



ANÁLISE DA FLAMBAGEM ELÁSTICA DE PERFIS DE AÇO FORMADOS A
FRIO COM SEÇÕES ASSIMÉTRICAS NA COMPRESSÃO AXIAL E NA FLEXÃO
OBLÍQUA

Janderson Leitão Sena

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Eduardo de Miranda Batista

Rio de Janeiro
Junho de 2017

ANÁLISE DA FLAMBAGEM ELÁSTICA DE PERFIS DE AÇO FORMADOS A
FRIO COM SEÇÕES ASSIMÉTRICAS NA COMPRESSÃO AXIAL E NA FLEXÃO
OBLÍQUA

Janderson Leitão Sena

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA
(COPPE) DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE
EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Examinada por:

Prof. Eduardo de Miranda Batista, D.Sc.

Prof. Eliane Maria Lopes Carvalho, D.Sc.

Prof. Juarez Moara Santos Franco, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ – BRASIL

JUNHO DE 2017

Sena, Janderson Leitão

Análise da flambagem elástica de perfis de aço formados a frio com seções assimétricas na compressão axial e na flexão oblíqua/
Janderson Leitão Sena – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2017.

XII, 199 p.: il.; 29,7 cm.

Orientador: Eduardo de Miranda Batista

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Civil, 2017.

Referências Bibliográficas: p. 172-175.

1. Seções assimétricas. 2. Perfis de aço formados a frio. 3. NBR 14762:2010. I. Batista, Eduardo de Miranda. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título.

“Quanto mais aumenta nosso conhecimento,
mais evidente fica nossa ignorância”

John F. Kennedy

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por mais essa graça alcançada em minha vida, por me guiar e fazer ver sempre o caminho certo para as conquistas, pelos momentos felizes, e por rodear-me de pessoas boas, entre as quais meus familiares e amigos.

Aos meus pais Josiel e Ana Dalva e ao meu irmão Juliano, sem os quais não chegaria até aqui, que sempre me apoiaram, me deram forças quando necessitei de amparo nas dificuldades ao longo desta jornada, sempre preocupados com o meu bem estar, ofertando carinho e amor incondicionais.

Aos professores e servidores do Programa de Engenharia Civil da COPPE/UFRJ pelos importantes ensinamentos transmitidos ao longo deste período de convivência. Ao Prof. Juarez Franco, por contribuir com a pesquisa auxiliando no uso do programa ANSYS e o tê-lo feito com a maior boa vontade. E em especial ao Prof. Eduardo Batista, pela dedicação, apoio e a preocupação constante em buscar o melhor para a conclusão desta dissertação.

Aos amigos que fiz durante esse período, com os quais passei momentos inesquecíveis, de descontração e lazer, me confortando sempre nas dificuldades que foi em estar “longe de casa”.

À CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pela concessão de bolsa de apoio financeiro que permitiu a realização desta dissertação.

Por fim, agradeço a todos que contribuíram de alguma forma para a realização deste trabalho, pois, por mais que tente citar todos, sempre faltará alguém a ser mencionado, mas nunca deixará de ser lembrado em meu caminho.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

ANÁLISE DA FLAMBAGEM ELÁSTICA DE PERFIS DE AÇO FORMADOS A FRIO COM SEÇÕES ASSIMÉTRICAS NA COMPRESSÃO AXIAL E NA FLEXÃO OBLÍQUA

Janderson Leitão Sena

Junho / 2017

Orientador: Eduardo de Miranda Batista

Programa: Engenharia Civil

Os perfis de aço formados a frio utilizados na construção civil são em geral constituídos por seções simétricas, cujo comportamento tem sido pesquisado como elementos de paredes finas, o que impulsionou o desenvolvimento de normas técnicas específicas para o dimensionamento estrutural. Seções não convencionais, como é o caso das seções assimétricas, são pouco exploradas em estudos e aplicações, motivando assim a elaboração da presente dissertação. Para isso, adotaram-se seções assimétricas derivadas das seções monossimétricas U e ponto-simétricas Z, simples e enrijecidas, na compressão axial e na flexão oblíqua. Os estudos desenvolvidos se dirigem à análise da flambagem, com auxílio de métodos numéricos confiáveis, permitindo a identificação dos diferentes modos de flambagem. Para o modo Global foram desenvolvidas soluções analíticas, sendo apresentado para a compressão axial um método de resolução direta do cálculo da força crítica em seções assimétricas. Para a flexão oblíqua desenvolveu-se uma equação que permite obter o momento crítico de flambagem global para seções abertas na flexão em torno de um eixo centroidal qualquer. Para o modo Local foram obtidos os coeficientes de flambagem, considerando as seções assimétricas analisadas e, inclusive, seções ponto-simétricas Z na condição de flexão oblíqua. Esses resultados poderão ser levados em consideração, de forma complementar às atuais prescrições da norma brasileira NBR 14762:2010. O desenvolvimento da pesquisa permitiu, ainda, que fossem constatadas divergências com relação a formulações encontradas na norma, cabendo, portanto, sugestões de aprimoramento e aperfeiçoamento daquele documento.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

ELASTIC BUCKLING ANALYSIS OF COLD-FORMED STEEL MEMBERS WITH
ASYMMETRICAL SECTIONS IN AXIAL COMPRESSION AND OBLIQUE
FLEXURAL BENDING

Janderson Leitão Sena

June / 2017

Advisor: Eduardo de Miranda Batista

Department: Civil Engineering

The cold-formed steel members used in civil engineering construction are generally composed of symmetrical sections, usually classified as thin-walled members, which has led to the development of specific technical standards for structural design. Unconventional sections, such as asymmetrical shapes, although not explored in research and applications is the main goal of the present work. For this, asymmetrical sections derived from channel and Z-section, simple and stiffened, were studied in both axial compression and oblique flexural bending. The developed investigation is addressed to buckling analysis, with the support of reliable numerical-computational tools, allowing the identification of the concerned buckling modes. For the Global mode, analytical solutions were developed and, presented for axial compression, resulting in a practical method of direct resolution of the critical load in asymmetrical sections. For the oblique flexural bending, a direct equation was developed allowing finding the global buckling critical bending moment for open sections, considering general bending around any centroidal axis. For the Local mode, the buckling coefficients were obtained, considering the asymmetrical sections analyzed, and even, Z-section in the condition of oblique flexural bending. The obtained results may be taken into consideration, as complementary design tools regarding the current provisions of Brazilian Standard NBR 14762:2010. The present research also highlighted inconsistencies to be observed in the Brazilian standard, and therefore, suggestions for improvement of this document.

SUMÁRIO

1 Introdução	1
1.1 Processo de fabricação dos perfis formados a frio e vantagens de seu uso	1
1.2 Aplicações dos perfis formados a frio	4
1.3 Trabalhos e pesquisas relacionados ao uso dos PFF	7
1.4 Motivação	8
1.5 Objetivo	9
1.6 Estrutura da Dissertação	10
2 Conceitos e Fundamentos	12
2.1 Estabilidade Estrutural	12
2.1.1 Estabilidade de Barras	13
2.1.2 Estabilidade de Placas	16
2.2 Modos de Flambagem – Local, Distorcional e Global	19
2.2.1 Flambagem Local	21
2.2.2 Flambagem Distorcional	22
2.2.3 Flambagem Global	23
2.3 Propriedades geométricas de seções abertas de paredes delgadas	24
2.4 Métodos de dimensionamento de barras segundo a NBR 14762:2010	26
2.5 Equações de cálculo dos valores críticos elásticos segundo a NBR 14762:2010	27
.....	27
3 Análise da Flambagem Elástica de PFF: seleção, discretização e metodologia ...	31
3.1 Seleção dos perfis e propriedades mecânicas do aço estrutural	31
3.2 Condições de apoio e carregamento	33
3.3 Discretização dos perfis segundo os métodos numéricos MFF, GBT e MEF	37
3.3.1 CUFSM v.3.12 – Método das Faixas Finitas (MFF)	38
3.3.2 GBTUL v.2.0 – Teoria Generalizada de Vigas (GBT)	40
3.3.3 ANSYS v.16.0 – Método dos Elementos Finitos (MEF)	41
3.4 Metodologia adotada para coleta e análise de dados	44
4 Flambagem Global de PFF com seção aberta na compressão axial	46
4.1 Compressão axial	46
4.1.1 Compressão axial: resultados da análise numérica	46
4.1.2 Compressão axial: resultados analíticos	52

4.2 Método de Cardano e Tartaglia aplicado ao cálculo da força axial de flambagem global elástica, N_e , por flexo-torção em seções assimétricas	56
4.3 Comparativo entre os resultados da força axial de flambagem global elástica, N_e , obtidos pelos métodos aplicados às seções investigadas	62
5 Flambagem Global de PFF com seção aberta na flexão oblíqua	65
5.1 Flexão pura oblíqua	65
5.1.1 Flexão pura oblíqua: resultados da análise numérica	65
5.1.2 Flexão pura oblíqua: resultados analíticos	73
5.2 Equação generalizada para o cálculo do momento fletor de flambagem global elástica, M_e , para a flexão em torno de um eixo qualquer em seções abertas	78
5.3 Comparativo entre os resultados do momento fletor de flambagem global elástica, M_e , obtidos pelos métodos aplicados às seções investigadas	87
6 Flambagem Local de PFF com seção aberta na compressão axial e na flexão oblíqua	90
6.1 Metodologia adotada na análise numérica do modo de flambagem Local	90
6.2 Superfícies formadas pelos valores dos coeficientes de flambagem local k_ℓ para seções completas em função de relações geométricas entre os elementos da seção	92
6.3 Método da Regressão Polinomial na obtenção das expressões de cálculo dos coeficientes de flambagem local k_ℓ para seções completas	93
6.4 Compressão axial: resultados da análise numérica	95
6.4.1 Compressão axial: superfícies formadas pelos valores dos coeficientes de flambagem local k_ℓ para seções completas	106
6.4.2 Compressão axial: expressões polinomiais de cálculo dos coeficientes de flambagem local k_ℓ para seções completas	110
6.5 Flexão pura oblíqua: resultados da análise numérica	112
6.5.1 Flexão pura oblíqua: superfícies formadas pelos valores dos coeficientes de flambagem local k_ℓ para seções completas	129
6.5.2 Flexão pura oblíqua: expressões polinomiais de cálculo dos coeficientes de flambagem local k_ℓ para seções completas	135
6.6 Considerações finais sobre as análises do modo de flambagem Local	139
7 Sugestões e correções à NBR 14762:2010	140
7.1 Método de Cardano e Tartaglia aplicado ao cálculo da força axial de flambagem global elástica, N_e , por flexo-torção em seções assimétricas	140

7.2 Equação generalizada para o cálculo do momento fletor de flambagem global elástica, M_e , para flexão em torno de um eixo qualquer em seções abertas	141
7.3 Coeficientes de flambagem local k_ℓ para seções ponto-simétricas Z na flexão oblíqua em torno do eixo perpendicular à alma da seção	143
7.4 Coeficientes de flambagem local k_ℓ para seções monossimétricas U e ponto-simétricas Z na compressão axial e seções monossimétricas U na flexão simples em torno do eixo perpendicular à alma da seção	146
7.5 Expressões polinomiais de cálculo dos coeficientes de flambagem local k_ℓ para seções monossimétricas U e ponto-simétricas Z na compressão axial e na flexão simples oblíqua	147
7.6 Fatores de modificação C_b e C_m para diagrama de momento fletor não uniforme no cálculo do momento fletor de flambagem global elástica M_e	151
7.7 Equação de cálculo do momento fletor de flambagem global elástica M_e em seções ponto-simétricas Z com carregamento transversal agindo no plano da alma ...	157
8 Exemplo de cálculo da resistência à flexão na flambagem lateral com torção em seções ponto-simétrica Z e assimétrica derivada	162
8.1 Considerações para análise da resistência à flexão dos perfis	162
8.2 Flambagem lateral com torção – resultados e discussões	163
9 Conclusões e recomendações	168
9.1 Sugestões para trabalhos futuros	171
Referências Bibliográficas	172
Anexo A – Roteiro de cálculo das propriedades geométricas e mecânicas de seções abertas de paredes delgadas	176
Anexo B – Flambagem Distorcional de PFF com seção aberta na compressão axial e na flexão oblíqua	191

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos romanos

A	área bruta da seção transversal da barra
a, b, c, d	coeficientes (ou termos) dos polinômios utilizados na pesquisa
b	largura do elemento, é a dimensão plana do elemento sem incluir dobras
b_{f1}, b_{f2}	largura nominal das mesas superior e inferior, respectivamente
b_w	largura nominal da alma
C	centróide da seção transversal
C_b, C_m	fatores de modificação para diagrama de momento fletor não uniforme
C_s	parâmetro empregado no cálculo do momento fletor de flambagem global elástica conforme Anexo E da NBR 14762:2010
CT	centro de cisalhamento (ou centro de torção) da seção transversal
C_ω	constante de empenamento da seção transversal
D	largura nominal do enrijecedor de borda simples
E	módulo de elasticidade longitudinal do aço, adotado igual a 200000 MPa
f_u	resistência à ruptura do aço
f_y	resistência ao escoamento do aço
G	módulo de elasticidade transversal do aço, adotado igual a 77000 MPa
I_x, I_y	momentos de inércia da seção bruta em relação aos eixos principais x e y , respectivamente
J	constante de torção de Saint Venant
j	parâmetro empregado no cálculo do momento fletor de flambagem global elástica conforme Anexo E da NBR 14762:2010
k_ℓ	coeficiente de flambagem local (do elemento ou seção completa)
$K_x.L_x$	comprimento efetivo de flambagem global em relação ao eixo x
$K_y.L_y$	comprimento efetivo de flambagem global em relação ao eixo y
$K_z.L_z$	comprimento efetivo de flambagem global por torção
L	comprimento da barra
m	número de semiondas na flambagem
M_1, M_2	momentos fletores de flambagem global elástica para flexão em torno dos eixos principais 1 e 2, respectivamente
M_{dist}	momento fletor de flambagem distorcional elástica

M_e	momento fletor de flambagem global elástica
M_ℓ	momento fletor de flambagem local elástica
N_{dist}	força axial de flambagem distorcional elástica
N_e	força axial de flambagem global elástica
N_{ex}, N_{ey}	forças axiais de flambagem global elástica por flexão em relação aos eixos principais x e y , respectivamente
N_{ez}	força axial de flambagem global elástica por torção
N_{exz}	força axial de flambagem global elástica por flexo-torção
N_ℓ	força axial de flambagem local elástica
P	força axial de compressão
P_{cr}	força crítica (ou força de flambagem elástica)
r_o	raio de giração polar da seção bruta em relação ao centro de torção
r_x, r_y	raio de giração da seção bruta em relação aos eixos principais x e y , respectivamente
t	espessura da chapa ou do elemento
u, v	deslocamentos nas direções principais x e y , respectivamente
x, y	eixos que definem as coordenadas da seção transversal
x_c, y_c	coordenadas do centróide da seção transversal no plano x - y
x_o, y_o	distâncias do centro de torção ao centróide da seção transversal, na direção dos eixos principais x e y , respectivamente
z	eixo longitudinal da barra
W_c	módulo de flexão elástica referente ao bordo comprimido da seção bruta

Símbolos gregos

β_1, β_2	parâmetros empregados no cálculo do momento fletor de flambagem global elástica em relação aos eixos principais 1 e 2 , respectivamente
θ	ângulo formado entre o vetor momento fletor aplicado à seção e o eixo principal máximo (eixo 1)
λ	índice de esbeltez / comprimento de semionda associado à flambagem
ν	coeficiente de <i>Poisson</i> do aço, adotado igual a 0,3
σ	tensão normal
σ_{cr}	tensão crítica (ou tensão de flambagem elástica)
ϕ	ângulo de torção da barra

Capítulo 1

Introdução

As construções civis, do ponto de vista estrutural, podem ser caracterizadas pelo elemento constituinte de maior representatividade da edificação. Em geral, são estruturas de aço, concreto armado ou ainda mistas de aço-concreto, estando a opção por um tipo ao outro ligada às necessidades e possibilidades de projeto. Considerando o caso particular das estruturas metálicas, o aço pode ser utilizado sob diversas formas e condições, sendo abordado na presente pesquisa características inerentes aos perfis estruturais formados a frio, também conhecidos como perfis de chapa dobrada.

1.1 Processo de fabricação dos perfis formados a frio e vantagens de seu uso

O processo de fabricação dos perfis formados a frio (PFF) baseia-se no dobramento a frio de chapas metálicas, daí a origem da designação como PFF ou chapa dobrada. Segundo SILVA (2012), o processo pode ocorrer de forma contínua ou descontínua. O primeiro caso caracteriza-se pelo deslocamento longitudinal de uma chapa de aço sobre os roletes de uma perfiladeira, os quais vão moldando gradualmente a chapa, resultando na forma desejada do perfil. Ao final, este é cortado no comprimento de interesse. O processo é indicado para fabricação em série, sendo ilustrado pela Figura 1.1.



Figura 1.1 – Fabricação de perfis formados a frio empregando perfiladeira (ZIKELI)

Para o dobramento pelo processo descontínuo utiliza-se uma prensa dobradeira, sendo a chapa de aço prensada contra a mesma, o que resulta na dobragem da chapa. A operação é repetida quantas vezes forem necessárias para que se obtenha a seção desejada do perfil. Como o comprimento do perfil está limitado à largura da prensa, é comum que o processo seja indicado para a fabricação de pequenas quantidades, sendo o mesmo representado na Figura 1.2.



Figura 1.2 – Fabricação de perfis formados a frio empregando dobradeira (CCDCANOAS)

Em ambos os processos de dobramento algumas propriedades do aço são alteradas, resultando no aumento das resistências ao escoamento (f_y) e à ruptura (f_u), com conseqüente redução de ductilidade, significando assim uma menor capacidade do material se deformar. Essas alterações decorrem da plastificação da região de dobramento a frio seguido de alívio das tensões originadas da conformação, ocorrendo o fenômeno conhecido como efeito “Bauschinger”.

Segundo HAUS (2011), o efeito Bauschinger (nome dado em homenagem ao pesquisador Johann Bauschinger, que relatou o fenômeno em 1886) pode ser definido como a redução da tensão de escoamento do material, seja por compressão ou tração, quando descarregado, recarregado contrário à tensão inicial no regime plástico e novamente carregado sob a mesma tensão da qual houve a redução da tensão de escoamento. Logo, com o processo de conformação das chapas o efeito é esperado e não deve ser desprezado. A Figura 1.3 ilustra esquematicamente a ocorrência do efeito Bauschinger.

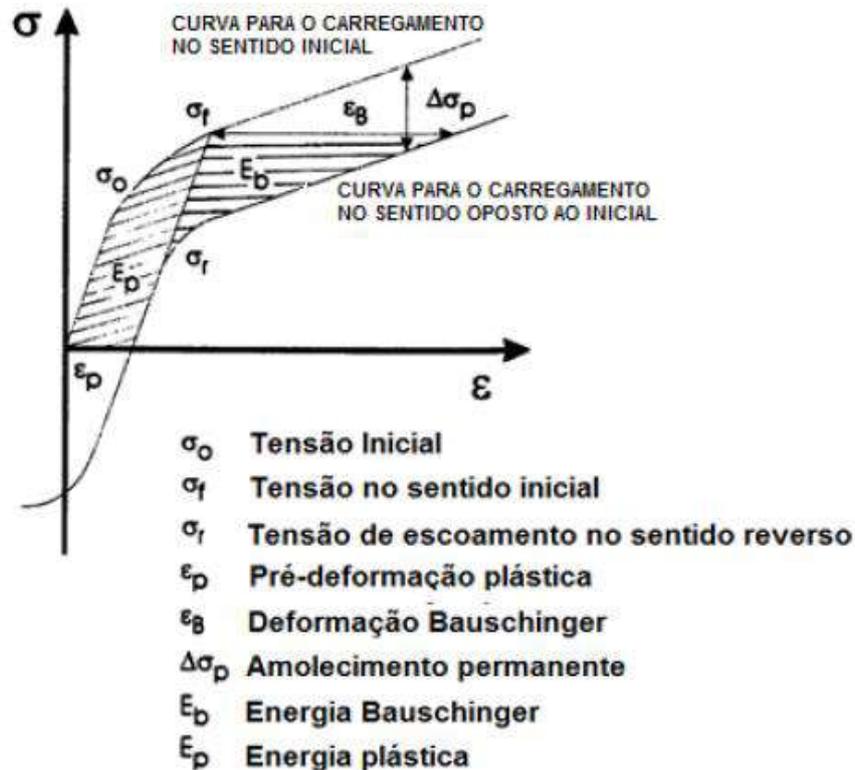


Figura 1.3 – Representação esquemática do comportamento uniaxial tensão-deformação de um material durante a deformação no sentido inicial e reverso, apresentando o efeito Bauschinger (ABEL, 1987)

Adicionalmente, cuidado especial deve ser tomado com o tamanho do raio de dobramento em conformidade com a espessura da chapa, de modo que evite o aparecimento de fissuras e comprometa o comportamento esperado do aço. Para isso a NBR 6355:2012 trata de padronizar uma série de perfis estruturais formados a frio, recomendando características geométricas e tolerâncias de fabricação.

O uso de PFF na construção civil pode ser movido pelas inúmeras vantagens em relação ao concreto armado ou mesmo em se tratando do próprio aço, quando considerado sob a forma de laminado a quente ou soldado. Algumas delas são descritas posteriormente:

- Devido à baixa espessura das chapas de aço estas permitem a fabricação por dobramento a frio, o que permite obter uma grande variedade de seções transversais, considerando seções abertas ou mesmo fechadas (“seção-caixão”, união de duas seções abertas);

- Estruturas mais leves, o que facilita o manuseio e transporte, assim como o processo de montagem, sem a necessidade de maquinário pesado;
- Rapidez e economia no tempo de execução em obra, assim como facilidade no processo de desmontagem, sendo um processo mais limpo, gerando menos resíduos do que obras em concreto armado;
- Alta relação resistência/peso das estruturas quando submetidas à compressão, tração ou flexão, o que permite aos elementos suportarem grandes cargas apesar das dimensões reduzidas dos perfis.

Apesar das vantagens estimularem o uso dos perfis de chapa dobrada, deve-se destacar também um ponto desfavorável com relação à sua utilização, como a necessidade de mão-de-obra especializada, assim como equipamentos no auxílio da fabricação e montagem dos perfis.

1.2 Aplicações dos perfis formados a frio

Dentre as diversas aplicações dos PFF em estruturas metálicas, destacam-se algumas, como listadas abaixo e brevemente discorridas em seguida:

- Coberturas metálicas;
- Galpões industriais, comerciais, agrícolas, etc.;
- Edifícios residenciais, industriais e comerciais;
- Sistemas *Drywall* e *Steelframe* (GYPSTEEL);
- Sistema *Roll-on*® (MARKO);
- *Viga Universal*® (MARKO);
- Sistema *Joist in Time*® (MARKO).

O uso dos PFF em coberturas metálicas abrange a grande maioria de seus componentes, incluindo as tesouras treliçadas, as terças e mesmo as ripas, além dos sistemas de contraventamento, telhado, calhas, etc. Em galpões e edifícios a utilização dos perfis pode ser conferida, além da própria cobertura, também na composição dos pilares e vigas da estrutura, como ilustrado na Figura 1.4.



Figura 1.4 – Galpão construído em aço constituído de perfis formados a frio (MFRURAL)

Os Sistemas *Drywall* e *Steelframe* da GYPSTEEL são compostos por perfis fabricados industrialmente através da conformação a frio de chapas de aço galvanizados, que protegem contra a corrosão. O primeiro consiste em um sistema de vedação, que inclui placas de gesso cartonado, onde os perfis são usados para estruturação e montagem de paredes, forros e mobiliários integrados, porém sem função estrutural. Já o segundo trata-se do “esqueleto estrutural” da edificação, este sim projetado para receber carregamento. A Figura 1.5 ilustra exemplos destes sistemas.



Figura 1.5 – Sistemas estruturais constituídos de PFF: (a) *Drywall* (b) *Steelframe* (GYPSTEEL)

O Sistema *Roll-on*®, produzido pela empresa brasileira MARKO, é um sistema de cobertura metálica indicado para grandes construções, tais como centros de distribuição, shopping centers, plantas industriais, terminais rodoviários, ginásios, entre outros. Diferente das coberturas metálicas tradicionais, o sistema integra estrutura e telhado em um mesmo produto. Sobre a estrutura são desenroladas bobinas de chapa fina de aço pré-pintadas, formando canaletas contínuas de condução da água pluvial sempre para a periferia do prédio, garantindo assim estanqueidade nas piores condições de tempo. O produto pode ser conferido na ilustração esquemática da Figura 1.6.



Figura 1.6 – Representação esquemática do Sistema *Roll-on*® (MARKO)

A *Viga Universal*® e o Sistema *Joist in Time*® são estruturas de apoio, ambas definidas por vigas treliçadas, também comercializadas pela empresa brasileira MARKO. O conceito “universal” se traduz pela versatilidade do produto, que é capaz de atender a diferentes necessidades de vãos e sobrecargas, sendo composta por um conjunto de peças padronizadas, intercambiáveis e montadas na obra. O desempenho da *Viga Universal*®, inclusive, já foi analisado e testado pela COPPE/UFRJ. Já o Sistema *Joist in Time*® refere-se a vigas sucessivas aplicadas paralelamente para suporte de cobertura, piso, ou similares. O sistema é composto por duas treliças metálicas afastadas a certa distância e ligadas entre si, formando um elemento estável e autoportante. A Figura 1.7 apresenta esquematicamente ambos os produtos.

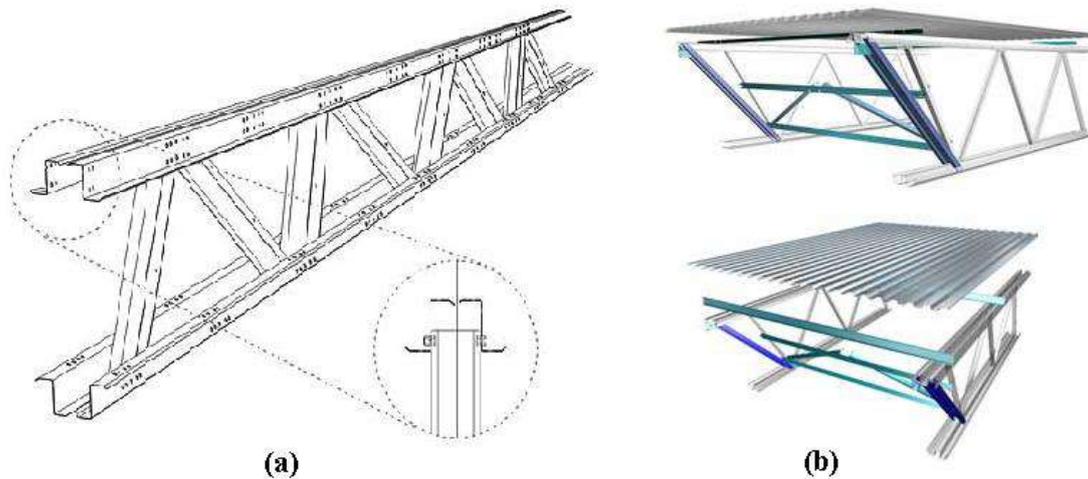


Figura 1.7 – Estruturas de apoio constituídas de PFF: (a) Viga *Universal*® (b) Sistema *Joist in Time*® (MARKO)

1.3 Trabalhos e pesquisas relacionados ao uso dos PFF

A contribuição em pesquisas sobre o emprego estrutural dos PFF ocorre em várias partes do mundo, com destaque para países como EUA, Canadá, Inglaterra, Alemanha e Austrália, assim como lembra SANTOS (2010), e também no Brasil. Alguns trabalhos e estudos relacionados ao uso de PFF serviram como referência para a elaboração da presente dissertação, brevemente comentados a seguir.

Ao longo da pesquisa serão abordados métodos normativos de dimensionamento de estruturas de aço constituídas por PFF, dentre os quais merecem destaque o *Método da Seção Efetiva* (MSE) e o *Método da Resistência Direta* (MRD). O primeiro foi desenvolvido por BATISTA (2010) e a seguir incluído na última versão da norma brasileira NBR 14762:2010. Já o segundo foi originalmente proposto por SCHAFER (2006b), e, além de estar incorporado à norma brasileira, consta também na norma americana AISI S100-2007 e na norma australiana/neozelandesa AS/NZS 4600:2005.

SANTOS (2010) investigou a interação entre os modos de flambagem local, distorcional e global para colunas constituídas por perfis de aço formados a frio, de seção U enrijecido e sob compressão axial, por meio de experimentos. A pesquisa teve auxílio de análises de Estabilidade Elástica efetuadas pelo *Método dos Elementos Finitos* (MEF) e da *Teoria Generalizada de Vigas* (GBT). Os ensaios permitiram identificar os modos de flambagem ocorrentes assim como o modo de colapso e a carga

última, o que contribuiu para verificar as prescrições normativas baseadas nos métodos de dimensionamento do MSE e MRD, considerando a interação entre os modos.

A pesquisa elaborada por FÁVERO (2013), apesar de focar no estudo das ligações de alma parafusadas em terças de perfis de aço formados a frio, foi de grande contribuição para o desenvolvimento da presente dissertação. FÁVERO (2013) pôde comprovar em seus ensaios que para perfis de seção Z, quando fletidos em torno do eixo perpendicular à alma da seção, a distribuição de tensões oblíqua é a que melhor se aproxima do comportamento real das terças. Assim, do mesmo modo são tratadas as seções assimétricas da presente pesquisa, isto é, sob flexão livre (sem restrição lateral).

1.4 Motivação

O uso de PFF na construção civil é uma realidade cada vez mais frequente, visto a gama de aplicações e benefícios de sua utilização. Entretanto, o que se encontra no mercado atual são perfis de geometria e dimensões padronizadas, geralmente seções monossimétricas e ponto-simétricas. Estudos e experimentos ao longo de vários anos, assim como aplicações práticas, comprovaram a eficiência de seções do tipo U e Z, simples ou enrijecidas, quando submetidas à compressão axial ou flexão simples, limitando assim, de certa forma, pesquisas e busca por novas soluções, que, em casos particulares, pode se apresentar como adequadas e viáveis.

Pesquisas e estudos acerca do dimensionamento de perfis de chapa dobrada abordam, em sua grande maioria, apenas seções convencionais, o que permitiu a confecção de diversas tabelas com informações importantes sobre estas seções, contribuindo assim para a elaboração de normas específicas. Contudo, seções assimétricas são pouco exploradas e raramente utilizadas em projeto. Geralmente estão limitadas ao uso como componentes de extremidade, que delimitam a edificação, como por exemplo, exercendo a função de calha em uma cobertura. Logo, estudos e expressões analíticas mais abrangentes para o cálculo da tensão crítica elástica, seja sob compressão axial ou flexão simples, considerando seções desse tipo, são escassas, o que motivou a elaboração da presente pesquisa.

Seções assimétricas, por definição, não apresentam simetria, isto é, têm como característica principal não possuírem um ponto ou eixo que lhes garanta alguma simetria, podendo assim, assumir qualquer forma. Apesar das infinitas possibilidades de

geometrias envolvidas ao se trabalhar com seções assimétricas, na presente dissertação serão tratadas apenas seções derivadas dos perfis U e Z, mantendo-se assim similaridade com seções convencionais. Entretanto, alguns avanços propostos na pesquisa não estão limitados a estas seções apenas, sendo possível também a aplicação a seções de qualquer geometria.

Em relação aos perfis ponto-simétricos é comum encontrar seções com abas desiguais, mesmo sendo pequena a diferença entre as larguras das abas, configurando assim uma ligeira assimetria. Esta característica contribui em facilitar o armazenamento, transporte e até nas ligações por transpasse entre perfis, quando necessário. Logo, a presente investigação levou em conta a degeneração crescente da condição original de simetria e o quanto essa condição é capaz de afetar o comportamento desse PFF, incluindo possíveis vantagens ou desvantagens. A pesquisa é válida também para as seções assimétricas derivadas dos perfis monossimétricos.

Considerando ainda os perfis de seção Z, é comum engenheiros tratarem a flexão em torno do eixo perpendicular à alma da seção como restringida (ou reta), isto é, forçada em torno deste eixo, já que podem ser admitidos como travados lateralmente nos casos mais frequentes, em que são utilizados como terça de cobertura. Por outro lado, a presente pesquisa tem a proposta de investigar a flexão livre destes perfis, configurando assim a flexão como oblíqua, e verificando o comportamento para estes casos. A motivação para o estudo partiu da observação feita por FÁVERO (2013) em sua pesquisa sobre ligações em terças, na qual o autor dedica uma seção à parte sobre o tema. O assunto será tratado com mais detalhes no decorrer da pesquisa.

1.5 Objetivo

Levando em conta a Teoria da Estabilidade Elástica apresentada por TIMOSHENKO e GERE (1961), e, ainda, soluções numéricas obtidas com o auxílio do *Método das Faixas Finitas* (MFF) com o emprego do programa computacional CUFMSM v.3.12, desenvolvido por SCHAFER e ÁDÁNY (2006), o objetivo da presente pesquisa consiste em analisar a flambagem elástica para casos de compressão axial e flexão pura oblíqua de PFF com seções simétricas e assimétricas, conforme já mencionado.

Considerando seções assimétricas e seus respectivos carregamentos críticos, o objetivo da pesquisa é, ainda, utilizar os resultados numéricos e analíticos das análises

da flambagem elástica de modo a obter informações e propor procedimentos que se revelem úteis e práticos como, por exemplo, estabelecer formulações diretas para o cálculo do coeficiente de flambagem local para as seções assimétricas estudadas. Ainda serão adotados os programas computacionais GBTUL v.2.0, desenvolvido por BEBIANO *et al* (2010a) e representando o método da GBT, e ANSYS v.16.0 como representante do MEF, como forma de validação dos resultados.

Adicionalmente às análises da flambagem dos PFF, foi incluído o cálculo da resistência estrutural com base nos critérios estabelecidos na norma brasileira para a flexão pura oblíqua, permitindo verificar o efeito da assimetria das seções quando comparado aos resultados obtidos para as seções originalmente simétricas.

Mesmo reconhecendo que as seções simétricas de PFF são as mais adequadas para emprego geral em construção civil, a proposta da presente dissertação é contribuir para que PFF de seções assimétricas recebam uma atenção maior em se tratando de pesquisa, visto que o assunto é pouco discutido no meio acadêmico assim como adotado em projetos, muito em decorrência da ausência de resultados, tanto analíticos quanto numéricos e experimentais.

Sendo assim, caso os resultados analíticos e numéricos obtidos com o estudo das seções assimétricas na presente pesquisa demonstrarem alguma vantagem frente às seções convencionais, seria um grande avanço impulsionar futuramente a realização de ensaios com seções desta geometria, visando validar experimentalmente aquilo que se propôs de forma teórica, e possibilitando, ainda, o complemento das instruções que se encontram na NBR 14762:2010 em uma próxima revisão.

1.6 Estrutura da Dissertação

A presente dissertação é composta por um total de 9 capítulos e 2 anexos ao seu final. O Anexo A apresenta um roteiro de cálculo analítico para as propriedades geométricas e mecânicas de seções abertas de paredes delgadas. Já o Anexo B apresenta os resultados obtidos numericamente para o modo de flambagem distorcional.

O Capítulo 1 descreve resumidamente o uso dos perfis formados a frio na construção civil, apresentando informações sobre sua fabricação, vantagens de sua utilização e alguns exemplos de aplicações. Além disso, discorre também sobre a motivação e o objetivo para a elaboração da presente pesquisa.

O Capítulo 2 tem por finalidade apresentar conceitos envolvidos na compreensão do fenômeno da flambagem elástica, trazendo uma revisão bibliográfica sucinta que aborda assuntos como estabilidade estrutural, os diferentes modos de flambagem, métodos normativos de dimensionamento estrutural de PFF, entre outros.

O Capítulo 3 é responsável por dar início ao processo de análise dos perfis de seção assimétrica, foco da pesquisa, definindo-se as geometrias, propriedades do material, condições de carregamento e apoio e as discretizações dos modelos segundo os métodos numéricos que auxiliaram as análises.

Os Capítulos 4, 5, e 6 apresentam os resultados obtidos numericamente para os diferentes modelos analisados, segundo os modos de flambagem Global e Local. Nos Capítulos 4 e 5 ainda são propostas expressões analíticas que contribuem para o cálculo da força crítica global e do momento crítico global, respectivamente. Já no Capítulo 6 são definidos os coeficientes de flambagem local para seções completas assimétricas, sob compressão axial e flexão pura oblíqua.

No Capítulo 7 são levantadas algumas questões envolvendo os procedimentos da norma brasileira, assim como sugeridas melhorias e algumas correções propostas para a NBR 14762:2010, que foram possíveis com o desenvolvimento da pesquisa. Destaque para a obtenção dos coeficientes de flambagem local de perfis de seção Z sob flexão livre (oblíqua) e a elaboração de uma equação adequada para o cálculo do momento fletor de flambagem lateral com torção, também para seções ponto-simétricas Z.

O Capítulo 8 apresenta uma breve comparação da resistência na flambagem lateral com torção entre uma seção ponto-simétrica Z e uma seção assimétrica derivada, considerando a flexão oblíqua como forma de carregamento. Como método de dimensionamento foi utilizado o MSE, método constante na NBR 14762:2010.

O Capítulo 9 encerra a pesquisa, apresentando as conclusões finais acerca de toda a investigação, desde os resultados encontrados para as seções assimétricas, segundo os diferentes modos de flambagem, até as observações feitas sobre a NBR 14762:2010. Ao final do capítulo ainda são descritas sugestões para trabalhos futuros relacionadas ao tema da presente dissertação.

Capítulo 2

Conceitos e Fundamentos

O presente capítulo tem por objetivo introduzir alguns conceitos e fundamentos que estão diretamente associados ao estudo da flambagem elástica de perfis de aço formados a frio, contribuindo assim para facilitar a compreensão ao longo da pesquisa. Nele serão apresentados conceitos como estabilidade e equilíbrio, flambagem e seus diferentes modos, métodos de dimensionamento estrutural de PFF segundo a NBR 14762:2010, entre outros.

2.1 Estabilidade Estrutural

Para entender o conceito de estabilidade é necessário saber o significado também de equilíbrio, pois os termos se complementam, isto é, a estabilidade, seja ela *estável*, *instável* ou *indiferente*, nada mais é do que a classificação do equilíbrio de uma estrutura. A configuração do equilíbrio está relacionada aos deslocamentos dos pontos de uma estrutura mediante ações externas, e como a mesma se apresenta ao término destas ações, como afirmam REIS e CAMOTIM (2001). Portanto, é possível uma estrutura ser instável estando em equilíbrio, por mais que isto pareça estranho em um primeiro momento.

Para facilitar a compreensão, a Figura 2.1 representa um problema clássico abordado em muitas literaturas, na qual apresenta uma esfera rígida em repouso sobre três superfícies distintas, representando em cada uma delas as situações de equilíbrio possíveis.

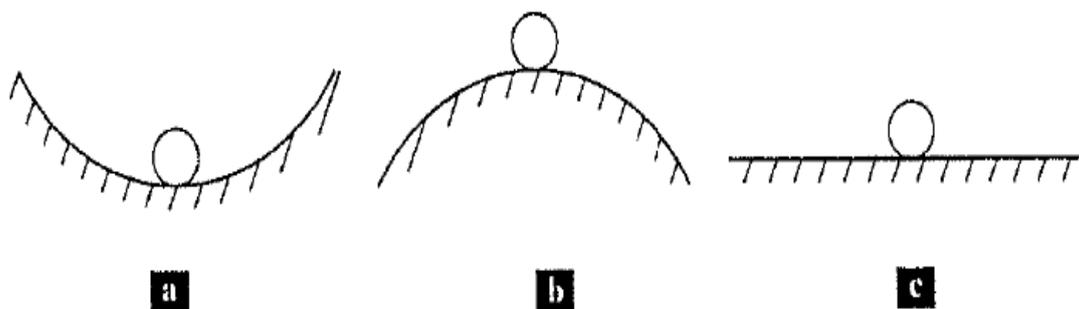


Figura 2.1 – Estabilidade do equilíbrio: (a) estável (b) instável (c) indiferente

- Para a situação (a) tem-se o *equilíbrio estável*, onde caso haja uma perturbação externa horizontal sobre a esfera esta tende a se deslocar sobre a superfície côncava, e ao cessar a ação externa a mesma oscila retornando a sua posição de equilíbrio inicial;

- Para a situação (b) tem-se o *equilíbrio instável*, no qual qualquer perturbação externa horizontal sobre a esfera faz com que a mesma se desloque sobre a superfície convexa sem a possibilidade de retorno à sua posição de equilíbrio inicial;

- Para a situação (c) tem-se o *equilíbrio indiferente*, onde ao se aplicar uma força externa horizontal sobre a esfera, estando esta sobre uma superfície horizontal, ocorrerá uma nova posição de equilíbrio ao cessar a ação externa.

2.1.1 Estabilidade de Barras

Ainda em relação à estabilidade do equilíbrio, pode-se recorrer ao clássico problema da “coluna de Euler”, a fim de ilustrar e consolidar o que foi apresentado até aqui sobre as configurações de equilíbrio, sobretudo estável e instável. A teoria de Euler aborda uma coluna ideal (perfeitamente retilínea) elástica, de comprimento L , simplesmente apoiada em ambas as extremidades e submetida a uma carga axial P .

Para efetuar a análise do comportamento da coluna proposta por Euler é importante conhecer o seu *caminho de equilíbrio*, isto é, a representação gráfica da variação do deslocamento em função da amplitude do carregamento aplicado, assim como define ALVES (2015). A Figura 2.2 apresenta os caminhos de equilíbrio traçados para o deslocamento vertical do topo (v) e horizontal a meia altura (u) da coluna.

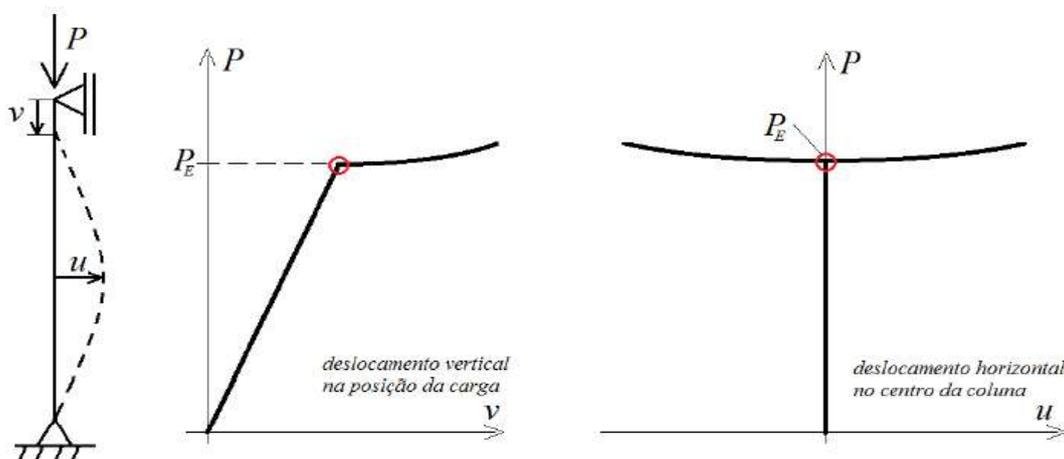


Figura 2.2 – Caminhos de equilíbrio da coluna de Euler (ALVES, 2015)

Segundo ALVES (2015), o caminho compreendido entre a origem até o ponto crítico da ilustração, representado na figura anterior como P_E , é chamado de *caminho fundamental* ou caminho primário. A partir do ponto crítico P_E este passa a se chamar *caminho pós-crítico* ou secundário. O referido ponto crítico nada mais é do que a força crítica associada à alteração do equilíbrio de estável para instável para uma coluna perfeita, conhecida também como *carga crítica de Euler*. A equação que define o valor da carga crítica, representada por P_{cr} e apresentada por TIMOSHENKO (1955) segundo a Teoria da Estabilidade Elástica, pode ser conferida logo abaixo pela Equação [2.1].

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot EI}{L^2} \quad [2.1]$$

A grandeza EI trata-se da rigidez à flexão da seção transversal da coluna, onde E é o módulo de elasticidade do material e I o momento principal de inércia da seção em relação ao eixo de flexão considerado. O comprimento da coluna é representado por L . A carga crítica marca o *ponto de bifurcação* e corresponde a um *estado de equilíbrio crítico* da coluna, assim como abordam REIS e CAMOTIM (2001).

Considere um prolongamento teórico do caminho fundamental após o ponto crítico P_{cr} . A partir deste ponto a condição de equilíbrio estável inicial passa à condição instável. A representação gráfica abaixo da Figura 2.3 mostra em tracejado esta nova configuração.

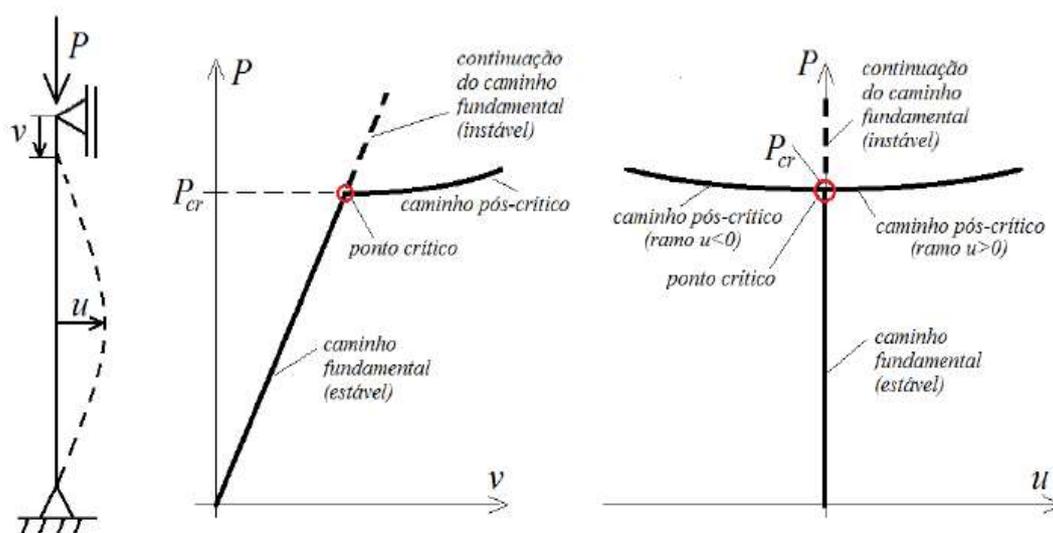


Figura 2.3 – Caminhos fundamental e pós-crítico (ALVES, 2015)

O caso da coluna de Euler consiste em um problema de instabilidade estrutural o qual chamamos de *instabilidade por bifurcação*. O termo instabilidade está associado diretamente ao conceito de *flambagem*, que pode ser definido como a perda de estabilidade do corpo quando submetido a tensões normais de compressão, ocasionando uma deformada “curva” (fletida). Existe outro tipo de instabilidade designado por *instabilidade por ponto limite* ou “*snap-trough*”, entretanto não será abordada por não compor o objetivo principal da pesquisa.

Um problema de instabilidade por bifurcação, segundo REIS e CAMOTIM (2001), pode ser caracterizado por três pontos importantes, sendo eles:

- Um caminho de equilíbrio fundamental (linear ou não linear), que se inicia na origem do gráfico carga-deslocamento;
- Um caminho de equilíbrio pós-crítico, que se inicia no ponto de bifurcação (ponto crítico), não passando pela origem do gráfico carga-deslocamento;
- Um ponto de bifurcação, correspondente à interseção dos dois caminhos (fundamental e pós-crítico), no qual as configurações de equilíbrio do caminho fundamental passam de estáveis a instáveis.

A análise de um problema deste tipo envolve também três possibilidades:

- Determinar a tensão e carga crítica de flambagem;
- Determinar a configuração deformada da estrutura quando ocorre a flambagem;
- Determinar as propriedades do caminho pós-flambagem.

É importante esclarecer que esta pesquisa se limita a investigar apenas as duas primeiras possibilidades citadas anteriormente (tensão crítica e seu respectivo modo de flambagem), portanto, não entrando no mérito das análises de pós-flambagem.

Como visto até o presente momento, as curvas ilustradas nas Figuras 2.2 e 2.3 apresentam um caminho fundamental de caráter linear, já que representam o caso da coluna de Euler (coluna perfeita geometricamente). Entretanto, colunas de eixo perfeitamente retilíneo e submetidas à carga compressiva centrada pode ser considerada

uma situação idealizada. As colunas reais não apresentam retilidade perfeita, seja por processos construtivos ou de fabricação, ou mesmo não se pode garantir a centralização do carregamento. Portanto, no caso real de colunas com imperfeições geométricas, mesmo que pequenas, o ponto de bifurcação deixa de existir, induzindo à flexão e não linearidade desde a origem do caminho fundamental, como lembra ALVES (2015).

A Figura 2.4 mostra, em traço forte, o caminho de equilíbrio para a coluna ideal de Euler, enquanto que, em traços suaves, os caminhos de equilíbrio considerando possíveis imperfeições na coluna analisada, simulando assim situações reais.

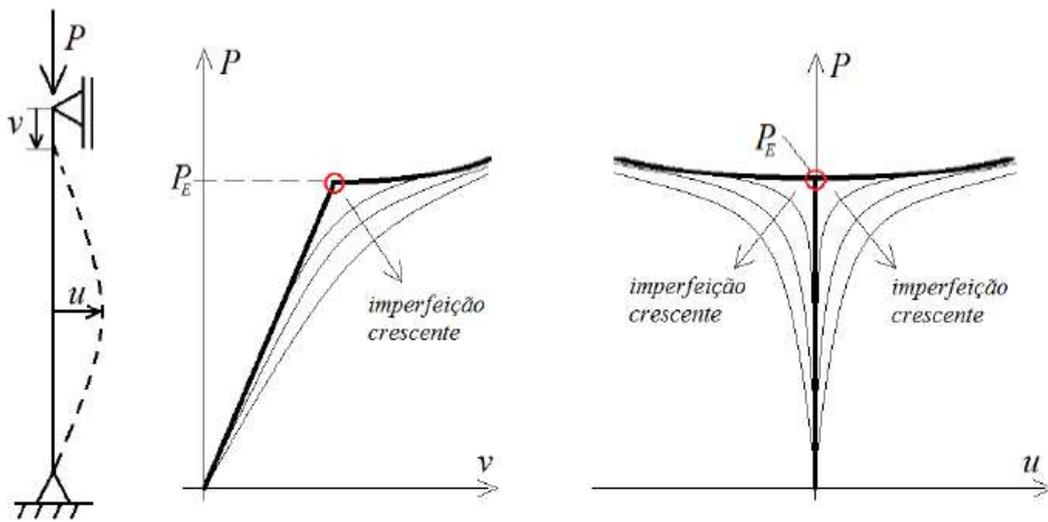


Figura 2.4 – Influência de imperfeições geométricas na coluna (ALVES, 2015)

O caminho de equilíbrio perfeito deixa de existir também nos casos em que a estrutura, mesmo considerada perfeita (retilínea e carga centrada), esteja sob a ação de uma leve perturbação, muito menor que a carga compressiva que age na estrutura, podendo esta ser uma força horizontal aplicada no centro da coluna ou uma carga de momento aplicada nas extremidades da coluna.

2.1.2 Estabilidade de Placas

De acordo com o estudo da estabilidade da coluna de Euler apresentado até aqui, percebe-se que a coluna é analisada globalmente, isto é, o comprimento L é a variável condicionante à carga crítica, conforme a Equação [2.1], sendo a geometria da seção pouco influente neste caso (apenas o momento de inércia é levado em conta). Entretanto, sabe-se que estas mesmas colunas são constituídas de placas isoladas,

vinculadas umas às outras, constituindo as paredes dos perfis e formando a geometria da seção. Em se tratando de perfis de seção aberta e paredes delgadas, como é o caso da presente pesquisa, a geometria da seção afeta diretamente o comportamento da estrutura e não deve ser desprezada. Neste caso, uma análise segura não se limita a um olhar global sobre a estrutura, mas também em se preocupar com problemas de flambagem local.

Para exemplificar o estudo do comportamento de placas, considere uma coluna tubular metálica, proposta por REIS e CAMOTIM (2001) e ilustrada na Figura 2.5. A coluna está submetida a um carregamento compressivo, o que leva às paredes se submeterem a uma tensão axial de compressão uniforme (σ), resultado da razão entre a carga aplicada (P) e a área da seção transversal (A). Ao atingir uma tensão crítica σ_{cr} ocorre a flambagem, fenômeno conhecido como *flambagem local de placas*.

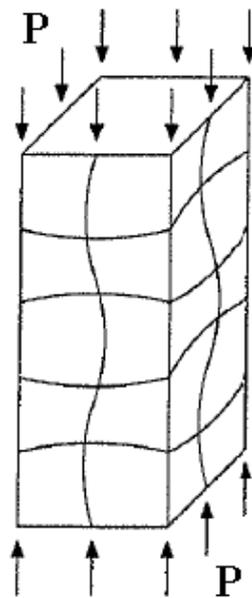


Figura 2.5 – Coluna tubular de paredes delgadas – flambagem local (REIS e CAMOTIM, 2001)

Análogo ao que foi visto para o caso da coluna de Euler, tem-se que: (i) o caminho de equilíbrio fundamental de uma placa comprimida também torna-se instável para valores de tensão acima do valor da tensão crítica σ_{cr} ; (ii) existe um ponto de bifurcação, que se trata do valor crítico; (iii) e existe ainda um caminho pós-crítico, também de caráter parabólico e estável. A Figura 2.6 representa os caminhos de equilíbrio para uma placa isolada de formato retangular, simplesmente apoiada em todas as bordas, de comprimento a , largura b e espessura t , submetida à compressão uniforme.

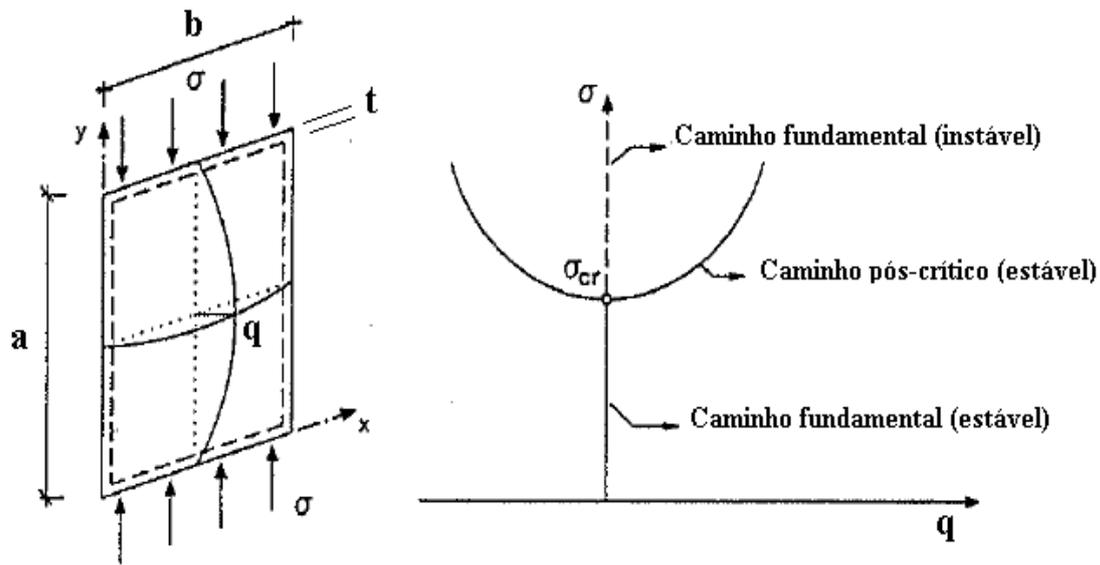


Figura 2.6 – Caminhos de equilíbrio de uma placa comprimida (adaptado de REIS e CAMOTIM, 2001)

De acordo com a ilustração acima, é possível observar que o caminho pós-crítico para a placa comprimida é mais acentuado se comparado ao caminho visto para a coluna de Euler. Esta observação permite concluir que as placas possuem uma elevada resistência pós-crítica, ou seja, conseguem, geralmente, resistir a cargas acima da carga geradora da tensão crítica de flambagem local, fato este lembrado também por REIS e CAMOTIM (2001).

Para o cálculo analítico da tensão crítica de flambagem local de placas isoladas existe uma equação clássica, também baseada na Teoria da Estabilidade Elástica e apresentada por TIMOSHENKO e GERE (1961), que abrange propriedades do material analisado, propriedades geométricas da seção transversal e um coeficiente específico de flambagem, sendo este dependente das condições no contorno da placa e carregamento ao qual é submetida. A origem desta equação não será tratada nesta seção por não compor o propósito da pesquisa, sendo a mesma apresentada abaixo pela Equação [2.2]:

$$\sigma_{cr} = k_L \cdot \left[\frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \right] \cdot \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad [2.2]$$

Sendo:

- b a largura da placa sob carregamento;
- t a espessura da placa sob carregamento;

- E o módulo de elasticidade longitudinal do material;
- ν o coeficiente de Poisson do material;
- k_L o coeficiente de flambagem associado às condições de apoio e carregamento.

A maior dificuldade para encontrar a tensão crítica de flambagem local está na adoção do coeficiente específico k_L . Para casos de placas isoladas, para diferentes condições de apoio e carregamento, é comum encontrar valores tabelados em diversas literaturas, resultado de pesquisas e ensaios ao longo dos anos. Entretanto, sabe-se que os perfis comumente utilizados são constituídos de associações entre placas, o que dificulta estimar esse coeficiente. Para isto é necessário a utilização de soluções numéricas, as quais, inclusive, serão adotadas ao longo da pesquisa.

Importante lembrar que as Equações [2.1] e [2.2] apresentadas para o cálculo da carga crítica de Euler e a tensão crítica de flambagem local, respectivamente, são válidas unicamente para problemas de flambagem em *regime elástico*, sendo este o regime adotado na presente pesquisa. Além disso, deve-se esclarecer, também, que a análise da estabilidade a ser efetuada para os diferentes modelos aqui estudados tem como objetivo identificar os diferentes modos de flambagem e seus respectivos valores (força e momento) críticos, sendo, portanto, justificável a adoção de uma *análise linear da estabilidade*, embora problemas dessa natureza sejam de caráter não linear. Para a compreensão destes conceitos cabe consulta a referências como TIMOSHENKO (1955), TIMOSHENKO e GERE (1961) e REIS e CAMOTIM (2001).

2.2 Modos de Flambagem – Local, Distorcional e Global

A *flambagem*, como definida ao início do capítulo, consiste na perda de estabilidade de determinado corpo mediante tensões de compressão, o que ocasiona em sua flexão, isto é, o corpo tende a se deformar em aspecto curvo. Esta deformada é representada por uma meia onda senoidal, a qual é comumente designada por *semionda*. Para perfis analisados globalmente (comportamento de barras) as semiondas surgem na direção do carregamento. Para uma análise local (comportamento de placas) estas ocorrem na direção do carregamento e transversalmente, porém sendo de interesse apenas a primeira. Para o estudo da estabilidade de perfis é importante que se conheça o comprimento de semionda associado ao modo de flambagem ocorrente.

A seção 2.1 deste capítulo apresentou, tanto para colunas quanto placas, casos da ocorrência de apenas uma semionda para determinado valor crítico. Entretanto, em teoria, é possível ocorrer mais de uma semionda quando ocorre a flambagem. A origem do cálculo não será aqui abordada por não se tratar do objetivo da presente pesquisa, ficando como sugestão consulta a TIMOSHENKO (1955). Em algumas literaturas o *número de semiondas* é representado pela letra m . A Figura 2.7 apresenta como exemplo a flambagem de barra para m igual a 1, 2 e 3.

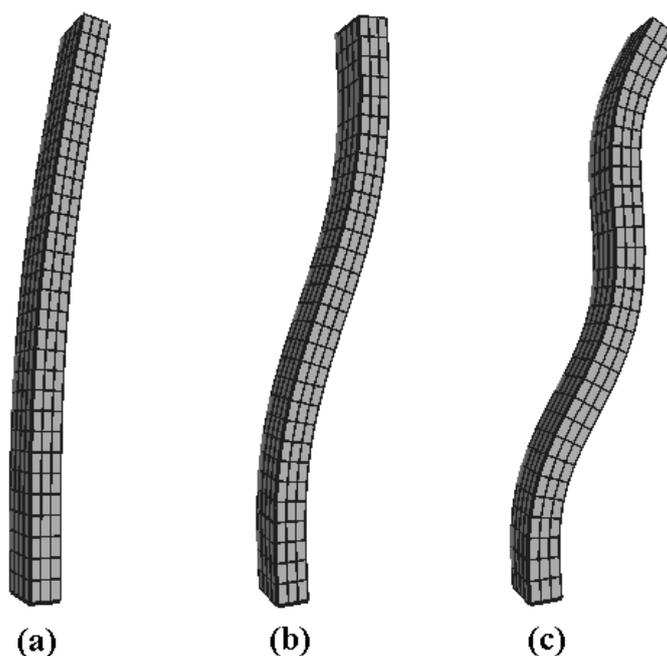


Figura 2.7 – Modos de flambagem em relação ao número de semiondas: (a) $m=1$ (b) $m=2$ (c) $m=3$
(GBTUL v.2.0)

Apesar da teoria abordar casos de ocorrência de mais de uma semionda, na prática o que realmente acontece, e é de interesse em projetos, é o surgimento de uma semionda apenas ($m = 1$). Quanto maior é o número de semiondas ocorrentes na flambagem mais energia será necessária no processo. Portanto, a flambagem para uma situação real se dará para uma energia mínima, caso este de uma única semionda. Logo, a presente pesquisa tratará apenas problemas de flambagem para m igual a 1.

Em relação à configuração deformada da seção transversal de um perfil, principalmente PFF de seção aberta e paredes delgadas, a flambagem pode se manifestar sob três possíveis modos, cada qual com suas características e tensões críticas. São eles: *local*, *distorcional* e *global*, que serão comentados a seguir.

2.2.1 Flambagem Local

O modo de flambagem local, também conhecido como modo local de placas, caracteriza-se pela flambagem dos elementos apoiados sob tensão de compressão da seção transversal de um perfil, enquanto que o encontro entre os elementos (cantos ou dobras) permanecem sem transladar, sofrendo apenas rotação. A Figura 2.8 ilustra a ocorrência do referido modo em um perfil de seção U enrijecido sob compressão axial.

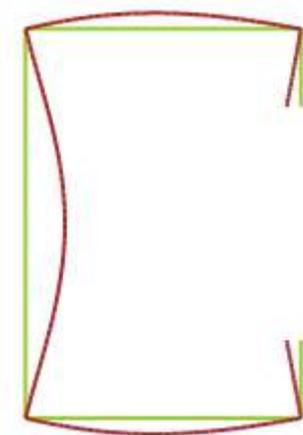


Figura 2.8 – Modo local de placa

Segundo SCHAFER (2006a), o comprimento de semionda do modo crítico local ocorre para valores abaixo da largura do maior elemento da seção transversal de um perfil. Quando há a presença de enrijecedores intermediários no referido elemento o comprimento de semionda se reduz ainda mais, ou ainda, quando o elemento está submetido a elevadas tensões de tração e baixas tensões de compressão (caso de flexão da barra).

O modo local de placas é dominante, geralmente, em peças curtas, constituídas de elementos esbeltos. O uso de enrijecedores de borda, assim como intermediários, tem o objetivo de elevar a tensão crítica local. Contudo, ao se utilizar enrijecedores de borda o perfil torna-se sujeito à ocorrência do modo crítico distorcional, que será discutido mais adiante. Logo, o dimensionamento destes enrijecedores deve ser feito de forma adequada, buscando uma melhor eficiência.

A obtenção da tensão crítica local pode ser obtida analiticamente, conforme a Equação [2.2] apresentada na seção de estabilidade de placas, ou numericamente, via programas computacionais especializados na análise da Estabilidade Elástica de perfis.

Optando-se pela solução analítica, o entrave está na adoção do coeficiente de flambagem local k_z , que para seções complexas pode ser trabalhoso de ser obtido.

2.2.2 Flambagem Distorcional

O modo de flambagem distorcional apresenta como configuração deformada a flexão da alma do perfil, enquanto as mesas e enrijecedores de bordo sofrem deformação de torção, permitindo assim o deslocamento do canto dobrado, diferenciando o modo distorcional do modo de flambagem local. Estes cantos dobrados também sofrem rotação, como mostra a Figura 2.9 um exemplo de seção U enrijecido sob compressão axial.



Figura 2.9 – Modo distorcional

Em relação ao comprimento de semionda, SCHAFER (2006a) lembra que este ocorre para comprimentos compreendidos entre o modo local e global, geralmente muito maiores que a largura do maior elemento da seção transversal do perfil. O comprimento de semionda para o modo crítico distorcional é altamente dependente da geometria da seção e do tipo de carregamento o qual a barra é submetida.

O modo distorcional está presente em perfis de esbeltez intermediária e, como comentado na seção anterior, ocorre exclusivamente para perfis enrijecidos (presença de enrijecedores de bordo e/ou intermediários). Segundo SILVA *et al* (2014), o mesmo se torna mais evidente quando: (i) o aço que constitui o perfil é de alta resistência; (ii) a largura do enrijecedor de bordo é pequena; (iii) o perfil é formado por chapa de maior espessura, com elementos pouco esbeltos; (iv) a relação mesa/alma é próxima de 1,0.

A tensão crítica distorcional, diferentemente da tensão crítica local, não dispõe de uma equação de aplicação prática e simples para sua estimativa, sendo o mais recomendado recorrer a soluções numéricas, isto é, programas computacionais que possibilitam a análise da Estabilidade Elástica. Destacamos, no entanto, tentativas recentes de desenvolver fórmulas diretas para o cálculo da tensão crítica distorcional, como a pesquisa elaborada por SALLES (2017).

2.2.3 Flambagem Global

Para o modo de flambagem global a seção não apresenta deformação ou distorção, mas ocorre a flexão e/ou torção da barra. A natureza do modo está associada à geometria da seção transversal e ao comprimento do perfil, o que faz o modo se dividir ainda em flexão, torção pura ou flexo-torção. A Figura 2.10 apresenta as deformadas possíveis para o modo global em uma seção U enrijecido.

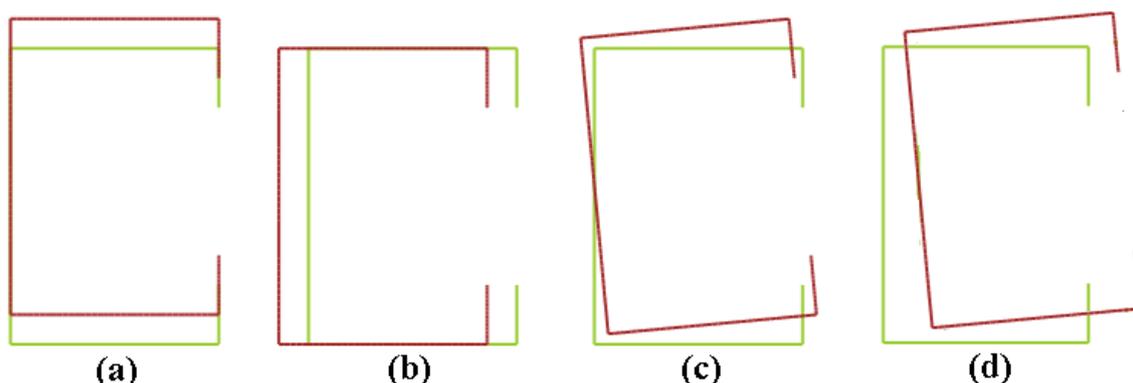


Figura 2.10 – Modo global: (a) flexão eixo máx. (b) flexão eixo mín. (c) torção pura (d) flexo-torção

O comprimento de semionda global trata-se do comprimento total da barra, já que as equações de cálculo são dependentes desta variável, diferente dos modos local e distorcional, que não dependem do comprimento do perfil e sim das dimensões e relações existentes entre os elementos da seção transversal, definindo assim o comprimento de semionda para estes casos.

O modo global em perfis de comprimento excessivamente longo muito possivelmente será o modo crítico. Em perfis comprimidos axialmente, de seção duplamente simétrica ou simétrico em relação a um ponto (ponto-simétrico), a flambagem se dá por flexão (em torno do eixo mínimo ou máximo) ou torção (em torno do centro de cisalhamento). Perfis monossimétricos podem sofrer flexão em torno do

eixo mínimo ou flexo-torção (torção combinada com flexão em torno do eixo máximo). Perfis assimétricos flambam globalmente somente por flexo-torção. Barras submetidas à flexão estão sujeitas à flambagem lateral com torção, quando não contidas lateralmente.

A flambagem global por flexão pode interagir com o modo distorcional para comprimentos intermediários a longos em alguns casos, o que dificulta separar os modos, destaca SCHAFER (2006a). Assim como para o modo local, a tensão crítica global pode ser obtida numericamente ou analiticamente por meio de simples equações.

2.3 Propriedades geométricas de seções abertas de paredes delgadas

Para a análise do comportamento dos perfis de aço formados a frio faz-se necessário conhecer as propriedades geométricas das seções transversais, assim como lembra MACHADO (2000). Inicialmente é apresentada a nomenclatura dos elementos que constitui um perfil metálico, conforme Figura 2.11, segundo a NBR 14762:2010 e adaptada às necessidades da pesquisa.

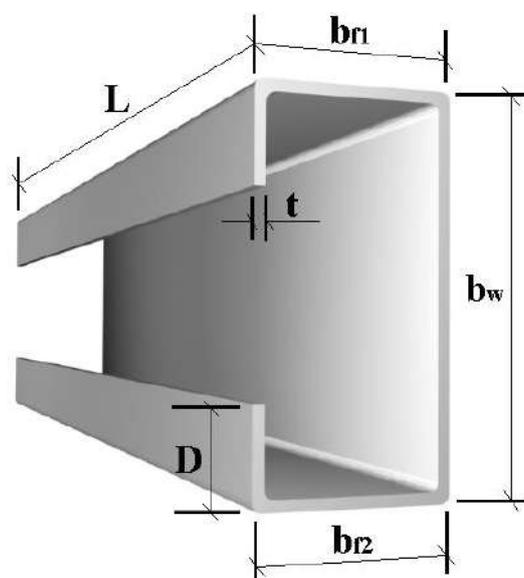


Figura 2.11 – Nomenclatura dos elementos de um perfil formado a frio

Sendo:

- L comprimento longitudinal do perfil;
- b_w largura nominal da alma do perfil;
- b_{f1} largura nominal da mesa (ou aba) superior;

- b_{f2} largura nominal da mesa (ou aba) inferior;
- D largura nominal do enrijecedor de borda simples;
- t espessura da chapa ou do elemento.

A NBR 14762:2010 classifica, ainda, os elementos segundo a nomenclatura AA para situações em que o elemento plano possui as duas bordas vinculadas a outros elementos, e AL para casos em que uma borda é vinculada e a outra livre.

Em relação às propriedades geométricas da seção transversal que serão listadas abaixo, é importante lembrar que estas fazem a composição das equações de cálculo utilizadas no dimensionamento de estruturas metálicas leves, e, portanto, são de conhecimento obrigatório. Algumas destas propriedades, inclusive, estão representadas posteriormente pela Figura 2.12

- A área bruta da seção transversal do perfil;
- W módulo de flexão elástica;
- C posição do centróide da seção transversal;
- CT posição do centro de cisalhamento (ou torção) da seção transversal;
- I_1, I_2 momentos principais de inércia (máximo e mínimo) e suas direções;
- r_x, r_y raios de giração da seção em relação aos eixos x e y , respectivamente;
- J constante de torção de Saint Venant;
- C_ω constante de empenamento.

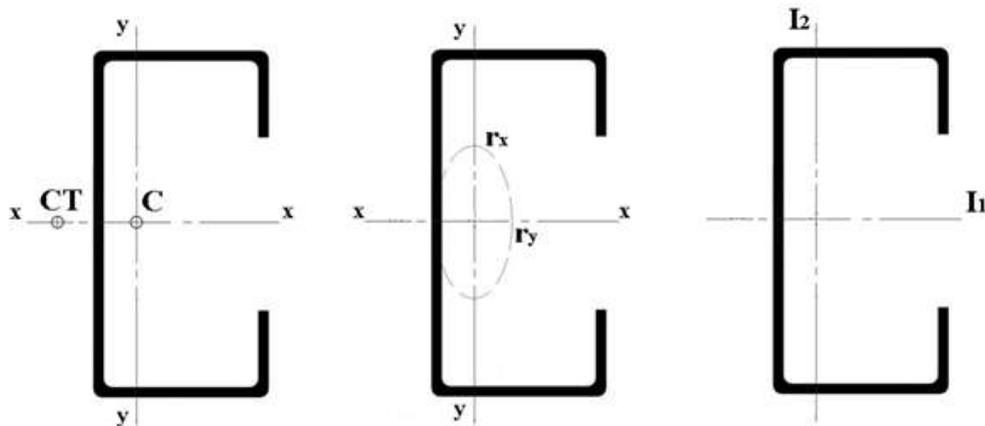


Figura 2.12 – Propriedades geométricas de uma seção transversal aberta e de paredes delgadas

A definição das propriedades apresentadas abrange, ainda, o desenvolvimento de propriedades secundárias que não foram vistas nesta seção, mas que poderão ser conferidas ao longo da presente pesquisa. Ao seu final, na seção Anexo A, será apresentado um roteiro de cálculo para a determinação destas e de outras propriedades constituintes de perfis de seções abertas e de paredes delgadas.

2.4 Métodos de dimensionamento de barras segundo a NBR 14762:2010

A norma brasileira NBR 14762:2010, que regulamenta o dimensionamento de estruturas de aço constituídas por PFF, prevê três possíveis métodos para o dimensionamento de barras, sob compressão e flexão, que visam determinar os esforços resistentes. São eles: *Método da Largura Efetiva* (MLE), *Método da Seção Efetiva* (MSE) e *Método da Resistência Direta* (MRD), que serão brevemente comentados a seguir.

- *Método da Largura Efetiva* (MLE) – segundo HANCOCK *et al* (2001), o método foi proposto originalmente por VON KARMAN, sendo posteriormente calibrado pelo Prof. GEORGE WINTER em meados dos anos 40 para o uso em PFF. A ideia principal do método, de acordo com SCHAFFER (2008), é que a flambagem local de placa tende a reduzir a resistência dos elementos da seção transversal. Logo, o dimensionamento considera as propriedades geométricas efetivas (reduzidas) da seção transversal da barra. Essa redução das larguras é aplicada elemento a elemento da seção, considerando as condições de vinculação entre eles, assim como a adoção do coeficiente de flambagem local k_{ℓ} (valores clássicos do coeficiente são apresentados em tabela ou por expressões), o que torna o método muito trabalhoso para seções complexas, além de desprezar a interação entre os elementos. Entretanto, tem-se a vantagem de que não há limitação quanto à geometria da seção transversal do perfil para a aplicação do método. O modo distorcional não está previsto, sendo neste caso necessário complementar o dimensionamento.

- *Método da Seção Efetiva* (MSE) – seguindo também o mesmo princípio adotado no MLE, são consideradas no dimensionamento as propriedades geométricas efetivas da seção, tendo como diferencial que a redução é aplicada diretamente na seção como um todo, e não por elemento individual. O método foi proposto por BATISTA (2010) e logo em seguida incluído na norma brasileira NBR 14762:2010 em sua última

versão. Segundo SILVA *et al* (2014), as expressões do método são deduzidas a partir do MRD, que será apresentado posteriormente, e pode ser considerado o método mais indicado para o cálculo manual devido a sua praticidade quando comparado ao MLE, principalmente pelo fato de disponibilizar os valores do coeficiente de flambagem local k_{ℓ} para seções completas convencionais, como seções U e Z. Considerando seções diferentes daquelas constantes em norma, um programa computacional especializado em análise de Estabilidade Elástica é exigido, assim como ocorre para o MRD, devido à impossibilidade de se obter analiticamente o coeficiente de flambagem. O método abrange curvas de resistência que consideram a interação entre os modos local e global, porém o modo distorcional é analisado à parte, assim como para o MLE.

- *Método da Resistência Direta* (MRD) – apresenta-se, dentre os métodos abordados, como o mais prático e rápido, por considerar a seção completa e suas propriedades brutas, ao invés de elementos individuais e propriedades efetivas. Foi originalmente proposto por SCHAFER (2006b) e implementado formalmente, pela primeira vez, em 2004 no Apêndice 1 da norma norte-americana AISI, como alternativa para o tradicional MLE. É aplicável a diferentes seções transversais, com a exigência de se conhecer os valores críticos (força axial e momento fletor) elásticos de todos os modos de flambagem. Logo, apresenta-se como um método recomendado para ser utilizado com o auxílio de programas computacionais especializados na análise da Estabilidade Elástica. Atualmente, o método consta no Anexo C da NBR 14762:2010 e em diversas normas estrangeiras, citadas inclusive no Capítulo 1 da presente pesquisa.

2.5 Equações de cálculo dos valores críticos elásticos segundo a NBR 14762:2010

A seguir serão apresentadas as equações de cálculo, constantes da NBR 14762:2010, utilizadas para a obtenção dos valores críticos elásticos dos modos de flambagem, isto é, força axial e momento fletor, considerando perfis formados a frio de seção aberta sob as condições de compressão axial e flexão simples, respectivamente.

Para efeito das formulações seguintes, os eixos x e y estão sendo considerados como eixos principais de inércia. As equações para o modo de flambagem local que serão apresentadas são aplicáveis aos métodos de dimensionamento MSE e MRD. Os símbolos N e M representam, para os diferentes modos, a força axial e o momento fletor de flambagem elástica, respectivamente.

FLAMBAGEM LOCAL

As Equações [2.3] e [2.4] aqui apresentadas são aplicáveis considerando o coeficiente de flambagem local k_ℓ para seções completas:

- *Compressão axial (N_ℓ)*

$$N_\ell = k_\ell \cdot \left[\frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \right] \cdot \left(\frac{t}{b_w} \right)^2 \cdot A \quad [2.3]$$

- *Flexão simples (M_ℓ)*

$$M_\ell = k_\ell \cdot \left[\frac{\pi^2 \cdot E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \right] \cdot \left(\frac{t}{b_w} \right)^2 \cdot W_c \quad [2.4]$$

FLAMBAGEM DISTORCIONAL

Os valores críticos N_{dist} e M_{dist} são obtidos por meio do uso de programas computacionais especializados na análise da Estabilidade Elástica. Na atual norma brasileira não constam equações para o cálculo direto dos valores críticos distorcionais. Contudo, alguns procedimentos para determinados tipos de seções encontram-se na norma australiana/neozelandesa AS/NZS 4600:2005, sendo necessário nestes casos a adoção de inúmeros parâmetros no cálculo, o que dificulta seu uso prático em projetos.

FLAMBAGEM GLOBAL

- *Compressão axial (N_e)*

- *Perfis com dupla simetria ou simétricos em relação a um ponto*, a força axial de flambagem global elástica N_e será o menor valor obtido dentre as Equações [2.5], [2.6] e [2.7]:

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 \cdot EI_x}{(K_x \cdot L_x)^2} \quad [2.5]$$

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 \cdot EI_y}{(K_y \cdot L_y)^2} \quad [2.6]$$

$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} \cdot \left[\frac{\pi^2 \cdot EC_\omega}{(K_z \cdot L_z)^2} + GJ \right] \quad [2.7]$$

- *Perfis monossimétricos*, tomando como eixo de simetria o eixo x , a força axial de flambagem global elástica N_e será o menor valor obtido dentre as Equações [2.6] e [2.8]:

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 \cdot EI_y}{(K_y \cdot L_y)^2} \quad [2.6]$$

$$N_{exz} = \frac{N_{ex} + N_{ez}}{2[1 - (x_0/r_0)^2]} \cdot \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4 \cdot N_{ex} \cdot N_{ez} [1 - (x_0/r_0)^2]}{(N_{ex} + N_{ez})^2}} \right] \quad [2.8]$$

- *Perfis assimétricos*, a força axial de flambagem global elástica N_e de um perfil com seção assimétrica será a menor das raízes da equação cúbica representada pela Equação [2.9] abaixo:

$$r_0^2(N_e - N_{ex})(N_e - N_{ey})(N_e - N_{ez}) - N_e^2(N_e - N_{ey})x_0^2 - N_e^2(N_e - N_{ex})y_0^2 = 0 \quad [2.9]$$

- *Flexão simples (M_e)*

Considerando um trecho da barra compreendido entre seções contidas lateralmente, carregamento aplicado na posição do centro de torção ou posição estabilizante, e adotando-se como eixo de simetria novamente o eixo x , o valor do momento fletor de flambagem lateral com torção M_e , em regime elástico, será calculado conforme condições a seguir:

- *Barras com seção duplamente simétrica ou monossimétrica*, sujeitas à flexão em torno do eixo de simetria, segundo a Equação [2.10]:

$$M_e = C_b \cdot r_0 (N_{ey} \cdot N_{ez})^{0,5} \quad [2.10]$$

- Barras com seção monossimétrica, sujeitas à flexão em torno do eixo perpendicular ao eixo de simetria, segundo a Equação [2.11]:

$$M_e = \frac{C_s \cdot N_{ex}}{C_m} \cdot \left[j + C_s \cdot \sqrt{j^2 + r_0^2 \cdot \left(\frac{N_{ez}}{N_{ex}} \right)} \right] \quad [2.11]$$

- Barras com seção Z ponto-simétrica, com carregamento no plano da alma, segundo a Equação [2.12]:

$$M_e = 0,5 \cdot C_b \cdot r_0 (N_{ey} \cdot N_{ez})^{0,5} \quad [2.12]$$

Sendo:

- j e C_s parâmetros empregados no cálculo do momento fletor de flambagem global elástica conforme Anexo E da NBR 14762:2010;

- C_b e C_m fatores de modificação para diagrama de momento fletor não uniforme, definidos no Capítulo 7 da presente dissertação;

- r_0 o raio de giração polar da seção bruta em relação ao centro de torção, sendo definido por $r_0 = [r_x^2 + r_y^2 + x_0^2 + y_0^2]^{0,5}$.

As equações apresentadas na presente seção foram extraídas da norma brasileira de dimensionamento estrutural de PFF, com o intuito de familiarizar o leitor da existência de cada uma delas, sendo estas abordadas ao longo de toda a pesquisa. Logo, símbolos e suas respectivas definições podem ser consultados diretamente na NBR 14762:2010 ou nas primeiras páginas da presente dissertação, na Lista de Símbolos.

O dimensionamento estrutural de barras não se limita ao cálculo da força crítica na compressão axial ou do momento fletor crítico na flexão simples, como apresentado anteriormente. É necessária, ainda, a consideração de coeficientes de segurança, interações entre os modos de flambagem, relações de esbeltez, etc., que apesar de não abordados na presente seção, são de extrema importância no dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio, podendo ser verificados diretamente na NBR 14762:2010.

Capítulo 3

Análise da Flambagem Elástica de PFF: seleção, discretização e metodologia

O Capítulo 3 apresenta os perfis adotados para a análise da Flambagem Elástica de seções simétricas e assimétricas, assim como as justificativas que levaram às escolhas das condições de apoio e carregamento investigadas. Neste capítulo também são comentadas as diferentes discretizações utilizadas nos programas computacionais que auxiliaram as análises. Ao final, é descrita brevemente a metodologia de coleta e análise de dados aplicada à pesquisa.

3.1 Seleção dos perfis e propriedades mecânicas do aço estrutural

Inicialmente foram definidas a geometria, dimensões e propriedades dos perfis de seção assimétrica para análise. A escolha da geometria das seções foi baseada em perfis largamente utilizados comercialmente, objetivando, assim, resultados que pudessem ser considerados úteis futuramente. Para isso, foram adotados como perfis primários os perfis monossimétricos de seção U, simples e enrijecido, e os perfis ponto-simétricos de seção Z, simples e enrijecido a 45°, como ilustrado esquematicamente na Figura 3.1 abaixo.

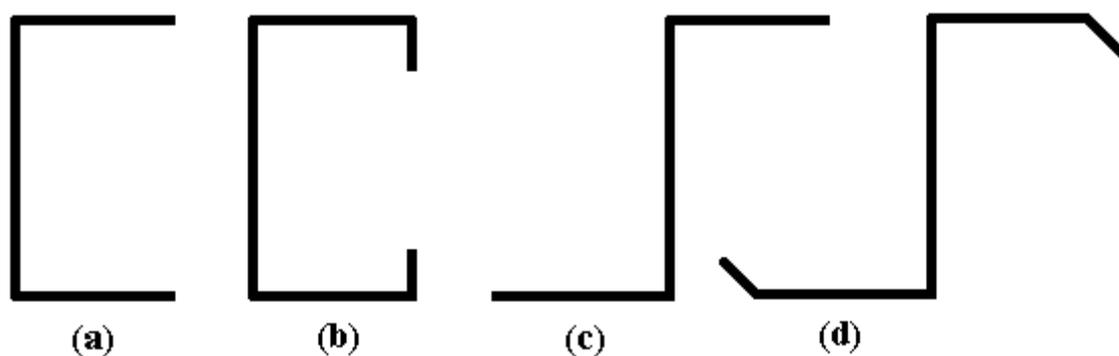


Figura 3.1 – Tipos de perfis adotados: (a) U simples (b) U enrijecido (c) Z simples (d) Z enrijecido a 45°

A assimetria das seções ocorreu a partir da variação da largura de uma das mesas (abas) da seção, mantendo-se fixa a largura da outra mesa. Para a presente pesquisa, a mesa superior da seção, b_{f1} , terá sua largura mantida fixa, enquanto a mesa inferior, b_{f2} ,

será a mesa de largura variável. A largura da alma b_w de todas as seções investigadas foi mantida fixa, assim como a largura do enrijecedor de borda D para o caso dos perfis enrijecidos. Estes, por sua vez, foram abordados segundo uma relação enrijecedor/alma D/b_w igual a 0,2, constante para todos os modelos analisados. A Figura 3.2 representa esquematicamente o processo de obtenção das seções assimétricas.

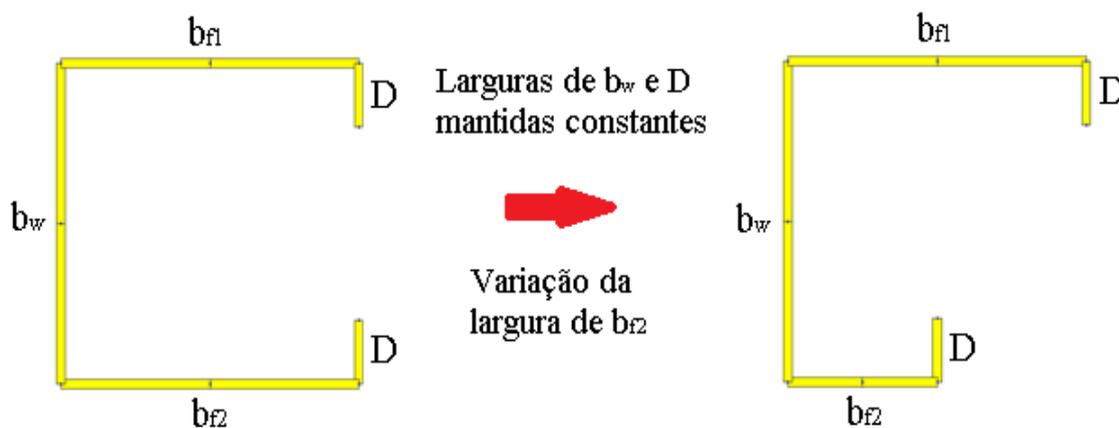


Figura 3.2 – Modelo esquemático da obtenção das assimetrias das seções investigadas

A variação da largura de b_{f2} foi tratada na proporção mesa inferior/mesa superior b_{f2}/b_{f1} para valores entre 1,0 a 0,5, com variação a cada um décimo, ou seja, começando por uma geometria de seção simétrica (monossimétrica ou ponto-simétrica, conforme o modelo analisado) e terminando em uma geometria de seção assimétrica, na qual a mesa inferior possui largura igual à metade da largura da mesa superior. Logo, esta variação compreende 6 possíveis assimetrias: $b_{f2}/b_{f1} = 1,0; 0,9; 0,8; 0,7; 0,6$ e $0,5$.

Considerando a relação mesa superior/alma b_{f1}/b_w , que governa cada assimetria investigada para os diferentes modelos, esta foi tratada para o intervalo compreendido entre 1,0 a 0,1, também para uma variação a cada um décimo. Portanto, essa variação compreende 10 possíveis relações: $b_{f1}/b_w = 1,0; 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5; 0,4; 0,3; 0,2$ e $0,1$. Com isso, combinando-se estas relações com as possíveis assimetrias, foram modeladas 60 geometrias diferentes por tipo de perfil estudado.

Para as dimensões da seção transversal dos perfis, foram adotadas como padrão uma largura para b_w igual a 100 mm e espessura t constante dos elementos igual a 1 mm, ficando as demais dimensões proporcionais às relações já definidas. Como comprimento longitudinal dos perfis optou-se por um valor fixo de 4000 mm, garantindo assim (por cálculos preliminares) que todos os modos de flambagem (local,

distorcional e global), quando passíveis de ocorrer, pudessem ser identificados e analisados. No caso do modo de flambagem distorcional apenas foram registrados os resultados obtidos da análise numérica, sem objetivos maiores, sendo estes apresentados no Anexo B da presente dissertação.

As propriedades mecânicas do aço que constitui os perfis analisados na pesquisa foram adotadas conforme orientação da NBR 14762:2010, sendo o módulo de Elasticidade E igual a 200000 MPa, o coeficiente de Poisson ν igual a 0,3 e o módulo de Elasticidade transversal G igual a 77000 MPa. Lembrando, ainda, que o aço estrutural considerado nas análises trata-se de um material isotrópico e linearmente elástico.

3.2 Condições de apoio e carregamento

Para a presente investigação foram analisados perfis simplesmente apoiados nas extremidades (bi-rotulados) e com empenamento livre. Logo, considerando o plano formado pelos eixos x e y como o plano em que se encontra a seção transversal e o eixo z como eixo longitudinal do perfil, tem-se as seguintes condições nas duas extremidades: deslocamentos impedidos nas direções x e y e liberado na direção z , com rotação liberada em torno dos eixos x e y e impedida em torno do eixo z . Sendo assim, as seções das extremidades não permanecem planas, simulando as condições de empenamento livre. A Figura 3.3 ilustra as condições de contorno adotadas, considerando como exemplo um perfil monossimétrico de seção U simples.

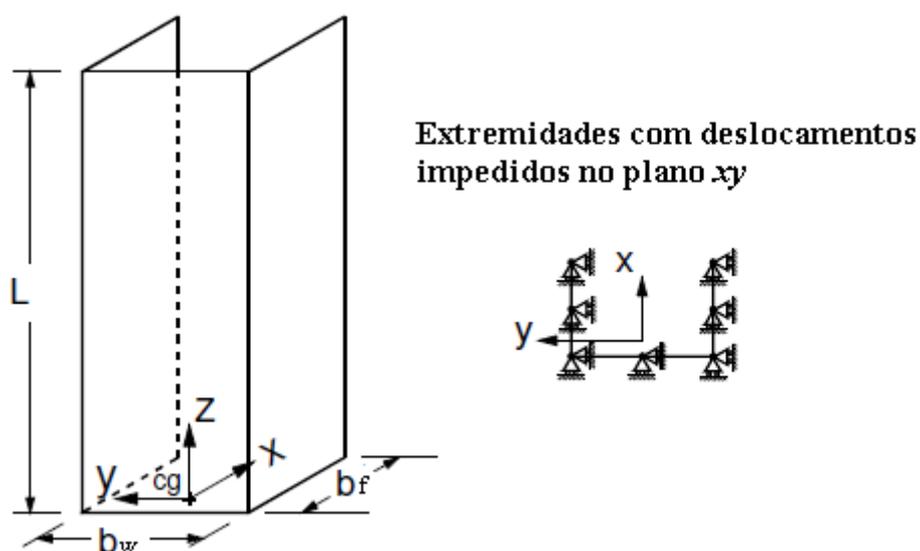


Figura 3.3 – Representação das condições de apoio (adaptado de INOUE *et al*, 2010)

O cálculo em projeto considerando o empenamento da seção de um PFF como livre pode ser visto como uma situação muito rara, talvez só válida para vigas com extremidade em balanço, acarretando assim, para os demais casos, em um dimensionamento conservador e antieconômico. Para situações reais o mais comum é o empenamento ser impedido, principalmente quando se trata de perfis comprimidos, como lembram INOUE *et al* (2010). Contudo, a justificativa para o empenamento ser tratado como livre no presente estudo está na limitação do programa computacional CUFISM v.3.12, adotado na maior parte da pesquisa. Esta versão do programa trata apenas perfis simplesmente apoiados, como lembra SCHAFER (2006a), condição esta que configura o empenamento livre (a versão 4 do referido programa considera outras condições de extremidade, mas não foi adotada na presente pesquisa).

Em relação ao carregamento os perfis foram investigados sob duas condições: compressão axial e flexão pura. Para a compressão axial foram aplicadas forças de compressão centrada em ambas as extremidades da coluna, resultando em um esforço normal constante por toda a coluna e permitindo obter os diferentes modos críticos e suas respectivas cargas para análise posterior. O processo pode ser esquematizado segundo a Figura 3.4.

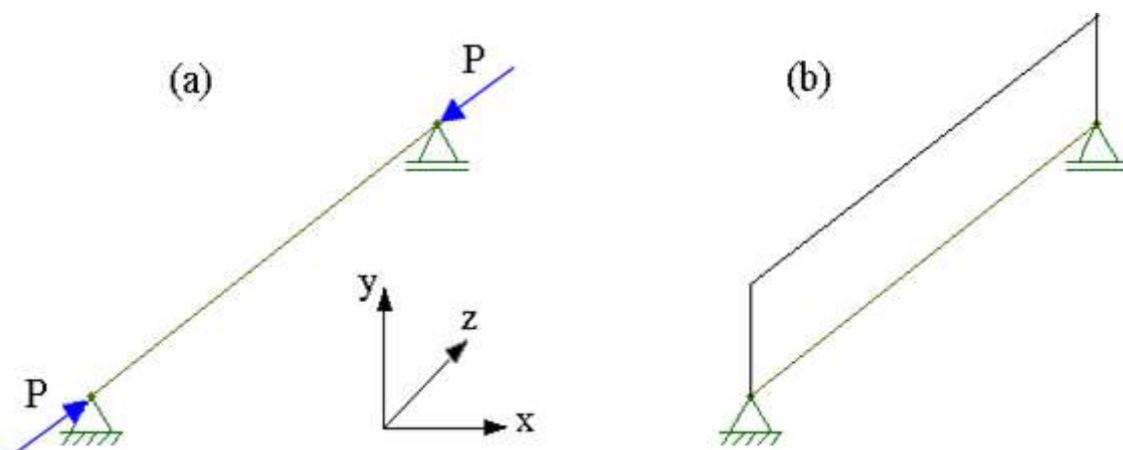


Figura 3.4 – Perfil sob compressão axial: (a) carregamento P aplicado (b) esforço normal constante

Para a flexão foi investigada a flexão livre (oblíqua, sem contenção lateral da barra) em torno do eixo perpendicular à alma b_w da seção, este denominado por eixo x (horizontal) no presente estudo. Logo, considerando seções nas quais os eixos principais não coincidem com o eixo x , casos estes das seções ponto-simétricas e assimétricas aqui tratadas, ocorrerá a chamada *flexão pura oblíqua*. Para isso, foram aplicados momentos

fletores nas extremidades da barra em torno do eixo x , provocando curvatura simples na viga, ou seja, momento fletor constante e uniforme, possibilitando, assim, encontrar os diferentes modos de flambagem e seus respectivos momentos críticos elásticos. Um modelo esquemático pode ser conferido pela Figura 3.5.

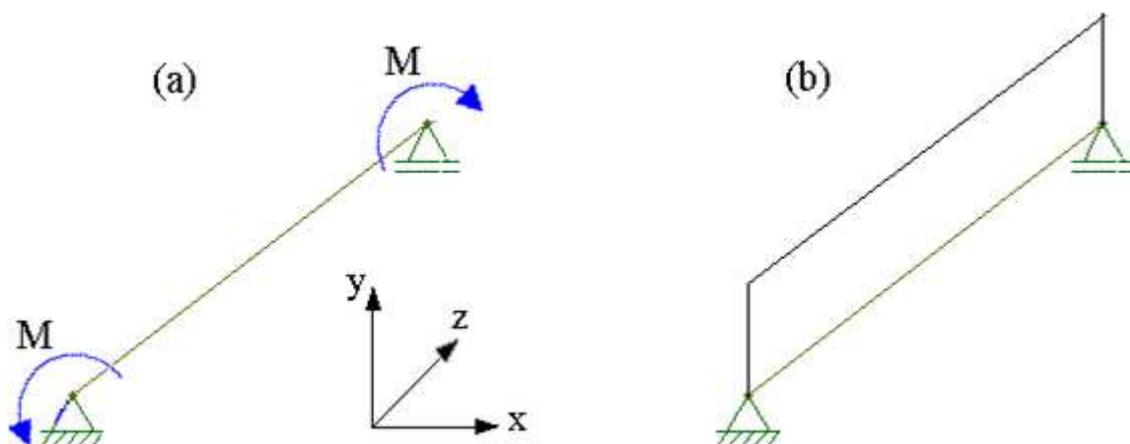


Figura 3.5 – Perfil sob flexão pura oblíqua: (a) carregamento M aplicado (b) momento fletor constante

Como mencionado, a pesquisa tratará apenas casos de flexão pura, isto é, sem a presença de esforço cortante na barra provocado por carregamento transversal (caso este prático e usual). Apesar de ser uma situação rara de ocorrer, a flexão pura pode ser considerado o caso mais básico da flexão e permite, por meio do uso de fatores de modificação para diagrama de momento fletor não uniforme, abordar diferentes formas de carregamento que representam a flexão simples. O uso destes fatores, inclusive, será abordado com mais detalhes no Capítulo 7, o qual trata questões da NBR 14762:2010.

A flexão na presente pesquisa abordará duas situações distintas para as seções assimétricas analisadas: considerando o sentido do momento fletor aplicado, M_x , que age na seção comprimindo grande parte da mesa superior b_{f1} , ou seja, a mesa que permanece com sua largura fixa e, conseqüentemente, a mais larga das mesas, a qual será designada por *Flexão A*; e considerando o sentido do momento fletor aplicado M_x comprimindo uma maior parte da mesa inferior b_{f2} , que para a proposta de pesquisa será sempre a mesa que sofrerá alteração em sua largura, isto é, uma redução de largura gradual em cada análise, sendo esta designada por *Flexão B*.

Quando a flexão ocorrer em torno do eixo x para as seções monossimétricas ou ponto-simétricas aqui estudadas, o sentido do momento fletor aplicado será indiferente,

devido à geometria destas seções, conduzindo assim a valores iguais para o momento crítico elástico obtido em ambos os sentidos de flexão. Em relação à distribuição de tensões normais na seção, no caso das seções assimétricas, as mesas podem estar totalmente ou parcialmente comprimidas e/ou tracionadas, conforme a geometria em análise, como mostra o exemplo da Figura 3.6.

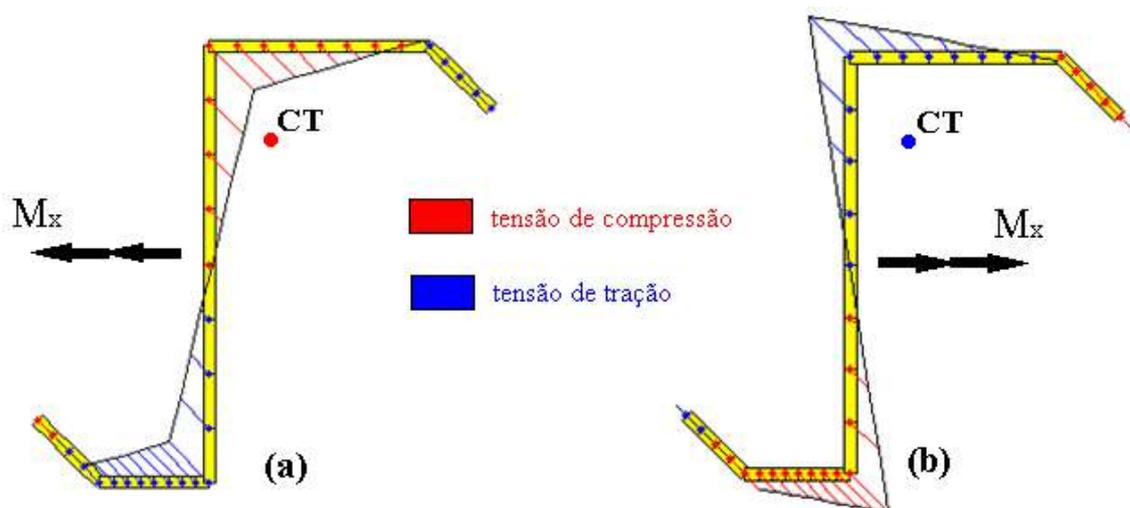


Figura 3.6 – Representação da flexão oblíqua para seções assimétricas: (a) Flexão A (b) Flexão B

Considerando ainda a Figura 3.6, percebe-se que o centro de cisalhamento (ou torção) CT da seção assimétrica ilustrada está submetido a diferentes tensões para cada caso de flexão investigado. Para a Flexão A o centro de torção CT encontra-se sob tensão de compressão, enquanto para a Flexão B encontra-se sob tensão de tração, como distingue a cor de cada representação de sua localização. Já para as seções monossimétricas e ponto-simétricas, considerando a flexão em torno do eixo x , o centro de torção CT encontra-se sobre a *linha neutra*, independente do sentido de flexão. A posição do centro de torção CT em relação ao tipo de solicitação, se por compressão ou tração, também contribuiu para distinguir a Flexão A da Flexão B.

A posição da linha neutra na flexão oblíqua, caso este da presente pesquisa, não coincide com a direção do vetor momento fletor aplicado à seção, como no caso da flexão reta. Conhecer sua posição é fundamental para que se conheça também a distribuição correta das tensões na seção. Logo, ao final da presente pesquisa, no Anexo A, estão apresentadas formulações que permitem calcular a posição da linha neutra para flexão oblíqua (e conseqüentemente também para a flexão reta), assim como outras propriedades geométricas da seção.

3.3 Discretização dos perfis segundo os métodos numéricos MFF, GBT e MEF

A discretização do modelo numérico, independente do método que se utiliza, é fundamental para assegurar a precisão e confiabilidade dos resultados. Para a presente pesquisa foram adotados os programas computacionais CUFSM v.3.12, GBTUL v.2.0 e ANSYS v.16.0, representando, respectivamente, os métodos das Faixas Finitas, MFF, da Teoria Generalizada de Vigas, GBT, e dos Elementos Finitos, MEF, tradicionais em análise linear da Estabilidade Elástica. A compreensão e os fundamentos destes métodos tão consagrados em análise numérica podem ser verificados em diversas literaturas, citando como referências autores como CHEUNG (1976), BEBIANO *et al* (2010a) e ZIENKIEWIC e TAYLOR (2000).

Para o uso de cada programa houve a preocupação em se discretizar de forma adequada os modelos, objetivando garantir resultados confiáveis sem para isso ser necessário uma discretização exagerada, o que conduziria a processamentos computacionais lentos e não viáveis. Além disto, a utilização de cada programa para as análises foi definida conforme o tempo de processamento e a possibilidade da identificação dos modos de flambagem e dos respectivos valores críticos.

O programa computacional CUFSM v.3.12 foi o de maior contribuição ao longo de toda a investigação, auxiliando nas análises dos modos de flambagem local, distorcional e global para todas as geometrias. Seu uso como programa principal da pesquisa justifica-se pelo baixo tempo de processamento por modelo e ao fato do próprio programa identificar os mínimos local e distorcional na *curva de flambagem* (também conhecida como curva de assinatura – *signature curve*, conforme referido por HANCOCK (1978)).

Já o programa GBTUL v.2.0 foi utilizado para os modos de flambagem local e global. O programa apresenta também rapidez em processar os modelos, considerando sua solução identificada como “analítica” (disponível somente para perfis bi-apoiados e de carregamento uniforme, caso da pesquisa), contudo o mesmo não acusa os mínimos na curva de flambagem, ficando este trabalho a cargo do usuário, demandando mais tempo por análise. Logo, como o modo distorcional não é o foco da pesquisa, o mesmo foi desprezado das análises utilizando o GBTUL v.2.0.

O programa de elementos finitos ANSYS v.16.0 teve sua participação na pesquisa restrita ao modo de flambagem local. Apesar do MEF ser um método bastante confiável e tradicional em modelagem numérica, desde que bem definidas as condições do modelo, o elevado tempo de processamento inviabilizaria a análise para inúmeras geometrias e comprimentos maiores, casos estes dos modos distorcional e global.

3.3.1 CUFSM v.3.12 - Método das Faixas Finitas (MFF)

O processo de discretização para análises no CUFSM v.3.12 leva em consideração o número de faixas (elementos longitudinais) por elemento plano (paredes do perfil) e a quantidade de segmentos que compõem o comprimento longitudinal do perfil que será analisado. Segundo SCHAFER (2006a), são necessárias pelo menos duas faixas por elemento plano sob compressão pura para garantir uma precisão razoável nos resultados. Já para a flexão pura são necessárias no mínimo quatro faixas. A Figura 3.7 ilustra a convergência dos resultados para uma seção qualquer quando são atendidos os requisitos mínimos citados por SCHAFER (2006a).

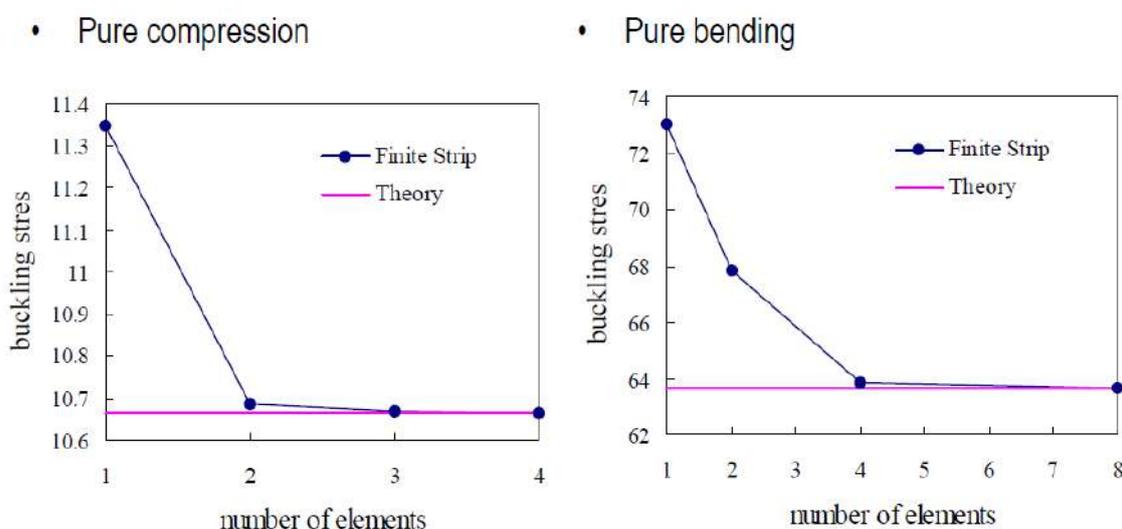


Figura 3.7 – Convergência dos resultados pelo CUFSM v.3.12 de acordo com o número de faixas por elemento plano (SCHAFER, 2006a)

Em relação ao número de segmentos considerados para representar o comprimento longitudinal do perfil, SCHAFER (2006a) recomenda uma discretização adequada para que se obtenham resultados confiáveis quanto ao comprimento de semionda dos modos de flambagem. Visualmente a condição é atendida quando a curva de flambagem obtida apresenta um aspecto mais suave e menos poligonal. A Figura 3.8

apresenta duas curvas de assinatura para diferentes números de segmentos considerados de uma mesma análise. A curva superior foi segmentada de forma inadequada, com a adoção de poucos segmentos para discretizar o comprimento do perfil. Já a curva inferior apresenta um aspecto mais suave devido ao refinamento da discretização, gerando assim resultados confiáveis.

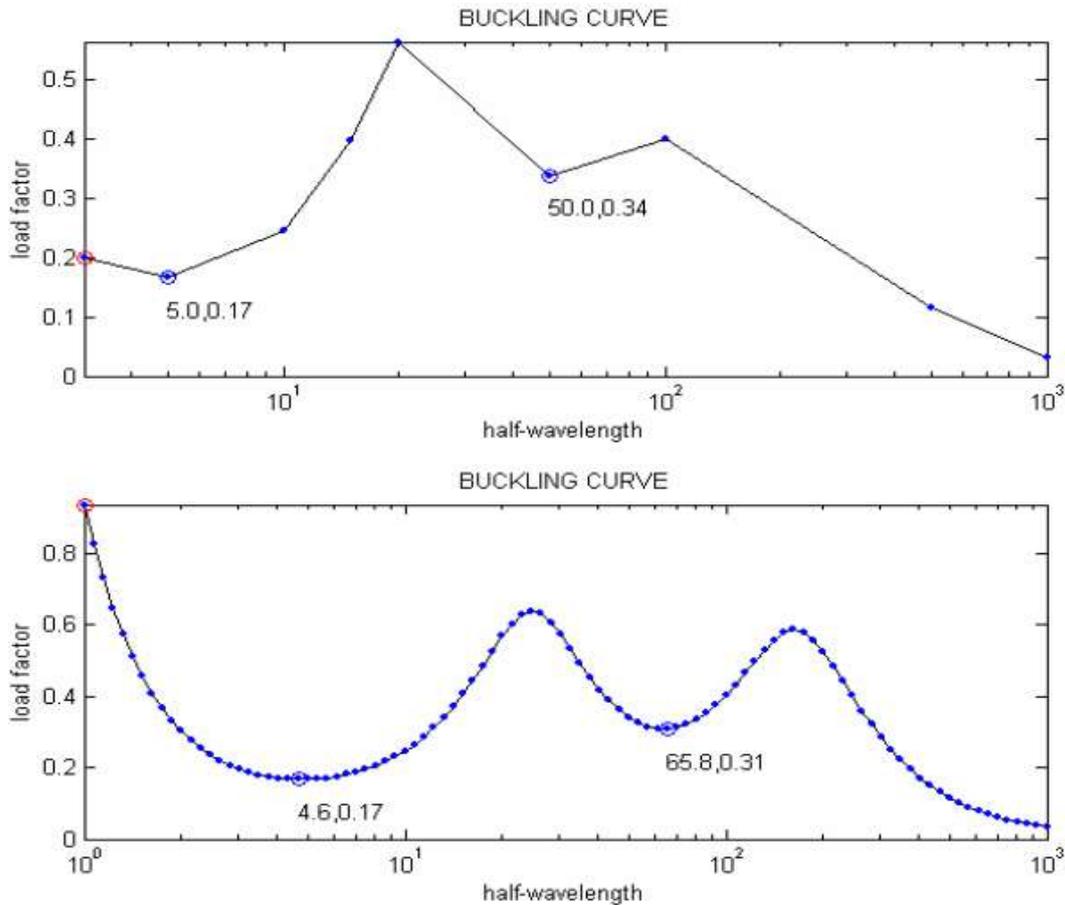


Figura 3.8 – Comprimento de semionda para números de segmentos diferentes no CUFSM v.3.12 (SCHAFER, 2006a)

Para a presente pesquisa foram adotadas 16 faixas por seção em todos os modelos, tanto para compressão quanto flexão. Para os perfis enrijecidos foram inseridas 4 faixas compondo a alma, 4 faixas em cada mesa e 2 faixas em cada enrijecedor (elemento de pequena largura e que sofre flexão de placa de menor importância que os demais elementos da seção, portanto sem a necessidade de um número maior de faixas). Para os perfis simples foram adotadas 8 faixas para a alma e 4 faixas em cada mesa. A Figura 3.9 apresenta exemplos da discretização das seções transversais de um perfil simples e enrijecido.

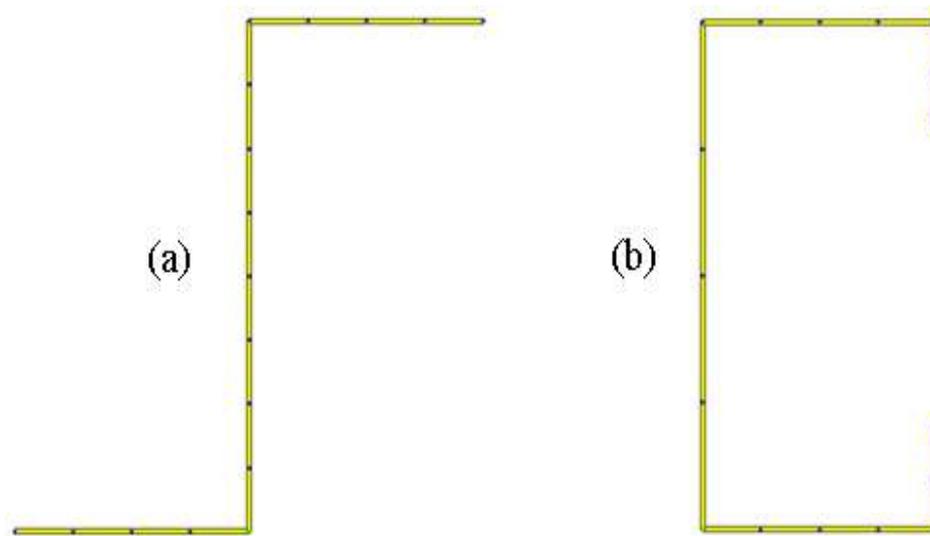


Figura 3.9 – Discretização pelo CUFSM v.3.12: (a) perfil simples (b) perfil enrijecido

O comprimento longitudinal de 4000 mm dos perfis foi dividido em segmentos de 5 mm, iniciando-se, geralmente, em 50 mm de comprimento (esse valor representa meia largura da alma e foi verificado previamente como um comprimento adequado para visualizar os modos de flambagem local, de menor comprimento de semionda).

3.3.2 GBTUL v.2.0 - Teoria Generalizada de Vigas (GBT)

Para o GBTUL v.2.0, em se tratando de dados de entrada fornecidos pelo usuário, a discretização é bastante similar à empregada no CUFSM v.3.12. Os nós de extremidade (naturais) das paredes da seção são assimilados automaticamente quando se modela a geometria, enquanto que a inserção de nós intermediários irá definir a quantidade e a qualidade dos modos de deformação obtidos, como afirmam BEBIANO *et al* (2010a). O número e a posição dos nós intermediários são relevantes neste caso.

Segundo BEBIANO *et al* (2010a), os nós intermediários devem ser inseridos principalmente em paredes suscetíveis à deformação local, como é o caso da alma e mesas dos perfis. Os autores ainda sugerem que o uso de 3 ou 4 nós são suficientes para se obterem resultados precisos. A Figura 3.10 apresenta dois exemplos de discretização. Para a discretização (a) não foram inseridos nós intermediários, enquanto que para a (b) foram inseridos 3 na alma e 1 em cada mesa. Os modos de deformação apresentados são semelhantes nas duas discretizações para os seis primeiros modos, porém o segundo modelo evidencia uma melhor qualidade nos demais, além da presença de modos adicionais.

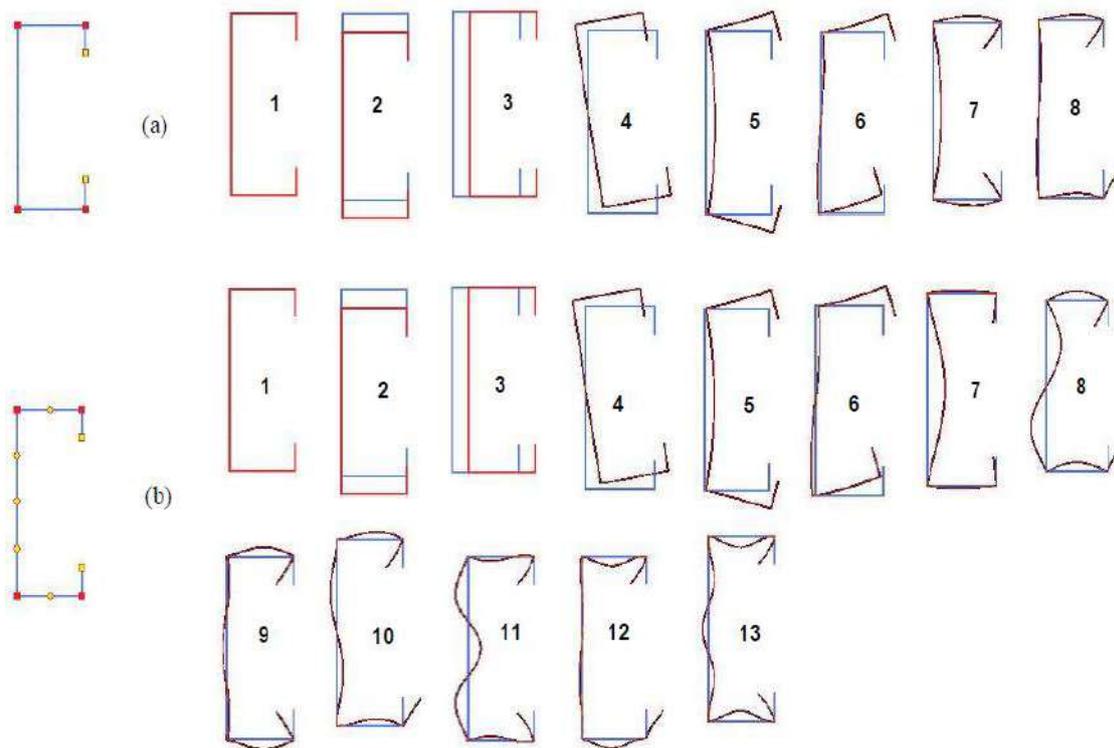


Figura 3.10 – Modos de deformação para diferentes discretizações no GBTUL v.2.0: (a) sem nós intermediários (b) com nós intermediários (BEBIANO *et al*, 2010a)

Assim sendo, a discretização das seções adotada no GBTUL v.2.0 para a presente pesquisa manteve-se a mesma utilizada no CUFSM v.3.12, fazendo uma analogia ao número de faixas formadas com a inserção dos nós intermediários nas seções. Em relação à divisão do comprimento longitudinal dos perfis também foram considerados segmentos de 5 mm, contribuindo na composição da curva de flambagem.

O programa permite efetuar análises sob duas formas de solução: analítica e numérica. A primeira está limitada a casos de perfis bi-apoiados e sob carregamento uniforme, porém de solução rápida. Já a segunda opção permite diversas condições de apoio e carregamento, contudo o processo é mais lento. Logo, optou-se pela solução analítica, que atende às condições da pesquisa, neste caso idênticas às adotadas nas análises por faixas finitas com o auxílio do programa CUFSM v.3.12.

3.3.3 ANSYS v.16.0 - Método dos Elementos Finitos (MEF)

Para os modelos analisados pelo ANSYS v.16.0, programa computacional que utiliza o método numérico dos elementos finitos, foram implementados elementos de casca, do tipo SHELL181, constante da biblioteca do programa. Dentre os tipos de

elementos possíveis, estes são os que melhor se adaptam à análise de flambagem pretendida, já que se trata de perfis de paredes delgadas. A adoção de outros tipos de elementos poderia acarretar em resultados muito discrepantes do esperado, principalmente quando comparados aos dos outros dois métodos utilizados.

O elemento SHELL181 possui forma quadrilateral, definido por 4 nós principais de extremidade (ainda podem existir nós intermediários entre os principais), tendo cada um destes nós seis graus de liberdade: três translações (u_x , u_y e u_z) e três rotações (φ_x , φ_y , φ_z). Este mesmo elemento ainda pode se degenerar para uma forma triangular, entretanto seu uso não é recomendável para o tipo de análise tratada na presente pesquisa, conforme destaca LEE (2014). Abaixo na Figura 3.11 são representadas as duas formas do elemento.

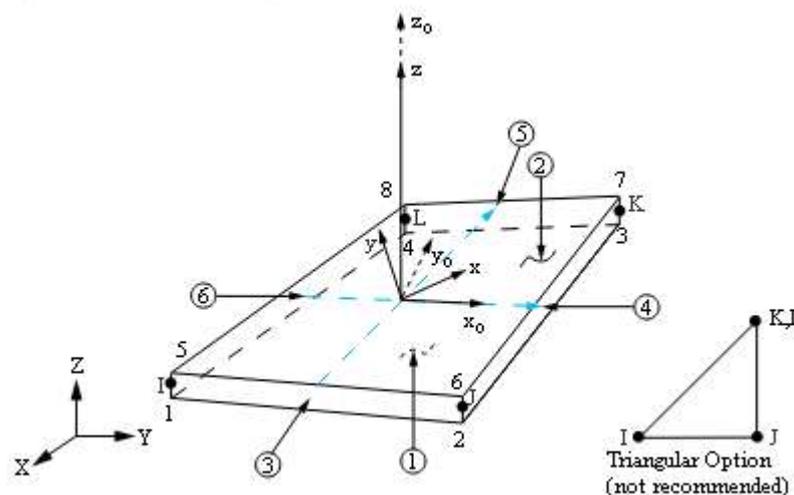


Figura 3.11 – Geometrias possíveis do elemento SHELL181 utilizado no ANSYS v.16.0 (SHELL181)

Um dos conceitos do MEF diz que uma discretização (malha) mais refinada contribui para uma solução mais acurada, isto é, mais próxima da solução exata do problema. Consequentemente, o tempo gasto com o processamento computacional também é maior. Logo, o objetivo é acelerar a convergência da resposta. Para isso, parâmetros como a forma do elemento que compõe a malha e seu tamanho são fundamentais para que se obtenham resultados confiáveis.

Para a presente pesquisa foram adotados elementos quadriláteros. Em relação ao tamanho destes elementos experimentou-se usar a dimensão de 5 mm em cada borda,

formando assim a malha do modelo. Após a modelagem de cada geometria investigada verificou-se que a qualidade da malha estava dentro do aceitável para uma boa precisão nos resultados pós-análise, segundo opções de verificação interna do próprio ANSYS v.16.0, como a *Mesh Metric*. Esta opção permite exibir informações da malha, e assim, avaliar sua qualidade. De acordo com LEE (2014), optando-se pelo seu parâmetro de verificação *Skewness*, é possível saber se a malha é considerada aceitável ou não. O valor do parâmetro varia de 0 a 1, sendo os menores valores os melhores. Uma lista de classificação qualitativa é apresentada segundo a Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Classificação qualitativa do valor de *Skewness* do ANSYS v.16.0 (ANSYS®)

Value of Skewness	Cell Quality
1	degenerate
0.9 — <1	bad (sliver)
0.75 — 0.9	poor
0.5 — 0.75	fair
0.25 — 0.5	good
>0 — 0.25	excellent
0	equilateral

Baseado na tabela acima, LEE (2014) afirma que para valores de *Skewness* acima de 0,95 a malha é considerada inaceitável. Nestes casos, o autor sugere que sejam alterados alguns parâmetros do programa responsáveis pelo controle da malha, como por exemplo, alterar o tamanho do elemento de modo que a malha seja mais refinada. Para a presente pesquisa a adoção de elementos com tamanho de borda de 5 mm, como mencionado anteriormente, foi suficiente para garantir uma qualidade excelente da malha (valores de *Skewness* abaixo de 0,25 em todos os modelos investigados).

Os comprimentos dos perfis de cada análise efetuada pelo ANSYS v.16.0 foram definidos conforme o comprimento de semionda para o modo de flambagem local obtido pelo programa computacional CUFSM v.3.12, assegurando assim menos tempo de processamento e possibilitando obter os valores críticos (força axial e momento fletor) e visualizar a configuração deformada para uma semionda do modo de flambagem. Um exemplo de discretização da malha adotada na presente pesquisa pode ser conferido na Figura 3.12, representada por um perfil de seção assimétrica originado de uma seção U enrijecida, visto em perspectiva e frontalmente.

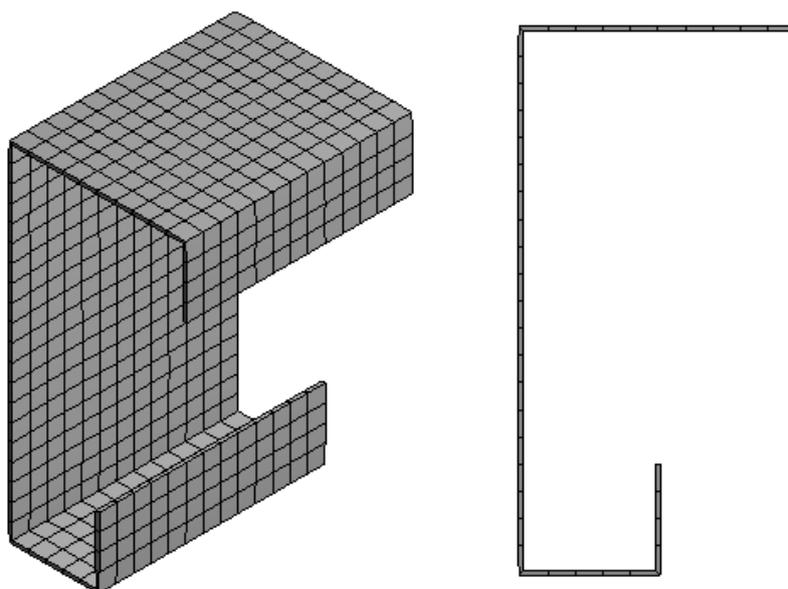


Figura 3.12 – Discretização da malha em elementos quadriláterais no ANSYS v.16.0

3.4 Metodologia adotada para coleta e análise de dados

A metodologia básica implementada que permitiu as análises dos diferentes modelos foi a coleta de dados após os processamentos no CUFISM v.3.12 e tratamento posterior. Como citado anteriormente, o programa foi de grande contribuição para o desenvolvimento da pesquisa desde o início, devido a sua rapidez, confiabilidade e interface gráfica de fácil leitura e compreensão.

Através do CUFISM v.3.12 processaram-se todos os modelos com as diferentes geometrias, registrando-se os resultados apresentados referentes aos três modos de flambagem. Já o GBTUL v.2.0 e ANSYS v.16.0 ficaram responsáveis por ratificar os resultados obtidos no CUFISM v.3.12, assim como validar algumas equações analíticas obtidas no decorrer da investigação. Entretanto, estes programas foram utilizados para algumas geometrias apenas, e não de forma ampla como o CUFISM v.3.12, para não estender a pesquisa, o que por sua vez seria desnecessário, já que o MFF é um método comprovadamente eficiente em análise linear de Estabilidade Elástica.

Inicialmente foram elaboradas tabelas com o auxílio do programa Excel, nas quais armazenaram-se dados de entrada e saída referentes aos modelos. O modo de se trabalhar com informações organizadas em tabelas possibilita o tratamento posterior, como análises, comparações e a obtenção de gráficos que facilitam o tratamento e a interpretação dos dados e resultados.

Os dados de entrada fornecidos pelo usuário foram a geometria do modelo, as propriedades do material e o tipo de solicitação (compressão axial ou flexão), inseridos no CUFSM v.3.12 para análise. Como dados de saída foram obtidos o comprimento de semionda, o fator de carga (*load factor* ou LF - responsável pelo cálculo da tensão e valor crítico) e a composição modal do respectivo modo de flambagem. A Figura 3.13 ilustra uma tela do programa pós-processamento de um dado perfil.

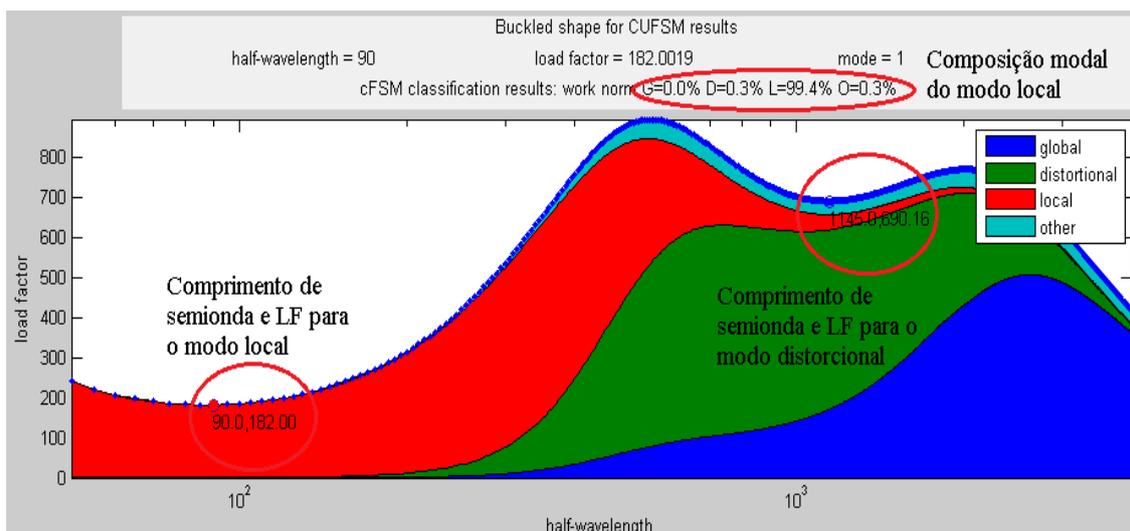


Figura 3.13 – Tela de pós-processamento do programa computacional CUFSM v.3.12

O processo foi aplicado aos quatro tipos de perfis em estudo (U e Z, simples e enrijecidos) e seus derivados de seção assimétrica, considerando as três formas de carregamento (lembrando que para a flexão estão sendo adotados os dois sentidos, designados por Flexão A e Flexão B) e os diferentes modos de flambagem. Logo, uma tabela para cada combinação (perfil, carregamento e modo de flambagem) foi confeccionada, contendo os diversos modelos analisados e seus respectivos dados e resultados.

Algumas nomenclaturas serão adotadas nos capítulos seguintes para designar os perfis de seção assimétrica, como U_a , U_{ea} , Z_a e Z_{ea} , fazendo referência aos perfis de origem: U simples, U enrijecido, Z simples e Z enrijecido, respectivamente. Estes perfis convencionais, por sua vez, serão representados pelas abreviações U, U_e , Z e Z_e .

Além dos programas computacionais já citados foi utilizado também na pesquisa o programa SURFER v.13.0, produzido pela *Golden Software*. Sua contribuição será verificada no Capítulo 6, para as análises do modo de flambagem local.

Capítulo 4

Flambagem Global de PFF com seção aberta na compressão axial

Neste capítulo serão apresentados os resultados da análise da Flambagem Elástica das seções investigadas, segundo o modo de flambagem Global na compressão axial. Ao longo deste, gráficos e tabelas ilustram o procedimento adotado para a análise numérica dos perfis. Ainda será apresentada uma ferramenta analítica para a solução da equação cúbica que estima a força axial de flambagem global elástica em seções assimétricas, sendo esta validada numericamente.

4.1 Compressão axial

A presente seção abordará o modo Global sob compressão axial. Primeiramente são apresentados os resultados obtidos da análise numérica com o auxílio do programa computacional CUFSM v.3.12, sendo posteriormente discutidos e comentados. Em seguida a pesquisa propõe uma solução direta para estimar a força crítica global por flexo-torção em barras de seção assimétrica, baseada na solução geral da Teoria da Estabilidade Elástica, conforme proposto na NBR 14762:2010.

As análises no programa CUFSM v.3.12 foram efetuadas para comprimento longitudinal igual a 4000 mm e espessura t igual a 1 mm, para o modo Global na forma “pura”, isto é, sem interação entre os modos de flambagem, o que foi possível devido à opção cFSM (constrained Finite Strip Method), que permite a decomposição modal. As análises das barras no modo Global “puro” se justificam pela necessidade de comparar esses resultados com aqueles gerados a partir de soluções analíticas, originadas de formulações do modo Global, independente dos demais modos, Local ou Distorcional.

4.1.1 Compressão axial: resultados da análise numérica

Os resultados obtidos da análise numérica estão dispostos em tabelas e gráficos da tensão crítica σ_{cr} em função da relação b_{f1}/b_w , para diferentes assimetrias b_{f2}/b_{f1} , sendo b_{f1} a mesa que permanece com a largura fixa, para distintos valores de largura b_{f2} .

Tabela 4.1 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para força axial de flambagem global elástica para perfis U, U_a, Z, e Z_a

MODO DE FLAMBAGEM:		Global					
CARREGAMENTO:		Compressão axial					
PERFIL PRIMÁRIO:		U simples			Z simples		
b _{f1} / b _w	b _{f2} / b _{f1}	A (mm ²)	σ _{cr} (MPa)	P _{cr} (N)	A (mm ²)	σ _{cr} (MPa)	P _{cr} (N)
-	-						
1,0	1,0	300	30,6	9187,0	300	55,7	16709,0
1,0	0,9	290	30,4	8811,2	290	53,0	15369,1
1,0	0,8	280	29,5	8246,5	280	49,6	13877,9
1,0	0,7	270	27,6	7460,1	270	44,8	12103,8
1,0	0,6	260	24,8	6439,7	260	38,2	9937,7
1,0	0,5	250	20,9	5226,4	250	30,0	7497,9
0,9	1,0	280	30,7	8586,7	280	50,3	14094,5
0,9	0,9	271	30,4	8230,1	271	47,5	12861,1
0,9	0,8	262	29,3	7689,2	262	43,8	11485,7
0,9	0,7	253	27,4	6930,8	253	39,1	9894,3
0,9	0,6	244	24,4	5949,5	244	33,0	8062,3
0,9	0,5	235	20,4	4803,2	235	26,0	6113,9
0,8	1,0	260	30,6	7953,1	260	44,1	11461,9
0,8	0,9	252	30,2	7613,2	252	41,1	10366,3
0,8	0,8	244	29,1	7088,6	244	37,5	9153,9
0,8	0,7	236	26,9	6345,8	236	33,0	7798,4
0,8	0,6	228	23,7	5393,3	228	27,7	6322,4
0,8	0,5	220	19,6	4316,8	220	22,0	4833,5
0,7	1,0	240	30,3	7275,5	240	37,0	8878,0
0,7	0,9	233	29,8	6948,2	233	34,1	7955,2
0,7	0,8	226	28,4	6424,1	226	30,8	6951,4
0,7	0,7	219	25,9	5672,1	219	26,8	5871,6
0,7	0,6	212	22,3	4736,6	212	22,4	4755,3
0,7	0,5	205	18,3	3744,9	205	18,0	3682,6
0,6	1,0	220	29,7	6541,9	220	29,3	6442,5
0,6	0,9	214	29,0	6215,6	214	26,7	5722,0
0,6	0,8	208	27,1	5643,8	208	23,8	4958,4
0,6	0,7	202	23,9	4833,0	202	20,6	4170,0
0,6	0,6	196	20,0	3924,2	196	17,3	3393,5
0,6	0,5	190	16,1	3066,2	190	14,1	2680,4
0,5	1,0	200	28,7	5743,0	200	21,4	4278,9
0,5	0,9	195	27,3	5313,9	195	19,3	3772,4
0,5	0,8	190	23,7	4507,0	190	17,1	3253,8
0,5	0,7	185	19,8	3666,5	185	14,8	2741,2
0,5	0,6	180	16,2	2915,2	180	12,6	2259,5
0,5	0,5	175	13,1	2286,6	175	10,5	1836,9
0,4	1,0	180	21,4	3857,0	180	13,9	2509,1
0,4	0,9	176	18,8	3301,3	176	12,5	2201,1
0,4	0,8	172	16,0	2752,6	172	11,0	1899,5
0,4	0,7	168	13,4	2256,4	168	9,6	1615,6
0,4	0,6	164	11,2	1829,6	164	8,3	1361,9
0,4	0,5	160	9,2	1480,0	160	7,2	1150,5
0,3	1,0	160	11,0	1755,0	160	7,6	1217,7
0,3	0,9	157	9,7	1516,8	157	6,8	1066,1
0,3	0,8	154	8,4	1292,6	154	6,0	925,9
0,3	0,7	151	7,2	1090,7	151	5,3	801,5
0,3	0,6	148	6,2	917,0	148	4,7	696,8
0,3	0,5	145	5,3	774,8	145	4,2	614,7
0,2	1,0	140	4,1	569,2	140	3,0	423,3
0,2	0,9	138	3,6	493,4	138	2,7	370,7
0,2	0,8	136	3,1	426,2	136	2,4	325,3
0,2	0,7	134	2,7	368,1	134	2,1	287,6
0,2	0,6	132	2,4	319,7	132	2,0	257,9
0,2	0,5	130	2,2	281,1	130	1,8	236,0
0,1	1,0	120	0,7	80,2	120	0,5	66,0
0,1	0,9	119	0,6	69,7	119	0,5	57,8
0,1	0,8	118	0,5	60,8	118	0,4	51,2
0,1	0,7	117	0,5	53,5	117	0,4	45,9
0,1	0,6	116	0,4	47,7	116	0,4	42,0
0,1	0,5	115	0,4	43,3	115	0,3	39,1

A - Área bruta da seção transversal; b_w = 100 mm; t = 1 mm; L = 4000 mm; D/b_w = 0,2 (para perfis enrijecidos)

U e U_a - Modo Global - Compressão axial

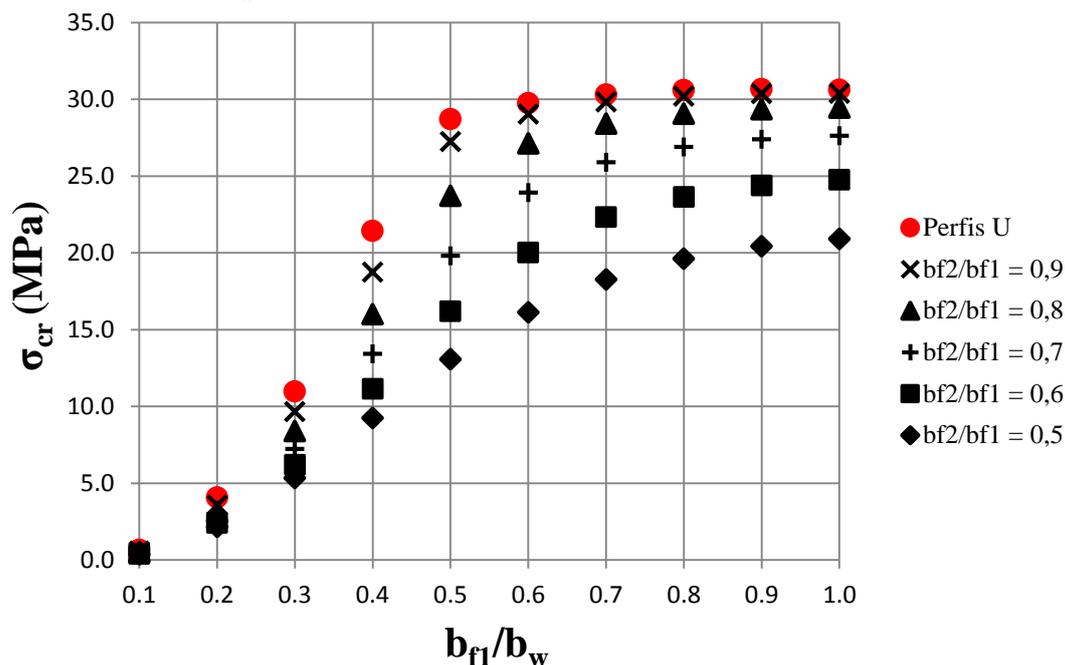


Figura 4.1 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para força axial de flambagem global elástica para perfis U e U_a

Z e Z_a - Modo Global - Compressão axial

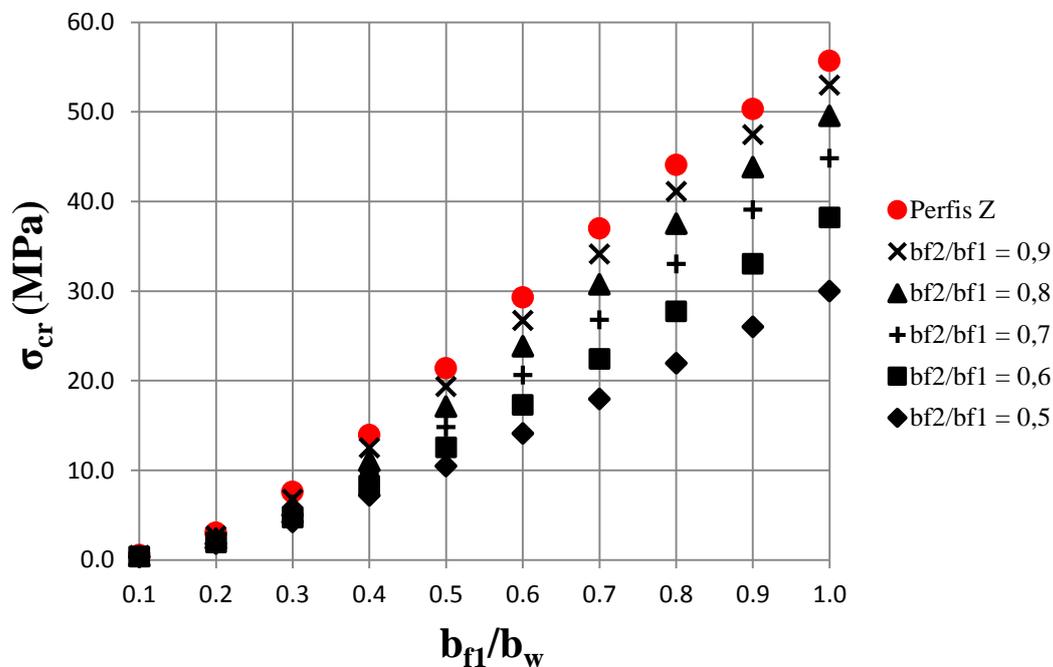


Figura 4.2 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para força axial de flambagem global elástica para perfis Z e Z_a

Tabela 4.2 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para força axial de flambagem global elástica para perfis U_e , U_{ea} , Z_e , e Z_{ea}

MODO DE FLAMBAGEM:		Global					
CARREGAMENTO:		Compressão axial					
PERFIL PRIMÁRIO:		U enrijecido			Z enrijecido		
b_{f1} / b_w	b_{f2} / b_{f1}	A (mm ²)	σ_{cr} (MPa)	P_{cr} (N)	A (mm ²)	σ_{cr} (MPa)	P_{cr} (N)
-	-						
1,0	1,0	340	39,0	13268,2	340	67,6	22995,8
1,0	0,9	330	38,9	12846,1	330	65,8	21708,1
1,0	0,8	320	38,2	12228,2	320	63,6	20353,3
1,0	0,7	310	36,7	11369,9	310	60,7	18824,5
1,0	0,6	300	34,1	10226,6	300	56,4	16920,9
1,0	0,5	290	30,3	8774,7	290	49,6	14375,3
0,9	1,0	320	39,3	12574,2	320	63,7	20399,7
0,9	0,9	311	39,1	12170,9	311	61,7	19186,1
0,9	0,8	302	38,3	11576,7	302	59,2	17887,8
0,9	0,7	293	36,7	10744,4	293	56,0	16416,4
0,9	0,6	284	33,9	9628,9	284	51,5	14629,9
0,9	0,5	275	29,9	8214,2	275	45,0	12385,2
0,8	1,0	300	39,4	11834,2	300	59,0	17706,7
0,8	0,9	292	39,2	11447,3	292	56,8	16580,5
0,8	0,8	284	38,3	10870,0	284	54,1	15362,4
0,8	0,7	276	36,4	10050,6	276	50,7	13986,3
0,8	0,6	268	33,4	8944,8	268	46,1	12366,0
0,8	0,5	260	29,1	7554,4	260	40,2	10441,5
0,7	1,0	280	39,4	11033,5	280	53,3	14927,6
0,7	0,9	273	39,0	10659,4	273	51,0	13910,6
0,7	0,8	266	37,9	10086,1	266	48,1	12805,1
0,7	0,7	259	35,7	9254,1	259	44,7	11569,8
0,7	0,6	252	32,3	8128,7	252	40,3	10163,0
0,7	0,5	245	27,6	6753,1	245	35,0	8575,0
0,6	1,0	260	39,0	10151,5	260	46,5	12099,6
0,6	0,9	254	38,5	9782,5	254	44,2	11219,4
0,6	0,8	248	37,0	9181,3	248	41,4	10265,2
0,6	0,7	242	34,2	8280,4	242	38,1	9217,3
0,6	0,6	236	30,1	7096,3	236	34,2	8064,4
0,6	0,5	230	25,0	5757,5	230	29,6	6819,2
0,5	1,0	240	38,2	9160,3	240	38,7	9295,3
0,5	0,9	235	37,3	8765,1	235	36,5	8582,2
0,5	0,8	230	34,8	8012,7	230	34,0	7816,6
0,5	0,7	225	30,8	6929,9	225	31,1	6994,3
0,5	0,6	220	26,0	5721,4	220	27,8	6118,9
0,5	0,5	215	21,1	4542,6	215	24,2	5207,9
0,4	1,0	220	36,5	8024,9	220	30,1	6632,2
0,4	0,9	216	32,4	6997,7	216	28,3	6108,8
0,4	0,8	212	28,0	5933,2	212	26,2	5556,0
0,4	0,7	208	23,7	4936,3	208	23,9	4976,5
0,4	0,6	204	19,7	4020,1	204	21,5	4377,3
0,4	0,5	200	16,0	3198,8	200	18,9	3772,2
0,3	1,0	200	21,7	4332,7	200	21,3	4263,9
0,3	0,9	197	19,5	3840,2	197	20,0	3932,5
0,3	0,8	194	17,2	3329,8	194	18,5	3589,8
0,3	0,7	191	14,8	2829,2	191	17,0	3239,6
0,3	0,6	188	12,5	2358,0	188	15,4	2886,9
0,3	0,5	185	10,4	1930,8	185	13,7	2538,6
0,2	1,0	180	10,1	1809,1	180	13,0	2347,1
0,2	0,9	178	9,1	1615,9	178	12,3	2181,4
0,2	0,8	176	8,1	1425,1	176	11,4	2014,5
0,2	0,7	174	7,1	1241,3	174	10,6	1848,1
0,2	0,6	172	6,2	1069,3	172	9,8	1684,3
0,2	0,5	170	5,4	913,4	170	9,0	1525,2
0,1	1,0	160	2,6	422,4	160	6,2	997,1
0,1	0,9	159	2,4	380,0	159	5,9	945,1
0,1	0,8	158	2,2	340,3	158	5,7	894,1
0,1	0,7	157	1,9	303,7	157	5,4	844,3
0,1	0,6	156	1,7	270,7	156	5,1	796,1
0,1	0,5	155	1,6	241,6	155	4,8	749,7

A - Área bruta da seção transversal; $b_w = 100$ mm; $t = 1$ mm; $L = 4000$ mm; $D/b_w = 0,2$ (para perfis enrijecidos)

U_e e U_{ea} - Modo Global - Compressão axial

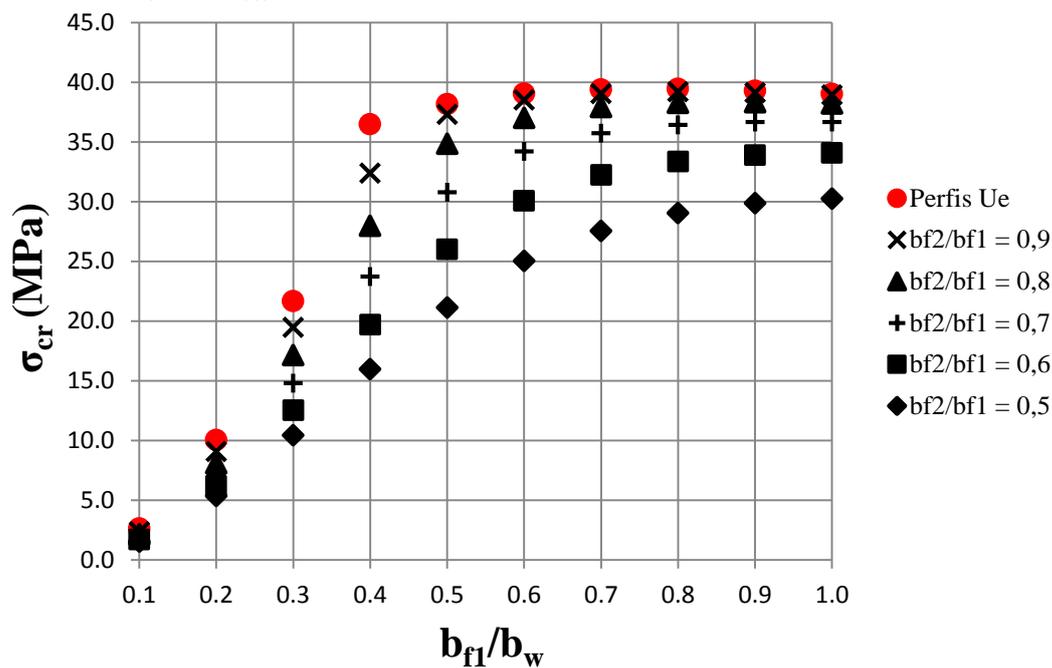


Figura 4.3 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para força axial de flambagem global elástica para perfis U_e e U_{ea}

Z_e e Z_{ea} - Modo Global - Compressão axial

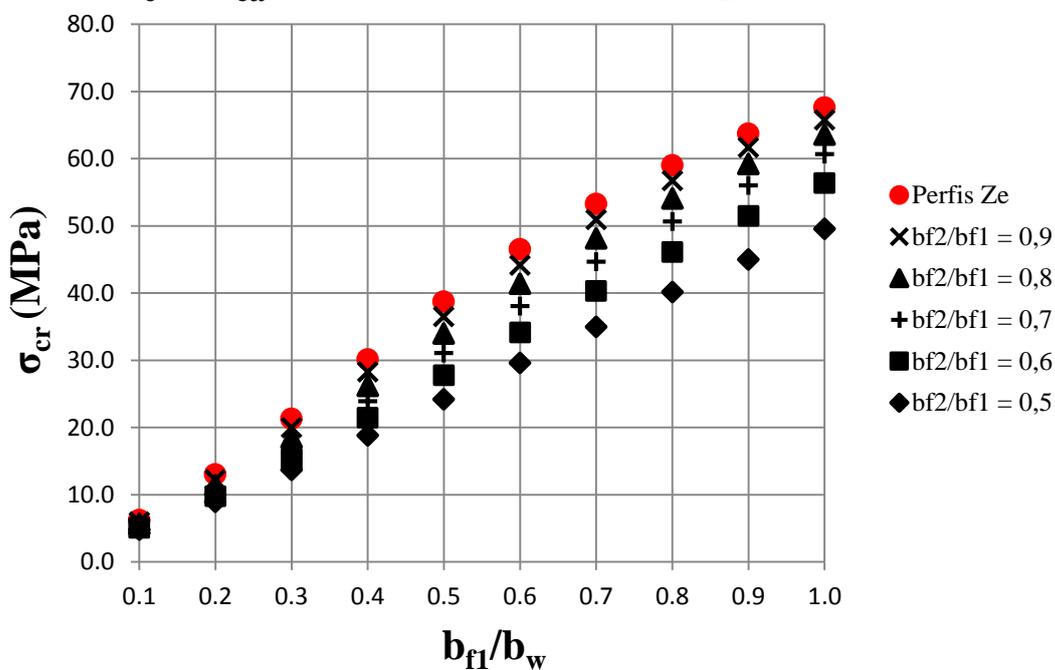


Figura 4.4 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para força axial de flambagem global elástica para perfis Z_e e Z_{ea}

Diante dos resultados apresentados, cabem as seguintes observações:

- (i) Os perfis de seção assimétrica apresentaram tensão crítica inferior aos perfis de seção simétrica (monossimétricos e ponto-simétricos), simples e enrijecidos, comparando-se uma mesma relação b_{f1}/b_w . A tensão é cada vez menor conforme aumenta a assimetria, isto é, quando a relação b_{f2}/b_{f1} diminui. Além dos dados em tabela, o gráfico da tensão crítica em função da relação b_{f1}/b_w ilustra claramente o que foi observado, já que a plotagem dos pontos das seções simétricas, representados na cor vermelha, estão sempre acima dos pontos que representam as seções assimétricas, estes ilustrados na cor preta;
- (ii) Conforme esperado, os perfis enrijecidos apresentaram resultados mais eficientes que os perfis simples, tanto os de seção monossimétrica e ponto-simétrica quanto seus derivados de seção assimétrica. A constatação é válida não apenas pelo fato da presença de enrijecedores de borda aumentar a área da seção transversal (isto quando tratada uma mesma relação b_{f1}/b_w), já que mesmo quando comparadas seções de áreas iguais o perfil enrijecido se mostrou superior, ou seja, apresentou maior tensão crítica.
- (iii) Considerando perfis com área de seção transversal iguais, percebe-se que a geometria influencia diretamente no valor obtido para a tensão crítica, e, conseqüentemente para a força crítica, já que as seções assimétricas apresentaram valores muito abaixo das seções simétricas para ambos os critérios. Apesar de propriedades relacionadas ao material, como E e G , ou mesmo a constante de torção J , serem invariantes para os perfis analisados de mesma área de seção, o empenamento é parte importante no modo global por flexo-torção. Logo, o valor obtido para a constante de empenamento C_ω varia bastante nos perfis de seção assimétrica, o que provoca alterações importantes na tensão e força críticas;
- (iv) De um modo geral, as seções ponto-simétricas Z foram superiores em relação às seções monossimétricas U , simples e enrijecidas, comparando-se em igualdade a relação b_{f1}/b_w , pois apresentaram tensão crítica mais elevada. A observação cabe, ainda, às seções assimétricas derivadas dos perfis primários investigados, conforme a relação b_{f2}/b_{f1} .

4.1.2 Compressão axial: resultados analíticos

A configuração deformada de um perfil no momento da flambagem global, quando comprimido axialmente, está associada à geometria de sua seção transversal (considerando perfis de seção constante ao longo do comprimento da barra), assunto este comentado brevemente na seção 2.2.3 do Capítulo 2 da presente dissertação. Perfis comprimidos podem flambar globalmente por flexão, torção pura ou flexo-torção. Quando se trata de seções assimétricas a flambagem ocorrerá sempre por flexo-torção.

Para os diferentes modos de flambagem global existem equações que permitem estimar a força crítica de forma direta quando se trata de seção com ao menos um eixo de simetria, dependentes de propriedades da seção e do material envolvido. No caso particular de seções assimétricas, o cálculo da força crítica no modo global de flexo-torção exige a solução de uma equação do terceiro grau, derivada da Teoria da Estabilidade Elástica.

Considere o caso simples da coluna bi-apoiada, de seção qualquer e comprimida axialmente, e as equações diferenciais que definem o cálculo da força crítica global, segundo a Teoria da Estabilidade Elástica apresentada por TIMOSHENKO e GERE (1961). As notações adotadas pelos autores estão devidamente adaptadas às nomenclaturas utilizadas pela norma brasileira NBR 14762:2010. A Figura 4.5 ilustra a seção com a posição do centróide C e do centro de cisalhamento (ou centro de torção) CT na configuração indeformada (inicial) e deformada (final).

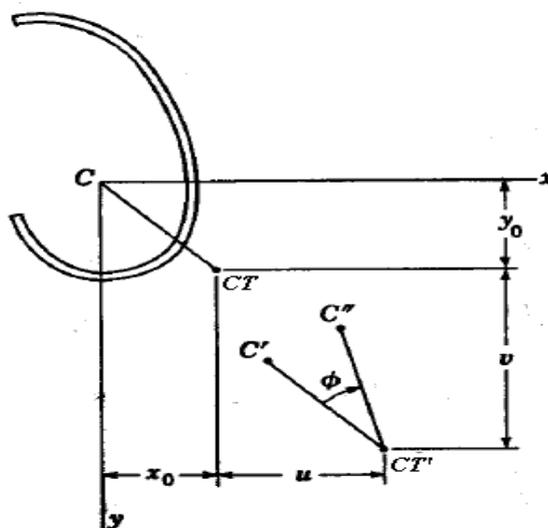


Figura 4.5 –Flambagem por flexo-torção (adaptado de TIMOSHENKO e GERE, 1961)

Conforme ilustração da Figura 4.5, durante a flambagem a seção transversal desenvolve deslocamentos de translação (derivado da flexão) e de rotação (derivado da torção). O centróide C e o centro de torção CT , que possuem distâncias iguais a x_0 e y_0 um do outro no sentido dos eixos principais x e y , respectivamente, sofrem translação u e v , também nas direções principais x e y , sendo denotados por C' e CT' na nova posição. A rotação da seção ocorre em torno do ponto CT' , denotada pelo ângulo de torção ϕ , fazendo com que a posição final do C' passe a ser C'' . As equações diferenciais gerais que definem a flambagem global por flexo-torção na compressão são expressas segundo as Equações [4.1], [4.2] e [4.3] abaixo:

$$EI_y \cdot \frac{d^2u}{dz^2} + N_e \cdot (u + y_0 \cdot \phi) = 0 \quad [4.1]$$

$$EI_x \cdot \frac{d^2v}{dz^2} + N_e \cdot (v - x_0 \cdot \phi) = 0 \quad [4.2]$$

$$EC_\omega \cdot \frac{d^4\phi}{dz^4} - (GJ - r_0^2 \cdot N_e) \cdot \frac{d^2\phi}{dz^2} - N_e \cdot x_0 \cdot \frac{d^2v}{dz^2} + N_e \cdot y_0 \cdot \frac{d^2u}{dz^2} = 0 \quad [4.3]$$

O objetivo é encontrar o valor de N_e , força crítica de compressão axial. As equações apresentadas são válidas para a solução de qualquer caso de coluna sob compressão axial, independente do tipo de seção e das condições de contorno. O que ocorre, dependendo do tipo de seção (duplamente simétrica, ponto-simétrica, monossimétrica ou assimétrica), é a possível simplificação de resolução do sistema formado pelas equações, já que alguns termos podem se anular, conforme a seção. Para o caso particular das seções assimétricas, caso mais geral, nenhum termo se anula e, portanto, as equações se mantêm como foram expressas.

Os resultados da flambagem global dependem ainda das condições de extremidade (vínculos) da barra. Para a presente investigação, sendo z o eixo longitudinal da barra, e esta de comprimento L , estão sendo consideradas extremidades em apoio simples e livres para o empenamento. Portanto, devem ser atendidas as seguintes condições:

$$u = v = \phi = 0 \quad em \ z = 0 \ e \ z = L$$

$$\frac{d^2u}{dz^2} = \frac{d^2v}{dz^2} = \frac{d^2\phi}{dz^2} = 0 \quad em \ z = 0 \ e \ z = L$$

De acordo com TIMOSHENKO e GERE (1961), as condições de extremidade anteriormente consideradas estarão satisfeitas se as soluções das equações diferenciais gerais forem tomadas para os valores de u , v e ϕ definidos pelas expressões abaixo:

$$u = A_1 \cdot \text{sen} \frac{\pi z}{L}$$

$$v = A_2 \cdot \text{sen} \frac{\pi z}{L}$$

$$\phi = A_3 \cdot \text{sen} \frac{\pi z}{L}$$

Substituindo as expressões acima nas equações diferenciais gerais apresentadas em [4.1], [4.2] e [4.3], obtêm-se as três equações seguintes, designadas na presente pesquisa por [4.4], [4.5] e [4.6], a se determinarem as constantes A_1 , A_2 e A_3 :

$$\left(N_e - \frac{\pi^2 \cdot EI_y}{L^2} \right) \cdot A_1 + N_e \cdot y_0 \cdot A_3 = 0 \quad [4.4]$$

$$\left(N_e - \frac{\pi^2 \cdot EI_x}{L^2} \right) \cdot A_2 - N_e \cdot x_0 \cdot A_3 = 0 \quad [4.5]$$

$$N_e \cdot y_0 \cdot A_1 - N_e \cdot x_0 \cdot A_2 + \left(r_0^2 \cdot N_e - \frac{\pi^2 \cdot EC_\omega}{L^2} - GJ \right) \cdot A_3 = 0 \quad [4.6]$$

Uma solução possível para estas equações seria considerar $A_1 = A_2 = A_3 = 0$, correspondente à configuração de equilíbrio indeformada ou inicial, que não é o desejado. Logo, para a configuração de equilíbrio deformada associada ao modo de flambagem, é preciso obter a solução que corresponde ao determinante nulo do sistema formado pelas Equações [4.4], [4.5] e [4.6], conduzindo a três autovalores e autovetores associados.

O menor dos autovalores (primeira raiz do sistema de equações) é denominado de força crítica de flambagem, enquanto os autovetores são os modos críticos associados à forma dos deslocamentos gerados pela força crítica. Para simplificar as equações apresentadas, seguindo as mesmas nomenclaturas adotadas pela NBR 14762:2010, a seguinte notação é introduzida:

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 \cdot EI_x}{(K_x \cdot L_x)^2}$$

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 \cdot EI_y}{(K_y \cdot L_y)^2}$$

$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} \cdot \left[\frac{\pi^2 \cdot EC_\omega}{(K_z \cdot L_z)^2} + GJ \right]$$

Os termos N_{ex} e N_{ey} representam a força axial de flambagem global elástica por flexão em torno dos eixos principais x e y , respectivamente, e o termo N_{ez} a força axial de flambagem global elástica por torção pura. É importante esclarecer que as variáveis $K_x \cdot L_x$, $K_y \cdot L_y$ e $K_z \cdot L_z$ denotam a condição de apoio considerada, sendo, por exemplo, para o caso bi-apoiado com empenamento livre igual a $K_x=K_y=K_z= 1$, e para a condição bi-engastada igual a $K_x=K_y=K_z= 0,5$. As Equações [4.4], [4.5] e [4.6] tornam-se então as Equações [4.7], [4.8] e [4.9]:

$$(N_e - N_{ey}) \cdot A_1 + N_e \cdot y_0 \cdot A_3 = 0 \quad [4.7]$$

$$(N_e - N_{ex}) \cdot A_2 - N_e \cdot x_0 \cdot A_3 = 0 \quad [4.8]$$

$$N_e \cdot y_0 \cdot A_1 - N_e \cdot x_0 \cdot A_2 + r_0^2 \cdot (N_e - N_{ez}) \cdot A_3 = 0 \quad [4.9]$$

Logo, montando-se o determinante do sistema formado pelas Equações [4.7], [4.8] e [4.9], as constantes A_1 , A_2 e A_3 desaparecem, restando apenas uma única incógnita, N_e , correspondente à força crítica de flambagem global por flexo-torção, já que os demais termos são facilmente definidos segundo às propriedades da seção. Igualando-se a zero o determinante, e expandindo-o, o resultado obtido é a equação cúbica apresentada pela Equação [4.10]:

$$r_0^2(N_e - N_{ex})(N_e - N_{ey})(N_e - N_{ez}) - N_e^2(N_e - N_{ey})x_0^2 - N_e^2(N_e - N_{ex})y_0^2 = 0 \quad [4.10]$$

A solução da equação cúbica acima resultará em três valores de carga crítica N_e , sendo que o menor deles é o de interesse prático em projetos. Caso substituam-se os três valores críticos nas equações, é possível determinar as constantes A_1 , A_2 e A_3 , as quais contribuem para estabelecer as relações entre rotação e translação da seção transversal, como lembram TIMOSHENKO e GERE (1961).

Apesar da aparência de uma equação simples, a resolução de uma equação cúbica não é trivial como resolver equações de 1º e 2º grau, quando é possível recorrer a soluções como, por exemplo, o *Método de Bhaskara*, podendo este ser verificado em VALE (2013). Já a resolução das cúbicas é algo bastante específico. Considerando esta necessidade, foi investigado um método bastante eficiente e pouco difundido, porém aplicável e satisfatório no cálculo da força crítica para perfis de seção assimétrica, conhecido como *Método de Cardano e Tartaglia*, descrito por LIMA (1987) e que será visto em seguida.

4.2 Método de Cardano e Tartaglia aplicado ao cálculo da força axial de flambagem global elástica, N_e , por flexo-torção em seções assimétricas

A busca por soluções de problemas nos quais o objetivo é encontrar as raízes de um dado polinômio é antiga. Matemáticos, cada um à sua época, trabalhavam com as ferramentas analíticas que possuíam para resolver polinômios. Segundo ANDRADE (2016), Babilônios utilizavam tabelas para a resolução das quadráticas, enquanto gregos faziam uso de construções geométricas e ainda utilizavam métodos aplicáveis a cúbicas por meio da interseção de cônicas.

No período da Renascença, na cidade de Bolonha, matemáticos descobriram que a equação cúbica poderia ser reduzida para três casos particulares: $x^3 + px = q$, $x^3 = px + q$ e $x^3 + q = px$. De acordo com ANDRADE (2016) a separação era necessária, pois, naquela época ainda eram desconhecidos os números negativos. Esse período foi marcado por grandes transformações em diversas áreas da vida humana e uma crescente produção no âmbito das artes, filosofia e ciências, assim como descreve LIMA (1987).

A história do método é narrada brevemente por LIMA (1987) e pode ser verificada também em outras literaturas. O primeiro a resolver os três casos citados foi o Prof. SCIPIONE FERRO, porém sem publicar o feito. Mais tarde, NICCOLÓ TARTAGLIA redescobriu o método e o utilizou em uma competição pública com FIORE, discípulo de FERRO, mas não revelou os detalhes da solução proposta. Sabendo do êxito de TARTAGLIA, o matemático GIROLAMO CARDANO o fez confessar o método a si, com a promessa de não contá-lo a mais ninguém. Contudo, quando veio à tona o livro "Ars Magna" de CARDANO, em 1545, o mesmo

descumpriu o acordo e apresentou uma completa discussão da solução de TARTAGLIA, motivo pelo qual o método leva o nome de ambos estudiosos.

O método da resolução das equações do terceiro grau, conhecido como Método de Cardano e Tartaglia, consiste basicamente em manipulações algébricas nas quais os termos são transformados e adaptados às necessidades do método, aplicadas às equações cúbicas gerais. A princípio, considere a forma geral da equação do terceiro grau apresentada pela Equação [4.11], onde x é a incógnita e os termos a , b , c e d são os coeficientes da equação:

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0, \quad \text{com } a \neq 0 \quad [4.11]$$

O primeiro passo consiste em aplicar uma transformação na Equação [4.11], fazendo com que esta apresente a forma de uma equação cúbica em que o termo do segundo grau não esteja presente. Para isso, considere a substituição $x = t - \frac{b}{3a}$:

$$a\left(t - \frac{b}{3a}\right)^3 + b\left(t - \frac{b}{3a}\right)^2 + c\left(t - \frac{b}{3a}\right) + d = 0$$

Expandindo-se os termos da Equação [4.11] após a substituição imposta, e organizando-a em função da nova incógnita t , tem-se a nova Equação [4.12]:

$$t^3 + \left(\frac{c}{a} - \frac{b^2}{3a^2}\right)t + \left(\frac{2b^3}{27a^3} - \frac{bc}{3a^2} + \frac{d}{a}\right) = 0 \quad [4.12]$$

Percebe-se que na Equação [4.12] o termo ao quadrado para a incógnita t está ausente, ficando a equação na forma $t^3 + pt + q = 0$. Logo, ficam definidos os termos p e q conforme as Equações [4.13] e [4.14]:

$$p = \frac{c}{a} - \frac{b^2}{3a^2} \quad [4.13]$$

$$q = \frac{2b^3}{27a^3} - \frac{bc}{3a^2} + \frac{d}{a} \quad [4.14]$$

Em seguida, mais uma transformação é necessária. Considere desta vez a substituição $t = u + v$. Logo, as novas incógnitas passam a ser u e v :

$$(u + v)^3 + p(u + v) + q = 0$$

Expandindo-se a nova equação obtida após a substituição, e organizando-se os termos de forma apropriada para o próximo passo, obtém-se a Equação [4.15]:

$$(u^3 + v^3 + q) + (3uv + p)(u + v) = 0 \quad [4.15]$$

Uma solução para a Equação [4.15] é dada pelo sistema abaixo:

$$\begin{cases} u^3 + v^3 = -q \\ u^3 v^3 = -\frac{p^3}{27} \end{cases}$$

O problema que se apresenta, em achar u^3 e v^3 conhecendo sua soma e produto, consiste em um problema conhecido e simples de resolver: os termos u^3 e v^3 são raízes da equação auxiliar do segundo grau de incógnita w apresentada pela Equação [4.16]:

$$w^2 + qw - \frac{p^3}{27} = 0 \quad [4.16]$$

A solução da Equação [4.16] é facilmente obtida pela aplicação do clássico Método de Bhaskara. Logo, as incógnitas u^3 e v^3 representam as raízes da equação auxiliar, como apresentado posteriormente:

$$u^3 = \frac{-q + \sqrt{q^2 + \frac{4p^3}{27}}}{2} \quad v^3 = \frac{-q - \sqrt{q^2 + \frac{4p^3}{27}}}{2}$$

Por fim, para se conhecer as raízes da equação cúbica original, apresentada pela Equação [4.11], basta regredir nas substituições efetuadas a partir dos termos u^3 e v^3 agora conhecidos. Primeiramente, simplificando os referidos termos:

$$u = \left(-\frac{q}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{q^2 + \frac{4p^3}{27}} \right)^{1/3} \quad v = \left(-\frac{q}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{q^2 + \frac{4p^3}{27}} \right)^{1/3}$$

Substituindo agora no valor de $t = u + v$ tem-se:

$$t = \left(-\frac{q}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{q^2 + \frac{4p^3}{27}} \right)^{1/3} + \left(-\frac{q}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{q^2 + \frac{4p^3}{27}} \right)^{1/3}$$

Finalmente, após as diversas manipulações algébricas, é possível descobrir uma das raízes da equação cúbica original. Como $x = t - \frac{b}{3a}$, tem-se para o valor de x_1 a Equação [4.17]:

$$x_1 = \left(-\frac{q}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{q^2 + \frac{4p^3}{27}} \right)^{1/3} + \left(-\frac{q}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{q^2 + \frac{4p^3}{27}} \right)^{1/3} - \frac{b}{3a} \quad [4.17]$$

Conhecida uma das raízes da equação, x_1 , é possível descobrir também as raízes x_2 e x_3 simplesmente dividindo-se a Equação [4.11] por $x - x_1$ e em seguida solucionar a equação do segundo grau obtida, a qual fornecerá as duas raízes restantes.

Considere novamente a Equação [4.17], com destaque para o termo do seu radicando, aqui designado por $D = q^2 + \frac{4p^3}{27}$. Segundo LIMA (1987), o valor encontrado para o termo D define como serão as raízes da equação cúbica original: para $D > 0$ o polinômio possui uma raiz real e duas raízes complexas conjugadas; para $D = 0$ tem-se três raízes reais, sendo uma delas repetida; para $D < 0$ as três raízes da equação são reais e distintas. Este último caso está em conformidade com a equação cúbica para o cálculo da força crítica global por flexo-torção em seções assimétricas, como justificado a seguir, e, portanto, será abordado na presente pesquisa.

De acordo com TIMOSHENKO e GERE (1961), a equação cúbica para o cálculo da força crítica global sempre fornecerá três raízes positivas e distintas, sendo, em todos os casos, uma raiz menor que as forças axiais N_{ex} , N_{ey} ou N_{ez} e outra maior. A terceira raiz é sempre intermediária entre N_{ex} e N_{ey} . Esta afirmação permite prosseguir com o caso particular em que o radicando D é negativo.

O caso para o qual D é negativo consiste na soma de duas raízes cúbicas de números complexos, e segundo LIMA (1987), é chamado tradicionalmente de “caso irreduzível”, pois ao tentar eliminar os radicais, recai-se noutra equação do terceiro grau, o que aparentemente se mostra como um caso complicado para solucionar.

Diante do problema, TAVARES (2010) apresenta uma continuação para a solução do caso particular, fazendo para isso a conversão dos termos complexos conjugados para a forma trigonométrica, chegando-se assim às três raízes do polinômio de terceiro grau. Os passos da manipulação algébrica não serão aqui demonstrados, mas fica a sugestão de consulta à página eletrônica do autor, constante nas referências bibliográficas (<https://problemasteoremas.wordpress.com>).

Considerando as mesmas nomenclaturas adotadas ao início do desenvolvimento do Método de Cardano e Tartaglia, as raízes distintas x_1 , x_2 e x_3 da equação cúbica original, designada por Equação [4.11], são apresentadas segundo as Equações [4.18], [4.19] e [4.20]:

$$x_1 = 2 \cdot \sqrt{-\frac{p}{3}} \cos \left(\frac{1}{3} \arccos \left(-\frac{q}{2} \sqrt{-\frac{27}{p^3}} \right) + \frac{2\pi}{3} \right) - \frac{b}{3a} \quad [4.18]$$

$$x_2 = 2 \cdot \sqrt{-\frac{p}{3}} \cos \left(\frac{1}{3} \arccos \left(-\frac{q}{2} \sqrt{-\frac{27}{p^3}} \right) + \frac{4\pi}{3} \right) - \frac{b}{3a} \quad [4.19]$$

$$x_3 = 2 \cdot \sqrt{-\frac{p}{3}} \cos \left(\frac{1}{3} \arccos \left(-\frac{q}{2} \sqrt{-\frac{27}{p^3}} \right) \right) - \frac{b}{3a} \quad [4.20]$$

Considere agora novamente a equação cúbica utilizada para o cálculo da força crítica global em perfis de seção assimétrica, a mesma constante na NBR 14762:2010 e aqui designada por Equação [4.10]:

$$r_0^2 (N_e - N_{ex})(N_e - N_{ey})(N_e - N_{ez}) - N_e^2 (N_e - N_{ey})x_0^2 - N_e^2 (N_e - N_{ex})y_0^2 = 0 \quad [4.10]$$

É possível notar que a Equação [4.10] não está na sua forma canônica, ou seja, de acordo com a forma da equação cúbica geral apresentada pela Equação [4.11], sendo necessário expandi-la. A manipulação algébrica é obrigatória para efeito da aplicação do método de forma correta. Fazendo-se uma analogia da equação cúbica geral com a equação da norma brasileira, a incógnita x é equivalente à incógnita N_e , a qual representa a força axial de flambagem global elástica. Após a expansão, a Equação [4.10] se apresenta da seguinte forma:

$$[r_0^2 - x_0^2 - y_0^2]N_e^3 - [r_0^2(N_{ez} + N_{ey} + N_{ex}) - (N_{ey} \cdot x_0^2 + N_{ex} \cdot y_0^2)]N_e^2 + [r_0^2(N_{ey} \cdot N_{ez} + N_{ex} \cdot N_{ez} + N_{ex} \cdot N_{ey})]N_e - r_0^2(N_{ex} \cdot N_{ey} \cdot N_{ez}) = 0$$

Identificando e separando-se os coeficientes a , b , c e d na equação anterior, segundo a forma da Equação [4.11], tem-se os respectivos valores:

$$a = [r_0^2 - x_0^2 - y_0^2]$$

$$b = -[r_0^2(N_{ez} + N_{ey} + N_{ex}) - (N_{ey} \cdot x_0^2 + N_{ex} \cdot y_0^2)]$$

$$c = [r_0^2(N_{ey} \cdot N_{ez} + N_{ex} \cdot N_{ez} + N_{ex} \cdot N_{ey})]$$

$$d = -r_0^2(N_{ex} \cdot N_{ey} \cdot N_{ez})$$

Algumas observações importantes merecem atenção, com referência aos coeficientes apresentados, como por exemplo, reconhecer o sinal de cada um deles. Os termos que os compõem são sempre positivos e conhecidos pela ordem de grandeza, portanto, matematicamente fica fácil reconhecer o sinal de cada coeficiente. Logo, para qualquer situação, os coeficientes sempre serão: a positivo, b negativo, c positivo e d negativo. Esta primeira análise possibilita verificar algum erro grosseiro de cálculo inicial para aplicação do método.

Os termos p e q são mantidos conforme as Equações [4.13] e [4.14], considerando já os valores obtidos para os termos segundo as propriedades da seção:

$$p = \frac{c}{a} - \frac{b^2}{3a^2} \quad [4.13]$$

$$q = \frac{2b^3}{27a^3} - \frac{bc}{3a^2} + \frac{d}{a} \quad [4.14]$$

Logo, resta apenas a substituição nas Equações [4.18], [4.19] e [4.20] dos termos que as compõem, obtendo-se assim as forças críticas N_{e1} , N_{e2} e N_{e3} , respectivamente. Como a menor força crítica é a de interesse e aplicação prática, basta calcular N_{e1} , correspondente à força crítica global por flexo-torção e representada pela Equação [4.18]. A garantia que N_{e1} sempre será o menor valor entre as três raízes está na verificação matemática, possível simplesmente investigando o termo do cosseno, já que os demais são iguais nas três soluções apresentadas.

4.3 Comparativo entre os resultados da força axial de flambagem global elástica, N_e , obtidos pelos métodos aplicados às seções investigadas

A partir da definição do Método de Cardano e Tartaglia aplicado ao cálculo da força crítica global, foram validados numericamente os resultados obtidos pelo método, comparando-se com os resultados do programa CUFMS v.3.12, e sendo verificados também pelo programa GBTUL v.2.0. A comparação é importante para concluir sobre a eficiência e precisão do método, já que os dois programas são consagrados em análises de Estabilidade Elástica e fornecem dados confiáveis.

Para isso, adotaram-se as seções investigadas para as relações $b_{f1}/b_w = 1,0$ e $0,5$, considerando os quatro tipos de perfis primários. É importante lembrar que a solução proposta na presente pesquisa, representada pela Equação [4.18], é a mesma constante da NBR 14762:2010 (igualmente em correspondência com a Teoria da Estabilidade Elástica), sendo apenas sugerida uma forma direta de resolução para equações cúbicas, devido à sua complexidade natural. Os resultados da comparação são apresentados segundo as Tabelas 4.3, 4.4, 4.5 e 4.6. Diferenças percentuais na cor vermelha indicam que a Equação [4.18] apresentou resultados superiores ao método numérico comparado.

Tabela 4.3 – Comparativo entre os resultados da força axial de flambagem global elástica, N_e , obtidos pelos métodos aplicados em perfis U e U_a

PERFIL PRIMÁRIO:		U simples				
b_{f1}/b_w	b_{f2}/b_{f1}	Método analítico	Método numérico			
			MFF		GBT	
		NBR 14762 (*)	CUFMS v.3.12	dif. (%)	GBTUL v.2.0	dif. (%)
1,0	1,0	8424,98	9187,02	8,29	8427,53	0,03
1,0	0,9	8087,73	8811,24	8,21	8090,14	0,03
1,0	0,8	7579,53	8246,53	8,09	7581,82	0,03
1,0	0,7	6870,56	7460,10	7,90	6872,72	0,03
1,0	0,6	5949,51	6439,65	7,61	5951,55	0,03
1,0	0,5	4853,28	5226,38	7,14	4855,24	0,04
0,5	1,0	5369,31	5743,02	6,51	5370,50	0,02
0,5	0,9	4953,19	5313,95	6,79	4954,34	0,02
0,5	0,8	4182,46	4506,99	7,20	4183,61	0,03
0,5	0,7	3407,04	3666,53	7,08	3408,21	0,03
0,5	0,6	2720,97	2915,17	6,66	2722,17	0,04
0,5	0,5	2149,29	2286,60	6,01	2150,53	0,06

Considerando $b_w = 100$ mm; $t = 1$ mm; $L = 4000$ mm; $D/b_w = 0,2$ (para perfis enrijecidos) e N_e em N.

(*) Solução analítica segundo a Equação [4.18] proposta na presente pesquisa, baseada na NBR 14762:2010

Tabela 4.4 – Comparativo entre os resultados da força axial de flambagem global elástica, N_e , obtidos pelos métodos aplicados em perfis Z e Z_a

PERFIL PRIMÁRIO:		Z simples				
b_{f1}/b_w	b_{f2}/b_{f1}	Método analítico	Método numérico			
			MFF		GBT	
		NBR 14762 (*)	CUFSM v.3.12	dif. (%)	GBTUL v.2.0	dif. (%)
1,0	1,0	15207,44	16708,98	8,99	15209,19	0,01
1,0	0,9	13989,78	15369,07	8,97	13991,41	0,01
1,0	0,8	12640,78	13877,92	8,91	12642,30	0,01
1,0	0,7	11044,92	12103,83	8,75	11046,35	0,01
1,0	0,6	9103,18	9937,72	8,40	9104,56	0,02
1,0	0,5	6912,56	7497,90	7,81	6913,99	0,02
0,5	1,0	3893,14	4278,90	9,02	3894,27	0,03
0,5	0,9	3433,93	3772,39	8,97	3435,05	0,03
0,5	0,8	2967,26	3253,81	8,81	2968,39	0,04
0,5	0,7	2509,13	2741,22	8,47	2510,27	0,05
0,5	0,6	2081,08	2259,47	7,90	2082,24	0,06
0,5	0,5	1707,59	1836,85	7,04	1708,79	0,07

Considerando $b_w = 100$ mm; $t = 1$ mm; $L = 4000$ mm; $D/b_w = 0,2$ (para perfis enrijecidos) e N_e em N.

(*) Solução analítica segundo a Equação [4.18] proposta na presente pesquisa, baseada na NBR 14762:2010

Tabela 4.5 – Comparativo entre os resultados da força axial de flambagem global elástica, N_e , obtidos pelos métodos aplicados em perfis U e U_{ea}

PERFIL PRIMÁRIO:		U enrijecido				
b_{f1}/b_w	b_{f2}/b_{f1}	Método analítico	Método numérico			
			MFF		GBT	
		NBR 14762 (*)	CUFSM v.3.12	dif. (%)	GBTUL v.2.0	dif. (%)
1,0	1,0	12124,09	13268,23	8,62	12126,39	0,02
1,0	0,9	11743,19	12846,11	8,59	11745,38	0,02
1,0	0,8	11184,89	12228,16	8,53	11186,97	0,02
1,0	0,7	10408,90	11369,90	8,45	10410,88	0,02
1,0	0,6	9374,78	10226,64	8,33	9376,69	0,02
1,0	0,5	8060,96	8774,70	8,13	8062,82	0,02
0,5	1,0	8442,90	9160,34	7,83	8444,11	0,01
0,5	0,9	8085,92	8765,08	7,75	8087,11	0,01
0,5	0,8	7393,31	8012,72	7,73	7394,57	0,02
0,5	0,7	6395,40	6929,93	7,71	6396,78	0,02
0,5	0,6	5288,46	5721,41	7,57	5289,93	0,03
0,5	0,5	4213,75	4542,63	7,24	4215,31	0,04

Considerando $b_w = 100$ mm; $t = 1$ mm; $L = 4000$ mm; $D/b_w = 0,2$ (para perfis enrijecidos) e N_e em N.

(*) Solução analítica segundo a Equação [4.18] proposta na presente pesquisa, baseada na NBR 14762:2010

Tabela 4.6 – Comparativo entre os resultados da força axial de flambagem global elástica, N_e , obtidos pelos métodos aplicados em perfis Z_e e Z_{ea}

PERFIL PRIMÁRIO:		Z enrijecido				
b_{f1}/b_w	b_{f2}/b_{f1}	Método analítico	Método numérico			
			MFF		GBT	
		NBR 14762 (*)	CUFSM v.3.12	dif. (%)	GBTUL v.2.0	dif. (%)
1,0	1,0	20930,41	22995,77	8,98	20928,51	0,01
1,0	0,9	19759,58	21708,13	8,98	19758,49	0,01
1,0	0,8	18529,23	20353,25	8,96	18528,08	0,01
1,0	0,7	17145,85	18824,55	8,92	17144,64	0,01
1,0	0,6	15430,88	16920,86	8,81	15429,70	0,01
1,0	0,5	13144,69	14375,30	8,56	13143,72	0,01
0,5	1,0	8459,16	9295,29	9,00	8458,88	0,00
0,5	0,9	7811,13	8582,16	8,98	7810,91	0,00
0,5	0,8	7117,93	7816,57	8,94	7117,78	0,00
0,5	0,7	6376,16	6994,25	8,84	6376,11	0,00
0,5	0,6	5589,29	6118,93	8,66	5589,38	0,00
0,5	0,5	4772,54	5207,86	8,36	4772,82	0,01

Considerando $b_w = 100$ mm; $t = 1$ mm; $L = 4000$ mm; $D/b_w = 0,2$ (para perfis enrijecidos) e N_e em N.

(*) Solução analítica segundo a Equação [4.18] proposta na presente pesquisa, baseada na NBR 14762:2010

Após análise dos resultados é possível afirmar que o método logrou êxito, pois, a diferença percentual ficou entre 6% e 9% para o programa CUFSM v.3.12, e abaixo de 0,1% para a solução identificada como “analítica” no programa GBTUL v.2.0, comprovando que a equação cúbica fornece solução bastante confiável. O Método de Cardano e Tartaglia é apenas uma ferramenta analítica que permite solucionar o problema de forma direta, evitando soluções por métodos numéricos. Esse recurso, expresso pela Equação [4.18], a nosso ver, tem utilidade para aplicações de engenharia:

$$N_e = 2 \cdot \sqrt{-\frac{p}{3}} \cos \left(\frac{1}{3} \arccos \left(-\frac{q}{2} \sqrt{-\frac{27}{p^3}} \right) + \frac{2\pi}{3} \right) - \frac{b}{3a} \quad [4.18]$$

Observa-se, ainda, que os resultados numéricos apresentados pelo programa CUFSM v.3.12 ficaram sempre acima dos obtidos analiticamente. Comparando-se com o programa GBTUL v.2.0 houve variação para mais e para menos, porém irrelevante e que, portanto, não compromete a segurança em um dimensionamento. Logo, conclui-se que o Método de Cardano e Tartaglia é de fácil aplicação e recomendado para situações de coluna de PFF de seção assimétrica sob compressão axial.

Capítulo 5

Flambagem Global de PFF com seção aberta na flexão oblíqua

No presente capítulo serão apresentados os resultados da análise da Flambagem Elástica das seções investigadas, segundo o modo de flambagem Global na flexão pura oblíqua. Trata-se, portanto, de flambagem lateral com torção de barras na flexão. Gráficos e tabelas auxiliam na compreensão das análises, sendo, ao final, apresentada equação generalizada para o cálculo do momento fletor de flambagem global elástica, aplicável a seções abertas sujeitas à flexão em torno de um eixo centroidal qualquer.

5.1 Flexão pura oblíqua

A presente seção abordará o modo Global sob flexão pura oblíqua. Novamente são apresentados os resultados obtidos da análise numérica com o auxílio do programa CUFSM v.3.12. Apesar do GBTUL v.2.0 ter apresentado resultados mais precisos, como visto no capítulo anterior, a opção em continuar fazendo uso do programa baseado no MFF se justifica pela rapidez na identificação dos modos críticos, como mencionado no Capítulo 3. O presente capítulo também apresenta uma expansão para a equação da norma responsável pelo cálculo do momento crítico global, sendo esta baseada na solução geral da Teoria da Estabilidade Elástica.

Os resultados que serão apresentados para o momento crítico global são referentes a perfis de comprimento longitudinal igual a 4000 mm e espessura t de 1 mm, sendo as análises efetuadas para o modo Global na forma “pura”, análogo ao que foi adotado no capítulo anterior. A flexão foi investigada considerando os dois sentidos de momento fletor aplicado à seção: Flexão A e Flexão B, como citado no Capítulo 3.

5.1.1 Flexão pura oblíqua: resultados da análise numérica

Os resultados da análise numérica que serão apresentados estão dispostos em tabelas e gráficos da tensão crítica σ_{cr} em função da relação b_{fl}/b_w . Os símbolos FA e FB utilizados referem-se aos casos da Flexão A e Flexão B, respectivamente.

Tabela 5.1 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFMSM v.3.12 para momento fletor de flambagem global elástica para perfis U e U_n, na Flexão A e Flexão B

MODO DE FLAMBAGEM:		Global					
PERFIL PRIMÁRIO:		U simples					
CARREGAMENTO:		Flexão A			Flexão B		
b _{f1} / b _w	b _{f2} / b _{f1}	W _c (mm ³)	σ _{cr} (MPa)	M _{cr} (N.mm)	W _c (mm ³)	σ _{cr} (MPa)	M _{cr} (N.mm)
1,0	1,0	11667	171,2	1997698,5	11667	171,2	1997698,5
1,0	0,9	10724	183,4	1966206,7	9535	161,9	1543874,3
1,0	0,8	9701	200,4	1944342,1	7906	146,1	1155078,7
1,0	0,7	8651	223,7	1934872,0	6645	125,0	830563,8
1,0	0,6	7624	254,4	1939255,0	5656	100,7	569508,4
1,0	0,5	6667	293,5	1956375,9	4872	75,9	369717,1
0,9	1,0	10667	142,4	1518935,5	10667	142,4	1518935,5
0,9	0,9	9835	152,6	1500615,0	8732	134,3	1172930,3
0,9	0,8	8927	166,7	1488044,1	7252	121,1	878558,2
0,9	0,7	7987	185,6	1482595,9	6105	103,9	634416,7
0,9	0,6	7061	210,3	1484670,4	5207	84,3	438899,9
0,9	0,5	6191	241,1	1492956,8	4496	64,4	289460,8
0,8	1,0	9667	116,1	1122050,6	9667	116,1	1122050,6
0,8	0,9	8944	124,3	1112037,0	7929	109,3	866958,3
0,8	0,8	8148	135,6	1105190,8	6597	98,7	651197,9
0,8	0,7	7317	150,6	1102034,2	5564	85,0	473188,8
0,8	0,6	6492	169,8	1102420,2	4757	69,6	331130,9
0,8	0,5	5712	193,5	1105141,1	4120	54,0	222620,4
0,7	1,0	8667	92,3	799984,5	8667	92,3	799984,5
0,7	0,9	8050	98,7	794806,3	7125	87,0	619646,5
0,7	0,8	7365	107,4	791166,7	5941	78,7	467820,8
0,7	0,7	6642	118,8	789136,2	5022	68,3	343057,1
0,7	0,6	5919	133,2	788364,5	4306	56,6	243724,3
0,7	0,5	5229	150,7	787902,3	3744	44,8	167836,4
0,6	1,0	7667	71,2	545561,5	7667	71,2	545561,5
0,6	0,9	7152	75,9	542882,2	6319	67,2	424790,4
0,6	0,8	6575	82,2	540793,9	5283	61,2	323443,1
0,6	0,7	5961	90,5	539183,3	4480	53,7	240368,6
0,6	0,6	5339	100,7	537703,4	3855	45,2	174292,3
0,6	0,5	4741	113,0	535713,0	3368	36,7	123750,7
0,5	1,0	6667	52,7	351425,3	6667	52,7	351425,3
0,5	0,9	6251	56,0	349805,7	5512	50,1	276215,2
0,5	0,8	5780	60,3	348293,5	4624	46,1	213195,4
0,5	0,7	5271	65,8	346753,1	3936	41,1	161571,2
0,5	0,6	4752	72,6	344942,1	3403	35,4	120478,1
0,5	0,5	4247	80,6	342501,2	2992	29,7	88964,8
0,4	1,0	5667	37,0	209927,9	5667	37,0	209927,9
0,4	0,9	5345	39,0	208605,3	4704	35,6	167656,7
0,4	0,8	4976	41,6	207207,3	3963	33,4	132203,9
0,4	0,7	4574	45,0	205650,6	3390	30,4	103106,4
0,4	0,6	4157	49,0	203818,0	2950	27,1	79871,2
0,4	0,5	3748	53,8	201563,5	2616	23,7	61972,7
0,3	1,0	4667	24,2	112930,5	4667	24,2	112930,5
0,3	0,9	4435	25,2	111627,9	3894	23,8	92575,9
0,3	0,8	4165	26,5	110246,3	3300	22,9	75424,3
0,3	0,7	3866	28,1	108765,7	2843	21,5	61268,3
0,3	0,6	3552	30,2	107163,7	2497	20,0	49890,6
0,3	0,5	3241	32,5	105418,9	2240	18,3	41063,7
0,2	1,0	3667	14,1	51516,7	3667	14,1	51516,7
0,2	0,9	3519	14,3	50313,1	3082	14,3	43933,2
0,2	0,8	3344	14,7	49107,9	2635	14,2	37475,7
0,2	0,7	3147	15,2	47917,4	2295	14,0	32088,9
0,2	0,6	2937	15,9	46758,8	2043	13,6	27714,5
0,2	0,5	2726	16,7	45650,6	1864	13,0	24288,5
0,1	1,0	2667	6,0	16129,3	2667	6,0	16129,3
0,1	0,9	2597	5,9	15403,7	2268	6,4	14461,4
0,1	0,8	2512	5,9	14731,0	1967	6,6	13019,2
0,1	0,7	2415	5,8	14123,1	1744	6,8	11801,4
0,1	0,6	2309	5,9	13590,2	1587	6,8	10804,1
0,1	0,5	2202	6,0	13140,2	1488	6,7	10020,1

W_c - Módulo de flexão elástica à compressão; b_w = 100 mm; t = 1 mm; L = 4000 mm; D/b_w = 0,2 (para perfis enrijecidos)

Tabela 5.2 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFMSM v.3.12 para momento fletor de flambagem global elástica para perfis Z e Z_a, na Flexão A e Flexão B

MODO DE FLAMBAGEM: Global							
PERFIL PRIMÁRIO: Z simples							
CARREGAMENTO:		Flexão A			Flexão B		
b _{f1} / b _w	b _{f2} / b _{f1}	W _c (mm ³)	σ _{cr} (MPa)	M _{cr} (N.mm)	W _c (mm ³)	σ _{cr} (MPa)	M _{cr} (N.mm)
-	-						
1,0	1,0	4167	473,6	1973282,9	4167	473,6	1973282,9
1,0	0,9	3989	533,0	2126112,1	4127	336,5	1388931,6
1,0	0,8	3850	586,0	2255692,0	4120	234,2	965076,9
1,0	0,7	3755	625,4	2348205,1	4139	159,6	660443,5
1,0	0,6	3707	646,3	2395650,4	4166	106,2	442529,3
1,0	0,5	3704	647,0	2396370,7	4167	69,1	287930,4
0,9	1,0	3917	381,9	1495675,9	3917	381,9	1495675,9
0,9	0,9	3756	422,2	1586063,3	3882	276,2	1072182,5
0,9	0,8	3631	457,8	1662282,8	3876	195,2	756614,3
0,9	0,7	3546	484,1	1716750,8	3893	134,7	524400,8
0,9	0,6	3504	497,9	1744529,0	3917	90,7	355365,7
0,9	0,5	3502	498,0	1743901,5	3917	59,8	234190,5
0,8	1,0	3667	300,1	1100188,1	3667	300,1	1100188,1
0,8	0,9	3524	326,5	1150550,2	3636	220,6	802138,2
0,8	0,8	3412	349,5	1192813,4	3632	158,2	574659,8
0,8	0,7	3337	366,4	1222973,0	3647	110,7	403713,7
0,8	0,6	3301	375,1	1238093,7	3668	75,6	277298,0
0,8	0,5	3300	374,8	1236735,7	3667	50,7	185813,4
0,7	1,0	3417	228,2	779793,7	3417	228,2	779793,7
0,7	0,9	3291	244,8	805761,8	3391	170,4	577724,3
0,7	0,8	3194	259,1	827463,6	3387	124,1	420248,7
0,7	0,7	3129	269,4	842872,7	3401	88,1	299726,7
0,7	0,6	3098	274,5	850316,8	3419	61,2	209363,0
0,7	0,5	3098	274,0	848736,9	3417	42,0	143432,7
0,6	1,0	3167	166,5	527369,7	3167	166,5	527369,7
0,6	0,9	3059	176,3	539385,2	3145	126,2	396984,1
0,6	0,8	2975	184,6	549387,9	3142	93,4	293559,6
0,6	0,7	2920	190,5	556404,2	3155	67,6	213179,9
0,6	0,6	2894	193,3	559532,6	3170	48,0	152217,0
0,6	0,5	2895	192,8	558079,4	3167	33,9	107449,8
0,5	1,0	2917	115,1	335641,0	2917	115,1	335641,0
0,5	0,9	2827	120,4	340302,8	2899	88,7	257073,2
0,5	0,8	2757	124,8	344159,3	2898	66,9	193845,0
0,5	0,7	2711	127,9	346778,1	2908	49,6	144095,7
0,5	0,6	2691	129,2	347712,9	2920	36,3	106025,8
0,5	0,5	2692	128,7	346564,6	2917	26,7	77948,5
0,4	1,0	2667	73,9	197073,9	2667	73,9	197073,9
0,4	0,9	2594	76,4	198255,2	2653	58,1	154230,6
0,4	0,8	2539	78,5	199203,2	2652	45,0	119361,2
0,4	0,7	2503	79,8	199752,1	2661	34,4	91668,8
0,4	0,6	2487	80,3	199713,0	2670	26,3	70346,4
0,4	0,5	2489	79,9	198895,3	2667	20,5	54593,0
0,3	1,0	2417	42,9	103644,1	2417	42,9	103644,1
0,3	0,9	2362	43,8	103398,7	2407	34,8	83654,0
0,3	0,8	2320	44,5	103147,7	2407	27,9	67241,8
0,3	0,7	2294	44,8	102849,2	2414	22,4	54118,6
0,3	0,6	2283	44,9	102448,0	2420	18,2	43977,3
0,3	0,5	2285	44,6	101877,3	2417	15,1	36490,4
0,2	1,0	2167	21,4	46348,9	2167	21,4	46348,9
0,2	0,9	2130	21,4	45651,5	2161	18,1	39190,2
0,2	0,8	2102	21,4	45020,1	2161	15,4	33261,2
0,2	0,7	2085	21,3	44460,3	2166	13,2	28488,9
0,2	0,6	2078	21,2	43970,8	2170	11,4	24789,1
0,2	0,5	2080	20,9	43540,8	2167	10,2	22061,5
0,1	1,0	1917	7,7	14720,4	1917	7,7	14720,4
0,1	0,9	1898	7,5	14150,4	1914	6,9	13206,1
0,1	0,8	1884	7,2	13648,0	1914	6,2	11933,3
0,1	0,7	1876	7,0	13221,5	1917	5,7	10896,3
0,1	0,6	1873	6,9	12875,5	1919	5,3	10086,3
0,1	0,5	1874	6,7	12609,5	1917	4,9	9486,6

W_c - Módulo de flexão elástica à compressão; b_w = 100 mm; t = 1 mm; L = 4000 mm; D/b_w = 0,2 (para perfis enrijecidos)

U e U_a - Modo Global - FA e FB

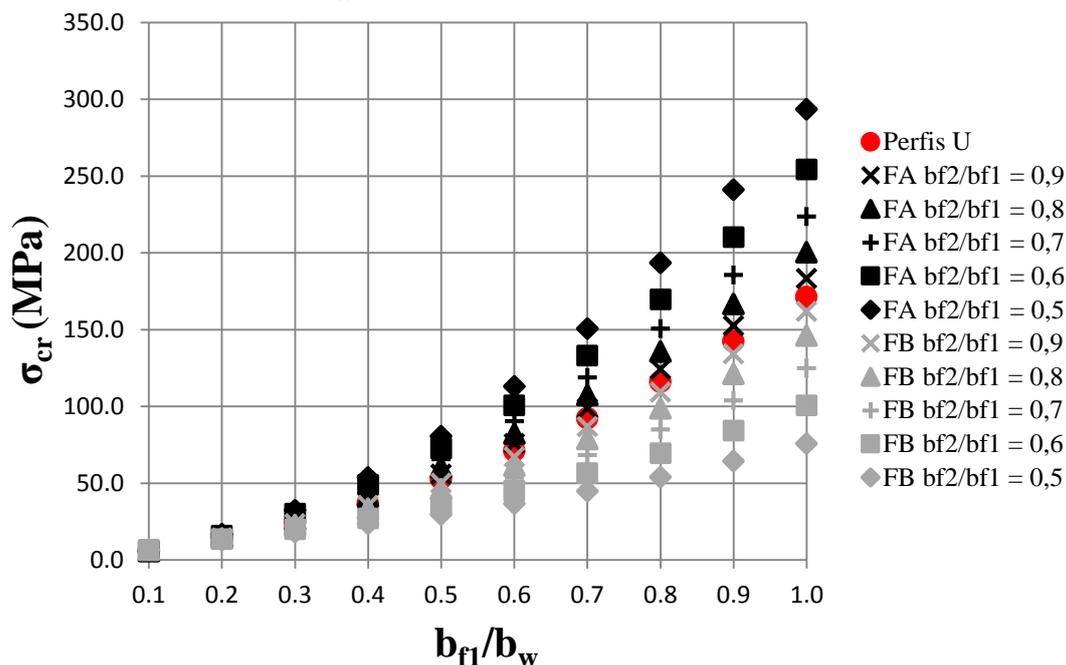


Figura 5.1 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para momento fletor de flambagem global elástica para perfis U e U_a, na Flexão A e Flexão B

Z e Z_a - Modo Global - FA e FB

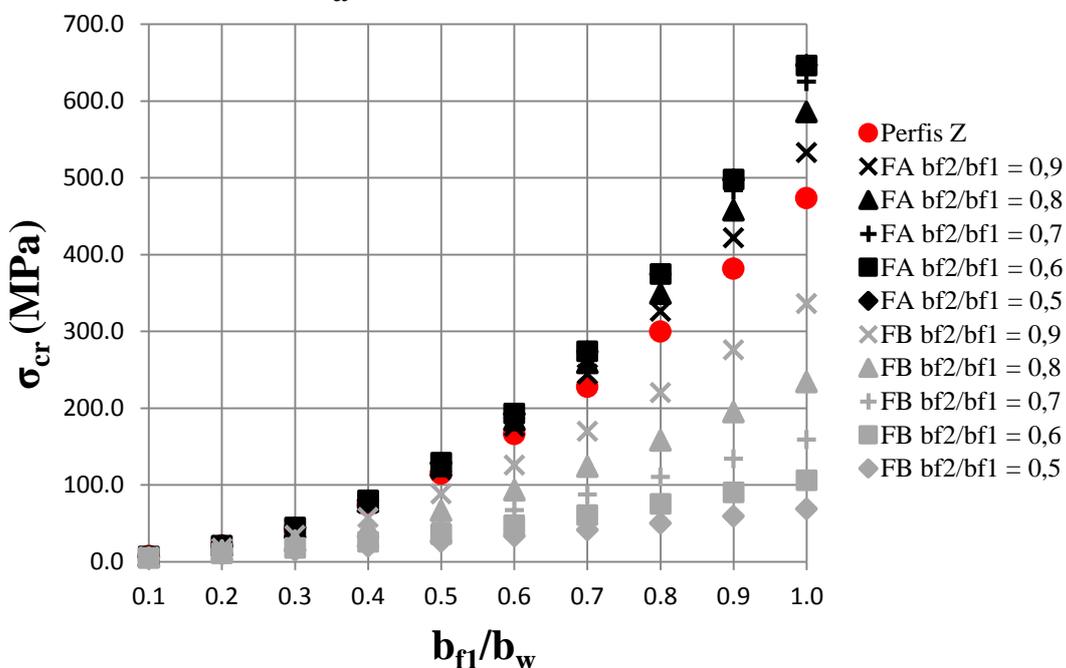


Figura 5.2 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para momento fletor de flambagem global elástica para perfis Z e Z_a, na Flexão A e Flexão B

Tabela 5.3 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFMSM v.3.12 para momento fletor de flambagem global elástica para perfis U_e e U_{ca} , na Flexão A e Flexão B

MODO DE FLAMBAGEM: Global							
PERFIL PRIMÁRIO: U enrijecido							
CARREGAMENTO:		Flexão A			Flexão B		
b_{f1} / b_w	b_{f2} / b_{f1}	W_c (mm ³)	σ_{cr} (MPa)	M_{cr} (N.mm)	W_c (mm ³)	σ_{cr} (MPa)	M_{cr} (N.mm)
-	-						
1,0	1,0	12973	268,9	3488608,5	12973	268,9	3488608,5
1,0	0,9	11994	283,9	3405072,3	11127	252,5	2809518,8
1,0	0,8	10948	304,7	3335610,5	9623	229,0	2203602,0
1,0	0,7	9878	332,6	3285095,7	8391	199,3	1672087,5
1,0	0,6	8826	369,1	3258052,0	7376	165,0	1217426,1
1,0	0,5	7832	415,9	3257605,8	6533	128,9	842134,5
0,9	1,0	11973	228,9	2740105,7	11973	228,9	2740105,7
0,9	0,9	11102	241,7	2683746,2	10315	213,9	2205953,4
0,9	0,8	10167	259,3	2636221,4	8956	193,4	1731720,2
0,9	0,7	9204	282,5	2600504,3	7838	168,1	1317598,3
0,9	0,6	8251	312,6	2579233,9	6914	139,5	964458,7
0,9	0,5	7344	350,5	2574041,2	6146	109,5	673128,9
0,8	1,0	10973	191,3	2099454,3	10973	191,3	2099454,3
0,8	0,9	10208	202,1	2062627,2	9500	178,0	1691024,4
0,8	0,8	9381	216,5	2031075,5	8286	160,5	1329817,4
0,8	0,7	8524	235,4	2006477,8	7282	139,4	1015479,0
0,8	0,6	7671	259,5	1990241,4	6450	116,0	748008,6
0,8	0,5	6851	289,5	1983088,9	5757	91,6	527325,9
0,7	1,0	9973	156,4	1559840,3	9973	156,4	1559840,3
0,7	0,9	9310	165,1	1536642,6	8684	144,9	1258307,1
0,7	0,8	8590	176,5	1516404,8	7614	130,3	992370,8
0,7	0,7	7839	191,4	1499981,9	6724	113,2	761478,1
0,7	0,6	7083	210,1	1488030,3	5984	94,5	565238,6
0,7	0,5	6352	233,1	1480772,5	5367	75,1	403183,6
0,6	1,0	8973	124,2	1114402,7	8973	124,2	1114402,7
0,6	0,9	8410	130,9	1100392,1	7865	114,6	901571,1
0,6	0,8	7794	139,6	1087917,5	6938	102,9	714156,2
0,6	0,7	7146	150,8	1077352,5	6162	89,5	551622,3
0,6	0,6	6488	164,7	1068937,6	5514	75,0	413489,2
0,6	0,5	5846	181,8	1062664,6	4974	60,2	299221,2
0,5	1,0	7973	94,8	756207,7	7973	94,8	756207,7
0,5	0,9	7505	99,7	748141,2	7043	87,3	614737,5
0,5	0,8	6991	106,0	740795,5	6258	78,3	490194,6
0,5	0,7	6444	113,9	734294,4	5597	68,3	382162,8
0,5	0,6	5885	123,8	728684,5	5041	57,6	290242,6
0,5	0,5	5332	135,8	723882,5	4578	46,7	213993,3
0,4	1,0	6973	68,6	478192,1	6973	68,6	478192,1
0,4	0,9	6598	71,8	473782,0	6218	63,0	391811,4
0,4	0,8	6181	76,0	469665,2	5573	56,6	315669,4
0,4	0,7	5734	81,2	465861,1	5026	49,6	249504,9
0,4	0,6	5271	87,7	462350,0	4564	42,3	193054,7
0,4	0,5	4808	95,5	459054,9	4178	34,9	146036,1
0,3	1,0	5973	45,7	273038,7	5973	45,7	273038,7
0,3	0,9	5685	47,6	270722,7	5388	42,1	226733,2
0,3	0,8	5363	50,1	268499,9	4883	38,0	185780,5
0,3	0,7	5014	53,1	266361,2	4449	33,7	150053,0
0,3	0,6	4646	56,9	264284,5	4081	29,3	119420,7
0,3	0,5	4273	61,4	262227,5	3773	24,8	93746,4
0,2	1,0	4973	26,7	132784,5	4973	26,7	132784,5
0,2	0,9	4769	27,6	131525,6	4553	24,8	112981,1
0,2	0,8	4537	28,7	130278,4	4184	22,8	95343,4
0,2	0,7	4281	30,1	129040,2	3863	20,7	79833,4
0,2	0,6	4007	31,9	127805,4	3589	18,5	66413,1
0,2	0,5	3723	34,0	126565,6	3361	16,4	55044,1
0,1	1,0	3973	11,9	47437,6	3973	11,9	47437,6
0,1	0,9	3847	12,1	46624,3	3710	11,4	42244,5
0,1	0,8	3700	12,4	45812,4	3474	10,8	37539,0
0,1	0,7	3534	12,7	45008,4	3266	10,2	33323,6
0,1	0,6	3351	13,2	44219,1	3086	9,6	29601,8
0,1	0,5	3156	13,8	43454,0	2937	9,0	26378,9

W_c - Módulo de flexão elástica à compressão; $b_w = 100$ mm; $t = 1$ mm; $L = 4000$ mm; $D/b_w = 0,2$ (para perfis enrijecidos)

Tabela 5.4 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFMSM v.3.12 para momento fletor de flambagem global elástica para perfis Z_c e Z_{ca} , na Flexão A e Flexão B

MODO DE FLAMBAGEM: Global							
PERFIL PRIMÁRIO: Z enrijecido							
CARREGAMENTO:		Flexão A			Flexão B		
b_{f1} / b_w	b_{f2} / b_{f1}	W_c (mm ³)	σ_{cr} (MPa)	M_{cr} (N.mm)	W_c (mm ³)	σ_{cr} (MPa)	M_{cr} (N.mm)
-	-						
1,0	1,0	4864	718,2	3493154,5	4864	718,2	3493154,5
1,0	0,9	4681	811,1	3796529,2	4811	529,7	2548154,2
1,0	0,8	4526	898,1	4064500,4	4781	386,7	1848460,1
1,0	0,7	4402	970,8	4273804,6	4770	279,1	1331292,7
1,0	0,6	4314	1022,1	4409305,5	4769	198,7	947756,9
1,0	0,5	4261	1048,0	4465752,5	4761	139,0	661685,5
0,9	1,0	4603	601,6	2769282,3	4603	601,6	2769282,3
0,9	0,9	4438	666,8	2959334,2	4555	453,3	2064753,2
0,9	0,8	4297	727,6	3126225,0	4527	337,2	1526377,1
0,9	0,7	4184	778,6	3257200,7	4515	247,4	1117000,1
0,9	0,6	4102	814,9	3342315,3	4513	178,6	805975,4
0,9	0,5	4051	834,1	3379313,2	4505	126,5	569737,1
0,8	1,0	4341	494,8	2148306,8	4341	494,8	2148306,8
0,8	0,9	4193	539,4	2261633,3	4298	380,4	1634943,1
0,8	0,8	4066	580,5	2360408,9	4271	288,3	1231343,1
0,8	0,7	3964	615,1	2438158,8	4260	215,0	916023,0
0,8	0,6	3888	640,4	2489720,9	4256	157,6	670835,1
0,8	0,5	3840	654,2	2512341,6	4249	113,2	481085,3
0,7	1,0	4077	398,0	1622956,3	4077	398,0	1622956,3
0,7	0,9	3947	427,3	1686464,2	4038	312,0	1259758,3
0,7	0,8	3834	454,3	1741548,9	4014	240,8	966455,6
0,7	0,7	3742	477,1	1784979,5	4002	182,8	731454,7
0,7	0,6	3673	493,9	1813986,5	3998	136,2	544554,0
0,7	0,5	3628	503,5	1826687,2	3991	99,5	397171,0
0,6	1,0	3811	311,4	1186629,7	3811	311,4	1186629,7
0,6	0,9	3697	329,8	1219434,9	3776	248,6	938981,3
0,6	0,8	3599	346,7	1247749,6	3754	195,5	734053,5
0,6	0,7	3517	361,1	1270045,9	3743	151,2	565919,6
0,6	0,6	3455	371,9	1284931,5	3738	114,8	429275,9
0,6	0,5	3413	378,3	1291338,5	3732	85,6	319427,9
0,5	1,0	3541	235,0	832185,2	3541	235,0	832185,2
0,5	0,9	3445	246,0	847306,9	3512	191,2	671549,6
0,5	0,8	3361	256,0	860284,2	3492	153,4	535566,7
0,5	0,7	3290	264,5	870444,1	3481	121,1	421497,4
0,5	0,6	3235	271,1	877141,8	3476	94,0	326801,2
0,5	0,5	3197	275,2	879811,3	3472	71,8	249154,9
0,4	1,0	3267	169,1	552578,7	3267	169,1	552578,7
0,4	0,9	3188	175,1	558410,6	3243	140,5	455491,3
0,4	0,8	3119	180,6	563360,0	3226	115,2	371523,6
0,4	0,7	3060	185,4	567165,0	3216	93,1	299558,0
0,4	0,6	3012	189,1	569566,8	3212	74,3	238507,5
0,4	0,5	2978	191,5	570298,6	3208	58,4	187409,1
0,3	1,0	2987	114,0	340614,2	2987	114,0	340614,2
0,3	0,9	2927	116,9	342185,0	2969	97,0	287946,8
0,3	0,8	2872	119,6	343470,8	2955	81,7	241393,3
0,3	0,7	2825	121,9	344384,9	2947	68,1	200637,4
0,3	0,6	2786	123,8	344845,8	2944	56,2	165283,0
0,3	0,5	2756	125,1	344754,3	2942	45,9	134976,6
0,2	1,0	2701	69,9	188855,5	2701	69,9	188855,5
0,2	0,9	2659	71,0	188876,6	2689	61,4	165135,8
0,2	0,8	2621	72,1	188839,4	2680	53,6	143689,7
0,2	0,7	2586	73,0	188727,9	2674	46,5	124428,1
0,2	0,6	2557	73,7	188523,6	2672	40,1	107267,7
0,2	0,5	2533	74,3	188204,9	2672	34,5	92120,7
0,1	1,0	2412	37,1	89394,1	2412	37,1	89394,1
0,1	0,9	2390	37,3	89119,0	2406	34,2	82281,3
0,1	0,8	2369	37,5	88842,4	2403	31,5	75640,9
0,1	0,7	2350	37,7	88564,1	2401	28,9	69463,8
0,1	0,6	2333	37,8	88283,6	2400	26,6	63744,6
0,1	0,5	2317	38,0	87999,4	2401	24,3	58472,7

W_c - Módulo de flexão elástica à compressão; $b_w = 100$ mm; $t = 1$ mm; $L = 4000$ mm; $D/b_w = 0,2$ (para perfis enrijecidos)

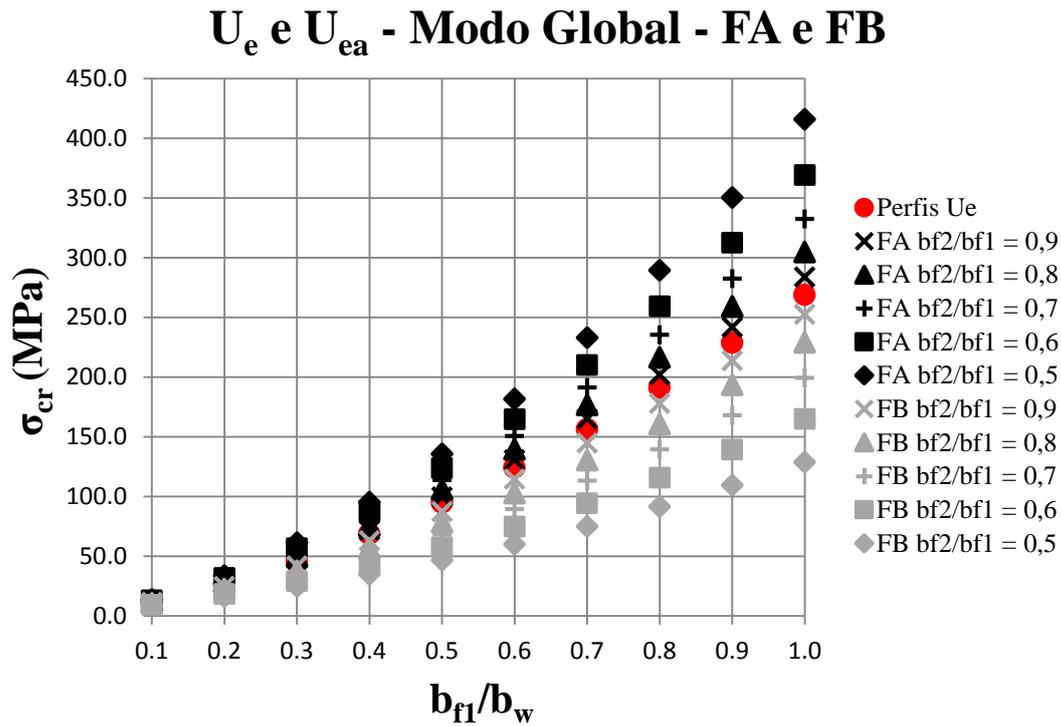


Figura 5.3 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para momento fletor de flambagem global elástica para perfis U_e e U_{ea} , na Flexão A e Flexão B

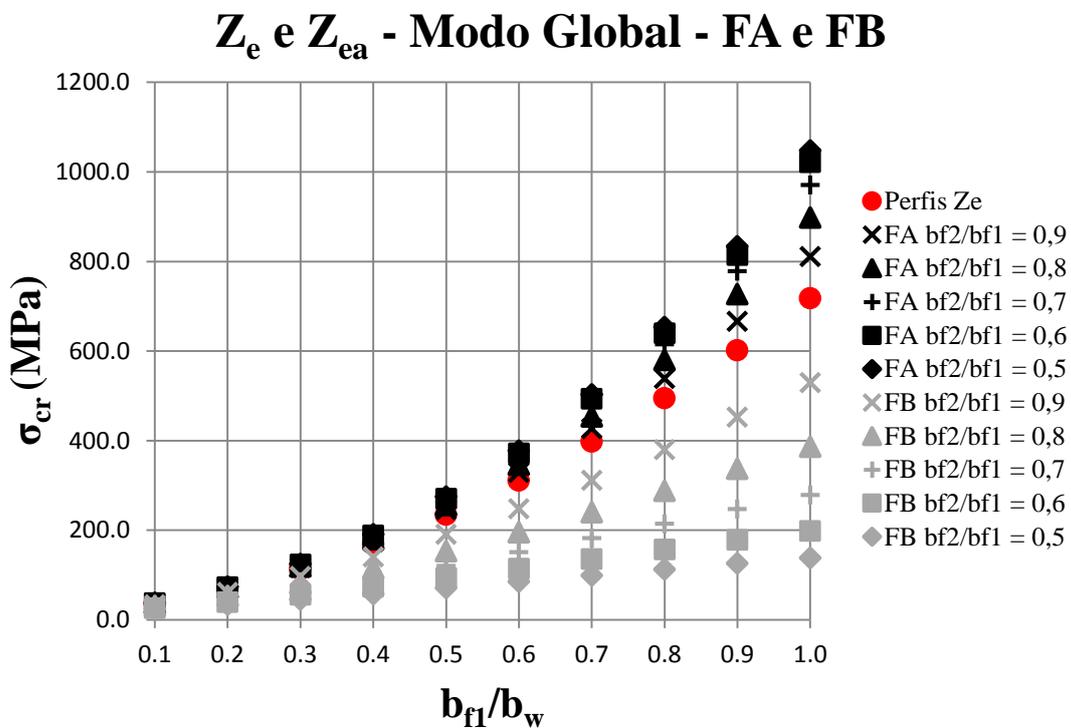


Figura 5.4 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para momento fletor de flambagem global elástica para perfis Z_e e Z_{ea} , na Flexão A e Flexão B

Dos resultados obtidos, destacam-se alguns pontos relevantes da análise:

- (i) Considerando a Flexão A e para uma mesma relação b_{f1}/b_w , percebe-se que as seções assimétricas apresentaram tensão crítica superior às seções primárias de origem, sendo as maiores assimetrias, isto é, de menor relação b_{f2}/b_{f1} , as mais eficientes. A interpretação é possível consultando os resultados apresentados em tabelas assim como as representações gráficas, nas quais a plotagem dos pontos de seção assimétrica, representados na cor preta, estão acima dos pontos das seções simétricas, representados na cor vermelha. A observação é válida para os quatro tipos de perfis investigados na pesquisa;
- (ii) Considerando a Flexão B e para uma mesma relação b_{f1}/b_w , percebe-se que as seções assimétricas apresentaram tensão crítica inferior às seções primárias de origem, sendo as maiores assimetrias, isto é, de menor relação b_{f2}/b_{f1} , as menos eficientes. Além das tabelas, os gráficos contribuem para a interpretação dos resultados, nos quais a plotagem dos pontos de seção assimétrica, representados na cor cinza, estão abaixo dos pontos das seções simétricas, representados na cor vermelha. A observação cabe aos quatro tipos de perfis investigados na pesquisa;
- (iii) Comparando-se os perfis monossimétricos com os perfis ponto-simétricos de uma mesma relação b_{f1}/b_w , inclusive as seções assimétricas derivadas de cada tipo de perfil, é possível afirmar que as seções ponto-simétricas Z apresentaram tensão crítica muito superior às seções monossimétricas U, sendo a observação válida para os perfis simples e enrijecidos. Conforme esperado, mais uma vez os perfis enrijecidos foram superiores aos perfis simples;
- (iv) Em se tratando do módulo de flexão elástica referente ao bordo comprimido da seção, W_c , as seções assimétricas investigadas apresentaram redução frente às seções simétricas, considerando os quatro tipos de perfis, simples e enrijecidos, e para ambos os sentidos de flexão analisados. Contudo, para uma mesma relação b_{f1}/b_w , a Flexão A ainda apresentou valores de momento crítico global elevado, devido às altas tensões críticas obtidas. Perceberam-se até valores acima do perfil de origem quando consideradas seções derivadas dos perfis ponto-

simétricos Z. Já para a Flexão B as seções assimétricas apresentaram momento crítico global muito inferior aos perfis simétricos de origem, sempre menos eficientes para as maiores assimetrias, ou seja, as menores relações para b_{f2}/b_{f1} .

5.1.2 Flexão pura oblíqua: resultados analíticos

A equação do momento crítico global, assim como exposto para o caso da força crítica na compressão axial, é resultado das formulações da Teoria da Estabilidade Elástica apresentadas por TIMOSHENKO e GERE (1961). Em seus estudos, os autores investigaram diversas condições de apoio e carregamento possíveis na análise da flambagem global de vigas, conhecida também como flambagem lateral com torção (FLT), devido à característica da deformada no momento da flambagem.

As análises sempre foram voltadas para as seções duplamente simétricas, monossimétricas ou ponto-simétricas, ficando ausente a investigação das assimétricas, o que é bastante compreensível do ponto de vista da prática da engenharia, em que a maioria dos casos trata de seções com algum tipo de simetria.

Adicionalmente, as formulações foram elaboradas para casos em que ocorre a flexão reta, isto é, o vetor momento fletor agindo na direção de um dos eixos principais de inércia da seção. Prova disto é a ausência de equações normatizadas, seja na NBR 14762:2010 ou normas estrangeiras, que abordam o tema das assimétricas ou da flexão oblíqua. A norma brasileira trata apenas as seções simétricas, para as quais as equações já foram lembradas no Capítulo 2, na seção 2.5. A origem destas equações será apresentada de forma breve a seguir.

A princípio, considere uma viga bi-apoiada, de comprimento L, sob momento fletor constante agindo em cada um dos eixos principais de inércia de sua seção, representados por M_1 e M_2 , conforme ilustrado na Figura 5.5. Ressalta-se que nos apoios o deslocamento no plano da seção (eixos x - y) é impedido. Portanto, a condição avaliada corresponde a um trecho de viga com movimentos de translação e rotação liberados em sua extensão, mas contida lateralmente nas extremidades, mantendo-se, assim, as mesmas condições adotadas pelas equações de cálculo presentes na NBR 14762:2010.

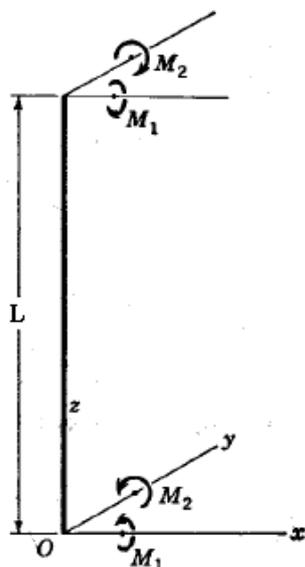


Figura 5.5 – Viga bi-apoiada solicitada pelos momentos M_1 e M_2 (TIMOSHENKO e GERE, 1961)

Outro fator importante a ser lembrado é que as equações normatizadas foram deduzidas para carregamento agindo na posição do centro de torção, mantendo-se essa condição na presente pesquisa. As equações podem ser empregadas também para casos de carregamento aplicado abaixo do centro de torção, tendendo assim a restaurar a posição original da barra, como por exemplo, carregamento gravitacional. Para casos de carregamento aplicado em posição desfavorável (acima do centro de torção) recomenda-se consultar bibliografia especializada, como ALLEN e BULSON (1980).

Logo, considerando novamente as equações diferenciais gerais da Teoria da Estabilidade Elástica, também adaptadas às nomenclaturas da norma brasileira, o fenômeno da flambagem lateral com torção na flexão pura é definido segundo o sistema formado pelas Equações [5.1], [5.2] e [5.3]. Para efeito das formulações que serão apresentadas, os eixos x e y representam, respectivamente, os eixos principais de inércia máximo e mínimo da seção. Como incógnitas, têm-se os momentos críticos globais M_1 e M_2 , referentes à flexão em torno dos eixos x e y , respectivamente.

$$EI_y \cdot \frac{d^4 u}{dz^4} - M_1 \cdot \frac{d^2 \phi}{dz^2} = 0 \quad [5.1]$$

$$EI_x \cdot \frac{d^4 v}{dz^4} - M_2 \cdot \frac{d^2 \phi}{dz^2} = 0 \quad [5.2]$$

$$EC_\omega \cdot \frac{d^4 \phi}{dz^4} - (GJ - M_1 \cdot \beta_1 - M_2 \cdot \beta_2) \cdot \frac{d^2 \phi}{dz^2} - M_1 \cdot \frac{d^2 u}{dz^2} + M_2 \cdot \frac{d^2 v}{dz^2} = 0 \quad [5.3]$$

Em relação aos termos apresentados, dois ainda não foram mencionados, porém introduzidos, e são fundamentais para o cálculo do momento crítico global. São os parâmetros geométricos da seção transversal β_1 e β_2 , empregados exclusivamente no cálculo da flambagem lateral com torção. O primeiro está relacionado ao eixo 1 (máximo) e o segundo ao eixo 2 (mínimo). O cálculo dos parâmetros, segundo TIMOSHENKO e GERE (1961), é definido pelas Equações [5.4] e [5.5] a seguir:

$$\beta_1 = \frac{1}{I_x} \left(\int_A y^3 dA + \int_A x^2 y dA \right) - 2y_0 \quad [5.4]$$

$$\beta_2 = \frac{1}{I_y} \left(\int_A x^3 dA + \int_A y^2 x dA \right) - 2x_0 \quad [5.5]$$

Apesar das equações diferenciais gerais levarem em conta os dois eixos principais da seção, TIMOSHENKO e GERE (1961) tratam apenas do caso particular da flexão em torno do eixo de inércia máximo, este designado por eixo 1, sendo possível provar que não há flambagem lateral com torção no caso de flexão segundo o eixo de inércia mínimo da seção. Logo, a M_2 é atribuído valor nulo, e as equações do sistema são simplificadas. A Equação [5.1] se mantém, enquanto a [5.2] desaparece e a [5.3] torna-se uma nova equação, destituída dos termos acompanhados por M_2 , tornando-se a Equação [5.6]:

$$EI_y \cdot \frac{d^4 u}{dz^4} - M_1 \cdot \frac{d^2 \phi}{dz^2} = 0 \quad [5.1]$$

$$EC_\omega \cdot \frac{d^4 \phi}{dz^4} - (GJ - M_1 \cdot \beta_1) \cdot \frac{d^2 \phi}{dz^2} - M_1 \cdot \frac{d^2 u}{dz^2} = 0 \quad [5.6]$$

Da mesma forma como visto para o caso da compressão axial, as equações de equilíbrio para a configuração deformada, representadas pelas Equações [5.1], [5.2] e [5.3], satisfazem qualquer condição de extremidade da barra, variando-se apenas quais soluções a adotar para as expressões de u , v e ϕ . Considerando as mesmas condições de extremidade impostas na análise da compressão axial, novamente as expressões para u e ϕ são tomadas como segue:

$$u = A_1 \cdot \text{sen} \frac{\pi z}{L}$$

$$\emptyset = A_3 \cdot \text{sen} \frac{\pi z}{L}$$

Substituindo as expressões apresentadas como solução para as Equações [5.1] e [5.6], as equações tornam-se, em função das constantes A_1 e A_3 , as Equações [5.7] e [5.8] a seguir:

$$\frac{\pi^2 \cdot EI_y}{L^2} \cdot A_1 + M_1 \cdot A_3 = 0 \quad [5.7]$$

$$M_1 \cdot A_1 + \left(\frac{\pi^2 \cdot EC_\omega}{L^2} + GJ - M_1 \cdot \beta_1 \right) \cdot A_3 = 0 \quad [5.8]$$

A solução para a qual o sistema possui as constantes A_1 e A_3 nulas é descartada de imediato, já que corresponde à configuração de equilíbrio indeformada. Portanto, interessa-nos a configuração de equilíbrio deformada associada ao modo de flambagem, sendo necessário obter a solução que corresponde ao determinante nulo do sistema formado pelas Equações [5.7] e [5.8], conduzindo a dois autovalores e autovetores associados, processo análogo ao adotado no capítulo anterior.

Diferente da compressão axial, onde apenas o menor dos autovalores tem importância em projeto, na flexão os dois autovalores têm relevância e significado físico. Cada autovalor representa um sentido oposto ao outro de flexão investigado para um mesmo eixo. Para prosseguir com as formulações, novamente a seguinte notação é introduzida, baseada na NBR 14762:2010:

$$N_{ey} = \frac{\pi^2 \cdot EI_y}{(K_y \cdot L_y)^2}$$

$$N_{ez} = \frac{1}{r_0^2} \cdot \left[\frac{\pi^2 \cdot EC_\omega}{(K_z \cdot L_z)^2} + GJ \right]$$

As Equações [5.7] e [5.8] passam a ser designadas, após substituição pelas expressões acima, segundo as Equações [5.9] e [5.10]:

$$N_{ey} \cdot A_1 + M_1 \cdot A_3 = 0 \quad [5.9]$$

$$M_1 \cdot A_1 + (r_0^2 \cdot N_{ez} - M_1 \cdot \beta_1) \cdot A_3 = 0 \quad [5.10]$$

Após a expansão do determinante e o mesmo tendo sido igualado a zero, a solução se apresenta segundo uma equação quadrática, que tem como incógnita o valor de M_e , o qual corresponde ao momento crítico global. Como se trata de um caso particular de flexão reta em torno do eixo de inércia máximo (eixo I), o mesmo está sendo referido por M_I , assim como foi adotado desde o início das formulações. Organizando-se os termos e colocando-os na forma geral de uma equação do segundo grau, representada por $ax^2 + bx + c = 0$, tem-se a Equação [5.11] seguinte:

$$M_1^2 + [N_{ey} \cdot \beta_1] M_1 - r_0^2 (N_{ey} \cdot N_{ez}) = 0 \quad [5.11]$$

A solução para uma equação quadrática é obtida facilmente aplicando-se o Método de Bhaskara. Logo, considerando uma equação qualquer em sua forma geral, como apresentado anteriormente, a Equação [5.12] representa o valor de x como sendo a incógnita procurada:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad [5.12]$$

Sendo assim, associando-se os termos da Equação [5.11] aos termos da forma geral de uma equação do segundo grau, é possível encontrar os valores de M_I simplesmente adotando-se a solução proposta pela Equação [5.12], em analogia à incógnita x . O resultado pode ser conferido em seguida, conforme a Equação [5.13].

$$M_1 = \frac{-N_{ey} \cdot \beta_1 \pm \sqrt{(N_{ey} \cdot \beta_1)^2 + 4 \cdot r_0^2 (N_{ey} \cdot N_{ez})}}{2} \quad [5.13]$$

A solução apresentada pela Equação [5.13] pode resultar em dois valores distintos ou iguais em módulo. Para o caso particular de um perfil simétrico, considerando flexão em torno do eixo de simetria e sendo este o de inércia máxima, o valor de β_I será nulo, o que vem a simplificar a equação e fornecer valores iguais em módulo. Portanto, o sinal de positivo ou negativo das respostas apenas distingue um sentido do outro (do vetor momento fletor aplicado), podendo ser desprezado.

Considerando a flexão em torno do eixo perpendicular ao eixo de simetria e sendo este o de inércia mínima, o parâmetro geométrico de flexão a ser utilizado passa a

ser o β_2 , e este não mais se anula. Logo, a equação de cálculo do momento crítico global se mantém e suas raízes serão distintas em valor absoluto. O mesmo acontece com a força axial de flexão que compõe a equação, passando de N_{ey} para N_{ex} . Portanto, o cálculo de M_2 é definido segundo a Equação [5.14]. Importante mencionar que a flexão em torno do eixo de inércia mínima não configura flambagem lateral com torção, entretanto, a equação que representa o valor de M_2 tem como origem as equações diferenciais da Teoria da Estabilidade Elástica apresentadas anteriormente.

$$M_2 = \frac{-N_{ex} \cdot \beta_2 \pm \sqrt{(N_{ex} \cdot \beta_2)^2 + 4 \cdot r_0^2 (N_{ex} \cdot N_{ez})}}{2} \quad [5.14]$$

As Equações [5.13] e [5.14] apresentadas na presente seção são equivalentes às mencionadas no Capítulo 2, designadas pelas Equações [2.10] e [2.11], respectivamente, representando a flexão em seções simétricas. As equações da NBR 14762:2010 estão simplificadas conforme o tipo de seção analisada e são aplicáveis a casos de flexão simples, enquanto as Equações [5.13] e [5.14] estão na forma generalizada para casos de flexão pura reta, isto é, estão sendo desconsiderados os fatores de modificação C_b e C_m adotados para casos de momento fletor não uniforme ao longo da barra, os quais configuram a flexão simples.

A proposta da presente investigação é permitir que o cálculo do momento fletor de flambagem global elástica não se restrinja a seções simétricas apenas e sob flexão reta, e sim para qualquer geometria de seções abertas, assim como flexão em torno de um eixo centroidal qualquer. Para isso, algumas proposições são enunciadas a seguir.

5.2 Equação generalizada para o cálculo do momento fletor de flambagem global elástica, M_e , para flexão em torno de um eixo qualquer em seções abertas

Considere uma seção transversal arbitrária, na qual age um momento fletor M_e aplicado na direção de um eixo qualquer, não necessariamente um dos eixos principais de inércia da seção. Conhecendo-se, ainda, a posição dos eixos principais, admita que a solicitação por M_e esteja defasada em um ângulo θ para com o eixo principal máximo, como apresenta a Figura 5.6. Para as formulações que serão apresentadas estão sendo considerados os eixos x e y como eixos principais de inércia máximo e mínimo da seção, respectivamente, análogo ao que foi apresentado na seção anterior.

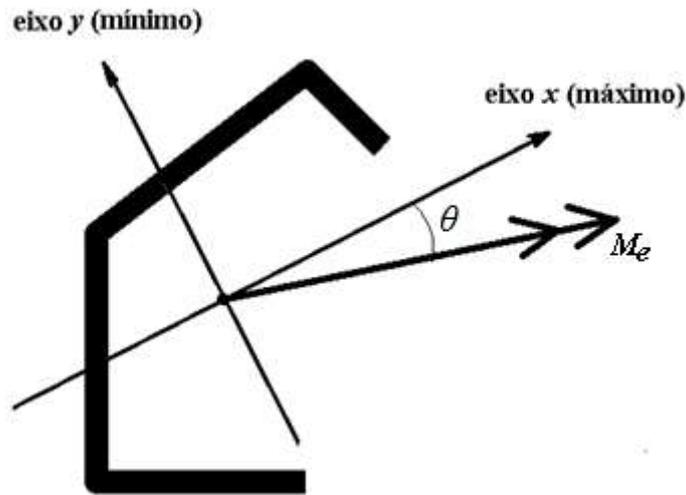


Figura 5.6 – Representação do vetor momento fletor M_e agindo em um eixo qualquer da seção transversal

É importante mencionar, ainda, que para efeito das equações que serão apresentadas, o ângulo θ deve ser tomado como positivo quando considerado o ângulo formado, em sentido anti-horário, partindo do vetor momento fletor aplicado à seção para o eixo principal máximo. Quando considerado em sentido horário, partindo-se também do vetor momento fletor para o eixo principal máximo, para que as formulações sejam também válidas, ao ângulo θ deve ser atribuído valor negativo.

O momento fletor é uma grandeza vetorial, o que permite sua decomposição em componentes nas direções dos eixos principais máximo (eixo 1) e mínimo (eixo 2), perpendiculares entre si. Sendo assim, o valor do momento crítico global M_e pode ser atribuído às suas componentes segundo as expressões:

$$M_1 = M_e \cdot \cos\theta$$

$$M_2 = M_e \cdot \sin\theta$$

As equações diferenciais gerais apresentadas por TIMOSHENKO e GERE (1961) ao início da seção 5.1.2, representadas pelas Equações [5.1], [5.2] e [5.3], são novamente introduzidas, fazendo-se a substituição dos termos M_1 e M_2 pelas expressões apresentadas anteriormente, as quais consideram apenas a incógnita M_e e o ângulo θ formado pela aplicação do momento com o eixo máximo. Logo, as Equações [5.15], [5.16] e [5.17] são definidas a seguir:

$$EI_y \cdot \frac{d^4u}{dz^4} - M_e \cdot \cos\theta \cdot \frac{d^2\phi}{dz^2} = 0 \quad [5.15]$$

$$EI_x \cdot \frac{d^4 v}{dz^4} - M_e \cdot \text{sen}\theta \cdot \frac{d^2 \phi}{dz^2} = 0 \quad [5.16]$$

$$EC_\omega \cdot \frac{d^4 \phi}{dz^4} - (GJ - M_e \cdot \text{cos}\theta \cdot \beta_1 - M_e \cdot \text{sen}\theta \cdot \beta_2) \cdot \frac{d^2 \phi}{dz^2} - M_e \cdot \text{cos}\theta \cdot \frac{d^2 u}{dz^2} + M_e \cdot \text{sen}\theta \cdot \frac{d^2 v}{dz^2} = 0 \quad [5.17]$$

Considerando condições de apoio e carregamento iguais ao caso da flexão reta tratada na seção anterior, todo o processo se repete de forma análoga, inclusive o uso das expressões para u , v e ϕ que satisfazem as equações diferenciais. Com isso, substituindo-as nas Equações [5.15], [5.16] e [5.17], e reorganizando-se os termos, estas se tornam as Equações [5.18], [5.19] e [5.20], apresentadas posteriormente:

$$\frac{\pi^2 \cdot EI_y}{L^2} \cdot A_1 + M_e \cdot \text{cos}\theta \cdot A_3 = 0 \quad [5.18]$$

$$\frac{\pi^2 \cdot EI_x}{L^2} \cdot A_2 - M_e \cdot \text{sen}\theta \cdot A_3 = 0 \quad [5.19]$$

$$M_e \cdot \text{cos}\theta \cdot A_1 - M_e \cdot \text{sen}\theta \cdot A_2 + \left(\frac{\pi^2 \cdot EC_\omega}{L^2} + GJ - M_e \cdot \text{cos}\theta \cdot \beta_1 - M_e \cdot \text{sen}\theta \cdot \beta_2 \right) \cdot A_3 = 0 \quad [5.20]$$

Adotando-se mais uma vez as notações da NBR 14762:2010, de expressões conhecidas como N_{ex} , N_{ey} e N_{ez} , as equações anteriores simplificam-se e passam a ser designadas conforme as Equações [5.21], [5.22] e [5.23]:

$$N_{ey} \cdot A_1 + M_e \cdot \text{cos}\theta \cdot A_3 = 0 \quad [5.21]$$

$$N_{ex} \cdot A_2 - M_e \cdot \text{sen}\theta \cdot A_3 = 0 \quad [5.22]$$

$$M_e \cdot \text{cos}\theta \cdot A_1 - M_e \cdot \text{sen}\theta \cdot A_2 + (r_0^2 \cdot N_{ez} - M_e \cdot \text{cos}\theta \cdot \beta_1 - M_e \cdot \text{sen}\theta \cdot \beta_2) \cdot A_3 = 0 \quad [5.23]$$

Novamente as constantes A_1 , A_2 e A_3 não podem se anular simultaneamente, considerando a configuração deformada associada à flambagem, sendo necessário, portanto, encontrar o determinante do sistema e igualá-lo a zero. Logo após, expandindo e organizando os termos do determinante, obtém-se a Equação [5.24] seguinte:

$$[N_{ex} \cdot \text{cos}^2\theta + N_{ey} \cdot \text{sen}^2\theta] M_e^2 + [N_{ex} \cdot N_{ey} (\text{cos}\theta \cdot \beta_1 + \text{sen}\theta \cdot \beta_2)] M_e - r_0^2 (N_{ex} \cdot N_{ey} \cdot N_{ez}) = 0 \quad [5.24]$$

Nota-se que, diferente das soluções apresentadas pelas Equações [5.13] e [5.14], adotadas na flexão reta e as quais consideram apenas uma das forças axiais de flexão e um dos parâmetros β segundo o eixo principal solicitado, a equação generalizada obtida

em [5.24] abrange todos os termos e é aplicável a qualquer eixo de inércia, desde que conhecido o ângulo θ formado pelo vetor momento fletor solicitante e o eixo máximo.

Para a solução da equação quadrática apresentada em [5.24] recorre-se mais uma vez ao Método de Bhaskara. Logo, é importante identificar e separar os coeficientes a , b e c da equação segundo a forma geral de uma equação do segundo grau, os quais são descritos a seguir:

$$a = [N_{ex} \cdot \cos^2\theta + N_{ey} \cdot \sin^2\theta]$$

$$b = [N_{ex} \cdot N_{ey} (\cos\theta \cdot \beta_1 + \sin\theta \cdot \beta_2)]$$

$$c = -r_0^2 (N_{ex} \cdot N_{ey} \cdot N_{ez})$$

Portanto, substituindo-se os coeficientes apresentados diretamente na Equação [5.12] obtêm-se os respectivos valores para o momento crítico global, M_e , onde cada resposta corresponde a um sentido de flexão para uma mesma direção solicitada. Lembrando, mais uma vez, que os valores obtidos apresentarão sinais contrários unicamente para distinguir um sentido de flexão do outro, sem que isso afete seu uso para aplicações práticas, visto que, para aplicação prática, importa o valor absoluto do momento fletor de flambagem global elástica, não tendo significado físico considerar a solução como positiva ou negativa.

A Equação [5.24] satisfaz casos de flexão oblíqua assim como da flexão reta, que aplicada à condição imposta de se conhecer o ângulo formado entre a direção do momento fletor solicitante e do eixo principal máximo, basta considerar o valor de θ como 0° para a flexão em torno do eixo máximo e 90° para a flexão em torno do eixo mínimo. Adotando-se esses valores de θ , alguns termos simplificam, fazendo com que a equação generalizada assumo o mesmo aspecto visto para as Equações [5.13] e [5.14].

Entre os termos considerados na Equação [5.24], os parâmetros β_1 e β_2 , definidos pelas Equações [5.4] e [5.5], são aqueles que podem gerar um pouco mais de dificuldade para serem obtidos. Afinal, são utilizados apenas para o caso específico da FLT. Esses parâmetros são equivalentes ao parâmetro j constante do Anexo E da NBR 14762:2010, adotado para casos de flexão, em regime elástico, em perfis monossimétricos em torno do eixo perpendicular ao eixo de simetria. O parâmetro β é

igual ao dobro de j , mas, apesar da diferença na obtenção desses fatores, assim como da própria equação definida para o cálculo de M_e , o resultado final é o mesmo, seja pela Equação [5.24] da presente pesquisa ou pela norma brasileira.

O cálculo dos parâmetros β envolve propriedades geométricas, como os momentos principais de inércia da seção, a posição dos eixos principais e do centro de torção CT . Portanto, é um parâmetro geométrico específico e particular de cada seção transversal. TIMOSHENKO e GERE (1961) introduzem a notação, no entanto, sem aprofundar quanto a sua origem. A presente investigação possibilitou algumas observações acerca de seu cálculo, que serão expressas a seguir:

- O valor de β_1 está inteiramente ligado ao eixo principal máximo, denominado eixo 1, assim como β_2 está relacionado ao eixo principal mínimo, denominado eixo 2. Da mesma forma, a distância do centro de torção CT em relação aos eixos principais máximo e mínimo afeta diretamente os valores dos parâmetros β_1 e β_2 , respectivamente;
- A posição do centróide C e do centro de torção CT , considerando seções de geometrias iguais e espessuras diferentes, é invariável. Esta suposição é válida para perfis de paredes delgadas e quando as referências são tomadas com base na linha média dos elementos. Logo, os parâmetros β_1 e β_2 de determinada seção serão iguais aos de seções de mesma geometria, mesmo que a espessura dos elementos seja diferente;
- Os parâmetros β_1 e β_2 de determinada seção são invariáveis considerando seus valores absolutos. Com relação ao sinal, estes termos podem assumir valor positivo ou negativo, condição esta que dependerá da orientação da seção no plano adotado para o cálculo dos parâmetros. Contudo, a solução para o momento crítico global não se altera, desde que o cálculo dos demais termos da equação para M_e esteja em conformidade com o plano no qual a seção se encontra;
- O valor do parâmetro β se aproxima de zero à medida que o centro de torção CT está mais próximo do eixo de referência, ou seja, β_1 será igual a zero caso o centro de torção CT esteja localizado exatamente sobre o eixo 1, assim como β_2 é nulo quando o centro de torção CT está localizado sobre o eixo 2.

Considere novamente a Equação [5.24], a qual permite investigar a flexão em torno de um eixo qualquer da seção e fornece como resposta dois valores, os quais representam os dois sentidos de momento fletor aplicado para uma mesma direção. Quando se trata de flexão em perfis ponto-simétricos, independente do eixo de solicitação, ou perfis monossimétricos, estes para a flexão em torno do eixo de simetria, os valores obtidos serão iguais em módulo, ou seja, o sentido do momento fletor aplicado não afeta a solução. Entretanto, para seções assimétricas de geometria qualquer é necessário fazer a distinção das soluções para que se possa identificar qual delas refere-se ao sentido de flexão analisado.

Para a presente pesquisa, considerando a Flexão A e Flexão B investigadas para os quatro tipos de perfis primários analisados e seus derivados de seção assimétrica, tomou-se como referência para a classificação a posição do centro de torção CT em relação ao seu estado de tensão normal. Além disso, observando-se os resultados, notou-se que quando o centro de torção CT está comprimido, a tensão crítica é associada à maior das soluções, assim como para o centro de torção CT tracionado resulta na menor das soluções. Em um primeiro momento, é possível admitir que o estado de tensão em que se encontra o centro de torção CT define a escolha entre as soluções da Equação [5.24]. Essa ideia se fortalece quando consideramos os perfis monossimétricos e ponto-simétricos abordados na pesquisa, já que em ambos os casos o centro de torção CT encontra-se sobre a linha neutra, fornecendo valores iguais para a Flexão A e Flexão B.

Baseando-se nas informações apresentadas seria possível afirmar, então, sobre as soluções da Equação [5.24]: a solução de maior valor absoluto corresponde ao centro de torção CT comprimido; a solução de menor valor absoluto corresponde ao centro de torção CT tracionado; e soluções iguais em valor absoluto correspondem ao centro de torção CT sob tensão nula (posicionado sobre a linha neutra). Apesar de parecer óbvio diante dos resultados apresentados, as afirmações não podem ser generalizadas, como será demonstrado a seguir, adotando-se para isso um contraexemplo.

Considere a seção assimétrica de relações $b_{f1}/b_w = 1,0$ e $b_{f2}/b_{f1} = 0,5$, sendo esta derivada de uma seção ponto-simétrica Z simples, idêntica a uma das seções analisadas na presente pesquisa. Diferente do que foi abordado para todas as seções, quando se considerou a flexão em torno do eixo perpendicular à alma, para este contraexemplo

investigou-se um ângulo θ para o qual a linha neutra, sob flexão oblíqua, coincidissem com a posição do centro de torção CT da seção, como ilustrado na Figura 5.7.

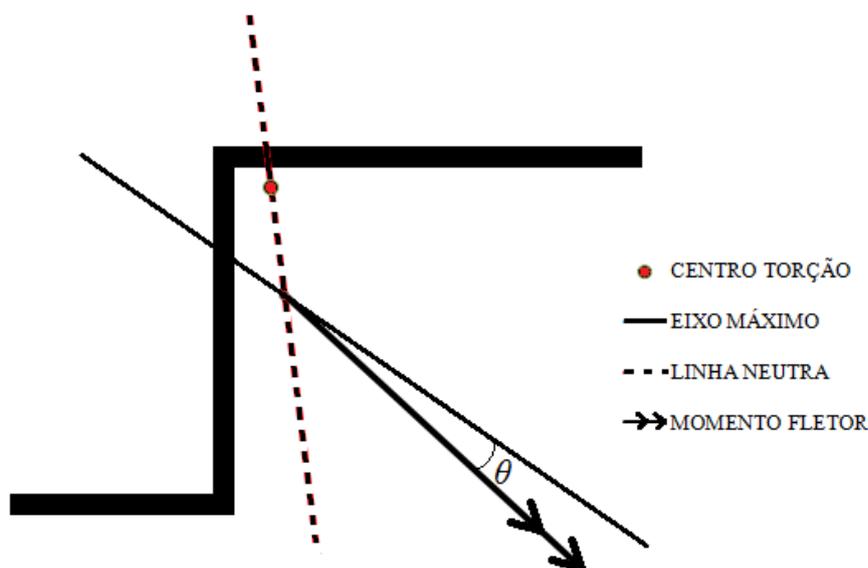


Figura 5.7 – Flexão oblíqua em seção assimétrica resultando no centro de torção CT posicionado sobre a linha neutra

O ângulo θ encontrado foi de aproximadamente $8,17^\circ$. Adotando-se a Equação [5.24], foram obtidos valores distintos para o momento crítico global segundo os dois sentidos de flexão investigados. Do mesmo modo, devido à geometria assimétrica da seção, o módulo de flexão elástica referente ao bordo comprimido da seção W_c difere para cada sentido de flexão analisado. Em seguida, investigou-se ainda a tensão crítica para cada caso, e os resultados apresentados demonstraram novamente diferença entre as soluções. Logo, conclui-se que o centro de torção CT sob tensão nula não condiciona a valores críticos iguais para qualquer que seja a situação.

Explorando, ainda, a Equação [5.24], é possível demonstrar, matematicamente, que a condição necessária para que sejam obtidos momentos críticos global iguais, independente do sentido de flexão investigado, também não é restrita às seções monossimétricas (quando fletidas em torno do eixo de simetria) ou ponto-simétricas. Para isso, considere novamente os termos a , b e c que compõem a equação generalizada, em sua forma geral de uma equação quadrática:

$$a = [N_{ex} \cdot \cos^2\theta + N_{ey} \cdot \sin^2\theta]$$

$$b = [N_{ex} \cdot N_{ey} (\cos\theta \cdot \beta_1 + \sin\theta \cdot \beta_2)]$$

$$c = -r_0^2(N_{ex} \cdot N_{ey} \cdot N_{ez})$$

Analisando a equação geral do tipo $ax^2 + bx + c = 0$, e a solução segundo o Método de Bhaskara, apresentada na presente pesquisa pela Equação [5.12], a possibilidade para que se tenham duas raízes iguais em módulo ocorre somente para a condição $b = 0$ (considerando $a \neq 0$ e de sinal contrário ao do coeficiente c).

De acordo com os termos que compõem os coeficientes da Equação [5.24], é possível afirmar que a e c sempre serão positivo e negativo, respectivamente, pois os termos N_{ex} , N_{ey} e N_{ez} sempre serão positivos, assim como qualquer termo elevado ao quadrado, casos do raio de giração polar r_0 e dos termos trigonométricos $\cos\theta$ e $\sin\theta$. Logo, a condição inicial está atendida, restando apenas que o coeficiente b seja igual a zero. Como os termos N_{ex} e N_{ey} nunca serão nulos, como foi mencionado, tem-se a seguinte expressão a ser satisfeita:

$$(\cos\theta \cdot \beta_1 + \sin\theta \cdot \beta_2) = 0$$

Diante da expressão apresentada, aplicando-se uma simples manipulação algébrica, é possível definir um valor para o ângulo θ em função dos parâmetros geométricos de flexão da seção, β_1 e β_2 , o qual fornecerá valores iguais para o momento crítico global, independente do sentido de flexão e da geometria da seção. Logo, a Equação [5.25] fica definida como segue:

$$\theta = \arctg\left(-\frac{\beta_1}{\beta_2}\right) \quad [5.25]$$

Adicionalmente à Equação [5.25], devem ser lembrados os casos especiais para os quais se obtêm valores iguais para o momento crítico global considerando ambos os sentidos de flexão para um mesmo eixo, porém matematicamente indefinido ou indeterminado quando feita a substituição dos parâmetros β_1 e β_2 na Equação [5.25]:

- θ é igual a 90° para perfis monossimétricos onde o eixo de simetria corresponde ao eixo de inércia mínimo da seção, sendo $\beta_1 \neq 0$ e $\beta_2 = 0$;
- θ pode ser qualquer valor para perfis duplamente simétricos ou pontosimétricos, sendo $\beta_1 = 0$ e $\beta_2 = 0$.

Assim como foi possível verificar que o centro de torção CT sob tensão nula não garante, de forma absolutamente genérica, valores iguais de momento crítico global considerando a flexão em sentidos opostos, pôde-se provar também, adotando-se o mesmo exemplo da seção assimétrica da Figura 5.7, que o centro de torção CT sob compressão ou tração não assegura valores distintos para o momento crítico global. Para isso, adotou-se a Equação [5.25], e o valor do ângulo θ é igual a $20,79^\circ$, o qual forneceu valores iguais de momento crítico global para ambos os sentidos de flexão, estando o centro de torção CT sob compressão ou tração, como apresenta a Figura 5.8.

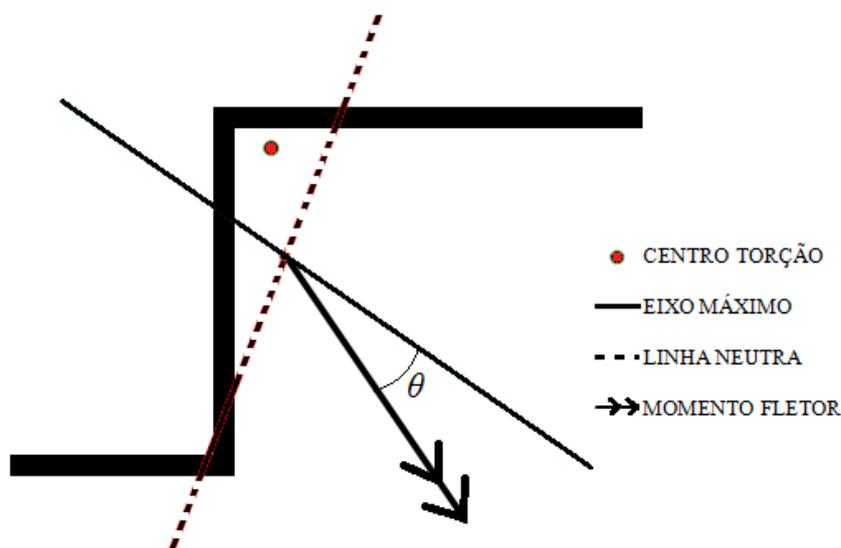


Figura 5.8 – Flexão oblíqua em seção assimétrica resultando valores iguais de momento crítico global para ambos os sentidos de flexão investigados

Para as seções adotadas na presente pesquisa foi possível identificar as soluções apresentadas pela Equação [5.24], de acordo com o sentido de flexão analisado, unicamente pela comparação com os resultados obtidos pela análise numérica do programa computacional CUFSM v.3.12. Sem este recurso, diante das investigações apresentadas, seria impossível definir qual das soluções da equação generalizada está associada à flexão em análise, considerando seções assimétricas. Para seções monossimétricas, considerando a flexão em torno do eixo perpendicular ao eixo de simetria (caso este em que as soluções para os dois sentidos de flexão são distintas), a norma brasileira impõe condições para que as equações possam ser aplicadas. Como a proposta da pesquisa é atender a todo tipo de seção, inclusive assimétricas, um estudo maior ou a imposição de condições para a aplicação da Equação [5.24] talvez fosse necessário e o mais indicado.

5.3 Comparativo entre os resultados do momento fletor de flambagem global elástica, M_e , obtidos pelos métodos aplicados às seções investigadas

Após a definição de uma equação generalizada para o cálculo do momento crítico global, designada pela Equação [5.24], foi necessária uma validação numérica, assim como empregado na verificação da equação direta para o cálculo da compressão axial, a fim de garantir e comprovar a eficiência da solução proposta na presente pesquisa. Para isso, novamente os resultados analíticos foram comparados aos resultados numéricos dos programas computacionais CUFSM v.3.12 e GBTUL v.2.0. Mais uma vez as relações $b_{f1}/b_w = 1,0$ e $0,5$ foram escolhidas para comparação, considerando os quatro tipos de perfis primários.

Considerando para um mesmo eixo os dois sentidos de flexão investigados na presente pesquisa, designados por Flexão A e Flexão B, optou-se por escolher apenas um deles para validação, sendo este a Flexão A, já que as soluções analíticas partem de uma mesma equação e, portanto, não estendendo assim o conteúdo desta dissertação. Os resultados da comparação são apresentados segundo as Tabelas 5.5, 5.6, 5.7 e 5.8.

Tabela 5.5 – Comparativo entre os resultados do momento fletor de flambagem global elástica, M_e , obtidos pelos métodos aplicados em perfis U e U_a na Flexão A

PERFIL PRIMÁRIO:		U simples				
b_{f1}/b_w	b_{f2}/b_{f1}	Método analítico	Método numérico			
			MFF		GBT	
		Est. Elástica (*)	CUFSM v.3.12	dif. (%)	GBTUL v.2.0	dif. (%)
1,0	1,0	1826615,70	1997698,51	8,56	1826892,40	0,02
1,0	0,9	1797622,84	1966206,73	8,57	1796192,50	0,08
1,0	0,8	1777382,58	1944342,06	8,59	1779383,60	0,11
1,0	0,7	1768390,75	1934871,95	8,60	1768090,40	0,02
1,0	0,6	1771952,99	1939255,02	8,63	1771860,70	0,01
1,0	0,5	1787041,74	1956375,93	8,66	1787285,30	0,01
0,5	1,0	324402,87	351425,34	7,69	324464,48	0,02
0,5	0,9	322727,80	349805,73	7,74	323083,12	0,11
0,5	0,8	321137,96	348293,53	7,80	321223,06	0,03
0,5	0,7	319511,84	346753,14	7,86	319451,44	0,02
0,5	0,6	317634,14	344942,15	7,92	317909,04	0,09
0,5	0,5	315187,02	342501,20	7,97	315209,58	0,01

Considerando $b_w = 100$ mm; $t = 1$ mm; $L = 4000$ mm; $D/b_w = 0,2$ (para perfis enrijecidos) e M_e em N.mm.

(*) Solução analítica segundo a Equação [5.24] proposta na presente pesquisa, baseada na Estabilidade Elástica

Tabela 5.6 – Comparativo entre os resultados do momento fletor de flambagem global elástica, M_e , obtidos pelos métodos aplicados em perfis Z e Z_a na Flexão A

PERFIL PRIMÁRIO:		Z simples				
b_{f1}/b_w	b_{f2}/b_{f1}	Método analítico	Método numérico			
			MFF		GBT	
		Est. Elástica (*)	CUFSM v.3.12	dif. (%)	GBTUL v.2.0	dif. (%)
1,0	1,0	1801680,75	1973282,93	8,70	1802056,60	0,02
1,0	0,9	1940478,42	2126112,07	8,73	1940348,20	0,01
1,0	0,8	2058032,41	2255691,97	8,76	2059239,90	0,06
1,0	0,7	2141854,53	2348205,15	8,79	2141112,90	0,03
1,0	0,6	2184733,34	2395650,37	8,80	2186416,20	0,08
1,0	0,5	2185196,89	2396370,74	8,81	2185023,90	0,01
0,5	1,0	308774,87	335640,96	8,00	308789,30	0,00
0,5	0,9	312885,40	340302,82	8,06	312915,97	0,01
0,5	0,8	316267,06	344159,28	8,10	316326,68	0,02
0,5	0,7	318535,41	346778,14	8,14	318613,93	0,02
0,5	0,6	319293,87	347712,92	8,17	319297,42	0,00
0,5	0,5	318186,49	346564,62	8,19	318197,34	0,00

Considerando $b_w = 100$ mm; $t = 1$ mm; $L = 4000$ mm; $D/b_w = 0,2$ (para perfis enrijecidos) e M_e em N.mm.

(*) Solução analítica segundo a Equação [5.24] proposta na presente pesquisa, baseada na Estabilidade Elástica

Tabela 5.7 – Comparativo entre os resultados do momento fletor de flambagem global elástica, M_e , obtidos pelos métodos aplicados em perfis U_e e U_{ea} na Flexão A

PERFIL PRIMÁRIO:		U enrijecido				
b_{f1}/b_w	b_{f2}/b_{f1}	Método analítico	Método numérico			
			MFF		GBT	
		Est. Elástica (*)	CUFSM v.3.12	dif. (%)	GBTUL v.2.0	dif. (%)
1,0	1,0	3184653,80	3488608,46	8,71	3184958,80	0,01
1,0	0,9	3108201,64	3405072,29	8,72	3109246,30	0,03
1,0	0,8	3044579,70	3335610,47	8,72	3044017,60	0,02
1,0	0,7	2998212,75	3285095,67	8,73	2999695,30	0,05
1,0	0,6	2973199,82	3258052,04	8,74	2973381,10	0,01
1,0	0,5	2972359,33	3257605,78	8,76	2971453,20	0,03
0,5	1,0	693161,99	756207,67	8,34	693251,44	0,01
0,5	0,9	685672,70	748141,25	8,35	685630,21	0,01
0,5	0,8	678836,95	740795,51	8,36	678954,24	0,02
0,5	0,7	672766,33	734294,37	8,38	672532,88	0,03
0,5	0,6	667501,63	728684,47	8,40	666966,78	0,08
0,5	0,5	662965,89	723882,53	8,42	663400,08	0,07

Considerando $b_w = 100$ mm; $t = 1$ mm; $L = 4000$ mm; $D/b_w = 0,2$ (para perfis enrijecidos) e M_e em N.mm.

(*) Solução analítica segundo a Equação [5.24] proposta na presente pesquisa, baseada na Estabilidade Elástica

Tabela 5.8 – Comparativo entre os resultados do momento fletor de flambagem global elástica, M_e , obtidos pelos métodos aplicados em perfis Z_c e Z_{ca} na Flexão A

PERFIL PRIMÁRIO:		Z enrijecido				
b_{f1}/b_w	b_{f2}/b_{f1}	Método analítico	Método numérico			
			MFF		GBT	
		Est. Elástica (*)	CUFSM v.3.12	dif. (%)	GBTUL v.2.0	dif. (%)
1,0	1,0	3185345,81	3493154,50	8,81	3186355,10	0,03
1,0	0,9	3461333,74	3796529,22	8,83	3464542,40	0,09
1,0	0,8	3704793,25	4064500,45	8,85	3706694,70	0,05
1,0	0,7	3894471,05	4273804,57	8,88	3893616,70	0,02
1,0	0,6	4017127,26	4409305,51	8,89	4022375,40	0,13
1,0	0,5	4068233,03	4465752,49	8,90	4071501,60	0,08
0,5	1,0	761448,34	832185,24	8,50	761424,71	0,00
0,5	0,9	775085,06	847306,93	8,52	775114,19	0,00
0,5	0,8	786760,84	860284,16	8,55	786929,42	0,02
0,5	0,7	795874,35	870444,09	8,57	796358,10	0,06
0,5	0,6	801847,93	877141,81	8,58	801579,98	0,03
0,5	0,5	804173,28	879811,26	8,60	804134,74	0,00

Considerando $b_w = 100$ mm; $t = 1$ mm; $L = 4000$ mm; $D/b_w = 0,2$ (para perfis enrijecidos) e M_e em N.mm.

(*) Solução analítica segundo a Equação [5.24] proposta na presente pesquisa, baseada na Estabilidade Elástica

Diante dos dados apresentados nas Tabelas 5.5, 5.6, 5.7 e 5.8, percebe-se mais uma vez que os resultados foram satisfatórios, visto que a diferença percentual ficou abaixo dos 10% para o programa CUFSM v.3.12, girando em torno de 8%, assim como foi apresentado na compressão axial, e abaixo de 0,15% para a solução identificada como “analítica” no GBTUL v.2.0, algo bastante expressivo.

Conclui-se que a equação do segundo grau desenvolvida na presente pesquisa, representada pela Equação [5.24], e que tem como solução a aplicação do Método de Bhaskara, representado pela Equação [5.12], é eficiente, conforme comprovam os resultados obtidos da validação numérica. Entretanto, estudos adicionais são necessários para ser possível distinguir, sem a necessidade do uso de métodos numéricos (como ocorreu para o caso das seções assimétricas investigadas na dissertação), as soluções apresentadas pela Equação [5.24] quando considerada a flexão para sentidos opostos de um mesmo eixo centroidal da seção, em se tratando de seções de geometria qualquer.

Capítulo 6

Flambagem Local de PFF com seção aberta na compressão axial e na flexão oblíqua

O presente capítulo abordará o modo de flambagem Local para as seções abertas assimétricas, levando-se em conta a compressão axial e a flexão oblíqua. Além de apresentados e discutidos os resultados obtidos da análise numérica, foi possível obter os coeficientes de flambagem local k_L , considerando seções completas e a consequente interação entre as paredes da seção, o que permite o dimensionamento estrutural de PFF segundo métodos como o MSE e MRD, constantes da NBR 14762:2010. No presente capítulo ainda são propostas expressões para o cálculo destes coeficientes, levando-se em conta as diferentes assimetrias das seções e carregamentos investigados.

6.1 Metodologia adotada na análise numérica do modo de flambagem Local

O modo de flambagem Local foi investigado considerando todos os modos previstos no MFF pelo programa CUFISM v.3.12, contemplando, inclusive, modos secundários, os quais são identificados como “Outros” pelo programa computacional. O mesmo procedimento foi adotado para as análises do modo de flambagem Distorcional. Entretanto, como para o referido modo não houve contribuição por parte da pesquisa, os resultados obtidos numericamente foram reunidos em forma de tabelas e gráficos, sem discussão posterior, ficando disponíveis apenas para consulta. Os resultados podem ser verificados no Anexo B, ao final da presente dissertação.

A participação modal foi relacionada nas tabelas que serão apresentadas com os resultados em porcentagem, ficando à disposição para consulta e discussão posterior. Diferente do procedimento adotado para as análises do modo de flambagem Global, em que o modo foi investigado “puramente”, para o estudo do modo Local optou-se pela interação entre os diferentes modos como forma de verificar a influência destes em cada seção e para cada carregamento considerado.

As tabelas elaboradas são similares àquelas adotadas nos Capítulos 4 e 5, referentes à flambagem Global, tendo como campos adicionais a inserção dos valores

dos comprimentos de semionda para a compressão axial e a flexão oblíqua, sendo estes representados por λ , a composição modal e o coeficiente de flambagem local k_e para seções completas. Cada tipo de perfil investigado, incluindo as seções simétricas e suas seções assimétricas derivadas, para cada carregamento analisado, permitiu a geração de uma tabela própria, contendo informações em separadamente.

Como lembrado no Capítulo 3, o programa computacional CUFSM v.3.12 identifica automaticamente o mínimo Local para o perfil analisado. Contudo, para determinadas condições o programa não acusa este mínimo, conforme a geometria da seção e tipo de carregamento que a mesma é submetida. Geralmente, as condições para que isso ocorra são as relações pequenas para b_{f1}/b_w e/ou grandes para b_{f2}/b_{f1} . Logo, procurou-se identificar os resultados em tabela por meio de cores distintas, ficando definida a cor preta para mínimos identificados automaticamente pelo programa e a cor azul para mínimos estimados pelo usuário.

Para as situações em que o mínimo Local não foi identificado automaticamente pelo programa CUFSM v.3.12, foi necessária uma avaliação por parte do usuário para estimar um valor crítico na curva de flambagem. A medida foi tomada para os casos citados anteriormente, quase sempre ocorridos pela forte influência de outros modos de flambagem. Um exemplo de caso é ilustrado na Figura 6.1, a qual apresenta uma seção ponto-simétrica Z enrijecida sob compressão axial. O ponto vermelho na curva de flambagem representa a escolha do usuário para estimar o modo Local, onde se nota grande participação do modo Distorcional.

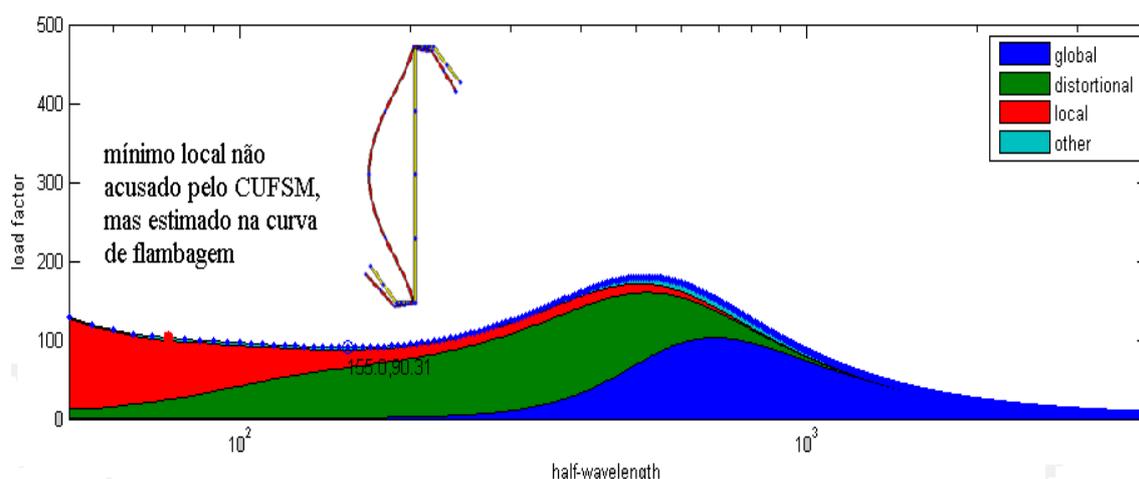


Figura 6.1 – Exemplo de seção ponto-simétrica Z sem identificação automática do mínimo Local na curva de flambagem do programa CUFSM v.3.12

6.2 Superfícies formadas pelos valores dos coeficientes de flambagem local k_L para seções completas em função de relações geométricas entre os elementos da seção

A força de compressão axial crítica local e o momento fletor crítico local podem ser obtidos analiticamente, segundo as Equações [2.3] e [2.4], respectivamente, apresentadas ao final do Capítulo 2 da presente dissertação. Nota-se que ambas as equações são semelhantes, variando apenas o parâmetro relacionado às propriedades geométricas da seção transversal: área A na compressão axial e módulo de flexão elástica W_c referente ao bordo comprimido da seção na flexão. Entretanto, o coeficiente de flambagem local k_L para seções completas, apesar da mesma representação para as duas situações, tem valor distinto, não só ligado à forma de carregamento, mas também às relações geométricas entre os elementos da seção.

Considerando a NBR 14762:2010 e as seções convencionais abordadas por ela, como as do tipo monossimétrica U e ponto-simétrica Z, simples e enrijecidas, a adoção de diferentes relações mesa/alma e enrijecedor/alma (caso este particular dos perfis enrijecidos) condiciona também a distintos valores para o coeficiente de flambagem local k_L para seções completas, como destacado anteriormente. Logo, a norma brasileira disponibiliza os valores destes coeficientes em tabelas, resultado da análise direta da Estabilidade Elástica, e expressões, que permitem o cálculo de forma analítica, tanto para a compressão axial quanto para a flexão simples.

Para os perfis citados, o procedimento adotado pela norma brasileira em relação à obtenção dos valores dos coeficientes, mediante expressões, é basicamente o uso de funções de uma variável, sendo esta definida pela relação b_{fl}/b_w . Quando se trata de perfis enrijecidos, existe, ainda, uma segunda variável que influencia no valor do coeficiente, sendo esta a relação D/b_w , limitada pela norma ao intervalo compreendido entre 0,1 e 0,3. Para a compressão axial, o referido intervalo para a relação D/b_w pouco influencia no valor do coeficiente de flambagem obtido, sendo inclusive desprezadas as diferenças insignificantes entre um valor e outro. Já para a flexão as diferentes relações enrijecedor/alma modificam notavelmente o valor do coeficiente de flambagem, sendo, portanto, consideradas nas expressões apresentadas pela NBR 14762:2010.

Analisando o que foi exposto até o momento, percebe-se que para os casos dos perfis simples a representação gráfica da variação do coeficiente de flambagem local k_L

para seções completas limita-se a uma curva, já que há apenas uma variável compondo a função. Já para os perfis enrijecidos a variação do coeficiente é condicionada a duas variáveis na função, o que pede uma representação gráfica mais elaborada, no caso uma superfície. O uso deste recurso gráfico facilita a leitura, permitindo observar e compreender, de forma instantânea, como é a variação do coeficiente em cada caso. Ao longo do capítulo serão apresentados gráficos de superfície para as seções investigadas.

A proposta de estudo da presente pesquisa é substituir a relação enrijecedor/alma dos perfis enrijecidos pela relação mesa inferior/mesa superior, a qual representa as assimetrias estudadas, tanto para perfis enrijecidos quanto simples. Portanto, o coeficiente de flambagem local k_{ℓ} ficará condicionado a duas variáveis, sendo elas b_{f1}/b_w e b_{f2}/b_{f1} . A variável correspondente às seções enrijecidas D/b_w , de que trata a NBR 14762:2010, para esta dissertação é desconsiderada, visto que a presente pesquisa lida apenas com casos de relação D/b_w igual a 0,2. Logo, todas as observações às seções enrijecidas são válidas somente para este caso em particular, tornando a referida variável uma relação fixa.

Os gráficos de superfície que serão apresentados, considerando a compressão axial e as Flexões A e B, foram definidos tomando-se como dados válidos apenas as relações mesa/alma para as quais todos os valores de mínimo Local foram identificados automaticamente pelo CUFMS v.3.12 e/ou de grande participação do modo Local na composição modal. Sendo assim, diante das informações obtidas, adotou-se por padrão abordar o intervalo $b_{f1}/b_w = 0,2$ até 1,0 para os carregamentos de compressão axial e Flexão B, e o intervalo $b_{f1}/b_w = 0,1$ até 1,0 para a Flexão A. O intervalo de assimetria $b_{f2}/b_{f1} = 0,5$ até 1,0 foi padrão a todos os perfis e formas de carregamento.

6.3 Método da Regressão Polinomial na obtenção das expressões de cálculo dos coeficientes de flambagem local k_{ℓ} para seções completas

Como mencionado na seção anterior, a NBR 14762:2010 fornece duas opções para a obtenção dos coeficientes de flambagem local k_{ℓ} para seções completas na compressão axial e na flexão simples: por tabela ou expressão. Adotando-se o mesmo procedimento da norma brasileira, e considerando o estudo proposto das seções assimétricas, a pesquisa irá disponibilizar também as duas formas para que se obtenham os coeficientes de flambagem, discutindo-se na presente seção a segunda delas.

A NBR 14762:2010 utiliza na compressão axial e flexão simples, seja para perfis simples ou enrijecidos, expressões de uma única variável, sendo esta a relação b_{f1}/b_w , para a obtenção do coeficiente de flambagem local k_ℓ para seções completas. Caso o mesmo fosse aplicado na presente investigação, considerando os três carregamentos abordados (Compressão axial, Flexão A e Flexão B) e as seis assimetrias estudadas ($b_{f2}/b_{f1} = 1,0; 0,9; 0,8; 0,7; 0,6$ e $0,5$), por perfil analisado ter-se-iam no mínimo dezoito expressões diferentes. A medida não seria prática e inviabilizaria a ideia de obtenção dos coeficientes mediante expressão, como é proposto pela norma brasileira.

O programa SURFER v.13.0, segundo LANDIM e CORSI (2001) e produzido pela empresa *Golden Software*, consiste numa ferramenta valiosa no tratamento de superfícies, devido à praticidade de seu uso e a gama de aplicações. Dentre estas, destaca-se a possibilidade de se obter funções de duas variáveis para descrever a superfície em análise, conforme a grade criada pela inserção dos dados em tabela. O programa utiliza para isso o Método da Regressão Polinomial, sendo o referido método descrito a seguir, de forma sucinta, sob a visão de LANDIM e CORSI (2001).

O Método da Regressão Polinomial consiste no ajustamento de superfícies contínuas, segundo critérios de regressão por mínimos quadrados, no qual estas superfícies são definidas em Z (a variável dependente) como uma função linear das coordenadas X - Y (variáveis independentes) dos pontos amostrados, conforme são distribuídos.

A equação matemática que governa o ajuste da superfície é baseada em polinômios não-ortogonais, sendo incrementada pela adição de termos adicionais, que definem a ordem (ou grau) do polinômio. Esta, por sua vez, é definida conforme a complexidade da superfície gerada, isto é, um maior grau será necessário para a representação de superfícies muito irregulares, caso o objetivo seja uma melhor aproximação com os valores reais da variável dependente.

Definidos os coeficientes da equação polinomial, o cálculo de Z será possível para qualquer ponto de coordenadas X - Y que esteja dentro dos limites da grade que compõem a superfície. Entretanto, de acordo com a complexidade da superfície gerada, é possível que a equação escolhida não represente com precisão os valores reais de Z . A diferença entre o valor real e o valor obtido pela equação recebe o nome de *resíduo*.

Aplicando-se a nomenclatura das variáveis utilizadas pelo SURFER v.13.0 às proposições da presente pesquisa, tem-se a variável dependente Z como o coeficiente de flambagem local k_ℓ para seções completas, a variável independente X representando a relação b_{f1}/b_w e a variável independente Y para a relação b_{f2}/b_{f1} . Os limites da grade para as coordenadas X - Y estão condicionados aos intervalos $0,1 \leq X \leq 1,0$ e $0,5 \leq Y \leq 1,0$.

Os coeficientes constituintes das equações polinomiais obtidas serão apresentados em tabelas, onde cada uma delas representa determinado carregamento abordado na pesquisa. Logo, ao total serão três tabelas, sendo uma para a compressão axial e as outras duas para a flexão oblíqua (Flexão A e B). Os coeficientes foram dispostos em formato de células nas tabelas, resultado da combinação da coluna da variável X com a linha da variável Y , significando, assim, que aquele termo da expressão acompanha ambas as variáveis. Portanto, o valor constante da célula sem variável em coluna e linha representa o termo independente da equação polinomial.

Os gráficos de superfície, mencionados na seção anterior, contribuíram diretamente para a escolha do grau das equações polinomiais. Objetivando a aplicabilidade destas expressões, foram consideradas equações de baixa ordem (não superiores ao grau 4), porém satisfatórias, assim como foi necessário o fracionamento do intervalo $0,1 \leq X \leq 1,0$ em dois para algumas situações, visto a complexidade de determinadas superfícies como um todo ou trechos isolados.

As diferenças percentuais obtidas entre os valores encontrados para o coeficiente de flambagem local k_ℓ pelo Método da Regressão Polinomial e Análise Numérica foram aceitáveis, tanto na compressão axial quanto flexão oblíqua, podendo ser observadas logo após cada tabela constando os coeficientes que compõem os polinômios, sendo, inclusive, os resultados discutidos posteriormente.

6.4 Compressão axial: resultados da análise numérica

Os resultados da análise numérica que serão apresentados a seguir estão dispostos em tabelas e gráficos da tensão crítica σ_{cr} em função da relação b_{f1}/b_w , facilitando a leitura e interpretação das informações posteriormente. O procedimento é análogo àquele utilizado nos Capítulos 4 e 5. Seguem Tabelas 6.1, 6.2, 6.3 e 6.4, juntamente das Figuras 6.2, 6.3, 6.4 e 6.5.

Tabela 6.1 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para força axial de flambagem local elástica para perfis U e U_a

PERFIL PRIMÁRIO:						U simples			
CARREGAMENTO:						Compressão axial			
MODO DE FLAMBAGEM:						Local			
b _{f1} / b _w	b _{f2} / b _{f1}	λ (mm)	σ _{cr} (MPa)	P _{cr} (N)	k _l	COMPOSIÇÃO MODAL (%)			
						G	D	L	O
1,0	1,0	220	16,1	4817,0	0,89	0,0	0,0	100,0	0,0
1,0	0,9	210	16,9	4904,6	0,94	0,0	0,0	99,9	0,0
1,0	0,8	210	17,1	4801,7	0,95	0,1	0,0	99,9	0,0
1,0	0,7	205	17,2	4654,4	0,95	0,1	0,0	99,9	0,0
1,0	0,6	205	17,3	4492,7	0,96	0,1	0,0	99,9	0,0
1,0	0,5	205	17,3	4324,3	0,96	0,1	0,0	99,9	0,0
0,9	1,0	200	19,5	5454,9	1,08	0,0	0,0	100,0	0,0
0,9	0,9	195	20,5	5563,3	1,14	0,0	0,0	99,9	0,0
0,9	0,8	190	20,8	5457,2	1,15	0,1	0,0	99,9	0,0
0,9	0,7	190	20,9	5298,8	1,16	0,1	0,0	99,9	0,0
0,9	0,6	190	21,0	5123,5	1,16	0,1	0,0	99,9	0,1
0,9	0,5	190	21,0	4939,9	1,16	0,1	0,0	99,8	0,1
0,8	1,0	185	24,1	6272,5	1,33	0,0	0,0	100,0	0,0
0,8	0,9	175	25,4	6411,6	1,41	0,0	0,0	99,9	0,0
0,8	0,8	175	25,8	6304,3	1,43	0,1	0,0	99,9	0,0
0,8	0,7	170	26,0	6134,3	1,44	0,1	0,0	99,9	0,1
0,8	0,6	170	26,1	5942,1	1,44	0,1	0,0	99,8	0,1
0,8	0,5	170	26,1	5740,0	1,44	0,1	0,0	99,8	0,1
0,7	1,0	165	30,6	7343,7	1,69	0,0	0,0	100,0	0,0
0,7	0,9	160	32,3	7522,3	1,79	0,0	0,0	99,9	0,0
0,7	0,8	155	32,8	7422,4	1,82	0,1	0,0	99,9	0,1
0,7	0,7	155	33,1	7240,2	1,83	0,1	0,0	99,8	0,1
0,7	0,6	155	33,2	7030,6	1,83	0,1	0,0	99,8	0,1
0,7	0,5	155	33,2	6807,3	1,84	0,1	0,0	99,8	0,1
0,6	1,0	150	39,8	8754,0	2,20	0,0	0,0	99,9	0,0
0,6	0,9	145	42,0	8985,8	2,32	0,1	0,0	99,9	0,1
0,6	0,8	140	42,8	8908,7	2,37	0,1	0,0	99,8	0,1
0,6	0,7	140	43,2	8724,0	2,39	0,1	0,0	99,8	0,1
0,6	0,6	140	43,4	8498,6	2,40	0,1	0,0	99,8	0,1
0,6	0,5	140	43,4	8251,7	2,40	0,2	0,0	99,7	0,1
0,5	1,0	135	52,6	10525,2	2,91	0,0	0,0	99,9	0,1
0,5	0,9	130	55,3	10786,9	3,06	0,1	0,0	99,8	0,1
0,5	0,8	125	56,6	10760,1	3,13	0,1	0,0	99,8	0,1
0,5	0,7	125	57,3	10594,6	3,17	0,1	0,0	99,7	0,2
0,5	0,6	125	57,6	10365,5	3,19	0,2	0,0	99,7	0,2
0,5	0,5	125	57,7	10098,3	3,19	0,3	0,0	99,5	0,2
0,4	1,0	120	67,9	12215,4	3,75	0,1	0,0	99,8	0,1
0,4	0,9	115	70,2	12348,8	3,88	0,2	0,0	99,7	0,2
0,4	0,8	115	71,6	12310,1	3,96	0,2	0,0	99,6	0,2
0,4	0,7	110	72,4	12160,5	4,00	0,3	0,0	99,5	0,2
0,4	0,6	110	72,8	11933,0	4,03	0,4	0,0	99,4	0,3
0,4	0,5	110	72,8	11650,1	4,03	0,5	0,0	99,2	0,3
0,3	1,0	105	79,0	12639,4	4,37	0,2	0,0	99,5	0,2
0,3	0,9	105	79,9	12540,3	4,42	0,4	0,0	99,3	0,3
0,3	0,8	105	80,4	12381,7	4,45	0,5	0,0	99,2	0,3
0,3	0,7	105	80,6	12173,1	4,46	0,6	0,0	99,0	0,4
0,3	0,6	105	80,5	11918,6	4,46	0,8	0,0	98,7	0,5
0,3	0,5	105	80,1	11616,2	4,43	1,2	0,0	98,2	0,6
0,2	1,0	100	82,4	11541,0	4,56	0,7	0,0	98,9	0,4
0,2	0,9	100	82,4	11364,6	4,56	1,0	0,0	98,5	0,5
0,2	0,8	100	82,1	11167,4	4,54	1,2	0,0	98,2	0,6
0,2	0,7	100	81,7	10946,7	4,52	1,6	0,0	97,7	0,7
0,2	0,6	100	81,0	10696,3	4,48	2,1	0,0	97,0	0,9
0,2	0,5	105	80,0	10398,3	4,42	3,6	0,0	95,2	1,2
0,1	1,0	105	77,4	9292,4	4,28	4,9	0,0	93,6	1,5
0,1	0,9	110	76,6	9119,2	4,24	7,0	0,0	91,2	1,8
0,1	0,8	110	75,5	8903,5	4,17	8,8	0,0	89,1	2,1
0,1	0,7	120	73,5	8603,8	4,07	14,2	0,0	82,9	2,9
0,1	0,6	90	74,9	8688,5	4,14	9,7	0,0	88,0	2,3
0,1	0,5	75	80,0	9203,3	4,43	9,6	0,0	88,2	2,2

Composição modal: G - Global; D - Distorcional; L - Local; O - Outros λ - Comprimento de semionda; k_l - Coef. Flambagem Local
 Resultados: preto - mínimo identificado pelo CUFSM v.3.12; azul - mínimo não identificado pelo CUFSM v.3.12, sendo o valor estimado segundo à curva de flambagem.

Tabela 6.2 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para força axial de flambagem local elástica para perfis Z e Z_a

PERFIL PRIMÁRIO:						Z simples			
CARREGAMENTO:						Compressão axial			
MODO DE FLAMBAGEM:						Local			
b _{f1} / b _w	b _{f2} / b _{f1}	λ (mm)	σ _{cr} (MPa)	P _{cr} (N)	k _l	COMPOSIÇÃO MODAL (%)			
						G	D	L	O
1,0	1,0	220	16,1	4815,5	0,89	0,0	0,0	99,9	0,0
1,0	0,9	210	16,9	4903,8	0,94	0,0	0,0	99,9	0,0
1,0	0,8	210	17,1	4801,6	0,95	0,0	0,0	99,9	0,0
1,0	0,7	205	17,2	4654,6	0,95	0,0	0,0	99,9	0,0
1,0	0,6	205	17,3	4493,2	0,96	0,0	0,0	99,9	0,0
1,0	0,5	205	17,3	4325,1	0,96	0,0	0,0	99,9	0,0
0,9	1,0	200	19,5	5453,2	1,08	0,0	0,0	99,9	0,0
0,9	0,9	195	20,5	5562,3	1,14	0,0	0,0	99,9	0,1
0,9	0,8	190	20,8	5457,0	1,15	0,0	0,0	99,9	0,1
0,9	0,7	190	20,9	5299,0	1,16	0,0	0,0	99,9	0,1
0,9	0,6	190	21,0	5124,0	1,16	0,0	0,0	99,9	0,0
0,9	0,5	190	21,0	4940,9	1,16	0,0	0,0	99,9	0,0
0,8	1,0	185	24,1	6270,6	1,33	0,0	0,0	99,9	0,1
0,8	0,9	175	25,4	6410,6	1,41	0,0	0,0	99,9	0,1
0,8	0,8	175	25,8	6304,1	1,43	0,0	0,0	99,9	0,1
0,8	0,7	170	26,0	6134,6	1,44	0,0	0,0	99,9	0,1
0,8	0,6	170	26,1	5942,8	1,44	0,0	0,0	99,9	0,1
0,8	0,5	170	26,1	5741,1	1,44	0,0	0,0	99,9	0,1
0,7	1,0	165	30,6	7341,6	1,69	0,0	0,0	99,9	0,1
0,7	0,9	160	32,3	7521,1	1,79	0,0	0,0	99,9	0,1
0,7	0,8	155	32,8	7422,2	1,82	0,0	0,0	99,9	0,1
0,7	0,7	155	33,1	7240,6	1,83	0,0	0,0	99,9	0,1
0,7	0,6	155	33,2	7031,5	1,83	0,0	0,0	99,9	0,1
0,7	0,5	155	33,2	6808,7	1,84	0,1	0,0	99,8	0,1
0,6	1,0	150	39,8	8751,9	2,20	0,0	0,0	99,9	0,1
0,6	0,9	145	42,0	8984,7	2,32	0,0	0,0	99,9	0,1
0,6	0,8	140	42,8	8908,6	2,37	0,0	0,0	99,9	0,1
0,6	0,7	140	43,2	8724,7	2,39	0,0	0,0	99,8	0,1
0,6	0,6	140	43,4	8500,0	2,40	0,1	0,0	99,8	0,1
0,6	0,5	140	43,4	8253,8	2,40	0,1	0,0	99,8	0,1
0,5	1,0	135	52,6	10523,8	2,91	0,0	0,0	99,9	0,1
0,5	0,9	130	55,3	10786,2	3,06	0,1	0,0	99,8	0,1
0,5	0,8	125	56,6	10760,5	3,13	0,1	0,0	99,8	0,1
0,5	0,7	125	57,3	10595,9	3,17	0,1	0,0	99,8	0,1
0,5	0,6	125	57,6	10367,6	3,19	0,1	0,0	99,7	0,2
0,5	0,5	125	57,7	10101,4	3,19	0,2	0,0	99,6	0,2
0,4	1,0	120	67,9	12215,5	3,75	0,1	0,0	99,7	0,2
0,4	0,9	115	70,2	12349,1	3,88	0,1	0,0	99,7	0,2
0,4	0,8	115	71,6	12310,9	3,96	0,2	0,0	99,6	0,2
0,4	0,7	110	72,4	12161,7	4,00	0,2	0,0	99,5	0,2
0,4	0,6	110	72,8	11934,7	4,03	0,3	0,0	99,4	0,3
0,4	0,5	110	72,8	11652,4	4,03	0,5	0,0	99,2	0,3
0,3	1,0	105	79,0	12638,8	4,37	0,3	0,0	99,5	0,2
0,3	0,9	105	79,9	12539,4	4,42	0,4	0,0	99,3	0,3
0,3	0,8	105	80,4	12380,4	4,45	0,5	0,0	99,2	0,3
0,3	0,7	105	80,6	12171,3	4,46	0,6	0,0	99,0	0,4
0,3	0,6	105	80,5	11916,3	4,45	0,9	0,0	98,7	0,5
0,3	0,5	105	80,1	11613,2	4,43	1,3	0,0	98,1	0,5
0,2	1,0	100	82,4	11535,5	4,56	0,9	0,0	98,7	0,4
0,2	0,9	100	82,3	11358,1	4,55	1,1	0,0	98,4	0,5
0,2	0,8	100	82,1	11159,7	4,54	1,4	0,0	98,1	0,6
0,2	0,7	100	81,6	10937,6	4,52	1,7	0,0	97,6	0,7
0,2	0,6	100	81,0	10685,5	4,48	2,4	0,0	96,8	0,8
0,2	0,5	105	79,9	10381,9	4,42	4,0	0,0	95,0	1,1
0,1	1,0	110	77,1	9252,9	4,27	6,7	0,0	92,0	1,3
0,1	0,9	110	76,2	9068,4	4,22	8,0	0,0	90,4	1,6
0,1	0,8	115	74,9	8840,5	4,14	11,0	0,0	86,9	2,1
0,1	0,7	105	73,6	8615,3	4,07	11,2	0,0	86,7	2,1
0,1	0,6	105	71,2	8262,6	3,94	15,1	0,0	82,3	2,6
0,1	0,5	95	70,1	8063,7	3,88	17,5	0,0	79,7	2,8

Composição modal: G - Global; D - Distorcional; L - Local; O - Outros λ - Comprimento de semionda; k_l - Coef. Flambagem Local

Resultados: preto - mínimo identificado pelo CUFSM v.3.12; azul - mínimo não identificado pelo CUFSM v.3.12, sendo o valor estimado segundo à curva de flambagem.

U e U_a - Modo Local - Compressão axial

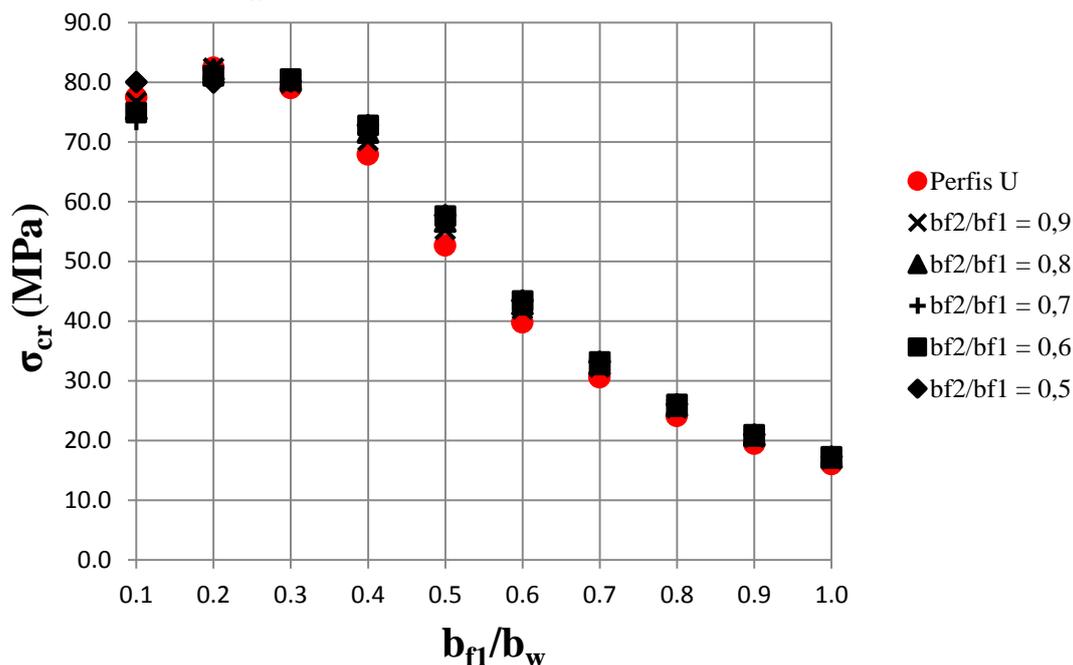


Figura 6.2 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para força axial de flambagem local elástica para perfis U e U_a

Z e Z_a - Modo Local - Compressão axial

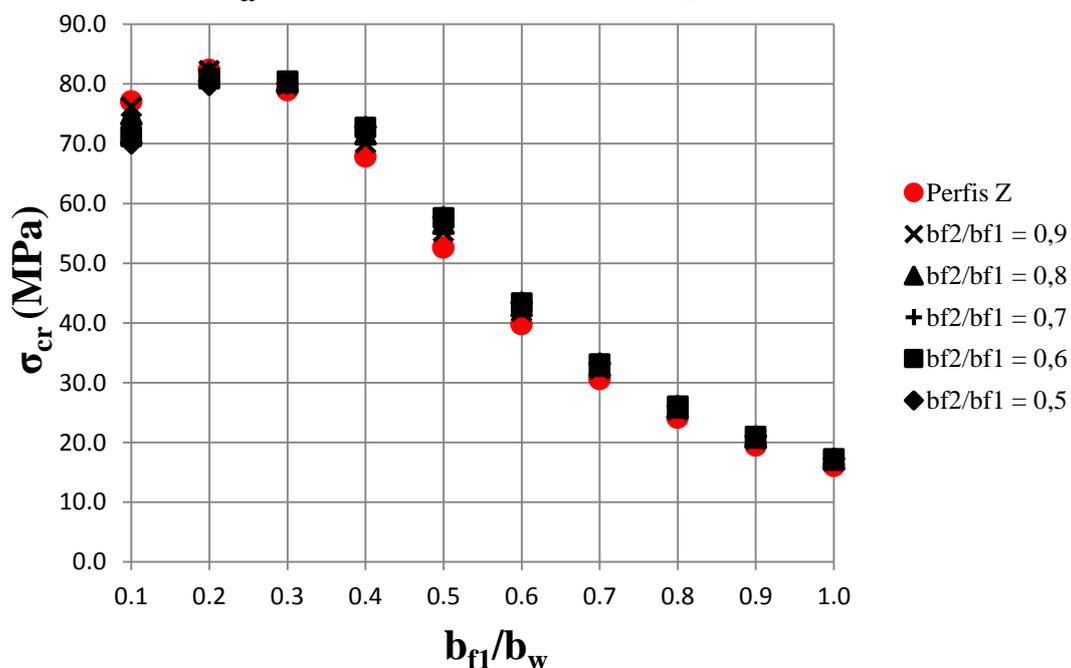


Figura 6.3 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para força axial de flambagem local elástica para perfis Z e Z_a

Tabela 6.3 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para força axial de flambagem local elástica para perfis U_e e U_{ea}

PERFIL PRIMÁRIO:		U enrijecido							
CARREGAMENTO:		Compressão axial							
MODO DE FLAMBAGEM:		Local							
b_{fl} / b_w	b_{fl} / b_{fl}	λ	σ_{cr}	P_{cr}	k_l	COMPOSIÇÃO MODAL (%)			
-	-	(mm)	(MPa)	(N)	-	G	D	L	O
1,0	1,0	100	75,5	25677,8	4,18	0,0	0,4	99,4	0,3
1,0	0,9	95	78,4	25865,7	4,34	0,0	0,4	99,3	0,3
1,0	0,8	95	79,5	25428,9	4,40	0,0	0,4	99,2	0,3
1,0	0,7	95	80,1	24822,3	4,43	0,0	0,4	99,2	0,3
1,0	0,6	95	80,5	24154,1	4,45	0,1	0,4	99,1	0,3
1,0	0,5	95	80,9	23462,0	4,48	0,1	0,5	99,1	0,4
0,9	1,0	95	83,9	26838,6	4,64	0,0	0,3	99,4	0,3
0,9	0,9	90	86,1	26786,1	4,76	0,0	0,3	99,4	0,3
0,9	0,8	90	87,4	26394,3	4,83	0,0	0,3	99,3	0,3
0,9	0,7	90	88,3	25868,7	4,88	0,0	0,3	99,3	0,3
0,9	0,6	90	89,0	25285,6	4,93	0,1	0,4	99,2	0,4
0,9	0,5	90	89,8	24682,0	4,97	0,1	0,4	99,1	0,4
0,8	1,0	90	89,7	26912,9	4,96	0,0	0,2	99,5	0,3
0,8	0,9	85	91,1	26609,6	5,04	0,0	0,2	99,5	0,3
0,8	0,8	85	92,2	26173,3	5,10	0,0	0,2	99,4	0,3
0,8	0,7	85	93,0	25674,2	5,15	0,0	0,3	99,3	0,3
0,8	0,6	85	93,8	25149,0	5,19	0,1	0,3	99,3	0,4
0,8	0,5	85	94,7	24622,0	5,24	0,1	0,4	99,2	0,4
0,7	1,0	85	93,4	26150,7	5,17	0,0	0,2	99,5	0,2
0,7	0,9	85	94,4	25769,1	5,22	0,0	0,2	99,5	0,3
0,7	0,8	80	95,2	25328,4	5,27	0,0	0,2	99,4	0,3
0,7	0,7	80	95,9	24847,6	5,31	0,0	0,2	99,4	0,3
0,7	0,6	80	96,7	24363,5	5,35	0,1	0,3	99,3	0,4
0,7	0,5	80	97,5	23890,5	5,39	0,1	0,3	99,2	0,4
0,6	1,0	80	96,1	24984,1	5,32	0,0	0,2	99,6	0,2
0,6	0,9	80	96,8	24577,8	5,35	0,0	0,2	99,5	0,3
0,6	0,8	80	97,4	24159,6	5,39	0,0	0,2	99,4	0,3
0,6	0,7	80	98,1	23739,9	5,43	0,1	0,3	99,3	0,4
0,6	0,6	80	98,8	23328,0	5,47	0,1	0,3	99,3	0,4
0,6	0,5	80	99,7	22933,1	5,52	0,1	0,4	99,1	0,4
0,5	1,0	80	98,4	23605,4	5,44	0,0	0,2	99,5	0,3
0,5	0,9	80	98,9	23249,3	5,47	0,0	0,2	99,4	0,3
0,5	0,8	80	99,5	22894,9	5,51	0,1	0,3	99,3	0,3
0,5	0,7	80	100,2	22547,5	5,54	0,1	0,4	99,2	0,3
0,5	0,6	80	101,0	22212,7	5,59	0,1	0,5	99,1	0,4
0,5	0,5	75	101,8	21878,2	5,63	0,1	0,5	99,0	0,4
0,4	1,0	80	100,8	22169,7	5,57	0,1	0,3	99,4	0,3
0,4	0,9	75	101,3	21875,6	5,60	0,1	0,3	99,3	0,3
0,4	0,8	75	101,8	21581,4	5,63	0,1	0,4	99,2	0,3
0,4	0,7	75	102,4	21296,4	5,66	0,1	0,4	99,1	0,4
0,4	0,6	75	103,1	21022,8	5,70	0,1	0,6	98,9	0,5
0,4	0,5	75	103,8	20760,8	5,74	0,1	0,8	98,5	0,6
0,3	1,0	75	103,4	20681,1	5,72	0,1	0,4	99,2	0,4
0,3	0,9	75	103,9	20464,5	5,75	0,1	0,5	99,0	0,4
0,3	0,8	75	104,4	20254,2	5,78	0,1	0,6	98,8	0,5
0,3	0,7	75	105,0	20050,3	5,81	0,1	0,8	98,5	0,6
0,3	0,6	75	105,6	19850,9	5,84	0,2	1,1	98,1	0,7
0,3	0,5	75	106,2	19648,7	5,88	0,2	1,6	97,4	0,8
0,2	1,0	75	107,0	19262,3	5,92	0,2	1,0	98,2	0,6
0,2	0,9	75	107,4	19124,6	5,94	0,2	1,3	97,7	0,7
0,2	0,8	75	107,9	18985,9	5,97	0,3	1,6	97,2	0,9
0,2	0,7	75	108,3	18841,2	5,99	0,3	2,1	96,6	1,0
0,2	0,6	75	108,6	18679,8	6,01	0,4	2,8	95,6	1,2
0,2	0,5	75	108,7	18478,0	6,01	0,5	4,0	93,9	1,5
0,1	1,0	75	110,5	17672,8	6,11	0,7	5,5	91,8	2,0
0,1	0,9	75	110,3	17541,2	6,10	0,8	6,7	90,3	2,2
0,1	0,8	75	110,0	17373,9	6,08	1,0	8,2	88,3	2,5
0,1	0,7	80	109,2	17137,1	6,04	1,5	12,3	83,0	3,2
0,1	0,6	85	107,2	16730,6	5,93	2,2	18,4	75,4	4,0
0,1	0,5	80	104,2	16152,4	5,76	2,4	20,5	72,8	4,3

Composição modal: G - Global; D - Distorcional; L - Local; O - Outros λ - Comprimento de semionda; k_l - Coef. Flambagem Local

Resultados: preto - mínimo identificado pelo CUFSM v.3.12; azul - mínimo não identificado pelo CUFSM v.3.12, sendo o valor estimado segundo à curva de flambagem.

Tabela 6.4 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para força axial de flambagem local elástica para perfis Z_c e Z_{ea}

PERFIL PRIMÁRIO:		Z enrijecido							
CARREGAMENTO:		Compressão axial							
MODO DE FLAMBAGEM:		Local							
b_{fl} / b_w	b_{f2} / b_{f1}	λ (mm)	σ_{cr} (MPa)	P_{cr} (N)	k_l	COMPOSIÇÃO MODAL (%)			
-	-	-	-	-	-	G	D	L	O
1,0	1,0	100	75,4	25637,0	4,17	0,0	0,7	98,8	0,5
1,0	0,9	95	78,3	25830,7	4,33	0,0	0,8	98,5	0,7
1,0	0,8	95	79,3	25393,7	4,39	0,0	0,9	98,4	0,7
1,0	0,7	95	80,0	24787,1	4,42	0,0	0,9	98,4	0,7
1,0	0,6	95	80,4	24118,7	4,45	0,0	1,0	98,3	0,7
1,0	0,5	95	80,8	23425,8	4,47	0,0	1,0	98,3	0,7
0,9	1,0	95	83,8	26809,3	4,63	0,0	0,6	98,9	0,5
0,9	0,9	90	86,0	26763,1	4,76	0,0	0,6	98,8	0,6
0,9	0,8	90	87,3	26371,6	4,83	0,0	0,7	98,7	0,6
0,9	0,7	90	88,2	25845,4	4,88	0,0	0,8	98,6	0,6
0,9	0,6	90	88,9	25260,8	4,92	0,0	0,8	98,5	0,6
0,9	0,5	90	89,6	24653,9	4,96	0,0	0,9	98,3	0,7
0,8	1,0	90	89,6	26894,4	4,96	0,0	0,5	99,1	0,4
0,8	0,9	85	91,1	26595,5	5,04	0,0	0,5	99,0	0,5
0,8	0,8	85	92,1	26159,1	5,10	0,0	0,6	98,9	0,5
0,8	0,7	85	93,0	25659,0	5,14	0,0	0,6	98,8	0,5
0,8	0,6	85	93,8	25131,3	5,19	0,0	0,7	98,7	0,6
0,8	0,5	85	94,6	24598,6	5,23	0,0	0,9	98,5	0,6
0,7	1,0	85	93,3	26138,1	5,16	0,0	0,4	99,2	0,4
0,7	0,9	85	94,3	25756,3	5,22	0,0	0,5	99,0	0,5
0,7	0,8	80	95,2	25317,8	5,27	0,0	0,5	99,0	0,5
0,7	0,7	80	95,9	24835,2	5,30	0,0	0,5	98,9	0,5
0,7	0,6	80	96,6	24347,5	5,34	0,0	0,7	98,8	0,5
0,7	0,5	80	97,4	23866,8	5,39	0,0	0,8	98,5	0,6
0,6	1,0	80	96,0	24973,6	5,31	0,0	0,4	99,2	0,4
0,6	0,9	80	96,7	24566,4	5,35	0,0	0,5	99,1	0,4
0,6	0,8	80	97,4	24146,4	5,39	0,0	0,6	99,0	0,5
0,6	0,7	80	98,0	23723,4	5,42	0,0	0,7	98,8	0,4
0,6	0,6	80	98,7	23305,1	5,46	0,1	0,8	98,5	0,6
0,6	0,5	80	99,5	22896,7	5,51	0,1	1,1	98,1	0,7
0,5	1,0	80	98,3	23590,9	5,44	0,0	0,5	99,1	0,4
0,5	0,9	80	98,9	23232,6	5,47	0,0	0,6	98,9	0,5
0,5	0,8	80	99,4	22874,6	5,50	0,1	0,7	98,7	0,6
0,5	0,7	80	100,1	22520,9	5,54	0,1	0,9	98,4	0,7
0,5	0,6	80	100,8	22174,1	5,58	0,1	1,2	98,0	0,8
0,5	0,5	75	101,5	21830,8	5,62	0,1	1,3	97,8	0,8
0,4	1,0	80	100,6	22143,7	5,57	0,1	0,8	98,7	0,5
0,4	0,9	75	101,2	21852,7	5,60	0,1	0,8	98,6	0,6
0,4	0,8	75	101,7	21552,8	5,62	0,1	0,9	98,3	0,7
0,4	0,7	75	102,2	21257,8	5,65	0,1	1,2	98,0	0,8
0,4	0,6	75	102,8	20965,9	5,68	0,1	5,5	93,5	0,9
0,4	0,5	75	103,3	20665,6	5,72	0,1	5,8	93,1	1,1
0,3	1,0	75	103,2	20634,8	5,71	0,1	1,2	98,1	0,6
0,3	0,9	75	103,6	20409,0	5,73	0,1	1,5	97,6	0,9
0,3	0,8	75	104,0	20184,2	5,76	0,1	5,8	93,2	1,0
0,3	0,7	75	104,5	19954,9	5,78	0,1	5,9	92,9	1,1
0,3	0,6	75	104,8	19708,9	5,80	0,1	6,3	92,3	1,3
0,3	0,5	75	104,9	19413,4	5,80	0,1	6,4	91,8	1,7
0,2	1,0	75	106,1	19093,8	5,87	0,1	9,2	89,6	1,1
0,2	0,9	75	106,3	18922,2	5,88	0,1	9,7	88,6	1,6
0,2	0,8	75	106,4	18729,8	5,89	0,2	10,7	87,3	1,8
0,2	0,7	75	106,3	18497,0	5,88	0,2	12,4	85,3	2,1
0,2	0,6	80	105,6	18162,9	5,84	0,2	16,1	80,9	2,7
0,2	0,5	85	103,5	17596,7	5,73	0,3	23,3	73,1	3,3
0,1	1,0	75	102,4	16393,1	5,67	0,3	23,5	73,2	3,0
0,1	0,9	75	101,2	16096,7	5,60	0,3	26,4	69,4	3,9
0,1	0,8	75	99,6	15733,5	5,51	0,3	30,2	65,5	4,0
0,1	0,7	70	100,6	15800,1	5,57	0,3	30,6	65,1	4,1
0,1	0,6	70	98,5	15363,3	5,45	0,3	35,7	60,1	3,9
0,1	0,5	70	96,3	14927,0	5,33	0,3	41,2	55,2	3,3

Composição modal: G - Global; D - Distorcional; L - Local; O - Outros λ - Comprimento de semionda; k_l - Coef. Flambagem Local
 Resultados: preto - mínimo identificado pelo CUFSM v.3.12; azul - mínimo não identificado pelo CUFSM v.3.12, sendo o valor estimado segundo à curva de flambagem.

U_e e U_{ea} - Modo Local - Compressão axial

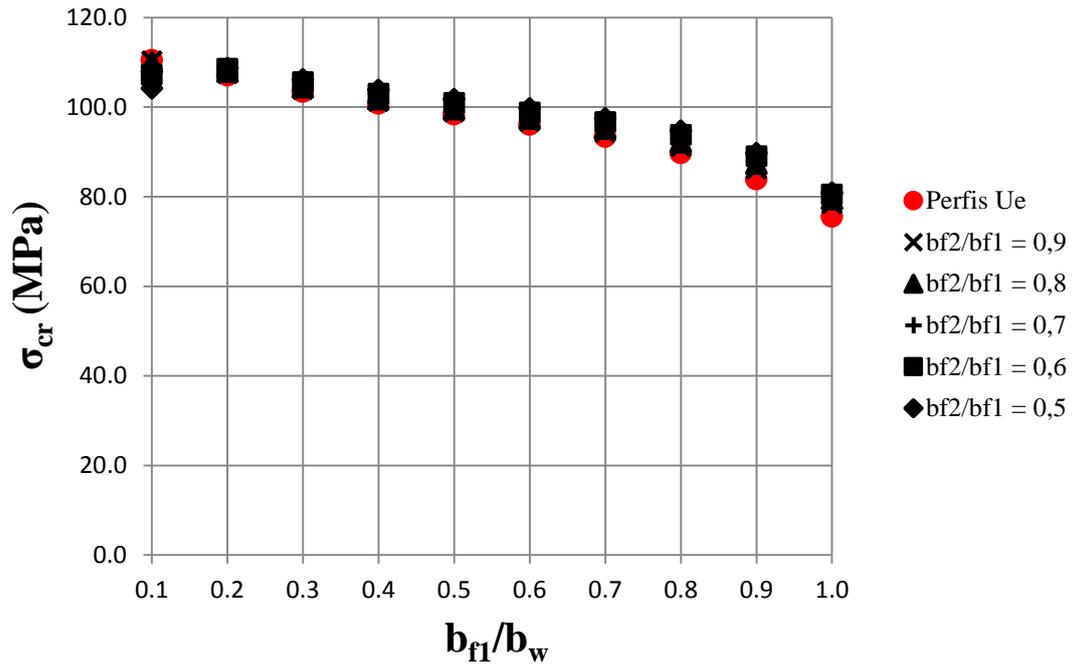


Figura 6.4 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para força axial de flambagem local elástica para perfis U_e e U_{ea}

Z_e e Z_{ea} - Modo Local - Compressão axial

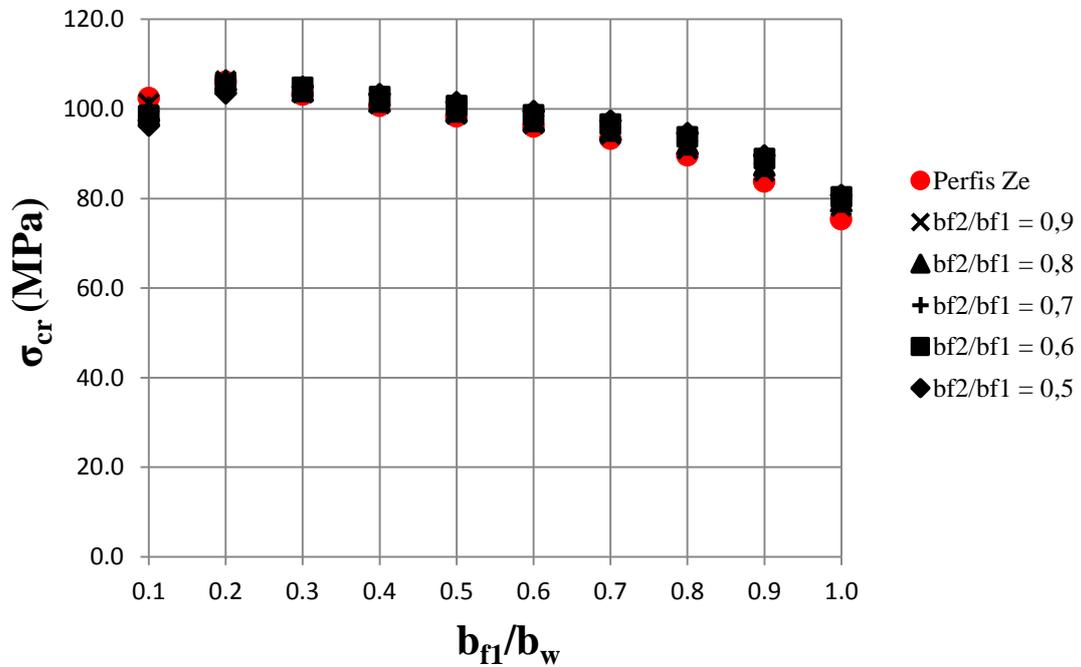


Figura 6.5 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para força axial de flambagem local elástica para perfis Z_e e Z_{ea}

A partir dos resultados apresentados nas Tabelas 6.1, 6.2, 6.3 e 6.4, assim como nas Figuras 6.2, 6.3, 6.4 e 6.5, seguem os seguintes comentários:

- (i) De acordo com os gráficos apresentados pelas Figuras 6.2, 6.3, 6.4 e 6.5, é possível afirmar que a tensão crítica local na compressão axial praticamente se manteve constante entre as seções investigadas, quando comparadas seções para uma mesma relação b_{fl}/b_w . A grande proximidade entre os pontos plotados, com os pontos na cor vermelha representando as seções simétricas e os pontos na cor preta representando as seções assimétricas, corrobora a observação, cabendo esta aos quatro tipos de perfis primários analisados na pesquisa;
- (ii) Em relação à força crítica local, baseando-se nos resultados apresentados nas Tabelas 6.1, 6.2, 6.3 e 6.4, nota-se que as seções assimétricas, de um modo geral, apresentaram valores inferiores às seções simétricas correspondentes, considerando uma mesma relação b_{fl}/b_w , mesmo que não tão significativa. Como era esperado, para as seções enrijecidas foram obtidos valores mais elevados do que as seções simples, em virtude não apenas da contribuição de maior área de seção devido à presença dos enrijecedores, mas também da geometria da seção formada pelo uso destes elementos;
- (iii) Comparando-se o aspecto apresentado pelo gráfico da Figura 6.2 com o da Figura 6.3, assim como os valores da Tabela 6.1 com os da Tabela 6.2, os quais representam os perfis primários U e Z e seções assimétricas derivadas, respectivamente, percebe-se uma grande semelhança entre eles. O mesmo ocorre entre as seções U_e e Z_e e seções assimétricas derivadas, o que pode ser comprovado observando-se as Figuras 6.4 e 6.5 e as Tabelas 6.3 e 6.4. Logo, conclui-se que a opção por uma seção monossimétrica ou ponto-simétrica, levando-se em conta o caso da compressão axial, pouco influencia para o modo de flambagem local;
- (iv) Considerando os comprimentos de semionda constantes nas Tabelas anteriores, obtidos pela análise numérica das seções, facilmente nota-se uma tendência de redução à medida que a relação b_{fl}/b_w também diminui, sendo válido para os quatro tipos de perfis investigados. Nota-se também que os perfis simples apresentaram valores muito acima dos perfis

- enrijecidos. Os comprimentos de semionda apresentados pelas seções assimétricas, representadas pelas diferentes relações b_{f2}/b_{f1} , pouco variaram em relação às seções simétricas para uma mesma relação b_{f1}/b_w ;
- (v) A representatividade do modo de flambagem local em relação aos outros modos foi quase total, como confirma a composição modal registrada nas Tabelas apresentadas. Praticamente todas as relações b_{f1}/b_w apresentaram participação do modo local muito próxima de 100%, com exceção das menores relações, nas quais houve interferência perceptível dos demais modos de flambagem, sendo necessário, inclusive, para alguns casos, estimar o valor do mínimo local na curva de flambagem, visto que o programa CUFSM v.3.12 não o acusou automaticamente.

Os valores obtidos para a força crítica local foram verificados, ainda, segundo os métodos numéricos da GBT e MEF, com auxílio dos programas GBTUL v.2.0 e ANSYS v.16.0, respectivamente. Para não estender o conteúdo dessa dissertação foram escolhidas para verificação apenas as seções de relações $b_{f1}/b_w = 1,0$ e $0,5$. As Tabelas 6.5, 6.6, 6.7 e 6.8 apresentam os resultados obtidos da comparação entre os métodos.

Tabela 6.5 – Comparativo entre os resultados da força axial de flambagem local elástica, N_{ℓ} , obtidos pelos métodos aplicados em perfis U e U_a

PERFIL PRIMÁRIO:		U simples				
b_{f1}/b_w	b_{f2}/b_{f1}	Método analítico	Método numérico			
			MEF		GBT	
		Equação [2.3] (*)	ANSYS v.16.0	dif. (%)	GBTUL v.2.0	dif. (%)
1,0	1,0	4817,01	4858,00	0,84	4835,15	0,38
1,0	0,9	4904,60	4952,90	0,98	4923,87	0,39
1,0	0,8	4801,75	4857,70	1,15	4820,84	0,40
1,0	0,7	4654,42	4713,30	1,25	4673,87	0,42
1,0	0,6	4492,67	4551,90	1,30	4511,47	0,42
1,0	0,5	4324,33	4364,80	0,93	4342,45	0,42
0,5	1,0	10525,22	10424,00	0,97	10551,82	0,25
0,5	0,9	10786,85	10684,00	0,96	10814,58	0,26
0,5	0,8	10760,14	10678,00	0,77	10789,94	0,28
0,5	0,7	10594,64	10535,00	0,57	10624,41	0,28
0,5	0,6	10365,46	10320,00	0,44	10395,14	0,29
0,5	0,5	10098,29	10061,00	0,37	10127,90	0,29

Considerando $b_w = 100$ mm; $t = 1$ mm; $L = 4000$ mm; $D/b_w = 0,2$ (para perfis enrijecidos) e N_{ℓ} em N.

(*) O valor de k_{ℓ} inserido na Equação [2.3] foi obtido com o auxílio do programa CUFSM v.3.12 (MFF)

Tabela 6.6 – Comparativo entre os resultados da força axial de flambagem local elástica, N_{ℓ} , obtidos pelos métodos aplicados em perfis Z e Z_a

PERFIL PRIMÁRIO:		Z simples				
b_{f1}/b_w	b_{f2}/b_{f1}	Método analítico	Método numérico			
			MEF		GBT	
		Equação [2.3] (*)	ANSYS v.16.0	dif. (%)	GBTUL v.2.0	dif. (%)
1,0	1,0	4815,45	4856,50	0,85	4834,38	0,39
1,0	0,9	4903,81	4952,10	0,98	4923,59	0,40
1,0	0,8	4801,61	4845,30	0,90	4821,00	0,40
1,0	0,7	4654,64	4698,00	0,92	4674,25	0,42
1,0	0,6	4493,16	4535,20	0,93	4512,07	0,42
1,0	0,5	4325,08	4365,60	0,93	4343,27	0,42
0,5	1,0	10523,78	10423,00	0,97	10552,12	0,27
0,5	0,9	10786,21	10661,00	1,17	10815,33	0,27
0,5	0,8	10760,50	10631,00	1,22	10791,19	0,28
0,5	0,7	10595,88	10473,00	1,17	10626,25	0,29
0,5	0,6	10367,59	10252,00	1,13	10397,59	0,29
0,5	0,5	10101,37	9991,20	1,10	10131,05	0,29

Considerando $b_w = 100$ mm; $t = 1$ mm; $L = 4000$ mm; $D/b_w = 0,2$ (para perfis enrijecidos) e N_{ℓ} em N.

(*) O valor de k_{ℓ} inserido na Equação [2.3] foi obtido com o auxílio do programa CUFSM v.3.12 (MFF)

Tabela 6.7 – Comparativo entre os resultados da força axial de flambagem local elástica, N_{ℓ} , obtidos pelos métodos aplicados em perfis U_e e U_{ea}

PERFIL PRIMÁRIO:		U enrijecido				
b_{f1}/b_w	b_{f2}/b_{f1}	Método analítico	Método numérico			
			MEF		GBT	
		Equação [2.3] (*)	ANSYS v.16.0	dif. (%)	GBTUL v.2.0	dif. (%)
1,0	1,0	25677,75	24373,00	5,35	25702,83	0,10
1,0	0,9	25865,73	24567,00	5,29	25890,76	0,10
1,0	0,8	25428,90	24157,00	5,27	25454,99	0,10
1,0	0,7	24822,32	23577,00	5,28	24849,09	0,11
1,0	0,6	24154,14	22938,00	5,30	24181,40	0,11
1,0	0,5	23462,04	22281,00	5,30	23489,94	0,12
0,5	1,0	23605,44	21827,00	8,15	23630,10	0,10
0,5	0,9	23249,33	21479,00	8,24	23275,09	0,11
0,5	0,8	22894,89	21137,00	8,32	22922,20	0,12
0,5	0,7	22547,54	20806,00	8,37	22577,02	0,13
0,5	0,6	22212,65	20491,00	8,40	22245,38	0,15
0,5	0,5	21878,23	20197,00	8,32	21913,09	0,16

Considerando $b_w = 100$ mm; $t = 1$ mm; $L = 4000$ mm; $D/b_w = 0,2$ (para perfis enrijecidos) e N_{ℓ} em N.

(*) O valor de k_{ℓ} inserido na Equação [2.3] foi obtido com o auxílio do programa CUFSM v.3.12 (MFF)

Tabela 6.8 – Comparativo entre os resultados da força axial de flambagem local elástica, N_{ℓ} , obtidos pelos métodos aplicados em perfis Z_e e Z_{ea}

PERFIL PRIMÁRIO:		Z enrijecido				
b_{f1}/b_w	b_{f2}/b_{f1}	Método analítico	Método numérico			
			MEF		GBT	
		Equação [2.3] (*)	ANSYS v.16.0	dif. (%)	GBTUL v.2.0	dif. (%)
1,0	1,0	25637,03	24330,00	5,37	25675,78	0,15
1,0	0,9	25830,71	24524,00	5,33	25867,94	0,14
1,0	0,8	25393,70	24113,00	5,31	25431,64	0,15
1,0	0,7	24787,08	23534,00	5,32	24825,35	0,15
1,0	0,6	24118,72	22896,00	5,34	24157,18	0,16
1,0	0,5	23425,85	22237,00	5,35	23464,73	0,17
0,5	1,0	23590,92	21811,00	8,16	23617,58	0,11
0,5	0,9	23232,63	21462,00	8,25	23260,67	0,12
0,5	0,8	22874,60	21116,00	8,33	22904,72	0,13
0,5	0,7	22520,92	20779,00	8,38	22554,36	0,15
0,5	0,6	22174,10	20452,00	8,42	22213,09	0,18
0,5	0,5	21830,77	20134,00	8,43	21874,77	0,20

Considerando $b_w = 100$ mm; $t = 1$ mm; $L = 4000$ mm; $D/b_w = 0,2$ (para perfis enrijecidos) e N_{ℓ} em N.

(*) O valor de k_{ℓ} inserido na Equação [2.3] foi obtido com o auxílio do programa CUFISM v.3.12 (MFF)

Os valores obtidos pelo método analítico, este representado pela Equação [2.3] e constante nas Tabelas 6.5, 6.6, 6.7 e 6.8, são os resultados para a força crítica local N_{ℓ} , os quais foram determinados considerando os coeficientes de flambagem local k_{ℓ} para seções completas, calibrados pelo programa CUFISM v.3.12, representante do MFF.

Observando-se as diferenças percentuais, obtidas pela comparação entre os métodos analítico e numéricos, conclui-se que os valores encontrados para as forças críticas local são confiáveis e aceitáveis para dar prosseguimento às investigações, visto que as diferenças foram mínimas, levando-se em conta os quatro tipos de perfis estudados assim como os diferentes métodos numéricos adotados. Para facilitar a interpretação dos dados, a cor vermelha representa valores da força crítica local obtidos pelo método numérico abaixo daqueles obtidos pelo método analítico, enquanto a cor preta representa a situação inversa.

Considerando o programa GBTUL v.2.0, representante do método GBT, as diferenças percentuais ficaram muito abaixo de 1%, tendo, inclusive, o método apresentado valores superiores ao método analítico em todas as seções investigadas. Já

para o programa ANSYS v.16.0, o qual representa o MEF, as diferenças foram um pouco mais elevadas, mas sempre abaixo de 10%, apresentando, de um modo geral, valores inferiores ao método analítico.

6.4.1 Compressão axial: superfícies formadas pelos valores dos coeficientes de flambagem local k_ℓ para seções completas

Inicialmente foram verificados os coeficientes de flambagem local k_ℓ constantes na NBR 14762:2010 para as seções monossimétricas U e ponto-simétricas Z, simples e enrijecidas, a fim de garantir que as análises efetuadas com o programa CUFSM v.3.12 na presente pesquisa foram adequadas, segundo comparativo das Tabelas 6.9 e 6.10.

Tabela 6.9 – Comparativo dos valores dos coeficientes de flambagem local k_ℓ para seção completa em perfis U e Z na Compressão axial, segundo a NBR 14762:2010 e o programa CUFSM v.3.12

b_{fl}/b_w	U e Z simples	U simples		Z simples	
	NBR 14762:2010	CUFSM v3.12	dif. (%)	CUFSM v3.12	dif. (%)
0,1	4,25	4,28	0,80	4,27	0,37
0,2	4,52	4,56	0,89	4,56	0,85
0,3	4,33	4,37	0,93	4,37	0,92
0,4	3,71	3,75	1,19	3,75	1,19
0,5	2,88	2,91	1,09	2,91	1,07
0,6	2,17	2,20	1,44	2,20	1,42
0,7	1,67	1,69	1,36	1,69	1,33
0,8	1,32	1,33	1,11	1,33	1,08
0,9	1,06	1,08	1,68	1,08	1,64
1,0	0,88	0,89	0,94	0,89	0,91

Para perfis enrijecidos, valores válidos para a relação $D/b_w = 0,2$

Tabela 6.10 – Comparativo dos valores dos coeficientes de flambagem local k_ℓ para seção completa em perfis U_e e Z_e na Compressão axial, segundo a NBR 14762:2010 e o programa CUFSM v.3.12

b_{fl}/b_w	U e Z enrijecidos	U enrijecido		Z enrijecido	
	NBR 14762:2010	CUFSM v3.12	dif. (%)	CUFSM v3.12	dif. (%)
0,1	-	-	-	-	-
0,2	6,04	5,92	1,99	5,87	2,85
0,3	5,73	5,72	0,17	5,71	0,40
0,4	5,55	5,57	0,45	5,57	0,32
0,5	5,40	5,44	0,76	5,44	0,69
0,6	5,26	5,32	1,06	5,31	1,01
0,7	5,11	5,17	1,11	5,16	1,05
0,8	4,89	4,96	1,49	4,96	1,41
0,9	4,56	4,64	1,75	4,63	1,63
1,0	4,10	4,18	1,90	4,17	1,73

Para perfis enrijecidos, valores válidos para a relação $D/b_w = 0,2$

De acordo com as Tabelas 6.9 e 6.10, as quais representam as seções monossimétricas e ponto-simétricas, simples e enrijecidas, sob a condição de compressão axial, nota-se que a metodologia adotada na presente pesquisa está sendo aplicada corretamente, visto as pequenas diferenças percentuais obtidas da comparação entre os valores do coeficiente de flambagem local k_ℓ para seções completas, considerando o programa CUFSM v.3.12 e os valores constantes na NBR 14762:2010. Essas diferenças insignificantes, não maiores que 3%, para mais (cor preta) ou para menos (cor vermelha), podem ser justificadas pelo uso de programas ou métodos diferentes na calibração dos valores à época da elaboração da norma brasileira.

Após constatada a eficiência das análises para as seções simétricas, conforme os valores de k_ℓ obtidos para seções completas, serão apresentadas as superfícies elaboradas, para este mesmo coeficiente, em função das relações geométricas entre os elementos da seção, abordando nestes casos não somente as seções convencionais como também as seções assimétricas investigadas no presente estudo. As Figuras 6.6, 6.7, 6.8 e 6.9 ilustram estas superfícies, sendo comentadas na sequência.

U e U_a - Valores de k_ℓ na Compressão axial

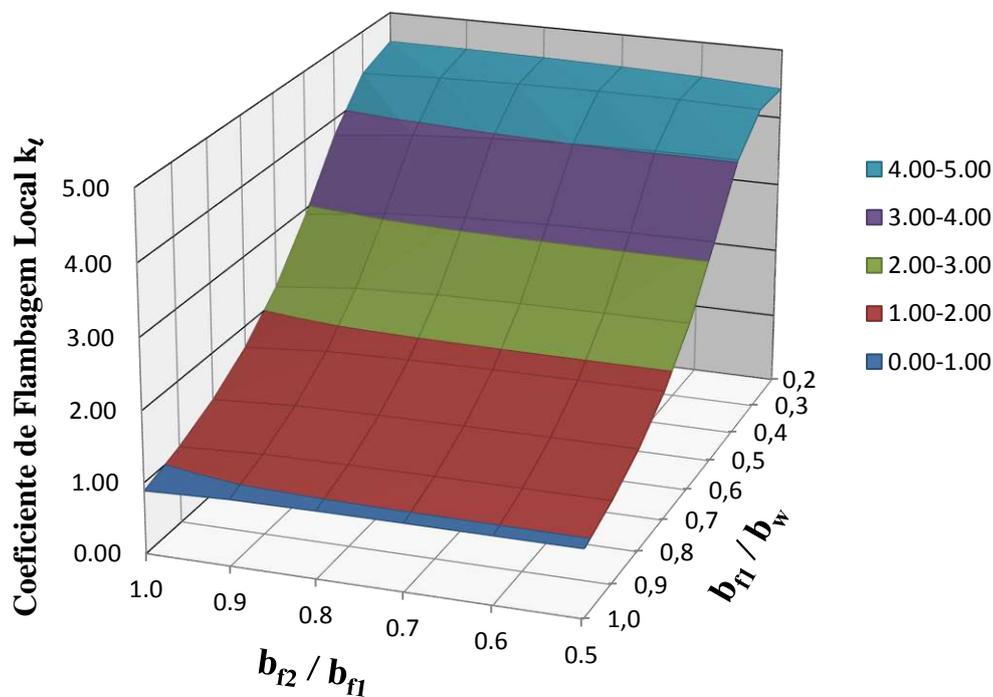


Figura 6.6 – Superfície formada pelos valores dos coeficientes de flambagem local k_ℓ para seção completa em perfis U e U_a na Compressão axial, segundo relações geométricas da seção

Z e Z_a - Valores de k_ℓ na Compressão axial

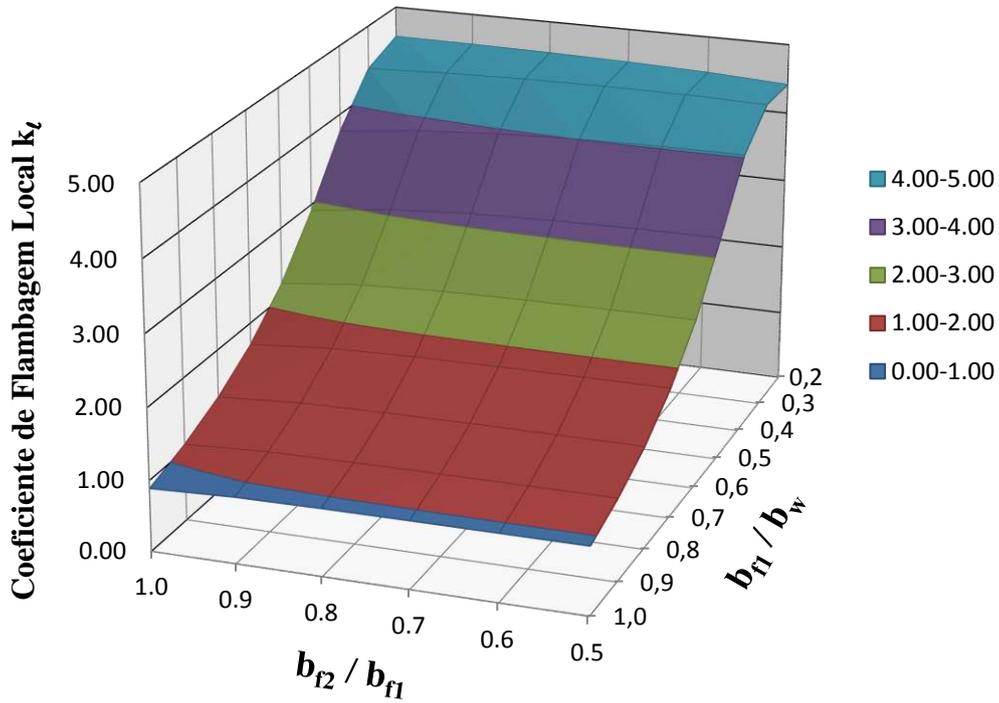


Figura 6.7 – Superfície formada pelos valores dos coeficientes de flambagem local k_{ℓ} para seção completa em perfis Z e Z_a na Compressão axial, segundo relações geométricas da seção

U_e e U_{ea} - Valores de k_ℓ na Compressão axial

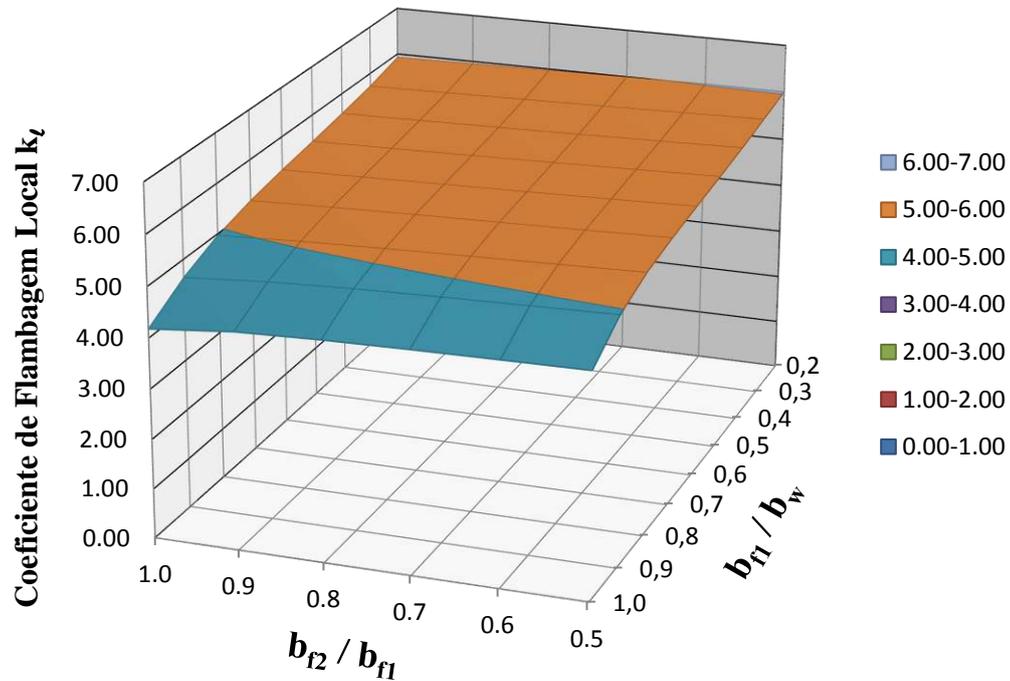


Figura 6.8 – Superfície formada pelos valores dos coeficientes de flambagem local k_{ℓ} para seção completa em perfis U_e e U_{ea} na Compressão axial, segundo relações geométricas da seção

Z_e e Z_{ea} - Valores de k_ℓ na Compressão axial

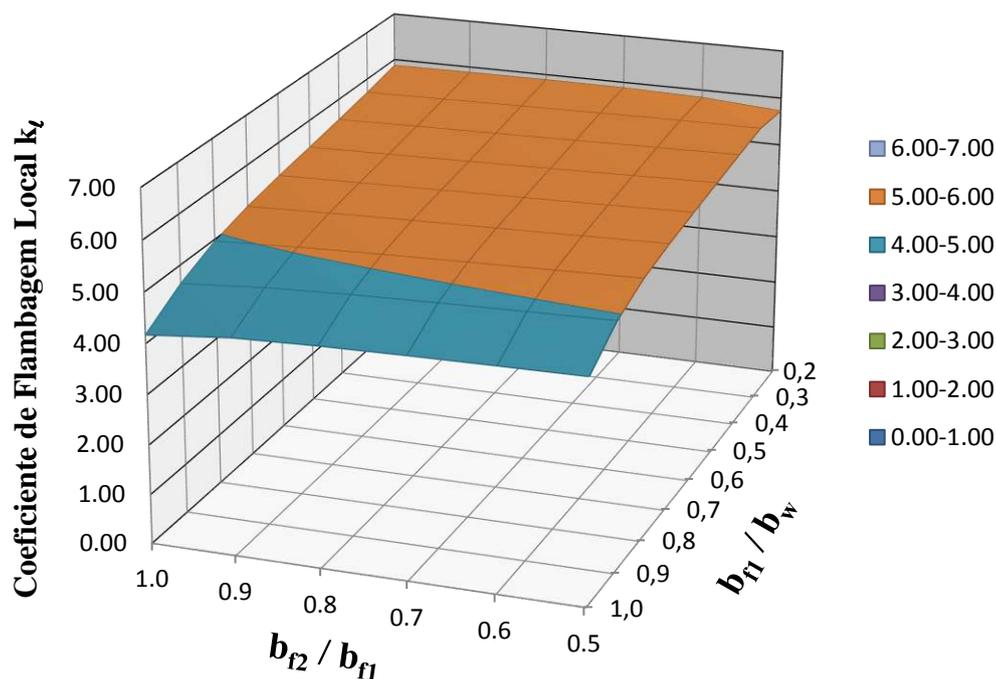


Figura 6.9 – Superfície formada pelos valores dos coeficientes de flambagem local k_ℓ para seção completa em perfis Z_e e Z_{ea} na Compressão axial, segundo relações geométricas da seção

Com base nas superfícies obtidas para a compressão axial, ilustradas pelas Figuras 6.6, 6.7, 6.8 e 6.9, nota-se grande semelhança entre as superfícies dos perfis simples, assim como entre as dos perfis enrijecidos. A observação mais uma vez ratifica o que foi comentado ao início das análises numéricas, isto é, para a flambagem local na compressão axial, a opção por seções monossimétricas ou ponto-simétricas é indiferente em se tratando do valor da força crítica local, isto considerando seções de propriedades iguais, como espessura, área da seção, larguras de mesas, enrijecedores e alma.

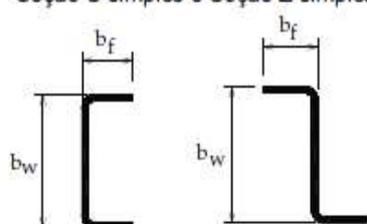
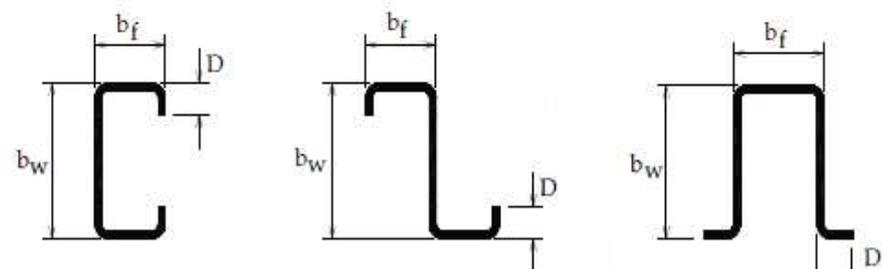
Além disso, é possível concluir, visualmente, que os perfis enrijecidos apresentaram superfícies menos complexas se comparadas às dos perfis simples. A composição em menor quantidade de cores distintas que formam as superfícies para os perfis enrijecidos contribui para a afirmação, assim como o aspecto quase plano destas. Já os perfis simples apresentaram superfícies com um alto grau de inclinação, o que significa uma variação maior para os valores dos coeficientes de flambagem local k_ℓ .

6.4.2 Compressão axial: expressões polinomiais de cálculo dos coeficientes de flambagem local k_{ℓ} para seções completas

Na presente seção serão apresentadas as equações polinomiais que permitem o cálculo dos coeficientes de flambagem local k_{ℓ} para seções completas na compressão axial, levando-se em conta as seções assimétricas investigadas na pesquisa. Para isso, uma tabela foi confeccionada contendo os coeficientes (ou termos) que compõem as expressões obtidas para cada tipo de perfil analisado, como descrito na seção 6.3.

O objetivo principal de se disponibilizar o cálculo dos coeficientes k_{ℓ} por expressões, além de fornecê-los apenas em tabelas, resultado da análise numérica efetuada pelo programa CUFSM v.3.12, é adequar-se ao mesmo procedimento adotado pela NBR 14762:2010 para o caso das seções simétricas. A Tabela 6.11 a seguir apresenta as expressões da norma brasileira, considerando seções monossimétricas U e ponto-simétricas Z, simples e enrijecidas. O símbolo η representa a relação b_{f1}/b_w utilizada ao longo de toda a pesquisa.

Tabela 6.11 – Expressões de cálculo para os coeficientes de flambagem local k_{ℓ} para seções completas na Compressão axial, segundo a NBR 14762:2010 (adaptado de Tabela 9 da NBR 14762:2010)

Seção U simples e Seção Z simples	
	
$k_{\ell} = 4,0 + 3,4 \eta + 21,8 \eta^2 - 174,3 \eta^3 + 319,9 \eta^4 - 237,6 \eta^5 + 63,6 \eta^6$ $(0,1 \leq \eta \leq 1,0)$	
Seção U enrijecido, Seção Z enrijecido e Seção cartola	
	
$k_{\ell} = 6,8 - 5,8 \eta + 9,2 \eta^2 - 6,0 \eta^3$ $(0,1 \leq \eta \leq 1,0 \text{ e } 0,1 \leq D/b_w \leq 0,3)$	

Observando a Tabela 6.11, percebe-se que a norma brasileira não utiliza expressões com mais de uma variável para estimar os valores dos coeficientes k_{ℓ} independente da condição da seção, isto é, se possui ou não enrijecedores de borda.

Para as seções simples a expressão com apenas a variável η justifica-se, pois é a única relação condicionante a valores distintos para os coeficientes k_{ℓ} na compressão axial. Para as seções enrijecidas a relação D/b_w é desconsiderada na expressão apenas devido ao fato de que as diferenças de valores para o intervalo $0,1 \leq D/b_w \leq 0,3$ são irrisórias, e seria desnecessária a adoção de duas variáveis na expressão.

Para as seções assimétricas investigadas na presente dissertação o uso de duas variáveis nas expressões foi necessário, sem, no entanto, torná-las não práticas de serem aplicadas. A Tabela 6.12 e a Figura 6.10 trazem os termos das expressões e a relação entre os valores obtidos para k_{ℓ} por expressão e análise numérica, respectivamente.

Tabela 6.12 – Termos das expressões polinomiais de cálculo dos coeficientes de flambagem local k_{ℓ} obtidos pelo Método da Regressão Polinomial para os perfis investigados na Compressão axial

Carregamento:		Compressão axial									
Intervalos:		$0,2 \leq b_{f1}/b_w \leq 0,6$					$0,6 < b_{f1}/b_w \leq 1,0$				
		-	X	X ²	X ³	X ⁴	-	X	X ²	X ³	X ⁴
U simples e U _a	-	1,19	28,59	-68,30	39,96	-	7,93	-13,08	5,73	-	-
	Y	-0,20	-7,23	10,87	-	-	0,56	0,59	-	-	-
	Y ²	3,34	-2,09	-	-	-	-0,83	-	-	-	-
	Y ³	-1,65	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	Y ⁴	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Z simples e Z _a	-	1,19	28,59	-68,30	39,96	-	7,93	-13,08	5,73	-	-
	Y	-0,20	-7,23	10,87	-	-	0,56	0,59	-	-	-
	Y ²	3,34	-2,09	-	-	-	-0,83	-	-	-	-
	Y ³	-1,65	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	Y ⁴	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
U enrijecido e U _{ea}	-	6,11	-1,84	4,64	-4,25	-	6,11	-1,84	4,64	-4,25	-
	Y	-0,26	-1,71	1,49	-	-	-0,26	-1,71	1,49	-	-
	Y ²	1,29	-0,59	-	-	-	1,29	-0,59	-	-	-
	Y ³	-0,63	-	-	-	-	-0,63	-	-	-	-
	Y ⁴	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Z enrijecido e Z _{ea}	-	6,11	-1,84	4,64	-4,25	-	6,11	-1,84	4,64	-4,25	-
	Y	-0,26	-1,71	1,49	-	-	-0,26	-1,71	1,49	-	-
	Y ²	1,29	-0,59	-	-	-	1,29	-0,59	-	-	-
	Y ³	-0,63	-	-	-	-	-0,63	-	-	-	-
	Y ⁴	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Coefficientes das expressões válidos para o intervalo $0,5 \leq b_{f2}/b_{f1} \leq 1,0$ e para a relação $D/b_w = 0,2$ (para perfis enrijecidos)

A variável X representa a relação b_{f1}/b_w e a variável Y representa a relação b_{f2}/b_{f1}

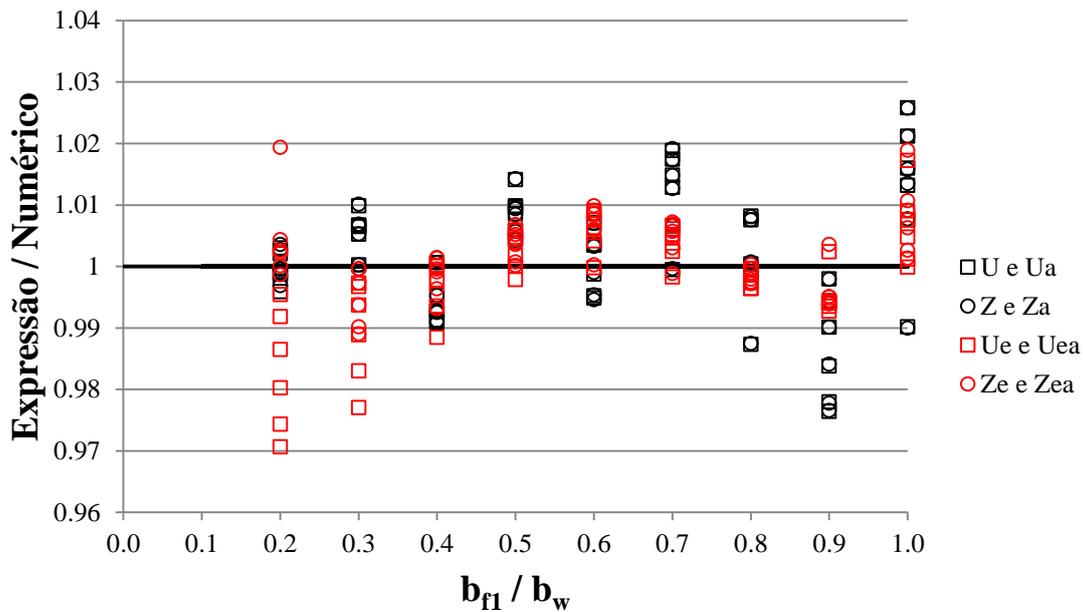


Figura 6.10 – Relação entre os resultados obtidos por Regressão Polinomial e Análise Numérica aplicados na obtenção dos coeficientes de flambagem local k_L para seção completa na Compressão axial

De acordo com a Tabela 6.12, a qual traz os coeficientes que compõem as expressões de cálculo dos coeficientes de flambagem local k_L na compressão axial das seções investigadas, percebe-se uma maior complexidade dos perfis simples em comparação aos perfis enrijecidos. Para estes últimos, uma única expressão foi suficiente para representar o cálculo dos coeficientes de flambagem nos intervalos abordados pela pesquisa. Já para os perfis simples foi necessário separar em duas expressões, visando desta forma uma melhor precisão e representação dos resultados.

Em relação à ordem (grau) das expressões que foram utilizadas, destaca-se a adoção do valor máximo de grau três, valor relativamente baixo, porém satisfatório para representar com fidelidade os valores da análise numérica. A relação entre os métodos de obtenção dos valores de k_L por expressão e numérico, não ultrapassou o limite de 3%, para mais ou para menos, como demonstrou o gráfico da Figura 6.10.

6.5 Flexão pura oblíqua: resultados da análise numérica

Os resultados da análise numérica serão apresentados em tabelas e gráficos da tensão crítica σ_{cr} em função da relação b_{f1}/b_w , análogo ao procedimento adotado para a compressão axial. Seguem Tabelas 6.13, 6.14, 6.15, 6.16, 6.17, 6.18, 6.19 e 6.20, juntamente das Figuras 6.11, 6.12, 6.13, 6.14, 6.15, 6.16, 6.17 e 6.18.

Tabela 6.13 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para momento fletor de flambagem local elástica para perfis U e U_a, na Flexão A

PERFIL PRIMÁRIO:						U simples			
CARREGAMENTO:						Flexão A (CT comprimido)			
MODO DE FLAMBAGEM:						Local			
b _{f1} / b _w	b _{f2} / b _{f1}	λ (mm)	σ _{cr} (MPa)	M _{cr} (N.mm)	k _l	COMPOSIÇÃO MODAL (%)			
						G	D	L	O
1,0	1,0	200	17,7	206090,5	0,98	0,0	0,0	99,9	0,0
1,0	0,9	200	21,1	225827,2	1,17	0,0	0,0	99,9	0,0
1,0	0,8	200	26,4	256442,1	1,46	0,1	0,0	99,9	0,0
1,0	0,7	200	35,4	306618,0	1,96	0,1	0,0	99,9	0,0
1,0	0,6	195	52,0	396349,1	2,88	0,1	0,0	99,9	0,1
1,0	0,5	185	86,6	577436,8	4,79	0,1	0,0	99,8	0,1
0,9	1,0	185	21,6	229974,4	1,19	0,0	0,0	99,9	0,0
0,9	0,9	185	25,6	251977,5	1,42	0,0	0,0	99,9	0,0
0,9	0,8	185	32,0	286062,2	1,77	0,1	0,0	99,9	0,0
0,9	0,7	185	42,8	341851,7	2,37	0,1	0,0	99,9	0,1
0,9	0,6	180	62,5	441232,5	3,46	0,1	0,0	99,8	0,1
0,9	0,5	170	103,6	641477,2	5,73	0,1	0,0	99,8	0,1
0,8	1,0	165	27,0	260543,7	1,49	0,0	0,0	99,9	0,0
0,8	0,9	165	31,9	285434,7	1,77	0,0	0,0	99,9	0,0
0,8	0,8	165	39,8	323922,0	2,20	0,1	0,0	99,9	0,1
0,8	0,7	165	52,9	386760,6	2,92	0,1	0,0	99,9	0,1
0,8	0,6	165	76,8	498521,5	4,25	0,1	0,0	99,8	0,1
0,8	0,5	155	126,4	722141,6	6,99	0,1	0,0	99,8	0,1
0,7	1,0	150	34,7	301021,9	1,92	0,0	0,0	99,9	0,1
0,7	0,9	150	41,0	329744,6	2,27	0,1	0,0	99,9	0,1
0,7	0,8	150	50,8	374069,2	2,81	0,1	0,0	99,9	0,1
0,7	0,7	150	67,2	446240,3	3,72	0,1	0,0	99,8	0,1
0,7	0,6	145	96,9	573680,2	5,36	0,1	0,0	99,8	0,1
0,7	0,5	140	157,9	825854,3	8,74	0,1	0,0	99,8	0,1
0,6	1,0	130	46,6	357019,8	2,58	0,0	0,0	99,9	0,1
0,6	0,9	130	54,7	390997,6	3,02	0,1	0,0	99,9	0,1
0,6	0,8	130	67,4	443257,8	3,73	0,1	0,0	99,8	0,1
0,6	0,7	130	88,6	527879,7	4,90	0,1	0,0	99,8	0,1
0,6	0,6	130	126,6	675907,7	7,00	0,1	0,0	99,8	0,1
0,6	0,5	125	202,7	960977,9	11,21	0,1	0,0	99,8	0,1
0,5	1,0	110	65,9	439428,0	3,65	0,0	0,0	99,9	0,1
0,5	0,9	110	76,9	481004,4	4,26	0,0	0,0	99,9	0,1
0,5	0,8	110	94,2	544574,2	5,21	0,1	0,0	99,8	0,1
0,5	0,7	110	122,6	646382,9	6,78	0,1	0,0	99,8	0,1
0,5	0,6	110	172,6	820086,2	9,55	0,1	0,0	99,8	0,1
0,5	0,5	110	266,8	1132978,5	14,76	0,1	0,0	99,8	0,2
0,4	1,0	95	100,7	570728,0	5,57	0,0	0,0	99,8	0,1
0,4	0,9	95	116,6	623485,3	6,45	0,1	0,0	99,8	0,1
0,4	0,8	95	141,3	702959,8	7,81	0,1	0,0	99,8	0,1
0,4	0,7	95	180,7	826555,4	10,00	0,1	0,0	99,8	0,1
0,4	0,6	95	246,2	1023316,1	13,62	0,1	0,0	99,8	0,1
0,4	0,5	90	350,8	1314552,4	19,40	0,1	0,0	99,7	0,2
0,3	1,0	75	172,1	803302,3	9,52	0,0	0,0	99,8	0,2
0,3	0,9	75	196,5	871412,6	10,87	0,0	0,0	99,8	0,2
0,3	0,8	80	232,2	967044,2	12,84	0,0	0,0	99,8	0,2
0,3	0,7	80	283,8	1097205,3	15,70	0,1	0,0	99,7	0,2
0,3	0,6	80	352,9	1253621,5	19,52	0,1	0,0	99,6	0,2
0,3	0,5	80	426,8	1383244,7	23,61	0,2	0,0	99,5	0,3
0,2	1,0	70	331,8	1216433,9	18,35	0,2	0,0	99,5	0,3
0,2	0,9	70	355,2	1250061,6	19,65	0,3	0,0	99,3	0,4
0,2	0,8	75	382,3	1278569,8	21,15	0,4	0,0	99,2	0,5
0,2	0,7	75	410,4	1291416,9	22,70	0,4	0,0	99,0	0,5
0,2	0,6	75	438,0	1286422,0	24,23	0,5	0,0	99,0	0,6
0,2	0,5	70	463,3	1263064,3	25,63	0,4	0,0	99,0	0,5
0,1	1,0	75	443,8	1183576,3	24,55	4,2	0,0	94,2	1,7
0,1	0,9	75	442,9	1150092,4	24,50	4,2	0,0	94,2	1,7
0,1	0,8	75	442,8	1112317,7	24,50	4,0	0,0	94,3	1,7
0,1	0,7	75	443,9	1071949,4	24,56	3,8	0,0	94,6	1,7
0,1	0,6	75	446,7	1031463,9	24,71	3,5	0,0	94,8	1,7
0,1	0,5	75	451,3	993743,9	24,96	3,3	0,0	95,1	1,7

Composição modal: G - Global; D - Distorcional; L - Local; O - Outros λ - Comprimento de semionda; k_l - Coef. Flambagem Local
 Resultados: preto - mínimo identificado pelo CUFSM v.3.12; azul - mínimo não identificado pelo CUFSM v.3.12, sendo o valor estimado segundo à curva de flambagem.

Tabela 6.14 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para momento fletor de flambagem local elástica para perfis U e U_a, na Flexão B

PERFIL PRIMÁRIO:						U simples			
CARREGAMENTO:						Flexão B (CT tracionado)			
MODO DE FLAMBAGEM:						Local			
b _{f1} / b _w	b _{f2} / b _{f1}	λ (mm)	σ _{cr} (MPa)	M _{cr} (N.mm)	k _l	COMPOSIÇÃO MODAL (%)			
						G	D	L	O
1,0	1,0	200	17,7	206090,5	0,98	0,0	0,0	99,9	0,0
1,0	0,9	185	22,4	213978,5	1,24	0,0	0,0	99,9	0,0
1,0	0,8	165	28,9	228303,2	1,60	0,0	0,0	99,9	0,0
1,0	0,7	150	37,9	252082,0	2,10	0,0	0,0	99,9	0,1
1,0	0,6	130	51,4	290859,8	2,84	0,1	0,0	99,9	0,1
1,0	0,5	110	73,0	355764,3	4,04	0,1	0,0	99,8	0,1
0,9	1,0	185	21,6	229974,4	1,19	0,0	0,0	99,9	0,0
0,9	0,9	170	27,4	239227,4	1,52	0,0	0,0	99,9	0,0
0,9	0,8	150	35,3	255746,0	1,95	0,0	0,0	99,9	0,1
0,9	0,7	135	46,4	282985,9	2,56	0,0	0,0	99,9	0,1
0,9	0,6	120	62,9	327499,9	3,48	0,1	0,0	99,8	0,1
0,9	0,5	100	89,4	401907,5	4,95	0,0	0,0	99,8	0,1
0,8	1,0	165	27,0	260543,7	1,49	0,0	0,0	99,9	0,0
0,8	0,9	150	34,3	271601,8	1,90	0,0	0,0	99,9	0,0
0,8	0,8	135	44,1	291058,1	2,44	0,0	0,0	99,9	0,1
0,8	0,7	120	58,1	323010,1	3,21	0,0	0,0	99,9	0,1
0,8	0,6	105	78,8	374969,7	4,36	0,0	0,0	99,8	0,1
0,8	0,5	90	112,1	461782,2	6,20	0,0	0,0	99,8	0,1
0,7	1,0	150	34,7	301021,9	1,92	0,0	0,0	99,9	0,1
0,7	0,9	135	44,1	314537,2	2,44	0,0	0,0	99,9	0,1
0,7	0,8	125	56,9	338095,8	3,15	0,0	0,0	99,9	0,1
0,7	0,7	110	74,9	376270,6	4,14	0,0	0,0	99,8	0,1
0,7	0,6	95	101,8	438350,4	5,63	0,0	0,0	99,8	0,1
0,7	0,5	80	144,8	542126,5	8,01	0,0	0,0	99,8	0,2
0,6	1,0	130	46,6	357019,8	2,58	0,0	0,0	99,9	0,1
0,6	0,9	120	59,2	374254,7	3,28	0,0	0,0	99,9	0,1
0,6	0,8	105	76,4	403640,8	4,23	0,0	0,0	99,8	0,1
0,6	0,7	95	100,6	450816,1	5,57	0,0	0,0	99,8	0,1
0,6	0,6	85	136,8	527274,4	7,57	0,1	0,0	99,8	0,2
0,6	0,5	70	194,3	654587,0	10,75	0,0	0,0	99,7	0,3
0,5	1,0	110	65,9	439428,0	3,65	0,0	0,0	99,9	0,1
0,5	0,9	100	83,9	462353,5	4,64	0,0	0,0	99,8	0,1
0,5	0,8	90	108,2	500467,8	5,99	0,0	0,0	99,8	0,1
0,5	0,7	80	142,7	561458,3	7,89	0,0	0,0	99,8	0,2
0,5	0,6	70	193,7	659269,4	10,72	0,0	0,0	99,7	0,2
0,5	0,5	65	273,9	819653,1	15,15	0,0	0,0	99,7	0,3
0,4	1,0	95	100,7	570728,0	5,57	0,0	0,0	99,8	0,1
0,4	0,9	85	128,1	602764,5	7,09	0,0	0,0	99,8	0,2
0,4	0,8	75	165,4	655403,4	9,15	0,0	0,0	99,8	0,2
0,4	0,7	70	217,6	737771,6	12,04	0,1	0,0	99,7	0,2
0,4	0,6	60	294,3	868294,7	16,28	0,0	0,0	99,7	0,3
0,4	0,5	55	410,1	1072979,4	22,69	0,0	0,0	99,7	0,3
0,3	1,0	75	172,1	803302,3	9,52	0,0	0,0	99,8	0,2
0,3	0,9	70	218,9	852412,7	12,11	0,0	0,0	99,7	0,2
0,3	0,8	65	281,6	929172,5	15,58	0,0	0,0	99,7	0,3
0,3	0,7	60	367,3	1044377,1	20,32	0,0	0,0	99,7	0,3
0,3	0,6	60	482,6	1204908,5	26,70	0,1	0,0	99,6	0,3
0,3	0,5	65	603,8	1352705,0	33,40	0,4	0,0	99,2	0,4
0,2	1,0	70	331,8	1216433,9	18,35	0,2	0,0	99,5	0,3
0,2	0,9	65	411,6	1268671,2	22,77	0,3	0,0	99,4	0,4
0,2	0,8	65	503,1	1325333,2	27,83	0,4	0,0	99,1	0,5
0,2	0,7	65	595,2	1366024,2	32,93	0,7	0,0	98,7	0,6
0,2	0,6	70	666,5	1361383,6	36,87	1,4	0,0	97,7	0,8
0,2	0,5	70	692,8	1291373,2	38,33	2,5	0,0	96,3	1,2
0,1	1,0	75	443,8	1183576,3	24,55	4,2	0,0	94,2	1,7
0,1	0,9	75	510,2	1157079,1	28,23	5,5	0,0	92,6	2,0
0,1	0,8	85	563,1	1107589,7	31,15	10,2	0,0	86,9	2,9
0,1	0,7	65	615,0	1072783,0	34,02	7,1	0,0	90,6	2,3
0,1	0,6	65	619,0	982553,9	34,24	10,7	0,0	86,3	3,0
0,1	0,5	65	572,8	852136,3	31,69	17,5	0,0	78,6	4,0

Composição modal: G - Global; D - Distorcional; L - Local; O - Outros λ - Comprimento de semionda; k_l - Coef. Flambagem Local

Resultados: preto - mínimo identificado pelo CUFSM v.3.12; azul - mínimo não identificado pelo CUFSM v.3.12, sendo o valor estimado segundo a curva de flambagem.

U e U_a - Modo Local - Flexão A

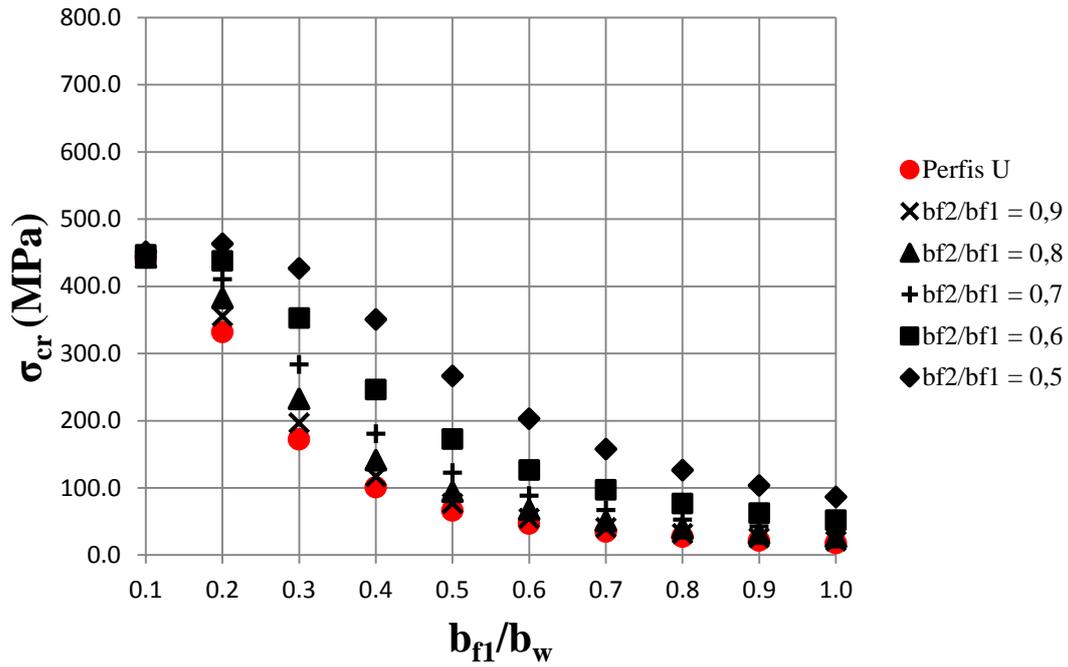


Figura 6.11 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para momento fletor de flambagem local elástica para perfis U e U_a, na Flexão A

U e U_a - Modo Local - Flexão B

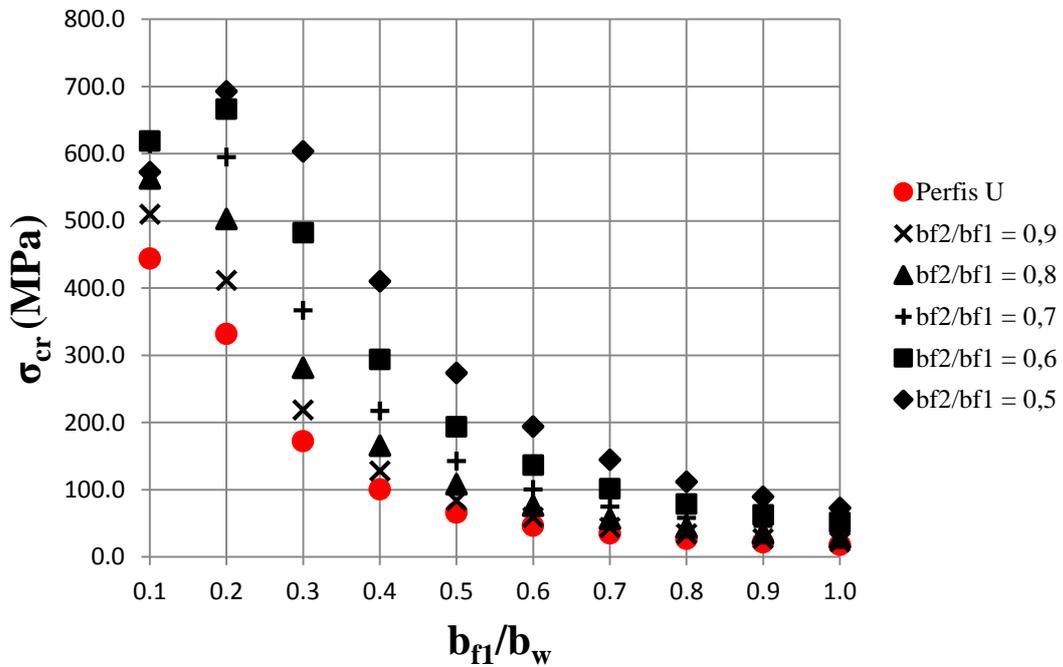


Figura 6.12 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para momento fletor de flambagem local elástica para perfis U e U_a, na Flexão B

Tabela 6.15 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para momento fletor de flambagem local elástica para perfis Z e Z_{as}, na Flexão A

PERFIL PRIMÁRIO:						Z simples			
CARREGAMENTO:						Flexão A (CT comprimido)			
MODO DE FLAMBAGEM:						Local			
b _{f1} / b _w	b _{f2} / b _{f1}	λ (mm)	σ _{cr} (MPa)	M _{cr} (N.mm)	k _l	COMPOSIÇÃO MODAL (%)			
						G	D	L	O
1,0	1,0	195	100,3	417820,4	5,55	0,0	0,0	100,0	0,0
1,0	0,9	170	167,4	667836,7	9,26	0,0	0,0	100,0	0,0
1,0	0,8	80	308,7	1188400,7	17,08	0,0	0,0	99,9	0,1
1,0	0,7	80	315,6	1184947,7	17,46	0,0	0,0	99,9	0,1
1,0	0,6	80	318,8	1181824,7	17,64	0,0	0,0	99,9	0,1
1,0	0,5	80	319,0	1181564,8	17,65	0,0	0,0	99,9	0,1
0,9	1,0	175	123,5	483765,1	6,83	0,0	0,0	100,0	0,0
0,9	0,9	155	207,4	779185,6	11,48	0,0	0,0	100,0	0,0
0,9	0,8	75	360,3	1308281,7	19,93	0,0	0,0	99,9	0,1
0,9	0,7	75	365,5	1296086,5	20,22	0,0	0,0	99,9	0,1
0,9	0,6	75	367,4	1287245,8	20,32	0,0	0,0	99,9	0,1
0,9	0,5	75	367,5	1286867,3	20,33	0,0	0,0	99,9	0,1
0,8	1,0	155	156,1	572394,2	8,64	0,0	0,0	100,0	0,0
0,8	0,9	135	263,7	929405,5	14,59	0,0	0,0	100,0	0,0
0,8	0,8	70	412,3	1407130,6	22,81	0,0	0,0	99,9	0,1
0,8	0,7	70	413,5	1379974,9	22,88	0,0	0,0	99,9	0,1
0,8	0,6	70	412,9	1362812,0	22,84	0,0	0,0	99,9	0,1
0,8	0,5	70	412,9	1362674,0	22,84	0,0	0,0	99,9	0,1
0,7	1,0	140	203,9	696500,1	11,28	0,0	0,0	100,0	0,0
0,7	0,9	120	346,7	1141081,6	19,18	0,0	0,0	100,0	0,0
0,7	0,8	65	455,0	1453285,3	25,17	0,0	0,0	99,8	0,2
0,7	0,7	65	451,5	1412481,3	24,98	0,0	0,0	99,8	0,2
0,7	0,6	65	448,5	1389173,5	24,81	0,0	0,0	99,8	0,2
0,7	0,5	65	448,7	1389818,6	24,82	0,0	0,0	99,8	0,2
0,6	1,0	120	277,9	879883,7	15,37	0,0	0,0	99,9	0,0
0,6	0,9	100	475,3	1453903,6	26,29	0,0	0,0	99,9	0,0
0,6	0,8	65	485,2	1443697,5	26,84	0,0	0,0	99,8	0,2
0,6	0,7	65	478,7	1397879,9	26,48	0,0	0,0	99,8	0,2
0,6	0,6	65	474,4	1373144,1	26,25	0,0	0,0	99,8	0,2
0,6	0,5	65	474,9	1374850,7	26,27	0,0	0,0	99,8	0,2
0,5	1,0	100	401,4	1170631,9	22,20	0,0	0,0	99,9	0,0
0,5	0,9	60	513,1	1450201,5	28,38	0,0	0,0	99,7	0,2
0,5	0,8	60	504,9	1392005,5	27,93	0,0	0,0	99,7	0,2
0,5	0,7	60	497,6	1349199,0	27,53	0,0	0,0	99,7	0,2
0,5	0,6	60	493,2	1327123,3	27,29	0,0	0,0	99,7	0,2
0,5	0,5	60	493,9	1329737,0	27,32	0,0	0,0	99,7	0,2
0,4	1,0	60	535,2	1427331,0	29,61	0,1	0,0	99,6	0,3
0,4	0,9	60	527,4	1368328,5	29,18	0,1	0,0	99,6	0,3
0,4	0,8	60	519,2	1318077,5	28,72	0,1	0,0	99,6	0,3
0,4	0,7	60	512,2	1281744,1	28,33	0,1	0,0	99,6	0,3
0,4	0,6	60	508,1	1263670,7	28,11	0,1	0,0	99,7	0,3
0,4	0,5	60	509,0	1266950,2	28,16	0,1	0,0	99,6	0,3
0,3	1,0	60	540,7	1306798,5	29,91	0,2	0,0	99,5	0,4
0,3	0,9	60	534,2	1261770,4	29,55	0,2	0,0	99,5	0,4
0,3	0,8	60	527,3	1223584,8	29,17	0,2	0,0	99,5	0,3
0,3	0,7	60	521,5	1196264,2	28,85	0,2	0,0	99,5	0,3
0,3	0,6	60	518,3	1183216,8	28,67	0,2	0,0	99,5	0,3
0,3	0,5	60	519,4	1186658,2	28,73	0,2	0,0	99,5	0,3
0,2	1,0	65	528,0	1144103,6	29,21	0,5	0,0	98,9	0,6
0,2	0,9	65	523,8	1115692,9	28,98	0,6	0,0	98,9	0,5
0,2	0,8	65	519,2	1091604,9	28,73	0,6	0,0	98,9	0,5
0,2	0,7	65	515,4	1074515,2	28,51	0,6	0,0	98,9	0,5
0,2	0,6	65	513,3	1066739,0	28,40	0,6	0,0	98,9	0,5
0,2	0,5	65	514,3	1069647,5	28,45	0,6	0,0	98,9	0,5
0,1	1,0	70	472,2	905115,6	26,12	3,8	0,0	94,6	1,6
0,1	0,9	75	469,1	890426,7	25,95	4,6	0,0	94,0	1,4
0,1	0,8	75	466,1	878320,5	25,79	4,6	0,0	94,0	1,4
0,1	0,7	75	463,8	870018,3	25,66	4,6	0,0	94,0	1,4
0,1	0,6	75	462,7	866498,9	25,60	4,4	0,0	94,1	1,4
0,1	0,5	75	463,3	868194,8	25,63	4,3	0,0	94,3	1,5

Composição modal: G - Global; D - Distorcional; L - Local; O - Outros λ - Comprimento de semionda; k_l - Coef. Flambagem Local
 Resultados: preto - mínimo identificado pelo CUFSM v.3.12; azul - mínimo não identificado pelo CUFSM v.3.12, sendo o valor estimado segundo à curva de flambagem.

Tabela 6.16 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para momento fletor de flambagem local elástica para perfis Z e Z_a, na Flexão B

PERFIL PRIMÁRIO:		Z simples							
CARREGAMENTO:		Flexão B (CT tracionado)							
MODO DE FLAMBAGEM:		Local							
b _{f1} / b _w	b _{f2} / b _{f1}	λ (mm)	σ _{cr} (MPa)	M _{cr} (N.mm)	k _l	COMPOSIÇÃO MODAL (%)			
						G	D	L	O
1,0	1,0	195	100,3	417820,4	5,55	0,0	0,0	100,0	0,0
1,0	0,9	195	81,4	335786,0	4,50	0,0	0,0	100,0	0,0
1,0	0,8	200	69,3	285464,5	3,83	0,0	0,0	100,0	0,0
1,0	0,7	200	61,8	255889,9	3,42	0,0	0,0	100,0	0,0
1,0	0,6	200	58,0	241772,8	3,21	0,0	0,0	100,0	0,0
1,0	0,5	200	57,8	240765,9	3,20	0,0	0,0	100,0	0,0
0,9	1,0	175	123,5	483765,1	6,83	0,0	0,0	100,0	0,0
0,9	0,9	180	100,0	388080,8	5,53	0,0	0,0	100,0	0,0
0,9	0,8	180	85,0	329640,1	4,71	0,0	0,0	100,0	0,0
0,9	0,7	180	75,9	295552,4	4,20	0,0	0,0	100,0	0,0
0,9	0,6	180	71,4	279486,5	3,95	0,0	0,0	100,0	0,0
0,9	0,5	180	71,2	278693,7	3,94	0,0	0,0	99,9	0,0
0,8	1,0	155	156,1	572394,2	8,64	0,0	0,0	100,0	0,0
0,8	0,9	160	126,0	458128,2	6,97	0,0	0,0	100,0	0,0
0,8	0,8	160	107,1	388880,8	5,92	0,0	0,0	99,9	0,0
0,8	0,7	165	95,6	348744,8	5,29	0,0	0,0	99,9	0,0
0,8	0,6	165	90,0	330049,3	4,98	0,0	0,0	99,9	0,0
0,8	0,5	165	89,9	329595,8	4,97	0,0	0,0	99,9	0,0
0,7	1,0	140	203,9	696500,1	11,28	0,0	0,0	100,0	0,0
0,7	0,9	140	164,0	556161,9	9,07	0,0	0,0	99,9	0,0
0,7	0,8	140	139,3	471762,2	7,71	0,0	0,0	99,9	0,0
0,7	0,7	145	124,4	423074,1	6,88	0,0	0,0	99,9	0,0
0,7	0,6	145	117,3	400857,9	6,49	0,0	0,0	99,9	0,0
0,7	0,5	145	117,4	401021,0	6,49	0,0	0,0	99,9	0,0
0,6	1,0	120	277,9	879883,7	15,37	0,0	0,0	99,9	0,0
0,6	0,9	120	222,9	700982,5	12,33	0,0	0,0	99,9	0,0
0,6	0,8	125	189,1	594115,5	10,46	0,0	0,0	99,9	0,0
0,6	0,7	125	169,0	532996,6	9,35	0,0	0,0	99,9	0,0
0,6	0,6	125	159,5	505698,3	8,83	0,0	0,0	99,9	0,0
0,6	0,5	125	160,1	506957,6	8,86	0,0	0,0	99,9	0,1
0,5	1,0	100	401,4	1170631,9	22,20	0,0	0,0	99,9	0,0
0,5	0,9	100	321,0	930531,5	17,76	0,0	0,0	99,9	0,1
0,5	0,8	100	272,0	788220,2	15,05	0,0	0,0	99,9	0,1
0,5	0,7	105	243,4	707731,7	13,46	0,0	0,0	99,9	0,1
0,5	0,6	105	230,3	672573,4	12,74	0,0	0,0	99,9	0,1
0,5	0,5	105	231,7	675888,2	12,82	0,0	0,0	99,9	0,1
0,4	1,0	60	535,2	1427331,0	29,61	0,1	0,0	99,6	0,3
0,4	0,9	80	501,4	1330242,5	27,74	0,0	0,0	99,9	0,1
0,4	0,8	80	424,9	1127083,7	23,51	0,0	0,0	99,9	0,1
0,4	0,7	80	380,8	1013318,8	21,07	0,0	0,0	99,9	0,1
0,4	0,6	80	361,5	965240,7	20,00	0,0	0,0	99,8	0,1
0,4	0,5	80	364,8	972744,1	20,18	0,0	0,0	99,8	0,1
0,3	1,0	60	540,7	1306798,5	29,91	0,2	0,0	99,5	0,4
0,3	0,9	60	544,6	1310887,0	30,13	0,2	0,0	99,4	0,4
0,3	0,8	65	543,0	1307112,7	30,04	0,3	0,0	99,4	0,4
0,3	0,7	65	533,1	1286605,4	29,49	0,4	0,0	99,3	0,4
0,3	0,6	65	518,7	1255360,2	28,69	0,5	0,0	99,0	0,4
0,3	0,5	70	503,0	1215572,5	27,83	0,9	0,0	98,5	0,6
0,2	1,0	65	528,0	1144103,6	29,21	0,5	0,0	98,9	0,6
0,2	0,9	65	524,6	1133371,1	29,02	0,7	0,0	98,8	0,6
0,2	0,8	65	518,5	1120523,2	28,68	0,8	0,0	98,6	0,6
0,2	0,7	65	509,9	1104266,9	28,21	1,1	0,0	98,3	0,6
0,2	0,6	70	497,8	1079994,7	27,54	1,8	0,0	97,3	0,8
0,2	0,5	70	480,5	1041167,9	26,58	2,8	0,0	96,1	1,1
0,1	1,0	70	472,2	905115,6	26,12	3,8	0,0	94,6	1,6
0,1	0,9	75	463,4	886868,8	25,63	5,8	0,0	92,7	1,5
0,1	0,8	80	450,1	861637,8	24,90	8,7	0,0	89,1	2,2
0,1	0,7	80	428,6	821509,1	23,71	11,8	0,0	85,5	2,7
0,1	0,6	85	386,7	741947,1	21,39	19,6	0,0	76,5	3,8
0,1	0,5	75	355,7	681729,3	19,68	22,7	0,0	73,1	4,2

Composição modal: G - Global; D - Distorcional; L - Local; O - Outros λ - Comprimento de semionda; k_l - Coef. Flambagem Local
 Resultados: preto - mínimo identificado pelo CUFSM v.3.12; azul - mínimo não identificado pelo CUFSM v.3.12, sendo o valor estimado segundo a curva de flambagem.

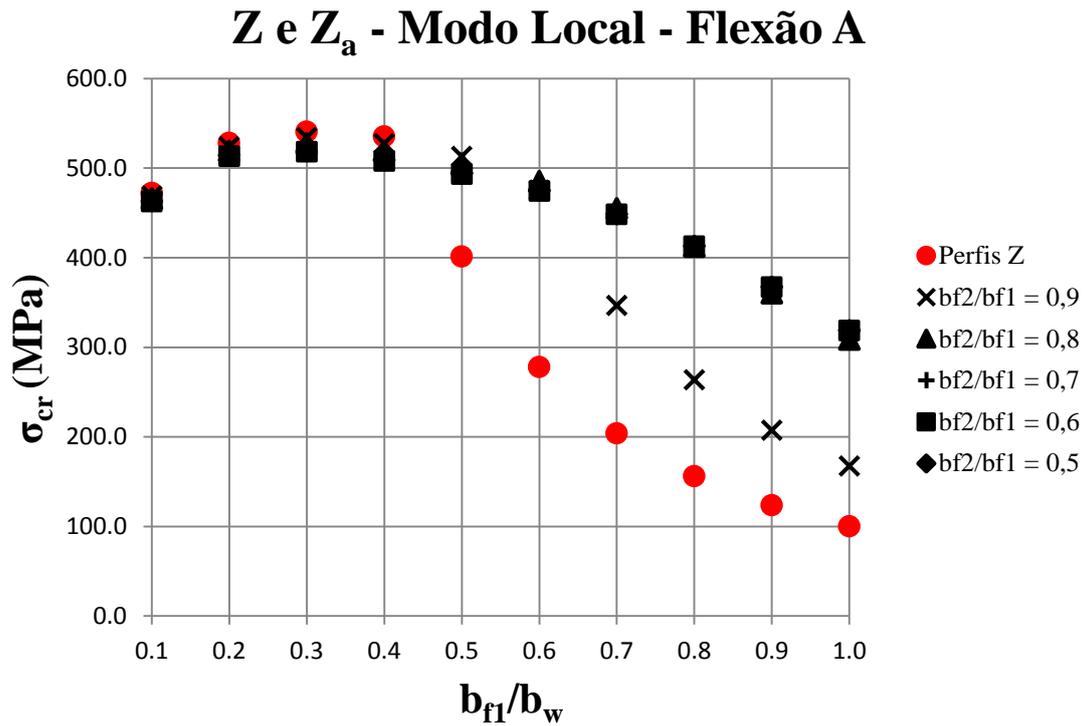


Figura 6.13 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para momento fletor de flambagem local elástica para perfis Z e Z_a, na Flexão A

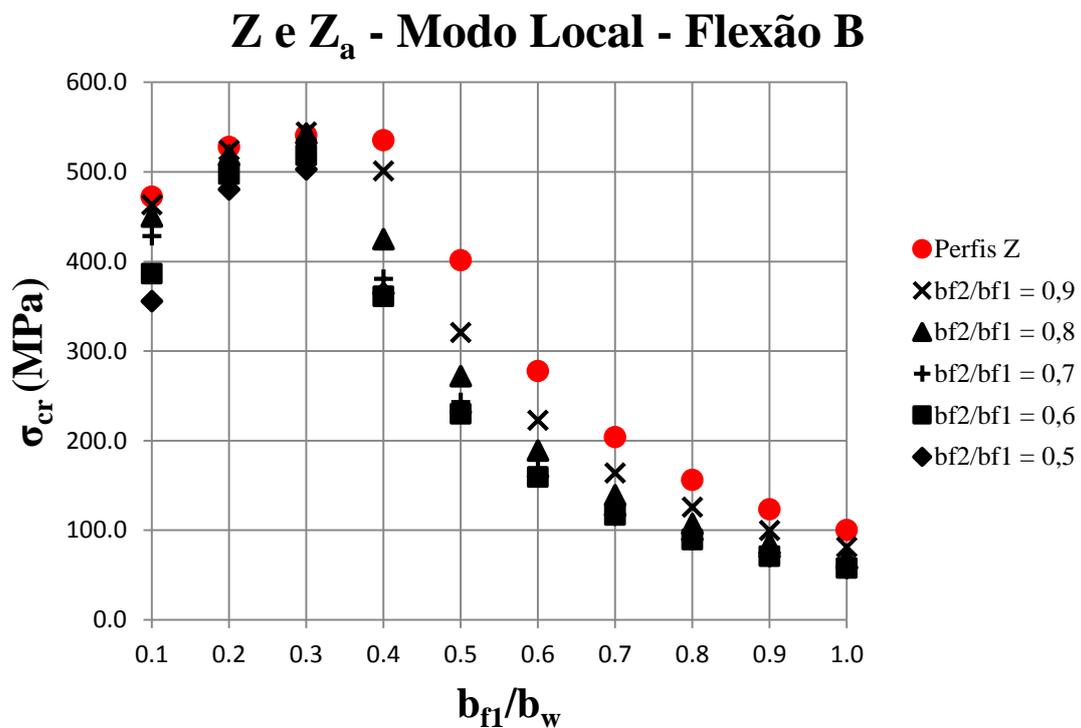


Figura 6.14 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para momento fletor de flambagem local elástica para perfis Z e Z_a, na Flexão B

Tabela 6.17 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para momento fletor de flambagem local elástica para perfis U_e e U_{ca} , na Flexão A

PERFIL PRIMÁRIO:		U enrijecido							
CARREGAMENTO:		Flexão A (CT comprimido)							
MODO DE FLAMBAGEM:		Local							
b_{fl} / b_w	b_{f2} / b_{fl}	λ (mm)	σ_{cr} (MPa)	M_{cr} (N.mm)	k_l	COMPOSIÇÃO MODAL (%)			
						G	D	L	O
1,0	1,0	90	90,5	1174569,3	5,01	0,0	0,3	99,4	0,3
1,0	0,9	90	98,6	1183138,0	5,46	0,0	0,3	99,4	0,3
1,0	0,8	90	108,8	1191082,1	6,02	0,0	0,3	99,4	0,3
1,0	0,7	90	121,1	1196526,3	6,70	0,0	0,3	99,4	0,3
1,0	0,6	90	135,6	1196853,8	7,50	0,0	0,3	99,4	0,3
1,0	0,5	90	151,8	1189060,1	8,40	0,0	0,3	99,4	0,3
0,9	1,0	80	111,5	1334971,6	6,17	0,0	0,3	99,4	0,3
0,9	0,9	80	121,1	1344682,8	6,70	0,0	0,3	99,4	0,3
0,9	0,8	80	133,1	1353384,9	7,36	0,0	0,3	99,4	0,3
0,9	0,7	80	147,6	1358757,8	8,17	0,0	0,3	99,4	0,3
0,9	0,6	80	164,5	1357647,8	9,10	0,0	0,2	99,4	0,3
0,9	0,5	80	183,4	1346614,3	10,14	0,0	0,2	99,5	0,3
0,8	1,0	75	140,5	1541796,1	7,77	0,0	0,3	99,3	0,4
0,8	0,9	75	152,2	1553409,0	8,42	0,0	0,3	99,3	0,4
0,8	0,8	75	166,6	1563362,1	9,22	0,0	0,3	99,3	0,4
0,8	0,7	75	184,0	1568562,0	10,18	0,0	0,3	99,3	0,4
0,8	0,6	70	204,0	1564792,6	11,29	0,0	0,2	99,4	0,3
0,8	0,5	70	225,9	1547715,6	12,50	0,0	0,2	99,5	0,3
0,7	1,0	65	181,7	1811779,7	10,05	0,0	0,3	99,3	0,4
0,7	0,9	65	196,1	1826078,8	10,85	0,0	0,3	99,2	0,4
0,7	0,8	65	213,8	1837028,5	11,83	0,0	0,3	99,2	0,4
0,7	0,7	65	234,7	1839806,1	12,98	0,0	0,3	99,3	0,4
0,7	0,6	65	258,1	1828229,0	14,28	0,0	0,2	99,4	0,4
0,7	0,5	65	282,9	1796804,8	15,65	0,0	0,2	99,4	0,4
0,6	1,0	60	242,7	2177679,0	13,43	0,0	0,3	99,2	0,5
0,6	0,9	60	261,2	2196355,3	14,45	0,0	0,3	99,1	0,5
0,6	0,8	60	283,0	2205671,3	15,66	0,0	0,3	99,2	0,5
0,6	0,7	60	307,2	2195266,4	17,00	0,0	0,2	99,3	0,5
0,6	0,6	60	331,9	2153405,3	18,36	0,0	0,2	99,4	0,4
0,6	0,5	65	354,8	2074327,6	19,63	0,0	0,2	99,4	0,3
0,5	1,0	55	332,4	2650564,8	18,39	0,0	0,2	99,2	0,5
0,5	0,9	55	356,0	2671866,2	19,69	0,0	0,3	99,2	0,5
0,5	0,8	55	379,8	2655029,9	21,01	0,0	0,2	99,2	0,5
0,5	0,7	60	398,3	2566544,7	22,03	0,0	0,2	99,3	0,4
0,5	0,6	60	409,7	2411045,9	22,67	0,0	0,2	99,4	0,3
0,5	0,5	65	417,7	2227331,9	23,11	0,0	0,2	99,4	0,3
0,4	1,0	55	441,9	3081807,5	24,45	0,0	0,2	99,4	0,4
0,4	0,9	55	461,7	3046213,7	25,54	0,0	0,2	99,4	0,4
0,4	0,8	60	466,9	2885649,0	25,83	0,0	0,3	99,3	0,4
0,4	0,7	60	463,1	2655723,1	25,62	0,0	0,2	99,4	0,4
0,4	0,6	60	457,6	2412102,1	25,31	0,0	0,2	99,4	0,3
0,4	0,5	60	454,2	2183719,9	25,12	0,0	0,2	99,4	0,3
0,3	1,0	55	521,1	3112727,3	28,83	0,0	0,1	99,6	0,3
0,3	0,9	55	523,1	2973782,6	28,94	0,0	0,2	99,4	0,3
0,3	0,8	60	513,0	2751544,4	28,38	0,1	0,3	99,2	0,4
0,3	0,7	60	499,2	2502733,1	27,62	0,1	0,3	99,2	0,4
0,3	0,6	60	486,9	2261978,1	26,93	0,1	0,3	99,2	0,4
0,3	0,5	60	478,2	2043259,6	26,45	0,1	0,3	99,2	0,4
0,2	1,0	50	569,3	2831548,4	31,50	0,0	0,2	99,6	0,2
0,2	0,9	55	559,6	2668709,0	30,96	0,1	0,5	98,9	0,5
0,2	0,8	55	543,9	2467235,3	30,09	0,1	0,6	98,7	0,6
0,2	0,7	55	527,4	2257549,3	29,18	0,1	0,6	98,7	0,6
0,2	0,6	55	512,6	2054037,7	28,36	0,1	0,6	98,7	0,6
0,2	0,5	60	500,5	1863523,6	27,69	0,2	0,7	98,4	0,7
0,1	1,0	50	615,9	2447060,0	34,07	0,3	2,0	96,6	1,1
0,1	0,9	55	595,9	2292120,4	32,96	0,5	3,4	94,4	1,7
0,1	0,8	55	575,2	2128008,1	31,82	0,5	3,4	94,3	1,8
0,1	0,7	55	555,3	1962169,8	30,72	0,5	3,3	94,4	1,7
0,1	0,6	55	537,3	1800292,3	29,72	0,6	3,2	94,5	1,7
0,1	0,5	60	521,4	1645520,9	28,85	0,8	4,1	93,1	2,0

Composição modal: G - Global; D - Distorcional; L - Local; O - Outros λ - Comprimento de semionda; k_l - Coef. Flambagem Local
 Resultados: preto - mínimo identificado pelo CUFSM v.3.12; azul - mínimo não identificado pelo CUFSM v.3.12, sendo o valor estimado segundo à curva de flambagem.

Tabela 6.18 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para momento fletor de flambagem local elástica para perfis U_e e U_{ca} , na Flexão B

PERFIL PRIMÁRIO:		U enrijecido							
CARREGAMENTO:		Flexão B (CT tracionado)							
MODO DE FLAMBAGEM:		Local							
b_{fl} / b_w	b_{f2} / b_{fl}	λ (mm)	σ_{cr} (MPa)	M_{cr} (N.mm)	k_l	COMPOSIÇÃO MODAL (%)			
						G	D	L	O
1,0	1,0	90	90,5	1174569,3	5,01	0,0	0,3	99,4	0,3
1,0	0,9	80	119,1	1324727,9	6,59	0,0	0,3	99,4	0,3
1,0	0,8	75	157,6	1516156,5	8,72	0,0	0,3	99,3	0,3
1,0	0,7	65	210,0	1762421,6	11,62	0,0	0,3	99,3	0,4
1,0	0,6	60	282,5	2084091,2	15,63	0,0	0,3	99,3	0,4
1,0	0,5	55	376,0	2456529,3	20,80	0,0	0,1	99,4	0,4
0,9	1,0	80	111,5	1334971,6	6,17	0,0	0,3	99,4	0,3
0,9	0,9	75	146,0	1505749,4	8,08	0,0	0,3	99,3	0,3
0,9	0,8	65	192,1	1720527,2	10,63	0,0	0,3	99,3	0,4
0,9	0,7	60	253,9	1989819,2	14,04	0,0	0,3	99,3	0,4
0,9	0,6	55	334,5	2312688,5	18,50	0,0	0,2	99,3	0,4
0,9	0,5	50	423,7	2604209,9	23,44	0,0	0,1	99,5	0,4
0,8	1,0	75	140,5	1541796,1	7,77	0,0	0,3	99,3	0,4
0,8	0,9	65	182,8	1736743,6	10,11	0,0	0,3	99,3	0,4
0,8	0,8	60	238,4	1975374,2	13,19	0,0	0,3	99,2	0,5
0,8	0,7	55	310,1	2258075,1	17,15	0,0	0,2	99,3	0,5
0,8	0,6	50	393,5	2538157,3	21,77	0,0	0,1	99,4	0,4
0,8	0,5	50	466,3	2684929,0	25,80	0,0	0,0	99,5	0,4
0,7	1,0	65	181,7	1811779,7	10,05	0,0	0,3	99,3	0,4
0,7	0,9	60	234,3	2034240,7	12,96	0,0	0,3	99,2	0,5
0,7	0,8	55	300,8	2290413,6	16,64	0,0	0,2	99,2	0,5
0,7	0,7	50	378,7	2546289,8	20,95	0,0	0,2	99,4	0,5
0,7	0,6	50	449,4	2689169,9	24,86	0,0	0,1	99,5	0,4
0,7	0,5	45	499,5	2680960,2	27,63	0,1	0,1	99,3	0,6
0,6	1,0	60	242,7	2177679,0	13,43	0,0	0,3	99,2	0,5
0,6	0,9	55	307,2	2415954,1	16,99	0,0	0,2	99,2	0,5
0,6	0,8	50	381,0	2643528,8	21,08	0,0	0,2	99,3	0,5
0,6	0,7	50	447,7	2758542,1	24,76	0,0	0,1	99,5	0,4
0,6	0,6	45	494,6	2727462,5	27,36	0,0	0,1	99,3	0,6
0,6	0,5	45	525,8	2615193,0	29,09	0,1	0,2	99,0	0,7
0,5	1,0	55	332,4	2650564,8	18,39	0,0	0,2	99,2	0,5
0,5	0,9	50	403,1	2838787,3	22,30	0,0	0,2	99,4	0,4
0,5	0,8	50	463,3	2899290,2	25,63	0,0	0,1	99,5	0,4
0,5	0,7	45	502,9	2814721,2	27,82	0,0	0,1	99,3	0,6
0,5	0,6	45	527,6	2659982,4	29,19	0,1	0,2	99,1	0,7
0,5	0,5	45	549,9	2517527,0	30,42	0,1	0,3	98,8	0,7
0,4	1,0	55	441,9	3081807,5	24,45	0,0	0,2	99,4	0,4
0,4	0,9	50	495,0	3077625,3	27,38	0,0	0,0	99,5	0,4
0,4	0,8	45	525,1	2926413,0	29,05	0,0	0,1	99,3	0,5
0,4	0,7	45	541,9	2723806,5	29,98	0,1	0,2	99,1	0,7
0,4	0,6	40	557,1	2542640,0	30,82	0,1	0,3	98,9	0,7
0,4	0,5	40	571,4	2387660,2	31,61	0,1	0,5	98,6	0,8
0,3	1,0	55	521,1	3112727,3	28,83	0,0	0,1	99,6	0,3
0,3	0,9	45	557,6	3004485,3	30,85	0,0	0,1	99,4	0,5
0,3	0,8	45	568,7	2776970,4	31,46	0,1	0,3	99,0	0,6
0,3	0,7	40	575,5	2560543,9	31,84	0,1	0,4	98,7	0,8
0,3	0,6	40	583,6	2381467,4	32,28	0,1	0,6	98,3	0,9
0,3	0,5	40	596,2	2249529,1	32,98	0,2	1,0	97,7	1,1
0,2	1,0	50	569,3	2831548,4	31,50	0,0	0,2	99,6	0,2
0,2	0,9	45	605,1	2754838,2	33,47	0,1	0,4	99,0	0,5
0,2	0,8	40	607,8	2543094,1	33,63	0,1	0,8	98,2	0,9
0,2	0,7	40	610,7	2359273,5	33,78	0,2	1,2	97,5	1,1
0,2	0,6	40	616,9	2214207,2	34,13	0,3	1,7	96,5	1,4
0,2	0,5	40	626,9	2106665,5	34,68	0,4	2,8	94,9	1,9
0,1	1,0	50	615,9	2447060,0	34,07	0,3	2,0	96,6	1,1
0,1	0,9	40	660,4	2450448,7	36,54	0,4	2,5	95,5	1,7
0,1	0,8	40	656,7	2281721,9	36,33	0,7	4,7	91,9	2,7
0,1	0,7	40	651,5	2127467,9	36,04	0,9	7,0	88,6	3,5
0,1	0,6	40	644,7	1989628,9	35,67	1,3	10,1	84,2	4,5
0,1	0,5	40	632,8	1858242,8	35,01	1,8	15,0	77,5	5,7

Composição modal: G - Global; D - Distorcional; L - Local; O - Outros λ - Comprimento de semionda; k_l - Coef. Flambagem Local
 Resultados: preto - mínimo identificado pelo CUFSM v.3.12; azul - mínimo não identificado pelo CUFSM v.3.12, sendo o valor estimado segundo à curva de flambagem.

U_e e U_{ea} - Modo Local - Flexão A

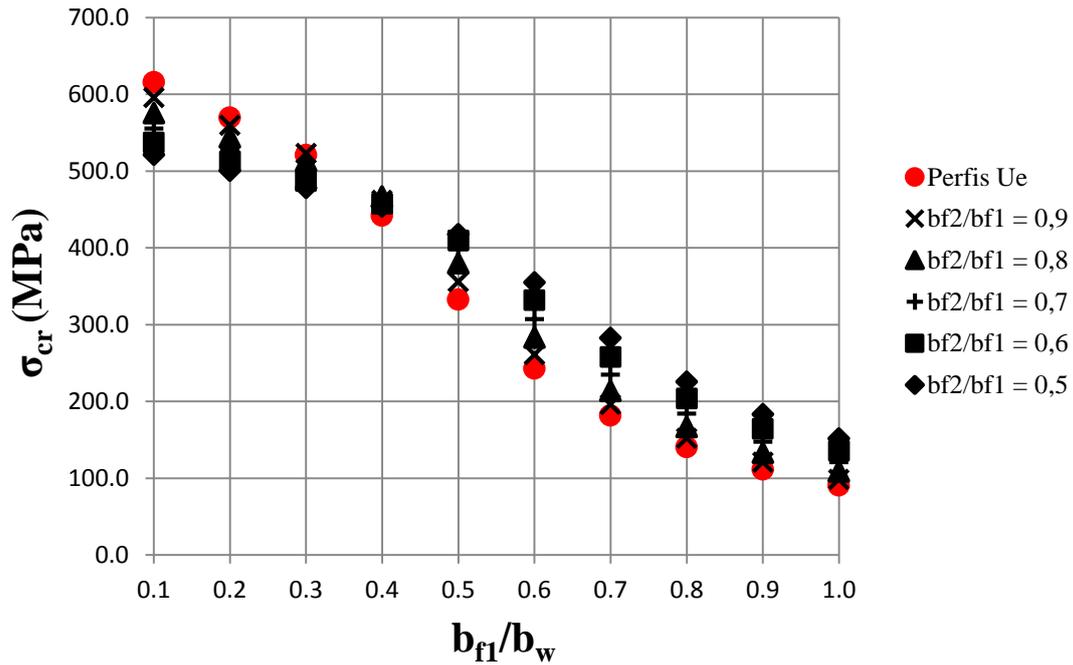


Figura 6.15 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para momento fletor de flambagem local elástica para perfis U_e e U_{ea}, na Flexão A

U_e e U_{ea} - Modo Local - Flexão B

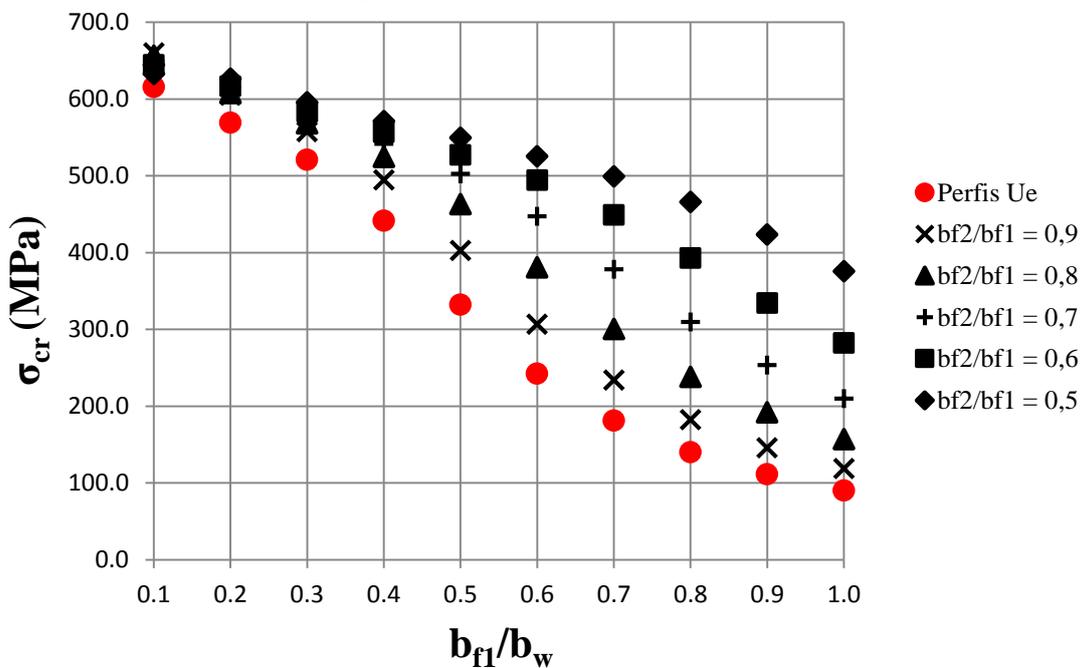


Figura 6.16 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para momento fletor de flambagem local elástica para perfis U_e e U_{ea}, na Flexão B

Tabela 6.19 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para momento fletor de flambagem local elástica para perfis Z_e e Z_{ea} , na Flexão A

PERFIL PRIMÁRIO:		Z enrijecido							
CARREGAMENTO:		Flexão A (CT comprimido)							
MODO DE FLAMBAGEM:		Local							
b_{f1} / b_w	b_{f2} / b_{f1}	λ (mm)	σ_{cr} (MPa)	M_{cr} (N.mm)	k_l	COMPOSIÇÃO MODAL (%)			
						G	D	L	O
1,0	1,0	85	220,8	1073959,0	12,22	0,0	0,4	99,1	0,4
1,0	0,9	85	227,4	1064420,0	12,58	0,0	0,4	99,1	0,5
1,0	0,8	80	233,1	1054895,3	12,90	0,0	0,4	99,2	0,4
1,0	0,7	80	237,6	1046026,9	13,15	0,0	0,3	99,2	0,4
1,0	0,6	80	240,7	1038425,8	13,32	0,0	0,3	99,3	0,4
1,0	0,5	80	242,2	1032279,8	13,40	0,0	0,3	99,3	0,4
0,9	1,0	75	262,6	1208743,0	14,53	0,0	0,3	99,2	0,5
0,9	0,9	75	269,5	1196082,3	14,91	0,0	0,4	99,1	0,5
0,9	0,8	75	275,5	1183572,2	15,24	0,0	0,4	99,1	0,5
0,9	0,7	75	280,1	1171883,7	15,50	0,0	0,4	99,2	0,4
0,9	0,6	75	283,3	1161787,5	15,67	0,0	0,3	99,2	0,4
0,9	0,5	75	284,8	1153894,1	15,76	0,0	0,3	99,2	0,4
0,8	1,0	70	316,2	1372829,0	17,49	0,0	0,4	99,1	0,5
0,8	0,9	70	323,0	1354502,3	17,87	0,0	0,4	99,0	0,6
0,8	0,8	70	328,6	1336027,1	18,18	0,0	0,4	99,1	0,5
0,8	0,7	70	332,7	1318518,3	18,40	0,0	0,4	99,1	0,5
0,8	0,6	70	335,2	1303424,0	18,55	0,0	0,3	99,2	0,5
0,8	0,5	70	336,5	1292209,4	18,61	0,0	0,3	99,2	0,5
0,7	1,0	65	383,0	1561526,7	21,19	0,0	0,4	99,0	0,6
0,7	0,9	65	387,9	1530703,9	21,46	0,0	0,5	98,9	0,6
0,7	0,8	65	391,2	1499655,9	21,64	0,0	0,4	99,1	0,5
0,7	0,7	65	393,0	1470491,8	21,74	0,0	0,4	99,1	0,5
0,7	0,6	65	393,7	1445853,4	21,78	0,0	0,3	99,2	0,5
0,7	0,5	65	393,8	1428475,7	21,78	0,0	0,3	99,2	0,5
0,6	1,0	60	454,3	1731448,8	25,13	0,0	0,4	99,0	0,6
0,6	0,9	60	454,2	1679216,7	25,13	0,0	0,4	99,0	0,6
0,6	0,8	60	452,7	1629025,3	25,04	0,0	0,4	99,1	0,6
0,6	0,7	60	450,3	1583942,5	24,91	0,0	0,3	99,1	0,5
0,6	0,6	60	447,8	1547238,1	24,77	0,0	0,3	99,1	0,5
0,6	0,5	60	445,9	1522059,9	24,67	0,0	0,3	99,1	0,6
0,5	1,0	60	509,8	1805184,5	28,20	0,0	0,5	98,8	0,7
0,5	0,9	60	504,0	1736289,9	27,88	0,0	0,5	98,8	0,7
0,5	0,8	60	497,8	1673142,2	27,54	0,0	0,4	98,9	0,6
0,5	0,7	60	491,8	1618270,4	27,21	0,0	0,4	99,0	0,6
0,5	0,6	60	486,6	1574254,6	26,92	0,0	0,4	99,0	0,6
0,5	0,5	60	482,9	1543625,0	26,71	0,0	0,4	99,0	0,6
0,4	1,0	55	543,6	1776053,4	30,08	0,0	0,5	98,7	0,7
0,4	0,9	55	536,3	1710035,7	29,67	0,0	0,5	98,8	0,7
0,4	0,8	55	529,0	1649995,1	29,27	0,0	0,5	98,8	0,7
0,4	0,7	60	521,8	1596509,9	28,87	0,0	0,6	98,7	0,7
0,4	0,6	60	515,4	1552504,9	28,51	0,0	0,9	98,4	0,7
0,4	0,5	60	510,6	1520356,7	28,25	0,0	0,9	98,5	0,6
0,3	1,0	55	567,3	1694667,9	31,38	0,1	0,8	98,2	0,9
0,3	0,9	55	559,9	1638756,6	30,98	0,1	0,8	98,2	0,9
0,3	0,8	55	552,7	1587378,3	30,57	0,1	1,1	98,0	0,9
0,3	0,7	55	545,8	1541829,1	30,19	0,1	1,1	98,1	0,8
0,3	0,6	55	539,6	1503396,2	29,85	0,1	1,1	98,1	0,8
0,3	0,5	55	534,7	1473395,0	29,58	0,1	1,1	98,1	0,7
0,2	1,0	55	589,1	1591137,1	32,59	0,1	7,5	90,9	1,5
0,2	0,9	55	582,7	1549507,3	32,24	0,1	7,4	91,1	1,4
0,2	0,8	55	576,4	1510561,8	31,89	0,1	7,3	91,3	1,3
0,2	0,7	55	570,3	1475024,8	31,55	0,1	7,0	91,6	1,2
0,2	0,6	55	564,6	1443655,4	31,23	0,1	6,6	92,1	1,2
0,2	0,5	55	559,6	1417231,2	30,96	0,1	5,4	93,2	1,2
0,1	1,0	60	590,7	1424595,2	32,68	0,3	18,0	77,5	4,2
0,1	0,9	60	586,5	1401603,5	32,45	0,3	19,2	76,5	4,0
0,1	0,8	60	582,3	1379500,5	32,21	0,3	19,8	76,1	3,8
0,1	0,7	60	578,1	1358507,3	31,98	0,3	20,2	75,8	3,7
0,1	0,6	60	573,9	1338858,5	31,75	0,3	20,4	75,6	3,8
0,1	0,5	60	569,9	1320802,9	31,53	0,3	20,4	75,3	4,0

Composição modal: G - Global; D - Distorcional; L - Local; O - Outros λ - Comprimento de semionda; k_l - Coef. Flambagem Local
 Resultados: preto - mínimo identificado pelo CUFSM v.3.12; azul - mínimo não identificado pelo CUFSM v.3.12, sendo o valor estimado segundo a curva de flambagem.

Tabela 6.20 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para momento fletor de flambagem local elástica para perfis Z_e e Z_{ca} , na Flexão B

PERFIL PRIMÁRIO:		Z enrijecido							
CARREGAMENTO:		Flexão B (CT tracionado)							
MODO DE FLAMBAGEM:		Local							
b_{fl} / b_w	b_{f2} / b_{fl}	λ (mm)	σ_{cr} (MPa)	M_{cr} (N.mm)	k_l	COMPOSIÇÃO MODAL (%)			
						G	D	L	O
1,0	1,0	85	220,8	1073959,0	12,22	0,0	0,4	99,1	0,4
1,0	0,9	75	254,1	1222405,3	14,06	0,0	0,4	99,2	0,4
1,0	0,8	70	295,8	1414114,0	16,36	0,0	0,4	99,1	0,5
1,0	0,7	60	349,8	1668390,8	19,35	0,0	0,4	99,0	0,6
1,0	0,6	55	420,1	2003167,9	23,24	0,0	0,4	99,0	0,6
1,0	0,5	55	506,3	2410484,9	28,01	0,0	0,4	99,0	0,6
0,9	1,0	75	262,6	1208743,0	14,53	0,0	0,3	99,2	0,5
0,9	0,9	70	301,5	1373447,1	16,68	0,0	0,4	99,1	0,5
0,9	0,8	65	349,7	1582955,6	19,35	0,0	0,4	99,0	0,5
0,9	0,7	60	409,7	1849946,0	22,67	0,0	0,4	99,0	0,6
0,9	0,6	55	481,5	2173179,3	26,64	0,0	0,4	99,0	0,6
0,9	0,5	55	551,7	2485606,3	30,52	0,0	0,4	99,0	0,6
0,8	1,0	70	316,2	1372829,0	17,49	0,0	0,4	99,1	0,5
0,8	0,9	65	360,9	1550967,5	19,96	0,0	0,4	99,0	0,6
0,8	0,8	60	413,8	1767446,0	22,89	0,0	0,4	99,0	0,6
0,8	0,7	55	474,5	2021018,4	26,25	0,0	0,4	99,0	0,6
0,8	0,6	55	534,3	2274208,5	29,56	0,0	0,4	99,0	0,6
0,8	0,5	45	575,9	2446795,0	31,86	0,0	0,5	98,2	1,2
0,7	1,0	65	383,0	1561526,7	21,19	0,0	0,4	99,0	0,6
0,7	0,9	60	429,8	1735464,6	23,77	0,0	0,4	99,0	0,6
0,7	0,8	60	480,3	1927900,2	26,57	0,0	0,5	98,9	0,6
0,7	0,7	55	528,1	2113641,3	29,22	0,0	0,4	99,0	0,6
0,7	0,6	55	569,5	2276685,7	31,50	0,0	0,4	98,9	0,6
0,7	0,5	45	596,5	2380879,6	33,00	0,0	0,6	98,0	1,4
0,6	1,0	60	454,3	1731448,8	25,13	0,0	0,4	99,0	0,6
0,6	0,9	60	493,5	1863840,2	27,30	0,0	0,4	98,9	0,6
0,6	0,8	55	530,0	1989721,7	29,32	0,0	0,4	99,0	0,6
0,6	0,7	55	562,5	2105361,7	31,12	0,0	0,4	98,9	0,6
0,6	0,6	55	591,4	2210612,9	32,72	0,0	0,5	98,8	0,7
0,6	0,5	55	615,7	2298089,7	34,06	0,0	0,6	98,5	0,9
0,5	1,0	60	509,8	1805184,5	28,20	0,0	0,5	98,8	0,7
0,5	0,9	55	535,9	1881690,9	29,64	0,0	0,4	99,0	0,6
0,5	0,8	55	560,3	1956476,5	30,99	0,0	0,4	98,9	0,7
0,5	0,7	55	583,9	2032726,2	32,30	0,0	0,5	98,7	0,7
0,5	0,6	55	606,3	2107656,6	33,54	0,0	0,6	98,5	0,8
0,5	0,5	55	626,4	2174470,9	34,65	0,1	0,9	98,2	0,9
0,4	1,0	55	543,6	1776053,4	30,08	0,0	0,5	98,7	0,7
0,4	0,9	55	561,8	1821564,4	31,08	0,0	0,5	98,7	0,7
0,4	0,8	55	580,4	1872327,8	32,11	0,0	0,6	98,5	0,8
0,4	0,7	55	599,3	1927528,5	33,15	0,1	0,8	98,3	0,8
0,4	0,6	55	617,9	1984455,1	34,18	0,1	5,1	93,9	0,9
0,4	0,5	50	634,5	2035641,6	35,10	0,1	5,1	93,9	0,9
0,3	1,0	55	567,3	1694667,9	31,38	0,1	0,8	98,2	0,9
0,3	0,9	55	581,6	1726622,3	32,18	0,1	1,0	98,0	1,0
0,3	0,8	55	596,7	1763546,1	33,01	0,1	5,2	93,8	1,0
0,3	0,7	55	612,1	1804144,5	33,86	0,1	5,6	93,2	1,1
0,3	0,6	55	627,0	1845503,5	34,68	0,1	6,3	92,4	1,2
0,3	0,5	55	639,3	1880883,6	35,37	0,1	7,4	91,0	1,6
0,2	1,0	55	589,1	1591137,1	32,59	0,1	7,5	90,9	1,5
0,2	0,9	55	599,7	1612357,9	33,17	0,1	8,2	90,2	1,5
0,2	0,8	55	610,1	1635033,5	33,75	0,1	9,0	89,2	1,6
0,2	0,7	55	619,4	1656575,8	34,27	0,1	10,1	87,9	1,9
0,2	0,6	55	625,6	1671471,4	34,61	0,2	11,7	85,8	2,3
0,2	0,5	60	623,6	1666275,7	34,50	0,2	19,9	76,6	3,2
0,1	1,0	60	590,7	1424595,2	32,68	0,3	18,0	77,5	4,2
0,1	0,9	60	585,7	1409344,0	32,40	0,3	21,3	74,1	4,3
0,1	0,8	70	573,3	1377536,6	31,72	0,4	34,5	60,8	4,2
0,1	0,7	75	552,8	1327155,7	30,58	0,5	44,2	50,0	5,3
0,1	0,6	75	528,3	1268007,6	29,22	0,6	51,5	43,8	4,2
0,1	0,5	75	505,7	1214333,8	27,97	0,6	59,1	37,5	2,8

Composição modal: G - Global; D - Distorcional; L - Local; O - Outros λ - Comprimento de semionda; k_l - Coef. Flambagem Local

Resultados: preto - mínimo identificado pelo CUFSM v.3.12; azul - mínimo não identificado pelo CUFSM v.3.12, sendo o valor estimado segundo a curva de flambagem.

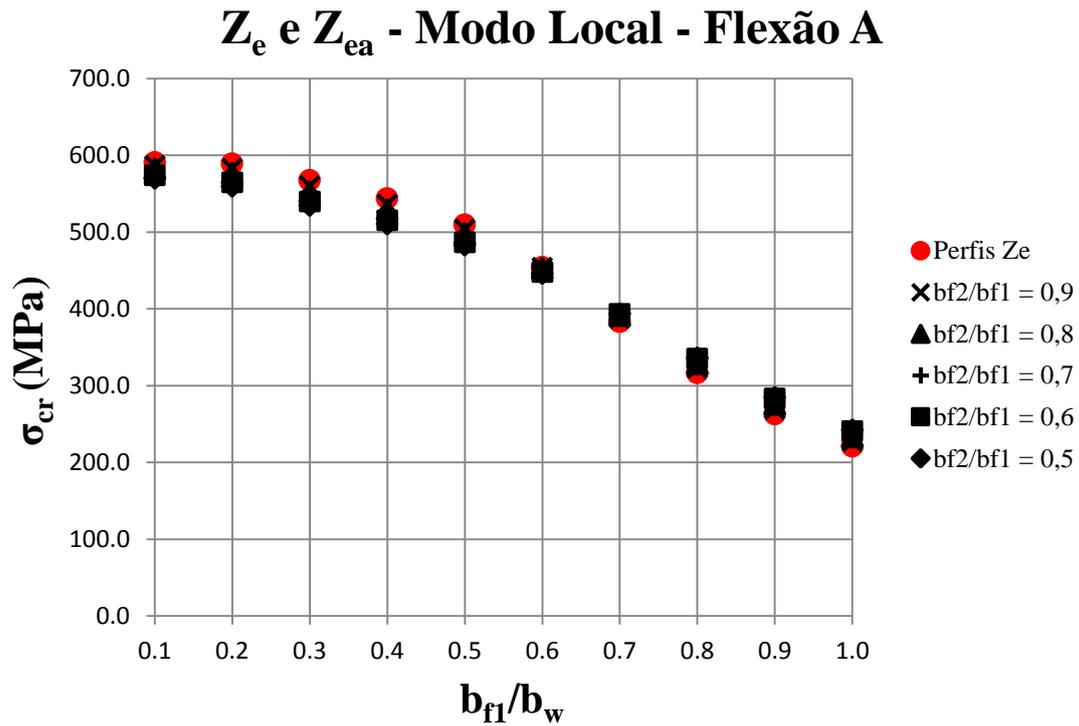


Figura 6.17 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para momento fletor de flambagem local elástica para perfis Z_e e Z_{ea}, na Flexão A

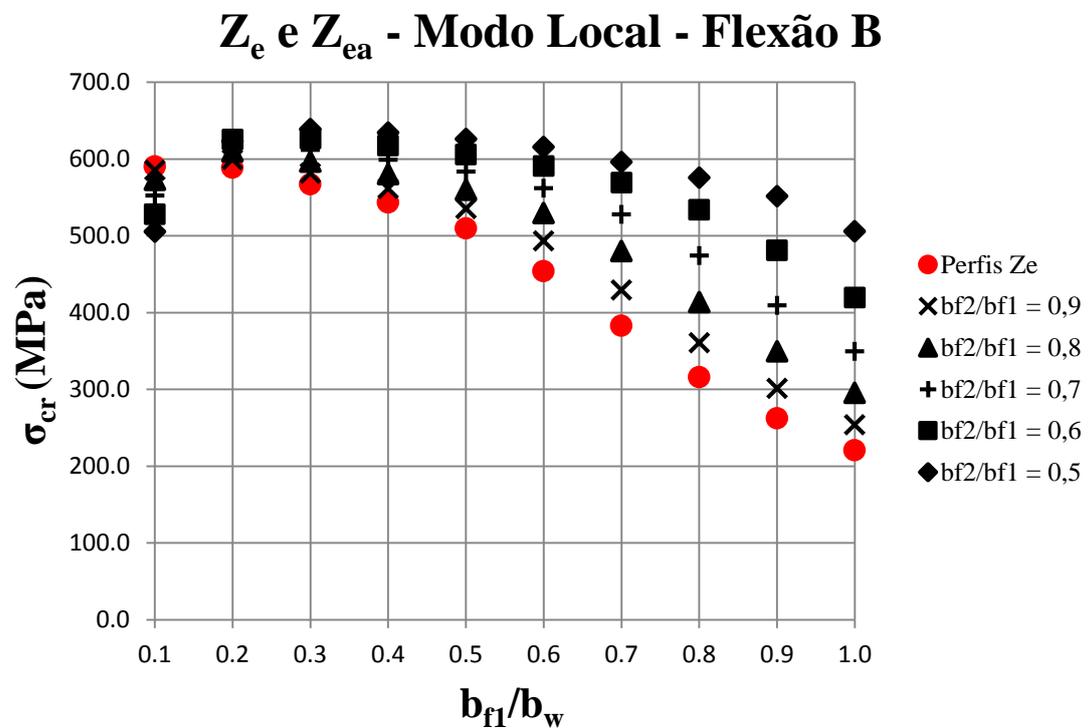


Figura 6.18 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para momento fletor de flambagem local elástica para perfis Z_e e Z_{ea}, na Flexão B

A partir dos resultados apresentados nas Tabelas e Figuras que foram expostas anteriormente, cabem as seguintes observações:

- (i) De acordo com os gráficos apresentados pelas Figuras 6.11, 6.13, 6.15 e 6.17, representando a tensão crítica local na Flexão A para as seções investigadas, percebe-se que, diferente dos casos vistos na compressão axial, houve uma variação considerável de valores das seções assimétricas para com as seções simétricas, considerando relações iguais para b_{f1}/b_w . Apenas para o caso das seções Z_c e Z_{ca} ocorreu uma pequena variação entre os valores da tensão crítica local, podendo ser verificado pela proximidade entre os pontos de cor vermelha e preta;
- (ii) Já para o caso da Flexão B, representada pelos gráficos das Figuras 6.12, 6.14, 6.16 e 6.18, pode-se notar uma grande variação da tensão crítica local em todas as seções analisadas, sem exceções, comparando se as seções assimétricas com as seções simétricas de uma mesma relação b_{f1}/b_w . Ainda, é possível observar que para quase todos os tipos de perfis as seções assimétricas apresentaram valores acima das seções simétricas, exceto para o caso das seções Z e Z_a , onde os pontos na cor vermelha encontram-se acima dos pontos na cor preta;
- (iii) Com base nos resultados constantes nas Tabelas anteriores, observou-se que as seções assimétricas apresentaram características distintas para o momento crítico local, considerando o tipo de perfil e flexão investigados. Algumas seções demonstraram redução ou crescimento do valor em relação à seção monossimétrica ou ponto-simétrica de origem, levando-se em conta uma mesma relação b_{f1}/b_w . Já para as seções simétricas, de um modo geral, os valores obtidos para o momento crítico local foram crescentes à medida que se reduziu a relação b_{f1}/b_w até determinado valor, sofrendo redução apenas para as menores relações;
- (iv) Algumas observações enunciadas para a compressão axial se estendem para a flexão pura oblíqua, tanto para o caso da Flexão A quanto da Flexão B, como por exemplo, o fato dos comprimentos de semionda se reduzirem com a redução da relação b_{f1}/b_w , assim como dos perfis simples apresentarem valores dos comprimentos mais elevados que os enrijecidos. Novamente a participação do modo local foi preponderante

sobre os demais, quase pura, considerando todos os modos adotados no programa CUFSM v.3.12, principalmente para relações b_{f1}/b_w mais altas. A geometria das seções enrijecidas mais uma vez contribuiu para que fossem obtidos momentos críticos local superiores aos das seções simples, levando-se em conta seções simétricas e assimétricas.

Após a discussão dos resultados da análise numérica da flambagem local na flexão dos perfis investigados, seguindo a mesma linha de trabalho adotada para a compressão axial, foram investigadas algumas seções segundo os programas GBTUL v.2.0 e ANSYS v.16.0, com o intuito de comparar os resultados obtidos para o momento crítico local com aqueles do programa CUFSM v.3.12, e dar prosseguimento no estudo do comportamento das seções sob o modo de flambagem local.

As mesmas relações b_{f1}/b_w adotadas para a compressão axial foram novamente escolhidas. A Flexão A foi a única das flexões a ser abordada, buscando desta forma rapidez e praticidade. As Tabelas 6.21, 6.22, 6.23 e 6.24 apresentam os resultados obtidos da comparação entre os métodos.

Tabela 6.21 – Comparativo entre os resultados do momento fletor de flambagem local elástica, M_{ℓ} , obtidos pelos métodos aplicados em perfis U e U_a na Flexão A

PERFIL PRIMÁRIO:		U simples				
b_{f1}/b_w	b_{f2}/b_{f1}	Método analítico	Método numérico			
			MEF		GBT	
		Equação [2.4] (*)	ANSYS v.16.0	dif. (%)	GBTUL v.2.0	dif. (%)
1,0	1,0	206090,50	210790,00	2,23	206991,12	0,44
1,0	0,9	225827,22	230660,00	2,10	226640,89	0,36
1,0	0,8	256442,76	263480,00	2,67	257898,57	0,56
1,0	0,7	306617,81	318480,00	3,72	307898,16	0,42
1,0	0,6	396351,18	402670,00	1,57	398137,67	0,45
1,0	0,5	577437,41	591460,00	2,37	581463,49	0,69
0,5	1,0	439428,00	456680,00	3,78	441212,94	0,40
0,5	0,9	481002,52	500250,00	3,85	484005,98	0,62
0,5	0,8	544574,19	565850,00	3,76	547111,33	0,46
0,5	0,7	646380,40	670120,00	3,54	648909,45	0,39
0,5	0,6	820083,39	855560,00	4,15	825661,43	0,68
0,5	0,5	1132985,80	1186100,00	4,48	1141652,70	0,76

Considerando $b_w = 100$ mm; $t = 1$ mm; $L = 4000$ mm; $D/b_w = 0,2$ (para perfis enrijecidos) e M_{ℓ} em N.mm

(*) O valor de k_{ℓ} inserido na Equação [2.4] foi obtido com o auxílio do programa CUFSM v.3.12 (MFF)

Tabela 6.22 – Comparativo entre os resultados do momento fletor de flambagem local elástica, M_{ℓ} , obtidos pelos métodos aplicados em perfis Z e Z_a na Flexão A

PERFIL PRIMÁRIO:		Z simples				
b_{f1}/b_w	b_{f2}/b_{f1}	Método analítico	Método numérico			
			MEF		GBT	
		Equação [2.4] (*)	ANSYS v.16.0	dif. (%)	GBTUL v.2.0	dif. (%)
1,0	1,0	417820,42	416050,00	0,43	418869,60	0,25
1,0	0,9	667836,73	649520,00	2,82	670560,64	0,41
1,0	0,8	1188400,69	1129700,00	5,20	1191900,50	0,29
1,0	0,7	1184947,73	1128600,00	4,99	1188176,80	0,27
1,0	0,6	1181824,62	1127400,00	4,83	1186374,60	0,38
1,0	0,5	1181564,81	1127700,00	4,78	1185385,60	0,32
0,5	1,0	1170631,89	1158400,00	1,06	1172298,70	0,14
0,5	0,9	1450201,51	1382100,00	4,93	1470546,40	1,38
0,5	0,8	1392005,46	1325900,00	4,99	1409889,90	1,27
0,5	0,7	1349199,00	1285700,00	4,94	1365746,20	1,21
0,5	0,6	1327123,29	1263800,00	5,01	1345009,00	1,33
0,5	0,5	1329736,97	1265600,00	5,07	1347016,80	1,28

Considerando $b_w = 100$ mm; $t = 1$ mm; $L = 4000$ mm; $D/b_w = 0,2$ (para perfis enrijecidos) e M_{ℓ} em N.mm

(*) O valor de k_{ℓ} inserido na Equação [2.4] foi obtido com o auxílio do programa CUFSM v.3.12 (MFF)

Tabela 6.23 – Comparativo entre os resultados do momento fletor de flambagem local elástica, M_{ℓ} , obtidos pelos métodos aplicados em perfis U_e e U_{ea} na Flexão A

PERFIL PRIMÁRIO:		U enrijecido				
b_{f1}/b_w	b_{f2}/b_{f1}	Método analítico	Método numérico			
			MEF		GBT	
		Equação [2.4] (*)	ANSYS v.16.0	dif. (%)	GBTUL v.2.0	dif. (%)
1,0	1,0	1174569,27	1114500,00	5,39	1176417,50	0,16
1,0	0,9	1183133,31	1122800,00	5,37	1184728,30	0,13
1,0	0,8	1191077,25	1131300,00	5,28	1193062,30	0,17
1,0	0,7	1196519,68	1137300,00	5,21	1198297,50	0,15
1,0	0,6	1196848,40	1139800,00	5,01	1199032,20	0,18
1,0	0,5	1189057,68	1135300,00	4,74	1190833,60	0,15
0,5	1,0	2650564,82	2655000,00	0,17	2657206,90	0,25
0,5	0,9	2671869,23	2654200,00	0,67	2680831,90	0,33
0,5	0,8	2655041,42	2602800,00	2,01	2664297,00	0,35
0,5	0,7	2566559,34	2483800,00	3,33	2577389,20	0,42
0,5	0,6	2411034,76	2316300,00	4,09	2422617,90	0,48
0,5	0,5	2227334,00	2121300,00	5,00	2233828,70	0,29

Considerando $b_w = 100$ mm; $t = 1$ mm; $L = 4000$ mm; $D/b_w = 0,2$ (para perfis enrijecidos) e M_{ℓ} em N.mm

(*) O valor de k_{ℓ} inserido na Equação [2.4] foi obtido com o auxílio do programa CUFSM v.3.12 (MFF)

Tabela 6.24 – Comparativo entre os resultados do momento fletor de flambagem local elástica, M_{ℓ} , obtidos pelos métodos aplicados em perfis Z_e e Z_{ea} na Flexão A

PERFIL PRIMÁRIO:		Z enrijecido				
b_{f1}/b_w	b_{f2}/b_{f1}	Método analítico	Método numérico			
			MEF		GBT	
		Equação [2.4] (*)	ANSYS v.16.0	dif. (%)	GBTUL v.2.0	dif. (%)
1,0	1,0	1073959,04	1043600,00	2,91	1076674,40	0,25
1,0	0,9	1064420,04	1034800,00	2,86	1067965,50	0,33
1,0	0,8	1054895,27	1028700,00	2,55	1057248,50	0,22
1,0	0,7	1046026,88	1022800,00	2,27	1048212,40	0,21
1,0	0,6	1038425,83	1017200,00	2,09	1041696,80	0,31
1,0	0,5	1032279,84	1012200,00	1,98	1034477,10	0,21
0,5	1,0	1805184,45	1908300,00	5,40	1820552,70	0,84
0,5	0,9	1736289,86	1826600,00	4,94	1752079,50	0,90
0,5	0,8	1673142,17	1751900,00	4,50	1687881,50	0,87
0,5	0,7	1618270,42	1687800,00	4,12	1630836,30	0,77
0,5	0,6	1574254,64	1636100,00	3,78	1586291,10	0,76
0,5	0,5	1543625,02	1600700,00	3,57	1555728,20	0,78

Considerando $b_w = 100$ mm; $t = 1$ mm; $L = 4000$ mm; $D/b_w = 0,2$ (para perfis enrijecidos) e M_{ℓ} em N.mm

(*) O valor de k_{ℓ} inserido na Equação [2.4] foi obtido com o auxílio do programa CUFSM v.3.12 (MFF)

Os valores obtidos pelo método analítico, representado pela Equação [2.4] e constante nas Tabelas 6.21, 6.22, 6.23 e 6.24, são os resultados para o momento crítico local M_{ℓ} , sendo utilizado para isso, novamente, os coeficientes de flambagem local k_{ℓ} para seções completas, os quais foram calibrados com a contribuição do programa computacional CUFSM v.3.12.

Adotando-se procedimentos análogos aos da análise da compressão axial, pode-se afirmar que, mais uma vez, os resultados transmitem confiança para que sejam tratados no decorrer da pesquisa, considerando as baixas diferenças percentuais encontradas da comparação entre os métodos aplicados na obtenção do momento crítico local para a flexão em torno do eixo perpendicular à alma da seção.

Novamente, as diferenças percentuais ficaram abaixo de 10%, sendo até menores do que aquelas verificadas para o caso da compressão axial para a comparação com o programa ANSYS v.16.0. Destaca-se que o programa GBTUL v.2.0 foi responsável, outra vez, por apresentar as menores diferenças percentuais quando comparado à Equação [2.4], esta representando o método analítico.

6.5.1 Flexão pura oblíqua: superfícies formadas pelos valores dos coeficientes de flambagem local k_L para seções completas

Primeiramente foram verificados os coeficientes de flambagem local k_L constantes na NBR 14762:2010 para as seções monossimétricas U e ponto-simétricas Z, simples e enrijecidas, na flexão simples em torno do eixo perpendicular à alma da seção. A abordagem se deu apenas para as seções simétricas, contudo, os resultados apresentados serviram de orientação para as análises posteriores das seções assimétricas, já que somente a geometria é modificada, e não a direção de flexão investigada. O intuito dessa verificação prévia, mais uma vez, é certificar o êxito das análises efetuadas pelo CUFSM v.3.12, conforme comparativo das Tabelas 6.25 e 6.26.

Tabela 6.25 – Comparativo dos valores dos coeficientes de flambagem local k_L para seção completa em perfis U e Z na Flexão simples (eixo x), segundo a NBR 14762:2010 e o programa CUFSM v.3.12

b_{fl}/b_w	U e Z simples		U simples		Z simples	
	NBR 14762:2010	CUFSM v3.12	dif. (%)	CUFSM v3.12	dif. (%)	
0,1	-	-	-	-	-	
0,2	18,40	18,35	0,25	29,21	58,76	
0,3	9,60	9,52	0,80	29,91	211,61	
0,4	5,60	5,57	0,50	29,61	428,76	
0,5	3,60	3,65	1,29	22,20	516,77	
0,6	2,60	2,58	0,92	15,37	491,21	
0,7	1,90	1,92	1,13	11,28	493,55	
0,8	1,50	1,49	0,60	8,64	475,74	
0,9	1,20	1,19	0,61	6,83	469,42	
1,0	1,00	0,98	2,28	5,55	454,75	

Para perfis enrijecidos, valores válidos para a relação $D/b_w = 0,2$

Tabela 6.26 – Comparativo dos valores dos coeficientes de flambagem local k_L para seção completa em perfis U_e e Z_e na Flexão simples (eixo x), segundo a NBR 14762:2010 e o programa CUFSM v.3.12

b_{fl}/b_w	U e Z enrijecidos		U enrijecido		Z enrijecido	
	NBR 14762:2010	CUFSM v3.12	dif. (%)	CUFSM v3.12	dif. (%)	
0,1	-	-	-	-	-	
0,2	32,00	31,50	1,57	32,59	1,84	
0,3	29,30	28,83	1,61	31,38	7,11	
0,4	24,80	24,45	1,42	30,08	21,27	
0,5	18,70	18,39	1,66	28,20	50,81	
0,6	13,60	13,43	1,28	25,13	84,82	
0,7	10,20	10,05	1,47	21,19	107,71	
0,8	7,90	7,77	1,61	17,49	121,44	
0,9	6,20	6,17	0,51	14,53	134,29	
1,0	5,10	5,01	1,79	12,22	139,52	

Para perfis enrijecidos, valores válidos para a relação $D/b_w = 0,2$

Considerando as Tabelas 6.25 e 6.26, que tratam das seções monossimétricas U e ponto-simétricas Z, simples e enrijecidas, na flexão simples em torno do eixo perpendicular à alma da seção (também denominado na presente pesquisa por eixo x), os bons resultados obtidos para as diferenças percentuais (valores irrisórios) são observados apenas quando são levadas em conta as seções monossimétricas, sejam simples ou enrijecidas.

De acordo com as diferenças encontradas na comparação entre os valores obtidos pelo CUFSM v.3.12 na presente investigação com os da norma brasileira, para as seções ponto-simétricas, percebe-se uma grande discrepância, e esta deve ser mencionada e discutida, mesmo que a NBR 14762:2010 tenha apresentado valores inferiores (menores que aqueles obtidos com o programa CUFSM v.3.12 na pesquisa, o que pode ser comprovado pelas diferenças registradas na cor vermelha).

A explicação para diferenças tão relevantes está na forma de tratamento que está sendo dada à flexão das seções ponto-simétricas, por parte da presente dissertação e por parte da norma brasileira. A primeira trata a flexão de todas as seções como livre, ou seja, não há impedimento para que a seção se desloque em qualquer direção, assim como para a distribuição de tensões normais na seção, que para o caso particular das seções ponto-simétricas caracteriza a *flexão oblíqua*. Já a segunda considera seções sob contenção lateral, isto é, impedidas de se deslocar lateralmente, resultando, assim, em uma distribuição de tensões normais similar ao caso de flexão reta, caracterizando a chamada *flexão restringida* (reta), assim definida por FÁVERO (2013).

A condição de flexão restringida foi verificada com o auxílio do programa CUFSM v.3.12, o qual permite análises sob as duas formas (livre e restringida). Como a proposta da presente investigação é o estudo da flexão livre (oblíqua), estas diferenças elevadas, encontradas na comparação para as seções ponto-simétricas, foram desconsideradas, sendo dado prosseguimento às análises. O caso da flexão restringida será abordado no Capítulo 7 desta dissertação com mais detalhes.

Logo em seguida são apresentadas as superfícies elaboradas para o coeficiente de flambagem local k_{ℓ} para seções completas em função das relações geométricas entre os elementos da seção, considerando seções simétricas e assimétricas. As Figuras 6.19, 6.20, 6.21, 6.22, 6.23, 6.24, 6.25 e 6.26 ilustram os casos de Flexão A e B investigados.

U e U_a - Valores de k_l na Flexão A

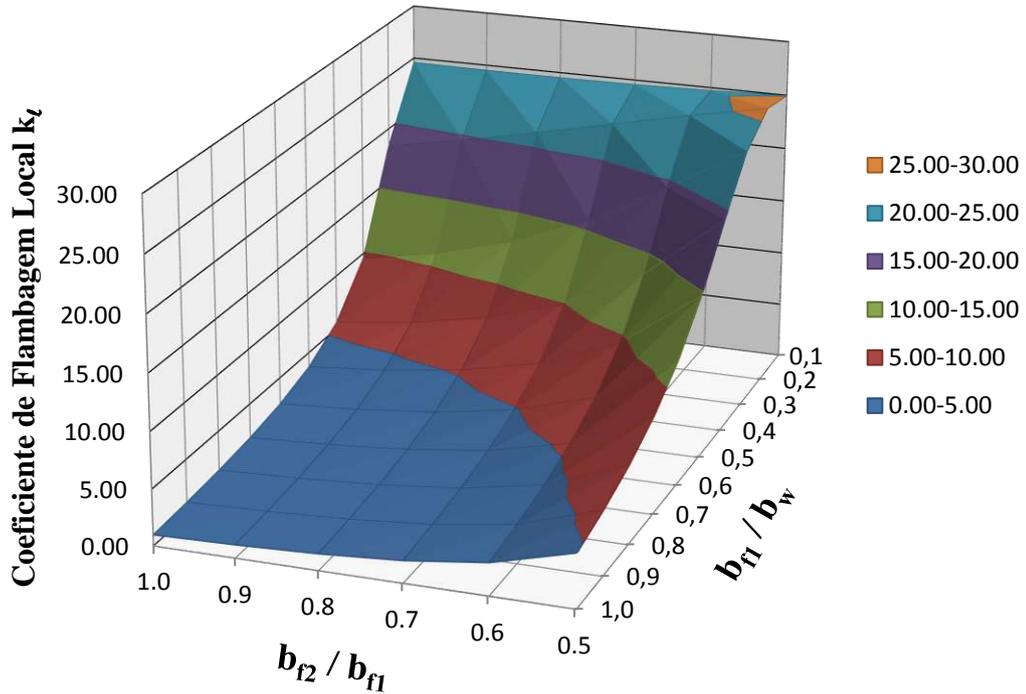


Figura 6.19 – Superfície formada pelos valores dos coeficientes de flambagem local k_l para seção completa em perfis U e U_a na Flexão A, segundo relações geométricas da seção

U e U_a - Valores de k_l na Flexão B

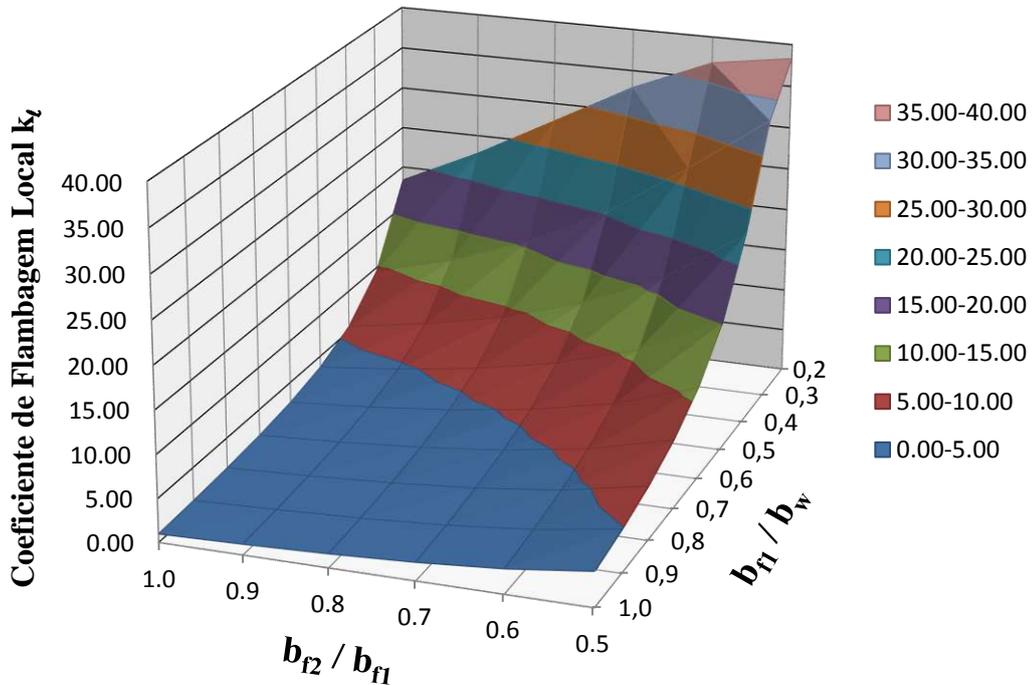


Figura 6.20 – Superfície formada pelos valores dos coeficientes de flambagem local k_l para seção completa em perfis U e U_a na Flexão B, segundo relações geométricas da seção

U_e e U_{ea} - Valores de k_ℓ na Flexão A

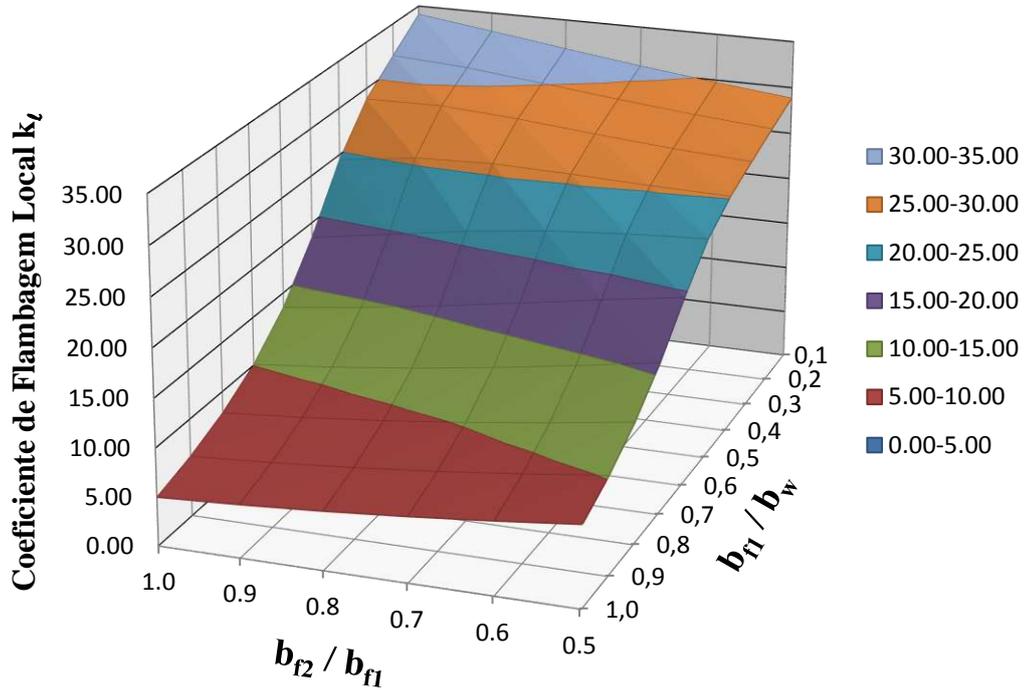


Figura 6.21 – Superfície formada pelos valores dos coeficientes de flambagem local k_{ℓ} para seção completa em perfis U_e e U_{ea} na Flexão A, segundo relações geométricas da seção

U_e e U_{ea} - Valores de k_ℓ na Flexão B

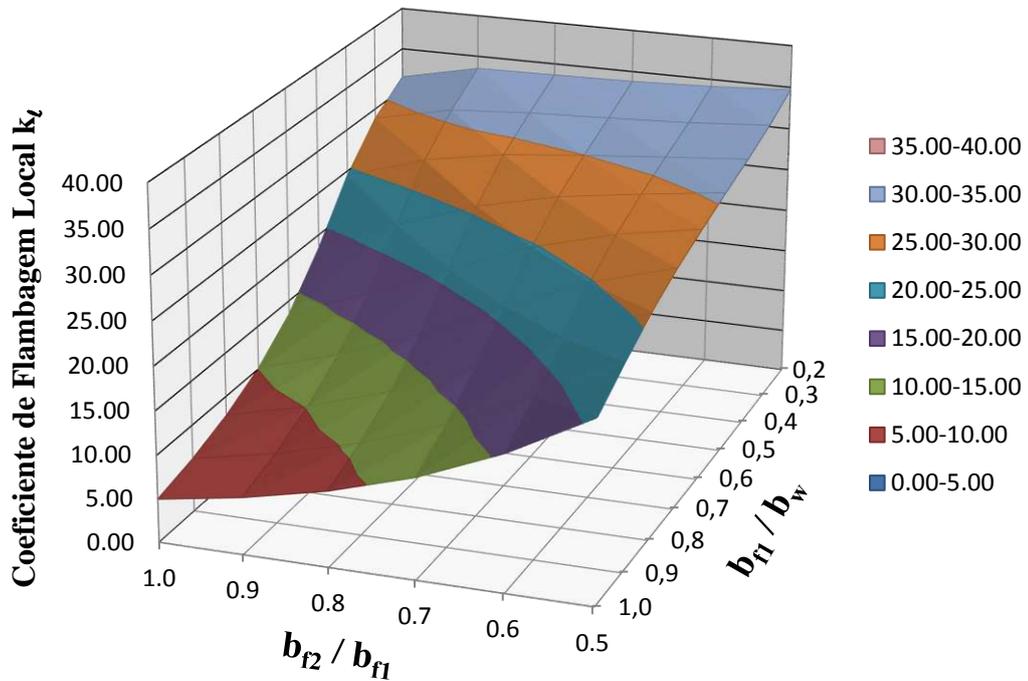


Figura 6.22 – Superfície formada pelos valores dos coeficientes de flambagem local k_{ℓ} para seção completa em perfis U_e e U_{ea} na Flexão B, segundo relações geométricas da seção

Z e Z_a - Valores de k_ℓ na Flexão A

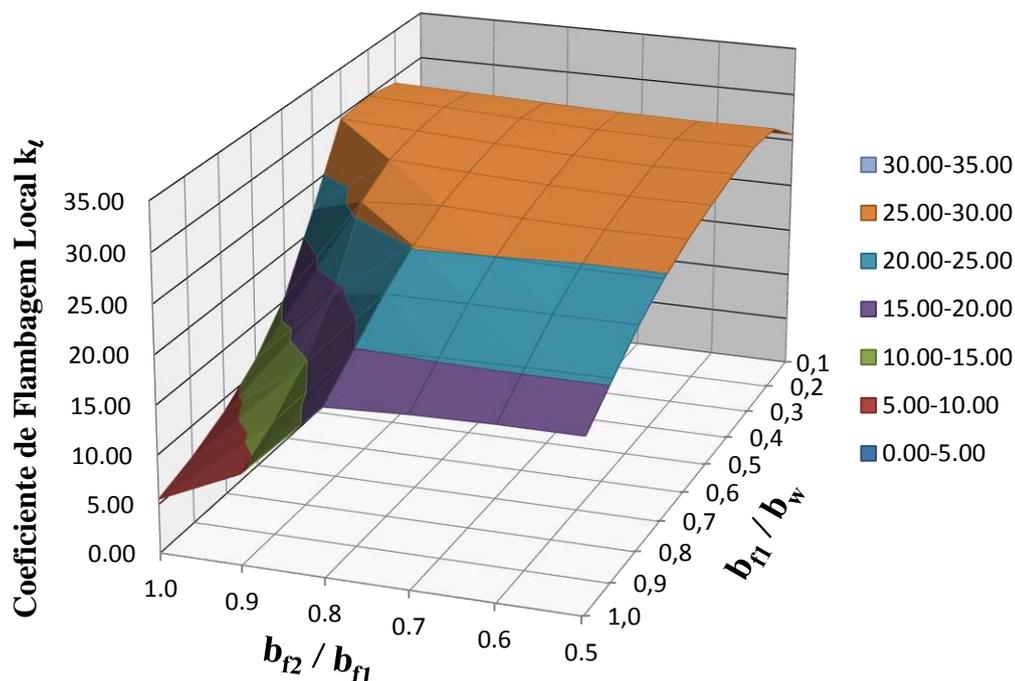


Figura 6.23 – Superfície formada pelos valores dos coeficientes de flambagem local k_{ℓ} para seção completa em perfis Z e Z_a na Flexão A, segundo relações geométricas da seção

Z e Z_a - Valores de k_ℓ na Flexão B

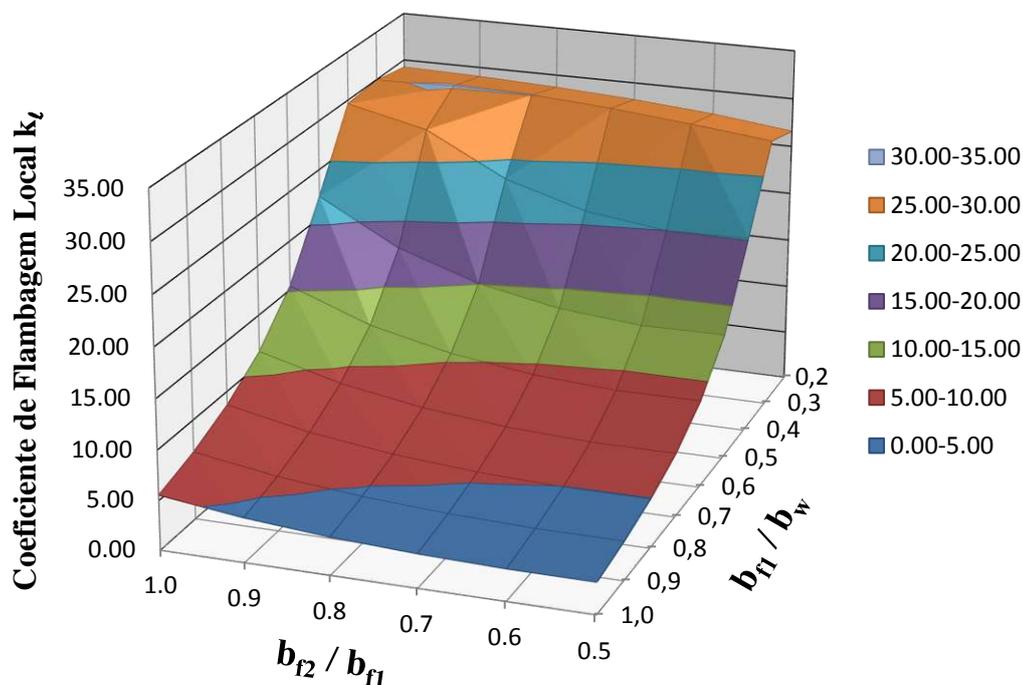


Figura 6.24 – Superfície formada pelos valores dos coeficientes de flambagem local k_{ℓ} para seção completa em perfis Z e Z_a na Flexão B, segundo relações geométricas da seção

Z_e e Z_{ea} - Valores de k_ℓ na Flexão A

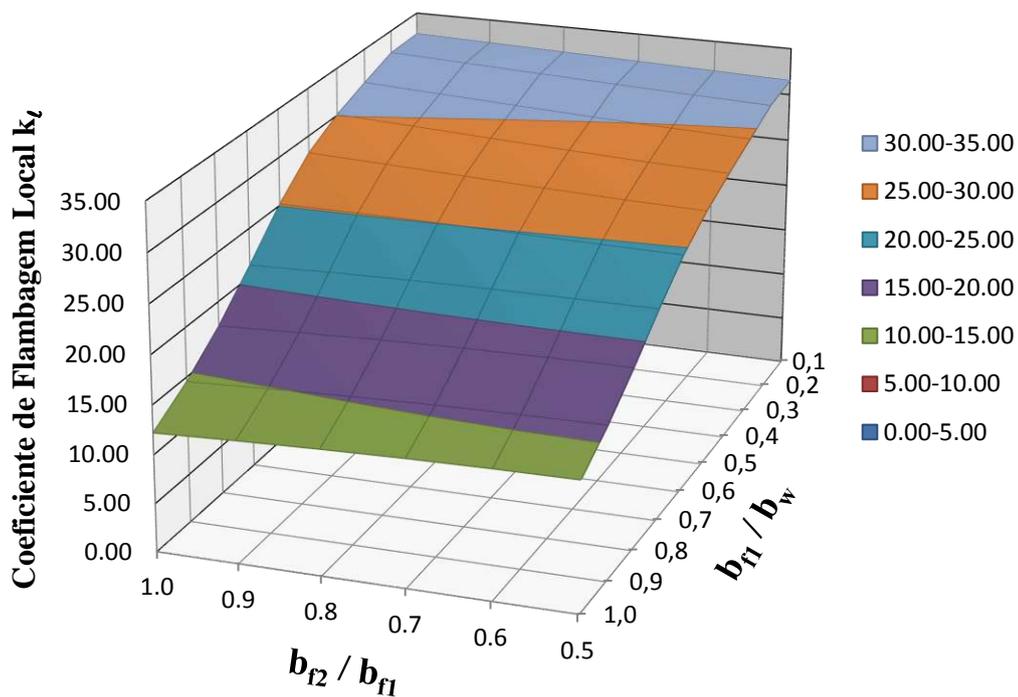


Figura 6.25 – Superfície formada pelos valores dos coeficientes de flambagem local k_ℓ para seção completa em perfis Z_e e Z_{ea} na Flexão A, segundo relações geométricas da seção

Z_e e Z_{ea} - Valores de k_ℓ na Flexão B

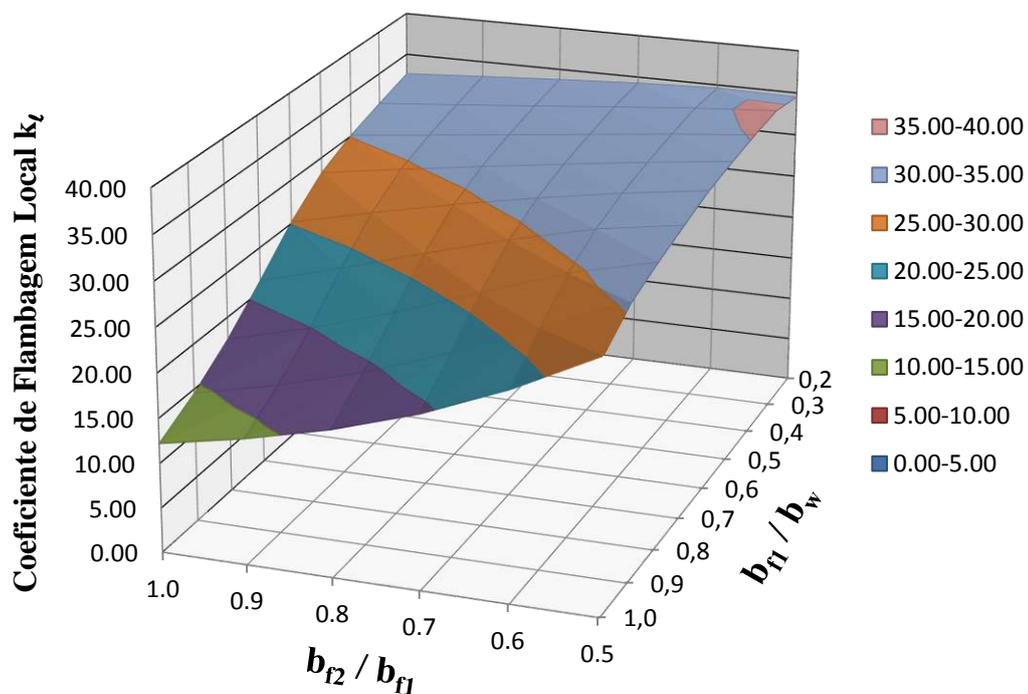


Figura 6.26 – Superfície formada pelos valores dos coeficientes de flambagem local k_ℓ para seção completa em perfis Z_e e Z_{ea} na Flexão B, segundo relações geométricas da seção

Para ambos os sentidos de flexão investigados na presente pesquisa, Flexão A e Flexão B, os resultados obtidos e representados pelas figuras anteriores foram superfícies com os mais diferentes aspectos, sempre marcadas por grande inclinação, o que corresponde a uma variação considerável para os valores dos coeficientes de flambagem local k_ℓ , maior e mais perceptível que dos casos vistos na compressão axial.

Os perfis simples, análogo ao apresentado na compressão axial, foram os casos mais complexos graficamente, em que ocorreram superfícies com trechos de variação abrupta, originando um aspecto menos suavizado que as superfícies dos perfis enrijecidos. Nos perfis Z e Z_a a superfície obtida para a Flexão A diferiu em muito para a Flexão B, em se tratando da forma da mesma. Já os demais casos apresentaram certa semelhança entre os dois sentidos de flexão estudados.

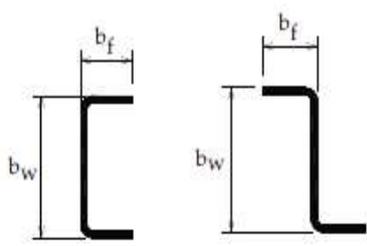
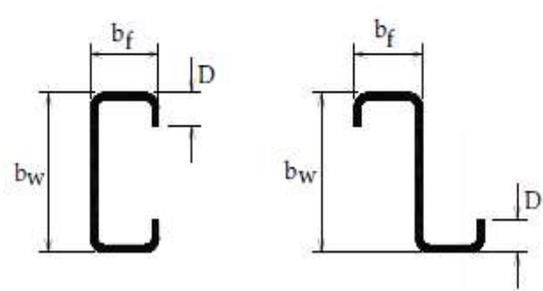
6.5.2 Flexão pura oblíqua: expressões polinomiais de cálculo dos coeficientes de flambagem local k_ℓ para seções completas

Nesta seção serão apresentadas as equações polinomiais que permitem o cálculo dos coeficientes de flambagem local k_ℓ para seções completas na flexão pura oblíqua, com a particularidade de serem abordados separadamente os dois sentidos de flexão investigados na pesquisa, ou seja, Flexão A e B, considerando as seções assimétricas. Logo, duas tabelas foram confeccionadas contendo os coeficientes (ou termos) que compõem as expressões obtidas para cada tipo de perfil analisado, assim como adotado na compressão axial e descrito no procedimento constante da seção 6.3 deste capítulo.

Novamente, a intenção principal em disponibilizar o cálculo dos coeficientes de flambagem local k_ℓ para seções completas com seção assimétrica, também por expressões, tem como finalidade adequar-se aos mesmos procedimentos adotados pela NBR 14762:2010 para o caso das seções monossimétricas U e ponto-simétricas Z, visando alguma contribuição futura por parte desta pesquisa.

Antes de serem expostas as tabelas com os termos das expressões para as seções assimétricas investigadas será apresentada a Tabela 6.27, discutida posteriormente, a qual fornece as expressões da NBR 14762:2010, considerando as seções comerciais U e Z, simples e enrijecidas. O símbolo η representa a relação b_{f1}/b_w , enquanto o símbolo μ representa a relação D/b_w específica dos perfis enrijecidos.

Tabela 6.27 – Expressões de cálculo para os coeficientes de flambagem local k_L para seções completas na Flexão simples, segundo a NBR 14762:2010 (adaptado de Tabela 12 da NBR 14762:2010)

<p>Seção U simples e Seção Z simples</p>  $k_L = \eta^{-1,843}$ $(0,1 \leq \eta \leq 1,0)$
<p>Seção U enrijecido e Seção Z enrijecido</p>  <p>As expressões a seguir são válidas para $0,2 \leq \eta \leq 1,0$ e para os valores de μ indicados</p> $k_L = a - b(\mu - 0,2)$ $a = 81 - 730\eta + 4\,261\eta^2 - 12\,304\eta^3 + 17\,919\eta^4 - 12\,796\eta^5 + 3\,574\eta^6$ <p>$b = 0$ para $0,1 \leq \mu \leq 0,2$ e $0,2 \leq \eta \leq 1,0$</p> <p>$b = 0$ para $0,2 < \mu \leq 0,3$ e $0,6 < \eta \leq 1,0$</p> $b = 320 - 2\,788\eta + 13\,458\eta^2 - 27\,667\eta^3 + 19\,167\eta^4$ para $0,2 < \mu \leq 0,3$ e $0,2 \leq \eta \leq 0,6$

De acordo com a Tabela 6.27, nota-se que a norma brasileira não faz uso de expressões com mais de uma variável para definir os valores dos coeficientes k_L em hipótese alguma, análogo ao que foi visto na compressão axial. Para as seções não enrijecidas a expressão utilizada se mostra bastante simples, representada por uma função exponencial. Entretanto, no caso das seções enrijecidas, as diferentes larguras dos enrijecedores de borda resultam em valores de k_L também distintos, fazendo com que algumas considerações sejam necessárias para determinados intervalos de η e μ .

As Tabelas 6.28 e 6.29 e as Figuras 6.27 e 6.28 a seguir apresentam os termos das expressões e a relação entre os valores obtidos para os coeficientes k_L por expressão e análise numérica, respectivamente, para as seções assimétricas da presente pesquisa.

Tabela 6.28 – Termos das expressões polinomiais de cálculo dos coeficientes de flambagem local k_L obtidos pelo Método da Regressão Polinomial para os perfis investigados na Flexão A

Carregamento:		Flexão A (CT comprimido)										
Intervalos:		$0,1 \leq b_{f1}/b_w \leq 0,6$					$0,6 < b_{f1}/b_w \leq 1,0$					
U simples e U_a	-	-	X	X ²	X ³	X ⁴	-	X	X ²	X ³	X ⁴	
	Y	-32,96	748,28	-1816,09	2352,81	-1307,96	-	268,28	-394,03	316,25	-141,43	27,43
	Y ²	95,12	-1371,56	1263,30	-381,28	Y	-781,51	657,04	-264,58	44,38		
	Y ³	6,66	997,43	-371,93	Y ²	1006,67	-478,97	82,31				
	Y ⁴	-95,23	-279,37	Y ³	-617,24	128,17						
	48,87	Y ⁴	148,23									
Z simples e Z_a	-	-	X	X ²	X ³	X ⁴	-	X	X ²	X ³	X ⁴	
	Y	-231,27	692,59	-778,08	412,34	-87,17	-	790,62	-545,96	206,49	-310,70	162,47
	Y ²	1260,91	-2283,14	1454,70	-271,31	Y	-3836,58	2144,29	253,79	-290,71		
	Y ³	-2314,96	2685,21	-886,78	Y ²	6862,90	-3470,64	418,95				
	Y ⁴	1854,90	-1006,09	Y ³	-4864,23	1264,12						
	-550,34	Y ⁴	1220,66									
U enrijecido e U_{ea}	-	-	X	X ²	X ³	X ⁴	-	X	X ²	X ³	X ⁴	
	Y	29,60	-8,42	42,53	-47,82	-	95,46	-191,71	157,11	-47,71		
	Y ²	-16,01	2,73	-48,28	Y	-19,76	15,65	-4,16				
	Y ³	40,43	-12,50	Y ²	-9,05	3,94						
	Y ⁴	-18,15	Y ³	5,29								
		Y ⁴										
Z enrijecido e Z_{ea}	-	-	X	X ²	X ³	X ⁴	-	X	X ²	X ³	X ⁴	
	Y	34,23	-17,10	6,09	-1,78	-	48,48	-52,88	17,88			
	Y ²	-7,88	24,26	-34,35	Y	9,82	-8,13					
	Y ³	9,98	-1,50	Y ²	-3,18							
	Y ⁴	-3,88	Y ³									
		Y ⁴										

Coefficientes das expressões válidos para o intervalo $0,5 \leq b_{f2}/b_{f1} \leq 1,0$ e para a relação $D/b_w = 0,2$ (para perfis enrijecidos)
 A variável X representa a relação b_{f1}/b_w e a variável Y representa a relação b_{f2}/b_{f1}

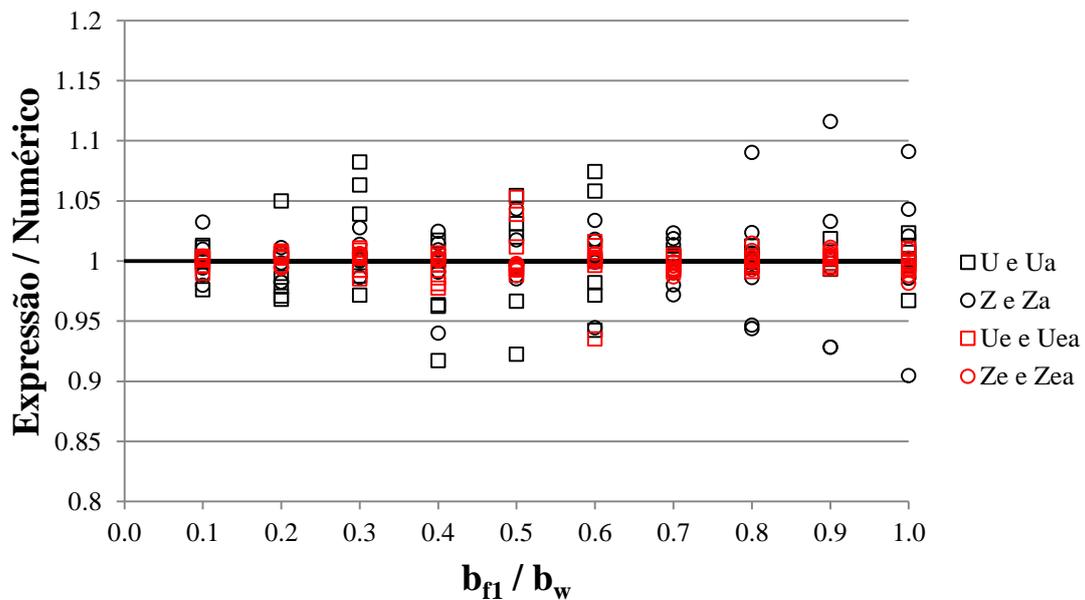


Figura 6.27 – Relação entre os resultados obtidos por Regressão Polinomial e Análise Numérica aplicados na obtenção dos coeficientes de flambagem local k_L para seção completa na Flexão A

Tabela 6.29 – Termos das expressões polinomiais de cálculo dos coeficientes de flambagem local k_L obtidos pelo Método da Regressão Polinomial para os perfis investigados na Flexão B

Carregamento:		Flexão B (CT tracionado)									
Intervalos:		$0,2 \leq b_{f1}/b_w \leq 0,5$					$0,5 < b_{f1}/b_w \leq 1,0$				
U simples e U_a	-	-	X	X ²	X ³	X ⁴	-	X	X ²	X ³	X ⁴
	-	-369,31	2582,06	-5019,69	3220,85		-	140,78	-231,99	155,76	-38,86
	Y	1271,96	-6251,39	8844,45	-4094,75		Y	-230,26	210,82	-61,34	
	Y ²	-1279,37	4050,27	-2748,94			Y ²	152,44	-58,31		
	Y ³	525,27	-843,22				Y ³	-38,32			
Y ⁴	-73,78					Y ⁴					
Z simples e Z_a	-	-	X	X ²	X ³	X ⁴	-	X	X ²	X ³	X ⁴
	-	-119,20	964,15	-2295,61	1368,23	451,65	-	62,05	-144,53	135,92	-54,86
	Y	321,10	-1170,70	2513,65	-1675,46		Y	-27,42	10,58	37,50	
	Y ²	-393,20	273,58	-471,39			Y ²	27,24	-60,21		
	Y ³	323,62	117,94				Y ³	19,25			
Y ⁴	-128,94					Y ⁴					
U enrijecido e U_{ea}	-	-	X	X ²	X ³	X ⁴	-	X	X ²	X ³	X ⁴
	-	81,50	-141,33	200,52	-71,54		-	-184,59	535,20	-291,46	
	Y	-146,21	218,41	-203,87			Y	613,48	-1446,36	732,78	
	Y ²	171,97	-91,71				Y ²	-381,05	830,09	-402,88	
	Y ³	-71,87					Y ³				
Y ⁴						Y ⁴					
Z enrijecido e Z_{ea}	-	-	X	X ²	X ³	X ⁴	-	X	X ²	X ³	X ⁴
	-	31,00	25,37	-16,50			-	-61,85	250,86	-190,97	51,44
	Y	6,25	-28,53				Y	182,78	-300,44	80,38	
	Y ²	-3,39					Y ²	-117,12	93,15		
	Y ³						Y ³	23,67			
Y ⁴						Y ⁴					

Coefficientes das expressões válidos para o intervalo $0,5 \leq b_{f2}/b_{f1} \leq 1,0$ e para a relação $D/b_w = 0,2$ (para perfis enrijecidos)

A variável X representa a relação b_{f1}/b_w e a variável Y representa a relação b_{f2}/b_{f1}

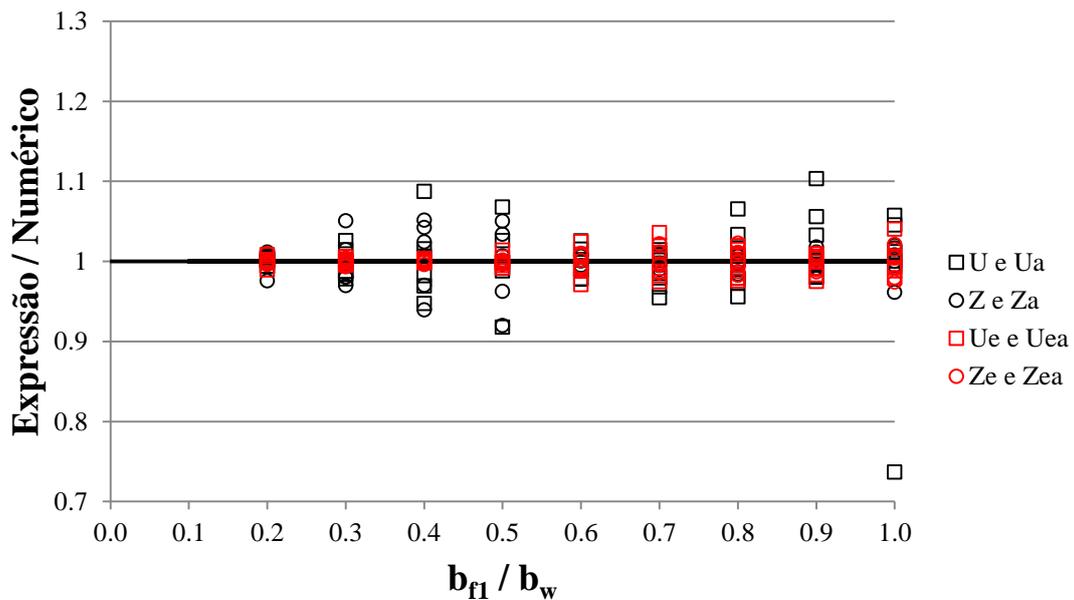


Figura 6.28 – Relação entre os resultados obtidos por Regressão Polinomial e Análise Numérica aplicados na obtenção dos coeficientes de flambagem local k_L para seção completa na Flexão B

As Tabelas 6.28 e 6.29, representando os termos das expressões de cálculo dos coeficientes de flambagem local k_{ℓ} para a Flexão A e Flexão B, respectivamente, demonstraram novamente que os perfis simples foram responsáveis pelo uso de expressões de ordem mais alta que os perfis enrijecidos, devido à maior complexidade de representação, análogo ao que foi apresentado na compressão axial. A ordem máxima adotada foi de grau quatro, sem que isso, no entanto, comprometesse a boa precisão dos valores em comparação à análise numérica.

Diferente do caso da compressão axial, em particular para os perfis enrijecidos, para as seções investigadas foram necessárias duas expressões para representar o cálculo dos coeficientes de flambagem nos intervalos abordados na pesquisa. Destaca-se que, conforme Figuras 6.27 e 6.28, a relação entre os métodos utilizados para a obtenção dos valores de k_{ℓ} ficou limitada, quase em sua totalidade, a 10%, para mais ou para menos. Apenas para uma seção simples, de relação b_{f1}/b_w igual a 1,0 na Flexão B, o valor igual a 26% destoou das demais, porém sendo este inferior ao valor da análise numérica, já que o valor se encontrava abaixo de 1,0 no gráfico.

6.6 Considerações finais sobre as análises do modo de flambagem Local

As análises numéricas efetuadas para o modo de flambagem local permitiram obter os coeficientes de flambagem local k_{ℓ} para seções completas assimétricas, na compressão axial e flexão pura oblíqua, além de ratificar os coeficientes constantes da NBR 14762:2010 para algumas seções convencionais. Conhecer o valor do coeficiente para seções completas é indicado, e adequado, para o dimensionamento estrutural segundo métodos como o Método da Seção Efetiva (MSE) e o Método da Resistência Direta (MRD), ambos constantes na norma brasileira.

Além de serem fornecidos os valores dos coeficientes obtidos diretamente da análise geral da Estabilidade Elástica, foram apresentadas equações polinomiais, as quais possibilitam também o cálculo analítico dos coeficientes de flambagem. Para isto, as superfícies elaboradas, formadas pelos valores de k_{ℓ} em função das relações entre os elementos da seção, contribuíram diretamente para que fosse estimado o grau de cada uma das expressões, já que a leitura gráfica é rápida, o que permitiu definir previamente a ordem das equações polinomiais de acordo com a complexidade das superfícies.

Capítulo 7

Sugestões e correções à NBR 14762:2010

Com o desenvolvimento da pesquisa foram anotadas algumas observações sobre as prescrições da norma brasileira que regulamenta o dimensionamento de PFF, a NBR 14762:2010, cabendo a discussão de alguns pontos e a sugestão de melhorias, visando seu aprimoramento. Nesse contexto, destacam-se: (i) sugestão do uso do Método de Cardano e Tartaglia no cálculo da força crítica global por flexo-torção em seções assimétricas; (ii) equação generalizada para o cálculo do momento crítico global; (iii) obtenção dos coeficientes de flambagem local k_ℓ para seções ponto-simétricas Z na flexão oblíqua; (iv) discussão sobre o uso dos fatores de modificação para momento fletor variável C_b e C_m ; (v) proposta de uma equação baseada na Teoria da Estabilidade Elástica para o cálculo do momento crítico global em seções ponto-simétricas Z.

7.1 Método de Cardano e Tartaglia aplicado ao cálculo da força axial de flambagem global elástica, N_e , por flexo-torção em seções assimétricas

A NBR 14762:2010 apresenta em sua seção 9.7.2.3 a equação cúbica para o cálculo da força axial de flambagem global elástica, N_e , para seções assimétricas sob compressão axial. A referida equação, inclusive, já foi apresentada no Capítulo 4, definida pela Equação [4.10], e pode ser conferida novamente a seguir. Para efeito das próximas formulações, N_{ex} e N_{ey} referem-se, respectivamente, às forças axiais de flambagem global elástica por flexão em relação aos eixos principais máximo e mínimo.

$$r_0^2(N_e - N_{ex})(N_e - N_{ey})(N_e - N_{ez}) - N_e^2(N_e - N_{ey})x_0^2 - N_e^2(N_e - N_{ex})y_0^2 = 0 \quad [4.10]$$

Para o caso específico da força crítica global N_e em seções assimétricas, sugere-se, para equacionar o problema, a adoção das manipulações algébricas do Método de Cardano e Tartaglia, apresentadas no Capítulo 4 e mais uma vez descritas na sequência. A Equação [4.18] representa o cálculo da força axial de flambagem global elástica N_e .

$$N_e = 2 \cdot \sqrt{-\frac{p}{3}} \cos \left(\frac{1}{3} \arccos \left(-\frac{q}{2} \sqrt{-\frac{27}{p^3}} \right) + \frac{2\pi}{3} \right) - \frac{b}{3a} \quad [4.18]$$

Sendo os termos p e q definidos conforme as Equações [4.13] e [4.14] abaixo:

$$p = \frac{c}{a} - \frac{b^2}{3a^2} \quad [4.13]$$

$$q = \frac{2b^3}{27a^3} - \frac{bc}{3a^2} + \frac{d}{a} \quad [4.14]$$

E considerando os coeficientes a , b , c e d segundo as expressões seguintes:

$$a = [r_0^2 - x_0^2 - y_0^2]$$

$$b = -[r_0^2(N_{ez} + N_{ey} + N_{ex}) - (N_{ey} \cdot x_0^2 + N_{ex} \cdot y_0^2)]$$

$$c = [r_0^2(N_{ey} \cdot N_{ez} + N_{ex} \cdot N_{ez} + N_{ex} \cdot N_{ey})]$$

$$d = -r_0^2(N_{ex} \cdot N_{ey} \cdot N_{ez})$$

É importante destacar que o método de resolução proposto não se limita apenas às seções derivadas dos perfis monossimétricos e ponto-simétricos tratados na presente pesquisa, sendo o mesmo aplicável a seções abertas de qualquer geometria, já que a manipulação algébrica não se trata de uma nova expressão de cálculo para a força axial de flambagem global elástica N_e , e sim uma ferramenta para solucionar equações cúbicas quaisquer com aspecto semelhante ao da equação presente na NBR 14762:2010.

7.2 Equação generalizada para o cálculo do momento fletor de flambagem global elástica, M_e , para flexão em torno de um eixo qualquer em seções abertas

Para a flexão simples, a norma brasileira apresenta expressões para o cálculo do momento fletor de flambagem global elástica, M_e , somente para os casos de flexão em torno do eixo perpendicular ou paralelo à alma de perfis de seção duplamente simétrica, monossimétrica e ponto-simétrica. Para o caso particular da flexão em torno do eixo perpendicular à alma da seção, muito comum em projetos, a seção 9.8.2.2 da NBR 14762:2010 oferece as Equações [2.10] e [2.12], já vistas no Capítulo 2:

- Barras com seção duplamente simétrica ou monossimétrica:

$$M_e = C_b \cdot r_0 (N_{ey} \cdot N_{ez})^{0,5} \quad [2.10]$$

- Barras com seção Z ponto-simétrica:

$$M_e = 0,5 \cdot C_b \cdot r_0 (N_{ey} \cdot N_{ez})^{0,5} \quad [2.12]$$

Os termos constantes das equações apresentadas já foram definidos ao longo da dissertação, com exceção do termo C_b , o qual se refere a um fator de modificação para diagrama de momento fletor não uniforme, sendo este discutido mais adiante no presente capítulo. As Equações [2.10] e [2.12] são válidas para um trecho da barra compreendido entre seções contidas lateralmente e para carregamento aplicado na posição do centro de torção ou posição estabilizante. O eixo perpendicular à alma dos perfis de seção duplamente simétrica e monossimétrica está sendo considerado como o eixo principal referente à inércia máxima, designado aqui por eixo x .

Percebe-se que as equações da norma brasileira tratam apenas de geometrias específicas e sob flexão reta, ou seja, flexão em torno dos eixos principais de inércia (com exceção das seções ponto-simétricas Z). Logo, sugere-se a inclusão de uma equação mais abrangente, a qual considere seções abertas de qualquer geometria e sob flexão em torno de um eixo centroidal qualquer. A Equação [5.24] abaixo, desenvolvida e verificada no Capítulo 5, representa o referido caso:

$$[N_{ex} \cdot \cos^2\theta + N_{ey} \cdot \sin^2\theta]M_e^2 + [N_{ex} \cdot N_{ey}(\cos\theta \cdot \beta_1 + \sin\theta \cdot \beta_2)]M_e - r_0^2(N_{ex} \cdot N_{ey} \cdot N_{ez}) = 0 \quad [5.24]$$

Para a solução da equação quadrática acima basta recorrer ao conhecido Método de Bhaskara. Considerando a forma geral $aM_e^2 + bM_e + c = 0$ da referida equação, torna-se fácil identificar os termos a , b e c , e aplicá-los na Equação [5.12] a seguir para encontrar o valor do momento fletor de flambagem global elástica M_e :

$$M_e = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad [5.12]$$

A Equação [5.24] demonstrou resultados precisos quando comparados aos do programas CUFMS v.3.12 e GBTUL v.2.0, sendo esta, ainda, a equação de origem das Equações [2.10] e [2.12], mediante simplificações conforme a geometria da seção. A distinção dos valores de M_e , considerando a flexão em sentidos opostos para um mesmo eixo, se mostra como único ponto negativo da Equação [5.24] obtida, já que o estado de tensão normal no qual se encontra o centro de torção CT não foi parâmetro conclusivo.

7.3 Coeficientes de flambagem local k_{ℓ} para seções ponto-simétricas Z na flexão oblíqua em torno do eixo perpendicular à alma da seção

A NBR 14762:2010 disponibiliza os valores dos coeficientes de flambagem local k_{ℓ} para seções abertas e fechadas (tubos retangulares), dispostos em tabelas ou expressões que permitem o cálculo analítico, na compressão axial e na flexão simples em torno do eixo perpendicular à alma de perfis monossimétricos U e ponto-simétricos Z, simples e enrijecidos, visto que a utilização destas geometrias, em particular, é muito comum em construções metálicas, cabendo diversas aplicações.

O Capítulo 6 da presente dissertação, responsável por abordar a flambagem local das seções investigadas, mostrou que, para a compressão axial, os valores disponíveis na norma brasileira estão em conformidade com aqueles encontrados na pesquisa com o auxílio do programa CUFSM v.3.12. Já para a flexão, considerando as seções ponto-simétricas, notou-se uma grande diferença entre os valores dos coeficientes k_{ℓ} obtidos para com os da NBR 14762:2010. O motivo, já brevemente mencionado, decorre da flexão ser tratada como livre (oblíqua) pela pesquisa e como restringida (reta) pela norma, conforme será explicado em detalhes a seguir.

Entende-se por *flexão restringida* a situação para a qual a flexão ocorre em torno de um eixo que não é principal de inércia da seção, mas em virtude do deslocamento da seção estar impedido na direção do eixo em que se dá a flexão, devido a condições externas, ocorre o que pode ser definido como um caso de flexão reta “forçada”. Logo, o eixo de flexão assume o papel de eixo principal de inércia da seção, fazendo com que a distribuição de tensões normais na seção se manifeste para a situação na qual a linha neutra coincide com o referido eixo, similar a um eixo principal.

É muito comum em projeto o engenheiro considerar a flexão como restringida em decorrência de alguns fatores externos (restrição a deslocamentos devido a vínculos externos, como é o caso da contenção lateral nas vigas), como citado. Em se tratando de seções ponto-simétricas Z, utilizadas como terças de cobertura, ocorre que o telhado parafusado ao longo da terça em sua mesa superior, assim como os travamentos ocasionados pelas “linhas de corrente” que passam transversalmente pela alma da seção, impedem o deslocamento lateral do perfil, ou seja, permitindo apenas seu deslocamento no plano da alma, e, conseqüentemente, impedindo a flambagem lateral.

Já a *flexão livre*, trata-se do caso em que a seção não está impedida de transladar em nenhuma direção, o que vem a caracterizar a flexão como oblíqua para situações em que esta ocorre em torno de um eixo não principal de inércia da seção, sendo esta, inclusive, o caso particular em estudo das seções ponto-simétricas Z quando fletidas em torno do eixo perpendicular à alma. Nestes casos, a distribuição de tensões normais na seção se manifesta livremente, onde o posicionamento da linha neutra não coincide com o eixo no qual se dá a flexão, como ocorre nos casos de flexão reta.

A Figura 7.1 a seguir apresenta a distribuição de tensões normais em seções ponto-simétricas Z para as condições de flexão restringida (reta) e de flexão livre (oblíqua), considerando carregamento transversal na viga, agindo no plano da alma.

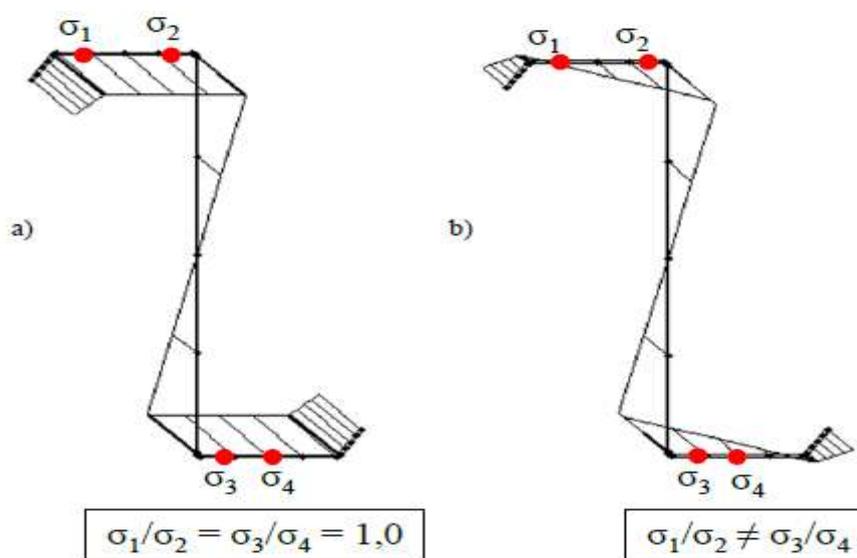


Figura 7.1 – Distribuição de tensões normais na seção transversal ponto-simétrica Z sob flexão em torno do eixo perpendicular à alma da seção: (a) flexão restringida (b) flexão livre (FÁVERO, 2013)

O estudo da flexão livre em seções ponto-simétricas Z carregadas no plano da alma foi recentemente tratado por FÁVERO (2013). Em sua pesquisa sobre ligações em terças, o autor apresentou resultados teóricos e experimentais que comprovaram a distribuição de tensões normais em seções deste tipo mais próximas da flexão oblíqua, se comparada à flexão reta “forçada”. Além disso, FÁVERO (2013) constatou que o dimensionamento destas seções, baseado na flexão livre, apresenta resistência inferior do que quando considerada a flexão restringida. Logo, um dimensionamento elaborado na condição de flexão restringida pode-se mostrar inseguro caso a contenção lateral da viga não esteja assegurada.

De acordo com as Tabelas 12 e 13 da NBR 14762:2010, que fazem referência aos coeficientes de flambagem local k_ℓ na flexão, conclui-se que a inclusão das seções ponto-simétricas Z, de certo modo, é equivocada e deixa lacunas. Para as seções Z, o eixo perpendicular à alma não se trata do eixo principal de inércia máximo, como mencionado nas referidas tabelas da norma. Além disso, os valores dos coeficientes são válidos apenas para a condição de flexão restringida, sem, no entanto, a norma brasileira indicar essa particularidade. No caso das seções monossimétricas do tipo U, simples e enrijecidas, a flexão ser tratada como restringida ou livre torna-se indiferente, já que o eixo perpendicular à alma da seção é o eixo de simetria e, conseqüentemente, principal de inércia, o que configura a flexão como reta para ambas as condições.

Logo, considerando a ausência de prescrições para o cálculo dos coeficientes de flambagem local k_ℓ para seções ponto-simétricas Z_{90} , na condição de flexão livre (oblíqua) em torno do eixo perpendicular à alma, foi elaborada a Tabela 7.1, que contou com a contribuição do programa CUFSM v.3.12 e da Equação [2.2], apresentada no Capítulo 2. Os valores obtidos compreendem o intervalo $0,2 \leq b_f/b_w \leq 1,0$, válidos para as seções simples e enrijecidas, estas últimas para o intervalo $0,05 \leq D/b_w \leq 0,3$, similar ao que é apresentado na NBR 14762:2010.

Tabela 7.1 – Valores dos coeficientes de flambagem local k_ℓ para seções ponto-simétricas Z_{90} na flexão livre (oblíqua) em torno do eixo perpendicular à alma da seção

b_f/b_w	D/b_w						
	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30
0,1	-	-	-	-	-	-	-
0,2	29,21	31,97	32,56	32,75	32,84	32,89	32,92
0,3	29,91	31,20	31,42	31,50	31,54	31,55	30,19
0,4	29,61	30,26	30,32	30,31	30,28	30,22	26,39
0,5	22,20	28,97	28,87	28,73	28,58	28,38	23,82
0,6	15,37	27,12	26,68	26,24	25,77	25,24	21,98
0,7	11,28	24,25	23,43	22,65	21,90	21,14	20,34
0,8	8,64	20,78	19,78	18,89	18,08	17,30	16,56
0,9	6,83	17,49	16,53	15,69	14,95	14,26	13,62
1,0	5,55	14,72	13,89	13,16	12,52	11,93	11,38

A relação D/b_w igual a zero representa os perfis ponto-simétricos Z simples (não enrijecidos)
Para valores intermediários é sugerido interpolar linearmente

É importante destacar que os valores dos coeficientes de flambagem local k_ℓ apresentados na Tabela 7.1 são válidos somente para dimensionamento estrutural baseado na condição de flexão oblíqua, e, portanto, as demais propriedades da seção transversal, como por exemplo, o módulo de flexão elástica W_e referente ao bordo comprimido da seção, também devem ser adotadas sob esta condição.

7.4 Coeficientes de flambagem local k_ℓ para seções monossimétricas U e ponto-simétricas Z na compressão axial e seções monossimétricas U na flexão simples em torno do eixo perpendicular à alma da seção

Baseando-se nas análises efetuadas para as seções ponto-simétricas Z_{90} na flexão oblíqua, foram igualmente obtidos os coeficientes de flambagem local k_ℓ para a flexão em torno do eixo x das seções monossimétricas U, assim como na compressão axial, sendo essa última válida para ambas as geometrias. Os resultados obtidos contribuíram para ratificar os valores disponíveis na NBR 14762:2010, os quais foram verificados no Capítulo 6. Os valores da norma brasileira e da presente investigação diferem, de forma irrelevante, em função de métodos e versões de programas computacionais considerados na análise da flambagem. As Tabelas 7.2 e 7.3 a seguir representam os valores obtidos para a compressão axial e a flexão oblíqua das seções, respectivamente.

Tabela 7.2 – Valores dos coeficientes de flambagem local k_ℓ para seções monossimétricas U e ponto-simétricas Z_{90} na compressão axial

b_f/b_w	D/b_w						
	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30
0,1	4,27	-	-	-	-	-	-
0,2	4,56	5,54	5,85	5,90	5,92	5,92	5,92
0,3	4,37	5,57	5,69	5,71	5,72	5,72	5,71
0,4	3,75	5,47	5,55	5,57	5,57	5,57	5,56
0,5	2,91	5,36	5,43	5,44	5,44	5,44	5,43
0,6	2,20	5,22	5,30	5,31	5,32	5,31	5,30
0,7	1,69	5,04	5,14	5,16	5,17	5,16	5,14
0,8	1,33	4,74	4,93	4,96	4,96	4,95	4,93
0,9	1,08	4,23	4,58	4,63	4,64	4,63	4,59
1,0	0,89	3,69	4,09	4,16	4,18	4,17	4,14

A relação D/b_w igual a zero representa os perfis simples (não enrijecidos)

Para valores intermediários é sugerido interpolar linearmente

Tabela 7.3 – Valores dos coeficientes de flambagem local k_ℓ para seções monossimétricas U na flexão livre (oblíqua) em torno do eixo perpendicular à alma da seção

b_f/b_w	D/b_w						
	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30
0,1	-	-	-	-	-	-	-
0,2	18,35	30,83	32,25	32,30	31,50	25,33	20,76
0,3	9,52	29,11	30,37	30,24	28,83	23,49	19,43
0,4	5,57	24,21	26,42	26,13	24,45	21,08	17,98
0,5	3,65	17,06	18,88	18,89	18,39	17,31	15,85
0,6	2,58	12,01	13,37	13,51	13,43	13,17	12,82
0,7	1,92	8,84	9,87	10,03	10,05	10,00	9,93
0,8	1,49	6,87	7,57	7,73	7,77	7,77	7,76
0,9	1,19	5,39	5,98	6,11	6,17	6,19	6,20
1,0	0,98	4,47	4,84	4,96	5,01	5,04	5,06

A relação D/b_w igual a zero representa os perfis monossimétricos U simples (não enrijecidos)
Para valores intermediários é sugerido interpolar linearmente

De acordo com os valores obtidos para os coeficientes de flambagem local k_ℓ apresentados nas Tabelas 7.2 e 7.3, e comparando-se com os valores constantes das Tabelas 10 e 13 da NBR 14762:2010, a ótima precisão dos resultados permitiu a proposição de expressões polinomiais para o cálculo direto de k_ℓ , de forma análoga (e complementar) ao que está descrito na norma.

7.5 Expressões polinomiais de cálculo dos coeficientes de flambagem local k_ℓ para seções monossimétricas U e ponto-simétricas Z na compressão axial e na flexão simples oblíqua

A partir dos valores calculados dos coeficientes de flambagem local k_ℓ , com o auxílio do programa computacional CUFISM v.3.12, foram definidas as expressões polinomiais que permitem o cálculo direto de k_ℓ (seguindo a metodologia proposta na NBR 14762:2010, e que, inclusive, foi adotada no Capítulo 6 para seções assimétricas). Essas soluções polinomiais procuram atender as superfícies indicadas nos gráficos incluídos nas Figuras 7.2, 7.3 e 7.4, os quais são constituídos pelos valores de k_ℓ em função de relações geométricas das seções, na compressão axial e na flexão oblíqua das seções monossimétricas U e ponto-simétricas Z.

U, Z, U_e e Z_e - Valores de k_ℓ na Compressão axial

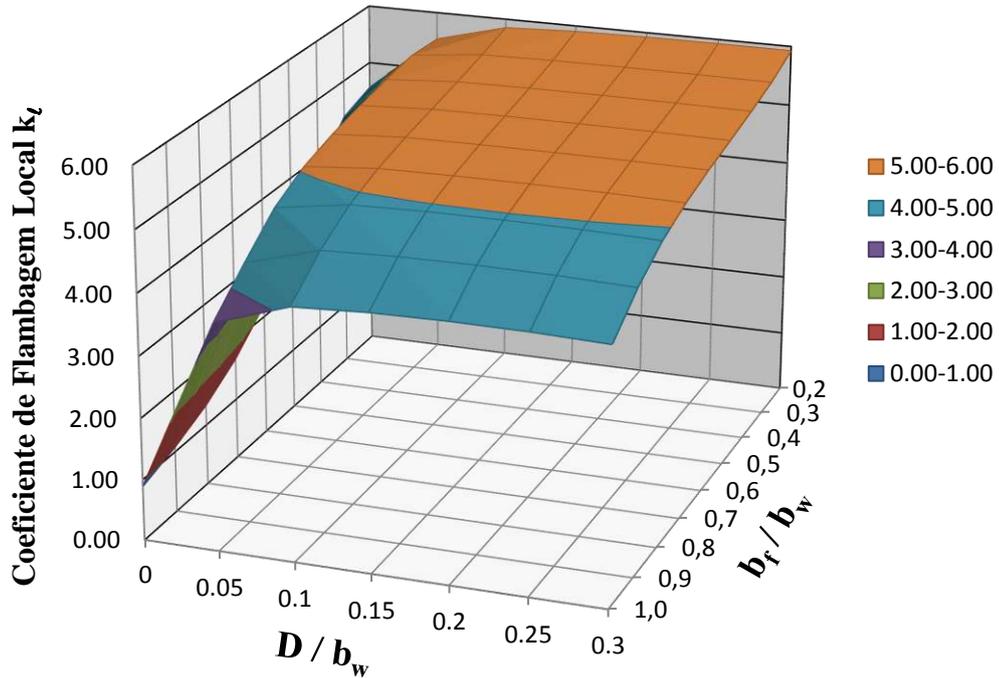


Figura 7.2 – Superfície formada pelos valores dos coeficientes de flambagem local k_ℓ para seções U, Z, U_e e Z_e na Compressão axial, segundo relações geométricas da seção

U e U_e - Valores de k_ℓ na Flexão oblíqua

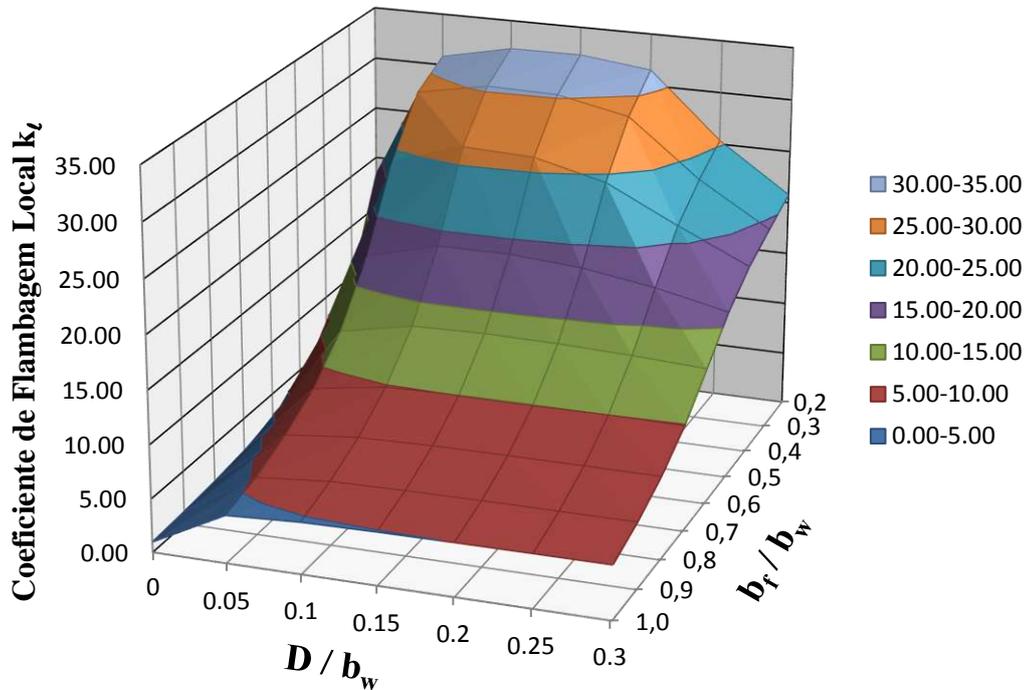


Figura 7.3 – Superfície formada pelos valores dos coeficientes de flambagem local k_ℓ para seções U e U_e na Flexão oblíqua (eixo x), segundo relações geométricas da seção

Z e Z_e - Valores de k_ℓ na Flexão oblíqua

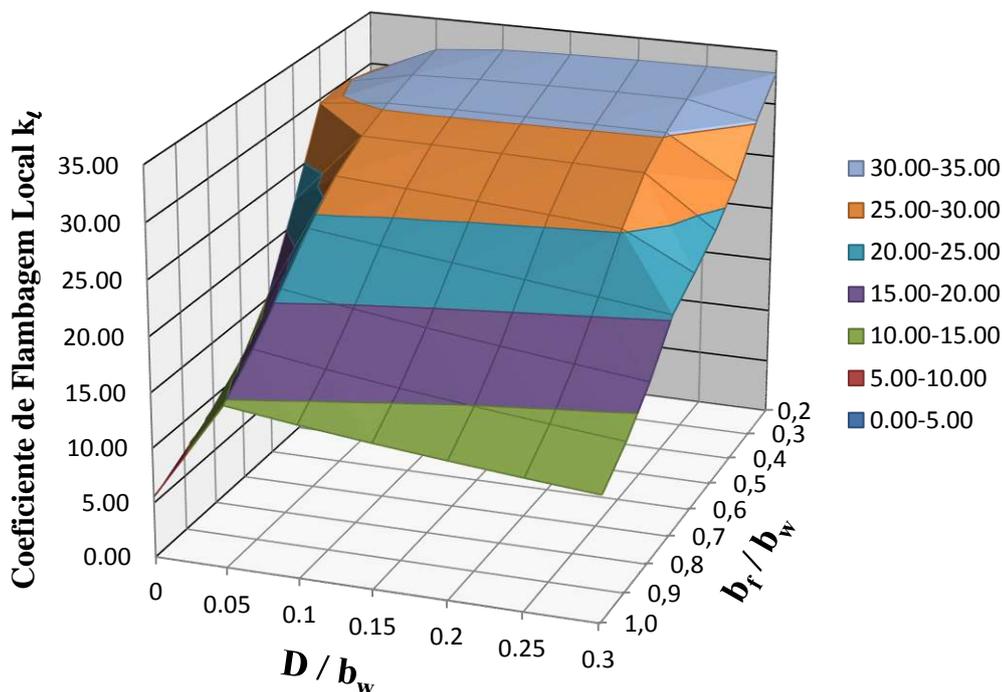


Figura 7.4 – Superfície formada pelos valores dos coeficientes de flambagem local k_{ℓ} para seções Z e Z_e na Flexão oblíqua (eixo x), segundo relações geométricas da seção

Observando as superfícies ilustradas pelas Figuras 7.2, 7.3 e 7.4, percebe-se que estas são similares àquelas representadas no Capítulo 6, quando foram abordadas as seções assimétricas, com a diferença que, para as seções simétricas, a relação geométrica D/b_w substitui a relação b_{f2}/b_{f1} associada às assimetrias investigadas anteriormente. Além disso, são representados por uma mesma superfície os perfis com e sem enrijecedor de borda, isto é, para o intervalo $0,0 \leq D/b_w \leq 0,3$, com o intuito de verificar a variação de k_{ℓ} entre os perfis simples e enrijecidos.

De acordo com as representações gráficas é possível notar uma mudança mais abrupta quando as seções passam de enrijecidas para simples, tanto na compressão axial quanto na flexão oblíqua. Logo, uma única expressão para representar toda a superfície formada em cada caso seria inviável, já que resultaria em uma expressão de alto grau e pouca precisão. Sendo assim, optou-se por separar as seções simples das enrijecidas na composição das expressões (mantendo-se assim o critério adotado anteriormente por BATISTA (2010) e na norma brasileira), conforme a Tabela 7.4. Em seguida, a Figura 7.5 representa a relação entre os métodos utilizados na obtenção dos coeficientes k_{ℓ} .

Tabela 7.4 – Termos das expressões polinomiais de cálculo dos coeficientes de flambagem local k_l obtidos pelo Método da Regressão Polinomial para os perfis monossimétricos U e ponto-simétricos Z

Carregamentos:		Compressão axial					Flexão oblíqua (*)					
Intervalos:		$0,2 \leq b_f/b_w \leq 1,0$					$0,2 \leq b_f/b_w \leq 1,0$					
U enrijecido	-	5,48	0,47	-2,15			-	26,00	34,27	-156,59	101,52	
	Y	3,25	0,56				Y	171,26	-422,95	412,12	-156,39	
	Y ²	-8,39					Y ²	-667,32	1380,46	-726,81		
	Y ³						Y ³					
	Y ⁴						Y ⁴					
Z ₉₀ enrijecido	-	5,48	0,47	-2,15			-	25,84	39,16	-72,79	24,33	
	Y	3,25	0,56				Y	29,59	-159,13	75,65		
	Y ²	-8,39					Y ²	126,45	140,33			
	Y ³						Y ³	-495,04				
	Y ⁴						Y ⁴					
U simples e Z simples		$k_l = -38,1X^4 + 103,3X^3 - 94,41X^2 + 28,13X + 1,946$					U simples	$k_l = 0,996X^{-1,84}$				
							Z simples	$k_l = 7574,5X^6 - 28007X^5 + 40919X^4 - 29783X^3 + 11165X^2 - 2033,5X + 170,5$				

Coefficientes das expressões válidos para o intervalo $0,1 \leq D/b_w \leq 0,3$ para os perfis enrijecidos

(*) Flexão livre (oblíqua) em torno do eixo perpendicular à alma das seções (eixo x)

A variável X representa a relação b_f/b_w e a variável Y representa a relação D/b_w

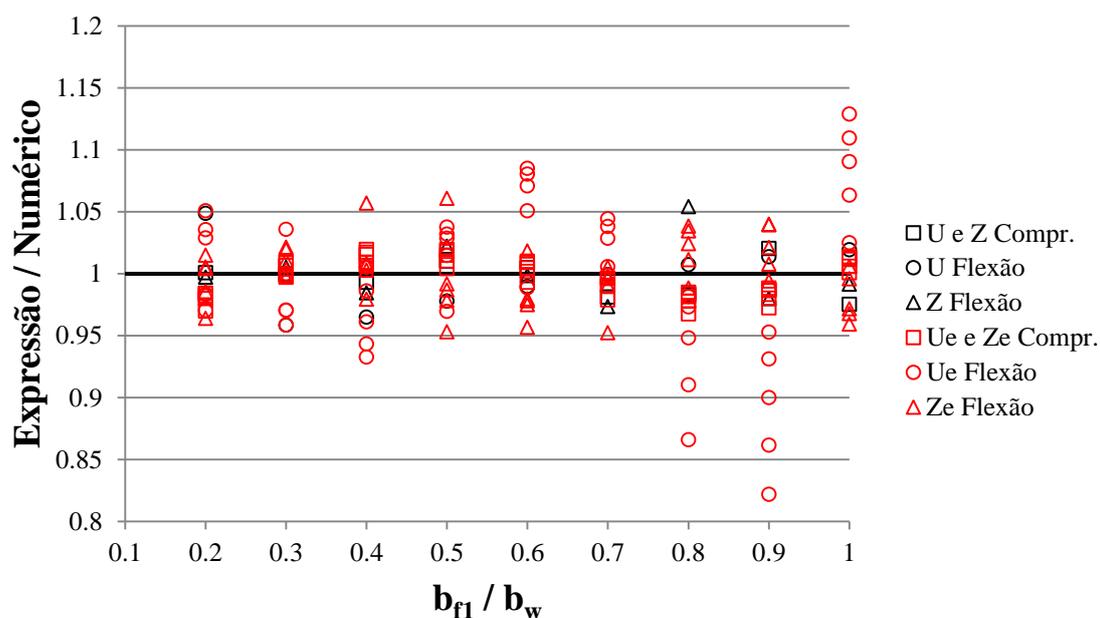


Figura 7.5 – Relação entre os resultados obtidos por Regressão Polinomial e Análise Numérica aplicados na obtenção dos coeficientes de flambagem local k_l na Compressão axial e na Flexão oblíqua

Com base nos resultados apresentados pela Tabela 7.4, pode-se concluir que as expressões obtidas são simples e permitem aplicação prática, visto que são definidas por equações polinomiais (exceto para o caso da flexão oblíqua em seções monossimétricas U simples, expressa por uma função exponencial) de poucos termos, tanto para as seções simples (uma variável, incógnita $X = b_f/b_w$) quanto enrijecidas (duas variáveis, incógnitas $X = b_f/b_w$ e $Y = D/b_w$).

A relação entre os métodos aplicados na obtenção dos valores dos coeficientes de flambagem local k_ℓ , apresentada na Figura 7.5, demonstra que as expressões definidas representam com boa precisão quando comparados com os valores obtidos da análise numérica, em especial para o caso das seções simples, representadas na cor preta dos pontos no gráfico. Em geral, a relação entre expressão e análise numérica ficou abaixo de 10%, para mais ou para menos, com exceção de alguns pontos circulares de cor vermelha, representando as seções monossimétricas U enrijecidas na flexão, que apresentaram um percentual mais elevado, porém sempre abaixo da unidade.

As expressões da NBR 14762:2010, incluídas nas Tabelas 6.11 e 6.27 do Capítulo 6, são eficazes tanto quanto as expressões definidas na presente dissertação, apenas diferindo no formato da solução apresentada. Contudo, as sugestões aqui apresentadas, considerando a flexão das seções monossimétricas U e a compressão axial das seções U e Z, justificam-se para padronizar e generalizar as propostas da presente pesquisa para o caso particular das seções ponto-simétricas Z, simples e enrijecidas, na condição de flexão oblíqua, caso este não abordado pela norma brasileira.

7.6 Fatores de modificação C_b e C_m para diagrama de momento fletor não uniforme no cálculo do momento fletor de flambagem global elástica M_e

Até o presente momento, em se tratando de flexão como forma de carregamento, apenas a flexão constante (pura) foi tratada nas análises, tanto na abordagem do modo de flambagem Global, vista no Capítulo 5, quanto do modo de flambagem Local, discutido no Capítulo 6. Entretanto, a flexão pura pode ser considerada a forma mais básica de flexão e que raramente ocorre na prática. Em geral, vigas são solicitadas por carregamento transversal, podendo ser sob a forma de cargas concentradas e/ou distribuídas, caracterizando assim a chamada *flexão simples* (momento fletor variável e esforço cortante).

As equações de cálculo para a flexão simples em barras, segundo o modo de flambagem Global e apresentadas pela NBR 14762:2010, são similares às equações utilizadas para casos de flexão pura. A diferença está apenas na adição de um fator de modificação, designado por C_b , que é multiplicado pela equação do momento crítico global M_e do caso básico (flexão pura). O fator C_b , inclusive, já foi mencionado e visto em capítulos anteriores da presente dissertação.

A função do fator C_b é considerar o efeito favorável do diagrama de momento fletor não uniforme na barra, resultando assim em um momento crítico global majorado, e, conseqüentemente, um dimensionamento mais econômico. Contudo, a critério do profissional responsável pelo dimensionamento estrutural, o valor de C_b pode ser adotado igual a 1,0, independente do diagrama de momento fletor da barra, simulando, assim, uma situação de flexão pura, o que demonstra uma postura muitas vezes excessivamente conservadora.

Considerando as diversas formas possíveis de carregamento transversal em uma barra, a definição de uma equação para o cálculo de M_e para cada situação seria inviável e trabalhosa. Segundo ZIEMIAN (2010), pesquisadores como C. MASSONNET, M.R. HORNE e M.G. SALVADORI foram pioneiros no estudo de casos de momento fletor variável, o que resultou no desenvolvimento de algumas equações para o fator C_b .

Inicialmente, estas equações consideravam apenas diagrama de momento fletor com variação linear. Mais tarde, P.A. KIRBY e D.A. NETHERCOT apresentaram uma equação mais abrangente para o cálculo de C_b , considerando também casos de diagrama de momento fletor com variação não linear, lembra ZIEMIAN (2010). A Equação [7.1] representa o cálculo atual do fator de modificação C_b , conforme ilustrado na Figura 7.6.

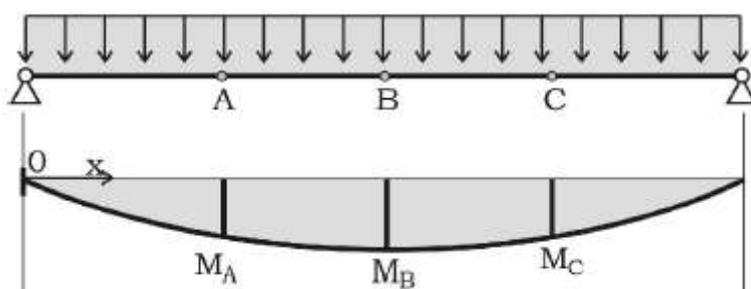


Figura 7.6 – Viga bi-apoiada submetida a carregamento uniformemente distribuído e representação do diagrama de momento fletor não uniforme (SILVA *et al*, 2014)

$$C_b = \frac{12,5M_{max}}{2,5M_{max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \quad [7.1]$$

Sendo:

- M_{max} o máximo valor do momento fletor solicitante de cálculo, em módulo, no trecho analisado;

- M_A o valor do momento fletor solicitante de cálculo, em módulo, no 1º quarto do trecho analisado;

- M_B o valor do momento fletor solicitante de cálculo, em módulo, no centro do trecho analisado;

- M_C o valor do momento fletor solicitante de cálculo, em módulo, no 3º quarto do trecho analisado.

A Equação [7.1] é válida para um trecho compreendido entre seções contidas lateralmente. Para o caso de vigas em balanço em que a extremidade livre não está contida lateralmente, C_b deve ser tomado igual a 1,0, independente da forma do diagrama de momento fletor, como lembra a NBR 14762:2010. Essa equação está presente também nas normas americanas, como ANSI/AISC 360-05 e AISI S100-2007.

Segundo a NBR 14762:2010 e as normas americanas, o fator C_b , representado pela Equação [7.1], tem aplicação nos casos de flexão em torno do eixo x das seções duplamente simétrica, monossimétrica e ponto-simétrica. Quando a flexão em torno do eixo perpendicular ao eixo x é tratada (eixo de inércia mínima), considerando seções monossimétricas, a norma brasileira em seu Anexo E, Seção E.2, apresenta outro fator de modificação, sendo este designado por C_m . A Equação [7.2] define o cálculo do fator C_m , conforme ilustrado na Figura 7.7.

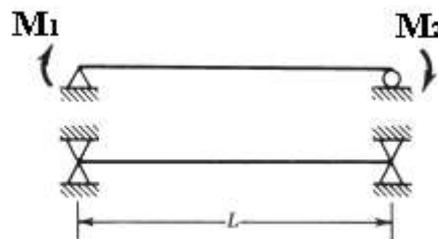


Figura 7.7 – Momento fletor não uniforme agindo em barra bi-apoiada com extremidades contidas lateralmente (adaptado de ZIEMIAN, 2010)

$$C_m = [0,6 - 0,4(M_1/M_2)]^{-1} \quad [7.2]$$

Sendo:

- M_1 o menor e M_2 o maior dos dois momentos fletores solicitantes de cálculo nas extremidades do trecho não contido lateralmente. A relação M_1/M_2 será positiva quando esses momentos provocarem curvatura reversa e negativa para o caso de curvatura simples. Caso o momento fletor em qualquer seção intermediária seja superior ao maior dos momentos de extremidade, no caso M_2 , deve ser adotado C_m igual a 1,0.

Observando as Equações [7.1] e [7.2], representando, respectivamente, os fatores C_b e C_m , é possível notar distinção na importância dada por cada uma ao diagrama de momento fletor da barra. O fator C_b leva em conta apenas o diagrama compreendido pelo trecho destravado da barra, desconsiderando as seções de extremidade da barra contidas lateralmente (com exceção para os casos em que o momento fletor máximo encontra-se em uma das extremidades da barra). Já para o fator C_m ocorre exatamente o inverso, sendo dada importância apenas aos momentos de extremidade da barra contida lateralmente (neste caso o momento fletor em qualquer seção intermediária tem efeito condicional para a adoção do fator).

Diante do que foi apresentado até o momento, algumas dúvidas são naturais, justificando a presente seção do capítulo: qual a justificativa para o uso de fatores de modificação diferentes pelo simples fato da flexão ocorrer em torno de eixos principais de inércia distintos da seção? Considerando a flexão em torno de um eixo centroidal qualquer, não necessariamente um eixo principal, como decorreu ao longo da pesquisa para as seções assimétricas, por qual dos fatores optar, C_b ou C_m ?

Acredita-se que a forma do diagrama de momento fletor solicitante influencia diretamente na escolha do fator de modificação, não tendo, assim, explicação razoável para a adoção de um fator ou outro em decorrência do eixo em torno do qual ocorre a flexão. Em relação a esta questão não foram encontradas as referências que justificam o uso de diferentes fatores em função do eixo de flexão.

Alguns casos usuais de carregamento transversal serão apresentados e analisados quanto ao uso dos fatores C_b e C_m , com o intuito de verificar a incidência de cada um e a equivalência entre os mesmos para os diferentes diagramas, conforme Figura 7.8.

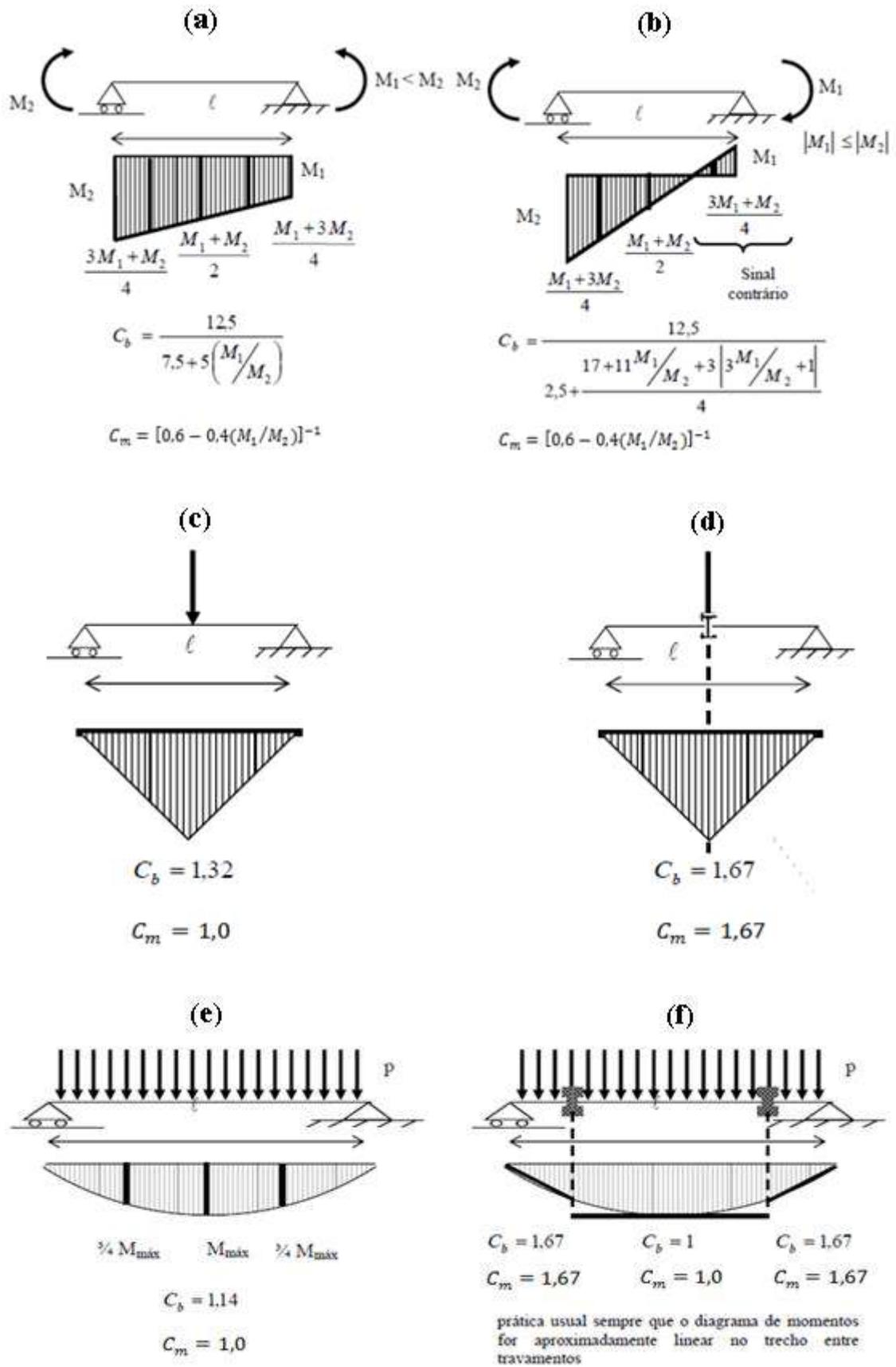


Figura 7.8 – Casos de diagramas de momento fletor não uniforme para avaliação do uso dos fatores de modificação C_b e C_m (adaptado de SILVA, 2012)

De acordo com os diagramas de momento fletor dos casos (a) e (b), nota-se que os fatores C_b e C_m dependem dos momentos nas extremidades da barra. Supondo $M_1 = 0,5M_2$, permitindo assim uma avaliação quantitativa, os resultados encontrados para ambos os fatores seriam iguais, sendo para (a) igual a 1,25 e (b) igual a 2,5. Logo, para casos nos quais os momentos de extremidade são diferentes de zero, considerando diagrama de momento fletor com variação linear, sob curvatura simples ou reversa, os fatores apresentaram equivalência, tornando-se indiferente a opção por C_b ou C_m .

Considerando o caso (c), pode-se concluir que C_m é mais conservador que C_b , devido à sua restrição a momento fletor intermediário maior que o momento de extremidade máximo, sendo este para o caso igual a zero. O caso (d) apresenta carregamento e diagrama de momento fletor idênticos aos do caso (c), porém com a presença da contenção lateral representada ao meio do vão. Logo, o trecho destravado a considerar se altera, assim como a análise a ser feita sobre o diagrama, modificando conseqüentemente o valor dos fatores, sendo para o caso igual a 1,67 para C_b e C_m .

Os casos (e) e (f) representam situações onde o diagrama de momento fletor não uniforme tem variação não linear. Para o primeiro caso, novamente como os momentos de extremidade são iguais a zero, o fator C_m deve ser tomado igual a 1,0, enquanto C_b resulta no valor igual a 1,14. Para o caso (f) as contenções laterais modificam a análise, resultando em três trechos destravados. Devido à forma do diagrama, é prática usual linearizar a análise no trecho entre travamentos, o que simplifica e facilita o cálculo do fator de modificação. Para o caso particular, os fatores C_b e C_m foram equivalentes em todos os trechos.

Com base nos casos apresentados, o que se pode concluir é que o fator C_b é mais abrangente que o fator C_m , conclusão esta, inclusive, já esperada, baseando-se nas Equações [7.1] e [7.2]. Enquanto a aplicação do fator C_m se limita a casos de diagrama de momento fletor com variação linear e com restrição ao momento fletor intermediário para com o momento fletor máximo de extremidade, o fator C_b é aplicável também para casos de variação não linear e sem restrição a momentos fletores no trecho destravado. Contudo, a conclusão é apenas qualitativa, sem conclusão sobre a qualificação da comparação entre os fatores C_b e C_m . Fica a sugestão para estudo mais aprofundado desse tópico.

7.7 Equação de cálculo do momento fletor de flambagem global elástica M_e em seções ponto-simétricas Z com carregamento transversal agindo no plano da alma

Como mencionado ao início do capítulo, a Equação [5.24] consiste na equação de origem para as Equações [2.10] e [2.12], as quais tratam do cálculo do momento crítico global M_e considerando a flexão em torno do eixo perpendicular à alma de seções convencionais. Entretanto, ao analisar o referido caso de flexão em seções ponto-simétricas Z, foi constatada uma divergência considerável entre a equação geral desenvolvida na pesquisa, conforme Equação [5.24], e a equação da NBR 14762:2010, representada pela Equação [2.12]. Logo, foi necessária uma investigação maior sobre esse tópico.

A equação da NBR 14762:2010 apresentada em sua seção 9.8.2.2 para o cálculo de M_e em barras com seção ponto-simétrica Z carregadas transversalmente no plano da alma, representada na presente pesquisa pela Equação [2.12], é similar à Equação [2.10], que trata das seções duplamente simétricas e monossimétricas sob a mesma condição de flexão. A diferença está no fator de multiplicação, igual a 0,5, acrescido à Equação [2.10], resultando assim na Equação [2.12].

A Seção F12.2 da norma americana ANSI/AISC 360-05, em nota, recomenda, ainda, que para seções ponto-simétricas Z carregadas transversalmente no plano da alma, M_e seja tomado como $0,5M_e$ de uma seção monossimétrica U com as mesmas propriedades de mesa e alma da seção Z a analisar, fato este não mencionado pela NBR 14762:2010, apesar de grande parte das prescrições da norma brasileira serem baseadas em normas estrangeiras.

Considerando a recomendação da norma americana ANSI/AISC 360-05, foram analisadas previamente algumas seções, constatando-se que o uso das propriedades de uma seção monossimétrica U equivalente às propriedades de uma seção ponto-simétrica Z não reduziu, de forma satisfatória, as diferenças encontradas para M_e entre a solução da presente pesquisa e a solução da NBR 14762:2010, o que poderá ser verificado mais adiante na presente seção.

Retornando à Equação [5.24], que atende ao caso de flexão simples em torno de um eixo centroidal qualquer para seções abertas de paredes finas, independente da

geometria, algumas simplificações são possíveis para o caso particular das seções ponto-simétricas Z. Isso se deve à posição relativa do centro de torção CT em relação ao centróide C da seção, conforme descrito a seguir.

O centro de torção CT em seções ponto-simétricas coincide com o centróide C da seção. Logo, os parâmetros de flexão β_1 e β_2 serão nulos, conforme justificado no Capítulo 5. Portanto, o coeficiente b da forma geral $aM_e^2 + bM_e + c = 0$ da Equação [5.24], sendo o coeficiente b definido pelos termos $[N_{ex} \cdot N_{ey} (\cos\theta \cdot \beta_1 + \sen\theta \cdot \beta_2)]$, também será igual a zero, simplificando assim a solução geral. Com isso, a Equação [5.24] se reduz à forma da Equação [7.3], como segue:

$$M_e = \frac{r_0 (N_{ex} \cdot N_{ey} \cdot N_{ez})^{0,5}}{(N_{ex} \cdot \cos^2\theta + N_{ey} \cdot \sen^2\theta)^{0,5}} \quad [7.3]$$

A Equação [7.3] considera em seus termos propriedades do próprio perfil a ser analisado, no que se refere aos termos N_{ex} , N_{ey} , N_{ez} e r_0 , diferente da recomendação do ANSI/AISC 360-05 para o caso particular das seções ponto-simétricas Z sob flexão em torno do eixo perpendicular à alma. Considerando a ausência do fator de modificação para momento fletor não uniforme C_b , apesar do mesmo não constar na equação, sua aplicação se mantém para casos de diagrama de momento fletor variável, análogo ao que consta na Equação [2.12] da norma brasileira.

É fácil perceber, ainda, que a Equação [7.3] é aplicável também às seções duplamente simétricas, já que a característica do centróide C e do centro de torção CT da seção estarem na mesma posição geométrica se mantém. No caso da flexão ocorrer em torno do eixo principal de inércia máximo em seções duplamente simétricas ou ponto-simétricas, isto é, quando θ é nulo, a Equação [7.3] se reduz ainda mais, passando à forma da Equação [2.10].

O ângulo θ formado entre o eixo principal máximo e o eixo em torno do qual se dá a flexão, para seções ponto-simétricas Z carregadas no plano da alma, é diferente de zero, e, portanto, deve ser mantido na Equação [7.3]. Logo, para seções convencionais ponto-simétricas Z_{90} sob esta condição de flexão, foi elaborada a Tabela 7.5, que reúne os valores do ângulo θ , em graus, para as diferentes relações b_f/b_w e D/b_w , como segue:

Tabela 7.5 – Valores do ângulo θ , em graus, para seções ponto-simétricas Z_{90} na flexão livre (oblíqua) em torno do eixo perpendicular à alma da seção

b_f/b_w	D/b_w						
	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30
0,2	6,33	8,35	9,92	11,20	12,29	13,23	14,06
0,3	11,34	13,68	15,58	17,20	18,62	19,89	21,03
0,4	16,81	19,34	21,47	23,32	24,98	26,50	27,91
0,5	22,50	25,12	27,35	29,33	31,14	32,83	34,42
0,6	28,19	30,78	33,02	35,03	36,88	38,63	40,30
0,7	33,66	36,12	38,27	40,22	42,04	43,76	45,41
0,8	38,74	41,00	43,00	44,84	46,55	48,19	49,77
0,9	43,32	45,35	47,17	48,86	50,44	51,97	53,44
1,0	47,38	49,17	50,81	52,33	53,78	55,18	56,54

Para valores intermediários é sugerido interpolar linearmente

Análogo ao que foi apresentado em seções anteriores, os valores de θ podem ser obtidos também sob a forma de expressão polinomial. A Figura 7.9 a seguir representa a superfície formada pelos valores de θ , em graus, segundo relações geométricas da seção, como b_f/b_w e D/b_w .

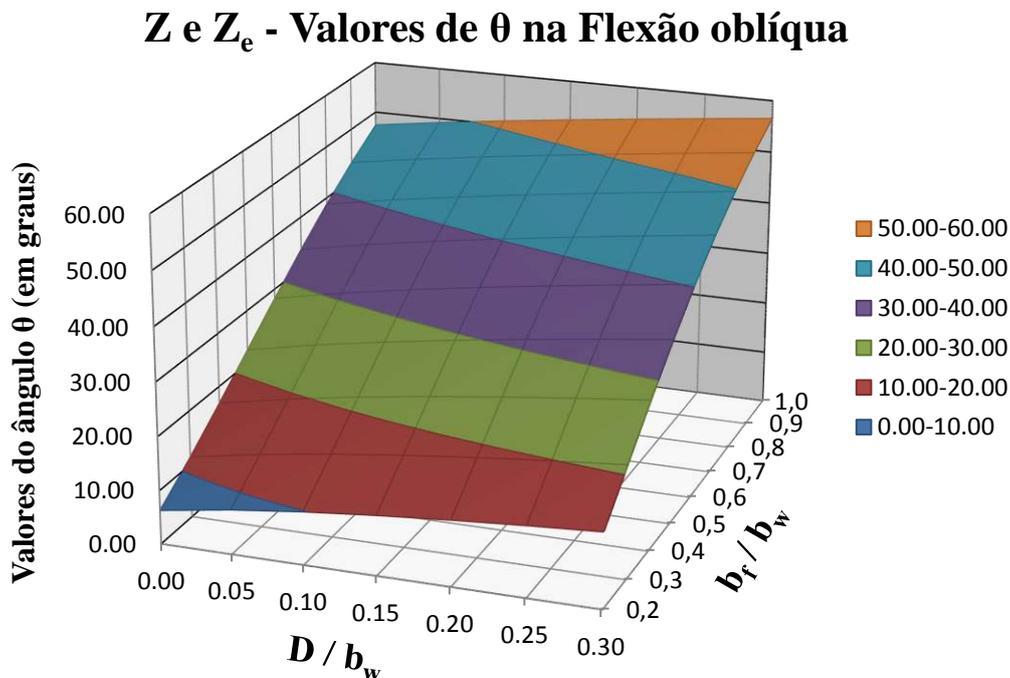


Figura 7.9 – Superfície formada pelos valores do ângulo θ , em graus, para seções Z e Z_e na Flexão oblíqua (eixo x), segundo relações geométricas da seção

Baseado na superfície gráfica ilustrada na Figura 7.9, a expressão polinomial de segunda ordem apresentada a seguir, obtida com o auxílio do programa computacional SURFER v.13.0, é suficiente para representar com precisão os valores de θ , em graus, em função das variáveis b_f/b_w , representada por X, e D/b_w , representada por Y.

$$\theta = -9,39 + 42,24Y - 33,60Y^2 + 75,94X + 4,13XY - 19,97X^2$$

Por fim, para verificar o cálculo do momento fletor de flambagem lateral com torção, foi elaborada a Tabela 7.6, comparando os diferentes modos discutidos de obtenção de M_e . Para a Equação [2.12] da NBR 14762:2010 foram adotadas as propriedades da própria seção Z e da seção U equivalente, quantificando assim as diferenças obtidas entre uma escolha e outra e verificando a eficiência da recomendação do ANSI/AISC 360-05. Portanto, os valores de M_e obtidos segundo a Equação [7.3] foram comparados para ambos os casos. Adicionalmente, foi adotado o programa CUFSM v.3.12 nas comparações com a equação de cálculo de M_e da norma brasileira. Os parâmetros utilizados nas análises para a confecção da Tabela 7.6 foram os mesmos que contribuíram para as análises do Capítulo 5.

Tabela 7.6 – Comparativo entre os valores obtidos para o momento fletor de flambagem lateral com torção, M_e , segundo a Equação [2.12] da NBR 14762:2010, a Equação [7.3] e o programa CUFSM v.3.12

Flexão livre (oblíqua) em torno do eixo perpendicular à alma de seções Z_{90}								
b_f/b_w	NBR 14762:2010		Equação [7.3]			CUFSM v.3.12		
	M_e		M_e	diferenças (%)		M_e	diferenças (%)	
	(a) Z ^a	(b) U ^a		(a) ^b	(b) ^b		(a) ^b	(b) ^b
0,2	56284	61788	115104	104,5	86,3	123978	120,3	100,7
0,3	113340	126035	238275	110,2	89,1	258595	128,2	105,2
0,4	191760	219740	418795	118,4	90,6	456368	138,0	107,7
0,5	289880	346581	663756	129,0	91,5	725005	150,1	109,2
0,6	405213	509920	979789	141,8	92,1	1071753	164,5	110,2
0,7	535298	712998	1373349	156,6	92,6	1503680	180,9	110,9
0,8	678161	958995	1850809	172,9	93,0	2027766	199,0	111,4
0,9	832407	1251061	2418496	190,5	93,3	2650939	218,5	111,9
1,0	997128	1592327	3082702	209,2	93,6	3380086	239,0	112,3

Parâmetros adotados: $b_w = 100$ mm; $t = 1$ mm; $L = 4000$ mm; $D/b_w = 0,2$ e $C_b = 1,0$;

Valores de M_e em $N.mm$.

^a Valores obtidos para o momento crítico global M_e segundo equação da NBR 14762:2010, considerando propriedades do próprio perfil Z em (a) e propriedades do perfil U equivalente em (b);

^b Diferença percentual da comparação entre os valores do momento crítico global M_e obtidos segundo equação da NBR 14762:2010, considerando (a) e (b), para com os valores de M_e obtidos pela Eq. [7.3] e pelo programa CUFSM v.3.12.

De acordo com os resultados apresentados na Tabela 7.6, percebe-se que a Equação [2.12] da NBR 14762:2010, que trata da flexão em seções ponto-simétricas Z carregadas transversalmente no plano da alma, não está em conformidade com a Teoria da Estabilidade Elástica apresentada por TIMOSHENKO e GERE (1961), como é o caso da equação proposta na presente dissertação, representada pela Equação [7.3].

O programa computacional CUFISM v.3.12, representando o MFF, método numérico este consagrado em análises de flambagem elástica, corroborou a solução proposta na presente pesquisa. A diferença percentual entre os resultados da Equação [7.3] para as análises numéricas do programa CUFISM v.3.12 foram constantes, de aproximadamente 9%, algo inerente à diferença entre os métodos utilizados (analítico e numérico), como apresentado no Capítulo 5.

Em se tratando do dimensionamento estrutural de PFF na flexão, sabe-se que o valor do momento crítico afeta diretamente o valor da resistência da barra na flexão. Considerando perfis de comprimento intermediário a longo, onde o modo de flambagem global é dominante sobre os demais, a escolha do modo de obtenção do momento fletor de flambagem lateral com torção M_e irá impactar no valor do momento fletor resistente.

Apesar dos resultados da Tabela 7.6 tratarem-se apenas dos perfis analisados ao longo da presente pesquisa, considerando propriedades específicas como espessura t igual a 1 mm, comprimento L igual a 4000 mm e relação D/b_w igual a 0,2, foi verificado que a variação dessas propriedades pouco altera as diferenças percentuais obtidas da comparação entre os resultados das equações propostas, isto é, quando considerados perfis com diferentes espessura, comprimento e largura do enrijecedor de borda. Logo, conclui-se que as seções analisadas bastam para justificar a solução proposta. A afirmação baseia-se em testes efetuados, porém não registrados, a fim de não estender o conteúdo dessa dissertação.

Concluimos pela sugestão de substituir a solução proposta na norma brasileira NBR 14762:2010 (representada pela Equação [2.12] na presente dissertação) pela Equação [7.3] proposta. O emprego da Equação [7.3] garante estrita conformidade com a Teoria da Estabilidade Elástica apresentada por TIMOSHENKO e GERE (1961), além de utilizar as propriedades geométricas da própria seção ponto-simétrica Z no cálculo de M_e , sem gerar dupla interpretação, como se observa na versão atual da norma brasileira.

Capítulo 8

Exemplo de cálculo da resistência à flexão na flambagem lateral com torção em seções ponto-simétrica Z e assimétrica derivada

O presente capítulo apresenta um comparativo para o cálculo do momento fletor resistente na flambagem lateral com torção, tomando como exemplo uma seção ponto-simétrica Z enrijecida e uma seção assimétrica, esta derivada da seção ponto-simétrica. O objetivo dessa análise consiste em verificar a possibilidade de uma seção assimétrica apresentar resistência superior a uma seção convencional, levando-se em conta os bons resultados obtidos para tensão crítica global, apresentados no Capítulo 5. Logo, uma análise para a resistência na compressão axial foi desprezada devido à superioridade das seções simétricas frente às seções assimétricas sob esta forma de carregamento.

8.1 Considerações para análise da resistência à flexão dos perfis

A análise da resistência abordará os dois sentidos de flexão investigados na pesquisa para a seção assimétrica, referidos por Flexão A e Flexão B, onde o primeiro trata a flexão considerando grande parte da mesa de maior largura (mesa com largura fixa, b_{f1}) sob compressão, e o segundo considerando a mesa de menor largura (mesa com largura variável, b_{f2}) sob compressão.

Para o estudo da comparação da resistência à flexão na flambagem lateral com torção foram escolhidos o perfil ponto-simétrico Z_{45} , de relação b_f/b_w igual a 0,6, e o perfil assimétrico Z_{a45} , com relações b_{f1}/b_w igual a 0,8 e b_{f2}/b_{f1} igual a 0,5. A opção por adotar um perfil com esta assimetria em particular para análise se justifica pelo fato desta assimetria ter sido a que apresentou resultados mais significativos para a tensão crítica global, seja na Flexão A (altas tensões) ou Flexão B (baixas tensões).

As propriedades geométricas e do material adotadas para a investigação da resistência dos perfis foram as mesmas utilizadas ao longo da dissertação, ou seja, perfis com espessura t igual a 1 mm, largura de alma b_w igual a 100 mm, módulo de elasticidade longitudinal E igual a 200000 MPa, coeficiente de Poisson ν igual a 0,3 e

módulo de elasticidade transversal G igual a 77000 MPa, com tensão de escoamento f_y igual a 250 MPa. Para o comprimento L da barra investigado foi adotado o intervalo compreendido entre 250 mm a 10000 mm, com variação a cada 250 mm.

Comparando-se os perfis analisados, percebe-se que ambos apresentam áreas de seção transversal igual a 260 mm². Apesar da área da seção ter pouca importância na resistência à flexão, sendo o momento de inércia e as constantes de torção e de empenamento as propriedades significativas neste caso, um resultado positivo a favor da seção assimétrica (esta apresentar resistência superior à seção ponto-simétrica Z) representaria vantagem de sua aplicação prática frente à seção convencional, visto que o consumo de material seria exatamente o mesmo.

O método de dimensionamento escolhido foi o Método da Seção Efetiva (MSE), proposto por BATISTA (2010) e presente na NBR 14762:2010, justificando assim as análises efetuadas para o modo de flambagem Local, já que a resistência referente à flambagem lateral com torção considera a interação com o referido modo e, portanto, é necessário conhecer os coeficientes de flambagem local k_L das seções, os quais já foram obtidos no Capítulo 6 da presente dissertação.

8.2 Flambagem lateral com torção – resultados e discussões

Segundo a NBR 14762:2010, o momento fletor resistente de cálculo referente à flambagem lateral com torção, M_{Rd} , tomando-se um trecho compreendido entre seções contidas lateralmente, é definido conforme a Equação [8.1] a seguir:

$$M_{Rd} = \chi_{FLT} \cdot W_{c,ef} \cdot f_y / \gamma \quad [8.1]$$

Entre os termos que compõem a Equação [8.1], são introduzidos o fator de redução do momento fletor resistente, associado à flambagem lateral com torção, definido por χ_{FLT} , e o módulo de flexão elástica da seção efetiva em relação à fibra extrema comprimida, definido por $W_{c,ef}$. Em relação a este último, destaca-se que o mesmo é dependente do valor do índice de esbelteza reduzido da seção associado ao modo de flambagem local, definido por λ_p . O referido índice considera o valor do momento fletor de flambagem local elástica M_L , justificando a importância das análises apresentadas no Capítulo 6, e é descrito pela Equação [8.2]:

$$\lambda_p = \left(\frac{\chi_{FLT} \cdot W_c \cdot f_y}{M_\ell} \right)^{0,5} \quad [8.2]$$

O termo χ_{FLT} tem valor condicionado ao índice de esbeltez reduzido associado ao modo de flambagem global, definido por λ_0 , o qual é expresso pela Equação [8.3]:

$$\lambda_0 = \left(\frac{W_c \cdot f_y}{M_e} \right)^{0,5} \quad [8.3]$$

O valor do índice λ_0 fornece um indicativo para a possibilidade de uso prático do perfil. Para valores acima de 1,5 é raro encontrar aplicação prática de barras nessa condição, podendo-se considerar até um limite máximo de 2,0. De acordo com a Equação [8.3], nota-se que o momento crítico global M_e contribui para aumentar ou reduzir o valor do índice λ_0 , evidenciando sua importância no cálculo da resistência. Os passos do cálculo da resistência não serão apresentados, sendo recomendada consulta à norma brasileira NBR 14762:2010.

Logo, foi elaborado um gráfico comparando-se as curvas de resistência na FLT para as seções ponto-simétrica Z_{45} e assimétrica Z_{a45} em função do índice de esbeltez reduzido λ_0 , conforme a Figura 8.1. Na sequência é apresentada a Tabela 8.1, que reúne os valores da análise da resistência.

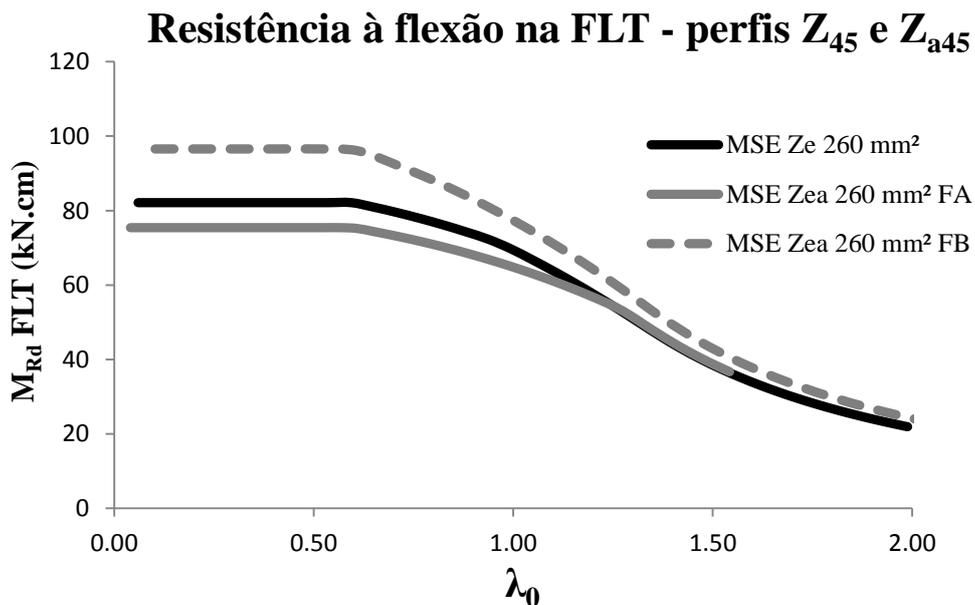


Figura 8.1 – Curvas de resistência à flexão na flambagem lateral com torção para os perfis Z_{45} e Z_{a45} segundo dimensionamento pelo Método da Seção Efetiva em função de λ_0

Tabela 8.1 – Dados da análise da resistência à flexão na flambagem lateral com torção para os perfis Z_{45} e Z_{a45} segundo dimensionamento pelo Método da Seção Efetiva

Momento fletor resistente (M_{Rd}) na flambagem lateral com torção, em N.mm								
Z_{45}			Z_{a45} - Flexão A			Z_{a45} - Flexão B		
M_t	1731449 N.mm		M_t	1292209 N.mm		M_t	2446795 N.mm	
L	λ_0	M_{Rd}	L	λ_0	M_{Rd}	L	λ_0	M_{Rd}
250	0,06	821312	250	0,04	754146	250	0,10	965622
500	0,12	821312	500	0,08	754146	500	0,21	965622
750	0,18	821312	750	0,12	754146	750	0,31	965622
1000	0,24	821312	1000	0,16	754146	1000	0,41	965622
1250	0,30	821312	1250	0,20	754146	1250	0,51	965622
1500	0,36	821312	1500	0,25	754146	1500	0,61	960630
1750	0,42	821312	1750	0,29	754146	1750	0,71	921415
2000	0,48	821312	2000	0,33	754146	2000	0,81	876768
2250	0,54	821312	2250	0,37	754146	2250	0,91	826927
2500	0,59	821312	2500	0,41	754146	2500	1,00	772150
2750	0,65	808716	2750	0,45	754146	2750	1,10	712714
3000	0,71	794290	3000	0,49	754146	3000	1,19	648905
3250	0,77	778544	3250	0,53	754146	3250	1,28	581021
3500	0,82	761455	3500	0,57	754146	3500	1,37	511538
3750	0,88	742997	3750	0,61	752126	3750	1,46	451266
4000	0,94	723135	4000	0,65	744296	4000	1,55	401916
4250	0,99	697914	4250	0,69	735937	4250	1,64	360995
4500	1,05	667877	4500	0,73	727041	4500	1,72	326680
4750	1,10	636519	4750	0,77	717604	4750	1,80	297618
5000	1,16	603896	5000	0,80	707616	5000	1,88	272784
5250	1,21	570059	5250	0,84	697069	5250	1,96	251392
5500	1,26	535063	5500	0,88	685953	5500	2,04	232829
5750	1,32	498960	5750	0,92	674256	5750	2,11	216614
6000	1,37	463350	6000	0,96	661966	6000	2,18	202363
6250	1,42	430468	6250	1,00	649068	6250	2,26	189768
6500	1,47	401279	6500	1,03	635545	6500	2,33	178578
6750	1,52	375248	6750	1,07	621379	6750	2,39	168590
7000	1,57	351929	7000	1,11	606547	7000	2,46	159633
7250	1,62	330956	7250	1,15	591026	7250	2,52	151569
7500	1,67	312021	7500	1,18	574787	7500	2,59	144279
7750	1,71	294864	7750	1,22	557798	7750	2,65	137665
8000	1,76	279268	8000	1,26	540022	8000	2,71	131644
8250	1,81	265045	8250	1,29	517716	8250	2,77	126145
8500	1,85	252037	8500	1,33	492169	8500	2,82	121107
8750	1,90	240106	8750	1,37	467595	8750	2,88	116478
9000	1,94	229134	9000	1,40	444095	9000	2,93	112214
9250	1,99	219020	9250	1,44	422459	9250	2,99	108275
9500	2,03	209674	9500	1,47	402493	9500	3,04	104627
9750	2,08	201018	9750	1,51	384028	9750	3,09	101241
10000	2,12	192985	10000	1,54	366915	10000	3,14	98091

De acordo com os resultados apresentados, observando inicialmente as curvas de resistência ilustradas na Figura 8.1, sem consulta aos dados da Tabela 8.1, pode-se concluir que a seção assimétrica na condição de Flexão B foi a que apresentou maior resistência na flambagem lateral com torção, visto que sua curva está acima das demais. Entretanto, esta é uma avaliação baseada apenas no índice de esbeltez λ_0 .

Quando faz-se a análise da Tabela 8.1, percebe-se que os valores do índice λ_0 estão associados ao comprimento do perfil. Logo, para comprimentos iguais, há uma alternância entre a superioridade das três curvas representadas na Figura 8.1.

Inicialmente, até o comprimento de 2250 mm, a Flexão B na seção assimétrica foi superior às demais em virtude de ter apresentado momento crítico local M_{ℓ} mais elevado (lembrando que o modo distorcional não é considerado na interação proposta no MSE). Para comprimentos de até 3750 mm, a flexão na seção ponto-simétrica Z demonstrou superioridade em relação à Flexão A na seção assimétrica. A partir deste comprimento, a Flexão A se mostrou superior em relação às demais curvas, quando se observa também uma redução acentuada nos valores da resistência para a Flexão B.

O gráfico da Figura 8.2 contribui para ilustrar as observações, representando o momento fletor resistente M_{Rd} em função do comprimento L dos perfis analisados, em conformidade com os valores da Tabela 8.1.

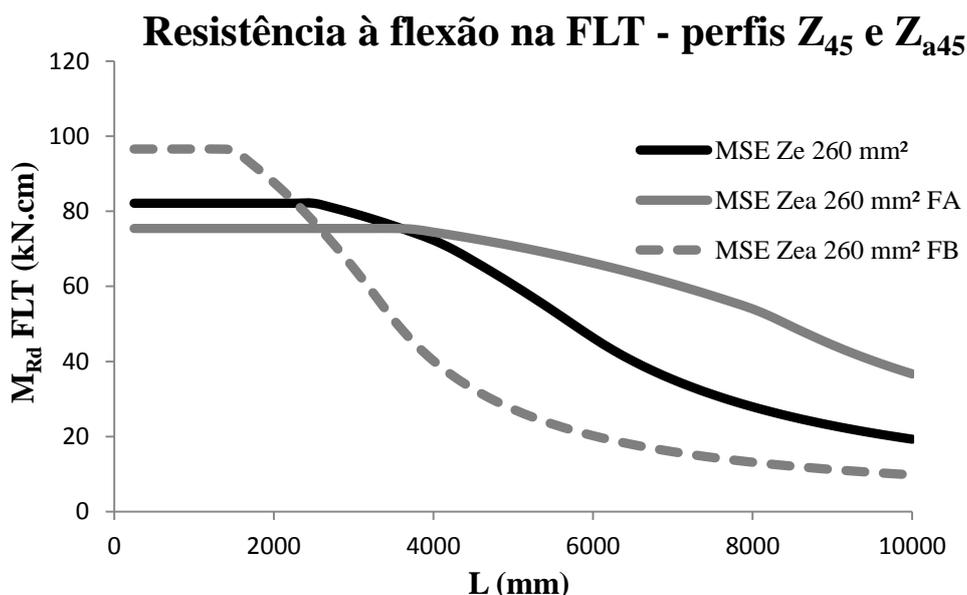


Figura 8.2 – Curvas de resistência à flexão na flambagem lateral com torção para os perfis Z_{45} e Z_{a45} segundo dimensionamento pelo Método da Seção Efetiva em função do comprimento L

Portanto, considerando o caso particular dos perfis investigados na resistência à flexão na flambagem lateral com torção, pode-se concluir que a seção assimétrica sob a condição da Flexão A pode ser mais vantajosa do que a seção ponto-simétrica Z para comprimentos longos, atingindo uma diferença elevada entre as resistências da seção simétrica e assimétrica de até 90%, sem que para isso o índice de esbeltez reduzido λ_0 ultrapasse o valor limite recomendado de 2,0 para a Flexão A, o que pode ser comprovado pelos dados da Tabela 8.1.

Já a Flexão B se mostra ineficiente para comprimentos longos, comparando-se com a Flexão A e até mesmo com a flexão na seção ponto-simétrica Z, apresentando uma diferença percentual inferior em torno de 50% em relação à Flexão A. Além disso, a Flexão B acusou o valor limite estipulado de 2,0 para o índice λ_0 quando atingiu um comprimento igual a 5500 mm, este muito inferior se comparado aos casos da flexão na seção simétrica e da Flexão A. Logo, o uso da seção assimétrica analisada, sob a condição da Flexão B, não é recomendada neste caso.

Por fim, o que se pode concluir é que, para os perfis investigados no presente capítulo, a seção ponto-simétrica Z_{45} não se mostrou vantajosa para todo o comprimento analisado em relação à flexão na seção assimétrica Z_{a45} , principalmente para o caso da Flexão A, considerando comprimentos longos. No entanto, é importante lembrar que a conclusão cabe somente aos perfis analisados, sem generalizar, mas fica evidente a possibilidade do uso de soluções alternativas, dependendo da situação apresentada.

Capítulo 9

Conclusões e recomendações

A realização desta pesquisa comprovou que as seções simétricas de PFF não são as únicas a demonstrarem benefícios quanto ao seu uso na construção civil. Ocorre que a ausência de estudos divulgados conduz à limitação das possibilidades, em se tratando da adoção de seções assimétricas. A investigação se deu apenas para geometrias específicas, U e Z, embora as soluções encontradas tenham aplicação geral, em especial para o caso do modo de flambagem Global. Além do foco principal, que são as seções assimétricas, o desenvolvimento da pesquisa permitiu que fossem constatados alguns procedimentos presentes na NBR 14762:2010, não muito claros, que foram motivo de discussão, visando assim o seu aprimoramento.

Considerando as análises de flambagem efetuadas para o modo Global, o Método de Cardano e Tartaglia se mostrou eficiente quando aplicado aos casos de seções assimétricas sob compressão axial, permitindo o cálculo da força crítica global. A equação cúbica presente na NBR 14762:2010 mantém-se como a solução geral para estes casos, sendo o método sugerido na presente pesquisa apenas uma ferramenta analítica para a resolução direta do problema, sem a necessidade de recorrer a recursos computacionais, visto que a resolução de equações do terceiro grau não apresenta, em geral, solução direta.

A equação generalizada obtida para o cálculo do momento crítico global, em barras sob flexão simples, também apresentou resultados satisfatórios, considerando a possibilidade de se analisar a flexão em torno de um eixo centroidal qualquer da seção, não necessariamente um dos eixos principais de inércia assim como ser aplicável não apenas a seções com alguma simetria, como são os casos constantes da norma brasileira.

Considerando ainda a solução geral obtida para o cálculo do momento fletor de flambagem lateral com torção, esta apresentou dificuldade no que diz respeito à identificação das soluções para a flexão em torno de um eixo em sentidos opostos, quando considerada a flexão em seções de geometria qualquer. A adoção do centro de torção CT como referencial, levando-se em conta seu estado de tensão normal (de tração

ou compressão), não foi suficiente para resolver o problema, como visto no capítulo 5. Na presente pesquisa, considerando as seções investigadas, isso só foi possível com auxílio dos programas CUFISM v.3.12 e GBTUL v.2.0, que contribuíram para as análises e identificação dos momentos fletores críticos.

Em se tratando do modo Local, a NBR 14762:2010 apresenta valores tabelados e expressões de cálculo para o coeficiente de flambagem local k_L , considerando seções usuais sob compressão axial e flexão simples, permitindo assim que o dimensionamento seja possível segundo os métodos da Seção Efetiva (MSE) e da Resistência Direta (MRD). A proposta apresentada na presente dissertação considera seções assimétricas sob as mesmas condições de carregamento, sendo para a flexão incluídas as duas formas de solicitação analisadas, designadas por Flexão A e Flexão B, as quais foram tratadas sob a condição de flexão oblíqua (sem restrição lateral).

Ainda sobre o modo Local, concluiu-se que a abordagem apresentada pela norma para seções Z sob flexão não é clara, já que a mesma não menciona o fato da flexão ser em torno do eixo perpendicular à alma da seção, informando, ainda, equivocadamente ser este o eixo principal máximo de inércia. Além disso, os valores apresentados naquele documento são válidos apenas para a condição de flexão com restrição lateral, o que pôde ser observado, mais uma vez, com o auxílio de soluções numéricas, já que a NBR 14762:2010 não comenta este detalhe importante.

Portanto, em adição ao que é apresentado pela norma brasileira, foram obtidos coeficientes para a condição de flexão livre (oblíqua e sem contenção lateral), considerando as observações feitas por FÁVERO (2013), a partir de experimentos, indicando que esta é a condição que melhor representa a distribuição de tensões em uma seção Z sob flexão em torno do eixo perpendicular à alma. Além dos valores obtidos diretamente, com base na Teoria da Estabilidade Elástica, foram propostas expressões para o cálculo dos coeficientes de flambagem adotando-se relações geométricas entre os elementos da seção, similar ao que propõe a NBR 14762:2010.

A presente investigação permitiu, ainda, constatar que a equação constante na NBR 14762:2010 para o cálculo do momento crítico global, considerando seções ponto-simétricas Z sob carregamento transversal agindo no plano da alma, não satisfaz as equações diferenciais da Estabilidade Elástica apresentadas por TIMOSHENKO e

GERE (1961). Foi possível verificar o caráter extremamente conservador da equação incluída na norma quando comparada à equação proposta na presente pesquisa, tratando a flexão de seções sem contenção lateral. Além disso, a norma brasileira não menciona o fato das propriedades adotadas para a equação serem referentes a uma seção U equivalente, isto é, de propriedades de mesas e alma iguais às da seção Z em questão, como propõe a norma americana ANSI/AISC 360-05, podendo gerar interpretações equivocadas por parte do usuário e, conseqüentemente, conduzir a resultados ainda mais discrepantes em relação à solução derivada da Teoria da Estabilidade Elástica.

Levando-se em conta ainda o fato da equação de cálculo do momento crítico global, considerando seções ponto-simétricas Z, apresentar resultados distintos segundo o modo escolhido, seja pela equação da NBR 14762:2010, pela equação da presente dissertação ou adotando-se um programa especializado em análise de Estabilidade Elástica, é possível concluir que a opção afetará diretamente o valor da resistência da barra sob flexão, principalmente para perfis longos, onde o modo Global governa a resistência dos perfis formados a frio de paredes delgadas.

Apesar da pesquisa considerar análises para a condição de flexão pura, sabe-se que esta é uma situação muito rara de ocorrer, sendo o mais comum a flexão simples, ou seja, a presença de carregamento transversal agindo sobre a viga, submetendo-a, além do momento fletor, ao esforço cortante. Contudo, existem inúmeras possibilidades para diferentes combinações de carregamento transversal, o que conduziria a diversas equações de cálculo para representar cada situação, não sendo esta a medida mais prática a se tomar. Logo, o procedimento adotado em norma considera para a equação a condição mais básica de carregamento, que é a da flexão pura, sendo aplicado a esta fatores que representam as combinações de carregamento mais usuais na prática, permitindo assim simular a condição de momento fletor não uniforme.

A NBR 14762:2010 apresenta dois fatores de modificação para diagrama de momento fletor não uniforme, designados por C_b e C_m , sendo o primeiro indicado para a flexão em torno do eixo perpendicular à alma das seções, geralmente o eixo principal máximo de inércia, e o segundo para casos de flexão em torno do eixo mínimo de seções monossimétricas. O uso destes fatores foi colocado em pauta devido à proposta da presente pesquisa abordar casos de flexão em torno de um eixo centroidal qualquer

da seção, o que leva à dúvida na escolha do fator de modificação. A nosso ver, entende-se que a condição para a aplicação dos fatores está relacionada ao diagrama de momento fletor da viga, e não ao eixo em torno do qual se dá a flexão, como faz distinção a norma brasileira.

Ao final da pesquisa ainda foram comparadas as resistências estruturais de uma seção ponto-simétrica Z para com uma seção assimétrica derivada, na condição de flexão oblíqua, considerando o Método da Seção Efetiva (MSE), constante na NBR 14762:2010, para o dimensionamento. A flexão, tratada separadamente por Flexão A e Flexão B, apresentou resultados satisfatórios para a seção assimétrica na primeira condição, demonstrando até certa superioridade em relação à seção ponto-simétrica, e insatisfatórios para a segunda condição, não sendo esta recomendada.

9.1 Sugestões para trabalhos futuros

A presente dissertação abordou a análise da flambagem elástica em seções assimétricas, amparada por autores especializados no assunto como TIMOSHENKO e GERE (1961), e auxiliada por soluções numéricas baseadas em métodos confiáveis, como o Método das Faixas Finitas (MFF), Método dos Elementos Finitos (MEF) e Teoria Generalizada de Vigas (GBT). Além do foco principal da pesquisa, foram observadas particularidades presentes na NBR 14762:2010 que contribuiriam para sanar possíveis dúvidas quanto ao dimensionamento estrutural de PFF. Em continuidade ao que foi apresentado, ficam as seguintes sugestões para trabalhos futuros:

- A validação experimental do que foi investigado de forma teórica na presente dissertação, considerando ensaios em colunas sob compressão axial e vigas sob flexão, ambos utilizando-se de perfis de seção assimétrica, o que viria a complementar e valorizar ainda mais a contribuição da pesquisa;
- A análise para condições de contorno diferentes de bi-apoiado, como por exemplo, bi-engastado, considerando os próprios estudos teóricos que foram aqui abordados, somados a ensaios em laboratório;
- Verificação experimental de qual dos fatores de modificação de momento fletor não uniforme, C_b ou C_m , melhor retrata uma situação real, utilizando para isso combinações de carregamento usuais sobre a viga ensaiada, simulando assim condições de diagramas de momento fletor com variação linear e não linear.

Referências Bibliográficas

ABEL, A., 1987, “Historical perspectives and some of the main features of the Bauschinger Effect”, *Materials Forum*, v.10, pp. 11-25.

ABNT, NBR 6355:2012, *Perfis estruturais de aço formados a frio - Padronização*, Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, RJ.

ABNT, NBR 14762:2010, *Dimensionamento de estruturas de aço constituídas por perfis formados a frio*, Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, RJ.

AISI, S100-2007, *North American Specification for the Design of Cold-Formed Steel Structural Members*, American Iron and Steel Institute, Washington, DC.

ALLEN, H.G.; BULSON, P.S., 1980, *Background to Buckling*, McGraw-Hill Inc., US.

ALVES, R.V., 2015, *Análise da Estabilidade*, Notas de aula da disciplina “Estabilidade Estrutural” do curso Mestrado Acadêmico em Engenharia Civil - Estruturas, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ.

ANDRADE, D., 2016, *Determinando raízes da equação polinomial de terceiro grau*, UEM, Departamento de Matemática, Maringá, PR. Disponível em: <<http://www.dma.uem.br/kit>>. Acesso em: 05 ago. 2016.

ANSI/AISC 360-05, *Specification for Structural Steel Buildings*, American Institute of Steel Construction, Inc., Chicago, IL.

ANSYS® Workbench 16.0, *Ansys, Inc.*, Southpointe 2600 Ansys Drive, Canonsburg, PA 15317. Disponível em: <<http://www.ansys.com>>. Acesso em: 12 jul. 2016.

AS/NZS 4600:2005, *Cold-formed steel structures*, Australian/New Zealand Standard™, Sydney –Wellington.

BATISTA, E.M., 2010, “Effective section method: A general direct method for the design of steel cold-formed members under local–global buckling interaction”, *Thin-Walled Structures*, v.48, pp. 345-356.

BEBIANO, R.; SILVESTRE, N.; CAMOTIM, D., 2010a, *GBTul 1.0 β – Buckling and Vibration Analysis of Thin-Walled Members*, GBT Theoretical Background, DECivil/IST, Technical University of Lisbon, Portugal. Disponível em: <<http://www.civil.ist.utl.pt/gbt>>. Acesso em: 20 jun. 2016.

BEBIANO, R.; SILVESTRE, N.; CAMOTIM, D., 2010b, *GBTul 1.0 β – Buckling and Vibration Analysis of Thin-Walled Members*, User Manual, DECivil/IST, Technical University of Lisbon, Portugal. Disponível em: <<http://www.civil.ist.utl.pt/gbt>>. Acesso em: 20 jun. 2016.

CCDCANOAS, Disponível em: <<http://www.ccdcnoas.com.br/equipamentos>>. Acesso em: 15 jan. 2017.

CHEUNG, Y.K., 1976, *Finite Strip Method in Structural Analysis*, 1 ed., Pergamon Press, Hungary.

FÁVERO NETO, A.H., 2013, *Terças em perfis de aço formados a frio com continuidade nos apoios: ênfase ao estudo das ligações de alma parafusadas com transpasse ou luva*, Dissertação de Mestrado, EESC/USP, São Carlos, SP.

GYPSTEEL, Disponível em: <<http://www.gypsteel.com.br>>. Acesso em: 7 jan. 2017.

HANCOCK, G.J., 1978, “Local, Distortional and Lateral Buckling of I- Beams”, *Journal of the Structural Division*, ASCE, v.104, n.ST11, pp. 1787-1798.

HANCOCK, G.J.; MURRAY, T.M.; ELLIFRITT, D.S., 2001, *Cold-Formed Steel Structures to the AISI Specification*, Marcell-Dekker, 1ed., New York.

HAUS, S.A., 2011, *Influência do efeito Bauschinger no retorno elástico em aços avançados de elevada resistência*, Dissertação de Mestrado, UFPR, Curitiba, PR.

INOUE, H.; BATISTA, E.M.; RIBEIRO, F.L.B., 2010, “Análise da Estabilidade de Perfis de Paredes Finas: Faixas Finitas e MEF”, *Nono Simpósio de Mecânica Computacional*, UFSJ/ABMEC, São João Del Rei, MG.

LANDIM, P.M.B.; CORSI, A.C., 2001, *Cálculo de superfícies de tendência, por regressão polinomial, pelo SURFER[®] 6*, Departamento de Geologia Aplicada, IGCE, UNESP, Rio Claro, SP.

LEE, H.H., 2014, *Finite Element Simulations with ANSYS Workbench 15 – Theory, Applications, Case Studies*, 1 ed., SDC Publications, USA.

LIMA, E.L., 1987, “A Equação do Terceiro Grau”, *Matemática Universitária*, n.5, pp. 9-23, Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, RJ.

MACHADO, L.D.L., 2000, *Dimensionamento de perfis estruturais de aço formados a frio: programação para cálculo automático*, Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ.

MARKO, Disponível em: <<http://www.marko.com.br>>. Acesso em: 7 jan. 2017.

MFRURAL, Disponível em: <<http://www.mfrural.com.br>>. Acesso em: 5 jan. 2017.

MURRAY, N.W., 1986, *Introduction to the Theory of Thin-Walled Structures*, 1 ed., The Oxford Engineering Science Series, Oxford, Great Britain.

REIS, A.; CAMOTIM, D., 2001, *Estabilidade Estrutural*, 1 ed., McGraw-Hill, Portugal.

SALLES, G.C., 2017, *Investigação analítica, numérica e experimental do modo de flambagem distorcional em perfis formados a frio*, Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ.

SANTOS, E.S., 2010, *Análise da Estabilidade e da Resistência de perfis de aço formados a frio sujeitos a interação entre os modos de flambagem local, distorcional e global*, Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ.

SCHAFFER, B.W., 2006a, *CUFISM v.3.12 software*, Users Manual and Tutorials. Disponível em: < <http://www.ce.jhu.edu/bschafer/cufsm/cufsm312>>. Acesso em: 20 dez. 2015.

SCHAFFER, B.W., 2006b, “Designing Cold-Formed Steel Using the Direct Strength Method”, *18th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures*, Orlando, FL.

SCHAFFER, B.W., 2008, “Review: The Direct Strength Method of cold-formed steel member design”, *Journal of Constructional Steel Research*, v.64, pp.766-778.

SCHAFFER, B.W.; ÁDÁNY, S., 2006, “Buckling analysis of cold-formed steel members using CUFSM: conventional and constrained finite strip methods”, *18th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures*, Orlando, FL.

SHELL181, Disponível em: <<http://www.sharcnet.ca>>. Acesso em: 20 dez. 2016.

SILVA, E.L.; PIERIN, I.; SILVA, V.P., 2014, *Estruturas compostas por perfis formados a frio – Dimensionamento pelo método das larguras efetivas e aplicação conforme ABNT NBR 14762:2010 e ABNT NBR 6355:2012*, Manual de Construção em Aço, CBCA, Rio de Janeiro, RJ.

SILVA, V.P., 2012, *Dimensionamento de estruturas de aço*, Apostila para a disciplina “Estruturas Metálicas e de Madeira”, Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica da Escola Politécnica da USP, São Paulo, SP.

SURFER® 14, *Golden Software*, LLC, 809 14th Street, Golden, CO 80401. Disponível em: <<http://www.goldensoftware.com/products/surfer>>. Acesso em: 10 mar. 2016.

TAVARES, A., 2010, *Resolução da equação do 3º grau (ou cúbica)*, Problemas e Teoremas. Disponível em: <<https://problemasteoremas.wordpress.com>>. Acesso em: 10 ago. 2016.

TIMOSHENKO, S.P., 1955, *Strength of Materials*, Part I – Elementary Theory and Problems, 3 ed., D. Van Nostrand Company, Inc., New York.

TIMOSHENKO, S.P.; GERE, J.M., 1961, *Theory of Elastic Stability*, 2 ed., McGraw-Hill, New York.

VALE, A.F.A., 2013, *As diferentes estratégias de resolução da Equação do Segundo Grau*, Dissertação de Mestrado, UFERSA, Mossoró, RN.

ZIEMIAN, R.D., 2010, *Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures*, 6 ed., John Wiley & Sons, New York.

ZIENKIEWICZ, O.C.; TAYLOR, R.L., 2000, *The Finite Element Method*, Volume 1: The Basis, 5 ed., Butterworth Heinemann, Oxford, MA.

ZIKELI, Disponível em: <<http://www.zikeli.com.br>>. Acesso em: 15 jan. 2017.

Anexo A

Roteiro de cálculo das propriedades geométricas e mecânicas de seções abertas de paredes delgadas

O presente anexo apresenta um roteiro de cálculo analítico a ser seguido para a obtenção das propriedades geométricas e mecânicas de seções abertas de paredes delgadas, sem, no entanto aprofundar nos fundamentos que explicam a origem destes cálculos, ficando como recomendação a consulta de bibliografia especializada, como MURRAY (1986). A elaboração deste anexo contou ainda com o auxílio das notas de aula da disciplina “Estruturas de Aço”, do curso Mestrado Acadêmico em Engenharia Civil da COPPE/UFRJ, ministrada pelo Prof. EDUARDO DE M. BATISTA.

SÍMBOLOS

- A área bruta da seção transversal do perfil;
- A_s área geométrica setorial formada por um polo e elemento;
- C_ω constante de empenamento da seção transversal em relação ao centro de torção;
- I_x, I_y momentos estáticos da seção bruta em relação aos eixos x e y , respectivamente, variando para cada caso o sistema referencial de coordenadas;
- I_1, I_2 momentos principais de inércia da seção bruta em relação aos eixos máximo e mínimo, respectivamente;
- I_{xx}, I_{yy} momentos de inércia da seção bruta em relação aos eixos x e y , respectivamente, variando para cada caso o sistema referencial de coordenadas;
- I_{xy} produto de inércia da seção bruta, variando para cada caso o sistema referencial de coordenadas;
- $I_{x\omega}, I_{y\omega}$ produtos da área setorial da seção bruta, variando para cada caso o polo do centro de torção (subíndice de ω) e o sistema referencial de coordenadas;
- I_ω momento de área setorial da seção bruta, variando para cada caso o polo do centro de torção (subíndice de ω) e o sistema referencial de coordenadas;
- $I_{\omega\omega}$ constante de empenamento da seção bruta, variando para cada caso o polo do centro de torção (subíndice de ω) e o sistema referencial de coordenadas;
- J constante de torção de Saint Venant;
- L largura do elemento, isto é, a dimensão plana do elemento sem incluir dobras;
- W módulo de flexão elástica da seção transversal bruta na flexão livre (oblíqua);
- r_x, r_y raios de giração da seção bruta em relação aos eixos principais de inércia x e y , respectivamente;

- r_0 raio de giração polar da seção bruta em relação ao centro de torção;
- t espessura do elemento;
- x_0, y_0 coordenadas do centro de torção da seção referenciadas aos eixos principais de inércia;
- \bar{x}_B, \bar{y}_B coordenadas do polo arbitrário B do centro de torção da seção referenciadas aos eixos arbitrários;
- \tilde{x}_B, \tilde{y}_B coordenadas do polo arbitrário B do centro de torção da seção referenciadas aos eixos centroidais;
- \bar{x}_C, \bar{y}_C coordenadas do centróide C da seção referenciadas aos eixos arbitrários;
- $\tilde{x}_{CT}, \tilde{y}_{CT}$ coordenadas do centro de torção CT da seção referenciadas aos eixos centroidais;
- \tilde{y}_{LN} equação da linha neutra da seção transversal sob flexão oblíqua;
- α ângulo formado entre o eixo centroidal \tilde{x} e o eixo principal de inércia máximo;
- β_1, β_2 parâmetros de flexão da seção transversal empregados no cálculo do momento fletor de flambagem global elástica;
- σ_z distribuição de tensões normais na seção transversal sob flexão oblíqua;
- φ ângulo formado entre o eixo centroidal \tilde{x} e a direção do vetor momento fletor M aplicado à seção;
- ω função de empenamento ou coordenada setorial, variando para cada caso o polo do centro de torção (subíndice de ω) e o sistema referencial de coordenadas.

Os cálculos que serão apresentados são baseados em geometria analítica (plano cartesiano e coordenadas). Os elementos, que constituem as paredes planas da seção transversal, são considerados como elementos de barra conectados por nós, os quais estão presentes em cada uma de suas extremidades. Aos nós são atribuídas coordenadas, identificadas por i (inicial) e f (final). O referencial pode ser os eixos do plano cartesiano X-Y ou as coordenadas setoriais ω , conforme a propriedade a ser definida.

As expressões de cálculo que serão apresentadas são aplicáveis a perfis de seção constante e geometria qualquer, considerando seções abertas não ramificadas e de paredes delgadas e planas, adequando-se assim aos casos dos PFF. Como as expressões tomam como referência a linha média (linha que divide a espessura t ao meio) dos elementos da seção, não é recomendável para perfis de espessura elevada, evitando assim resultados muito discrepantes dos valores reais de um cálculo com maior precisão. Os resultados apresentados segundo o roteiro de cálculo proposto no Anexo A foram validados com extrema precisão considerando aqueles obtidos pelo Método das Faixas Finitas (MFF), utilizando-se do programa computacional CUFISM v.3.12.

O processo para o cálculo das propriedades geométricas e mecânicas das seções é constituído por três etapas, cada qual representada por um sistema de coordenadas no plano cartesiano, os quais são ilustrados pela Figura A1 e descritos brevemente em seguida. Os eixos \bar{z} , \tilde{z} e z representam o eixo longitudinal de um perfil em cada sistema de coordenadas, porém não influenciam nos cálculos que serão apresentados, já que estão sendo considerados perfis de seção constante.

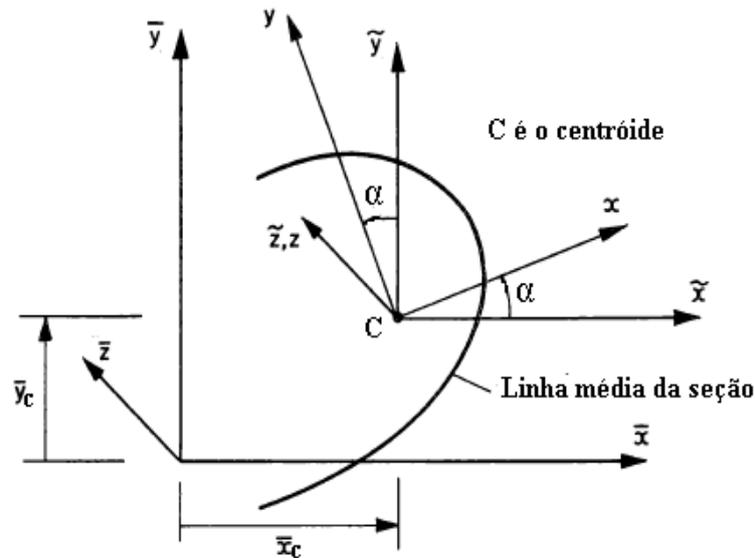


Figura A1 – Sistema de coordenadas iniciais, intermediárias e principais

Eixos $\bar{X} - \bar{Y}$, denominados *eixos arbitrários ou iniciais*. São eixos ortogonais que formam um sistema de coordenadas no qual a geometria da seção é plotada inicialmente de forma livre, sem restrições quanto à posição dos nós e elementos que compõem a seção, assim como do polo arbitrário do centro de torção para o cálculo das coordenadas setoriais;

Eixos $\tilde{X} - \tilde{Y}$, denominados *eixos centroidais ou intermediários*. São eixos ortogonais que formam um novo sistema de coordenadas, paralelos aos eixos arbitrários (portanto sem rotação), o qual é obtido por meio da translação dos eixos $\bar{X} - \bar{Y}$, passando a ter como origem as coordenadas do centróide (\bar{x}_c, \bar{y}_c) da seção;

Eixos $X - Y$, denominados *eixos principais de inércia*. São eixos ortogonais oriundos da rotação dos eixos $\tilde{X} - \tilde{Y}$, defasados em um ângulo α (referenciado à posição dos eixos centroidais) e com a manutenção da posição de sua origem, isto é, sem transladar, formando-se assim um terceiro sistema de coordenadas.

A1 – SISTEMA DE EIXOS ARBITRÁRIOS OU INICIAIS ($\bar{X} - \bar{Y}$)

A1.1 – Coordenadas geométricas (\bar{x}, \bar{y}) e polo arbitrário do centro de torção (\bar{x}_B, \bar{y}_B)

Inicialmente a geometria da seção transversal é definida por meio das coordenadas dos nós que constituem os elementos, de forma livre, assim como é definida a coordenada do polo arbitrário B do centro de torção. Contudo, é aconselhável que parte da geometria da seção seja plotada, se possível, sobre os eixos \bar{X} e \bar{Y} , o que reduzirá os cálculos das propriedades gerais. Do mesmo modo, sugere-se que o polo arbitrário do centro de torção (\bar{x}_B, \bar{y}_B) seja posicionado sobre um dos nós da geometria da seção, de preferência sobre um nó partilhado por dois elementos, simplificando assim o cálculo das coordenadas setoriais que será apresentado a seguir.

A1.2 – Cálculo das coordenadas setoriais ($\bar{\omega}_B$)

A área setorial ω , a qual está relacionada ao empenamento, é equivalente ao dobro da área geométrica setorial A_s , sendo esta formada pela varredura da linha que une o polo do centro de torção adotado (para este caso o polo arbitrário B) e uma origem S_1 , desde esta mesma origem S_1 até um ponto S_2 , o que corresponde ao elemento ds de interesse, como está ilustrado na Figura A2 abaixo:

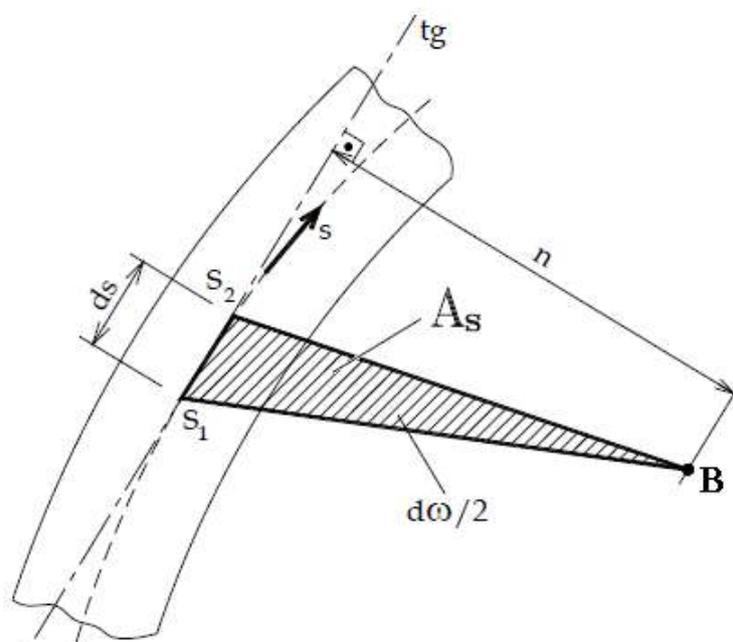


Figura A2 – Relação entre a área setorial ω e a área geométrica A_s formada pela ligação entre os pontos não colineares B , S_1 e S_2

O processo consiste em varrer todos os elementos da geometria da seção, partindo do nó de uma das extremidades (inicial) e terminando ao nó da outra extremidade (final), de forma contínua. O sentido de varredura define o sinal do setorial, podendo-se adotar como positivo ou negativo o sentido horário ou anti-horário, mas trocando o sinal com a mudança do sentido de varredura de um elemento para outro.

Para elementos de paredes planas a variação de ω por elemento é linear, e, portanto, basta conhecer o valor da coordenada em cada nó de extremidade dos elementos para que se defina sua função de empenamento. As coordenadas setoriais ω podem assumir valores diferentes conforme a posição do polo adotado e o ponto de partida para o cálculo dos setores. Para o presente roteiro sugere-se como ponto de partida um dos nós de extremidade da seção, ao qual automaticamente será atribuído o valor zero, já que geometricamente não há formação de setor, e, conseqüentemente área.

Considere a Figura A3 como exemplo de uma seção aberta de geometria qualquer, plotada no sistema de eixos iniciais, assim como o polo arbitrário B do centro de torção. O cálculo das coordenadas setoriais pode ser explicado da seguinte forma: a coordenada setorial do nó final de um elemento terá como valor a coordenada setorial de seu nó inicial somada (ou subtraída, caso a varredura seja em sentido contrário ao adotado como positivo) ao dobro da área setorial A_s , sendo esta formada pela ligação, em linhas, do polo adotado com os nós do referido elemento. Na ilustração tem-se a coordenada do nó 2 igual à coordenada do nó 1 somada (ou subtraída) ao dobro da área geométrica hachurada. A coordenada do nó 1 pode ter valor nulo caso o referido nó seja adotado como ponto de partida para a varredura da seção.

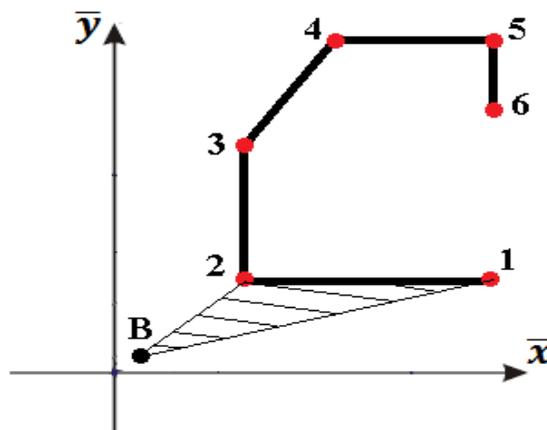


Figura A3 – Exemplo do cálculo de coordenadas setoriais em um elemento de uma seção aberta qualquer

Ainda observando a ilustração da Figura A3, percebe-se que a seção não foi plotada obedecendo às recomendações do passo anterior (elementos plotados sobre os eixos e polo arbitrário sobre algum dos nós) para não prejudicar visualmente o que foi proposto a ser explicado. Outro ponto a destacar é que a varredura poderia iniciar também pelo último nó, ao qual foi atribuído o número 6, já que se trata da outra extremidade da seção, sendo neste caso os elementos varridos em sentido contrário. Os nós são equilibrados, logo, elementos que partilham de um mesmo nó possuem coordenadas setoriais ω iguais para o nó em questão. Sendo assim, o nó final de determinado elemento será considerado o nó inicial do elemento subsequente (conectado a ele e seguindo o sentido de varredura).

De um modo geral, considerando um dos nós de extremidade da seção como ponto de partida para a varredura, o cálculo das coordenadas setoriais resume-se às expressões logo abaixo (o número que acompanha o subíndice B refere-se ao nó da seção, enquanto o intervalo de A_s é definido pelos nós que delimitam a área geométrica juntamente com o polo arbitrário B):

$$\begin{aligned}\bar{\omega}_{B1} &= 0 \\ \bar{\omega}_{B2} &= \bar{\omega}_{B1} \pm 2A_{s1-2} \\ \bar{\omega}_{B3} &= \bar{\omega}_{B2} \pm 2A_{s2-3} \\ \bar{\omega}_{B4} &= \bar{\omega}_{B3} \pm 2A_{s3-4} \\ &\vdots \quad \quad \quad \vdots \\ \bar{\omega}_{Bn} &= \bar{\omega}_{B(n-1)} \pm 2A_{s(n-1)-n}\end{aligned}$$

De acordo com o roteiro apresentado estão sendo propostas soluções para serem aplicadas a casos de elementos planos. Logo, as áreas geométricas setoriais formadas pelas linhas que unem as coordenadas do polo arbitrário do centro de torção (\bar{x}_B, \bar{y}_B) com as coordenadas do nó inicial (\bar{x}_i, \bar{y}_i) e nó final (\bar{x}_f, \bar{y}_f) de dado elemento definem a figura geométrica plana de um triângulo (situação para a qual os três pontos não são colineares, pois, caso contrário a área setorial seria nula, o que inclusive reduziria os cálculos – justificando assim a sugestão por parte deste roteiro para a adoção do polo arbitrário sobre algum dos nós da geometria).

A área de um triângulo pode ser obtida por geometria analítica quando são conhecidas as coordenadas de seus vértices. Neste caso, a expressão que define o cálculo da área consiste na metade do determinante (D) composto pelos três pontos que caracterizam o triângulo. Associando-se ao caso da área geométrica setorial A_s da situação exposta, tem-se:

$$A_s = \frac{D}{2} \quad \text{sendo } D = \begin{vmatrix} \bar{x}_B & \bar{y}_B & 1 \\ \bar{x}_i & \bar{y}_i & 1 \\ \bar{x}_f & \bar{y}_f & 1 \end{vmatrix}$$

Expandindo-se o valor do determinante D , a área então pode ser definida como:

$$A_s = \frac{D}{2} = \frac{\bar{x}_B(\bar{y}_i - \bar{y}_f) + \bar{x}_i(\bar{y}_f - \bar{y}_B) + \bar{x}_f(\bar{y}_B - \bar{y}_i)}{2}$$

Considerando a igualdade, fica evidente que o determinante D equivale ao dobro da área do triângulo formado pelo setorial A_s , assim como a área setorial ω é o dobro da área geométrica setorial A_s , como apresentado ao início da seção. Portanto, pode-se deduzir, então, que as coordenadas setoriais $\bar{\omega}_B$ por elemento são expressas segundo a seguinte expressão:

$$\bar{\omega}_B = \bar{x}_B(\bar{y}_i - \bar{y}_f) + \bar{x}_i(\bar{y}_f - \bar{y}_B) + \bar{x}_f(\bar{y}_B - \bar{y}_i)$$

Aplicando-se o cálculo proposto da área de triângulos por coordenadas dos vértices, e mantendo-se o padrão da expressão acima, o sinal de positivo ou negativo para a coordenada setorial ω em cada nó da geometria é calculado automaticamente à medida que são varridos os elementos. Deve-se lembrar apenas de que os valores calculados por nó devem ser acumulados conforme a varredura, porém com a própria expressão encarregando-se de somá-los ou subtraí-los, quando necessário. Logo, a preocupação de se observar o sentido de varredura de cada elemento pode ser dispensada em um cálculo manual, o que permite a programação automática do cálculo das coordenadas setoriais de forma simples.

A1.3 – Cálculo das propriedades gerais

$$L = \sqrt{(x_f - x_i)^2 + (y_f - y_i)^2} \quad (\text{calculado por elemento})$$

$$A = \int_A^A dA = \sum_{j=1}^n A_j \quad \text{com } A_j = t_j \cdot L_j \quad (n = \text{número de elementos})$$

$$I_{\bar{x}} = \int_A^A \bar{y} dA = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n (\bar{y}_f + \bar{y}_i)_j \cdot A_j$$

$$I_{\bar{y}} = \int_A^A \bar{x} dA = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n (\bar{x}_f + \bar{x}_i)_j \cdot A_j$$

$$I_{\bar{\omega}_B} = \int_A^A \bar{\omega}_B dA = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n (\bar{\omega}_f + \bar{\omega}_i)_j \cdot A_j$$

Para o sistema de eixos iniciais, o cálculo das propriedades acima é suficiente para localizar o centróide da seção e o equivalente setorial, próximo passo do roteiro. Contudo, existem ainda outras propriedades que são definidas por integrais de produto de funções, as quais podem ser úteis para o cálculo das propriedades gerais segundo o sistema de eixos centroidais, que será apresentado mais adiante. Para as integrais de produto de funções, que serão apresentadas a seguir, o procedimento de cálculo adotado é o mesmo, ou seja, por meio de geometria analítica considerando as coordenadas dos nós e setoriais dos elementos.

$$I_{\bar{x}\bar{x}} = \int_A^A \bar{y}^2 dA = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^n (\bar{y}_f^2 + \bar{y}_i^2 + \bar{y}_f \bar{y}_i)_j \cdot A_j$$

$$I_{\bar{y}\bar{y}} = \int_A^A \bar{x}^2 dA = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^n (\bar{x}_f^2 + \bar{x}_i^2 + \bar{x}_f \bar{x}_i)_j \cdot A_j$$

$$I_{\bar{\omega}_B \bar{\omega}_B} = \int_A^A \bar{\omega}_B^2 dA = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^n (\bar{\omega}_f^2 + \bar{\omega}_i^2 + \bar{\omega}_f \bar{\omega}_i)_j \cdot A_j$$

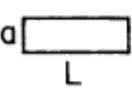
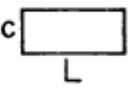
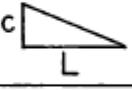
$$I_{\bar{x}\bar{y}} = \int_A^A \bar{y}\bar{x} dA = \frac{1}{6} \sum_{j=1}^n (2\bar{y}_f \bar{x}_f + 2\bar{y}_i \bar{x}_i + \bar{y}_f \bar{x}_i + \bar{y}_i \bar{x}_f)_j \cdot A_j$$

$$I_{\bar{x}\bar{\omega}_B} = \int_A \bar{y}\bar{\omega}_B dA = \frac{1}{6} \sum_{j=1}^n (2\bar{y}_f\bar{\omega}_f + 2\bar{y}_i\bar{\omega}_i + \bar{y}_f\bar{\omega}_i + \bar{y}_i\bar{\omega}_f)_j \cdot A_j$$

$$I_{\bar{y}\bar{\omega}_B} = \int_A \bar{x}\bar{\omega}_B dA = \frac{1}{6} \sum_{j=1}^n (2\bar{x}_f\bar{\omega}_f + 2\bar{x}_i\bar{\omega}_i + \bar{x}_f\bar{\omega}_i + \bar{x}_i\bar{\omega}_f)_j \cdot A_j$$

A resolução das integrais vistas até aqui abrange todas as possibilidades de variação das coordenadas de \bar{x} , \bar{y} ou $\bar{\omega}$, definidas por MURRAY (1986) como fórmulas trapezoidais, em alusão ao caso mais complexo possível de ser encontrado quando tratados apenas elementos planos. Entretanto, dependendo da posição de determinado nó e/ou elemento da geometria essa variação assume diferentes formas (retângulos e triângulos), o que vem a simplificar o cálculo, principalmente para aquelas de produto de funções (justificando a menção feita ao início do roteiro sobre a plotagem dos nós da geometria sobre os eixos, quando possível). Para casos similares, segundo MURRAY (1986), existe a tabela apresentada por MATHESON que facilita o processo, ficando a critério do usuário a consulta em tabela ou a utilização das fórmulas trapezoidais. A Tabela A1 apresenta as combinações possíveis para a integral do produto de funções.

Tabela A1 – Tabela de $\int_0^L F(x)G(x)dx$

$\begin{matrix} \rightarrow F(x) \\ \downarrow G(x) \end{matrix}$			
	Lac	$\frac{Lac}{2}$	$\frac{Lc(a+b)}{2}$
	$\frac{Lac}{2}$	$\frac{Lac}{3}$	$\frac{Lc(2a+b)}{6}$
	$\frac{Lac}{2}$	$\frac{Lac}{6}$	$\frac{Lc(a+2b)}{6}$
	$\frac{La(c+d)}{2}$	$\frac{La(2c+d)}{6}$	$\frac{La(2c+d)+Lb(c+2d)}{6}$

A1.4 – Cálculo da posição do centróide (\bar{x}_C, \bar{y}_C) e do equivalente setorial ($\bar{\omega}_C$)

$$\bar{x}_C = \frac{I_{\bar{y}}}{A} \qquad \bar{y}_C = \frac{I_{\bar{x}}}{A} \qquad \bar{\omega}_C = \frac{I_{\bar{\omega}_B}}{A}$$

A2 – SISTEMA DE EIXOS CENTROIDAIS OU INTERMEDIÁRIOS ($\tilde{X} - \tilde{Y}$)

A2.1 – Translação do sistema de eixos arbitrários para o sistema de eixos centroidais

$$\tilde{x} = \bar{x} - \bar{x}_C \quad \tilde{y} = \bar{y} - \bar{y}_C \quad (\text{coordenadas dos nós})$$

$$\tilde{\omega}_B = \bar{\omega}_B - \bar{\omega}_C \quad (\text{coordenadas setoriais dos nós})$$

$$\tilde{x}_B = \bar{x}_B - \bar{x}_C \quad \tilde{y}_B = \bar{y}_B - \bar{y}_C \quad (\text{posição do polo arbitrário } B)$$

A2.2 – Cálculo das propriedades gerais

Para esta etapa do processo existem duas formas possíveis para o cálculo das propriedades gerais no sistema de coordenadas centroidais. A primeira delas é análoga àquela apresentada para o sistema inicial, com as mesmas integrais, diferenciando apenas as coordenadas dos nós e setoriais, obtidas com a translação do sistema apresentada no passo anterior. É importante mencionar que as integrais simples (uma única função) não são mais utilizadas a partir deste passo do roteiro, e que após a mudança do sistema de coordenadas estas passam a ser nulas ($I_{\tilde{x}} = I_{\tilde{y}} = I_{\tilde{\omega}_B} = 0$), o que, inclusive, permite verificar se o cálculo prossegue de forma correta.

$$I_{\tilde{x}\tilde{x}} = \int_A \tilde{y}^2 dA = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^n (\tilde{y}_f^2 + \tilde{y}_i^2 + \tilde{y}_f \tilde{y}_i)_j \cdot A_j$$

$$I_{\tilde{y}\tilde{y}} = \int_A \tilde{x}^2 dA = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^n (\tilde{x}_f^2 + \tilde{x}_i^2 + \tilde{x}_f \tilde{x}_i)_j \cdot A_j$$

$$I_{\tilde{\omega}_B \tilde{\omega}_B} = \int_A \tilde{\omega}_B^2 dA = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^n (\tilde{\omega}_f^2 + \tilde{\omega}_i^2 + \tilde{\omega}_f \tilde{\omega}_i)_j \cdot A_j$$

$$I_{\tilde{x}\tilde{y}} = \int_A \tilde{y}\tilde{x} dA = \frac{1}{6} \sum_{j=1}^n (2\tilde{y}_f \tilde{x}_f + 2\tilde{y}_i \tilde{x}_i + \tilde{y}_f \tilde{x}_i + \tilde{y}_i \tilde{x}_f)_j \cdot A_j$$

$$I_{\tilde{x}\tilde{\omega}_B} = \int_A \tilde{y}\tilde{\omega}_B dA = \frac{1}{6} \sum_{j=1}^n (2\tilde{y}_f \tilde{\omega}_f + 2\tilde{y}_i \tilde{\omega}_i + \tilde{y}_f \tilde{\omega}_i + \tilde{y}_i \tilde{\omega}_f)_j \cdot A_j$$

$$I_{\tilde{y}\tilde{\omega}_B} = \int_A \tilde{x}\tilde{\omega}_B dA = \frac{1}{6} \sum_{j=1}^n (2\tilde{x}_f\tilde{\omega}_f + 2\tilde{x}_i\tilde{\omega}_i + \tilde{x}_f\tilde{\omega}_i + \tilde{x}_i\tilde{\omega}_f)_j \cdot A_j$$

A outra possibilidade de resolução são expressões mais simples, que utilizam os valores totais (considerando já o somatório de todos os elementos da seção) obtidos para o sistema inicial, tanto para as integrais simples quanto para as integrais de produto de funções, justificando assim a resolução destas últimas para o sistema inicial, que, inclusive, não foram utilizadas até aqui no referido sistema.

$$I_{\tilde{x}\tilde{x}} = \int_A \tilde{y}^2 dA = I_{\bar{x}\bar{x}} - \frac{I_{\bar{x}}^2}{A}$$

$$I_{\tilde{y}\tilde{y}} = \int_A \tilde{x}^2 dA = I_{\bar{y}\bar{y}} - \frac{I_{\bar{y}}^2}{A}$$

$$I_{\tilde{\omega}_B\tilde{\omega}_B} = \int_A \tilde{\omega}_B^2 dA = I_{\bar{\omega}_B\bar{\omega}_B} - \frac{I_{\bar{\omega}_B}^2}{A}$$

$$I_{\tilde{x}\tilde{y}} = \int_A \tilde{y}\tilde{x} dA = I_{\bar{x}\bar{y}} - \frac{I_{\bar{x}}I_{\bar{y}}}{A}$$

$$I_{\tilde{x}\tilde{\omega}_B} = \int_A \tilde{y}\tilde{\omega}_B dA = I_{\bar{x}\bar{\omega}_B} - \frac{I_{\bar{x}}I_{\bar{\omega}_B}}{A}$$

$$I_{\tilde{y}\tilde{\omega}_B} = \int_A \tilde{x}\tilde{\omega}_B dA = I_{\bar{y}\bar{\omega}_B} - \frac{I_{\bar{y}}I_{\bar{\omega}_B}}{A}$$

A2.3 – Cálculo da posição dos eixos principais e dos momentos principais de inércia

As expressões que serão apresentadas são aplicáveis para os casos em que o produto de inércia segundo os eixos centroidais é diferente de zero ($I_{\bar{x}\bar{y}} \neq 0$). Caso seja encontrado valor nulo para $I_{\bar{x}\bar{y}}$, significa que os eixos \tilde{X} e \tilde{Y} são principais de inércia, assim como os momentos $I_{\tilde{x}\tilde{x}}$ e $I_{\tilde{y}\tilde{y}}$, restando definir qual deles é o eixo principal máximo (I_1) e o eixo principal mínimo (I_2). Considerando que para o presente roteiro α se trata do ângulo formado entre o eixo horizontal \tilde{X} e o eixo máximo, tem-se $\alpha = 0^\circ$ para $I_{\tilde{x}\tilde{x}} = I_1$ e $\alpha = 90^\circ$ para $I_{\tilde{y}\tilde{y}} = I_1$.

$$I_1 = \frac{I_{\tilde{x}\tilde{x}} + I_{\tilde{y}\tilde{y}}}{2} + \sqrt{\left(\frac{I_{\tilde{x}\tilde{x}} - I_{\tilde{y}\tilde{y}}}{2}\right)^2 + I_{\tilde{x}\tilde{y}}^2}$$

$$I_2 = \frac{I_{\tilde{x}\tilde{x}} + I_{\tilde{y}\tilde{y}}}{2} - \sqrt{\left(\frac{I_{\tilde{x}\tilde{x}} - I_{\tilde{y}\tilde{y}}}{2}\right)^2 + I_{\tilde{x}\tilde{y}}^2}$$

$$\alpha = \arctg\left(\frac{I_{\tilde{x}\tilde{x}} - I_1}{I_{\tilde{x}\tilde{y}}}\right) \quad \text{para } I_{\tilde{x}\tilde{y}} \neq 0$$

O sinal do ângulo α define por quais quadrantes passam os eixos principais máximo e mínimo, assim como conhecer o sinal do produto de inércia. Para $\alpha > 0$ tem-se o eixo principal máximo passando pelo primeiro e terceiro quadrante, enquanto o eixo principal mínimo corta o segundo e quarto quadrante. Para $\alpha < 0$ ocorre exatamente o inverso, como ilustrado na Figura A4.

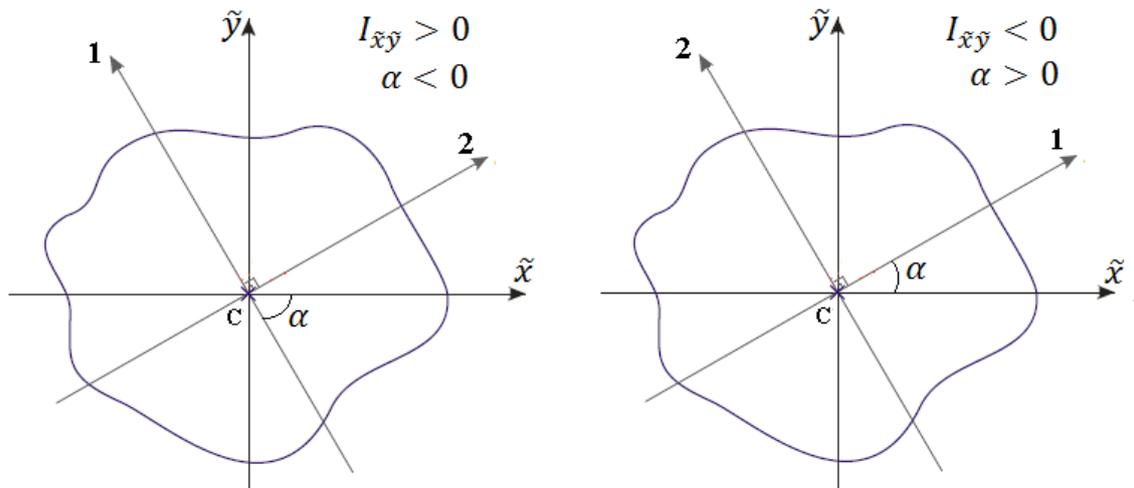


Figura A4 – Posição dos eixos principais de inércia segundo os valores de α e $I_{\tilde{x}\tilde{y}}$

A2.4 – Cálculo da posição real do centro de torção ($\tilde{x}_{CT}, \tilde{y}_{CT}$)

$$\tilde{x}_{CT} - \tilde{x}_B = \frac{I_{\tilde{x}\tilde{\omega}_B} I_{\tilde{y}\tilde{y}} - I_{\tilde{y}\tilde{\omega}_B} I_{\tilde{x}\tilde{y}}}{I_{\tilde{x}\tilde{x}} I_{\tilde{y}\tilde{y}} - I_{\tilde{x}\tilde{y}}^2} \quad \rightarrow \quad \tilde{x}_{CT} = \frac{I_{\tilde{x}\tilde{\omega}_B} I_{\tilde{y}\tilde{y}} - I_{\tilde{y}\tilde{\omega}_B} I_{\tilde{x}\tilde{y}}}{I_{\tilde{x}\tilde{x}} I_{\tilde{y}\tilde{y}} - I_{\tilde{x}\tilde{y}}^2} + \tilde{x}_B$$

$$\tilde{y}_{CT} - \tilde{y}_B = \frac{I_{\tilde{x}\tilde{\omega}_B} I_{\tilde{x}\tilde{y}} - I_{\tilde{y}\tilde{\omega}_B} I_{\tilde{x}\tilde{x}}}{I_{\tilde{x}\tilde{x}} I_{\tilde{y}\tilde{y}} - I_{\tilde{x}\tilde{y}}^2} \quad \rightarrow \quad \tilde{y}_{CT} = \frac{I_{\tilde{x}\tilde{\omega}_B} I_{\tilde{x}\tilde{y}} - I_{\tilde{y}\tilde{\omega}_B} I_{\tilde{x}\tilde{x}}}{I_{\tilde{x}\tilde{x}} I_{\tilde{y}\tilde{y}} - I_{\tilde{x}\tilde{y}}^2} + \tilde{y}_B$$

A2.5 – Cálculo da função de empenamento ($\omega_{CT}(s)$)

$$\omega_{CT}(s) = \tilde{\omega}_B(s) + (\tilde{y}_{CT} - \tilde{y}_B)\tilde{x} - (\tilde{x}_{CT} - \tilde{x}_B)\tilde{y}$$

A2.6 – Cálculo da constante de empenamento (C_ω) da seção transversal

$$C_\omega = I_{\omega_{CT}\omega_{CT}} = \int_A \omega_{CT}^2 dA = I_{\tilde{\omega}_B\tilde{\omega}_B} + (\tilde{y}_{CT} - \tilde{y}_B)I_{\tilde{y}\tilde{\omega}_B} - (\tilde{x}_{CT} - \tilde{x}_B)I_{\tilde{x}\tilde{\omega}_B}$$

A3 – SISTEMA DE EIXOS PRINCIPAIS DE INÉRCIA ($X - Y$)

A3.1 – Rotação do sistema de eixos centroidais para o sistema de eixos principais

$$x = \tilde{x} \cdot \cos\alpha + \tilde{y} \cdot \sen\alpha \quad y = \tilde{y} \cdot \cos\alpha - \tilde{x} \cdot \sen\alpha \quad (\text{coordenadas dos nós})$$

A3.2 – Cálculo da posição real do centro de torção (x_0, y_0)

$$x_0 = \tilde{x}_{CT} \cdot \cos\alpha + \tilde{y}_{CT} \cdot \sen\alpha \quad y_0 = \tilde{y}_{CT} \cdot \cos\alpha - \tilde{x}_{CT} \cdot \sen\alpha$$

A3.3 – Cálculo das propriedades auxiliares para definir os parâmetros de flexão

As expressões que serão apresentadas estão configuradas de acordo com a proposta do roteiro, que é definir, após a rotação de eixos, o eixo horizontal X como eixo máximo e o eixo vertical Y como eixo mínimo, independente da geometria da seção. Logo, pode-se afirmar que I_{xx} é igual a I_1 assim como I_{yy} é igual a I_2 .

$$I_{xxx} = \int_A y^3 dA = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^n (y_f^3 + y_i^3 + y_f^2 y_i + y_f y_i^2)_j \cdot A_j$$

$$I_{yyx} = \int_A x^2 y dA = \frac{1}{12} \sum_{j=1}^n (3x_f^2 y_f + 3x_i^2 y_i + 2x_f x_i y_f + 2x_f x_i y_i + x_i^2 y_f + x_f^2 y_i)_j \cdot A_j$$

$$I_{yyy} = \int_A x^3 dA = \frac{1}{4} \sum_{j=1}^n (x_f^3 + x_i^3 + x_f^2 x_i + x_f x_i^2)_j \cdot A_j$$

$$I_{xxy} = \int_A y^2 x \, dA = \frac{1}{12} \sum_{j=1}^n (3y_f^2 x_f + 3y_i^2 x_i + 2y_f y_i x_f + 2y_f y_i x_i + y_i^2 x_f + y_f^2 x_i) \cdot A_j$$

A3.4 – Cálculo dos parâmetros de flexão β_1 e β_2 da seção transversal

$$\beta_1 = \frac{1}{I_1} (I_{xxx} + I_{yyx}) - 2y_0 \qquad \beta_2 = \frac{1}{I_2} (I_{yyy} + I_{xxy}) - 2x_0$$

Observação: todos os cálculos apresentados devem ser mantidos com os sinais que aparecerem conforme vão sendo efetuados os demais cálculos, sem a necessidade de ajustes especiais de sinais (fazendo-se uma comparação com as considerações propostas pelo Anexo E da NBR 14762:2010 para o cálculo do parâmetro j , sendo este análogo aos parâmetros de flexão β_1 e β_2 da presente pesquisa).

A4 – OUTRAS PROPRIEDADES IMPORTANTES DA SEÇÃO TRANSVERSAL

A4.1 – Cálculo dos raios de giração (r_x, r_y, r_0)

$$r_x = \sqrt{\frac{I_{xx}}{A}} \qquad r_y = \sqrt{\frac{I_{yy}}{A}} \qquad r_0 = [r_x^2 + r_y^2 + x_0^2 + y_0^2]^{0,5}$$

A4.2 – Cálculo da constante de torção de Saint Venant (J)

$$J = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^n L_j \cdot t_j^3$$

A4.3 – Distribuição de tensões normais na seção (σ_z), posição da linha neutra (\tilde{y}_{LN}) e módulo de flexão elástica da seção (W) para a flexão livre (oblíqua)

Para efeito das expressões que serão apresentadas, define-se o ângulo φ como sendo o ângulo formado entre o eixo centroidal \tilde{x} e a direção do vetor momento fletor M aplicado à seção, como ilustrado na Figura A5 seguinte:

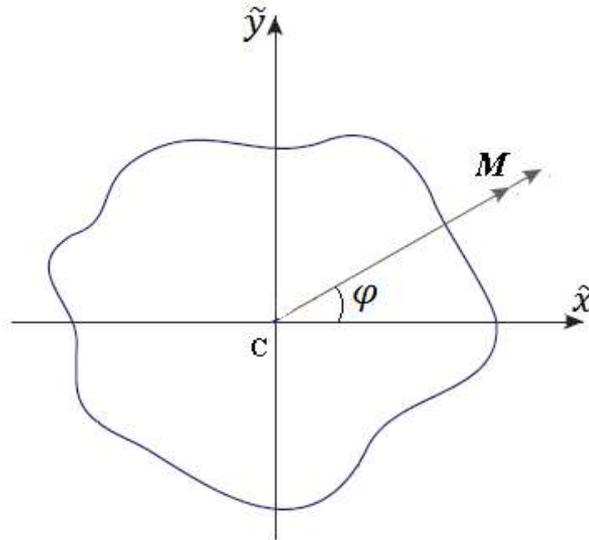


Figura A5 – Representação do vetor momento fletor M aplicado à seção e orientado em relação ao eixo \tilde{x}

$$\sigma_z = \frac{(I_{\tilde{y}\tilde{y}}M \cdot \cos\varphi + I_{\tilde{x}\tilde{y}}M \cdot \operatorname{sen}\varphi)\tilde{y} - (I_{\tilde{x}\tilde{y}}M \cdot \cos\varphi + I_{\tilde{x}\tilde{x}}M \cdot \operatorname{sen}\varphi)\tilde{x}}{I_{\tilde{y}\tilde{y}}I_{\tilde{x}\tilde{x}} - I_{\tilde{x}\tilde{y}}^2}$$

$$\tilde{y}_{LN} = \frac{(I_{\tilde{x}\tilde{y}} \cdot \cos\varphi + I_{\tilde{x}\tilde{x}} \cdot \operatorname{sen}\varphi)}{(I_{\tilde{y}\tilde{y}} \cdot \cos\varphi + I_{\tilde{x}\tilde{y}} \cdot \operatorname{sen}\varphi)} \tilde{x}$$

$$W = \frac{I_{\tilde{y}\tilde{y}}I_{\tilde{x}\tilde{x}} - I_{\tilde{x}\tilde{y}}^2}{(I_{\tilde{y}\tilde{y}} \cdot \cos\varphi + I_{\tilde{x}\tilde{y}} \cdot \operatorname{sen}\varphi)\tilde{y} - (I_{\tilde{x}\tilde{y}} \cdot \cos\varphi + I_{\tilde{x}\tilde{x}} \cdot \operatorname{sen}\varphi)\tilde{x}}$$

Anexo B

Flambagem Distorcional de PFF com seção aberta na compressão axial e na flexão oblíqua

Tabela B1 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para força axial de flambagem distorcional elástica para perfis U_e e U_{ea}

PERFIL PRIMÁRIO:					U enrijecido			
CARREGAMENTO:					Compressão axial			
MODO DE FLAMBAGEM:					Distorcional			
b_{f1} / b_w	b_{f2} / b_{f1}	λ (mm)	σ_{cr} (MPa)	P_{cr} (N)	COMPOSIÇÃO MODAL (%)			
					G	D	L	O
1,0	1,0	1125	117,3	39885,9	0,8	91,9	3,1	4,2
1,0	0,9	1105	124,4	41057,1	6,1	86,3	3,0	4,6
1,0	0,8	1100	128,2	41032,7	10,5	82,0	2,9	4,5
1,0	0,7	1120	129,7	40191,7	14,9	77,8	2,8	4,5
1,0	0,6	1165	129,1	38737,4	20,7	72,1	2,5	4,6
1,0	0,5	865	142,5	41335,8	14,9	74,4	5,1	5,7
0,9	1,0	1050	137,0	43833,9	1,2	91,5	3,1	4,2
0,9	0,9	1030	145,0	45081,4	6,3	86,0	3,1	4,6
0,9	0,8	1025	149,5	45146,9	10,6	81,9	3,0	4,6
0,9	0,7	1040	151,3	44334,0	14,9	77,6	2,9	4,6
0,9	0,6	1085	150,7	42801,7	21,1	71,6	2,6	4,7
0,9	0,5	945	152,3	41879,5	20,0	71,4	3,4	5,1
0,8	1,0	975	161,0	48290,1	1,8	90,8	3,2	4,2
0,8	0,9	955	169,7	49562,0	6,6	85,5	3,3	4,6
0,8	0,8	950	175,0	49697,9	10,8	81,4	3,2	4,6
0,8	0,7	960	177,2	48910,7	15,2	77,1	3,0	4,7
0,8	0,6	1005	176,4	47276,1	21,9	70,5	2,6	4,9
0,8	0,5	875	177,7	46214,8	21,0	70,2	3,6	5,2
0,7	1,0	895	189,7	53119,2	2,8	89,5	3,5	4,2
0,7	0,9	875	198,9	54288,8	7,2	84,5	3,6	4,7
0,7	0,8	870	204,6	54412,5	11,4	80,4	3,5	4,7
0,7	0,7	875	207,0	53600,5	15,8	76,0	3,3	4,9
0,7	0,6	925	205,5	51786,7	23,5	68,5	2,9	5,0
0,7	0,5	810	205,4	50311,8	22,8	68,1	3,8	5,3
0,6	1,0	815	222,3	57799,9	4,5	87,2	4,0	4,3
0,6	0,9	795	230,7	58605,7	8,7	82,4	4,2	4,7
0,6	0,8	790	235,9	58494,7	12,9	78,1	4,1	4,9
0,6	0,7	795	237,5	57474,8	17,7	73,4	4,0	5,0
0,6	0,6	765	236,0	55687,9	20,9	69,6	4,3	5,3
0,6	0,5	715	234,1	53838,1	23,7	66,0	4,8	5,5
0,5	1,0	730	253,9	60933,5	7,2	83,1	5,1	4,5
0,5	0,9	715	259,3	60933,5	11,7	78,3	5,3	4,8
0,5	0,8	705	261,6	60166,5	15,8	73,9	5,4	4,9
0,5	0,7	715	260,2	58554,1	20,6	69,2	5,1	5,1
0,5	0,6	705	254,1	55900,5	25,0	64,7	5,1	5,3
0,5	0,5	655	246,2	52931,2	27,8	60,9	5,7	5,7
0,4	1,0	650	271,4	59711,2	11,6	76,7	7,0	4,8
0,4	0,9	635	270,9	58508,4	17,1	71,1	7,0	4,8
0,4	0,8	630	267,5	56720,1	20,4	67,7	6,9	4,9
0,4	0,7	650	260,6	54197,4	25,7	62,9	6,3	5,1
0,4	0,6	570	252,8	51569,5	23,9	62,7	8,0	5,5
0,4	0,5	540	240,4	48080,0	27,5	58,4	8,4	5,7
0,3	1,0	565	255,0	50996,4	17,0	69,0	8,9	5,1
0,3	0,9	555	248,3	48915,7	21,4	64,9	8,6	5,1
0,3	0,8	560	239,6	46474,9	25,0	61,8	8,1	5,2
0,3	0,7	490	230,7	44072,1	22,1	62,2	10,2	5,4
0,3	0,6	495	216,5	40696,7	26,9	58,3	9,2	5,7
0,3	0,5	420	206,5	38204,0	24,9	57,1	12,2	5,8
0,2	1,0	490	195,3	35161,0	24,4	61,5	8,7	5,5
0,2	0,9	440	187,5	33379,3	22,1	62,3	10,1	5,5
0,2	0,8	420	178,7	31457,6	22,8	61,2	10,4	5,6
0,2	0,7	400	169,1	29416,6	23,9	59,9	10,6	5,7
0,2	0,6	365	159,4	27411,7	23,7	58,7	11,7	5,9
0,2	0,5	-	-	-	-	-	-	-
0,1	1,0	300	108,5	17359,6	20,3	63,4	10,4	5,9
0,1	0,9	295	103,6	16469,1	21,5	62,5	10,1	6,0
0,1	0,8	275	99,1	15657,6	20,9	62,4	10,7	6,0
0,1	0,7	240	95,9	15053,2	18,5	62,2	13,1	6,2
0,1	0,6	230	90,1	14063,0	20,2	60,5	12,8	6,5
0,1	0,5	-	-	-	-	-	-	-

Composição modal: G - Global; D - Distorcional; L - Local; O - Outros λ - Comprimento de semionda.
 Resultados: preto - mínimo identificado pelo CUFSM v.3.12; azul - mínimo não identificado pelo CUFSM v.3.12, sendo o valor estimado segundo à curva de flambagem; traço vermelho - mínimo não identificado pelo CUFSM v.3.12 (não dominante) e não existente segundo à curva de flambagem.

Tabela B2 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para força axial de flambagem distorcional elástica para perfis Z_e e Z_{ea}

PERFIL PRIMÁRIO:		Z enrijecido						
CARREGAMENTO:		Compressão axial						
MODO DE FLAMBAGEM:		Distorcional						
b_{f1} / b_w	b_{f2} / b_{f1}	λ (mm)	σ_{cr} (MPa)	P_{cr} (N)	COMPOSIÇÃO MODAL (%)			
					G	D	L	O
1,0	1,0	925	79,2	26922,7	3,3	90,0	2,6	4,1
1,0	0,9	900	83,7	27629,2	3,9	89,4	2,6	4,1
1,0	0,8	885	86,4	27650,6	4,1	89,0	2,7	4,1
1,0	0,7	880	87,9	27241,7	4,1	89,1	2,7	4,1
1,0	0,6	875	88,6	26584,9	3,5	89,6	2,8	4,2
1,0	0,5	875	88,9	25769,1	5,2	87,9	2,7	4,1
0,9	1,0	855	91,4	29252,6	3,1	90,2	2,5	4,1
0,9	0,9	835	96,4	29983,0	3,7	89,5	2,7	4,1
0,9	0,8	820	99,5	30056,6	3,9	89,2	2,7	4,1
0,9	0,7	815	101,3	29687,0	3,8	89,4	2,7	4,1
0,9	0,6	810	102,3	29044,7	3,3	89,8	2,7	4,2
0,9	0,5	810	102,6	28220,2	5,4	87,8	2,7	4,1
0,8	1,0	790	106,0	31803,1	2,9	90,5	2,5	4,1
0,8	0,9	765	111,4	32524,2	3,3	89,8	2,7	4,1
0,8	0,8	755	114,9	32642,3	3,5	89,6	2,8	4,1
0,8	0,7	745	117,1	32322,1	3,3	89,7	2,8	4,2
0,8	0,6	745	118,3	31710,2	3,6	89,5	2,8	4,1
0,8	0,5	745	118,8	30892,0	5,6	87,5	2,8	4,1
0,7	1,0	715	123,1	34474,8	2,4	90,8	2,6	4,1
0,7	0,9	695	128,6	35122,0	2,8	90,2	2,9	4,1
0,7	0,8	685	132,5	35251,7	2,9	90,0	3,0	4,1
0,7	0,7	675	135,0	34978,8	2,6	90,2	3,1	4,2
0,7	0,6	675	136,6	34414,7	3,9	88,9	3,1	4,1
0,7	0,5	675	137,2	33625,9	5,9	87,0	3,0	4,1
0,6	1,0	640	142,3	36988,2	1,7	91,1	3,1	4,1
0,6	0,9	620	147,4	37444,7	1,8	90,5	3,5	4,2
0,6	0,8	610	151,2	37501,1	1,8	90,4	3,7	4,1
0,6	0,7	600	153,9	37236,8	2,9	89,1	3,8	4,2
0,6	0,6	595	155,6	36720,2	4,4	87,7	3,8	4,1
0,6	0,5	600	156,5	35987,2	6,3	86,0	3,6	4,1
0,5	1,0	560	161,2	38691,0	0,9	90,3	4,7	4,1
0,5	0,9	545	165,0	38771,8	1,7	89,0	5,2	4,1
0,5	0,8	530	167,8	38591,8	2,6	87,7	5,5	4,2
0,5	0,7	520	169,8	38213,0	3,6	86,5	5,8	4,1
0,5	0,6	515	171,3	37679,3	4,8	85,2	5,9	4,1
0,5	0,5	510	172,1	37005,2	6,4	83,5	5,9	4,1
0,4	1,0	475	174,1	38306,3	2,3	86,4	7,3	4,0
0,4	0,9	460	175,1	37819,9	2,8	85,1	8,0	4,1
0,4	0,8	445	175,5	37204,0	3,4	83,8	8,7	4,1
0,4	0,7	430	175,5	36509,1	4,0	82,4	9,4	4,2
0,4	0,6	415	175,4	35782,3	4,8	81,3	9,7	4,2
0,4	0,5	405	175,3	35065,0	5,9	79,7	10,2	4,2
0,3	1,0	380	170,4	34075,8	3,3	81,1	11,6	4,0
0,3	0,9	365	167,8	33058,5	3,5	80,0	12,5	4,1
0,3	0,8	350	165,0	32007,2	3,6	79,1	13,2	4,1
0,3	0,7	330	162,0	30945,1	3,7	77,4	14,6	4,3
0,3	0,6	300	158,8	29855,8	3,6	74,5	17,3	4,5
0,3	0,5	365	161,9	29956,3	6,7	78,2	11,7	3,5
0,2	1,0	270	140,1	25217,6	3,0	75,8	17,2	4,0
0,2	0,9	260	135,7	24159,1	2,9	75,3	17,7	4,0
0,2	0,8	245	131,3	23117,9	2,8	74,0	19,1	4,1
0,2	0,7	220	126,8	22072,1	2,5	70,8	22,5	4,3
0,2	0,6	320	138,4	23809,7	6,7	78,7	11,7	2,8
0,2	0,5	250	124,2	21115,5	4,3	75,6	16,7	3,4
0,1	1,0	155	90,3	14452,4	1,5	70,7	24,6	3,2
0,1	0,9	150	88,1	14007,3	1,4	70,7	24,7	3,2
0,1	0,8	145	86,1	13610,7	1,4	70,6	24,9	3,2
0,1	0,7	140	84,5	13274,7	1,3	70,4	25,2	3,1
0,1	0,6	135	83,4	13012,4	1,3	70,0	25,7	3,0
0,1	0,5	125	82,8	12833,3	1,2	67,9	27,9	3,0

Composição modal: G - Global; D - Distorcional; L -Local; O - Outros

λ - Comprimento de semionda.

Resultados: preto - mínimo identificado pelo CUFSM v.3.12; azul - mínimo não identificado pelo CUFSM v.3.12, sendo o valor estimado segundo à curva de flambagem; traço vermelho - mínimo não identificado pelo CUFSM v.3.12 (não dominante) e não existente segundo à curva de flambagem.

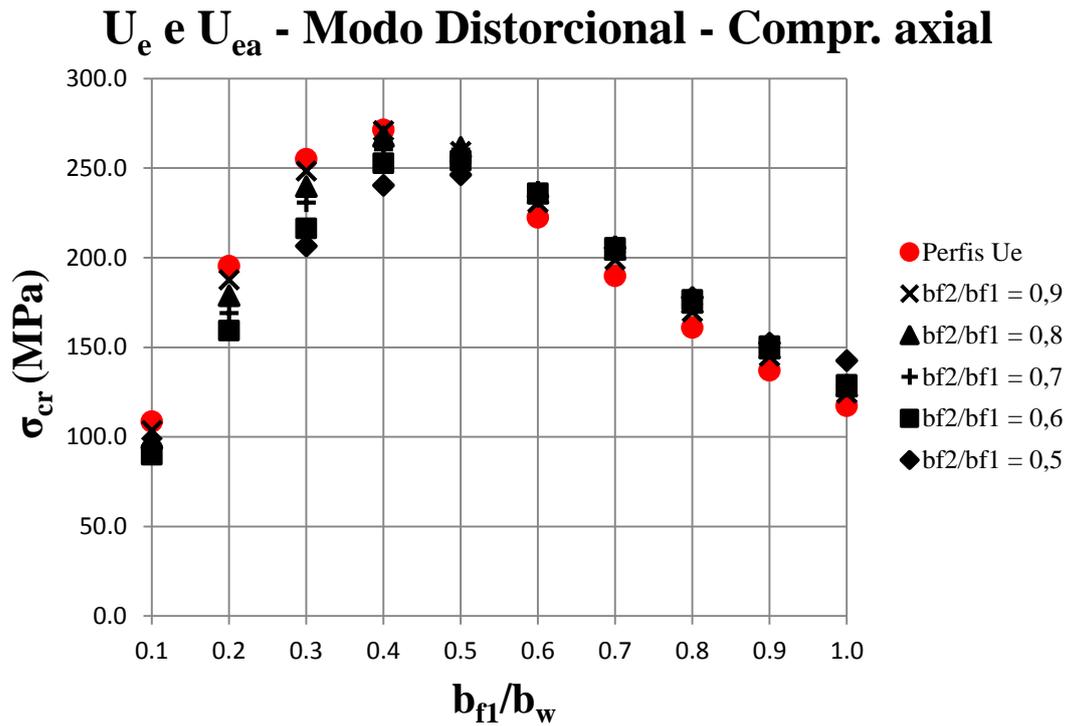


Figura B1 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para força axial de flambagem distorcional elástica para perfis U_e e U_{ea}

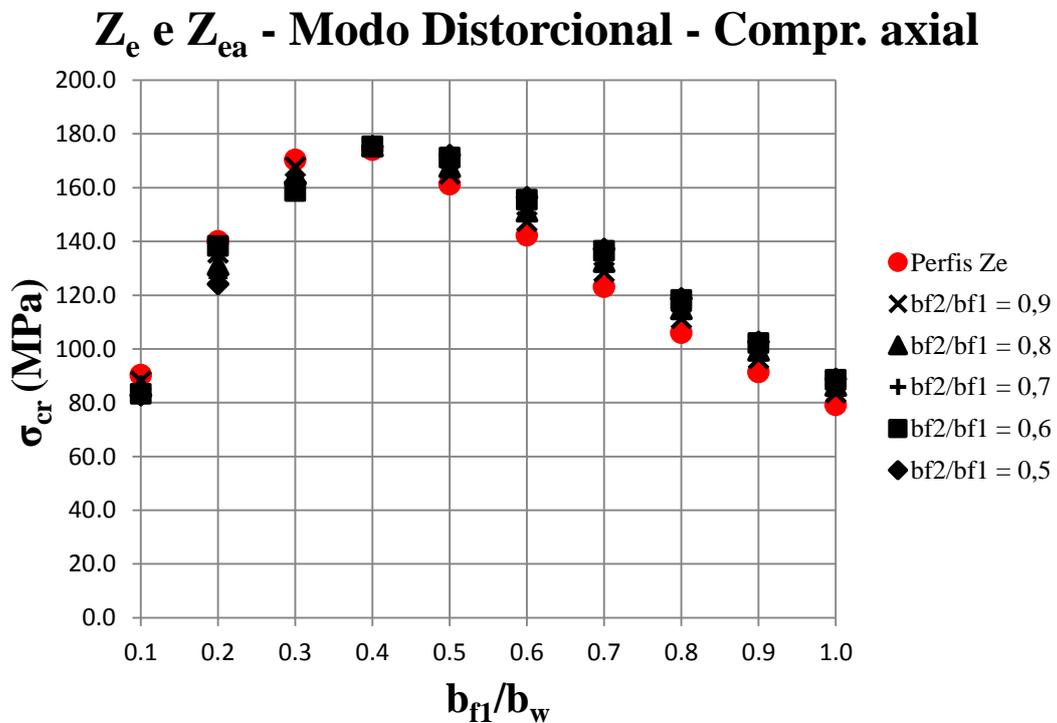


Figura B2 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para força axial de flambagem distorcional elástica para perfis Z_e e Z_{ea}

Tabela B3 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para momento fletor de flambagem distorcional elástica para perfis U_e e U_{es} , na Flexão A

PERFIL PRIMÁRIO:					U enrijecido			
CARREGAMENTO:					Flexão A (CT comprimido)			
MODO DE FLAMBAGEM:					Distorcional			
b_{f1} / b_w	b_{f2} / b_{f1}	λ (mm)	σ_{cr} (MPa)	M_{cr} (N.mm)	COMPOSIÇÃO MODAL (%)			
					G	D	L	O
1,0	1,0	1110	156,8	2034155,1	12,3	80,0	3,2	4,5
1,0	0,9	1120	182,6	2189816,5	13,6	79,1	3,3	4,0
1,0	0,8	1130	221,2	2421442,5	15,6	77,3	3,4	3,6
1,0	0,7	1145	281,6	2781462,5	18,3	74,0	3,6	4,1
1,0	0,6	1155	383,2	3382548,0	21,4	69,9	4,2	4,4
1,0	0,5	1145	575,7	4508966,1	24,8	64,9	5,6	4,8
0,9	1,0	1030	188,0	2251508,7	12,3	80,1	3,1	4,6
0,9	0,9	1035	218,1	2421271,3	13,4	79,3	3,1	4,2
0,9	0,8	1045	262,9	2673242,9	15,4	77,6	3,3	3,8
0,9	0,7	1055	332,9	3063844,3	17,8	74,4	3,6	4,1
0,9	0,6	1060	450,0	3713401,3	20,7	70,5	4,3	4,5
0,9	0,5	1045	670,0	4920431,2	23,5	65,9	5,7	4,9
0,8	1,0	945	229,0	2512572,9	12,1	80,4	2,9	4,7
0,8	0,9	950	264,4	2698781,6	13,0	79,6	3,0	4,4
0,8	0,8	955	317,0	2974258,8	14,8	78,0	3,2	4,0
0,8	0,7	960	398,8	3399560,3	17,0	75,2	3,6	4,2
0,8	0,6	960	534,8	4102054,0	19,6	71,5	4,4	4,5
0,8	0,5	940	786,7	5389653,2	21,7	67,4	5,9	5,0
0,7	1,0	850	283,6	2828602,9	11,5	80,8	2,8	4,8
0,7	0,9	855	325,8	3033545,1	12,2	80,3	2,8	4,7
0,7	0,8	860	388,2	3335184,1	13,9	78,7	3,1	4,4
0,7	0,7	860	484,5	3797647,0	15,8	76,3	3,6	4,3
0,7	0,6	855	642,7	4552399,7	17,9	73,1	4,4	4,6
0,7	0,5	840	929,5	5903844,8	19,6	69,4	6,1	5,0
0,6	1,0	755	357,7	3209404,2	10,9	81,5	2,6	5,0
0,6	0,9	760	408,3	3433721,7	11,2	81,1	2,7	5,0
0,6	0,8	760	482,5	3760891,3	12,3	79,9	3,0	4,8
0,6	0,7	760	595,6	4255891,5	14,1	77,7	3,6	4,7
0,6	0,6	750	777,7	5045652,1	15,4	75,3	4,6	4,7
0,6	0,5	735	1095,0	6401171,6	16,2	72,0	6,5	5,2
0,5	1,0	655	457,4	3647055,3	9,8	82,4	2,5	5,3
0,5	0,9	655	517,5	3884271,3	9,8	82,2	2,7	5,3
0,5	0,8	655	604,2	4224018,7	9,7	81,9	3,2	5,2
0,5	0,7	650	733,1	4724200,1	11,0	80,0	4,0	5,0
0,5	0,6	645	932,3	5486741,1	11,7	77,8	5,3	5,2
0,5	0,5	635	1255,1	6692149,9	12,1	74,5	7,5	5,8
0,4	1,0	550	581,0	4051637,0	8,4	83,6	2,5	5,5
0,4	0,9	550	647,6	4272906,4	8,6	82,9	3,1	5,5
0,4	0,8	550	740,5	4577379,0	8,8	82,1	4,0	5,2
0,4	0,7	550	871,9	4999585,5	9,9	79,5	5,1	5,5
0,4	0,6	550	1059,6	5585686,3	11,9	75,6	6,6	5,8
0,4	0,5	550	1326,7	6379209,2	15,1	70,3	8,6	6,0
0,3	1,0	455	683,3	4081355,8	8,8	81,6	3,9	5,7
0,3	0,9	460	742,0	4218638,5	11,5	78,0	4,5	5,9
0,3	0,8	465	818,9	4392101,3	13,2	75,4	5,4	6,0
0,3	0,7	470	918,5	4605012,0	15,1	72,3	6,5	6,1
0,3	0,6	480	1044,6	4853165,0	17,7	68,4	7,7	6,2
0,3	0,5	510	1196,2	5111609,7	22,7	62,7	8,3	6,3
0,2	1,0	395	638,4	3174933,7	21,0	68,1	4,7	6,2
0,2	0,9	375	671,8	3203646,6	19,4	68,2	6,0	6,4
0,2	0,8	400	707,8	3211135,0	22,6	64,8	6,1	6,4
0,2	0,7	385	757,6	3243124,1	21,2	64,8	7,6	6,5
0,2	0,6	390	812,8	3256598,2	22,1	62,9	8,5	6,5
0,2	0,5	400	874,1	3254718,5	23,8	60,5	9,2	6,5
0,1	1,0	240	406,8	1616192,3	19,4	66,9	6,6	7,1
0,1	0,9	235	420,5	1617549,1	18,6	66,5	7,8	7,1
0,1	0,8	240	431,4	1596146,5	19,0	65,7	8,2	7,1
0,1	0,7	255	440,3	1555843,8	20,8	64,2	8,1	7,0
0,1	0,6	255	458,9	1537622,4	20,3	63,8	9,0	6,9
0,1	0,5	255	480,3	1515654,5	19,9	63,2	10,0	6,9

Composição modal: G - Global; D - Distorcional; L - Local; O - Outros

λ - Comprimento de semionda.

Resultados: preto - mínimo identificado pelo CUFSM v.3.12; azul - mínimo não identificado pelo CUFSM v.3.12, sendo o valor estimado segundo à curva de flambagem; traço vermelho - mínimo não identificado pelo CUFSM v.3.12 (não dominante) e não existente segundo à curva de flambagem.

Tabela B4 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para momento fletor de flambagem distorcional elástica para perfis U_e e U_{ea} , na Flexão B

PERFIL PRIMÁRIO:					U enrijecido			
CARREGAMENTO:					Flexão B (CT tracionado)			
MODO DE FLAMBAGEM:					Distorcional			
b_{f1} / b_w	b_{f2} / b_{f1}	λ (mm)	σ_{cr} (MPa)	M_{cr} (N.mm)	COMPOSIÇÃO MODAL (%)			
					G	D	L	O
1,0	1,0	1110	156,8	2034155,1	12,3	80,0	3,2	4,5
1,0	0,9	1020	190,8	2123488,9	11,5	81,3	2,9	4,3
1,0	0,8	930	234,6	2257717,8	10,9	82,2	2,6	4,3
1,0	0,7	835	292,2	2451628,5	10,3	83,2	2,1	4,4
1,0	0,6	740	369,4	2724549,7	9,5	83,5	2,6	4,4
1,0	0,5	645	473,5	3093657,7	8,0	84,4	3,4	4,2
0,9	1,0	1030	188,0	2251508,7	12,3	80,1	3,1	4,6
0,9	0,9	945	227,3	2344638,5	11,4	81,3	2,8	4,4
0,9	0,8	860	277,3	2483676,3	10,7	82,4	2,5	4,4
0,9	0,7	775	342,2	2681830,1	10,1	83,4	2,0	4,5
0,9	0,6	685	427,1	2953370,0	8,9	84,2	2,4	4,5
0,9	0,5	595	536,9	3300127,8	6,9	85,3	3,2	4,6
0,8	1,0	945	229,0	2512572,9	12,1	80,4	2,9	4,7
0,8	0,9	865	274,5	2607714,7	11,2	81,6	2,7	4,6
0,8	0,8	790	331,7	2748391,3	10,5	82,7	2,3	4,5
0,8	0,7	710	404,3	2944345,3	9,6	83,9	1,8	4,7
0,8	0,6	625	496,2	3200754,3	8,0	85,1	2,3	4,6
0,8	0,5	545	607,2	3496064,8	5,3	86,1	3,4	5,2
0,7	1,0	850	283,6	2828602,9	11,5	80,8	2,8	4,8
0,7	0,9	780	336,4	2921079,0	10,7	82,0	2,5	4,8
0,7	0,8	710	401,3	3055394,1	9,9	83,3	2,1	4,8
0,7	0,7	640	481,1	3234741,1	8,7	84,7	1,7	4,9
0,7	0,6	565	576,4	3448998,7	6,5	86,1	2,4	5,0
0,7	0,5	495	679,2	3645401,5	3,2	87,4	3,7	5,7
0,6	1,0	755	357,7	3209404,2	10,9	81,5	2,6	5,0
0,6	0,9	695	418,0	3287332,2	10,1	82,7	2,3	5,0
0,6	0,8	630	489,6	3396614,8	8,9	84,1	1,9	5,1
0,6	0,7	570	572,6	3528573,7	7,2	85,9	1,7	5,2
0,6	0,6	505	662,2	3651343,0	4,1	87,6	2,6	5,7
0,6	0,5	445	740,7	3684287,6	6,6	83,5	4,1	5,9
0,5	1,0	655	457,4	3647055,3	9,8	82,4	2,5	5,3
0,5	0,9	600	522,7	3681386,0	8,9	83,8	2,1	5,2
0,5	0,8	550	595,0	3723506,5	7,2	85,5	1,7	5,6
0,5	0,7	495	669,9	3749241,6	4,4	88,1	1,9	5,6
0,5	0,6	445	735,8	3709387,3	7,1	83,7	3,2	6,0
0,5	0,5	400	770,3	3526643,6	10,1	79,3	4,5	6,1
0,4	1,0	550	581,0	4051637,0	8,4	83,6	2,5	5,5
0,4	0,9	510	640,0	3979416,9	6,1	85,8	2,3	5,8
0,4	0,8	470	696,2	3880142,3	7,5	84,7	2,1	5,7
0,4	0,7	430	741,1	3724694,3	9,1	82,0	2,7	6,2
0,4	0,6	395	761,8	3477064,8	11,1	79,0	3,7	6,2
0,4	0,5	360	743,4	3106378,1	13,5	75,6	4,6	6,3
0,3	1,0	455	683,3	4081355,8	8,8	81,6	3,9	5,7
0,3	0,9	430	712,1	3837199,4	9,7	80,5	3,6	6,2
0,3	0,8	400	728,7	3557835,1	11,0	79,2	3,3	6,5
0,3	0,7	375	726,8	3233605,1	12,6	77,7	3,0	6,6
0,3	0,6	350	700,8	2859841,0	15,2	74,5	3,7	6,6
0,3	0,5	335	646,0	2437756,2	19,2	69,9	4,2	6,7
0,2	1,0	395	638,4	3174933,7	21,0	68,1	4,7	6,2
0,2	0,9	360	631,5	2875168,8	19,7	69,3	4,5	6,6
0,2	0,8	330	615,4	2574927,1	19,0	70,2	4,1	6,8
0,2	0,7	310	586,0	2264061,0	19,7	70,0	3,4	6,9
0,2	0,6	275	546,5	1961465,4	18,7	70,2	4,0	7,1
0,2	0,5	245	491,5	1651633,7	18,5	69,1	5,2	7,2
0,1	1,0	240	406,8	1616192,3	19,4	66,9	6,6	7,1
0,1	0,9	235	390,0	1447232,0	20,7	66,9	5,0	7,3
0,1	0,8	225	371,1	1289193,5	21,4	67,1	4,0	7,5
0,1	0,7	205	350,9	1145877,1	20,4	68,1	3,8	7,8
0,1	0,6	185	325,2	1003483,8	19,3	67,7	5,0	8,0
0,1	0,5	145	307,6	903297,2	15,1	68,5	8,0	8,4

Composição modal: G - Global; D - Distorcional; L -Local; O - Outros

λ - Comprimento de semionda.

Resultados: preto - mínimo identificado pelo CUFSM v.3.12; azul - mínimo não identificado pelo CUFSM v.3.12, sendo o valor estimado segundo à curva de flambagem; traço vermelho - mínimo não identificado pelo CUFSM v.3.12 (não dominante) e não existente segundo à curva de flambagem.

U_e e U_{ea} - Modo Distorcional - Flexão A

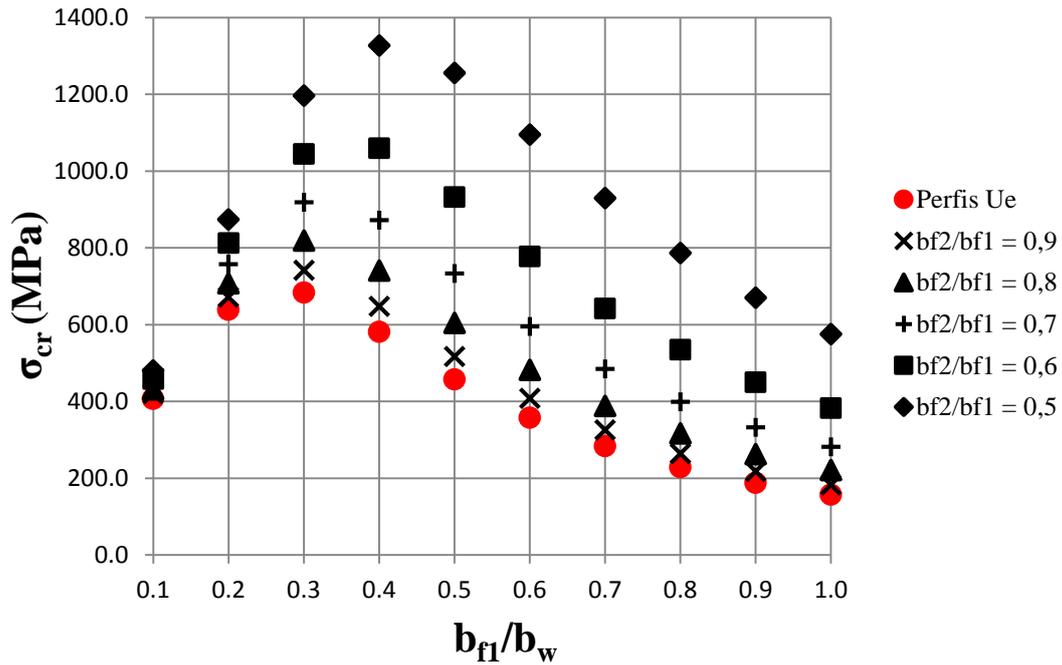


Figura B3 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para momento fletor de flambagem distorcional elástica para perfis U_e e U_{ea}, na Flexão A

U_e e U_{ea} - Modo Distorcional - Flexão B

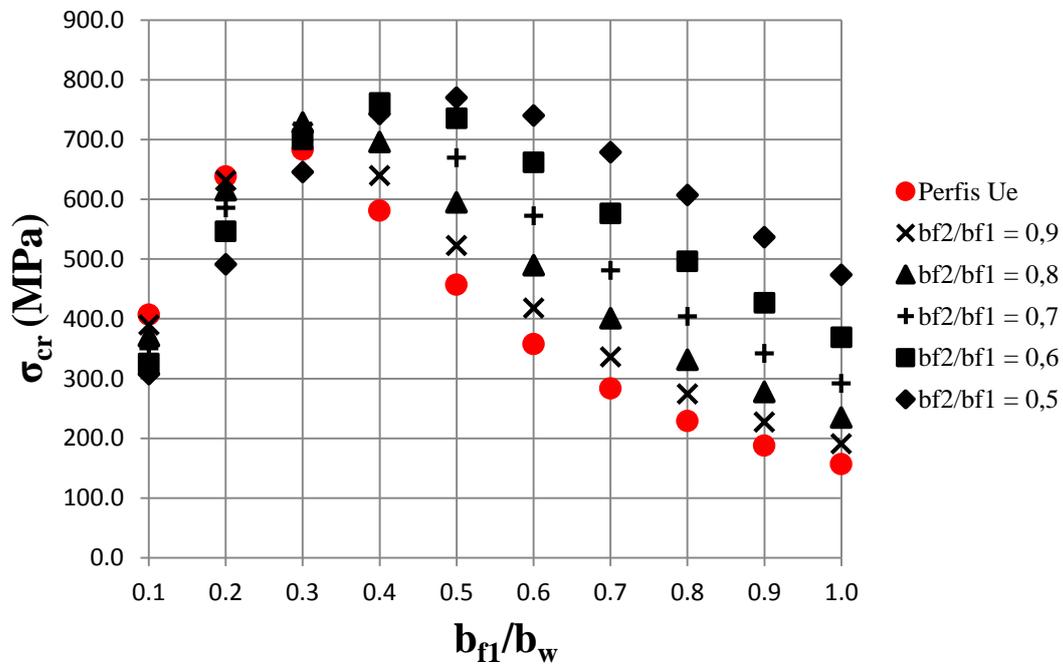


Figura B4 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para momento fletor de flambagem distorcional elástica para perfis U_e e U_{ea}, na Flexão B

Tabela B5 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para momento fletor de flambagem distorcional elástica para perfis Z_c e Z_{ca} , na Flexão A

PERFIL PRIMÁRIO:		Z enrijecido						
CARREGAMENTO:		Flexão A (CT comprimido)						
MODO DE FLAMBAGEM:		Distorcional						
b_{f1} / b_w	b_{f2} / b_{f1}	λ (mm)	σ_{cr} (MPa)	M_{cr} (N.mm)	COMPOSIÇÃO MODAL (%)			
					G	D	L	O
1,0	1,0	840	494,8	2406394,3	2,1	88,2	5,4	4,3
1,0	0,9	760	721,0	3374959,5	2,0	86,1	7,4	4,5
1,0	0,8	665	1180,6	5342741,0	2,0	82,4	11,0	4,6
1,0	0,7	795	2833,2	12472413,8	4,1	79,3	13,6	3,0
1,0	0,6	-	-	-	-	-	-	-
1,0	0,5	-	-	-	-	-	-	-
0,9	1,0	775	585,4	2695020,6	2,1	87,5	6,0	4,3
0,9	0,9	700	846,1	3754751,6	2,1	85,2	8,2	4,5
0,9	0,8	605	1366,6	5871632,3	2,1	81,1	12,2	4,6
0,9	0,7	735	3218,1	13463412,4	4,7	78,9	13,4	3,0
0,9	0,6	-	-	-	-	-	-	-
0,9	0,5	-	-	-	-	-	-	-
0,8	1,0	705	701,6	3045973,4	2,2	86,7	6,8	4,3
0,8	0,9	635	1003,8	4209112,5	2,2	84,1	9,2	4,5
0,8	0,8	540	1593,4	6478915,4	2,1	79,5	13,6	4,8
0,8	0,7	660	3586,4	14214839,6	5,1	77,3	14,5	3,1
0,8	0,6	-	-	-	-	-	-	-
0,8	0,5	-	-	-	-	-	-	-
0,7	1,0	635	853,2	3478678,1	2,3	85,6	7,8	4,3
0,7	0,9	565	1205,2	4756303,9	2,3	82,6	10,5	4,6
0,7	0,8	475	1868,2	7161857,9	2,2	77,5	15,2	5,0
0,7	0,7	-	-	-	-	-	-	-
0,7	0,6	-	-	-	-	-	-	-
0,7	0,5	-	-	-	-	-	-	-
0,6	1,0	555	1054,6	4019007,7	2,4	83,8	9,3	4,5
0,6	0,9	490	1464,0	5412866,1	2,4	80,3	12,5	4,8
0,6	0,8	395	2188,3	7875008,7	2,2	74,0	18,3	5,5
0,6	0,7	-	-	-	-	-	-	-
0,6	0,6	-	-	-	-	-	-	-
0,6	0,5	-	-	-	-	-	-	-
0,5	1,0	475	1325,6	4694020,4	2,5	81,2	11,6	4,7
0,5	0,9	405	1790,3	6167659,0	2,3	76,3	16,1	5,2
0,5	0,8	445	2752,0	9248916,2	4,0	77,6	14,0	4,4
0,5	0,7	-	-	-	-	-	-	-
0,5	0,6	-	-	-	-	-	-	-
0,5	0,5	-	-	-	-	-	-	-
0,4	1,0	375	1680,2	5488995,9	2,3	76,2	16,4	5,1
0,4	0,9	395	2255,3	7190957,9	3,4	76,8	15,3	4,5
0,4	0,8	-	-	-	-	-	-	-
0,4	0,7	-	-	-	-	-	-	-
0,4	0,6	-	-	-	-	-	-	-
0,4	0,5	-	-	-	-	-	-	-
0,3	1,0	325	2089,5	6241930,9	3,8	76,2	15,1	4,9
0,3	0,9	-	-	-	-	-	-	-
0,3	0,8	-	-	-	-	-	-	-
0,3	0,7	-	-	-	-	-	-	-
0,3	0,6	-	-	-	-	-	-	-
0,3	0,5	-	-	-	-	-	-	-
0,2	1,0	-	-	-	-	-	-	-
0,2	0,9	-	-	-	-	-	-	-
0,2	0,8	-	-	-	-	-	-	-
0,2	0,7	-	-	-	-	-	-	-
0,2	0,6	-	-	-	-	-	-	-
0,2	0,5	-	-	-	-	-	-	-
0,1	1,0	-	-	-	-	-	-	-
0,1	0,9	-	-	-	-	-	-	-
0,1	0,8	-	-	-	-	-	-	-
0,1	0,7	-	-	-	-	-	-	-
0,1	0,6	-	-	-	-	-	-	-
0,1	0,5	-	-	-	-	-	-	-

Composição modal: G - Global; D - Distorcional; L -Local; O - Outros

λ - Comprimento de semionda.

Resultados: preto - mínimo identificado pelo CUFSM v.3.12; azul - mínimo não identificado pelo CUFSM v.3.12, sendo o valor estimado segundo à curva de flambagem; traço vermelho - mínimo não identificado pelo CUFSM v.3.12 (não dominante) e não existente segundo à curva de flambagem.

Tabela B6 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para momento fletor de flambagem distorcional elástica para perfis Z_c e Z_{ca} , na Flexão B

PERFIL PRIMÁRIO:		Z enrijecido						
CARREGAMENTO:		Flexão B (CT tracionado)						
MODO DE FLAMBAGEM:		Distorcional						
b_{f1} / b_w	b_{f2} / b_{f1}	λ (mm)	σ_{cr} (MPa)	M_{cr} (N.mm)	COMPOSIÇÃO MODAL (%)			
					G	D	L	O
1,0	1,0	840	494,8	2406394,3	2,1	88,2	5,4	4,3
1,0	0,9	850	422,4	2032131,2	2,2	89,1	4,5	4,2
1,0	0,8	860	370,4	1770608,0	2,4	89,6	3,9	4,0
1,0	0,7	865	333,5	1590567,4	2,4	89,9	3,7	4,0
1,0	0,6	870	309,2	1474419,8	3,4	89,0	3,5	4,1
1,0	0,5	875	296,7	1412273,6	5,2	87,5	3,3	4,0
0,9	1,0	775	585,4	2695020,6	2,1	87,5	6,0	4,3
0,9	0,9	785	500,4	2279435,5	2,3	88,5	5,0	4,1
0,9	0,8	790	439,1	1987493,8	2,4	89,1	4,4	4,0
0,9	0,7	800	395,3	1785111,5	2,4	89,4	4,2	4,0
0,9	0,6	805	366,3	1652991,2	3,5	88,3	4,1	4,1
0,9	0,5	810	350,8	1580253,0	5,3	86,8	3,9	4,0
0,8	1,0	705	701,6	3045973,4	2,2	86,7	6,8	4,3
0,8	0,9	715	600,6	2581151,0	2,3	87,9	5,7	4,2
0,8	0,8	725	527,4	2252509,5	2,4	88,6	5,0	4,0
0,8	0,7	730	474,9	2022775,1	2,4	88,7	4,9	4,0
0,8	0,6	735	439,5	1870663,6	3,6	87,6	4,7	4,0
0,8	0,5	740	419,9	1784088,6	5,3	86,1	4,6	3,9
0,7	1,0	635	853,2	3478678,1	2,3	85,6	7,8	4,3
0,7	0,9	645	731,7	2954963,3	2,4	87,0	6,4	4,2
0,7	0,8	655	643,2	2581661,7	2,4	87,9	5,7	4,0
0,7	0,7	660	579,1	2317867,9	2,6	87,9	5,6	4,0
0,7	0,6	665	535,3	2140177,2	3,8	86,9	5,4	3,9
0,7	0,5	670	509,9	2035022,6	5,5	85,2	5,3	4,0
0,6	1,0	555	1054,6	4019007,7	2,4	83,8	9,3	4,5
0,6	0,9	570	907,0	3425263,9	2,5	85,7	7,5	4,3
0,6	0,8	575	798,3	2997243,9	2,4	86,7	6,8	4,1
0,6	0,7	585	718,8	2690561,5	2,7	86,7	6,5	4,1
0,6	0,6	590	663,2	2479308,8	4,0	85,7	6,3	4,0
0,6	0,5	595	629,1	2348134,6	5,8	83,9	6,2	4,1
0,5	1,0	475	1325,6	4694020,4	2,5	81,2	11,6	4,7
0,5	0,9	485	1145,2	4021420,5	2,5	83,2	9,8	4,5
0,5	0,8	495	1010,3	3528018,9	2,4	84,7	8,6	4,3
0,5	0,7	505	909,8	3167204,0	3,0	84,8	7,9	4,3
0,5	0,6	510	837,3	2910552,6	4,3	83,9	7,7	4,2
0,5	0,5	515	789,5	2740729,5	6,3	82,0	7,5	4,2
0,4	1,0	375	1680,2	5488995,9	2,3	76,2	16,4	5,1
0,4	0,9	390	1465,1	4750909,4	2,3	78,8	14,0	4,9
0,4	0,8	400	1299,0	4190437,6	2,2	80,7	12,4	4,6
0,4	0,7	415	1170,4	3764321,8	3,4	81,4	10,9	4,3
0,4	0,6	425	1072,2	3443537,7	5,1	80,7	9,9	4,3
0,4	0,5	430	1000,1	3208756,3	7,6	78,7	9,6	4,2
0,3	1,0	325	2089,5	6241930,9	3,8	76,2	15,1	4,9
0,3	0,9	355	1886,4	5599843,8	5,0	77,5	13,4	4,2
0,3	0,8	270	1615,5	4774442,6	3,2	74,5	16,9	5,3
0,3	0,7	295	1454,4	4286720,6	4,8	76,1	14,4	4,8
0,3	0,6	355	1324,6	3899103,2	9,6	74,8	10,9	4,7
0,3	0,5	355	1196,4	3519946,4	12,8	71,6	10,6	5,0
0,2	1,0	-	-	-	-	-	-	-
0,2	0,9	-	-	-	-	-	-	-
0,2	0,8	-	-	-	-	-	-	-
0,2	0,7	-	-	-	-	-	-	-
0,2	0,6	-	-	-	-	-	-	-
0,2	0,5	-	-	-	-	-	-	-
0,1	1,0	-	-	-	-	-	-	-
0,1	0,9	-	-	-	-	-	-	-
0,1	0,8	-	-	-	-	-	-	-
0,1	0,7	-	-	-	-	-	-	-
0,1	0,6	-	-	-	-	-	-	-
0,1	0,5	-	-	-	-	-	-	-

Composição modal: G - Global; D - Distorcional; L -Local; O - Outros

λ - Comprimento de semionda.

Resultados: preto - mínimo identificado pelo CUFSM v.3.12; azul - mínimo não identificado pelo CUFSM v.3.12, sendo o valor estimado segundo à curva de flambagem; traço vermelho - mínimo não identificado pelo CUFSM v.3.12 (não dominante) e não existente segundo à curva de flambagem.

Z_e e Z_{ea} - Modo Distorcional - Flexão A

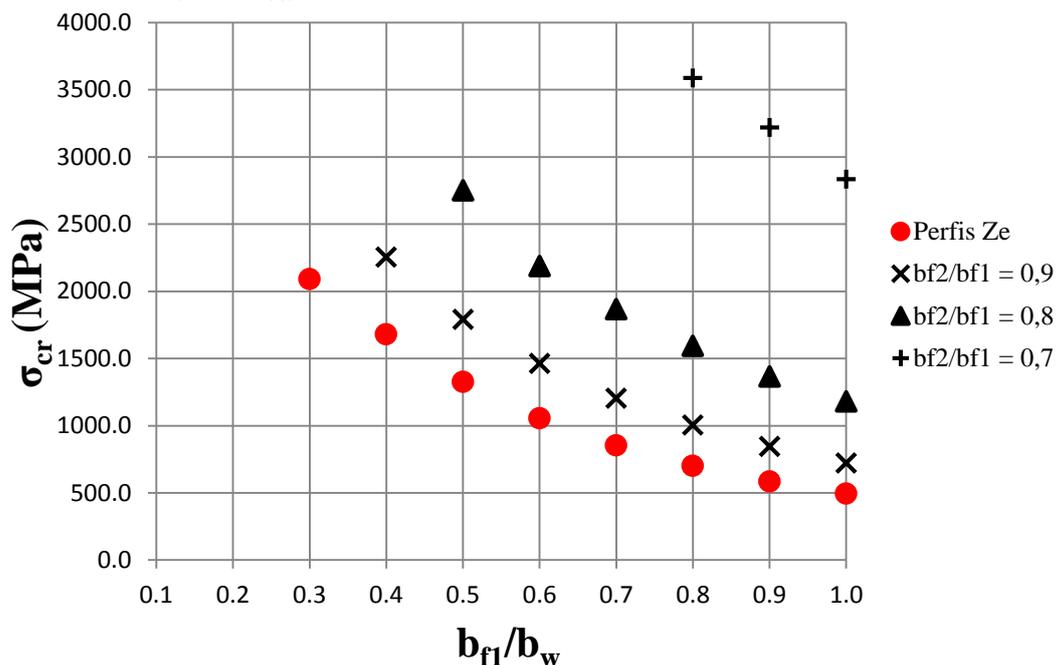


Figura B5 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para momento fletor de flambagem distorcional elástica para perfis Z_e e Z_{ea}, na Flexão A

Z_e e Z_{ea} - Modo Distorcional - Flexão B

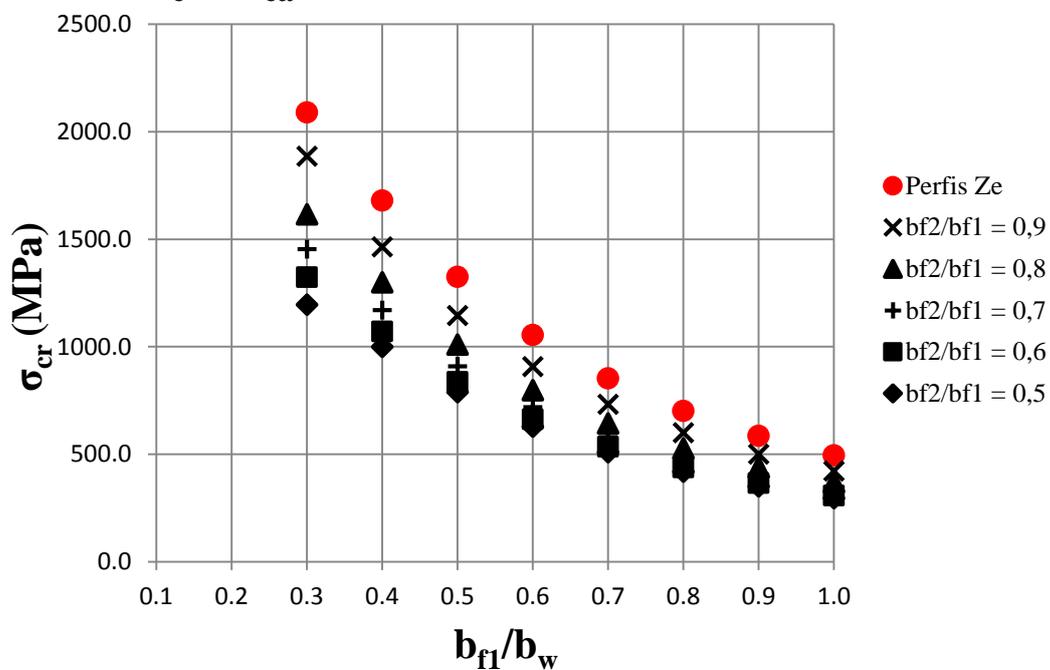


Figura B6 – Resultados obtidos pelo programa computacional CUFSM v.3.12 para momento fletor de flambagem distorcional elástica para perfis Z_e e Z_{ea}, na Flexão B