

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE ECONOMIA  
MONOGRAFIA DE BACHARELADO

**UMA APLICAÇÃO DO MODELO BINOMIAL  
PARA PRECIFICAÇÃO DE DEBÊNTURES**

IVAN MACEDO DE SALLES FONSECA  
Matrícula n° 109024311

ORIENTADOR: Prof. Manuel Alcino Ribeiro da Fonseca

DEZEMBRO 2014

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO  
INSTITUTO DE ECONOMIA  
MONOGRAFIA DE BACHARELADO

**UMA APLICAÇÃO DO MODELO BINOMIAL  
PARA PRECIFICAÇÃO DE DEBÊNTURES**

---

IVAN MACEDO DE SALLES FONSECA  
Matrícula n° 109024311

ORIENTADOR: Prof. Manuel Alcino Ribeiro da Fonseca

DEZEMBRO 2014

*As opiniões expressas neste trabalho são da exclusiva responsabilidade do autor*

## **Agradecimentos**

Ao meu pai e minhas mães, à Yasmin e aos meus grandes amigos; que sempre me dão força para seguir em frente.

## **Resumo**

O objetivo deste trabalho é contextualizar as debêntures no sistema financeiro para no final apresentar um modelo de precificação para o ativo.

Inicialmente, o sistema financeiro é analisado sob estruturas teóricas de modo a expor suas funções e dar dimensão de sua importância para a economia como um todo. A análise segue uma lógica de afunilamento nas estruturas em direção às debêntures, o tópico final deste trabalho.

São então apresentadas as características das debêntures e os eventos relevantes desde sua emissão até o vencimento.

Por fim, o modelo binomial é brevemente exposto e é feita uma aplicação sobre os dados da empresa Fleury, de modo a exemplificar e examinar seu uso e resultado. São feitas considerações sobre os resultados do modelo e propostas para uma continuação de seu desenvolvimento.

# **Índice**

Capítulo I – Sistema Financeiro e suas Funções.....	6
I.1 – A Importância do Sistema Financeiro.....	6
I.2 – As Funções do Sistema Financeiro.....	6
I.3 – Mercado de Capitais Versus Mercado de Crédito.....	10
Capítulo II – Títulos de Renda Fixa.....	14
II.1 – Características dos títulos de renda fixa.....	14
II.2 – Renda Fixa Versus Renda Variável.....	15
II.3 – Características das Debêntures.....	16
Capítulo III - O Modelo Binário e sua Aplicação aos Ativos da Empresa Fleury.....	20
III.1 – Descrição do Modelo.....	20
III.2 – Aplicação do modelo para a empresa Fleury em 30/06/2014.....	23
Conclusão.....	27
Bibliografia.....	28
Anexo A.....	30
Anexo B.....	31
Anexo C.....	33
Anexo D.....	35

# **Introdução**

Nos últimos dez anos, os mercados primário e secundário de debêntures vêm tendo um aumento em seu número de negociações e volumes negociados. Cada vez mais as empresas brasileiras estão recorrendo a este tipo de endividamento para arrecadar o capital necessário para seus investimentos. Este é um tema recente e pouco explorado apesar de sua crescente importância para o desenvolvimento da economia brasileira.

O mercado de títulos brasileiro ainda é predominantemente composto por títulos públicos, sendo eles responsáveis por R\$ 1967 bilhões, ou 51%, do total de R\$ 3862 de todos os títulos do mercado de capitais. Mas o mercado de debêntures, títulos corporativos de renda fixa, vem crescendo muito nos últimos anos e já representa 9% do mercado de títulos, com R\$ 337 bilhões. (ANBIMA, 2014a).

# **Capítulo I – Sistema Financeiro e suas Funções**

## **I.1 – A importância do Sistema Financeiro**

Antes de entrar diretamente no assunto de debêntures, devemos abordar conceitos básicos e mais abrangentes relacionados a este em questão. Por serem títulos privados de renda fixa, as debêntures estão inseridas no que chamamos de mercado de capitais, que por sua vez se insere no sistema financeiro.

O sistema financeiro é responsável por dar eficiência à alocação de recursos em uma economia moderna. Quando os diversos agentes de uma economia, famílias governo e empresas, tomam decisões de consumo, investimento e poupança, existe uma demanda por fluxos de recursos. As diferentes condições sob as quais os agentes desejam que esses fluxos ocorram (diferentes montantes, prazos, riscos, etc.) dão ao sistema financeiro sua razão de ser (CVM, 2014a, p.30).

## **I.2 – As Funções do Sistema Financeiro**

O sistema financeiro é formado pelo conjunto de mercados, intermediários e outras instituições (reguladoras, por exemplo) cuja função é prover serviços e produtos financeiros para as famílias, os governos e as empresas (Bodie et al., 2002, p.51). Exemplos de serviços e produtos financeiros são as contas correntes, fundos e empréstimos. Estes são oferecidos pelos intermediários (bancos, corretoras, companhias de investimentos), e são sua principal fonte de renda e atuação. Devemos lembrar que este modelo de sistema financeiro como existe hoje é fruto de uma evolução histórica e não funcionou sempre da maneira como o descrevemos agora (CVM, 2014a, p.30).

Podemos analisar as relações entre os componentes do sistema financeiro nestes mercados e ver de onde e para onde fluem os recursos. Vamos distinguir dois grupos de detentores de recursos que queiram negociá-los: as unidades superavitárias e as deficitárias (Bodie et al., 2002, p.51). As primeiras têm sobra de recursos para seus

gastos e estão oferecendo crédito. As últimas têm falta de recursos para seus gastos e demandam crédito. A questão em aberto é: como os recursos vão sair de uma unidade superavitária para uma deficitária? Isto pode ser feito de quatro maneiras (Bodie et al., 2002, p.51):

1 – Unidades superavitárias e deficitárias negociam diretamente no mercado financeiro. (Ex.: Mercados de balcão)

2 – Unidades superavitárias transferem recursos às deficitárias através de um intermediário. (Ex.: Bancos de investimento)

3 – Unidades superavitárias compram produtos ou serviços de intermediários, que por sua vez transferem essa renda às unidades deficitárias através do mercado financeiro. (Ex.: Investimento em fundos)

4 – Unidades superavitárias negociam com intermediários no mercado financeiro. Estes por sua vez repassam os recursos às unidades deficitárias. (Ex.: Debêntures)

Bodie et al., em seu livro “Finanças”, analisa o mercado financeiro com o que chama de “perspectiva funcional” (Bodie et al., 2002, p.52). Esta é uma forma de analisar aspectos que todos os mercados financeiros têm em comum, apesar de institucionalidades e legislações que caracterizam os diferentes mercados financeiros do mundo.

Esta perspectiva parte de duas premissas: 1) de que as funções do mercado financeiro tendem a se alterar menos ao longo do tempo e entre os países do que suas instituições; e 2) de que as mudanças institucionais são subordinadas às funções do mercado (Bodie et al., 2002, p.53).

O autor especificam seis funções básicas do mercado financeiro (Bodie et al., 2002, p.53):

- A transferência de recursos econômicos entre os agentes, transpondo barreiras físicas e/ou intangíveis.
- Possibilidades para administração de riscos.
- Compensação e liquidação de pagamentos, facilitando transações.
- Possibilitar fusões de interesses ou subdivisões de propriedade.
- Prover informações sobre preços, afetando âmbitos da economia que não estão diretamente ligados a transações no mercado.

- Dar oportunidades de lidar com problemas de incentivo, combatendo o moral hazard e a assimetria de informações.

As transferências de recursos entre os agentes podem ser intertemporais, entre fronteiras geográficas ou as duas simultaneamente. Estas podem ser essenciais para permitir investimentos ou gastos que de outro modo não seriam possíveis, ao mesmo tempo em que dão uma oportunidade de rendimento para os agentes com poupança acumulada. As inovações são responsáveis por aumentar a eficiência dos investimentos, ao possibilitar acesso àqueles que apresentam rendimento maior. Conforme a complexidade da economia cresce, maior é o papel do mercado financeiro de alocar eficientemente os recursos de agentes com abundância para aqueles que os demandam (Bodie et al., 2002, p.53).

As relações entre os componentes do mercado financeiro expostas anteriormente são análogas para a transferência de riscos entre os agentes. Muitos produtos, como os derivativos futuros, swaps e opções, transferem somente o risco da operação, sem transferência de recurso. Outros podem ter as duas transferências ocorrendo simultaneamente (Bodie et al., 2002, p.54). Isto permite por exemplo que um produtor de soja elimine o risco de flutuação do preço de sua colheita, assim como elimine este mesmo risco para um comprador, ao firmarem um contrato de futuro sobre o produto agrícola.

Os mecanismos de compensação e liquidação de pagamentos são importantes não só para diminuir os custos (de tempo e dinheiro) das transações simples e locais, mas também para transações internacionais. Os cheques, transferências eletrônicas e cartões de crédito são exemplos de praticidades que permitem operações financeiras com facilidade (Bodie et al., 2002, p.55).

Muitos investimentos têm caráter indivisível, de modo que só é possível fazê-los por inteiro, e não por partes. A aquisição de uma terra para instalar uma fábrica é um exemplo. Mas muitas vezes um só indivíduo não tem o poder financeiro para investir tudo sozinho. O mercado financeiro possibilita que estes investimentos sejam feitos, ao reunir recursos e subdividir ações, através de bancos, bolsas de valores e fundos de investimento (Bodie et al., 2002, p.55).

Em economias modernas, as decisões financeiras dos agentes devem ser tomadas tendo em vista todas as informações que possam ser úteis. Ao ajustar os aluguéis, por exemplo, é prática comum usar o indicador de preços IGP-M. Deste modo, as taxas

praticadas nos mercados financeiros, assim como os preços de bens, são necessários não só para aqueles envolvidos diretamente em transações nos mercados em questões, mas por todos os agentes econômicos cujas decisões dependem destas variáveis. O mercado financeiro influencia tomadas de decisões em âmbitos familiares e empresariais, ao ser o fornecedor destas informações, muitas vezes provendo novas informações com a criação de instrumentos financeiros (Bodie et al., 2002, p.56).

Problemas de incentivo podem surgir quando em uma transação financeira uma parte tem informações que a outra não tem, ou quando uma das partes está agindo em prol de outra. Eles pioram o desempenho das outras funções do mercado financeiro, e são passíveis de ocorrer porque os agentes não têm o poder de controlar e monitorar os outros, ocorrendo assimetria de informação entre os envolvidos. Estes problemas podem se manifestar de várias formas, incluindo perigos de ordem moral, problema de seleção adversa e problema de agência (Bodie et al., 2002, p.57).

Moral hazard, ou perigo de ordem moral, é a expressão usada quando uma parte se arrisca mais com certo aspecto ou atividade ao saber que os custos de um possível acidente não incorrerão sobre ela, mas sim sobre outra parte. Isto pode fazer com que seguradoras não queiram cobrir certos clientes (prejudicando a função do mercado financeiro de ajudar a administrar riscos), ou que bancos decidam não investir em um novo negócio, preocupados por não estarem cientes de todos os riscos envolvidos (Bodie et al., 2002, p.58).

O problema da seleção adversa é um fenômeno que ocorre devido a um viés de seleção dos clientes que escolhem comprar certos serviços. Estes só decidem fazer um contrato se sabem que este será vantajoso para eles e não para a empresa, esta última, por sua vez, tendo menos informação do que o contratante. Assim, serviços como empréstimos de bancos e seguros de vida acabam tendo preços maiores do que poderiam ser, se tivessem acesso a mais informações sobre os clientes (Bodie et al., 2002, p.59).

Quando tarefas de grande importância são delegadas a outra parte, pode ocorrer o problema de agência (ou problemas da relação principal). Este ocorre quando há conflitos de interesses entre o agente (responsável pela função que foi delegada) e o principal (que assume os riscos das decisões tomadas pelo agente). Um exemplo é o corretor que aconselha seu cliente a trocar de posição em um ativo, mesmo sabendo que ainda haveriam ganhos a ser feitos, a fim de aumentar suas comissões. Neste caso mais

grave, o interesse do agente vai até contra o interesse do principal (Bodie et al., 2002, p.59).

Os três problemas de incentivo descritos podem ser atenuados ou até eliminados por mecanismos providos pelo mercado financeiro. Isto permite que as outras funções sejam exercidas corretamente. No caso do problema de agência, quando do empréstimo a uma empresa, os equity-kickers, artifícios contratuais que permitem que os emprestadores gozem de retornos atrelados aos dos acionistas, alinham os interesses das duas partes. A garantia pignoratícia, que dá o direito ao emprestador de confiscar bens materiais dados como garantia em caso de inadimplência, diminui o risco do empréstimo e possibilita negócios que de outro modo não poderiam ser firmados (Bodie et al., 2002, p.59).

### I.3 – Mercado de Capitais Versus Mercado de Crédito

Nos últimos anos surgiram diversas inovações no mercado financeiro, que afetam desde grande parte do dia-a-dia de muitas pessoas até o financiamento de empresas. O cartão de crédito é um exemplo destas, ao desonerar transações das mais corriqueiras até as internacionais, expandindo as possibilidades de consumo e venda (Bodie et al., 2002, p.61). As debêntures são uma inovação que dá mais opções de estruturação da dívida às empresas.

O que as unidades negociam entre si no sistema financeiro são os ativos. Podemos distingui-los entre títulos de dívida, ações e derivativos (Bodie et al., 2002, p.61), que têm três características essenciais para diferenciá-los: renda (variável ou fixa), prazo (variável ou fixo) e emissão (pública ou privada) (BM&F, 2014a, p.11).

Estes ativos podem ser classificados e agrupados de diversas maneiras levando em conta suas características. Mas neste momento surgem áreas cinzentas em que é difícil traçar fronteiras bem claras entre as classes divididas. Os quadros teóricos usados para agrupá-las também podem ser distintos. Bodie et al. faz uma simples distinção entre títulos de curto prazo, que seriam negociados no mercado financeiro, e títulos de médio e longo prazo, negociados no mercado de capitais (Bodie et al., 2002, p.62). Já a CVM define que o mercado financeiro engloba quatro outros mercados, o monetário, o de crédito, o de câmbio e o de capitais (CVM, 2014a, p.31). Devido ao seu maior

detalhamento e clareza, utilizaremos neste trabalho o modelo teórico desenvolvido pela CVM.

O mercado de câmbio é mais claramente definido, pois seus ativos envolvem moedas estrangeiras. O mercado monetário é formado pelas negociações diárias envolvendo transferências de recursos entre as instituições financeiras, nomeadamente os bancos e o Banco Central. Este último atua diretamente no mercado para regular sua liquidez (CVM, 2014a, p.32).

O problema da classificação surge ao se procurar distinguir entre mercado de capitais e mercado de crédito. O de crédito é aquele no qual os poupadores emprestam seu dinheiro a uma instituição financeira, e esta por sua vez empresta aos tomadores. O de capitais é o que engloba os empréstimos diretos dos poupadores aos tomadores, que são somente mediados pelas instituições financeiras. Estas últimas, nesse caso, são remuneradas somente por seu serviço como garantidoras de liquidez, estruturadoras da operação, etc. No mercado de crédito, as mesmas operam buscando ganhar com o *spread*, que consiste na diferença positiva entre os juros sobre empréstimos que emitiram e os juros sobre empréstimos que contraíram (CVM, 2014a, p.34). Definidos os mercados, pode-se dizer que as operações do mercado de crédito tendem a ser de prazo mais curto do que as do mercado de capitais.



**Figura 3 – Mercado de Crédito**



Fonte: CVM, 2014a

Os dois mercados têm diferenças em diversos aspectos. Como já exposto acima, a diferença do papel das instituições financeiras é um deles: no mercado de crédito atuam como intermediadoras financeiras entre agentes superavitários e deficitários, enquanto no mercado de capitais atuam como terceiras partes de negociações, vendendo seus serviços.

O mercado de crédito se apoia em dois pontos da atuação das instituições financeiras para ter vantagens que o mercado de crédito não pode oferecer. Um deles é que à medida que as instituições financeiras atuam como centralizadoras de risco, elas reduzem a exposição dos poupadore ao mesmo e otimizam análises de crédito. O outro é o fato de que as mesmas são capazes de levar o recurso de unidades superavitárias a unidades deficitárias quando de outra maneira isto não seria possível. Isto permite a circulação dos recursos na economia mais eficientemente (CVM, 2014a, p.33).

Já as vantagens do mercado de capitais surgem quando uma unidade deficitária demanda valores altos demais para serem cobertos por uma só instituição, ou quando o prazo do empréstimo desejado é muito longo e a operação teria seu risco elevado demasiadamente para uma só instituição, inviabilizando-o (CVM, 2014a, p.33).

No mercado de capitais, a transferência de recursos de uma unidade superavitária para outra deficitária se dá por meio de títulos. Também chamados de valores mobiliários, os títulos são contratos que ditam as condições pré-estabelecidas em que vão se dar as transferências de recursos (CVM, 2014a, p.35)

Há diferentes tipos de títulos. Um deles é o dos títulos patrimoniais, ou de capital, em que o comprador passa a ser dono de parte da empresa em questão com todos os deveres e direitos associados, como as ações. Já os títulos de dívida delineiam empréstimos de recursos. Um exemplo são as debêntures (CVM, 2014a, p.36).

Estes últimos também podem ser classificados como dívida pública ou privada, hipotecas comerciais e residenciais, e empréstimos a consumidores (Bodie et al., 2002, p.63). Dentro destes podemos destacar os títulos de renda fixa, que são chamados desta maneira devido a sua estrutura futura de pagamentos ser fixada. Também pode ser feita uma diferenciação de terminologia, em se tratando de títulos de vencimento maior ou menor.

## **Capítulo II – Títulos de Renda Fixa**

### **II.1 – Características dos títulos de renda fixa**

Os títulos de renda fixa remuneram seu detentor através da taxa de juros, que é uma taxa compactuada pelas partes para ser a remuneração sobre o montante acordado no título. Ela tem relação direta com o valor de face do título e, sendo fruto das relações de mercado, tem três fatores para sua formação: a unidade de conta, a data de vencimento e o risco de inadimplência (Bodie et al., 2002, p.63).

A unidade de conta é uma moeda, commodity ou “cesta” de bens e serviços em que as transações referentes ao título serão efetuadas (Bodie et al., 2002, p.63). As características da unidade escolhida influenciarão diretamente a taxa de juros acordada. Isto pode ser verificado ao se comparar dois títulos com características idênticas, exceto pela moeda em que serão feitas suas transações. Se um investidor de um país comprar um título em moeda estrangeira, estará sujeito a flutuações na taxa de câmbio, o que pode impactar a taxa de juros apurada em moeda nacional, chegado o vencimento do título.

A data de vencimento é a data em que se termina o pagamento de dívidas acordadas pelo título. Um prazo mais curto ou mais longo tem efeito sobre a taxa de juros, e esta relação pode mudar ao longo do tempo, com as taxas de juro aumentando ou diminuindo conforme aumenta o prazo (Bodie et al., 2002, p.63).

O risco de inadimplência é a possibilidade percebida pelos agentes de que parte ou todo o montante devido possam não ser pagos. Quanto maior a chance de calote, maior a taxa de juros (Bodie et al., 2002, p.63).

Se tomarmos os cinco principais tipos de títulos do governo brasileiro, temos ainda mais diferenças em relação à formação da taxa de juros. Cada tipo tem características diferentes as quais podemos categorizar em: tipo de título, tipo da taxa de juros, indexador, data-base e pagamento de cupom (Tesouro Nacional, 2014).

O tipo do título pode ser prefixado ou pós-fixado (Tesouro Nacional, 2014). No primeiro caso, a taxa é estabelecida na emissão do título, podendo variar em compras

com ágio ou deságio no mercado secundário. No segundo caso, a taxa tem um componente determinado na emissão, e outro pelo indexador à qual está atrelada.

O tipo da taxa de juros pode ser nominal, real ou prêmio. As nominais não tem correção monetária, não variando com a inflação (LTN e NTN-F). As reais têm um componente indexado a algum índice de preço, tendo correção com a inflação (NTN-B e NTN-C). Já as de prêmio, têm um componente de indexador que não é ligado à inflação (LFT, indexada à taxa SELIC) (Tesouro Nacional, 2014).

Os títulos podem não ter indexador, ou, se tiverem, podem ser diferentes indexadores, ligados ou não à inflação (IPCA, IGP-M e SELIC são os indexadores dos principais títulos públicos brasileiros, mas também existem alguns indexados ao câmbio, por exemplo (Tesouro Nacional, 2014).

Quando os títulos são indexados, têm uma data-base estabelecida. As diferentes datas-base fazem com que o período de atualização dos indexadores seja diferente, afetando o Valor Nominal Atualizado dos títulos, e portanto a taxa de juros (Tesouro Nacional, 2014).

Outra diferença crucial é o pagamento ou não de cupons em um título, o que muda profundamente a estrutura do fluxo de pagamentos, afetando também a taxa de juros do título (Tesouro Nacional, 2014).

## II.2 – Renda Fixa Versus Renda Variável

Em contraste com os títulos de renda fixa, os títulos de renda variável não têm uma regra pré-estabelecida para seus rendimentos. Usaremos como representante de títulos de renda variável as ações. O rendimento das ações é definido da seguinte maneira (Bodie et al., 2002, p.66):

$$r = \frac{\text{Preço final da ação} - \text{Preço inicial} + \text{Dividendo em dinheiro}}{\text{Preço inicial}}$$

Podemos também incluir o valor do direito de subscrição em caso de emissão de mais ações por parte da empresa (CVM, 2014a, p.73) ou a possibilidade do aluguel da ação (CVM, 2014a, p.299).

Do ponto de vista do investidor, por não ter regras pré-determinadas para seus rendimentos, os títulos de renda variável são menos previsíveis e portanto mais arriscados do que os títulos de renda fixa. Mesmo se estes últimos forem indexados,

pois haverá sempre algum rendimento garantido. Ao comprar uma ação, o investidor está sujeito a perder todo o valor de seu investimento sem garantia, como é o caso de empresas que vão à falência e tem que passar pelo processo de default para cobrir as dívidas a terceiros (CVM, 2014a, p.74). Já no caso de títulos de renda fixa como as debêntures, há garantias a serem dadas em caso de não cumprimento dos pagamentos por parte da empresa (CVM, 2014a, p.77)

A vantagem que o investidor pode encontrar nos títulos de renda variável em relação aos de renda fixa é a possibilidade de maiores ganhos advindos das mesmas características que conferem maior risco.

Já do ponto de vista da empresa emissora, escolher um ou outro tipo de título depende da estratégia de financiamento traçada conforme sua necessidade. Enquanto as debêntures têm a vantagem da flexibilidade das condições contratuais inicialmente estabelecidas (ANDIMA e ABRASCA, 2014, p.1), alguns projetos de longo prazo podem não ter fontes de crédito disponível e o excesso de endividamento pode tornar a empresa vulnerável a flutuações da economia (BM&F, 2014c, p.7).

## **II.3 – Características das Debêntures**

Debêntures são títulos de renda fixa privados usados pelas empresas para captar recursos. A decisão de emitir-las e os parâmetros sob os quais isto ocorre são privativos de assembleia geral de acionistas. As características definidas são então impressas na escritura da debênture (ANDIMA e ABRASCA, 2014, p.7). Como estas são produzidas pelos próprios acionistas, há uma grande flexibilidade na criação de condições que se adequem às necessidades da empresa.

Por mais que haja esta grande flexibilidade na elaboração das características da debênture, a grande maioria delas pode ser encaixada dentro de uma classificação padronizada. Há incentivos nesse sentido dados por parte da ANBIMA através da orientação para a elaboração de escrituras, ajudando na padronização do cálculo de preços (ANDIMA e ABRASCA, 2014, p.13). A CVM também deu incentivos à padronização das características das debêntures através da instrução 476, que dá a debêntures com certas cláusulas obrigatórias uma maior agilidade no processo de

emissão (CVM, 2014b). Vamos então tratar destas características observáveis na grande maioria destes ativos.

Quanto à classe, ou conversibilidade, há três possibilidades. As debêntures chamadas de “simples” não são conversíveis. As conversíveis podem ter três tipos de cláusulas: permutáveis somente por ações, permutáveis por ações ou outros ativos e permutáveis somente por outros ativos. As especificações como os ativos pelos quais serão permutáveis, os preços, as quantidades envolvidas, os direitos das partes e outros parâmetros são determinados na escritura (BM&F, 2014d, p.10 e ANDIMA e ABRASCA, 2014, p.4).

Quanto à forma, a debênture pode ser escritural ou nominativa. O primeiro tipo de debêntures é aquele cuja posse é definida por registro em uma instituição financeira que deve ser obrigatoriamente contratada para tal. O segundo tipo tem seu registro de posse mantido e gerido pela empresa. Nos dois tipos as debêntures estão registradas sob o nome do titular, diferindo somente na maneira como o registro da posse é gerido, desde que foi proibida por lei a debênture ao portador (BM&F, 2014d, p.10 e ANDIMA e ABRASCA, 2014, p.4).

Há quatro espécies de debêntures. As garantidas por bens através de hipoteca, penhor ou anticrese, das quais a empresa não pode dispor livremente, são ditas com garantia real. As com garantia flutuante têm privilégio geral sobre os ativos da empresa, mas não criam vínculo com algum ativo em especial que impeça a empresa de negociá-lo. Este tipo de debênture tem prioridade sobre os outros em caso de default. As quiografárias não têm garantia alguma nem prioridade sobre os ativos da empresa. As subordinadas também não têm garantia, mas têm prioridade sobre o crédito dos acionistas em caso de default (BM&F, 2014d, p.10 e ANDIMA e ABRASCA, 2014, p.5).

O tipo de emissão pode ser público ou privado. Quaisquer tipos de emissão só podem ser realizados se a empresa for uma Sociedade por Ações (SA). Uma emissão pública é realizada abertamente para qualquer comprador, só podendo ser realizada por empresas de capital aberto e com registro na CVM. Já a emissão fechada pode ser feita sem registro na Comissão e é destinada a compradores seletos (ANDIMA e ABRASCA, 2014, p.2).

A cláusula de repactuação é facultativa. Se prevista na escritura, ela possibilita rodadas de renegociação, chamadas pela empresa, sobre os parâmetros do contrato da

debênture. A empresa é obrigada a recomprar os títulos dos debenturistas que não aceitarem as novas condições, sendo estes títulos recomprados colocados na tesouraria da empresa para futura recolocação no mercado ou cancelados. Este expediente permite à empresa adequar a debênture às condições de mercado conforme estas variam (BM&F, 2014d, p.12 e ANDIMA e ABRASCA, 2014, p.11).

O resgate antecipado, assim como a repactuação, é uma cláusula facultativa. Ele consiste no direito da empresa de recomprar debêntures emitidas em quantidade parcial ou total. Quando parcial, deve sempre haver sorteio para decidir quais titulares terão suas debêntures resgatadas. Há dois tipos possíveis de resgate antecipado: o programado ou o extraordinário. O primeiro tipo se configura quando as condições para a ocorrência do evento estão contempladas objetivamente na escritura. Já o segundo tipo não prevê estas condições, deixando a decisão a critério da empresa. Pode também ser previsto na escritura o pagamento de prêmio em caso de resgate antecipado (BM&F, 2014d, p.11).

A amortização é o evento obrigatoriamente previsto na escritura que indica quando e quanto do principal da debênture será pago. Esta cláusula pode conter facultativamente a previsão de amortizações extraordinárias, que ficam a critério da empresa, como acontece com os resgates antecipados similares. A data da última amortização é a data de vencimento da debênture. É possível uma debênture ter data de vencimento indeterminada ou condicionada a certos critérios. (BM&F, 2014d, p.11).

A forma de remuneração indica como será feito o pagamento de juros. Esta cláusula obrigatória deve explicar qual indicador será usado no cálculo dos juros, se haverá correção monetária e como serão feitos estes cálculos. Deverão ser contempladas quaisquer eventualidades (como da não existência da informação necessária para o cálculo) e precisamente descritas as datas em que serão feitos os pagamentos (BM&F, 2014d, p.10).

O agente fiduciário é uma instituição, financeira ou não, cujas principais obrigações são intermediar a relação investidores-emissor e defender os interesses dos debenturistas junto ao emissor. Este papel é em geral cumprido por bancos de investimento, sendo estes instituições fundamentais para a venda primária de debêntures. Para poder ocupar esta posição, deve atender a diversas condições, como registro prévio junto ao BC, não envolvimento com interesses da emissora, entre outras. É este agente que deve garantir o cumprimento do contrato estabelecido entre as partes,

intervindo em caso de inadimplência até como garantidor, se assim estiver estabelecido na escritura (BM&F, 2014d, p.24).

As características citadas até agora são as que constam na escritura de uma debênture. Mas não só neste documento se encontram todas as informações e eventos relevantes para a mecânica do título.

A empresa pode ou não fazer o pedido do seu rating, ou classificação de risco, junto a outra empresa especializada no assunto, mas essa informação vem sendo cada vez mais comum e importante para o mercado, além de ser obrigatória para debêntures padronizadas que se encaixam na instrução 476 da CVM (BM&F, 2014d, p.24).

O prospecto é um documento de feitura obrigatória para emissões públicas de debêntures. Nele estão presentes informações relevantes sobre a empresa e as condições da emissão. Os potenciais investidores usam seu conteúdo para avaliar se vão ou não querer se tornar debenturistas (ANDIMA e ABRASCA, 2014, p.7).

Bookbuilding consiste na pesquisa de mercado para taxas de remuneração da debênture e ágio ou deságio para investidores que pretendem adquirir quantidades maiores ou menores de debêntures (ANDIMA e ABRASCA, 2014, p.8).

A primeira venda de fato das debêntures emitidas se chama underwriting, e é feita através da coordenação do agente fiduciário ou mais instituições (formando um “pool” de colocação) (ANDIMA e ABRASCA, 2014, p.9). Esta é a única etapa de compra de debêntures que pertence ao mercado primário. As negociações posteriores são feitas através de sistemas de negociação supervisionados por autorreguladoras (Como a CETIP e a ANBIMA). O SND – Sistema Nacional de Debêntures – administrado pela CETIP é o mais movimentado atualmente. Todas estas negociações em que a debênture somente troca de titular são consideradas de mercado secundário (ANDIMA e ABRASCA, 2014, p.10).

Neste mercado secundário, as debêntures podem ser vendidas com ágio ou deságio, fazendo com que os preços flutuem conforme as condições de mercado. Neste momento surge a necessidade de se estabelecer um preço ou patamar de preços para que as negociações ocorram. Isto é especialmente difícil para ativos que têm pouca ou nenhuma negociação recente, não havendo preço de mercado. Recorre-se então a modelos de precificação como o apresentado a seguir.

## **Capítulo III - O Modelo Binário e sua Aplicação aos Ativos da Empresa Fleury**

### **III.1 – Descrição do modelo**

O modelo apresentado por Barth, Landsman e Rendleman (2000) é baseado no modelo binário de precificação de opções. A primeira hipótese do modelo é que debêntures podem ser vistas como um conjunto de opções, em que as posições são mantidas pelos acionistas da empresa ou pelos credores da empresa.

Esse modelo usa informações que estão disponíveis no momento em que se quer fazer a avaliação do preço de um ou mais ativos ligados a uma empresa, não necessitando que haja um preço de mercado praticado com liquidez para os ativos em questão. Esse é um aspecto muito importante, pois pode balizar negociações que se queira fazer com um ativo ilíquido que não tenha tido outras transações recentes. Além disso, por dar um preço para o ativo baseado em valores concretizados no balanço contábil da empresa e usar as informações financeiras (Taxa SELIC, volatilidade histórica das ações da empresa) mais atuais possíveis para estimar um valor para os ativos que seja independente do valor de mercado, a diferença entre os preços praticados, se houver, e os do modelo pode indicar uma oportunidade de compra ou venda do ativo, conforme se julgar que ele está sendo *sobre-* ou *subvalorizado*. A simplicidade da aplicação do modelo, quando contrastado por exemplo com o modelo Black e Scholes, é outra vantagem prática que carrega. Os preços a que se chega através do modelo binomial inclusive tendem a se aproximar do modelo Black e Scholes quanto maiores forem as divisões dos períodos binomiais (Barth, Landsman e Rendleman; 2000, p.457).

A mecânica básica do modelo se estabelece sobre a hipótese de que o valor do capital total da empresa, que servirá de base para inferir o preço dos ativos, pode aumentar em um fator  $u$  ou diminuir em um fator  $d$  para cada passagem de período binomial. O valor inicial dos ativos totais da empresa é calculado somando-se o valor contábil do passivo exigível e o valor de mercado do patrimônio líquido da empresa (Securato, 2003, p.97). A taxa livre de risco usada pelo modelo é considerada constante, podendo ser substituída por uma curva de estrutura a termo da taxa de juros. Os termos

u e d também são considerados constantes para simplificação (Barth, Landsman e Rendleman; 2000, p.457).

Os termos u e d podem ser aproximados pelas seguintes equações (Securato, 2003, p. 97):

$$u = \exp\left(\frac{R_t}{n} + \frac{\frac{1}{2}\sigma^2 t}{n} + \frac{\sigma\sqrt{t}}{\sqrt{n}}\right)$$

$$d = \exp\left(\frac{R_t}{n} - \frac{\frac{1}{2}\sigma^2 t}{n} - \frac{\sigma\sqrt{t}}{\sqrt{n}}\right)$$

Onde:

t = medida de tempo de cada período

n = número de subperíodo por período

$R_t$  = taxa livre de risco do período t

$\sigma$  = volatilidade do ativo

Estes termos permitem a construção da árvore binária dos ativos totais da empresa, que servirá de base para a construção da árvore binária de cada ativo desta empresa. Esta árvore deve se estender até o vencimento do título dessa empresa que for mais longo.

A volatilidade do ativo pode ser estimada como a volatilidade histórica das ações da empresa, enquanto a taxa SELIC pode ser considerada a taxa livre de risco do modelo.

A segunda etapa consiste em especificar os ativos da empresa individualmente através da construção de uma nova árvore binária para cada um. Mas, diferentemente da primeira árvore, esta será formada partindo dos valores dos últimos nós para chegar ao valor do modelo para o preço atual. Este processo inclui uma especificação simultânea dos outros ativos, interpretados como um só título de dívida (Securato, 2003, p.98). Para cada nó ( t, j ), haverá quatro dados:

- $A_{t,j}$  , ou o valor total dos ativos da empresa, obtido na primeira etapa.
- $P_{t,j}^A$  , ou o preço do ativo especificado.

- $P_{t,j}^B$ , ou o preço do título de dívida representativo dos outros passivos.
- $C_{t,j}$ , ou o capital próprio da empresa. Que consiste da diferença entre o valor total dos ativos da empresa e seu passivo.

Neste trabalho, usaremos o padrão de tratar o título individual precificado como título A, enquanto o título de dívida representativo dos outros passivos será o título B.

Esta interpretação dos outros ativos da empresa é importante, pois a cada nó da árvore a empresa pode ser obrigada a cometer *default* da dívida (caso o valor dos ativos totais seja menor do que a soma dos valores do passivo da empresa.) (Barth, Landsman e Rendleman; 2000, p.463). Neste caso, torna-se importante definir quais títulos terão prioridade de pagamento, podendo-se recorrer à teoria dos jogos se necessário. Considera-se também que quaisquer ativos que venham a vencer antes do ativo principal serão renovados com as mesmas características anteriores (Barth, Landsman e Rendleman; 2000, p.474).

Os seguintes conceitos são usados na construção da árvore (Barth, Landsman e Rendleman; 2000, p.458, 464):

$$P_{t,j} = \min(H_{t,j} + K_{t,j} + I_{t,j}, A_{t,j})$$

$$H_{t,j} = \frac{P_{t+1,j+1} * \pi + P_{t+1,j} * (1 - \pi)}{1 + r}$$

$$\pi = \frac{1 + r - d}{u - d}$$

Onde:

$t$  = número do período

$j$  = quantidade de períodos de alta ocorridos

$P_{t,j}$  = Preço do ativo em (  $t, j$  )

$H_{t,j}$  = Valor de face do ativo em (  $t, j$  )

$K_{t,j}$  = Valor de amortização do ativo em (  $t, j$  )

$I_{t,j} \min()$  = Valor de juros pagos em (  $t, j$  )

$$A_{t,j} = \text{Valor dos ativos totais da empresa}$$

Os últimos nós da árvore serão determinados através do fluxo de caixa do ativo em questão, pela obtenção dos valores de  $K_{t,j}$  e  $I_{t,j}$  para cada nó ( t, j ), levando em conta que o valor de face de um ativo em seu vencimento é zero ( $H_{t,j} = 0$  no vencimento). No caso de debêntures, as escrituras provêm todas as informações necessárias, (ou quais devem ser buscadas, e aonde, no caso de índices ou taxas) para a montagem deste fluxo. Estas informações consistem em: fórmula do pagamento de juros do ativo, datas em que os juros são pagos, datas e tamanhos de amortizações e data de vencimento.

Determinados os últimos nós, os anteriores podem ser calculados através das fórmulas  $P_{t,j}$  e  $H_{t,j}$ . Este processo é feito até se chegar no primeiro nó, que representa o preço do ativo para o momento atual. Este preço pode ser usado para balizar uma negociação, caso não haja dados de mercado, ou para indicar uma oportunidade de negócio, caso o ativo esteva sub-valorizado ou sobre-valorizado (Securato, 2003, p.96).

Um problema que surge quando da implementação do modelo é o valor dos juros para o título B, representativo dos outros passivos. Isso porque, além de títulos de dívida com fluxo estruturado e explicitamente determinado, estarão incluídos no título B passivos exigíveis que não são títulos de dívida. Para este caso, devem ser feitas as estimativas e aproximações adequadas. Uma solução é estimar os juros que incidem através do custo de capital de terceiros com base em dados de mercado. Porém a mais simples, apresentada em Minardi e Sanvicente (2003), é estimar os juros que incidem sobre estes passivos como sendo a própria taxa de juros livre de risco (Securato, 2003, p.99).

## **III.2 – Aplicação do modelo para a empresa Fleury em 30/06/2014**

O primeiro passo é conseguir as informações necessárias. A taxa livre de risco usada será a SELIC, que em 30/06/2014 estava em 10,9% (Fonte: BCB). O DI CETIP estava em 10,78% (Fonte: CETIP). A volatilidade histórica das ações da Fleury estava em 26,6% (Fonte: BM&F). O balanço para 30/06/2014 divulgado no site da empresa

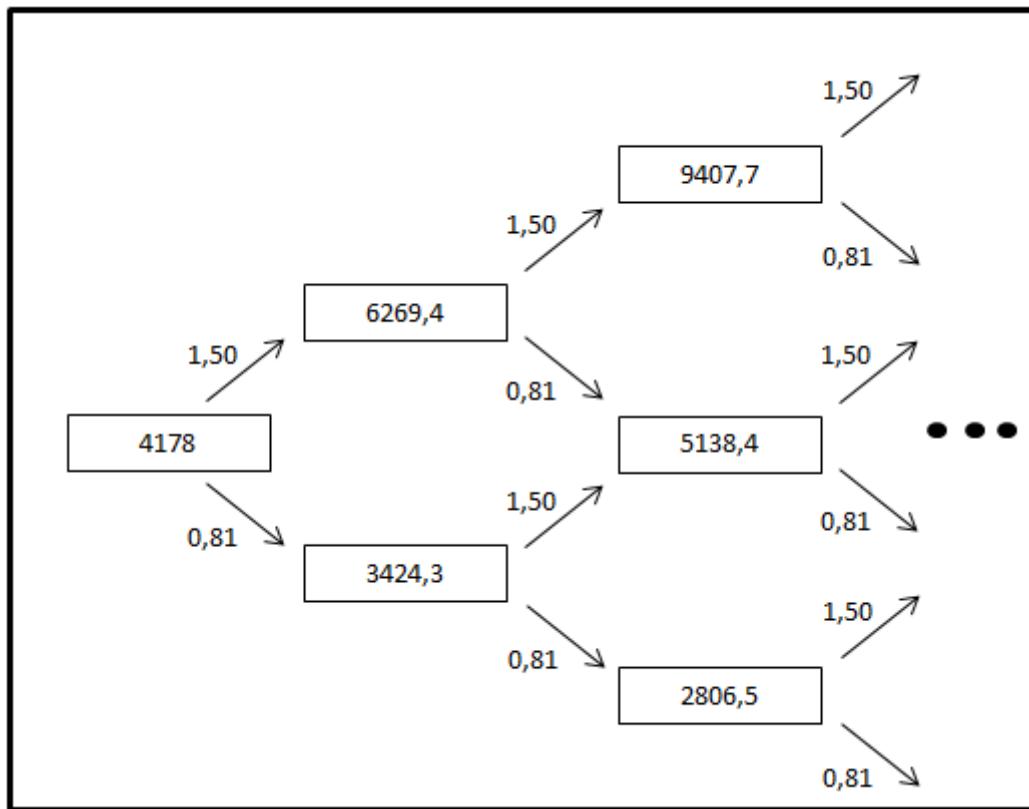
indica que seu valor de mercado estava em 2,626 bilhões de reais, enquanto o passivo total da empresa era de 1,552 bilhões de reais. Somando passivo e patrimônio (valor de mercado), temos que o valor total dos ativos da empresa era de 4,178 bilhões de reais.

Podemos então calcular os valores necessários para a construção da primeira árvore binomial:

$$u = \exp\left(\frac{\ln(1 + 0,109)}{1} + \frac{\frac{1}{2}(0,2668)^2 * 1}{1} + \frac{0,2668\sqrt{1}}{\sqrt{1}}\right) = 1,5006$$

$$d = \exp\left(\frac{\ln(1 + 0,109)}{1} - \frac{\frac{1}{2}(0,2668)^2 * 1}{1} - \frac{0,2668\sqrt{1}}{\sqrt{1}}\right) = 0,8196$$

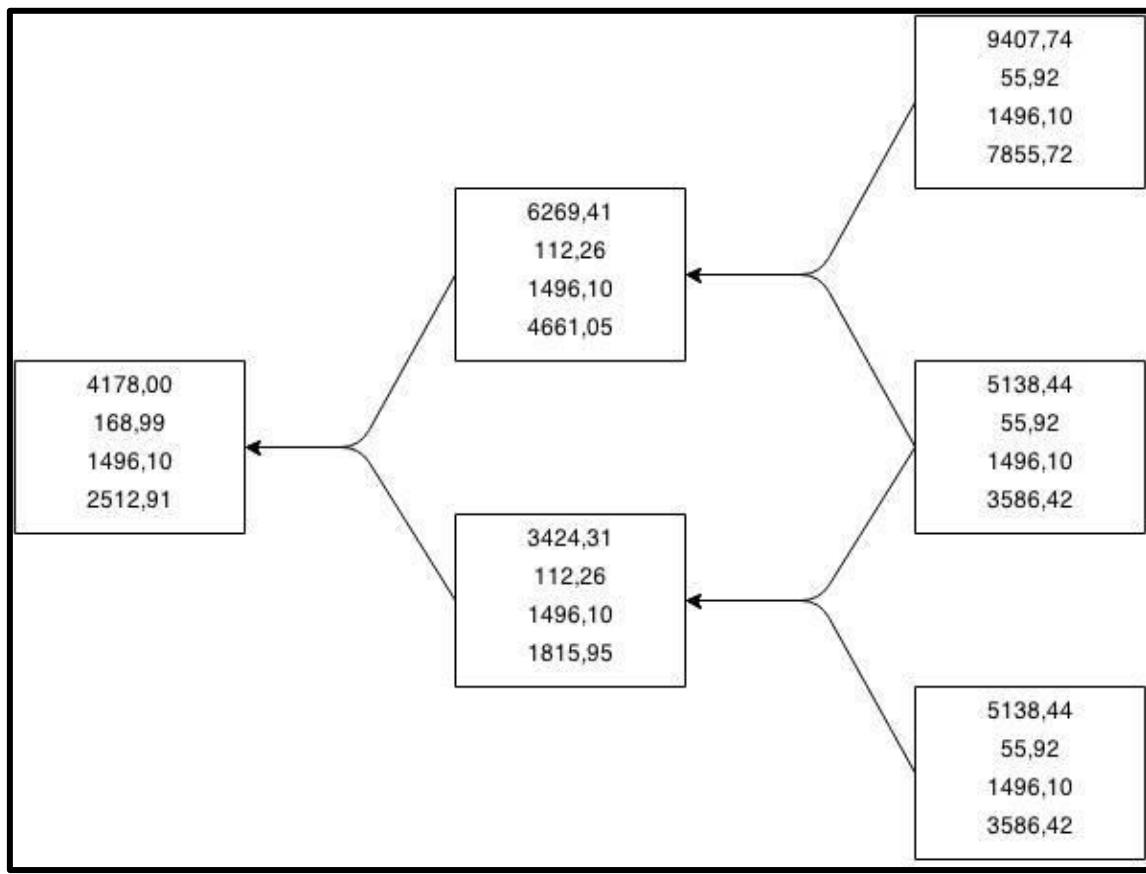
Com isso, começamos a construção da árvore (Ver Figura A.1 do Anexo A):



Em seguida, buscamos as escrituras das debêntures em questão (Fonte: debentures.com) para poder determinar os valores de  $K_{t,j}$  e  $I_{t,j}$  para cada período t, além de calcular o valor de  $\pi$  para determinar  $H_{t,j}$ :

$$\pi = \frac{1 + 11,84\% - 0,83}{1,50 - 0,83} = 0,42$$

Começamos com a precificação do ativo FLRY11, a debênture da primeira emissão e primeira série. Seu vencimento é em 2016. Portanto, como  $t=0$  está em 2014, faremos a árvore até  $t=2$ . O volume emitido foi de 150 milhões de reais, divididos em uma quantidade de 15000 papéis. Examinando a escritura, vemos que a remuneração se dá anualmente pelo DI + 0,94% e que as amortizações serão feitas em três partes iguais, em 2014, 2015 e 2016. Concluimos que  $K_{0,j} = K_{1,j} = K_{2,j} = 150/3 = 50$ . E que  $I_{t,j} = (\text{principal} - \text{amortizações}) * (\text{DI} + 0,94\%)$ . Com esses dados, a árvore se configura da seguinte maneira (Ver figuras B.1 e B.2 do Anexo B):



Onde cada nódulo tem a seguinte forma:

$A_{t,j}$  = Valor dos ativos totais da empresa

$P_{t,j}^A$  = Preço do ativo precificado (FLRY11) em (  $t, j$  )

$P_{t,j}^B$  = Preço do ativo representando os outros títulos em (  $t, j$  )

$C_{t,j}$  = Capital próprio da empresa em (  $t, j$  )

Exemplificando com o nódulo (2,2):

$$A_{2,2} = 9407,74$$

$$P_{2,2}^A = 55,92$$

$$P_{2,2}^B = 1496,10$$

$$C_{t,j} = 7855,72$$

Observando o nódulo (0,0), que representa o momento presente, vemos que o modelo estimou um valor de 168,99 milhões de reais para o conjunto de todas as debêntures FLRY11. Para chegarmos a um valor para o PU (Preço unitário) precisamos trazer para a unidade de reais e dividir pelo número de debêntures emitidas:

$$PU^A = 168,99 * 1.000.000 / 15000 = R\$ 11.265$$

O valor de mercado do PU do mesmo ativo para a mesma data é de R\$ 10.067,81 (Fonte: ANBIMA). Observe que a diferença entre os preços é esperada e é justamente nela que reside o valor da estimativa do modelo para um ativo com liquidez. Segundo Securato (2003, p.103), um preço de mercado abaixo do modelo indica que o preço praticado atualmente está subvalorizando a dívida, e que assumir uma posição comprada neste ativo é uma boa escolha de investimento. Analogamente, um preço de mercado acima do modelo indica uma boa oportunidade de venda do ativo, pois a dívida estaria sendo sobrevalorizada.

Repetindo o mesmo procedimento para os ativos FLRY21 (Ver figuras C.1 e C.2 do Anexo C) e FLRY12 (Ver figuras D.1, D.2 e D.3 do Anexo D), as únicas outras debêntures da empresa, podemos construir a seguinte tabela:

	PU do Modelo	PU de Mercado
FLRY11	11.265,98	10.067,81
FLRY21	11.500,87	10.107,34
FLRY12	11.488,28	-

Levando em conta a lógica do modelo, os ativos FLRY11 e FLRY21 estão subvalorizados pelo mercado, apresentando uma oportunidade de compra. Já o ativo FLRY12, que não tem preço de mercado determinado, teve uma estimativa apresentada pelo modelo. Esta pode ser usada como referência para futuras negociações.

# Conclusão

O sistema financeiro tem funções importantes para a sociedade e compreendê-lo é de suma importância para potencializar suas externalidades benéficas e minimizar seus efeitos negativos.

O crescente mercado de debêntures brasileiro tem ganhado maior atenção pela maior movimentação de recursos e reconhecimento de sua importância no financiamento de empresas. As oportunidades criadas de transferência de recursos de unidades superavitárias para empresas que querem investir em ganhos produtivos não podem ser ignoradas.

O modelo binomial tem vantagens claras, ao ter uma aplicação simples, mas cujos preços resultantes tendem aos preços do mais complexo modelo Black-Scholes. Conforme o mercado de debêntures cresce, a relevância de modelos de precificação como o exposto neste trabalho se torna cada vez maior.

Um estudo dos preços de mercado ao longo do tempo que procure validar as oportunidades de compra ou venda apresentadas pelo modelo deveria ser desenvolvido. Desta maneira, poder-se-ia ter uma idéia melhor do valor desta teoria para aplicação em decisões de investimento na prática.

# Bibliografia

BODIE ET AL., Zvi; **Finanças** 2<sup>a</sup> edição, editora Bookman, 2002

Tesouro Nacional, **Precificação de Títulos públicos**, disponível em 2014:

[[http://www3.tesouro.fazenda.gov.br/tesouro\\_direto/download/precificacao.pdf](http://www3.tesouro.fazenda.gov.br/tesouro_direto/download/precificacao.pdf)]

<sup>[1]</sup>ANBIMA, **Boletim de Renda Fixa Jan/2014**, disponível em 2014a:

[[http://portal.anbima.com.br/informacoes-tecnicas/boletins/renda-fixa/Documents/brf\\_50\\_jan2014.pdf](http://portal.anbima.com.br/informacoes-tecnicas/boletins/renda-fixa/Documents/brf_50_jan2014.pdf)]

ANDIMA e ABRASCA, **O que são debêntures**, disponível em 2014:

[[http://www.debentures.com.br/downloads/textostecnicos/cartilha\\_debentures.pdf](http://www.debentures.com.br/downloads/textostecnicos/cartilha_debentures.pdf)]

ANBIMA, **Características (Debêntures)**, disponível em 2014b:

[<http://www.comoinvestir.com.br/debentures/guia-de-debentures/caracteristicas/paginas/default.aspx>]

BM&F, **Introdução ao Mercado de Capitais**, disponível em 2014a:

[<http://lojavirtual.bmf.com.br/LojaIE/Portal/Pages/pdf/merccap.pdf>]

BM&F, **Volatilidade Historica (03/09/2014 – FLRY3)**, disponível em 2014b:

[<http://www.bmfbovespa.com.br/cias-listadas/volatilidade-ativos/BuscaVolatilidadeAtivos.aspx?idioma=en-us>]

CVM, **Mercado de Valores Mobiliários Brasileiro** 3<sup>a</sup> edição, disponível em 2014a:

[<http://www.portaldoinvestidor.gov.br/portaldoinvestidor/export/sites/portaldoinvestidor/publicacao/Livro/LivroTOP-CVM.pdf>]

ANBIMA, **Introdução a Debêntures**, disponível em 2014c:

[<http://www.debentures.com.br/espacodoinvestidor/introducaoadebentures.asp>]

BM&F, **Como e Por Que Tornar-se uma Companhia Aberta**, disponível em 2014c:

[<http://www.bmfbovespa.com.br/pdf/guiaaber.pdf>]

CVM, **Instrução nº476**, disponível em 2014b:

[<http://www.cvm.gov.br/port/infos/inst476.pdf>]

BM&F, **O que são debêntures?**, disponível em 2014d:

[<http://www.bmfbovespa.com.br/pt-br/renda-fixa/o-que-sao-debentures.aspx?idioma=pt-br>]

BM&F, **Guia de Debêntures**, disponível em 2014e:

[[http://www.bmfbovespa.com.br/pt-br/download/bf\\_guiadebentures.pdf](http://www.bmfbovespa.com.br/pt-br/download/bf_guiadebentures.pdf)]

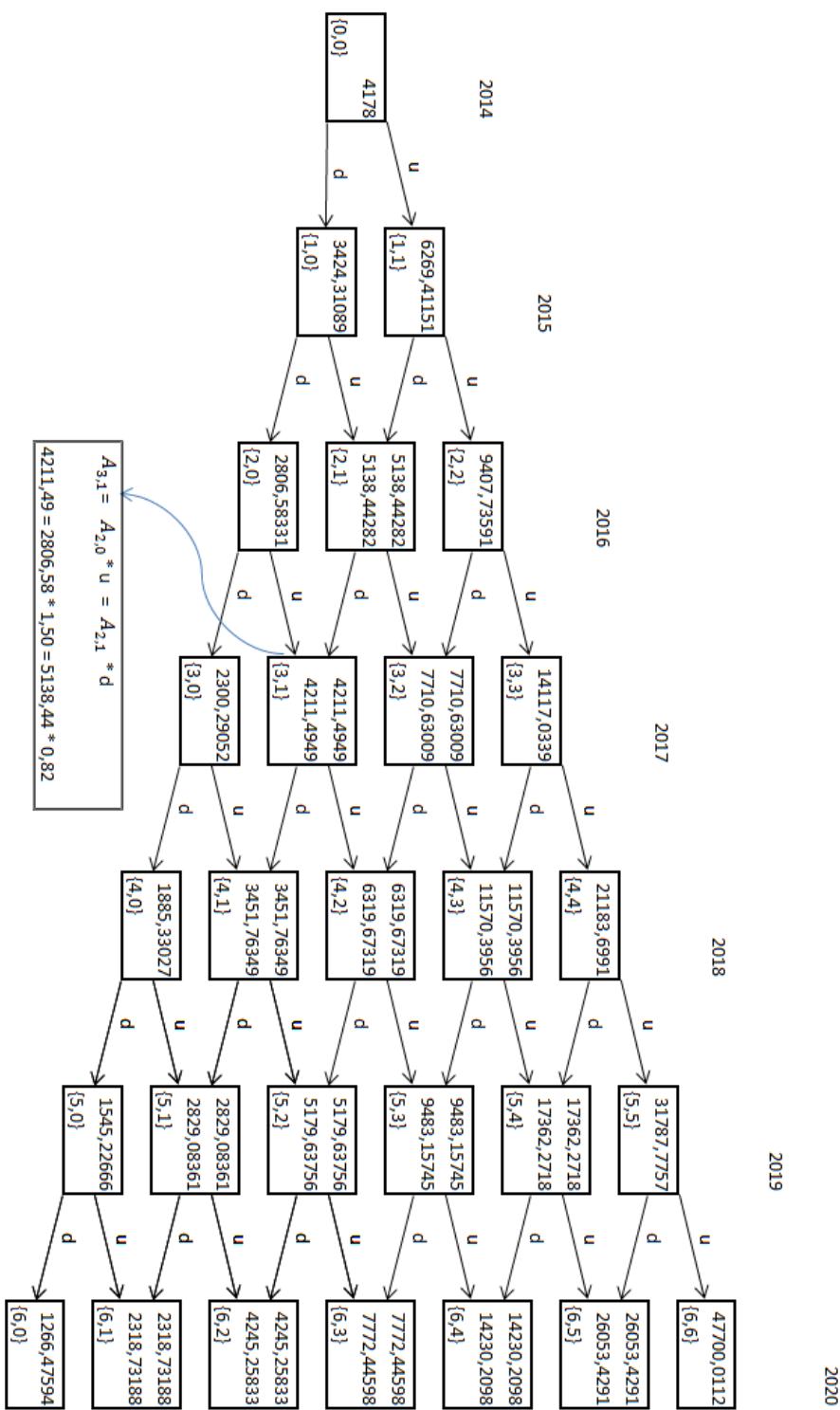
SECURATO, J. R., **Aplicação do Modelo Binomial na Formação de Preço de Títulos de Dívida Corporativa no Brasil**, 2003, disponível em 2014:

[<http://revistas.pucsp.br/index.php/rad/article/viewFile/696/493>]

BARTH, M.; LANDSMAN, W.; RENDLEMAN, R., **Implementation of an option pricing-based bond valuation model for corporate debt and its components**, Accounting Horizons, v. 14, n. 4, 2000

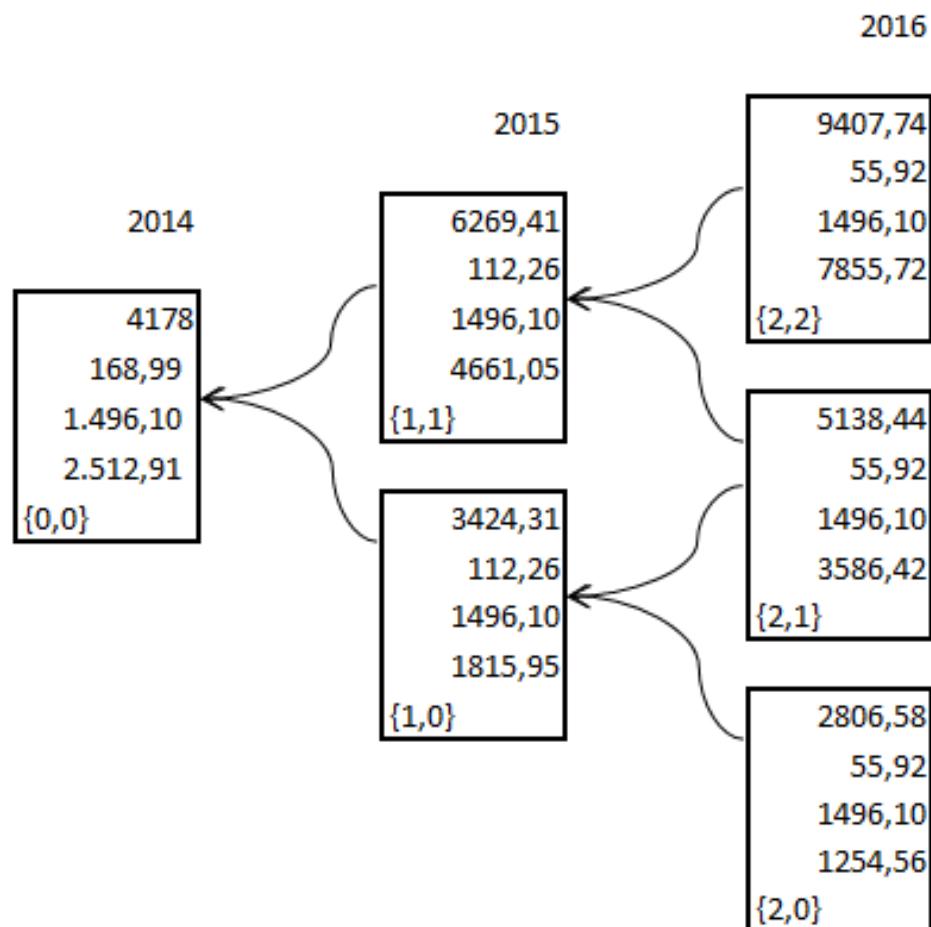
## Anexo A

**Figura A.1**



## Anexo B

Figura B.1



**Figura B.2**

	$P_{t,j}^A = \min(H_{t,j} + K_{t,j} + I_{t,j}, A_{t,j})$	$P_{t,j}^B$	$C_{t,j}$				
	$A_{t,j}$	$H_{t,j}$	$K_{t,j}$	$I_{t,j}$	$\min()$		
{2,2}	9407,74	0	50	50*11,84%	55,92	1552 - 55,92	7855,72
{2,1}	5138,44	0	50	50*11,84%	55,92	1552 - 55,92	3586,42
{2,0}	2806,58	0	50	50*11,84%	55,92	1552 - 55,92	1254,56

20 passo:

		$P_{t,j}^A = \min(H_{t,j} + K_{t,j} + I_{t,j}, A_{t,j})$					
$A_{t,j}$	$H_{t,j}$	$K_{t,j}$	$I_{t,j}$	$\min()$	$P_{t,j}^B$	$C_{t,j}$	
{1,1}	6269,41	[55,92*0,42+55,92*(1-0,42)] / 1+11,84%	50	100*11,84%	112,26	{[[1495,1*0,42+1496,1*(1-0,42)] / 1+11,84%} * (1+11,84%)	4661,05
{1,0}	3424,31	[55,92*0,42+55,92*(1-0,42)] / 1+11,84%	50	100*11,84%	112,26	{[[1495,1*0,42+1496,1*(1-0,42)] / 1+11,84%} * (1+11,84%)	1815,95

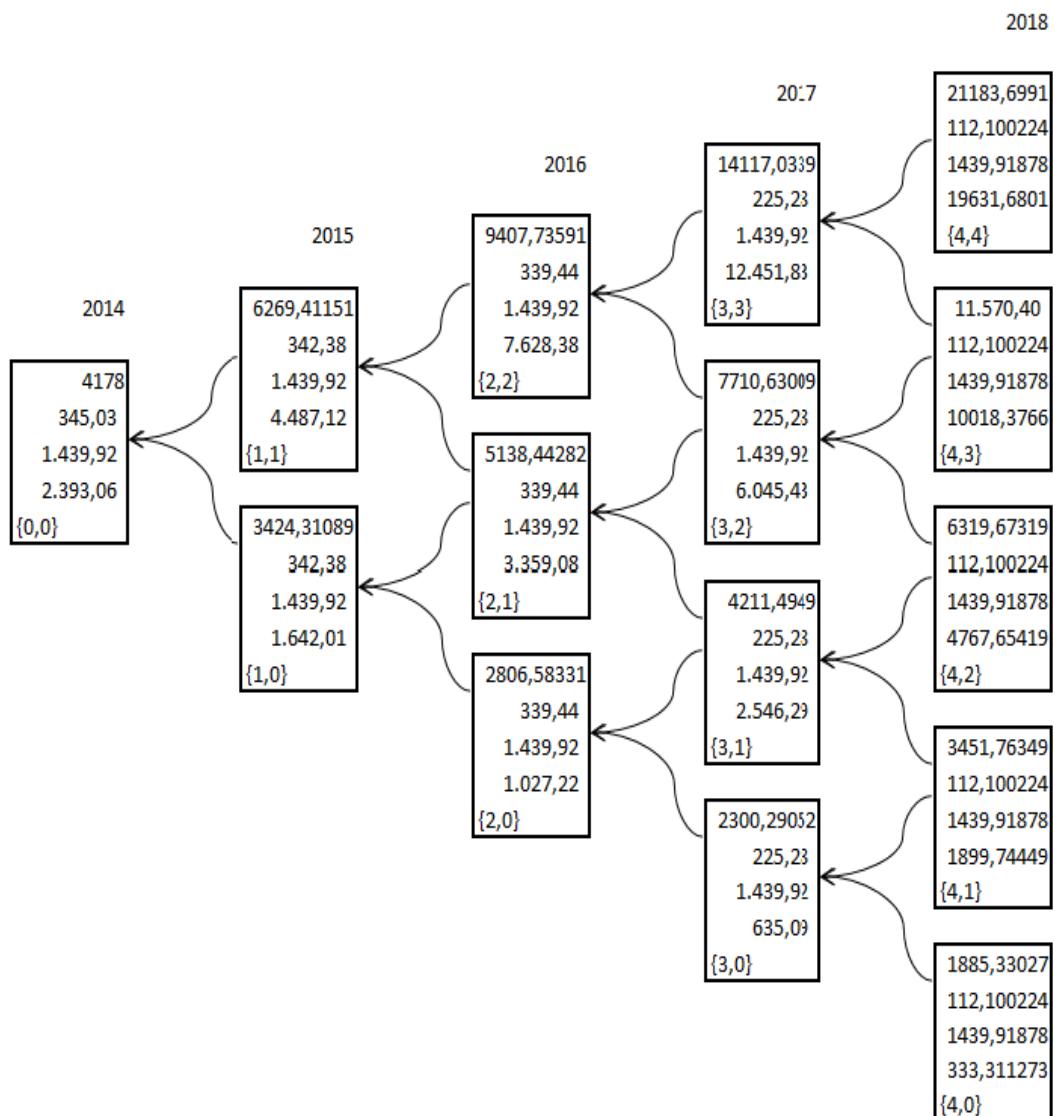
30 PASSO:

	$P_{t,j}^A = \min(H_{t,j} + K_{t,j} + I_{t,j}, A_{t,j})$	$P_{t,j}^B$	$C_{t,j}$
$A_{t,j}$	$H_{t,j}$	$K_{t,j}$	$I_{t,j}$
4178,00	[ 55,92*0,42+55,92*(1-0,42) ] / 1+11,84%	50	150*11,84% 168,99 {[ [ 1495,1*0,42+1496,1*(1-0,42) ] / 1+11,84% } * (1+11,84%) 2512,91

$$40 \text{ Passo: } PU^A = 168,99 * 1.000.000 / 15.000 = \underline{\underline{\text{R\$ 11.265}}}$$

## Anexo C

**Figura C.1**



## Figura C.2

1º Passo:

	$P_{t,j}^A = \min(H_{t,j} + K_{t,j} + I_{t,j}, A_{t,j})$	$P_{t,j}^B$	$C_{t,j}$
$A_{t,j}$	$H_{t,j}$	$K_{t,j}$	$I_{t,j}$
{4,4}	21183,70	0	100
{4,3}	11570,40	0	100
{4,2}	6319,67	0	100
{4,1}	3451,76	0	100
{4,0}	1885,33	0	100

2º Passo:

	$P_{t,j}^A = \min(H_{t,j} + K_{t,j} + I_{t,j}, A_{t,j})$	$P_{t,j}^B$	$C_{t,j}$
$A_{t,j}$	$H_{t,j}$	$K_{t,j}$	$I_{t,j}$
{3,3}	14117,03	[112,10*0,42+112,10*(1-0,42)]/1+11,84%	100
{3,2}	7710,63	[112,10*0,42+112,10*(1-0,42)]/1+11,84%	100
{3,1}	4211,49	[112,10*0,42+112,10*(1-0,42)]/1+11,84%	100
{3,0}	2300,29	[112,10*0,42+112,10*(1-0,42)]/1+11,84%	100

3º Passo:

	$P_{t,j}^A = \min(H_{t,j} + K_{t,j} + I_{t,j}, A_{t,j})$	$P_{t,j}^B$	$C_{t,j}$
$A_{t,j}$	$H_{t,j}$	$K_{t,j}$	$I_{t,j}$
{2,2}	9407,74	[225,28*0,42+225,28*(1-0,42)]/1+11,84%	100
{2,1}	5138,44	[225,28*0,42+225,28*(1-0,42)]/1+11,84%	100
{2,0}	2806,58	[225,28*0,42+225,28*(1-0,42)]/1+11,84%	100

4º Passo:

	$P_{t,j}^A = \min(H_{t,j} + K_{t,j} + I_{t,j}, A_{t,j})$	$P_{t,j}^B$	$C_{t,j}$
$A_{t,j}$	$H_{t,j}$	$K_{t,j}$	$I_{t,j}$
{1,1}	6269,41	[339,44*0,42+339,44*(1-0,42)]/1+11,84%	0
{1,0}	3424,31	[339,44*0,42+339,44*(1-0,42)]/1+11,84%	0

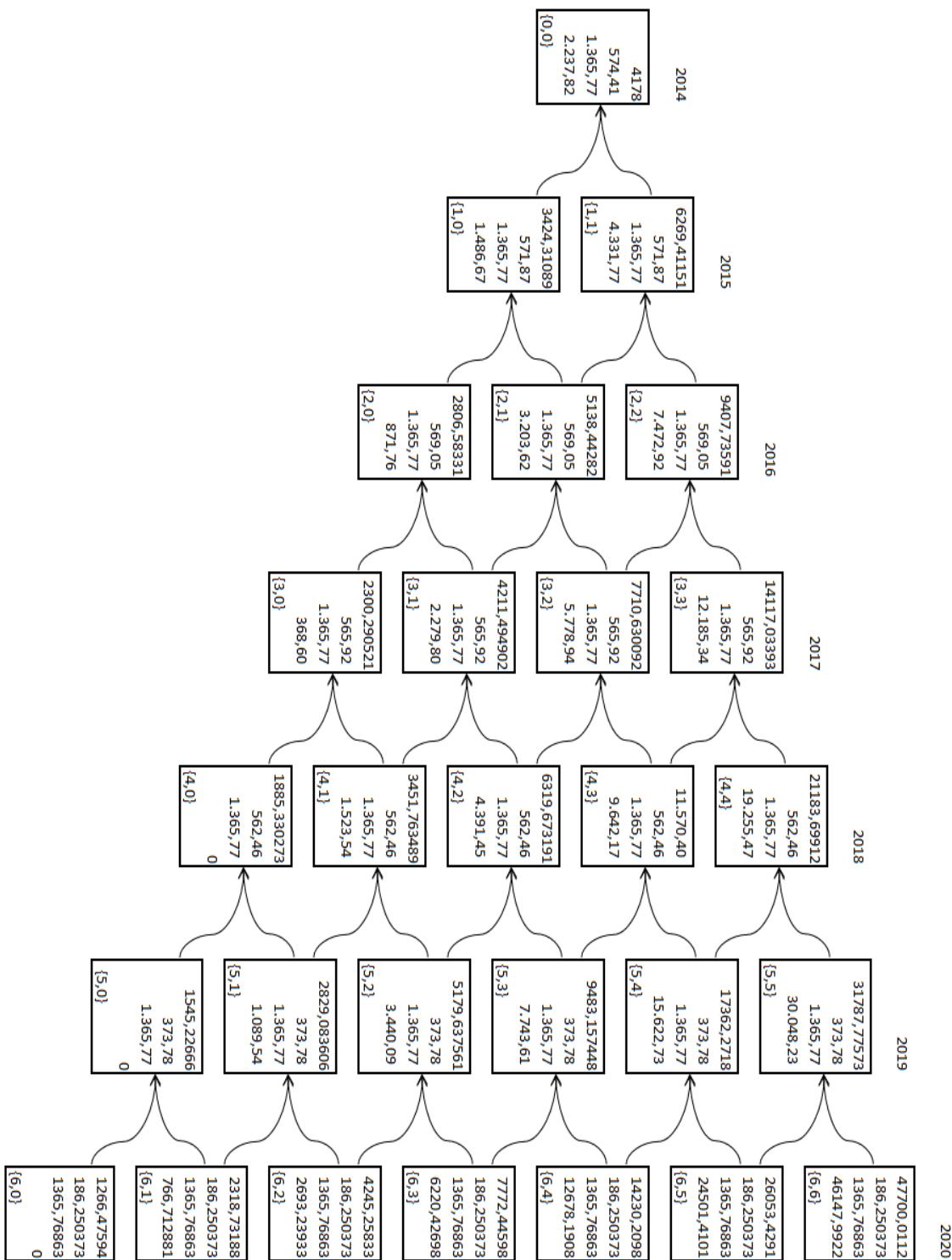
5º Passo:

	$P_{t,j}^A = \min(H_{t,j} + K_{t,j} + I_{t,j}, A_{t,j})$	$P_{t,j}^B$	$C_{t,j}$
{0,0}	4178,00	[343,38*0,42+343,38*(1-0,42)]/1+11,84%	0

6º Passo:  $PU^A = 345,03 * 1.000.000 / 30.000 = \text{R\$ } 11.500,87$

## Anexo D

**Figura D.1**



**Figura D.2**

1º Passo:					
	$P_{t,j}^A = \min(H_{t,j} + K_{t,j} + I_{t,j}, A_{t,j})$	$A_{t,j}$	$H_{t,j}$	$K_{t,j}$	$I_{t,j}$
{6,6}	47700,01	0	500/3	(500/3)*11,84%	186,25
{6,5}	26053,43	0	500/3	(500/3)*11,84%	186,25
{6,4}	14230,21	0	500/3	(500/3)*11,84%	186,25
{6,3}	7772,45	0	500/3	(500/3)*11,84%	186,25
{6,2}	4245,26	0	500/3	(500/3)*11,84%	186,25
{6,1}	2318,73	0	500/3	(500/3)*11,84%	186,25
{6,0}	1266,48	0	500/3	(500/3)*11,84%	186,25

2º Passo:					
	$P_{t,j}^A = \min(H_{t,j} + K_{t,j} + I_{t,j}, A_{t,j})$	$A_{t,j}$	$H_{t,j}$	$K_{t,j}$	$I_{t,j}$
{5,5}	31787,78	[186,25*0,42+186,25*(1-0,42)]/1+11,84%	500/3	(500*2/3)*11,84%	373,78
{5,4}	17362,27	[186,25*0,42+186,25*(1-0,42)]/1+11,84%	500/3	(500*2/3)*11,84%	373,78
{5,3}	9483,16	[186,25*0,42+186,25*(1-0,42)]/1+11,84%	500/3	(500*2/3)*11,84%	373,78
{5,2}	5179,64	[186,25*0,42+186,25*(1-0,42)]/1+11,84%	500/3	(500*2/3)*11,84%	373,78
{5,1}	2829,08	[186,25*0,42+186,25*(1-0,42)]/1+11,84%	500/3	(500*2/3)*11,84%	373,78
{5,0}	1545,23	[186,25*0,42+186,25*(1-0,42)]/1+11,84%	500/3	(500*2/3)*11,84%	373,78

3º Passo:					
	$P_{t,j}^A = \min(H_{t,j} + K_{t,j} + I_{t,j}, A_{t,j})$	$A_{t,j}$	$H_{t,j}$	$K_{t,j}$	$I_{t,j}$
{4,4}	21183,70	[373,78*0,42+373,78*(1-0,42)]/1+11,84%	500/3	500*11,84%	562,46
{4,3}	11570,40	[373,78*0,42+373,78*(1-0,42)]/1+11,84%	500/3	500*11,84%	562,46
{4,2}	6319,67	[373,78*0,42+373,78*(1-0,42)]/1+11,84%	500/3	500*11,84%	562,46
{4,1}	3451,76	[373,78*0,42+373,78*(1-0,42)]/1+11,84%	500/3	500*11,84%	562,46
{4,0}	1885,33	[373,78*0,42+373,78*(1-0,42)]/1+11,84%	500/3	500*11,84%	562,46

## Figura D.3

4º Passo:

	$P_{t,j}^A = \min(H_{t,j} + K_{t,j} + I_{t,j}, A_{t,j})$	$P_{t,j}^B$	$C_{t,j}$
	$A_{t,j}$	$H_{t,j}$	$K_{t,j}$
{3,3}	14117,03	[562,46*0,42+562,46*(1-0,42)] / 1+11,84% 0	500*11,84% 555,92 {[1365,77*0,42+1365,77*(1-0,42)] / 1+11,84% } * (1+11,84%) 12185,34
{3,2}	7710,63	[562,46*0,42+562,46*(1-0,42)] / 1+11,84% 0	500*11,84% 555,92 {[1365,77*0,42+1365,77*(1-0,42)] / 1+11,84% } * (1+11,84%) 5778,94
{3,1}	4211,49	[562,46*0,42+562,46*(1-0,42)] / 1+11,84% 0	500*11,84% 555,92 {[1365,77*0,42+1365,77*(1-0,42)] / 1+11,84% } * (1+11,84%) 2279,80
{3,0}	2300,29	[562,46*0,42+562,46*(1-0,42)] / 1+11,84% 0	500*11,84% 555,92 {[1365,77*0,42+1365,77*(1-0,42)] / 1+11,84% } * (1+11,84%) 368,60

5º Passo:

	$P_{t,j}^A = \min(H_{t,j} + K_{t,j} + I_{t,j}, A_{t,j})$	$P_{t,j}^B$	$C_{t,j}$
	$A_{t,j}$	$H_{t,j}$	$K_{t,j}$
{2,2}	9407,74	[565,92*0,42+565,92*(1-0,42)] / 1+11,84% 0	500*11,84% 559,05 {[1365,77*0,42+1365,77*(1-0,42)] / 1+11,84% } * (1+11,84%) 7472,92
{2,1}	5138,44	[565,92*0,42+565,92*(1-0,42)] / 1+11,84% 0	500*11,84% 559,05 {[1365,77*0,42+1365,77*(1-0,42)] / 1+11,84% } * (1+11,84%) 3203,62
{2,0}	2806,58	[565,92*0,42+565,92*(1-0,42)] / 1+11,84% 0	500*11,84% 559,05 {[1365,77*0,42+1365,77*(1-0,42)] / 1+11,84% } * (1+11,84%) 871,76

6º Passo:

	$P_{t,j}^A = \min(H_{t,j} + K_{t,j} + I_{t,j}, A_{t,j})$	$P_{t,j}^B$	$C_{t,j}$
	$A_{t,j}$	$H_{t,j}$	$K_{t,j}$
{1,1}	6209,41	[569,05*0,42+569,05*(1-0,42)] / 1+11,84% 0	500*11,84% 571,87 {[1365,77*0,42+1365,77*(1-0,42)] / 1+11,84% } * (1+11,84%) 4331,77
{1,0}	3424,31	[569,05*0,42+569,05*(1-0,42)] / 1+11,84% 0	500*11,84% 571,87 {[1365,77*0,42+1365,77*(1-0,42)] / 1+11,84% } * (1+11,84%) 1486,67

7º Passo:

	$P_{t,j}^A = \min(H_{t,j} + K_{t,j} + I_{t,j}, A_{t,j})$	$P_{t,j}^B$	$C_{t,j}$
	$A_{t,j}$	$H_{t,j}$	$K_{t,j}$
{0,0}	4178,00	[571,87*0,42+571,87*(1-0,42)] / 1+11,84% 0	500*11,84% 574,41 {[1365,77*0,42+1365,77*(1-0,42)] / 1+11,84% } * (1+11,84%) 2237,82

6º Passo:  $P_{U^A} = 574,41 * 1.000.000 / 50.000 = \underline{\text{R\$ 11.488,28}}$