



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO
ESCOLA POLITÉCNICA
Curso de Engenharia Civil
Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas

ANÁLISE DE CONFIABILIDADE DE UMA PLATAFORMA *OFFSHORE* FIXA

RAFAEL GUEDES TRÉS

Projeto de Graduação apresentado ao corpo docente do Departamento de Mecânica Aplicada e Estruturas da Escola Politécnica da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como requisito para obtenção do título de Engenheiro Civil.

Aprovado por:

Luiz Eloy Vaz
Prof. Titular, Dr. - Ing., EP/UFRJ
(Orientador)

Sérgio Hampshire de Carvalho Santos
Prof. Associado, D.Sc., EP/UFRJ

Maria Cascão Ferreira de Almeida
Prof. Adjunto, D.Sc., EP/UFRJ

Gilberto Bruno Ellwanger
Prof. Associado, D.Sc., EP/UFRJ

Outubro/2009

*Dedico este trabalho:
Aos meus pais Maria Aparecida e José Eugênio.
À Rosienni.*

*Aceite com sabedoria o fato de que o caminho está cheio de contradições.
Há momentos de alegria e desespero, confiança e falta de fé,
mas vale a pena seguir adiante.*

(Paulo Coelho)

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, Maria Aparecida e José Eugênio, pelos exemplos de caráter e humildade, e por me apoiarem incondicionalmente. Vocês são a base que eu preciso para vencer os desafios da vida.

À minha namorada, Rosienni, pela maravilhosa companhia nos momentos de alegria e pelas palavras que me fizeram reerguer a cabeça nos momentos difíceis. Te amo.

Ao professor Luis Volnei Sudati Sagrilo pela competência com que orientou este trabalho e o tempo que generosamente dedicou transmitindo-me os melhores e mais úteis ensinamentos, com paciência, lucidez e confiança.

Ao professor Luiz Eloy Vaz, por quem tenho a mais sincera admiração, pela orientação acadêmica e pessoal.

Aos amigos de graduação, pela convivência agradável, companheirismo e descontração que ajudaram a tornar esse caminho mais prazeroso.

A ANP (Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis), pelo apoio financeiro e oportunidade de aprendizado, através do seu Programa de Recursos Humanos – PRH-35.

À empresa Noronha Engenharia S.A., pelo incentivo, paciência, companheirismo e aprendizado.

RESUMO

Este Projeto de Graduação apresenta uma metodologia para análise de confiabilidade de uma plataforma *offshore* fixa “in situ” constituída por uma estrutura tipo jaqueta, submetida às condições extremas de carregamentos ambientais.

O critério de falha se refere ao estado limite último de escoamento dos membros da estrutura e a probabilidade de falha é avaliada através da simulação Monte Carlo e do método analítico de primeira ordem FORM, que também fornece os fatores de importância das variáveis aleatórias para a análise de confiabilidade. As variáveis aleatórias do problema são relacionadas às incertezas das cargas ambientais devidas às ações de onda, corrente e vento, ao peso do convés e à resistência ao escoamento dos membros.

Foi desenvolvida uma rotina computacional em ambiente Mathcad para análise da resposta linear elástica da estrutura aos carregamentos, que trabalha de forma conjunta com um módulo de análise de confiabilidade. Esta mesma rotina também é utilizada para o redimensionamento das pernas e contraventamentos da geometria inicial da plataforma, adotando a filosofia de projeto baseado em confiabilidade (*reliability-based design*) na qual se procura garantir um nível de confiabilidade prescrito para a probabilidade de falha dos componentes estruturais.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
2. CONCEITOS DE ANÁLISE ESTRUTURAL DE PLATAFORMAS FIXAS	3
2.1 Matrizes de Rigidez e Análise de Treliças Espaciais	5
2.2 Cálculo dos Carregamentos	15
2.2.1 Cálculo do Carregamento Hidrodinâmico	16
2.2.1.1 Cinemática das Partículas Fluidas	17
2.2.1.2 Fórmula de Morison	20
2.2.2 Cálculo do Carregamento de Vento	22
2.2.3 Cálculo do Carregamento de Peso Próprio e Empuxo	26
2.2.3 Cálculo do Carregamento do Peso do Convés	28
2.3 Funções de Transferência	28
2.3.1 Funções de Transferência do Carregamento do Peso do Convés	29
2.3.2 Funções de Transferência do Carregamento de Vento	30
2.3.3 Funções de Transferência do Carregamento Hidrodinâmico	30
3. CONCEITOS DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL	37
3.1 Variáveis Aleatórias e Distribuições de Probabilidade	37
3.1.1 Principais Parâmetros de Variáveis Aleatórias	39
3.1.2 Distribuições de Probabilidade	42
3.1.2.1 Distribuição Normal ou Gaussiana	42
3.1.2.2 Distribuição Lognormal	45
3.1.2.3 Distribuições de Probabilidades de Valores Extremos	46
3.1.2.4 Distribuições Teóricas de Valores Extremos Máximos e Mínimos	46
3.1.2.5 Distribuições Assintóticas de Valores Extremos	48
3.1.3 Distribuições Normais Equivalentes	51
3.2 Definição de Probabilidade de Falha	52
3.3 Problema Fundamental de Confiabilidade de Falha tipo R - S	53
3.4 Métodos para Análise de Confiabilidade Estrutural	55

3.4.1	Método FORM (<i>First Order Reliability Method</i>)	56
3.4.2.1	Trasferência das Variáveis U para Variável Normal Padrão V	59
3.4.2.2	Determinação do Ponto do Projeto.....	60
3.4.3.3	Algoritmo para Análise de Confiabilidade pelo Método FORM	61
3.4.2.4	Fator de Importância das Variáveis.....	62
3.4.2	Simulação Monte Carlo.....	64
3.4.2.1	Geração de Números Aleatórios.....	64
3.4.2.2	Determinação da Probabilidade de Falha.....	66
3.5	Projeto Baseado em Confiabilidade (<i>Reability-Based Design</i>).....	68
4.	APRESENTAÇÃO DO CASO ESTUDADO.....	70
4.1	Geometria da Plataforma Estudada	71
4.2	Dados Estatísticos das Variáveis Aleatórias	73
4.3	Cômputo dos Carregamentos	76
4.3.1	Carregamento Hidrodinâmico	76
4.3.2	Carregamento de Vento.....	76
4.3.3	Carregamento do Peso Próprio e Empuxo	78
4.3.4	Carregamento do Peso do Convés.....	78
4.4	Módulo de Análise Estrutural	79
4.5	Módulo de Análise de Confiabilidade	80
4.5.1	Definição da Função de Falha.....	81
4.5.2	Algumas Observações Sobre a Simulação Monte Carlo.....	82
4.5.3	Resultados da Análise de Confiabilidade.....	83
4.5.4	Dimensionamento Baseado em Confiabilidade	93
4.6	Fluxograma do Programa	96
5.	CONCLUSÕES.....	97
6.	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	98
7.	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	99

1. INTRODUÇÃO

As plataformas *offshore* fixas foram as primeiras unidades instaladas na costa brasileira para produção de petróleo nos campos localizados em lâminas d'água de até 170m. Elas podem operar sozinhas, mandando o óleo diretamente para a terra através de tubulação, ou com navio acoplado. Geralmente as plataformas fixas são constituídas por uma estrutura de membros tubulares de aço denominada *jaqueta*.

As diversas incertezas relacionadas às propriedades dos materiais, à geometria, ao processo de construção e principalmente aos carregamentos ambientais de uma plataforma marítima, contribuem para que exista uma probabilidade não nula de que durante sua vida útil a estrutura venha a não atender aos objetivos para os quais ela foi construída. Esta probabilidade é denominada *probabilidade de falha* e pode ser avaliada pelos métodos de análise de confiabilidade estrutural.

A confiabilidade estrutural é uma ferramenta de grande importância em projetos de estruturas marítimas, pois permite ao engenheiro considerar as incertezas inerentes a este tipo de projeto, como fenômenos ambientais de onda, corrente e vento, através de uma representação baseada em dados estatísticos do comportamento destas variáveis. A análise de confiabilidade fornece, entre outros resultados, a probabilidade de falha da estrutura e o grau de relevância de cada variável para o projeto. Estas informações têm grande valor na tomada de decisões que envolvam a segurança da estrutura.

Os projetos baseados em normas tradicionais lidam com as incertezas utilizando valores conservadores das variáveis envolvidas, já que os métodos tradicionais de projeto não permitem a avaliação da probabilidade de falha. Um tratamento mais realista das incertezas pode ser encontrado na filosofia dos projetos baseados em confiabilidade (*reliability-based design*), que vem se desenvolvendo desde a última metade do século e está ganhando mais e mais dinâmica.

A principal motivação deste trabalho foi o desenvolvimento de um programa de computador em ambiente Mathcad capaz de avaliar a probabilidade de falha de um caso de plataforma tipo *jaqueta*, submetida a condições extremas de carregamentos ambientais. Este mesmo programa é usado para realizar um dimensionamento baseado em confiabilidade de alguns membros da plataforma.

A plataforma foi modelada como treliça espacial e os carregamentos considerados foram os devidos à onda, à corrente, ao vento, ao peso do convés, ao peso próprio e ao empuxo. As variáveis aleatórias envolvidas no estudo de confiabilidade e suas respectivas indicações são: Tensão de Escoamento do Aço f_y , Peso do Convés PC , Velocidade de Vento

V_W , Altura de Onda H , Coeficiente de Arraste C_D , Coeficiente de Inércia C_M e Velocidade de Corrente V_S . O critério de falha se refere ao escoamento dos membros devido às tensões solicitantes. Na análise de confiabilidade foram considerados o método analítico de primeira ordem FORM e o método de simulação Monte Carlo.

Também foi implementado um módulo de análise estrutural para avaliar a resposta linear elástica da plataforma aos carregamentos, que foram calculados com as médias das variáveis aleatórias. Este módulo opera de forma conjunta com o módulo de análise de confiabilidade da seguinte forma: a cada iteração realizada na análise de confiabilidade as tensões nos membros são reavaliadas através de funções de transferência, que ajustam as tensões obtidas com os valores médios das variáveis pelo módulo de análise estrutural para um novo conjunto de variáveis aleatórias.

O trabalho é desenvolvido nos seguintes capítulos:

CAPÍTULO 2: Apresenta a formulação matricial do método da rigidez para treliças espaciais utilizado para implementação do módulo de análise estrutural, as metodologias desenvolvidas para o cálculo dos diversos carregamentos do problema e a dedução das funções de transferência.

CAPÍTULO 3: Apresenta conceitos sobre variáveis aleatórias, distribuições de probabilidade e confiabilidade estrutural, utilizados para implementação do método analítico FORM e da simulação Monte Carlo.

CAPÍTULO 4: Apresenta a geometria da plataforma estudada, os parâmetros estatísticos adotados para as variáveis aleatórias, os aspectos considerados no cálculo dos carregamentos, os resultados da análise de confiabilidade, o dimensionamento baseado em confiabilidade dos membros da plataforma e o fluxograma do programa desenvolvido.

2. CONCEITOS DE ANÁLISE ESTRUTURAL DE PLATAFORMAS FIXAS

O objetivo deste capítulo é dispor a análise estrutural de forma que possa ser facilmente programada num computador digital. Em uma linguagem de programação de alto nível, a operação do método da rigidez com uma formulação matricial é extremamente simples e eficiente, fazendo com que esta formulação seja a mais adequada para programação automática.

Plataformas *offshore* fixas são constituídas, dentre outros componentes, por uma estrutura de elementos tubulares de aço denominada jaqueta. A Figura 2.1 mostra uma estrutura desse tipo, a plataforma Frøi, localizada no setor norueguês do Mar do Norte, desativada em março de 2001 após seis anos de operação.

As particularidades da análise deste tipo de estrutura começam no modelo reticulado a ser adotado. A plataforma do tipo jaqueta que será apresentada no Capítulo 4 é modelada, simplificada neste trabalho, como treliça espacial, o que nos leva a ter a atenção voltada somente para este tipo de elemento estrutural ao longo do trabalho.



Figura 2.1 – Plataforma Frøi localizada no Mar do Norte.

Fonte: TOTAL E&P NORGE AS

Outra particularidade está nos carregamentos externos sobre a estrutura. No caso de plataformas *offshore* “in situ”, as principais cargas às quais ela é submetida durante sua vida útil são as cargas ambientais de vento, onda e corrente; o peso do convés; e o peso próprio. Todos os casos de carregamento serão considerados com comportamento estático e a resposta da estrutura será linear elástica.

Convém lembrar que, em alguns casos, solicitações advindas do processo de construção, do transporte e do lançamento da plataforma, podem vir a ser mais críticas que as devidas à operação em si. Estes casos, no entanto, fogem ao escopo deste trabalho.

O programa elaborado para análise de uma plataforma pelo método da rigidez foi dividido convenientemente nas seguintes fases:

- 1) Reunião dos dados da estrutura: Estas informações incluem o número de membros, o número de nós, o número de graus de liberdade, as propriedades elásticas do material e as propriedades das seções de cada membro da estrutura. As localizações dos nós são especificadas por meio de coordenadas geométricas. Finalmente, devem ser identificadas as condições de contorno dos nós da estrutura.
- 2) Montagem da matriz de rigidez da estrutura: No programa de computador é conveniente obter a *matriz de rigidez global*, somando as contribuições das matrizes de rigidez de cada membro da estrutura.
- 3) Formação do vetor de cargas aplicadas à estrutura: Todas as cargas atuando na estrutura devem ser especificadas de uma maneira que seja conveniente para o programa. As cargas nodais podem ser adicionadas diretamente ao vetor de cargas aplicadas à estrutura. Já as cargas nos membros são convertidas em cargas nodais equivalentes para poder serem somadas a este vetor. Produz-se assim, um problema no qual a estrutura está imaginariamente carregada apenas nos nós.
- 4) Cálculo dos resultados: Na fase final da análise são calculados todos os deslocamentos nodais, reações nos apoios e as ações de extremidade de membro. A análise do problema produzido, no qual a estrutura está submetida unicamente a cargas nos nós, dará como resultado apenas ações de extremidade nas direções axiais dos membros e, portanto, as tensões produzidas são tensões axiais.

O Item 2.1 abordará os procedimentos para obtenção das matrizes de rigidez e para a análise de treliças espaciais. As metodologias de cálculo dos diversos carregamentos são apresentadas separadamente no Item 2.2.

2.1 Matrizes de Rigidez e Análise de Treliças Espaciais

A Figura 2.2 mostra uma porção da estrutura de uma plataforma *offshore* do tipo jaqueta, modelada como treliça espacial, em associação com um conjunto de eixos X , Y e Z denominado de eixos da estrutura ou sistema de eixos global. Um membro típico i , que liga os nós j e k , também é indicado na figura.

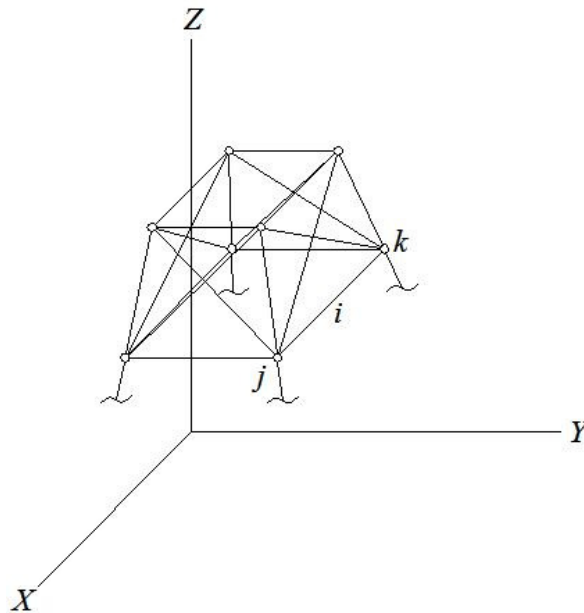


Figura 2.2 – Porção da estrutura de uma plataforma fixa modelada como treliça espacial.

Numa treliça espacial considera-se que todos os nós são rótulas perfeitas. Devido a essa idealização, considera-se que os giros nas extremidades do elemento são de pouca importância na análise e por sua vez, os esforços produzidos por eles também. Os deslocamentos nodais significativos serão os de translação, que podem ser convenientemente expressos pelas suas componentes nas direções X , Y e Z .

Na Figura 2.3(a) estão indicados os possíveis deslocamentos nas extremidades de um membro típico i para o sistema de eixos global. Na Figura 2.3(b) esses deslocamentos estão indicados para um sistema de eixos orientado com o membro, denominado como sistema de eixos local. Os eixos locais estão ordenados de forma que o eixo x coincida com o eixo longitudinal da barra e tenha sentido positivo de j pra k . Os eixos y e z estão num plano perpendicular ao eixo do membro. No entanto, a orientação desses eixos no plano é de pouca importância, já que a posição deles não tem efeito sobre a matriz de rigidez para o elemento de treliça.

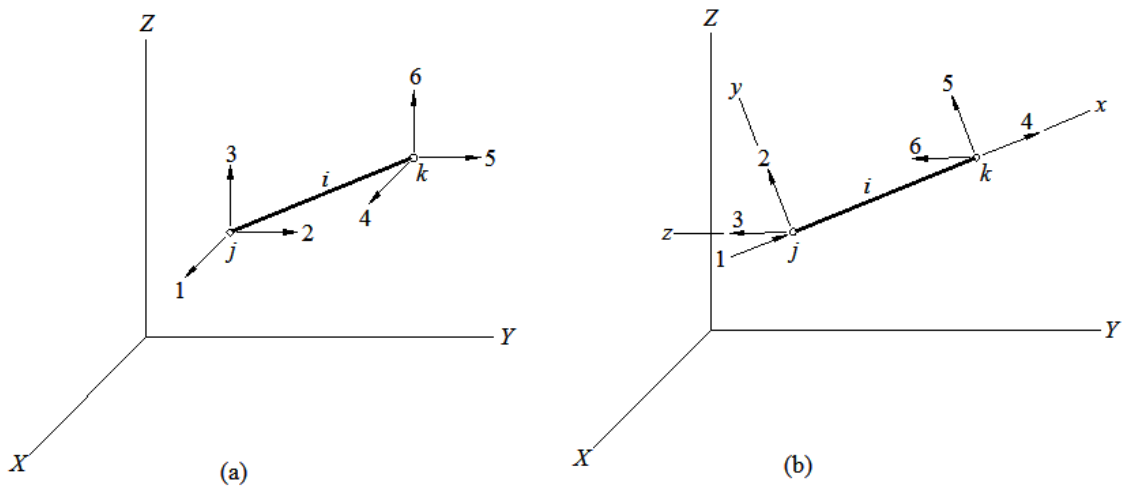


Figura 2.3 – Sistema de numeração para um elemento de treliça espacial.

Os seis deslocamentos mostrados na Figura 2.3(b) consistem em translações nas direções x , y e z nas extremidades j e k . A matriz de rigidez de membros de treliça espacial pode ser facilmente deduzida a partir de rigidezes de membro para os casos de translação unitária na direção axial nas extremidades j e k . A matriz de rigidez resultante 6×6 é dada por:

$$\mathbf{K}_{ML} = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-1)$$

onde:

\mathbf{K}_{ML} – matriz de rigidez de membro no sistema de eixos local;

E – módulo de elasticidade;

A – área da seção transversal do membro;

L – comprimento do membro.

Nota-se que os elementos não-nulos nesta matriz estão associados somente com os deslocamentos 1 e 4, os quais são na direção do eixo x . Deste modo, demonstra-se que a matriz de rigidez para eixos locais é independente das direções escolhidas para os eixos y e z .

Para transformar a matriz de rigidez de membro do sistema de eixos local para o global, é requerida a matriz \mathbf{R}_T de transformação de rotação para um membro de treliça espacial, que tem a seguinte forma:

$$\mathbf{R}_T = \begin{bmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R} \end{bmatrix} \quad (2-2)$$

A matriz \mathbf{R} de rotação 3×3 , requerida para \mathbf{R}_T , tem a forma geral dada por:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} & \lambda_{13} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} & \lambda_{23} \\ \lambda_{31} & \lambda_{32} & \lambda_{33} \end{bmatrix} \quad (2-3)$$

Os três elementos λ_{11} , λ_{12} , λ_{13} da primeira linha de \mathbf{R} são os cossenos diretores para o eixo x em relação aos eixos globais. Logo, estes três elementos são os mesmos que os cossenos diretores do próprio membro, podendo ser encontrados a partir das coordenadas das extremidades j e k do membro:

$$\lambda_{11} = C_X = \frac{x_k - x_j}{L} \quad \lambda_{12} = C_Y = \frac{y_k - y_j}{L} \quad \lambda_{13} = C_Z = \frac{z_k - z_j}{L} \quad (2-4a)$$

A dedução das expressões dos cossenos diretores para os eixos y e z em relação aos eixos globais pode ser vista em Gere e Weaver [5] e resulta em:

$$\lambda_{21} = \frac{-C_X C_Z}{\sqrt{C_X^2 + C_Y^2}} \quad \lambda_{22} = \frac{-C_Y C_Z}{\sqrt{C_X^2 + C_Y^2}} \quad \lambda_{23} = \sqrt{C_X^2 + C_Y^2} \quad (2-4b)$$

$$\lambda_{31} = \frac{C_Y}{\sqrt{C_X^2 + C_Y^2}} \quad \lambda_{32} = \frac{-C_X}{\sqrt{C_X^2 + C_Y^2}} \quad \lambda_{33} = 0 \quad (2-4c)$$

O comprimento L do membro também pode ser calculado a partir das coordenadas de suas extremidades:

$$L = \sqrt{(x_k - x_j)^2 + (y_k - y_j)^2 + (z_k - z_j)^2} \quad (2-5)$$

Substituindo os cossenos diretores das Equações (2-4a), (2-4b) e (2-4c) na Equação (2-3), a matriz de rotação pode ser escrita da seguinte forma:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} C_X & C_Y & C_Z \\ \frac{-C_X C_Z}{\sqrt{C_X^2 + C_Y^2}} & \frac{-C_Y C_Z}{\sqrt{C_X^2 + C_Y^2}} & \sqrt{C_X^2 + C_Y^2} \\ \frac{C_Y}{\sqrt{C_X^2 + C_Y^2}} & \frac{-C_X}{\sqrt{C_X^2 + C_Y^2}} & 0 \end{bmatrix} \quad (2-6)$$

Esta matriz de rotação é válida para todas as posições do membro i , exceto quando este é horizontal (Figura 2.4). Neste caso, $x_j = x_k$ e $z_j = z_k$ e conseqüentemente C_X e C_Z serão nulos, impossibilitando o cálculo da matriz de rotação \mathbf{R} . Sendo assim, deve ser usada uma matriz de rotação alternativa \mathbf{R}_{alt} , dada por:

$$\mathbf{R}_{\text{alt}} = \begin{bmatrix} 0 & C_Y & 0 \\ 0 & 0 & C_Y \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2-7)$$

Esta expressão é válida para ambos os casos mostrados na Figura 2.4, sendo que o valor do coseno diretor para o membro da Figura 2.4(a) é igual a 1 e para o da Figura 2.4(b), igual a -1 .

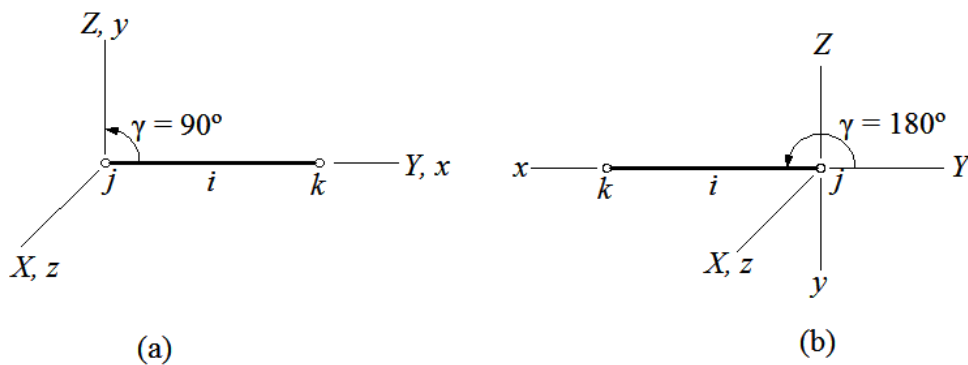


Figura 2.4 – Rotação de eixos para um membro vertical de treliça espacial.

Substituindo a matriz de rotação da Equação (2-6) ou a matriz de rotação da Equação (2-7) na Equação (2-2), a matriz de rigidez do membro \mathbf{K}_G 6×6 no sistema de eixos global pode ser obtida por:

$$\mathbf{K}_{MG} = \mathbf{R}_T^T \mathbf{K}_{ML} \mathbf{R}_T \quad (2-8)$$

Como etapa preliminar na análise, deve-se numerar os membros e os nós da estrutura. Os membros são numerados de 1 a m , e os nós sendo numerados de 1 a n_j .

Numa análise de treliça espacial, são levadas em conta apenas as deformações na direção axial, mas podendo existir três deslocamentos independentes em cada nó. Os possíveis deslocamentos num nó j da estrutura são representados pelos seguintes índices:

$3j - 2$ - índice correspondente à translação na direção X ;

$3j - 1$ - índice correspondente à translação na direção Y ;

$3j$ - índice correspondente à translação na direção Z .

O número de graus de liberdade de uma treliça espacial pode ser calculado por:

$$n_{gl} = 3n_j - n_r \quad (2-9)$$

onde n_r é o número de direções restringidas.

Os possíveis deslocamentos das extremidades do membro i estão indicados na Figura 2.5 e podem ser indexados pelas seguintes expressões:

$$j1 = 3j - 2 \quad j2 = 3j - 1 \quad j3 = 3j \quad (2-10)$$

$$k1 = 3k - 2 \quad k2 = 3k - 1 \quad k3 = 3k$$

Os índices da Equação (2-10) são convenientes para a determinação das contribuições das rigidezes de membro para a matriz de rigidez global. Também são úteis para calcular as ações de extremidade de membro devidas aos deslocamentos nodais.

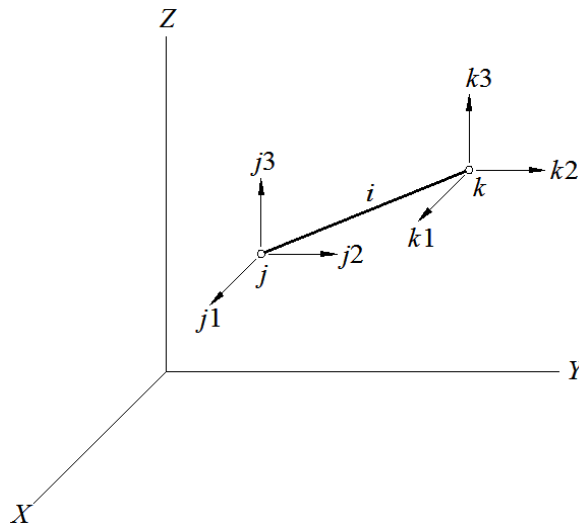


Figura 2.5 – Deslocamentos de extremidade para membro de treliça espacial.

O segundo passo consiste em formar a matriz de rigidez \mathbf{K}_G da estrutura. Tal formação consiste em gerar e transferir a matriz de rigidez \mathbf{K}_{MG} para todos os membros (1 a m) da estrutura.

Com o fim de gerar a matriz de rigidez global, primeiro, é gerada a matriz de rigidez 6×6 \mathbf{K}_{MG} para o i -ésimo membro da treliça, como foi visto na Equação (2-8). O membro i contribui para a matriz de rigidez global nas posições correspondentes aos nós j e k das suas extremidades. Assim, os elementos da matriz de rigidez \mathbf{K}_{MG} de cada membro i devem ser transferidos para a matriz de rigidez global \mathbf{K}_G através de uma manipulação ordenada de índices subscritos. A primeira coluna da matriz \mathbf{K}_{MG} consiste nas ações de restrição em j e k despertadas por uma translação unitária na direção X da extremidade j do membro i (índice $j1$). Esta coluna é transferida para a matriz \mathbf{K}_G da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{K}_G)_{j1,j1} &= (\mathbf{K}_G)_{j1,j1} + (\mathbf{K}_{MG_{1,i}}) \\
 (\mathbf{K}_G)_{j2,j1} &= (\mathbf{K}_G)_{j2,j1} + (\mathbf{K}_{MG_{2,i}}) \\
 (\mathbf{K}_G)_{j3,j1} &= (\mathbf{K}_G)_{j3,j1} + (\mathbf{K}_{MG_{3,i}}) \\
 (\mathbf{K}_G)_{k1,j1} &= (\mathbf{K}_{MG_{4,i}}) \\
 (\mathbf{K}_G)_{k2,j1} &= (\mathbf{K}_{MG_{5,i}}) \\
 (\mathbf{K}_G)_{k3,j1} &= (\mathbf{K}_{MG_{6,i}})
 \end{aligned} \tag{2-11}$$

Os três primeiros coeficientes de rigidez definidos nas equações (2-11) consistem na soma das contribuições de todos os membros que se unem no nó j , incluindo o membro i . Os três últimos coeficientes de rigidez contêm unicamente as contribuições do membro i .

Expressões idênticas às equações (2-11) também podem ser escritas para transferir a segunda coluna de \mathbf{K}_{MG} do membro i para a matriz \mathbf{K}_G , para uma translação unitária na direção Y do nó j (índice $j2$):

$$\begin{aligned} (\mathbf{K}_G)_{j1,j2} &= (\mathbf{K}_G)_{j1,j2} + (\mathbf{K}_{MG_{1,2}})_i \\ \dots & \\ (\mathbf{K}_G)_{k3,j2} &= (\mathbf{K}_{MG_{6,2}})_i \end{aligned} \quad (2-12)$$

Identicamente, para uma translação unitária do nó j na direção Z (índice $j3$), as expressões para transferir a terceira coluna de \mathbf{K}_{MG} são:

$$\begin{aligned} (\mathbf{K}_G)_{j1,j3} &= (\mathbf{K}_G)_{j1,j3} + (\mathbf{K}_{MG_{1,3}})_i \\ \dots & \\ (\mathbf{K}_G)_{k3,j3} &= (\mathbf{K}_{MG_{6,3}})_i \end{aligned} \quad (2-13)$$

As expressões para transferir a quarta coluna de \mathbf{K}_{MG} para a matriz \mathbf{K}_G são idênticas às apresentadas anteriormente, exceto que as três primeiras rigidezes consistem unicamente nas contribuições do membro i e as três últimas sendo a soma das contribuições de todos os membros que se unem no nó k . Deste modo, para uma translação unitária na direção X do nó k (índice $k1$), as expressões são dadas por:

$$\begin{aligned} (\mathbf{K}_G)_{j1,k1} &= (\mathbf{K}_{MG_{1,4}})_i \\ \dots & \\ (\mathbf{K}_G)_{k3,k1} &= (\mathbf{K}_G)_{k3,k1} + (\mathbf{K}_{MG_{6,4}})_i \end{aligned} \quad (2-14)$$

Identicamente, para uma translação unitária na direção Y do nó k (índice $k2$), as expressões para transferir a quinta coluna de \mathbf{K}_{MG} são:

$$\begin{aligned} (\mathbf{K}_G)_{j1,k2} &= (\mathbf{K}_{MG_{1,5}})_i \\ \dots & \\ (\mathbf{K}_G)_{k3,k2} &= (\mathbf{K}_G)_{k3,k2} + (\mathbf{K}_{MG_{6,5}})_i \end{aligned} \quad (2-15)$$

Finalmente, as expressões para transferir a sexta coluna de \mathbf{K}_{MG} para uma translação unitária na direção Z do nó k (índice $k3$), são:

$$\begin{aligned} (\mathbf{K}_G)_{j1,k3} &= (\mathbf{K}_{MG_{1,6}})_i \\ \dots & \\ (\mathbf{K}_G)_{k3,k3} &= (\mathbf{K}_G)_{k3,k3} + (\mathbf{K}_{MG_{6,6}})_i \end{aligned} \quad (2-16)$$

A matriz de rigidez \mathbf{K}_G assim formada, ainda não leva em consideração as condições de contorno nos nós da estrutura. Existem algumas técnicas para introdução destas condições de contorno na matriz de rigidez da estrutura. No entanto, devido à sua simplicidade de implementação num programa de análise estática estrutural, iremos nos concentrar apenas na *técnica do número grande*. Este procedimento corresponde à introdução de um apoio elástico de grande rigidez segundo a direção do deslocamento a prescrever.

Seja, por exemplo, o nó j de treliça espacial indicado na Figura 2.6 impedido à translação segundo as direções X , Y e Z por um apoio indeformável.

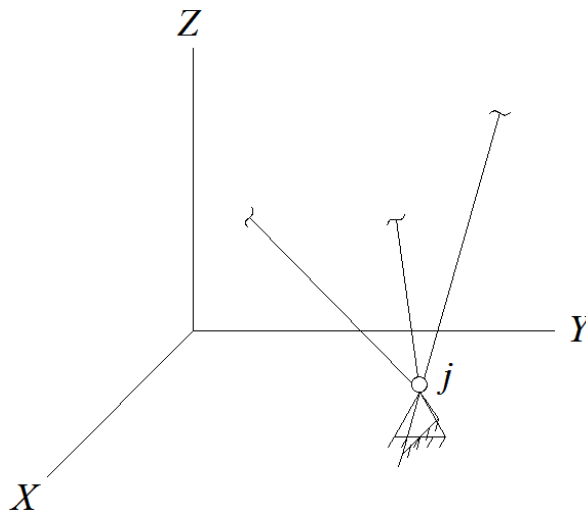


Figura 2.6 – Nó de treliça espacial restringido nas direções X , Y e Z .

Para considerar um apoio segundo estas direções, basta somar um coeficiente de mola NG de rigidez muito grande, denominado *número grande*, aos elementos da diagonal principal $(\mathbf{K}_G)_{j1,j1}$, $(\mathbf{K}_G)_{j2,j2}$, $(\mathbf{K}_G)_{j3,j3}$ da matriz de rigidez não restringida da estrutura:

$$(\mathbf{K}_G)_{j1,j1} = NG + (\mathbf{K}_G)_{j1,j1}$$

$$(\mathbf{K}_G)_{j2,j2} = NG + (\mathbf{K}_G)_{j2,j2} \quad (2-17)$$

$$(\mathbf{K}_G)_{j3,j3} = NG + (\mathbf{K}_G)_{j3,j3}$$

À medida que se aumenta o valor de NG , o apoio elástico se aproxima da condição de apoio indeformável. Experimentos numéricos mostram que com $NG = 10^{15}$ kN/m obtêm-se bons resultados na grande maioria dos casos.

Assim, as reações de apoio \mathbf{A}_R no nó j podem ser calculadas como os produtos com sinal negativo, do número grande pelos deslocamentos de nó, deste modo:

$$(\mathbf{A}_R)_{j1} = -NG\mathbf{D}_{j1}$$

$$(\mathbf{A}_R)_{j2} = -NG\mathbf{D}_{j2} \quad (2-18)$$

$$(\mathbf{A}_R)_{j3} = -NG\mathbf{D}_{j3}$$

Este procedimento pode ser usado para introdução de apoios em qualquer nó j da estrutura segundo as direções X , Y e Z .

O próximo passo da análise consiste em montar o vetor \mathbf{A} das cargas aplicadas à treliça espacial. Para fins de implementação computacional da análise estrutural, deve-se transformar o carregamento que atua sobre a estrutura para a forma de forças concentradas aplicadas nos nós. As cargas sobre uma treliça espacial normalmente consistem em forças nodais, mas em alguns casos, ações de natureza mais geral, como carga concentrada na barra e carga distribuída, podem ocorrer. Nesses casos, a carga atuante deve ser transformada em cargas nodais equivalentes. De posse das ações externas em forma de forças nodais, podemos formar o vetor \mathbf{A} (a obtenção desse vetor para os diferentes tipos de carregamentos considerados neste trabalho será apresentada no Item 2.2).

A Figura 2.7 mostra as ações num nó típico k de uma treliça espacial. As ações \mathbf{A}_{3k-2} , \mathbf{A}_{3k-1} e \mathbf{A}_{3k} correspondem, respectivamente, às componentes em X , Y e Z da força concentrada aplicada no nó. Estas ações são colocadas no vetor \mathbf{A} , que toma a seguinte forma:

$$\mathbf{A} = \{ \mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \mathbf{A}_3, \dots, \mathbf{A}_{3k-2}, \mathbf{A}_{3k-1}, \mathbf{A}_{3k}, \dots, \mathbf{A}_{3n_j-2}, \mathbf{A}_{3n_j-1}, \mathbf{A}_{3n_j} \} \quad (2-19)$$

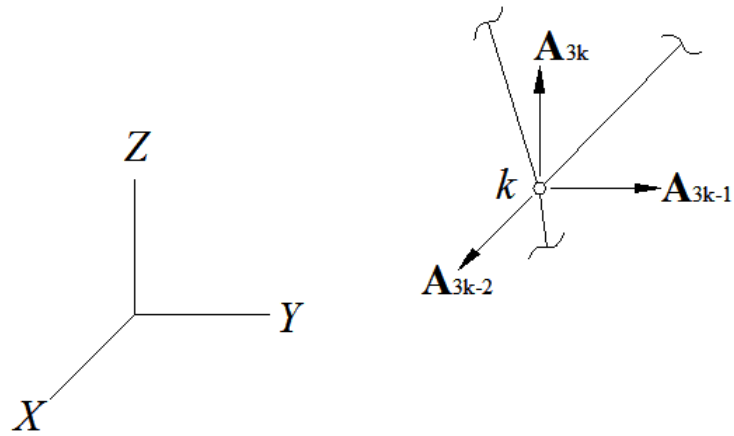


Figura 2.7 – Ações nodais para uma treliça espacial.

Depois de geradas as matrizes de rigidez e o vetor \mathbf{A} de cargas nodais, a solução para os deslocamentos nodais \mathbf{D} da estrutura é obtida por:

$$\{\mathbf{D}\} = [\mathbf{K}_G]^{-1} \{\mathbf{A}\} \quad (2-20)$$

O vetor dos deslocamentos nodais \mathbf{D} tem a seguinte forma:

$$\mathbf{D} = \{\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_2, \mathbf{D}_3, \dots, \mathbf{D}_{3k-2}, \mathbf{D}_{3k-1}, \mathbf{D}_{3k}, \dots, \mathbf{D}_{3n_j-2}, \mathbf{D}_{3n_j-1}, \mathbf{D}_{3n_j}\} \quad (2-21)$$

onde \mathbf{D}_{3k-2} , \mathbf{D}_{3k-1} e \mathbf{D}_{3k} correspondem, respectivamente, às componentes em X , Y e Z do deslocamento do nó k .

As ações de extremidades para o membro i em relação aos eixos locais, mostradas na Figura 2.8, definem-se como se segue:

- $(\mathbf{A}_{ML})_{i,1}$ - força na direção x na extremidade j ;
- $(\mathbf{A}_{ML})_{i,2}$ - força na direção y na extremidade j ;
- $(\mathbf{A}_{ML})_{i,3}$ - força na direção z na extremidade j ;
- $(\mathbf{A}_{ML})_{i,4}$ - força na direção x na extremidade k ;
- $(\mathbf{A}_{ML})_{i,5}$ - força na direção y na extremidade k ;
- $(\mathbf{A}_{ML})_{i,6}$ - força na direção z na extremidade k .

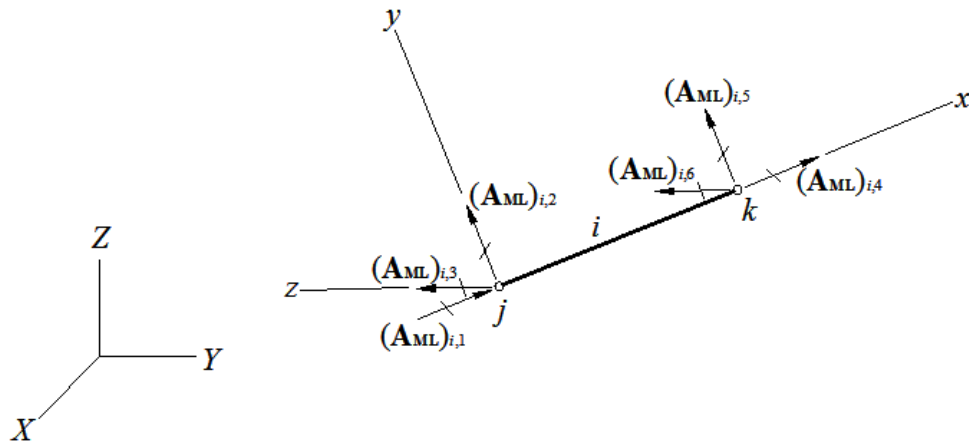


Figura 2.8 – Ações de extremidade em um membro de treliça espacial.

O vetor das ações de extremidade \mathbf{A}_{ML} de cada membro i da treliça espacial pode ser obtido pela seguinte Equação:

$$\{\mathbf{A}_{ML}\}_i = [\mathbf{K}_{ML}]_i [\mathbf{R}_T]_i \{\mathbf{D}\}_i \quad (2-22)$$

onde $[\mathbf{R}_T]_i$ é a matriz 6×6 de transformação de rotação, definida na Equação (2-2); $[\mathbf{K}_{ML}]_i$ é a matriz 6×6 de rigidez do membro i para o sistema de eixos local, definida na Equação (2-1); e $\{\mathbf{D}\}_i$ é o vetor dos deslocamentos nodais para as extremidades do membro i .

O vetor \mathbf{A}_{ML} terá valores nas posições $(\mathbf{A}_{ML})_{i,1}$ e $(\mathbf{A}_{ML})_{i,4}$, que correspondem às direções axiais. As demais posições do vetor serão nulas. A tensão σ_i num membro i é calculada dividindo $(\mathbf{A}_{ML})_{i,1}$ ou $(\mathbf{A}_{ML})_{i,4}$ pela área A da seção transversal do membro. Calculando com $(\mathbf{A}_{ML})_{i,4}$, a tensão σ_i positiva significará tensão axial de tração enquanto a negativa, compressão, de acordo com as direções dos eixos locais mostrados na Figura 2.8.

2.2 Cálculo dos Carregamentos

No caso de estruturas *offshore*, as principais cargas a que ela estará submetida depois de instalada são o peso do convés (que inclui o peso dos equipamentos e da tripulação), o peso próprio, o empuxo e as cargas ambientais de onda, de corrente e de vento. As cargas ambientais e o peso do convés são considerados neste trabalho como de natureza aleatória e, portanto, suas magnitudes dependem das variáveis aleatórias que as definem. As cargas de vento, por exemplo, dependem da variável aleatória Velocidade de Vento.

Como foi discutido no Item 2.1, as ações externas atuantes na estrutura devem ser manipuladas forma de cargas nodais, de modo que possamos formar um vetor \mathbf{A} que é

introduzido na Equação (2-20) para o cálculo dos deslocamentos nodais. Nos itens que se seguem são apresentados os métodos adotados neste trabalho para o cálculo dos carregamentos hidrodinâmicos (onda e corrente), de vento, de peso próprio e de empuxo em forma de forças nodais. Para cada tipo de carregamento será formado um vetor **A** de cargas nodais aplicadas à estrutura. No caso dos carregamentos de natureza aleatória, estes vetores são calculados em função dos valores das médias das variáveis aleatórias que os definem.

2.2.1 Cálculo do Carregamento Hidrodinâmico

O cálculo das forças induzidas pela ação das ondas realiza-se em duas etapas. Na primeira, calculam-se as velocidades e acelerações do fluido nos pontos de interesse. Na segunda, essas velocidades e acelerações são transformadas em forças atuantes nos componentes da estrutura.

As correntes marinhas induzem forças adicionais nas plataformas *offshore*. A velocidade da corrente é somada vetorialmente às velocidades produzidas pelas ondas.

As forças críticas produzidas pela onda são variáveis no tempo e tipicamente de natureza dinâmica. Para estruturas relativamente rígidas, é possível efetuar uma análise estática das cargas induzidas pelas ações ambientais. No entanto, em estruturas mais flexíveis, deve-se realizar uma análise dinâmica dessas cargas. Neste trabalho, o interesse se concentra apenas na análise estática dos carregamentos ambientais.

Basicamente, existem duas alternativas para a transformação dos campos de velocidade e acelerações em forças atuantes. A primeira leva em conta que a presença do componente estrutural modifica as características da onda incidente. Neste caso, as forças devem ser calculadas utilizando-se teorias da difração. O limite para este caso é dado em função da relação λ/D , onde λ é o comprimento da onda e D é o diâmetro do elemento. Quando essa relação é inferior a cinco, as teorias da difração devem ser consideradas.

A segunda alternativa pressupõe que o componente estrutural não interfere nas características da onda quando a relação λ/D é superior a cinco. Este é o caso de estruturas de plataformas *offshore* fixas, onde os membros são esbeltos (dimensão longitudinal predominante sobre as demais) e os comprimentos de onda normalmente superam 100 m. Nesta situação, as forças hidrodinâmicas são calculadas pela fórmula de Morison. Para o presente trabalho, esta alternativa se torna a mais adequada para a obtenção das forças hidrodinâmicas e será detalhada no Item 2.2.1.2. A seguir, serão apresentados alguns

conceitos de cinemática das partículas fluidas, necessários para aplicação da fórmula de Morison.

2.2.1.1 Cinemática das Partículas Fluidas

A seleção da teoria adequada para representar o comportamento do fluido representa um papel de grande importância na análise da plataforma *offshore*.

Para ser possível o uso de uma teoria ou de outra devem ser tomados alguns parâmetros característicos da onda, que são obtidos normalmente de registros de estações de observação oceanográficas. Com base nestes registros, é possível se determinar, de forma estatística, quais são as características da onda máxima, necessária para o projeto da plataforma *offshore*.

Normalmente esta onda é denominada “onda de projeto” ou “onda centenária” e, como o nome diz, é o valor esperado da maior onda em um período de cem anos, selecionada de acordo com os dados estatísticos da região.

Os parâmetros que definem a onda de projeto são: o período T , a altura H , o comprimento λ (obtido através da Equação (2-29a) em função de T e d) e a profundidade da lâmina d’água d (Figura 2.9).

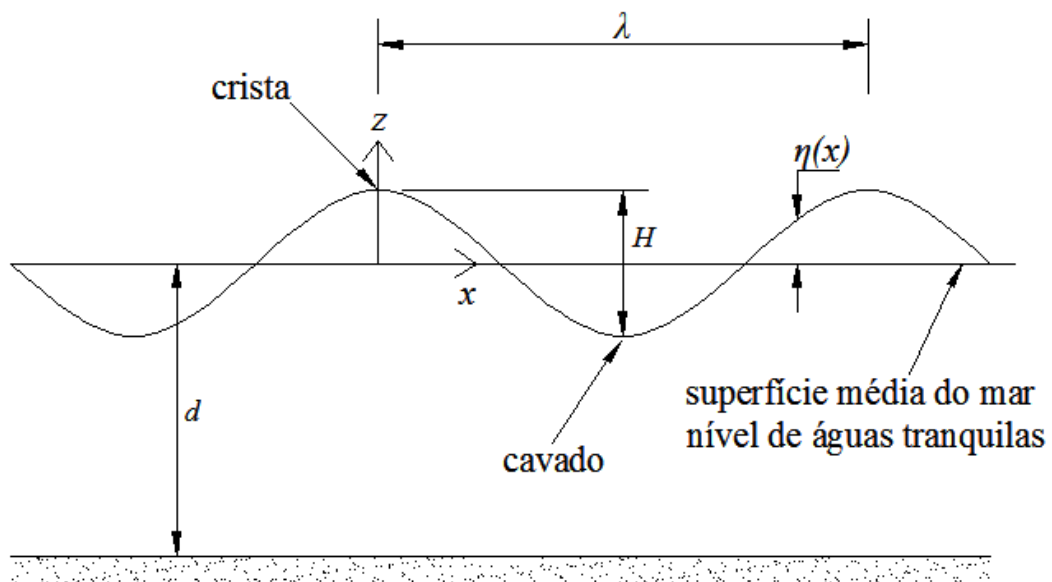


Figura 2.9 – Parâmetros da onda.

Uma vez de posse das características da onda de projeto, faz-se a seleção da teoria de onda que melhor represente o comportamento do fluido.

Algumas das principais teorias, como Stokes V, Cnoidal, Stream Function, etc. não são lineares, tornando suas aplicações consideravelmente complicadas, razão pela qual se prefere usar uma teoria linear, como a de Airy. Assim sendo, a teoria de Airy é normalmente utilizada.

A teoria linear de Airy é baseada na hipótese de que a elevação da crista da onda é pequena em relação ao comprimento da onda ou à profundidade e as condições de contorno são satisfeitas apenas até o nível de águas tranqüilas.

Na teoria linear de Airy, a profundidade da lâmina d'água é classificada em três regimes:

- Águas profundas – para uma profundidade da lâmina d'água maior que a metade do comprimento de onda ($d > \frac{1}{2} \lambda$);
- Águas rasas – para uma profundidade da lâmina d'água menor que o comprimento de onda dividido por 20 ($d < \frac{1}{20} \lambda$);
- Águas de transição – todos os outros casos ($\frac{1}{20} \lambda < d < \frac{1}{2} \lambda$).

As equações da teoria linear de Airy para o cálculo da cinemática das partículas da onda de projeto, num ponto distante x da origem do sistema de coordenadas e numa cota z em relação ao nível de águas tranqüilas foram obtidas de Chakrabarti [3] e são dadas por:

$$\eta(x, t) = \frac{H}{2} \cos(kx - \omega t) \quad (2-23)$$

$$v_x(x, z, t) = \frac{H}{2} \omega \frac{\cosh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \cos(kx - \omega t) \quad (2-24)$$

$$v_z(x, z, t) = \frac{H}{2} \omega \frac{\sinh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \sin(kx - \omega t) \quad (2-25)$$

$$a_x(x, z, t) = \frac{H}{2} \omega^2 \frac{\cosh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \sin(kx - \omega t) \quad (2-26)$$

$$a_z(x, z, t) = -\frac{H}{2} \omega^2 \frac{\sinh(k(z+d))}{\sinh(kd)} \cos(kx - \omega t) \quad (2-27)$$

onde:

η – altura da superfície do mar em relação ao nível de águas tranquilas numa posição x da onda;

v_x e v_z – velocidades nas direções x e z ;

a_x e a_z – acelerações nas direções x e z ;

H – altura da onda;

ω – frequência da onda ($\omega = 2\pi/T$);

k – número de onda ($k = 2\pi/\lambda$, obtido iterativamente a partir da relação da Equação (2-28a));

x e z – coordenadas do ponto considerado;

d – profundidade;

T – período da onda, definido de forma a obter a relação λ/H constante;

g – aceleração da gravidade ($g = 9,81\text{m/s}^2$)

O número de onda k se calcula iterativamente a partir da *relação de dispersão*:

$$\omega^2 = gk \tanh(kd) \quad (2-28a)$$

Para águas profundas, em que $\tanh(kd) \rightarrow 1$, a Equação (2-28a) é escrita como:

$$\omega^2 = gk \quad (2-28b)$$

O comprimento de onda é dado por:

$$\lambda = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh(kd) \quad (2-29a)$$

Para águas profundas, a Equação (2-29a) é escrita como:

$$\lambda = \frac{gT^2}{2\pi} = \frac{2\pi}{k} \quad (2-29b)$$

Neste trabalho, adotou-se uma relação determinística entre o período da onda e sua altura. O período T da onda de projeto foi definido de forma a obter a relação λ/H igual a 15.

Com esta expressão, a onda não quebra e o período fica completamente dependente da altura da onda. Caso se deseje um modelo probabilístico mais avançado de altura e período, pode-se usar a formulação apresentada por Ochi [8].

Inserindo $\lambda = 15H$ na Equação (2-29b), obtêm-se:

$$T = 3,1\sqrt{H} \quad (2-30)$$

Com a formulação exposta é possível avaliar as velocidades e acelerações das partículas para qualquer ponto de coordenadas (x, z, t) no fluido. No caso de uma análise estática (independente do tempo t), as equações apresentadas se tornam função apenas das coordenadas x e z .

2.2.1.2 Fórmula de Morison

A fórmula de Morison permite a obtenção das forças hidrodinâmicas por unidade de comprimento sobre cilindros verticais, colocados em posição perpendicular ao plano da onda incidente. Esta equação é dada por:

$$F_H = F_I + F_D = C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} a + C_D \rho \frac{D}{2} |v| v \quad (2-31)$$

onde:

F_H – força hidrodinâmica por unidade de comprimento;

F_I – parcela de inércia da força hidrodinâmica;

F_D – parcela de arraste da força hidrodinâmica;

C_M – coeficiente de inércia (1,5 a 2,5 para seções tubulares);

C_D – coeficiente de arraste (0,7 a 1,2 para seções tubulares);

ρ – massa específica do fluido;

D – diâmetro do elemento;

v – velocidade da partícula fluida devida à onda normal ao membro;

a – aceleração da partícula fluida devida à onda normal ao membro.

O primeiro termo da Equação (2-31) corresponde à força de inércia, proporcional à aceleração do fluido. O segundo termo corresponde à força de arraste, proporcional ao quadrado da velocidade do fluido.

Caso se considere a corrente, adiciona-se o valor da velocidade da mesma ao valor da velocidade da onda na parcela correspondente à força de arraste. A fórmula de Morison passa a ser definida por:

$$F_H = C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} a + C_D \rho \frac{D}{2} |v + V_C| (v + V_C) \quad (2-32)$$

onde V_C é a velocidade da corrente na cota z considerada. Como mostra a Figura 2.10, V_C varia com a profundidade, usualmente atingindo seu valor máximo V_S na superfície.

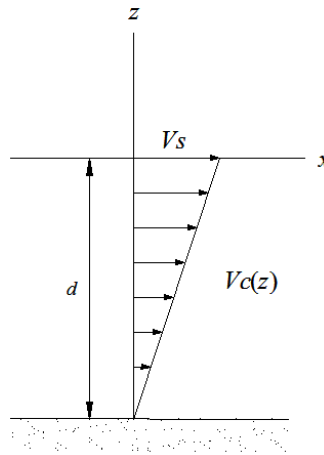


Figura 2.10 – Perfil da velocidade da corrente.

Numa modelagem onde o perfil de corrente pode ser representado por um perfil triangular com velocidade nula no fundo do mar, V_C numa cota z qualquer é facilmente calculada através de:

$$V_C(z) = \frac{d-z}{d} V_S \quad (2-33)$$

A fórmula de Morison apresentada se aplica para a situação em que o eixo do membro estrutural é perpendicular ao plano de incidência da onda. No caso de uma estrutura *offshore* real, a maioria dos elementos estará em posições arbitrárias com relação à onda, impossibilitando a aplicação direta da Equação (2-32). Existem várias técnicas na literatura para se calcular as forças sobre cilindros inclinados pela aplicação da fórmula de Morison.

Uma delas sugere que as forças sobre o cilindro inclinado podem ser calculadas considerando a velocidade e a aceleração normais ao membro. Sendo assim, torna-se necessário projetar as velocidades e acelerações horizontais e verticais para determinar as componentes das velocidades e acelerações normais ao eixo ao membro.

As parcelas de inércia e de arraste da fórmula de Morison são calculadas como dois carregamentos independentes. A carga por unidade de comprimento fornecida pela fórmula de Morison pode ser calculada para alguns pontos do membro, de modo a obter um carregamento distribuído ao longo do membro considerando-se uma variação linear. Desta forma, calculam-se as forças nodais equivalentes nos nós do membro considerando-os como treliça espacial. Estas forças nodais calculadas para todos os membros da estrutura com os valores das médias das variáveis Altura de Onda H , Coeficiente de Inércia C_M , Coeficiente de Arraste C_D e Velocidade de Corrente V_S , compõem os vetores \mathbf{A}_I e \mathbf{A}_D dos carregamentos nodais de inércia e arraste aplicados à estrutura.

Devido à complexidade de se implementar o procedimento convencional descrito e à necessidade de deduzir funções de transferência capazes de avaliar as tensões nos membros para valores quaisquer das variáveis de onda citadas, optou-se por obter os vetores \mathbf{A}_I e \mathbf{A}_D também via funções de transferência, que serão as mesmas utilizadas para as tensões. A dedução destas funções de transferência é apresentada no Item 2.3.

2.2.2 Cálculo do Carregamento de Vento

Existem na literatura diversas fórmulas que permitem calcular a carga devido à ação do vento. Concentrando-se na equação apresentada por Simiu e Scanlan [11], na qual a força resultante F_V devida ao vento, que incide numa parte qualquer da plataforma (componentes estruturais, convés etc.) acima do nível de águas tranqüilas, pode ser calculada por:

$$F_V = A_P \rho_{ar} C_V V_{méd}^2 \quad (2-46)$$

onde:

A_P – área projetada: área da projeção ortogonal da área exposta ao vento sobre um plano perpendicular à direção do vento;

ρ_{ar} – massa específica do ar (1,29kg/m³);

C_V – coeficiente de arraste do vento;

$V_{méd}$ – velocidade média do vento ao longo da altura do convés (ver Equação (2-47)).

A força resultante sobre o convés normalmente é muito maior do que a atuante nos membros da estrutura que se encontram acima do nível de águas tranqüilas. Sendo assim, é válido considerar na análise da estrutura, apenas a carga de vento sobre o convés.

A Figura 2.11 mostra os quatro nós do topo de uma plataforma, modelada como treliça espacial, interligados ao convés, representado por um cubo que abrange suas maiores dimensões. A força resultante de vento F_V atua perpendicularmente no centro da área projetada A_P do convés.

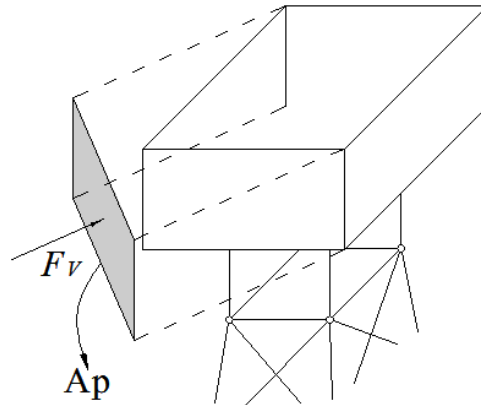


Figura 2.11 – Vista isométrica da parte superior de uma plataforma ligada ao convés.

A velocidade do vento a uma altura Z acima do nível de águas tranqüilas é calculada por:

$$V(Z) = V_R \left(\frac{Z}{Z_R} \right)^{1/n} \quad (2-47)$$

onde:

V_R – velocidade do vento na cota de referência (este valor corresponde à média da variável aleatória Velocidade de Vento V_W);

Z – cota acima do nível de águas tranqüilas;

Z_R – cota de referência acima do nível de águas tranqüilas na qual é medida a V_R (usualmente $Z_R = 10\text{m}$);

n – coeficiente de ajuste que usualmente varia de 7 a 13.

Pela Figura 2.12(a) observa-se que a velocidade do vento varia exponencialmente em função de Z . Para fins de cálculo da força resultante de vento, pode-se considerar aproximadamente uma distribuição uniforme com o valor médio $V_{méd}$ da velocidade de vento

ao longo da altura do convés, como mostra a Figura 2.12(b). Este valor médio é então substituído na Equação (2-46) para o cálculo da força resultante de vento F_V .

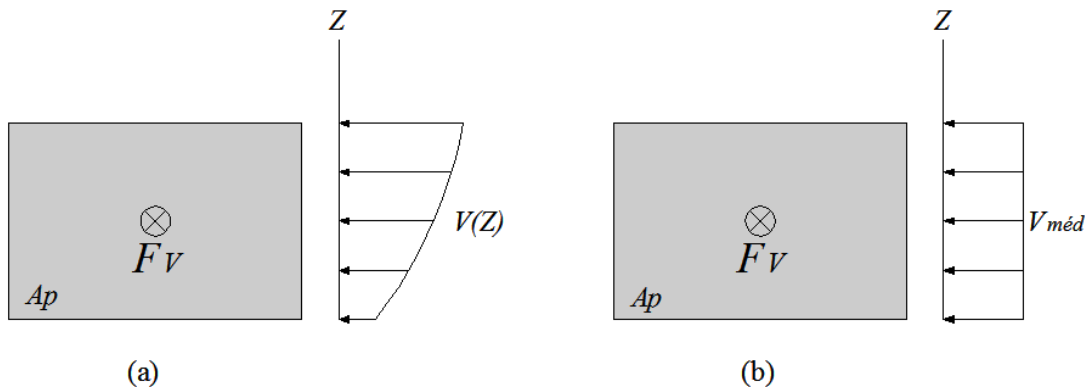


Figura 2.12 – Distribuição da velocidade de vento ao longo da altura do convés.

Calculada a força de vento F_V resultante no convés, esta deve ser transformada em ações nos nós da estrutura para que seja possível introduzir o carregamento de vento no vetor **A** de cargas aplicadas à estrutura, apresentado na Equação (2-21).

Na Figura 2.13, j , k , l e m são os quatro nós do topo da plataforma; L é o comprimento dos membros que unem estes nós; $F_V \sin(\alpha)$ e $F_V \cos(\alpha)$ são as componentes da resultante F_V nas direções X e Y , respectivamente. A força resultante F_V incide a uma altura $h_V = h_a + h_c/2$ em relação aos nós do topo, segundo uma direção dada pelo ângulo α com o eixo Y da estrutura.

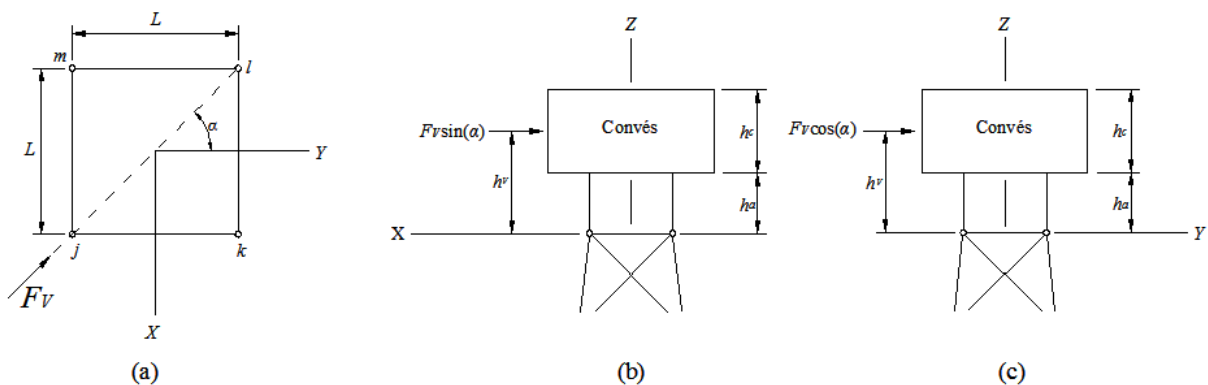


Figura 2.13 – (a) Vista em planta dos nós do topo da plataforma; (b) e (c) vista em elevação nos planos XZ e YZ , respectivamente.

As componentes $F_V \sin(\alpha)$ e $F_V \cos(\alpha)$, por sua vez, são transportadas para o plano dos nós do topo da plataforma, produzindo os binários $F_V \sin(\alpha) h_V$ e $F_V \cos(\alpha) h_V$, conforme ilustrado na Figura 2.14.

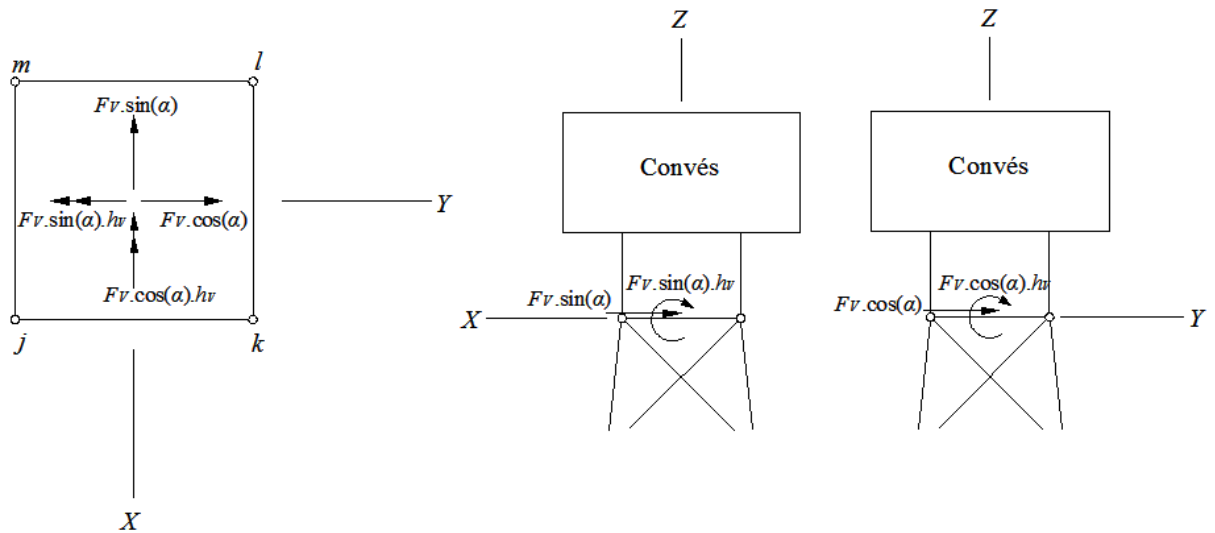


Figura 2.14 – Forças no plano dos nós do topo da plataforma, produzidas pela força resultante de vento F_V .

Finalmente, as ações $F_V \sin(\alpha)$, $F_V \cos(\alpha)$, $F_V \sin(\alpha)h_V$ e $F_V \cos(\alpha)h_V$ são escritas como forças nodais equivalentes nos nós j , k , l e m com componentes nas direções X , Y e Z . Estas forças ocuparão as posições $3(j\dots m) - 2$, $3(j\dots m) - 1$ e $3(j\dots m)$ do vetor \mathbf{A}_V das cargas nodais de vento aplicadas à estrutura e são calculadas como:

$$(\mathbf{A}_V)_{3j-2} = (\mathbf{A}_V)_{3k-2} = (\mathbf{A}_V)_{3l-2} = (\mathbf{A}_V)_{3m-2} = -\frac{F_V \sin(\alpha)}{4}$$

$$(\mathbf{A}_V)_{3j-1} = (\mathbf{A}_V)_{3k-1} = (\mathbf{A}_V)_{3l-1} = (\mathbf{A}_V)_{3m-1} = +\frac{F_V \cos(\alpha)}{4}$$

$$(\mathbf{A}_V)_{3j} = +\frac{F_V \sin(\alpha)h_V}{4\frac{L}{2}} + \frac{F_V \cos(\alpha)h_V}{4\frac{L}{2}}$$

$$(\mathbf{A}_V)_{3k} = +\frac{F_V \sin(\alpha)h_V}{4\frac{L}{2}} - \frac{F_V \cos(\alpha)h_V}{4\frac{L}{2}}$$

$$(\mathbf{A}_V)_{3l} = -\frac{F_V \sin(\alpha)h_V}{4\frac{L}{2}} - \frac{F_V \cos(\alpha)h_V}{4\frac{L}{2}}$$

$$(\mathbf{A}_V)_{3m} = -\frac{F_V \sin(\alpha)h_V}{4\frac{L}{2}} + \frac{F_V \cos(\alpha)h_V}{4\frac{L}{2}}$$

(2-48)

As demais posições do vetor \mathbf{A}_v serão nulas. O carregamento de vento calculado pelas Equações (2-48) como forças nodais é mostrado na Figura 2.15.

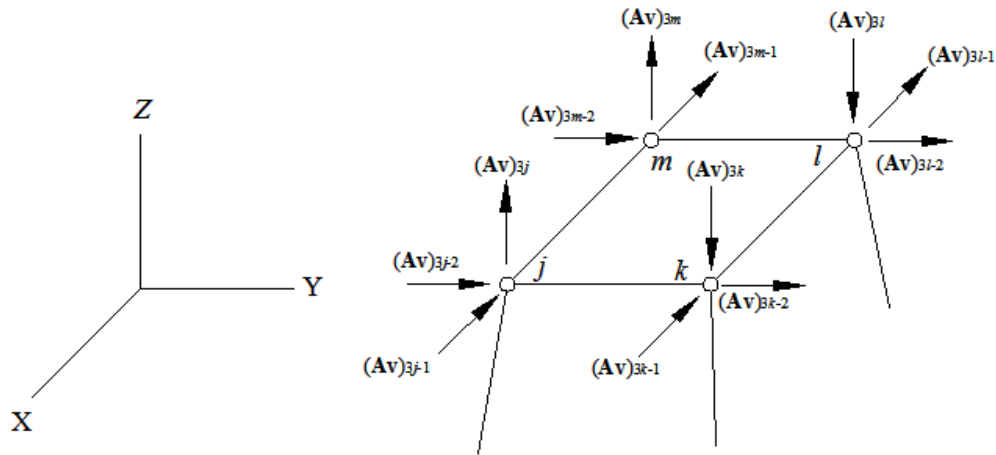


Figura 2.15 – Cargas devido ao vento nos nós do topo da estrutura.

2.2.3 Cálculo do Carregamento de Peso Próprio e Empuxo

O peso próprio de um membro i da estrutura pode ser representado por uma força na direção da gravidade (direção $-Z$ global), dada por:

$$(F_{pp})_i = \gamma V_i \quad (2-49)$$

onde γ é o peso específico do material de que o membro é constituído (aço no caso de jaquetas) e V_i é o volume do membro i .

A força $(F_{pp})_i$ do membro i é facilmente escrita como forças nodais equivalentes nos seus nós j e k , contribuindo para as posições $3j$ e $3k$ do vetor \mathbf{A}_{pp} das cargas nodais de peso próprio da seguinte forma:

$$(\mathbf{A}_{pp})_{3j} = -\frac{(F_{pp})_i}{2} \quad (2-50)$$

$$(\mathbf{A}_{pp})_{3k} = -\frac{(F_{pp})_i}{2}$$

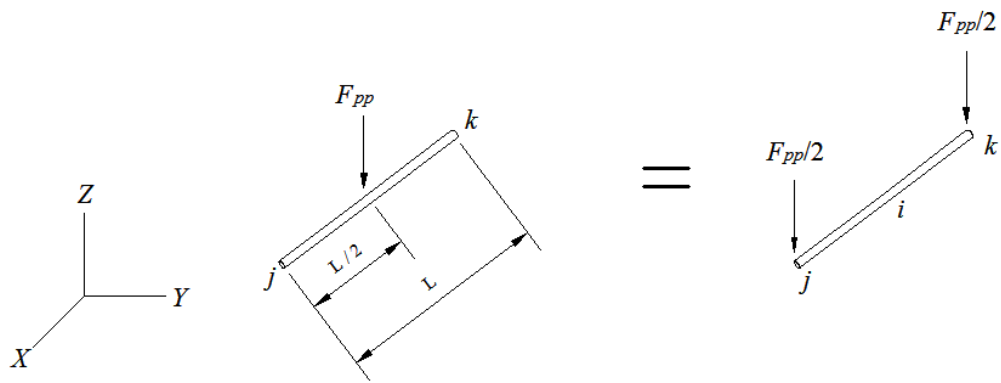


Figura 2.16 – Forças nodais de peso próprio num membro i .

O vetor \mathbf{A}_{PP} é então formado calculando-se as forças nodais de peso próprio de todos os membros e somando as que contribuem para uma mesma posição do vetor.

Por se tratar de uma estrutura marítima, devemos considerar o efeito do empuxo d'água nos seus membros que se encontram submersos e parcialmente submersos. A força resultante do empuxo num membro i tem direção contrária à do peso próprio (direção $+Z$) e é calculada por:

$$(F_E)_i = \gamma_{\text{água}} V_{S_i} \quad (2-51)$$

onde $\gamma_{\text{água}}$ é o peso específico da água do mar e V_{S_i} é o volume submerso do membro i considerado inundado.

A força $(F_E)_i$ é escrita como forças nodais equivalentes nos nós j e k do elemento i , contribuindo para as posições $3j$ e $3k$ do vetor \mathbf{A}_E das cargas nodais de empuxo da seguinte forma:

$$(A_E)_{3j} = +(F_E)_i \left(1 - \frac{L_S}{2L}\right) \quad (2-52)$$

$$(A_E)_{3k} = +(F_E)_i \frac{L_S}{2L}$$

onde L_S é o comprimento submerso do membro. O comprimento submerso dos membros é definido, simplifcadamente neste trabalho, em função da profundidade d do nível de águas tranquilas.

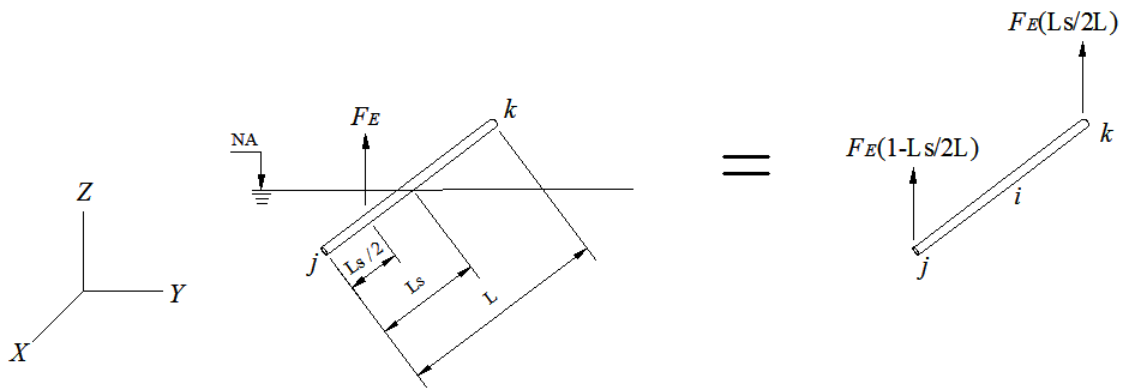


Figura 2.17 – Forças nodais de empuxo num membro i .

O vetor \mathbf{A}_E é então formado calculando-se as forças nodais de empuxo de todos os membros submersos ou parcialmente submersos, e somando as que contribuem para uma mesma posição do vetor.

2.2.4 Cálculo do Carregamento do Peso do Convés

Neste carregamento estão incluídos o peso próprio do convés e o peso de todos os equipamentos e tripulação. A variação de cargas da tripulação é considerada no desvio padrão da variável aleatória Peso do Convés PC .

As cargas nodais devidas ao peso do convés, assim como as de peso próprio, atuam na direção $-Z$ e são facilmente calculadas dividindo igualmente o valor da média μ_{PC} da variável aleatória Peso do Convés nos quatro nós do topo da plataforma.

O vetor \mathbf{A}_{PC} é então formado colocando estes valores nas posições $(\mathbf{A}_{PC})_{39}$, $(\mathbf{A}_{PC})_{42}$, $(\mathbf{A}_{PC})_{45}$, $(\mathbf{A}_{PC})_{48}$. As demais posições do vetor são nulas.

2.3 Funções de Transferência

No estudo de confiabilidade realizado neste trabalho, a probabilidade de falha é estimada avaliando as tensões solicitantes nos membros através de várias iterações. Em cada iteração, são gerados diferentes valores para as variáveis aleatórias que governam os carregamentos e conseqüentemente, as tensões nos membros.

Já focando na análise de confiabilidade, procurou-se desenvolver neste trabalho um meio computacionalmente eficiente de avaliar as tensões nos membros para um conjunto

qualquer de valores gerados para as variáveis aleatórias. Uma forma de se fazer isso é via função de transferência, que relacionam a magnitude das cargas com as tensões nos membros.

No caso do carregamento hidrodinâmico, as funções de transferência também servem para determinar os vetores \mathbf{A}_I e \mathbf{A}_D das cargas nodais de inércia e arraste aplicadas à estrutura.

Nos itens que se seguem são deduzidas as funções de transferências dos carregamentos governados por variáveis aleatórias.

2.3.1 Função de Transferência do Peso do Convés

Seja $[\sigma_{PC}(\mu PC)]_i$ a tensão num membro i que é obtida através do módulo de análise estrutural com o valor da média da variável aleatória Peso do Convés PC e $[\sigma_{PC}(PC)]_i$ a tensão neste membro i para um valor qualquer da variável aleatória PC . $f_1(PC)$ é a função de transferência que permite ajustar o valor conhecido de $[\sigma_{PC}(\mu PC)]_i$ para obter $[\sigma_{PC}(PC)]_i$ em função de um valor qualquer da variável PC .

Devido à hipótese de comportamento linear elástico da estrutura que considera que os esforços são linearmente proporcionais aos carregamentos, a função de transferência $f_1(PC)$ é obtida através de uma simples regra de três, onde a tensão $[\sigma_{PC}(PC)]_i$ num membro i devida ao peso do convés é proporcional a um valor qualquer da variável aleatória Peso do Convés PC , assim como a tensão $[\sigma_{PC}(\mu PC)]_i$ é proporcional à média μPC da variável aleatória PC :

$$[\sigma_{PC}(PC)]_i = f_1(PC)[\sigma_{PC}(\mu PC)]_i$$

$$[\sigma_{PC}(\mu PC)]_i \rightarrow \mu PC$$

$$[\sigma_{PC}(PC)]_i \rightarrow PC$$

$$[\sigma_{PC}(PC)]_i = \frac{PC}{\mu PC} [\sigma_{PC}(\mu PC)]_i \quad (2-53)$$

$$f_1(PC) = \frac{PC}{\mu PC} \quad (2-54)$$

2.3.2 Funções de Transferência do Carregamento de Vento

O mesmo é feito para obter a função de transferência $f_2(V_w)$ onde a tensão $[\sigma_{V_w}(V_w)]_i$ é proporcional ao carregamento de vento, que por sua vez, é proporcional ao quadrado da variável aleatória Velocidade do Vento V_w (vide Equações (2-46) e (2-47)):

$$[\sigma_{V_w}(V_w)]_i = f_2(V_w)[\sigma_{V_w}(\mu V_w)]_i$$

$$[\sigma_{V_w}(\mu V_w)]_i \rightarrow \mu V_w^2$$

$$[\sigma_{V_w}(V_w)]_i \rightarrow V_w^2$$

$$[\sigma_{V_w}(V_w)]_i = \frac{V_w^2}{\mu V_w^2} [\sigma_{V_w}(\mu V_w)]_i \quad (2-55)$$

$$f_2(V_w) = \frac{V_w^2}{\mu V_w^2} \quad (2-56)$$

2.3.3 Funções de Transferência do Carregamento Hidrodinâmico

Para a análise da estrutura é necessária a obtenção dos vetores \mathbf{A}_I e \mathbf{A}_D dos carregamentos nodais associados às parcelas de inércia e de arraste da fórmula de Morison em função dos valores das médias da Altura de Onda H , do Coeficiente de Inércia C_I , do Coeficiente de Arraste C_D e da Velocidade de Corrente V_S . Os vetores \mathbf{A}_I e \mathbf{A}_D correspondem aos vetores de forças nodais equivalentes obtidos a partir da integração das forças distribuídas por unidade de comprimento, calculadas pela fórmula de Morison, atuantes em todos os membros da estrutura.

Neste trabalho procurou-se desenvolver um meio alternativo para estimar os vetores \mathbf{A}_I e \mathbf{A}_D através da extrapolação de vetores \mathbf{A}_I^* e \mathbf{A}_D^* , calculados por um outro programa pelo procedimento convencional para um caso básico de onda, onde $C_M = C_M^*$, $C_D = C_D^*$, $H = H^*$ e $V_S = V_S^*$. Para isso, foi desenvolvido um conjunto de funções de transferência, cujas variáveis são os parâmetros de onda, que funcionam como um fator de correção que multiplicado pelos vetores \mathbf{A}_I^* e \mathbf{A}_D^* fornecem os vetores \mathbf{A}_I e \mathbf{A}_D para uma onda qualquer. Apesar do interesse dos vetores \mathbf{A}_I e \mathbf{A}_D apenas para a “onda média”, as funções de transferência serão assim

deduzidas por ser mais conveniente. Além disso, pensando na análise de confiabilidade, estas funções também servirão para a avaliação das tensões $[\sigma_I(C_M, H)]_i$ e $[\sigma_D(C_D, H, V_S)]_i$ num membro i devido à inércia e ao arraste da onda para valores quaisquer das variáveis C_M , C_D , H e V_S .

Dessa forma, os vetores de carregamento de inércia $\mathbf{A}_I(C_M, H)$ e de arraste $\mathbf{A}_D(C_D, H, V_S)$ para um conjunto genérico de parâmetros associados ao carregamento ambiental foram escritos como:

$$\mathbf{A}_I(C_M, H) = f_3(C_M) f_4(H) \mathbf{A}_I^* \quad (2-57)$$

$$\mathbf{A}_D(C_D, H, V_S) = f_5(C_D) f_6(H) f_7(V_S) \mathbf{A}_D^* \quad (2-58)$$

onde:

\mathbf{A}_I^* é o vetor carregamento de inércia para o caso básico ($C_M = C_M^*$ e $H = H^*$);

\mathbf{A}_D^* é o vetor carregamento de arraste para o caso básico ($C_D = C_D^*$, $H = H^*$, $V_S = V_S^*$);

$f_3(C_M)$ e $f_4(H)$ são, respectivamente, funções de transferência do coeficiente de inércia e da altura de onda;

$f_5(C_D)$, $f_6(H)$, $f_7(V_S)$ são, respectivamente, funções de transferência do coeficiente de arraste, da altura de onda e da velocidade de corrente.

As funções de transferência foram obtidas a partir do esforço horizontal resultante na base da plataforma. A soma dos componentes de força horizontal dos vetores \mathbf{A}_I e \mathbf{A}_D na direção da onda (supostamente alinhada com a corrente neste trabalho) fornecem as forças resultantes R_I e R_D na base da estrutura. Sendo assim, é possível relacionar que \mathbf{A}_I e R_I assim como \mathbf{A}_D e R_D são igualmente influenciados pelos parâmetros de onda, o que permite escrever as seguintes equações:

$$R_I(C_M, H) = f_3(C_M) f_4(H) R_I(C_M^*, H^*) \quad (2-59)$$

$$R_D(C_D, H, V_S) = f_5(C_D) f_6(H) f_7(V_S) R_D(C_D^*, H^*, V_S^*) \quad (2-60)$$

Para determinar as funções $f_3(C_M)$, $f_4(H)$, $f_5(C_D)$, $f_6(H)$ e $f_7(V_S)$, varia-se o valor do parâmetro de interesse (H para f_4 , por exemplo) em torno do valor do caso base (H^*) enquanto

os demais parâmetros são mantidos com os valores do caso básico. Para cada variação é calculada a força horizontal resultante na base da estrutura e avaliada a razão entre esta força resultante e a provocada pela onda do caso básico. Através de uma regressão polinomial obtêm-se os coeficientes da função que fornece, para um valor qualquer do parâmetro de onda considerado, o incremento ou a redução da força resultante (e também das forças nodais) em relação ao caso básico.

Dado a natureza do carregamento hidrodinâmico, observa-se que as funções $f_3(C_M)$ e $f_5(C_D)$ são lineares em C_M e C_D , respectivamente. Foi observado que para as demais funções um ajuste quadrático é uma aproximação bastante boa. Desta forma, o problema delineado é representado pelas seguintes equações:

$$f_3(C_M) = \frac{R_I(C_M, H^*)}{R_I(C_M^*, H^*)} = \frac{C_M}{C_M^*} \quad (2-61)$$

$$f_4(H) = \frac{R_I(C_M^*, H)}{R_I(C_M^*, H^*)} = a_0 + a_1H + a_2H^2 \quad (2-62)$$

$$f_5(C_D) = \frac{R_D(C_D, H^*, V_S^*)}{R_D(C_D^*, H^*, V_S^*)} = \frac{C_D}{C_D^*} \quad (2-63)$$

$$f_6(H) = \frac{R_D(C_D^*, H, V_S^*)}{R_D(C_D^*, H^*, V_S^*)} = b_0 + b_1H + b_2H^2 \quad (2-64)$$

$$f_7(V_S) = \frac{R_D(C_D^*, H^*, V_S)}{R_D(C_D^*, H^*, V_S^*)} = c_0 + c_1V_S + c_2V_S^2 \quad (2-65)$$

onde os parâmetros com asterisco representam os valores dos parâmetros para o caso básico e os sem asterisco para valores genéricos dos parâmetros.

As forças horizontais resultantes na base da estrutura, bem como os vetores \mathbf{A}_I^* e \mathbf{A}_D^* referentes ao caso básico de onda, foram calculados pelo programa desenvolvido na tese de doutorado de Sagrilo [9]. As análises de regressão foram realizadas no Mathcad.

Os parâmetros utilizados na avaliação do caso básico do carregamento ambiental foram os seguintes:

$$C_M^* = 2,0, C_D^* = 1, H^* = 16 \text{ m e } V_S^* = 0,80 \text{ m/s}$$

Devido à consideração de uma análise estática, a crista da onda deve ser colocada numa posição em relação à estrutura que produza as máximas tensões nos membros. Esta posição, denominada *offset* crítico, é normalmente definida pela máxima força horizontal resultante na base da estrutura ou pelo máximo momento de tombamento. Neste trabalho, foi calculada a força horizontal resultante $R = R_I + R_D$ na base da estrutura para diversas posições e o *offset* crítico definido igual àquela em que se obteve o maior valor de R .

Com base em Holm et al. [6], adotou-se a direção α de incidência da onda, vento e corrente (assumidos colineares) igual a 30° como sendo a mais crítica.

A parcela de inércia da força horizontal resultante na base da estrutura, calculada para o caso básico que foi definido, é dada por:

$$R_I(C_M^*, H^*) = 2,792 \text{ MN}$$

A função $f_4(H)$ foi determinada variando a Altura de Onda H e mantendo os demais parâmetros fixos (iguais aos do caso básico):

Tabela 2.1 – Dados para regressão linear da função $f_4(H)$.

H [m]	$R_I(C_M^*, H)$ [MN]	$R_I(C_M^*, H) / R_I(C_M^*, H^*)$
13,0	2,684	0,961
14,5	2,746	0,984
16,0	2,792	1
17,5	2,829	1,013
19,0	2,863	1,025

A regressão polinomial de grau 2 dos argumentos das primeira e terceira coluna fornece os coeficientes da função $f_4(H)$:

$$f_4(H) = \frac{R_I(C_M^*, H)}{R_I(C_M^*, H^*)} = 0,63878 + 0,03462H - 0,00075H^2 \quad (2-66)$$

A parcela de arraste da força horizontal resultante na base da estrutura calculada para este mesmo caso é dada por:

$$R_D(C_D^*, H^*, V_S^*) = 5,62 \text{ MN}$$

A função $f_6(H)$ foi determinada variando a Altura de Onda H e mantendo os demais parâmetros fixos:

Tabela 2.2 – Dados para regressão linear da função $f_6(H)$.

H [m]	$R_D(C_D^*, H, V_S^*)$ [MN]	$R_D(C_M^*, H, V_S^*) / R_D(C_D^*, H^*, V_S^*)$
13,0	3,527	0,628
14,5	4,516	0,804
16,0	5,62	1
17,5	6,853	1,219
19,0	8,223	1,463

A regressão polinomial de grau 2 dos argumentos das primeira e terceira coluna fornece os coeficientes da função $f_6(H)$:

$$f_6(H) = \frac{R_D(C_D^*, H, V_S^*)}{R_D(C_D^*, H^*, V_S^*)} = 0,09453 - 0,0257H + 0,00514H^2 \quad (2-67)$$

Repetindo o procedimento, agora variando a Velocidade de Corrente V_S :

Tabela 2.3 – Dados para regressão linear da função $f_7(V_S)$.

V_S [m/s]	$R_D(C_D^*, H^*, V_S)$ [MN]	$R_D(C_M^*, H^*, V_S) / R_D(C_D^*, H^*, V_S^*)$
0,50	4,92	0,875
0,65	5,263	0,936
0,80	5,62	1
0,95	5,989	1,066
1,10	6,372	1,134

A regressão polinomial de grau 2 dos argumentos das primeira e terceira coluna fornece os coeficientes da função $f_7(V_S)$:

$$f_7(V_S) = \frac{R_D(C_D^*, H^*, V_S)}{R_D(C_D^*, H^*, V_S^*)} = 0,68813 + 0,34892V_S + 0,05103V_S^2 \quad (2-68)$$

Finalmente, substituindo as Equações (2-37), (2-38), (2-39), (2-40) e (2-41) nas equações (2-35) e (2-36) obtêm-se as expressões para o cálculo dos vetores $\mathbf{A}_I(C_M, H)$ e $\mathbf{A}_D(C_D, H, V_S)$ dos carregamentos de inércia e arraste para um carregamento genérico:

$$\mathbf{A}_I(C_M, H) = \frac{C_M}{2} (0,63878 + 0,03462H - 0,00075H^2) \mathbf{A}_I^* \quad (2-69)$$

$$\mathbf{A}_D(C_D, H, V_S) = C_D (0,09453 - 0,0257H + 0,00514H^2) (0,68813 + 0,34892V_S + 0,05103V_S^2) \mathbf{A}_D^* \quad (2-70)$$

Os vetores \mathbf{A}_I e \mathbf{A}_D da onda de projeto são obtidos inserindo os valores médios das variáveis C_M , C_D , H e V_S e os vetores \mathbf{A}_I^* e \mathbf{A}_D^* nas Equações (2-69) e (2-70).

A hipótese de comportamento linear elástico permite que se relacione as magnitudes das tensões $[\sigma_I(C_M, H)]_i$ e $[\sigma_D(C_D, H, V_S)]_i$ com as tensões $[\sigma_I(C_M^*, H^*)]_i$ e $[\sigma_D(C_D^*, H^*, V_S^*)]_i$ através das mesmas funções de transferência utilizadas para relacionar \mathbf{A}_I e \mathbf{A}_D com \mathbf{A}_I^* e \mathbf{A}_D^* .

Assim, as expressões para obtenção das tensões num membro i devido às parcelas de inércia e de arraste para valores quaisquer das variáveis de onda são:

$$[\sigma_I(C_M, H)]_i = f_3(C_M) f_4(H) [\sigma_I(C_M^*, H^*)]_i$$

$$[\sigma_I(C_M, H)]_i = \frac{C_M}{2} (0,63878 + 0,03462H - 0,00075H^2) [\sigma_I(C_M^*, H^*)]_i \quad (2-71)$$

$$[\sigma_D(C_D, H, V_S)]_i = f_5(C_D) f_6(H) f_7(V_S) [\sigma_D(C_D^*, H^*, V_S^*)]_i$$

$$[\sigma_D(C_D, H, V_S)]_i = C_D (0,09453 - 0,0257H + 0,00514H^2) (0,68813 + 0,34892V_S + 0,05103V_S^2) [\sigma_D(C_D^*, H^*, V_S^*)]_i \quad (2-72)$$

As expressões deduzidas para avaliação das tensões nos membros da estrutura em função de valores quaisquer das variáveis aleatórias proporcionam grande eficiência computacional na análise de confiabilidade, uma vez que não é necessário a re-análise da estrutura para cada novo conjunto de valores das variáveis aleatórias, geradas a cada iteração.

Nota-se que também é preciso analisar a estrutura com os vetores \mathbf{A}_I^* e \mathbf{A}_D^* , de forma a obter as tensões $[\sigma_I(C_M^*, H^*)]_i$ e $[\sigma_D(C_D^*, H^*, V_S^*)]_i$ para que as Equações (2-71) e (2-72) possam ser usadas.

3. CONCEITOS DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

O principal objetivo da confiabilidade estrutural é a avaliação da segurança de uma estrutura, ou seja, a avaliação de que a mesma não falhe em atender aos objetivos para os quais ela foi projetada, ao longo da sua vida útil. Na realidade, não existe estrutura 100% confiável, sempre existirá o risco de ela vir a falhar. Porém, este risco deve ser mantido em níveis aceitáveis de acordo com critérios de segurança e economia.

A probabilidade de falha é a medida normalmente usada para avaliar a confiabilidade de uma estrutura. Os métodos para avaliação da probabilidade de falha serão discutidos no Item 3.4. A seguir, serão apresentados alguns tópicos introdutórios a tal item.

3.1 Variáveis Aleatórias e Distribuições de Probabilidades

Se os resultados dos experimentos de um determinado fenômeno são previsíveis, o fenômeno é chamado de determinístico. Por outro lado, se os resultados dos experimentos não forem previsíveis o fenômeno é chamado de aleatório ou randômico. Neste caso, cada experimento deve ser associado a um valor de probabilidade de ocorrência do evento relacionado ao fenômeno em observação. Intuitivamente pode-se observar que: (a) a probabilidade está relacionada com a frequência de ocorrência do evento ao longo de uma seqüência com um grande número de experimentos, (b) ela deverá estar situada entre 0 e 1 e (c) a soma da probabilidade de todos os possíveis resultados do fenômeno deverá ser igual a 1.

Em alguns casos, os resultados de um evento podem ser identificados através de valores de uma função, tais como valores de uma função de variáveis aleatórias, os quais geralmente são representados por letras maiúsculas. Valores específicos de uma variável aleatória são representados por letras minúsculas.

Dada uma variável aleatória X , sua função densidade de probabilidade PDF (Probability Density Function) é expressa por $f(x)$ e a probabilidade da variável aleatória assumir um valor entre a e b é dado por:

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f_x(x) dx \quad (3-1)$$

Essa expressão indica a probabilidade da variável X assumir valores entre a e b . Para ser considerada uma PDF, algumas condições devem ser atendidas. Assim, a definição de PDF de uma variável aleatória X implica em:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } & f_X(x) \geq 0.0 \quad \text{para qualquer valor de } x; \\
 \text{b) } & \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) dx = 1.0 \quad \text{área unitária;} \\
 \text{c) } & \int_a^b f_X(x) dx = P(a \leq X \leq b).
 \end{aligned} \tag{3-2}$$

Se X é uma variável aleatória, a distribuição de probabilidade pode ser caracterizada por sua função de distribuição cumulativa CDF (Cumulative Distribution Function), que pode ser indicada por:

$$F_X(a) = \int_{-\infty}^a f_X(x) dx \tag{3-3}$$

$F_X(a)$ indica que a probabilidade da variável X assumir valores menores ou iguais a a . A função de distribuição cumulativa, possui as seguintes propriedades:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } & F_X(-\infty) = 0.0; \\
 \text{b) } & 0 \leq F_X(x) \leq 1.0; \\
 \text{c) } & F_X(\infty) = 1.0.
 \end{aligned} \tag{3-4}$$

A função densidade de probabilidade de uma variável X pode ser representada graficamente pela Figura 3.1:

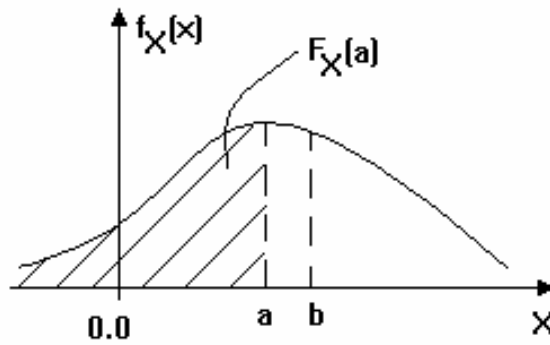


Figura 3.1 – Função densidade de probabilidade.

Da Figura 2.1 observa-se que a área sombreada sobre a PDF, representa a $P(X \leq a) = F(a)$, que é a probabilidade da variável aleatória X assumir valores menores ou iguais a a .

A função de distribuição cumulativa é indicada na Figura 3.2:

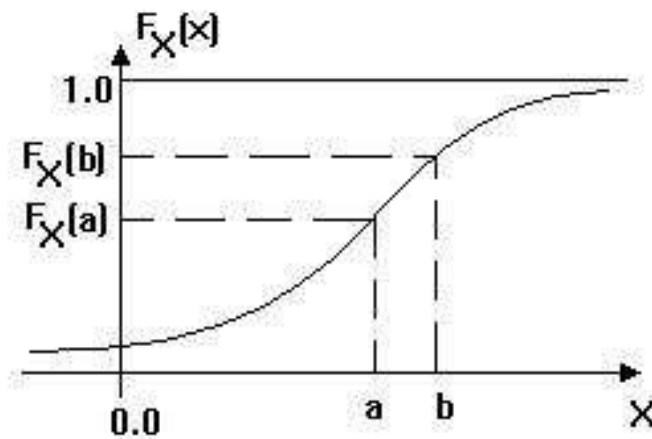


Figura 3.2 – Função de distribuição cumulativa.

3.1.1 Principais Parâmetros de Variáveis Aleatórias

a) Média

A média, ou valor médio, ou o valor esperado de uma variável aleatória X com PDF $f_X(x)$, é definido como:

$$E(X) = \mu_X = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx \quad (3-5)$$

b) Variância

É uma quantidade que dá uma medida da dispersão dos dados em torno da média. A variância é definida por:

$$Var(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_X)^2 f_X(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f_X(x) dx - 2\mu_X \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx + \mu_X^2 \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x) dx$$

$$Var(X) = E(X^2) - \mu_X^2 \quad (3-6)$$

c) Desvio padrão

A medida de dispersão mais indicada é a raiz quadrada da variância que é chamada de desvio padrão e definido por:

$$\sigma_X = \sqrt{Var(X)} \quad (3-7)$$

d) Coeficiente de variação

O coeficiente de variação mede, de forma adimensional, a dispersão dos dados da variável aleatória em torno da média. Coeficientes de variação baixos indicam que os valores da variável aleatória estão distribuídos próximos à média, enquanto que valores altos indicam uma grande dispersão em relação à média. O coeficiente de variação de X é definido como a razão entre o desvio padrão e a média:

$$\delta_X = \frac{\sigma_X}{\mu_X} \quad (3-8)$$

e) Coeficiente de covariância entre duas variáveis X e Y

O coeficiente de covariância entre duas variáveis X e Y é definido como:

$$Cov(X, Y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_X)(y - \mu_Y) dx dy \quad (3-9)$$

f) Coeficiente de correlação entre duas variáveis X e Y

Fisicamente, o significado da covariância pode ser melhor entendido através do coeficiente de correlação que é definido por:

$$\rho_{X,Y} = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} \quad (3-10)$$

onde σ_X e σ_Y são respectivamente os desvios padrões das variáveis X e Y .

O coeficiente de correlação $\rho_{X,Y}$, entre duas variáveis aleatórias X e Y , é um valor entre -1.0 e 1.0 que busca representar o grau de relação linear entre X e Y . Quando $\rho_{X,Y} = \pm 1.0$ existe uma forte relação linear entre X e Y , neste caso, diz-se que as variáveis são totalmente correlacionadas. No caso $\rho_{X,Y} = +1.0$, quando X assumir um valor grande em relação a sua média μ_X , Y também assumirá um valor grande, na mesma proporção que X , com relação a μ_Y . Por outro lado, se $\rho_{X,Y} = -1.0$, quando X assumir um valor grande em relação a μ_X , Y tenderá a diminuir seu valor, com a mesma proporção absoluta de X , com relação a μ_Y . Quando $\rho_{X,Y} = 0.0$ significa que não há relação linear entre X e Y e diz-se que as variáveis não são correlacionadas. O coeficiente de correlação pode se interpretado geometricamente através da Figura 3.3.

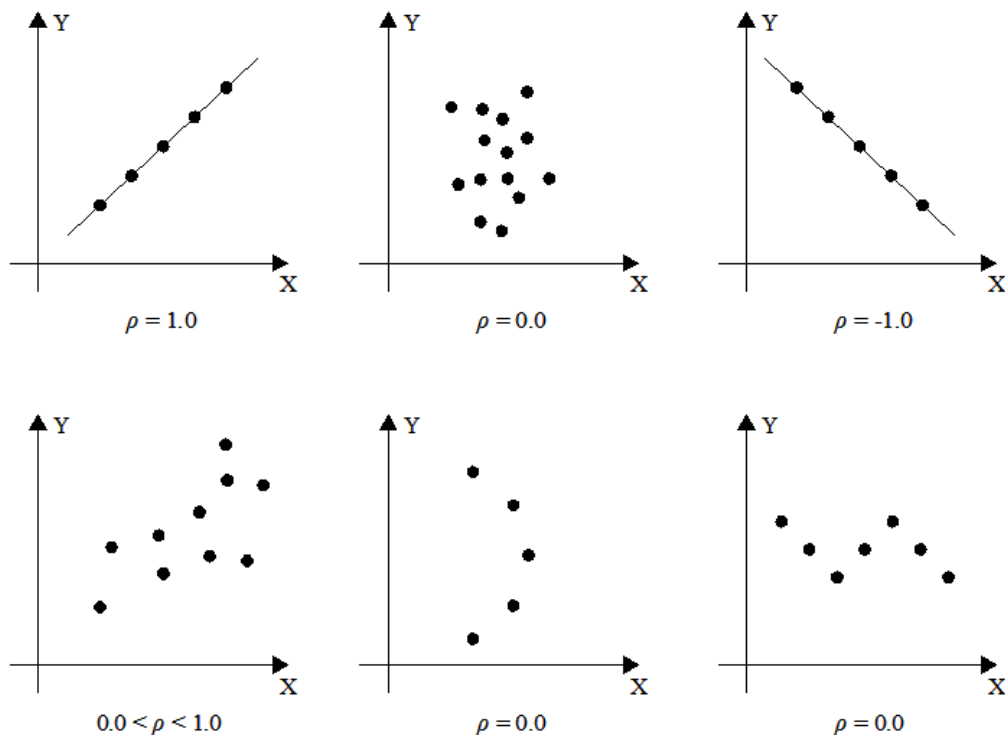


Figura 3.3 – Interpretação geométrica do coeficiente de correlação.

Para várias variáveis aleatórias X_1, X_2, \dots, X_n , a matriz de correlação entre as mesmas é definida por:

$$\rho = \begin{bmatrix} \rho_{X_1, X_1} & \rho_{X_1, X_2} & \dots & \rho_{X_1, X_n} \\ & \rho_{X_2, X_2} & \dots & \rho_{X_2, X_n} \\ \text{Sim.} & & \dots & \dots \\ & & & \rho_{X_n, X_n} \end{bmatrix} \quad (3-11)$$

onde ρ_{X_i, X_j} é o coeficiente de correlação entre as variáveis X_i e X_j .

3.1.2 Distribuições de Probabilidades

Muitas funções podem ser utilizadas para descrever a distribuição de probabilidade de variáveis aleatórias, desde que se enquadrem nas condições expostas nas Equações (3-2). Através da análise e pesquisa de dados históricos de fenômenos físicos, algumas funções tiveram sucesso em representar tais fenômenos e são largamente utilizados na engenharia. Neste item apresentam-se as principais distribuições de probabilidade utilizadas neste trabalho.

3.1.1.1 Distribuição Normal ou Gaussiana

É uma das distribuições mais conhecidas e aplicadas para representar uma variedade de variáveis aleatórias. A função densidade de probabilidade desta distribuição é dada por:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma_X \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_X}{\sigma_X} \right)^2 \right] \quad (3-12)$$

onde σ_x e μ_x são o desvio padrão e a média, respectivamente, da PDF. Uma notação resumida desta distribuição é $N(\mu_x, \sigma_x)$. A sua função cumulativa só pode ser avaliada por integração numérica ou usando tabelas disponíveis em livros de estatística. Na Figura 3.4 são mostradas quatro funções de densidade de probabilidade normal com diferentes variâncias (0,2; 1; 5; 0,5) e médias (0,0 e -2). Quanto mais dilatada é a base da PDF maior é a dispersão com relação à média.

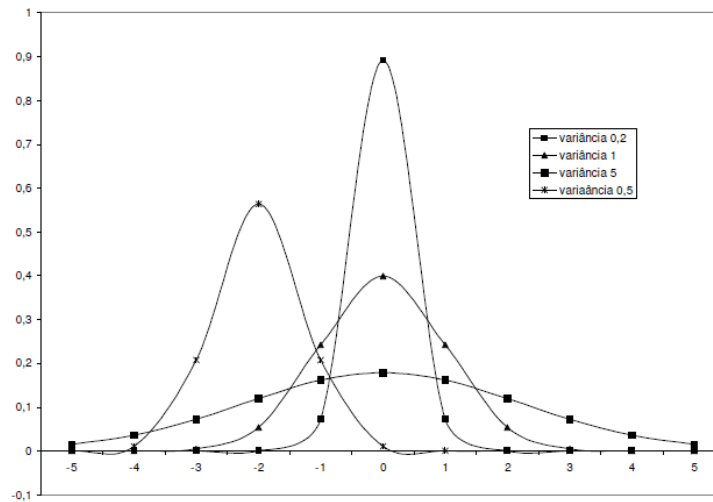


Figura 3.4 – Funções de densidade de probabilidade normais.

Uma alternativa equivalente e muito valiosa para a expressão (3-12) é obtida através da introdução de uma variável auxiliar, também conhecida como variável reduzida ou padrão, definida como

$$Y = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X} \quad (3-13)$$

que como será visto mais adiante, conduz à conhecida distribuição normal *padrão* de probabilidades

$$f_Y(y) = \phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}y^2\right) \quad (3-14)$$

cuja média e desvio padrão são iguais a 0 a 1, respectivamente. A função cumulativa de probabilidades desta distribuição é usualmente denotada por $\Phi(y)$ e é definida por:

$$\Phi(y) = \int_{-\infty}^y f_Y(y) dy \quad (3-15a)$$

Na Figura 3.5 esta distribuição é ilustrada graficamente.

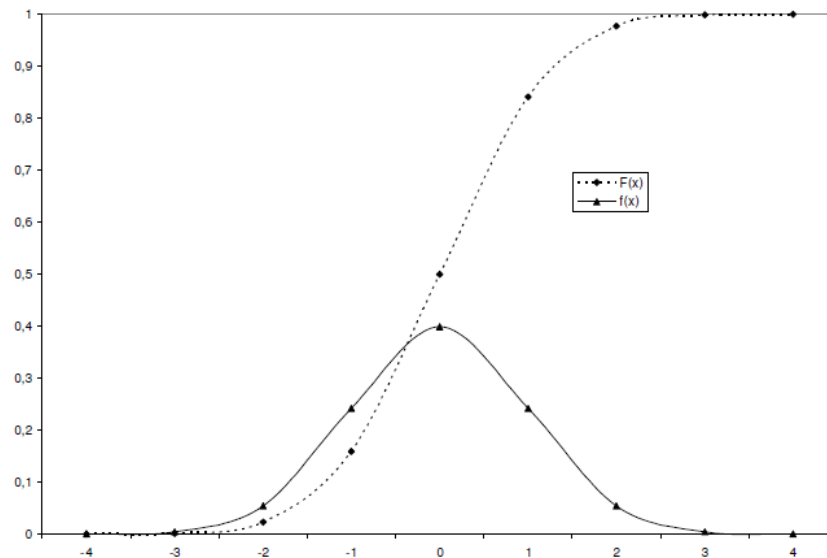


Figura 3.5 – Funções densidade e cumulativa da distribuição normal padrão.

Suponha-se uma variável X com distribuição de probabilidade normal $N(\mu_X, \sigma_X)$. A probabilidade de a mesma assumir valores entre a e b conforme a Figura 3.6, representada pela área escura, pode ser obtida usando as expressões (3-12) e (3-15a):

$$P(a \leq X \leq b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{(a-\mu_X)}{\sigma_X}}^{\frac{(b-\mu_X)}{\sigma_X}} \exp\left(-\frac{1}{2}s^2\right) ds$$

$$P(a \leq X \leq b) = \Phi\left(\frac{b-\mu_X}{\sigma_X}\right) - \Phi\left(\frac{a-\mu_X}{\sigma_X}\right) \quad (3-15b)$$

onde $\Phi(\cdot)$ é a função cumulativa normal padrão.

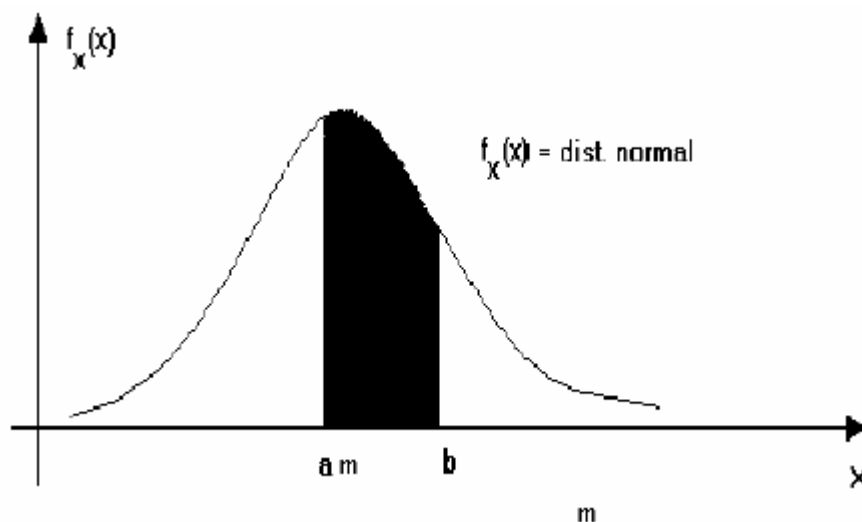


Figura 3.6 – Ilustração gráfica da probabilidade $P(a \leq X \leq b)$.

3.1.1.2 Distribuição Lognormal

Uma variável X tem distribuição lognormal quando estatisticamente $\ln(X)$ pode ser representado por uma distribuição normal. A PDF de uma variável lognormal é definida como:

$$f_x(x) = \frac{1}{\xi x \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{\ln(x) - \lambda}{\xi} \right]^2 \right\} \quad (3-16)$$

onde $\lambda = E[\ln(x)] = \mu_{\ln x}$ e $\xi = \sqrt{\text{Var}[\ln(x)]} = \sigma_{\ln x}$ são, respectivamente, a média e o desvio padrão de $\ln(X)$, os quais são os parâmetros dessa distribuição. Há uma relação entre λ e ξ com a média e o desvio padrão da variável dada por:

$$\xi^2 = \ln \left[1 + \left(\frac{\sigma_x}{\mu_x} \right)^2 \right] \quad (3-17)$$

$$\lambda = \ln(\mu_x) - \frac{1}{2} \xi^2$$

A Figura 3.7(a) apresenta a função densidade de probabilidade de uma variável aleatória lognormal para diferentes desvios padrões, bem como a Figura 3.7(b) representa a função de distribuição cumulativa lognormal. Percebe-se que a PDF admite valores somente para $X \geq 0$, ou seja, somente valores positivos, conforme se observa nas figuras.

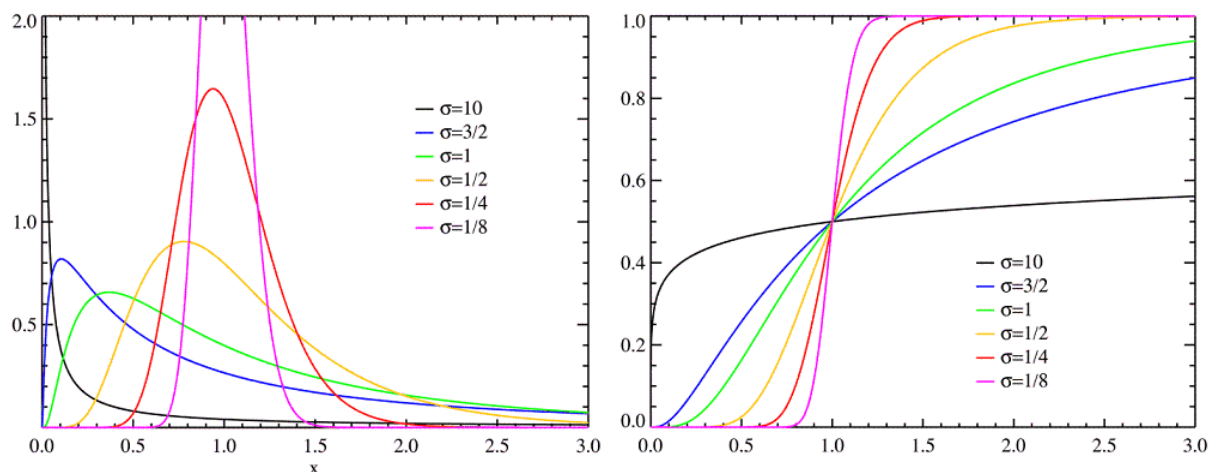


Figura 3.7 – (a) Função densidade e (b) cumulativa da distribuição lognormal.

Se X é uma variável aleatória lognormal, $P(a \leq X \leq b)$ pode ser calculada como:

$$P(a \leq X \leq b) = \Phi \left[\frac{\ln(b) - \lambda_x}{\xi_x} \right] - \Phi \left[\frac{\ln(a) - \lambda_x}{\xi_x} \right] \quad (3-18)$$

Notar que a equação acima corresponde exatamente à Equação (3-15b), onde a variável reduzida é definida como $Y = \frac{\ln(X) - \lambda_x}{\xi_x}$.

3.1.1.3 Distribuições de Probabilidades de Valores Extremos

Em muitas aplicações de engenharia, os valores extremos (máximos ou mínimos) de uma variável aleatória são de interesse. Em problemas estruturais, os máximos valores dos carregamentos atuantes na estrutura durante sua vida útil e os valores mínimos de resistência da mesma são as variáveis importantes para o projeto.

A maneira ideal de se avaliar a distribuição de probabilidades de valores extremos seria ajustar uma função de distribuição de probabilidades às amostras de valores extremos observados. Por exemplo, a determinação da distribuição de valores extremos anuais de uma variável aleatória seria feita ajustando-se uma distribuição de probabilidades aos valores máximos (ou mínimos) observados anualmente durante muitos anos (no mínimo 20 a 25 anos). Na prática, na grande maioria das vezes, não se dispõe de bancos de dados com uma amostragem significativa de valores extremos para proceder de tal forma.

Em virtude do que foi dito anteriormente, surgiu a chamada Estatística de Extremos que possibilita definir a distribuição de valores extremos (máximos ou mínimos) de uma variável aleatória X a partir da função distribuição de probabilidades da mesma (observe que esta variável inclui todo o intervalo de variação da variável em questão). Este tópico será abordado nas seções seguintes.

3.1.1.4 Distribuições Teóricas de Valores Extremos Máximos e Mínimos

Os valores máximo e mínimo de uma amostra finita de tamanho N são também variáveis aleatórias e, portanto, têm suas distribuições de probabilidades próprias.

Considere uma variável aleatória X com função de distribuição cumulativa $F_x(x)$. De uma amostra de tamanho N tomada de uma população (valores de x), cada amostra será (x_1, x_2, \dots, x_N) , onde os índices representam a ordem dos valores observados em cada uma das observações. Desde que cada valor observado é imprevisível a priori com relação à observação atual, assume-se que cada observação é um valor de uma variável aleatória e, portanto (x_1, x_2, \dots, x_N) é uma realização de variáveis aleatórias (X_1, X_2, \dots, X_N) . Sendo assim, o valor máximo extremo de uma amostra de tamanho N , será também variável aleatória:

$$Y_N = \max(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (3-19)$$

Se Y_N é o maior valor entre (X_1, X_2, \dots, X_N) e é menor que y , logo todas as outras variáveis aleatórias da amostra serão menores que y também. Para efeito de simplificação, assume-se que X_1, X_2, \dots, X_N são estatisticamente independentes e identicamente distribuídas como a variável inicial X , logo:

$$F_{X_1}(x) = F_{X_2}(x) = \dots = F_{X_N}(x) = F_X(x) \quad (3-20)$$

Assim, a função cumulativa do valor máximo extremo pode ser definida como:

$$\begin{aligned} F_{Y_N}(y) &= P(Y_N \leq y) \\ F_{Y_N}(y) &= P(X_1 \leq y, X_2 \leq y, \dots, X_N \leq y) \\ F_{Y_N}(y) &= P(X_1 \leq y) \cdot P(X_2 \leq y) \cdot \dots \cdot P(X_N \leq y) \\ F_{Y_N}(y) &= [F_X(y)]^N \end{aligned} \quad (3-21)$$

A correspondente função densidade de probabilidades é:

$$f_{Y_N}(y) = \frac{\partial F_{Y_N}(y)}{\partial y} = N [F_X(y)]^{N-1} f_X(y) \quad (3-22)$$

onde $f_X(\cdot)$ é a função densidade de probabilidades da variável inicial X .

O valor mínimo de uma amostra de tamanho N pode ser definido como:

$$Y_1 = \min(X_1, X_2, \dots, X_N) \quad (3-23)$$

Se Y_I é o menor valor entre (X_1, X_2, \dots, X_N) e é maior que y , logo todas as outras variáveis aleatórias da amostra serão também maiores que y . Assumindo-se as mesmas hipóteses definidas acima, tem-se que:

$$\begin{aligned}
 1 - F_{Y_I}(y) &= P(Y_N > y) \\
 1 - F_{Y_I}(y) &= P(X_1 > y, X_2 > y, \dots, X_N > y) \\
 1 - F_{Y_I}(y) &= [1 - F_{X_1}(y)] \cdot [1 - F_{X_2}(y)] \cdot \dots \cdot [1 - F_{X_N}(y)] \\
 1 - F_{Y_I}(y) &= [1 - F_X(y)]^N
 \end{aligned} \tag{3-24}$$

Assim, a função cumulativa do valor mínimo extremo pode ser definida como:

$$F_{Y_I}(y) = 1 - [1 - F_X(y)]^N \tag{3-25}$$

A correspondente função densidade de probabilidades é:

$$f_{Y_I}(y) = \frac{\partial F_{Y_I}(y)}{\partial y} = N [1 - F_X(y)]^{N-1} f_X(y) \tag{3-26}$$

No método apresentado, a distribuição de probabilidades de X é chamada de distribuição *parente*. A variável N se refere ao número de amostras da variável X coletadas durante um determinado período de tempo. Por exemplo, se N for o número de amostras coletadas no período de um ano as distribuições definidas por (3-22) e (3-24) se referem ao valor máximo extremo anual e ao valor mínimo extremo anual, respectivamente.

3.1.1.5 Distribuições Assintóticas de Valores Extremos

Através de pesquisas no passado, estatísticos chegaram à conclusão de que as distribuições de extremos, apresentados no item anterior, tendem a distribuições assintóticas quando N tende a infinito. Foi também observado que a forma da distribuição assintótica depende basicamente do comportamento da extremidade de interesse (máximos ou mínimos) da distribuição parente da variável investigada.

Ang e Tang [1] consideram basicamente três tipos de distribuições assintóticas para valores extremos máximos e mínimos: distribuição de extremos Tipo I, Tipo II e Tipo III.

As expressões matemáticas das distribuições de probabilidades, utilizadas neste trabalho, são apresentadas na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Distribuições assintóticas de extremo

Distribuição	$f_X(x)$ (PDF)	$F_X(x)$ (CDF)	E(X) (Média)	$\text{Var}(X)^{1/2}$ (Desvio Padrão)
Tipo I máximos (Gumbel)	$\alpha \exp\{-\alpha(x-u) - \exp[-\alpha(x-u)]\}$	$\exp\{-\exp[-\alpha(x-u)]\}$	$u + \frac{0.5772}{\alpha}$	$\frac{\pi}{\sqrt{6}\alpha}$
Tipo I mínimos	$\alpha \exp\{\alpha(x-u) - \exp[\alpha(x-u)]\}$	$1 - \exp\{-\exp[\alpha(x-u)]\}$	$u - \frac{0.5772}{\alpha}$	$\frac{\pi}{\sqrt{6}\alpha}$
Tipo II máximos (Frechet)	$\frac{k}{v} \left(\frac{v}{x}\right)^{k+1} \exp\left[-\left(\frac{v}{x}\right)^k\right]$	$\exp\left[-\left(\frac{v}{x}\right)^k\right]$	$v\Gamma\left(1 - \frac{1}{k}\right)$	$v \left[\Gamma\left(1 - \frac{2}{k}\right) - \Gamma^2\left(1 - \frac{1}{k}\right) \right]^{\frac{1}{2}}$
Tipo III (Weibull)	$\frac{k}{v} \left(\frac{v}{x}\right)^{k-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{v}\right)^k\right]$	$1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{v}\right)^k\right]$	$v\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)$	$v \left[\Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{k}\right) \right]^{\frac{1}{2}}$

Nota: $\Gamma(\cdot)$ é a função Gamma.

3.1.3 Distribuições Normais Equivalentes

Caso a distribuição de probabilidades de uma variável aleatória X não seja normal, uma distribuição normal equivalente pode ser obtida de tal forma que a função cumulativa e a função densidade de probabilidade desta distribuição, sejam iguais as aquelas da distribuição real de X num ponto apropriado x^* . Estes parâmetros são calculados pela resolução do seguinte sistema de equações:

$$\Phi\left(\frac{x^* - \mu_X^N}{\sigma_X^N}\right) = F_X(x^*) \quad (3-27)$$

$$\frac{1}{\sigma_X^N} \phi\left(\frac{x^* - \mu_X^N}{\sigma_X^N}\right) = f_X(x^*)$$

onde:

μ_X^N , σ_X^N – média e desvio padrão da distribuição normal equivalente no ponto x^* , respectivamente;

$\phi(\cdot)$, $\Phi(\cdot)$ – funções densidade e cumulativa da distribuição normal padrão, respectivamente;

$f_X(\cdot)$, $F_X(\cdot)$ – funções densidade e cumulativa da variável X , respectivamente.

Resolvendo o sistema de equações (3-27) obtém-se:

$$\sigma_X^N = \frac{\phi\left\{\Phi^{-1}\left[F_X(x^*)\right]\right\}}{f_X(x^*)} \quad (3-28)$$

$$\mu_X^N = x^* - \sigma_X^N \Phi^{-1}\left[F_X(x^*)\right]$$

onde $\Phi^{-1}(\cdot)$ corresponde à inversa da distribuição cumulativa normal padrão. Em outras palavras, $\Phi^{-1}(p)$ corresponde ao valor da variável reduzida cuja probabilidade de ocorrerem valores menores ou iguais a ela seja igual a p . A Figura 3.8 ilustra esta transformação graficamente.

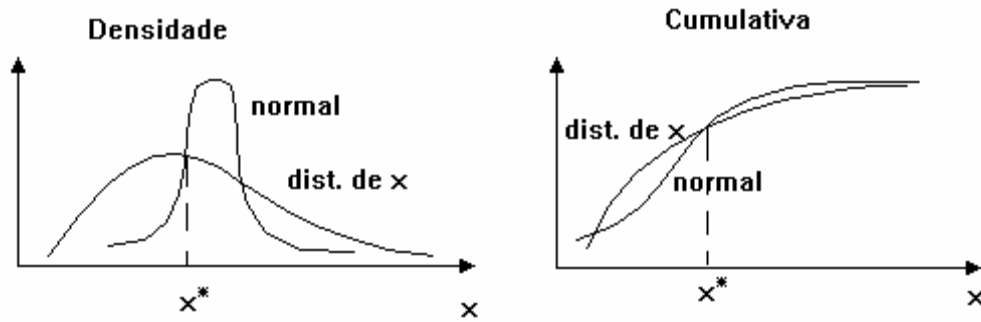


Figura 3.8 – Transformação para normal equivalente.

Observa-se na Figura 3.8 que no ponto x^* tanto a PDF e a CDF da distribuição não normal de X é igualado com a distribuição normal.

3.2 Definição de Probabilidade de Falha

Como foi dito anteriormente, a probabilidade de falha é uma medida muito importante na análise de segurança de estruturas. A avaliação da probabilidade de falha é baseada numa função de *performance* do sistema em estudo. Esta função também é conhecida como função de estado limite, ou função de falha ou margem de segurança, e é denominada $G(\mathbf{U})$, onde \mathbf{U} é o vetor de todas as variáveis aleatórias envolvidas na análise.

A Figura 3.9 mostra uma função de falha bidimensional G representada pelas variáveis aleatórias U_1 e U_2 . Observa-se que a função de falha divide a superfície de falha em duas regiões distintas, uma que é indicada como a região no domínio da falha $G(U_1, U_2) < 0$ e outra da segurança $G(U_1, U_2) > 0$. A linha que delimita a região de falha com a segura é onde $G(U_1, U_2) = 0$.

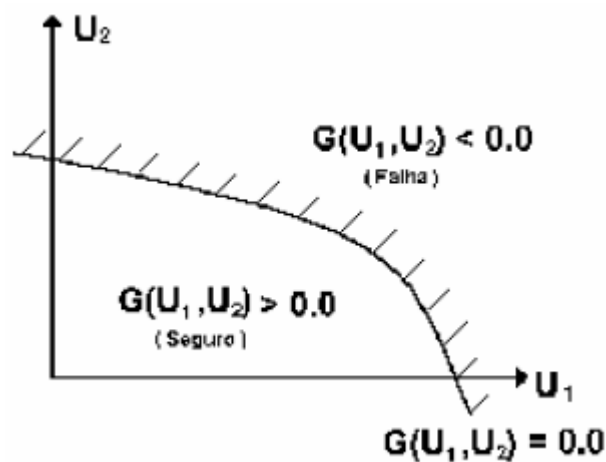


Figura 3.9 – Função de falha.

A Pf é definida como a probabilidade da função de falha assumir valores dentro da região de falha, ou seja:

$$Pf = P(G(U_1, U_2) < 0) \quad (3-29)$$

Sabendo-se que $f_u(\mathbf{U})$ representa a função densidade de probabilidades conjunta de todas as variáveis randômicas \mathbf{U} envolvidas na análise, a probabilidade de falha pode ser reescrita como:

$$Pf = \int_F f_u(\mathbf{U}) du \quad (3-30)$$

onde F indica o domínio de falha ($G(\mathbf{U}) \leq 0$).

Dependendo do número e da complexidade das funções das variáveis envolvidas, a solução da integral se torna bastante difícil, mesmo utilizando recursos numéricos para obtenção da solução. Em função destas dificuldades, foram desenvolvidos diversos métodos para a avaliação da confiabilidade estrutural. No Item 3.4 serão apresentados o método analítico FORM e a simulação Monte Carlo.

3.3 Problema Fundamental de Confiabilidade - Sistemas do Tipo R – S

A confiabilidade de estruturas pode ser entendida como sendo a capacidade de resistência da estrutura durante sua vida útil em relação à solicitação imposta à mesma. Genericamente, para um elemento de treliça pode-se definir as seguintes variáveis aleatórias:

R – variável aleatória correspondente à resistência;

S – variável aleatória correspondente à solicitação.

O objetivo da confiabilidade é estimar a probabilidade de que o evento ($R > S$) ocorra durante toda a vida útil especificada para uma estrutura. O evento complementar ($R < S$) corresponde à falha.

Assim, a função de falha $G(\mathbf{U})$, com $\mathbf{U} = (R, S)$, pode ser escrita como:

$$G(\mathbf{U}) = Z = R - S \quad (3-31)$$

É também comum na análise de confiabilidade estrutural definir $G(U)$ ou Z como *margem de segurança*. Assumindo-se que as distribuições de probabilidades de R e S sejam conhecidas e estatisticamente independentes, a probabilidade de falha pode ser calculada como:

$$Pf = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^s f_R(r) f_S(s) dr ds = \int_{-\infty}^{\infty} F_R(s) f_S(s) ds \quad (3-32)$$

ou como

$$Pf = \int_{-\infty}^{\infty} \int_r^{\infty} f_R(r) f_S(s) ds dr = \int_{-\infty}^{\infty} (1 - F_S(r)) f_R(r) dr \quad (3-33)$$

onde $f_R(r)$ e $f_S(s)$ são as funções densidade de probabilidades e $F_R(s)$ e $F_S(r)$ são as funções cumulativas de probabilidades de R e S , respectivamente.

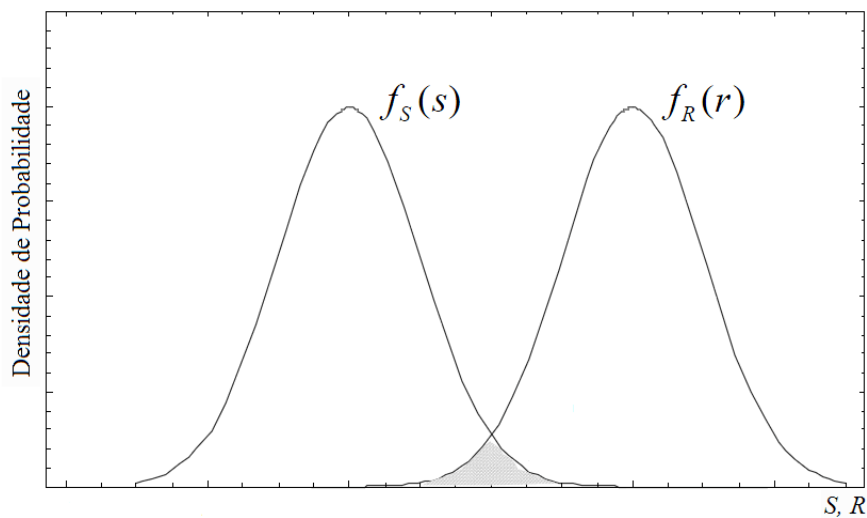


Figura 3.10 – PDF's da solicitação $f_S(s)$ e da resistência $f_R(r)$.

A Figura 3.10 mostra a área de sobreposição das curvas $f_S(s)$ e $f_R(r)$ que representa uma medida qualitativa da probabilidade de falha Pf .

Da observação da Figura 3.10, nota-se que a sobreposição das duas curvas depende da posição relativa entre elas. Logo, se as curvas $f_S(s)$ e $f_R(r)$ estão mais distantes, a Pf diminui, por outro lado, se elas estão mais próximas a Pf aumenta.

A região de superposição depende do grau de dispersão de $f_S(s)$ e $f_R(r)$ e estas dispersões podem ser expressas em termos das variâncias de R e S .

Considerando-se R e S independentes e com distribuições normais $N(\mu_R, \sigma_R)$ e $N(\mu_S, \sigma_S)$, respectivamente, neste caso, $Z = R - S$ também é uma distribuição normal $N(\mu_Z, \sigma_Z)$, assim:

$$\mu_Z = \mu_R - \mu_S \text{ (média)} \quad \text{e} \quad \sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \text{ (desvio padrão)}$$

Utilizando-se da distribuição normal padronizada, a probabilidade de falha pode ser indicada como:

$$Pf = P(Z \leq 0.0) = \Phi\left(\frac{0.0 - \mu_Z}{\sigma_Z}\right) = \Phi(-\beta) \quad \text{ou} \quad (3-34)$$

$$Pf = 1 - \Phi(\beta)$$

onde $\Phi(\cdot)$ é a distribuição cumulativa normal padrão e β é o *índice de confiabilidade* que é expresso como:

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (3-35)$$

A probabilidade de falha Pf pode ser obtida pelas Equações (3-32), (3-33) ou (3-35). A resolução das integrais das Equações (3-32) e (3-33) pode ser complexa devido às equações que representam as PDF's da resistência e solicitação. Através do cálculo de β a obtenção de Pf é muito mais simples devido a algumas propriedades das PDF's normais.

3.4 Métodos para Análise de Confiabilidade Estrutural

De acordo com o que foi definido anteriormente, um dos objetivos da confiabilidade é a avaliação da probabilidade de falha calculada com a integral da Equação (3-30). Para problemas reais, onde as variáveis envolvidas podem ser dependentes entre si, de distribuição não-normal e a função de falha complexa, a avaliação numérica da Equação (3-30) pode ser demasiadamente complicada. Por esse motivo, métodos alternativos são geralmente empregados na sua avaliação. No presente trabalho foram adotados o método analítico FORM

e a simulação Monte Carlo para avaliação da probabilidade de falha, que serão apresentados a seguir.

3.4.1 Método FORM (*First Order Reliability Method*)

No Item 3.3 foi obtido o índice de confiabilidade β considerando-se um sistema do tipo $R - S$ (Resistência – Solicitação), onde R e S são variáveis aleatórias com distribuição normal e estatisticamente independentes. A equação determinada para β foi:

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (3-35 \text{ repetida})$$

Pode-se também obter β utilizando-se variáveis reduzidas, que são variáveis com média 0 e desvio padrão 1.

O primeiro passo consiste em transformar as variáveis R e S em variáveis reduzidas r e s , obtidas através das seguintes equações:

$$s = \frac{S - \mu_S}{\sigma_S} \quad (3-36)$$

$$r = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R}$$

A função de falha $G(\mathbf{U})$ ou Z no espaço reduzido passa a ser escrita como:

$$Z = R - S, \text{ logo:}$$

$$Z = r\sigma_R + \mu_R - s\sigma_S - \mu_S \quad (3-37)$$

Após a transformação das variáveis e obtenção da função de falha no espaço reduzido, a superfície de falha $G(\mathbf{U}) = Z = 0.0$ neste espaço fica como mostra a Figura 3.11.

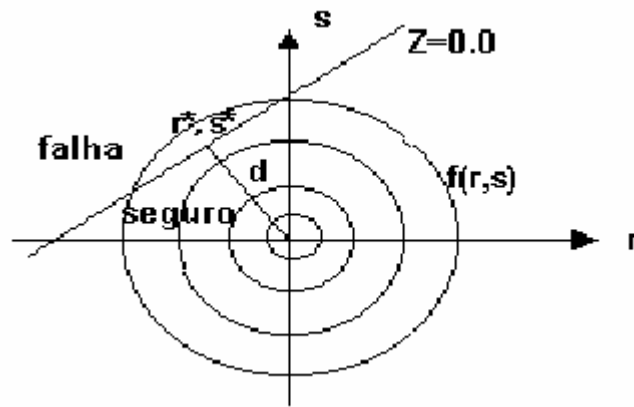


Figura 3.11 – Representação da superfície de falha no espaço reduzido.

A Figura 3.11 mostra da mesma forma que na Figura 3.9, a superfície de falha $G(\mathbf{U}) = Z = 0.0$ que separa a região do domínio da falha do domínio seguro. O ponto (r^*, s^*) sobre a superfície de falha é o ponto pertencente à reta $G(\mathbf{U}) = Z = 0.0$ mais próximo da origem do espaço normal padrão. Este ponto é chamado de ponto de projeto ou ponto mais provável de falha. Assim, a distância d representa a mínima distância entre a superfície de falha e a origem. Através da geometria analítica pode-se deduzir que:

$$d = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (3-38)$$

Observa-se que a distância d é idêntica à fórmula do índice de confiabilidade β da Equação (3-35).

O método FORM adota o processo descrito anteriormente, onde se busca a função de falha no espaço reduzido, através da transformação das variáveis no espaço original para o espaço reduzido e, em seguida, calculando-se a menor distância entre a origem e o ponto de projeto sobre a superfície de falha.

A seguir são apresentados de forma ampla os principais passos do método FORM:

- Transformação das variáveis aleatórias \mathbf{U} , que podem ter distribuições quaisquer e serem dependentes entre si ou não, em variáveis \mathbf{V} normais padrões estatisticamente independentes;
- A função de falha $G(\mathbf{U})$ passa a ser função da variável \mathbf{V} e escrita como $g(\mathbf{V})$;

- A superfície de falha $g(\mathbf{V}) = 0.0$ é aproximada por uma superfície linear no ponto de menor distância com a origem, identificado como \mathbf{V}^* , que é o ponto de projeto no espaço das variáveis reduzidas.
- Calcula-se o índice de confiabilidade β , que é representado pela distância entre a origem e o ponto \mathbf{V}^* , através de: $\beta = |\mathbf{V}^*|$.
- A probabilidade de falha Pf pode ser simplesmente calculada como: $Pf = \Phi(-\beta)$

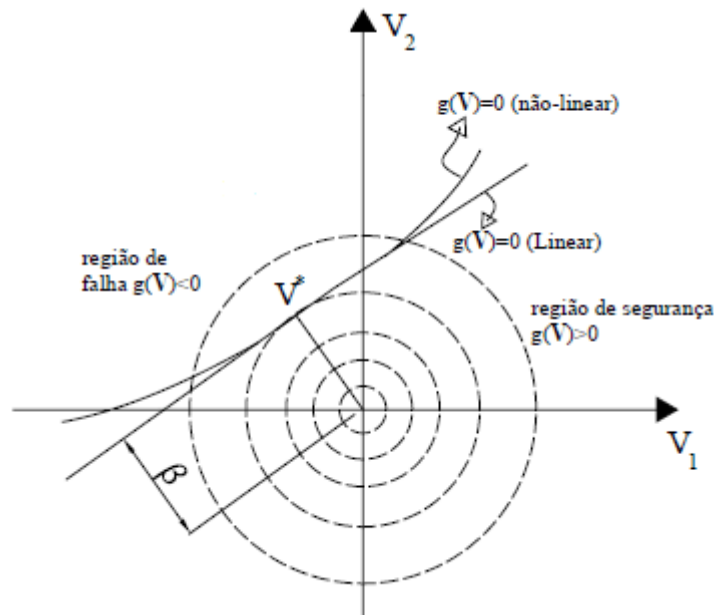


Figura 3.12 – Representação gráfica do método FORM.

Como pode ser observado na Figura 3.12 o método FORM é um método que calcula a probabilidade de falha de forma aproximada e dependendo da forma da função $g(\mathbf{V})$ no espaço das variáveis reduzidas esta aproximação pode ser a favor da segurança quando $g(\mathbf{V})$ for convexa em torno do ponto de projeto (como é o caso da Figura 3.12) ou ser contra a segurança no caso contrário. No entanto, para casos práticos de estruturas, a diferença entre o valor real e o valor aproximado da probabilidade de falha é aceitável.

Em função do que foi exposto, nota-se que há dois passos principais para a obtenção da probabilidade de falha Pf pelo método FORM. São eles, a transformação das variáveis aleatórias \mathbf{U} para variáveis normais padrão e a busca ao ponto de projeto \mathbf{V}^* . Como será visto a seguir, a transformação das variáveis pode ser feita utilizando as distribuições normais equivalentes e o ponto de projeto pode ser obtido através da solução de um problema de otimização.

3.4.1.1 Transformação das Variáveis U para Variáveis Normal Padrão V

O método de transformação de variáveis mais utilizado em confiabilidade estrutural é conhecida como transformação de Nataf, o qual transforma variáveis normais correlacionadas em variáveis estatisticamente independentes.

A transformação de Nataf pode ser esquematizada da seguinte maneira: (a) Verificar se as variáveis aleatórias U são normais. (b) Caso não sejam, há necessidade de obterem-se as normais equivalentes. (c) Em seguida, obtêm-se as variáveis normais padrão e estatisticamente independentes.

Na maioria dos casos as variáveis não são normais fazendo-se necessário então, uma transformação em normal equivalente, como foi detalhado no Item 3.1.3. Deve ser colocado que a transformação em normal equivalente, apresentada no Item 3.1.3, não considera casos onde as variáveis são correlacionadas. No caso de variáveis correlacionadas também é possível usar a mesma transformação para obtermos as normais equivalentes, desde que os coeficientes de correlação entre as variáveis originais sejam corrigidos para coeficientes de correlação entre as normais equivalentes. Essa correção é feita da seguinte maneira:

Sejam duas variáveis U_i e U_j com distribuições de probabilidade quaisquer e dependentes entre si, sendo essa dependência definida pelo coeficiente de correlação ρ_{ij} , então, o coeficiente de correlação equivalente ρ_{ij}^E entre as variáveis U_i e U_j com distribuições normais equivalentes pode ser definido como:

$$\rho_{ij}^E = F \rho_{ij} \quad (3-39)$$

onde F é um valor que depende de ρ_{ij} e dos coeficientes de variação das variáveis U_i e U_j . Este valor não depende do ponto onde a transformação esta sendo realizada. As expressões aproximadas para valores de F adotados no presente trabalho foram retirados de Melchers [7], tabelas B.1-B.3.

Após a obtenção das variáveis aleatórias U como normais ou normais equivalentes, correlacionadas ou não entre si, as variáveis normais padrão e estatisticamente independentes podem ser obtidas pela seguinte transformação:

$$\mathbf{V} = \mathbf{\Gamma} \boldsymbol{\sigma}^{-1} (\mathbf{U} - \mathbf{m}) \quad (3-40)$$

onde:

\mathbf{m} – vetor com as médias normais ou normais equivalentes das variáveis U ;

σ – matriz diagonal dos desvios padrões normais ou normais equivalentes das variáveis \mathbf{U} ;

$\Gamma = \mathbf{L}^{-1} - \mathbf{L}$ matriz triangular inferior obtida da decomposição de Choleski da matriz ρ dos coeficientes de correlação de \mathbf{U} .

3.4.1.2 Determinação do Ponto de Projeto

A determinação do ponto de projeto \mathbf{V}^* no método FORM é condição essencial para a obtenção da probabilidade de falha. Por definição, o ponto de projeto \mathbf{V}^* é o ponto sob a superfície de falha, mais próximo à origem.

Para determinação desse ponto de projeto foram desenvolvidos vários algoritmos, porem o algoritmo HLRF (*Hasofer-Lind and Rackwitz-Fiessler Algorithm*) é o mais usado na análise de confiabilidade estrutural.

O ponto de projeto é a solução de um problema de otimização P1 sujeito a uma restrição:

$$\begin{aligned} \text{P1: minimize } & \|\mathbf{V}\| \\ \text{sujeito a } & g(\mathbf{V}) = 0 \end{aligned} \quad (3-41)$$

O algoritmo HLRF pode ser resumido pela seguinte expressão recursiva:

$$\mathbf{V}^{K+1} = \frac{1}{\|\nabla g(\mathbf{V}^K)\|^2} [\nabla g(\mathbf{V}^K)^T \mathbf{V}^K - g(\mathbf{V}^K)] \nabla g(\mathbf{V}^K) \quad (3-42)$$

onde:

$\nabla g(\mathbf{V}^K)$ – gradiente da função de falha no espaço reduzido no ponto \mathbf{V}^K ;
 $g(\mathbf{V}^K)$ – valor da função de falha no ponto \mathbf{V}^K .

A seguir será apresentado o algoritmo do método FORM, onde será detalhado o processo de transformação de variáveis e a implementação do HLRF, para obtenção da probabilidade de falha.

3.4.1.3 Algoritmo para análise de confiabilidade pelo método FORM

O algoritmo aqui apresentado, retirado de Sagrilo [10], será aplicado mais adiante para o caso estudado, utilizando-se uma rotina computacional desenvolvida no *software* Mathcad. Apresenta-se a seguir, passo a passo, o fluxo de cálculo do algoritmo:

- 1) Verificação das correlações entre as variáveis para a obtenção da matriz Γ ;
- 2) Assumir como ponto de partida as médias da variável \mathbf{U} no espaço original;
- 3) Obter as médias e desvios padrões das normais equivalentes no ponto de partida, conforme descrito no Item 3.1.3 e montar as matrizes σ e \mathbf{m} ;
- 4) Avaliação da função de falha e seus gradientes no espaço original e reduzido:

$$g(\mathbf{V}) = G(\mathbf{U})$$

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{U}} = \Gamma \sigma^{-1} \quad (\text{matriz Jacobiana}) \quad (3-43)$$

$$\nabla g(\mathbf{V}) = (\mathbf{J}^{-1})^T \nabla G(\mathbf{U}) \quad (3-44)$$

- 5) Transformar o ponto de partida para o espaço reduzido usando:

$$\mathbf{V} = \Gamma \sigma^{-1} (\mathbf{U} - \mathbf{m}) \quad (\text{espaço reduzido}) \quad (3-40 \text{ repetida})$$

- 6) Avaliar novo ponto de projeto \mathbf{V}^{next} , dado pela Equação do HLRF:

$$\mathbf{V}^{\text{next}} = \frac{1}{|\nabla g(\mathbf{V}^{\text{K}})|^2} \left[\nabla g(\mathbf{V}^{\text{K}})^T \mathbf{V}^{\text{K}} - g(\mathbf{V}^{\text{K}}) \right] \nabla g(\mathbf{V}^{\text{K}}) \quad (3-42 \text{ repetida})$$

- 7) Determinar o índice de confiabilidade β dado por:

$$\beta = |\mathbf{V}^{\text{next}}|$$

8) Determinar o novo ponto de projeto \mathbf{U}^{next} no espaço original pela expressão:

$$\mathbf{U}^{\text{next}} = \mathbf{U} + (\mathbf{J}^{-1})^T (\mathbf{V}^{\text{next}} - \mathbf{V}) \quad (3-45)$$

9) \mathbf{V}^{next} será o novo ponto de projeto. Pelo critério de convergência assumido, se avaliará se este ponto convergiu satisfatoriamente. Tal critério de convergência pode ser:

$$\frac{|\mathbf{V}^{\text{next}}| - |\mathbf{V}|}{|\mathbf{V}^{\text{next}}|} \leq TOL \quad (3-46)$$

onde TOL é a tolerância admitida. Caso a relação seja superior a TOL , o processo inicia-se novamente, agora com \mathbf{U}^{next} como novo ponto de partida e repetindo os passos 3 a 8 até a convergência.

10) Após a obtenção da convergência, calcula-se a probabilidade de falha Pf , dado por:

$$Pf^{FORM} = \Phi(-\beta) \quad (3-47)$$

3.4.1.4 Fatores de Importância das Variáveis

O método analítico FORM fornece, além da probabilidade de falha, outras medidas de grande importância para análises práticas de confiabilidade. Estas medidas são conhecidas como medidas de sensibilidade. Existem diferentes tipos de medidas de sensibilidade. Neste trabalho foi analisada apenas uma delas, o fator de importância.

O fator de importância de cada variável aleatória i envolvida na análise de confiabilidade é definido por:

$$I_i = \alpha_i^2 \quad (3-48)$$

onde α_i é cosseno diretor com relação a variável U_i do vetor unitário α normal à superfície de falha no ponto de projeto e no espaço das variáveis reduzidas mostrado na Figura 3.13 dado por:

$$\alpha_i = \frac{\nabla g(\mathbf{V}^*)_i}{|\nabla g(\mathbf{V}^*)|} \quad (3-49)$$

onde $\nabla g(\mathbf{V}^*)_i$ é a componente do gradiente da função de falha no espaço reduzido definido no ponto de projeto \mathbf{V}^* e $|\nabla g(\mathbf{V}^*)|$ corresponde ao seu módulo.

O cosseno diretor α_i fisicamente significa a sensibilidade da variável U_i .

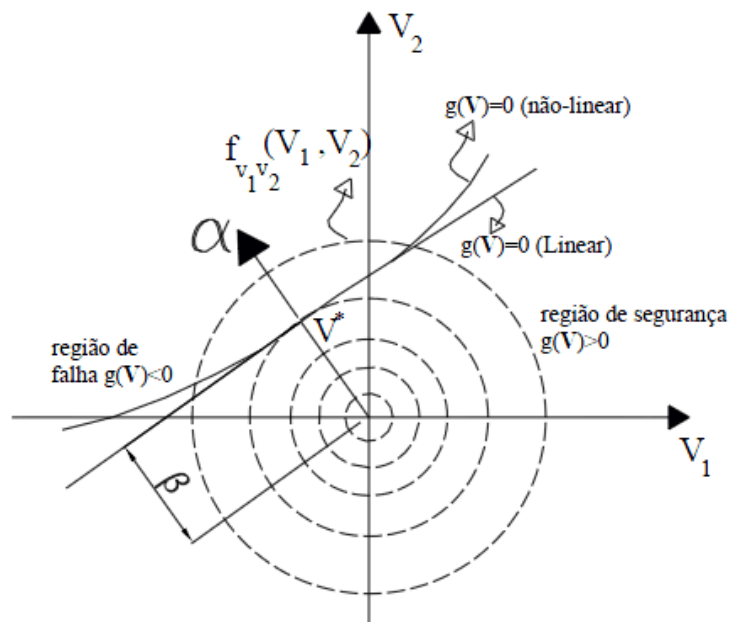


Figura 3.13 – Representação gráfica do vetor normal unitário no ponto de projeto par o caso de duas variáveis.

Conforme a Equação (3-44), para avaliação de $\nabla g(\mathbf{V}^*)_i$, deve ser avaliado o gradiente $\nabla G(\mathbf{U})$ da função de falha no espaço original, que é o vetor composto pelas derivadas de $G(\mathbf{U})$ em relação a cada variável aleatória U_i .

A seguinte propriedade é válida para o fator de importância das variáveis:

$$\sum_{i=1}^n I_i^2 = 1 \quad (3-50)$$

Somente as variáveis com fatores de importância altos contribuem efetivamente para a probabilidade de falha. As variáveis com fator de importância baixo ($\ll 1$) podem ser consideradas como determinísticas.

3.4.2 Simulação Monte Carlo

Um problema de confiabilidade estrutural pode também ser resolvido através de uma metodologia numérica, conhecida como Simulação Monte Carlo. Ela é uma técnica que possui um custo computacional mais elevado quando comparado com as metodologias analíticas, uma vez que se baseia no conceito de geração de números aleatórios, precisando, portanto, de uma amostra grande para que a probabilidade de falha seja bem estimada. Por outro lado, a Simulação Monte Carlo tem a vantagem de não apresentar problema quando o exemplo analisado possuir, porventura, mais de um ponto de projeto.

3.4.1.1 Geração de Números Aleatórios

Boa parte do trabalho no método de Simulação Monte Carlo se concentra na geração de um número finito de amostras para cada variável aleatória segundo sua distribuição de probabilidade. Obviamente, para um número grande de amostras, é imprescindível a utilização de computadores para a realização dessa tarefa.

A geração de números aleatórios é feita baseada no princípio de equivalência estatística proposta por Ang e Tang [1], como ilustrado na Figura 3.14.

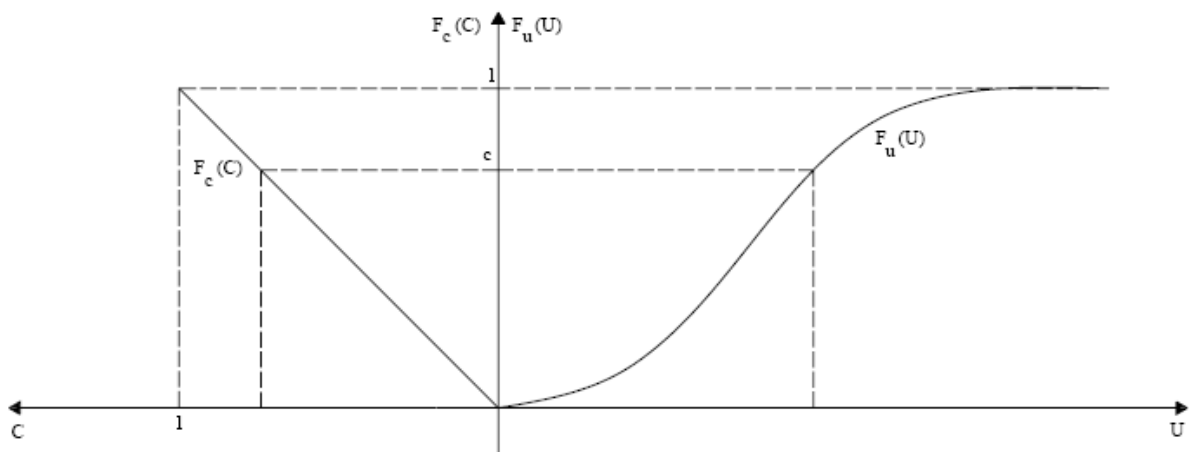


Figura 3.14 – Ilustração do princípio de equivalência estatística entre as variáveis U e C.

Em um problema de confiabilidade estrutural com n variáveis aleatórias, a obtenção de uma amostra de uma variável aleatória U_i , ($i = 1, 2, \dots, n$), com função de distribuição cumulativa de probabilidade $F_{u_i}(U_i)$ conhecida, é dada por:

$$\begin{aligned} F_{u_i}(U_i) &= F_c(C) \\ F_{u_i}(U_i) &= C \\ U_i &= F_{u_i}^{-1}(C) \end{aligned} \tag{3-51}$$

onde $F_c(C)$ é a distribuição cumulativa da distribuição uniforme [0,1] apresentada na Figura 3.14 e $F_{u_i}^{-1}(\cdot)$ é a distribuição cumulativa inversa da variável U_i .

Através da Equação (3-51) consegue-se uma amostra finita de tamanho N da variável U_i a partir da geração de uma amostra também finita de tamanho N de valores de C distribuídos uniformemente entre zero e um. É importante salientar que, para cada semente usada na geração dos valores C , uma nova amostra de N valores das variáveis U_i é gerada seguindo a distribuição de probabilidade original.

Esse procedimento pode ser aplicado para qualquer distribuição estatística conhecida, uma vez que, por definição, a função de distribuição cumulativa de probabilidades aumenta monotonicamente entre 0 e 1. No entanto, este procedimento não é adequado para as distribuições normal e lognormal, uma vez que a expressão analítica de $F_{u_i}(U_i)$ não é conhecida. Nestes casos pode-se usar a transformada de Box-Muller proposta por Ang e Tang [1] Entretanto, neste trabalho é usada a geração de números aleatórios automatizada do *software* Mathcad que provavelmente baseia-se no método de Box-Muller.

A geração de números aleatórios através da Equação (3-51) é feita para variáveis U_i estatisticamente independentes, ou seja, quando a matriz de correlação ρ for igual à matriz identidade. Quando as variáveis apresentam dependência estatística, a geração de números aleatórios não é feita diretamente pela Equação (3-51), e sim, da seguinte maneira:

- 1) Primeiramente gera-se uma amostra de tamanho N para cada variável U_i conforme a Equação (3-51);
- 2) Calcula-se a média e o desvio padrão normal equivalente para cada valor das variáveis U_i gerado:

$$\sigma_{U_i}^N = \frac{\phi\{\Phi^{-1}[F_{U_i}(U_i)]\}}{f_{U_i}(U_i)} \quad (3-52)$$

$$\mu_{U_i}^N = U_i - \sigma_{U_i}^N \Phi^{-1}[F_{U_i}(U_i)]$$

3) Transformam-se as variáveis U_i em V_i^c correlacionadas normais equivalentes no espaço reduzido:

$$V_i^c = \mathbf{L} \left(\frac{U_i - \mu_{U_i}^N}{\sigma_{U_i}^N} \right) \quad (3-53)$$

onde \mathbf{L} é a matriz triangular inferior obtida da decomposição de Choleski da matriz $\boldsymbol{\rho}$.

4) Finalmente, obtêm-se as amostra das variáveis U_i^c correlacionadas no espaço original através de:

$$U_i^c = \mu_{U_i}^N + V_i^c \sigma_{U_i}^N \quad (3-54)$$

3.4.1.2 Determinação da Probabilidade de Falha

Na simulação Monte Carlo a probabilidade de falha Pf é estimada por:

$$Pf = \frac{\sum_{j=1}^N \{I[G(\mathbf{U}) \leq 0]\}}{N} \quad (3-55)$$

onde N é o tamanho da amostra de números aleatórios gerados e a função $I(\cdot)$ é chamada de função indicadora, que define a região de falha e a região de segurança, dada por:

$$I[G(\mathbf{U}) \leq 0] = \begin{cases} 1, G(\mathbf{U}) \leq 0 \\ 0, G(\mathbf{U}) > 0 \end{cases} \quad (3-56)$$

É importante salientar que a Equação (3-55) não fornece uma solução exata e sim uma aproximação que converge para a solução exata à medida que o tamanho da amostra N aumenta. Com isso pode-se dizer que à medida que a probabilidade de falha diminui, um tamanho maior da amostra N se faz necessário, como pode ser visto na Figura 3.15.

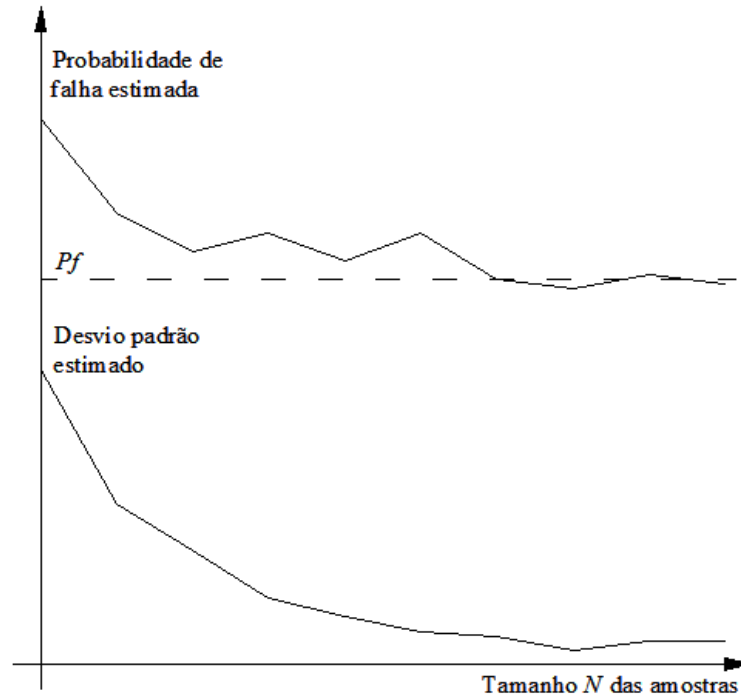


Figura 3.15 – Ilustração da relação entre o estimador da probabilidade de falha e o estimador do seu desvio padrão.

Uma maneira de verificar a convergência do método de Monte Carlo, ou seja, verificar se o tamanho da amostra N usada está resultando num bom estimador da probabilidade de falha, é calcular o coeficiente de variação δPf de uma amostra contendo valores de Pf obtidos rodando várias vezes a simulação Monte Carlo para a mesma função $G(\mathbf{U})$. Assim:

$$\delta Pf = \frac{\sigma Pf}{\mu Pf} \quad (3-57)$$

onde σPf é o desvio padrão da amostra e μPf é a média da amostra.

Assume-se que valores de δPf na ordem de 0,025 a 0,050 indicam uma boa aproximação do estimador.

Segundo Melchers [7], δPf também pode ser estimado calculando o coeficiente de variação do cálculo da probabilidade de falha, dado por:

$$\delta Pf_{\text{Melchers}} = \frac{\sigma Pf}{Pf} \quad (3-58)$$

onde:

$$\sigma Pf = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \left\{ \sum_{j=1}^N \{I[G(\mathbf{U}) \leq 0]\} - N(Pf)^2 \right\}} \quad (3-59)$$

e Pf é o valor da probabilidade de falha estimada através da Equação (3-55)

Nota-se que com esta estimativa do coeficiente de variação $\delta Pf_{\text{Melchers}}$ é obtida com apenas uma rodada da simulação Monte Carlo.

3.5 Projeto Baseado em Confiabilidade (*Reliability-Based Design*)

Devido às incertezas relacionadas às propriedades dos materiais, à geometria, ao processo de fabricação e principalmente aos carregamentos, variabilidades são inevitáveis nas respostas estruturais de plataformas marítimas. Para assegurar que a estrutura exerça, ao longo da sua vida útil, a função para a qual foi projetada dentro de um nível de segurança desejado, estas incertezas devem ser levadas em conta no projeto. Os projetos baseados em normas tradicionais lidam com as incertezas utilizando valores conservadores destas quantidades incertas e/ou dos fatores de segurança. Um tratamento mais realista das incertezas pode ser encontrado na filosofia dos projetos baseados em confiabilidade (*reliability-based design*), que vem se desenvolvendo desde a última metade do século passado e está ganhando mais e mais dinâmica.

Num projeto baseado em confiabilidade, o objetivo é dimensionar a estrutura de modo que um valor prescrito (valor alvo) para a probabilidade de falha seja alcançado, i.e.,

$$P_f^C \leq P_f^{\text{Alvo}}$$

onde:

P_f^{Alvo} é a probabilidade de falha alvo;

P_f^C é a probabilidade de falha do componente estrutural que está sendo projetado.

O projeto baseado em confiabilidade de uma estrutura começa com a caracterização estatística (médias, desvios padrões, distribuições, etc.) das variáveis aleatórias \mathbf{U} que governam o problema e a escolha do valor alvo P_f^{Alvo} para a probabilidade de falha. A escolha desse valor pode estar relacionada a critérios de risco-economia, às conseqüências de falha, valores médios de probabilidade de falha de componentes de estruturas existentes consideradas seguras ou simplesmente ser feita de acordo com valores sugeridos por agências reguladoras.

Depois disto, define-se um projeto inicial (uma tentativa de dimensões iniciais para os membros da estrutura) e avalia-se, através de um método de análise de confiabilidade, a probabilidade de falha da função de estado limite $G(\mathbf{U})$ considerada para cada membro. O projeto é modificado (dimensões alteradas) e a confiabilidade novamente avaliada até o valor "alvo" da probabilidade de falha ser alcançado. Este processo iterativo de dimensionamento, baseado na busca de uma probabilidade de falha alvo, é chamado *dimensionamento baseado em confiabilidade*.

4. APRESENTAÇÃO DO CASO ESTUDADO

O principal objetivo deste trabalho foi a elaboração de um programa de computador capaz de calcular, de uma forma simplificada, a probabilidade de falha nos membros de uma plataforma marítima fixa “in situ” sob condições extremas de carregamentos ambientais, utilizando ferramentas de confiabilidade estrutural. Este mesmo programa é usado de forma iterativa para dimensionar alguns membros da estrutura de forma a garantir um valor alvo para a probabilidade de falha.

A rotina computacional implementada é organizada da seguinte maneira:

- Entrada dos dados da estrutura: Estas informações incluem o número de membros, o número de nós, o número de graus de liberdade, as propriedades elásticas do material e as propriedades das seções de cada membro da estrutura. As localizações dos nós são especificadas por meio de coordenadas geométricas. Finalmente, são identificadas as condições de contorno dos nós da estrutura.
- Entrada dos dados estatísticos das variáveis aleatórias: Estas informações incluem o tipo de distribuição de probabilidades, a média e o desvio padrão de cada variável aleatória. Os coeficientes de correlação entre as variáveis também são definidos.
- Cômputo dos carregamentos: Responsável pelo cálculo das cargas estáticas sobre a plataforma impostas por onda, corrente, vento, peso do convés, peso próprio e empuxo, utilizando os procedimentos vistos no Item 2.2 e formação de vetores de cargas nodais associados a estes carregamentos.
- Módulo de análise estrutural: Responsável pela análise da resposta linear elástica da estrutura, modelada como treliça espacial, através do método da rigidez apresentado no Item 2.1. Fornece os deslocamentos nodais, as reações de apoio, os esforços e as tensões nos membros.
- Módulo de análise de confiabilidade: Responsável pelo cálculo da probabilidade de falha e de outros subprodutos através dos métodos FORM e simulação Monte Carlo apresentados no Item 3.4. A probabilidade de falha é avaliada em cada membro por uma função de falha do tipo $R - S$, onde a parcela da resistência está relacionada à

tensão de escoamento do material e a parcela da sollicitação corresponde à tensão axial atuante no membro.

Depois de avaliada a probabilidade de falha dos membros (definidos com uma geometria inicial), foi realizado o dimensionamento iterativo baseado em confiabilidade, descrito no Item 3.5, dos membros correspondentes às pernas e aos contraventamentos da estrutura.

Os itens que se seguem apresentam as características do problema estudado, tais como a geometria do modelo estrutural da plataforma e as variáveis aleatórias envolvidas na análise de confiabilidade, bem como seus parâmetros estatísticos. Também serão apresentados os aspectos considerados para o cálculo dos vetores associados aos diversos carregamentos através dos procedimentos discutidos no Item 2.2. Em seguida, será mostrada de forma sucinta a resposta dos componentes estruturais aos carregamentos impostos à plataforma, obtida pela rotina do módulo de análise estrutural. Na seqüência, serão definidas as funções de falha consideradas na análise de confiabilidade e expostos os resultados deste estudo, realizado através do módulo de análise de confiabilidade. Finalmente, será mostrado o processo para dimensionamento de alguns membros da plataforma onde se procurou assegurar um nível de confiabilidade pré-definido para estes membros.

4.1 Geometria da Plataforma Estudada

Foi selecionado um modelo estrutural com uma geometria típica de plataformas fixas do tipo jaqueta. A estrutura da plataforma é modelada como uma treliça espacial em aço com 48 elementos tubulares, tendo 85,8 m de altura, 39,1 m de largura na base (quadrada) e 20 m de largura no topo (quadrado). Os apoios nos nós da base da estrutura impedem a translação nas direções *X*, *Y* e *Z*. A lâmina d'água da locação onde a plataforma está instalada é de 70 m.

A geometria da estrutura e a numeração dos membros e dos nós são mostradas nas Figuras 4.1 e 4.2:

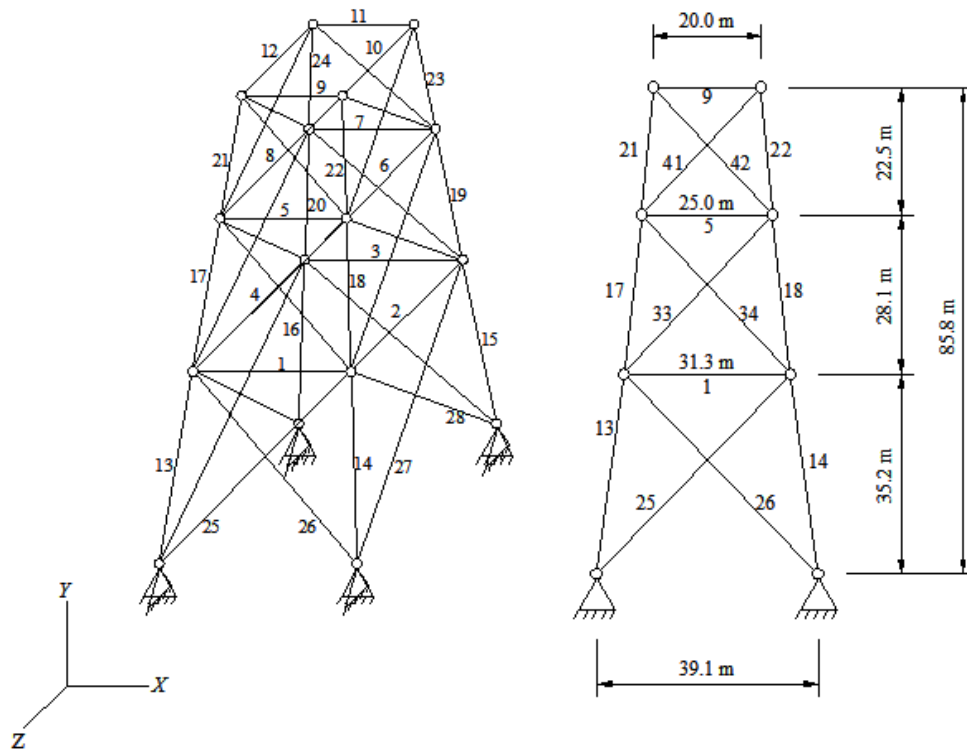


Figura 4.1 – Geometria e numeração dos membros da estrutura estudada.

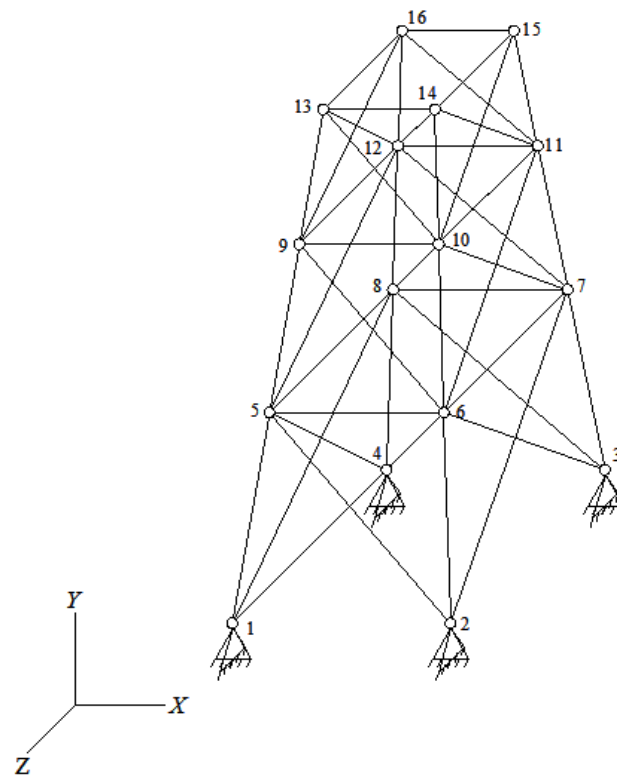


Figura 4.2 - Numeração dos nós.

Os membros são de aço com módulo de elasticidade $E = 205\text{GPa}$ e tensão de escoamento $f_y = 320\text{MPa}$. As dimensões da seção transversal e o comprimento dos membros tubulares do projeto inicial são dados nas Tabelas 4.1 e 4.2:

Tabela 4.1 – Dimensões iniciais dos membros tubulares.

Nº Elemento	Diâmetro [mm]	Espessura [mm]	Área [mm ²]
1 - 4	1000	17,0	52499
5 - 8	750	12,5	28962
9 - 12	500	8,5	13125
13 - 24	1250	20,0	77283
25 - 32	750	12,5	28962
33 - 48	600	10,0	18535

Tabela 4.2 – Comprimento dos membros.

Comprimento dos membros [m]	
1 - 4	31,3
5 - 8	25,0
9 - 12	20,0
13 - 16	35,6
17 - 20	28,5
21 - 24	22,8
25 - 32	49,9
33 - 40	39,9
41 - 48	31,9

4.2 Dados Estatísticos das Variáveis Aleatórias

Para realizar o estudo de confiabilidade da plataforma, as variáveis aleatórias envolvidas no problema devem ser definidas estatisticamente, através de sua distribuição de probabilidades e dos parâmetros estatísticos das mesmas (média, desvio padrão, etc.).

A obtenção destes dados estatísticos não é uma tarefa simples, já que são coletados através de realizações de experimentos em amostras ou em medições em escala real. A construção de modelos reduzidos ou a instalação de equipamentos para monitoramento em campo requerem um alto investimento, que somente grandes empresas são capazes de financiar. O custo elevado para obtenção dos dados estatísticos de diversas variáveis aleatórias faz com que estas informações tenham grande valor comercial e por isso normalmente não são publicadas.

Devido a esse grau de complexidade e ao objetivo deste trabalho de apresentar uma metodologia de análise, as variáveis aleatórias utilizadas neste trabalho foram retiradas da literatura Holm et al. [6] ou aferidas de forma indireta a partir de dados de projetos de estruturas marítimas.

As variáveis aleatórias envolvidas no estudo de confiabilidade da plataforma e seus parâmetros estatísticos são resumidos na Tabela 4.3:

Tabela 4.3 – Variáveis aleatórias envolvidas no problema em estudo.

Variável	Identificação da variável	Tipo de distribuição de probabilidades	Média (μ)	Desvio padrão (σ)
Tensão de Escoamento do Aço	f_y	Lognormal	320,00 Mpa	36,00 Mpa
Peso do Convés ⁽¹⁾	PC	Normal	60,00 MN	6,00 MN
Velocidade do Vento (anual) ⁽²⁾	V_w	Tipo I máximos (Gumbel)	26,44 m/s	2,73 m/s
Coeficiente de Inércia ⁽³⁾	C_M	Normal	2,00	0,20
Coeficiente de Arrasto ⁽³⁾	C_D	Normal	0,90	0,25
Altura da Onda (anual) ⁽⁴⁾	H	Tipo I máximos (Gumbel)	14,32 m	1,17 m
Velocidade da Corrente (anual) ⁽⁵⁾	V_s	Tipo III (Weibull)	0,70 m/s	0,20 m/s

Na Tabela 4.3 observa-se que o Peso do Convés⁽¹⁾ se refere ao peso total do mesmo (incluindo o peso de todos os equipamentos e da tripulação) e, portanto, na análise estrutural este valor é dividido em 4 parcelas de força vertical, uma para cada nó associado a cada uma das pernas da jaqueta. A variação de cargas da tripulação está incluída no desvio padrão $\sigma PC = 6,0$ MN adotado. A variável Velocidade de Vento⁽²⁾ se refere à velocidade do vento na cota de referência acima do nível de águas tranquilas (como definido no Item 2.2.2). Os parâmetros estatísticos da Velocidade de Vento⁽²⁾ foram estabelecidos assumindo que o valor decenário da mesma é igual à 30 m/s e tem probabilidade, valor que na distribuição anual de probabilidades tem $(1 - 1/10 = 0,9)$ de chances de não ser excedido, e que seu valor centenário é igual à 35 m/s, i.e., probabilidade $(1 - 1/100 = 0,99)$ de não ser excedido. Assim, é definido um sistema de equações composto pela CDF da distribuição de extremos anual (assumida como sendo Tipo I máximos) nos dois pontos:

$$\begin{cases} \exp\{-\exp[-\alpha(35-u)]\} = 1 - \frac{1}{100} \\ \exp\{-\exp[-\alpha(30-u)]\} = 1 - \frac{1}{10} \end{cases}$$

cuja solução $\alpha = 0,47$ e $u = 25,21$ são os argumentos para o cálculo da média e do desvio padrão deste tipo de distribuição (ver Tabela 3.1):

$$\sigma_{V_w} = \frac{\pi}{\alpha\sqrt{6}} = 2,73 \quad \text{Desvio padrão}$$

$$\mu_{V_w} = u + \frac{0,5772}{\alpha} = 26,44 \quad \text{Média}$$

Tratamento similar foi utilizado para os parâmetros estatísticos da Altura de Onda⁽⁴⁾. Neste caso foram assumidos os valores 15,85 m e 18 m como os seus valores decenário e centenário, respectivamente. Assim os parâmetros da distribuição são calculados por:

$$\begin{cases} \exp\{-\exp[-\alpha(18-u)]\} = 1 - \frac{1}{100} \\ \exp\{-\exp[-\alpha(15.85-u)]\} = 1 - \frac{1}{10} \end{cases}$$

cuja solução $\alpha = 1,093$ e $u = 13,791$ são os argumentos para o cálculo da média e desvio padrão deste tipo de distribuição (ver Tabela 3.1):

$$\sigma_H = \frac{\pi}{\alpha\sqrt{6}} = 1,17 \quad \text{Desvio padrão}$$

$$\mu_H = u + \frac{0,5772}{\alpha} = 14,32 \quad \text{Média}$$

Os valores dos Coeficientes⁽³⁾ de Inércia e Arraste apresentados na Tabela 4.3 foram assumidos como sendo iguais para todos os membros da estrutura. Além disto, devido à possível contribuição física do vento na geração de uma onda, as variáveis aleatórias Velocidade do Vento e Altura da Onda foram consideradas correlacionadas, com coeficiente de correlação $\rho_{V_w, H}$ igual a 0,9.

A variável Velocidade de Corrente⁽⁵⁾ se refere à velocidade da corrente medida na superfície.

4.3 Cômputo dos Carregamentos

Como foi visto no Capítulo 2, a obtenção dos resultados da análise estrutural, depende de vetores \mathbf{A} das cargas nodais aplicadas à estrutura. Para cada tipo de carregamento considerado neste trabalho existe um vetor \mathbf{A} associado. \mathbf{A}_I , \mathbf{A}_D , \mathbf{A}_V , \mathbf{A}_{PP} , \mathbf{A}_{PE} e \mathbf{A}_{PC} são, respectivamente, os vetores dos carregamentos nodais de inércia, de arraste, de vento, de peso próprio, de empuxo e do peso do convés. Estes vetores são de tamanho $3n_j = 48$ onde n_j (número de nós da estrutura) é igual a 16.

A metodologia utilizada para o cálculo destes vetores foi explicada no Item 2.2, cabendo agora apresentar os aspectos considerados no cálculo de cada tipo de carregamento.

4.3.1 Carregamento Hidrodinâmico

O carregamento hidrodinâmico é composto pelos vetores \mathbf{A}_I e \mathbf{A}_D das cargas nodais de inércia e arraste aplicadas à estrutura. Eles foram calculados através das Equações (2-69) e (2-70) com os valores das médias das variáveis aleatórias Coeficiente de Inércia $\mu C_M = 2,0$, Coeficiente de Arraste $\mu C_D = 0,9$, Altura de Onda $H = 14,32\text{m}$ e Velocidade de Corrente $V_S = 0,7 \text{ m/s}$; e com os vetores \mathbf{A}_I^* e \mathbf{A}_D^* de cargas nodais aplicadas à estrutura para um caso básico de onda. Maiores detalhes vide Itens 2.2.1 e 2.3.3.

4.3.2 Carregamento de Vento

O carregamento de vento é calculado conforme descrito no Item 2.2.2 considerando os seguintes aspectos:

- Dimensões do convés: $40 \times 40 \times 20 \text{ m}$;
- $A_p = [40 \text{ m} \times \cos(\alpha) + 40 \text{ m} \times \sin(\alpha)] \times 20 \text{ m} = 1092,8 \text{ m}^2$;
- $h_a = 1 \text{ m}$ (altura das pernas que interligam o convés e a estrutura);
- $C_V = 1$ (coeficiente de arraste do vento);
- $V_R = \mu V_W = 26,44 \text{ m/s}$ (velocidade do vento na cota de referência adotada igual à média da variável aleatória Velocidade de Vento V_W);
- $Z_R = 10 \text{ m}$ (cota de referência acima do nível de águas tranquilas na qual é medida a V_R);

- $n = 10$;
- $\rho_{ar} = 1,29 \text{ kg/m}^3$ (massa específica do ar).

Com base em Holm et al. [6], neste trabalho adotou-se a direção α de incidência de onda, vento e corrente (assumidos colineares) igual a 30° como sendo a mais crítica, conforme ilustra a Figura 4.3.

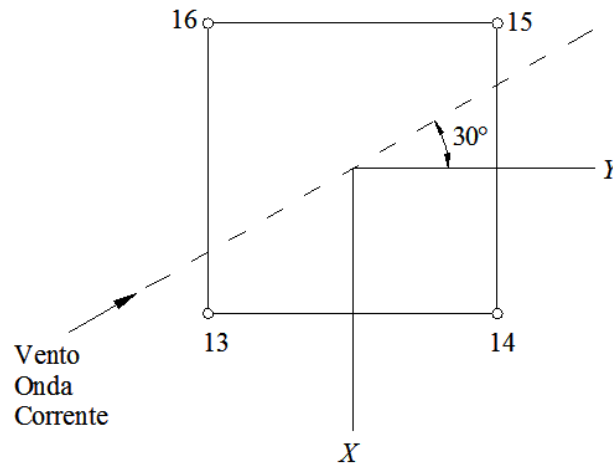


Figura 4.3 – Direção de incidência de vento, onda e corrente em relação ao eixo Y.

Foi obtida uma força resultante F_V no convés de 1,195 MN, que resultou nas cargas nodais no topo da plataforma indicadas na Figura 4.4.

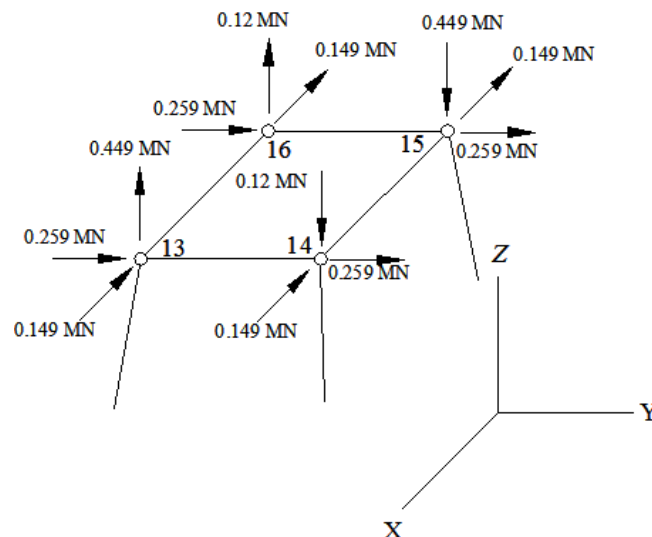


Figura 4.4 – Cargas nodais devidas ao vento no topo da plataforma.

O vetor \mathbf{A}_V das cargas de vento nos nós da plataforma é então formado adicionando as forças nodais calculadas para os nós 13, 14, 15 e 16 nas posições $(\mathbf{A}_V)_{3(13...16) - 2}$, $(\mathbf{A}_V)_{3(13...16) -$

1 e $(\mathbf{A}_V)_{3(13...16)}$. As demais posições do vetor serão nulas, já que não há carga de vento aplicada nos nós 1 ao 12. Maiores detalhes vide Item 2.2.2.

4.3.3 Carregamento de Peso Próprio e Empuxo

No cálculo dos vetores \mathbf{A}_{PP} e \mathbf{A}_E associados aos carregamentos de peso próprio e empuxo assumiu-se o peso específico da água do mar igual a $10,0055 \text{ kN/m}^3$ e do aço como sendo $78,50 \text{ kN/m}^3$.

As forças nodais de peso próprio de todos os membros da estrutura são calculadas utilizando as Equações (2-49) e (2-50), e inseridas nas posições $(\mathbf{A}_{PP})_{3(1...16)}$ para formar o vetor \mathbf{A}_{PP} . As demais posições são nulas. Da mesma forma, o vetor \mathbf{A}_E das cargas de empuxo é formado pela inserção das forças nodais, calculadas através das equações (2-51) e (2-52) para todos os membros que se encontram submersos ou parcialmente submersos, nas posições $(\mathbf{A}_E)_{3(1...16)}$. As demais posições do vetor são nulas.

4.3.4 Carregamento do Peso do Convés

O carregamento devido ao peso do convés é modelado por quatro forças na direção $-Z$ em cada um dos quatro nós do topo da plataforma. O valor de cada força é igual à média da variável Peso do Convés dividida por 4 ($\mu_{PC} / 4 = 15 \text{ MN}$).

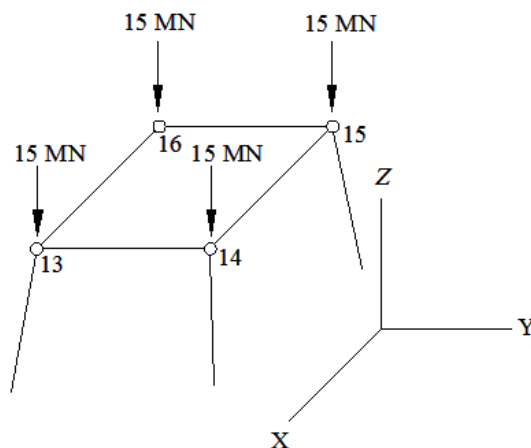


Figura 4.5 – Cargas do peso do convés nos nós do topo da plataforma.

O vetor \mathbf{A}_{PC} é então formado colocando estes valores nas posições $(\mathbf{A}_{PC})_{39}$, $(\mathbf{A}_{PC})_{42}$, $(\mathbf{A}_{PC})_{45}$, $(\mathbf{A}_{PC})_{48}$. As demais posições do vetor são nulas.

4.4 Módulo de Análise Estrutural

O módulo de análise estrutural nada mais é do que um procedimento automatizado da formulação matricial do método da rigidez para treliças espaciais apresentada no Item 2.1, onde os dados de entrada são: o número de membros, o número de nós, o módulo de elasticidade do aço $E = 205$ GPa, os diâmetros e as espessuras dos membros, as coordenadas nodais, as incidências dos membros e as direções restringidas.

O papel principal deste módulo do programa foi analisar a estrutura para cada um dos vetores de cargas nodais (de inércia \mathbf{A}_I , de arraste \mathbf{A}_D , de vento \mathbf{A}_V , do peso do convés \mathbf{A}_{PC} , de peso próprio \mathbf{A}_{PP} e de empuxo \mathbf{A}_E , sendo os quatro primeiros calculados com os valores das médias das suas variáveis aleatórias) e fornecer as tensões nos membros por eles produzidas. Vale salientar que, embora neste trabalho os carregamentos estejam sendo considerados atuando simultaneamente na estrutura, os vetores de cargas nodais são analisados separadamente visando a análise de confiabilidade, onde as tensões “médias” nos membros devidas à cada um destes vetores são extrapoladas para um caso qualquer das variáveis aleatórias por funções de transferência específicas para cada tipo de carregamento.

Além disso, a criação de uma rotina de análise estrutural que interaja com o módulo de análise de confiabilidade proporciona um grande dinamismo na hora de dimensionar os componentes estruturais baseando-se na probabilidade de falha dos mesmos, uma vez que a cada modificação das dimensões das seções transversais uma nova avaliação das matrizes de rigidez, dos deslocamentos nodais e das tensões será necessária.

Através da Tabela 4.7 podemos averiguar a magnitude das solicitações nos membros da estrutura do projeto inicial submetida aos carregamentos calculados com as médias das variáveis atuando simultaneamente ($\mathbf{A}_I + \mathbf{A}_D + \mathbf{A}_V + \mathbf{A}_{PP} + \mathbf{A}_{PE} + \mathbf{A}_{PC}$).

Como já falado anteriormente, a estrutura só apresenta esforços axiais devido à idealização de treliça espacial submetida unicamente a cargas nos nós.

Tabela 4.7 – Esforços e tensões axiais nos membros da plataforma.

Nº Membro	Esforço Axial [MN]	Tensão Axial [MPa]			
1	2,194	41,783	25	-0,186	-6,410
2	3,009	57,308	26	-3,573	-123,381
3	2,772	52,792	27	-1,770	-61,113
4	1,853	35,292	28	-3,862	-133,353
5	1,773	61,215	29	-2,376	-82,037
6	1,971	68,048	30	-0,816	-28,177
7	1,899	65,562	31	-4,346	-150,060
8	1,789	61,756	32	-0,691	-23,861
9	-0,530	-40,346	33	0,279	15,050
10	-0,511	-38,944	34	-2,549	-137,523
11	-0,526	-40,084	35	-0,565	-30,487
12	-0,530	-40,363	36	-2,160	-116,536
13	-7,944	-102,796	37	-1,682	-90,725
14	-14,694	-190,128	38	-0,444	-23,979
15	-18,918	-244,791	39	-2,723	-146,888
16	-11,239	-145,422	40	0,132	7,116
17	-11,356	-146,934	41	-0,989	-53,344
18	-14,814	-191,683	42	-1,986	-107,131
19	-16,757	-216,831	43	-1,304	-70,351
20	-13,189	-170,652	44	-1,827	-98,592
21	-12,269	-158,749	45	-1,748	-94,327
22	-13,518	-174,910	46	-1,159	-62,550
23	-14,167	-183,317	47	-2,023	-109,141
24	-13,011	-168,351	48	-1,080	-58,242

* Os valores positivos indicam tração e os negativos compressão.

Os demais resultados da análise, tais como deslocamentos nodais e reações de apoio não serão apresentados já que o interesse neste trabalho está voltado exclusivamente aos esforços e as suas respectivas tensões.

4.5 Módulo de Análise de Confiabilidade

A rotina de análise de confiabilidade foi implementada neste trabalho com o propósito de avaliar a probabilidade de falha dos membros da plataforma *offshore* fixa apresentada no início deste capítulo. Esta rotina também foi usada para o dimensionamento baseado em confiabilidade dos membros 13 à 48, correspondentes às pernas e contraventamentos da estrutura. O dimensionamento de elementos horizontais como os membros 1 à 12 do caso estudado muitas vezes é comandado por solicitações advindas do processo de construção, de transporte e de lançamento da plataforma, que podem vir se tornar mais críticas que os carregamentos típicos de uma plataforma “in situ”. Como o programa desenvolvido neste

trabalho não leva em conta estes tipos de carregamentos, a análise de confiabilidade e o dimensionamento baseado em confiabilidade destes membros produziriam resultados irreais, sendo assim preferível não apresentá-los.

Os carregamentos de vento, onda, corrente e do peso do convés são considerados randômicos e caracterizados pelas variáveis aleatórias: Velocidade do Vento V_W , Altura da Onda H , Coeficiente de Inércia C_M , Coeficiente de Arraste C_D , Velocidade da Corrente V_S e Peso do Convés PC . Devido às incertezas relacionadas às propriedades do aço que constitui os membros, sua tensão de escoamento f_y também é considerada variável aleatória. As variáveis aleatórias e suas respectivas distribuições, médias e desvios padrões se encontram na Tabela 4.3. Os carregamentos de peso próprio e empuxo são considerados determinísticos.

O método analítico de primeira ordem FORM e a simulação Monte Carlo foram utilizados para o cálculo da probabilidade de falha.

4.5.1 Definição da Função de Falha

O critério de falha se refere ao estado limite último de escoamento da seção transversal dos membros que podem escoar na tração ou na compressão. Foi definido que um membro i “falha” quando a tensão axial nele atuante supera sua tensão resistente ao escoamento. Portanto, a função de falha $G(\mathbf{U})$ do problema para um membro i é escrita como:

$$G(\mathbf{U})_i = (\sigma_{RES})_i - (\sigma_{SOL})_i \quad \text{na tração,} \quad (4-1a)$$

$$G(\mathbf{U})_i = (\sigma_{RES})_i + (\sigma_{SOL})_i \quad \text{na compressão.} \quad (4-1b)$$

onde \mathbf{U} é o vetor das variáveis aleatórias envolvidas no problema (vide Tabela 4.3), $(\sigma_{RES})_i$ é a tensão resistente ao escoamento do membro i e $(\sigma_{SOL})_i$ é a tensão axial solicitante no membro i .

A tensão resistente $(\sigma_{RES})_i$ foi definida de maneira simplificada como sugerido por Holm et al. [6] da seguinte forma:

$$[\sigma_{RES}(f_y)]_i = f_y \quad \text{para membros tracionados;} \quad (4-2a)$$

$$[\sigma_{RES}(f_y)]_i = 0.75f_y \quad \text{para membros comprimidos.} \quad (4-2b)$$

onde f_y é a variável aleatória Tensão de Escoamento do Aço.

A tensão solicitante $(\sigma_{SOL})_i$ é a soma das tensões produzidas neste membro i por cada tipo de carregamento, dada por:

$$(\sigma_{SOL})_i = [\sigma_{PC}(PC)]_i + [\sigma_{V_W}(V_W)]_i + [\sigma_I(C_M, H)]_i + [\sigma_D(C_D, H, V_S)]_i + (\sigma_{PP})_i + (\sigma_E)_i \quad (4-3)$$

As expressões para avaliação das tensões $[\sigma_{PC}(PC)]_i$, $[\sigma_{V_W}(V_W)]_i$, $[\sigma_I(C_M, H)]_i$ e $[\sigma_D(C_D, H, V_S)]_i$ para valores quaisquer de suas variáveis aleatórias via funções de transferência foi apresentada no Item 2.3. As tensões $(\sigma_{PP})_i$ e $(\sigma_E)_i$ provenientes dos carregamentos determinísticos de peso próprio e empuxo são obtidas diretamente da análise estrutural. Dessa forma, as duas funções de falha possíveis (Equações (4-1a) e (4-1b)) ficam assim definidas:

$$G(f_y, PC, V_W, C_M, C_D, H, V_S)_i = f_y - \{f_1(PC)[\sigma_{PC}(\mu PC)]_i + f_2(V_W)[\sigma_{V_W}(\mu V_W)]_i + f_3(C_M)f_4(H)[\sigma_I(C_M^*, H^*)]_i + f_5(C_D)f_6(H)f_7(V_S)[\sigma_D(C_D^*, H^*, V_S^*)]_i\} \quad (4-4a)$$

$$G(f_y, PC, V_W, C_M, C_D, H, V_S)_i = 0.75f_y + \{f_1(PC)[\sigma_{PC}(\mu PC)]_i + f_2(V_W)[\sigma_{V_W}(\mu V_W)]_i + f_3(C_M)f_4(H)[\sigma_I(C_M^*, H^*)]_i + f_5(C_D)f_6(H)f_7(V_S)[\sigma_D(C_D^*, H^*, V_S^*)]_i\} \quad (4-4b)$$

4.5.2 Algumas Observações sobre a Simulação Monte Carlo

Na simulação Monte Carlo as amostras das variáveis de distribuição Normal (PC , C_M e C_D) e Lognormal (f_y) foram simuladas com funções automatizadas do Mathcad. As amostras com distribuição Tipo III da variável V_S foram geradas como indicado pela Equação (3-21).

As variáveis V_W e H tiveram suas amostras de distribuição Tipo I geradas segundo as Equações (3-51) a (3-54) de modo a considerar a correlação $\rho_{V_W, H} = 0,9$ entre elas. A Figura 4.6 mostra os valores gerados para as variáveis V_W e H plotados num gráfico. Através dele é possível visualizar um elevado grau de dependência linear entre as variáveis V_W e H representado pelo coeficiente de correlação entre elas. A média da amostra gerada para H , identificada no gráfico como $\text{mean}(H) = 14,09$, apresentou uma pequena diferença em relação à média definida inicialmente para esta variável ($\mu H = 14,32$ m). O coeficiente de correlação

entre as amostras, identificado como $\text{corr}(V_w, H) = 0,86$ no gráfico, também pouco destoou do valor definido originalmente ($\rho_{V_w, H} = 0,9$).

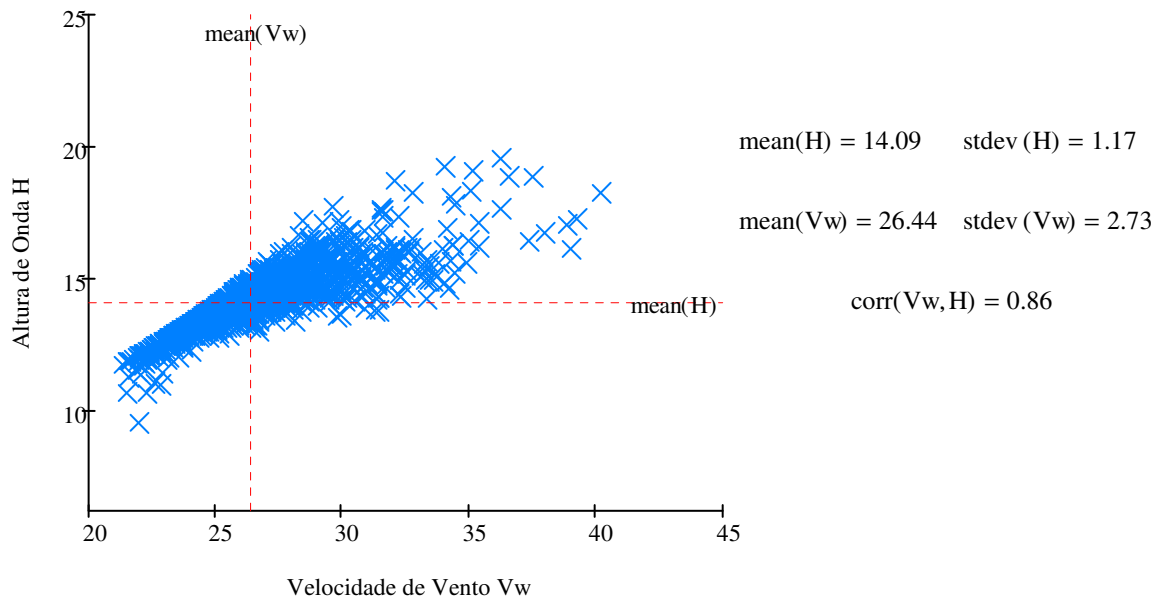


Figura 4.6 – Relação linear entre as variáveis aleatórias V_w e H .

4.5.3 Resultados da Análise de Confiabilidade

A análise de confiabilidade do projeto inicial da plataforma foi realizada para o membro mais solicitado (membro crítico) por tração ou compressão de cada um destes grupos:

Pernas: membros 13 a 24;

Contraventamento inferior: membros 25 a 32;

Contraventamento superior: membros 33 a 48.

Os membros horizontais 1 à 12 não foram analisados por razões já explicadas.

Através das tensões axiais fornecidas pela análise da estrutura, o programa verifica em cada grupo qual é o elemento mais tracionado e o mais comprimido e seleciona a função de falha adequada para eles (Equação (4-6a) ou (4-6b)). A probabilidade de falha é calculada para estes membros críticos e o dimensionamento de cada grupo se baseará no seu membro que apresentou maior probabilidade de falha.

Além da probabilidade de falha, também foram avaliados os fatores de importância, fornecidos pelo método FORM, de cada variável aleatória envolvida no problema (maiores detalhes, vide Item 3.4.1.4). Estes fatores indicarão o grau de contribuição de cada variável para o valor final da probabilidade de falha do membro crítico analisado. A influência da correlação $\rho_{V_w, H} = 0,9$ nos fatores de importância das variáveis foi analisada através da comparação com fatores de importância obtidos numa outra análise considerando V_w e H não correlacionadas ($\rho_{V_w, H} = 0$).

As Tabelas 4.8, 4.10, 4.12 e 4.14 resumem os resultados da análise de confiabilidade pelo método FORM das funções de falha dos membros críticos de cada grupo. Nelas estão dispostos o ponto de projeto \mathbf{U} , os desvios padrões $\sigma_{U_i}^N$ e médias $\mu_{U_i}^N$ normais equivalentes das variáveis, o índice de confiabilidade β , a probabilidade de falha Pf , a função de falha $G(\mathbf{U})$ avaliada no ponto de projeto e o novo ponto de projeto \mathbf{U} , obtidos em cada iteração do algoritmo. Maiores detalhes, vide Item 3.4.1.3.

Os resultados da análise de confiabilidade dos membros críticos pela simulação Monte Carlo são mostrados nas Tabelas 4.9, 4.11, e 4.13. Nelas estão dispostas a média μPf das probabilidades de falha obtidas em 20 rodadas, a correspondente média do índice de confiabilidade $\mu\beta$, o coeficiente de variação δPf das 20 probabilidades de falha e a estimativa do coeficiente de variação da probabilidade de falha $\delta Pf_{\text{Melchers}}$ obtido pela fórmula de Melchers [7] (Equações (3-58) e (3-59)). Estes coeficientes de variação servem para verificar se o número N de simulações das variáveis aleatórias utilizado no método Monte Carlo está oferecendo uma boa estimativa da probabilidade de falha. Valores de δPf e $\delta Pf_{\text{Melchers}}$ da ordem de 0,025 a 0,050 significam que probabilidade está sendo bem estimado com o valor de N utilizado.

O número N de simulações foi escolhido através de algumas tentativas nas quais se buscou obter os valores dos coeficientes de variação δPf e $\delta Pf_{\text{Melchers}}$, das probabilidades de falha avaliadas para os membros críticos do projeto inicial, entre 0,025 e 0,050. Este coeficiente foi alcançado com $N = 334000$ simulações.

Nos gráficos das Figuras 4.7, 4.8, 4.9 e 4.10 os fatores de importância das variáveis aleatórias, avaliados para as funções de falha dos membros críticos, são comparados com os obtidos de uma análise feita à parte considerando as variáveis V_w e H não correlacionadas ($\rho_{V_w, H} = 0$).

A seguir são identificados os membros críticos de cada grupo e apresentados os resultados de sua análise de confiabilidade:

a) Membro crítico do grupo das pernas quanto à compressão: 15

Tabela 4.8 – Resumo da análise de confiabilidade do membro 15 pelo método FORM.

FORM								
Iteração	Variável	Ponto de Projeto (U)	$\sigma_{U_i}^N$	$\mu_{U_i}^N$	β	Pf	$G(U)$	Novo Ponto de Projeto
1	f_y	320,00	35,89	317,99	0,143	4,E-01	-4,79	322,12
	PC	60,00	6,00	60,00				59,59
	V_W	26,44	2,61	25,98				25,88
	C_M	2,00	0,20	2,00				2,00
	C_D	0,90	0,25	0,90				0,89
	H	14,32	1,12	14,12				14,08
	V_C	0,70	0,21	0,70				0,70
2	f_y	322,12	36,12	317,97	0,145	4,E-01	-0,02	322,24
	PC	59,59	6,00	60,00				59,58
	V_W	25,88	2,41	25,99				25,91
	C_M	2,00	0,20	2,00				2,00
	C_D	0,89	0,25	0,90				0,89
	H	14,08	1,04	14,13				14,09
	V_C	0,70	0,21	0,70				0,70
3	f_y	322,24	36,14	317,97	0,145	4,E-01	0,00	322,24
	PC	59,58	6,00	60,00				59,58
	V_W	25,91	2,42	25,99				25,91
	C_M	2,00	0,20	2,00				2,00
	C_D	0,89	0,25	0,90				0,89
	H	14,09	1,04	14,13				14,09
	V_C	0,70	0,21	0,70				0,70
4	f_y	322,24	36,14	317,97	0,145	4,4E-01	0,00	322,24
	PC	59,58	6,00	60,00				59,58
	V_W	25,91	2,42	25,99				25,91
	C_M	2,00	0,20	2,00				2,00
	C_D	0,89	0,25	0,90				0,89
	H	14,09	1,04	14,13				14,09
	V_C	0,70	0,21	0,70				0,70

Tabela 4.9 – Resultados da análise de confiabilidade do membro 15 pela simulação Monte Carlo.

Monte Carlo			
μPf	$\mu \beta$	δPf	$\delta Pf_{\text{Melchers}}$
5,6E-01	0,152	0,002	0,002

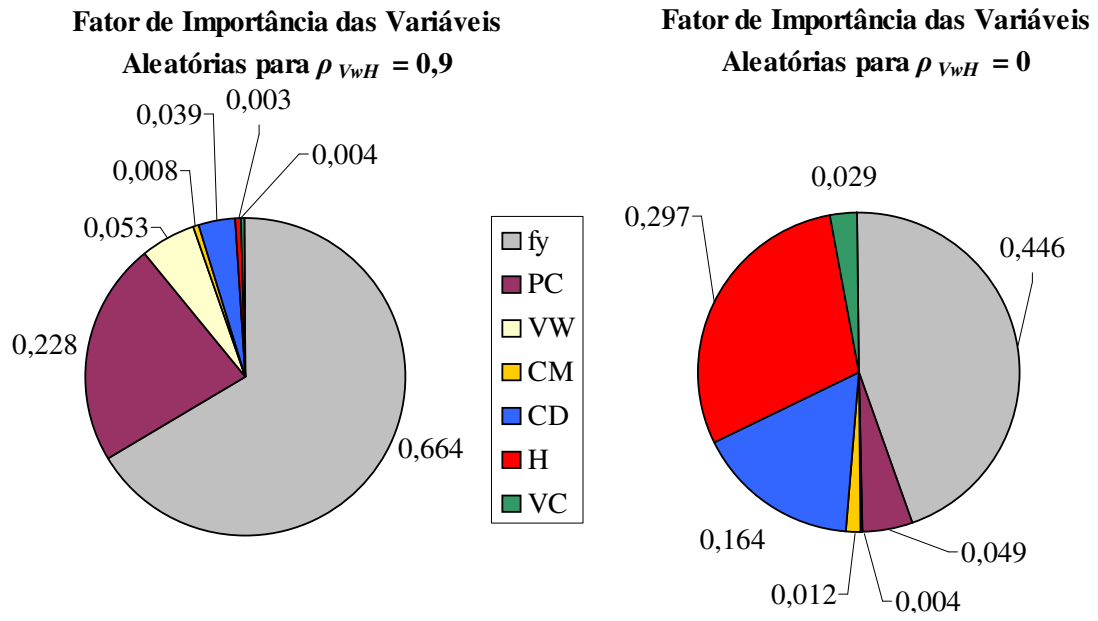


Figura 4.7 – Fatores de importância das variáveis aleatórias para a função de falha do membro 15.

b) Membro crítico do grupo dos contraventamentos inferiores quanto à compressão: 31.

Tabela 4.10 – Resumo da análise de confiabilidade do membro 31 pelo método FORM

FORM								
Iteração	Variável	Ponto de Projeto (U)	$\sigma_{U_i}^N$	$\mu_{U_i}^N$	β	P_f	$G(U)$	Novo Ponto de Projeto
1	f_y	320,00	35,89	317,99	2,945	1,62E-03	89,95	224,71
	PC	60,00	6,00	60,00				64,06
	V_w	26,44	2,61	25,98				27,84
	C_M	2,00	0,20	2,00				2,07
	C_D	0,90	0,25	0,90				1,11
	H	14,32	1,12	14,12				14,96
	V_C	0,70	0,21	0,70				0,76
2	f_y	224,71	25,20	302,73	3,126	8,85E-04	-1,18	245,11
	PC	64,06	6,00	60,00				65,09
	V_w	27,84	3,12	25,76				29,92
	C_M	2,07	0,20	2,00				2,08
	C_D	1,11	0,25	0,90				1,20
	H	14,96	1,36	14,01				15,94
	V_C	0,76	0,20	0,71				0,80
3	f_y	245,11	27,49	308,92	3,047	1,16E-03	-1,00	252,38
	PC	65,09	6,00	60,00				64,19
	V_w	29,92	3,91	24,99				31,22
	C_M	2,08	0,20	2,00				2,07
	C_D	1,20	0,25	0,90				1,19
	H	15,94	1,73	13,64				16,56
	V_C	0,80	0,20	0,71				0,80
4	f_y	252,38	28,30	310,70	3,028	1,23E-03	-0,08	255,71
	PC	64,19	6,00	60,00				63,85
	V_w	31,22	4,39	24,31				31,82
	C_M	2,07	0,20	2,00				2,06
	C_D	1,19	0,25	0,90				1,19
	H	16,56	1,96	13,29				16,85
	V_C	0,80	0,20	0,71				0,80
5	f_y	255,71	28,68	311,45	3,024	1,25E-03	-0,03	257,13
	PC	63,85	6,00	60,00				63,70
	V_w	31,82	4,61	23,95				32,07
	C_M	2,06	0,20	2,00				2,06
	C_D	1,19	0,25	0,90				1,19
	H	16,85	2,06	13,11				16,97
	V_C	0,80	0,20	0,71				0,80
6	f_y	257,13	28,84	311,76	3,024	1,25E-03	-0,03	257,70
	PC	63,70	6,00	60,00				63,64
	V_w	32,07	4,70	23,79				32,17
	C_M	2,06	0,20	2,00				2,06
	C_D	1,19	0,25	0,90				1188,00
	H	16,97	2,10	13,03				17,02
	V_C	0,80	0,20	0,71				0,80

Tabela 4.11 – Resultados da análise de confiabilidade do membro 31 pela simulação Monte Carlo.

Monte Carlo			
μPf	$\mu \beta$	δPf	$\delta Pf_{\text{Melchers}}$
1,2E-03	3,025	0,045	0,050

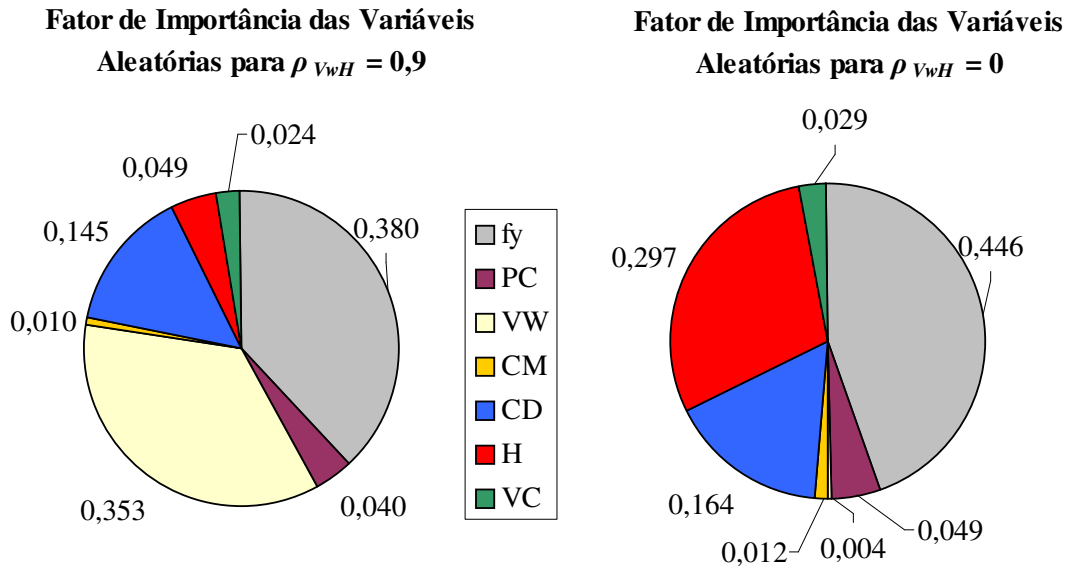


Figura 4.8 – Fatores de importância das variáveis aleatórias para a função de falha do membro 31.

c) Membro crítico do grupo dos contraventamentos superiores quanto à compressão: 39.

Tabela 4.12 – Resumo da análise de confiabilidade do membro 39 pelo método FORM.

FORM								
Iteração	Variável	Ponto de Projeto	$\sigma_{U_i}^N$	$\mu_{U_i}^N$	β	P_f	$G(U)$	Novo Ponto de Projeto
1	f_y	320,00	35,89	317,99	2,968	1,5E-03	93,12	226,79
	PC	60,00	6,00	60,00				63,55
	V_W	26,44	2,61	25,98				28,26
	C_M	2,00	0,20	2,00				2,05
	C_D	0,90	0,25	0,90				1,15
	H	14,32	1,12	14,12				15,14
	V_C	0,70	0,21	0,70				0,77
2	f_y	226,79	25,43	303,45	2,999	1,4E-03	-2,14	253,21
	PC	63,55	6,00	60,00				63,89
	V_W	28,26	3,28	25,64				30,75
	C_M	2,05	0,20	2,00				2,06
	C_D	1,15	0,25	0,90				1,22
	H	15,14	1,43	13,96				16,30
	V_C	0,77	0,20	0,70				0,81
3	f_y	253,21	28,40	310,90	2,900	1,9E-03	-1,37	262,53
	PC	63,89	6,00	60,00				63,00
	V_W	30,75	4,22	24,57				32,10
	C_M	2,06	0,20	2,00				2,05
	C_D	1,22	0,25	0,90				1,19
	H	16,30	1,86	13,44				16,95
	V_C	0,81	0,20	0,71				0,80
4	f_y	262,53	29,44	312,85	2,884	2,0E-03	-0,04	265,66
	PC	63,00	6,00	60,00				62,73
	V_W	32,10	4,71	23,78				32,57
	C_M	2,05	0,20	2,00				2,04
	C_D	1,19	0,25	0,90				1,19
	H	16,95	2,10	13,04				17,18
	V_C	0,80	0,20	0,71				0,80
5	f_y	265,66	29,79	313,43	2,883	2,0E-03	-0,01	266,65
	PC	62,73	6,00	60,00				62,64
	V_W	32,57	4,88	23,47				32,73
	C_M	2,04	0,20	2,00				2,04
	C_D	1,19	0,25	0,90				1,19
	H	17,18	2,17	12,89				17,25
	V_C	0,80	0,20	0,71				0,80
6	f_y	266,65	29,90	313,61	2,883	2,0E-03	-0,01	266,95
	PC	62,64	6,00	60,00				62,61
	V_W	32,73	4,93	23,37				32,77
	C_M	2,04	0,20	2,00				2,04
	C_D	1,19	0,25	0,90				1,19
	H	17,25	2,20	12,84				17,27
	V_C	0,80	0,20	0,71				0,80

Tabela 4.13 – Resultados da análise de confiabilidade do membro 39 pela simulação Monte Carlo.

Monte Carlo			
μPf	$\mu \beta$	δPf	$\delta Pf_{\text{Melchers}}$
1,2E-03	3,030	0,040	0,050

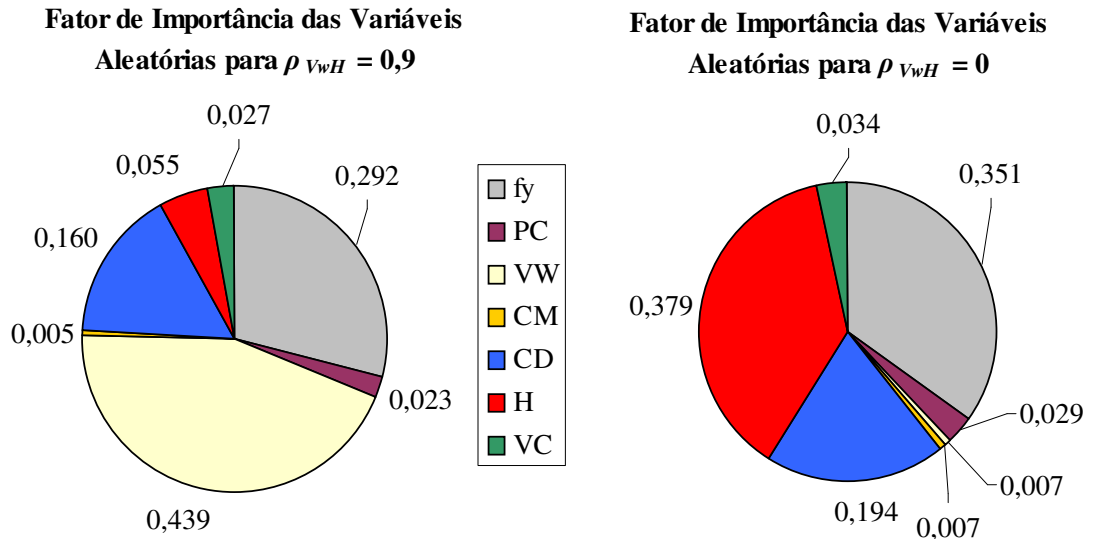


Figura 4.9 – Fatores de importância das variáveis aleatórias para a função de falha do membro 39.

d) Membro crítico do grupo dos contraventamentos superiores quanto à tração: 33.

Tabela 4.14 – Resumo da análise de confiabilidade do membro 33 pelo método FORM.

FORM								
Iteração	Variável	Ponto de Projeto (U)	$\sigma_{U_i}^N$	$\mu_{U_i}^N$	β	P_f	$G(U)$	Novo Ponto de Projeto
1	f_y	320,00	35,89	317,99	7,519	2,8E-14	304,96	79,20
	PC	60,00	6,00	60,00				53,04
	V_w	26,44	2,61	25,98				31,10
	C_M	2,00	0,20	2,00				2,07
	C_D	0,90	0,25	0,90				1,51
	H	14,32	1,12	14,12				16,43
	V_C	0,70	0,21	0,70				0,87
2	f_y	79,20	88,82	189,29	4,958	3,6E-07	-17,68	180,11
	PC	53,04	6,00	60,00				55,63
	V_w	31,10	4,35	24,38				40,97
	C_M	2,07	0,20	2,00				2,05
	C_D	1,51	0,25	0,90				1,46
	H	16,43	1,91	13,37				21,17
	V_C	0,87	0,19	0,71				0,92
3	f_y	180,11	20,20	282,50	5,070	2,0E-07	-13,23	259,99
	PC	55,63	6,00	60,00				57,93
	V_w	40,97	7,46	16,85				47,94
	C_M	2,05	0,20	2,00				2,02
	C_D	1,46	0,25	0,90				1,37
	H	21,17	3,36	9,67				24,69
	V_C	0,92	0,19	0,71				0,88
4	f_y	259,99	29,16	312,35	5,113	1,6E-07	-1,91	277,84
	PC	57,93	6,00	60,00				58,48
	V_w	47,94	9,14	10,68				49,14
	C_M	2,02	0,20	2,00				2,02
	C_D	1,37	0,25	0,90				1,38
	H	24,69	4,18	6,52				25,29
	V_C	0,88	0,19	0,71				0,88
5	f_y	277,84	31,16	315,34	5,114	1,6E-07	-0,24	278,09
	PC	58,48	6,00	60,00				58,56
	V_w	49,14	9,41	9,59				49,18
	C_M	2,02	0,20	2,00				2,02
	C_D	1,38	0,25	0,90				1,37
	H	25,29	4,30	5,96				25,32
	V_C	0,88	0,19	0,71				0,88
6	f_y	278,09	31,19	315,38	5,114	1,6E-07	-0,24	278,08
	PC	58,56	6,00	60,00				58,56
	V_w	49,18	9,42	9,55				49,17
	C_M	2,02	0,20	2,00				2,02
	C_D	1,37	0,25	0,90				1,37
	H	25,32	4,31	5,94				25,31
	V_C	0,88	0,19	0,71				0,88

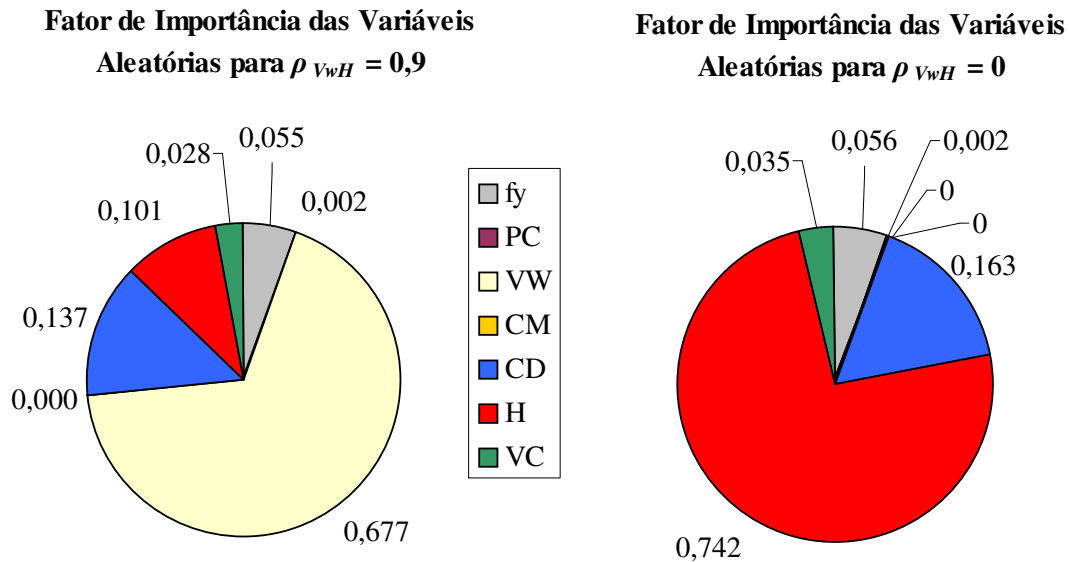


Figura 4.10 – Fatores de importância das variáveis aleatórias para a função de falha do membro 33.

Observa-se nas Tabelas 4.8, 4.9, 4.10, 4.11, 4.12, 4.13 e 4.14 que os resultados obtidos através dos dois métodos foram satisfatórios, uma vez que os índices de confiabilidade β estão bem próximos. Uma das possíveis causas desta pequena diferença é termos obtido um coeficiente de correlação $\rho_{Vw,H} = 0,86$ entre as variáveis V_w e H na análise pela simulação Monte Carlo enquanto no FORM foi utilizado o valor $\rho_{Vw,H} = 0,9$ originalmente definido no problema.

Evidentemente, os valores encontrados para β são muito baixos (exceto o do membro 33) e inaceitáveis para qualquer projeto estrutural, fazendo necessário um redimensionamento dos membros. O Item 3.5.4 apresentará o dimensionamento baseado em confiabilidade destes membros.

Pode-se constatar dos resultados da simulação Monte Carlo, que a fórmula proposta por Melchers [7] forneceu estimativas dos coeficientes de variação das probabilidades de falha próximas dos calculados da maneira convencional, para uma amostra de 20 valores da probabilidade de falha. Esta fórmula é bastante útil para a escolha do tamanho N das amostras.

A análise do membro 33 pela simulação Monte Carlo não foi capaz de estimar uma probabilidade de falha tão baixa com o número de simulações realizadas ($N = 334000$) e por isso não foi apresentada. Nos problemas de confiabilidade estrutural em geral, o ideal é trabalhar com um bom estimador para uma P_f na ordem de 10^{-4} , o que requer um tamanho N das amostras da ordem de milhões. No *software* utilizado neste trabalho, a geração desta quantidade de variáveis aleatórias se mostrou inviável.

Como se pode visualizar nas Figuras 4.7, 4.8, 4.9 e 4.10, as quatro variáveis com o maior fator de importância (f_y , V_w , C_D e H , somando mais de 90% de fator de importância) e

consequentemente maior contribuição para a falha dos membros da plataforma estão relacionadas às incertezas nos carregamentos de vento, onda e na resistência ao escoamento dos membros. Esta última, devido ao valor relativamente alto adotado para o desvio padrão da variável Tensão de Escoamento do Aço f_y ($\sigma_{f_y} = 36$ MPa).

A Altura de Onda H assume alto fator de importância quando é considerada estatisticamente independente da Velocidade de Vento V_w , ou seja, $\rho_{V_w, H} = 0$. Em contrapartida, quando são consideradas correlacionadas com $\rho_{V_w, H} = 0,9$, o fator de importância de H é “transferido” para a V_w , o que pode ser interpretado fisicamente como sendo o vento responsável pela geração da onda.

4.5.4 Dimensionamento Baseado em Confiabilidade

Como foi discutido no Item 3.5, o dimensionamento baseado em confiabilidade consiste na busca de uma probabilidade de falha alvo para os componentes estruturais da plataforma através de sucessivas alterações das dimensões destes componentes e re-análises estrutural e de confiabilidade.

Através da análise de confiabilidade dos membros críticos das pernas, contraventamentos inferiores e superiores do projeto inicial, observou-se que haveria a necessidade de redimensioná-los de modo a garantir um nível aceitável de segurança.

Foi decidido realizar o dimensionamento modificando apenas as espessuras dos membros, pois uma mudança nos diâmetros dos elementos submersos influenciaria nas forças hidrodinâmicas.

Foi adotada uma probabilidade de falha alvo $P_{f_{Alvo}} = 10^{-4}$ ($\beta_{Alvo} = 3,71$), que é o valor anual recomendado pela DNV (Det Norske Veritas) para estruturas redundantes com consequência de falha “séria”, como mostra a Tabela 4.15.

Tabela 4.15 – Valores recomendados pela DNV [4] de probabilidade anual de falha (índice de confiabilidade β)

Classe de Falha	Consequência de falha		
	Pouco Séria	Séria	Muito Séria
I. Estruturas redundantes	$P_f = 10^{-3}$ ($\beta = 3,09$)	$P_f = 10^{-4}$ ($\beta = 3,71$)	$P_f = 10^{-5}$ ($\beta = 4,26$)
II. Aviso antes da ocorrência de falha em estruturas não redundantes	$P_f = 10^{-4}$ ($\beta = 3,71$)	$P_f = 10^{-5}$ ($\beta = 4,26$)	$P_f = 10^{-6}$ ($\beta = 4,75$)
III. Não aviso antes da ocorrência de falha em estrutura não redundante	$P_f = 10^{-5}$ ($\beta = 4,26$)	$P_f = 10^{-6}$ ($\beta = 4,75$)	$P_f = 10^{-7}$ ($\beta = 5,20$)

Na Tabela 4.16 são resumidas as várias tentativas para o valor da espessura de cada grupo de membros partindo da geometria do projeto inicial até encontrar o valor alvo do índice de confiabilidade. Procurou-se obter os índices de confiabilidade β , calculados pelos métodos FORM e de Monte Carlo, o mais próximo possível do valor de β_{Alvo} .

Tabela 4.16 – Resumo do dimensionamento baseado em confiabilidade.

Tentativa	Grupo	Espessura [mm]	β FORM	β Monte Carlo	$\beta_{Alvo} = 3,71$
Projeto Inicial	Pernas	20,0	0,15	0,15	Não OK
	C. Inferior	12,5	3,02	3,04	Não OK
	C. Superior	10,0	2,88	3,05	Não OK
1	Pernas	30,0	2,28	2,26	Não OK
	C. Inferior	12,5	3,71	3,86	OK
	C. Superior	10,0	3,37	3,60	Não OK
2	Pernas	35,0	3,22	3,20	Não OK
	C. Inferior	12,5	3,89	3,99	OK
	C. Superior	10,0	3,50	3,78	Não OK
3	Pernas	38,0	3,71	3,70	OK
	C. Inferior	12,5	3,98	4,10	OK
	C. Superior	10,0	3,56	3,92	Não OK
4	Pernas	38,5	3,79	3,75	OK
	C. Inferior	12,5	3,99	4,17	OK
	C. Superior	10,0	3,57	3,92	Não OK
5	Pernas	38,5	3,78	3,75	OK
	C. Inferior	12,5	3,99	4,17	OK
	C. Superior	10,5	3,72	4,07	OK
6	Pernas	38,5	3,74	3,71	OK
	C. Inferior	11,5	3,74	3,90	OK
	C. Superior	10,5	3,71	4,04	OK

Nota-se pela Tabela 4.16 que a alteração mais relevante do dimensionamento aconteceu nos membros das pernas, que passaram a ter quase o dobro da espessura inicial, enquanto os contraventamentos inferior e superior pouco se modificaram. Na última tentativa procurou-se aproximar o β do membro crítico do contraventamento superior do valor β_{Alvo} .

Nas últimas tentativas a diferença dos β obtidos pelos dois métodos tende a se acentuar. Isso ocorre devido à perda de precisão da simulação Monte Carlo para avaliação de probabilidades de falha muito pequenas com o número N de simulações adotado.

Durante o processo de dimensionamento ocorreram solicitações de tração em alguns membros dos contraventamentos inferior e superior, mas em nenhum momento vieram a ser mais críticas (probabilidade de falha maior) que as solicitações de compressão e por isso o dimensionamento foi baseado exclusivamente nos membros críticos comprimidos.

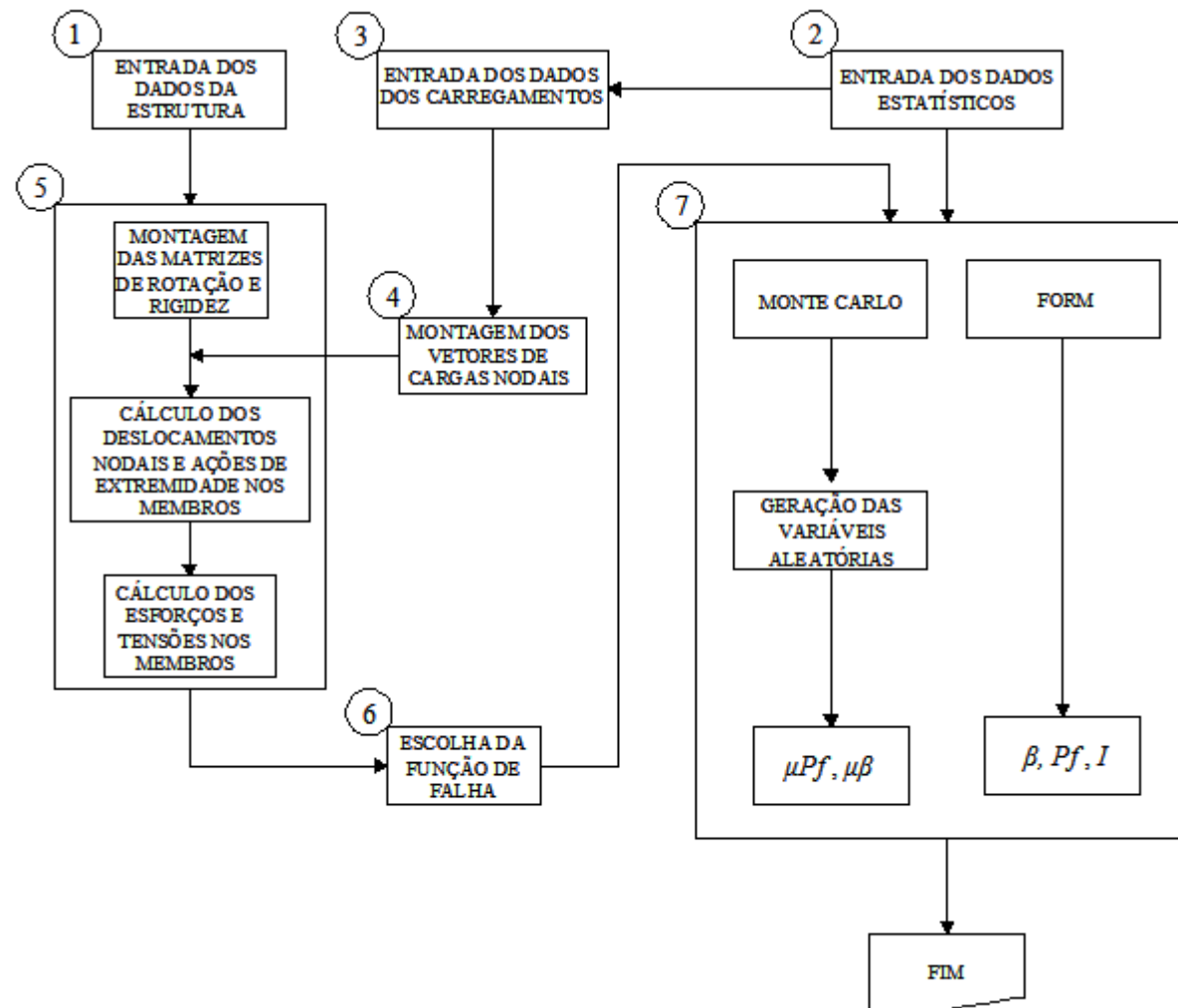
O projeto redimensionado ficou com a geometria mostrada na Tabela 4.17.

Tabela 4.17 – Geometria da plataforma redimensionada

Nº Elemento	Diâmetro [mm]	Espessura [mm]	Área [mm ²]
1 - 4	1000	17,0	52499
5 - 8	750	12,5	28962
9 - 12	500	8,5	13125
13 - 24	1250	38,5	146533
25 - 32	750	11,5	26681
33 - 48	600	10,5	19446

Os membros com as dimensões assim definidas atendem ao nível de segurança estipulado, considerando um estado limite último referente ao escoamento da seção transversal e uma situação em que a plataforma é submetida a carregamentos ambientais críticos de vento, onda e corrente e ao peso do convés.

4.6 Fluxograma do Programa



5. CONCLUSÕES

Os resultados obtidos pelos métodos analítico FORM e de simulação Monte Carlo foram, em geral, satisfatórios, pois na maioria das análises de confiabilidade os dois métodos apresentaram valores da probabilidade de falha bem parecidos.

O grande limitador da simulação Monte Carlo foi a inviabilidade de se processar um número satisfatório de simulações para as variáveis aleatórias, o que resulta em estimativas duvidosas da probabilidade de falha quando esta é um valor da ordem de 10^{-4} ou menor, como pôde ser observado nas últimas tentativas do processo de dimensionamento dos membros.

A avaliação da probabilidade de falha pelo método analítico FORM se mostrou extremamente rápida quando comparada à simulação Monte Carlo. Enquanto esta levou cerca de 7 minutos num Pentium 2.67 GHz para calcular seus resultados, o método FORM não levou mais de 10 segundos. Essa diferença de desempenho entre os dois métodos ficaria ainda mais evidente caso a análise da estrutura fosse feita no regime não-linear.

Os fatores de importância obtidos mostraram que as variáveis relacionadas aos carregamentos ambientais necessitam de uma correta definição dos seus parâmetros estatísticos, uma vez que qualquer mudança nos valores dos mesmos poderá acarretar uma mudança significativa na probabilidade de falha. As variáveis com baixo fator de importância podem ser consideradas determinísticas no estudo de confiabilidade.

Variáveis aleatórias relacionadas aos materiais que compõem a estrutura geralmente não possuem grande influência no resultado final da análise de confiabilidade. Neste trabalho, no entanto, a variável Tensão de Escoamento do Aço f_y apresentou um elevado fator de importância. Isso se deve ao valor relativamente alto adotado para o seu desvio padrão, fazendo com que assumisse valores bastante dispersos em torno da média.

As funções de transferência desenvolvidas para avaliação das tensões nos membros da estrutura em função de valores quaisquer das variáveis aleatórias proporcionam grande eficiência computacional na análise de confiabilidade, uma vez que não é necessário a re-análise da estrutura para cada novo conjunto de valores das variáveis aleatórias, geradas a cada iteração.

É de fundamental importância que um programa de confiabilidade estrutural esteja acoplado a um módulo de análise estrutural, que fornecerá informações como esforços, deslocamentos e reações de apoio que podem ser usados para avaliação das mais diversas funções de estado limite.

6. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

As análises aqui desenvolvidas sugerem novas implementações visando eliminar algumas das limitações que o programa possui, as quais listam-se a seguir:

- Implementação de uma rotina para o cálculo dos carregamentos hidrodinâmicos sem que haja a necessidade de obter este carregamento para um caso básico de onda através de outro programa.
- Análise da plataforma considerando a interação solo-fluido-estrutura da jaqueta e das estacas, permitindo uma avaliação mais realista dos deslocamentos e esforços nos componentes estruturais.
- Análise da perda de capacidade resistente dos membros devido à fadiga, causada principalmente pelas cargas hidrodinâmicas que são de natureza cíclica, e à corrosão. Os efeitos da fadiga e da corrosão provocam o aumento da probabilidade de falha dos membros ao longo do tempo, que em um determinado momento, passam a não atender a um nível de confiabilidade aceitável. Esta análise permitiria a avaliação do período de inspeção recomendado.
- Implementação da análise não-linear física e geométrica da plataforma modelada como pórtico espacial, permitindo a obtenção de uma resposta mais realista da estrutura aos carregamentos impostos. Possibilitaria a avaliação de uma função de estado limite de serviço referente ao deslocamento lateral excessivo no convés, que é de grande interesse para um projeto de plataformas fixas. Este tipo de análise também permitiria empregar teorias não lineares de onda, como Stokes V, Cnoidal, Stream Function, etc. Devendo ser escolhida a que melhor se adequar às características do problema estudado.
- Adoção de uma função de falha em que a capacidade resistente dos membros seja feita de forma mais realista do que a que foi feita neste trabalho. Para isso, pode-se considerar as recomendações da norma da API, *Recommended Practice for Planning, Designing and Constructing Fixed Offshore Platforms—Working Stress Design* [2], que dispõe fórmulas para cálculo da tensão solicitante aceitável para membros cilíndricos.
- Implementação de uma rotina para obtenção do projeto ótimo baseado em confiabilidade da plataforma. Essa rotina dimensionará a estrutura de forma automatizada utilizando ferramentas de análise de confiabilidade e técnicas de otimização.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Ang, A.H-S, Tang, W.H., *Probability Concepts in Engineering*, v.1, 2 ed, John Wiley and Sons, 2007.
- [2] API (American Petroleum Institute), *Recommended Practice for Planning and Constructing Fixed Offshore Platforms—Working Stress Design*, API RP2A-WSD, 2000.
- [3] Chakrabarti, S., *Hydrodynamics of Offshore Structures*, Springer-Verlag, Berlin, 1987.
- [4] DNV, *Structural Reliability Methods*, In: Classification Notes No. 30.6, Det Norske Veritas, 1991.
- [5] Gere, J. M., Weaver, Jr. W., *Análise de Estruturas Reticuladas*, Guanabara Dois, Rio de Janeiro, 1981.
- [6] Holm, C. A., Bjerager, Olesen P., R., and Madsen H. O., *Behavior of Off Shore Structure*, 1988, pp 1255-1269.
- [7] Melchers, R. E., *Structural Analysis and Prediction*, Second Edition, John Wiley & Sons, England, 1999.
- [8] Ochi, M. K., *Ocean Waves: The Stochastic Approach*, Cambridge University Press, United Kingdom, 1998.
- [9] Sagrilo, L.V.S., *Análise de Confiabilidade Estrutural Utilizando os Métodos Analíticos FORM e SORM*, Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, 1994.
- [10] Sagrilo, L.V.S., *Apostila da Disciplina Confiabilidade Estrutural – COPPE/UFRJ*, Rio de Janeiro, 2004.
- [11] Simiu, E., Scanlan, R.H., *Wind Effects on Structures: Fundamentals and Applications to Design*, 3rd Edition, John Wiley & Sons, New York, N.Y, 1996.