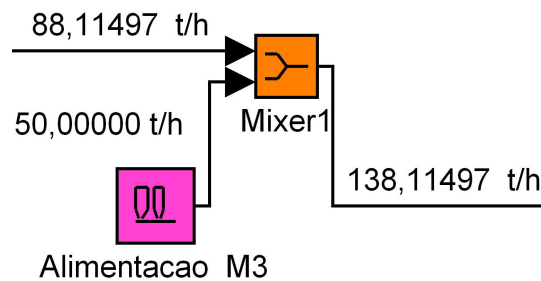


Figura 27 - Balanço de massas do equipamento mixer1

Os equipamentos Sepol\_M\_3\_4 e mixer 5, nas Figuras 28 e 29 também podem ser usados para conferência do balanço de massas.

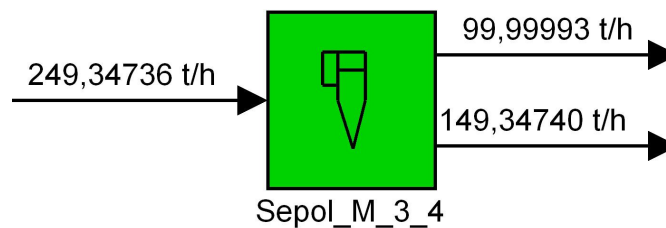


Figura 28 - Balanço de massas do classificador Sepol\_M\_3\_4

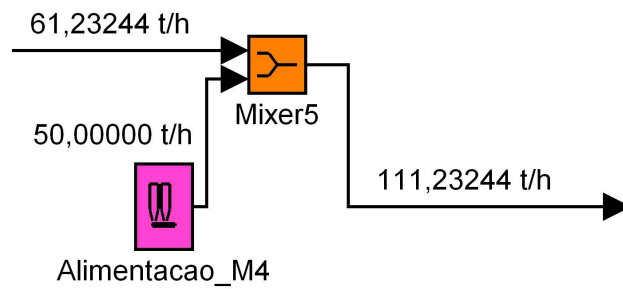


Figura 29 - Balanço de massas do equipamento Mixer5

Variando-se a taxa de alimentação total para 200 t/h obtêm-se os resultados apresentados nas Tabelas 25 a 30, em anexo.

De forma análoga à anterior pode-se fazer a conferência do balanço de massas do circuito através do equipamento Sepol\_M\_3\_4. Deste modo, observa-se o valor de 498,69471 t/h para a corrente de entrada. O valor encontrado para as correntes de saída de número 1 e 25, é 199,99986 t/h e 298,69481 t/h, sendo seu somatório 498,69467 t/h. Logo, o erro percentual é inferior à tolerância estipulada inicialmente, conforme apresentado na Tabela 24.

A análise geral da convergência do fluxograma é realizada através do balanço das alimentações e do produto. Assim, para ambos os cenários tem-se:

Tabela 24 - Balanço da alimentação total e produto do circuito de moagem de escória granulada de alto forno em circuito fechado

<b>Taxa de alimentação total nova (t/h)</b>	100	200
<b>Diferença entre a taxa de alimentação total e a taxa do produto final (t/h)</b>	0,00003	0,00006
<b>Erro(%)</b>	0,00003	0,00006
<b>Número de iterações necessárias para chegar ao resultado final</b>	0,00003	0,00006
<b>Tempo de resolução (s)</b>	0,00003	0,00006

A diferença entre o balanço da alimentação total e do produto não foi menor que a tolerância estipulada,  $10^{-5}$  pois o erro acumulado nos loops internos do fluxograma é cumulativo.

## Conclusões

Foi implementado no simulador LTMSim um algoritmo de resolução sequencial dos módulos de processos. Para um dado fluxograma de processo, o algoritmo identifica os ciclos de informação e sugere quais fluxos são os melhores candidatos a correntes de abertura. Como resultado do algoritmo tem-se a sequência que deve ser obedecida para se alcançar a resolução do problema de simulação.

No primeiro estudo de caso, correspondente a um fluxograma de moagem hipotético em circuito fechado, bem como no segundo estudo de caso, observa-se que o número de iterações e o tempo de resolução aumentou quando a taxa de alimentação total foi significativamente alterada. Isso pode ser explicado pela sensibilidade dos modelos de moagem e classificação utilizados na simulação, pois esses têm seu desempenho afetado principalmente pelo fluxo mássico alimentado, se agravando no caso de fluxogramas com muitos reciclos.

O número de iterações e o tempo de resolução foram maiores na simulação do segundo estudo de caso (fluxograma de moagem de escória granulada de alto forno) pois, conforme esperado, esse possui um maior número de reciclos, acarretando na necessidade da resolução de maior número de loops de convergência.

Através do balanço de massas do fluxo mássico da alimentação e do produto observa-se que o erro percentual deste balanço variou entre 0,0000007% e 0,00006%, de acordo com a alimentação total simulada e a complexidade do sistema apresentado, -se como satisfatório.

No primeiro estudo de caso, a análise granulométrica da alimentação total utilizou 22 classes de tamanhos. Por conseguinte, todas as outras análises usavam o mesmo número de classes. No segundo estudo de caso, utilizaram-se 26 classes, gerando-se um maior número de informações, no entanto, o algoritmo foi capaz de tratar as informações abordadas com êxito.

Na versão anterior do LTMSim, a simulação do circuito completo de moagem de escória (segundo estudo de caso) demandava um tempo cinco vezes maior para

convergência que o alcançado com a resolução após implementação do algoritmo de resolução sequencial. Entretanto, no caso do primeiro estudo de caso, essa diferença não se mostrou significativa em função da simplicidade do circuito analisado.

Por fim, o algoritmo implementado adicionou ao simulador LTMSim a capacidade de lidar com fluxogramas de configurações bastante complexas, como aqueles que apresentam elevado número de ciclos e possibilitando a obtenção de uma solução em um curto período de tempo e com um reduzido número de iterações, se comparado à versão anterior do LTMSim.



## Bibliografia

- Carvalho, R.M. Modelagem, Simulação e Controle da Moagem a Seco em Moinho de Bolas. Projeto final de curso, DMM, UFRJ, Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, 2007.
- Crowe, C. M., A. E. Hamielec, T. W. Hoffman, D. R. Woods, A.I. Johnson, e P. T. Shannon. "Chemical Plant Simulation." *AICHe Journal*, 1972: 143-150.
- Doll, A.G. Solving Mass Balance using Matrix Algebra. 2000.  
<http://www.agdconsulting.ca/MatrixMethod.pdf> (acesso em 30 de 11 de 2011).
- EMSO Page. VRTech. 2011. <http://www.vrtech.com.br/rps/emso.html> (acesso em 13 de Dezembro de 2011).
- Farzanegana, A., e S.M. Vahidipour. "Optimization of comminution circuit simulations based on genetic algorithms search method." *Minerals Engineering*, 1998: 719-726.
- Ford, M.A., e R.P. King. "The simulation of ore-dressing plants." *International Journal of Mineral Processing*, 1984: 285-304.
- Fuerstenau, D.W., e J.A. Herbst. "Mathematical simulation of dry ball milling using specific power information." *SME-AIME*, 1973: 254-348.
- Gruhn, G., J. Rosenkranz, J. Werther, e J.C. Tobermann. "Development of an object oriented simulation system for complex solids processes." *Computers and Chemical Engineering*, 1997: 509-517.
- International, Amira. P9N Project. 2004. <http://www.p9project.com/> (acesso em 30 de 11 de 2011).
- Irannajad, M., A. Farzanegan, e S.M. Razavian. "Spreadsheet-based simulation of closed ball milling circuits." *Minerals Engineering*, 2006: 1495-1504.
- JKMRC. JKSimMetJkTech. 1984. <http://www.jktech.com.au/jksimmet> (acesso em 30 de 11 de 2011).

- Klimpel, R.R., P.T. Luckie, e L.G. Austin. "Process Engineering of Size Reduction: Ball Milling." AIME, SME, 1984: 314-384.
- Lotter, N.O. "Modern Process Mineralogy: An integrated multi-disciplined approach." Minerals Engineering, 2011: 1229-1237.
- Lynch, A.J., e T.J. Napier-Munn. "The modelling and computer simulation of mineral treatment processes — current status and future trends." Minerals Engineering, 1992: 143-167.
- MathWorks. "MathWorks." Mathworks. 1984.  
<http://www.mathworks.com/help/techdoc/index.html> (acesso em 30 de 11 de 2011).
- Moly-CopTools®. "Moly-Cop Grinding Media." Onesteel. 2010.  
<http://www.onesteel.com/businesses.asp?id=40&pageSource=business> (acesso em 30 de 11 de 2011).
- Perlingeiro, C.A.G. Engenharia de Processos. Rio de Janeiro: Edgard Blucher, 2005.
- Reimers, C., J. Werther, e G. Gruhn. "Design specifications in the flowsheet simulation of complex solids processes." Powder technology, 2009: 260-271.
- Sepúlveda, J.M. "Manual do usuário do Moly-Cop Tools, Moly-Cop Chile S.A." 2001.
- Shannon, E.R., R.J. Grant, M.A. Cooper, e D.W. Scott. "Back to basics - the road to recovery. Milling practice at Brunswick Mining." International mining and minerals association, 1993.
- Silva, A.T. Otimização da Moagem de escória granulada de alto-forno por meio da simulação computacional usando o modelo do balanço populacional. Dissertação de mestrado, Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, 2007.
- Tavares, L.M.M. Apostila do curso de Processamento de Recursos Minerais. Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, 2009.
- Tobermamm, J.C., J. Rosenkranz, J. Werther, e G. Gruhn. "Block oriented process simulation of solids processes." Computers and Chemical Engineering, 2000: 1773-1782.

Vahidipour, S., e A. Farzanegan. "Optimization of comminution circuit simulations based on genetic algorithms." *Minerals Engineering*, 2009: 719–726.

Whiten, W.J. "The Simulation of Crushing Plants with Models Developed using Multiple Spline Regression." *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 1972: 257-264.

## Anexo

Tabela 25 - Fluxos e análises granulométricas das correntes de número 1 a 10 para taxa de alimentação total de 100 t/h

Correntes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Fluxos (t/h)</b>	99,99993	249,34736	138,11494	111,23241	111,23242	108,56473	111,23242	109,17644	108,56473	2,66769
<b>Tamanho de partícula (mm)</b>	<b>Acumulado Passante (%)</b>									
<b>9,520</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>6,732</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>4,760</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>3,366</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>2,380</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	99,98	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>1,683</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	99,90	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>1,180</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	99,66	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>0,850</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	98,96	100,00	99,99	100,00	99,99	99,99
<b>0,600</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	97,34	99,97	99,93	99,99	99,93	99,96
<b>0,425</b>	100,00	99,97	99,98	99,96	94,36	99,84	99,66	99,94	99,66	99,77
<b>0,300</b>	100,00	99,84	99,89	99,77	89,94	99,29	98,74	99,62	98,74	99,10
<b>0,212</b>	100,00	99,25	99,43	99,01	84,25	97,63	96,43	98,43	96,41	97,31
<b>0,150</b>	100,00	97,44	97,94	96,82	77,38	93,97	91,96	95,23	91,92	93,69
<b>0,105</b>	99,99	93,22	94,23	91,98	69,08	87,42	84,72	88,65	84,65	87,51
<b>0,088</b>	99,93	88,93	90,25	87,30	63,28	81,93	78,98	82,66	78,89	82,42
<b>0,074</b>	99,71	83,54	85,11	81,61	56,92	75,62	72,51	75,66	72,41	76,55
<b>0,063</b>	99,07	77,30	79,01	75,19	50,20	68,79	65,58	68,07	65,47	70,13
<b>0,053</b>	97,45	69,50	71,23	67,34	42,45	60,68	57,44	59,14	57,32	62,41
<b>0,044</b>	93,80	60,08	61,71	58,04	33,83	51,34	48,15	49,01	48,02	53,40
<b>0,037</b>	87,89	50,78	52,21	48,99	26,13	42,52	39,48	39,56	39,35	44,79
<b>0,026</b>	71,60	35,80	36,83	34,52	15,62	28,97	26,43	25,36	26,31	31,41
<b>0,018</b>	52,33	24,59	25,25	23,76	9,81	19,58	17,70	15,65	17,59	22,07
<b>0,009</b>	29,37	14,55	14,95	14,05	6,15	11,63	10,58	7,88	10,49	14,00
<b>0,005</b>	16,56	9,11	9,38	8,76	4,31	7,39	6,81	4,26	6,75	9,44
<b>0,002</b>	7,75	4,80	4,96	4,59	2,51	3,94	3,68	1,88	3,64	5,36
<b>0,001</b>	4,14	2,72	2,82	2,60	1,49	2,25	2,11	0,94	2,09	3,18

Tabela 26 - Fluxos e análises granulométricas das correntes de número 11 a 20 para taxa de alimentação total de 100 t/h

<b>Correntes</b>	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
<b>Fluxos (t/h)</b>	111,23242	111,23242	217,74116	217,74116	108,56472	111,23242	111,23244	61,23244	50,00000	227,26054
<b>Tamanho de partícula (mm)</b>	<b>Acumulado Passante (%)</b>									
<b>9,520</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>6,732</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	99,79	100,00	99,53	99,99
<b>4,760</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	99,64	100,00	99,19	99,98
<b>3,366</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	98,34	100,00	96,31	99,90
<b>2,380</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	97,43	100,00	94,28	99,77
<b>1,683</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	99,98	90,55	100,00	78,98	98,97
<b>1,180</b>	99,99	99,98	100,00	100,00	100,00	99,91	85,57	100,00	67,90	97,64
<b>0,850</b>	99,97	99,89	100,00	100,00	100,00	99,66	76,72	100,00	48,20	94,76
<b>0,600</b>	99,83	99,56	99,98	99,99	100,00	98,91	69,12	99,99	31,32	90,29
<b>0,425</b>	99,30	98,57	99,89	99,95	99,97	97,14	63,16	99,96	18,09	84,33
<b>0,300</b>	97,84	96,32	99,46	99,70	99,79	93,87	59,82	99,73	10,95	77,79
<b>0,212</b>	94,73	92,29	98,03	98,74	99,05	88,92	57,28	98,74	6,50	70,99
<b>0,150</b>	89,45	86,24	94,60	96,06	96,90	82,30	54,05	95,73	3,00	63,81
<b>0,105</b>	81,63	77,98	88,04	90,36	92,09	73,86	49,36	88,69	1,20	55,80
<b>0,088</b>	75,71	71,98	82,29	85,03	87,42	67,90	45,13	81,56	0,50	50,28
<b>0,074</b>	69,14	65,39	75,64	78,68	81,73	61,37	40,12	72,72	0,20	44,32
<b>0,063</b>	62,17	58,43	68,43	71,68	75,31	54,50	34,53	62,73	0,00	38,12
<b>0,053</b>	54,04	50,37	59,91	63,29	67,46	46,56	27,95	50,78	0,00	31,12
<b>0,044</b>	44,84	41,31	50,17	53,57	58,16	37,70	20,64	37,49	0,00	23,57
<b>0,037</b>	36,34	33,05	41,03	44,32	49,10	29,69	14,27	25,93	0,00	17,06
<b>0,026</b>	23,83	21,14	27,16	29,97	34,60	18,44	6,51	11,83	0,00	8,81
<b>0,018</b>	15,79	13,81	17,61	19,72	23,81	11,85	3,31	6,02	0,00	4,84
<b>0,009</b>	9,49	8,38	9,75	10,96	14,05	7,28	2,55	4,62	0,00	2,91
<b>0,005</b>	6,20	5,58	5,82	6,50	8,75	4,96	2,27	4,12	0,00	2,09
<b>0,002</b>	3,40	3,10	2,91	3,22	4,57	2,81	1,55	2,82	0,00	1,22
<b>0,001</b>	1,96	1,80	1,59	1,76	2,58	1,65	0,97	1,77	0,00	0,71

Tabela 27 - Fluxos e análises granulométricas das correntes de número 21 a 30 para taxa de alimentação total de 100 t/h

Correntes	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
<b>Fluxos (t/h)</b>	111,23244	116,02810	227,26053	88,11497	149,34740	138,11495	267,51851	132,77771	134,74080	134,74080
<b>Tamanho de partícula (mm)</b>	<b>Acumulado Passante (%)</b>									
<b>9,520</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>6,732</b>	99,98	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>4,760</b>	99,96	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>3,366</b>	99,81	99,98	99,99	100,00	100,00	99,99	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>2,380</b>	99,59	99,95	99,97	100,00	100,00	99,99	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>1,683</b>	98,19	99,71	99,81	100,00	100,00	99,91	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>1,180</b>	96,09	99,12	99,39	100,00	100,00	99,71	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>0,850</b>	91,86	97,54	98,23	100,00	100,00	99,07	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>0,600</b>	86,09	94,31	95,80	99,99	99,99	97,63	100,00	100,00	99,99	99,98
<b>0,425</b>	79,51	88,95	91,60	99,96	99,96	95,03	99,98	99,97	99,94	99,86
<b>0,300</b>	73,56	81,84	85,81	99,73	99,73	91,24	99,86	99,81	99,65	99,38
<b>0,212</b>	68,24	73,63	78,83	98,74	98,74	86,24	99,28	99,09	98,64	97,93
<b>0,150</b>	62,82	64,76	70,93	95,73	95,73	80,22	97,43	96,87	96,08	94,72
<b>0,105</b>	56,44	55,19	61,99	88,69	88,69	72,60	93,03	91,72	90,91	88,87
<b>0,088</b>	51,58	49,03	56,01	81,56	81,56	66,84	88,45	86,53	86,10	83,72
<b>0,074</b>	46,06	42,65	49,64	72,72	72,72	60,27	82,66	80,08	80,23	77,58
<b>0,063</b>	40,05	36,26	43,08	62,73	62,73	53,13	75,94	72,72	73,56	70,71
<b>0,053</b>	33,05	29,27	35,72	50,78	50,78	44,74	67,55	63,71	65,34	62,33
<b>0,044</b>	25,27	21,93	27,76	37,49	37,49	35,32	57,50	53,13	55,57	52,51
<b>0,037</b>	18,44	15,74	20,83	25,93	25,93	26,88	47,69	43,00	46,13	43,14
<b>0,026</b>	9,70	7,95	11,70	11,83	11,83	15,52	32,28	27,59	31,47	28,89
<b>0,018</b>	5,58	4,13	6,91	6,02	6,02	9,51	21,15	16,94	21,18	19,24
<b>0,009</b>	3,80	2,07	4,06	4,62	4,62	6,07	11,76	8,53	12,59	11,48
<b>0,005</b>	2,98	1,23	2,74	4,12	4,12	4,40	7,02	4,64	8,05	7,42
<b>0,002</b>	1,89	0,58	1,52	2,82	2,82	2,63	3,52	2,07	4,33	4,03
<b>0,001</b>	1,15	0,30	0,88	1,77	1,77	1,57	1,93	1,05	2,47	2,32

Tabela 28 - Fluxos e análises granulométricas das correntes de número 31 a 40 para taxa de alimentação total de 100 t/h

<b>Correntes</b>	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
<b>Fluxos (t/h)</b>	138,11495	3,37415	138,11495	138,11495	138,11495	267,51851	134,74079	138,11495	138,11497	50,00000
<b>Tamanho de partícula (mm)</b>	<b>Acumulado Passante (%)</b>									
<b>9,520</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>6,732</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	99,81	99,48
<b>4,760</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	99,57	98,82
<b>3,366</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	99,02	97,29
<b>2,380</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	98,62	96,20
<b>1,683</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	99,98	93,74	82,72
<b>1,180</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	99,98	100,00	100,00	99,92	90,24	73,03
<b>0,850</b>	100,00	100,00	99,99	99,97	99,90	100,00	100,00	99,70	82,79	52,47
<b>0,600</b>	99,98	99,99	99,94	99,85	99,61	99,99	100,00	99,03	76,39	34,78
<b>0,425</b>	99,86	99,91	99,70	99,38	98,73	99,95	99,99	97,47	71,46	21,25
<b>0,300</b>	99,38	99,56	98,90	98,11	96,78	99,73	99,90	94,66	68,50	13,47
<b>0,212</b>	97,94	98,47	96,88	95,40	93,26	98,86	99,46	90,32	65,53	7,00
<b>0,150</b>	94,75	95,91	92,97	90,78	87,97	96,47	97,99	84,52	62,16	3,00
<b>0,105</b>	88,93	91,00	86,48	83,74	80,50	91,32	94,31	76,85	57,02	1,20
<b>0,088</b>	83,79	86,52	81,06	78,10	74,73	86,31	90,34	71,03	52,22	0,50
<b>0,074</b>	77,67	81,04	74,71	71,59	68,12	80,16	85,21	64,40	46,47	0,20
<b>0,063</b>	70,81	74,76	67,68	64,46	60,93	73,14	79,11	57,20	40,02	0,00
<b>0,053</b>	62,45	66,94	59,21	55,93	52,39	64,53	71,34	48,71	32,40	0,00
<b>0,044</b>	52,63	57,55	49,38	46,12	42,66	54,36	61,82	39,11	23,92	0,00
<b>0,037</b>	43,26	48,38	40,12	37,01	33,73	44,58	52,31	30,40	16,54	0,00
<b>0,026</b>	29,01	33,97	26,34	23,74	21,04	29,55	36,90	18,34	7,55	0,00
<b>0,018</b>	19,35	23,79	17,37	15,45	13,49	19,08	25,29	11,53	3,84	0,00
<b>0,009</b>	11,56	15,09	10,44	9,36	8,26	10,57	14,94	7,18	2,95	0,00
<b>0,005</b>	7,49	10,23	6,86	6,25	5,64	6,36	9,36	5,03	2,63	0,00
<b>0,002</b>	4,08	5,85	3,78	3,50	3,21	3,21	4,94	2,92	1,80	0,00
<b>0,001</b>	2,35	3,47	2,19	2,04	1,88	1,76	2,80	1,73	1,13	0,00

Tabela 29 - Fluxos e análises granulométricas das correntes de número 41 a 44 para taxa de alimentação total de 100 t/h

<b>Correntes</b>	41	42	43	44
<b>Fluxos (t/h)</b>	279,01902	138,11497	140,90405	279,01900
<b>Tamanho de partícula (mm)</b>	<b>Acumulado Passante (%)</b>			
<b>9,520</b>	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>6,732</b>	99,99	99,98	100,00	100,00
<b>4,760</b>	99,97	99,94	99,99	100,00
<b>3,366</b>	99,92	99,85	99,98	99,99
<b>2,380</b>	99,84	99,72	99,95	99,97
<b>1,683</b>	99,19	98,63	99,74	99,83
<b>1,180</b>	98,16	97,06	99,23	99,47
<b>0,850</b>	95,66	93,51	97,78	98,42
<b>0,600</b>	91,78	88,68	94,81	96,21
<b>0,425</b>	86,71	83,32	90,03	92,50
<b>0,300</b>	81,15	78,46	83,79	87,48
<b>0,212</b>	75,07	73,68	76,43	81,29
<b>0,150</b>	68,62	68,76	68,48	74,29
<b>0,105</b>	60,98	62,49	59,49	65,98
<b>0,088</b>	55,26	57,32	53,24	59,97
<b>0,074</b>	48,86	51,27	46,51	53,32
<b>0,063</b>	42,04	44,57	39,57	46,28
<b>0,053</b>	34,23	36,68	31,82	38,22
<b>0,044</b>	25,73	27,88	23,62	29,41
<b>0,037</b>	18,39	20,13	16,68	21,73
<b>0,026</b>	9,19	10,31	8,09	11,77
<b>0,018</b>	4,90	5,80	4,03	6,74
<b>0,009</b>	3,03	4,02	2,05	4,04
<b>0,005</b>	2,24	3,24	1,27	2,82
<b>0,002</b>	1,34	2,08	0,62	1,61
<b>0,001</b>	0,80	1,28	0,32	0,94



Tabela 30 - Fluxos e análises granulométricas das correntes de número 1 a 10 para taxa de alimentação total de 200 t/h

<b>Correntes</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<b>Fluxos (t/h)</b>	199,99986	498,69471	276,22988	222,46483	222,46485	217,12946	222,46485	218,35288	217,12946	5,33539
<b>Tamanho de partícula (mm)</b>	<b>Acumulado Passante (%)</b>									
<b>9,520</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00000	100,00	100,00	100,00
<b>6,732</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>4,760</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>3,366</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>2,380</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	99,98	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>1,683</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	99,90	100,00	99,99982	100,00	100,00	100,00
<b>1,180</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	99,66	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>0,850</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	98,96	100,00	99,99	100,00	99,99	99,99
<b>0,600</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	97,34	99,97	99,93	99,99	99,93	99,96
<b>0,425</b>	100,00	99,97	99,98	99,96	94,36	99,84	99,66	99,94	99,66	99,77
<b>0,300</b>	100,00	99,84	99,89	99,77	89,94	99,29	98,74	99,62	98,74	99,10
<b>0,212</b>	100,00	99,25	99,43	99,01	84,25	97,63	96,43	98,43	96,41	97,31
<b>0,150</b>	100,00	97,44	97,94	96,82	77,38	93,97	91,96	95,23	91,92	93,69
<b>0,105</b>	99,99	93,22	94,23	91,98	69,08	87,42	84,72	88,65	84,65	87,51
<b>0,088</b>	99,93	88,93	90,25	87,30	63,28	81,93	78,98	82,66	78,89	82,42
<b>0,074</b>	99,71	83,54	85,11	81,61	56,92	75,62	72,51	75,66	72,41	76,55
<b>0,063</b>	99,07	77,30	79,01	75,19	50,20	68,79	65,58	68,07	65,47	70,13
<b>0,053</b>	97,45	69,50	71,23	67,34	42,45	60,68	57,44	59,14	57,32	62,41
<b>0,044</b>	93,80	60,08	61,71	58,04	33,83	51,34	48,15	49,01	48,02	53,40
<b>0,037</b>	87,89	50,78	52,21	48,99	26,13	42,52	39,48	39,56	39,35	44,79
<b>0,026</b>	71,60	35,80	36,83	34,52	15,62	28,97	26,43	25,36	26,31	31,41
<b>0,018</b>	52,33	24,59	25,25	23,76	9,81	19,58	17,70	15,65	17,59	22,07
<b>0,009</b>	29,37	14,55	14,95	14,05	6,15	11,63	10,58	7,88	10,49	14,00
<b>0,005</b>	16,56	9,11	9,38	8,76	4,31	7,39	6,81	4,26	6,75	9,44
<b>0,002</b>	7,75	4,80	4,96	4,59	2,51	3,94	3,68	1,88	3,64	5,36
<b>0,001</b>	4,14	2,72	2,82	2,60	1,49	2,25	2,11	0,94	2,09	3,18

Tabela 31 - Fluxos e análises granulométricas das correntes de número 11 a 20 para taxa de alimentação total de 200 t/h

<b>Correntes</b>	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
<b>Fluxos (t/h)</b>	222,46485	222,46485	435,48233	435,48233	217,12944	222,46485	222,46487	122,46487	100,00000	454,52108
<b>Tamanho de partícula (mm)</b>	<b>Acumulado Passante (%)</b>									
<b>9,520</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>6,732</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	99,79	100,00	99,53	99,99
<b>4,760</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	99,64	100,00	99,19	99,98
<b>3,366</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	98,34	100,00	96,31	99,90
<b>2,380</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	97,43	100,00	94,28	99,77
<b>1,683</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	99,98	90,55	100,00	78,98	98,97
<b>1,180</b>	99,99	99,98	100,00	100,00	100,00	99,91	85,57	100,00	67,90	97,64
<b>0,850</b>	99,97	99,89	100,00	100,00	100,00	99,66	76,72	100,00	48,20	94,76
<b>0,600</b>	99,83	99,56	99,98	99,99	100,00	98,91	69,12	99,99	31,32	90,29
<b>0,425</b>	99,30	98,57	99,89	99,95	99,97	97,14	63,16	99,96	18,09	84,33
<b>0,300</b>	97,84	96,32	99,46	99,70	99,79	93,87	59,82	99,73	10,95	77,79
<b>0,212</b>	94,73	92,29	98,03	98,74	99,05	88,92	57,28	98,74	6,50	70,99
<b>0,150</b>	89,45	86,24	94,60	96,06	96,90	82,30	54,05	95,73	3,00	63,81
<b>0,105</b>	81,63	77,98	88,04	90,36	92,09	73,86	49,36	88,69	1,20	55,80
<b>0,088</b>	75,71	71,98	82,29	85,03	87,42	67,90	45,13	81,56	0,50	50,28
<b>0,074</b>	69,14	65,39	75,64	78,68	81,73	61,37	40,12	72,72	0,20	44,32
<b>0,063</b>	62,17	58,43	68,43	71,68	75,31	54,50	34,53	62,73	0,00	38,12
<b>0,053</b>	54,04	50,37	59,91	63,29	67,46	46,56	27,95	50,78	0,00	31,12
<b>0,044</b>	44,84	41,31	50,17	53,57	58,16	37,70	20,64	37,49	0,00	23,57
<b>0,037</b>	36,34	33,05	41,03	44,32	49,10	29,69	14,27	25,93	0,00	17,06
<b>0,026</b>	23,83	21,14	27,16	29,97	34,60	18,44	6,51	11,83	0,00	8,81
<b>0,018</b>	15,79	13,81	17,61	19,72	23,81	11,85	3,31	6,02	0,00	4,84
<b>0,009</b>	9,49	8,38	9,75	10,96	14,05	7,28	2,55	4,62	0,00	2,91
<b>0,005</b>	6,20	5,58	5,82	6,50	8,75	4,96	2,27	4,12	0,00	2,09
<b>0,002</b>	3,40	3,10	2,91	3,22	4,57	2,81	1,55	2,82	0,00	1,22
<b>0,001</b>	1,96	1,80	1,59	1,76	2,58	1,65	0,97	1,77	0,00	0,71

Tabela 32 - Fluxos e análises granulométricas das correntes de número 21 a 30 para taxa de alimentação total de 200 t/h

<b>Correntes</b>	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
<b>Fluxos (t/h)</b>	222,46487	232,05621	454,52105	176,22994	298,69481	276,22991	535,03702	265,55541	269,48161	269,48161
<b>Tamanho de partícula (mm)</b>	<b>Acumulado Passante (%)</b>									
<b>9,520</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>6,732</b>	99,98	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>4,760</b>	99,96	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>3,366</b>	99,81	99,98	99,99	100,00	100,00	99,99	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>2,380</b>	99,59	99,95	99,97	100,00	100,00	99,99	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>1,683</b>	98,19	99,71	99,81	100,00	100,00	99,91	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>1,180</b>	96,09	99,12	99,39	100,00	100,00	99,71	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>0,850</b>	91,86	97,54	98,23	100,00	100,00	99,07	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>0,600</b>	86,09	94,31	95,80	99,99	99,99	97,63	100,00	100,00	99,99	99,98
<b>0,425</b>	79,51	88,95	91,60	99,96	99,96	95,03	99,98	99,97	99,94	99,86
<b>0,300</b>	73,56	81,84	85,81	99,73	99,73	91,24	99,86	99,81	99,65	99,38
<b>0,212</b>	68,24	73,63	78,83	98,74	98,74	86,24	99,28	99,09	98,64	97,93
<b>0,150</b>	62,82	64,76	70,93	95,73	95,73	80,22	97,43	96,87	96,08	94,72
<b>0,105</b>	56,44	55,19	61,99	88,69	88,69	72,60	93,03	91,72	90,91	88,87
<b>0,088</b>	51,58	49,03	56,01	81,56	81,56	66,84	88,45	86,53	86,10	83,72
<b>0,074</b>	46,06	42,65	49,64	72,72	72,72	60,27	82,66	80,08	80,23	77,58
<b>0,063</b>	40,05	36,26	43,08	62,73	62,73	53,13	75,94	72,72	73,56	70,71
<b>0,053</b>	33,05	29,27	35,72	50,78	50,78	44,74	67,55	63,71	65,34	62,33
<b>0,044</b>	25,27	21,93	27,76	37,49	37,49	35,32	57,50	53,13	55,57	52,51
<b>0,037</b>	18,44	15,74	20,83	25,93	25,93	26,88	47,69	43,00	46,13	43,14
<b>0,026</b>	9,70	7,95	11,70	11,83	11,83	15,52	32,28	27,59	31,47	28,89
<b>0,018</b>	5,58	4,13	6,91	6,02	6,02	9,51	21,15	16,94	21,18	19,24
<b>0,009</b>	3,80	2,07	4,06	4,62	4,62	6,07	11,76	8,53	12,59	11,48
<b>0,005</b>	2,98	1,23	2,74	4,12	4,12	4,40	7,02	4,64	8,05	7,42
<b>0,002</b>	1,89	0,58	1,52	2,82	2,82	2,63	3,52	2,07	4,33	4,03
<b>0,001</b>	1,15	0,30	0,88	1,77	1,77	1,57	1,93	1,05	2,47	2,32

Tabela 33 - Fluxos e análises granulométricas das correntes de número 31 a 40 para taxa de alimentação total de 200 t/h

Correntes	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
<b>Fluxos (t/h)</b>	276,22991	6,74830	276,22991	276,22991	276,22991	535,03702	269,48158	276,22991	276,22994	100,00000
<b>Tamanho de partícula (mm)</b>	<b>Acumulado Passante (%)</b>									
<b>9,520</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>6,732</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	99,81	99,48
<b>4,760</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	99,57	98,82
<b>3,366</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	99,02	97,29
<b>2,380</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	98,62	96,20
<b>1,683</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	99,98	93,74	82,72
<b>1,180</b>	100,00	100,00	100,00	100,00	99,98	100,00	100,00	99,92	90,24	73,03
<b>0,850</b>	100,00	100,00	99,99	99,97	99,90	100,00	100,00	99,70	82,79	52,47
<b>0,600</b>	99,98	99,99	99,94	99,85	99,61	99,99	100,00	99,03	76,39	34,78
<b>0,425</b>	99,86	99,91	99,70	99,38	98,73	99,95	99,99	97,47	71,46	21,25
<b>0,300</b>	99,38	99,56	98,90	98,11	96,78	99,73	99,90	94,66	68,50	13,47
<b>0,212</b>	97,94	98,47	96,88	95,40	93,26	98,86	99,46	90,32	65,53	7,00
<b>0,150</b>	94,75	95,91	92,97	90,78	87,97	96,47	97,99	84,52	62,16	3,00
<b>0,105</b>	88,93	91,00	86,48	83,74	80,50	91,32	94,31	76,85	57,02	1,20
<b>0,088</b>	83,79	86,52	81,06	78,10	74,73	86,31	90,34	71,03	52,22	0,50
<b>0,074</b>	77,67	81,04	74,71	71,59	68,12	80,16	85,21	64,40	46,47	0,20
<b>0,063</b>	70,81	74,76	67,68	64,46	60,93	73,14	79,11	57,20	40,02	0,00
<b>0,053</b>	62,45	66,94	59,21	55,93	52,39	64,53	71,34	48,71	32,40	0,00
<b>0,044</b>	52,63	57,55	49,38	46,12	42,66	54,36	61,82	39,11	23,92	0,00
<b>0,037</b>	43,26	48,38	40,12	37,01	33,73	44,58	52,31	30,40	16,54	0,00
<b>0,026</b>	29,01	33,97	26,34	23,74	21,04	29,55	36,90	18,34	7,55	0,00
<b>0,018</b>	19,35	23,79	17,37	15,45	13,49	19,08	25,29	11,53	3,84	0,00
<b>0,009</b>	11,56	15,09	10,44	9,36	8,26	10,57	14,94	7,18	2,95	0,00
<b>0,005</b>	7,49	10,23	6,86	6,25	5,64	6,36	9,36	5,03	2,63	0,00
<b>0,002</b>	4,08	5,85	3,78	3,50	3,21	3,21	4,94	2,92	1,80	0,00
<b>0,001</b>	2,35	3,47	2,19	2,04	1,88	1,76	2,80	1,73	1,13	0,00

Tabela 34 - Fluxos e análises granulométricas das correntes de número 41 a 44 para taxa de alimentação total de 200 t/h

<b>Correntes</b>	41	42	43	44
<b>Fluxos (t/h)</b>	558,03803	276,22994	281,80809	558,03800
<b>Tamanho de partícula (mm)</b>	<b>Acumulado Passante (%)</b>			
<b>9,520</b>	100,00	100,00	100,00	100,00
<b>6,732</b>	99,99	99,98	100,00	100,00
<b>4,760</b>	99,97	99,94	99,99	100,00
<b>3,366</b>	99,92	99,85	99,98	99,99
<b>2,380</b>	99,84	99,72	99,95	99,97
<b>1,683</b>	99,19	98,63	99,74	99,83
<b>1,180</b>	98,16	97,06	99,23	99,47
<b>0,850</b>	95,66	93,51	97,78	98,42
<b>0,600</b>	91,78	88,68	94,81	96,21
<b>0,425</b>	86,71	83,32	90,03	92,50
<b>0,300</b>	81,15	78,46	83,79	87,48
<b>0,212</b>	75,07	73,68	76,43	81,29
<b>0,150</b>	68,62	68,76	68,48	74,29
<b>0,105</b>	60,98	62,49	59,49	65,98
<b>0,088</b>	55,26	57,32	53,24	59,97
<b>0,074</b>	48,86	51,27	46,51	53,32
<b>0,063</b>	42,04	44,57	39,57	46,28
<b>0,053</b>	34,23	36,68	31,82	38,22
<b>0,044</b>	25,73	27,88	23,62	29,41
<b>0,037</b>	18,39	20,13	16,68	21,73
<b>0,026</b>	9,19	10,31	8,09	11,77
<b>0,018</b>	4,90	5,80	4,03	6,74
<b>0,009</b>	3,03	4,02	2,05	4,04
<b>0,005</b>	2,24	3,24	1,27	2,82
<b>0,002</b>	1,34	2,08	0,62	1,61
<b>0,001</b>	0,80	1,28	0,32	0,94