



Universidade Federal
do Rio de Janeiro

Escola Politécnica

COMPARAÇÃO DOS EFEITOS LOCAIS DE SEGUNDA ORDEM EM PILARES
ANALISADOS SEGUNDO RECOMENDAÇÕES DAS NORMAS NBR 6118/2007 E
EUROCÓDIGO 2/2010

Leandro Canto Cortázio

Projeto de Graduação apresentado ao curso de Engenharia Civil da Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro Civil.

Orientador:

Sergio Hampshire de Carvalho Santos

Rio de Janeiro
Setembro de 2012

COMPARAÇÃO DOS EFEITOS LOCAIS DE SEGUNDA ORDEM EM PILARES
ANALISADOS SEGUNDO RECOMENDAÇÕES DAS NORMAS NBR 6118/2007 E
EUROCÓDIGO 2/2010

Leandro Canto Cortázio

PROJETO DE GRADUAÇÃO SUBMETIDO AO CORPO DOCENTE DO CURSO
DE ENGENHARIA CIVIL DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO CIVIL.

Examinada por:

Prof. Sergio Hampshire de Carvalho Santos, D. Sc.

Prof.^a Flávia Moll de Souza Judice, D. Sc.

Prof. Henrique Innecco Longo, D. Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

SETEMBRO DE 2012

Cortázio, Leandro Canto

Comparação dos Efeitos Locais de Segunda Ordem Analisados Segundo Recomendações das Normas NBR 6118/2007 e Eurocódigo 2/2010 – Leandro Canto Cortázio – Rio de Janeiro: UFRJ/Escola Politécnica, 2012.

VIII, 42 p.: Il.; 29,7 cm.

Orientador: Sergio Hampshire de Carvalho Santos.

Projeto de Graduação – UFRJ/Escola Politécnica/Curso de Engenharia Civil, 2012.

Referências Bibliográficas: p.43

“Aos meus pais”

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por me iluminar durante esta longa caminhada de estudos e dedicação.

Aos meus pais Nilton e Fátima pelo incentivo, carinho, paciência e preocupação. A conclusão desta etapa da minha vida não seria possível sem a presença deles.

Ao meu irmão Rafael por todo auxílio no início da faculdade.

A minha namorada Luana pelos conselhos, apoio e paciência durante esta fase da minha vida.

A Universidade Federal do Rio de Janeiro pela oportunidade de ampliar meus conhecimentos e crescer profissionalmente.

A todos os professores da Escola Politécnica pela forte contribuição na minha formação acadêmica.

Ao Professor Ronaldo Battista pela orientação e ensinamentos durante o período acadêmico.

Ao Professor Sergio Hampshire pela disponibilidade e orientação na realização deste trabalho de fim de curso.

A todos os colegas e amigos da graduação.

Resumo do Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica/ UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro Civil.

COMPARAÇÃO DOS EFEITOS LOCAIS DE SEGUNDA ORDEM EM PILARES ANALISADOS SEGUNDO RECOMENDAÇÕES DAS NORMAS NBR 6118/2007 E EUROCÓDIGO 2/2010

Leandro Canto Cortázio

Setembro 2012

Orientador: Sergio Hampshire de Carvalho Santos

Curso: Engenharia Civil

Neste trabalho faz-se uma comparação entre os métodos de análise dos efeitos de segunda ordem local recomendados pelas normas NBR 6118/2007 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento e Eurocódigo 2/2010 – Projecto de Estruturas de Betão. É realizado um estudo em relação aos métodos recomendados pela norma brasileira utilizando os métodos do pilar padrão com curvatura aproximada, rigidez aproximada e melhorado (Método do pilar padrão acoplado a diagramas M, N, 1/r). Foram verificados os efeitos da fluência na consideração do método do pilar padrão melhorado. Finalmente os resultados são comparados com o método exato. O Eurocódigo 2/2010 recomenda um método geral, baseado em uma análise não linear de segunda ordem e dois métodos simplificados (método da curvatura aproximada e o da rigidez aproximada) para avaliação dos efeitos de segunda ordem local em pilares.

Palavras chave: Concreto Armado, Pilares, Efeitos de Segunda Ordem.

Abstract of Undergraduate Project presented to POLI/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Engineer.

COMPARISON OF LOCAL SECOND ORDER EFFECTS IN COLUMNS
ANALYZED FOLLOWING THE RECOMMENDATIONS OF STANDARDS
NBR 6118/2007 E EUROCODE 2/2010

Leandro Canto Cortázio

September/2012

Advisor: Sergio Hampshire de Carvalho Santos

Course: Civil Engineering

In this work a comparison is made between the analysis methods for local second order effects recommended by the standards NBR 6118/2007 – Design of concrete structures – Procedure and the Eurocode 2/2010 – Design of concrete structures. A study is performed relating the methods recommended by the Brazilian Standard, of the standard column with approximated curvature, approximated stiffness and improved (standard column method linked to diagrams M, N, $1/r$). The consideration of the creep effects in the improved standard column method have been also analyzed. Finally obtained results have been compared with the ones obtained with the exact method. The Eurocode 2 recommends a general method, based on a second order non linear analysis and two simplified methods (methods of approximated curvature and approximated stiffness) for the evaluation second order effects in columns.

Keywords: Reinforced concrete, columns, second order effects.

SUMÁRIO

| | | |
|------------|--|-----------|
| I | INTRODUÇÃO..... | 1 |
| I.1 | INTRODUÇÃO E MOTIVAÇÃO..... | 1 |
| I.2 | OBJETIVO..... | 1 |
| II | CONCEITOS FUNDAMENTAIS SEGUNDO A NBR 6118/2007..... | 2 |
| II.1 | EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM E INSTABILIDADE..... | 2 |
| II.2 | NÃO LINEARIDADE FÍSICA..... | 4 |
| II.3 | NÃO LINEARIDADE GEOMÉTRICA..... | 5 |
| II.4 | CARACTERÍSTICAS DO CONCRETO..... | 5 |
| II.5 | CARACTERÍSTICAS DO AÇO..... | 6 |
| III | CRITÉRIOS DE PROJETO SEGUNDO NBR 6118/2007..... | 6 |
| III.1 | DIMENSÕES MÍNIMAS..... | 6 |
| III.2 | ÍNDICE DE ESBELTEZ..... | 6 |
| III.3 | IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS..... | 8 |
| III.3.1 | Imperfeições Globais..... | 8 |
| III.3.2 | Imperfeições Locais..... | 8 |
| III.4 | ARMADURAS..... | 9 |
| III.5 | DISPENSA DA ANÁLISE LOCAL DE SEGUNDA ORDEM..... | 10 |
| III.6 | DETERMINAÇÃO DOS EFEITOS LOCAIS DE SEGUNDA ORDEM..... | 11 |
| III.6.1 | Método Geral..... | 11 |
| III.6.2 | Método do Pilar Padrão com Curvatura Aproximada..... | 11 |
| III.6.3 | Método do Pilar Padrão com Rigidez Aproximada..... | 12 |
| III.6.4 | Método do Pilar Padrão Acoplado a Diagramas M, N, 1/r..... | 13 |
| III.6.5 | Consideração da Fluência..... | 14 |
| III.6.6 | Método Exato do Momento de Segunda Ordem..... | 14 |
| IV | CRITÉRIOS DE PROJETO SEGUNDO O EUROCÓDIGO 2/2010..... | 16 |
| IV.1 | CRITÉRIOS DE ESBELTEZA PARA ELEMENTOS ISOLADOS..... | 16 |
| IV.2 | ESBELTEZA E COMPRIMENTO EFETIVO DOS ELEMENTOS ISOLADOS..... | 16 |
| IV.3 | EFEITOS GLOBAIS DE SEGUNDA ORDEM..... | 17 |
| IV.4 | CONSIDERAÇÃO DA FLUÊNCIA..... | 17 |
| IV.5 | MÉTODOS DE ANÁLISE..... | 18 |
| IV.5.1 | Método Baseado em uma Rigidez Nominal..... | 18 |
| IV.5.2 | Método Baseado em uma Curvatura Nominal..... | 20 |

| | | |
|-------------|--|-----------|
| V | ANÁLISE DO EXEMPLO..... | 23 |
| V.1 | ABORDAGEM SEGUNDO A NBR 6118/ 2007..... | 24 |
| V.1.1 | Parâmetro de Instabilidade Global e o Critério do Coeficiente γ_z | 24 |
| V.1.2 | Determinação do Índice de Esbeltez do Pilar P1..... | 25 |
| V.1.3 | Método da Curvatura Aproximada..... | 26 |
| V.1.4 | Método da Rigidez Aproximada..... | 26 |
| V.1.5 | Dimensionamento..... | 27 |
| V.1.6 | Método Melhorado sem Consideração dos Efeitos da Fluência..... | 28 |
| V.1.7 | Método Melhorado Considerando os Efeitos da Fluência..... | 29 |
| V.1.8 | Efeitos da Fluência de Acordo com a NBR 6118/2007..... | 31 |
| V.1.9 | Consideração pelo Método Exato..... | 31 |
| V.2 | ABORDAGEM DO EUROCÓDIGO 2/2010 SEM EFEITOS DA FLUÊNCIA..... | 32 |
| V.2.1 | Critério da Esbeltez Limite..... | 32 |
| V.2.2 | Efeitos Globais de Segunda Ordem..... | 32 |
| V.2.3 | Momentos de Primeira Ordem..... | 33 |
| V.2.4 | Método Baseado na Rigidez Nominal..... | 33 |
| V.2.5 | Método Baseado na Curvatura Nominal..... | 35 |
| V.3 | ABORDAGEM DO EUROCÓDIGO 2/2010 COM EFEITOS DA FLUÊNCIA..... | 36 |
| V.3.1 | Critério da Esbeltez Limite..... | 36 |
| V.3.2 | Efeitos Globais de Segunda Ordem..... | 36 |
| V.3.3 | Método Baseado na Rigidez Nominal..... | 36 |
| V.3.4 | Método Baseado na Curvatura Nominal..... | 38 |
| VI | ANÁLISE DOS RESULTADOS..... | 40 |
| VII | CONCLUSÃO..... | 42 |
| VIII | BIBLIOGRAFIA..... | 43 |

I INTRODUÇÃO

I.1 INTRODUÇÃO E MOTIVAÇÃO

A área de tecnologia dos materiais experimenta grandes avanços nos últimos anos. As alterações nas propriedades relativas ao aumento da resistência do aço e do concreto permitem a utilização de pilares mais esbeltos, que se tornam corriqueiros no dia a dia do engenheiro estrutural.

Com a utilização de pilares esbeltos, o fenômeno da instabilidade fica mais acentuado, a capacidade resistente fica reduzida e a possibilidade de ruína do elemento estrutural torna-se mais real.

De acordo com a NBR 6118/2007, os efeitos de segunda ordem podem ser calculados por métodos aproximados ou pelo método geral, ambos condicionados pelo índice de esbeltez do pilar. O Eurocódigo 2/2010 utiliza o método geral e dois métodos simplificados.

Como motivação para este trabalho tem-se a apresentação da metodologia de dimensionamento de pilares recomendada pelas duas normas e uma comparação entre os métodos de cálculo apresentados, dando a oportunidade para questionamentos sobre os métodos de análise dos efeitos de segunda ordem.

I.2 OBJETIVO

Através de um edifício exemplo, são feitas a análise e o dimensionamento de um pilar submetido à flexão composta de acordo com as prescrições das normas NBR 6118/2007 e Eurocódigo 2/2010, comparando-se os métodos de análise dos efeitos de segunda ordem e verificando-se as diferenças entre os métodos e particularidades sobre os métodos simplificados.

II CONCEITOS FUNDAMENTAIS SEGUNDO A NBR 6118/2007

II.1 EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM E INSTABILIDADE

Segundo o item 15.2 da NBR6118/2007, os efeitos de segunda ordem (quando a análise do equilíbrio é considerada na configuração deformada) podem ser somados aos efeitos de primeira ordem (quando o equilíbrio da estrutura é avaliado na condição geométrica inicial). Os efeitos de segunda ordem, em cuja determinação deve ser considerado o comportamento não linear dos materiais, podem ser desprezados sempre que não apresentem acréscimo superior a 10% nas solicitações relevantes da estrutura.

O estado limite último de instabilidade é atingido quando, ao crescer a intensidade do carregamento juntamente com as deformações em elementos submetidos à flexo-compressão, o aumento da capacidade resistente passa a ser inferior ao aumento da solicitação.

Existem nas estruturas de concreto três tipos de instabilidade:

- a) nas estruturas sem imperfeições geométricas iniciais, pode haver (para casos especiais de carregamento) perda de estabilidade por bifurcação do equilíbrio (flambagem);
- b) em situações particulares (estruturas abatidas), pode haver perda de estabilidade sem bifurcação do equilíbrio por passagem brusca de uma configuração para outra reversa da anterior (ponto limite com reversão);
- c) em estruturas de material de comportamento não-linear, com imperfeições geométricas iniciais, não há perda de estabilidade por bifurcação do equilíbrio, podendo, no entanto, haver perda de estabilidade quando, ao crescer a intensidade do carregamento, o aumento da capacidade resistente da estrutura passar a ser menor do que o aumento da solicitação (ponto limite sem reversão).

No item 15.4.2 da NBR 6118/2007, para efeito de cálculo, as estruturas são consideradas como de nós fixos, quando os deslocamentos horizontais dos nós são pequenos e, por decorrência, os efeitos globais de segunda ordem são desprezíveis (inferiores a 10% dos respectivos esforços de primeira ordem). Nessas estruturas, basta considerar os efeitos locais e localizados de segunda ordem. As estruturas de nós móveis são aquelas onde os deslocamentos horizontais não são pequenos e, em

decorrência, os efeitos globais de segunda ordem são importantes (superiores a 10% dos respectivos esforços de primeira ordem). Nessas estruturas devem ser considerados tanto os esforços de segunda ordem globais como os locais e localizados. Todavia, há estruturas em que os deslocamentos horizontais são grandes e que, não obstante, dispensam a consideração dos efeitos de segunda ordem por serem pequenas as forças normais e, portanto, pequenos os acréscimos dos deslocamentos produzidos por elas; isso pode acontecer, por exemplo, em postes e em certos pilares de galpões industriais.

No item 15.5 da NBR 6118/2007 apresentam-se dois processos aproximados para dispensa dos efeitos de segunda ordem global de uma estrutura, sendo eles o do parâmetro de instabilidade α e do critério do coeficiente γ_z .

- Critério do parâmetro de instabilidade α

Uma estrutura reticulada simétrica é considerada como de nós fixos (podendo dispensar os efeitos globais de segunda ordem) se seu parâmetro de instabilidade α for menor que o valor α_1 .

$$\alpha = H_{tot} \sqrt{\frac{\sum N_k}{\sum (E_{cs} \cdot I_c)}} \quad (\text{II.1.1})$$

onde:

$$\alpha_1 = 0,2 + 0,1n \quad \text{se: } n \leq 3$$

$$\alpha_1 = 0,6 \quad \text{se: } n \geq 4$$

n é o número de andares;

H_{tot} é a altura total da estrutura;

$\sum N_k$ é a somatória das cargas verticais atuantes na estrutura, com seu valor característico;

$\sum (E_{cs} \cdot I_c)$ é a somatória dos valores de rigidez de todos os pilares na direção considerada.

- Critério do coeficiente γ_z

Este é um procedimento válido para estruturas de, no mínimo, quatro andares, podendo ser desenvolvido a partir dos resultados de uma análise de primeira ordem.

O valor do parâmetro γ_z é dado pela seguinte expressão:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{I,tot,d}}} \quad (\text{II.1.2})$$

onde:

$\Delta M_{tot,d}$ é a soma dos momentos de todas as forças horizontais da combinação considerada, com seus valores de cálculo;

$M_{I,tot,d}$ é o valor de cálculo do momento de tombamento.

Considera-se que a estrutura é de nós fixos se $\gamma_z \leq 1,10$.

II.2 NÃO LINEARIDADE FÍSICA

Segundo o item 15.7.3 da NBR 6118/2007, a não linearidade física pode ser considerada de maneira aproximada para a análise dos esforços globais de segunda ordem em estruturas reticuladas com mínimo de quatro andares, considerando os seguintes valores para a rigidez dos elementos estruturais:

$$\text{Lajes} \quad (EI)_{sec} = 0,3 E_{ci} I_C \quad (\text{II.2.1})$$

$$\text{Vigas} \quad (EI)_{sec} = 0,4 E_{ci} I_C \text{ para } A_s' \neq A_s \quad (\text{II.2.2})$$

$$(EI)_{sec} = 0,5 E_{ci} I_C \text{ para } A_s' = A_s \quad (\text{II.2.3})$$

$$\text{Pilares} \quad (EI)_{sec} = 0,8 E_{ci} I_C \quad (\text{II.2.4})$$

onde:

I_C é o momento de inércia da seção bruta de concreto incluindo, quando for o caso, as mesas colaborantes;

$(EI)_{sec}$ é a rigidez secante;

E_{ci} é o módulo de elasticidade tangente inicial do concreto.

Quando a estrutura de contraventamento for composta exclusivamente por vigas e pilares e $\gamma_z < 1,3$, a rigidez das vigas e dos pilares pode ser calculada por:

$$(EI)_{sec} = 0,7 E_{ci} I_C \quad (\text{II.2.5})$$

De acordo com a NBR 6118/2007, este módulo de elasticidade tangente inicial pode ser tomado como igual a:

$$E_{ci} = 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (\text{MPa}) \quad (\text{II.2.6})$$

A norma NBR 6118/2007 estabelece que os valores de rigidez assim calculados são aproximados e não podem ser usados para avaliar esforços locais de segunda ordem, mesmo com uma discretização maior da modelagem.

II.3 NÃO LINEARIDADE GEOMÉTRICA

A consideração da não linearidade geométrica da estrutura leva em conta a condição de equilíbrio da estrutura em sua condição deformada.

Um método aproximado que pode ser empregado na avaliação dos efeitos globais de segunda ordem é o método “P-Delta”. O objetivo do método é determinar forças horizontais fictícias que gerem momentos equivalentes aos momentos de segunda ordem. Estas forças equivalentes são calculadas até que a posição final de equilíbrio seja obtida. Neste método, a análise não linear é substituída por uma série de análises lineares, sendo que em cada etapa as características de rigidez são consideradas como constantes. Em cada etapa, os resultados da etapa anterior são alterados e o processo só termina quando houver uma convergência, ou seja, quando os parâmetros se mantiverem praticamente os mesmos em duas etapas consecutivas [3].

II.4 CARACTERÍSTICAS DO CONCRETO

A resistência característica do concreto à compressão é determinada a partir dos resultados de ensaios em corpos de prova cilíndricos, moldados de acordo com NBR 5738, realizados de acordo com a NBR 5739. O diagrama tensão-deformação (figura 1) deve ser usado nas análises do estado limite último, para o concreto à compressão, de acordo com o item 8.2.10.1 de NBR 6118/2007.

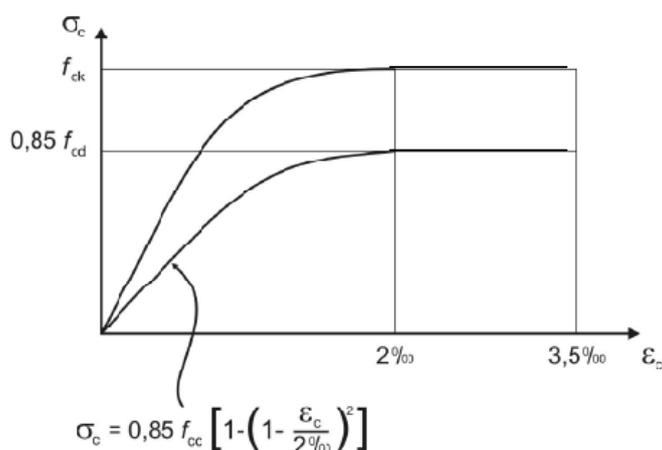


Figura 1 – Diagrama tensão-deformação do concreto.

II.5 CARACTERÍSTICAS DO AÇO

No item 8.3.6 da NBR 6118/2007 define-se, para o cálculo nos estados limites últimos, o diagrama tensão-deformação idealizado reproduzido na figura 2. O patamar de escoamento é bem definido e sem acréscimo de tensões após a deformação de escoamento.

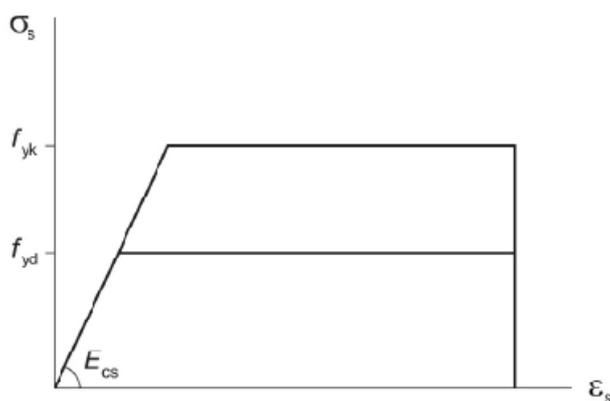


Figura 2 – Diagrama tensão-deformação do aço.

III CRITÉRIOS DE PROJETO SEGUNDO NBR 6118/2007

III.1 DIMENSÕES MÍNIMAS

No item 13.2.3 da Norma está definida a espessura mínima de 19 cm para os pilares. Em casos especiais permite-se a consideração de espessuras de 19 cm a 12 cm, desde que se multipliquem as ações por um coeficiente adicional γ_n (ver tabela 1).

Tabela 1 – Coeficientes de majoração em função da menor dimensão do pilar.

| b (cm) | ≥ 19 | 18 | 17 | 16 | 15 | 14 | 13 | 12 |
|------------|-----------|------|-----|------|-----|------|-----|------|
| γ_n | 1 | 1,05 | 1,1 | 1,15 | 1,2 | 1,25 | 1,3 | 1,35 |

onde:

$$\gamma_n = 1,95 - 0,05 b \quad (\text{III.1.1})$$

b é a menor dimensão da seção transversal do pilar.

O coeficiente γ_n deve majorar os esforços finais de cálculo nos pilares.

III.2 ÍNDICE DE ESBELTEZ

Os trechos de pilares são considerados birrotulados (figura 3) de acordo com a NBR 6118/2007.

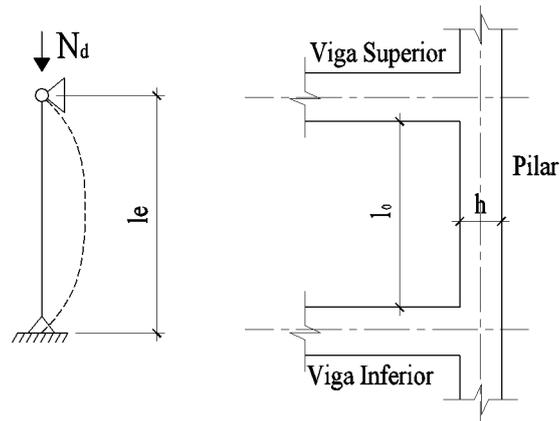


Figura 3 – Modelo de pilar birrotulado

De acordo com o item 15.6 da NBR 6118/2007, o comprimento equivalente l_e é o menor entre os dois valores:

$$l_e = l_0 + h_{pilar} \quad (\text{III.2.1})$$

$$l_e = l \quad (\text{III.2.2})$$

onde:

l_0 é distância entre as faces internas dos elementos estruturais;

h_{pilar} é a dimensão do pilar medida na direção de análise;

l é a distância entre os eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado.

A expressão do cálculo do índice de esbeltez está definida no item 15.8.2 da NBR 6118/2007:

$$\lambda = \frac{l_e}{i} \quad (\text{III.2.3})$$

onde i é o raio de giração da seção geométrica de acordo com a expressão abaixo:

$$i = \sqrt{\frac{I_c}{A_c}} \quad (\text{III.2.4})$$

onde:

I_c é o momento de inércia da seção de concreto;

A_c é a área da seção transversal de concreto.

III.3 IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS

De acordo com o item 11.3.3.4 da Norma, as imperfeições geométricas podem ser divididas em imperfeições globais e locais.

III.3.1 Imperfeições Globais

Deve-se considerar o desaprumo dos elementos verticais conforme a figura 4.

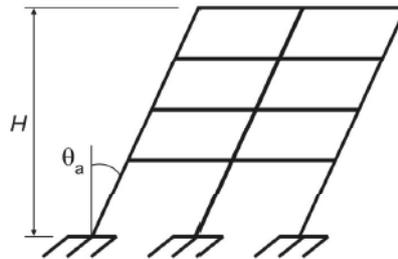


Figura 4 – Imperfeições geométricas globais.

onde:

$$\theta_1 = \frac{1}{100\sqrt{H}} \quad (\text{III.3.1.1})$$

$$\theta_a = \theta_1 \sqrt{\frac{1 + 1/n}{2}} \quad (\text{III.3.1.2})$$

onde:

H é a altura total da edificação, em metros.

$\theta_{1min} = 1/400$ para estruturas de nós fixos;

$\theta_{1min} = 1/300$ para estruturas de nós móveis e imperfeições locais;

$\theta_{1máx} = 1/200$;

n é o número de prumadas de pilares.

III.3.2 Imperfeições Locais

Deve ser considerado no projeto o efeito de desaprumo ou falta de retilinearidade do pilar.

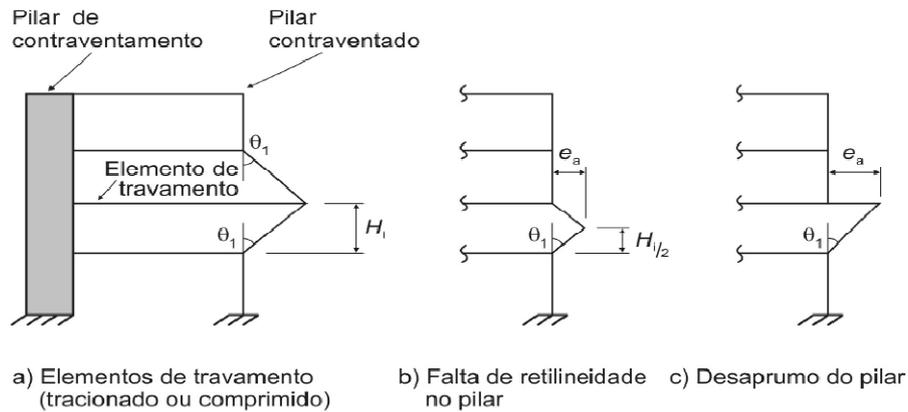


Figura 5 – Imperfeições geométricas locais.

Os efeitos das imperfeições locais nos pilares podem ser substituídos em estruturas reticulares pela consideração do momento mínimo de primeira ordem:

$$M_{1d,min} = N_d (0,015 + 0,03 \cdot h) \quad (\text{III.3.2.1})$$

A excentricidade acidental é então:

$$e_a = (0,015 + 0,03 \cdot h) \quad (\text{III.3.2.2})$$

onde:

h é a altura total da seção transversal na direção considerada em metros.

III.4 ARMADURAS

O item 17.3.5.3 relaciona requisitos básicos para o detalhamento das armaduras longitudinais. Devem ser atendidas as condições seguintes.

- Armadura Mínima

$$A_{s,min} = 0,15 \frac{N_d}{f_{yd}} \geq 0,004 A_c \quad (\text{III.4.1})$$

onde:

N_d é o valor da força normal de cálculo;

f_{yd} é a tensão de escoamento do aço;

A_c é a área da seção transversal do pilar.

- Armadura Máxima

A armadura máxima possível deve ser de 8% da seção real, considerando inclusive a sobreposição das armaduras existentes em regiões de emenda por traspasse.

$$A_{s,máx} = 0,08A_c \quad (\text{III.4.2})$$

III.5 DISPENSA DA ANÁLISE LOCAL DE SEGUNDA ORDEM

De acordo com o item 15.8.2, os esforços locais de segunda ordem podem ser desprezados quando o índice de esbeltez for menor que o valor limite λ_1 . Este valor depende de diversos fatores, sendo os mais importantes:

- A excentricidade relativa de primeira ordem e_1/h ;
- A vinculação dos extremos da coluna isolada;
- A forma do diagrama de momentos de primeira ordem.

O valor λ_1 pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 e_1/h}{\alpha_b} \quad (\text{III.5.1})$$

onde:

$$35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

O valor de α_b deve ser obtido conforme estabelecido a seguir:

- Para pilares biapoiados sem cargas transversais:

$$\alpha_b = 0,6 + 0,4 \frac{M_B}{M_A} \geq 0,4 \quad (\text{III.5.2})$$

onde:

$$0,4 \leq \alpha_b \leq 1,0$$

M_A e M_B são os momentos de primeira ordem nos extremos do pilar. Deve ser adotado para M_A o maior valor absoluto ao longo do pilar biapoiado e para M_B o sinal positivo, se tracionar a mesma face que M_A , e negativo em caso contrário.

- Para pilares biapoiados com cargas transversais significativas ao longo da altura

$$\alpha_b = 1,0$$

- Para pilares em balanço

$$\alpha_b = 0,8 + 0,2 \frac{M_c}{M_A} \geq 0,85$$

(III.5.3)

sendo:

$$0,85 \leq \alpha_b \leq 1,0$$

onde M_A é o momento de primeira ordem no engaste e M_C é o momento de primeira ordem no meio do pilar em balanço.

- Para pilares biapoiados ou em balanço com momentos menores que o momento mínimo:

$$\alpha_b = 1,0$$

III.6 DETERMINAÇÃO DOS EFEITOS LOCAIS DE SEGUNDA ORDEM

De acordo com o item 15.8.3, o cálculo pode ser feito pelo método geral ou por métodos aproximados.

III.6.1 Método Geral

Consiste em uma análise não-linear de segunda ordem efetuada com discretização adequada da barra, consideração da relação momento x curvatura real em cada seção, e consideração da não-linearidade geométrica de maneira não aproximada.

O método geral é obrigatório para $\lambda > 140$.

III.6.2 Método do Pilar Padrão com Curvatura Aproximada

No método do pilar padrão, a linha deformada é representada de forma aproximada por uma senóide:

$$y(x) = y_{max} \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi \cdot x}{l_e}\right)$$

(III.6.2.1)

O método pode ser empregado apenas no cálculo de pilares com $\lambda \leq 90$, seção constante e armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo.

O momento total máximo no pilar pode ser avaliado pela expressão:

$$M_{d,tot} = \alpha_b M_{1d,A} + N_d \frac{l_e^2}{10} \frac{1}{r} \geq M_{1d,A} \quad (\text{III.6.2.2})$$

sendo $1/r$ a curvatura na seção crítica, que pode ser avaliada pela expressão aproximada.

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h} \quad (\text{III.6.2.3})$$

onde:

$$v = \frac{N_{sd}}{(A_c f_{cd})} \quad (\text{III.6.2.4})$$

$$M_{1d,A} \geq M_{1d,min}$$

h é a altura da seção na direção considerada;

v é a força normal adimensional;

$M_{1d,min}$ é o momento mínimo.

III.6.3 Método do Pilar Padrão com Rigidez Aproximada

Pode ser empregado apenas no cálculo de pilares com $\lambda \leq 90$, seção constante e armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo.

A rigidez secante $(EI)_{sec}$ é definida, para uma determinada força normal, como a relação entre momento e curvatura na seção considerada:

$$(EI)_{sec} = \frac{M_{RD}}{1/r} \quad (\text{III.6.3.1})$$

O momento total máximo no pilar, incluindo os efeitos de segunda ordem pode ser calculado a partir da majoração dada abaixo do momento de primeira ordem.

$$M_{d,tot} = \frac{\alpha_b M_{1d,A}}{1 - \frac{\lambda^2}{120 k/v}} \geq \begin{cases} M_{1d,A} \\ M_{1d,min} \end{cases} \quad (\text{III.6.3.2})$$

O valor da constante adimensional k é dado pela expressão:

$$k = 32 \left(1 + 5 \frac{M_{d,tot}}{h \cdot N_d} \right) \nu \quad (\text{III.6.3.3})$$

Para evitar o cálculo iterativo citado pela NBR 6118/2007, pode-se obter o momento total de cálculo como a maior raiz positiva da equação do segundo grau [4]:

$$A(M_{d,tot})^2 + B(M_{d,tot}) + C = 0 \quad (\text{III.6.3.4})$$

onde:

$$A = 5h$$

$$B = h^2 |N_d| - \frac{|N_d| l_e^2}{320} - 5h \alpha_b M_{1d}$$

$$C = -|N_d| h^2 \alpha_b M_{1d}$$

III.6.4 Método do Pilar Padrão Acoplado a Diagramas M, N, 1/r

A determinação dos esforços locais de segunda ordem em pilares com $90 \leq \lambda \leq 140$ pode ser feita pelo método do pilar-padrão melhorado, utilizando-se para a curvatura da seção crítica os valores obtidos de diagramas M , N , $1/r$ específicos para o caso.

Será aqui utilizado o programa M-K-UFRJ, desenvolvido pelo Eng^o Fábio Orsini [5]. O programa se baseia nos diagramas tensão-deformação do concreto e do aço definidos na NBR 6118/2007 (figura 6), utiliza as resistências de cálculo destes materiais, as armaduras e as dimensões da seção transversal para determinar a relação momento-curvatura para uma seção submetida à flexo-compressão.

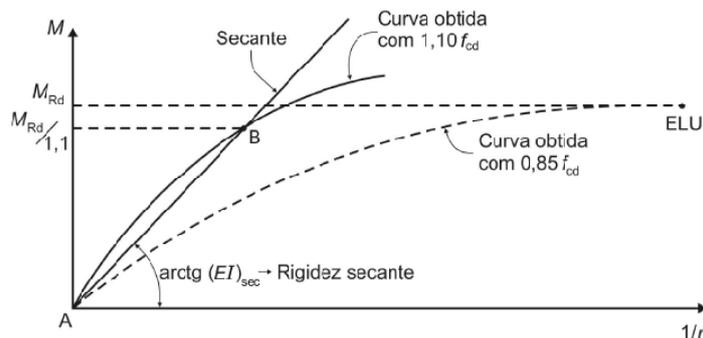


Figura 6 – Relação momento-curvatura

A curva tracejada, obtida com os valores de cálculo usuais das resistências do concreto e do aço, é utilizada para definir o momento fletor resistente M_{Rd} em função de N_{Sd} . A curva cheia é obtida substituindo-se a resistência do concreto $0,85 f_{cd}$ por $1,1 f_{cd}$, e para a força normal de cálculo igual a $N_{Sd}/1,1$. A rigidez secante é obtida na segunda curva para o momento de cálculo igual a $M_{Rd}/1,1$. A curva cheia AB é, a favor da segurança, linearizada pela reta AB.

A rigidez secante adimensional κ e o momento total no pilar são tomados conforme item III.6.3.

Se $\lambda > 90$, é obrigatória a consideração dos efeitos da fluência.

III.6.5 Consideração da Fluência

A consideração da fluência (segundo o item 15.8.4 da NBR 6118/2007) pode ser feita de forma aproximada, através de uma excentricidade adicional. Esta consideração é obrigatória para pilares com índice de esbeltez $\lambda > 90$. A excentricidade adicional e_{cc} é definida como:

$$e_{cc} = \left(\frac{M_{sg}}{N_{sg}} + e_a \right) \left(2,718^{\frac{\varphi N_{sg}}{N_e - N_{sg}}} - 1 \right) \quad (\text{III.6.5.1})$$

onde:

$$N_e = \frac{10E_{ci}I_c}{l_e^2} \quad (\text{III.6.5.2})$$

e_a é excentricidade devida a imperfeições locais;

M_{sg} e N_{sg} são os esforços solicitantes devidos à combinação quase permanente;

φ é o coeficiente de fluência.

III.6.6 Método Exato do Momento de Segunda Ordem

Consiste na aproximação da deformada do pilar, por uma função do segundo grau (figura 7) em dois trechos consecutivos de discretização (com a função passando nos três pontos que formam estes dois trechos), o que permite obter uma expressão aproximada para a curvatura.

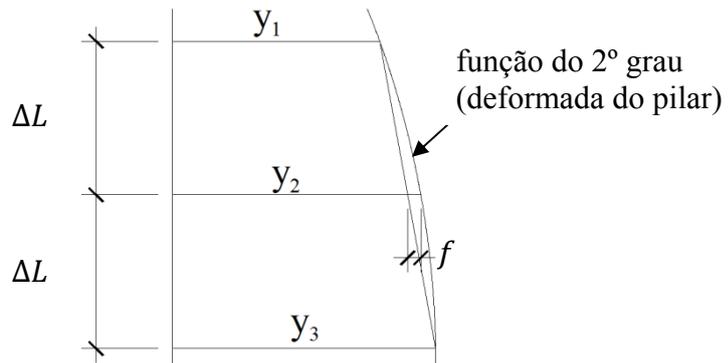


Figura 7 – Discretização do pilar em comprimentos ΔL .

$$\frac{1}{r} = 2 \frac{f}{\Delta L^2}$$

(III.6.6.1)

onde:

ΔL é o comprimento dos trechos em que o pilar está discretizado;

f é a distância, no ponto comum aos dois trechos, entre a curva de segundo grau e a reta que liga os dois pontos extremos dos trechos em questão.

Através de um procedimento iterativo de compatibilização entre deformadas e curvaturas, obtêm-se os momentos fletores de segunda ordem.

IV CRITÉRIOS DE PROJETO SEGUNDO O EUROCÓDIGO 2/2010

No item 5.8 desta Norma são apresentados critérios simplificados para avaliação de efeitos de segunda ordem.

IV.1 CRITÉRIOS DE ESBELTEZA PARA ELEMENTOS ISOLADOS

Os efeitos de segunda ordem poderão ser ignorados até um limite de esbelteza λ_{lim} :

$$\lambda_{lim} = \frac{20ABC}{\sqrt{n}} \quad (IV.1.1)$$

onde:

$$A = \frac{1}{1+0,2\varphi_{ef}} \quad \text{se } \varphi_{ef} \text{ não é conhecido, pode-se utilizar } A=0,7;$$

$$B = \sqrt{1 + 2\omega} \quad \text{se } \omega \text{ não é conhecido, pode-se utilizar } B=1,1;$$

$$C = 1,7 - r_m \quad \text{se } r_m \text{ não é conhecido, pode-se utilizar } C=0,7;$$

φ_{ef} é o coeficiente de fluência efetivo;

$$\omega = \frac{A_s f_{yd}}{A_c f_{cd}} \quad \text{é a taxa mecânica de amadura};$$

A_s é a área total da seção das armaduras longitudinais;

$$n = \frac{N_{ED}}{A_c f_{cd}} \quad \text{é o esforço normal reduzido};$$

$$r_m = \frac{M_{01}}{M_{02}} \quad \text{é a razão entre momentos de primeira ordem nos extremos do pilar.}$$

IV.2 ESBELTEZA E COMPRIMENTO EFETIVO DOS ELEMENTOS ISOLADOS

O coeficiente de esbelteza é dado por:

$$\lambda = \frac{l_0}{i} \quad (IV.2.1)$$

onde:

l_0 é o comprimento efetivo (figura 8);

i é o raio de giração da seção não fissurada.

Aqui se considera o comprimento efetivo para pilares birrotulados. O Eurocode permite reduções neste comprimento em função da rigidez relativa entre o pilar e as vigas que o restringem.

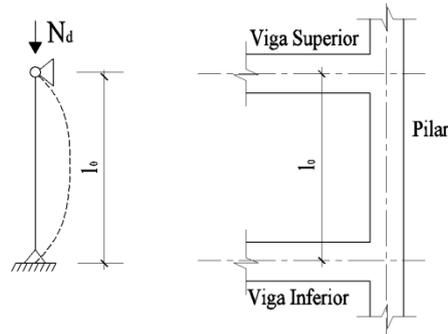


Figura 8 – Comprimento efetivo para pilar birrotulado.

IV.3 EFEITOS GLOBAIS DE SEGUNDA ORDEM

Os efeitos de segunda ordem podem ser desprezados se representarem menos de 10% dos efeitos de primeira ordem correspondentes.

Os efeitos globais de segunda ordem podem ser desprezados se:

$$F_{V,ED} \leq K_1 \frac{n_s}{n_s + 1,6} \frac{\Sigma E_{cd} I_c}{L^2} \quad (\text{IV.3.1})$$

onde:

$F_{V,ED}$ carga vertical total (nos elementos contraventados e nos contraventamentos);

n_s número de pisos;

L altura total do edifício acima do nível de engastamento;

E_{cd} valor de cálculo do módulo de elasticidade do concreto;

I_c momento de inércia dos elementos de contraventamento;

K_1 coeficiente com um valor recomendado de 0,31.

IV.4 CONSIDERAÇÃO DA FLUÊNCIA

O efeito deve ser levado em conta em uma análise de segunda ordem, considerando, devidamente, tanto as condições gerais relativas à fluência como a duração da aplicação das diferentes ações na combinação de ações.

A duração do carregamento poderá ser considerada de uma forma simplificada através de um coeficiente de fluência efetivo, φ_{ef} , o qual, utilizado em conjunto com a

ação de cálculo, produz uma deformação por fluência (curvatura) correspondente à ação quase permanente.

$$\varphi_{ef} = \varphi_{(\infty, t_0)} \frac{M_{0Eqp}}{M_{0Ed}} \quad (\text{IV.4.1})$$

onde:

$\varphi_{(\infty, t_0)}$ é o valor final do coeficiente de fluência;

M_{0Eqp} momento fletor de primeira ordem na combinação quase permanente;

M_{0Ed} momento fletor de primeira ordem na combinação de ações de cálculo.

O efeito de fluência poderá ser ignorado, ou seja, poderá se admitir $\varphi_{ef} = 0$, se forem satisfeitas as seguintes condições:

$$- \varphi_{(\infty, t_0)} \leq 2$$

$$- \lambda \leq 75$$

$$- \frac{M_{0Eqp}}{N_{0Ed}} \geq h$$

onde h é a altura da seção transversal na direção correspondente.

IV.5 MÉTODOS DE ANÁLISE

Os métodos de análise incluem um método geral e dois métodos simplificados, um deles baseado em uma rigidez nominal e outro baseado em uma curvatura nominal. Estes dois últimos serão apresentados.

IV.5.1 Método Baseado em uma Rigidez Nominal

A expressão a seguir é utilizada para a verificação de elementos esbeltos comprimidos de seção transversal qualquer:

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s \quad (\text{IV.5.1.1})$$

onde:

E_{cd} é o valor de cálculo do módulo de elasticidade do concreto;

I_c é o momento de inércia da seção transversal do concreto;

E_s é o valor de cálculo do módulo de elasticidade do aço das armaduras;

I_s é o momento de inércia das armaduras, em relação ao centro da seção;
 K_c é o coeficiente que leva em consideração os efeitos da fissuração e fluência;
 K_s é o coeficiente que leva em conta a distribuição das armaduras.

Se a taxa de armadura (ρ) for maior ou igual a 0,002 são recomendados os seguintes valores.

$$K_s = 1 \quad (IV.5.1.2)$$

$$K_c = \frac{K_1 K_2}{1 + \varphi_{ef}} \quad (IV.5.1.3)$$

Os coeficientes K_1 e K_2 são definidos da seguinte forma:

$$K_1 = \sqrt{f_{ck}/20} \quad (MPa) \quad (IV.5.1.4)$$

$$K_2 = n \frac{\lambda}{170} \leq 0,20 \quad (IV.5.1.5)$$

onde:

$$n = \frac{N_{Ed}}{A_c f_{cd}}$$

N_{Ed} é o esforço normal de cálculo;

A_c é a área da seção de concreto;

f_{cd} é a resistência de cálculo do concreto.

O momento fletor de cálculo total é expresso por:

$$M_{Ed} = M_{oEd} \left[1 + \frac{\beta}{\left(N_B / N_{Ed} \right) - 1} \right] \quad (IV.5.1.6)$$

onde:

M_{Ed} é o momento total de cálculo;

M_{oEd} é o momento de primeira ordem;

β é o coeficiente que depende da distribuição de momentos de primeira e segunda ordem;

$N_B = \frac{\pi^2}{l_0^2} EI$ é a carga de flambagem baseada na rigidez nominal.

(IV.5.1.7)

Considerando que o momento de segunda ordem possui uma distribuição senoidal:

$$\beta = \frac{\pi^2}{C_0}$$

(IV.5.1.8)

C_0 depende da distribuição dos momentos de primeira ordem. Para um momento de primeira ordem constante, $C_0 = 8$; para uma distribuição triangular simétrica, $C_0 = 12$.

Um método simplificado pode ser utilizado desde que $\rho \geq 0,01$. Pode-se tomar os seguintes valores:

$$K_s = 0$$

(IV.5.1.9)

$$K_c = \frac{0,3}{1 + 0,5\varphi_{ef}}$$

(IV.5.1.10)

IV.5.2 Método Baseado em uma Curvatura Nominal

O momento de cálculo pode ser escrito como:

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2$$

(IV.5.2.1)

onde:

M_{0Ed} momento de primeira ordem, incluindo o efeito de imperfeições;

M_2 momento nominal de segunda ordem.

$$M_{0Ed} = M_{0E} + M_i$$

(IV.5.2.2)

$$M_{0E} = 0,6M_{02} + 0,4M_{01} \geq 0,4M_{02} \quad (\text{IV.5.2.3})$$

onde:

M_{0E} momento fletor equivalente de primeira ordem;
 M_{02} e M_{01} momentos fletores atuantes nos extremos do pilar;
 M_i momento fletor devido às imperfeições.

$$M_2 = N_{Ed}e_2 \quad (\text{IV.5.2.4})$$

onde:

N_{Ed} é o esforço normal de cálculo;
 e_2 é o deslocamento:

$$e_2 = \left(\frac{1}{r}\right) \frac{l_0^2}{c} \quad (\text{IV.5.2.5})$$

onde:

l_0 é o comprimento efetivo;
 c é um coeficiente que depende da distribuição da curvatura, podendo ser tomado igual a 10;
 $1/r$ é a curvatura;

$$\left(\frac{1}{r}\right) = K_r K_\varphi \left(\frac{1}{r_0}\right) \quad (\text{IV.5.2.6})$$

$$\frac{1}{r_0} = \frac{\varepsilon_{yd}}{0,45d} \quad (\text{IV.5.2.7})$$

onde:

$\varepsilon_{yd} = f_{yd}/E_s$
 E_s módulo de elasticidade do aço;
 f_{yd} resistência de cálculo do aço;
 d é a altura útil.

K_r é um coeficiente de correção que depende do esforço normal:

$$K_r = (n_u - n)/(n_u - n_{bal}) \leq 1 \quad (\text{IV.5.2.8})$$

onde:

n é o esforço normal reduzido;

$$n_u = 1 + \omega$$

ω é a taxa mecânica de armaduras;

$$n_{bal} = 0,4;$$

K_φ é o coeficiente que leva em conta a fluência:

$$K_\varphi = 1 + \beta \varphi_{ef} \geq 1 \quad (\text{IV.5.2.9})$$

onde:

φ_{ef} é o coeficiente efetivo de fluência;

$$\beta = 0,35 + \frac{f_{ck}}{200} - \frac{\lambda}{150} \quad (\text{IV.5.2.10})$$

V ANÁLISE DO EXEMPLO

As vistas em planta e em elevação do edifício exemplo a ser analisado são mostradas na figura 9. Observar que este não é um projeto real, sendo desenvolvido somente com finalidade acadêmica.

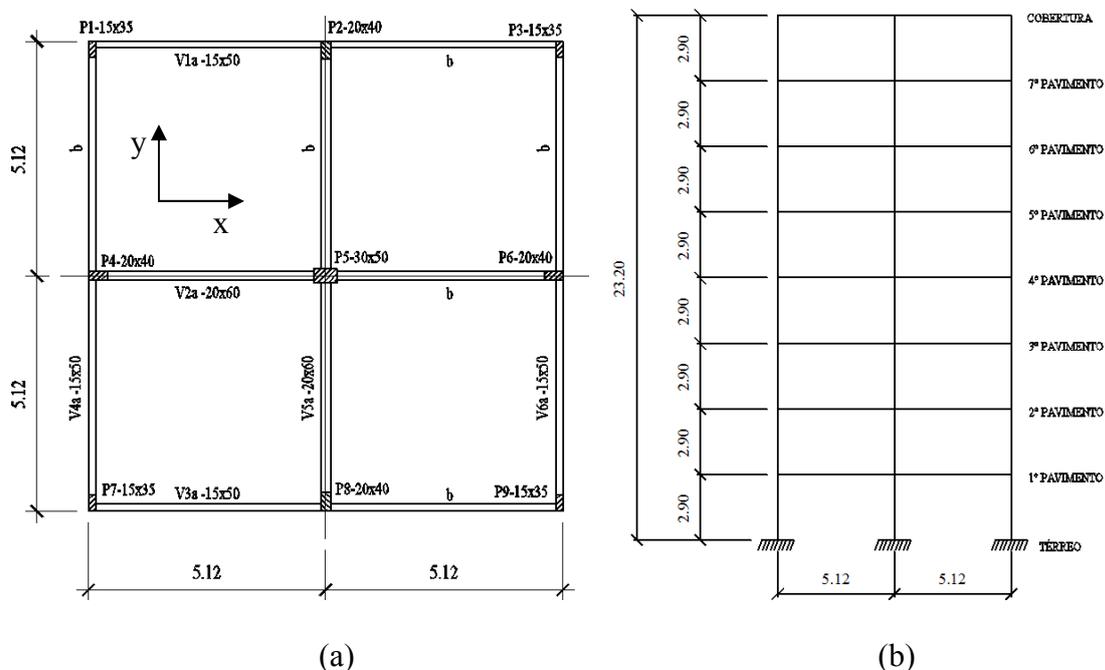


Figura 9 – Planta baixa do primeiro pavimento (a) e planta de elevação (b), cotas em metros.

As vigas V1, V3, V4 e V6 recebem o carregamento de 12 kN/m e as vigas V2 e V5 de 36 kN/m .

O pilar P1 será dimensionado segundo recomendações das normas NBR 6118/2007 e do Eurocódigo 2/2010.

As propriedades dos materiais são:

$$f_{ck} = 50 \text{ MPa}$$

$$f_{yk} = 500 \text{ MPa}$$

A reação vertical de apoio no pilar P1, na base do edifício, considerando as cargas sem majoração vale (ver o modelo desenvolvido no próximo item) $N_k = 518,10 \text{ kN}$, logo $N_d = 870,41 \text{ kN}$.

Os momentos fletores advindos do engastamento, considerando a interação entre vigas e pilares de forma aproximada, conforme o item 14.6.7.1 da Norma, valem:

$$M_{1x} = 3,77 \text{ kNm}; M_{1x,d} = 1,4 \cdot 1,2 \cdot 3,77 = 6,33 \text{ kNm}$$

$$M_{1y} = 8,76 \text{ kNm}; M_{1y,d} = 1,4 \cdot 1,2 \cdot 8,76 = 14,72 \text{ kNm}$$

V.1 ABORDAGEM SEGUNDO A NBR 6118/ 2007

V.1.1 Parâmetro de Instabilidade Global e o Critério do Coeficiente γ_z

Para a determinação da somatória da rigidez de todos os pilares na direção de menor inércia, a estrutura do edifício foi representada por um modelo computacional no programa SAP2000 (figura 10).

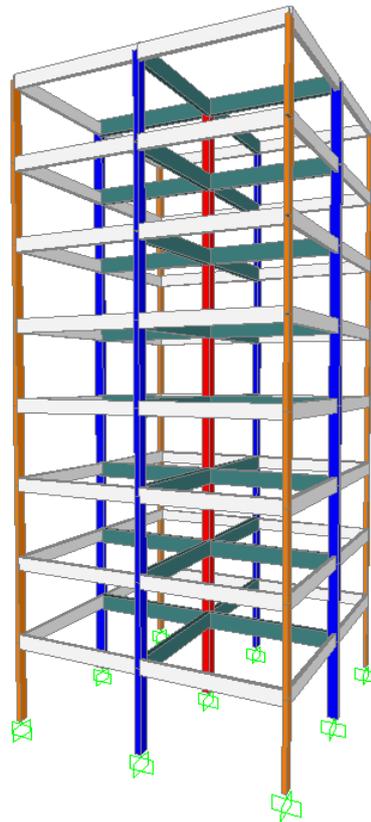


Figura 10 – Modelo computacional do edifício.

Analisando a estabilidade global [3]:

$$\Sigma(Ecs . Ic) = \frac{F . H_{tot}^3}{3\Delta} = \frac{1.10,24.23,2^3}{3.0,00302} = 14.113.532,04 \text{ kNm}^2$$

onde:

F é a resultante da carga unitária linear na viga de cobertura do modelo, que corresponde ao deslocamento Δ .

$$\Sigma Nk = 10224,8 \text{ kN}$$

$$\alpha = H_{tot} \sqrt{\frac{\Sigma Nk}{\Sigma(Ecs . Ic)}} = 23,2 \sqrt{\frac{10224,8}{14113532,04}} = 0,62 > 0,6$$

Aplicando uma carga unitária ao longo de toda altura do edifício exemplo, encontrou-se um deslocamento $\Delta = 0,0033 \text{ m}$

$$\Delta M_{tot,d} = 1,4 \cdot \Sigma N_k \cdot \Delta = 1,4 \cdot 10224,8 \cdot 0,0033 = 47,24 \text{ kNm}$$

$$M_{1,tot,d} = 1,4 \cdot 1 \cdot \frac{23,2^2}{2} = 376,77 \text{ kNm}$$

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}} = \frac{1}{1 - \frac{47,24}{376,77}} = 1,14 > 1,1$$

Portanto a estrutura deverá ser classificada como de nós móveis.

O dimensionamento deverá considerar as cargas horizontais (como as de vento) multiplicadas por 0,95. $\gamma_z = 0,95 \cdot 1,14 = 1,083$

V.1.2 Determinação do Índice de Esbeltez do Pilar P1

Comprimento efetivo do pilar:

$$l_{ex} = l_0 + h_{pilar} = 2,4 + 0,15 = 2,55 \text{ m} \quad (\text{III.2.1})$$

$$l_{ey} = l_0 + h_{pilar} = 2,4 + 0,35 = 2,75 \text{ m} \quad (\text{III.2.1})$$

Índices de esbeltez do pilar:

$$\lambda_x = 58,89 \quad (\text{III.2.3})$$

$$\lambda_y = 27,22 \quad (\text{III.2.3})$$

Excentricidades acidentais:

$$e_{ax} = (0,015 + 0,03 \cdot h) = 0,0195 \text{ m} \quad (\text{III.3.2.2})$$

$$e_{ay} = (0,015 + 0,03 \cdot b) = 0,0255 \text{ m} \quad (\text{III.3.2.2})$$

Momento Fletor Mínimo de Primeira Ordem:

$$M_{1d,min,x} = N_d (0,015 + 0,03 \cdot h) = 16,97 \text{ kNm} \quad (\text{III.3.2.1})$$

$$M_{1d,min,y} = N_d (0,015 + 0,03 \cdot b) = 22,20 \text{ kNm} \quad (\text{III.3.2.1})$$

Índices de Esbeltez Limite:

$$\lambda_{1x} = \frac{25 + 12,5 \cdot \left(\frac{0,0195}{0,15} \right)}{1} = 26,63 \rightarrow \lambda_{1x} = 35 \quad (\text{III.5.1})$$

(verificar efeitos locais de segunda ordem)

$$\lambda_{1y} = \frac{25+12,5 \cdot (0,0255/0,35)}{1} = 25,91 \rightarrow \lambda_{1y} = 35 \quad (\text{III.5.1})$$

(não verificar efeitos locais de segunda ordem)

V.1.3 Método da Curvatura Aproximada

$$v = \frac{N_{sd}}{(A_c f_{cd})} = \frac{870,41}{0,0525 \cdot \frac{50000}{1,4}} = 0,46 \quad (\text{III.6.2.4})$$

$$\left(\frac{1}{r}\right)_x = \frac{0,005}{0,15} = 0,0333 \text{ m}^{-1} \quad (\text{III.6.2.3})$$

$$M_{d,tot,x} = 1.16,97 + 870,41 \cdot \frac{2,55^2}{10} \cdot 0,0333 = 35,82 \text{ kNm} \quad (\text{III.6.2.2})$$

V.1.4 Método da Rigidez Aproximada

Na direção x:

$$A_x (M_{d,tot,x})^2 + B_x (M_{d,tot,x}) + C_x = 0 \quad (\text{III.6.3.4})$$

$$A_x = 5,0,15 = 0,75 \text{ m}$$

$$B_x = 0,15^2 \cdot 870,41 - \frac{870,41 \cdot 2,55^2}{320} - 5,0,15 \cdot 1.16,97 = -10,83 \text{ kNm}^2$$

$$C_x = -870,41 \cdot 0,15^2 \cdot 1.16,97 = -332,34 \text{ kN}^2 \text{m}^3$$

$$M_{d,tot,x} = 29,47 \text{ kNm}$$

V.1.5 Dimensionamento

Resumo dos esforços:

Tabela 2 – Momentos para o dimensionamento do pilar P1.

| MÉTODO DE ANÁLISE | MOMENTOS FLETORES NBR 6118/2007 |
|----------------------|------------------------------------|
| | $M_{x,d}$ (kNm) |
| 1º ORDEM | 16,97 |
| CURVATURA APROXIMADA | 35,82 |
| RIGIDEZ APROXIMADA | 29,47 |

Considerando a distribuição de armaduras mostrada abaixo, temos os diagramas de resistência nas direções x e y ilustrados nas figuras 12 e 13.

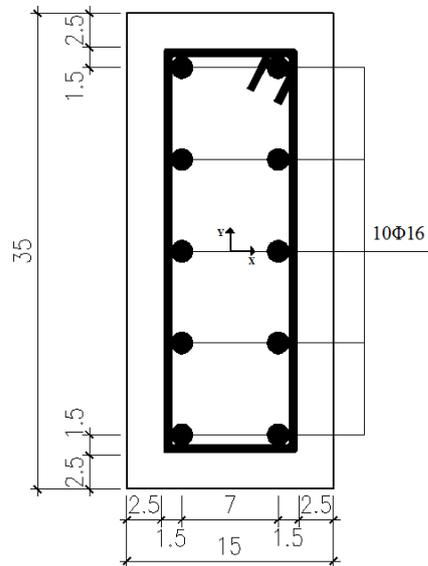


Figura 11 – Distribuição de armaduras no pilar P1, medidas em centímetros.

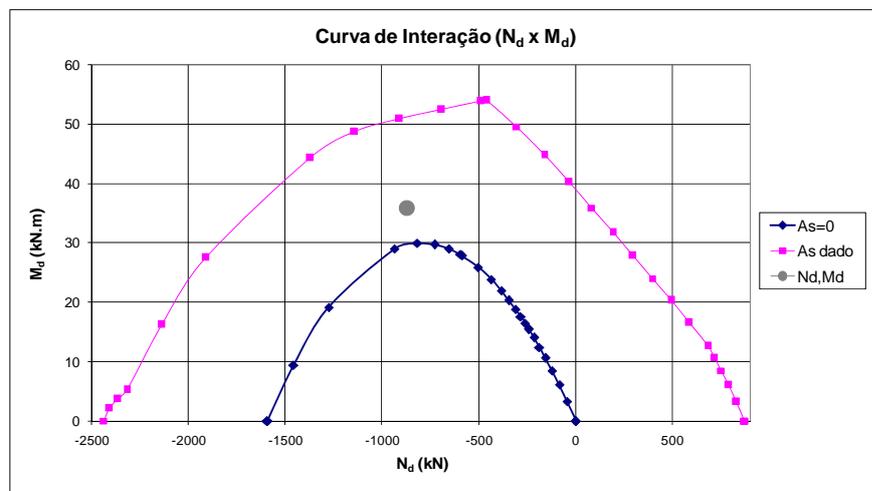


Figura 12 – Curva de interação N_d x M_d na direção x [4].

Observa-se que o momento fletor máximo resistente nesta direção é de 51 *kNm*.

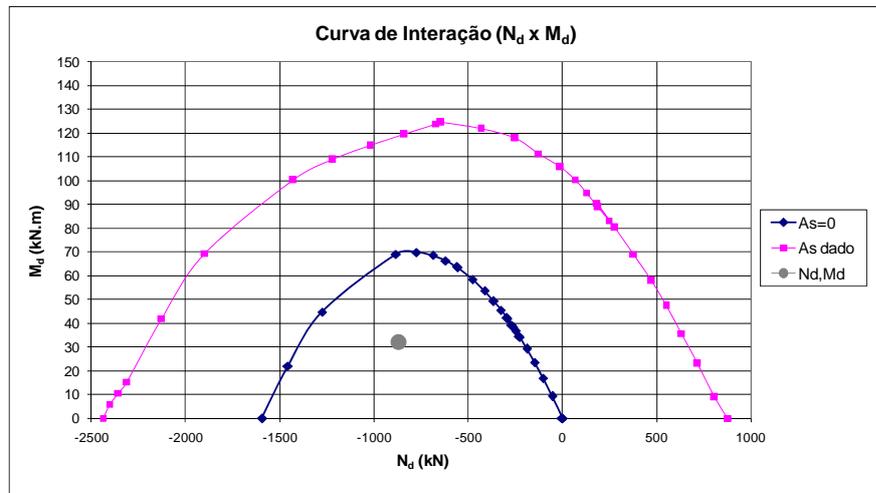


Figura 13 – Curva de interação momento fletor x esforço Normal [4].

Observa-se que o momento fletor máximo resistente nesta direção é de 115 *kNm*.

A verificação da flexão composta oblíqua é realizada com a expressão aproximada:

$$\left(\frac{M_{dx}}{M_{Rdx}}\right)^{1,2} + \left(\frac{M_{dy}}{M_{Rdy}}\right)^{1,2} \leq 1,0$$

M_{dx} e M_{dy} – Momentos fletores advindo do engastamento das vigas nos pilares;

M_{Rdx} e M_{Rdy} – Máximos momentos fletores resistentes de cálculo.

$$\left(\frac{6,33}{51}\right)^{1,2} + \left(\frac{14,71}{115}\right)^{1,2} = 0,17 < 1,0$$

V.1.6 Método Melhorado sem Consideração dos Efeitos da Fluência

Os seguintes dados são processados no programa M-K-UFRJ.

$$f_{cd} = 1,3 \frac{f_{ck}}{1,4} = 46.428,57 \text{ kN/m}^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{1,15} = 434,8 \text{ MPa}$$

$$N_{sd} = \frac{N_d}{1,1} = 791,28 \text{ kN}$$

A figura 14 apresenta o diagrama momento-curvatura obtido no programa M-K-UFRJ.

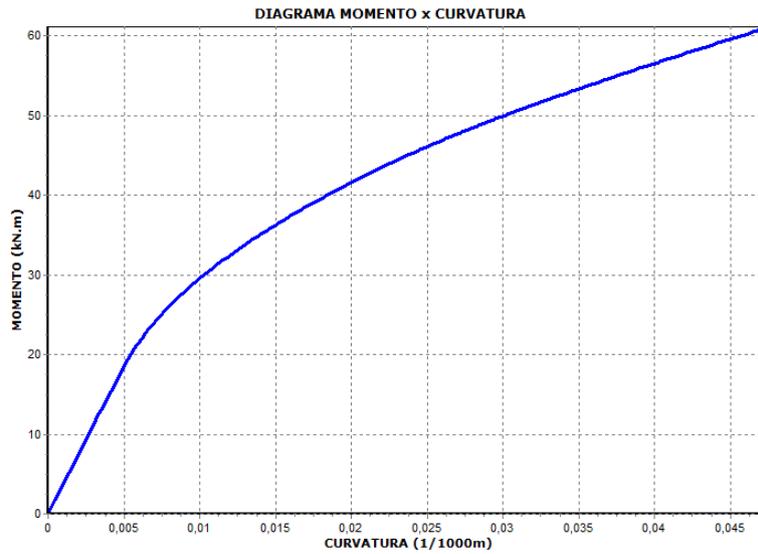


Figura 14 – Diagrama momento - curvatura para o pilar P1 na direção x.

O momento fletor reduzido avaliado na direção x vale:

$M_{RD} = 51/1,1 = 46,36 \text{ kNm}$, resultando em uma curvatura:

$$1/r = \frac{25,44693}{1000} \text{ m}^{-1}$$

$$(EI)_{sec} = \frac{46,36}{\frac{25,44693}{1000}} = 1821,83 \text{ kNm}^2 \quad (\text{III.6.3.1})$$

$$k = \frac{1821,83}{0,15 \cdot 0,35 \cdot 0,15^2 \cdot 50000 / 1,4} = 43,18 \quad (\text{III.6.3.3})$$

$$M_{d,tot} = \frac{1,16,97}{1 - \frac{58,89^2}{120 \cdot 43,18 / 0,46}} = 24,52 \text{ kNm} \quad (\text{III.6.3.2})$$

V.1.7 Método Melhorado Considerando os Efeitos da Fluência

Devido ao valor do índice de esbeltez ($\lambda < 90$), não haveria necessidade da consideração dos efeitos de fluência, o método foi aplicado para efeito comparativo.

Neste caso avaliamos o pilar P1 com o programa M-K-UFRJ considerando os efeitos de fluência ($\varphi_{ef} = 2,0$).

A figura 15 apresenta o diagrama momento-curvatura exportado pelo programa M-K-UFRJ.

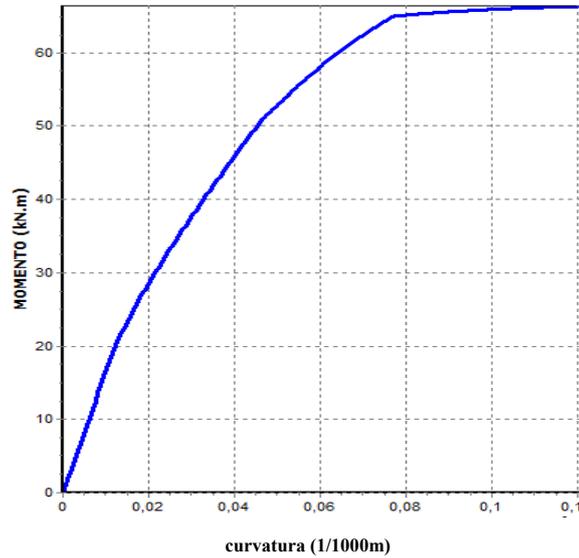


Figura 15 – Diagrama momento-curvatura para o pilar P1 na direção x, considerando os efeitos de fluência.

$$1/r = \frac{40,81033}{1000} m^{-1}$$

$$(EI)_{sec} = \frac{46,36}{\frac{40,81033}{1000}} = 1135,99 \text{ kNm}^2 \tag{III.6.3.1}$$

$$k = \frac{1135,99}{0,15 \cdot 0,35 \cdot 0,15^2 \cdot 50000 / 1,4} = 26,93 \tag{III.6.3.3}$$

$$M_{d,tot} = \frac{1,16,97}{1 - \frac{58,89^2}{120 \cdot (\frac{26,93}{0,46})}} = 33,52 \text{ kNm} \tag{III.6.3.2}$$

V.1.8 Efeitos da Fluência de Acordo com a NBR 6118/2007

$$I_c = 9,84 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

$$\varphi = 2,0$$

$$E_{ci} = 5600 \cdot \sqrt{50} = 39.597,98 \text{ MPa}$$

$$N_e = \frac{10.39597980 \cdot 9,84 \cdot 10^{-5}}{2,55^2} = 5992,22 \text{ kN}$$

$$N_{sg} = 518,10 \text{ kN}$$

$$e_{cc} = (e_{ax}) \left(2,718^{\frac{\varphi N_{sg}}{N_e - N_{sg}}} - 1 \right) = 0,00406 \text{ m} \quad (\text{III.6.5.1})$$

$$M_{min} = N_d(e_a + e_{cc}) = 870,41 \cdot (0,0195 + 0,00406) = 20,51 \text{ kNm}$$

$$M_{d,tot} = \frac{1.20,51}{1 - \frac{58,89^2}{120 \cdot (43,18/0,46)}} = 29,63 \text{ kNm}$$

(III.6.3.2)

V.1.9 Consideração pelo Método Exato

O pilar é dividido em vinte segmentos. A tabela 2 fornece os valores iterativos para o cálculo com método exato com a consideração da fluência. É apresentado o valor final das curvaturas no ponto inferior dos dez segmentos em que o pilar foi dividido, do ponto superior até o meio do pilar, explorando então a simetria.

Tabela 3 – Relação momento-curvatura para 9º iteração (M-K-UFRJ).

| 1/r | $M_{x,d}$ (kNm) |
|----------|-----------------|
| 0,011691 | 19,39 |
| 0,013129 | 21,65 |
| 0,015350 | 23,72 |
| 0,016864 | 25,57 |
| 0,018400 | 27,18 |
| 0,019953 | 28,54 |
| 0,020736 | 29,61 |
| 0,021521 | 30,39 |
| 0,022310 | 30,86 |
| 0,022310 | 31,02 |

Portanto obtemos um momento fletor no centro do pilar de 31,02 *kNm*.

V.2 ABORDAGEM DO EUROCÓDIGO 2/2010 SEM EFEITOS DA FLUÊNCIA

Para efeito de comparação foram utilizados os mesmos esforços solicitantes apresentados nos cálculos pela norma NBR 6118/2007.

V.2.1 Critério da Esbeltez Limite

Considerando: $\lambda_x = 66,97$

Este valor é calculado agora com $l_0 = 2,90$ m, pé direito entre eixos dos pavimentos.

$$\varphi_{ef} = 0$$

$$\omega = 0,47$$

$$n = 0,46$$

$$r_m = 1$$

$$A = \frac{1}{1+0,2\varphi_{ef}} = 1$$

$$B = \sqrt{1 + 2\omega} = 1,39$$

$$C = 1,7 - r_m = 0,70$$

$$\lambda_{lim} = \frac{20ABC}{\sqrt{n}} = 28,69 \quad (IV.1.1)$$

Os efeitos de segunda ordem devem ser considerados.

V.2.2 Efeitos Globais de Segunda Ordem

$$K_1 \frac{n_s}{n_s + 1,6} \frac{\Sigma(E_{cd}I_c)}{L^2} = 0,31 \cdot \frac{8}{9,6} \cdot \frac{14.113.532,04}{23,2^2} = 6773,92 \text{ kN}$$

$$F_{V,ED} = 10224,8 \text{ kN} \quad (IV.3.1)$$

Portanto os efeitos globais não podem ser ignorados.

V.2.3 Momentos de Primeira Ordem

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2$$

$$M_{0Ed} = M_{0E} + M_i$$

$$M_{0E} = 0,6M_{02} + 0,4M_{01} \geq 0,4M_{02}$$

$$M_{01} = M_{02} = 6,33 \text{ kNm}$$

$$M_{0Ed} = M_{0E} = 6,33 \text{ kNm}$$

$$M_i = \frac{N_d l_0}{400} = 6,31 \text{ kNm (desconsiderado, menos crítico que o anterior)}$$

V.2.4 Método Baseado na Rigidez Nominal

- Não Simplificado

$$A_c = 0,0525 \text{ m}^2$$

$$A_s = 0,00201 \text{ m}^2$$

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} = 0,038 > 0,002$$

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s$$

(IV.5.1.1)

Para o concreto temos:

$$\varphi_{ef} = 0 \quad K_1 = 1,58 \quad n = 0,46 \quad K_2 = 0,18 < 0,20 \quad \rightarrow \quad K_c = 0,28$$

(IV.5.1.3)

(IV.5.1.4)

(IV.5.1.5)

$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_{ce}} = \frac{37 \text{ GPa}}{1,2} = 30,83 \text{ GPa (quadro 3.1 do Eurocódigo)}$$

$$I_c = 9,84 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

Para o aço temos que $K_s = 1$

$$E_s = 200 \text{ GPa}$$

$$I_s = 2,468684 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$EI = 1343,16 \text{ kNm}^2$$

$$N_B = \frac{\pi^2}{l_0^2} EI = 1576,27 \text{ kN} \quad (\text{IV.5.1.7})$$

$$\beta = \frac{\pi^2}{8} = 1,23 \quad (\text{IV.5.1.8})$$

$$M_{Ed} = 6,33 \left[1 + \frac{1,23}{\left(\frac{1576,27}{870,41} \right) - 1} \right] = 15,93 \text{ kNm} \quad (\text{IV.5.1.6})$$

- Método Simplificado

Também é possível utilizar o método simplificado desprezando a parcela do aço.

$$A_c = 0,0525 \text{ m}^2$$

$$A_s = 0,00201 \text{ m}^2$$

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} = 0,038 > 0,001$$

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s$$

Para o concreto:

$$K_c = 0,3 \quad (\text{IV.5.1.10})$$

$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_{ce}} = \frac{37 \text{ GPa}}{1,2} = 30,83 \text{ GPa} \quad (\text{quadro 3.1 do Eurocódigo})$$

$$I_c = 9,84 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

Para o aço temos que $K_s = 0$

$$EI = 910,10 \text{ kNm}^2$$

$$N_B = \frac{\pi^2}{l_0^2} EI = 1068,05 \text{ kN} \quad (\text{IV.5.1.7})$$

$$\beta = \frac{\pi^2}{8} = 1,23$$

(IV.5.1.8)

$$M_{Ed} = 6,33 \cdot \left[1 + \frac{1,23}{\left(\frac{1068,05}{870,41} \right) - 1} \right] = 40,62 \text{ kNm}$$

(IV.5.1.6)

V.2.5 Método Baseado na Curvatura Nominal

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2$$

$$M_{0Ed} = M_{0E} + M_i$$

$$M_{0E} = 0,6M_{02} + 0,4M_{01} \geq 0,4M_{02}$$

$$M_{01} = M_{02} = 6,33 \text{ kNm}$$

$$M_{0Ed} = M_{0E} = 6,33 \text{ kNm}$$

$$M_i = \frac{N_d l_0}{400} = 6,31 \text{ kNm} \text{ (Desconsiderado, menos crítico que o anterior)}$$

$$\varepsilon_{yd} = \frac{500/1,15}{200000} = 0,00217$$

$$\frac{1}{r_0} = \frac{0,00217}{0,45 \cdot 0,11} = 0,0439 \text{ m}^{-1}$$

(IV.5.2.7)

$$\omega = 0,47 \quad \rightarrow \quad K_r = \frac{1,47-0,46}{1,47-0,4} = 0,94 < 1$$

(IV.5.2.8)

$$\varphi_{ef} = 0 \quad \rightarrow \quad K_\varphi = 1$$

(IV.5.2.9)

$$\left(\frac{1}{r} \right) = 0,94 \cdot 1 \cdot 0,0439 = 0,0413 \text{ m}^{-1}$$

(IV.5.2.6)

$$c = 10$$

$$e_2 = \frac{0,0413 \cdot 2,9^2}{10} = 0,0347 \text{ m}$$

$$M_2 = 870,41 \cdot 0,0347 = 30,21 \text{ kNm}$$

(IV.5.2.4)

$$M_{Ed} = 30,21 + 6,33 = 36,54 \text{ kNm}$$

V.3 ABORDAGEM DO EUROCÓDIGO 2/2010 COM EFEITOS DA FLUÊNCIA

Para efeito de comparação foram utilizados os mesmos esforços solicitantes apresentados nos cálculos pela NBR 6118/2007.

V.3.1 Critério da Esbeltez Limite

Considerando: $\lambda_x = 66,97$

$$\varphi_{ef} = \frac{2}{1,4} = 1,43$$

$$\omega = 0,47$$

$$n = 0,46$$

$$r_m = 1$$

$$A = \frac{1}{1+0,2\varphi_{ef}} = 0,78$$

$$B = \sqrt{1 + 2\omega} = 1,39$$

$$C = 1,7 - r_m = 0,70$$

$$\lambda_{lim} = \frac{20ABC}{\sqrt{n}} = 22,38$$

(IV.1.1)

Os efeitos de segunda ordem devem ser considerados.

V.3.2 Efeitos Globais de Segunda Ordem

$$K_1 \frac{n_s}{n_s + 1,6} \frac{\Sigma(E_{cd}I_c)}{L^2} = 0,31 \cdot \frac{8}{9,6} \cdot \frac{14.113.532,04}{23,2^2} = 6773,92 \text{ kN}$$

$$F_{V,ED} = 10.224,80 \text{ kN}$$

(IV.3.1)

Portanto os efeitos globais não podem ser ignorados.

V.3.3 Método Baseado na Rigidez Nominal

- Não Simplificado

$$A_c = 0,0525 \text{ m}^2$$

$$A_s = 0,00201 \text{ m}^2$$

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} = 0,038 > 0,002$$

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s$$

(IV.5.1.1)

Para o concreto:

$$\varphi_{ef} = 1,43 \quad K_1 = 1,58 \quad n = 0,46 \quad K_2 = 0,18 < 0,20 \quad \rightarrow \quad K_c = 0,12$$

(IV.5.1.3)

(IV.5.1.4)

(IV.5.1.5)

$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_{ce}} = \frac{37 \text{ GPa}}{1,2} = 30,83 \text{ GPa} \text{ (quadro 3.1 do Eurocódigo)}$$

$$I_c = 9,84 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

Para o aço temos que $K_s = 1$

$$E_s = 200 \text{ GPa}$$

$$I_s = 2,468684 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$EI = 857,78 \text{ kNm}^2$$

$$N_B = \frac{\pi^2}{l_0^2} EI = 1006,65 \text{ kN}$$

(IV.5.1.7)

$$\beta = \frac{\pi^2}{8} = 1,23$$

(IV.5.1.8)

$$M_{Ed} = 6,33 \left[1 + \frac{1,23}{\left(\frac{1006,65}{870,41} \right) - 1} \right] = 56,07 \text{ kNm}$$

(IV.5.1.6)

- Método Simplificado

Também é possível utilizar o método simplificado desprezando a parcela do aço.

$$A_c = 0,0525 \text{ m}^2$$

$$A_s = 0,00201 \text{ m}^2$$

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} = 0,038 > 0,001$$

$$EI = K_c E_{cd} I_c + K_s E_s I_s$$

Para o concreto temos:

$$K_c = 0,12$$

(IV.5.1.10)

$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_{ce}} = \frac{37 \text{ GPa}}{1,2} = 30,83 \text{ GPa} \quad (\text{quadro 3.1 do Eurocódigo})$$

$$I_c = 9,84 \times 10^{-5} \text{ m}^4$$

Para o aço temos que $K_s = 0$

$$EI = 364,04 \text{ kNm}^2$$

$$N_B = \frac{\pi^2}{l_0^2} EI = 427,22 \text{ kN}$$

(IV.5.1.7)

$$\beta = \frac{\pi^2}{8} = 1,23$$

(IV.5.1.8)

$$M_{Ed} = M_{0Ed} \left[1 + \frac{\beta}{\left(\frac{N_B}{N_{Ed}} \right) - 1} \right] = -8,96 \text{ kNm}$$

(IV.5.1.6)

Neste caso o método simplificado apresenta incoerência (não é aplicável).

V.3.4 Método Baseado na Curvatura Nominal

$$M_{Ed} = M_{0Ed} + M_2$$

$$M_{0Ed} = M_{0E} + M_i$$

$$M_{0E} = 0,6M_{02} + 0,4M_{01} \geq 0,4M_{02}$$

$$M_{01} = M_{02} = 6,33 \text{ kNm}$$

$$M_{0Ed} = M_{0E} = 6,33 \text{ kNm}$$

$$M_i = \frac{N_d l_0}{400} = 6,31 \text{ kNm (Desconsiderado)}$$

Para este exemplo, o efeito das imperfeições (M_i) será desprezado.

$$\varepsilon_{yd} = \frac{500/1,15}{200000} = 0,00217$$

$$\frac{1}{r_0} = \frac{0,00217}{0,45 \cdot 0,11} = 0,0439 \text{ m}^{-1}$$

(IV.5.2.7)

$$\omega = 0,47 \quad \rightarrow \quad K_r = \frac{1,47-0,46}{1,47-0,4} = 0,94 < 1$$

(IV.5.2.8)

$$\varphi_{ef} = 1,43 \quad \rightarrow \quad K_\varphi = 1 + \left(0,35 + \frac{50}{200} - \frac{66,97}{150}\right) \cdot 1,43 = 1,22$$

(IV.5.2.9)

$$\left(\frac{1}{r}\right) = 0,94 \cdot 1,22 \cdot 0,0439 = 0,0503 \text{ m}^{-1}$$

(IV.5.2.6)

$$c = 10$$

$$e_2 = \frac{0,0503 \cdot 2,9^2}{10} = 0,0423 \text{ m}$$

$$M_2 = 870,41 \cdot 0,0423 = 36,82 \text{ kNm}$$

(IV.5.2.4)

$$M_{Ed} = 36,82 + 6,33 = 43,15 \text{ kNm}$$

(IV.5.2.1)

VI ANÁLISE DOS RESULTADOS

As tabelas abaixo fornecem os valores obtidos nos tópicos anteriores.

Tabela 4 – Valores de cálculo segundo a NBR 6118/2007.

| MÉTODO DE ANÁLISE | MOMENTOS FLETORES |
|---|-------------------|
| | $M_{x,d}$ (kNm) |
| 1º ORDEM | 16,97 |
| CURVATURA APROXIMADA | 35,82 |
| RIGIDEZ APROXIMADA | 29,47 |
| MÉTODO MELHORADO (SEM FLUÊNCIA) MK UFRJ | 24,52 |
| MÉTODO MELHORADO (COM FLUÊNCIA) MKUFRJ | 33,52 |
| MÉTODO MELHORADO (COM FLUÊNCIA) EXCENTRICIDADE ADICIONAL | 29,63 |
| MÉTODO EXATO (COM FLUÊNCIA) | 31,02 |

Geralmente, o método da curvatura aproximada fornece maiores valores na avaliação dos efeitos de segunda ordem locais. Vemos que o método melhorado sem fluência apresenta um valor menor do que o valor encontrado com o método da curvatura aproximada, caracterizando, neste caso, uma solução mais conservadora ao se adotar o método da curvatura aproximada.

Devido ao valor do índice de esbeltez ($\lambda < 90$), não havia necessidade da consideração dos efeitos da fluência, este foi aplicado para efeito de comparação. Observa-se que há uma divergência (~13%) entre os valores encontrados utilizando o método melhorado com fluência e o método melhorado com o acréscimo de excentricidade recomendado pela NBR 6118/2007. Contudo este último apresenta valores próximos ao do método exato. Portanto, quando os efeitos da fluência forem preponderantes, o método melhorado oferece valores mais conservadores.

Tabela 5 – Valores de cálculo segundo Eurocódigo 2/2010.

| | MÉTODO DE ANÁLISE | MOMENTOS FLETORES |
|--------------|---|-------------------|
| | | $M_{X,d}$ (kNm) |
| | 1º ORDEM | 6,33 |
| SEM FLUÊNCIA | RIGIDEZ APROXIMADA NÃO SIMPLIFICADO | 15,93 |
| | RIGIDEZ APROXIMADA SIMPLIFICADO | 40,62 |
| | CURVATURA APROXIMADA | 36,54 |
| COM FLUÊNCIA | RIGIDEZ APROXIMADA NÃO SIMPLIFICADO | 56,07 |
| | RIGIDEZ APROXIMADA SIMPLIFICADO (NÃO APLICÁVEL) | - |
| | CURVATURA APROXIMADA | 43,15 |

Observa-se que o Eurocódigo 2/2010 apresenta a possibilidade de levar em conta os efeitos da fluência (φ_{ef}) nos métodos simplificados.

Na desconsideração dos efeitos da fluência observam-se valores mais conservadores ao ser aplicado o método da rigidez aproximada simplificado.

Na consideração dos efeitos de fluência utiliza-se o método não simplificado, como recomendado pelo Eurocódigo 2/2010 (o método da rigidez aproximada simplificada não é aplicável), o método da rigidez aproximada mostra-se mais conservador para este caso.

As tabelas abaixo fornecem uma comparação entre os resultados encontrados.

Tabela 6 – Comparação entre os métodos aproximados sem a consideração da fluência.

| SEM CONSIDERAÇÃO DA FLUÊNCIA | | | |
|------------------------------|----------------------------------|--------------------------------------|--|
| MÉTODO DE ANÁLISE | MOMENTOS FLETORES/ NBR 6118/2007 | MOMENTOS FLETORES/ EUROCÓDIGO 2/2010 | RAZÃO ENTRE OS VALORES ENCONTRADOS NBR 6118 / EUROCÓDIGO 2 |
| | $M_{X,d}$ (kNm) | $M_{X,d}$ (kNm) | |
| CURVATURA APROXIMADA | 35,82 | 36,54 | 0,98 |
| RIGIDEZ APROXIMADA | 29,47 | 40,62 | 0,72 |

Tabela 7 – Comparação entre os métodos com a consideração da fluência.

| MÉTODO DE ANÁLISE | MOMENTOS FLETORES/ NBR 6118/ 2007 | MOMENTOS FLETORES/ EUROCÓDIGO 2/ 2010 |
|----------------------|-----------------------------------|---------------------------------------|
| | $M_{X,d}$ (kNm) | $M_{X,d}$ (kNm) |
| CURVATURA APROXIMADA | - | 43,15 |
| RIGIDEZ APROXIMADA | - | 56,07 |
| MÉTODO MELHORADO | 33,52 | - |

VII CONCLUSÃO

Na comparação dos métodos recomendados pela norma NBR 6118/2007 o método da curvatura aproximada mostra-se mais conservador. No caso da análise dos efeitos da fluência o método melhorado é mais conservador.

O Eurocódigo 2/2010 mostra-se mais conservador ao ser utilizado o método da rigidez nominal.

Neste exemplo, a norma europeia conduz a valores mais conservadores do que os recomendados pela norma brasileira. Outros exemplos devem ser analisados em futuros trabalhos de pesquisa, para uma melhor compreensão das diferenças e conservadorismo dos diversos métodos propostos pelas normas.

VIII BIBLIOGRAFIA

- [1] ABNT - NBR 6118/ 2007 – PROJETO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO – PROCEDIMENTO.
- [2] EUROCÓDIGO 2/2010 – PROJECTO DE ESTRUTURAS DE CONCRETO.
- [3] LONGO, H. I. EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM EM ESTRUTURAS DE EDIFICAÇÕES, APOSTILA, ESCOLA POLITÉCNICA DA UFRJ, 2008.
- [4] SANTOS, S.H.C.CONCRETO ARMADO III, APOSTILA, ESCOLA POLITÉCNICA DA UFRJ, 2012.
- [5] CASTRO, F. M. O, ANÁLISE PLÁSTICA DE PÓRTICOS DE CONCRETO ARMADO SUBMETIDOS A AÇÕES SÍSMICAS SEGUNDO CRITÉRIOS DE DUCTILIDADE. TRABALHO FINAL DE GRADUAÇÃO, DME-POLI-UFRJ, RIO DE JANEIRO, 2008.