

Relatório Coppead é uma publicação do Instituto COPPEAD de Administração da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ)

Comissão de Pesquisa

Angela Rocha
Paulo Fernando Fleury
Ricardo Leal

Gerência de Publicações

Simone da Rocha Weitzel

Projeto Gráfico

Raquele Mendes Coelho

Editoração Eletrônica

Adriana Baptista Pereira

Revisão e Copidesque

Cláudia Figueiredo

Ficha Catalográfica elaborada pela Biblioteca do COPPEAD/UFRJ

Donangelo, Andrés

Estimadores de volatilidades para modelos de valor em risco de ativos lineares e não-lineares : investigação para períodos de crises e estáveis no mercado brasileiro/ Andrés Donangelo; Wallace C.P. da Silva; Eduardo Facó Lemgruber .— Rio de Janeiro: UFRJ/COPPEAD, 2000.

16 p.; 27 cm. – (Relatórios COPPEAD ; 328).

ISBN 85-7508-006-7

ISSN: 1518-3335

1. Finanças I. Silva, Wallace C.P.da II. Lemgruber, E.F.

III. Título IV. Série

Central de atendimento

Caixa Postal 68514

Ilha do Fundão

21941-970 – Rio de Janeiro – RJ

Telefone: 21-598-9898

Fax: 21-598-9848

e-mail: atendimento@coppead.ufrj.br

Home-page: <http://www.coppead.ufrj.br>

Estimadores de Volatilidades para Modelos de Valor em Risco de Ativos Lineares e Não-Lineares: Investigação para Períodos de Crises e Estáveis no Mercado Brasileiro

*Andrés Donangelo
Wallace Clayton Porcino da Silva
Eduardo Facó Lemgruber*

O cálculo paramétrico do Valor em Risco (VaR) utiliza como um dos seus parâmetros a volatilidade do ativo-objeto. Este trabalho procura determinar o melhor estimador para esse parâmetro, fazendo uma comparação entre os métodos histórico com janela de tempo fixa, histórico com alisamento exponencial (EWMA) e a volatilidade implícita das opções, para carteiras formadas somente por ativos lineares e carteiras formadas somente por ativos não-lineares. A metodologia é testada na análise de risco de ações e opções de compra da Telebrás, para o período das crises da Rússia e cambial brasileira, e para o período de maior estabilidade subsequente. Os resultados indicam que para o caso de ações da Telebrás, as volatilidades histórica e EWMA apresentam resultados superiores. Para o caso das opções, a volatilidade implícita apresenta melhores resultados agregados, porém quando as mesmas são agrupadas segundo a “proximidade do dinheiro”, as volatilidades histórica e EWMA mostram desempenho superior. Os modelos VaR para todos os estimadores apresentam desempenho superior em períodos de estabilidade, em comparação aos períodos de crise analisados.

1. INTRODUÇÃO

A análise de risco vem crescendo em importância no mercado financeiro como instrumento de gerenciamento de portfólios. A determinação do Valor em Risco, *VaR*, das carteiras de negócios, se tornou um padrão para as instituições financeiras na análise e mensuração de risco. O *VaR* é uma medida quantitativa do risco de mercado de um portfólio que estima a perda máxima em determinado horizonte de tempo para um dado intervalo de confiança.¹ A escolha do intervalo de confiança e do horizonte de tempo são arbitrários, dependendo da instituição e da natureza do portfólio que está sendo gerenciado.

¹ Para maiores detalhes, ver Jorion (1997).

As duas formas mais comuns de aplicação do *VaR* são a paramétrica e a não-paramétrica. A primeira implica na suposição de uma distribuição gaussiana de retornos do ativo, ou do portfólio, onde o *VaR* depende totalmente da volatilidade estimada para a distribuição. O método não-paramétrico analisa os retornos passados do ativo, ou do portfólio, e determina o *VaR* em função do conjunto dos piores retornos para um dado percentil. Neste caso, a suposição passa a ser a de qualquer que seja a distribuição de retornos observada no passado, ela se repetirá no futuro.²

Apesar de existirem outros métodos para o cálculo do *VaR* de forma paramétrica, os métodos mais utilizados são o Delta-Normal, para ativos lineares, e o Delta-Gama, para ativos não-lineares.³ O parâmetro de volatilidade do modelo representa o comportamento futuro dos retornos do portfólio, e o método apresenta grande sensibilidade à estimativa desse parâmetro. A forma mais utilizada para a estimativa da volatilidade é baseada no retornos passados, o que pode ser inadequado. Um método que não depende do passado é a utilização da volatilidade implícita observada nos negócios com opções.⁴ Essa volatilidade representa a expectativa dos participantes do mercado em relação ao comportamento e risco futuro do ativo-objeto.

Os primeiros trabalhos empíricos sobre opções negociadas nas bolsas de Chicago basearam-se na metodologia do cálculo da volatilidade histórica.⁵ Em seguida, Latané & Rendleman (1976), e Beekers (1981), entre outros autores, argüem que a volatilidade implícita é um melhor estimador da volatilidade futura. Recentemente, Ané e Geman (1999), analisando os negócios com o índice S&P 500, sugerem um novo estimador de risco relacionado ao nível dos negócios nas bolsas. Apesar de os autores acreditarem que a metodologia proposta é superior às tradicionais, históricas, a melhoria observada não pode ser considerada estatisticamente superior.

A maioria dos trabalhos procura encontrar qual o melhor estimador de volatilidade sem a preocupação de qual portfólio está sendo analisado. Este trabalho se propõe a testar qual é o melhor estimador da volatilidade para uso específico em portfólios só de ações, ou só de opções. Neste sentido, compara-se a acurácia dos cálculos do valor em risco para carteiras de ações ou de opções da Telebrás, no período de março de 1998 até agosto de 1999, estimados pelas metodologia histórica, *EWMA* e implícita. Os resultados são validados através do teste de proporção de falhas sugerido por Kupiec (1995).

² Ver El-Jahel *et al* (1999).

³ Ver Jorion (1997) e Riskmetrics™ (1996).

⁴ Ver Lemgruber (1995).

⁵ Ver Galai (1997), e Blak & Scholes (1973), entre outros citados em Hull (1999).

Este trabalho organizou-se em cinco seções, incluindo a presente introdução. Na segunda seção é feita uma breve descrição dos modelos de *VaR* utilizados e da metodologia de verificação de acurácia proposta. Na terceira e na quarta seções são descritos os dados e a metodologia utilizados, apresentando os resultados obtidos. O trabalho é encerrado com conclusões e sugestões para pesquisas futuras.

2. DEFINIÇÃO DA AMOSTRA

Os dados utilizados no presente trabalho são: 247 preços de fechamento de ações preferenciais da Telebrás, e 726 preços de 25 séries de opções de compra deste papel, no período entre 16/03/98 e 10/08/99. O valor presente dos preços de exercício das séries situa-se entre 75% e 242% do preço do ativo-objeto, indicando uma grande variação do preço *spot* da Telebrás no período. O mercado de taxas de juro de CDI e DI futuro é utilizado para a estimativa da taxa livre de risco.⁶

Os dados são filtrados para eliminar possibilidades de arbitragem. Preços de opções menores que a diferença entre o valor presente do preço de exercício e o preço da Telebrás, que indicam possibilidade de arbitragem, são eliminados de forma a reduzir o problema de assincronismo advindo do uso de preços de fechamento. Utilizam-se somente as séries com mais de 40 observações consecutivas.⁷ Estes critérios eliminam oito das 25 séries iniciais. As séries restantes nos testes estão resumidas na Tabela 1.

Tabela 1 – Séries de opções de compra da Telebrás selecionadas. Total de 17 séries com dez valores de preço de exercício, no período de 13/08/98 a 17/06/99. As colunas min e máx indicam os valores mínimos e máximos, respectivamente, que o presente valor do preço de exercício ficou em relação ao preço da ação. A coluna Série informa o valor em reais do preço de exercício e utiliza um índice numérico para diferenciá-las.

Série	Min	Máx	Série	Min	Máx
80	81%	138%	130 1	115%	225%
90 1	83%	156%	130 2	84%	113%
90 2	75%	105%	140 1	124%	242%
100 1	89%	173%	140 2	91%	104%
100 2	84%	116%	150 1	97%	110%
110 1	98%	190%	150 2	85%	103%
110 2	92%	128%	160 1	104%	117%
110 3	83%	157%	170 1	96%	117%
120 1	106%	208%			

⁶ As séries de opções foram formadas a partir de um banco de dados cedido pelo Banco do Brasil. As séries de CDI CETIP Extragrupo foram formadas a partir da base de dados do banco BBM. As séries de DI futuro foram formadas a partir da base de dados da BM&F. Os preços representam fechamentos diários das operações destes papéis realizados na Bovespa.

⁷ Procurou-se eliminar as séries que não apresentaram liquidez satisfatória dado o período de observações.

3. METODOLOGIA

São testados três diferentes estimadores de volatilidade: histórico utilizando média móvel com prazo fixo (janela), histórico com alisamento exponencial (*EWMA*), e a volatilidade implícita. Os dois primeiros baseiam-se nas séries de retornos calculados pela diferença entre os logaritmos neperianos dos preços de fechamento da Telebrás. O último baseia-se nos preços das opções negociadas na BOVESPA.

3.1 Volatilidade Histórica Utilizando Média Móvel com Janela Fixa

Este método utiliza a série histórica de preços. Ele consiste, basicamente, no cálculo do desvio padrão dos retornos anteriores ao dia do cálculo, referentes à janela considerada. As volatilidades calculadas pela Equação 1, por serem diárias, são anualizadas através da Equação 2.⁸

$$\sigma_{diária}(t, n) = \left(\frac{\sum_{t=1}^n (R_t - \bar{R})^2}{n-1} \right)^{1/2} \quad (1)$$

$$\sigma_{anual}(t, n) = \sqrt{252} * \sigma_{diária}(t, n) \quad (2)$$

Onde, $\sigma_{diária}(t, n)$ é a volatilidade diária,

$\sigma_{anual}(t, n)$ é a volatilidade diária anualizada,

R_t é o retorno diário do dia t , calculado como a diferença dos logaritmos neperianos dos preços,

\bar{R}_t é o média dos retornos diários da janela,

n é o tamanho da janela, no caso 21 dias.

Budoukh *et al* (1997) julgam o método de média móvel para estimativa de volatilidade como ingênuo, por não considerar a evolução da estrutura da volatilidade ao longo do tempo e por atribuir pesos iguais a todas as observações passadas. Como vantagens, os autores citam a menor sensibilidade a valores extremos e o fato de possuir apenas um parâmetro, referente ao período passado considerado. Arbitariamente, escolheu-se um período para a janela de 21 dias úteis, aproximadamente igual a um mês de negócios.

⁸ O ano considerado é composto por 252 dias úteis.

3.2 Volatilidade Histórica com Alisamento Exponencial (*EWMA*)

Uma forma de capturar a dinâmica da volatilidade é utilizar uma média móvel com decaimento exponencial das observações históricas, sendo que as observações mais recentes recebem maior peso⁹. A grande vantagem é o aumento da velocidade da reação a choques com a utilização de pesos maiores para observações mais recentes.

Para estimar a volatilidade através desse método, determina-se o peso para a última observação, denotado por λ , e incorpora-se a observação de retorno do dia com um peso $(1-\lambda)$. O valor de λ utilizado foi de 0,94, obtido através da minimização dos erros quadráticos.¹⁰ O cálculo da volatilidade histórica através do método *EWMA* é mostrado na Equação 3. Os resultados obtidos são transformados em volatilidades diárias anualizadas pela multiplicação da raiz quadrada de 252.

$$\sigma_{EWMA,t} = (\sigma_{EWMA,t-1}^2 \times (\lambda) + R_t^2 \times (1-\lambda))^{1/2} \quad (3)$$

Onde, λ é o parâmetro de decaimento exponencial, e $\sigma_{EWMA,t}$ é a volatilidade calculada segundo o alisamento exponencial no dia t .

3.3 Volatilidade Implícita

O cálculo da volatilidade implícita, partindo-se dos preços de fechamento das opções de compra da Telebrás, não depende das séries de preços passadas. Se o modelo de Black & Scholes é válido, ele pode ser usado para obter a estimativa da volatilidade que faz com que o preço sugerido pelo modelo convirja para o preço negociado na bolsa. A taxa livre de risco utilizada é obtida no mercado de CDI e de DI futuro. A taxa de juro esperada até o vencimento de cada contrato é obtida através da interpolação linear realizada entre a taxa do contrato futuro com vencimento imediatamente anterior ao vencimento da opção, ou o CDI, e a taxa do contrato futuro que vence imediatamente após o vencimento da opção.

Devido a existência de mais de uma série de opções negociadas no mesmo dia e que, consistentemente, indicam volatilidades implícitas diferentes, MacBeth & Merville (1979) estimam a volatilidade implícita, que melhor representa o comportamento futuro do ativo objeto, como sendo a da opção mais no dinheiro, pois apresenta maior número

⁹ Ver Riskmetrics™ (1996) e Budoukh *et al* (1997).

¹⁰ Ver Riskmetrics™ (1996) p. 97-101.

de negócios. Murphy & Gareth (1994) indicam que as opções no dinheiro são as que apresentam maiores valores de gama e vega,¹¹ e são também as mais negociadas. Com o objetivo de se encontrar apenas um valor diário de estimativa de volatilidade implícita, os diferentes valores encontrados são ponderados pelos gamas das opções, o que de forma indireta, acarreta em uma ponderação pela liquidez das mesmas.

$$\sigma_{\text{implícito},t} = \frac{\sum_{i=1}^m \sigma_{\text{implícito},i,t} \Gamma_{i,t}}{\sum_{i=1}^m \Gamma_{i,t}} \quad (4)$$

Onde, $\sigma_{\text{implícito},t}$ é a volatilidade implícita ponderada pelo gama no dia t,

$\sigma_{\text{implícito},i,t}$ é a volatilidade implícita da opção i no dia t,

m é o número de opções consideradas no dia t,

$\Gamma_{i,t}$ é o gama da opção i no dia t.

3.4 Cálculo do *VaR*

Lemgruber e Ohanian (1997) indicam a preferência do uso da metodologia de cálculo do valor em risco sugerida pelo Riskmetrics™ (1996) pelos bancos e instituições financeiras no Brasil. Desta maneira, o *VaR* da Telebrás é calculado, diariamente, por:

$$VaR_{\text{Telebrás},t} = \alpha \times \sigma_t \times \sqrt{1} \quad (5)$$

Onde, σ_t é a volatilidade considerada, histórica com janela fixa, histórica com alisamento exponencial ou implícita e α o coeficiente Z da distribuição normal (0,1). Nesse trabalho usou-se um nível de significância de 97,5% bicaudal e, portanto, $\alpha = 1,96$.

O presente trabalho visa a análise dos riscos tanto de uma carteira comprada, como de uma carteira vendida do ativo. Para esse tipo de estudo, o *VaR* precisa ser calculado tanto para retornos negativos, quanto para retornos positivos. Com isso, o coeficiente α da Equação 5 representa um teste de falhas bicaudal.

Para ativos não-lineares, o Riskmetrics™ (1996) sugere a metodologia Delta-Gama. Não é objetivo desse trabalho criticar as metodologias existentes de cálculo de *VaR* de ativos não lineares. Como as metodologias Delta-Gama e de simulação

¹¹ Segundo Lemgruber (1995), o gama de uma opção é a segunda derivada de seu preço em relação ao preço do ativo-objeto. O vega de uma opção é a primeira derivada do preço da opção em relação à volatilidade.

apresentam resultados muito parecidos para apenas uma opção, optou-se pelo primeiro por ser de mais fácil implementação. O *VaR* das opções de compra de Telebrás é calculado através da Equação 6:

$$VaR_{opções, t} = \Delta_t \times VaR_{Telebrás, t} \pm \frac{1}{2} \Gamma_t \times VaR_{Telebrás, t}^2 \quad (6)$$

Onde Δ_t é a primeira derivada do preço da opção em relação ao preço do ativo objeto (delta),

Γ_t é a segunda derivada do preço da opção em relação ao preço do ativo objeto (gama).

O sinal do segundo termo do lado direito da Equação 6 depende da operação realizada. Para posições longas, compradas, o sinal é negativo, reduzindo-se o risco, dado a característica de trava de uma operação comprada de opções. Já para operações de venda de opções de compra, o sinal é positivo, indicando um aumento de risco destas operações.

3.5 Verificando a Acurácia da Estimativa do *VaR*

Kupiec (1995) sugere dois testes para verificação da acurácia do *VaR* calculado. O primeiro é um teste de tempo até a primeira falha, que analisa quando o valor absoluto do retorno supera o *VaR* pela primeira vez. Ele tem como vantagem conseguir resultados de forma mais rápida quando não existem dados históricos para a análise, mas tem como desvantagem utilizar apenas a informação da primeira falha, e não do total de falhas encontradas na amostra. O segundo teste, que será usado nesse trabalho, é baseado na proporção de falhas encontrada na amostra analisada.

O teste de proporção de falhas é baseado na taxa de verossimilhança para a hipótese nula que, segundo Kupiec (1995), representa a forma mais poderosa para um teste de proporção de falhas. A estatística de taxa de semelhança, nesse caso, é dada pela Equação 7.

$$PF = -2 \text{Log} \left[(1 - p^*)^{n-x} (p^*)^x \right] + 2 \text{Log} \left[\left(1 - \left[\frac{x}{n} \right] \right)^{n-x} \left(\frac{x}{n} \right)^x \right] \quad (7)$$

Onde, PF é a proporção de falhas, p^* é a probabilidade de falha sob a hipótese nula, n é o tamanho da amostra e x o número de falhas da amostra.

Sob a hipótese nula, onde $p = p^*$, a proporção de falhas é igual ao nível de significância desejado, e tem uma distribuição chi-quadrada com 1 grau de liberdade. A região de número de falhas onde não se pode rejeitar a hipótese nula é determinada pela interseção da PF e da função chi-quadrada. Para um dado tamanho da amostra e um dado nível de significância obtêm-se os limites inferior e superior dentro dos quais a hipótese nula não pode ser rejeitada.

4. RESULTADOS

Para cada série de opções e para Telebrás, são realizados *backtests* que comparam o *VaR* diário com os retornos reais observados. Cria-se então uma nova variável, que descreve as falhas no cálculo do *VaR*. Para valores absolutos do *VaR* maiores que os retornos absolutos observados, atribui-se a essa nova variável o valor "1"; caso contrário, o valor "0". Para o caso das análises com séries de opções agrupadas, os valores atribuídos às falhas são corrigidos dividindo-se pelo número de séries em aberto no dia da amostra, de forma reconhecer a multicolinearidade de diferentes opções de um mesmo ativo-objeto. A correção dos resultados para o caso da análise de opções agrupadas permite a utilização da metodologia de verificação de acurácia proposta por Kupiec (1995).

O teste de acurácia baseia-se na comparação da contagem de valores "1", falhas, encontrados em cada *backtest* com os limites impostos pela metodologia descrita anteriormente. Quando a quantidade de falhas se encontra dentro dos limites, o teste é considerado "ACEITO"; quando essa quantidade situa-se fora dos limites, o teste é considerado "NÃO ACEITO". Os resumos dos resultados podem ser vistos nas tabelas a seguir. O nível de significância adotado foi de 97,5%, por ser este o valor usualmente utilizado nas instituições financeiras na análise de risco de suas operações diárias. A significância considerada é bicaudal para capturar tanto o risco de posições compradas quanto o risco de posições vendidas dos papéis.

Os resultados para as ações da Telebrás e para as opções agregadas no período de 13/08/98 a 17/06/99 são exibidos na Tabela 2. Através da metodologia de verificação de acurácia de modelos *VaR*, as três medidas de volatilidade são aceitas para o caso das ações, e rejeitadas para o caso das opções da Telebrás. No caso das opções, os três modelos subestimam o potencial de perda, dado o nível de significância considerado.

Tabela 2 – Percentual de falhas do modelo *VaR* para um nível de significância de 97,5% bicaudal segundo a metodologia de Kupiec (1995) para modelos de volatilidade histórica de 21 dias, *EWMA* ($\lambda = .94$), e implícita ponderada pelo gama das opções de compra, para 17 séries de opções de compra agregadas e ações da Telebrás para o período de 13/08/98 a 17/06/99. “N” indica que o número de falhas situou-se fora dos limites, e “A” em caso de aceitação.

	N	Percentual de Falhas			Kupiec		Teste		
		Hist.	Exp.	Impl.	Lim.Inf.	Lim.Sup.	Hist.	Exp.	Impl.
Tel.	247	5.67%	3.24%	3.64%	2.83%	8.10%	A	A	A
Opções	247	13.38%	10.93%	8.80%	2.83%	8.10%	N	N	N

A Tabela 3 exibe os resultados para cada uma das séries de opções utilizadas no trabalho. As séries com maior grau de aceitação são as com maior preço de exercício. Dada a grande oscilação dos preços da Telebrás durante o período, não é possível afirmar *a priori* a ordem das séries ao longo dos períodos, o que é feito nas tabelas seguintes. Todos os resultados rejeitados são causados pela subestimação do *VaR*. Os cálculos, a partir das volatilidades implícitas, apresentam a melhor proporção de aceitações, 65% das séries, em comparação com a histórica, 35%, e EWMA, 47%. Os resultados de certa forma são diferentes dos apresentados na Tabela 2, onde todos os estimadores foram rejeitados para o caso das opções. As possíveis explicações são: a redução do número de observações aumentou o intervalo de aceitação e/ou os erros se concentraram em determinadas séries de opções.

Tabela 3 - Falhas do modelo *VaR* para um nível de significância de 97,5% bicaudal segundo a metodologia de Kupiec (1995) para modelos de *VaR* com volatilidades histórica de 21 dias, *EWMA* ($\lambda = .94$) e implícita ponderada pelo gama das opções, de 17 séries de opções de compra da Telebrás, para um período de 13/08/98 a 17/06/99

	Amostra	Percentual de Falhas			Limites de Aceitação		Teste			
		Histórica	EWMA	Implícita	Inferior	Superior	Histórica	EWMA	Implícita	
	80	37	18,92%	18,92%	21,62%	0,00%	13,51%	N	N	N
	90 1	41	21,95%	19,51%	19,51%	0,00%	14,63%	N	N	N
	90 2	44	9,09%	6,82%	2,27%	0,00%	13,64%	A	A	A
	100 1	43	18,60%	16,28%	16,28%	0,00%	13,95%	N	N	N
	100 2	46	15,22%	13,04%	4,35%	0,00%	13,04%	N	A	A
	110 1	42	21,43%	19,05%	21,43%	0,00%	14,29%	N	N	N
	110 2	46	19,57%	15,22%	2,17%	0,00%	13,04%	N	N	A
	110 3	32	28,13%	28,13%	21,88%	0,00%	15,63%	N	N	N
	120 1	44	18,18%	15,91%	13,64%	0,00%	13,64%	N	N	A
	130 1	41	17,07%	12,20%	14,63%	0,00%	13,63%	N	A	A
	130 2	46	6,52%	2,17%	4,35%	0,00%	13,04%	A	A	A
	140 1	40	32,50%	25,00%	25,00%	0,00%	15,00%	N	N	N
	140 2	47	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	12,77%	A	A	A
	150 1	45	6,67%	2,22%	4,44%	0,00%	13,33%	A	A	A
	150 2	43	9,30%	9,30%	2,33%	0,00%	13,95%	A	A	A
	160 1	45	6,67%	4,44%	4,44%	0,00%	13,33%	A	A	A
	170 1	44	15,91%	15,91%	13,64%	0,00%	13,64%	N	N	A

A volatilidade constante do modelo de Black-Scholes tem sido sistematicamente contestada em estudos empíricos.¹² O efeito do *smile*, que indica volatilidades implícitas distintas para diferentes preços de exercícios e prazos até o vencimento, comprova a violação do pressuposto da volatilidade constante do ativo objeto.¹³ Os testes que seguem são feitos para determinar se as diferenças das volatilidades implícitas encontradas nas opções selecionadas de acordo com a “proximidade do dinheiro” implicam em diferenças significativas nos resultados dos estimadores de volatilidades considerados. Para tal, as opções são agrupadas de acordo com a relação entre o valor presente do seu preço de exercício e do preço da Telebrás. As observações das opções foram classificadas como dentro do dinheiro – “*IN*” quando esta relação era de mais de 105%; no dinheiro – “*AT*” quando situou-se entre 105% e 95%, e como fora do dinheiro – “*OUT*” quando foi menor que 95%.¹⁴ A Tabela 4 exhibe os resultados dos testes de aceitação por grupo de opções. Por este procedimento, apenas a volatilidade histórica e *EWMA* foram aceitas. Os modelos de *VaR* baseados na volatilidade implícita não foram aceitos para nenhum dos três grupos.

Tabela 4 - Falhas do modelo *VaR* para um nível de significância de 97,5% bicaudal segundo a metodologia de Kupiec (1995) para modelos de *VaR* com volatilidades histórica de 21 dias, *EWMA* ($\lambda = .94$) e implícita ponderada pelo gama das opções, de 17 séries de opções de compra da Telebrás e ações Telebrás, agrupadas de acordo com o *at-the-moneyness*.

	Amostra	Percentual de Falhas			Limites de Aceitação		Teste		
		Histórica	EWMA	Implícita	Inferior	Superior	Histórica	EWMA	Implícita
IN	147	6,80%	8,94%	22,05%	2,04%	9,52%	A	A	N
AT	123	6,50%	6,50%	20,47%	2,44%	9,76%	A	A	N
OUT	127	4,72%	3,15%	13,39%	2,36%	9,45%	A	A	N

Os testes de acurácia do *VaR* das opções para todo o período de análise, utilizando os três estimadores de volatilidades propostos, apresentam resultados aquém dos esperados. Isso pode ter sido causado pela grande volatilidade encontrada no ativo-objeto durante o período de análise. O período incorporou duas grandes crises no mercado financeiro brasileiro. A primeira, causada pela crise da Rússia, e a Segunda, causada pela crise cambial de janeiro de 1999. Separou-se o período de análise em três subperíodos para se tentar determinar se existe diferença na acurácia do *VaR* para períodos com e sem crise. Os períodos ficaram divididos da seguinte forma: 1º período - de 13/08/98 a 22/10/98, que engloba a crise da Rússia, 2º período - de 23/10/98 a

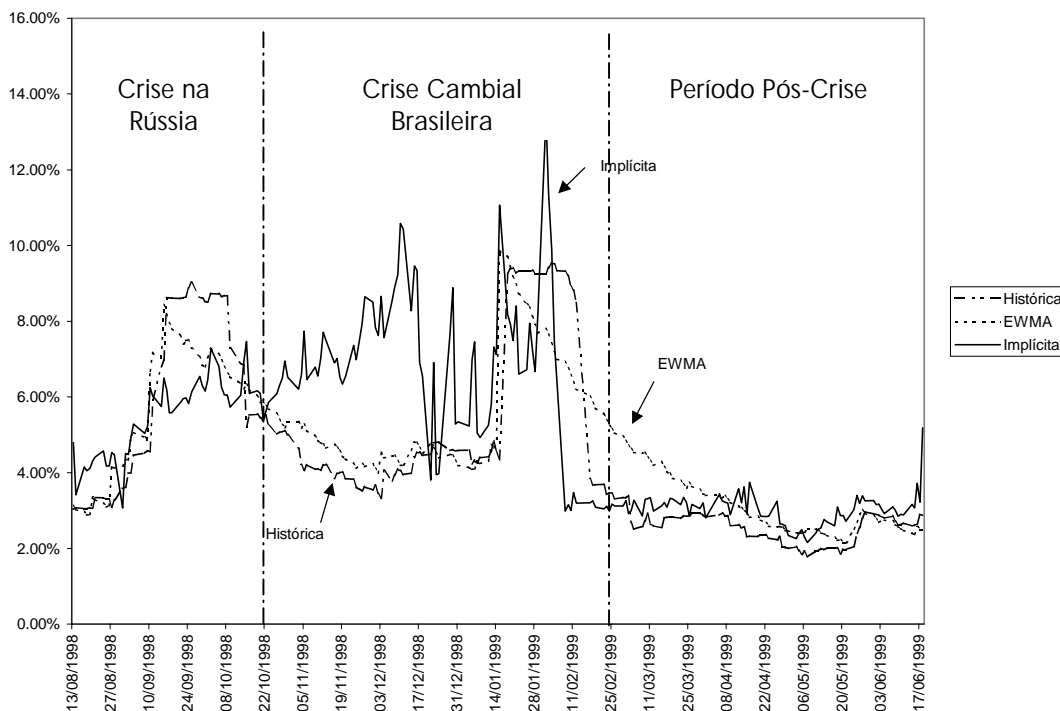
¹² Ver Dumas, Fleming e Whaley (1998).

¹³ Ver Derman e Kani (1994) e Dupire (1994).

¹⁴ Estes valores foram escolhidos de forma a distribuir da forma mais uniforme possível a distribuição das observações nos três grupos.

25/02/99, que engloba a crise cambial brasileira, e 3º período - de 26/02/99 a 17/06/99, período sem crise. No Gráfico 1, vêem-se as volatilidades estimadas das três formas propostas.

Gráfico 1 – Volatilidade histórica com média móvel de 21 dias, histórica com alisamento exponencial (*EWMA*) e implícita do modelo de Black-Scholes (1973), para a ação preferencial da Telebrás no período de 13/08/1998 a 17/06/1999.



A Tabela 5 mostra os resultados dos testes para as ações da Telebrás e para as opções de forma consolidada já com a divisão em subperíodos. Os resultados para a Telebrás indicam a aceitação de todos os estimadores de volatilidade nos períodos, à exceção do último, onde apenas a histórica é aceita segundo a metodologia de Kupiec. O resultado para as opções de compra, por outro lado, indicam a rejeição de todos os estimadores de volatilidade para o primeiro período. No segundo período, apenas a implícita é aceita, ao passo em que no terceiro todos os estimadores são aceitos. No caso das ações, as rejeições dos testes são causadas pela superestimação do *VaR*, enquanto que no caso das opções, as rejeições são causadas pela subestimação do *VaR*.

Tabela 5 - Falhas do modelo *VaR* para um nível de significância de 97,5% bicaudal segundo a metodologia de Kupiec (1995) para modelos de *VaR* com volatilidades histórica de 21 dias, *EWMA* ($\lambda = .94$) e implícita ponderada pelo gama das opções para opções de compra da Telebrás, 17 séries de opções de compra agregadas e ações da Telebrás. Período total de 13/08/98 a 17/06/99, 1º período - de 13/08/98 a 22/10/98, 2º período - de 23/10/98 a 25/02/99 e 3º período - de 26/02/99 a 17/06/99.

		Amostra	Percentual de Falhas			Limites de Aceitação		Teste		
			Histórica	EWMA	Implícita	Inferior	Superior	Histórica	EWMA	Implícita
1º	Telebrás	49	12,24%	10,20%	10,20%	0,00%	12,24%	A	A	A
Período	Opções	49	18,99%	15,93%	17,24%	0,00%	12,24%	N	N	N
2º	Telebrás	84	3,57%	2,38%	3,57%	0,00%	10,71%	A	A	A
Período	Opções	84	14,10%	12,18%	7,69%	0,00%	10,71%	N	N	A
3º	Telebrás	114	4,39%	0,88%	0,88%	1,74%	9,65%	A	N	N
Período	Opções	114	9,09%	6,49%	4,55%	1,75%	9,65%	A	A	A

A Tabela 6 exibe os resultados para o primeiro período, caracterizado pela crise russa. A proporção de não-aceitação dos modelos *VaR* é notória, sendo que todas as rejeições são devidas à subestimação do *VaR*. A volatilidade implícita apresenta melhor proporção de aceitações, 40% das séries, quando comparada ao *EWMA*, 30%, e à histórica, 10%.

Tabela 6 - Falhas do modelo *VaR* para um nível de significância de 97,5% bicaudal segundo a metodologia de Kupiec (1995) para modelos de *VaR* com volatilidades histórica de 21 dias, *EWMA* ($\lambda = .94$) e implícita ponderada pelo gama das opções, de 17 séries de opções de compra de Telebrás, para um período de 13/08/98 a 22/10/98

		Amostra	Percentual de Falhas			Limites de Aceitação		Teste		
			Histórica	EWMA	Implícita	Inferior	Superior	Histórica	EWMA	Implícita
80	37	18,92%	18,92%	21,62%	0,00%	13,51%	N	N	N	
90 1	41	21,95%	19,51%	19,51%	0,00%	14,63%	N	N	N	
90 2	38	10,53%	7,89%	2,63%	0,00%	15,79%	A	A	A	
100 1	43	18,60%	16,28%	16,28%	0,00%	13,95%	N	N	N	
100 2	39	17,95%	15,38%	5,13%	0,00%	15,38%	N	A	A	
110 1	42	21,43%	19,05%	21,43%	0,00%	14,29%	N	N	N	
110 3	32	28,13%	28,13%	21,88%	0,00%	15,63%	N	N	N	
120 1	44	18,18%	15,91%	13,64%	0,00%	13,64%	N	N	A	
130 1	41	17,07%	12,20%	14,63%	0,00%	14,63%	N	A	A	
140 1	40	32,50%	25,00%	25,00%	0,00%	15,00%	N	N	N	

A Tabela 7 exibe os resultados para o segundo período, referente à crise de confiança em relação ao mercado brasileiro, culminando na crise cambial brasileira. A proporção de aceitações dos modelos *VaR* é substancialmente maior, especialmente para o caso da volatilidade implícita, 87,5% das séries. A proporção de aceitação para a volatilidade histórica é de 62,5% e a do *EWMA* é de 75%. Cabe ressaltar que a presença de séries com poucas observações no período, como é o caso das últimas 4 séries da

tabela, tendem a distorcer o resultado, dado que os limites de aceitação dados pela metodologia proposta por Kupiec (1995) tornam-se relativamente mais distantes para tamanhos de amostra reduzidos.

Tabela 7 - Falhas do modelo *VaR* para um nível de significância de 97,5% bicaudal segundo a metodologia de Kupiec (1995) para modelos de *VaR* com volatilidades histórica de 21 dias, *EWMA* ($\lambda = .94$) e implícita ponderada pelo gama das opções, de 17 séries de opções de compra de Telebrás, para um período de 23/10/98 a 25/02/99

	Amostra	Percentual de Falhas			Limites de Aceitação		Teste		
		Histórica	EWMA	Implícita	Inferior	Superior	Histórica	EWMA	Implícita
90 2	40	10,00%	7,50%	2,50%	0,00%	15,00%	A	A	A
100 2	39	17,95%	15,38%	5,13%	0,00%	15,38%	N	A	A
110 2	40	22,50%	17,50%	2,50%	0,00%	15,00%	N	N	A
110 3	32	28,13%	28,13%	21,88%	0,00%	15,63%	N	N	N
130 2	14	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	21,43%	A	A	A
140 2	13	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	23,08%	A	A	A
150 1	12	8,33%	8,33%	16,67%	0,00%	25,00%	A	A	A
160 1	11	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	27,27%	A	A	A

A Tabela 8 exibe os resultados para o terceiro período, determinado pelo período de retomada da confiança em relação ao mercado brasileiro, após a crise cambial. A proporção de aceitação dos modelos *VaR* é alta, especialmente para o caso da volatilidade implícita, 100%. A aceitação para as demais é de 83%.

Tabela 8 - Falhas do modelo *VaR* para um nível de significância de 97,5% bicaudal segundo a metodologia de Kupiec (1995) para modelos de *VaR* com volatilidades histórica de 21 dias, *EWMA* ($\lambda = .94$) e implícita ponderada pelo gama das opções, de 17 séries de opções de compra da Telebrás, para um período de 26/02/99 a 17/06/99.

	Amostra	Percentual de Falhas			Limites de Aceitação		Teste		
		Histórica	EWMA	Implícita	Inferior	Superior	Histórica	EWMA	Implícita
130 2	32	9,38%	9,38%	6,25%	0,00%	15,63%	A	A	A
140 2	34	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	14,71%	A	A	A
150 1	33	6,06%	9,09%	0,00%	0,00%	15,15%	A	A	A
150 2	43	9,30%	4,65%	2,33%	0,00%	13,95%	A	A	A
160 1	34	8,82%	8,82%	5,88%	0,00%	14,71%	A	A	A
170 1	44	15,91%	20,45%	13,64%	0,00%	13,64%	N	N	A

Os resultados encontrados na análise para o período completo da amostra são satisfatórios para a Telebrás e insatisfatórios para as opções. Na análise das opções de forma agrupada pela "proximidade do dinheiro", o modelo com volatilidade implícita é o único a não ser aceito em nenhum dos três grupos, dentro, no e fora do dinheiro. A divisão em três subperíodos mostra que a metodologia de *VaR* para ativos não lineares

apresenta resultados muito melhores para períodos sem crise, pois em períodos de crise ela subestima de forma sistemática as possíveis perdas. Tanto a análise do período total quanto dos subperíodos, para as opções, mostra que a volatilidade implícita apresenta um nível de aceitação um pouco maior que os outros dois estimadores. Esta superioridade não se mostra, contudo, suficiente para se afirmar que esse é um melhor estimador.

5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES

O objetivo desse trabalho foi identificar dentre três modelos de estimadores de volatilidade, histórico, *EWMA* e implícita das opções, qual o melhor para o cálculo do *VaR* de ativos lineares e ativos não-lineares. Fez-se um agrupamento através da proximidade do dinheiro para tentar identificar se a acurácia dos modelos diferia dentro desses grupos. Analisou-se também os dados em três subperíodos, que continham a crise da Rússia, a crise cambial brasileira e o período sem crise subsequente.

Os resultados indicaram que no caso de ativos lineares, e no caso ações da Telebrás, os três estimadores de volatilidade apresentaram resultados satisfatórios no período total. Ao serem analisados os efeitos de crises, constata-se que apenas na ausência de uma crise o resultado é alterado e apenas o estimador histórico de volatilidade é adequado. No caso de ativos não-lineares, representados pelas opções de compra da Telebrás, a análise das séries agregadas no período total gerou resultados insatisfatórios para todos os estimadores considerados. Para a análise separada de cada um dos três subperíodos, os resultados para os dois períodos de crise foram insatisfatórios para os três modelos. Para o período sem crise, os resultados foram satisfatórios. Com o agrupamento das opções através da proximidade do dinheiro, o resultado da volatilidade implícita foi o pior dentre os três estimadores. Portanto, para as opções, pode-se afirmar que o método de análise de risco parece ser adequado para períodos sem crise, mas mostra-se falho para períodos instáveis. Nada pode-se concluir em relação ao melhor estimador de volatilidade, pois ele apenas apresentou diferenças no período mais estável. Para as opções, os resultados encontrados com a volatilidade implícita foram um pouco melhores, mas não o suficiente para se afirmar que esse é um melhor estimador em comparação aos outros dois testados.

O período analisado foi relativamente pequeno e conturbado. O fato de o período ser reduzido pode ter provocado distorções nos resultados, pois, segundo Kupiec

(1995), a utilização de uma amostra pequena faz com que a faixa de não-rejeição seja relativamente larga.

Este trabalho comprova a dificuldade da aplicação dos modelos de *VaR* para ativos não lineares no mercado brasileiro. Os modelos propostos funcionaram a contento para ativos lineares. A concentração dos dados das opções em períodos específicos pode estar elevando o nível de rejeição dos testes. Assim, a primeira sugestão para trabalhos futuros é aumentar o número de vencimentos da amostra de opções. Além disso, recomenda-se um aprofundamento do uso de outros modelos de risco, como, por exemplo, a incorporação do fator de emagrecimento nos prêmios das opções pelo decorrer do prazo, modelos de simulação, incorporação de "caudas gordas", outros modelos de estimadores de volatilidades e de avaliação de ativos não lineares.

6. REFERÊNCIAS

ANÉ, T.; GEMAN, H. Stochastic volatility and transaction time: an activity-based volatility estimator. The Journal of Risk, v. 2, n.1, p.57-69, 1999.

BECKERS, S. Standard deviation in option prices as predictors of future stock price variability. The Journal of Banking and Finance, v. 5, p. 367-382, 1981.

BLACK, F.; SCHOLES, M. The pricing of options and corporate liabilities. Journal of Political Economics, v. 31, May/June, 1973.

BOUDOUKH, J.; RICHARDSON, M.; WHITELAW, R. F. Investigation of a class of volatility estimators. The Journal of Derivatives, v.4, n.3, p.63-71, Spring 1997.

DERMAN, E.; KANI, I. Riding on a smile. Risk Magazine, v. 7, n. 2, p. 32-39, Feb. 1994.

DUMAS, B.; FLEMING, J.; WHALEY, R. Implied volatility functions: empirical tests, Journal of Finance, v. 53, n. 6, p. 2059-2106, Dec. 1998.

EL-JAHEL, L.; PERRAUDIN, W.; SELLIN, P. Value at risk for derivatives. The Journal of Derivatives, v.6, n.3, p.7-26, Spring 1999.

JORION, P. Value at risk: the new benchmark for controlling derivatives risk. Chicago: Irwin, 1997. 332 p.

HULL, J. C. Options, futures, and other derivatives. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1999.

KUPIEC, P. H. Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models. The Journal of Derivatives, v.3, n.2, p.73-84, Winter 1995.

LEMGRUBER, E. F. Avaliação de contratos de opções. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 1995. 63 p.

LEMGRUBER, E. F.; OHANIAN, G. O modelo de projeção de volatilidade do Riskmetrics™ e a hipótese de distribuição normal condicional para alguns fatores de risco do Brasil. In: ENCONTRO NACIONAL DA ANPAD, 21., 1997, Rio de Janeiro. Anais... Rio de Janeiro: ANPAD, 1997. 1 CD.

MACBETH, J.; MERVILLE, L. An empirical examination of the Black-Scholes call option pricing model. Journal of Finance, v. 34, n. 5, p. 1173-1186, Dec. 1979.

MURPHY, G. When option price theory meets the volatility smile, Euromoney, Mar. 1994.

MORGAN, J.P. Riskmetrics™: technical document. 4th ed. New York: Morgan Guarantu Trust Company, 1996. 283p.