



Universidade Federal  
do Rio de Janeiro  

---

Escola Politécnica

DIMENSIONAMENTO DE UMA VIGA DE CONCRETO ARMADO AO ESFORÇO  
CORTANTE SEGUNDO NBR-6118:2007, *EUROCODE* 1992-1-1 2010 E FIB  
*MODEL CODE* 2010

Mateus Dalvi Nunes

Projeto de Graduação apresentado ao Curso de Engenharia Civil da Escola Politécnica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Engenheiro.

Orientadores:

Sergio Hampshire de Carvalho Santos

Cláudia Ribeiro Eboli

Rio de Janeiro

SETEMBRO de 2012

DIMENSIONAMENTO DE UMA VIGA DE CONCRETO ARMADO AO ESFORÇO  
CORTANTE SEGUNDO NBR-6118:2007, *EUROCODE* 1992-1-1 2010 E FIB  
*MODEL CODE* 2010

Mateus Dalvi Nunes

PROJETO DE GRADUAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO CURSO  
DE ENGENHARIA CIVIL DA ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ENGENHEIRO CIVIL.

Examinada por:

---

Sérgio Hampshire de Carvalho Santos (Orientador)  
Professor Associado, D. Sc., EP/UFRJ

---

Cláudia Ribeiro Eboli (Orientador)  
Professor Associado, D. Sc., EP/UFRJ

---

Henrique Innecco Longo  
Professor Associado, D. Sc., EP/UFRJ

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

SETEMBRO de 2012

Nunes, Mateus Dalvi

Dimensionamento de uma viga de concreto armado ao esforço cortante segundo NBR-6118:2007, *Eurocode* 1992-1-1 2010 e *fib Model Code* 2010/ Mateus Dalvi Nunes. – Rio de Janeiro: UFRJ/Escola Politécnica, 2012.

X, 90 p.: Il.; 29,7 cm.

Orientador: Sergio Hampshire de Carvalho Santos e Cláudia Ribeiro Eboli

Projeto de Graduação – UFRJ/ Escola Politécnica/ Curso de Engenharia Civil, 2012.

Referências Bibliográficas: p. 89-90

1. Esforço Cortante. 2. NBR-6118:2003. 3. Eurocode 1992-1-1 2010 4. *fib Model Code* 2010. I. Santos, Sergio Hampshire de Carvalho, et al. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Escola Politécnica, Curso de Engenharia Civil. III. Título.

*“À minha família”*



## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, por ter me abençoado em todos os momentos e pela intercessão de Nossa Senhora Aparecida.

Dedico este trabalho a minha família, que sempre esteve presente, me apoiando e torcendo em cada etapa. Agradeço a minha amada mãe, pelo exemplo, por todo amor e por ser a fortaleza de nossa casa. Agradeço a meu amado pai, pelos conhecimentos, conselhos, sabedoria e carinho. Agradeço meu amado irmão por todo o companheirismo e amizade.

Um sincero agradecimento ao Professor Sergio Hampshire, pelo apoio, conselhos, ensinamentos e dedicação no decorrer deste trabalho e durante a graduação. Pelos conselhos relativos à vida profissional e acadêmica.

Um sincero agradecimento a Professora Cláudia, por todos os ensinamentos da Engenharia de Estruturas e Concreto Armado, e pela dedicação e ensinamentos durante a elaboração do projeto.

A todos meus familiares pela torcida e pela presença em minha vida. Em especial, Antônio Dalvi e Maria Zóbole Dalvi, pelo exemplo e pela saudade que me provocam. Dedico esse trabalho à memória de Edis Nunes da Silva, Rosa Anequim Nunes e Maria da Penha Nunes, pela presença constante, mesmo na ausência. A Fátima Nunes Pilger pelo apoio e companheirismo.

Aos Professores do Departamento de Estruturas, por todo o conhecimento repassado.

A meus amigos de graduação, pelos ótimos momentos vividos durante essa jornada. Em especial, Fernanda, Filipe, Leonardo, Flávia, Pedro, Rodrigo e Vinício. Que nossa amizade continue após essa etapa.

Resumo do Projeto de Graduação apresentado à Escola Politécnica/ UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Engenheiro Civil.

DIMENSIONAMENTO DE UMA VIGA DE CONCRETO ARMADO AO ESFORÇO  
CORTANTE SEGUNDO NBR-6118:2007, *EUROCODE* 1992-1-1 2010 E FIB  
*MODEL CODE* 2010

Mateus Dalvi Nunes

Setembro/2012

Orientadores: Sergio Hampshire de Carvalho Santos e Cláudia Ribeiro Eboli

Curso: Engenharia Civil

Este trabalho apresenta o estudo do dimensionamento de uma viga de concreto armado ao esforço cortante, segundo a ABNT NBR-6118:2007 Projeto de estruturas de concreto – Procedimento, *Eurocode 2- Design of concrete structures Part 1-1: General rules and rules for buildings* e *fib Model Code* 2010.

São apresentados os modelos teóricos em que as normas se baseiam, as prescrições para o dimensionamento e detalhamento e os procedimentos de dimensionamento adotados. A partir de um estudo de caso, são apresentados e discutidos os resultados encontrados.

Palavras chave: Esforço Cortante, NBR 6118:2007, Eurocode 1992-1-1 2010, *fib Model Code* 2010.

Abstract of Undergraduate Project presented to POLI/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Engineer.

SHEAR DESIGN OF A CONCRETE BEAM BY NBR-6118:2007,  
EUROCODE 1992-1-1 2010 AND THE FIB MODEL CODE 2010

Mateus Dalvi Nunes

September/2012

Advisors: Sergio Hampshire de Carvalho Santos and Cláudia Ribeiro Eboli

Course: Civil Engineering

This work presents the study of the shear design of a reinforced concrete beam, according to ABNT NBR-6118: 2007 *Projeto de estruturas de concreto – Procedimento*, Eurocode 2- Design of concrete structures Part 1-1: General rules and rules for buildings and *fib* Model Code 2010.

The theoretical models in which the rules are based are presented, and also the requirements for design and detailing and the dimensioning procedures adopted. A case study is presented and the results are discussed.

Keywords: Shear Force, NBR 6118:2007, Eurocode 1992-1-1 2010, *fib* Model Code 2010.

# Índice

1.	INTRODUÇÃO. ....	1
1.1	INTRODUÇÃO E MOTIVAÇÃO.....	1
1.2	DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS. ....	2
2.	ESFORÇO CORTANTE EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO. ....	3
2.1	INTRODUÇÃO. ....	3
2.2	COMPORTAMENTO RESISTENTE DE VIGAS SUBMETIDAS À FLEXÃO SIMPLES....	4
2.3	TRELIÇA DE RITTER-MÖRSCH. ....	6
2.4	TEORIA DO PAINEL FISSURADO. ....	10
2.4.1	A Teoria do Campo de Compressão. ....	12
2.4.2	A Teoria do Campo de Compressão Modificada.....	13
3.	DIMENSIONAMENTO SEGUNDO ABNT NBR-6118:2007. ....	17
3.1	INTRODUÇÃO. ....	17
3.2	DIMENSIONAMENTO AO ESFORÇO CORTANTE. ....	17
3.2.1	Parâmetros. ....	18
3.2.2	Coeficientes de majoração e minoração. ....	19
3.2.3	Condições Gerais. ....	20
3.2.4	Condições relativas às cargas próximas aos apoios.....	20
3.2.5	Dimensionamento segundo Modelo de Cálculo I.....	21
3.2.6	Dimensionamento segundo Modelo de Cálculo II. ....	22
3.2.7	Análise adimensional do dimensionamento ao esforço cortante. ....	22
3.3	CONSIDERAÇÕES SOBRE O DETALHAMENTO DA ARMADURA TRANSVERSAL. ....	24
3.4	CONSIDERAÇÕES SOBRE O DIMENSIONAMENTO AO MOMENTO FLETOR. ....	25
3.4.1	Correção da força de tração na armadura longitudinal. ....	28
4.	DIMENSIONAMENTO SEGUNDO EUROCODE. ....	30
4.1	INTRODUÇÃO. ....	30
4.2	DIMENSIONAMENTO AO ESFORÇO CORTANTE. ....	30
4.2.1	Parâmetros. ....	31
4.2.2	Coeficientes de majoração e minoração. ....	32
4.2.3	Condições Gerais. ....	33
4.2.4	Condições relativas às cargas próximas aos apoios.....	35
4.2.5	Dimensionamento. ....	35
4.2.6	Análise adimensional do dimensionamento ao esforço cortante. ....	37
4.3	CONSIDERAÇÕES SOBRE O DETALHAMENTO DA ARMADURA TRANSVERSAL. ....	37
4.4	CONSIDERAÇÕES SOBRE O DIMENSIONAMENTO AO MOMENTO FLETOR. ....	38
4.4.1	Correção da força de tração na armadura longitudinal. ....	43

5.	DIMENSIONAMENTO SEGUNDO FIB <i>Model Code</i> .....	44
5.1	INTRODUÇÃO .....	44
5.2	DIMENSIONAMENTO AO ESFORÇO CORTANTE .....	44
5.2.1	Parâmetros .....	46
5.2.2	Coeficientes de majoração e minoração .....	47
5.2.3	Condições Gerais .....	48
5.2.4	Condições relativas às cargas próximas aos apoios .....	49
5.2.5	Dimensionamento .....	49
5.2.5.1	Nível de Aproximação I .....	50
5.2.5.2	Nível de Aproximação II .....	50
5.2.5.3	Nível de Aproximação III .....	51
5.2.5.4	Nível de Aproximação IV .....	52
5.2.6	Análise adimensional do dimensionamento ao esforço cortante .....	53
5.3	CONSIDERAÇÕES SOBRE O DETALHAMENTO DA ARMADURA TRANSVERSAL .....	55
5.4	CONSIDERAÇÕES SOBRE O DIMENSIONAMENTO AO MOMENTO FLETOR .....	55
5.4.1	Correção da força de tração na armadura longitudinal .....	56
6.	ESTUDO DE CASO .....	57
6.1	INTRODUÇÃO .....	57
6.2	DIAGRAMAS DE ESFORÇO CORTANTE E MOMENTO FLETOR .....	58
6.3	DIMENSIONAMENTO SEGUNDO ABNT NBR-6118:2003 .....	59
6.3.1	Determinação dos esforços de Cálculo .....	59
6.3.2	Determinação dos Parâmetros .....	59
6.3.3	Dimensionamento ao Momento Fletor .....	60
6.3.3.1	Determinação da força de tração na armadura .....	60
6.3.3.2	Correção da força de tração na armadura longitudinal .....	61
6.3.3.3	Determinação da armadura longitudinal necessária .....	61
6.3.4	Dimensionamento ao Esforço Cortante .....	61
6.3.4.1	Modelo de Cálculo I .....	61
6.3.4.2	Modelo de Cálculo II .....	62
6.3.4.3	Determinação da armadura mínima .....	63
6.3.5	Prescrições para o detalhamento da armadura transversal .....	63
6.4	DIMENSIONAMENTO SEGUNDO <i>EUROCODE</i> .....	64
6.4.1	Determinação dos esforços de Cálculo .....	64
6.4.2	Determinação dos Parâmetros .....	65
6.4.3	Dimensionamento ao Momento Fletor .....	65
6.4.3.1	Determinação da força de tração na armadura .....	65
6.4.3.2	Correção da força de tração na armadura longitudinal .....	66
6.4.3.3	Determinação da armadura longitudinal necessária .....	66

6.4.4	Dimensionamento ao Esforço Cortante. ....	66
6.4.4.1	Determinação da armadura mínima. ....	67
6.4.5	Prescrições para o detalhamento da armadura transversal.....	68
6.5	DIMENSIONAMENTO SEGUNDO FIB. ....	68
6.5.1	Determinação dos esforços de Cálculo. ....	68
6.5.2	Determinação dos Parâmetros.....	69
6.5.3	Dimensionamento ao Momento Fletor. ....	69
6.5.3.1	Determinação da força de tração na armadura.....	69
6.5.3.2	Correção da força de tração na armadura longitudinal. ....	70
6.5.3.3	Determinação da armadura longitudinal necessária. ....	71
6.5.4	Dimensionamento ao Esforço Cortante. ....	72
6.5.4.1	Nível de Aproximação I.....	72
6.5.4.2	Nível de Aproximação II. ....	73
6.5.4.3	Nível de Aproximação III. ....	74
6.5.4.4	Determinação da armadura mínima. ....	76
6.5.5	Prescrições para o detalhamento da armadura transversal.....	76
7.	RESULTADOS E COMPARAÇÕES. ....	77
7.1	COEFICIENTES DE MAJORAÇÃO E MINORAÇÃO.....	77
7.2	ARMADURA TRANSVERSAL MÍNIMA. ....	78
7.3	COMPRESSÃO DIAGONAL NO CONCRETO.....	79
7.4	ARMADURA TRANSVERSAL.....	82
7.5	CORREÇÃO DA FORÇA DE TRAÇÃO NA ARMADURA LONGITUDINAL. ....	85
7.6	DETALHAMENTO.....	87
8.	CONCLUSÕES. ....	88
9.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	89

# 1. INTRODUÇÃO.

## 1.1 INTRODUÇÃO E MOTIVAÇÃO.

No dimensionamento de vigas prismáticas de concreto armado, solicitadas à flexão simples, uma das etapas é a verificação da resistência ao esforço cortante, tendo como resultado a armadura transversal ao longo da viga, sendo também necessária a verificação do concreto à compressão diagonal.

Essa etapa é de extrema importância, pois define a resistência do elemento a uma ruptura frequentemente, violenta e frágil. Segundo a NBR 6118:2007, em seu item 16.2.3, “além de se garantir a segurança adequada, isto é, uma probabilidade suficientemente pequena de ruína, é necessário garantir uma boa ductilidade, de forma que uma eventual ruína ocorra de forma suficientemente avisada, alertando os usuários”.

No presente trabalho são abordadas metodologias de dimensionamento, ao esforço cortante, segundo os documentos abaixo:

- a) ABNT NBR-6118:2007 Projeto de estruturas de concreto – Procedimento [1];
- b) *Eurocode 2- Design of concrete structures Part 1-1: General rules and rules for buildings* [2];
- c) *fib Model Code 2010* [3].

A avaliação pelos três procedimentos de cálculo tem como objetivo estudar a abordagem que cada um adota e analisar os resultados obtidos. Como o dimensionamento ao esforço cortante é sempre atrelado ao dimensionamento à flexão, também são abordadas as considerações de dimensionamento a esse esforço, presentes nos três códigos.

Para fins de comparação entre os códigos, apresenta-se, também, um estudo de caso de resolução de uma viga, por cada método.

## 1.2 DESCRIÇÃO DOS CAPÍTULOS.

Este trabalho é composto por oito capítulos. O primeiro capítulo é a introdução do trabalho, em que é apresentado de forma geral o estudo a ser desenvolvido.

O segundo capítulo aborda o esforço cortante em uma viga de concreto armado, sendo também apresentado o comportamento resistente de vigas submetidas à flexão e à força cortante, e um resumo das teorias e modelos em que as normas em questão se baseiam.

O terceiro capítulo aborda o dimensionamento segundo a ABNT NBR-6118:2007.

O quarto capítulo aborda o dimensionamento segundo o *Eurocode 2*.

O quinto capítulo aborda o dimensionamento segundo o *fib Model Code 2010*.

O sexto capítulo apresenta um estudo de caso de dimensionamento segundo as três normas.

O sétimo capítulo apresenta e compara os resultados obtidos.

E finalmente o oitavo capítulo apresenta as conclusões do projeto.



## **2. ESFORÇO CORTANTE EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO.**

### **2.1 INTRODUÇÃO.**

Na teoria clássica de uma viga, segundo a Resistência dos Materiais, é assumida a hipótese de as seções transversais permanecerem planas. Essa hipótese proporciona um modelo simples para o projeto de vigas submetidas à flexão.

Como a ruptura a flexão ocorre na seção transversal de máximo momento fletor, mesmo após a fissuração do concreto, a teoria pode ser mantida, pois as fissuras à flexão são perpendiculares ao eixo da viga, nessa seção.

Entretanto o mesmo não acontece no projeto das vigas para a força cortante. A ruptura devido ao esforço transversal começa no surgimento de fissuras inclinadas, causadas por tensões de tração, provenientes da combinação dos esforços atuantes de flexão e cisalhamento.

Assim, ao contrário da flexão, o dimensionamento ao esforço cortante deve ser realizado, não apenas em uma seção transversal, mas em trechos contínuos ao longo do eixo da viga.

Esses trechos contínuos são denominados, segundo a codificação do Modelo de Bielas e Tirantes feita por SCHLAICH e SCHÄFER [4], de regiões B. As regiões descontínuas são denominadas de regiões D.

O dimensionamento nas regiões B segue as regras e procedimentos estabelecidos pelos códigos existentes, baseadas nos modelos teóricos. Para as regiões D, também denominadas zonas de regularização de tensões, aplica-se o modelo de bielas e tirantes. Este trabalho trata a abordagem utilizada para as regiões B.

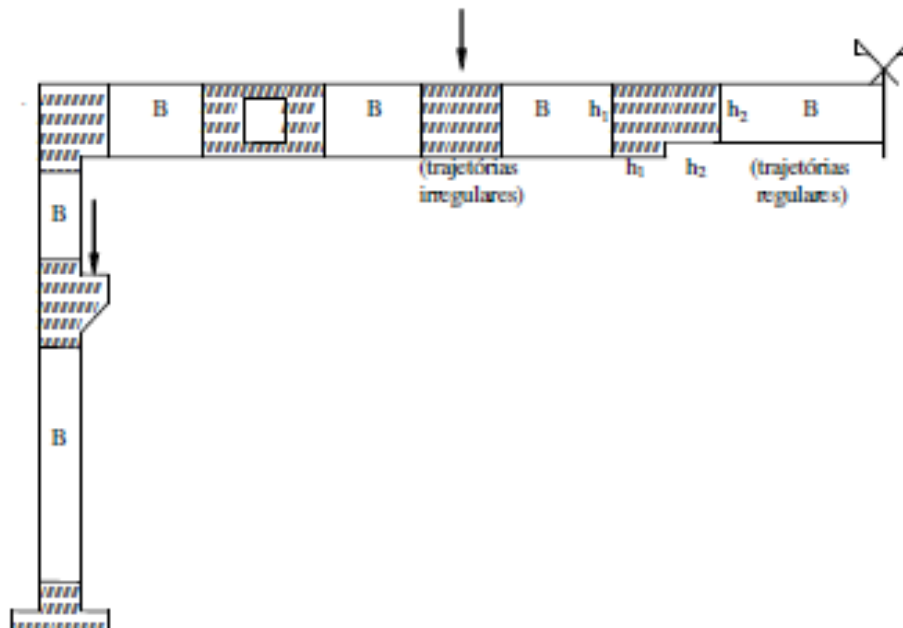


Figura 2.1 – Regiões B e D – SANTOS [5].

## 2.2 COMPORTAMENTO RESISTENTE DE VIGAS SUBMETIDAS À FLEXÃO SIMPLES.

A figura 2.2 apresenta o desenvolvimento de tensões, em uma viga de concreto armado, com seção transversal retangular, submetida a esforços de flexão simples. A partir do aumento progressivo do momento aplicado, vão se apresentando os chamados estádios de deformação do concreto armado. A seguinte simbologia é adotada:

- $\sigma_c$  é a tensão de compressão no concreto;
- $\sigma_{ct}$  é a tensão de tração no concreto;
- $E_c$  é o módulo de elasticidade do concreto;
- $\varepsilon_c$  é a deformação longitudinal máxima do concreto;
- $\sigma_s$  é a tensão de tração na armadura;
- $E_s$  é o módulo de elasticidade do aço;
- $\varepsilon_s$  é a deformação longitudinal na armadura;

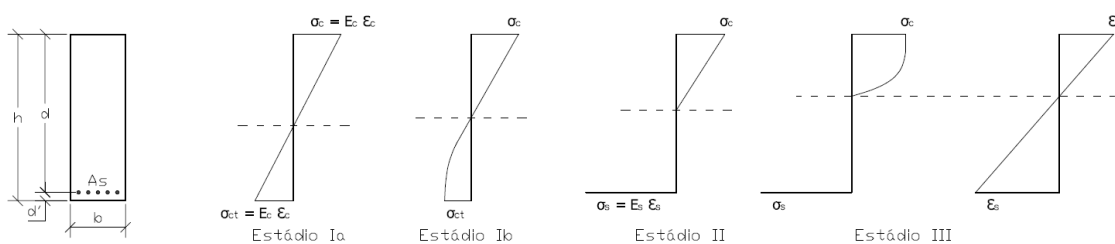


Figura 2.2 – Estádios de deformação do concreto armado.

O Estádio Ia corresponde à fase em que as tensões de tração no concreto são pequenas e inferiores a tensão de tração de ruptura. Esse limite é denominado de limite de formação de fissuras. Nesse estágio a linha neutra fica um pouco abaixo do centro geométrico da seção, devido à homogeneização das áreas de aço e de concreto, em relação aos módulos de elasticidade. Como as tensões apresentam comportamento linear, ao longo da altura da seção transversal, as equações da Resistência dos Materiais podem ser consideradas como uma aproximação do comportamento de viga de concreto armado.

No Estádio Ib as tensões de tração passam a não ser proporcionais às deformações na zona tracionada. A partir desse estágio, as equações da Resistência dos Materiais, passam a não ser válidas.

O Estádio II corresponde à fase em que as tensões de tração no concreto passam a não ser consideradas, devido surgimento de fissuras na região tracionada. Entretanto as relações tensão-deformação nesse material permanecem lineares na região comprimida. Pela desconsideração da resistência a tração do concreto, a linha neutra sobe, com relação ao Estádio I.

O Estádio III corresponde à fase em que a resistência do concreto é explorada em sua totalidade, configurando assim um estado limite de ruptura. As relações tensão-deformação deixam de ser lineares, tendo como consequência a subida da linha neutra.

O surgimento de fissuras no concreto começa na seção transversal de momento máximo, com fissuras transversais ao eixo da viga, decorrentes somente do esforço de flexão. Com o aumento do carregamento externo, fissuras inclinadas começam a surgir, na parte inferior da viga, se prolongando para o topo, entre o ponto de momento máximo e a região dos apoios. As fissuras nessa região são inclinadas, pois a tensão principal de tração é inclinada, devido à combinação dos esforços de flexão e cisalhamento.

Nas regiões dos apoios, a influência do momento fletor é muito reduzida. Assim, as fissuras que ocorrem nessa região, são denominadas fissuras de cisalhamento puro. A figura 2.3 apresenta as fissuras típicas de flexão.

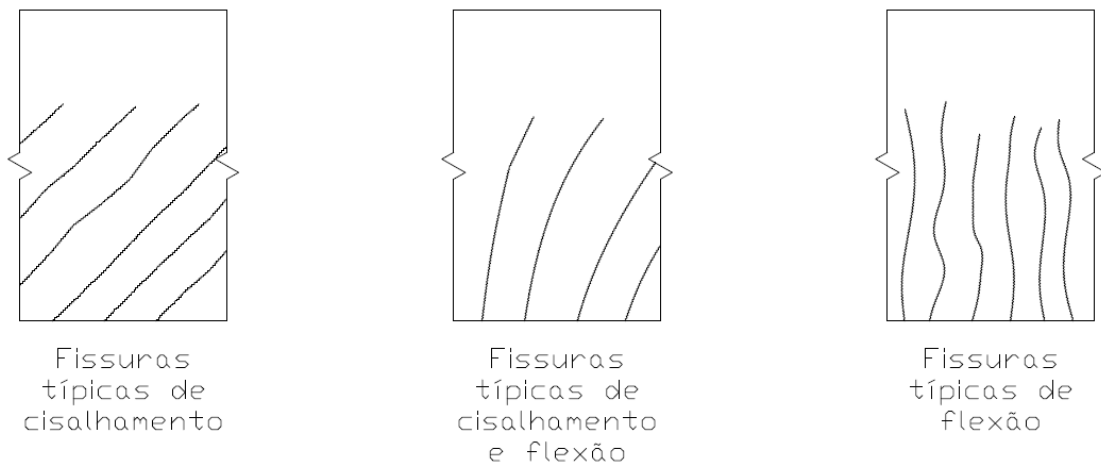


Figura 2.3 – Fissuras típicas na flexão simples.

Com a presença de tensões de tração inclinadas, as armaduras longitudinais são necessárias, mas não mais suficientes para o equilíbrio da peça. Assim, surge a necessidade de uma armadura na direção das tensões de tração. Como o detalhamento e a materialização dessa condição é inviável, dada a grande variação de direções das tensões ao longo da viga, é comumente adotada uma direção fixa para essa armadura. O ângulo entre a direção dessa armadura e o eixo da viga é comumente denominado  $\alpha$ , sendo esse geralmente adotado com o valor de  $90^\circ$ , por questões construtivas.

A figura 2.4 exemplifica o fenômeno de surgimento de tensões, para uma viga biapoiada com duas cargas concentradas, simetricamente dispostas em relação aos apoios. Nota-se que as fissuras entre as cargas concentradas ficam na direção transversal, dado que nessa região o valor do esforço cortante é zero. Já entre o apoio e a carga concentrada elas começam a se inclinar, partindo de  $90^\circ$  e ficando próximo a  $45^\circ$  próximo aos apoios.

### 2.3 TRELIÇA DE RITTER-MÖRSCH.

Para a determinação da armadura de cisalhamento, necessária para o equilíbrio da viga de concreto armado, RITTER [6] e MÖRSCH [7] propuseram uma analogia entre o mecanismo resistente de uma viga no Estádio II com o de uma treliça.

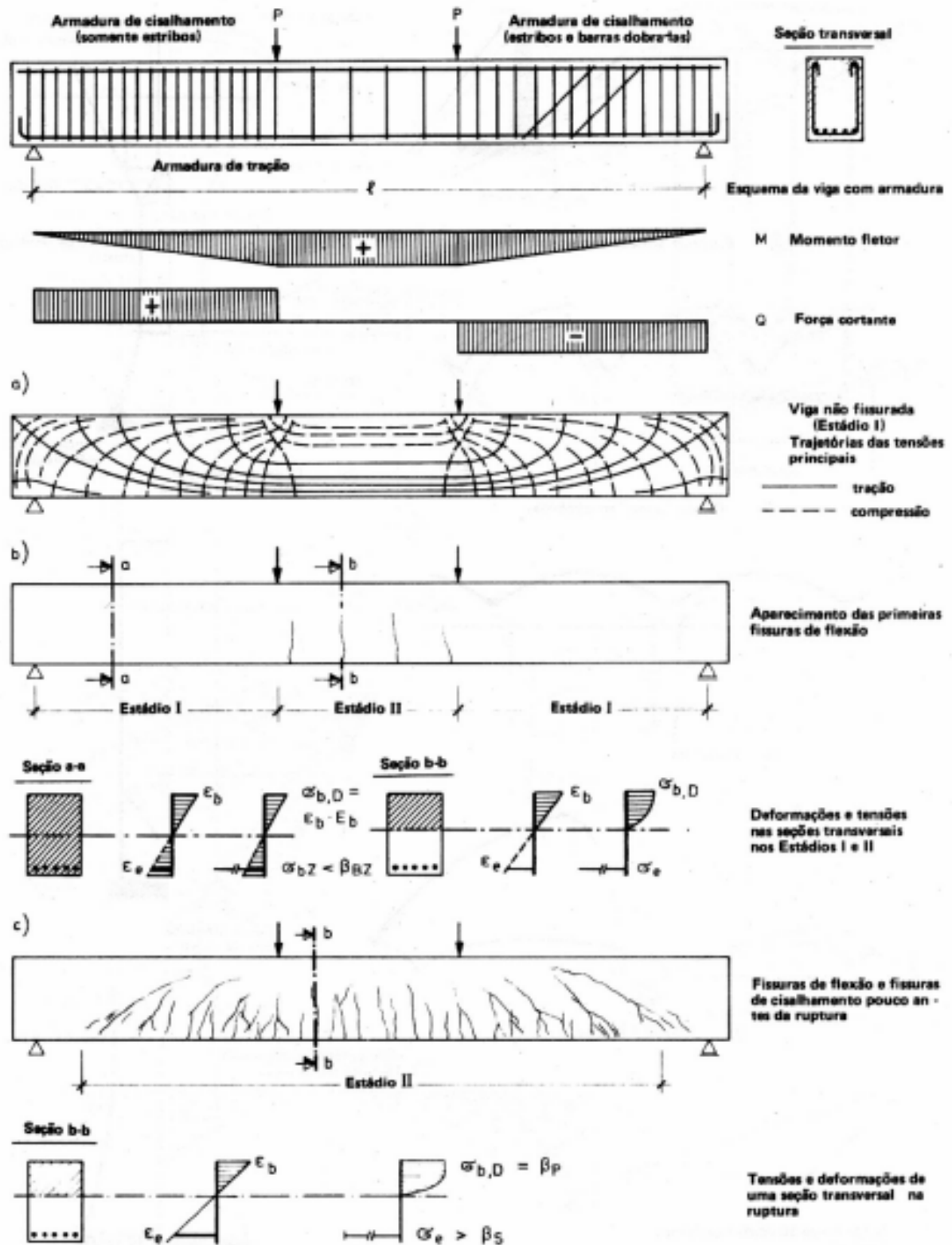


Figura 2.4 – Comportamento resistente de uma viga - LEONHARDT & MÖNNING [8].

Esse modelo, embora bastante idealizado, pode ser considerado um marco histórico na história do concreto armado. Apesar de simples, os resultados obtidos são conservadores, por isso, o modelo de treliça tem reconhecimento mundial, sendo adotado por diversos códigos importantes de projeto de estruturas.

Na analogia da treliça, supõe-se que uma carga aplicada, em um ponto qualquer da viga, chega até os apoios percorrendo o caminho de uma treliça isostática. Essa treliça é formada a partir de diagonais comprimidas de concreto (bielas), diagonais tracionadas (resistidas pela armadura de cisalhamento), banzo superior comprimido de concreto e banzo inferior tracionado (resistido pela armadura longitudinal de tração).

É considerado na treliça clássica, que a inclinação da armadura de tração ( $\alpha$ ) está entre  $45^\circ$  e  $90^\circ$ , e que a inclinação das bielas comprimidas ( $\theta$ ) é de  $45^\circ$ .

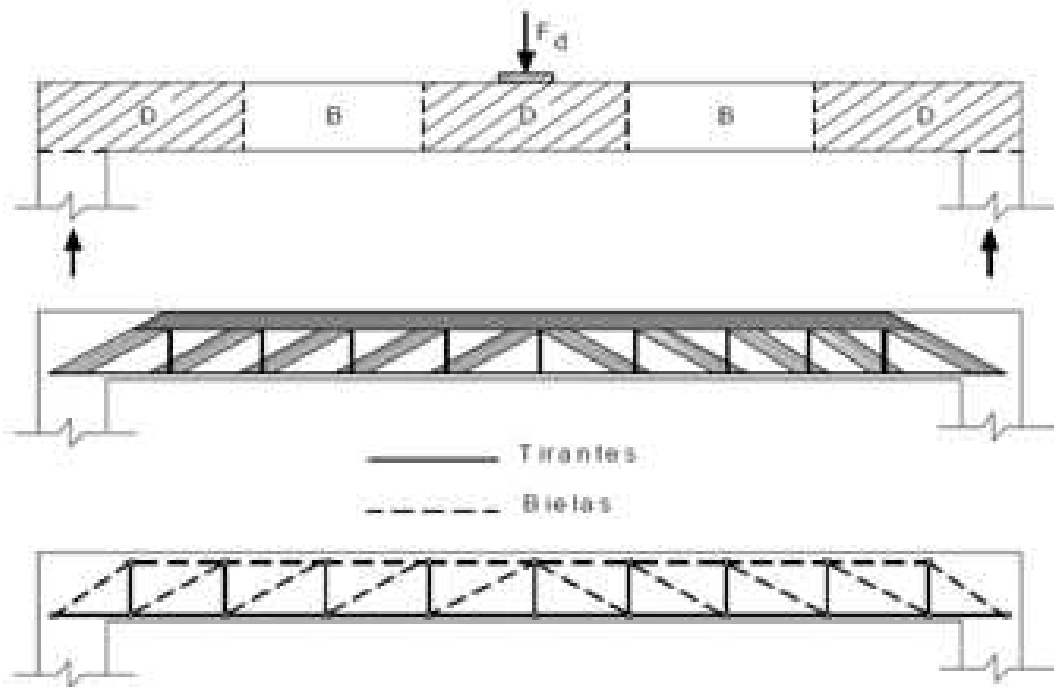


Figura 2.5 - Modelo de treliça para uma viga em concreto armado.

As forças nas diagonais comprimidas e tracionadas são maiores à medida que sua localização se aproxima dos apoios. Já para as forças nos banzos paralelos, a intensidade aumenta quando sua localização se aproxima do meio do vão.

Posteriormente foi verificado que o modelo de treliça não representava adequadamente o comportamento das vigas, dado que as tensões reais atuantes na armadura transversal são significativamente menores que a obtida a partir do modelo, como indicado na figura 2.6, onde  $V$  é o esforço cortante atuante e  $\sigma_{sw}$  é a tensão de tração na armadura transversal.

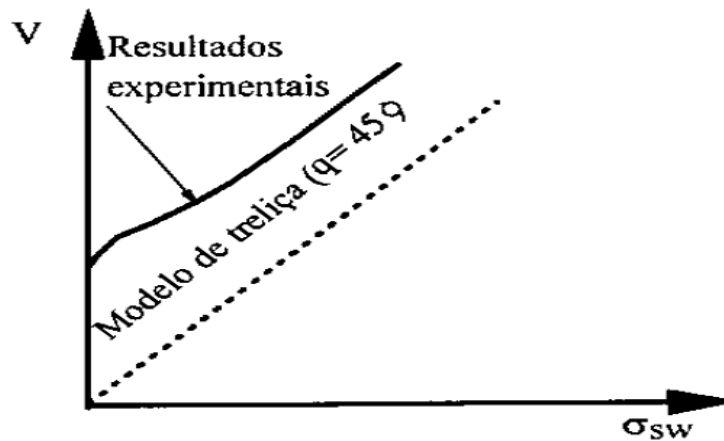


Figura 2.6 – Relação esforço cortante x tensão na armadura transversal – DURÃO [9].

Essa diferença pode ser atribuída aos seguintes fatores:

- a) Os nós da treliça não podem ser considerados como articulações perfeitas, assim a treliça é hiperestática;
- b) As bielas são mais rígidas que as diagonais tracionadas, absorvendo assim parcela maior do esforço;
- c) Consideração de uma parte do esforço cortante sendo resistido pelo banzo comprimido, pelo efeito de engrenamento dos agregados nas faces das fissuras diagonais e pelo efeito de pino da armadura longitudinal que cruza essas fissuras, e apenas a outra parte sendo resistida pela ação de treliça;

Visando um dimensionamento mais econômico da armadura transversal, foram feitas as seguintes modificações na teoria clássica:

- a) Adoção de braço de alavanca da treliça variável, ao longo da mesma;
- b) Adoção de ângulo das diagonais comprimidas com o eixo da viga menor que  $45^\circ$ .

A inclusão dessas considerações na resolução da treliça introduz dificuldades matemáticas consideráveis. Assim, a solução foi adotar um modelo semi-empírico, baseado na padronização das armaduras de vigas obtidas nos modelos numéricos de treliça com ensaios de laboratórios, cujos resultados servem para aferir e corrigir o modelo matemático. Esse modelo é denominado de Treliça de Morsch generalizada.

Dentre as modificações citadas acima, normalmente são adotadas pelas normas de dimensionamento a introdução de uma parcela corretiva para o dimensionamento dos estribos, ou seja, que:

$$V_{Res} = V_s + V_c; \quad (2.1)$$

onde,

- $V_{Res}$  = Esforço cortante resistente;
- $V_s$  = Esforço cortante resistido pelo aço;
- $V_c$  = Esforço cortante resistido pelo concreto (termo corretivo).

A parcela corretiva  $V_c$  adotada é em geral o esforço cortante correspondente à fissuração diagonal crítica da viga. Como não existem fórmulas com base teórica para sua avaliação, essa parcela é comumente calculada a partir de fórmulas basicamente empíricas, que nem sempre incluem os principais parâmetros que nela influem. Uma alternativa para a consideração mais aproximada dessa parcela é a determinação da resistência ao esforço cortante segundo a teoria do painel fissurado, apresentada a seguir.

## 2.4 TEORIA DO PAINEL FISSURADO.

Como apresentado por VILLELA [12] a teoria do painel fissurado é uma generalização das teorias desenvolvidas a partir do modelo de treliça. Ela consiste na análise de um elemento infinitesimal, microfissurado, solicitado por duas tensões axiais ( $\sigma_x$  e  $\sigma_y$ ) e uma tensão cisalhante ( $\tau_{xy}$ ), atuando em seu plano médio, como indicado na figura 2.7.

A partir da composição de elementos de chapa (de maneira semelhante ao Método dos Elementos Finitos), uma peça pode ser analisada. Assim, a análise de uma seção qualquer se converte em um problema de discretização de malha, tornando



desnecessárias definições usuais, como por exemplo, a definição do banzo comprimido. A qualidade dos resultados está ligada, principalmente, ao nível de discretização adotado.

A teoria do painel fissurado tem como base o fato de que o concreto armado fissurado passa a ser um material específico. São desprezados os efeitos localizados, como por exemplo, o aumento de tensões na armadura, nas regiões próximas as fissuras, adotando valores médios para as tensões e deformações. Assim, o problema consiste em definir como as tensões ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\tau_{xy}$ ) estão relacionadas com as deformações ( $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  e  $\varepsilon_{xy}$ )

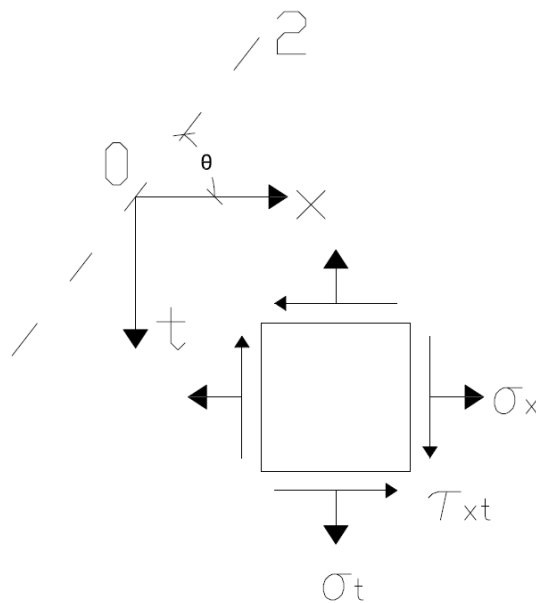


Figura 2.7 – Elemento infinitesimal da teoria do painel fissurado.

Essa abordagem trouxe avanços significativos na resolução do problema de esforço cortante, como por exemplo, a possibilidade de várias inclinações de bielas nos painéis de uma mesma seção transversal.

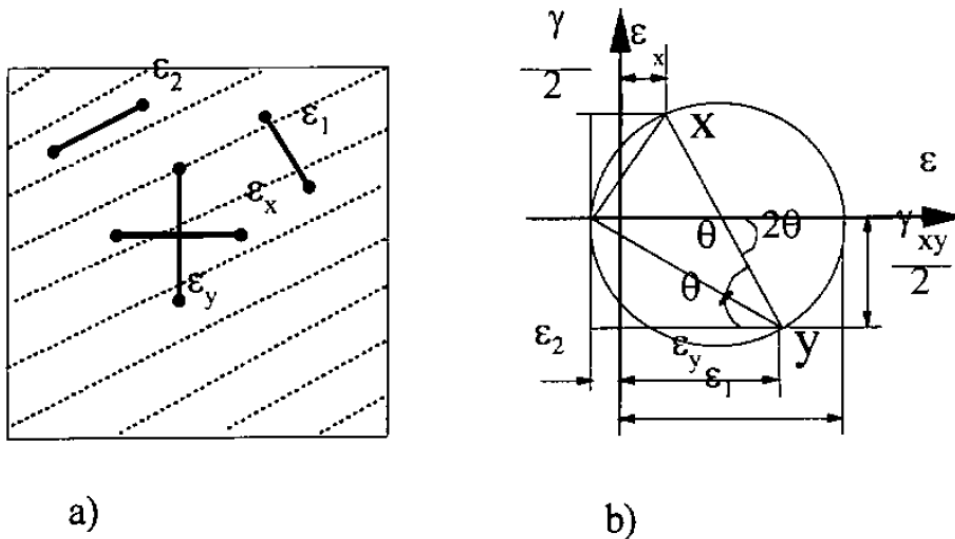
Podem-se definir três direções, de fundamental importância, no estudo do painel fissurado de concreto armado:

- Direção da tensão principal de compressão;
- Direção da deformação principal de compressão;
- Direção das fissuras.

### 2.4.1 A Teoria do Campo de Compressão.

A partir de uma analogia com estudos da flambagem de almas metálicas submetidas ao esforço cortante, COLLINS [13] supôs que a direção das bielas de compressão fosse igual à direção da deformação de compressão principal do painel.

Essa condição é representada pela figura 2.8:



- a) Deformações médias na alma;  
 b) Círculo de Mohr de deformações.

Figura 2.8 – Compatibilidade das deformações para almas fissuradas COLLINS et. al.

[13].

onde,

- $\epsilon_x$  é a deformação longitudinal;
- $\epsilon_y$  é a deformação transversal;
- $\gamma_{xy}$  é a deformação de cortante;
- $\epsilon_2$  é a deformação principal de compressão;
- $\epsilon_1$  é a deformação principal de tração;

As relações de compatibilidade das deformações médias na alma são obtidas do círculo de Mohr, apresentado na figura acima e levam a:

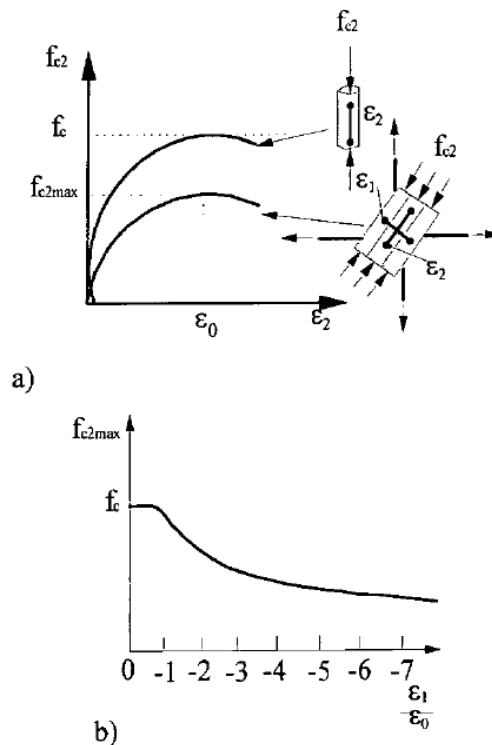
$$(\tan \theta)^2 = \frac{\epsilon_x - \epsilon_2}{\epsilon_1 - \epsilon_2} \quad (2.2)$$

Adotando a teoria do painel fissurado, submetido aos esforços de chapa, utilizando a suposição da direção das bielas de compressão, que estabelece a compatibilidade de deformações, e outras simplificações também adotadas no modelo clássico da treliça, como por exemplo, a desconsideração da resistência à tração do concreto, COLLINS [14] definiu uma formulação para um modelo estrutural de concreto armado, denominado Teoria do Campo de Compressão.

#### 2.4.2 A Teoria do Campo de Compressão Modificada.

Essa teoria consiste numa sofisticação da Teoria do Campo de Compressão, a partir do aprimoramento das equações constitutivas do concreto.

Segundo GARCIA [11] a relação tensão-deformação do concreto fissurado, proposta por COLLINS e VECCHIO [15] e [16], foi obtida a partir de ensaios de painéis de concreto armado, submetido a estados de tensões bi-axiais (incluindo cisalhamento puro) e relaciona a tensão limite de compressão com a deformação principal de tração.



- a) Relação esforço-deformação para o concreto fissurado em compressão;
- b) Relação proposta de máximo esforço de compressão.

Figura 2.9 – Relação tensão-deformação para o concreto fissurado- VECCHIO e COLLINS [15].

$$f_{c2} = f_{c2m\acute{a}x} \cdot \left[ 2 \cdot \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} \right) - \left( \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad (2.3)$$

onde,

$$\frac{f_{c2m\acute{a}x}}{f_c} = \frac{1}{0,8 + 0,34 \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_0}} \leq 1,0 \quad (2.4)$$

- $\varepsilon_0$  é a deformação do concreto correspondente à máxima tensão;
- $f_c$  é a resistência à compressão do concreto.
- $f_{c2}$  é a resistência à compressão do concreto fissurado.
- $f_{c2m\acute{a}x}$  é o máximo esforço de compressão do concreto fissurado.

A relação tensão-deformação de tração do concreto, antes e depois da fissuração, é apresentada na figura 2.10, onde  $f_{ct}$  é a resistência à tração do concreto e  $\varepsilon_{ct}$  é a deformação de alongamento relativa a  $f_{ct}$ .

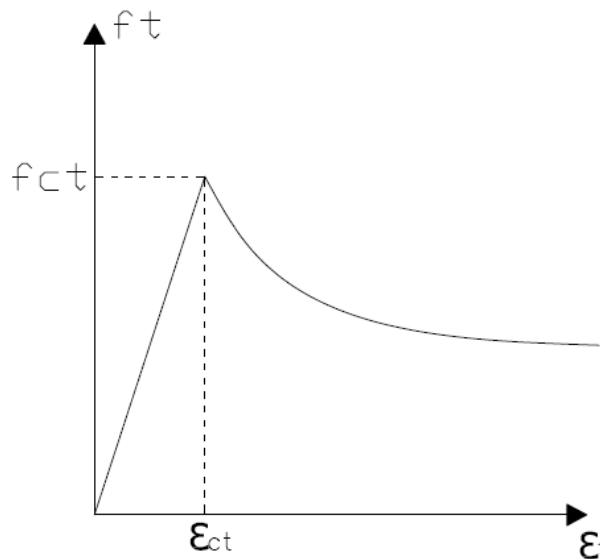


Figura 2.10 – Curva  $\sigma \times \varepsilon$  para o concreto a tração segundo COLLINS e VECCHIO [15] e [16].

A relação tensão-deformação de tração no concreto, usada antes da fissuração é:

$$f_t = E_c \cdot \varepsilon_1 \quad (2.5)$$

e para depois da fissuração:

$$f_t = \frac{f_{cr}}{1 + \sqrt{500} \cdot \varepsilon_1} = \frac{0,33 \cdot \sqrt{f_c}}{1 + \sqrt{500} \cdot \varepsilon_1} \leq \frac{0,18 \cdot \sqrt{f_c}}{0,3 + \frac{24 \cdot w}{d_a + 16}} \quad (2.6)$$

onde,

- $f_{cr}$  é a tensão de tração correspondente à fissuração do concreto;
- $w$  é a abertura das fissuras diagonais;
- $d_a$  é a dimensão máxima do agregado;
- $f_t$  é a resistência à tração do concreto;

Assim, partindo das equações de compatibilidade, de equilíbrio e de tensão deformação, COLLINS chegou à equação 2.7, que relaciona o esforço cortante resistente ao ângulo  $\theta$  e às deformações  $\varepsilon_x$  e  $\varepsilon_y$ .

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_x + \left[ \varepsilon_x + 0,002 \cdot \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{v}{f_c} \cdot (\tan \theta + \cot \theta) \cdot (0,8 + 170\varepsilon_1)} \right) \right] \cdot \cot \theta^2 \quad (2.7)$$

Considerando para  $\varepsilon_x$  a deformação do banzo tracionado de uma treliça equivalente ao campo de compressão considerado, tem-se:

$$\varepsilon_x = \frac{\left| \frac{M}{z} \right| + 0,5 \cdot V \cdot \cot \theta}{E_s \cdot A_s} \quad (2.8)$$

onde,

- $M$  é o momento fletor atuante na seção analisada;
- $z$  é a distância entre os centroides das seções dos banzos comprimido e tracionado (braço de alavanca);
- $V$  é o esforço cortante atuante na seção analisada;
- $A_s$  é a área de armadura longitudinal de flexão.

e o valor de  $f_2$  dado por

$$f_2 = \frac{V}{b_w z} \cdot (\tan \theta + \cot \theta) \quad (2.9)$$

a partir da equação (2.3) chega-se a:

$$\varepsilon_2 = -0,002 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{f_2}{f_{c2máx}}} \right) \quad (2.10)$$

e então a:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_x + (\varepsilon_x - \varepsilon_2) \cot^2 \theta \quad (2.11)$$

Assim o método de dimensionamento proposto admite que:

$$V = V_c + V_s = \beta \cdot \sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot z + A_{sw} \cdot f_{yw} \cdot \frac{z}{s} \cdot \cot \theta \quad (2.12)$$

onde,

$$\beta = \frac{0,33 \cdot \cot \theta}{1 + \sqrt{500\varepsilon_1}} \leq \frac{0,18}{0,3 + \frac{24w}{d_a + 16}} \quad (2.13)$$

A teoria do campo de compressão modificada está baseada em três grupos de relações:

- a) Relações de compatibilidade para as deformações médias no concreto e na armadura;
- b) Relações de equilíbrio envolvendo as tensões médias no concreto e na armadura;
- c) Relações constitutivas para o concreto fissurado e armadura.

E destacam-se dentre as hipóteses admitidas na formulação da teoria:

- a) Armadura uniformemente distribuída dentro do elemento;
- b) As cargas são uniformemente aplicadas no elemento;
- c) Aderência perfeita entre o concreto e a armadura;
- d) Direções das tensões e deformações principais são coincidentes.

### 3. DIMENSIONAMENTO SEGUNDO ABNT NBR-6118:2007.

#### 3.1 INTRODUÇÃO.

Este capítulo apresenta o procedimento de dimensionamento ao esforço cortante na flexão simples, segundo a NBR-6118, na sua revisão de 2007. São também apresentadas algumas considerações sobre o dimensionamento ao momento fletor.

Este código tem como base, para o dimensionamento ao esforço cortante, a analogia da viga fissurada com uma treliça, de banzos paralelos, com mecanismos resistentes complementares desenvolvidos no interior do elemento estrutural.

#### 3.2 DIMENSIONAMENTO AO ESFORÇO CORTANTE.

A norma brasileira no item 17.4 apresenta o dimensionamento no Estado Limite Último ao esforço cortante. As condições a serem atendidas para a satisfação da resistência do concreto estrutural são as seguintes:

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} \quad (3.1)$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (3.2)$$

onde:

- $V_{Sd}$  é a força cortante solicitante de cálculo, na seção;
- $V_{Rd2}$  é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto;
- $V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$  é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal, onde  $V_c$  é a parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça e  $V_{sw}$  é a parcela resistida pela armadura transversal.

A primeira condição é a verificação da compressão inclinada no concreto, já a segunda consiste na verificação da força de tração do reforço (armadura transversal). A determinação dos valores de  $V_{Rd2}$  e  $V_{Rd3}$  pode ser feita a partir de dois modelos de cálculo, o Modelo de cálculo I e o Modelo de cálculo II, sendo que esse segundo pode ser determinado diretamente a partir do modelo de treliça.

Nas equações que determinam a força cortante resistente de cálculo (tanto para a ruína por compressão diagonal, quanto na ruína por tração diagonal) aparecem os ângulos  $\theta$  e  $\alpha$ . Esses ângulos aparecem nos dois modelos de cálculo da NBR 6118 e em todos os códigos abordados pelo presente trabalho.

O ângulo  $\theta$  consiste na inclinação das diagonais de compressão inclinadas em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural.

Já  $\alpha$  é o ângulo de inclinação da armadura transversal, em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, podendo-se tomar  $45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ .

### 3.2.1 Parâmetros.

Nas equações de dimensionamento são definidos os seguintes parâmetros:

- $A_{sw}$  é a área da seção transversal dos estribos;
- $b_w$  é a menor largura da seção, compreendida ao longo da altura útil  $d$ ;
- $d$  é a altura útil da seção, sendo igual à distância da borda comprimida ao centro de gravidade da armadura de tração;
- $s$  é o espaçamento entre os elementos (também denominados estribos) da armadura transversal, medido na direção do eixo da peça;
- $f_{ck}$  é a resistência característica à compressão do concreto;
- $f_{cd}$  é a resistência de cálculo à compressão do concreto;
- $f_{ct,m}$  é a resistência média à tração do concreto;
- $f_{yk}$  é a resistência característica ao escoamento do aço na armadura de flexão;
- $f_{yd}$  é a resistência de cálculo ao escoamento do aço na armadura de flexão;
- $f_{ywk}$  é a resistência característica ao escoamento do aço na armadura transversal;
- $f_{ywd}$  é a tensão na armadura transversal de flexão. Essa tensão deve ser limitada a  $f_{yd}$  no caso de estribos e a 70% desse valor no caso de barras dobradas, não se tomando para ambos os casos, valores superiores a 435 MPa;
- $\gamma_c$  é o coeficiente de minoração da resistência do concreto;
- $\gamma_s$  é o coeficiente de minoração da resistência do aço;



### 3.2.2 Coeficientes de majoração e minoração.

As tabelas 3.1 e 3.2 apresentam os coeficientes de majoração das ações e de minoração das resistências, respectivamente, adotadas na norma:

Combinações de ações	Ações							
	Permanentes (g)		Variáveis (q)		Protensão (p)		Recalques de apoio e retração	
	D	F	G	T	D	F	D	F
Normais	1,4 <sup>1)</sup>	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0
Especiais ou de construção	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0
Excepcionais	1,2	1,0	1,0	0	1,2	0,9	0	0

Onde:  
*D* é desfavorável, *F* é favorável, *G* representa as cargas variáveis em geral e *T* é a temperatura.  
<sup>1)</sup> Para as cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.

Tabela 3.1 – Coeficientes  $\gamma$  de majoração das ações - NBR 6118.

Combinações	Concreto $\gamma_c$	Aço $\gamma_s$
Normais	1,4	1,15
Especiais ou de construção	1,2	1,15
Excepcionais	1,2	1,0

Tabela 3.2 – Coeficientes  $\gamma$  de minoração das resistências - NBR 6118.

Nos capítulos 11 e 12 da norma são apresentados os procedimentos para as obtenções dos esforços e resistências de cálculo. O valor da solicitação de cálculo pode ser obtido, para a combinação normal no estado limite último, a partir da seguinte equação:

$$F_d = \gamma_g F_{gk} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \Psi_{0j} F_{qjk}) \quad (3.3)$$

onde,

- $F_{gk}$  representa as ações permanentes diretas;
- $F_{qjk}$  representa as ações variáveis diretas, das quais  $F_{q1k}$  é escolhida principal;
- $\Psi_{0j}$  representa o coeficiente de ponderação das ações variáveis, obtido a partir da tabela 11.2 da norma brasileira.

As demais combinações de ações para a determinação da solicitação de cálculo estão apresentadas na tabela 11.3 da norma brasileira.

Para a determinação das resistências de cálculo, as seguintes equações devem ser utilizadas:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (3.4)$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (3.5)$$

### 3.2.3 Condições Gerais.

O item 17.4.1.1.1 da norma brasileira contém as condições gerais para o dimensionamento, os quais são apresentados a seguir:

a) Armadura transversal mínima:

Todos os elementos, exceto os indicados no item 17.4.1.1.2, devem conter armadura transversal mínima, constituída de estribos, com taxa geométrica definida pela seguinte equação:

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w \cdot s \cdot \sin \alpha} \geq 0,2 \cdot \frac{f_{ct,m}}{f_{yk}} \quad (3.6)$$

onde:

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}}, \text{ com } f_{ct,m} \text{ e } f_{ck} \text{ em MPa} \quad (3.7)$$

b) Composição da armadura transversal:

A armadura transversal pode ser constituída de estribos, ou pela composição de estribos e barras dobradas. Na utilização de barras dobradas, estas não devem suportar mais do que 60% do esforço total resistido pela armadura.

Barras verticais soldadas também podem ser utilizadas, combinadas com os estribos, respeitando a proporção anterior e requisitos de ancoragem do item 9.4.6.2.

### 3.2.4 Condições relativas às cargas próximas aos apoios.

Quando a carga e a reação de apoio forem aplicadas em faces opostas do elemento, comprimindo a alma, valem as seguintes prescrições, para o cálculo da armadura transversal:

- a) “a força cortante oriunda de carga distribuída pode ser considerada, no trecho entre o apoio e a seção situada à distância  $d/2$  da face do apoio, constante e igual à desta seção”;
- b) “a força cortante devida a uma carga concentrada aplicada a uma distância  $a \leq 2d$  do trecho teórico do apoio pode, nesse trecho de comprimento  $a$ , ser reduzida multiplicando-a por  $a/(2d)$ ”.

As reduções indicadas se aplicam somente para a determinação da armadura transversal, não se aplicando a verificação da resistência à compressão diagonal do concreto.

### 3.2.5 Dimensionamento segundo Modelo de Cálculo I.

No modelo de cálculo I o valor de  $\theta$  é fixado em  $45^\circ$ , e o valor de  $V_c$  apresenta um valor constante, não variando com  $V_{Sd}$ .

- a) Verificação da compressão diagonal do concreto:

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (3.8)$$

onde,

$$\alpha_{v2} = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right), \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa} \quad (3.9)$$

- b) Determinação da armadura transversal:

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (3.10)$$

onde,

$$V_{sw} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha) \quad (3.11)$$

$$V_c = V_{c0}, \text{ na flexão simples} \quad (3.12)$$

$$V_{c0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d \quad (3.13)$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} \quad (3.14)$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} \quad (3.15)$$

### 3.2.6 Dimensionamento segundo Modelo de Cálculo II.

O modelo de cálculo II admite que o valor de  $\theta$  possa variar livremente entre  $30^\circ$  e  $45^\circ$ . Admite ainda que o valor de  $V_c$  sofra uma redução com o aumento de  $V_{Sd}$ .

a) Verificação da compressão diagonal do concreto:

$$V_{Rd2} = 0,54 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \cdot (\sin \theta)^2 \cdot (\cot \alpha + \cot \theta) \quad (3.16)$$

b) Determinação da armadura transversal:

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

onde,

$$V_{sw} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\cot \alpha + \cot \theta) \cdot \sin \alpha \quad (3.17)$$

$$V_c = V_{c1}, \text{ na flexão simples} \quad (3.18)$$

$$V_{c1} = V_{c0} \quad , \text{ se } V_{Sd} \leq V_{c0} \quad (3.19)$$

$$V_{c1} = 0 \quad , \text{ se } V_{Sd} = V_{Rd2}$$

interpolando-se linearmente para valores intermediários;

A interpolação pode ser feita a partir da equação 3.20:

$$V_{c1} = V_{c0} \frac{V_{Rd2} - V_{Sd}}{V_{Rd2} - V_{c0}} \quad (3.20)$$

### 3.2.7 Análise adimensional do dimensionamento ao esforço cortante.

A partir do dimensionamento de uma seção transversal retangular, foi construído um gráfico adimensional para a análise da variação da taxa de armadura transversal ( $A_{sw}/s$ ) com a variação do esforço cortante, nos modelos I e II, a partir da adoção de diversos valores para o ângulo  $\theta$ , permitidos pela norma brasileira.

Para cada valor do ângulo teta, o esforço cortante de cálculo variou de zero até o valor de  $V_{rd2}$  correspondente.

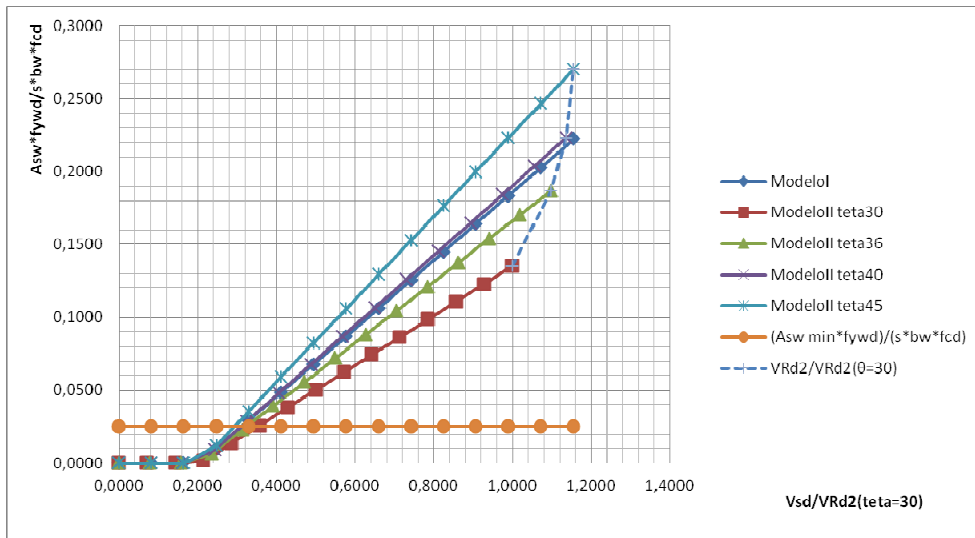


Figura 3.1 – Variação da taxa de armadura transversal com o esforço cortante – NBR 6118.

O ângulo  $\theta$  variou de cinco em cinco graus, com exceção do valor de  $\theta=36^\circ$ , para posterior comparação com o dimensionamento proposto pelo *fib Model Code*. Foi adotado o valor de  $\alpha = 90^\circ$ .

A partir da observação da figura 3.1, podem-se chegar as seguintes conclusões:

- A taxa de armadura transversal aumenta com o aumento do ângulo  $\theta$ ;
- A taxa de armadura transversal obtida no modelo I ( $\theta=45^\circ$ ) é próxima ao valor obtido para o ângulo de  $40^\circ$  no modelo II. Isso ocorre devido a influência da variação de  $V_c$  com  $V_{sd}$ , no modelo II, demonstrada na figura 3.2;
- A armadura transversal só é necessária a partir de aproximadamente 20% do valor de  $V_{Rd2}$  para  $\theta = 30^\circ$ . Isso ocorre devido à consideração dos mecanismos resistentes complementares ( $V_c$ ).
- Nota-se uma diferença de aproximadamente 41%, entre os valores das taxas de armaduras obtidas nos ângulos  $\theta = 30^\circ$  e  $\theta = 45^\circ$ , no modelo de cálculo II, para  $V_{sd} = V_{Rd2}(\theta = 30^\circ)$ .

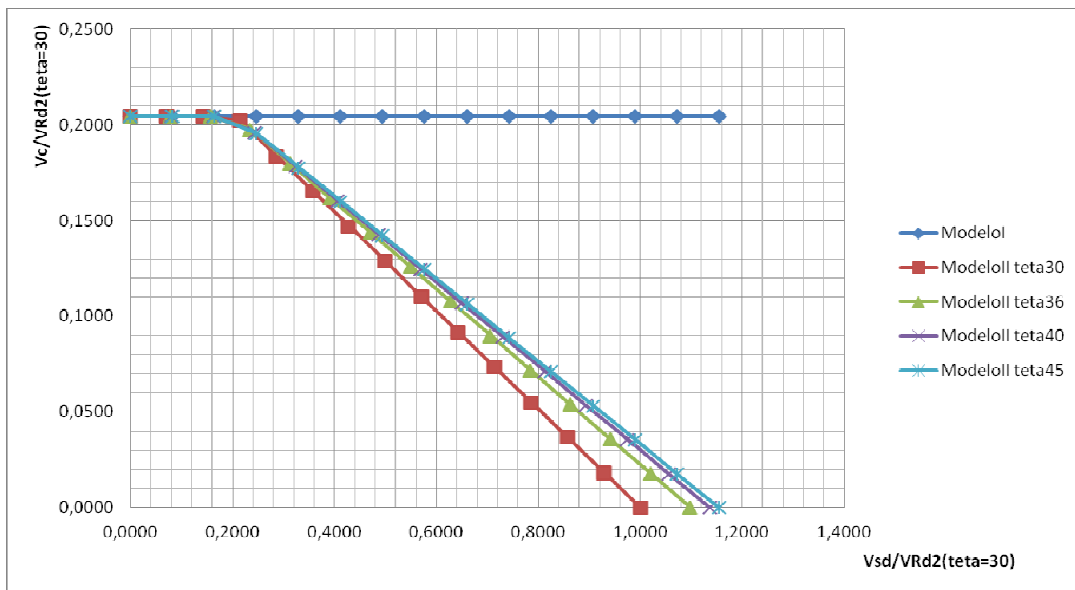


Figura 3.2– Variação de  $V_c$  com o esforço cortante – NBR 6118.

### 3.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE O DETALHAMENTO DA ARMADURA TRANSVERSAL.

O item 18.3.3 da norma contém as prescrições para o detalhamento da armadura transversal.

No caso de elementos estruturais, armados com estribos, as prescrições são as seguintes:

- a) Os estribos devem ser fechados através de um ramo horizontal, envolvendo as barras da armadura longitudinal de tração, e ancoradas na face oposta. Quando essa face também puder estar submetida à tração, o estribo deve conter também o ramo horizontal nessa face, ou ser complementado por meio de barra adicional;
- b) O diâmetro da barra que compõe o estribo deve ser maior ou igual que 5 mm e menor ou igual a um décimo da largura da alma da viga. Se for utilizada barra lisa na composição do estribo, o diâmetro deve ser menor ou igual que 12 mm. No caso de estribos formados por barras soldadas, o diâmetro mínimo pode ser diminuído para 4,2 mm;
- c) O espaçamento mínimo entre os estribos, na direção longitudinal, deve ser suficiente para a passagem do vibrador. O espaçamento máximo deve atender às seguintes condições:

$$i. \text{ Se } V_d \leq 0,67V_{Rd2}, \quad s_{\text{máx}} = 0,6 \cdot d \leq 300 \text{ mm} \quad (3.21)$$

$$\text{ii. Se } V_d > 0,67V_{Rd2}, \quad s_{m\acute{a}x} = 0,3 \cdot d \leq 200 \text{ mm}$$

d) O espaçamento transversal, entre ramos sucessivos da armadura, não deve exceder:

$$\text{i. Se } V_d \leq 0,20 \cdot V_{Rd2}, \quad s_{t,m\acute{a}x} = d \leq 800 \text{ mm} \quad (3.22)$$

$$\text{ii. Se } V_d > 0,20 \cdot V_{Rd2}, \quad s_{t,m\acute{a}x} = 0,6 \cdot d \leq 350 \text{ mm}$$

e) Não são permitidas emendas de transpasse, somente quando os estribos forem constituídos por telas ou barras de alta aderência.

f) A ancoragem dos estribos deve necessariamente ser garantida por meio de ganchos ou barras longitudinais soldadas. O diâmetro interno da curvatura dos estribos deve ser, no mínimo, igual ao índice indicado na tabela 9.2 da norma. Os ganchos dos estribos podem ser:

i. Semicirculares, ou em ângulo de 45° (interno), com ponta reta de comprimento igual a 5 vezes o diâmetro do estribo, porém não inferior a 5 cm;

ii. Em ângulo reto, com ponta reta de comprimento maior ou igual a 10 vezes o diâmetro do estribo, porém não inferior a 7 cm (esse tipo de gancho não deve ser utilizado para barras e fios lisos);

No caso de elementos estruturais, armados com barras dobradas, as prescrições são as seguintes:

a) O trecho reto de ancoragem da barra deve ser maior ou igual à  $l_{b,nec}$  (comprimento de ancoragem necessário, conforme definido no item 9.4.2.5 da norma);

b) O espaçamento longitudinal entre as barras não deve ser superior a:

$$s_{m\acute{a}x} = 0,6 \cdot d \cdot (1 + \cot(\alpha)), \text{ onde } \alpha \text{ é a inclinação da barra} \quad (3.23)$$

### **3.4 CONSIDERAÇÕES SOBRE O DIMENSIONAMENTO AO MOMENTO FLETOR.**

A norma brasileira no item 17.2 apresenta o dimensionamento no Estado Limite Último de elementos lineares a solicitações normais. As seguintes hipóteses básicas são consideradas:

- a) As seções transversais se mantêm planas após deformação;
- b) Perfeita aderência entre o concreto e aço na armadura passiva;
- c) As tensões de tração no concreto, normais à seção transversal, devem ser desprezadas;
- d) A distribuição de tensões de compressão no concreto, se faz de acordo ao diagrama parábola-retângulo (como definido no item 8.2.10 e mostrado na figura 3.3), com tensão de pico igual a  $0,85f_{cd}$ . Esse diagrama pode ser substituído pelo retângulo de altura  $0,8x$  (onde  $x$  é a profundidade da linha neutra, medida com relação à face), com a seguinte tensão:
  - i.  $0,85f_{cd}$ , quando a largura da seção, medida paralelamente a linha neutra, não diminuir a partir dessa para a borda comprimida;
  - ii.  $0,80f_{cd}$  no caso contrário.

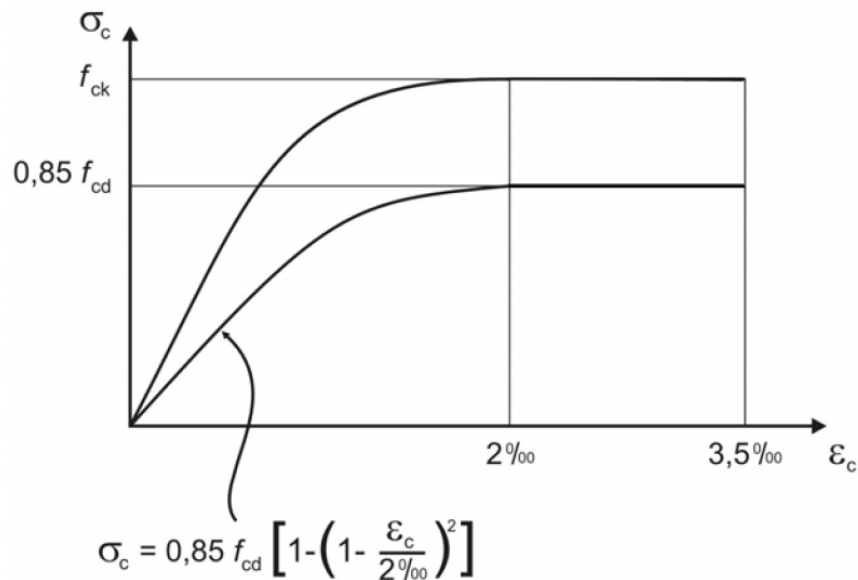


Figura 3.3 – Diagrama tensão deformação idealizado – NBR 6118.

- e) A tensão nas armaduras deve ser obtida a partir dos diagramas tensão-deformação, com valores de cálculo. A figura 3.4 apresenta o diagrama adotado pela norma.



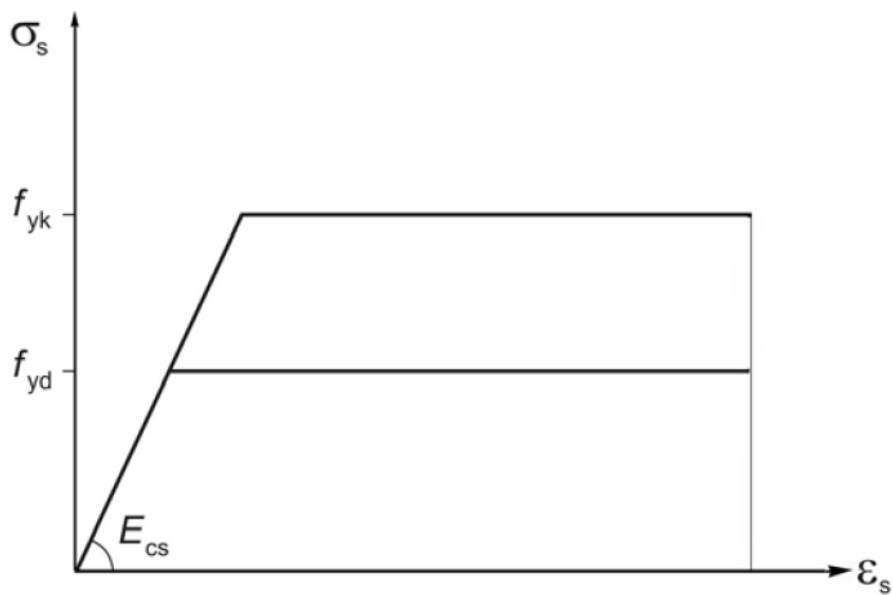
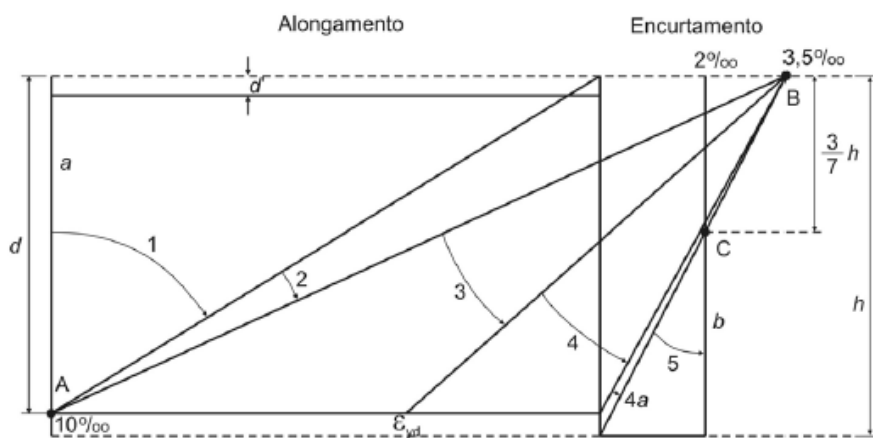


Figura 3.4 – Diagrama tensão deformação para aços de armaduras passivas – NBR 6118.

f) O estado limite último é caracterizado, quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um dos domínios ilustrados na figura 3.5.



**Ruptura convencional por deformação plástica excessiva:**

- reta a: alongamento uniforme;
- domínio 1: alongamento não uniforme, sem compressão;
- domínio 2: flexão simples ou composta sem ruptura à compressão do concreto ( $\epsilon_c < 3,5\text{‰}$  e com o máximo alongamento permitido);

**Ruptura convencional por encurtamento limite do concreto:**

- domínio 3: flexão simples (seção subarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e com escoamento do aço ( $\epsilon_s \geq \epsilon_{yd}$ );
- domínio 4: flexão simples (seção superarmada) ou composta com ruptura à compressão do concreto e aço tracionado sem escoamento ( $\epsilon_s < \epsilon_{yd}$ );
- domínio 4a: flexão composta com armaduras comprimidas;
- domínio 5: encurtamento não uniforme, sem tração;
- reta b: encurtamento uniforme.

Figura 3.5 – Domínios de estado limite último de uma seção transversal – NBR 6118.

g) Para garantir a ductilidade da seção, a posição da linha neutra no Estado Limite Último, deve obedecer aos seguintes limites (podendo ser adotada, se necessário, armadura de compressão, para viabilizar a posição adequada da linha neutra):

$$i. \quad x/d \leq 0,5 \text{ para concretos com } f_{ck} \leq 35 \text{ MPa} \quad (3.24)$$

$$ii. \quad x/d \leq 0,4 \text{ para concretos com } f_{ck} > 35 \text{ MPa}$$

A partir dessas hipóteses, o dimensionamento da seção ao momento fletor pode seguir o diagrama ilustrado na figura 3.6, para o caso de uma seção transversal retangular. A partir da compatibilidade dos esforços, a força de tração na armadura longitudinal pode ser determinada.

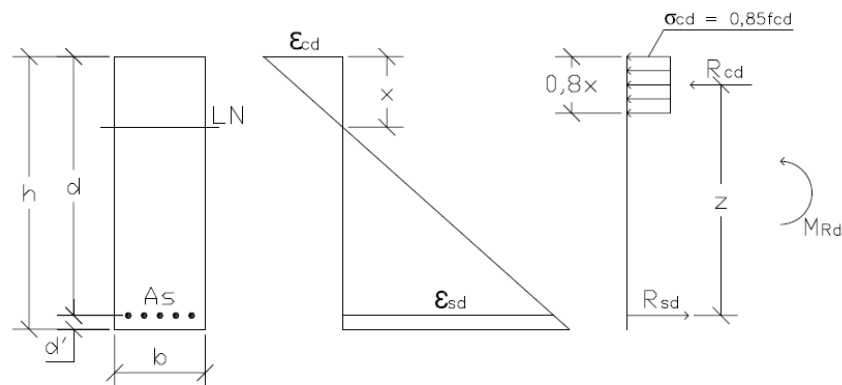


Figura 3.6 – Diagramas para o dimensionamento ao momento fletor – NBR 6118.

### 3.4.1 Correção da força de tração na armadura longitudinal.

Quando o esforço  $R_{sd}$  na armadura longitudinal de tração for obtido a partir do equilíbrio de esforços na seção normal ao eixo longitudinal, os efeitos provocados pela fissuração inclinada podem ser considerados de duas maneiras:

a) Aumento da força de tração em cada seção, através da equação:

$$R_{sd,cor} = \frac{M_{sd}}{z} + |V_{sd}| \cdot (\cot \theta - \cot \alpha) \cdot \frac{1}{2} \leq R_{sd,m\acute{a}x} \quad (3.25)$$

onde,  $\frac{M_{sd}}{z}$ , representa simbolicamente a força de tração na armadura longitudinal.

b) Decalagem do diagrama de força no banzo tracionado, pelas seguintes equações:

i. Para o Modelo I:

$$a_1 = d \cdot \left[ \frac{V_{sd,m\acute{a}x}}{2 \cdot (V_{sd,m\acute{a}x} - V_c)} \cdot (1 + \cot \alpha) - \cot \alpha \right] \quad (3.26)$$

onde,

$$a_1 \geq 0,5 \cdot d, \text{ no caso geral;}$$

$a_1 \geq 0,2 \cdot d$ , para estribos inclinados a  $45^\circ$ .

ii. Para o Modelo II:

$$a_1 = 0,5 \cdot d \cdot (\cot \theta - \cot \alpha) \quad (3.27)$$

onde,

$a_1 \geq 0,5 \cdot d$ , no caso geral;

$a_1 \geq 0,2 \cdot d$ , para estribos inclinados a  $45^\circ$ .

## 4. DIMENSIONAMENTO SEGUNDO EUROCODE.

### 4.1 INTRODUÇÃO.

Este capítulo apresenta o procedimento de dimensionamento ao esforço cortante na flexão simples, segundo o *Eurocode*, EN 1992-1-1 2010. São também apresentadas algumas considerações sobre o dimensionamento ao momento fletor.

Este código tem como base, para o dimensionamento ao esforço cortante, a analogia da viga fissurada com uma treliça, sem a consideração de mecanismos resistentes complementares, desenvolvidos no interior do elemento estrutural.

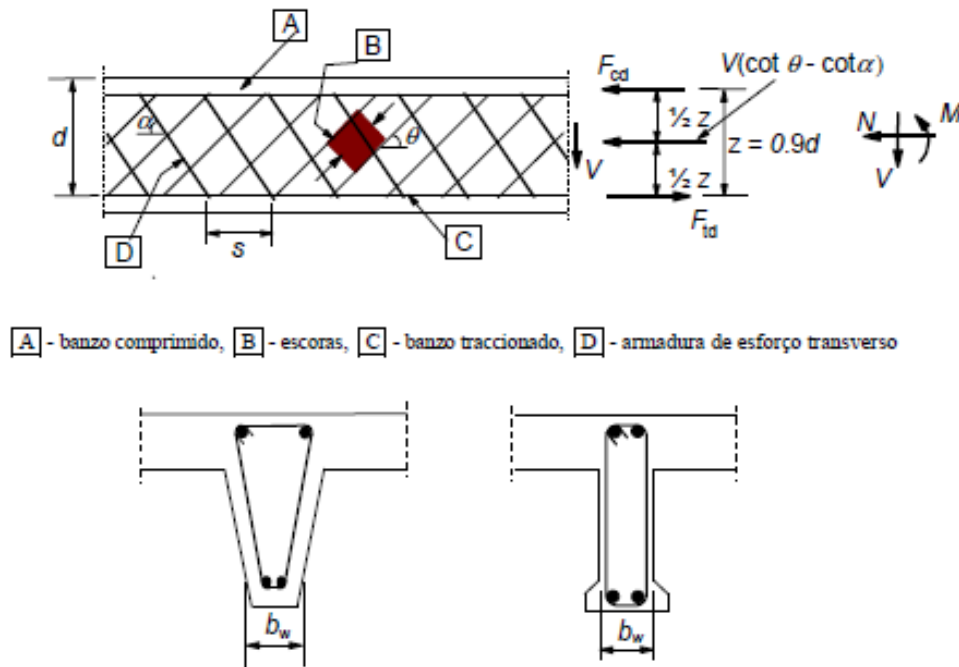


Figura 4.1 – Modelo de treliça e notações - *Eurocode*.

### 4.2 DIMENSIONAMENTO AO ESFORÇO CORTANTE.

A norma europeia, no item 6.2, apresenta o dimensionamento no Estado Limite Último ao esforço cortante. O valor de cálculo do esforço transversal resistente ( $V_{Rd}$ ) é o menor entre os seguintes esforços:

- $V_{Rd,s}$ , valor de cálculo do esforço transversal equilibrado pela armadura de reforço, na tensão de escoamento;

- $V_{Rd,máx}$ , valor de cálculo do esforço transversal resistente máximo do elemento, limitado pelo esmagamento das bielas comprimidas.

O valor de  $\cot(\theta)$  pode variar livremente respeitando os seguintes limites:

$$1 \leq \cot(\theta) \leq 2,5 \quad (4.1)$$

Isso implica que o ângulo  $\theta$  pode variar entre  $21,8^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ .

Já o ângulo  $\alpha$  pode ser adotado, entre os limites indicados abaixo:

$$45^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ \quad (4.2)$$

#### 4.2.1 Parâmetros.

Nas equações de dimensionamento são definidos os seguintes parâmetros:

- $V_{Ed}$  é o esforço cortante de cálculo;
- $A_{sw}$  é a área da seção transversal dos estribos;
- $b_w$  é a menor largura da seção entre os banzos tracionado e comprimido;
- $d$  é a altura útil da seção, sendo igual à distância da borda comprimida ao centro de gravidade da armadura de tração;
- $s$  é o espaçamento entre os estribos;
- $z$  é o braço do binário das forças internas, para um elemento de altura constante, correspondente ao momento fletor no elemento considerado. Na verificação do esforço transversal, numa seção sem esforço normal, poderá ser utilizado o valor aproximado de  $z = 0,9d$ ;
- $f_{ck}$  é o valor característico da tensão de ruptura do concreto à compressão, aos 28 dias de idade;
- $f_{cd}$  é o valor de cálculo da tensão de ruptura do concreto à compressão;
- $\alpha_{cc}$  é o coeficiente que leva em consideração os efeitos de longo prazo na resistência do concreto à compressão e os efeitos desfavoráveis resultantes do modo como a carga é aplicada;
- $f_{yk}$  é o valor característico da tensão de escoamento à tração do aço das armaduras;
- $f_{ywd}$  é o valor de cálculo da tensão de escoamento do aço das armaduras transversais;

- $v_1$  é o coeficiente de redução da resistência do concreto fissurado no esforço transversal;
- $\alpha_{cw}$  é o coeficiente que leva em consideração o estado de tensão do banzo comprimido;

#### 4.2.2 Coeficientes de majoração e minoração.

As tabelas 4.1 e 4.2 apresentam os coeficientes de majoração das ações e de minoração das resistências, respectivamente, adotadas na norma:

Para a obtenção dos esforços e resistências de cálculo, devem ser consultados o capítulo 2 da norma e o código EN 1990:2002 – *Eurocode – Basis of Structural Design*.

O valor da solicitação de cálculo pode ser obtido, para as situações permanentes e transientes no estado limite último, a partir da seguinte equação:

$$E_d = Y_{g,j} G_{k,j} + Y_{q,1} Q_{k,1} + \sum \Psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (4.3)$$

onde,

- $G_{k,j}$  representa as ações permanentes;
- $Q_{k,i}$  representa as ações variáveis, das quais  $Q_{k,1}$  é escolhida principal;
- $\Psi_{0,i}$  representa o coeficiente de ponderação das ações variáveis, obtido a partir da tabela A1.1 do código EN 1990:2002.

As demais combinações de ações para a determinação da solicitação de cálculo estão apresentadas no código EN 1990:2002.

Para a determinação das resistências de cálculo, as seguintes equações devem ser utilizadas:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (4.4)$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (4.5)$$

Persistent and transient design situations	Permanent actions		Leading variable action (*)	Accompanying variable actions	
	Unfavourable	Favourable		Main (if any)	Others
(Eq. 6.10)	$\gamma_{Gj,sup} G_{kj,sup}$	$\gamma_{Gj,inf} G_{kj,inf}$	$\gamma_{Q,1} Q_{k,1}$		$\gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$

(\*) Variable actions are those considered in Table A1.1

NOTE 1 The  $\gamma$  values may be set by the National annex. The recommended set of values for  $\gamma$  are :  
 $\gamma_{Gj,sup} = 1,10$   
 $\gamma_{Gj,inf} = 0,90$   
 $\gamma_{Q,1} = 1,50$  where unfavourable (0 where favourable)  
 $\gamma_{Q,i} = 1,50$  where unfavourable (0 where favourable)

NOTE 2 In cases where the verification of static equilibrium also involves the resistance of structural members, as an alternative to two separate verifications based on Tables A1.2(A) and A1.2(B), a combined verification, based on Table A1.2(A), may be adopted, if allowed by the National annex, with the following set of recommended values. The recommended values may be altered by the National annex.  
 $\gamma_{Gj,sup} = 1,35$   
 $\gamma_{Gj,inf} = 1,15$   
 $\gamma_{Q,1} = 1,50$  where unfavourable (0 where favourable)  
 $\gamma_{Q,i} = 1,50$  where unfavourable (0 where favourable)  
provided that applying  $\gamma_{Gj,inf} = 1,00$  both to the favourable part and to the unfavourable part of permanent actions does not give a more unfavourable effect.

Tabela 4.1 – Coeficientes  $\gamma$  de majoração das ações - EN 1990:2002.

Situações de projecto	$\gamma_c$ para betão	$\gamma_s$ para aço de armaduras para betão armado	$\gamma_s$ para aço de armaduras de pré-esforço
Persistentes Transitórias	1,5	1,15	1,15
Acidentais	1,2	1,0	1,0

Tabela 4.2 – Coeficientes  $\gamma$  de minoração das resistências - Eurocode.

### 4.2.3 Condições Gerais.

A seguir são apresentadas as condições gerais para o dimensionamento segundo Eurocode:

a) Armadura transversal mínima:

O valor da taxa de armadura mínima é obtido pela equação 4.6:

$$\rho_{w,min} = \frac{(0,08 \cdot \sqrt{f_{ck}})}{f_{yk}}, \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa} \quad (4.6)$$

A taxa de armadura pode ser determinada pela seguinte equação:

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s \cdot b_w \cdot \sin \alpha} \quad (4.7)$$

b) Armadura transversal máxima:

A armadura transversal máxima para o esforço cortante,  $A_{sw,máx}$  para  $\cot(\theta) = 1$  é obtida por:

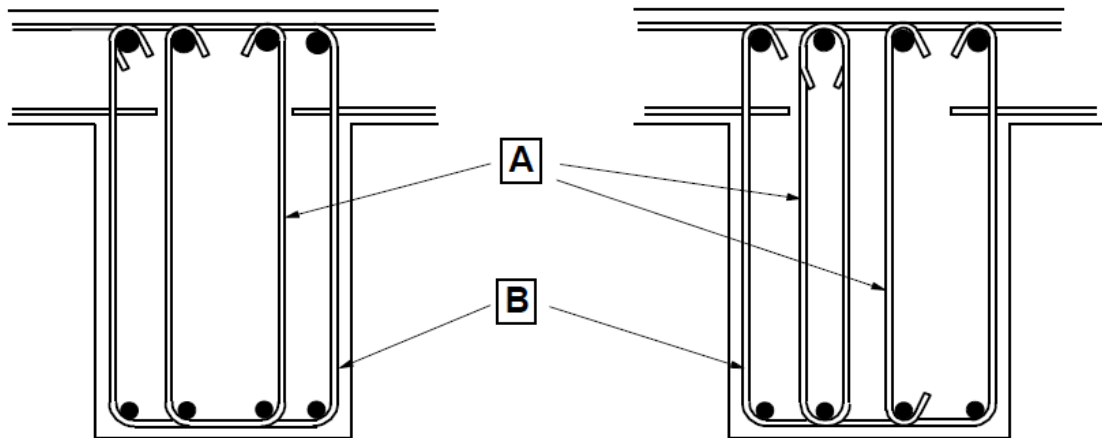
$$\frac{A_{sw,máx} \cdot f_{ywd}}{b_w \cdot s} \leq \frac{\frac{1}{2} \cdot \alpha_{cw} \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{\sin \alpha} \quad (4.8)$$

c) Composição da armadura transversal:

A armadura transversal poderá ser constituída por uma combinação de:

- Estribos envolvendo a armadura longitudinal de tração, e a zona de compressão;
- Barras inclinadas;
- Estribos que, não envolvendo a armadura longitudinal, devem estar convenientemente amarrados às zonas comprimidas e tracionadas.

No caso de utilização de barras inclinadas, pelo menos 50% da armadura transversal deve ser constituída por estribos.



**A** Alternativas de estribos interiores **B** Estribo exterior

Figura 4.2 – Exemplos de armaduras transversais - Eurocode.



#### 4.2.4 Condições relativas às cargas próximas aos apoios.

Quando a ação for aplicada na face superior do elemento, a uma distância da face do apoio  $0,5d \leq a_v \leq 2,0d$ , a contribuição desta carga para o esforço transversal poderá ser minorada por:

$$\beta = \frac{a_v}{2 \cdot d} \quad (4.9)$$

O esforço transversal, assim calculado, deverá satisfazer a seguinte condição:

$$V_{Ed} \leq A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \sin \alpha \quad (4.10)$$

onde,  $A_{sw} \cdot f_{ywd}$  é a resistência das armaduras transversais que atravessam as áreas carregadas às fissuras inclinadas, como indicado na figura 4.3. Deve ser considerada somente a armadura transversal na zona central de extensão  $0,75a_v$ . A minoração só é válida se a armadura longitudinal estiver totalmente ancorada no apoio. Para  $a_v < 0,5d$ , deve-se utilizar o valor  $a_v = 0,5d$ .

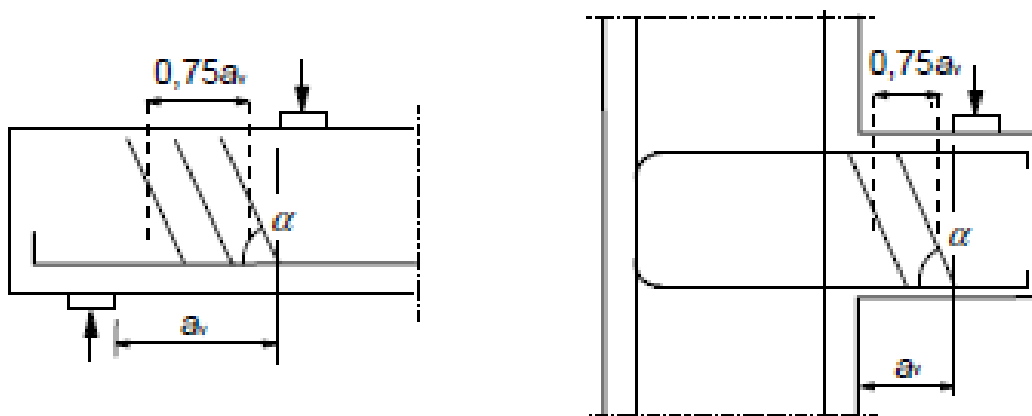


Figura 4.3 – Armadura de esforço transversal em vãos curtos com transmissão direta de carga – Eurocode.

O valor do esforço transversal, calculado sem minoração, deve sempre ser inferior a  $V_{Rd,máx}$ . Ou seja, a minoração só é válida para a determinação da armadura transversal.

#### 4.2.5 Dimensionamento.

São apresentadas abaixo as equações para a determinação das variáveis  $V_{Rd,s}$  e  $V_{Rd,máx}$ .

a) Verificação da compressão diagonal do concreto:

Para armadura transversal composta de estribos verticais:

$$V_{Rd,máx} = \frac{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{(\cot \theta + \tan \theta)} \quad (4.11)$$

onde,

o valor recomendado de  $v_1$  é  $v$ . Se o valor de cálculo da tensão da armadura transversal for inferior a 80% do valor característico da tensão de escoamento, pode-se adotar para  $v_1$ :

$$v_1 = 0,6 \quad ,se f_{ck} \leq 60 \text{ MPa} \quad (4.12)$$

$$v_1 = 0,9 - \frac{f_{ck}}{200} > 0,5 \quad ,se f_{ck} > 60 \text{ MPa, com } f_{ck} \text{ em MPa}$$

$$v = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right), \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa} \quad (4.13)$$

$$\alpha_{cw} = 1, \text{ para estruturas não pré-esforçadas} \quad (4.14)$$

Para elementos com armadura transversal inclinada:

$$V_{Rd,máx} = \alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd} \cdot \frac{(\cot \theta + \cot \alpha)}{(1 + (\cot \theta)^2)} \quad (4.15)$$

b) Determinação da armadura transversal:

Para armadura transversal composta de estribos verticais:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta \quad (4.16)$$

Caso a equação 4.12 for utilizada (alternativa para a determinação de  $v_1$ ), o valor de  $f_{ywd}$  deve ser reduzido para  $0,8 f_{ywd}$ .

Para elementos com armadura transversal inclinada:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha \quad (4.17)$$

#### 4.2.6 Análise adimensional do dimensionamento ao esforço cortante.

O gráfico abaixo apresenta o estudo adimensional de dimensionamento de uma seção transversal retangular. Para cada valor do ângulo teta, o esforço cortante de cálculo variou de zero até o valor de  $V_{rd,máx}$  correspondente.

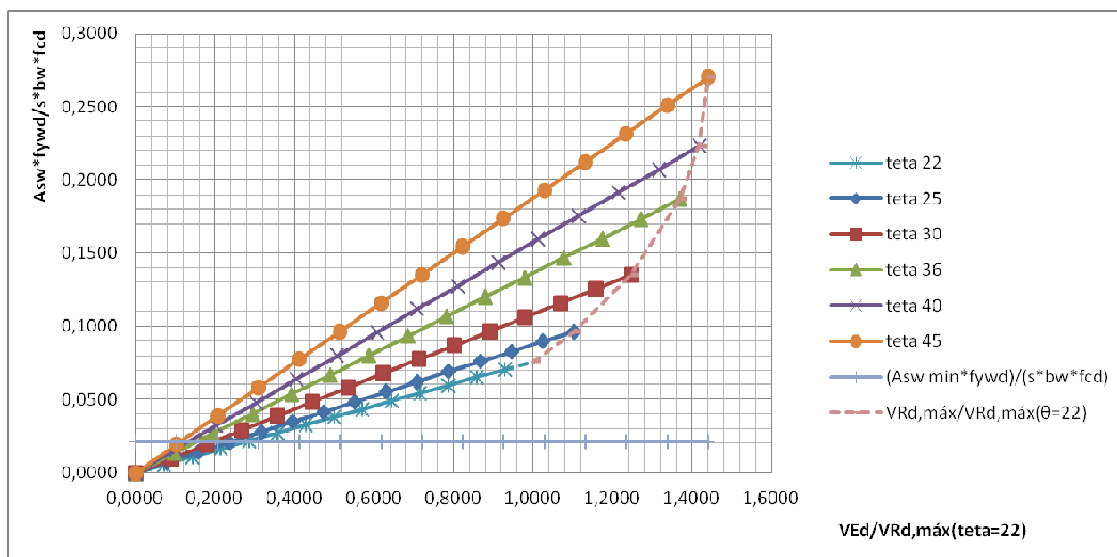


Figura 4.4 – Variação da taxa de armadura transversal com o esforço cortante - Eurocode.

O ângulo  $\theta$  variou de cinco em cinco graus, com exceção do valor de  $\theta=36^\circ$ , para posterior comparação com o dimensionamento proposto pelo *fib* e  $\theta=22^\circ$ , valor mínimo do ângulo permitido pela norma. Foi adotado o valor de  $\alpha = 90^\circ$ .

A partir da observação do gráfico anterior, podem-se chegar as seguintes conclusões:

- Como os mecanismos resistentes complementares não são considerados, uma taxa de armadura transversal é sempre necessária, para valores de  $V_{Ed} \neq 0$ ;
- Nota-se uma variação de aproximadamente 63%, entre as taxas de armaduras, entre  $\theta = 22^\circ$  e  $\theta = 45^\circ$ , para  $V_{Ed} = V_{Rd,máx}(\theta = 22^\circ)$ .

#### 4.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE O DETALHAMENTO DA ARMADURA TRANSVERSAL.

O item 9.2.2 da norma contém as prescrições para o detalhamento da armadura transversal. Essas prescrições são apresentadas a seguir:

- a) Os estribos deverão ser amarrados de maneira eficaz. É permitida a emenda por transpasse do ramo próximo da face da alma, desde que essa armadura não tenha que resistir à torção;
- b) O espaçamento longitudinal máximo entre os estribos não deve ser superior a  $s_{l,máx}$ , onde:

$$s_{l,máx} = 0,75 \cdot d \cdot (1 + \cot \alpha) \quad (4.18)$$

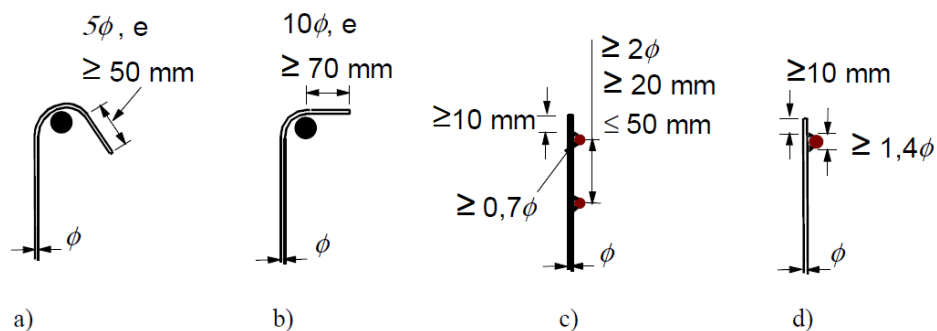
- c) O espaçamento longitudinal máximo das barras inclinadas (cavaletes) não deve ser superior a  $s_{b,máx}$ , onde:

$$s_{b,máx} = 0,6 \cdot d \cdot (1 + \cot \alpha) \quad (4.19)$$

- d) O espaçamento transversal máximo, entre os ramos do estribo, não deve ser superior a  $s_{t,máx}$ , onde:

$$s_{t,máx} = 0,75 \cdot d \leq 600 \text{ mm} \quad (4.20)$$

- e) A ancoragem da armadura transversal deverá ser efetuada por meio de ganchos ou através de armaduras transversais soldadas, como indicado na figura a seguir. Deve-se colocar uma barra no interior do gancho ou cotovelo (porta estribo). Caso a ancoragem seja realizada a partir de barras transversais soldadas, a sua capacidade resistente deve ser verificada, segundo o item 8.6 da norma europeia. O ângulo de dobramento deve ser estar entre  $90^\circ$  e  $150^\circ$  no caso de cotovelos e maior que  $150^\circ$  no caso de gancho.



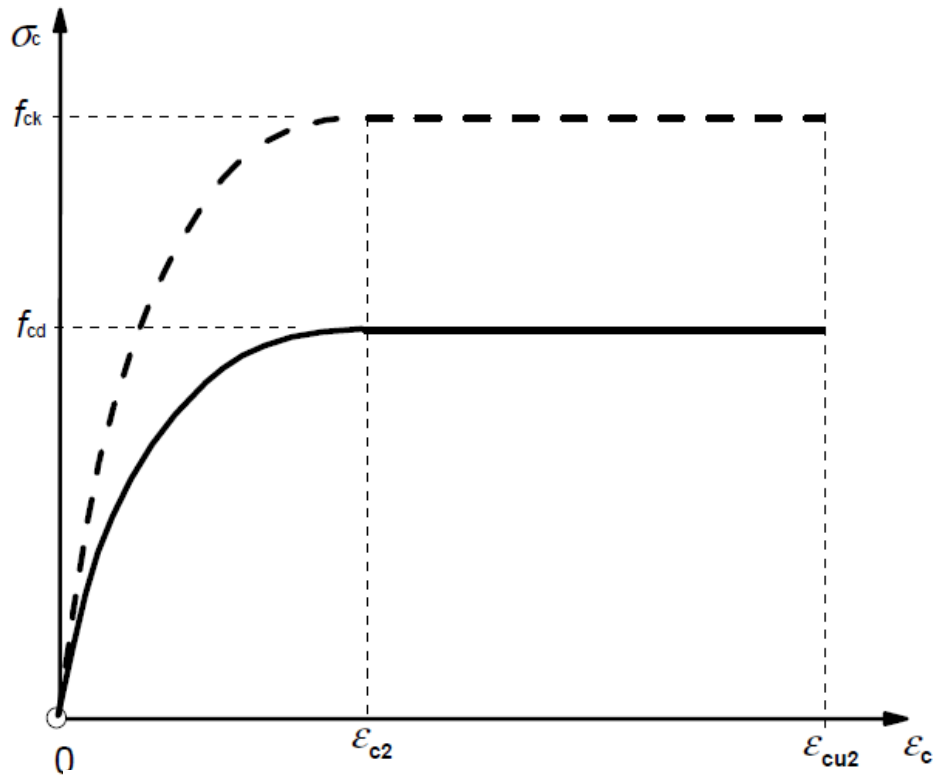
*NOTA:* Nos casos c) e d), o recobrimento não deverá ser inferior a  $3\phi$  ou a  $50 \text{ mm}$ .

Figura 4.5 – Ancoragem da armadura transversal – Eurocode.

#### 4.4 CONSIDERAÇÕES SOBRE O DIMENSIONAMENTO AO MOMENTO FLETOR.

O Eurocode no item 6.1 apresenta o dimensionamento no Estado Limite Último de elementos lineares a flexão simples. As seguintes hipóteses básicas são consideradas:

- a) As seções transversais se mantêm planas após deformação;
- b) A deformação nas armaduras aderentes, na tração ou compressão, é a mesma que a do concreto que as envolve;
- c) A resistência à tração do concreto é ignorada;
- d) As tensões no concreto comprimido são obtidas a partir do diagrama tensão-deformação de cálculo, indicado a seguir. Os valores dos parâmetros  $\epsilon_{c2}$  e  $\epsilon_{cu2}$  são indicados na tabela 4.3 deste trabalho.



$$\sigma_c = f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad \text{para } 0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{c2}$$

$$\sigma_c = f_{cd} \quad \text{para } \epsilon_{c2} \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{cu2}$$

Figura 4.6 – Diagrama tensão deformação do concreto – Eurocode.

Entretanto podem-se utilizar outras idealizações para a simplificação da relação tensão-deformação, como por exemplo, o diagrama bilinear, apresentado na figura a seguir, com valores  $\epsilon_{c3}$  e  $\epsilon_{cu3}$  de acordo com a tabela 4.3.

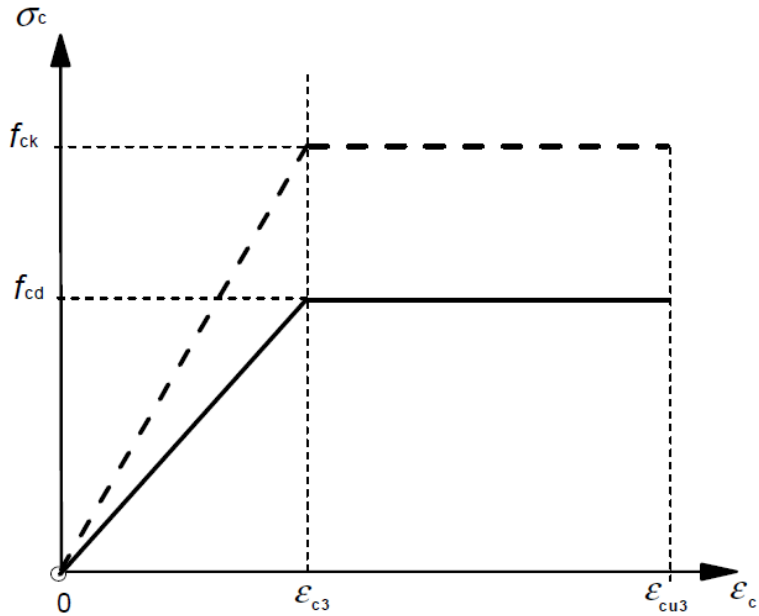


Figura 4.7 – Diagrama bilinear de tensões-deformações do concreto – Eurocode.

Pode-se ainda considerar uma distribuição retangular de tensões, como indicado na figura 4.8, onde:

$$\lambda = 0,8 \quad , \text{ para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (4.21)$$

$$\lambda = 0,8 - \frac{(f_{ck} - 50)}{200} \quad , \text{ para } 50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa, com } f_{ck} \text{ em MPa}$$

e

$$\eta = 1,0 \quad , \text{ para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \quad (4.22)$$

$$\eta = 1,0 - \frac{(f_{ck} - 50)}{200} \quad , \text{ para } 50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90 \text{ MPa, com } f_{ck} \text{ em MPa}$$

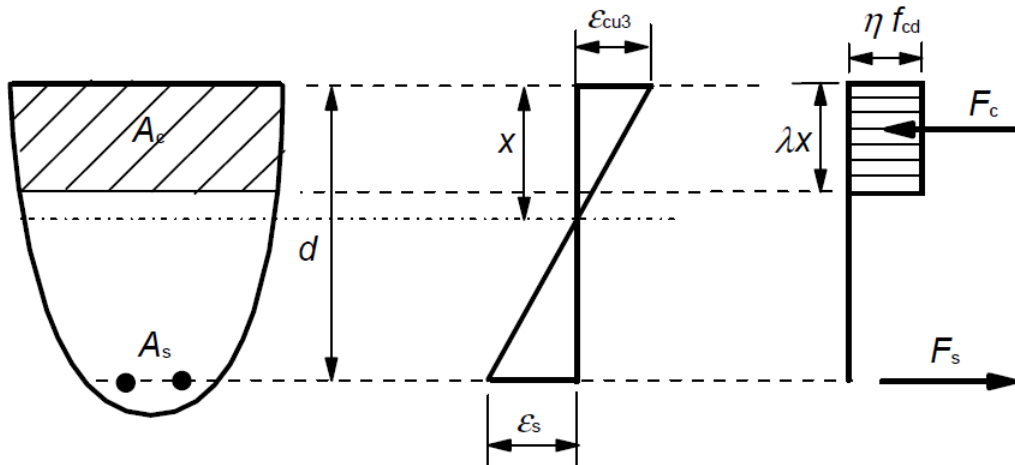


Figura 4.8 – Distribuição retangular de tensões – Eurocode.

e) As tensões nas armaduras são obtidas a partir do diagrama da figura 4.9:

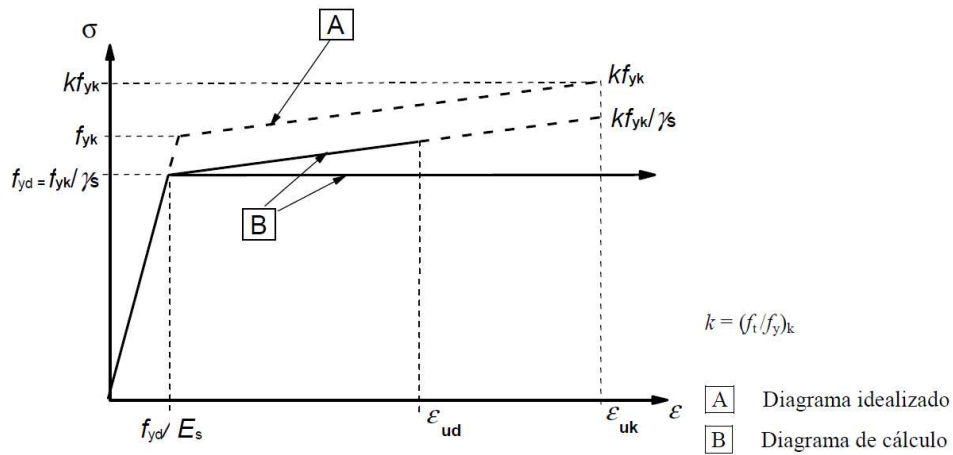


Figura 4.9 – Diagrama tensão-deformação, idealizado de cálculo, para o aço – Eurocode.

f) A deformação de compressão do concreto deve ser limitada a  $\epsilon_{cu2}$  ou  $\epsilon_{cu3}$ , conforme diagrama tensão-deformação utilizado, de acordo com os valores da tabela 4.3. As deformações na armadura longitudinal devem ser limitadas a  $\epsilon_{ud}$  (indicado na figura 4.9), onde:

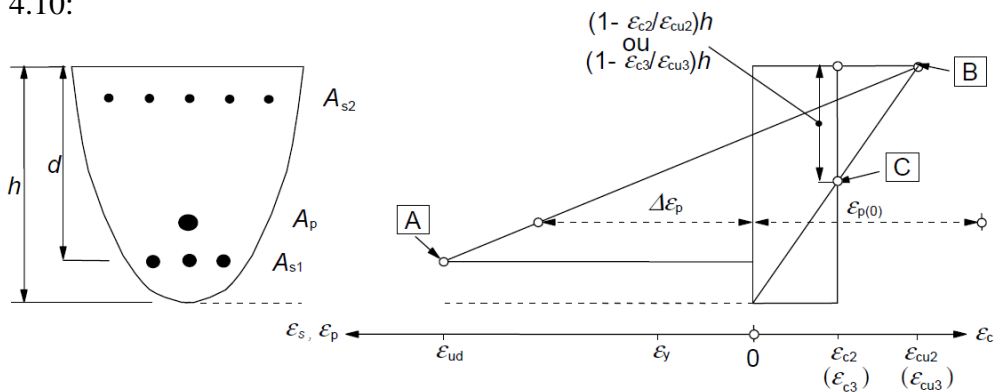
$$\epsilon_{ud} = 0,9 \cdot \epsilon_{uk} \quad (4.23)$$

Os valores de  $\epsilon_{uk}$  são indicados no anexo C da norma, e variam com as classes de ductilidade da armadura utilizada. O menor valor admitido para  $\epsilon_{uk}$  é de 2,5%.

Classes de resistência do betão														Expressão analítica /Comentários	
$f_{ck}$ (MPa)	12	16	20	25	30	35	40	45	50	55	60	70	80	90	
$f_{ck,cube}$ (MPa)	15	20	25	30	37	45	50	55	60	67	75	85	95	105	
$f_{cm}$ (MPa)	20	24	28	33	38	43	48	53	58	63	68	78	88	98	$f_{cm} = f_{ck} + 8$ (MPa)
$f_{ctm}$ (MPa)	1,6	1,9	2,2	2,6	2,9	3,2	3,5	3,8	4,1	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	$f_{ctm} = 0,30 \times f_{ck}^{(2/3)} \leq C50/60$ $f_{ctm} = 2,12 \ln(1 + (f_{cm}/10)) > C50/60$
$f_{ctk,0,05}$ (MPa)	1,1	1,3	1,5	1,8	2,0	2,2	2,5	2,7	2,9	3,0	3,1	3,2	3,4	3,5	$f_{ctk,0,05} = 0,7 \times f_{ctm}$ quantilho de 5 %
$f_{ctk,0,95}$ (MPa)	2,0	2,5	2,9	3,3	3,8	4,2	4,6	4,9	5,3	5,5	5,7	6,0	6,3	6,6	$f_{ctk,0,95} = 1,3 \times f_{ctm}$ quantilho de 95 %
$E_{cm}$ (GPa)	27	29	30	31	33	34	35	36	37	38	39	41	42	44	$E_{cm} = 22[(f_{cm})/10]^{0,3}$ ( $f_{cm}$ em MPa)
$\epsilon_{t1}$ (‰)	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,25	2,3	2,4	2,45	2,5	2,6	2,7	2,8	2,8	ver a Figura 3.2 $\epsilon_{t1}(\text{‰}) = 0,7 f_{cm}^{0,31} \leq 2,8$
$\epsilon_{cu1}$ (‰)	3,5								3,2	3,0	2,8	2,8	2,8	ver a Figura 3.2 para $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{cu1}(\text{‰}) = 2,8 + 2,7[(98 - f_{cm})/100]^4$	
$\epsilon_{c2}$ (‰)	2,0								2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	ver a Figura 3.3 para $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{c2}(\text{‰}) = 2,0 + 0,085(f_{ck} - 50)^{0,53}$	
$\epsilon_{cu2}$ (‰)	3,5								3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	ver a Figura 3.3 para $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{cu2}(\text{‰}) = 2,6 + 3,5[(90 - f_{ck})/100]^4$	
$n$	2,0								1,75	1,6	1,45	1,4	1,4	para $f_{ck} \geq 50$ MPa $n = 1,4 + 23,4[(90 - f_{ck})/100]^4$	
$\epsilon_{c3}$ (‰)	1,75								1,8	1,9	2,0	2,2	2,3	ver a Figura 3.4 para $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{c3}(\text{‰}) = 1,75 + 0,55[(f_{ck} - 50)/40]$	
$\epsilon_{cu3}$ (‰)	3,5								3,1	2,9	2,7	2,6	2,6	ver a Figura 3.4 para $f_{ck} \geq 50$ MPa $\epsilon_{cu3}(\text{‰}) = 2,6 + 3,5[(90 - f_{ck})/100]^4$	

Tabela 4.3 – Características de resistência e de deformação do concreto – Eurocode.

g) O domínio admissível de distribuições de extensões é o representado na figura 4.10:



- A - limite para a extensão de tração do aço para betão armado
- B - limite para a extensão de compressão do betão
- C - limite para a extensão de compressão simples do betão

Figura 4.10 – Distribuições de extensões admissíveis no Estado Limite Último – Eurocode.



A partir dessas hipóteses, o dimensionamento da seção ao momento fletor pode seguir o diagrama ilustrado na figura 4.8. A partir da compatibilidade dos esforços, a força de tração na armadura longitudinal pode ser determinada.

#### 4.4.1 Correção da força de tração na armadura longitudinal.

A força adicional de tração na armadura longitudinal, definida como  $\Delta F_{td}$ , devida ao esforço transversal  $V_{Ed}$ , poderá ser determinado pela seguinte equação:

$$\Delta F_{td} = 0,5 \cdot V_{Ed} \cdot (\cot \theta - \cot \alpha) \quad (4.24)$$

Entretanto  $\frac{M_{Ed}}{z} + \Delta F_{td}$  não deverá ser considerado superior a  $\frac{M_{Ed,máx}}{z}$ , onde  $M_{Ed,máx}$  é o momento máximo ao longo da viga. A parcela  $\frac{M_{Ed}}{z}$ , representa simbolicamente a força de tração na armadura longitudinal.

## 5. DIMENSIONAMENTO SEGUNDO FIB *Model Code*.

### 5.1 INTRODUÇÃO.

Este capítulo apresenta o procedimento de dimensionamento ao esforço cortante na flexão simples, segundo o *fib Model Code 2010*. São também apresentadas algumas considerações sobre o dimensionamento à flexão.

Este código tem como base, para o dimensionamento ao esforço cortante, a analogia da viga fissurada com uma treliça. A figura 5.1 apresenta o modelo considerado no dimensionamento, e as notações adotadas pelo *fib*.

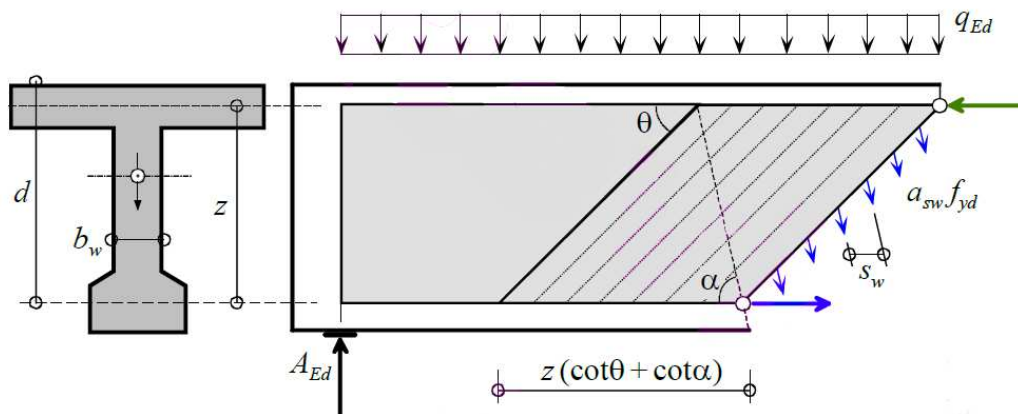


Figura 5.1 – Modelo de treliça - Geometria e notações - *fib Model Code*.

### 5.2 DIMENSIONAMENTO AO ESFORÇO CORTANTE.

O *fib*, no item 7.3.3, apresenta o dimensionamento no Estado Limite último ao esforço cortante. A resistência ao esforço cortante, da alma de uma viga, deve ser determinada, de acordo com a seguinte equação:

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \geq V_{Ed} \quad (5.1)$$

onde,

- $V_{Rd}$  é o esforço cortante resistente de cálculo;
- $V_{Rd,c}$  é o esforço cortante resistente de cálculo atribuído ao concreto;
- $V_{Rd,s}$  é o esforço cortante resistente de cálculo proveniente do reforço;
- $V_{Ed}$  é o esforço cortante de cálculo.

Entretanto, o valor de  $V_{Ed}$  é limitado a  $V_{Rd,máx}$ , valor de cálculo do esforço transversal resistente máximo do elemento, limitado pelo esmagamento das bielas comprimidas.

Na determinação dos valores de  $V_{Rd,c}$  e  $V_{Rd,s}$  diferentes níveis de aproximação podem ser considerados. Os diferentes níveis variam na complexidade do método aplicado e na precisão dos resultados. A figura 5.2 exemplifica essa variação.

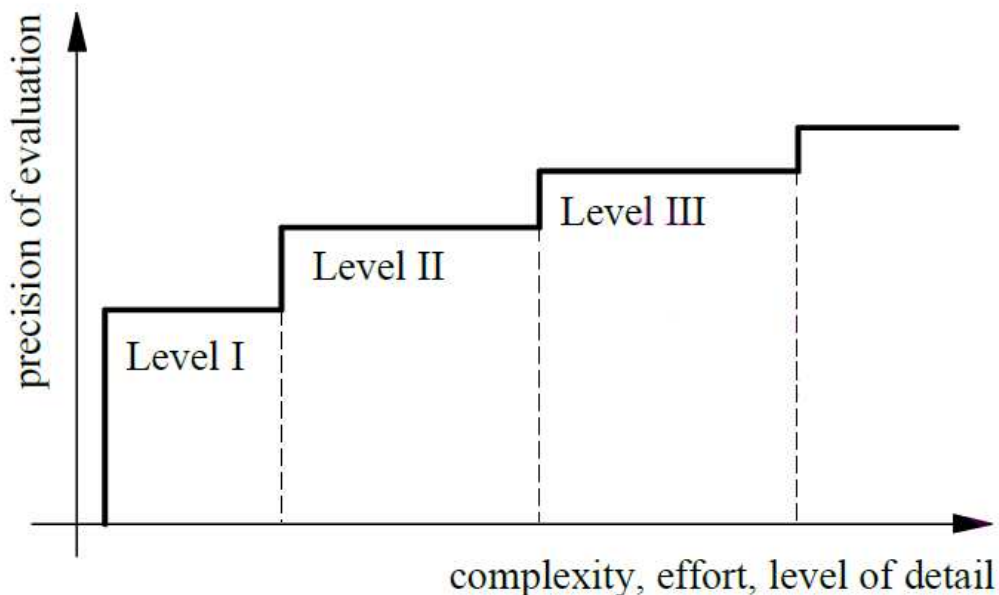


Figura 5.2 – Níveis de Aproximação – *fib Model Code*.

a) Nível de aproximação I (*Level I Approximation*):

Em geral esse nível de aproximação pode ser utilizado para a concepção ou dimensionamento de uma nova estrutura.

b) Nível de aproximação II (*Level II Approximation*):

Este nível de aproximação é apropriado para a concepção de uma nova estrutura, bem como para a avaliação geral ou breve de um elemento existente;

c) Nível de aproximação III e superiores (*Level III (and higher) Approximation*):

Este nível de pode ser utilizado para o dimensionamento de um elemento, em um estado de carregamento complexo, ou uma avaliação mais elaborada de uma estrutura.

Os níveis de aproximação são melhores descritos no item 5.2.5 deste trabalho.

Os valores adotados para o ângulo  $\theta$ , são distintos entre os níveis de aproximação, e serão apresentados a seguir. Ao contrário das normas anteriores o *fib* não apresenta nenhuma restrição para a adoção do ângulo  $\alpha$ .

### 5.2.1 Parâmetros.

Nas equações de dimensionamento são definidos os seguintes parâmetros:

- $M_{Ed}$  é o momento fletor de cálculo;
- $N_{Ed}$  é o esforço normal de cálculo
- $A_{sw}$  é a área da seção transversal dos estribos;
- $A_s$  é a área da armadura longitudinal passiva;
- $A_p$  é a área da armadura longitudinal ativa;
- $b_w$  é a menor largura da seção, compreendida ao longo da altura útil;
- $d$  é a altura útil da seção, sendo igual à distância da borda comprimida ao centro de gravidade da armadura de tração;
- $d_v$  é a altura útil média ao longo do elemento;
- $s_w$  é o espaçamento longitudinal entre os elementos da armadura transversal;
- $z$  é o braço de alavanca interno;
- $f_c$  é a resistência a compressão cilíndrica do concreto;
- $f_{ck}$  é valor característico de  $f_c$ ;
- $\alpha_{cc}$  é o coeficiente que leva em consideração os efeitos de longo prazo na resistência à compressão e os efeitos desfavoráveis resultantes do modo como a carga é aplicada;
- $f_{p0}$  é a tensão nos cabos de protensão quando a tensão circundante no concreto é igual a zero;
- $f_{yk}$  é valor característico da tensão de escoamento à tração do aço, das armaduras passivas;
- $f_{ywd}$  é valor de cálculo da tensão de escoamento do aço das armaduras transversais;
- $E_s$  é o módulo de elasticidade da armadura passiva;
- $E_p$  é o módulo de elasticidade da armadura ativa;

## 5.2.2 Coeficientes de majoração e minoração.

As tabelas abaixo apresentam os coeficientes de majoração das ações e de minoração das resistências, respectivamente, adotados pelo código:

Para a obtenção dos esforços e resistências de cálculo, o capítulo quatro e o item 7.2.3 devem ser consultados.

<b>Actions, <math>\gamma_F</math></b>	<b>Unfavourable effect (<math>\gamma_{sup}</math>)</b>	<b>Favourable effect (<math>\gamma_{inf}</math>)</b>
Permanent ( $G$ ), $\gamma_G$	1.35	1.0
Prestress ( $P$ ), $\gamma_P$	1.1	1.0
Leading variable action ( $Q_{k,1}$ ), $\gamma_Q$	1.5	Usually neglected
Accompanying variable action ( $Q_{k,i}$ ), $\gamma_Q \Psi_{0,i}$	1.5 $\Psi_{0,i}$	Usually neglected

Tabela 5.1 – Coeficientes  $\gamma$  de majoração das ações - *fib Model Code*.

Situações de Projeto	$\gamma_c$ para o concreto	$\gamma_s$ para o aço
Permanentes e Transientes	1,50	1,15
Acidentais	1,20	1,00

Tabela 5.2 – Coeficientes  $\gamma$  de minoração das resistências - *fib Model Code*.

O valor da solicitação de cálculo pode ser obtido, para as situações permanentes e transientes no estado limite último, a partir da seguinte equação:

$$S_d = Y_{G_{sup}} G_{sup} + Y_{G_{inf}} G_{inf} + Y_{q,1} Q_{k,1} + \sum \Psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (5.2)$$

onde,

$G_{sup}$  e  $G_{inf}$  representam, respectivamente, as ações permanentes desfavoráveis e favoráveis;

$Q_{k,i}$  representa as ações variáveis, das quais  $Q_{k,1}$  é escolhida principal;

$\Psi_{0,i}$  representa o coeficiente de ponderação das ações variáveis, obtido a partir da tabela 4.5-1 do *fib Model Code*.

As demais combinações de ações para a determinação da solicitação de cálculo estão apresentadas no capítulo 4 do *fib*.

Para a determinação das resistências de cálculo, as seguintes equações devem ser utilizadas:

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (5.3)$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (5.4)$$

### 5.2.3 Condições Gerais.

A seguir são apresentadas as condições gerais para o dimensionamento:

a) Armadura transversal mínima:

Quando a armadura transversal for necessária, a área mínima da armadura deve ser:

$$A_{sw,min} = 0,12 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{b_w \cdot s_w}{f_{yk}}, \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa} \quad (5.5)$$

b) Composição da armadura transversal:

A armadura transversal poderá ser constituída por uma combinação de:

- Estribos ou tirantes perpendiculares ao eixo do elemento;
- Malha de arame soldado, com arames perpendiculares ao eixo do elemento, desde que os arames possam sofrer um alongamento mínimo de 4%;
- Barras longitudinais dobradas para fornecer uma parcela inclinada, com um ângulo com relação ao eixo do elemento maior ou igual a 30°, e cruzando potenciais fissuras inclinadas. Entretanto, apenas a área de 3/4 da parte inclinada dessas barras, pode ser considerada efetiva;

## 5.2.4 Condições relativas às cargas próximas aos apoios.

O *fib* define a seção de controle como a seção transversal a uma distância  $z$  da face do apoio, onde  $z$  pode ser aproximado por  $z = 0,9d$ . Essa definição é demonstrada na figura 5.3:

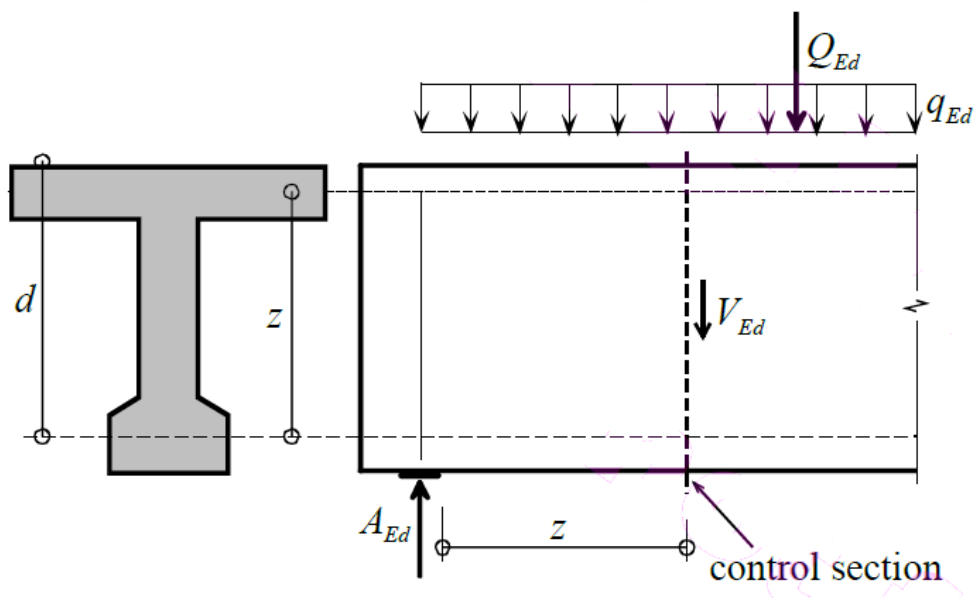


Figura 5.3 – Definição da seção de controle - *fib Model Code*.

Em geral para determinação da força cortante de cálculo na seção de controle, as discontinuidades de geometria ou forças transversais aplicadas são utilizadas. Entretanto, as seções transversais localizadas entre a seção de controle e a face do apoio, podem ser dimensionadas para o mesmo esforço cortante computado na seção de controle, desde que as respectivas forças introduzam compressão no elemento.

## 5.2.5 Dimensionamento.

A resistência de cálculo ao esforço cortante de uma alma deve ser determinada como:

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \quad (5.6)$$

Entretanto deve ser limitada a:

$$V_{Rd,máx} = k_c \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot b_w \cdot z \cdot \frac{\cot \theta + \cot \alpha}{1 + (\cot \theta)^2} \quad (5.7)$$

A parcela resistente atribuída ao concreto pode ser determinada por:

$$V_{Rd,c} = k_v \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_w \cdot z, \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa} \quad (5.8)$$

onde, o valor de  $\sqrt{f_{ck}}$  não pode ser maior que 8 MPa.

A parcela resistente atribuída ao reforço pode ser determinada por:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s_w} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha \quad (5.9)$$

Entretanto, a equação só é válida se a seguinte condição for respeitada:

$$\rho_w \geq 0,08 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}}, \text{ com } f_{ck} \text{ e } f_{yk} \text{ em MPa} \quad (5.10)$$

Os valores de  $k_c$  e  $k_v$  dependem do nível de aproximação.

#### 5.2.5.1 Nível de Aproximação I.

O ângulo  $\theta$  é tomado com o valor de  $36^\circ$ , entretanto na equação de determinação de  $V_{Rd,máx}$  o valor de  $\theta = 45^\circ$  deve ser inserido na equação.

Os coeficientes  $k_c$  e  $k_v$  são determinados por:

$$k_c = 0,5 \cdot \left(\frac{30}{f_{ck}}\right)^{\frac{1}{3}} \leq 0,5, \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa} \quad (5.11)$$

$$k_v = 0,15, \text{ se } \rho_w \geq 0,08 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \quad (5.12)$$

#### 5.2.5.2 Nível de Aproximação II.

O nível de aproximação II considera que a inclinação das tensões de compressão pode ser escolhida de acordo com os limites abaixo:

$$20^\circ + 10000 \cdot \varepsilon_x \leq \theta \leq 45^\circ \quad (5.13)$$

onde,  $\varepsilon_x$  representa a deformação longitudinal na metade da altura útil do elemento, conforme mostrado na figura 5.4, e pode ser adotado como 0,001 para o dimensionamento preliminar. Se necessário,  $\varepsilon_x$  deve ser calculado com a ajuda de uma análise de uma seção plana, mas não deve ser tomado como menor que - 0,0002 (encurtamento). Caso seja adotado  $\varepsilon_x = 0,001$ ,  $30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$ .



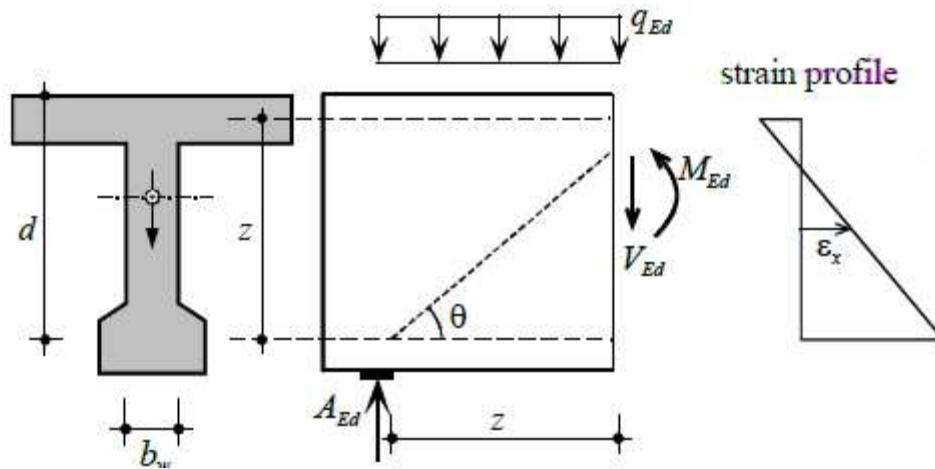


Figura 5.4 – Definição de  $\epsilon_x$  - *fib Model Code*.

No nível de aproximação II a resistência de cálculo ao esforço cortante, atribuída ao concreto deve ser desprezada ( $k_v = 0$  e  $V_{Rd,c} = 0$ ). O coeficiente  $k_c$  é determinado por:

$$k_c = 0,55 \cdot \left(\frac{30}{f_{ck}}\right)^{\frac{1}{3}} \leq 0,55, \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa} \quad (5.14)$$

### 5.2.5.3 Nível de Aproximação III.

As equações do nível de aproximação III foram determinadas a partir da Teoria do Campo de Compressão Modificada.

O ângulo  $\theta$  pode ser determinado por:

$$\theta = 29^\circ + 7000 \cdot \epsilon_x \quad (5.15)$$

onde,  $\epsilon_x$  pode ser tomado como:

$$\epsilon_x = \frac{\frac{M_{Ed}}{z} + V_{Ed} + 0,5 \cdot N_{Ed} - A_p \cdot f_{p0}}{2 \cdot (E_s \cdot A_s + E_p \cdot A_p)} \quad (5.16)$$

onde,  $\frac{M_{Ed}}{z}$  representa simbolicamente a força de tração na armadura longitudinal.

Na equação de determinação de  $V_{Rd,máx}$  o valor de  $\theta = 45^\circ$  deve ser inserido na equação.

Os coeficientes  $k_c$  e  $k_v$  são determinados por:

$$k_c = 0,55 \cdot \left(\frac{30}{f_{ck}}\right)^{\frac{1}{3}} \leq 0,55, \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa} \quad (5.17)$$

$$k_v = \frac{0,4}{(1+1500 \cdot \varepsilon_x)} \quad , \text{se } \rho_w \geq 0,08 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}}, \text{ com } f_{ck} \text{ e } f_{yk} \text{ em MPa} \quad (5.18)$$

Em caso de utilização das equações do nível de aproximação III, as condições indicadas a seguir devem ser consideradas.

- a)  $V_{Ed}$  e  $M_{Ed}$  devem ser tomados como positivos e  $M_{Ed} \geq V_{Ed} \cdot z$ ;
- b) Na determinação dos valores de  $A_s$  e  $A_p$ , cujo comprimento das barras, a partir da seção em consideração, é menor que o comprimento de ancoragem, seus valores devem ser reduzidos na proporção de sua falta de desenvolvimento completo;
- c) Se o valor de  $\varepsilon_x$  calculado segundo a equação 5.16, for negativo seu valor deve ser tomado igual a zero, ou seu valor deve ser recalculado com o denominador da equação substituído por  $2 \cdot (E_s \cdot A_s + E_p \cdot A_p + E_c \cdot A_c)$ , onde  $E_c$  é o módulo de elasticidade reduzido do concreto e  $A_c$  é a área de concreto da seção transversal. Entretanto  $\varepsilon_x$  não deve ser tomado menor que -0,0002;
- d) Para seções mais próximas do que  $z$  da face do apoio, o valor de  $\varepsilon_x$  calculado na seção distante de  $z$  da face do apoio deve ser utilizado na avaliação da resistência ao cortante;
- e) Se a tensão axial é grande o suficiente para fissurar a região comprimida por flexão, o incremento resultante em  $\varepsilon_x$  deve ser levado em consideração. Em vez de cálculos mais precisos, o valor calculado na equação deve ser dobrado.
- f) É permitido, na determinação de  $\theta$  e  $k_v$ , usar um valor de  $\varepsilon_x$  maior do que o determinado pela equação, entretanto  $\varepsilon_x$  não deve ser maior que 0,0003.

#### 5.2.5.4 Nível de Aproximação IV.

A resistência de elementos submetidos ao esforço cortante pode ser determinada pela satisfação das condições de equilíbrio e compatibilidade, utilizando as relações tensão-deformação para o reforço e para o concreto com fissuras inclinadas. A utilização dessas ferramentas requer bastante experiência para a garantia de resultados seguros e consistentes.

## 5.2.6 Análise adimensional do dimensionamento ao esforço cortante.

Os gráficos a seguir apresentam o estudo adimensional, de dimensionamento de uma seção transversal retangular, segundo o *fib Model Code*, para o esforço cortante. Foram adotados diversos valores para o ângulo  $\theta$ , permitidos pelos três primeiros níveis de aproximação do código.

Para cada valor do ângulo teta, o esforço cortante de cálculo variou de zero até o valor de  $V_{Rd,m\acute{a}x}$  correspondente.

O ângulo  $\theta$  variou de cinco em cinco graus, com exceção do valor de  $\theta=36^\circ$ , para comparação com o nível de aproximação I, que fixa esse valor para a inclinação das bielas comprimidas. Foi adotado  $\varepsilon_x = 0,001$ , para a determinação do valor mínimo admissível do ângulo  $\theta$ , no nível de aproximação II, chegando ao valor de  $\theta = 30^\circ$

Como o objetivo do estudo é mostrar a variação da armadura transversal, em decorrência da variação do esforço cortante de cálculo, também foi considerada a variação do ângulo  $\theta$ , para o nível de aproximação III, com valores iguais aos considerados para os demais níveis. Foi adotado o valor de  $\alpha = 90^\circ$  na elaboração dos gráficos.

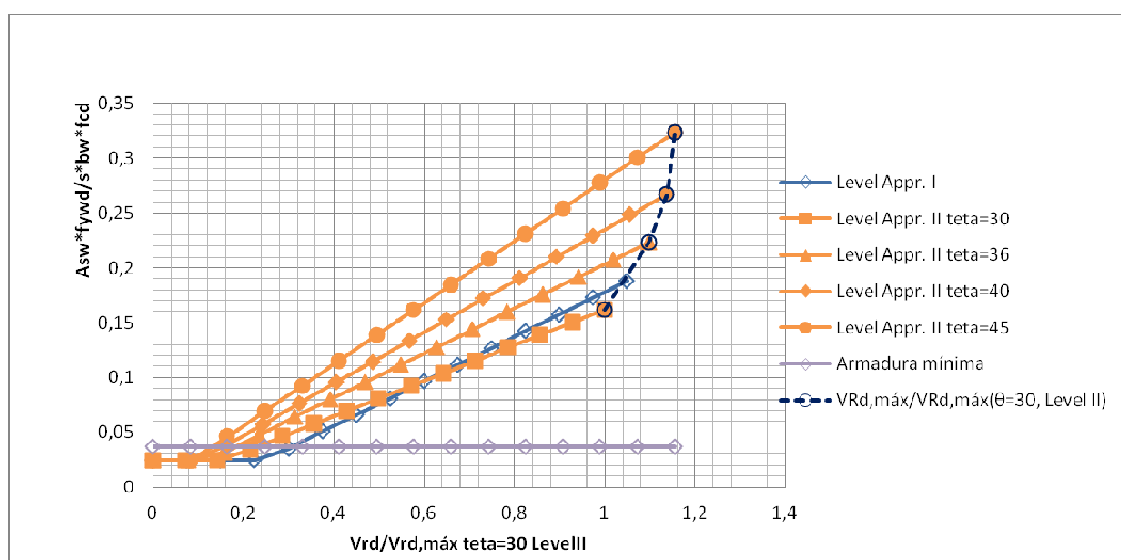


Figura 5.5 – Variação da taxa de armadura transversal com o esforço cortante - *fib Model Code* – Níveis de aproximação I e II.

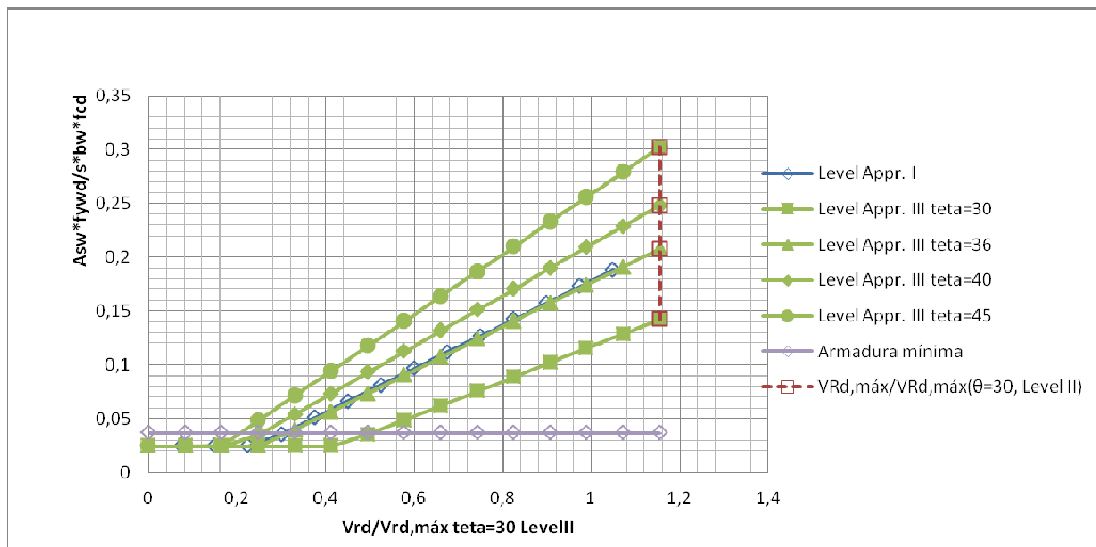


Figura 5.6– Variação da taxa de armadura transversal com o esforço cortante - *fib*  
*Model Code* – Níveis de aproximação I e III.

A partir da observação dos gráficos anteriores, podem-se chegar as seguintes conclusões:

- A taxa de armadura transversal obtida no nível de aproximação I ( $\theta=36^\circ$ ) é próxima ao valor obtido para o mesmo ângulo, no nível de aproximação III. Isso não ocorre entre os níveis I e II, devido à influência da não consideração dos mecanismos complementares de resistência no nível II.
- Nota-se que o maior valor admissível para o esforço cortante de cálculo permanece constante, em todos os valores adotados do ângulo  $\theta$ , para o nível III. Isso ocorre devido a imposição de  $\theta = 45^\circ$ , nesse nível, na equação de determinação de  $V_{Rd,Max}$ ;
- Embora as equações de dimensionamento só sejam válidas se  $\rho_w \geq 0,08 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}}$ , o valor da armadura transversal necessária para a satisfação dessa condição é menor que a armadura transversal mínima, apresentada no item 5.2.3 deste trabalho. Assim, todas as equações de dimensionamento são válidas, a partir da satisfação da condição de armadura transversal mínima.

### 5.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE O DETALHAMENTO DA ARMADURA TRANSVERSAL.

O item 7.13.5.2 do *fib* apresenta as prescrições para o detalhamento da armadura transversal. Essas prescrições são apresentadas abaixo:

- O espaçamento longitudinal máximo entre os estribos não deve ser superior a  $0,6d_v$  ou 500 mm;
- Caso a largura da alma seja maior que 500 mm, estribos com mais de duas pernas devem ser utilizados;
- Os estribos devem envolver a armadura longitudinal. Eles devem ser ancorados de tal maneira que as forças necessárias no estribo possam agir sobre a altura do braço de alavanca.

### 5.4 CONSIDERAÇÕES SOBRE O DIMENSIONAMENTO AO MOMENTO FLETOR.

As hipóteses consideradas pelo *fib*, para o dimensionamento no Estado Limite Último de elementos lineares submetidos à flexão simples, são idênticas as apresentadas pela norma europeia.

A única diferença entre os dois códigos, acontece na compatibilização dos esforços da seção transversal, a partir da utilização da distribuição retangular de tensões no concreto (como mostrado na figura 4.8). O *fib* determina que a posição da força resultante das tensões de compressão no concreto, deve ser adotada conforme indicado na figura abaixo:

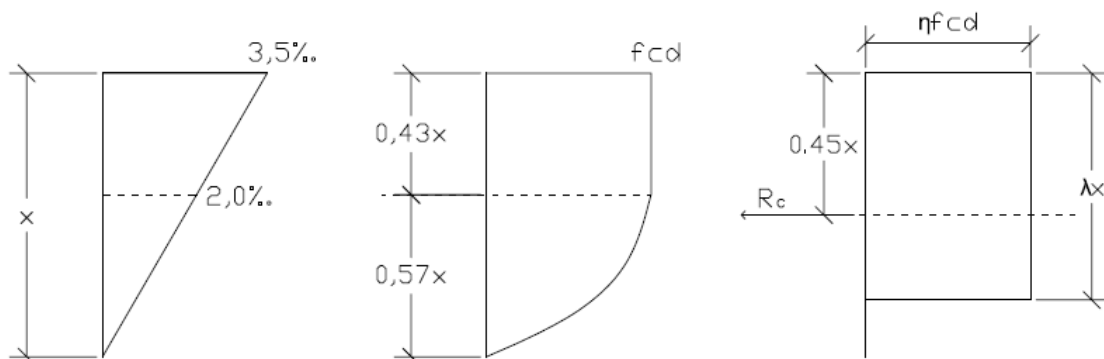


Figura 5.7 – Equilíbrio da seção transversal- *fib Model Code*.

Os valores de  $\eta$  e  $\lambda$  são os mesmos considerados no *Eurocode*, conforme indicado nas equações 4.21 e 4.22.

Como não existe essa determinação na norma europeia, adota-se que a resultante da força de compressão, nessa norma, esteja no centroide do retângulo de tensões no concreto.

#### **5.4.1 Correção da força de tração na armadura longitudinal.**

A armadura longitudinal deve ser capaz de resistir à força adicional, devido ao esforço cortante, definida por:

$$\Delta F_{td} = \frac{V_{Ed}}{2} \cdot (\cot \theta - \cot \alpha) + \frac{V_{Rdc}}{2} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \quad (5.19)$$

Entretanto a demanda total de armadura longitudinal necessária não deverá exceder a demanda na seção de máximo momento fletor.

## 6. ESTUDO DE CASO.

### 6.1 INTRODUÇÃO.

Para o estudo detalhado, passo a passo, do dimensionamento, segundo as três normas, analisa-se o seguinte estudo de caso:

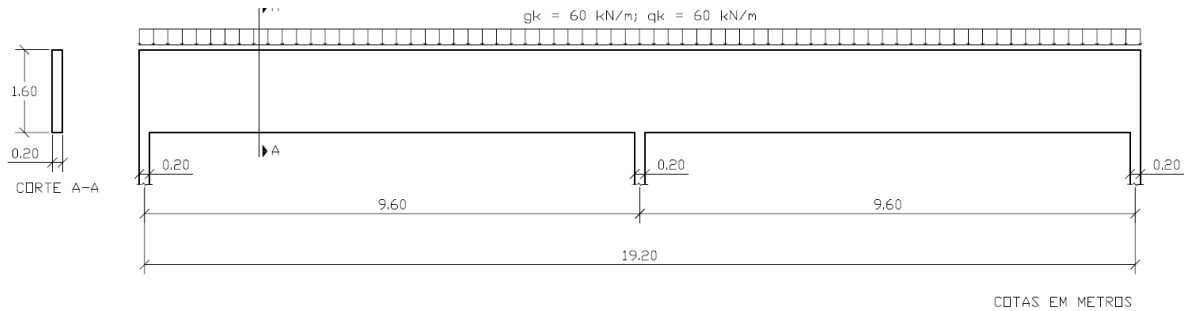


Figura 6.1 – Estudo de Caso.

A viga tem dimensões de 20 x 160 cm. Adota-se concreto com resistência característica de 25 MPa, e aço CA-50 para as armaduras passivas (transversais e longitudinais). Os três apoios são constituídos por pilares com dimensões 20 x 20 cm.

É realizado o dimensionamento para o esforço cortante e para o momento fletor, com o objetivo de analisar e comparar a os resultados encontrados no dimensionamento ao esforço cortante e sua influência na determinação da armadura longitudinal.

No *Eurocode* e *fib Model Code* não se considera a aproximação de  $z = 0,9d$ , com o objetivo de avaliar, como a variação do momento fletor influencia no parâmetro  $z$  e consequentemente na determinação da armadura transversal.

É escolhida a seção transversal, distante de 7,80 m do apoio da esquerda, para a apresentação do passo a passo de dimensionamento, por cada norma. Entretanto o dimensionamento é realizado ao longo de todo o eixo da viga, em seções transversais a cada 0,20 m. Esse espaçamento é escolhido para uma melhor construção dos gráficos na apresentação dos resultados.

O ângulo  $\alpha$  é adotado igual a  $90^\circ$ . Quando a escolha do angulo  $\theta$  for permitida, adota-se o valor de  $\theta = 45^\circ$ . O valor da altura útil é aproximado por  $d = 0,90h$ , para as três normas.

## 6.2 DIAGRAMAS DE ESFORÇO CORTANTE E MOMENTO FLETOR.

As figuras abaixo apresentam os diagramas de esforço cortante e momento fletor, respectivamente, para o valor característico da carga permanente. Como a viga é simétrica com relação ao apoio central, o dimensionamento é elaborado em apenas um dos vãos, nesse caso adota-se o vão à esquerda.

O dimensionamento não leva em consideração, a construção de envoltória dos esforços solicitantes, visto que o objetivo principal do trabalho é a comparação do dimensionamento proposto pelos três códigos.

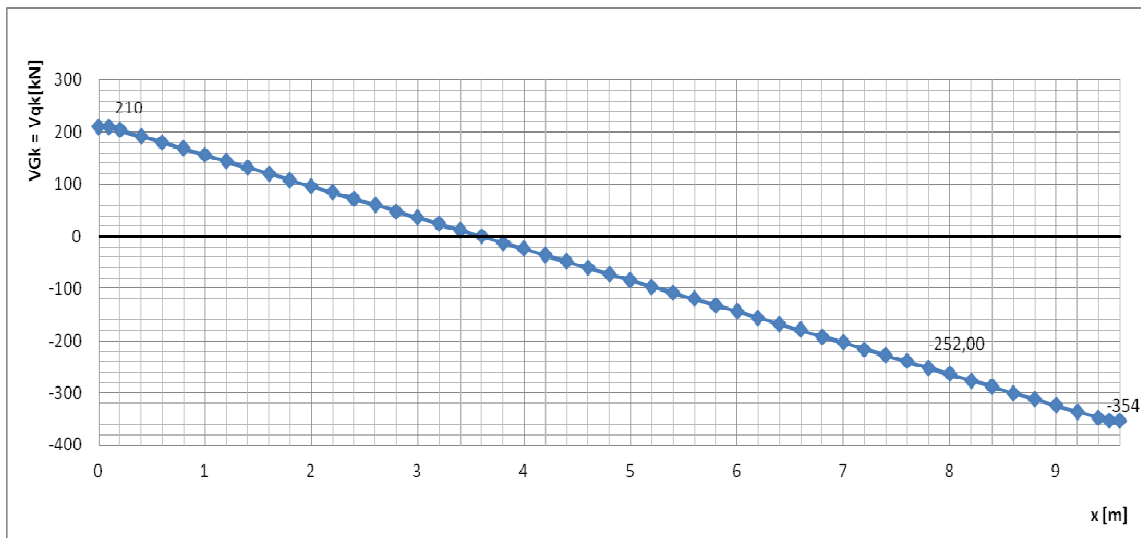


Figura 6.2 – Diagrama de Esforço Cortante – Estudo de Caso.

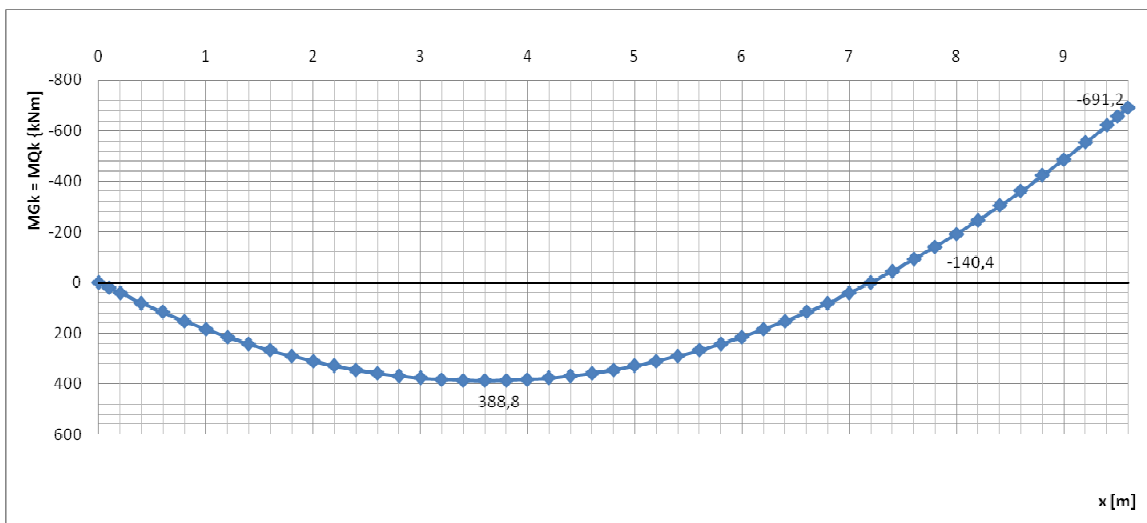


Figura 6.3 – Diagrama de Momento Fletor – Estudo de Caso.



Para a seção distante 7,8 m do apoio à esquerda, os valores dos esforços são os seguintes:

$$V_{gk} = V_{qk} = -252,00 \text{ kN};$$

$$M_{gk} = M_{qk} = 140,40 \text{ kN.m};$$

### **6.3 DIMENSIONAMENTO SEGUNDO ABNT NBR-6118:2003.**

Apresenta-se a seguir o dimensionamento de acordo com a norma brasileira.

#### **6.3.1 Determinação dos esforços de Cálculo.**

Segundo a tabela 3.1:

$$\gamma_g = \gamma_q = 1,40;$$

Esforço cortante de cálculo;

$$V_{Sd} = |\gamma_g \cdot V_{gk} + \gamma_q \cdot V_{qk}|;$$

$$V_{Sd} = |1,40 \cdot (-252,00 \text{ kN}) + 1,40 \cdot (-252,00 \text{ kN})|;$$

$$V_{Sd} = 705,60 \text{ kN};$$

Momento fletor de cálculo;

$$M_{Sd} = |\gamma_g \cdot M_{gk} + \gamma_q \cdot M_{qk}|;$$

$$M_{Sd} = |1,40 \cdot (-140,40 \text{ kN}) + 1,40 \cdot (-140,40 \text{ kN})|;$$

$$M_{Sd} = 393,12 \text{ kN};$$

#### **6.3.2 Determinação dos Parâmetros.**

$$b_w = 0,20 \text{ m};$$

$$h = 1,60 \text{ m};$$

$$d \cong 0,9 \cdot h = 1,44 \text{ m};$$

$$\gamma_c = 1,40;$$

$$\gamma_s = 1,15;$$

$$f_{ck} = 25000,00 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2};$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{25000,00 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{1,40} = 17857,14 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2};$$

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} = 0,3 \cdot \left(25 \frac{\text{MPa}}{\text{MPa}}\right)^{\frac{2}{3}} \text{MPa} = 2564,96 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2};$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ct,m} = 0,7 \cdot 2564,96 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} = 1795,47 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2};$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \frac{1795,47 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{1,40} = 1282,48 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2};$$

$$\alpha_{v2} = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = \left(1 - \frac{25}{250}\right) = 0,90;$$

$$f_{yk} = 500000,00 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2};$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500000,00 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{1,15} = 434782,61 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2};$$

### 6.3.3 Dimensionamento ao Momento Fletor.

#### 6.3.3.1 Determinação da força de tração na armadura.

Utiliza-se o parâmetro  $k_{md}$ , para a determinação da armadura transversal:

$$k_{md} = \frac{|M_d|}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{393,12 \text{ kN.m}}{0,20 \text{ m} \cdot 1,44 \text{ m}^2 \cdot 17857,14 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}} = 0,053 ;$$

$$k_x = \frac{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot k_{md}}{0,85}\right)}}{0,8} = \frac{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot 0,053}{0,85}\right)}}{0,8} = 0,081;$$

Como  $f_{ck} \leq 35 \text{ MPa}$ ,  $k_x \leq 0,5$ . OK!

$$x = k_x \cdot d = 0,081 \cdot 1,44 \text{ m} = 0,12 \text{ m};$$

$$k_z = 1 - 0,4 k_x = 1 - 0,4 \cdot 0,081 = 0,968;$$

$$z = k_z \cdot d = 0,968 \cdot 1,44 \text{ m} = 1,39 \text{ m};$$

Determinação da força de tração na armadura:

$$R_{Sd} = \frac{|M_d|}{z} = \frac{393,12 \text{ kN.m}}{1,39 \text{ m}} = 282,10 \text{ kN};$$

### 6.3.3.2 Correção da força de tração na armadura longitudinal.

A correção da força de tração na armadura longitudinal é realizada pela equação 3.25.

$$R_{Sd,cor} = \frac{M_{Sd}}{z} + |V_{Sd}| \cdot (\cot \theta - \cot \alpha) \cdot \frac{1}{2} = 282,10 \text{ kN} + 705,60 \text{ kN} \cdot (\cot 45 - \cot 90) \cdot \frac{1}{2};$$

$$R_{Sd,cor} = 634,90 \text{ kN} \leq 1658,68 \text{ kN} = R_{Sd,m\acute{a}x};$$

### 6.3.3.3 Determinação da armadura longitudinal necessária.

$$A_{s,nec} = \frac{R_{Sd,cor}}{f_{yd}} = \frac{634,90 \text{ kN}}{434782,61 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}} = 14,60 \text{ cm}^2;$$

## 6.3.4 Dimensionamento ao Esforço Cortante.

### 6.3.4.1 Modelo de Cálculo I.

a) Verificação da compressão diagonal do concreto:

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d;$$

$$V_{Rd2} = 0,27 \cdot 0,90 \cdot 17857,14 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 1,44 \text{ m};$$

$$V_{Rd2} = 1249,71 \text{ kN};$$

$$V_{Rd2} = 1249,71 \text{ kN} \geq V_{Sd} = 705,60 \text{ kN}; \text{ OK!}$$

b) Determinação da armadura transversal:

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw};$$

$$V_{sw} = V_{Rd3} - V_c;$$

Fazendo  $V_{Rd3} = V_{sd}$ ;

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c;$$

$$V_c = V_{c0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d;$$

$$V_c = 0,6 \cdot 1282,48 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 1,44 \text{ m};$$

$$V_c = 221,61 \text{ kN};$$

$$V_{sw} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha);$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sd} - V_c}{0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha)};$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{705,60 \text{ kN} - 221,61 \text{ kN}}{0,9 \cdot 1,44 \text{ m} \cdot 434782,61 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot (\sin 90 + \cos 90)};$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = 8,59 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}};$$

### 6.3.4.2 Modelo de Cálculo II.

a) Verificação da compressão diagonal do concreto:

$$V_{Rd2} = 0,54 \cdot \alpha_{v2} \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \cdot (\sin \theta)^2 \cdot (\cot \alpha + \cot \theta);$$

$$V_{Rd2} = 0,54 \cdot 0,90 \cdot 17857,14 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 1,44 \text{ m} \cdot (\sin 45)^2 \cdot (\cot 90 + \cot 45);$$

$$V_{Rd2} = 1249,71 \text{ kN};$$

$$V_{Rd2} = 1249,71 \text{ kN} \geq V_{sd} = 705,60 \text{ kN}; \text{ OK!}$$

b) Determinação da armadura transversal:

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c;$$

$$V_c = V_{c1};$$

Como  $V_{c0} \leq V_{sd} \leq V_{Rd2}$ , segundo a equação 3.20:

$$V_{c1} = V_{c0} \frac{V_{Rd2} - V_{Sd}}{V_{Rd2} - V_{c0}} = 221,61 \text{ kN} \cdot \frac{1249,71 \text{ kN} - 705,60 \text{ kN}}{1249,71 \text{ kN} - 221,61 \text{ kN}} = 117,29 \text{ kN};$$

$$V_c = 117,29 \text{ kN};$$

$$V_{sw} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\cot \alpha + \cot \theta) \cdot \sin \alpha;$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Sd} - V_c}{0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\cot \alpha + \cot \theta) \cdot \sin \alpha};$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{705,60 \text{ kN} - 117,29 \text{ kN}}{0,9 \cdot 1,44 \text{ m} \cdot 434782,61 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot (\cot 90 + \cot 45) \cdot \sin 90};$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = 10,44 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}};$$

### 6.3.4.3 Determinação da armadura mínima.

$$\rho_{sw} = \frac{A_{sw}}{b_w \cdot s \cdot \sin \alpha} \geq 0,2 \cdot \frac{f_{ct,m}}{f_{ywk}};$$

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{\min} = 0,2 \cdot \frac{f_{ct,m}}{f_{ywk}} \cdot b_w \cdot \sin \alpha = 0,2 \cdot \frac{2564,96 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{500000,00 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot \sin 90;$$

$$\left(\frac{A_{sw}}{s}\right)_{\min} = 2,05 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}};$$

### 6.3.5 Prescrições para o detalhamento da armadura transversal.

a) Diâmetro mínimo do estribo:

$$\Phi_{\min} = 5 \text{ mm};$$

b) Diâmetro máximo do estribo:

$$\Phi_{\max} = \frac{b_w}{10} = \frac{0,20 \text{ m}}{10} = 20 \text{ mm};$$

c) Espaçamento longitudinal máximo entre estribos:

Como  $V_{Sd} \leq 0,67V_{Rd2}$  ( $705,60 \text{ kN} \leq 837,31 \text{ kN}$ ):

$$s_{\max} = 0,6 \cdot d \leq 300 \text{ mm};$$

$$s_{m\acute{a}x} = 0,6 \cdot 1,44 \text{ m} \leq 300 \text{ mm};$$

$$s_{m\acute{a}x} = 0,86 \text{ m} \leq 300 \text{ mm};$$

$$s_{m\acute{a}x} = 300 \text{ mm};$$

d) Espaçamento transversal máximo entre ramos sucessivos da armadura:

Como  $V_{Sd} > 0,20V_{Rd2}$  ( $705,60 \text{ kN} > 249,94 \text{ kN}$ );

$$s_{t,m\acute{a}x} = 0,6 \cdot d \leq 350 \text{ mm};$$

$$s_{t,m\acute{a}x} = 350 \text{ mm};$$

## 6.4 DIMENSIONAMENTO SEGUNDO *EUROCODE*.

Apresenta-se a seguir o dimensionamento de acordo com a norma europeia.

### 6.4.1 Determinação dos esforços de Cculo.

Os coeficientes de majoração das ações permanentes e variáveis, segundo o *Eurocode*, são apresentados na 4.1.

$$\gamma_g = 1,35;$$

$$\gamma_q = 1,50;$$

Esforço cortante de cáculo;

$$V_{Ed} = |\gamma_g \cdot V_{gk} + \gamma_q \cdot V_{qk}|;$$

$$V_{Ed} = |1,35 \cdot (-252,00 \text{ kN}) + 1,5 \cdot (-252,00 \text{ kN})|;$$

$$V_{Ed} = 718,20 \text{ kN};$$

Momento fletor de cáculo;

$$M_{Ed} = |\gamma_g \cdot M_{gk} + \gamma_q \cdot M_{qk}|;$$

$$M_{Ed} = |1,35 \cdot (-140,40 \text{ kN}) + 1,5 \cdot (-140,40 \text{ kN})|;$$

$$M_{Ed} = 400,14 \text{ kN};$$

## 6.4.2 Determinação dos Parâmetros.

$$b_w = 0,20 \text{ m};$$

$$h = 1,60 \text{ m};$$

$$d \cong 0,9 \cdot h = 1,44 \text{ m};$$

$$\gamma_c = 1,50;$$

$$\gamma_s = 1,15;$$

$$f_{ck} = 25000,00 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2};$$

$$\alpha_{cc} = 1,00 \text{ (adota-se o valor recomendado no item 3.1.6 da norma);}$$

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1,00 \cdot \frac{25000 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{1,5} = 16666,67 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2};$$

$$f_{yk} = 500000,00 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2};$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500000 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{1,15} = 434782,61 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2};$$

## 6.4.3 Dimensionamento ao Momento Fletor.

### 6.4.3.1 Determinação da força de tração na armadura.

Adota-se no dimensionamento ao momento fletor o diagrama bilinear de tensões-deformações do concreto, apresentado na figura 4.7. Segundo a tabela 4.3:

$$\varepsilon_{c3} = 1,75 \text{ ‰};$$

$$\varepsilon_{c3} = 3,50 \text{ ‰};$$

Utiliza-se o parâmetro  $k_{md}$ , para a determinação da armadura transversal:

$$k_{md} = \frac{|M_d|}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{400,14 \text{ kN.m}}{0,20 \text{ m} \cdot 1,44 \text{ m}^2 \cdot 16666,67 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}} = 0,058 ;$$

Como  $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ :

$$\lambda = 0,8;$$

$$\eta = 1,00;$$

$$k_x = \frac{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot k_{Md}}{\eta}\right)}}{\lambda} = \frac{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot 0,058}{1,00}\right)}}{0,8} = 0,075;$$

$$x = k_x \cdot d = 0,075 \cdot 1,44 \text{ m} = 0,11 \text{ m};$$

$$x_{lim} = \left(1 - \frac{\epsilon_{c3}}{\epsilon_{cu3}}\right) \cdot h = \left(1 - \frac{1,75}{3,5}\right) \cdot 1,60 \text{ m} = 0,8 \text{ m}; \text{ OK! } x \leq x_{lim}$$

$$k_z = 1 - \frac{\lambda k_x}{2} = 1 - \frac{0,8 \cdot 0,075}{2} = 0,970;$$

$$z = k_z \cdot d = 0,970 \cdot 1,44 \text{ m} = 1,40 \text{ m};$$

Determinação da força de tração na Armadura:

$$F_{td} = \frac{|M_d|}{z} = \frac{400,14 \text{ kN.m}}{1,40 \text{ m}} = 286,42 \text{ kN};$$

#### 6.4.3.2 Correção da força de tração na armadura longitudinal.

$$\Delta F_{td} = 0,5 \cdot |V_{Ed}| \cdot (\cot \theta - \cot \alpha) = 0,5 \cdot 718,20 \text{ kN} \cdot (\cot 45 - \cot 90);$$

$$\Delta F_{td} = 359,10 \text{ kN};$$

$$F_{td,cor} = F_{td} + \Delta F_{td} = 286,42 \text{ kN} + 359,10 \text{ kN};$$

$$F_{td,cor} = 645,52 \text{ kN} \leq 1652,43 \text{ kN} = F_{td,m\acute{a}x};$$

#### 6.4.3.3 Determinação da armadura longitudinal necessária.

$$A_{s,nec} = \frac{F_{td,cor}}{f_{yd}} = \frac{645,52 \text{ kN}}{434782,61 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}} = 14,85 \text{ cm}^2;$$

#### 6.4.4 Dimensionamento ao Esforço Cortante.

a) Verificação da compressão diagonal do concreto:

Como  $\alpha = 90$ :



$$\alpha_{cw} = 1,00;$$

A determinação do parâmetro  $v_1$  é realizado segundo a equação 4.13:

$$v_1 = v = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) = 0,6 \cdot \left(1 - \frac{25}{250}\right) = 0,54;$$

$$V_{Rd,máx} = \frac{\alpha_{cw} \cdot b_w \cdot z \cdot v_1 \cdot f_{cd}}{(\cot \theta + \tan \theta)};$$

$$V_{Rd,máx} = \frac{1,00 \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 1,40 \text{ m} \cdot 0,54 \cdot 16666,67 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{(\cot 45 + \tan 45)};$$

$$V_{Rd,máx} = 1257,33 \text{ kN} \geq V_{Ed} = 718,20 \text{ kN}; \text{ OK!}$$

b) Determinação da armadura transversal:

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta;$$

Fazendo  $V_{Rd,s} = V_{Ed}$ ;

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{Ed}}{z \cdot f_{ywd} \cdot \cot \theta};$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{718,20 \text{ kN}}{1,40 \text{ m} \cdot 434782,61 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot \cot 45};$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = 11,82 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}};$$

#### 6.4.4.1 Determinação da armadura mínima.

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s \cdot b_w \cdot \sin \alpha};$$

$$\rho_{w,min} = \frac{(0,08 \cdot \sqrt{f_{ck}})}{f_{yk}};$$

Assim:

$$\frac{A_{sw,min}}{s} = \frac{(0,08 \cdot \sqrt{f_{ck}}) \cdot b_w \cdot \sin \alpha}{f_{yk}};$$

$$\frac{A_{sw,min}}{s} = \frac{\left(0,08 \cdot \sqrt{25 \frac{\text{MPa}}{\text{MPa}}}\right) \cdot \text{MPa} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot \sin 90}{500000,00 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}};$$

$$\frac{A_{sw,min}}{s} = 1,60 \frac{cm^2}{m};$$

#### 6.4.5 Prescrições para o detalhamento da armadura transversal.

a) Espaçamento longitudinal máximo entre estribos:

$$s_{l,máx} = 0,75 \cdot d \cdot (1 + \cot \alpha);$$

$$s_{l,máx} = 0,75 \cdot 1,44 \text{ m} \cdot (1 + \cot 90);$$

$$s_{l,máx} = 1,08 \text{ m};$$

b) Espaçamento transversal máximo entre ramos sucessivos da armadura:

$$s_{t,máx} = 0,75 \cdot d \leq 600 \text{ mm};$$

$$s_{t,máx} = 0,75 \cdot 1,44 \text{ m} \leq 600 \text{ mm};$$

$$s_{t,máx} = 600 \text{ mm};$$

### 6.5 DIMENSIONAMENTO SEGUNDO FIB.

Apresenta-se a seguir o dimensionamento de acordo com a *fib Model Code 2010*.

#### 6.5.1 Determinação dos esforços de Cálculo.

Os coeficientes de majoração das ações permanentes e variáveis, segundo o *fib*, são apresentados na tabela 5.1. De maneira análoga ao procedimento realizado para o *Eurocode*:

$$\gamma_g = 1,35;$$

$$\gamma_q = 1,50;$$

Esforço cortante de cálculo;

$$V_{Ed} = |\gamma_g \cdot V_{gk} + \gamma_q \cdot V_{qk}|;$$

$$V_{Ed} = |1,35 \cdot (-252,00 \text{ kN}) + 1,5 \cdot (-252,00 \text{ kN})|;$$

$$V_{Ed} = 718,20 \text{ kN};$$

Momento fletor de cálculo;

$$M_{Ed} = |\gamma_g \cdot M_{gk} + \gamma_q \cdot M_{qk}|;$$

$$M_{Ed} = |1,35 \cdot (-140,40 \text{ kN}) + 1,5 \cdot (-140,40 \text{ kN})|;$$

$$M_{Ed} = 400,14 \text{ kN};$$

### 6.5.2 Determinação dos Parâmetros.

$$b_w = 0,20 \text{ m};$$

$$h = 1,60 \text{ m};$$

$$d \cong 0,9 \cdot h = 1,44 \text{ m};$$

$$\gamma_c = 1,50;$$

$$\gamma_s = 1,15;$$

$$f_{ck} = 25000,00 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2};$$

$\alpha_{cc} = 1,00$  (adota-se o mesmo valor indicado pela norma europeia);

$$f_{cd} = \alpha_{cc} \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = 1,00 \cdot \frac{25000 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{1,5} = 16666,67 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2};$$

$$f_{yk} = 500000,00 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2};$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{500000 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{1,15} = 434782,61 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2};$$

$$E_s = 2,10 \cdot 10^8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2};$$

### 6.5.3 Dimensionamento ao Momento Fletor.

#### 6.5.3.1 Determinação da força de tração na armadura.

Utiliza-se o parâmetro  $k_{md}$ , para a determinação da armadura transversal:

$$k_{md} = \frac{|M_d|}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{cd}} = \frac{400,14 \text{ kN.m}}{0,20 \text{ m} \cdot 1,44 \text{ m}^2 \cdot 16666,67 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}} = 0,058 ;$$

Como  $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ :

$$\lambda = 0,8;$$

$$\eta = 1,00;$$

$$k_x = \frac{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot k_{Md}}{\eta}\right)}}{\lambda} = \frac{1 - \sqrt{1 - \left(\frac{2 \cdot 0,058}{1,00}\right)}}{0,8} = 0,075;$$

$$x = k_x \cdot d = 0,075 \cdot 1,44 \text{ m} = 0,11 \text{ m};$$

$$x_{lim} = \left(1 - \frac{\varepsilon_{c3}}{\varepsilon_{cu3}}\right) \cdot h = \left(1 - \frac{1,75}{3,5}\right) \cdot 1,60 \text{ m} = 0,8 \text{ m}; \text{ OK! } x \leq x_{lim}$$

$$k_z = 1 - 0,45 \cdot k_x = 1 - 0,45 \cdot 0,075 = 0,966;$$

$$z = k_z \cdot d = 0,966 \cdot 1,44 \text{ m} = 1,39 \text{ m};$$

Determinação da força de tração na Armadura:

$$F_{td} = \frac{|M_d|}{z} = \frac{400,14 \text{ kN.m}}{1,39 \text{ m}} = 287,53 \text{ kN};$$

### 6.5.3.2 Correção da força de tração na armadura longitudinal.

$$\Delta F_{td} = \frac{V_{Ed}}{2} \cdot (\cot \theta - \cot \alpha) + \frac{V_{Rdc}}{2} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha);$$

Como para cada nível de aproximação os valores do ângulo  $\theta$  e  $V_{Rdc}$  são distintos, calcula-se o valor de  $\Delta F_{td}$  para cada nível. As determinações dos valores de  $V_{Rdc}$  nos três primeiros níveis de aproximação e do ângulo  $\theta$  para o nível III, são demonstradas no item 6.5.4.

a) Nível de aproximação I:

$$\Delta F_{td} = \frac{718,20 \text{ kN}}{2} \cdot (\cot 36 - \cot 90) + \frac{139,17 \text{ kN}}{2} \cdot (\cot 36 + \cot 90);$$

$$\Delta F_{td} = 590,03 \text{ kN};$$

$$F_{td,cor} = F_{td} + \Delta F_{td} = 287,53 \text{ kN} + 590,03 \text{ kN};$$

$$F_{td,cor} = 877,56 \text{ kN} \leq 1696,52 \text{ kN} = F_{td,m\acute{a}x};$$

b) Nível de aproximação II:

$$\Delta F_{td} = \frac{718,20 \text{ kN}}{2} \cdot (\cot 45 - \cot 90) + \frac{0 \text{ kN}}{2} \cdot (\cot 45 + \cot 90);$$

$$\Delta F_{td} = 359,10 \text{ kN};$$

$$F_{td,cor} = F_{td} + \Delta F_{td} = 287,53 \text{ kN} + 359,10 \text{ kN};$$

$$F_{td,cor} = 643,63 \text{ kN} \leq 1696,52 \text{ kN} = F_{td,m\acute{a}x};$$

c) Nível de aproximação III:

$$\Delta F_{td} = \frac{718,20 \text{ kN}}{2} \cdot (\cot 37,30 - \cot 90) + \frac{133,51 \text{ kN}}{2} \cdot (\cot 37,30 + \cot 90);$$

$$\Delta F_{td} = 558,92 \text{ kN};$$

$$F_{td,cor} = F_{td} + \Delta F_{td} = 287,53 \text{ kN} + 558,92 \text{ kN};$$

$$F_{td,cor} = 846,45 \text{ kN} \leq 1696,52 \text{ kN} = F_{td,m\acute{a}x};$$

### 6.5.3.3 Determinação da armadura longitudinal necessária.

a) Nível de aproximação I:

$$A_{s,nec} = \frac{F_{td,cor}}{f_{yd}} = \frac{877,56 \text{ kN}}{434782,61 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}} = 20,18 \text{ cm}^2;$$

b) Nível de aproximação II:

$$A_{s,nec} = \frac{F_{td,cor}}{f_{yd}} = \frac{643,63 \text{ kN}}{434782,61 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}} = 14,87 \text{ cm}^2;$$

c) Nível de aproximação III:

$$A_{s,nec} = \frac{F_{td,cor}}{f_{yd}} = \frac{846,45 \text{ kN}}{434782,61 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}} = 19,47 \text{ cm}^2;$$

## 6.5.4 Dimensionamento ao Esforço Cortante.

### 6.5.4.1 Nível de Aproximação I.

Como definido no capítulo 5,  $\theta$  deve ser tomado igual a  $36^\circ$ , entretanto na equação de determinação  $V_{Rd,máx}$  o valor de  $\theta = 45^\circ$  deve ser utilizado.

a) Verificação da compressão diagonal do concreto:

$$k_c = 0,5 \cdot \left(\frac{30}{f_{ck}}\right)^{\frac{1}{3}} \leq 0,50;$$

$$k_c = 0,5 \cdot \left(\frac{30}{25 \text{ MPa}} \text{ MPa}\right)^{\frac{1}{3}} \text{ MPa} \leq 0,50;$$

$$k_c = 0,53 \leq 0,50;$$

$$k_c = 0,50;$$

$$V_{Rd,máx} = k_c \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot b_w \cdot z \cdot \frac{\cot \theta + \cot \alpha}{1 + (\cot \theta)^2};$$

$$V_{Rd,máx} = 0,50 \cdot \frac{25000,00 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{1,50} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 1,39 \text{ m} \cdot \frac{\cot 45 + \cot 90}{1 + (\cot 45)^2};$$

$$V_{Rd,máx} = 1159,72 \text{ kN} \geq 718,2 \text{ kN}; \text{ OK!}$$

b) Determinação da armadura transversal:

$$k_v = 0,15;$$

$$V_{Rd,c} = k_v \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_w \cdot z;$$

$$V_{Rd,c} = 0,15 \cdot \frac{\sqrt{\frac{25,00 \text{ MPa}}{\text{MPa}} \text{ MPa}}}{1,5} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 1,39 \text{ m};$$

$$V_{Rd,c} = 139,17 \text{ kN};$$

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s};$$

$$V_{Rd,s} = V_{Rd} - V_{Rd,c};$$

$$\text{Fazendo } V_{Rd} = V_{Ed};$$

$$V_{Rd,s} = V_{Ed} - V_{Rd,c};$$

$$V_{Rd,s} = \frac{A_{sw}}{s_w} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha;$$

$$\frac{A_{sw}}{s_w} = \frac{V_{Ed} - V_{Rd,c}}{z \cdot f_{ywd} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha};$$

$$\frac{A_{sw}}{s_w} = \frac{718,20 \text{ kN} - 139,17 \text{ kN}}{1,39 \text{ m} \cdot 434782,61 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot (\cot 36 + \cot 90) \cdot \sin 90};$$

$$\frac{A_{sw}}{s_w} = 6,95 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}};$$

$$\rho_w \geq 0,08 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}}, \text{ assim:}$$

$$\frac{A_{sw}}{s_w} \geq 0,08 \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{f_{yk}} \cdot s_w \cdot \sin \alpha = 1,60 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}. \quad \text{OK!}$$

#### 6.5.4.2 Nível de Aproximação II.

$$\theta = 45^\circ$$

a) Verificação da compressão diagonal do concreto:

$$k_c = 0,55 \cdot \left(\frac{30}{f_{ck}}\right)^{\frac{1}{3}} \leq 0,55;$$

$$k_c = 0,55 \cdot \left(\frac{30}{25 \text{ MPa}}\right)^{\frac{1}{3}} \text{ MPa} \leq 0,55;$$

$$k_c = 0,58 \leq 0,55;$$

$$k_c = 0,55;$$

$$V_{Rd,máx} = k_c \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot b_w \cdot z \cdot \frac{\cot \theta + \cot \alpha}{1 + (\cot \theta)^2};$$

$$V_{Rd,máx} = 0,55 \cdot \frac{25000,00 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{1,50} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 1,39 \text{ m} \cdot \frac{\cot 45 + \cot 90}{1 + (\cot 45)^2};$$

$$V_{Rd,máx} = 1275,69 \text{ kN} \geq 718,2 \text{ kN}; \text{ OK!}$$

b) Determinação da armadura transversal:

$$k_v = 0;$$

$$V_{Rd,c} = 0 \text{ kN};$$

$$\frac{A_{sw}}{s_w} = \frac{V_{Ed} - V_{Rd,c}}{z \cdot f_{ywd} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha};$$

$$\frac{A_{sw}}{s_w} = \frac{718,20 \text{ kN} - 0 \text{ kN}}{1,39 \text{ m} \cdot 434782,61 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot (\cot 45 + \cot 90) \cdot \sin 90};$$

$$\frac{A_{sw}}{s_w} = 11,87 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}};$$

$$\frac{A_{sw}}{s_w} \geq 1,60 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}. \quad \text{OK!}$$

### 6.5.4.3 Nível de Aproximação III.

Para a determinação da deformação longitudinal  $\varepsilon_x$  o valor da área da armadura longitudinal ( $A_s$ ) deve ser conhecido. Entretanto, no cálculo de  $A_s$  o valor do ângulo  $\theta$  e consequentemente  $\varepsilon_x$  devem ser conhecidos (na determinação de  $\Delta F_{td}$ ). Cria-se assim um laço infinito na rotina de dimensionamento pelo nível de aproximação III.

Para o contorno do problema é utilizado o valor de  $A_s$  obtido a partir do nível de aproximação I, no cálculo do ângulo  $\theta$ . Essa escolha é feita, pois o valor de  $\Delta F_{td}$  nesse nível tende a ser mais próximo do valor encontrado no nível III, visto que os dois níveis consideram  $V_{Rd,c}$ , na equação de  $\Delta F_{td}$ .

$$\varepsilon_x = \frac{\frac{M_{Ed}}{z} + V_{Ed} + 0,5 \cdot N_{Ed} - A_p \cdot f_{p0}}{2 \cdot (E_s \cdot A_s + E_p \cdot A_p)};$$

$$\varepsilon_x = \frac{\frac{400,14 \text{ kN.m}}{1,39 \text{ m}} + 718,20 \text{ kN} + 0,5 \cdot 0 \text{ kN} - 0 \text{ m}^2 \cdot 0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{2 \cdot \left( 2,10 \cdot 10^8 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 2,018 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 + 0 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot 0 \text{ m}^2 \right)};$$

$$\varepsilon_x = 1,19 \cdot 10^{-3};$$

$$\theta = 29^\circ + 7000 \cdot \varepsilon_x;$$

$$\theta = 37,30^\circ;$$



a) Verificação da compressão diagonal do concreto:

$$k_c = 0,55 \cdot \left(\frac{30}{f_{ck}}\right)^{\frac{1}{3}} \leq 0,55;$$

$$k_c = 0,55 \cdot \left(\frac{30}{25\text{MPa}}\text{MPa}\right)^{\frac{1}{3}} \text{MPa} \leq 0,55;$$

$$k_c = 0,58 \leq 0,55;$$

$$k_c = 0,55;$$

$$V_{Rd,máx} = k_c \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \cdot b_w \cdot z \cdot \frac{\cot \theta + \cot \alpha}{1 + (\cot \theta)^2};$$

Na equação de determinação da compressão diagonal no concreto o valor de  $\theta = 45^\circ$  deve ser utilizado:

$$V_{Rd,máx} = 0,55 \cdot \frac{25000,00 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{1,50} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 1,39 \text{ m} \cdot \frac{\cot 45 + \cot 90}{1 + (\cot 45)^2};$$

$$V_{Rd,máx} = 1275,69 \text{ kN} \geq 718,2 \text{ kN}; \text{ OK!}$$

b) Determinação da armadura transversal:

$$k_v = \frac{0,4}{(1+1500 \cdot \varepsilon_x)};$$

$$k_v = \frac{0,4}{(1+1500 \cdot 1,19 \cdot 10^{-3})};$$

$$k_v = 0,14;$$

$$V_{Rd,c} = k_v \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_w \cdot z;$$

$$V_{Rd,c} = 0,14 \cdot \frac{\sqrt{\frac{25 \text{ MPa}}{\text{MPa}} \text{MPa}}}{1,50} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 1,39 \text{ m};$$

$$V_{Rd,c} = 133,51 \text{ kN};$$

$$\frac{A_{sw}}{s_w} = \frac{V_{Ed} - V_{Rd,c}}{z \cdot f_{ywd} \cdot (\cot \theta + \cot \alpha) \cdot \sin \alpha};$$

$$\frac{A_{sw}}{s_w} = \frac{718,20 \text{ kN} - 133,51 \text{ kN}}{1,39 \text{ m} \cdot 434782,61 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2} \cdot (\cot 37,30 + \cot 90) \cdot \sin 90};$$

$$\frac{A_{sw}}{s_w} = 7,36 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}};$$

$$\frac{A_{sw}}{s_w} \geq 1,60 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}}. \quad \text{OK!}$$

#### 6.5.4.4 Determinação da armadura mínima.

$$A_{sw,\min} = 0,12 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{b_w \cdot s_w}{f_{yk}} ;$$

$$\frac{A_{sw,\min}}{s_w} = 0,12 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot \frac{b_w}{f_{yk}} ;$$

$$\frac{A_{sw,\min}}{s_w} = 0,12 \cdot \sqrt{\frac{25 \text{ MPa}}{\text{MPa}}} \text{ MPa} \cdot \frac{0,20 \text{ m}}{500000 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}} ;$$

$$\frac{A_{sw,\min}}{s_w} = 2,40 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} ;$$

#### 6.5.5 Prescrições para o detalhamento da armadura transversal.

a) Espaçamento longitudinal máximo entre estribos:

$$s_{l,\text{máx}} = 0,60 \cdot d_v \leq 500 \text{ mm};$$

$$s_{l,\text{máx}} = 0,60 \cdot 1,44 \text{ m} \leq 500 \text{ mm};$$

$$s_{l,\text{máx}} = 500 \text{ mm};$$

b) Como  $b_w \leq 500 \text{ mm}$  não é necessária a utilização de estribos duplos;

## 7. RESULTADOS E COMPARAÇÕES.

A seguir são apresentados os resultados encontrados nos estudos adimensionais e no estudo de caso apresentado no capítulo 6.

### 7.1 COEFICIENTES DE MAJORAÇÃO E MINORAÇÃO.

Os coeficientes de majoração das ações para o *Eurocode* e *fib* apresentam o mesmo valor ( $\gamma_g = 1,35$  e  $\gamma_q = 1,50$ ). Já a norma brasileira determina que o valor de 1,40 seja adotado tanto para as cargas permanentes, como para as acidentais.

No estudo de caso a carga total é composta por 50% de carga permanente e 50% de carga acidental, chegando assim a um coeficiente global de  $1,425 = 0,5 \cdot 1,35 + 0,5 \cdot 1,5$ ; para o *Eurocode* e *fib*. Entretanto, quanto maior for a parcela do carregamento acidental, na composição da carga global, maior será o coeficiente de majoração global, como mostrado na figura 7.1, para as duas normas, se afastando assim do valor fixo adotado pela NBR-6118.

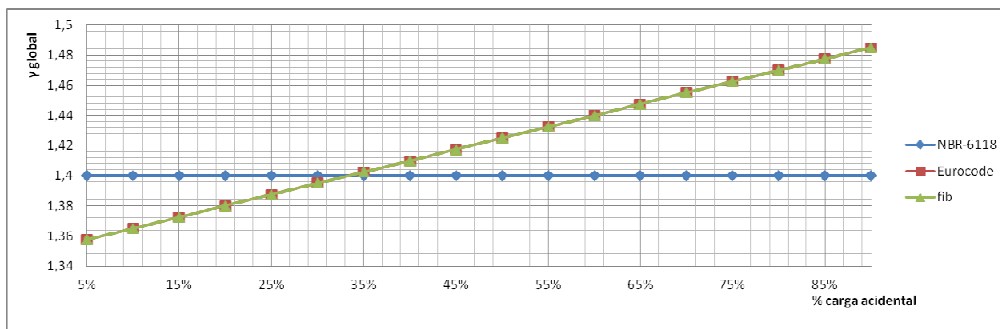


Figura 7.1 – Coeficiente de Majoração Global.

O gráfico a seguir apresenta o esforço cortante de cálculo, no estudo de caso:

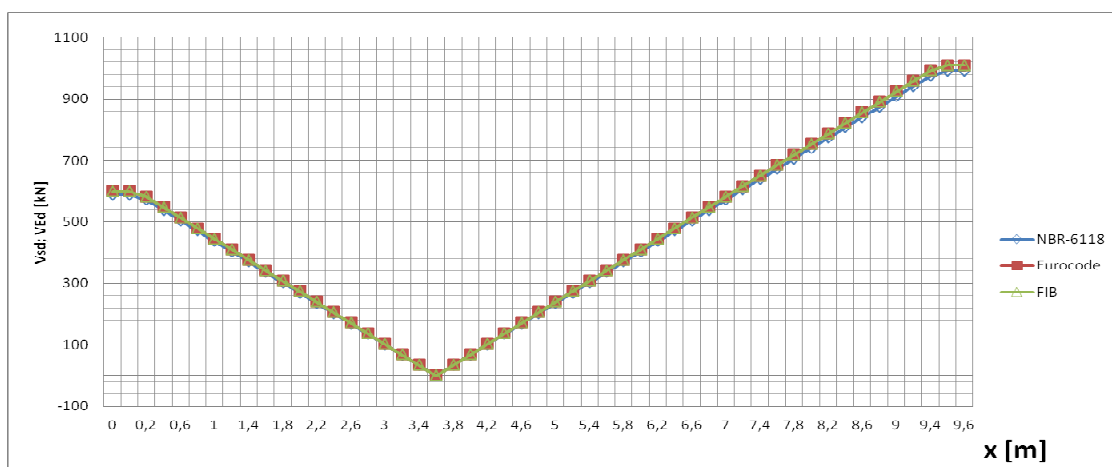


Figura 7.2 – Esforço Cortante de Cálculo – Estudo de Caso.

Os coeficientes de minoração das resistências, também apresentam o mesmo valor no *Eurocode* e *fib* ( $\gamma_c = 1,50$  e  $\gamma_s = 1,15$ ). Na NBR-6118, o valor de  $\gamma_s$  também deve ser tomado como 1,15, entretanto o valor de  $\gamma_c$  é 6,7 % menor ( $\gamma_c = 1,40$ ).

Observa-se também como as normas tratam a consideração dos efeitos de longa duração na resistência a compressão do concreto. A norma brasileira determina que o valor de  $f_{cd}$  deve ser multiplicado por 0,85. O *Eurocode* recomenda que o fator seja adotado igual a 1,00 ( $\alpha_{cc}$ , na determinação de  $f_{cd}$ ), entretanto, para valores de  $f_{ck}$  maiores que 50 MPa,  $f_{cd}$  deve ser multiplicado pelo parâmetro  $\eta$ , como indicado na figura 4.8, quando for utilizado o diagrama retangular de tensões. O *fib Model Code* não indica nenhum valor para  $\alpha_{cc}$ , apenas determina que seu valor limite inferior seja 0,85. O parâmetro  $\eta$  também é adotado pelo *fib*.

## 7.2 ARMADURA TRANSVERSAL MÍNIMA.

A tabela abaixo apresenta os valores obtidos para a armadura mínima no estudo de caso.

Código	Asw/s,min (cm <sup>2</sup> /m)	% Asw/s,min FIB
NBR-6118	2,05	85,50
<i>Eurocode</i>	1,60	66,67
<i>FIB Model Code</i>	2,40	100,00

Tabela 7.1 – Armaduras Transversais Mínimas – Estudo de Caso.

Nota-se que a variação entre os códigos é significativa, de aproximadamente 33%, e que o *fib* prevê o maior valor para a armadura mínima.

A figura 7.3 apresenta um estudo adimensional da armadura mínima, elaborado a partir dos estudos adimensionais realizados para cada norma. Os parâmetros do estudo adimensional são os mesmos do estudo de caso.

Como a armadura mínima varia com o valor do ângulo  $\alpha$ , na NBR-6118 e no *Eurocode*, faz-se um estudo da influência desse parâmetro, na determinação da armadura mínima.

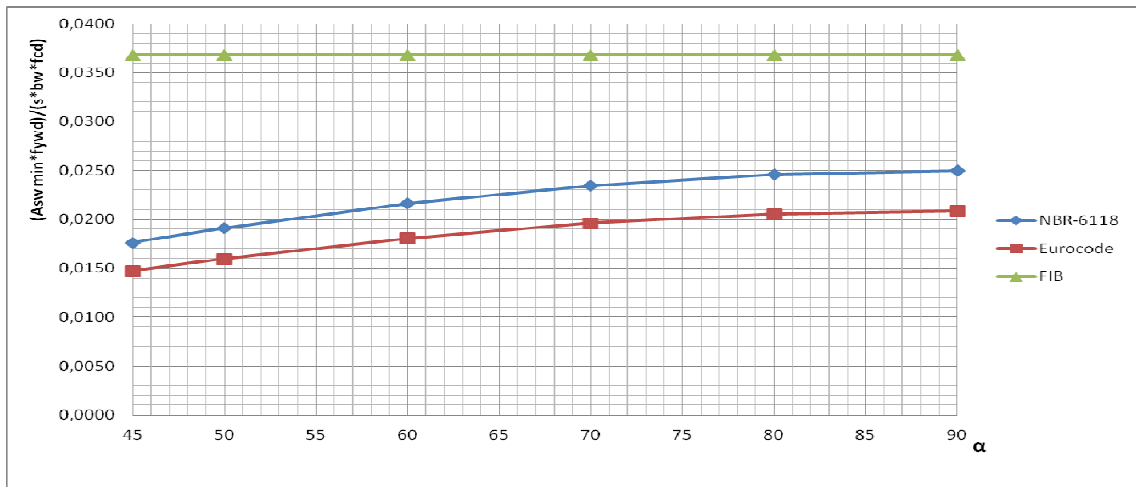


Figura 7.3 – Esforço Cortante de Cálculo – Estudo de Caso.

Conclui-se assim que, a diferença máxima entre os códigos é de aproximadamente 60%, acontecendo para o menor valor permitido do ângulo  $\alpha$  ( $\alpha = 45^\circ$ ), entre o *Eurocode* e *fib*.

### 7.3 COMPRESSÃO DIAGONAL NO CONCRETO.

As figuras abaixo apresentam a variação do valor da força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína do concreto a compressão diagonal, para cada norma, no estudo de caso. No mesmo gráfico é apresentado o valor do esforço cortante de cálculo, para a verificação do elemento a essa ruína, em cada seção.

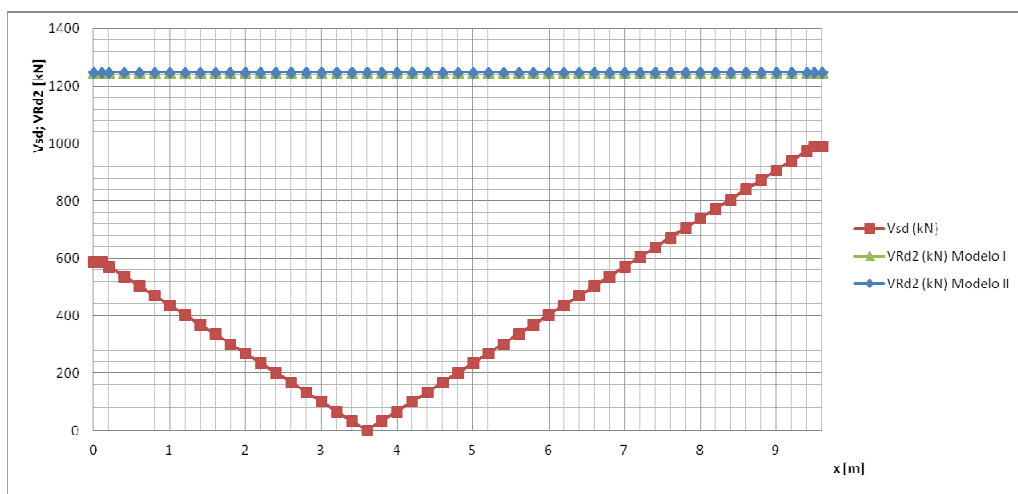


Figura 7.4 – Força cortante resistente de cálculo – Estudo de Caso – NBR-6118.

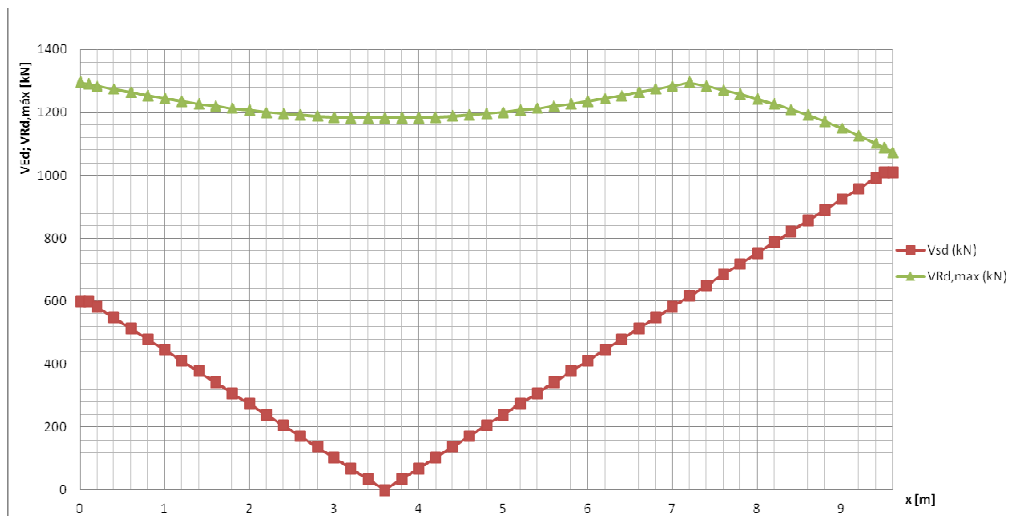


Figura 7.5 – Força cortante resistente de cálculo – Estudo de Caso – *Eurocode*.

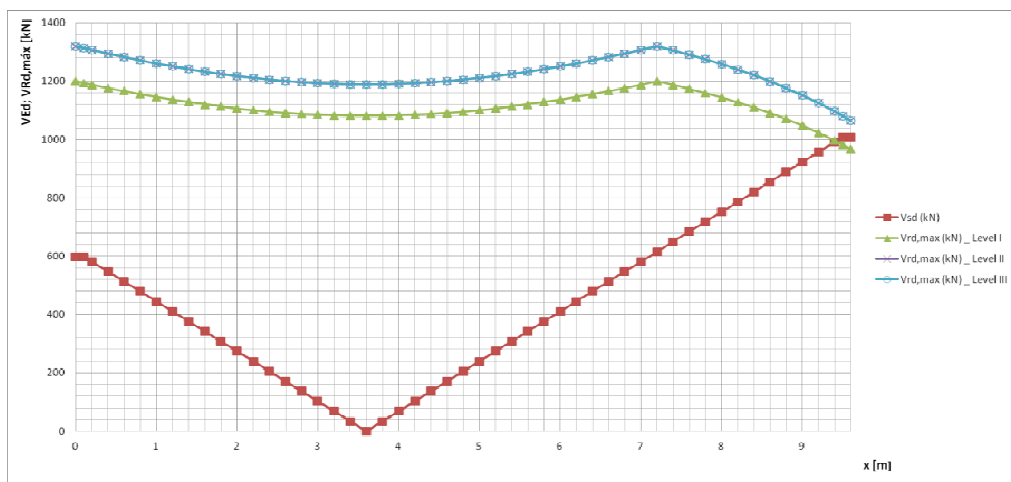


Figura 7.6 – Força cortante resistente de cálculo – Estudo de Caso – *fib*.

Nota-se que para a norma brasileira a variação é linear seguindo o diagrama de esforço cortante. No *Eurocode* e *fib*, a variação não é linear. Isso ocorre pela influência do parâmetro  $z$ , na determinação da armadura transversal. Na norma brasileira esse parâmetro é aproximado por  $0,9d$ . Nota-se também que a seção transversal, na face do apoio central não resiste ao esforço cortante segundo o *fib*, no nível de aproximação I. Nesse caso a geometria da seção, ou o valor da resistência à compressão do concreto devem ser alterados.

Para a comparação dos valores de esforço cortante relativo ao esmagamento da biela, admitidos entre as normas, apresenta-se a figura 7.7:

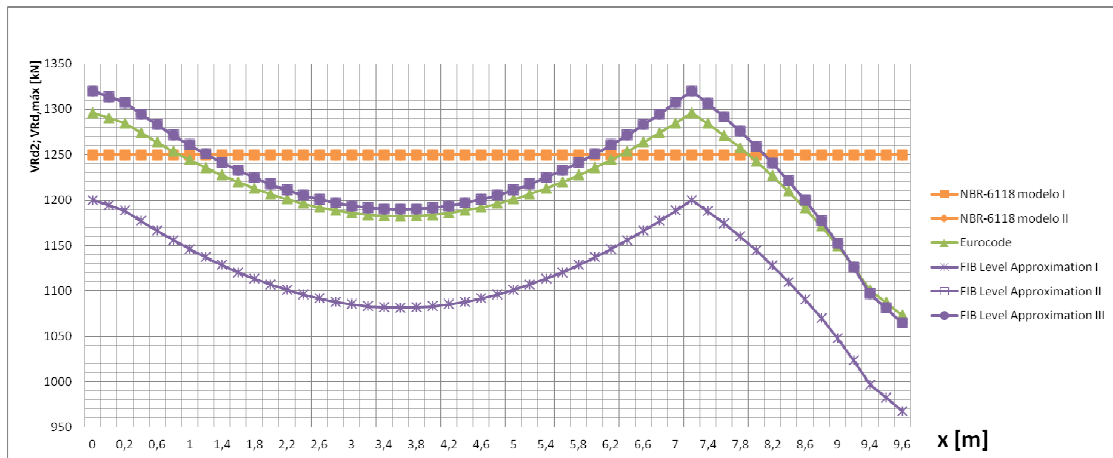


Figura 7.7 – Comparação da força cortante resistente de cálculo – Estudo de Caso.

Nota-se que os valores encontrados nos níveis de aproximação II e III no *fib* são idênticos e próximos aos valores determinados pelo *Eurocode*. Em geral o valor da força cortante resistente de cálculo na NBR-6118 é maior, exceto na região de momento fletor nulo, onde  $z$  passa a ter valores próximos a  $d$ .

Não há variação dos valores do ângulo  $\theta$  entre as normas nesse caso, visto que os níveis I e III do *fib* determinam que o valor de  $\theta=45^\circ$  deve ser considerado na determinação de  $V_{Rd,máx}$ .

A figura 7.8 apresenta a influência do ângulo  $\theta$  na força cortante resistente de cálculo, a partir da seção transversal do estudo de caso.

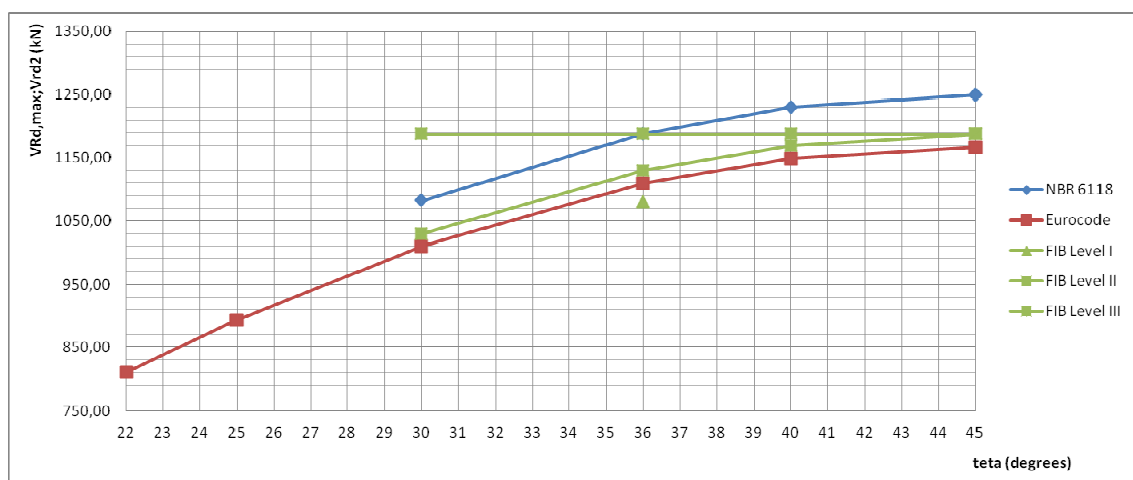


Figura 7.8 – Comparação da força cortante resistente de cálculo – Variação com  $\theta$ .

#### 7.4 ARMADURA TRANSVERSAL.

A figura 7.9 apresenta a variação da armadura transversal necessária ao longo do eixo da viga, no estudo de caso. Nota-se que para a norma brasileira a variação é linear seguindo o diagrama de esforço cortante, ao contrario do *Eurocode* e *fib*, devido a influência do parâmetro  $z$ . A figura 7.10 apresenta o comportamento do parâmetro  $z$  ao longo do eixo da viga, para o Estado Limite Último.

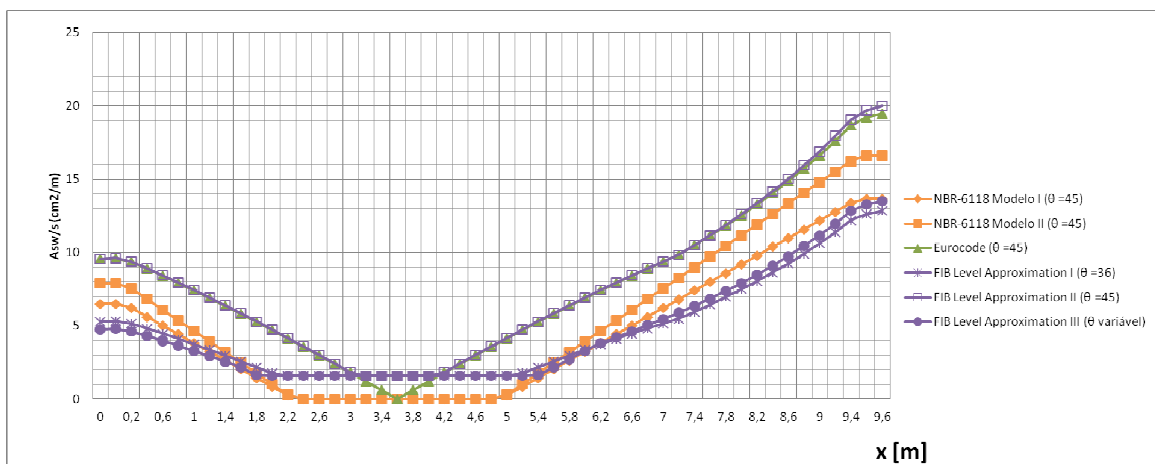


Figura 7.9 – Armadura Transversal Necessária – Estudo de Caso.

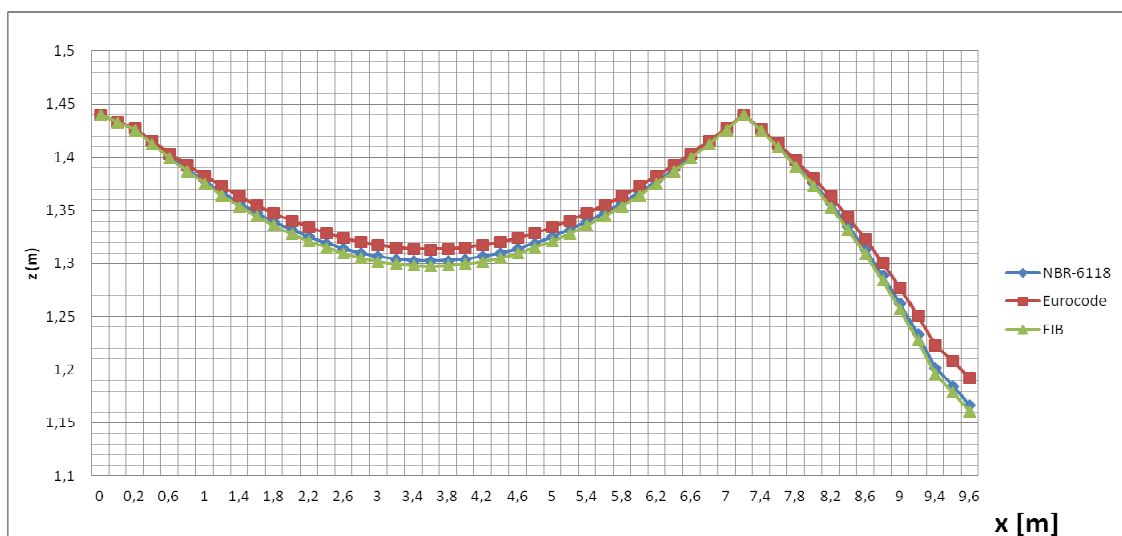


Figura 7.10 – Braço de Alavanca  $z$  para ELU de Flexão – Estudo de Caso.

Assim, conclui-se que caso a aproximação para o parâmetro  $z$  ( $z = 0,9d$ , adotada pela norma brasileira, e também permitida pelas demais normas), não seja considerada, existe uma influência direta entre o diagrama de momento fletor e a armadura transversal necessária.



A partir da observação da figura 7.9, podem-se chegar as seguintes conclusões:

- Os valores encontrados pelo *fib* no nível de aproximação II e *Eurocode* são bastante próximos;
- A armadura transversal necessária obtida a partir do *fib* nos níveis de aproximação I e II apresentam em geral, os menores valores, exceto na região de  $V_{Ed}$  próximo a zero, para a validade das equações de dimensionamento do *fib* (equação 5.10). Isso acontece porque o valor do ângulo  $\theta$  é menor nesses casos ( $36^\circ$  para o nível I e  $35^\circ$  em média para o nível III).
- Dentre os códigos onde o valor de  $\theta$  é igual a  $45^\circ$ , a norma brasileira é a que determina a menor armadura transversal. Isso ocorre porque, ao contrário do *Eurocode* e do *fib* no nível II de aproximação, a norma brasileira leva em consideração os mecanismos complementares de transferência do esforço cortante desenvolvidos no interior do elemento;

A figura 7.11 apresenta a variação do esforço cortante de cálculo atribuído aos mecanismos complementares de treliça, ao longo do eixo da viga:

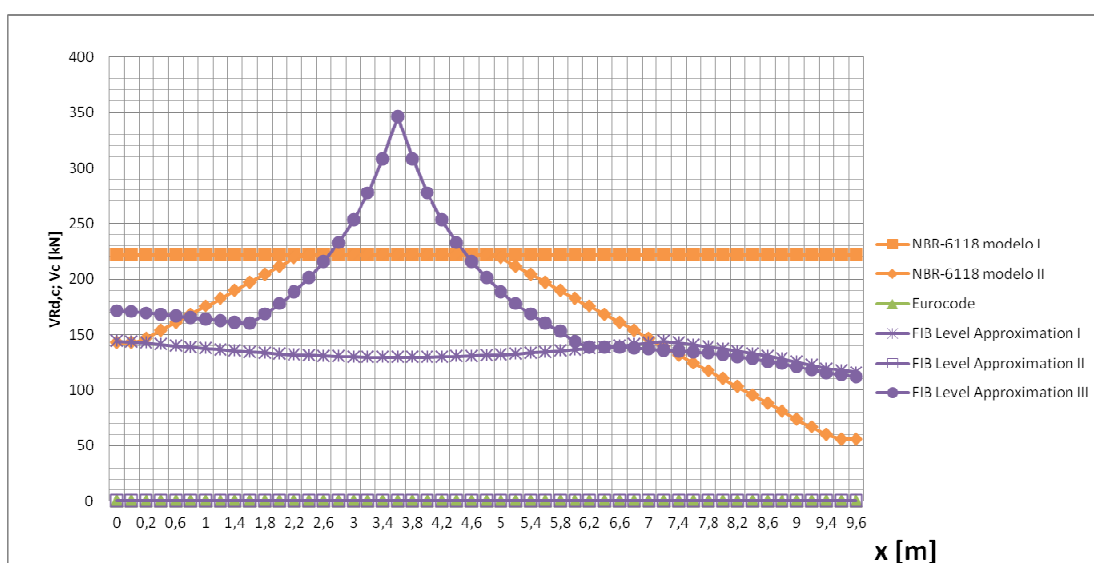


Figura 7.11 – Esforço Cortante de Cálculo Atribuído aos Mecanismos Complementares de Treliça – Estudo de Caso

A partir da observação da figura 7.11 conclui-se que a parcela do esforço cortante resistido pelos mecanismos complementares de treliça apresenta, em geral, valores maiores, na norma brasileira. Nota-se, entretanto, que na região de momento fletor máximo e esforço cortante próximo à zero, o valor determinado pelo *fib*, no nível de

aproximação III, apresenta um pico, ficando muito acima do valor determinado pela norma brasileira. Entretanto a influência desse pico é baixa, dado que nessa região o esforço cortante é próximo de zero.

Com o objetivo de estudar somente a influência do esforço cortante na determinação da armadura transversal necessária, foram elaborados os gráficos comparativos a seguir.

A seção transversal é a mesma do estudo de caso. O esforço cortante de cálculo variou de zero até o máximo valor permitido em cada norma.

A aproximação  $z = 0,9d$  é adotada para todas as normas e  $\alpha = 90^\circ$ . Como o modelo I da norma brasileira e o nível de aproximação I do *fib* fixam o valor do ângulo  $\theta$ , o estudo é feito para  $\theta=36^\circ$  e  $\theta=45^\circ$ , com resultados apresentados nas figuras 7.12 e 7.13, respectivamente.

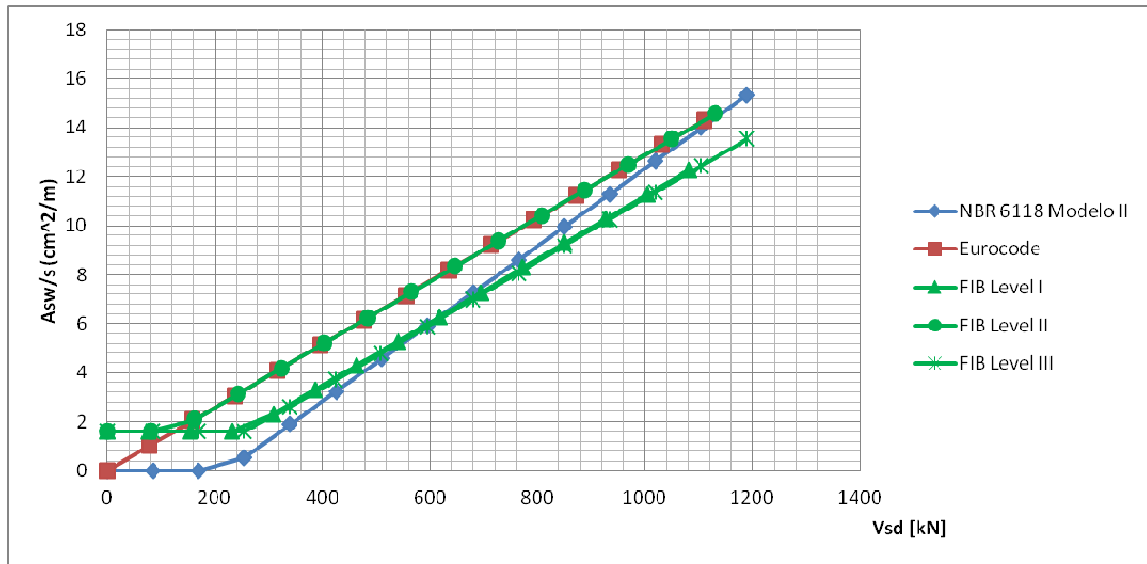


Figura 7.12 – Comparação para  $\theta=36^\circ$  – Estudo Adimensional.

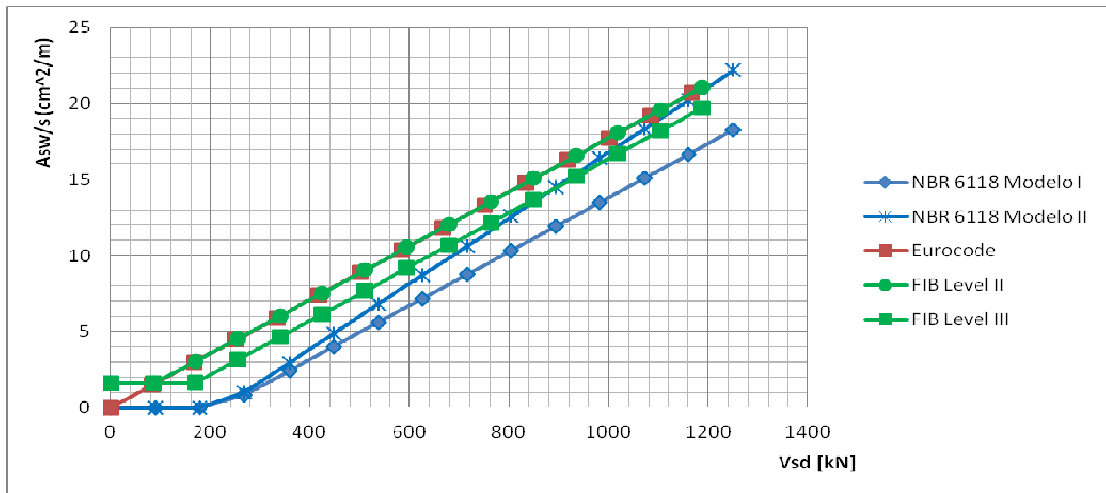


Figura 7.13 – Comparação para  $\theta=45^\circ$  – Estudo Adimensional.

Constata-se novamente que a armadura transversal determinada pela norma brasileira é menor. Entretanto, como o valor de  $V_c$  diminui com o aumento de  $V_{Sd}$ , no modelo II, para valores de  $V_{Sd}$  próximos ao de  $V_{Rd2}$ , a armadura transversal necessária passa a assumir valores próximos aos determinados pelo *Eurocode* e *fib*.

Nota-se também que quando não há a consideração do momento fletor na determinação da armadura transversal, os valores encontrados pelo *Eurocode* e *fib* no nível II são idênticos. A diferença encontrada na figura 7.9 era decorrente da utilização do diagrama indicado na figura 5.7 na determinação do parâmetro  $z$  para o *fib*.

## 7.5 CORREÇÃO DA FORÇA DE TRAÇÃO NA ARMADURA LONGITUDINAL.

A figura 7.14 apresenta a variação do valor da correção da força de tração na armadura longitudinal, devido ao esforço cortante, no estudo de caso.

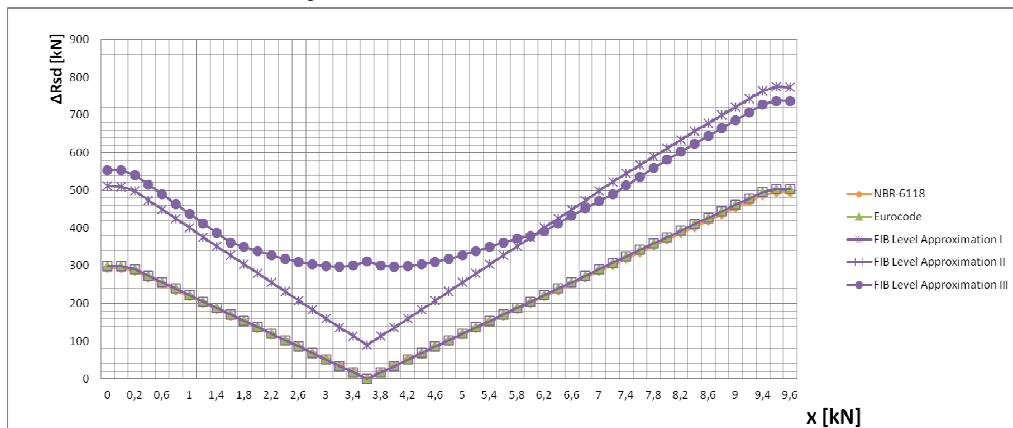


Figura 7.14 – Correção da força de tração na armadura longitudinal – Estudo de Caso.

A partir da observação do gráfico pode-se concluir:

- Os valores obtidos pela norma brasileira, pelo *Eurocode* e pelo *fib* no nível de aproximação II apresentam o mesmo comportamento e valores praticamente idênticos. A equação para obtenção de  $\Delta F_{td}$  é a mesma nesses casos, entretanto a pequena diferença entre os valores encontrados ocorre devido à diferença entre os coeficientes de majoração das ações;
- A correção da força longitudinal, obtida nos níveis de aproximação I e III apresentam os maiores valores. Isso ocorre, pela consideração da força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína do concreto a compressão diagonal, na equação de correção;
- O valor da correção da força longitudinal acompanha linearmente o diagrama de esforço cortante, exceto para o nível de aproximação III do *fib*. Isso ocorre devido à influência da variação do ângulo  $\theta$  ao longo do eixo da viga.

Na figura 7.15 é apresentada a variação da armadura longitudinal necessária, ao longo do eixo da viga.

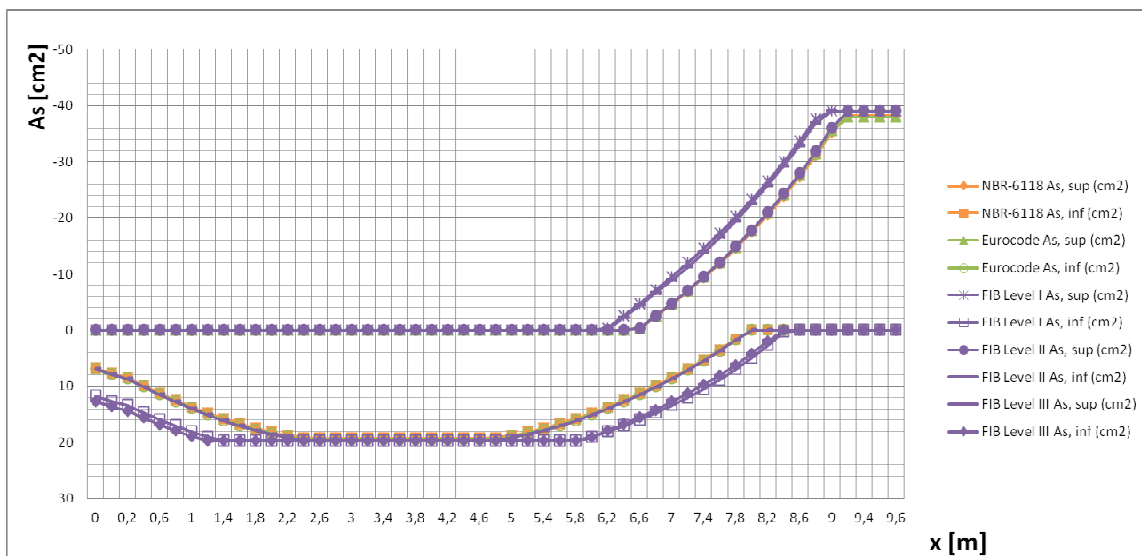


Figura 7.15 – Armadura longitudinal necessária – Estudo de Caso.

Nota-se que os valores obtidos seguem o mesmo comportamento e valores muito próximos, exceto para os níveis de aproximação I e III do *fib Model Code*. Isso ocorre pela inclusão de  $V_{Rd,c}$  na correção do valor da força de tração, na armadura longitudinal, devido ao esforço cortante.

## 7.6 DETALHAMENTO.

A tabela 7.2 apresenta as prescrições para o detalhamento da viga do estudo de caso:

Código	$\phi$ min (mm)	$\phi$ máx (mm)	sl máx (cm)	st máx (cm)
NBR-6118	5,00	20,00	28,63	48,24
<i>Eurocode</i>	-	-	108,00	60,00
<i>FIB Model Code</i>	-	-	50,00	-

Tabela 7.2– Prescrições para o detalhamento – Estudo de Caso.

Como na NBR-6118 os valores do espaçamento máximo entre os estribos e do espaçamento transversal máximo entre os componentes do estribo variam com o diagrama de esforço cortante, o valor indicado na tabela corresponde à média dos valores encontrados em cada seção transversal.

A norma brasileira é a que mais fornece prescrições para o detalhamento, sendo muito mais restritiva que as demais normas. Nota-se que o espaçamento longitudinal máximo determinado pela NBR-6118 é aproximadamente 75% menor em relação ao *Eurocode* e 44% menor em relação ao *fib*. Já o espaçamento transversal máximo é aproximadamente 20% menor em relação ao *Eurocode*.

## 8. CONCLUSÕES.

Apesar das normas abordadas nesse trabalho terem como base o mesmo modelo matemático, com exceção do *fib* no nível de aproximação III, conclui-se que os resultados encontrados variam consideravelmente entre as normas, para os casos estudados. Isso ocorre principalmente pela não uniformidade nas simplificações das etapas de dimensionamento, nos parâmetros e nos coeficientes de majoração e minoração adotados pelas normas.

Conclui-se também que os resultados encontrados nas etapas de dimensionamento e determinação da armadura mínima são menos conservadores na norma brasileira. Em contrapartida, as prescrições para o espaçamento, nessa norma são mais restritivas.

Dentre os parâmetros que influenciam na determinação da armadura transversal podem-se destacar os seguintes:

- a) Ângulo  $\theta$ : com a fixação do valor do ângulo teta no modelo I da norma brasileira e nos níveis I e III do *fib*, a diferença da armadura transversal necessária entre as normas aumenta significativamente, caso o valor do ângulo em cada norma não seja o mesmo;
- b) Braço de alavanca  $z$ : a simplificação, ou não, do valor do braço de alavanca influencia significativamente no valor da armadura transversal, ao longo do eixo de uma viga, visto que esse valor passa a ser influenciado pelo momento fletor. Isso fica evidente no caso de vigas contínuas, nas regiões próximas aos apoios centrais.

Para estudos futuros recomenda-se:

- a) Comparação entre o dimensionamento ao esforço cortante entre a NBR-6118, *Eurocode* e *fib Model Code* para o concreto protendido;
- b) Estudo da influência do esforço normal na determinação da armadura transversal;

## 9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR-6118, Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento, 2007.
- [2] EUROCODE 2. EN 1992-1-1. “*Design of concrete structures*”, 2010.
- [3] INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE. “*Model Code 2010 - Final Draft*”, Vol.1 e 2, 2012.
- [4] SCHLAICH, J., SCHÄFER, K., JENNEWEIN, M., “*Toward a Consistent Design of Structural Concrete*”. *Journal of the Prestressed Concrete Institute*, Vol. 32, No. 3, 1987.
- [5] SANTOS, S. H. C., *Detalhamento de Estruturas de Concreto Armado*. Escola Politécnica/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2011.
- [6] RITTER, W., “*Die Bauweise Hennebique*” (Construction Technics of Hennebique), Schweizerische Bauzeitung, Zürich, 1899.
- [7] MÖRSCH, E., “*Concrete Steel Construction*” Mcgraw-Hill, New York, 1909.
- [8] LEONHARDT, F., MÖNNING, E., *Construções de Concreto – Princípios Básicos do Dimensionamento de Estruturas de Concreto Armado*, Vol. 1, Rio de Janeiro, Ed. Interciência, 1982.
- [9] DURÃO, J. M. P., “*Modelos de Dimensionamento em Elementos de Betão Armado e Pré-esforçado*”. Dissertação de M.Sc., Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico, Portugal, 1993.
- [10] SANTOS, F. D., *Análise Limite e Projeto Ótimo de Vigas em Concreto armado*. Dissertação de M.Sc., Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2003.
- [11] GARCIA, S. L. G., *Modelos para Análise da Resistência ao Esforço Cortante de Vigas de Concreto Armado*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1998.

- [12] VILLELA, C. A. X., *Aplicação da Teoria do Campo de Compressão Modificada aos Perfis Retos de Concreto Armado e Protendido*. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1993.
- [13] COLLINS, M. P., MITCHELL, D., “A Rational Approach to Shear Design Method”. *ACI Structural Journal*, Vol. 93, No 1, 1996.
- [14] COLLINS, M. P., ADEBAR, P., VECCHIO, F.J., et al., “A Consistent Shear Design Method”. *IABSE Colloquium Structural Concrete*, Stuttgart, Germany, 1991.
- [15] VECCHIO, F.J., COLLINS, M. P., “The Modified Compression field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear”. *ACI Structural Journal*, No 83, 1986.
- [16] VECCHIO, F. J., COLLINS, M. P., “The Response of Reinforced Concrete to In-plane Shear and Normal Stresses”. *Publicatios No. 82-03*, University of Toronto, Departament of Civil Engineering, 1982.
- [17] MENIN, R. C. G; TRAUTWEIN, L. M.; BITTENCOURT, T. N., *Modelos de fissuração distribuída em vigas de concreto armado pelo método dos elementos finitos*. Revista IBRACON de Estruturas e Materiais, Vol. 2, No.2, 2009.