



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
ESCOLA POLITÉCNICA
Curso de Engenharia Civil
Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas

“OTIMIZAÇÃO DE ESTAQUEAMENTO”

VINÍCIUS DA COSTA REIS

Projeto de Final de Curso apresentado ao corpo docente do Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas da Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito para obtenção do título de Engenheiro Civil.

Aprovado pro:

Luiz Eloy Vaz (Orientador)
Prof. Titular, Dr. Ing., EP/UFRJ

Francisco de Rezende Lopes (Co-Orientador)
Prof. Associado, Ph.D., COPPE/UFRJ

Bernardo Golebiowski
Prof. Adjunto, M.Sc., EP/UFRJ

Março/2009

À minha família pelo suporte dado nesta
jornada e à Deus rocha onde encontro refúgio

Resumo

O presente trabalho visa minimizar o volume de um estaqueamento variando-se os ângulos das estacas e suas áreas de maneira que seja mantida a capacidade resistente do conjunto. Para tal a programação matemática foi tomada como ferramenta de automatização do processo. Foram supostas estacas rotuladas no topo e na base, sem efeito de contenção lateral do solo e com uma camada resistente a uma certa profundidade onde todas as estacas terminariam. Para o desenvolvimento do programa, foi utilizada a linguagem de programação MATLAB®.

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO	- 1 -
2. ANÁLISE MATRICIAL DO ESTAQUEAMENTO	- 1 -
3. PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO	- 6 -
3.1. PROBLEMA GERAL DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA	- 6 -
3.2. PROBLEMA DE ESTAQUEAMENTO ÓTIMO	- 7 -
4. DESCRIÇÃO DO PROGRAMA	- 12 -
5. AVALIAÇÃO DE CASO TRIDIMENSIONAL	- 13 -
5.1. OTIMIZAÇÃO DO ESTAQUEAMENTO	- 14 -
5.1.1. ESTACAS COM DIÂMETRO DE 28 CM	- 15 -
5.1.2. ESTACAS COM DIÂMETRO DE 32 CM	- 16 -
5.1.3. ESTACAS COM DIÂMETRO DE 40 CM	- 18 -
5.1.4. ESTACAS COM DIÂMETRO DE 50 CM	- 20 -
5.1.5. ESTACAS COM DIÂMETRO DE 60 CM	- 22 -
5.1.6. ESTACAS COM DIÂMETRO DE 70 CM	- 24 -
5.2. SEGUNDO LANÇAMENTO DO ESTAQUEAMENTO	- 25 -
5.2.1. ESTACAS COM DIÂMETRO DE 28 CM	- 26 -
5.2.2. ESTACAS COM DIÂMETRO DE 32 CM	- 26 -
5.2.3. ESTACAS COM DIÂMETRO DE 40 CM	- 27 -
5.2.4. ESTACAS COM DIÂMETRO DE 50 CM	- 28 -
5.2.5. ESTACAS COM DIÂMETRO DE 60 CM	- 28 -
5.2.6. ESTACAS COM DIÂMETRO DE 70 CM	- 29 -
5.3. RESUMO DOS RESULTADOS	- 29 -
6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES	- 30 -
7. REFERÊNCIA	- 31 -
ANEXO I – CÓDIGO DO PROGRAMA EM MATLAB	
ANEXO II – EXEMPLO DE ARQUIVO DE ENTRADA	

1. INTRODUÇÃO

O arranjo de estacas ligadas à blocos consiste num dos principais tipos de função correntemente utilizados. Para um bom projeto é imprescindível que sejam adotadas hipóteses simplificadoras adequadas e seja feita uma boa seleção e distribuição de estacas.

Neste trabalho utilizou-se a programação matemática para minimizar o volume de concreto do estaqueamento, preservando-se ainda as restrições para o funcionamento estrutural adequado, bem com sua exequibilidade.

Para tal, indiretamente deparamo-nos com o problema de análise estrutural, onde necessitavamos saber os esforços em cada uma das estacas para cada variação de geometria testada pelo algoritmo de otimização.

Dentre as diversas metodologias disponíveis para solução do nosso problema indireto, adotamos a análise matricial em sua formulação clássica.

As hipóteses simplificadoras adotadas foram as de bloco rígido e estacas birrotuladas (no solo e no bloco) com comportamento linear.

Vale lembrar que as estacas projetadas são freqüentemente engastadas aos blocos, uma vez que suas armaduras são prolongadas o suficiente para que ocorra sua ancoragem. Além disso ao ignorar-se o efeito do empuxo passivo na conexão lateral da estaca tem-se todas as cargas horizontais sendo resistidas unicamente pelas estacas inclinadas.

2. ANÁLISE MATRICIAL DO ESTAQUEAMENTO

Seja f''_i o vetor de forças generalizadas e δ''_i o vetor de deslocamentos generalizados no topo da i -ésima barra referidos ao sistema ortogonal de coordenada locais definido pelos eixos x'' , y'' e z'' conforme a figura 1. Por simplicidade estes vetores serão referidos daqui para frente simplesmente como vetor de forças e vetor de deslocamentos respectivamente.

$$f''_i = \begin{bmatrix} f''_1 \\ f''_2 \\ f''_3 \\ f''_4 \\ f''_5 \\ f''_6 \end{bmatrix}_i$$

$$\delta''_i = \begin{bmatrix} \delta''_1 \\ \delta''_2 \\ \delta''_3 \\ \delta''_4 \\ \delta''_5 \\ \delta''_6 \end{bmatrix}_i$$

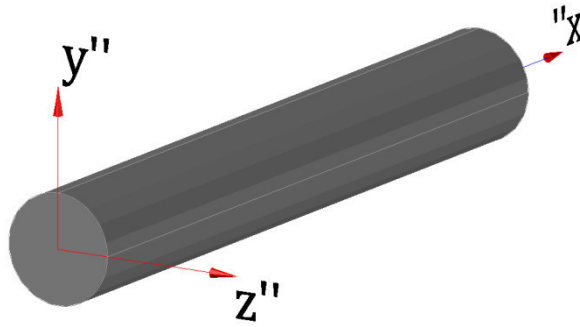


Figura 1 - Sistema de eixos locais da barra

Sabemos, pelo método das forças, que a matriz de rigidez k''_i da i -ésima barra birrotulada é:

$$k''_i = \begin{bmatrix} \frac{EA_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}_i$$

Além disso o vetor de forças e deslocamentos se relacionam segundo a seguinte lei:

$$f''_i = k''_i \delta''_i \quad (1)$$

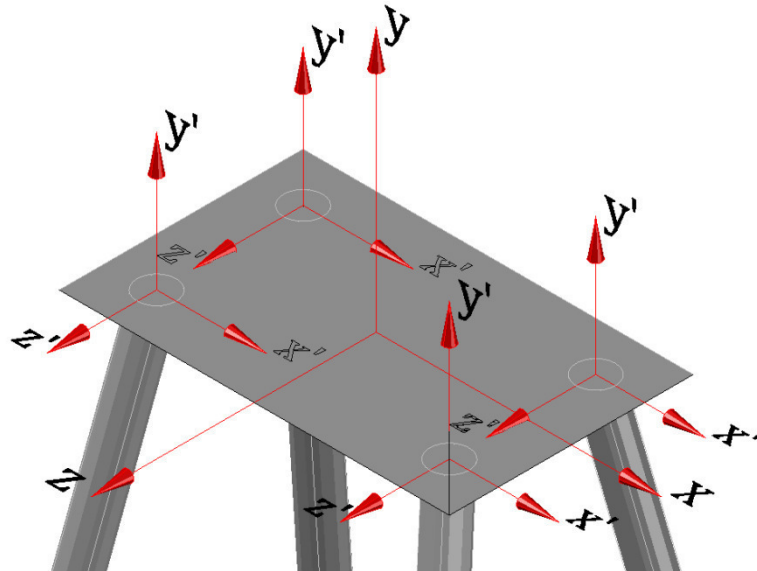


Figura 2 - Sistema de eixos globais e sistemas de eixos paralelos ao global

Uma vez que o carregamento da estrutura encontra-se referenciado à um sistema de eixos globais x, y e z , é necessário representar todas as quantidades acima, deslocamentos,

forças e rijezas, neste sistema. Este sistema é igual ao sistema de coordenadas cartesianas onde são definidos os nós da estrutura.

Para isso as forças e deslocamentos referidos ao sistema de eixos locais serão primeiramente “rotacionados” para um sistema de eixos x', y' e z' paralelo ao global e depois “transladados” para o sistema global.

Sendo f'_i e δ'_i os deslocamentos representados no sistema de eixos x', y' e z' , eles se relacionam com f''_i e δ''_i segundo a seguinte transformação linear:

$$U_i f'_i = f''_i \quad (2)$$

$$U_i \delta'_i = \delta''_i \quad (3)$$

Onde U_i é a matriz de rotação que é definida conforme a seguir:

a) Para barras inclinadas:

$$U_i = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} & 0 & 0 & 0 \\ U_{21} & U_{22} & U_{23} & 0 & 0 & 0 \\ U_{31} & U_{32} & U_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & U_{11} & U_{12} & U_{13} \\ 0 & 0 & 0 & U_{21} & U_{22} & U_{23} \\ 0 & 0 & 0 & U_{31} & U_{32} & U_{33} \end{bmatrix}_i$$

b) Para barras verticais:

$$U_i = \begin{bmatrix} 0 & C_y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -C_y \cos \alpha & 0 & \text{sena} & 0 & 0 & 0 \\ C_y \text{sena} & 0 & \cos \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -C_y \cos \alpha & 0 & \text{sena} \\ 0 & 0 & 0 & C_y \text{sena} & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix}_i$$

Sendo:

$$U_{11} = C_x$$

$$U_{12} = C_y$$

$$U_{13} = C_z$$

$$U_{21} = \frac{-C_x C_y \cos \alpha - C_z \text{sena}}{Q}$$

$$C_x = \frac{X_k - X_l}{L}$$

$$C_y = \frac{Y_k - Y_l}{L}$$

$$\begin{aligned}
U_{22} &= Q \cos \alpha & C_z &= \frac{Z_\kappa - Z_l}{L} \\
U_{23} &= \frac{-C_y C_z \cos \alpha + C_x \sin \alpha}{Q} & Q &= \sqrt{C_x^2 + C_z^2} \\
U_{31} &= \frac{C_x C_y \sin \alpha - C_z \cos \alpha}{Q} \\
U_{32} &= -Q \sin \alpha \\
U_{33} &= \frac{C_y C_z \sin \alpha + C_x \cos \alpha}{Q}
\end{aligned}$$

Onde,

X_l, Y_l e Z_l são as coordenadas do nó inicial l da i -ésima barra;

X_κ, Y_κ e Z_κ são as coordenadas do nó final κ da i -ésima barra;

L comprimento da barra;

α ângulo dos eixos principais de inércia da seção com os eixos locais.

Portanto a partir da Equação 2, sabemos que:

$$\mathbf{f}'_i = \mathbf{U}_i^{-1} \mathbf{f}''_i \quad (4)$$

Juntando as Equações 1, 3 e 4:

$$\mathbf{f}'_i = \mathbf{U}_i^{-1} \mathbf{k}''_i \mathbf{U}_i \boldsymbol{\delta}'_i \quad (5)$$

Sendo portanto k'_i a rigidez da i -ésima barra representada no sistema de eixos paralelo ao global dada por:

$$\mathbf{k}'_i = \mathbf{U}_i^{-1} \mathbf{k}''_i \mathbf{U}_i \quad (6)$$

A transformação por translação das forças, deslocamentos e rotações do sistema paralelo ao global para o sistema global propriamente dito obedece as seguintes transformações lineares:

$$\mathbf{T}_i \mathbf{f}_i = \mathbf{f}'_i \quad (7)$$

$$\mathbf{V}_i \boldsymbol{\Delta} = \boldsymbol{\delta}'_i \quad (8)$$

Onde,

$$\mathbf{T}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_i & -Y_i & 1 & 0 & 0 \\ -Z_i & 0 & X_i & 0 & 1 & 0 \\ Y_i & -X_i & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_i$$

$$\mathbf{V}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & Z_i & -Y_i \\ 0 & 1 & 0 & -Z_i & 0 & X_i \\ 0 & 0 & 1 & Y_i & -X_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_i$$

Por compatibilidade, o deslocamento de cada uma das estacas representado no sistema global é igual à Δ .

Ao manipular-se as Equações 5, 7 e 8, tem-se:

$$\mathbf{T}_i \mathbf{f}_i = \mathbf{U}_i^{-1} \mathbf{k}''_i \mathbf{U}_i \mathbf{V}_i \Delta \quad (9)$$

Portanto,

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{T}_i^{-1} \mathbf{U}_i^{-1} \mathbf{k}''_i \mathbf{U}_i \mathbf{V}_i \Delta \quad (10)$$

Sabemos que as seguintes relações são verdadeiras:

$$\mathbf{U}_i^{-1} = \mathbf{U}_i^T \quad (11)$$

$$\mathbf{T}_i^{-1} = \mathbf{V}_i^T \quad (12)$$

Então,

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{V}_i^T \mathbf{U}_i^T \mathbf{k}''_i \mathbf{U}_i \mathbf{V}_i \Delta \quad (13)$$

$$\mathbf{f}_i = (\mathbf{U}_i \mathbf{V}_i)^T \mathbf{k}''_i \mathbf{U}_i \mathbf{V}_i \Delta \quad (14)$$

Sendo assim a rigidez da barra representada no sistema de eixos globais é:

$$\mathbf{k}_i = (\mathbf{U}_i \mathbf{V}_i)^T \mathbf{k}''_i \mathbf{U}_i \mathbf{V}_i \quad (15)$$

Somando-se a contribuição de cada uma das barras chegamos finalmente à matriz de rigidez global da estrutura:

$$\mathbf{K} = \sum_{i=1}^n \mathbf{k}_i \quad (16)$$

Dada a Equação 17 por equilíbrio temos a Equação 18:

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{K}\Delta \quad (17)$$

$$\mathbf{F}_S = \mathbf{F}_R \quad (18)$$

Sendo a incógnita de nosso problema os deslocamentos, ao solucionar o sistema da Equação 19 podemos então avaliar o deslocamento no topo de cada uma das estacas conforme a Equação 20 e assim chegar aos esforços, no nosso caso somente axiais, pela Equação 21 fazendo assim seu dimensionamento.

$$\Delta = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{F}_S \quad (19)$$

$$\delta''_i = \mathbf{U}_i \mathbf{V}_i \Delta \quad (20)$$

$$f''_i = k''_i \mathbf{U}_i \mathbf{V}_i \Delta \quad (21)$$

3. PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

3.1. PROBLEMA GERAL DE PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA

O problema de programação matemática consiste em minimizar uma função $f(\mathbf{x})$, chamada objetivo, onde \mathbf{x} é um vetor das variáveis de projeto conforme definido a seguir:

$$\min f(\mathbf{x});$$

submetido a:

$\mathbf{x} \rightarrow$ vetor das variáveis de projeto;

Restrições :

$$\begin{cases} \text{laterais} & \mathbf{lb} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{ub} \\ \text{desigualdade} & c(\mathbf{x}) \leq \mathbf{0} \\ \text{igualdade} & c_{eq}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \end{cases}$$

Neste trabalho foi utilizado o algoritmo conhecido como “busca linear” cuja formalização é conforme a seguir:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \alpha \mathbf{d}_k$$

onde

\mathbf{d}_k vetora da direção de busca

α magnitude do passo obtido

A ilustração abaixo mostra o caso com uma variável de projeto teria duas componentes.

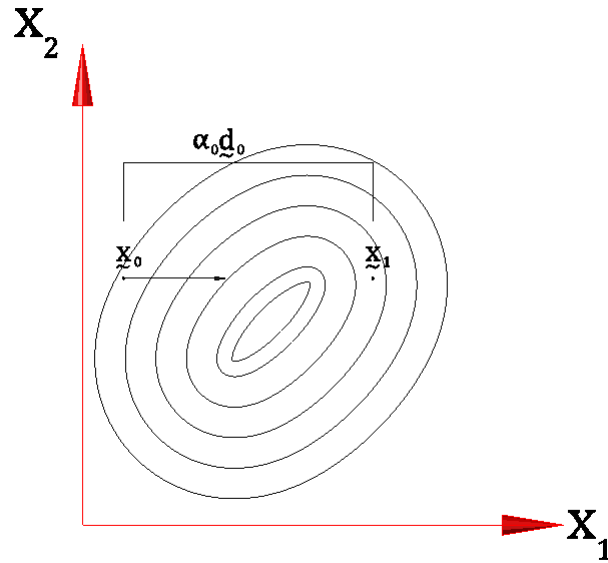


Figura 3 – Busca linear

3.2. PROBLEMA DE ESTAQUEAMENTO ÓTIMO

Para o problema do estaqueamento a função objetivo foi definida como sendo a razão entre o volume de concreto do estaqueamento $V(\mathbf{x}_k)$ para um passo k e o volume de concreto correspondente à estrutura origina $V(\mathbf{x}_0)$. Chamamos esta função de $V_{t,norm}$.

Sendo assim:

$$V_{t,norm}(\mathbf{x}_k) = \frac{V_t(\mathbf{x}_k)}{V_t(\mathbf{x}_0)}$$

O vetor de variáveis de projeto \mathbf{x} é composto por $3n_{bar} + 6$ componentes, onde n_{bar} é o número de estacas. As primeiras n_{bar} componente correspondem às áreas A_i de cada uma das estacas. Nos intervalos indo de $n_{bar} + 1$ até $2n_{bar}$ e $2n_{bar} + 1$ até $3n_{bar}$, foram posicionados os valores dos ângulos α_i e β_i respectivamente. Estes ângulos serão definidos mais adiante.

A seis últimas componentes do vetor de variáveis de projeto correspondem aos deslocamentos da estrutura que serão calculados apenas para o passo inicial (\mathbf{x}_0). Durante as iterações da rotina de otimização, os deslocamentos variarão livremente, sendo que serão adotados como solução apenas quando as condição de equilíbrio forem obedecidas, ou seja, o

programa testará diversos deslocamentos prescritos para cada uma das geometrias, fixando-os quando estes corresponderem aos deslocamento causados pelo carregamento do problema.

Para as restrições laterais os vetores \mathbf{lb} e \mathbf{ub} armazenam limites correspondentes a cada uma das variáveis em \mathbf{x}_k . Os valores limitantes das áreas foram variados manualmente de acordo com a avaliação feita. Para os limites dos ângulos foi feito o reconhecimento do que chamamos de grupos de estacas (informados no arquivo de entrada pelo usuário), onde, de acordo com a posição destas no bloco, limitou-se a variação dos ângulos para que não houvesse o seu cruzamento. Para os deslocamentos, foram definidos os limites de $+1m$ e $-1m$, limite mais do que suficiente para cobrir todas as possibilidades de equilíbrio.

A condição de desigualdade $c(\mathbf{x})$ limitará a tensão no material. Para cada uma das geometrias e deslocamentos armazenados em \mathbf{x}_k , será retornado uma vetor de dimensão n_{bar} onde cada componente conterà a diferença entre a tensão atuante na estaca e a tensão admissível. Foram adotados 10MPa como tensão de compressão admissível.

$$c_i(\mathbf{x}) = \left[\frac{\sigma_i(\mathbf{x})}{\sigma_{adm}} \right]^2 - \frac{\sigma_i(\mathbf{x})}{\sigma_{adm}} \leq 0$$

Por último, a condição de igualdade $c_{eq}(\mathbf{x})$ retorna um vetor de dimensão 6, que corresponde à diferença entre o carregamento resistido e o carregamento atuante. Sendo assim, quando $c_{eq}(\mathbf{x}) = 0$ sabemos que os deslocamentos são solução para o carregamento.

$$c_{eq}(\mathbf{x}) = F_R(\mathbf{x}) - F_S$$

Como parâmetros fixos temos a profundidade h da camada impenetrável, onde todas as estacas obrigatoriamente terminam, a quantidade n_{bar} de estacas, as coordenadas dos nós iniciais l_i de cada uma das estacas, sendo estes os nós de ligação com o bloco, o carregamento F_S ao qual o estaqueamento está submetido, o módulo de elasticidade E do material e o grupo ao qual a estaca pertence.

Para avaliar as coordenadas do nós finais κ_i das estacas, definimos dois sistemas auxiliares adicionais.

O primeiro sistema de eixos x_r, y_r e z_r é definido a partir da rotação de um ângulo β_i do sistem x', y' e z' em torno do eixo y' seguindo a conveção de sinal da figura 3. Sendo assim os eixos x_r, y_r e y' são coplanares e definem o plano η . Os eixos x_r, z_r, x' e z' também coplanares definem o plano horizontal de nosso problema.

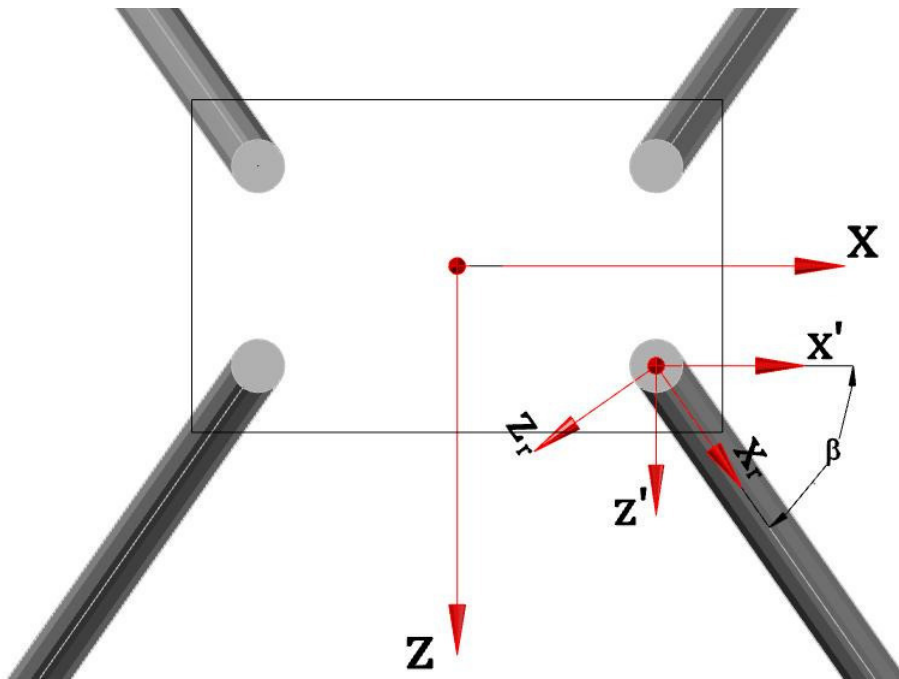


Figura 4 – Sistema de eixos x_r, y_r e z_r

O segundo sistema de eixos x_e, y_e e z_e é definido pela rotação de um ângulo α_i dos eixos x_r, y_r e z_r em torno de z_r , sendo que os eixos x_e e y_e também pertencem ao plano η e o eixo z_e também pertence ao plano horizontal.

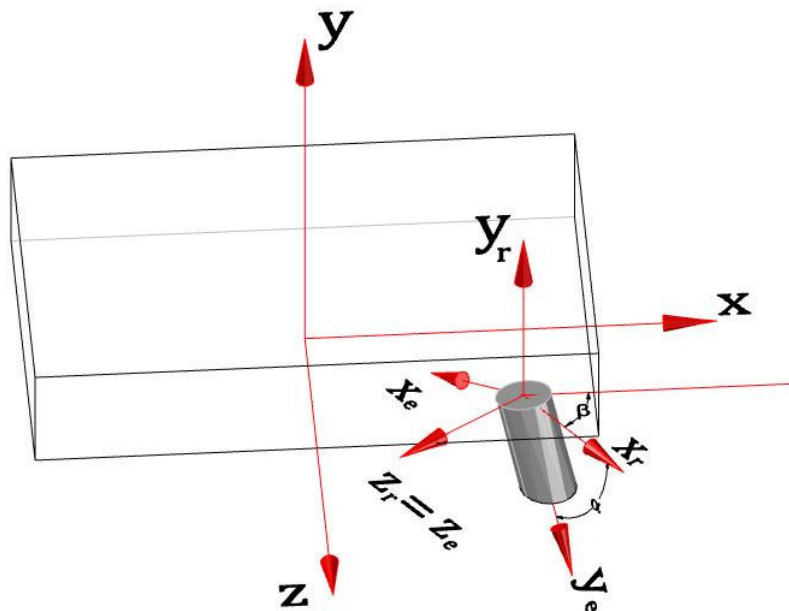


Figura 5 – Sistema de eixos x_r, y_r e z_r

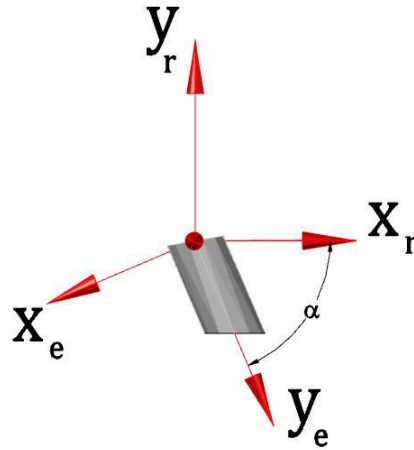


Figura 6 – Sistema de eixos x_e, y_e e z_e no plano η

A estaca é representada no sistema x_e, y_e e z_e como um vetor na direção y_e . Seu comprimento em função dos ângulos α_i e β_i é dado por:

$$L_i = \frac{h}{\cos \alpha_i}$$

Sendo assim a representação do nó final κ_i da i -ésima barra no sistema de coordenadas e , é dado por:

$$\kappa_{i,e} = \begin{bmatrix} 0 \\ h \\ \cos \alpha_i \\ 0 \end{bmatrix}_e$$

Sendo assim a representação deste nó no sistema de coordenadas globais é dado pela seguinte transformação linear:

$$\kappa_{i,global} = \iota_{i,global} + \mathbf{R}'_i{}^r \mathbf{R}_i{}^{r,e} \kappa_{i,e} \quad (22)$$

Onde:

$$\mathbf{R}'_i{}^r = \begin{bmatrix} \cos \beta_i & 0 & -\text{sen } \beta_i \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen } \beta_i & 0 & \cos \beta_i \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_i{}^{r,e} = \begin{bmatrix} \cos \alpha_i & -\text{sen } \alpha_i & 0 \\ \text{sen } \alpha_i & \cos \alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\iota_{i,global}$ são as coordenadas do nó inicial referenciadas ao sistema de coordenadas globais.

Sendo assim o volume total do concreto das estacas é:

$$V_T = \sum_{i=1}^n \frac{A_i h}{|\cos \alpha_i|}$$

Esta foi a expressão utilizada para o cálculo do volume inicial do estaqueamento e na função objetivo.

Por último foram definidos grupos de estacas que atribuídos segundo seu posicionamento nos blocos restringiriam a variação dos ângulos das estacas, evitando-se o seu cruzamento., conforme a tabela a seguir.

	α	β
Grupo 1	$-\frac{\pi}{2} \geq \alpha \geq -\pi$	$\frac{\pi}{2} \geq \beta \geq 0$
Grupo 2	$-\frac{\pi}{2} \geq \alpha \geq -\pi$	$\pi \geq \beta \geq \frac{\pi}{2}$
Grupo 3	$-\frac{\pi}{2} \geq \alpha \geq -\pi$	$\frac{3\pi}{2} \geq \beta \geq \pi$
Grupo 4	$-\frac{\pi}{2} \geq \alpha \geq -\pi$	$2\pi \geq \beta \geq \frac{3\pi}{2}$
Grupo 5	$\alpha = -\pi$	$\beta = 0$
Grupo 6	$-\frac{\pi}{2} \geq \alpha \geq -\pi$	$\beta = 0$
Grupo 7	$-\frac{\pi}{2} \geq \alpha \geq -\pi$	$\beta = \frac{\pi}{2}$
Grupo 8	$-\frac{\pi}{2} \geq \alpha \geq -\pi$	$\beta = \pi$
Grupo 9	$-\frac{\pi}{2} \geq \alpha \geq -\pi$	$\beta = \frac{3\pi}{2}$

Tabela 1 - Definição dos grupos de estacas

4. DESCRIÇÃO DO PROGRAMA

A sequência de operações do program principal é conforme a seguir:

- 1º Leitura do arquivo de entrada, alocação de dados globais e montagem da matriz de incidência;
- 2º Cálculo do vetor Δ para a geometria inicial;
- 3º Montagem do vetor x_0 ;
- 4º Cálculo do volume inicial $V_T(x_0)$;
- 5º Montagem de vetores de limites laterais auxiliares;
- 6º Montagem dos vetores de limites laterais lb e ub ;
- 7º Chamada da rotina de otimização;

Todos os parâmetros da estrutura foram definidos em variáveis globais, portanto em cada iteração, quando os valores do vetor x são atualizados, o programa atualiza as variáveis, sendo assim a estrutura atualizada para todas as funções seguintes.

5. AVALIAÇÃO DE CASO TRIDIMENSIONAL

Como caso de estudo, utilizamos o estaqueamento apresentado na figura 7 e 8. Nela é possível distinguir os grupos de estacas pelas suas cores. Examinando a estaca 1, por exemplo, vemos que ela pertence ao grupo 3 e as restrições de seus ângulos impedem que ela saia do terceiro quadrante do plano x, z (sendo x o eixo ordenado).

Na implementação foi previsto o grupo de estacas 5, grupo de estacas verticais, entretanto este não aparece nos exemplos.

O processo todo deu-se primeiramente com duas etapas de otimização, sendo seguido pelo relançamento das estacas levando-se em consideração os resultados da anteriores.

O estaqueamento foi otimizado para estacas de concreto com seções circulares de diâmetro de 28, 32, 40, 50, 60, 70 e 80 cm.

A profundidade da camada de solo resistente considerada foi $h = 10\text{ m}$, o módulo de elasticidade $E = 28\text{ GPa}$ e a tensão admissível na estaca de 10 MPa .

O vetor de cargas aplicado à estrutura foi:

$$F_s = \begin{bmatrix} 54 \\ -5766 \\ 55 \\ 2415 \\ 0 \\ -516 \end{bmatrix}$$

ϕ (cm)	A (m ²)	Carga Admissível (kN)
70	0,385	3.850
60	0,283	2.830
50	0,196	1.960
40	0,126	1.260
32	0,080	800
28	0,062	620

Tabela 2 – Tabela de estacas maciças de concreto (típicas)

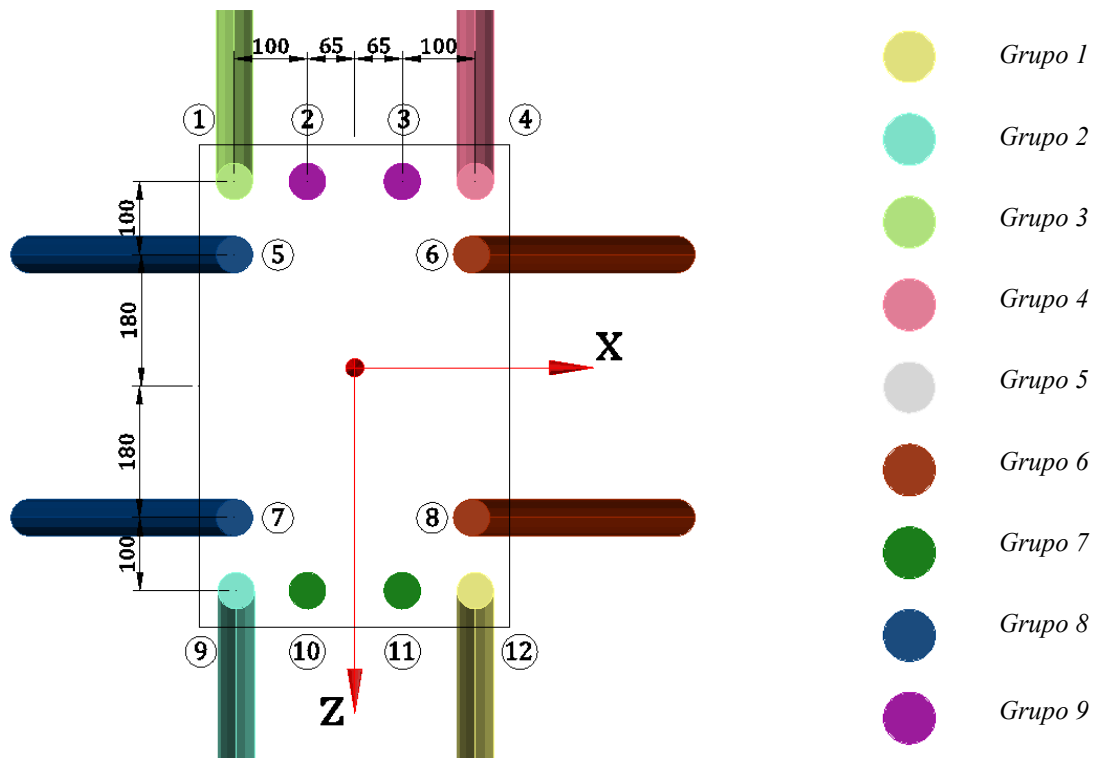


Figura 7 – Geometria do estaqueamento - planta

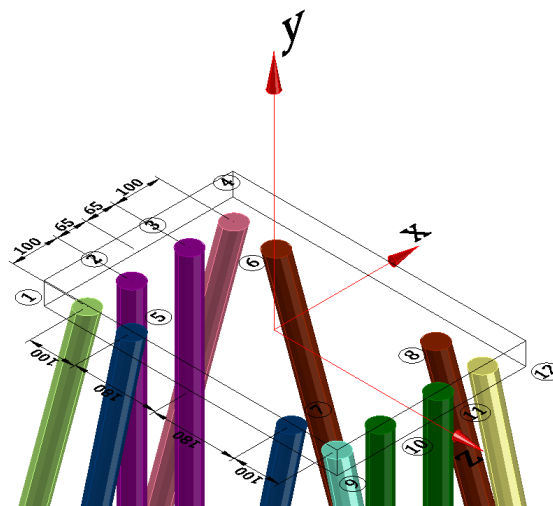


Figura 8 – Geometria do estaqueamento - perspectiva

5.1. OTIMIZAÇÃO DO ESTAQUEAMENTO

A avaliação se deu em duas etapas de otimização, na primeira, a partir da geometria inicial, deixou-se que as áreas e os ângulos variassem livremente. No seu resultado foi possível detectar as estacas que não contribuiriam significativamente para a resistência do estaqueamento.

A segunda etapa de otimização foi feita a partir da geometria resultante da otimização anterior. Retirou-se as estacas com carga menor do que 10% da carga da estaca mais solicitada. Nesta etapa fixou-se a área deixando os ângulos variarem livremente.

É importante salientar que os resultados da primeira e da segunda otimização são resultados matemáticos. Não é a intenção neste ponto ter-se um estaqueamento exequível.

Apesar de, nas etapas de otimização, a intenção seja obter resultados matemáticos e não de engenharia, direcionou-se o posterior relançamento com a fixação da área na segunda otimização.

Para auxiliar a interpretações de dados, foi aplicada um escala de cores nas colunas onde serão examinadas as razão entre as tensões por estacas e tensão admissível e razão entre as forças das estacas e força máxima. A escala vai de verde, quando a estaca é menos solicitada, até vermelho, ao se aproxima ou supera os valores máximos. A escala de cores é discreta e para valores próximos a diferença de cor pode não ser perceptível.

Para todas as primeiras otimizações, os ângulos iniciais das estacas foram os indicados na tabela 3 exceto quando dito o contrário:

ESTACA	α_0 (graus)	β_0 (graus)
1	-168.00	27.00
2	-180.00	27.00
3	-180.00	27.00
4	-168.00	27.00
5	-168.00	18.00
6	-168.00	0.00
7	-168.00	18.00
8	-168.00	0.00
9	-168.00	90.00
10	-180.00	90.00
11	-180.00	90.00
12	-168.00	90.00

Tabela 3 – Ângulos iniciais do estaqueamento

5.1.1. ESTACAS COM DIÂMETRO DE 28 cm

Na primeira otimização feita, imaginou-se que a escolha inicial seria de estacas de 28 cm de diâmetro. Sendo assim, adotou-se para o vetor de variáveis de projeto em seu trecho correspondente às áreas, as seguintes restrições laterais:

$$0,0005 \text{ m}^2 \leq A_i \leq 0,062 \text{ m}^2$$

Com estas restrições, a convergência só ocorreu quando partiu-se de uma área inicial menor do que a área da estaca escolhida, conforme resultado abaixo:

ESTACA	A ₀ (m ²)	A _f (m ²)	α _i (graus)	β _i (graus)	f _i (MPa)	σ _i (MPa)	σ _i /σ _{adm} (%)	f _i /f _{máx} (%)
1	0.045	0.0098	-179.95	270.00	98	10000	100.0	15.8
2	0.045	0.062	-180.00	270.00	620	10000	100.0	100.0
3	0.045	0.0497	-180.00	270.00	497	10000	100.0	80.1
4	0.045	0.0072	-179.96	270.46	72	10000	100.0	11.6
5	0.045	0.0619	-180.00	180.00	619	10000	100.0	99.9
6	0.045	0.062	-177.54	0.00	620	10000	100.0	100.0
7	0.045	0.0208	-179.99	180.00	208	10000	100.0	33.5
8	0.045	0.062	-177.58	0.00	620	10000	100.0	100.0
9	0.045	0.062	-177.52	90.00	620	10000	100.0	100.0
10	0.045	0.0619	-180.00	90.00	619	10000	100.0	99.8
11	0.045	0.0556	-180.00	90.00	556	10000	100.0	89.7
12	0.045	0.062	-177.39	87.70	620	10000	100.0	100.0

Tabela 4 – Resultado da primeira otimização para diâmetro de 28 cm e áreas variando

Importante salientar que mesmo partindo de uma área menor, o problema ainda é, dadas as restrições laterais, para o diâmetro de 28 cm, de fato é possível notar que após a otimização 8 estacas apresentaram áreas iguais ou próximas à 0,062 m².

Neste caso não foi feita a segunda otimização, uma vez que todas as estacas podem ser consideradas como significativas para o conjunto. É possível ver também ver que toda a capacidade resistente do material foi utilizada.

O volume para a configuração inicial com estacas é 28 cm é de 7,5508 m³ e o volume após a otimização de 5,7707 m³.

V _{inicial} (m ³)	V _{otimizado} (m ³)	V _{otimizado, área fixa} (m ³)
7,5508	5,7707	-

Tabela 5 – Comparação de volumes, diâmetro de 28 cm

5.1.2. ESTACAS COM DIÂMETRO DE 32 cm

Para um lançamento inicial de estacas de 32 cm, utilizou-se o limite lateral abaixo:

$$0,0005 \text{ m}^2 \leq A_i \leq 0,080 \text{ m}^2$$

Novamente, para que houvesse a convergência, foi necessário partir-se de uma área menor. As áreas adotadas para o início do processo de iteração foi de 0,062 m².

O resumo dos resultados encontram-se na tabela abaixo:

ESTACA	A_0 (m ²)	A_f (m ²)	α_i (graus)	β_i (graus)	f_i (MPa)	σ_i (MPa)	σ_i/σ_{adm} (%)	$f_i/f_{m\acute{a}x}$ (%)
1	0.062	0.0176	-179.99	269.87	176	10000	100.0	22.1
2	0.062	0.0732	-180.00	270.00	732	10000	100.0	91.5
3	0.062	0.0798	-180.00	270.00	798	10000	100.0	99.8
4	0.062	0.0005	-180.00	271.18	5	10000	100.0	0.6
5	0.062	0.0641	-180.00	180.00	641	10000	100.0	80.1
6	0.062	0.0086	-174.28	0.00	86	10000	100.0	10.8
7	0.062	0.0005	-179.98	180.00	5	10000	100.0	0.7
8	0.062	0.0799	-177.15	0.00	799	10000	100.0	99.8
9	0.062	0.045	-179.27	90.10	450	10000	100.0	56.2
10	0.062	0.08	-180.00	90.00	800	10000	100.0	100.0
11	0.062	0.0477	-180.00	90.00	477	10000	100.0	59.6
12	0.062	0.08	-176.44	83.44	800	10000	100.0	100.0

Tabela 6 – Resultado da primeira otimização para diâmetro de 32 cm e áreas variando

A partir daí retirou-se as estacas 4 e 7 para a segunda otimização. Os ângulos adotados para o início da segunda otimização foram os resultados da primeira.

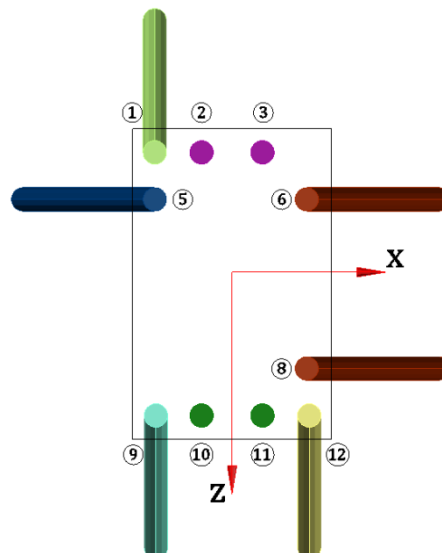


Figura 9 – Estacas selecionadas para segunda otimização ($\phi 32\text{cm}$)

ESTACA	A_0 (m ²)	A_f (m ²)	α_i (graus)	β_i (graus)	f_i (MPa)	σ_i (MPa)	σ_i/σ_{adm} (%)	$f_i/f_{m\acute{a}x}$ (%)
1	0.08	0.08	-180.00	269.87	466	5829.7	58.3	61.4
2	0.08	0.08	-180.00	270.00	499	6239.2	62.4	65.7
3	0.08	0.08	-180.00	270.00	542	6771.6	67.7	71.3
5	0.08	0.08	-180.00	180.00	490	6125.6	61.3	64.5
6	0.08	0.08	-177.68	0.00	541	6757	67.6	71.2
8	0.08	0.08	-177.08	0.00	551	6890.8	68.9	72.6
9	0.08	0.08	-178.07	90.00	614	7673.8	76.7	80.9
10	0.08	0.08	-180.00	90.00	632	7896.4	79.0	83.2
11	0.08	0.08	-180.00	90.00	674	8428.8	84.3	88.8
12	0.08	0.08	-177.39	83.26	759	9491	94.9	100.0

Tabela 7 – Resultado da segunda otimização para diâmetro de 32 cm, com estacas retiradas e áreas fixas

É possível notar que o concreto trabalha em toda sua capacidade após a otimização quando a área da estaca varia. Na segunda otimização, vê-se que ao fixar a área, ainda que tirada uma das estacas, não se aproveita ao máximo a tensão resistente do material conforme pode ser visto na tabela acima.

A otimização feita para o diâmetro de 32 cm teve uma convergência rápida, utilizando-se a área de 0,080 m² para iniciar o processo.

Observa-se que o volume otimizado de 5,7720 m³ é muito próximo do anterior, o que sugere um limite inferior. A solução com diâmetro fixo mostra-se melhor do que a inicial.

$V_{inicial}$ (m ³)	$V_{otimizado}$ (m ³)	$V_{otimizado, \acute{a}rea\ fixa}$ (m ³)
9,7430	5,7720	8,0030

Tabela 8 – Comparação de volumes, diâmetro de 32 cm

5.1.3. ESTACAS COM DIÂMETRO DE 40 cm

Para um lançamento inicial de estacas de 40 cm, utilizou-se o limite lateral abaixo:

$$0,0005 \text{ m}^2 \leq A_i \leq 0,126 \text{ m}^2$$

Obteve-se uma convergência bem lenta, mas pôde-se utilizar sua própria área para dar início à otimização.

O resumo dos resultados encontram-se na tabela a seguir:

ESTACA	A_0 (m ²)	A_f (m ²)	α_i (graus)	β_i (graus)	f_i (MPa)	σ_i (MPa)	σ_i/σ_{adm} (%)	$f_i/f_{m\acute{a}x}$ (%)
1	0.126	0.0038	-171.28	270.00	36	9589	95.9	2.9
2	0.126	0.0758	-179.39	270.00	758	9999	100.0	60.5
3	0.126	0.0165	-179.38	270.00	166	10000	100.0	13.2
4	0.126	0.0172	-178.64	338.70	172	10000	100.0	13.7
5	0.126	0.0383	-178.46	180.00	383	9999	100.0	30.6
6	0.126	0.1191	-177.61	0.00	1191	10000	100.0	95.2
7	0.126	0.0086	-177.19	180.00	86	9946	99.5	6.9
8	0.126	0.0081	-168.49	0.00	79	9728	97.3	6.3
9	0.126	0.0447	-172.75	91.74	448	10000	100.0	35.7
10	0.126	0.1252	-179.93	90.00	1252	10000	100.0	100.0
11	0.126	0.1081	-179.86	90.00	1081	10000	100.0	86.4
12	0.126	0.0123	-174.71	85.29	123	10000	100.0	9.8

Tabela 9 – Resultado da primeira otimização para diâmetro de 40 cm e áreas variando

Para a segunda otimização retirou-se as estacas 1, 7, 8 e 12, e utilizou-se os ângulos resultantes da primeira otimização. Aqui novamente foi preciso utilizar áreas inferiores para que houvesse a convergência. É importante notar que mesmo tendo a área fixa nesta etapa, a adoção de uma área diferente explicitou o funcionam dos limites laterais.

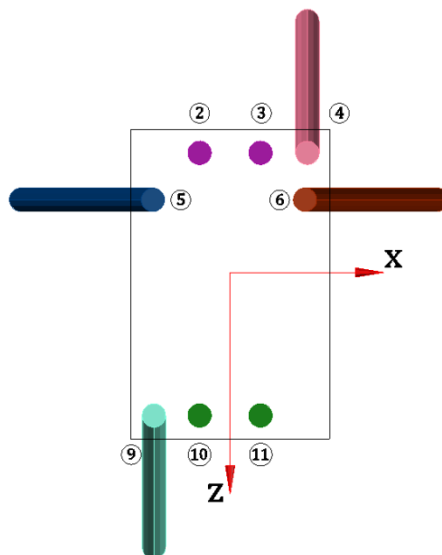


Figura 10 – Estacas selecionadas para segunda otimização ($\phi 40\text{cm}$)

ESTACA	A ₀ (m ²)	A _f (m ²)	α _i (graus)	β _i (graus)	f _i (MPa)	σ _i (MPa)	σ _i /σ _{adm} (%)	f _i /f _{máx} (%)
2	0,080	0.126	-180.00	270.00	445	3529.4	35.3	36.4
3	0,080	0.126	-180.00	270.00	964	7653.2	76.5	78.9
4	0,080	0.126	-177.57	272.03	47	369.4	3.7	3.8
5	0,080	0.126	-180.00	180.00	91	721.9	7.2	7.4
6	0,080	0.126	-177.25	0.00	1123	8914	89.1	91.9
9	0,080	0.126	-177.22	90.00	1175	9328.9	93.3	96.2
10	0,080	0.126	-180.00	90.00	702	5571.5	55.7	57.5
11	0,080	0.126	-180.00	90.00	1222	9695.3	97.0	100.0

Tabela 10 – Resultado da segunda otimização para diâmetro de 40 cm, com estacas retiradas e áreas fixas

Nota-se aqui uma dispersão ainda maior das razão de utilização da resistência do concreto e também da razão das forças. Indicando uma possível segunda redução na quantidade de estacas.

Novamente o volume otimizado é muito próximo dos anteriores, e o volume otimizado após a fixação do diâmetro das estacas e redução de sua quantidade apresenta uma melhoria em relação ao volume inicial.

V _{inicial} (m ³)	V _{otimizado} (m ³)	V _{otimizado, área fixa} (m ³)
15,3452	5,7855	10,0841

Tabela 11 – Comparação de volumes, diâmetro de 40 cm

5.1.4. ESTACAS COM DIÂMETRO DE 50 cm

Os limites laterais utilizados para o lançamento inicial com diâmetro de 50 cm foram:

$$0,0005 \text{ m}^2 \leq A_i \leq 0,196 \text{ m}^2$$

Área inicial menor novamente foi necessária para haver convergência. Resultados na tabela abaixo.

ESTACA	A_0 (m ²)	A_f (m ²)	α_i (graus)	β_i (graus)	f_i (MPa)	σ_i (MPa)	σ_i/σ_{adm} (%)	$f_i/f_{m\acute{a}x}$ (%)
1	0.126	0.0005	-177.74	270.00	5	9941	99.4	0.3
2	0.126	0.0185	-179.99	270.00	185	10000	100.0	12.2
3	0.126	0.0464	-180.00	270.00	464	10000	100.0	30.6
4	0.126	0.0005	-173.88	270.00	5	9888	98.9	0.4
5	0.126	0.0665	-180.00	180.00	665	10000	100.0	43.9
6	0.126	0.1514	-178.04	0.00	1514	10000	100.0	100.0
7	0.126	0.0005	-178.43	180.00	5	9949	99.5	0.3
8	0.126	0.0014	-171.04	0.00	14	10000	100.0	1.0
9	0.126	0.0495	-173.64	90.00	495	10000	100.0	32.7
10	0.126	0.1418	-180.00	90.00	1418	10000	100.0	93.7
11	0.126	0.0994	-180.00	90.00	994	10000	100.0	65.7
12	0.126	0.0005	-169.49	89.36	5	9668	96.7	0.3

Tabela 12 – Resultado da primeira otimização para diâmetro de 50 cm e áreas variando

Foram retiradas as estacas 1, 4, 7, 8 e 12. Angulos das estacas para a segunda otimização novamente foram os resultantes da primeira.

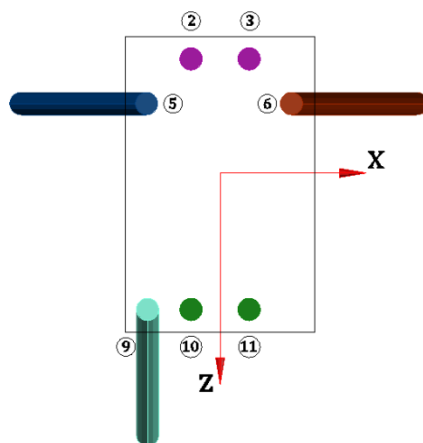


Figura 11 – Estacas selecionadas para segunda otimização ($\phi 50\text{cm}$)

ESTACA	A_0 (m ²)	A_f (m ²)	α_i (graus)	β_i (graus)	f_i (MPa)	σ_i (MPa)	σ_i/σ_{adm} (%)	$f_i/f_{m\acute{a}x}$ (%)
2	0.196	0.196	-178.71	270.00	712	3631.4	36.3	53.9
3	0.196	0.196	-175.89	270.00	659	3362	33.6	49.9
5	0.196	0.196	-176.12	180.00	0	0.2	0.0	0.0
6	0.196	0.196	-177.65	0.00	1319	6731.7	67.3	100.0
9	0.196	0.196	-179.96	135.37	936	4775.4	47.8	70.9
10	0.196	0.196	-174.04	90.00	1139	5809.6	58.1	86.3
11	0.196	0.196	-179.96	90.00	1010	5154.7	51.5	76.6

Tabela 13 – Resultado da segunda otimização para diâmetro de 50 cm, com estacas retiradas e áreas fixas

Após a segunda otimização é possível notar que a estaca 5 ainda poderia ser retirada para uma terceira otimização.

O volume de estacas otimizado novamente se aproxima do limite inferior. O volume otimizado após a fixação da área começa a mostrar melhorias ainda mais significativas em relação ao volume inicial.

$V_{\text{inicial}} \text{ (m}^3\text{)}$	$V_{\text{otimizado}} \text{ (m}^3\text{)}$	$V_{\text{otimizado, área fixa}} \text{ (m}^3\text{)}$
23,8703	5,7748	13,7424

Tabela 14 – Comparação de volumes, diâmetro de 50 cm

5.1.5. ESTACAS COM DIÂMETRO DE 60 cm

Os limites laterais para as áreas na avaliação de estacas com diâmetro de 60 cm foram:

$$0,0005 \text{ m}^2 \leq A_i \leq 0,283 \text{ m}^2$$

ESTACA	A_0 (m ²)	A_f (m ²)	α_i (graus)	β_i (graus)	f_i (MPa)	σ_i (MPa)	$\sigma_i/\sigma_{\text{adm}}$ (%)	$f_i/f_{\text{máx}}$ (%)
1	0.283	0.0005	-176.51	269.37	5	9911	99.1	0.3
2	0.283	0.0981	-180.00	270.00	981	10000	100.0	66.1
3	0.283	0.1108	-180.00	270.00	1109	10000	100.0	74.6
4	0.283	0.0005	-179.91	271.22	5	9997	100.0	0.4
5	0.283	0.0006	-180.00	180.00	6	10000	100.0	0.4
6	0.283	0.0013	-170.02	0.00	13	10000	100.0	0.9
7	0.283	0.0654	-180.00	180.00	654	10000	100.0	44.0
8	0.283	0.1233	-177.62	0.00	1233	10000	100.0	83.0
9	0.283	0.0005	-173.37	91.16	5	9962	99.6	0.4
10	0.283	0.1486	-180.00	90.00	1486	10000	100.0	100.0
11	0.283	0.0005	-180.00	90.00	5	10000	100.0	0.3
12	0.283	0.0271	-168.37	89.48	271	10000	100.0	18.3

Tabela 15 – Resultado da primeira otimização para diâmetro de 60 cm e áreas variando

As estacas retiradas para a segunda otimização foram as 1, 4, 5, 6, 9 e 11. Os ângulos utilizados foram os resultantes da primeira otimização.

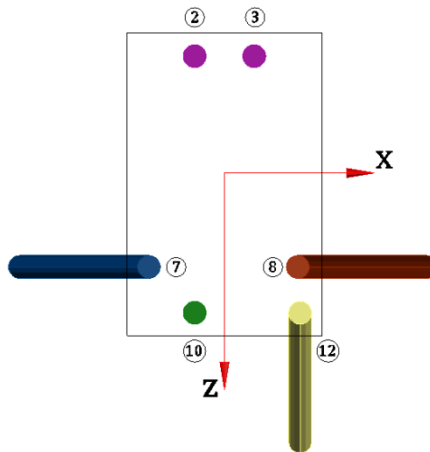


Figura 12 – Estacas selecionadas para segunda otimização ($\phi 60\text{cm}$)

ESTACA	A_0 (m^2)	A_f (m^2)	α_i (graus)	β_i (graus)	f_i (MPa)	σ_i (MPa)	σ_i/σ_{adm} (%)	$f_i/f_{m\acute{a}x}$ (%)
2	0.283	0.283	-179.23	270.00	2273	8029.9	80.3	100.0
3	0.283	0.283	-174.11	270.00	19	67.1	0.7	0.8
7	0.283	0.283	-180.00	180.00	660	2333.4	23.3	29.1
8	0.283	0.283	-178.42	0.00	239	844.8	8.4	10.5
10	0.283	0.283	-179.33	90.00	684	2417.8	24.2	30.1
12	0.283	0.283	-177.20	59.20	1894	6691.1	66.9	83.3

Tabela 16 – Resultado da segunda otimização para diâmetro de 60 cm, com estacas retiradas e áreas fixas

Após a segunda otimização notou-se um que possivelmente a estaca 3 também poderia ser retirada. A dispersão dos resultados manteve-se.

O volume otimizado novamente aproximou-se do limite inferior e o volume otimizado após a fixação do diâmetro das estacas mostrou novamente uma significativa melhoria em relação ao inicial.

$V_{inicial} (\text{m}^3)$	$V_{otimizado} (\text{m}^3)$	$V_{otimizado, \acute{a}rea \text{ fixa}} (\text{m}^3)$
34,4658	5,7799	16,9999

Tabela 17 – Comparação de volumes, diâmetro de 60 cm

5.1.6. ESTACAS COM DIÂMETRO DE 70 cm

Os limites laterais para a otimização da estaca de diâmetro de 70 cm foram:

$$0,0005 \text{ m}^2 \leq A_i \leq 0,385 \text{ m}^2$$

Na primeira otimização só se conseguiu a convergência partindo-se de uma área inicial de $0,196 \text{ m}^2$. Conforme tabela abaixo.

ESTACA	A_0 (m^2)	A_f (m^2)	α_i (graus)	β_i (graus)	f_i (MPa)	σ_i (MPa)	σ_i/σ_{adm} (%)	$f_i/f_{m\acute{a}x}$ (%)
1	0.196	0.0027	-176.49	180.17	21	7706.9	77.1	1.0
2	0.196	0.0006	-179.83	270.00	5	8363.4	83.6	0.3
3	0.196	0.0761	-180.00	270.00	714	9376.7	93.8	35.7
4	0.196	0.0037	-179.98	270.06	37	10000	100.0	1.8
5	0.196	0.0211	-179.62	180.00	169	8024.1	80.2	8.4
6	0.196	0.1693	-178.17	0.00	1691	9987.1	99.9	84.5
7	0.196	0.0299	-175.74	180.00	293	9800.9	98.0	14.7
8	0.196	0.0548	-178.72	0.00	539	9823.3	98.2	26.9
9	0.196	0.2	-178.55	96.98	2000	10000	100.0	100.0
10	0.196	0.0038	-179.92	90.00	34	9040.7	90.4	1.7
11	0.196	0.0005	-180.00	90.00	5	9751.2	97.5	0.3
12	0.196	0.0264	-175.84	14.66	262	9932.4	99.3	13.1

Tabela 18 – Resultado da primeira otimização para diâmetro de 70 cm e áreas variando

As estacas retiradas para a segunda otimização foram as de número 1, 2, 4, 5, 10 e

11.

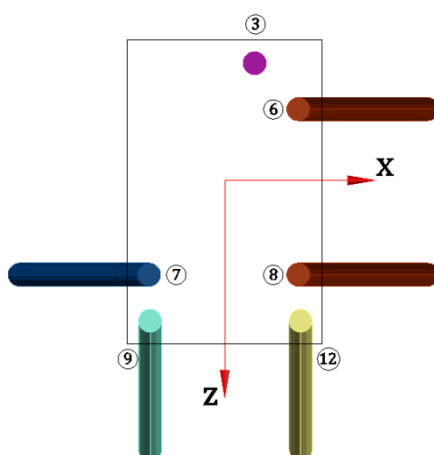


Figura 13 – Estacas selecionadas para segunda otimização ($\phi 70\text{cm}$)

ESTACA	A_0 (m ²)	A_f (m ²)	α_i (graus)	β_i (graus)	f_i (MPa)	σ_i (MPa)	σ_i/σ_{adm} (%)	$f_i/f_{m\acute{a}x}$ (%)
3	0.385	0.385	-180.00	270.00	956	2483.3	24.8	60.8
6	0.385	0.385	-178.25	0.00	1573	4086.1	40.9	100.0
7	0.385	0.385	-178.04	180.00	1143	2969.6	29.7	72.7
8	0.385	0.385	-177.63	0.00	0	0	0.0	0.0
9	0.385	0.385	-178.34	101.56	1295	3363.2	33.6	82.3
12	0.385	0.385	-176.02	19.13	803	2084.5	20.8	51.0

Tabela 19 – Resultado da segunda otimização para diâmetro de 70 cm, com estacas retiradas e áreas fixas

Novamente caberia uma terceira otimização visto que a estaca 9 não apresenta carga significativa.

Mais uma vez a grande dispersão dos percentuais de trabalho das estacas ocorre.

A economia de volume novamente é sinificativa, e o limite inferior sugerido pelos resultados anteriores é preservado.

$V_{inicial}$ (m ³)	$V_{otimizado}$ (m ³)	$V_{otimizado, \acute{a}rea\ fixa}$ (m ³)
46,8881	5,8921	23,1182

Tabela 20 – Comparação de volumes, diâmetro de 70 cm

5.2. SEGUNDO LANÇAMENTO DO ESTAQUEMANETO

Nesta etapa buscou-se adotar inclinações exequíveis para viabilizar os resultados das otimizações sendo adotadas as inclinações padrão da tabela 21.

Os ângulos horizontais β_i foram ajustados para múltiplos de 45o.

Nos ítems a seguir constam tabelas indicando a geometria final adotada tomando como base a segunda otimização. As células correspondentes aos ângulos marcadas em cinza mostram os valores que foram alterados.

Inclinação	α
1:10	-174,29°
1:8	-172,87°
1:6	-170,54°
1:4	-165,96°

Tabela 21 – Ângulos das inclinações verticais

5.2.1. ESTACAS COM DIÂMETRO DE 28 cm

ESTACA	A (m ²)	α_i (graus)	β_i (graus)	f_i (MPa)	σ_i (MPa)	σ_i/σ_{adm} (%)	$f_i/f_{m\acute{a}x}$ (%)
1	0.062	-174.29	270.00	241	3884	38.8	37.0
2	0.062	-180.00	270.00	434	7004	70.0	66.7
3	0.062	-180.00	270.00	469	7563	75.6	72.0
4	0.062	-174.29	270.46	462	7444	74.4	70.8
5	0.062	-180.00	180.00	423	6822	68.2	64.9
6	0.062	-174.29	0.00	390	6286	62.9	59.8
7	0.062	-174.29	180.00	442	7136	71.4	67.9
8	0.062	-174.29	0.00	592	9544	95.4	90.8
9	0.062	-174.29	90.00	652	10508	105.1	100.0
10	0.062	-180.00	90.00	520	8392	83.9	79.9
11	0.062	-180.00	90.00	555	8951	89.5	85.2
12	0.062	-174.29	90.00	604	9736	97.4	92.7

Tabela 22 – Segundo lançamento do estaqueamento para diâmetro de 28 cm

Nota-se que a estaca 9 superou em 5% a carga admissível, sendo portanto esta solução não viável.

A variação dos ângulos permitiu um pequeno ganho em relação ao volume inicial.

$V_{inicial}$ (m ³)	$V_{otimizado}$ (m ³)	$V_{otimizado, \acute{a}rea\ fixa}$ (m ³)	$V_{seg.\ lan\c{c}a.}$ (m ³)
7,5508	5,7707	-	7,4616

Tabela 23 – Comparação final de volumes, diâmetro de 28 cm

5.2.2. ESTACAS COM DIÂMETRO DE 32 cm

ESTACA	A (m ²)	α_i (graus)	β_i (graus)	f_i (MPa)	σ_i (MPa)	σ_i/σ_{adm} (%)	$f_i/f_{m\acute{a}x}$ (%)
1	0.08	-180.00	270.00	484.98	6062.3	60.6	61.6
2	0.08	-180.00	270.00	602.73	7534.2	75.3	76.6
3	0.08	-180.00	270.00	755.81	9447.6	94.5	96.0
5	0.08	-180.00	180.00	477.19	5964.9	59.6	60.6
6	0.08	-174.29	0.00	92.87	1160.9	11.6	11.8
8	0.08	-174.29	0.00	786.88	9836.1	98.4	99.9
9	0.08	-174.29	90.00	509.91	6373.8	63.7	64.8
10	0.08	-180.00	90.00	559.09	6988.7	69.9	71.0
11	0.08	-180.00	90.00	712.17	8902.1	89.0	90.4
12	0.08	-174.29	90.00	787.36	9842	98.4	100.0

Tabela 24 – Segundo lançamento do estaqueamento para diâmetro de 32 cm

Esta situação mostrou-se adequada sendo todas as tensões inferiores à tensão admissível. Atingiu-se uma economia de 17,2% no volume de concreto. Ganho possível pela eliminação de duas estacas.

$V_{\text{inicial}} (\text{m}^3)$	$V_{\text{otimizado}} (\text{m}^3)$	$V_{\text{otimizado, área fixa}} (\text{m}^3)$	$V_{\text{seg. lança.}} (\text{m}^3)$
9,7430	5,7720	8,0030	8.0066

Tabela 25 – Comparação de volumes, diâmetro de 32 cm

5.2.3. ESTACAS COM DIÂMETRO DE 40 cm

ESTACA	A (m^2)	α_i (graus)	β_i (graus)	f_i (MPa)	σ_i (MPa)	$\sigma_i/\sigma_{\text{adm}}$ (%)	$f_i/f_{\text{máx}}$ (%)
2	0.126	-180.00	270.00	601	4773	47.7	37.0
3	0.126	-180.00	270.00	1239	9836	98.4	76.2
4	0.126	-174.29	272.03	20	156	1.6	1.2
5	0.126	-180.00	180.00	180	1428	14.3	11.1
6	0.126	-174.29	0.00	543	4308	43.1	33.4
9	0.126	-174.29	90.00	572	4543	45.4	35.2
10	0.126	-180.00	90.00	989	7850	78.5	60.8
11	0.126	-180.00	90.00	1627	12913	129.1	100.0

Tabela 26 – Segundo lançamento do estaqueamento para diâmetro de 40 cm

O lançamento feito para o diâmetro de 40 cm não se mostrou adequado, sendo a tensão na estaca 11 muito superior à tensão admissível.

$V_{\text{inicial}} (\text{m}^3)$	$V_{\text{otimizado}} (\text{m}^3)$	$V_{\text{otimizado, área fixa}} (\text{m}^3)$	$V_{\text{seg. lança.}} (\text{m}^3)$
15,3452	5,7855	10,0841	10,0988

Tabela 27 – Comparação de volumes, diâmetro de 40 cm

5.2.4. ESTACAS COM DIÂMETRO DE 50 cm

ESTACA	A (m ²)	α_i (graus)	β_i (graus)	f_i (MPa)	σ_i (MPa)	σ_i/σ_{adm} (%)	$f_i/f_{m\acute{a}x}$ (%)
2	0.196	-174.29	270.00	902	4601	46.0	40.1
3	0.196	-174.29	270.00	1868	9530	95.3	83.1
5	0.196	-174.29	180.00	-548	-2794	-27.9	-24.4
6	0.196	-174.29	0.00	176	896	9.0	7.8
9	0.196	-174.29	135.00	255	1303	13.0	11.4
10	0.196	-174.29	90.00	2249	11475	114.8	100.0
11	0.196	-174.29	90.00	893	4555	45.6	39.7

Tabela 28 – Segundo lançamento do estaqueamento para diâmetro de 50 cm

Para este caso além da tensão admissível ser superada, aparecem esforços de tração, sendo que estes não previstos na modelagem do problema.

$V_{inicial}$ (m ³)	$V_{otimizado}$ (m ³)	$V_{otimizado, \acute{a}rea\ fixa}$ (m ³)	$V_{seg.\ lan\c{c}a}$ (m ³)
23,8703	5,7748	13,7424	13,7884

Tabela 29 – Comparação de volumes, diâmetro de 50 cm

5.2.5. ESTACAS COM DIÂMETRO DE 60 cm

ESTACA	A (m ²)	α_i (graus)	β_i (graus)	f_i (MPa)	σ_i (MPa)	σ_i/σ_{adm} (%)	$f_i/f_{m\acute{a}x}$ (%)
2	0.283	-174.29	270.00	1390	4912	49.1	43.2
3	0.283	-174.29	270.00	1249	4412	44.1	38.8
7	0.283	-180.00	180.00	752	2656	26.6	23.3
8	0.283	-174.29	0.00	-1734	-6127	-61.3	-53.9
10	0.283	-174.29	90.00	915	3233	32.3	28.4
12	0.283	-174.29	45.00	3220	11377	113.8	100.0

Tabela 30 – Segundo lançamento do estaqueamento para diâmetro de 60 cm

Novamente a tensão admissível é ultrapassada na estaca 12 e aparecem esforços de tração na estaca 8.

$V_{inicial}$ (m ³)	$V_{otimizado}$ (m ³)	$V_{otimizado, \acute{a}rea\ fixa}$ (m ³)	$V_{seg.\ lan\c{c}a}$ (m ³)
34,4658	5,7799	16,9999	17,0506

Tabela 31 – Comparação de volumes, diâmetro de 60 cm

5.2.6. ESTACAS COM DIÂMETRO DE 70 cm

ESTACA	A (m ²)	α_i (graus)	β_i (graus)	f_i (MPa)	σ_i (MPa)	σ_i/σ_{adm} (%)	$f_i/f_{m\acute{a}x}$ (%)
3	0.385	-180.00	270.00	1464	3802.2	38.0	91.5
6	0.385	-174.29	0.00	716	1860.8	18.6	44.8
7	0.385	-174.29	180.00	1600	4155.5	41.6	100.0
8	0.385	-174.29	0.00	664	1724.1	17.2	41.5
9	0.385	-174.29	90.00	694	1803.1	18.0	43.4
12	0.385	-174.29	0.00	649	1686.1	16.9	40.6

Tabela 32 – Segundo lançamento do estaqueamento para diâmetro de 70 cm

Para o diâmetro de 70 cm não ocorrem tensões altas, mas ainda assim ocorrem esforços de tração na estaca 12.

$V_{inicial}$ (m ³)	$V_{otimizado}$ (m ³)	$V_{otimizado, \acute{a}rea\ fixa}$ (m ³)	$V_{seg.\ lan\c{c}a.}$ (m ³)
46,8881	5,8921	23,1182	23,1960

Tabela 33 – Comparação de volumes, diâmetro de 70 cm

5.3. RESUMO DOS RESULTADOS

O volume ótimo para o estaqueamento ocorreu para o estaqueamento com diâmetro de 32 cm com 10 estacas.

ϕ (cm)	$V_{inicial}$ (m ³)	$V_{otimizado}$ (m ³)	$V_{otimizado, \acute{a}rea\ fixa}$ (m ³)	$V_{seg.\ lan\c{c}a.}$ (m ³)
28	7,5508	5,7707	-	7,4616
32	9,7430	5,7720	8,0030	8,0066
40	15,3452	5,7855	10,0841	10,0988
50	23,8703	5,7748	13,7424	13,7884
60	34,4658	5,7799	16,9999	17,0506
70	46,8881	5,8921	23,1182	23,1183

Tabela 34 – Resumo da comparação de volumes

Vale destacar que as opções com diâmetro de 28 cm e 70 cm também estão muito próximas de serem viáveis, uma vez que no primeiro caso a tensão admissível é ultrapassada em apenas 5%, e no segundo, a tração na estaca é de apenas 9,9% da carga admissível.

6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Apesar das geometrias finais dos estaqueamentos não serem usuais, não nos ativemos à este fato, uma vez que o carregamento era único, e não uma envoltória como normalmente ocorre no dimensionamento de estaqueamentos.

A inversão do carregamento adotado ou ainda a adição de novas cargas gerariam uma geometria diferenciada e muito provavelmente mais próxima das usuais.

É interessante notar que o algoritmo a todo tempo procurou manter as estacas o mais vertical possível, não sendo precisando se preocupar com a inclinação das estacas.

Para obter-se uma boa convergência foram muitos os casos onde se tentou valores iniciais para áreas aleatoriamente. Este problema se intensificou na medida que os diâmetros foram aumentados e mais possibilidade de arranjos equilibrados ocorreram. Talvez este problema fosse melhorado se houvesse sido escolhido um intervalo de variação menor para os ângulos α_i os deslocamentos.

Um próximo passo para a avaliação do problema seria implementar outros tipos de barra que incluísse por exemplo a contenção lateral do terreno ou ainda o engaste no bloco.

Uma outra possível melhoria seria variar-se também os nós no topo das estacas preparando o problema para incluir a otimização do bloco.

7. REFERÊNCIA

- [1] **Análise Matricial de Fundações em Estacas com Aplicação em Computadores Digitais**, Golebiowski, Bernardo, Publicação Técnica Noronha Engenharia, 1970.
- [2] **Dimensionamento de Fundações Profundas**, Alonso, Urbano Rodriguez, Edgar Blücher, 2006.
- [3] **Introduction to Optimum Design**, Arora, Jasbir S., Elsevier Academic Press, 2004.
- [4] **Numerical Recipes 3rd Edition: The Art of Scientific Computing**, Press, William H., Teukolsky, Saul A., Vetterling, William T., Flannery, Brian P., Cambridge University Press, 2007.

ANEXO I

CÓDIGO DO PROGRAMA EM MATLAB

```

function CoordF=CoordF(ang,H,i)
CoordF=i'+[
    cos(ang(2))      0      -sin(ang(2))
        0            1            0
    sin(ang(2))      0      cos(ang(2))
] * [
    cos(ang(1))      -sin(ang(1))      0
    sin(ang(1))      cos(ang(1))      0
        0            0            1
] * [
    0
    H/abs(cos(ang(1)))
    0
];

```

```

function [ alfa beta ]= grupo( x )
switch x
case 1
    alfa =[ -pi()      -pi()/2 ];
    beta =[  0         pi()/2 ];
case 2
    alfa =[ -pi()      -pi()/2 ];
    beta =[ pi()/2     pi()   ];
case 3
    alfa =[ -pi()      -pi()/2 ];
    beta =[ pi()       3*pi()/2];
case 4
    alfa =[ -pi()      -pi()/2 ];
    beta =[3*pi()/2   2*pi()  ];
case 5
    alfa =[ -pi()      -pi()   ];
    beta =[  0         0       ];
case 6
    alfa =[ -pi()      -pi()/2 ];
    beta =[  0         0       ];
case 7
    alfa =[ -pi()      -pi()/2 ];
    beta =[ pi()/2     pi()/2 ];
case 8
    alfa =[ -pi()      -pi()/2 ];
    beta =[ pi()       pi()   ];
otherwise
    alfa =[ -pi()      -pi()/2 ];
    beta =[ 3*pi()/2   3*pi()/2];
end;

```

```

function Cx=Cx(xi,xj,L)
Cx=(xj-xi)/L;

```

```

function Cy=Cy(yi,yj,L)
Cy=(yj-yi)/L;

```

```

function Cz=Cz(zi,zj,L)
Cz=(zj-zi)/L;

```

```

function Q=Q(xi,xj,zi,zj,L)
cx=Cx(xi,xj,L);
cz=Cz(zi,zj,L);
Q=(cx^2+cz^2)^0.5;

```

```
function L=L(i,j)
L=((j(1)-i(1))^2+(j(2)-i(2))^2+(j(3)-i(3))^2)^0.5;
```

```
function kl=kl(E,A,L)
kl=[
    (E*A)/L    0    0    0    0    0
              0    0    0    0    0    0
              0    0    0    0    0    0
              0    0    0    0    0    0
              0    0    0    0    0    0
              0    0    0    0    0    0
];
```

```
function V=V(i)
V=[
    1    0    0    0    i(3)  -i(2)
    0    1    0   -i(3)  0    i(1)
    0    0    1    i(2)  -i(1)  0
    0    0    0    1    0    0
    0    0    0    0    1    0
    0    0    0    0    0    1
];
```

```
function U=U(a,L,i,j)
U = zeros(6,6);

%%
cx=Cx(i(1),j(1),L);
cy=Cy(i(2),j(2),L);
cz=Cz(i(3),j(3),L);
q=Q(i(1),j(1),i(3),j(3),L);
%% Calculo de U11,U44
if ((abs(cx)<0.001) && (abs(cz)<0.001))
    U(1,1)=0;
    U(4,4)=U(1,1);
else
    U(1,1)=cx;
    U(4,4)=U(1,1);
end
```

```
%% Calculo de U12,U45
U(1,2)=cy;
U(4,5)=U(1,2);
```

```
%% Calculo de U13,U46
if ((abs(cx)<0.001) && (abs(cz)<0.001))
    U(1,3)=0;
    U(4,6)=U(1,3);
else
    U(1,3)=cz;
    U(4,6)=U(1,3);
end
```

```
%% Calculo de U21,U54
if ((abs(cx)<0.001) && (abs(cz)<0.001))
    U(2,1)=-cy*cos(a);
    U(5,4)=U(2,1);
else
    U(2,1)=(-cx*cy*cos(a)-cz*sin(a))/q;
```

```

    U(5,4)=U(2,1);
end

%% Calculo de U22,U55
if ((abs(cx)<0.001) && (abs(cz)<0.001))
    U(2,2)=0;
    U(5,5)=U(2,2);
else
    U(2,2)=q*cos(a);
    U(5,5)=U(2,2);
end

%% Calculo de U23,U56
if ((abs(cx)<0.001) && (abs(cz)<0.001))
    U(2,3)=sin(a);
    U(5,6)=U(2,3);
else
    U(2,3)=(-cy*cz*cos(a)+cx*sin(a))/q;
    U(5,6)=U(2,3);
end

%% Calculo de U31,U64
if ((abs(cx)<0.001) && (abs(cz)<0.001))
    U(3,1)=cy*sin(a);
    U(6,4)=U(3,1);
else
    U(3,1)=(cx*cy*sin(a)-cz*cos(a))/q;
    U(6,4)=U(3,1);
end

%% Calculo de U32,U65
if ((abs(cx)<0.001) && (abs(cz)<0.001))
    U(3,2)=0;
    U(6,5)=U(3,2);
else
    U(3,2)=-q*sin(a);
    U(6,5)=U(3,2);
end

%% Calculo de U33,U66
if ((abs(cx)<0.001) && (abs(cz)<0.001))
    U(3,3)=cos(a);
    U(6,6)=U(3,3);
else
    U(3,3)=(cy*cz*sin(a)+cx*cos(a))/q;
    U(6,6)=U(3,3);
end

function k=k(E,A,a,L,i,j)
k=(U(a,L,i,j)*V(i))'*kl(E,A,L)*(U(a,L,i,j)*V(i));

function Kg=Kg(Mat,Sec,nBar,Coord,Inc,a)

l=zeros(nBar,1);
Kg = zeros(6,6);

for i = 1:nBar
    l(i,1) = L(Coord(Inc(i,1),:),Coord(Inc(i,2),:));
    Kg = Kg + k(Mat(1,1) , Sec(i,1) , a , l(i) , Coord(Inc(i,1),:), Coord(Inc(i,2),:));
end

```

```

end

function Desl = Desl(Mat,Sec,nBar,Coord,Ang,Inc,a,F,H)

l=zeros(nBar,1);
for i=1:nBar
    Coord(nBar+i,:) = CoordF(Ang(i,:),H,Coord(i,:))';
    l(i,1) = L(Coord(Inc(i,1),:),Coord(Inc(i,2),:));
end
%'em Desl'
%Ang

K = Kg(Mat(1,1),Sec(:,1),nBar,Coord(:,:),Inc(:,:),a);
Desl = inv(K)*F;

function dloc = dloc(a,L,i,j,D)
dloc=(U(a,L,i,j)*V(i)*D);

function [f tensao] = f(Mat,Sec,nBar,Coord,Ang,Inc,a,F,H)

l=zeros(nBar,1);
d=zeros(6,nBar);
f=zeros(6,nBar);

for i=1:nBar
    Coord(nBar+i,:) = CoordF(Ang(i,:),H,Coord(i,:))';
    l(i,1) = L(Coord(Inc(i,1),:),Coord(Inc(i,2),:));
end

K = Kg(Mat(1,1),Sec(:,1),nBar,Coord(:,:),Inc(:,:),a);
D = pinv(K)*F;

for i=1:nBar
    d(:,i) = dloc(a,l(i,1),Coord(Inc(i,1),:),Coord(Inc(i,2),:),D);
    f(:,i) = kl(Mat(1,1),Sec(i,1),l(i)) * d(:,i);
end
tensao = f(1,:)'./Sec;

function Fr = Fr(Mat,Sec,nBar,Coord,Inc,a,D)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%   Mat nBar Coord Inc a H - Serão chamadas como variáveis globais
%   Sec Ang D - Comporão o vetor x
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

K = Kg(Mat(1,1),Sec(:,1),nBar,Coord(:,:),Inc(:,:),a);

Fr = K * D;

function Vt = Vt(x)

%   x = [A1, Alfa1, Beta1, A2, Alfa2, Beta2, ...]
%   lenght(x) = 3*nBar
%   x(i)         ->Área de i
%   x(nBar+i)    ->Alfa de i
%   x(2*nBar+i) ->Beta de i

global nBar H Arq3 cont

cont = cont + 1;

```



```

Vt=0;
for i=1:nBar
    %    Vt=A*H/(|cosd(alfa)|*|cos(beta)|)
    %Vt = Vt + x(i)*H/(norm(cos(x(nBar+i)))*norm(cos(x(2*nBar+i))));
    Vt = Vt + x(i)*H/norm(cos(x(nBar+i)));
end

function Vtnorm = Vtnorm(x)

%    x = [A1, Alfa1, Beta1, A2, Alfa2, Beta2, ...]
%    lenght(x) = 3*nBar
%    x(i)          ->Área de i
%    x(nBar+i)    ->Alfa de i
%    x(2*nBar+i) ->Beta de i

global nBar H Arq3 cont V0

cont = cont + 1;

Vtnorm=0;
for i=1:nBar
    %    Vt=A*H/(|cosd(alfa)|*|cos(beta)|)
    %Vtnorm = Vtnorm + x(i)*H/(norm(cos(x(nBar+i)))*norm(cos(x(2*nBar+i))));
    Vtnorm = Vtnorm + x(i)*H/norm(cos(x(nBar+i)));
end

Vtnorm = Vtnorm / V0;

function [c ceq] = nonlcon(x)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%    Mat nBar Coord Inc a F H - Serão chamadas como variáveis globais
%    Sec Ang D - Comporão o vetor x
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

global Mat Sec nBar Coord Ang Inc a F H D cont Arq2

%BLOCO QUE ATUALIZA AS VARIÁVEIS GLOBAIS
Sec = x(1:nBar,1);
Ang(:,1) = x(nBar+1:2*nBar,1);
Ang(:,2) = x(2*nBar+1:3*nBar,1);
D = x(3*nBar+1:3*nBar+6,1);

for i=1:nBar
    Coord(nBar+i,:) = CoordF(Ang(i,:),H,Coord(i,:))';
    l(i,1)= L(Coord(Inc(i,1),:),Coord(Inc(i,2),:));
end

for i=1:nBar
    d(:,i) = dloc(a,l(i,1),Coord(Inc(i,1),:),Coord(Inc(i,2),:),D);
    f(:,i) = kl(Mat(1,1),Sec(i,1),l(i)) * d(:,i);
end

%TENSÃO ADMISSÍVEL DE 10MPa
c = (f(1,:))./(Sec*10000).^2-(f(1,:))./(Sec*10000));

%FORÇA (RESISTENTE) CORRESPONDENTE AO DESLOCAMENTO DE ENTRADA
ceq = Fr(Mat,Sec,nBar,Coord,Inc,a,D)-F;

```

```
%%ABERTURA DE DADOS
```

```
global Mat Sec nBar Coord Ang Inc a H F D cont V0 Arq2 Arq3
```

```
Arq = fopen('ENTRADA-2B-70.DAT','r');  
Mat = fscanf(Arq, '%f', [1 1]);  
aux = fscanf(Arq, '%f', [1 1]);  
H = fscanf(Arq, '%f', [1 1]);  
nBar = fscanf(Arq, '%d', [1 1]);  
Sec = aux * ones(nBar,1);  
Coord = fscanf(Arq, '%f %f %f', [3 nBar]);  
Coord=Coord';  
Coord = vertcat(Coord,zeros(nBar,3));
```

```
Ang = fscanf(Arq, '%f %f %f', [3 nBar]);  
Ang=Ang';  
Ang(:,1:2)=Ang(:,1:2).*pi()/180;
```

```
F = fscanf(Arq, '%f', [6 1]);  
fclose(Arq);
```

```
cont = 0;  
a=0; %%Ângulo de rotação do eixo da barra
```

```
K = zeros(6,6);  
D = zeros(6,1);
```

```
Inc=zeros(nBar,2); %%Matriz de Incidência  
for i=1:nBar  
    Inc(i,:) = [i , nBar+i ];  
end  
clear aux
```

```
%%PROGRAMA PRINCIPAL
```

```
global V0 cont
```

```
clear all  
Entrada;
```

```
D = Desl(Mat,Sec,nBar,Coord,Ang(:,1:2),Inc,a,F,H);  
x0 = vertcat(Sec(:,1),Ang(:,1),Ang(:,2),D);  
V0 = Vt(x0);  
cont = 0;
```

```
%Alb = zeros(nBar,1)+0.0005;  
Alb = ones(nBar,1)*0.385;  
Aub = ones(nBar,1)*0.385;
```

```
alfaLB = zeros(nBar,1);  
alfaUB = zeros(nBar,1);
```

```
betaLB = zeros(nBar,1);  
betaUB = zeros(nBar,1);
```

```
for i=1:nBar  
    [auxA auxB] = grupo(Ang(i,3));  
    alfaLB(i,1) = auxA(1);  
    alfaUB(i,1) = auxA(2);
```

```
    betaLB(i,1) = auxB(1);
    betaUB(i,1) = auxB(2);
end

lb = vertcat(Alb,alfaLB,betaLB,-ones(6,1));
ub = vertcat(Aub,alfaUB,betaUB,ones(6,1));
clear auxV Alb alfaLB betaLB Aub alfaUB betaUB;

options = optimset('MaxSQPIter',40000,'MaxFunEvals',3000000,'MaxIter',100000,'TolCon',1e-6,'Display','iter');
[x,fval] = fmincon(@Vtnorm,x0,[],[],[],[],lb,ub,@nonlcon,options);
```

ANEXO II

EXEMPLO DE ARQUIVO DE ENTRADA

28000000			(MÓDULO DE ELASTICIDADE)
0.196			(ÁREA DAS SEÇÕES)
10			(PROFUNDIDADE DA CAMADA RESISTENTE)
12			(NÚMERO DE ESTACAS)
-1.65	0	-2.8	(COORDENADAS X,Y e Z)
-0.65	0	-2.8	
0.65	0	-2.8	
1.65	0	-2.8	
-1.65	0	-1.8	
1.65	0	-1.8	
-1.65	0	1.8	
1.65	0	1.8	
-1.65	0	2.8	
-0.65	0	2.8	
0.65	0	2.8	
1.65	0	2.8	
-168	270	3	(ÂNGULOS ALFA, BETA E GRUPO)
-180	270	9	
-180	270	9	
-168	270	4	
-168	180	8	
-168	0	6	
-168	180	8	
-168	0	6	
-168	90	2	
-180	90	7	
-180	90	7	
-168	90	1	
54.			(VETOR DE CARREGAMENTO)
-5766.			
55.			
2415.			
0.			
-516			